Technická univerzita v Liberci

FAKULTA PŘÍRODOVĚDNĚ-HUMANITNÍ A PEDAGOGICKÁ

Katedra: primárního vzdělávání

Studijní program: Učitelství pro ZŠ

Studijní obor: Učitelství pro 1. stupeň ZŠ

Žáci nadaní na matematiku na prvním stupni ZŠ

Elementary schoolchildren talented in mathematics

Diplomová práce: 09–FP–KPV–0044

Autor: Vlasta PETANOVÁ

Podpis:

Adresa:
Bezručova 732
28903 Městec Králové

Vedoucí práce:
RNDr. Jana Příhonská, Ph.D.

Počet

stran	obrázků	tabulek	grafů	pramenů	příloh
101	4	33	24	22	0

V Liberci 5.5.2009

Prohlášení

Byl(a) jsem seznámen(a) s tím, že na mou diplomovou práci se plně vztahuje zákon č. 121/2000 Sb. o právu autorském, zejména § 60 – školní dílo.

Beru na vědomí, že Technická univerzita v Liberci (TUL) nezasahuje do mých autorských práv užitím mé diplomové práce pro vnitřní potřebu TUL.

Užiji-li diplomovou práci nebo poskytnu-li licenci k jejímu využití, jsem si vědom povinnosti informovat o této skutečnosti TUL; v tomto případě má TUL právo ode mne požadovat úhradu nákladů, které vynaložila na vytvoření díla, až do jejich skutečné výše.

Diplomovou práci jsem vypracoval(a) samostatně s použitím uvedené literatury a na základě konzultací s vedoucím diplomové práce a konzultantem.

Autor Vlasta PETANOVÁ

Datum 5.5.2009

Podpis

Poděkování

Ráda bych na tomto místě poděkovala vedoucí mé diplomové práce RNDr. Janě Příhonské, Ph.D. za odborné vedení práce, cenné rady a podnětné připomínky. Další poděkování patří Mgr. Janě Vaňkové a Mgr. Věře Oupické za ochotu a vstřícnou spolupráci.

PETANOVÁ Vlasta DP-2009 Ved. DP: RNDr. J.Příhonská, Ph.D.

Žáci nadaní na matematiku na prvním stupni ZŠ

Resumé:

Cílem DP bylo porovnat práci učitelů s nadanými žáky na základní škole a ve specializovaných školách pro nadané děti. Dále pak sestavení sborníku matematických činností a her, které podporují tvořivé myšlení a tvůrčí činnost žáků v souvislosti s rozvojem jejich matematického talentu a rozvojem tvořivého myšlení, tvůrčí činnosti a představivosti žáků.

Diplomová práce je koncipována do dvou částí. Teoretická část se snaží objasnit nadání, dále obsahuje charakteristiku nadaných žáků. Jedna z kapitol je věnována problematice vzdělávání nadaných žáků a možnostem jejich rozvoje.

Druhá část práce je rozdělena do tří kapitol. První obsahuje sbírku řešených úloh, které podporují logické myšlení, tvůrčí činnost a představivost talentovaného dítěte. Druhá kapitola obsahuje vlastní řešení vybraných úloh žáky. Poslední část je věnována analýze přístupu učitelů ke vzdělávání nadaných žáků.

Klíčová slova: matematika, nadání, tvůrčí činnost

PETANOVÁ Vlasta DT-2009 Tutor: RNDr. J.Příhonská, Ph.D.

Elementary schoolchildren talented in mathematics.

Summary:

The aim of my diploma thesis was to compare the activity of teachers devoted to talented pupils at elementary schools and specialized schools for talented pupils. Further, to compile a collection of mathematical activities and games that support creative thinking and creative activities of pupils in connection with the development of their mathematical talent, and creative thinking and activities and pupils imagination.

Diploma thesis consists of two parts. The theoretical part is aimed at the explication of talent. It further contains the characteristics of talented pupils. One of chapters deals with problems of education of talented pupils and possibilities of their development.

The second part of the thesis is divided into three chapters. The first of them contains a collection of solved exercises supporting logical thinking, creativeness and imagination of talented children. The second chapter comprises real solving of some exercises done by pupils. The last part of the thesis analyses different teachers´ approaches to the education of talented pupils.

Key words: mathematic, talent, creative activities

PETANOVÁ Vlasta DA-2009 Betreuer: RNDr. J.Příhonská, Ph.D.

Schüler talentierte für die Mathematik in der erste Stufe der Grundschule“

Zusammenfassung:

Das Ziel der Diplomarbeit war die Arbeit mit talentierte Schüler in der Grundschule und in den spezielle Schulen für begabte Schülerinnen und Schüler vergleichen. Dann bauen Sammlung mathematischer Aktivitäten und Spiele, die kreatives Denken und kreative Aktivität der Schüler bei der Entwicklung der mathematischen Talent, und die Entwicklung des kreativen Denkens, kreative und Vorstellungskraft der Schüler.

Die Diplomarbeit bennante wird in 2 Partien verteilt. Ein teoretischer Teil zielt auf die Klärung des Talents ab und charakterisiert talentierte Kinder. Ein Kapitel verlegt sich auch auf die Problematik der Ausbildung der talentierten Schüler und Möglichkeiten von ihrer Entwicklung.

Der zweite Teil besteht aus 3 Teilen. Die erste Teile enthält eine Sammlung von Aufgaben, die ein logisches Nachdenken, eine kreative Tätigkeit und ein Vorstellungsvermögen unterstützen. Die zweite Teile beinhaltet originale Lösungen der ausgewählten Aufgaben machten von Schüler. Die letzte Teile analysiert verschiedene Einstellungen der Lehrer zur Ausbildung der talentierten Schüler.

Schlüsselwörter: die Mathematik, das Talent, kreative Aktivität

OBSAH:

1 ÚVOD

„Nadané dítě se podobá běžci na dlouhé tratě, který je rychlejší než ostatní. Intelektuálně je většinou daleko vpředu, se svými city však často zůstává samo.“

Erika Landau

Nadaní a vzdělaní lidé pomáhají díky svým objevům, své tvůrčí činnosti obohacovat lidskou společnost. Ovšem i nadání vyžaduje svoji speciální péči. Nadané dítě, které zůstane se svým nadáním samo, se mnohdy svého talentu vzdá, aby nevynikalo a zapadlo mezi ostatní vrstevníky, nebo se z něj stane samotář, žijící ve svém světě bez kontaktu s okolím.(Landau, 2007)

Problematikou poruch učení se mnoho specialistů zabývá již dlouhá léta, ale v současné době se pomalu začíná zvyšovat zájem veřejnosti také o problematiku nadaných. Odborníci uvádějí, že počet nadaných dětí je v rozmezí 2-3 procent. Ovšem, kdyby u všech dětí byla možnost na rozpoznání a následné rozvíjení jejich schopností, zvýšil by se počet nadaných až na 20 – 30 procent. (dostupné z: http://ucitelske-listy.ceskaskola.cz , dne 13. 4. 2009). I proto se rozšiřuje řada odborníků, kteří se zabývají vzděláváním talentovaných dětí. Vznikají také soukromé školy, které se specializují na vzdělávání nadaných žáků.

Tématem této diplomové práce jsou žáci nadaní na matematiku na prvním stupni základních škol. Volbu vhodných edukačních metod a správnou identifikaci lze považovat za klíčovou, chceme-li podporovat nadané. Podíváme se, jakým způsobem pracují s nadanými žáky v klasických třídách základních škol a v třídách výběrových.

Cílem mé diplomové práce je porovnat práci učitelů s nadanými žáky na základní škole a na škole s výběrovými třídami. A dalším cílem je vlastní sestavení sborníku matematických činností a her, které podporují tvořivé myšlení, tvůrčí činnost a představivost žáků.

Teoretická část je zaměřena na celkovou charakteristiku nadaných žáků. Popsání jednotlivých forem, modelů nadání. V další části je také obsažena problematika vzdělávání talentovaných jedinců.

V praktické části je pozornost věnována sborníku matematických příkladů s názorným řešením. Některé úlohy jsou doplněny možnými modifikacemi zadání, různými metodami řešení, které nám pomohou odhalit matematické vlohy žáků. V další části je výběr úloh řešený žáky různých škol a vyhodnocení úspěšnosti řešení. V poslední kapitole praktické části je porovnání přístupu ke vzdělávání nadaných žáků

2 TEORETICKÁ ČÁST

2.1 NADÁNÍ

2.1.1 Vymezení pojmů

Pojmy talent a vysoké nadání bývají často užívané jako synonyma. Dle Mönkse (2000, str. 29) někteří pedagogové však dané pojmy rozlišují. „Vysoké nadání“ označuje mimořádné nadání ve více oblastech, zatímco „talent“ užijeme u jedince, který vyniká pouze v jedné oblasti (např. v matematice).

Gagné (in Machů, 2006) uvádí i další možnosti rozlišení pojmů nadání a talent. „Nadání“ se dají označit vrozené schopnosti, naopak „talent“ jsou dovednosti získané vlivem okolí. Můžeme se však setkat i s dvouslovným označením „ nadání a talent“.

Profesorka Joan Freeman (dostupné z: www.talent-nadani.cz, dne 4. 4. 2009), která založila mezinárodní společnost pro nadání a talent - ECHA, vysvětluje nadání takto: „Vysoce nadaní jsou ti, kteří buď vykazují mimořádně vysokou úroveň své činnosti, ať už v celém spektru nebo v omezené oblasti, nebo ti, jejichž potenciál ještě nebyl pomocí testů ani experty rozpoznán. Je rozdíl mezi zjevným nadáním dětí, nebo adolescentů a dospělých. Nadání dětí je obvykle vnímáno jako rychlejší vývoj v porovnání s jejich vrstevníky, nadání dospělých je spatřováno ve vysoké úrovni činnosti, založené na mnohaleté usilovné práci ve zvolené oblasti. Nadání se může týkat současně více oblastí, např. intelektu, umění, tvořivosti, pohybových a sociálních dovedností, nebo může být omezeno na jednu či dvě z nich.“

2.1.2 Modely nadání

Kromě slovních definic nadání existují také modely nadání, které slouží ke znázornění skutečných souvislostí a mnohdy dokážou lépe a přehledněji vystihnout vlastní podstatu nadání.

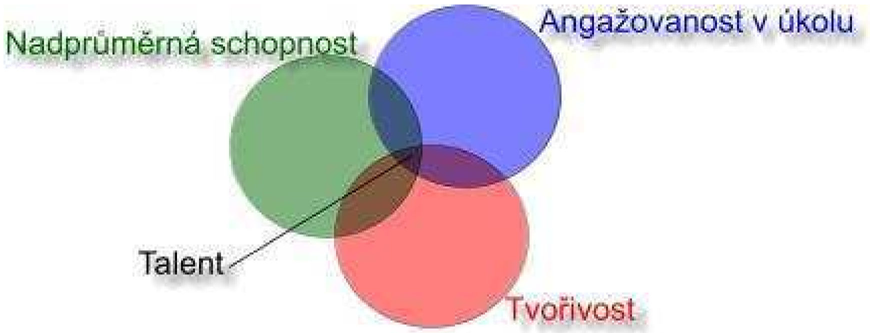
Mönks (2002) uvádí čtyři základní výkladová pojetí vysvětlující nadání:

- **Modely založené na schopnostech –** vycházejí z předpokladu, že duševní schopnosti lze zjistit již v raném věku a po zbytek života se příliš nemění.
- **Modely kognitivních složek –** zaměřují se spíše na procesy zpracování informací. Jaký je rozdíl v přijímání a zpracování informací vysoce nadaných dětí a dětí průměrně nadaných.
- **Modely orientované na výkon –** zabývají se rozdíly mezi vlohami a realizací vloh. Ne všechny vlohy jsou převedeny do výkonů. Vlohy jsou však předpokladem, aby někdo podal vynikající výkon.
- **Sociokulturně orientované modely –** vycházejí z předpokladu, že vysoké nadání se může realizovat jen za vhodného spolupůsobení individuálních a sociálních faktorů.

Machů (2006) představuje vícefaktorové modely, které ovlivnily teoretické i praktické zkoumání intelektových a neintelektových schopností. Tyto modely nahrazují v některých literaturách definice nadání.

Renzulliho tříkruhová koncepce nadání.

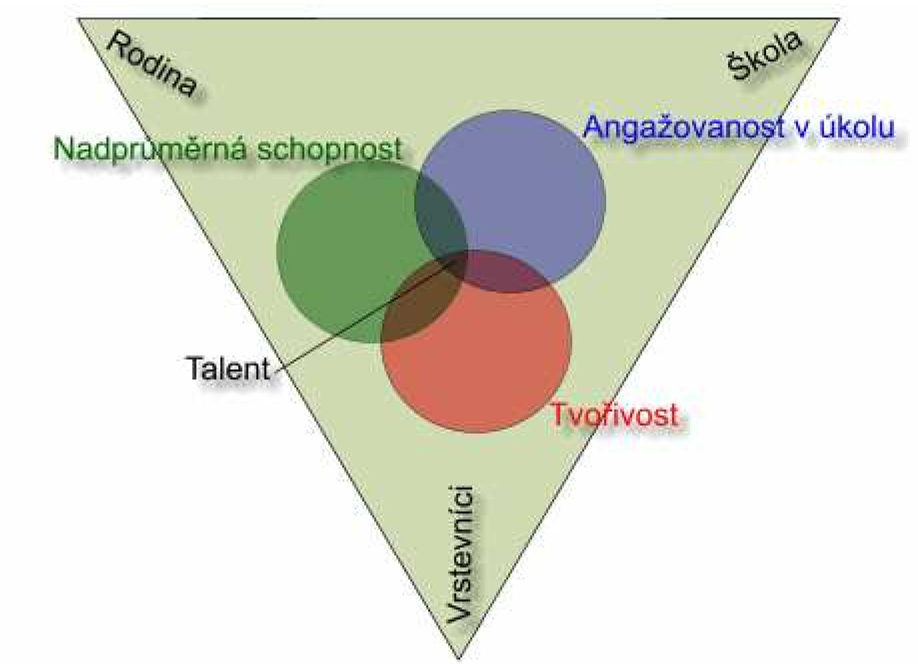
Renzulliho tříkruhová koncepce nadání je jednou z nejužívanějších a nejznámějších modelů. Nadáním označuje tři složky, jimiž jsou nadprůměrná schopnost, zaujetí pro úkol a tvořivost, ve vzájemné interakci.



Obr. 1 Renzulliho „model 3 kruhů“

Mönksův „vícefaktorový model nadání“.

Mönksův model nadání vychází z Renzulliho modelu. Individuální faktory však doplnil o nový faktor – sociální prostředí, kam patří rodina, škola a přátelé. Vysoké nadání tedy můžeme označit pouze tehdy, zapadá-li do sebe všech šest faktorů



Obr. 2 Mönksův „vícefaktorový model nadání“

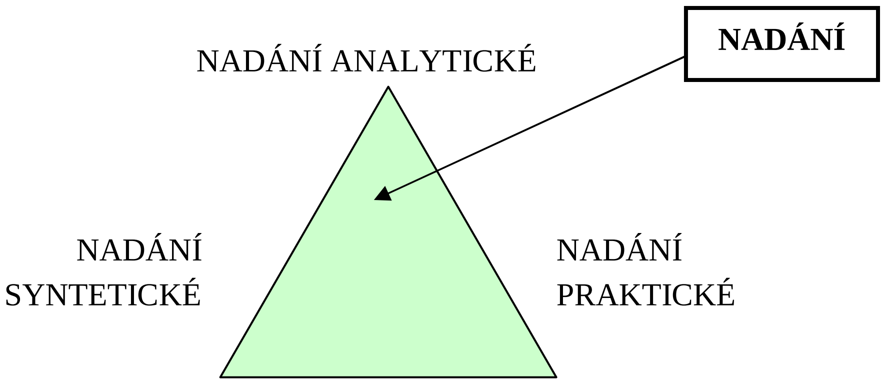
Sternbergův „triarchický model nadání“.

Psycholog Sternberg nesouhlasil s objektivitou měření IQ inteligenčními testy. „Sternberg popisuje inteligenci jako schopnost učit se ze zkušenosti, dobře uvažovat, pamatovat si podstatné informace a dobře zvládat požadavky každodenního života.“ (Machů, 2006, str. 11)

Definuje tři druhy nadání, ale úspěchu může být dosaženo pouze tehdy, jsou-li všechny tyto složky vyvážené.

Druhy nadání:

- Analytické nadání – pomáhá nám rozebrat problém a porozumět jeho částem. Analytické nadání se projevuje při řešení klasických inteligenčních testů.
- Syntetické nadání – je označováno u jedinců, kteří se dobře adaptují v nových situacích.
- Praktické nadání – je zapojení analytických a syntetických schopností do praxe.



Obr. 3 Sternbergův triarchický model nadáni

Gagného „diferencovaný model nadání a talentu“.

„Gagné definuje nadání jako přirozenou schopnost podávat nadprůměrné výkony v jedné či více oblastech a talent jako schopnost rozvinutou, získanou systematickou průpravou.“ (Machů, 2006, str. 11)

Nadání rozlišuje do čtyř skupin:

- Intelektové
- Tvořivé
- Socioafektivní
- Senzomotorické

nadání:	***katalyzátory***	***talent:***
intelektové	– prostředí	akademický
	fyzikální	
	rodinné	
tvořivé	kulturní	technický
	sociální	
	náhodné události…	
socioafektivní		umělecký
	– individuality	
	fyzické charakteristiky	
senzomotorické	psychické charakteristiky...	intrapersonální
		sportovní

Obr. 4 Gagného diferencovaný model nadání a talentu (zjednodušený)

2.1.3 Druhy nadání

Nadání se může projevovat v různých lidských činnostech. Řada autorů proto rozlišuje několik druhů nadání.

Machů (2006, str. 12) rozdělila nadání do základních oblastí, v kterých se může projevit:

Intelektové schopnosti – zahrnují obecné verbální, početní, prostorové, paměťové schopnosti a faktory uvažování v rámci základních mentálních funkcí.

Specifické akademické vlohy – jsou uskutečňovány intelektovými schopnostmi ve specifických oblastech (matematické nadání).

Kreativní nadání – jedinec disponuje kreativním přístupem k práci, flexibilním myšlením, schopností dobrého úsudku a vysokým stupněm originality.

Vědecké schopnosti – jsou realizovány intelektovými a kreativními schopnostmi. Můžeme je dále dělit na technické, matematické, jazykové nadání. Jedinec má schopnosti využívat vědeckých metod.

Vůdcovství ve společnosti – tito jedinci mívají dobré organizační schopnosti, jsou schopni vést kvalitní komunikaci.

Mechanické schopnosti – jsou spojené s talentem v umění, vědě a strojírenství.

Talent v krásném umění – zde můžeme zahrnout oblasti jako výtvarné umění, taneční, hudební, či herecké.

Psychomotorická schopnost – projevuje se dobrou koordinací těla, zahrnuje nadání na různé druhy sportů.

Mezi jednotlivými druhy talentů není jasná hranice, naopak se vzájemně doplňují a ovlivňují.

2.2 Charakteristika nadaných

Každé dítě je jedinečná a specifická osobnost. Vědci se však snaží najít společné znaky, vlastnosti, které nadané děti spojují.

Již u kojenců se podle odborníků mohou objevovat první známky nadání. Objevují se především rozdíly v aktivitě a soustředění pozornosti. Další oblastí, kde můžeme pozorovat známky nadání, je rozvoj řeči. Nadané děti často začínají mluvit později, ale velmi rychle se naučí mluvit úplné a gramaticky správné věty (Mönks 2000). V předškolním věku jsou tyto děti velmi zvídavé, chtivé po učení.

Uveďme nyní základní charakteristiky, kterými se mohou vyznačovat nadaní jedinci. Zpracováno dle Machů (2006) a Fořtíka (2007).

- Oblast jazyka a učení:
    - mají výbornou logickou paměť
    - rádi pomocí logického myšlení odhalují skryté souvislosti

- mají širší slovní zásobu než jejich vrstevníci
- rychleji a kvalitněji se učí, potřebují méně procvičování
- používají vyspělejší myšlenkové procesy
- lépe rozumí abstraktním pojmům než jejich vrstevníci a správně je používají
- vidí neobvyklé vztahy a souvislosti
- mají dobré rozpoznávací schopnosti
- dokážou rozlišit i nepatrné detaily
- ptají se na mnoho věcí, kladou velké množství otázek
- mají mnoho rozličných zálib a koníčku
- dokážou se dlouhodobě koncentrovat v oblastech svého zájmu
- umí číst s porozuměním již v předškolním věku
- mají v určitých oborech velké množství znalostí, které si rychle zapamatují, vybavují a bez obtíží aplikují

• Oblast psychomotorického vývoje a motivace:
  - jsou vnitřně motivovaní, vytrvalí, jdou za svým cílem
  - brzy chodí
  - vykazují ranou kontrolu jemné motoriky, například v psaní, vybarvování, či stavění předmětů
  - oplývají smyslem pro humor
  - mají neobvyklou smyslovou vnímavost
  - rádi se učí
  - jsou extrémně aktivní a cílevědomí

• Oblast psychosociálních charakteristik:
  - méně spí
  - efektivněji jednají s dospělými než s vrstevníky
  - uvědomují si vlastní odlišnost
  - neochotně se podřizují autoritě
  - mají rozvinutý cit pro morálku a spravedlnost

- neradi se podřizují pravidlům, nechtějí spolupracovat s ostatními
- intenzivně prožívají okolní dění, jsou přecitlivělí
- kladou sobě i ostatním vysoké požadavky

Vývoj nadaných dětí bývá až o 30% urychlený, než u běžného dítěte. Fořtík (2006, str. 23) uvádí příklad vývojových mezníků:

Vývojové mezníky	Normální vývoj	O 30% předčasný
Hrubá motorika		
Otočí se, převrátí	3 měsíce	2,1 měsíce
Samo sedí	7	4,9
Dobře stojí, samo	11	7,7
Samo chodí	12,5	8,8
Vyjde schody	18	12,6
Otočí stránky v knize	18	12,6
Dobře běhá	24	16,8
Skáče na obou nohách	30	21
Jezdí na tříkolce s použitím pedálů	36	25,2
Hází balón	48	33,6
Poskakuje se střídáním nohou	60	42
Jemná motorika		
Hraje si s chrastítkem	3	2,1
Drží předměty mezi palcem a ukazovákem	9	6,3
Spontánně čmárá	13	9,1
Nakreslí postavu se dvěma částmi těla	48	33,6
Nakreslí rozeznatelnou osobu s tělem	60	42
Nakreslí osobu s krkem, rukama a oblečením	72	50,4
Rozvoj jazyka		
Řekne první slovo	7,9	5,5

Reaguje na jméno	9	6,3
Breptá s intonací	12	8,4
Slovní zásoba 4-6 slov	15	10,5
Jména předmětů	17,8	12,5
Slovní zásoba 20 slov	21	14,7
Spontánně kombinuje několik slov	21	14,7
Používá jednoduché věty	24	16,8
Používá osobní zájmena	24	16,8

2.3 Diagnostika nadaných žáků

Pouhé charakteristiky nám k identifikaci nadaných nestačí. Odborníci poukazují, jak důležité může být diagnostikování nadaných ještě před vstupem do základní školy. Nadaným se pak bude dostávat větší podpora v rozvíjení jejich talentu a zároveň se zabrání jevům jako „podvýkonost“, cože je rozdíl mezi potenciálem a aktuálním podávaným výkonem. (Fořtík, 2007)

Metody identifikace můžeme rozdělit na objektivní a subjektivní. (Zpracováno podle Fořtíka 2007 a Machů 2006.)

2.3.1 Objektivní metody

- IQ testy

Jsou považovány za jedny z nejpřesnějších identifikátorů. Mohou je používat pouze psychologové, což může způsobovat určité potíže ve využití. Použitím inteligenčních testů však ověřujeme pouze přítomnost intelektového nadání. V těchto typech testů se setkáváme například s úlohami, které vyžadují zapamatování si určitých prvků, či pochopení logických vztahů mezi nimi.

- Standardizované testy výkonu

U toho typu testů se měří nejen výkon, ale také oblast koncentrace pozornosti, motivace k učení aj.

- Didaktické testy

Jsou rozšířené u pedagogů v zahraničí. Mohou to být vstupní, či výstupní testy znalostí a dovedností, na jejichž základě se dají porovnávat výsledky žáků jednotlivých škol.

- Testy kreativity

Využívají opět psychologové, ale v upravené verzi s nimi mohou pracovat i učitelé. Tento typ testů se hodí pro žáky, jejichž výjimečný talent se ve školní výuce neprojevuje. Tyto testy se zaměřují na tvořivé schopnosti jedince, rozmanitost, či originalitu nápadů. Při hodnocení těchto testů se klade důraz na počet řešení, jejich kvalitu a originálnost.

2.3.2 Subjektivní metody

- Nominace skupinou učitelů

Tato metoda identifikace je objektivnější, než nominace jedním učitelem. Identifikace probíhá dotazníkovou metodou a je vhodná minimálně pro pět nezaujatých učitelů.

- Nominace spolužáky

Je důležité vyhýbat se zaujatým informacím. Spolužáci mohou pomoci vidět jedince i z jiné perspektivy.

- Rodičovská nominace

Někteří učitelé tuto metodu zpochybňují, ovšem rodiče si všímají nejen učebních, ale i osobnostních charakteristik dětí. Dotváří komplexní obrázek o dítěti.

- Vlastní navržení

Žák má za úkol sám sebe definovat, nebo popsat jak si myslí, že se může nadání projevovat, jak se nadaný člověk může cítit. Velmi důležitý je vztah jedince a dospělého, který nám lépe pomůže proniknout do charakteru, postojů, či názorů jedince.

- Hodnocení výsledků

Tato metoda patří mezi velmi osvědčené. Je dobré zaznamenávat a uschovávat veškeré produkty práce. Při následující analýze lze objevit druh schopností jedince a nadále sledovat, zda se nadání stále rozvíjí.

- Zapojení do soutěží

Soutěž je dobrou příležitostí pro nadané děti utkat se a porovnat své síly s vrstevníky.

2.3.3 Identifikace nadaných

Ani jedna z metod však není univerzální. Obě dvě jsou v procesu identifikace důležité a dohromady vytváří celkový obraz o jedinci. Odborníci se shodují, že proces diagnostiky by měl vždy obsahovat více šetření.

Davis a Rimmová (in Machů, 2006) navrhují čtyři stádia identifikace

1. <u>Navržení na základě výsledků testů</u>. Mezi tyto testy patří standardizovaný inteligenční, nebo výkonnostní test.
2. <u>Navržení učitelem.</u> Po prvním kroku by měla následovat konzultace s učitelem, který žáka dobře zná.
3. <u>Alternativní cesty.</u> Do této fáze spadá nominace dalších blízkých osob, nebo samotným sledovaným dítětem. Zde stačí, když se např. žák sám přihlásí do nějaké soutěže, či olympiády, bez motivace okolí. Může být použit test kreativity, alternativní psychofyziologické měření, rozbor žákovských prací aj.

4. Závěrečný krok. Do této fáze spadají návrhy ostatních učitelů. Je to fáze ubezpečení správnosti určení nadání dítěte.

Při identifikaci nadaných můžeme narazit na problém rozlišení nadaných a bystrých žáků. Cvetkovič-Lay (in Machů, 2006) uvádí tyto rozdíly:

Bystré dítě	**Nadané dítě**
Zná odpovědi.	Klade otázky.
Zajímá se.	Je zvědavé.
Má dobré nápady.	Má neobvyklé nápady.
Odpovídá na otázky.	Zajímá se o detaily, rozpracovává, dokončuje.
Je vůdcem skupiny.	Je samostatné, často pracuje samo.
Se zájmem naslouchá.	Projevuje silné emoce, přitom naslouchá.
Lehce se učí.	Všechno již ví.
Je oblíbené u vrstevníků.	Více mu vyhovuje společnost starších dětí a dospělých.
Chápe významy.	Samostatně vyvozuje závěry.
Vymýšlí úkoly a úspěšně je řeší.	Iniciuje projekty.
Přijímá úkoly a poslušně je vykonává.	Úkoly přijímá kriticky, dělá jen to, co ho baví.
Přesně kopíruje algoritmy úloh.	Vytváří nová řešení.
Dobře se cítí ve škole, školce.	Dobře se cítí při učení.
Přijímá informace, vstřebává je.	Využívá informace, hledá nové možnosti aplikace.
Dobře si pamatuje.	Kvalitně usuzuje.
Je vytrvalé při sledování.	Velmi pozorně sleduje.
Je spokojené se svým učením a výsledky.	Je velmi sebekritické.

Cvetkovič-Lay (in Machů, 2006, str. 28)

2.4 Vzdělávání talentovaných žáků

Při vzdělávání nadaných musíme věnovat pozornost, jakou variantu zvolíme z hlediska obsahu vzdělávání i z hlediska organizační formy. Podle obsahu vzdělávání rozlišujeme dvě základní možnosti – akcelerační (urychlující) variantu a enrichment (obohacující) variantu.

2.4.1 Akcelerační varianta

Cílem akcelerace je urychlený postup ve vzdělávání. Většinou dochází ke zkrácení obvyklé délky vzdělávání v určitém předmětu. Dochází tedy ke zrychlení pracovního tempa výuky, případně vynechání učební látky, kterou má jedinec již osvojenou. Tímto se můžeme vyhnout stereotypnímu opakování naučené látky. Jestliže žákovi dáme možnost pracovat na úrovni svých schopností, nebude se ve vyučování nudit, a zároveň bude zvyšovat produktivitu své práce. Renzulli (in Mönks, 2002) uvádí jako formu urychlení tzv. „stlačování učební látky“. Žák si v ušetřeném čase zasluhuje dělat něco jiného. Rychlé tempo má být odměněno obohacením standardní výukové látky. Stanley (in Hříbková 2007) zjistil, že tato metoda se nejvíce hodí pro žáky nadané v oblasti matematiky.

Hříbková (2007, str. 56) uvádí různé organizační formy, které podporují akceleraci. Mezi nejznámější patří:

- Předčasný nástup do školy.
- Nástup do druhého ročníku základní školy.
- Přeskakování ročníků.
- Ukončení výuky daného předmětu za kratší dobu.
- Docházka na výuku v určitém předmětu na vyšší stupeň školy.
- Výuka podle individuálního vzdělávacího plánu.
- Systém volitelných předmětů.

„Velmi častou organizační formou u akcelerační varianty je vyčlenění intelektově nadaných do speciálních tříd nebo škol pro nadané. Segregace intelektově nadaných od ostatní populace žáků pak maximálně umožňuje urychlování výuky díky rychlému učebnímu tempu a vysokému intelektovému potenciálu nadaných.“ (Hříbková, 2007, str. 56). Mönks (2002) tuto formu nazývá tzv. „rychlíkovými třídami“.

Tato metoda má své zastánce i své odpůrce. V šedesátých letech se v USA poukázalo na nedostatky akcelerace. Urychlení školní výuky probíhalo na úkor fyzické, sociální a emoční nezralosti. To se později projevilo hlavně v oblasti kontaktu se staršími spolužáky, kteří akceleraci neabsolvovali. (Hříbková, 2007)

Na druhou stranu Mönks (2002) poukazuje, že nadané děti si samy vyhledávají starší přátele, často i o několik let. Mají přátele na stejné vývojové úrovni, nikoli stejného věku. Styk s vývojově rovnými je důležitý pro sociální a emocionální potřeby. Zdůrazňuje také důsledky, jaké mohou nastat, když nadaný jedinec zůstane v ročníkové třídě a jeho intelektuální potřeby nejsou rozvíjeny.

Zkušenosti s touto formou urychlování měly u nás do nedávné doby pouze gymnázia. V roce 2007 vznikla v Praze první specializovaná soukromá škola pro nadané děti Cesta k úspěchu.

2.4.2 Enrichment varianta

Podle Hříbkové (2007) cílem obohacující varianty není urychlit vzdělávání, ale věnovat maximální péči rozšíření, prohloubení a obohacení učiva. Nadaní žáci nepostupují v učení rychleji než ostatní, ale za stejnou dobu ve srovnání s ostatními spolužáky proberou stejné téma ve větší šíři, hloubce a podrobněji. Toto obsahové uspořádání se většinou realizuje v běžných třídách, kdy nadaní zůstávají ve svých kmenových třídách. Můžeme se setkat i označením integrace nadaných.

Mezi organizační formy a výukové metody, které jsou využívány touto variantou, patří:

- Samostatné studium

- Individuální studium
- Projektové vyučování
- Skupinové vyučování
- Účast na výuce ve vyšším ročníku
- Přítomnost pomocníka – konzultanta učitele ve třídách
- Systém volitelných předmětů

Výhodou této metody je každodenní kontakt jedince s běžnou populací. Má tedy možnost rozvíjet své sociální dovednosti v reálném sociálním prostředí. Jednoznačně od sebe oddělit obohacování a akceleraci není možné, obohacování může v určité oblasti akceleraci dotvářet. (Hříbková, 2007)

Začlenění nadaných do běžné třídy však klade vyšší požadavky na učitele. „Aby se dalo hovořit o účinné a plnohodnotné integraci, musí být zabezpečeno několik základních, občas těžce realizovatelných podmínek. Po dohodě s psychologem navrhnout způsob diagnostikování a rozvíjení nadání, obstarat kompetentní učitele, vypracovat alternativní učební plány, zaopatřit doplňkové učební pomůcky, navrhnout nový systém hodnocení nadaných žáků." (Machů, 2006, str. 33)

Jako další problém při obohacování se mohou jevit extra materiály, potřebné pro nadané žáky. Tyto materiály mohou být umístěny v knihovně, volně přístupné žákům. Musí mít souvislost s obsahem vyučovacích hodin a mohou sloužit též k motivaci.

Příkladem obohacených programů jsou víceletá gymnázia, speciální jazykové a matematické školy. Další možností obohacování jsou volnočasové programy pro nadané děti. Do této oblasti můžeme zahrnout exkurze, zapojení do soutěží, odpolední vzdělávací kluby, využívání informačních technologií, nebo zapojení externích odborníků do výuky.

2.4.3 Vzdělávání podle RVP

Matematika a její aplikace – charakteristika vzdělávací oblasti

„Vzdělávací oblast Matematika a její aplikace je v základním vzdělávání založena především na aktivních činnostech, které jsou typické pro práci s matematickými objekty a pro užití matematiky v reálných situacích. Poskytuje vědomosti a dovednosti potřebné v praktickém životě a umožňuje tak získávat matematickou gramotnost. Pro tuto svoji nezastupitelnou roli prolíná celým základním vzděláváním a vytváří předpoklady pro další úspěšné studium.“ (dostupné z: http://www.rvp.cz/soubor/RVPZV_2007-07.pdf, dne 11. 4. 2009)

Vzdělávání přikládá pozornost na důkladné porozumění základním myšlenkovým postupům a pojmům matematiky a jejich vzájemným vztahům.

Obsah oboru Matematika a její aplikace je rozdělen na čtyři tematické okruhy:

- *Čísla a početní operace*
- *Číslo a proměnná* – zde si žáci osvojují aritmetické operace
- *Závislosti, vztahy a práce s daty*
- *Geometrie v rovině a v prostoru*

Důležitou součástí matematického vzdělávání jsou *Nestandardní aplikační úlohy a problémy*, pro jejichž řešení je důležité logické myšlení. „Řešení logických úloh, jejichž obtížnost je závislá na míře rozumové vyspělosti žáků, posiluje vědomí žáka ve vlastní schopnosti logického uvažování a může podchytit i ty žáky, kteří jsou v matematice méně úspěšní.“ (dostupné z: http://www.rvp.cz/soubor/RVPZV_2007-07.pdf , dne 11. 4. 2009)

Možné úpravy způsobů výuky mimořádně nadaných žáků.

Při vzdělávání mimořádně nadaných žáků by výuka měla vycházet převážně z principů individualizace a vnitřní diferenciace.

Příklady pedagogicko-organizačních úprav:

- individuální vzdělávací plány;
- doplnění, rozšíření a prohloubení vzdělávacího obsahu;
- zadávání specifických úkolů;
- zapojení do samostatných a rozsáhlejších prací a projektů;
- vnitřní diferenciace žáků v některých předmětech;
- občasné (dočasné) vytváření skupin pro vybrané předměty s otevřenou možností volby na straně žáka;
- účast ve výuce některých předmětů se staršími žáky;

(dostupné z: http://www.rvp.cz/soubor/RVPZV_2007-07.pdf , dne 11. 4. 2009)

2.5 Matematické soutěže a olympiády

Jedním ze způsobů, jak motivovat žáky nadané na matematiku, jsou matematické soutěže a olympiády. Zde se žáci mohou utkat se sobě rovnými vrstevníky.

Mezi nejznámější soutěže, které jsou organizovány na prvním stupni základních škol, patří:

MATEMATICKÁ OLYMPIÁDA

Tato soutěž je určena pro žáky základních a středních škol. Jejím cílem je napomáhat vyhledávání talentovaných žáků. Organizátorem matematické olympiády je Ministerstvo školství, mládeže a tělovýchovy. Odborně ji zaštiťují Jednota českých matematiků a fyziků a také Matematický ústav Akademie věd ČR. Soutěž byla založena v letech 1951 – 1952. (dostupné z: http://www.math.muni.cz/~rvmo , dne 8. 4. 2008)

Matematická olympiáda je realizována každý rok a je rozdělena do jednotlivých kategorií a soutěžních kol.

Na základních školách má každý ročník od pátého až po devátý, vlastní sadu příkladů a vlastní výsledkové listiny. Pro žáky pátých až osmých ročníků je soutěž organizována ve dvou kolech (školní a okresní kolo). Pro žáky devátých ročníků je organizováno navíc i kolo krajské. V domácím kole dostane každý žák 6 úloh, které vyřeší doma a poté je učitel sám vyhodnotí. Zadané úlohy jsou zaměřené především na logický úsudek.

<u>KLOKAN</u>

Je matematická soutěž, která byla založena v roce 1980 v Austrálii. Později se rozšířila do zemí Evropy a dnes je organizována ve více než třiceti zemích světa. Od roku 1995 probíhá tato soutěž i v České republice. Pořadatelem KLOKANA u nás je Jednota českých matematiků a fyziků ve spolupráci s Katedrou matematiky PdF UP a Katedrou algebry a geometrie PřF UP v Olomouci.

Soutěž je rozdělena podle věku do pěti kategorií:

1. kategorie Klokánek (4. – 5. třída ZŠ)
2. kategorie Benjamín (6. – 7. třída ZŠ)
3. kategorie Kadet (8. – 9. třída ZŠ)
4. kategorie Junior (1. – 2. ročník SŠ)
5. kategorie Student (3. – 4. ročník SŠ)

Soutěž probíhá ve všech krajích republiky ve stejný den. Ve všech kategoriích mají soutěžící za úkol vyřešit 24 testových úloh, kde vždy vyberou jednu správnou odpověď z pěti nabízených možností. Úlohy jsou ohodnoceny podle obtížnosti za 3, 4 nebo 5 bodů. Za neoznačenou, či nevyřečenou úlohu dostávají řešitelé 0 bodů, ale za chybnou odpověď se jeden bod odčítá. Aby se předešlo záporným hodnotám, dostává každý řešitel na začátku 24 bodů. Kategorie, které se řeší na základních školách (Klokánek, Benjamín a Kadet) mají na vyřešení 60 minut, u zbylých dvou kategorií (Junior, a Student) je doba řešení 75 minut.

Od roku 2007 se soutěží i v kategorii Cvrček (2. a 3. ročník), která má méně úloh a řeší se pouze 45 minut.

„Hlavním úkolem Matematického klokana je především zvýšení zájmu o matematiku, snaha ukázat, že matematika není nezáživný vyučovací předmět. KLOKAN se snaží ukázat žákům zajímavé a netradiční úlohy, ať už svým obsahem či formou zadání. Úloha, která žáka zaujme svým obsahem, podněcuje žákovu aktivitu, tvořivou činnost a rozvíjí tak jeho myšlení. Právě takovéto úlohy, které žáka oslovují a motivují, KLOKAN nabízí. Také proto se stal velmi rychle u dětí na celém světě tak oblíbeným.“ (dostupné z:

http://class.pedf.cuni.cz/NewSUMA/Default.aspx?PorZobr=16&PolozkaID=-1&ClanekID=23, dne 8. 4. 2008)

3 PRAKTICKÁ ČÁST

Praktická část práce je rozdělena do několika částí. V první části je vytvořen sborník příkladů určený nadaným žákům na matematiku na prvním stupni základních škol.

Další část se týká vlastního vypracování vybraných úloh žáky a následné porovnání postupu řešení žáků odlišných škol.

Závěrečná část je zaměřena práci učitelů s nadanými žáky.

3.1 HYPOTÉZY

Na základě stanovených cílů a prostudované literatury byly stanoveny následující hypotetické předpoklady:

I. Nadaní žáci rádi řeší úlohy, u kterých musí pomocí logického myšlení odhalit skryté souvislosti.

II. Na matematiku jsou více nadaní chlapci než děvčata.

K ověření navržených hypotéz použijeme především analýzu pedagogických dokumentů. V našem případě se jedná o účelové dokumenty, kdy zadáme žákům samostatně vypracovat soubor úloh. Další metodou je přímé pozorování žáků při práci v hodinách matematiky.

3.2 SOUBOR ŘEŠENÝCH PŘÍKLADŮ

Při práci s nadanými žáky není vždy v učebnicích matematiky dostatek úloh, které by pro tyto žáky byly vhodné a dostatečně obtížné. Snažili jsme se proto pomocí různých zdrojů vytvořit soubor příkladů, které můžeme v hodinách matematiky využít. Tyto příklady nám zároveň mohou pomoci při identifikaci nadaných žáků ve třídě.

Úlohy jsou rozděleny podle jejich obsahu. Zařazení úloh není vždy jednoznačné, některé úlohy mohou být zařazeny do více kapitol. Každá kapitola obsahuje stručnou charakteristiku úloh, dále i upozornění na možné problémy, které se při řešení mohou vyskytnout.

Každá úloha je doplněna názorným řešením. Některé úlohy jsou obohaceny různými metodami řešení, které nadaní žáci mohou při řešení použít. Tyto úlohy jsou ve sborníku označeny žlutou žárovkou.

Obrázkem poznámkového bloku jsou označeny možnosti, jak s úlohou dále pracovat, jak úlohu ztížit, případně jak zadání úlohy obměnit.

3.2.1 Matematické rébusy

Tyto typy úloh rozvíjejí a prověřují logické myšlení, logickou úvahu. Číselné symboly bývají někdy nahrazeny obrázky, písmeny. Při řešení je vždy velmi důležité nalezení správného klíče, který vede k vyřešení zadaného problému.

Logické řady

1. Urči správný znak místo otazníku:

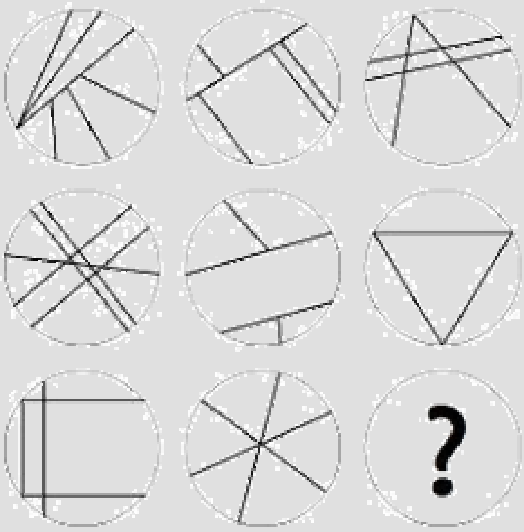
   ← → ↑ ↑ ↓ ? ← ↓ ↑ ↑ ← →

   [1]

Řešení:

Lze najít osu souměrnosti, podle které je seskupení znaků osově souměrné. Osa souměrnosti bude v polovině řady, mezi šestým a sedmým znakem. Na místě otazníku bude → .

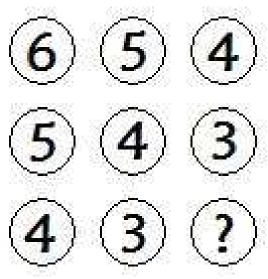
2. Popište, nebo rovnou nakreslete, co patří místo otazníku.



[11]

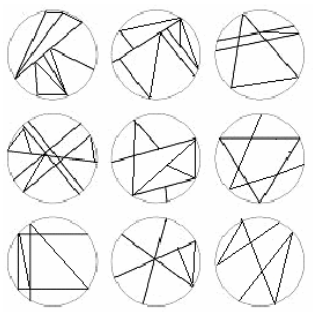
Řešení:

Po důkladném prohlédnutí koleček moc logiky v umístění úseček nenajdeme. Ovšem, když si úsečky spočítáme, zjistíme, že jejich počet postupně klesá. Počet úseček v jednotlivých obrázcích ukazuje následující obrázek.

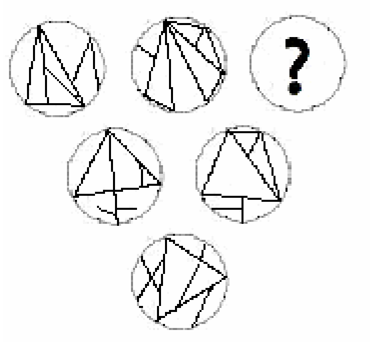


Místo otazníku patří do kola dvě úsečky. Zcela libovolně umístěné.

Žáci by se dále mohli pokusit upravit předchozí obrázky doplněním na trojúhelníky tak, aby platil původní – zadaný systém.



Složitější obměnou úlohy, by mohlo být nahrazení úseček rovinnými geometrickými obrazci a případným vytvořením jiného schématu.



V kolech jsou tentokrát umístěny trojúhelníky. V první řadě je schovaných 5 trojúhelníků, v prostřední řadě čtyři trojúhelníky a ve spodní pouze tři.

Místo otazníku se tedy musí doplnit 5 zcela libovolných trojúhelníků.

Algebrogramy

Algebrogramy jsou úlohy, kde ke správnému řešení dojdeme nahrazením písmen, případně jiných znaků číslicemi 0 – 9 (stejná písmena stejnými číslicemi), při zachování dané početní operace.

Při řešení jde v podstatě o nácvik a procvičení rovnic, respektive jejich soustav s více neznámými.

Složitost těchto rébusů roste s počtem cifer použitých čísel a případnými kombinacemi početních operací. Většinou platí, že je snadnější vyřešit algebrogramy s naznačeným sčítáním nebo odčítáním než algebrogramy, v jejichž zápise se vyskytuje násobení nebo dělení.

K řešení můžeme využít metody pokus-omyl. U složitějších zadání je to však velmi zdlouhavé, proto je dobré pokusit se na začátku řešení objevit nějaké logické závislosti naznačené početní operace a vhodnou pozici pro zahájení řešení problému.

3. V daném příkladu dosaď za písmenka číslice tak, aby v součtu platila rovnost.

$$\begin{array}{r} I\;D\;A \\ A\;D\;A \\ \underline{L\;A\;D\;A} \\ I\;R\;E\;N\;A \end{array}$$

[1]

Řešení:

Ve sloupci jednotek je stejné písmeno. Součet tří cifer musí mít v řádu jednotek opět stejnou cifru. Za písmeno A můžeme tedy doplnit pouze číslice 5 a 0.

$A = 0 \rightarrow$
$$\begin{array}{r} I\;D\;0 \\ 0\;D\;0 \\ \underline{L\;0\;D\;0} \\ I\;R\;E\;N\;0 \end{array}$$

$A = 5 \rightarrow$
$$\begin{array}{r} I\;D\;5 \\ 5\;D\;5 \\ \underline{L\;5\;D\;5} \\ I\;R\;E\;N\;5 \end{array}$$

Při doplnění 0 za písmeno A vyjde druhý sčítanec s 0 na začátku.

To již ale není trojmístné číslo, jak bylo zadáno.

I = 1→ Písmeno I může být nahrazeno pouze číslicí 1, protože i kdybychom za písmeno L doplnili nejvyšší možnou číslici (číslici 9), pak ve výsledku na místě desetitisíců dostaneme číslici jedna.

$$\begin{array}{ccccc} & & 1 & D & 5 \\ & & 5 & D & 5 \\ & L & 5 & D & 5 \\ \hline 1 & R & E & N & 5 \end{array}$$

Abychom ve výsledku dostali pětimístné číslo (jak máme v zadání), musíme za písmeno L dosadit 9.

$$\begin{array}{ccccc} & & 1 & D & 5 \\ & & 5 & D & 5 \\ & 9 & 5 & D & 5 \\ \hline 1 & R & E & N & 5 \end{array}$$

Za písmeno R nám nyní vychází číslice 0.

$$\begin{array}{ccccc} & & 1 & D & 5 \\ & & 5 & D & 5 \\ & 9 & 5 & D & 5 \\ \hline 1 & 0 & E & N & 5 \end{array}$$

Pokud sečteme číslice v řádu stovek všech sčítanců (1 + 5 + 5) dostaneme číslo 11. Ve výsledku však máme jiné písmeno, než které označuje 1 (písmeno I). Proto součet čísel pod písmenem D musí být větší než 9 (3 . 5 = 15).

Pokud D je rovno 4:

$$\begin{array}{ccccc} & & 1 & 4 & 5 \\ & & 5 & 4 & 5 \\ & 9 & 5 & 4 & 5 \\ \hline 1 & 0 & 2 & 3 & 5 \end{array}$$

Pokud D je rovno 6:

$$\begin{array}{ccccc} & & 1 & 6 & 5 \\ & & 5 & 6 & 5 \\ & 9 & 5 & 6 & 5 \\ \hline 1 & 0 & E & N & 5 \end{array}$$

N nemůže být rovno 9, devítku jsme již dosadili za písmeno L.

D je rovno 7:

$$\begin{array}{r} 175 \\ 575 \\ \underline{9575} \\ 10325 \end{array}$$

D je rovno 8:

$$\begin{array}{r} 1\ 8\ 5 \\ 5\ 8\ 5 \\ \underline{9\ 5\ 8\ 5} \\ 1\ 0\ E\ N\ 5 \end{array}$$

N nemůže být rovno 5 (5 už jsme dosadili místo písmene A).

Příklad má dvě správná řešení:

$$\begin{array}{r} 145 \\ 545 \\ \underline{9545} \\ 10235 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 175 \\ 575 \\ \underline{9575} \\ 10325 \end{array}$$

4. V následujícím algebrogramu zaměňte písmena za číslice tak, abyste obdrželi rovnosti. Stejná písmena zaměňte stejnými číslicemi, různá písmena různými číslicemi.

$$M \;.\; A = T - E = M : A = T : I = K - A$$

[3]

Řešení:

V zadání vidíme, že výraz $M \;.\; A = M : A$. To splňuje pouze číslice 1, kterou dosadíme za písmeno A $\rightarrow$ $M \;.\; 1 = M : 1$.

Z výrazu $T : I$ zjistíme, že T musí být dělitelné nějakým jiným číslem různým od 1.

Za T tedy můžeme dosadit 9, 8, 6 nebo 4.

- T = 9

  $T : I = 9 : 3 = 3 \rightarrow I = 3$

  $M \;.\; A = 3 \rightarrow M = 3$.....písmena M a I musí být různá, proto $T \neq 9$

- $T = 8$

  $T : I = 8 : 4 = 2$

  $T : I = 8 : 2 = 4$

  $I = 2 \rightarrow T : I = 8 : 2 = 4$

  $T - E = 4 \rightarrow E = 4$

  $M . A = 4 \rightarrow M = 4$........písmena M a E musí být různá, proto $I \neq 2$

  $I = 4 \rightarrow T : I = 8 : 4 = 2$

  $T - E = 2 \rightarrow E = 6$

  $M . 1 = 8 - 6 = M : 1 = 8 : 4 = K - 1$

  Nyní dopočítáme tak, aby součet všech jednotlivých příkladů byl 2.

  $2 . 1 = 8 - 6 = 2 : 1 = 8 : 4 = 3 - 1$

- $T = 6$

  $T : I = 6 : 3 = 2$

  $T : I = 6 : 2 = 3$

  $I = 3 \rightarrow T : I = 6 : 3 = 2$

  $K - A = 2 \rightarrow K = 3 \quad K \neq I \rightarrow I \neq 3$

  $I = 2 \rightarrow T : I = 6 : 2 = 3$

  $T - E = 3 \rightarrow E = 3$

  $M . A = 3 \rightarrow M = 3 \quad M \neq E \rightarrow I \neq 2$

  » $T \neq 6$

- $T = 4$

  $T : I = 4 : 2 = 2 \rightarrow I = 2$

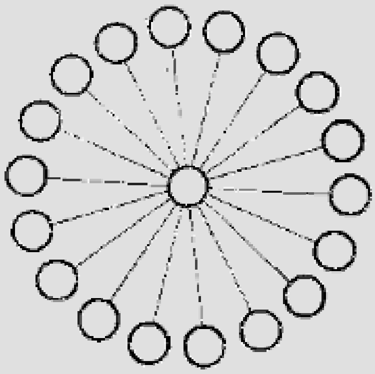
  $T - E = 2 \rightarrow E = 2 \quad I \neq E \rightarrow T \neq 4$

Úloha má jediné řešení:

$2 . 1 = 8 - 6 = 2 : 1 = 8 : 4 = 3 - 1$

Hry s čísly

5. Vepište do 19 kroužků uvedených na obrázku všechna čísla od 1 do 19 tak, aby součet čísel v libovolných třech kroužcích ležících na jedné přímce byl 30.

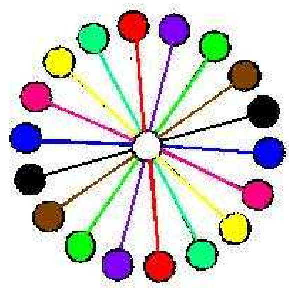


[5]

Řešení:

Čísel na doplnění máme 19.

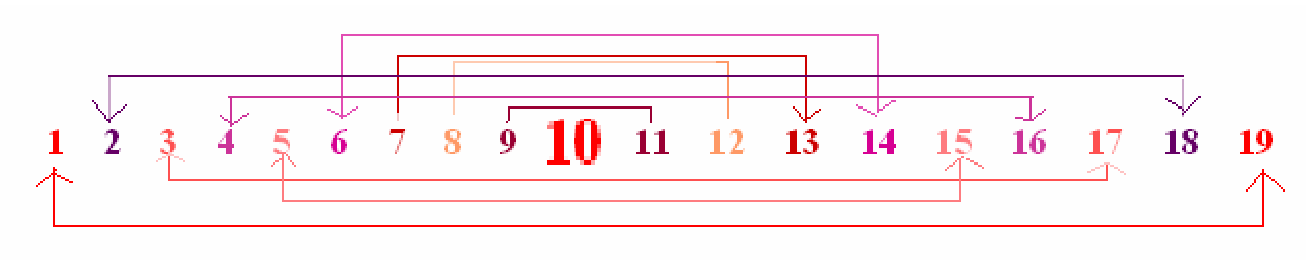
Číslo doplněné uprostřed je pro všechny součty stejné.



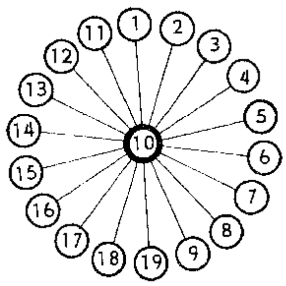
Součet čísel v kroužcích stejné barvy musí být vždy stejný, proto sčítáme čísla, která jsou na protilehlých pozicích zadané číselné řady (1 + 19, 2 + 18, 3 + 17 ...).

Uprostřed číselné řády 1 – 19 je číslo 10, které doplníme do společného kroužku.

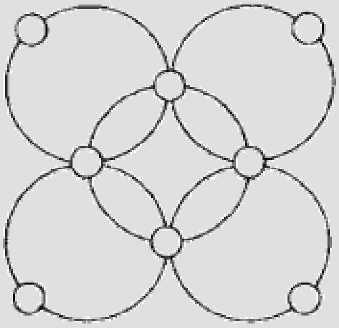
Pro názornost si čísla můžeme doplnit na číselnou osu:



Výsledné doplnění čísel vypadá takto:



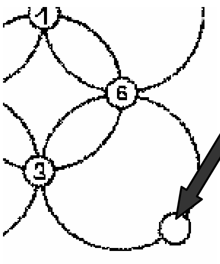
6. Rozmístěte všechna přirozená čísla od 1 do 8 do malých kroužků na obrázku tak, aby součet čísel v každém kruhu byl 12.



[3]

Řešení:

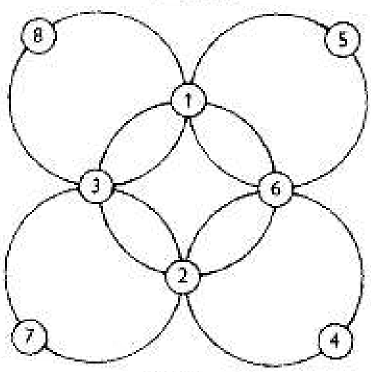
Součet čísel ve všech kruzích musí být dvanáct. Nejdříve vyplňujeme čísla do kruhu uprostřed. Zde, na rozdíl od ostatních kruhů, doplňujeme do čtyř kroužků, proto budeme doplňovat čísla co nejmenší. 1, 2, 3 (1 + 2 + 3 = 6) Součet čísel v kruhu musí být 12, proto posledním číslem, které doplníme, je 6 (12 – 6 = 6). Vedle čísla 6 musíme doplnit jedničku a dvojku (protože číslo 6 je z dané čtveřice největší) proto, aby nám vycházely součty v ostatních kruzích.



6 + 3 = 9

Součet čísel v kruhu musí být 12, proto 12 – 9 = 3. Trojku ale doplnit nemůžeme, protože jsme ji do obrázku již dopsali.

Zbylá čísla dopočítáme.



7. Do prázdných okýnek vepiš čísla 1, 2, 3, 4, 5 tak, aby se v každém řádku, v každém sloupci a v obou úhlopříčkách vyskytovalo každé číslo právě jednou.

[1]

3	5	2		
		1		
				3

Řešení:

Při řešení postupujeme od nejvíce zaplněných řádků. Ze zadání víme, že každé číslo se v každém řádku, sloupci i v úhlopříčkách smí vyskytovat pouze jednou.

Do prvního řádku nám zbývá doplnit pouze čísla 1 a 4. 1 nemůže být v pravém rohu, protože na úhlopříčce již 1 je.

3	5	2	1	4
		1		
				3

Dále můžeme doplnit úhlopříčku a poté číslo 3.

3	5	2	1	4
			3	
		1		
	2			**3**
5				

3	5	2	1	4
			3	
	3	1		
	2			**3**
5		3		

Nyní doplníme druhou úhlopříčku a poté celou tabulku.

3	5	2	1	4
	4		3	
	3	1		
	2		5	3
5		3		2

3	5	2	1	4
2	4	5	3	1
4	3	1	2	5
1	2	4	5	3
5	1	3	4	2

Čísla a číslice

8. Napiš největší a nejmenší trojciferné číslo, máš-li k dispozici číslice 0, 2, 7, 8, 9.

   a) číslice se nesmí opakovat

   b) číslice se mohou opakovat

[6]

Řešení:

a) největší: 987, nejmenší: 207

b) největší: 999, nejmenší: 200

9. Utvořte a zapište všechna trojciferná čísla, která mají ciferný součet 5. Např. ciferný součet čísla 723 je 7 + 2 + 3 = 12, ciferný součet čísla 605 je 6 + 0 + 5 = 11.

[3]

Řešení:

Čísla, jejichž ciferný součet je 5, se mohou skládat pouze z číslic: 1, 1, 3
1, 2, 2
3, 2, 0
4, 1, 0
5, 0, 0

Výsledná trojciferná čísla: 113, 131, 311, 122, 212, 221, 230, 320, 302, 203, 401, 410, 104, 140, 500.

10. Vyjádřete čísla 6, 7, 8, 9 a 10 ve tvaru číselných výrazů pomocí dvou dvojek a dvou trojek bez použití závorek, s využitím početních operací **+** ; **-** ; **.** ; **:** .

[3]

<u>Řešení</u>:

U některých čísel máme více možností:

<u>6</u>

$6 = 3 + 3 - 2 + 2$

<u>7</u>

$7 = 3 + 3 + 2 : 2$

$7 = 2 . 3 + 3 - 2$

<u>8</u>

$8 = 3 . 3 - 2 : 2$

<u>9</u>

$9 = 3 . 3 + 2 - 2$

$9 = 2 . 2 . 3 - 3$

<u>10</u>

$10 = 3 + 3 + 2 + 2$

$10 = 3 . 3 + 2 : 2$

$10 = 3 + 3 + 2 . 2$

11. Vyjádři čísla 19, 99, 80 pomocí čtyř devítek. Použij k tomu matematických operací (+), (-), (.), (:).

[3]

<u>Řešení</u>:

Rozepíšeme si všechny možné operace:

$9 + 9 = 18$

$9 - 9 = 0$

$9 . 9 = 81$

$9 : 9 = 1$

$19 = 18 + 1 = 9 + 9 + 9 : 9$

$80 = 81 - 1 = 9 . 9 - 9 : 9$

$99 = 81 + 18 = 9 . 9 + 9 + 9$

další metodou řešení je metoda pokus- omyl

12. Myslím si čtyřciferné číslo. Poradím ti, že součet prvních dvou číslic je 3, součet posledních dvou číslic je 7 a součet prostředního dvojčíslí lze dělit čtyřmi beze zbytku. Jaké si myslím číslo? Najdi všechny možnosti.

[11]

Řešení:

Součet prvních dvou číslic je roven 3. Můžeme tam tedy dosadit dvojice číslic: 1 2

2 1

3 0

Součet prostředních dvou číslic musí být beze zbytku dělitelný 4. Máme tedy tyto možnosti:

možnosti:	122_	213_	304_
	126_	217_	308_

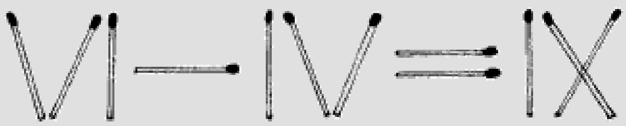
Součet posledních dvou číslic musí být 7.

Výsledná čtyřciferná čísla tedy jsou: 1225; 1261; 2134; 2170; 3043

3.2.2 Hry se zápalkami

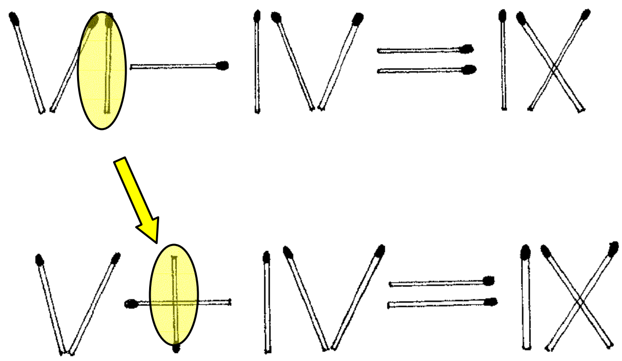
U sirkových úloh je obvykle třeba podle zadání přemístit určený počet sirek daným počtem tahů a získat tak novou podobu obrazce, rovnost rovnice či zadanou podobu zlomku.

1. Pomocí zápalek je vyjádřena nepravdivá rovnost. Přemístěte jednu zápalku tak, abyste získali pravdivou rovnost.

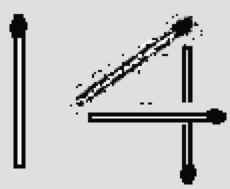


[3]

Řešení:

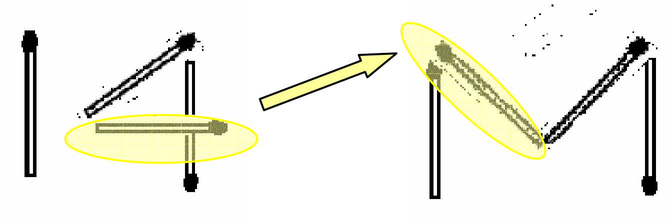


2. Na obrázku je ze zápalek vytvořeno číslo 14. Přemístěte jednu zápalku, abyste získali číslo tisíc.



[3]

Řešení:

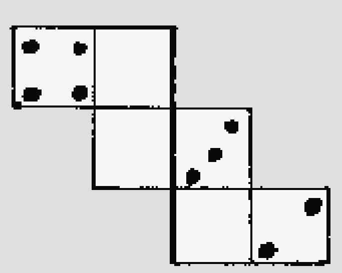


3.2.3 Hry s kostkami

Zde si žáci rozvíjejí logické uvažování, kombinační myšlení, představivost.

Základem je správně si představit síť krychle a poté doplnit prázdné stěny podle zadání.

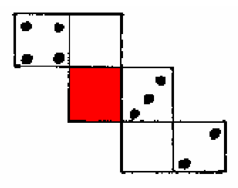
1. Doplňte chybějící oka na síti hrací kostky na obr. tak, aby se součet bodů protilehlých stěn kostky rovnal 7. Na směru teček u jednotlivých stran nezáleží.



[3]

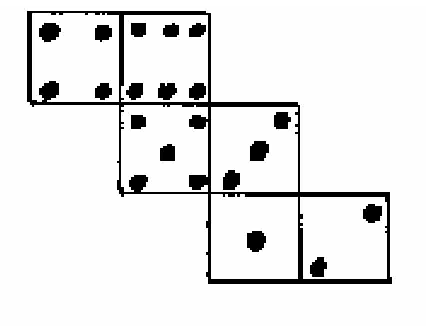
Řešení:

Zvolíme si jednu stěnu jako přední a doplníme tečky, aby součet protilehlých stěn byl sedm.

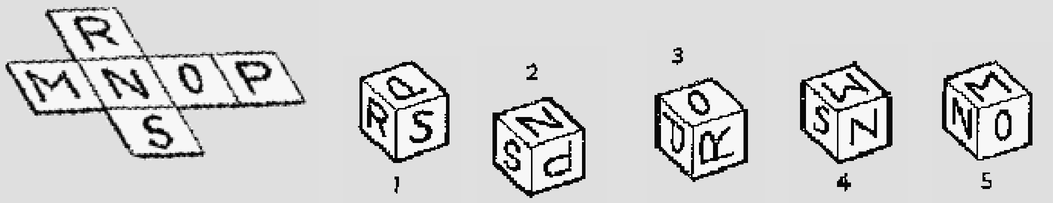


Naproti stěně se dvěma tečkami- to znamená v přední (červené) stěně musí být pět teček.

Do posledních dvou stěn nám zbývají 1 a 6.



2. Která hrací kostka odpovídá plášti kostky na obrázku?

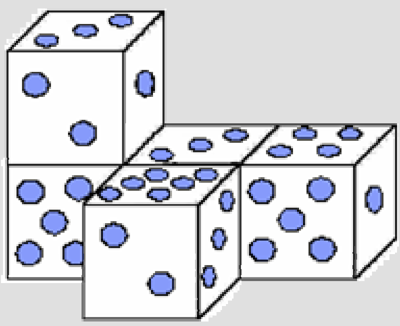


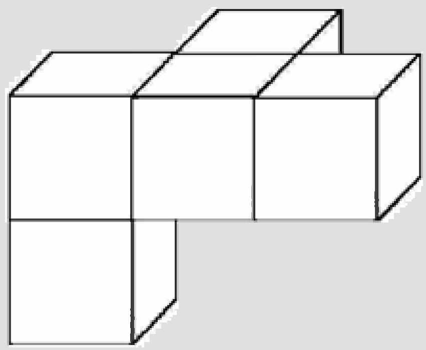
[5]

Řešení:

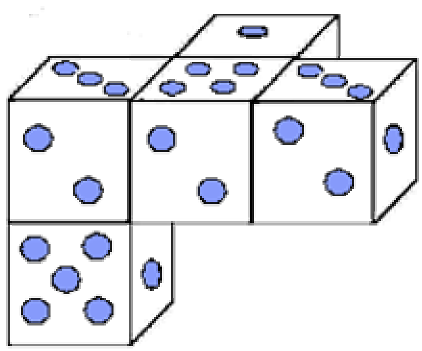
hrací kostka číslo 3.

3. Dokresli oka. Z pěti hracích kostek bylo slepeno těleso, které vidíte na obrázku a). Hrací kostky byly slepeny vždy podél stěn, které měly stejné počty ok. Na obrázku b) je toto těleso nakresleno z jiného pohledu. Dokreslete oka na viditelných stěnách hracích kostek.

A) 

B) 

Řešení:



3.2.4 Logické úlohy

U tohoto typu úloh mají žáci za úkol pomocí logického úsudku vyvodit závěr z předloženého předpokladu. Velmi důležité je věnovat velkou pozornost zadání.
Žáci si cvičí hlavně logické uvažování ale i základní početní dovednosti.

13. Čtyři sourozenci Alenka, Pavlík, Helenka a Jiřík, mají různé tělesné výšky. Seřaď sourozence podle velikosti od nejvyššího po nejmenší, když víš, že: Pavlík je menší než obě holčičky. Nejvyšší z nich není Helenka. Helenka je vyšší než Alenka.

[1]

Řešení:

Víme, že Pavlík je menší než obě holčičky.

Helenka je vyšší než Alenka.

A také víme, že Helenka není největší.

Na obrázcích vidíme, že jediný kdo může být větší, než Helenka je Jiřík. Další pořadí dětí již vidíme na předchozích obrázcích.

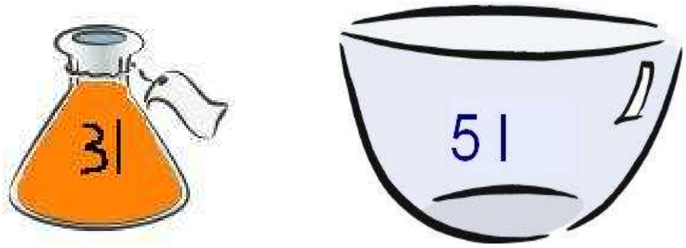
Pořadí dětí od nejvyššího po nejmenšího je Jiřík, Helenka, Alenka a Pavlík.

14. Maminka potřebuje na zavařování odměřit přesně 4 litry vody. Má však jen třílitrovou a pětilitrovou nádobu. Jak pomocí těchto nádob odměří přesně 4 litry vody?

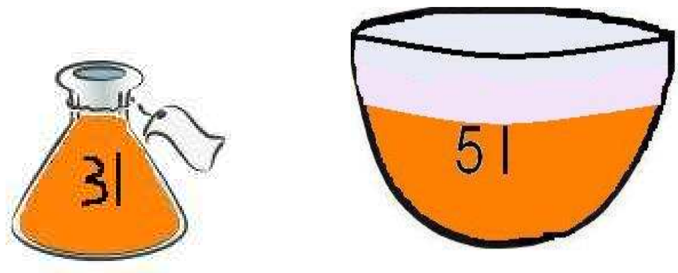
[2]

<u>Řešení</u>:

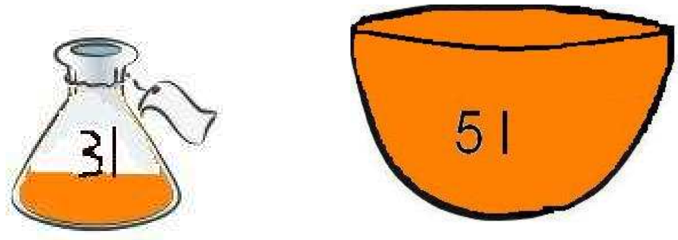
Maminka nejdříve naplní 3l nádobu, kterou přelije do 5l.



Opět naplní 3l nádobu a vodu dolije do 5l nádoby.



Tam už se ale nyní vejdou pouze 2l, 1l nám zůstane v třílitrové nádobě.



Maminka vyprázdní pětilitrovou nádobu, přelije do ní 1l plus další 3l. V pětilitrové nádobě má potřebné 4 litry.

Jiný způsob přelívání:

Maminka nejdříve naplní pětilitrovou nádobu. Přelije ji to třílitrové nádoby. Zbylé 2l, opět přelije do vyprázdněné třílitrové nádoby. Opět naplní pětilitrovou nádobu a doplní třílitrovou nádobu. Nyní už se tam vejde pouze litr. V pětilitrové nádobě nám zůstanou 4 litry.

Další metoda řešení:

Zápisem do tabulky:

	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.
3l	3	0	3	1	0	3	0
5l	0	3	3	5	1	1	4

Do tabulky zapisujeme, kolik máme v které nádobě litrů vody. Nádobu mohu celou naplnit, nebo naopak vyprázdnit a přelít do druhé nádoby. Čísly v horním řádku tabulky jsou označeny jednotlivé kroky, kterými postupujeme k vyřešení úlohy.

15. Pan Kazda byl na rekreaci ubytován v hotelu Modrý lev. Za svého pobytu v něm utratil tolik korun, kolik je možné vyjádřit zápisem pomocí římských číslic, která jsou obsažena v názvu hotelu (sled číslic v názvu neměňte).
 Kolik korun pan Kazda utratil?

[3]

Řešení:

Římské číslice - I (1), V (5), X (10), L (50), C (100), D (500), M (1 000).

Název hotelu - M O D R Ý L E V

M + D + L+ V

MDLV = 1 000 + 500 + 50 + 5 = 1 555

Pan Kazda utratil 1 555 korun.

Žáci vymyslí jednoslovný název hotelu, ve kterém by pan Kazda za svůj pobyt utratil největší sumu peněz (stejným způsobem, jako v původním zadání) a naopak název hotelu, ve kterém by ho pobyt stál co nejméně peněz.

16. Král se rozhodl rozdělit stádo svých velbloudů mezi svých pět synů. Velbloudů bylo víc než 50, ale méně než 60. Nejmladšímu dal nejméně velbloudů, staršímu o tři více, ještě staršímu o 3 více a tak dál. Kolik dostal každý syn?

[4]

Řešení:

Součet velbloudů je minimálně 50.

Král měl pět synů.

Naším úkolem je najít čísla, která jsou větší než 50, menší než 60 a jsou dělitelná pěti (5 synů).

- 50 : 5 = 10

  Prostřední syn dostane 10 velbloudů, druhý nejmladší o tři méně – 7, nejmladší o další tři méně tedy 4. Postup je stejný pro všechny různé počty velbloudů.
- 55 : 5 = 10
- 60 : 5 = 10

Počet velbloudů	Prostřední (třetí) syn	První syn	Druhý syn	Čtvrtý syn	Pátý syn
50	10	16	13	7	4
51	-	-	-	-	-
52	-	-	-	-	-
53	-	-	-	-	-
54	-	-	-	-	-
55	11	17	14	8	5
56	-	-	-	-	-
57	-	-	-	-	-
58	-	-	-	-	-
59	-	-	-	-	-
60	12	18	15	9	6

Z tabulky vidíme, že král měl tři možnosti, jak rozdělit velbloudy mezi své syny. Možnosti závisí na počtu velbloudů v královském stádu.

Dalším způsobem řešení je metoda pokus-omyl:

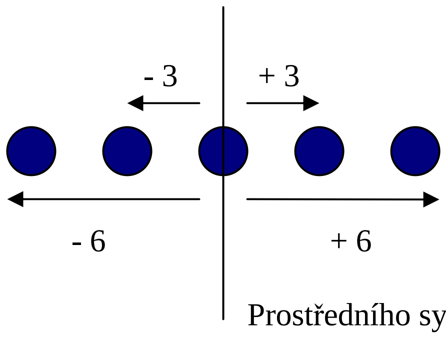
Na začátku předpokládáme, že nejmladší syn dostane 1 velblouda.

1. syn	2. syn	3. syn	4. syn	5. syn	Celkem velbloudů
1	4	7	10	13	35
2	5	8	11	14	40
3	6	9	12	15	45
4	7	10	13	16	50
5	8	11	14	17	55
6	9	12	15	18	60

Ze zadání víme, že královo stádo má počet velbloudů mezi 50 a 60. Proto v tabulce nás zajímají pouze řádky s celkovým počtem velbloudů mezi 50 a 60 kusy.

Další metoda řešení:

schéma:



Prostředního syna považujeme za základ, od kterého dopočítáme počty velbloudů dalších sourozenců.

3.2.5 Aritmetické příklady

U tohoto typu příkladů využívají žáci osvojených matematických operací. Velmi důležité je důkladně si přečíst a pochopit zadání úlohy. Vybrat, jaké údaje jsou pro vyřešení podstatné a jakou početní operaci využít pro zjištění výsledku.

1. Tři bratři si rozdělili 198 korun takto: Robert dostal jednu třetinu, třetinu zbytku získal Bořík a Celestýn obdržel polovinu téhož zbytku peněz. Navíc bratrům ještě zbylo na čtyři čokolády. Kolik stála jedna čokoláda?

   [6]

<u>Řešení:</u>

Nejdříve určíme, kolik peněz dostal Robert........................198:3 = 66

Bořík získal třetinu zbylých peněz....................................132:3 = 44

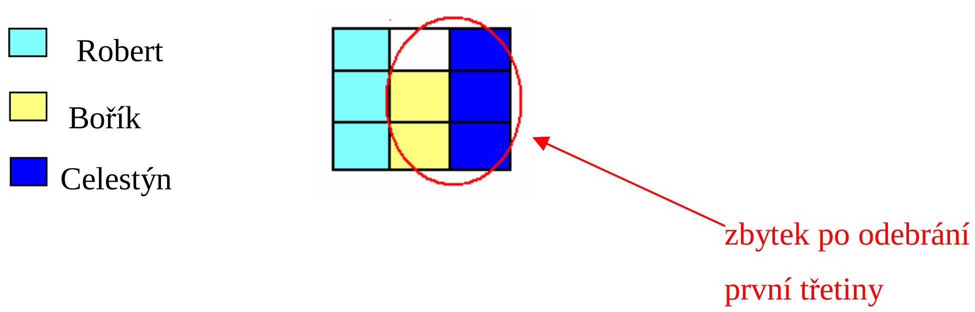
Celestýn obdržel polovinu zbylých peněz..........................132:2 = 66

198 - (66 + 44 + 66) = 22

Čtyři čokolády stály 22 korun. Jedna čokoláda tedy stála 5,50 Kč.

Další metoda řešení:

Pomocí obrázku vyjádříme jednotlivé části, které bratři dostali.



198 : 9 = 22

Robert...........22 . 3 = 66

Bořík.............22 . 2 = 44

Celestýn........22 . 3 = 66

4 čokolády....22 . 1 = 22 Kč.....jedna čokoláda: 22 : 4 = 5,50 Kč

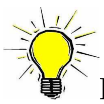
2. Housenka leze vzhůru po desetimetrovém stromě. Přes den vyleze 4 m nahoru, ale v noci sklouzne 3m dolů. Který den bude na vrcholu stromu? [7]

Řešení:

Jednotlivé dny si zapisujeme do tabulky.

DEN	VYLEZE	SKLOUZNE NA
1	4m	1m
2	5m	2m
3	6m	3m
4	7m	4m
5	8m	5m
6	9m	6m
7	10m	

Housenka vyleze na vrchol 7. den.



Housenka každý den vyleze 4 metry, a sklouzne 3 metry. Každý den se tedy posune o 1 metr. Poslední den však dosáhne zadaných 10 metrů a o 3 metry dolů už sklouznout nestihne:

10 – 4 = 6 – po šest dnů se housenka každý den vždy sveze o 3 metry níž, takže šestý den se dostane na 6 metrů.

Sedmý den již dosáhne desíti metrové hranice (6 + 4 = 10).

3. Zuzanka jela s rodiči autem na návštěvu k babičce. Všimla si, že na tachometru je symetrické číslo 23932. Takové číslo vypadá zepředu i zezadu stejně. Další symetrické číslo se na tachometru objevilo až po dvou hodinách jízdy. Kolik kilometrů přejeli za ty dvě hodiny?

[1]

Řešení:

Další symetrické číslo získáme zvětšením prostřední číslice. Nejbližší symetrické číslo je 24042.

24042- 23932 = 110   Ujeli 110 kilometrů.

4. Na zahradě pobíhá stejné množství králíků a slepic. Sečteme-li všechny jejich nohy, získáme součet 30. Kolik je na zahradě slepic a kolik králíků?

[6]

Řešení:

Králík má 4 nohy, slepice 2 nohy.

1 slepice… 30 – 2 = 28… 28 : 4 = 7

2 slepice… 30 – 4 = 26… 26 : 4 = 6,5

3 slepice… 30 – 6 = 24… 24 : 4 = 6

4 slepice… 30 – 8 = 22… 22 : 4 = 5,5

5 slepic… 30 – 10 = 20… 20 : 4 = 5........ stejné množství je pouze tady

6 slepic… 30 – 12 = 18… 18 : 4 = 4,5

7 slepic… 30 – 14 = 16… 16 : 4 = 4

8 slepic… 30 – 16 = 14… 14 : 4 = 4,5

9 slepic… 30 – 18 = 12… 12 : 4 = 3

Na zahradě pobíhá 5 králíků a 5 slepic.

Slepic a králíků je na dvoře stejné množství. Dohromady má jedna slepice a jeden králík 6 (4 + 2) nohou.

30 : 6 = 5

Na dvoře pobíhá 5 dvojic (králík a slepice). Na dvoře je 5 králíků a 5 slepic.

5. Doplň znaménka, aby platily rovnosti:

5 5 5 5 = 9

5 5 5 5 = 15

[6]

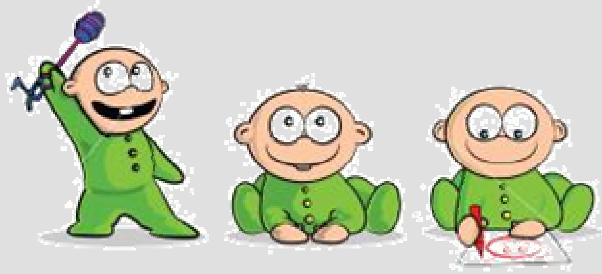
Řešení:

U této úlohy je důležité uvědomit si, že násobení a dělení má předost před sčítáním a odčítáním.

5 + 5 - 5 : 5 = 9

5 . 5 - 5 - 5 = 15

6. Trojčata právě oslavila své třetí narozeniny. Za pět let bude součet jejich věků roven dnešnímu stáří jejich matky. Kolik let bude jejich matce za pět let?



[8]

Řešení:

Za pět let bude každému z trojčat 8 let. Součet jejich věků bude činit 24. V té době bude i jejich matce o pět let více, tedy 29 let.

7. Od té doby, co sedmihlavý drak začal jíst ovesné vločky, vzrostla jejich spotřeba v království na dvojnásobek. Dnes už drak sežral 36 kg vloček, což je celodenní spotřeba pro tři z jeho hlav. Jak velká je tedy denní spotřeba vloček v království?
Pozn.: Každá hlava sežere denně stejné množství vloček.

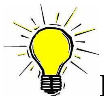
[9]

Řešení:

Jestliže tři drakovy hlavy spotřebují 36 kg vloček za den, spotřebuje jedna jeho hlava 36 : 3 = 12 kg vloček za den.

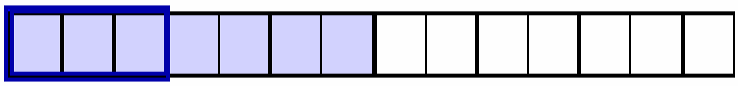
Drak, stejně jako lidé v království, spotřebuje denně 7 . 12 = 84 kg vloček.

Denní spotřeba vloček v království je tedy 2 . 84 = 168 kg.



Další metoda řešení:

Pomocí grafického znázornění:



denní spotřeba tří drakových hlav (36 : 3 = 12 spotřeba jedné hlavy)

spotřeba draka

spotřeba v království

Celková spotřeba v království: 14 . 12 = 168 kg.

8. Pozemek tvaru čtverce se stranou o délce 12 m chtěli vyměnit za pozemek obdélníkového tvaru stejného obsahu. Jaká může být délka a šířka nového pozemku? (Počítejte pouze s celými metry.)

[5]

Řešení:

Vypočítáme nejprve obsah čtvercové zahrady.

a = 12 m	S□ = a . a
S□ = ? m²	S = 12 . 12
	S = 144 m²

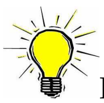
Obsah zahrady čtvercového tvaru je 144 m².

Obdélníková zahrada má mít stejný obsah, jako je obsah čtvercové zahrady - 144m².

Obsah obdélníku: S = a . b; Musíme nalézt taková dvě přirozená čísla, pro která platí, že se sobě nerovnají a jejich součin je roven 144.

a (m)	1	2	3	4	~~5~~	6	~~7~~	8	9
b (m)	144	72	48	36	~~28,8~~	24	~~20,58~~	18	16
S (m²)	144	144	144	144	144	144	144	144	144

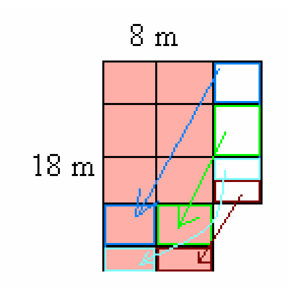
Obdélníková zahrada může mít následující rozměry: 1m a 144m, 2m a 72 m, 3m a 48m, 4m a 36m, 6m a 24m, 8m a 18m, 9m a 16m.

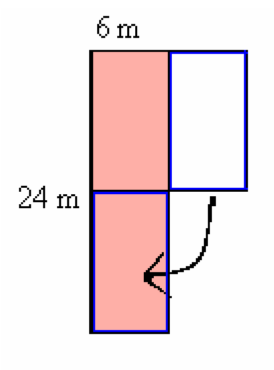


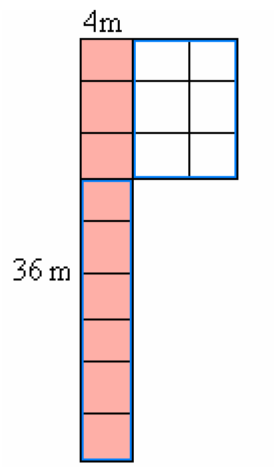
Další metoda řešení:8 m 18 m

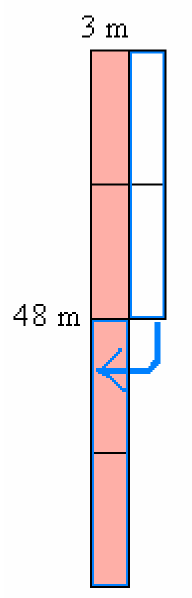
- pomocí nákresů:

  například:









3.2.6 Kombinatorické úlohy

Při řešení těchto úloh žáci využívají zejména svých úsudků, vytvářejí jednotlivé „kombinace“, které v dané situaci mohou nastat. Je dobré využít názorných obrázků, pro lepší představu o daném problému.

Velmi důležité je jednotlivé možnosti vytvářet systematicky, aby se na žádné nezapomnělo.

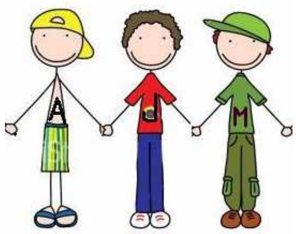
1. Tři dvojice sourozenců – Adam a Alena, Jirka a Jana, Marek a Marie potřebovali vytvořit soutěžní trojice tak, aby v žádné trojici nebyl sourozenecký pár. Kolik různých trojic mohli sourozenci sestavit?

[7]

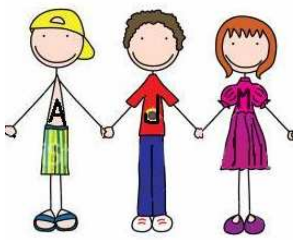
<u>Řešení</u>:

Postupně tvoříme jednotlivé soutěžní trojce.

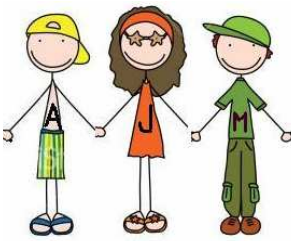
Adam, Jirka, Marek



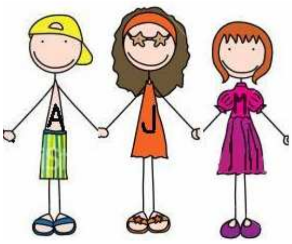
Adam, Jirka, Marie



Adam, Jana, Marek



Adam, Jana, Marie



Stejné 4 varianty jsou i s Alenkou na začátku (místo Adama):

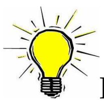
Alenka, Jirka, Marek

Alenka, Jirka, Marie

Alenka, Jana, Marek

Alenka, Jana, Marie

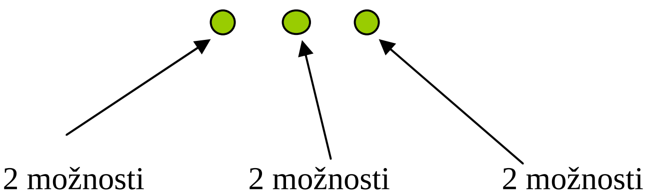
Sourozenci mohou sestavit 8 různých trojic.



Další metoda řešení:

S využitím kombinatorického pravidla součinu:

Máme za úkol vytvořit trojice, bez sourozeneckých párů.



2 . 2 . 2 = 8 možných trojic

2. V černém sáčku jsou dvě zelené, tři červené a čtyři černé kuličky. Kolik kuliček musíme nejméně ze sáčku vytáhnout, aniž bychom se na ně podívali, aby mezi nimi byla určitě aspoň jedna zelená kulička?

[7]

Řešení:

Předpokládáme, že nejdříve vytahujeme kuličky, které nechceme – tj. všechny červené a černé. Mezi 8 vytaženými kuličkami už musí určitě být alespoň jedna zelená.

3. Kolik různých trojciferných čísel můžeme sestavit pomocí cifer 4, 7, 8:

   a) cifry se mohou opakovat

   b) v zápisu čísla se každá cifra objevuje právě jednou.

Řešení:

a) – vyjmenováním všech možných trojciferných čísel

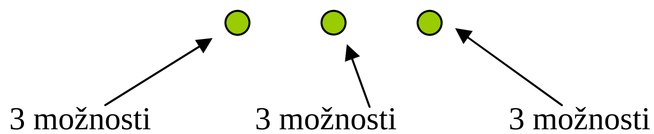
7-7-7	7-8-7	7-4-7
7-7-8	7-8-8	7-4-8
7-7-4	7-8-4	7-4-4

Stejné kombinace dostaneme i s ciframi 8 a 4 na začátku trojciferného čísla.

Celkem tedy můžeme vytvořit 9 . 3 = 27 trojciferných čísel.

– obsazováním jednotlivých pozic trojciferného čísla

Protože se zadané cifry mohou opakovat, můžeme na každou pozici doplnit všechny- tři cifry.



3 . 3 . 3 = 27 možných trojciferných čísel.

b) – vyjmenováním všech možností

7-8-4	8-4-7
7-4-8	4-8-7
8-7-4	4-7-8

– postupným obsazováním pozic _ _ _

3 možnosti 1 možnost

2 možnosti

3 . 2 . 1 = 6 možností

3.2.7 Úlohy řešené pomocí inverzních operací

U těchto úloh postupujeme při řešení od konce – od výsledku, pomocí opačných operací. Velmi důležité je věnovat pozornost zadání, abychom věděli, kdy které operace provést.

1. Myslím si číslo, když ho vynásobím třemi a k součinu přičtu 14, dostanu číslo 50. Jaké číslo jsem si myslel?

<u>Řešení:</u>

- řešíme od výsledku pomocí opačných operací:
  50 – 14 = 36; 36 : 3 = 12
  Neznámé číslo je 12.

- příklad můžeme vyřešit i pomocí rovnic. Neznámé číslo si označíme x a postupně provádíme zadané operace:
  $x \cdot 3 + 14 = 50 \quad / -14$
  $3x = 36 \quad / :3$
  $x = 12$

2. Myslím si číslo. Zvětším-li jeho dvojnásobek o polovinu, dostanu číslo 72. Které číslo jsem si myslel?

[6]

<u>Řešení:</u>

- polovina dvojnásobku nějakého čísla je to číslo samé. Zadané číslo musíme tedy třikrát zvětšit, abychom dostali číslo 72.
  72 : 3 = 24

- pomocí rovnice

  V rovnici si za x si označíme myšlené číslo, na které máme přijít.

  $$2x + x = 72$$
  $$x = 24$$

3. Myslím si číslo. Vynásobím ho samo sebou a výsledné číslo znovu vynásobím samo sebou. Nakonec od výsledku odečtu polovinu jeho hodnoty a získám tak číslo 8. Které číslo jsem myslel?

[6]

Řešení:

8 + 8 = 16

Číslo 16 potřebujeme zapsat jako součin dvou stejných čísel… 16 = 4 . 4

Číslo 4 musíme také zapsat jako součin dvou stejných čísel…… 4 = 2 . 2

Číslo, na které jsme na začátku mysleli, je číslo 2.

4. Za rok bude babičce sedmkrát víc, než její jedenáctileté vnučce. Kolik je babičce nyní?

Řešení:

Za rok bude vnučce 12 let.

12 . 7 = 84

84 – 1 = 83   Babičce je nyní 83 let.

5. Na místo hvězdiček doplň číslice, kromě 0. Číslice se mohou opakovat.

$$\begin{array}{r} 6*51 \\ 5**7 \\ \underline{*57*} \\ *2480 \end{array}$$

Řešení:

Při řešení postupujeme od jednotek pomocí inverzní operace – tedy odčítání.

```
  6 * 5 1     8          6 * 5 1
  5 * * 7                5 * 5 7
  * 5 7 2                * 5 7 2
* 2 4 8 0              * 2 4 8 0
```

- nyní máme více možností řešení:

součet těchto číslic musí být 18 (18 + 1 + 5 = 24)

```
  6 * 5 1
  5 * 5 7
  * 5 7 2
* 2 4 8 0
```

```
  6 9 5 1
  5 9 5 7
  9 5 7 2
2 2 4 8 0
```

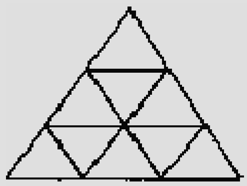
Případy, kde hvězdičky jsou nahrazeny písmeny a při dosazování za písmena se čísla nesmí opakovat, nazýváme algebrogramy. Ty jsou uvedeny v úvodu sborníku.

3.2.8 Geometrické úlohy

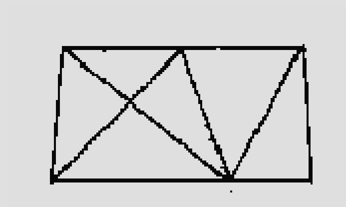
U geometrických úloh se setkáváme s geometrickými útvary. Tyto úlohy rozvíjí představivost, tvůrčí myšlení. Při řešení těchto úloh je důležité postupovat systematicky. Například při chaotickém počítání obrazců se nám snadno může stát, že nějaký přehlídneme.

1. Urči počet trojúhelníku v obrázcích.

a)



b)

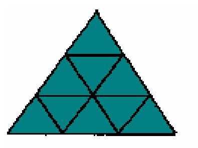


[1]

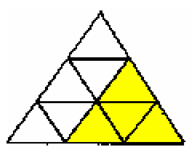
<u>Řešení</u>:

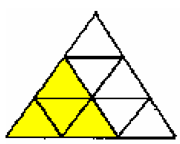
a) Při řešení si na začátku určíme, jakým systémem budeme postupovat. Například od největšího trojúhelníku k nejmenším.

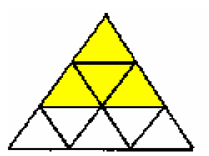
V obrázku vidíme 1 velký trojúhelník.



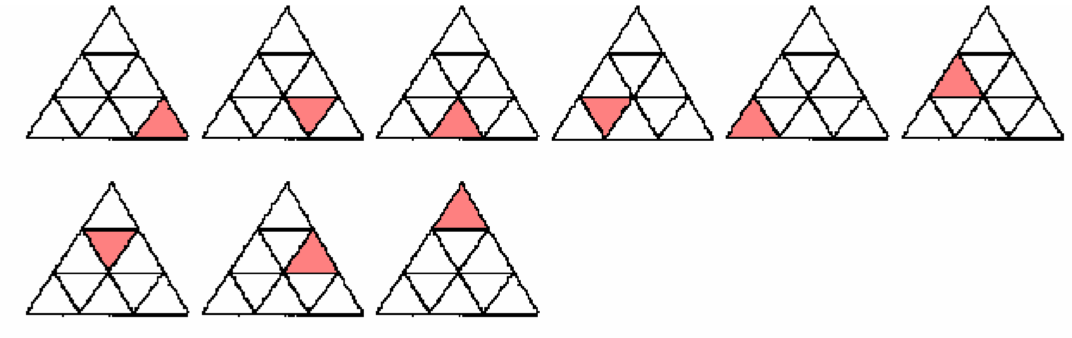
Tři trojúhelníky složené ze čtyř malých trojúhelníků.







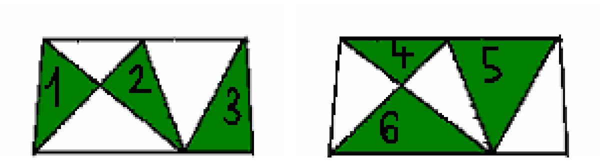
A devět malých trojúhelníků.



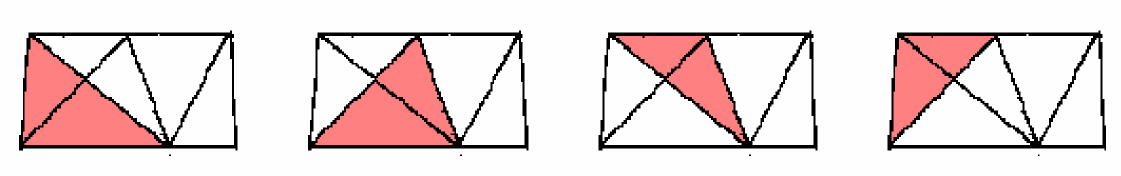
Na obrázku je jeden obrysový trojúhelník, 3 trojúhelníky složené ze čtyř malých trojúhelníků a 9 jednoduchých trojúhelníků.

Celkem je na obrázku 13 trojúhelníků.

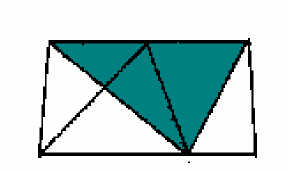
b) Na obrázku je 6 jednoduchých trojúhelníků.



4 trojúhelníky složené ze dvou.

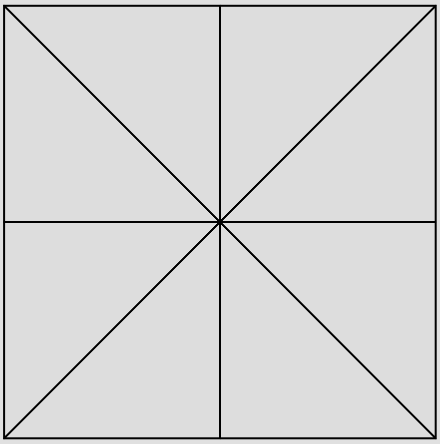


1 trojúhelník složený ze tří trojúhelníků.



Celkem je na obrázku 11 trojúhelníků.

2. Kolik je na obrázku obdélníků, čtverců a trojúhelníků?

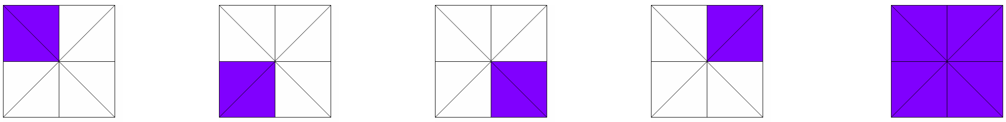


[4]

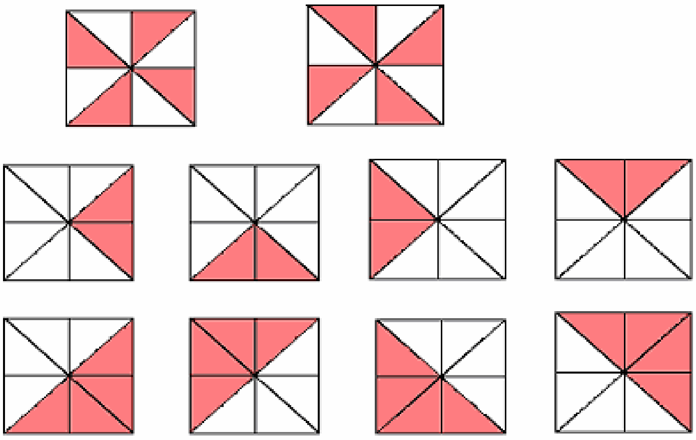
Řešení:

Obdélníky- 4

Čtverce- 5



Trojúhelníky- 16



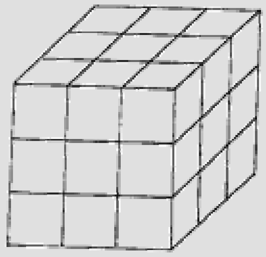
3. Krychle složená z 3 vrstev po 9 krychličkách byla namočena do barvy a poté rozřezána na jednotlivé krychličky. Urči:

Kolik krychliček mělo obarvené právě 3 stěny?

Kolik krychliček mělo obarvené právě 2 stěny?

Kolik krychliček mělo obarvené právě 1 stěnu?

Kolik krychliček nemělo obarvenou žádnou stěnu?



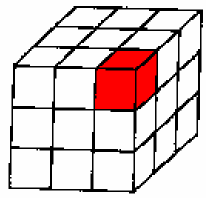
[1]

Řešení:

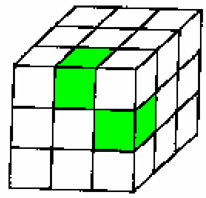
Tři stěny mají obarvené pouze krychličky u vrcholů krychle.

Krychle má 8 vrcholů.

Právě tři stěny jsou obarvené u 8 krychliček.

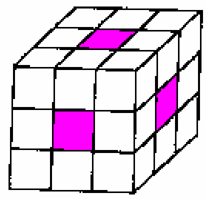


Dvě stěny mají obarvené ty krychličky, které tvoří hranu krychle, jsou součástí dvou sousedních stěn, ale nejsou vrcholy krychle. Krychle má 12 hran. Právě obarvené dvě stěny má 12 malých krychliček.



Jednu stěnu mají obarvené krychličky, které leží uprostřed stěny velké krychle. Krychle má 6 stěn.

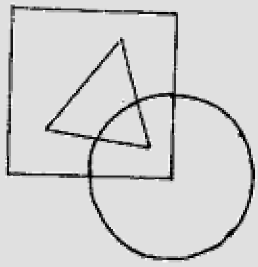
Právě jednu stěnu má obarvenou 6 krychliček.



Aby krychlička neměla obarvenou ani jednu stěnu, musí být uvnitř velké krychle.

Pouze jedna krychlička nemá obarvenou ani jednu stěnu.

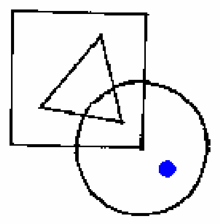
4. Do obrázku umísti celkem 6 teček tak, aby jich bylo pět ve čtverci, čtyři v kruhu a tři v trojúhelníku.



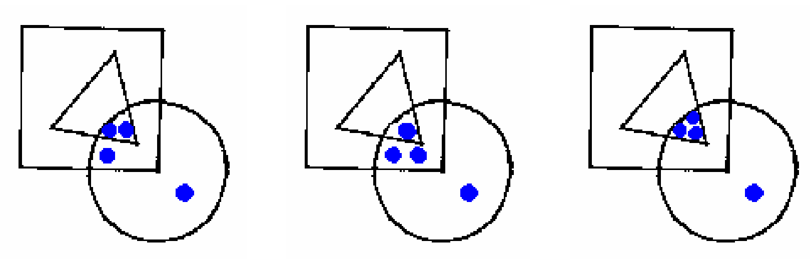
[1]

<u>Řešení:</u>

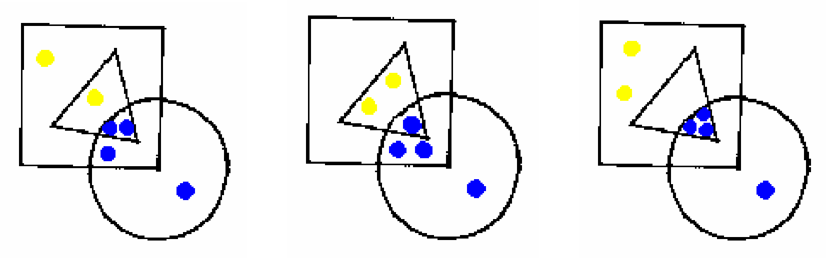
Do obrázku máme za úkol doplnit celkem 6 teček. Ve čtverci jich však má být pouze 5. Proto první tečku do kruhu mimo čtverec. Ostatních pět teček už musí být ve čtverci.



V kruhu mají být celkem 3 tečky. Tady už máme více možností kam tečky umístit.



V posledním kroku doplníme tečky do trojúhelníku a čtverce

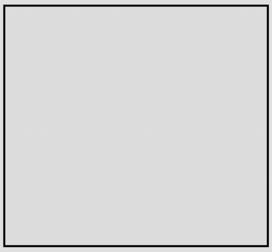


5. Rozděl čtverec pomocí úseček tak, aby v novém obrázku vzniklo celkem:

   a) 5 čtverců

   b) 7 čtverců

   c) 10 čtverců

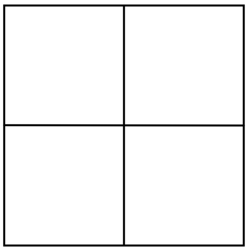


[10]

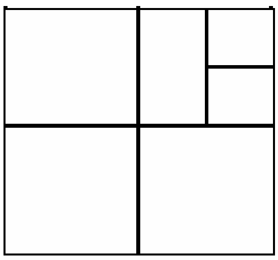
Řešení:

- musíme si uvědomit, že čtverec má všechny 4 strany stejně dlouhé
- při řešení nesmíme zapomenout na původní (zadaný čtverec)
- úloha má více správných řešení
- nejvhodnější metodou řešení je metoda pokus- omyl

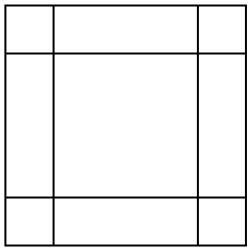
a)



b)

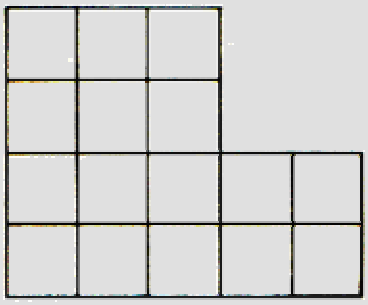


c)



u variant b) a c) je více řešení

6. Rozděl útvar, který vidíš na obrázku na 4 části tak, aby měly stejný tvar i velikost.



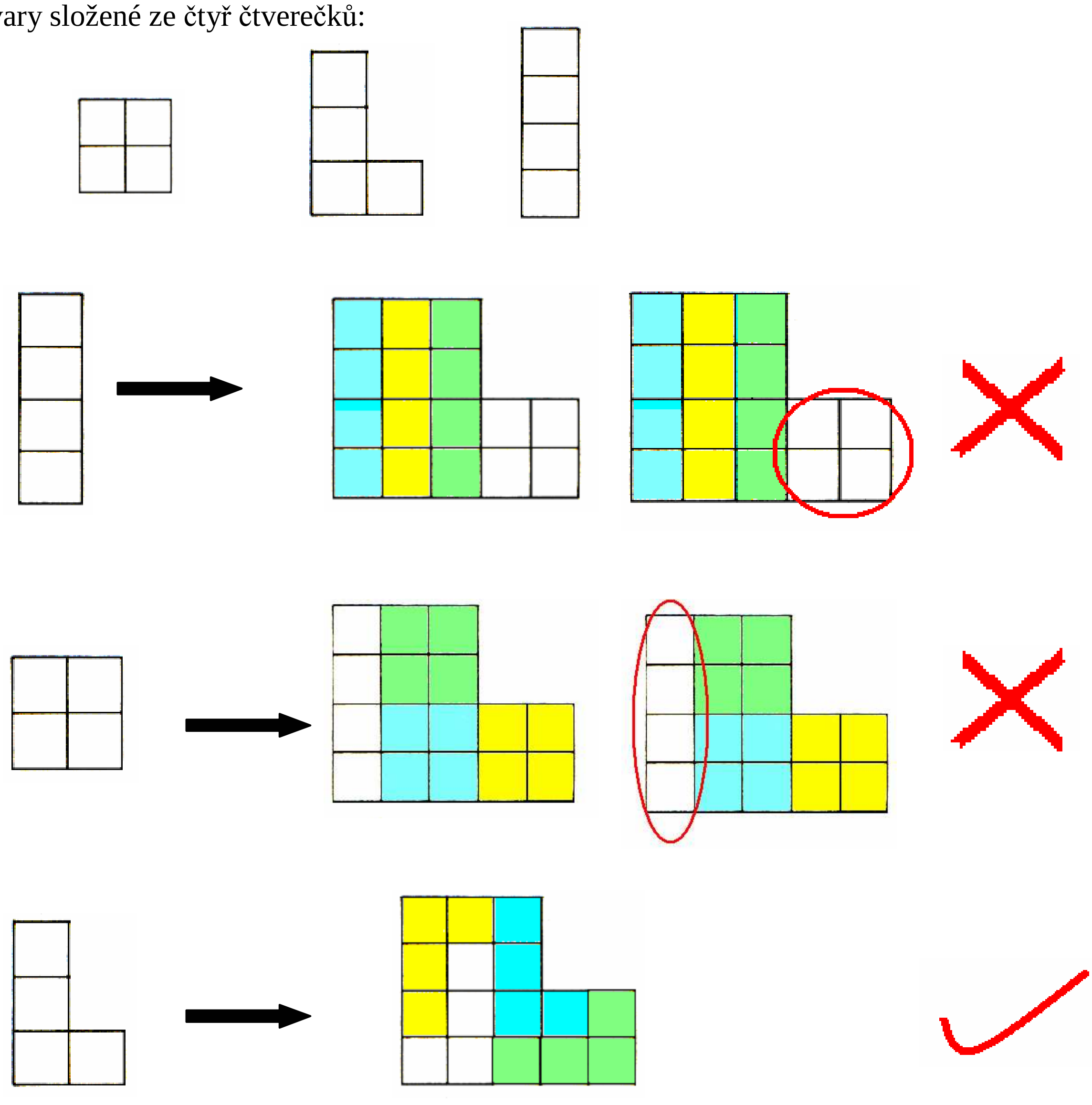
[4]

Řešení:

Zadaný útvar máme rozdělit na 4 části, které mají stejnou velikost. Dohromady je na obrázku 16 malých čtverců. Každá část tedy musí být složena ze 4 čtverců.

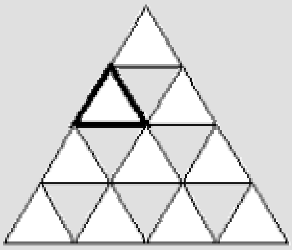
Úlohu budeme řešit přeformulováním problému. Vytvoříme různé útvary složené ze čtyř čtverců a budeme hledat, který tvar se nám do zadaného útvaru vejde přesně čtyřikrát.

Útvary složené ze čtyř čtverečků:



Zadání odpovídá pouze poslední tvar.

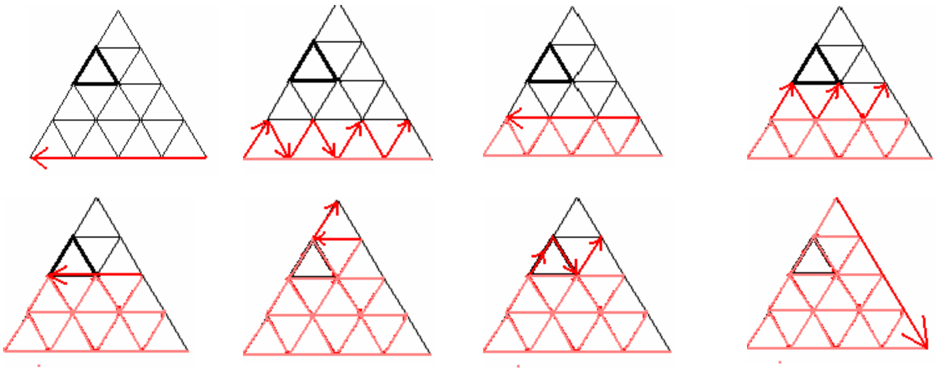
7. Ferda Mravenec procházel mraveništěm (viz obr. pod textem). Víme, že šel stále stejně rychle a že vyznačenou část prošel za 6 s. Za jak dlouho mohl projít všechny cestičky mraveniště? Nakresli také jeho cestu.



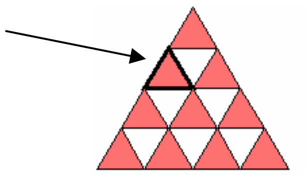
[10]

Řešení:

Obrazec, kterým je znázorněno mraveniště, lze nakreslit jedním tahem. Mravenec tedy při projití všemi cestičkami, projde každou cestičku právě jednou.

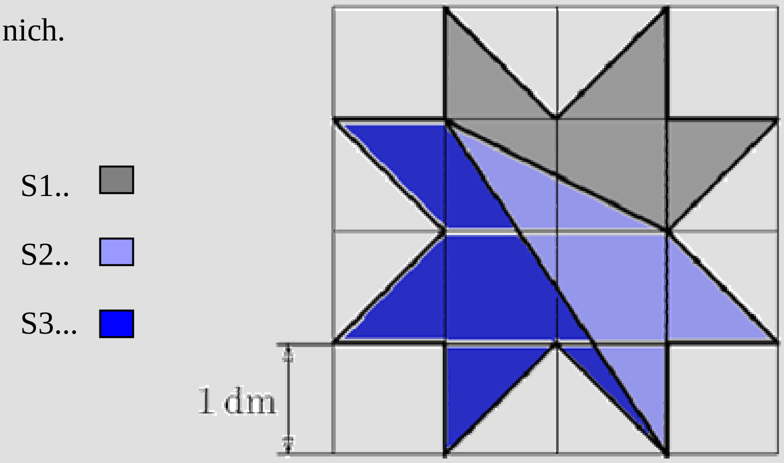


Jestliže prošel vyznačenou část za 6 s, prošel celé mraveniště, které obsahuje 10 takových částí, za 60 s, tj. za 1 min.



Označená část je složena ze tří shodných úseček. Jestliže mravenec prošel označenou část za 6 sekund, pak jednu úsečku prošel za 2 sekundy (6 : 3 = 2). Celý obrazec tvoří 30 takových úseček. Mravenec prošel celé mraveniště za 60 sekund (30 . 2 = 60).

8. Hvězda na obrázku je rozdělena dvěma úsečkami na tři díly. Zjisti obsah každého z nich.

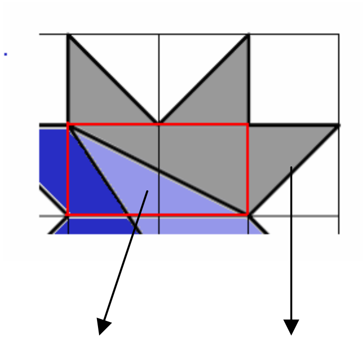


[11]

Řešení:

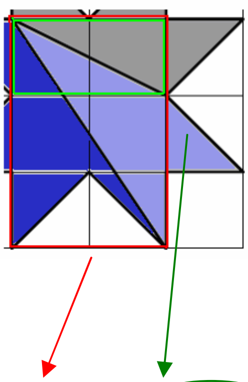
Při určování obsahů těchto tří částí vyjdeme z toho, že pravoúhlý trojúhelník má poloviční obsah příslušného obdélníku.

Obsah šedé části:



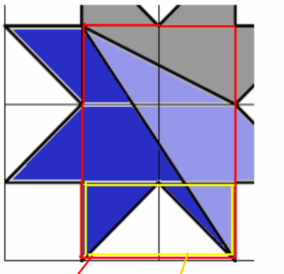
$S_1 = (2 . 1) : 2 + 3 . (1 . 1) : 2 = 2{,}5\ dm^2$

Obsah světle modré části:



$S_2 = [(3 . 2) : 2 - (2 . 1) : 2] + (1 . 1) : 2 = 2{,}5\ dm^2$

Obsah tmavě modré části:



$S_3 = [(3 \,.\, 2) : 2 - 2 \,.\, (1 \,.1) : 2] + 2 \,.(1 \,.\, 1) : 2 = 3\ dm^2$

3.3 ANALÝZA ŘEŠENÍ

Součástí praktické části diplomové práce je vlastní řešení vybraných úloh žáky. Původním vzorkem měli být žáci čtvrté třídy ZŠ v Městci Králové a žáci čtvrté třídy soukromé školy Cesta k úspěchu, která se jako první škola v České republice specializuje na vzdělávání nadaných dětí již od první třídy. Soukromá škola i přes prvotní domluvu spolupráci na poslední chvíli odmítla. Jinou školu s podobným zaměřením na prvním stupni se nám nepodařilo najít, proto jsme úlohy zadávali žákům šestých ročníků.

Zvolila jsem dvě odlišné třídy. Šestou třídu Základní školy v Městci Králové a primu víceletého Gymnázia F. X. Šaldy v Liberci.

Šestou třídu ZŠ navštěvuje 26 žáků (14 dívek a 12 chlapců). U třech žáků byla diagnostikována dyskalkulie. Při zadávání příkladů 3 dívky chyběly.

Prima Gymnázia F. X. Šaldy je tvořena 29 žáky (17 děvčat a 12 chlapců), při zadávání příkladů chyběl pouze jeden chlapec.

Sborník příkladů je primárně určen pro žáky prvního stupně základních škol. Proto úlohy, které jsem zadala žákům šestého ročníku, mají vyšší obtížnost. Zadání některých úloh obsahuje informace navíc, které k vyřešení problému nepotřebujeme. Žáci se musí v zadání zorientovat, pochopit dané souvislosti. Jiné úlohy jsou zaměřeny na prostorovou představivost, pochopení logických vztahů mezi objekty. Úlohy zároveň pomáhají rozvíjet tvořivost žáka.

Žáci měli na vypracování jednu vyučovací hodinu. Při řešení úloh mohli postupovat „na přeskáčku“. Žáci měli za úkol číslovat příklady, podle pořadí, v kterém postupovali. Řešení úloh bylo anonymní, každý zapsal pouze své pohlaví.

Větší úspěšnost u řešení úloh byla u chlapců.

Aritmetickým průměrem vyšlo na každého chlapce 3,55 správných odpovědí. Zatímco u dívek vyšel počet správných odpovědí 2,88 na jednu dívku.

1. Zuzanka jela s rodiči autem na návštěvu k babičce. Všimla si, že na tachometru je symetrické číslo 23932. Takové číslo vypadá zepředu i zezadu stejně. Další symetrické číslo se na tachometru objevilo až po dvou hodinách jízdy. Kolik kilometrů přejeli za ty dvě hodiny? [1]

- **Komentář k řešení:**

Zadání této úlohy obsahuje některé informace, které k samotnému vyřešení nepotřebujeme. Jako další problém se může zdát objevení dalšího symetrického čísla.

To se projevilo při řešení úlohy. Někteří žáci při řešení nenalezli správné konečné číslo na tachometru, nebo původní číslo 23932 násobili dvěma.

Nečastěji užívané správné řešení:

Nejbližší symetrické číslo je 24042.

24042- 23932 = 110 Ujeli 110 kilometrů.

Netradiční způsob řešení:

$$\begin{array}{r} 23932 \\ \underline{100} \\ 24032 \\ \underline{10} \\ 24042 \end{array}$$

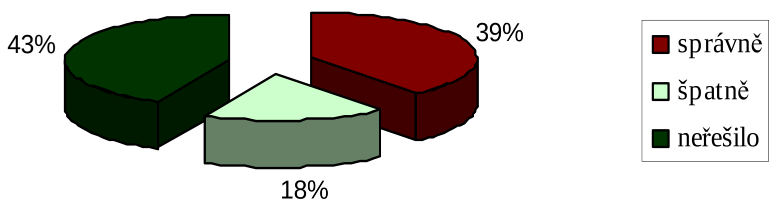
Za dvě hodiny ujeli 110 km.

- **Úspěšnost řešení úlohy na gymnáziu:**

Tabulka č. 1

Alternativa	správně	špatně	Neřešilo
Počet žáků	11	5	12

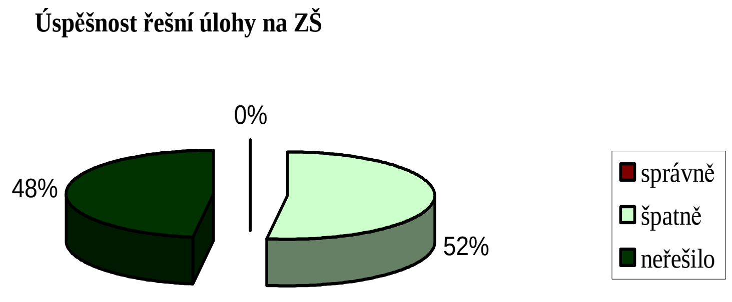
Úspěšnost řešní úlohy na gymnáziu



- **Úspěšnost řešení na ZŠ:**

Tabulka č. 2

Alternativa	správně	špatně	Neřešilo
Počet žáků	0	12	11



2. Tři bratři si rozdělili 198 korun takto: Robert dostal jednu třetinu, třetinu zbytku získal Bořík a Celestýn obdržel polovinu téhož zbytku peněz. Navíc bratrům ještě zbylo na čtyři čokolády. Kolik stála jedna čokoláda? [6]

- **Komentář k řešení:**

Tato úloha má opět zadání, kterému je potřebovat více pozornosti. Důležité je nezapomenout na konečnou část úlohy – určit kolik stojí jedna čokoláda.

Problémem, který se u této úlohy potvrdil, byla orientace v zadání. Někteří žáci špatně určili zbytek, z kterého dostal Celestýn zadanou polovinu.

Nejčastěji užívané (správné) řešení:

Robert.. 198:3 = 66

Bořík získal třetinu zbylých peněz............. 132:3 = 44.

Celestýn obdržel polovinu zbylých peněz....132:2 = 66

198 - (66 + 44 + 66) = 22

22 : 4 = 5,5

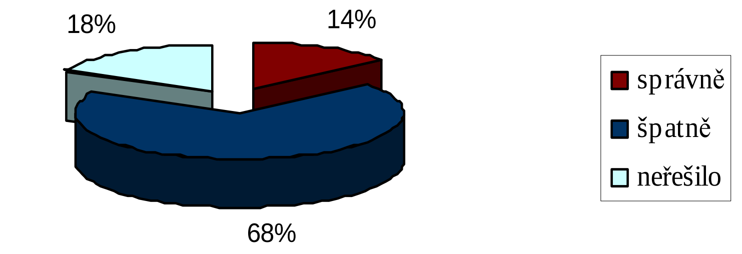
Jedna čokoláda stála 5,50 Kč.

- **Úspěšnost řešení na gymnáziu:**

Tabulka č. 3

Alternativa	správně	špatně	Neřešilo
Počet žáků	4	19	5

Úspěšnost řešní úlohy na gymnáziu

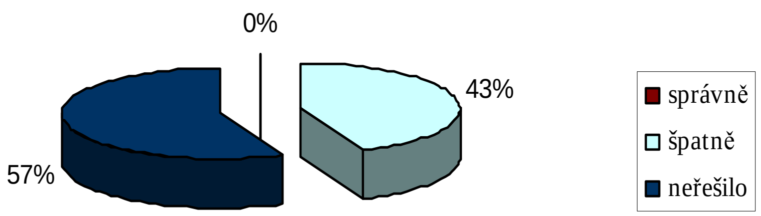


- **Úspěšnost řešení na ZŠ:**

Tabulka č. 4

Alternativa	správně	špatně	neřešilo
Počet žáků	0	10	13

Úspěšnost řešní úlohy na ZŠ



3. V černém sáčku jsou dvě zelené, tři červené a čtyři černé kuličky. Kolik kuliček musíme nejméně ze sáčku vytáhnout, aniž bychom se na ně podívali, aby mezi nimi byla určitě aspoň jedna zelená kulička?

[7]

- **Komentář k řešení:**

Tato úloha patří mezi kombinatorické, což nepatří do učiva na prvním stupni základních škol. Žáci však dokážou úlohu vyřešit, aniž by znali kombinatorická pravidla. Pomůckou k řešení může být grafické znázornění.

Při řešení této úlohy využili žáci dva způsoby řešení. První způsob je pomocí výpočtu: 2 zelené, 3 červené, 4 černé.... 3 + 4 + 1 = 8

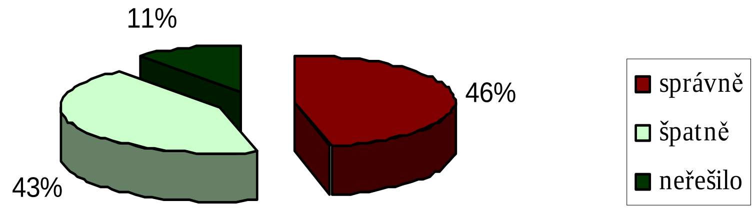
Dalším typem řešení bylo grafické. Grafické řešení se vyskytovalo pouze u žáků z gymnázia.

- **Úspěšnost řešení na gymnáziu:**

Tabulka č. 5

Alternativa	správně	špatně	neřešilo
Počet žáků	13	12	3

Úspěšnost řešní úlohy na gymnáziu

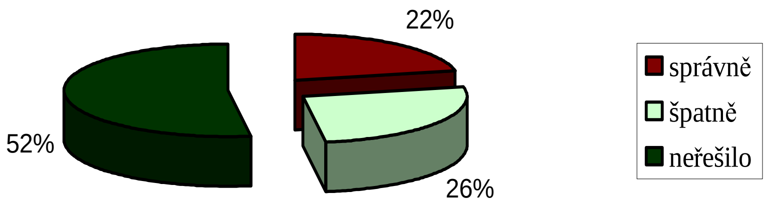


- **Úspěšnost řešení na ZŠ:**

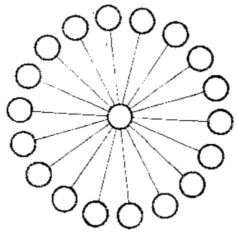
Tabulka č. 6

Alternativa	správně	špatně	neřešilo
Počet žáků	5	6	12

Úspěšnost řešní úlohy na ZŠ



4. Vepište do 19 kroužků uvedených na obrázku všechna čísla od 1 do 19 tak, aby součet čísel v libovolných třech kroužcích ležících na jedné přímce byl 30

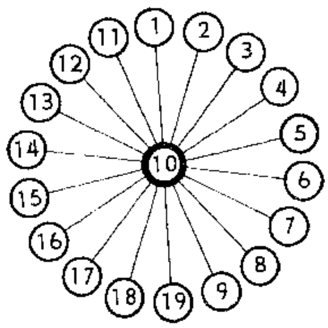


[5]

- **<u>Komentář k řešení:</u>**

U této úlohy je klíčové objevení čísla, které doplníme do kroužku uprostřed. Žáci u této úlohy potřebují znalost vztahů mezi čísly na opačných pozicích číselné osy.

Správné řešení:

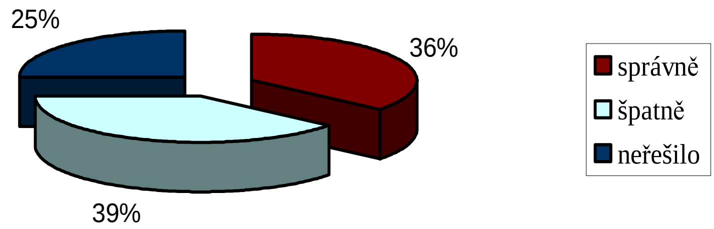


- **<u>Úspěšnost řešení na gymnáziu</u>:**

Tabulka č. 7

Alternativa	správně	špatně	neřešilo
Počet žáků	10	11	7

Úspěšnost řešní úlohy na gymnáziu

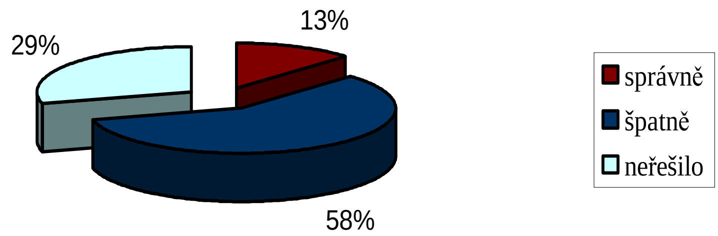


- **<u>Úspěšnost řešení na ZŠ:</u>**

Tabulka č. 8

Alternativa	správně	špatně	neřešilo
Počet žáků	3	14	7

Úspěšnost řešní úlohy na ZŠ

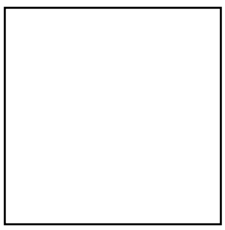


5. Doplň pomocí rovných (libovolně dlouhých) úseček čtverec tak, aby v novém obrázku bylo celkem:

   a) 5 čtverců

   b) 7 čtverců

   c) 10 čtverců



- **<u>Komentář k řešení:</u>**

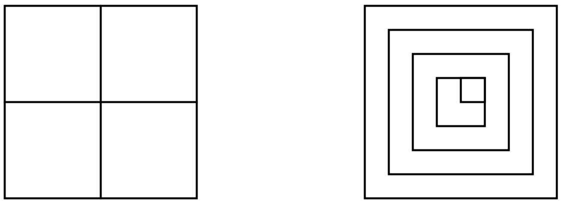
U této úlohy žáci musí použít kreativní myšlení. Velmi důležité je nezapomenout na původní (zadaný čtverec).

Tato úloha patřila u žáků k oblíbeným úlohám. Někteří žáci při tvorbě čtverců zapomínali na původní, zadaný čtverec.

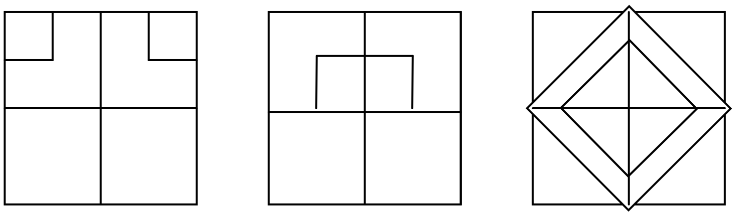
Pět čtverců se podařilo vytvořit většině žáků. Největší problém dělala varianta c) – vytvoření 10 čtverců.

Ukázky řešení:

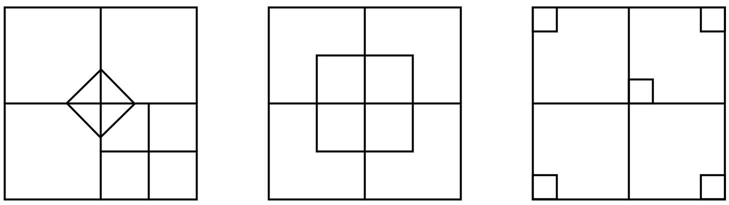
a)



b)



c)

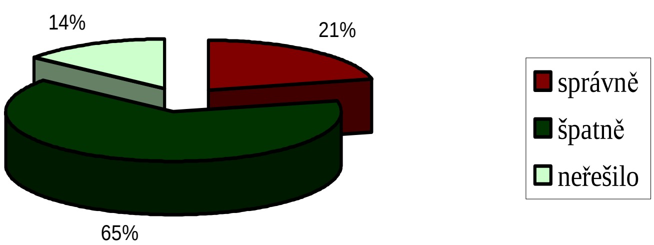


- **<u>Úspěšnost řešení na gymnáziu:</u>**

Tabulka č. 9

Alternativa	správně	špatně	neřešilo
Počet žáků	6	18	4

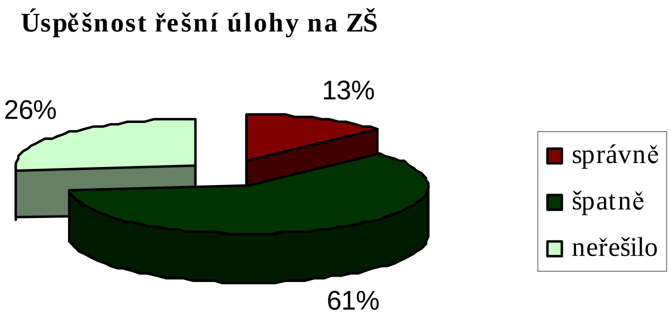
Úspěšnost řešení úlohy na gymnáziu.



- **Úspěšnost řešení na ZŠ:**

Tabulka č. 10

Alternativa	správně	špatně	neřešilo
Počet žáků	3	14	6



6. Urči počet trojúhelníku v obrázcích.

[1]

- **Komentář k řešení:**

U této úlohy se projeví schopnost orientace v útvaru, systematičnost.

U žáků byla tato úloha nejoblíbenější. Největší počet žáků se pokusil o její vyřešení. Někteří žáci využili pastelky k odlišení jednotlivých trojúhelníků.

Správné řešení:

a) 13 trojúhelníků

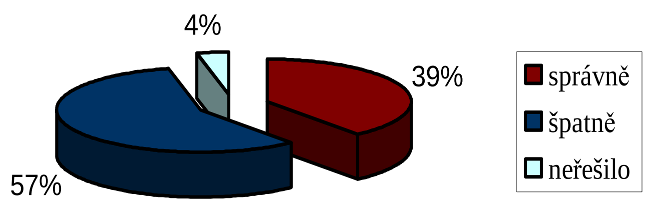
b) 11 trojúhelníků

- **Úspěšnost řešení na gymnáziu:**

Tabulka č. 11

Alternativa	správně	špatně	neřešilo
Počet žáků	11	16	1

Úspěšnost řešení na gymnáziu

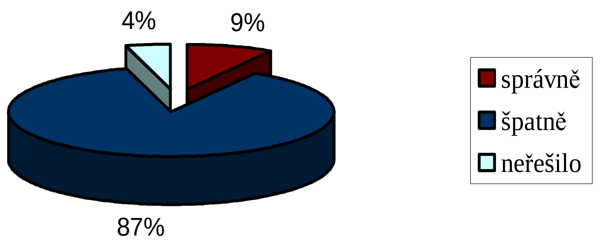


- **<u>Úspěšnost řešení na ZŠ:</u>**

Tabulka č. 12

Alternativa	správně	špatně	neřešilo
Počet žáků	2	20	1

Úspěšnost řešní úlohy na ZŠ



7. Myslím si čtyřciferné číslo. Poradím ti, že součet prvních dvou číslic je 3, součet posledních dvou číslic je 7 a součet prostředních dvou číslic lze dělit čtyřmi beze zbytku. Jaké si myslím číslo? Najdi všechny možnosti.

[11]

- **<u>Komentář k řešení:</u>**

Při řešení je důležitá analýza zadání, systematické tvoření zadaného čtyřciferného čísla. Metodou pokus – omyl bychom mohli nějakou možnost řešení opomenout.

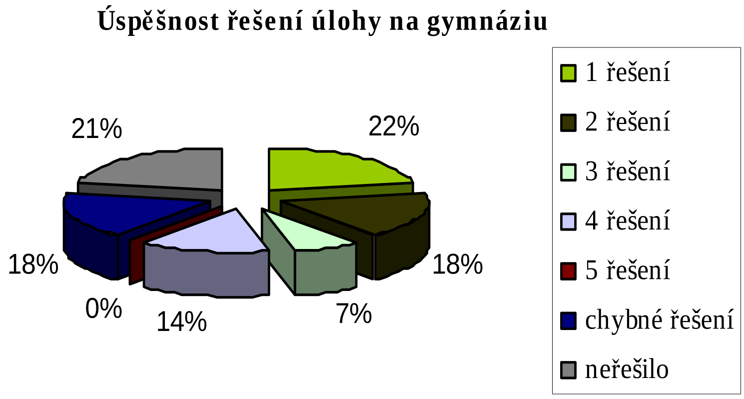
Děti řešily tuto úlohu převážně metodou pokus – omyl.

Najít všechna řešení (1225, 1261, 2134, 2170, 3043) se nepodařilo najít nikomu. Nejčastěji objevená čísla jsou 1225 a 3043. Naopak číslo 2170 se podařilo najít pouze jednomu žákovi.

- **<u>Úspěšnost řešení na gymnáziu:</u>**

Tabulka č. 13

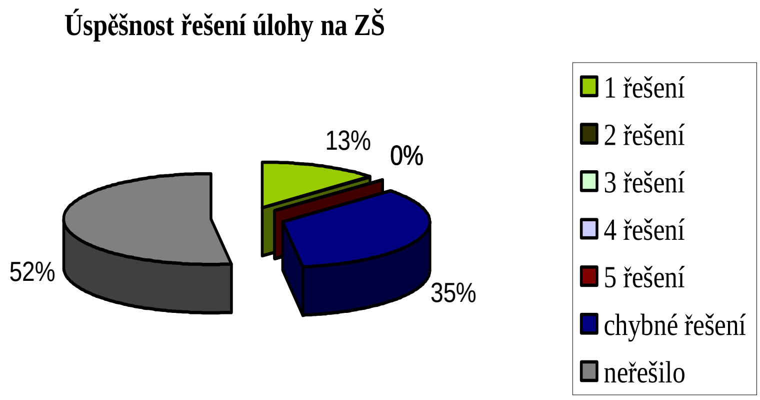
Alternativa	1 řešení	2 řešení	3 řešení	4 řešení	5 řešení	chybné řešení	neřešilo
Počet žáků	6	5	2	4	0	5	6



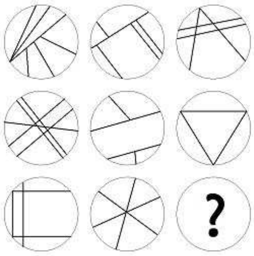
- **<u>Úspěšnost řešení na ZŠ:</u>**

Tabulka č. 14

Alternativa	1 řešení	2 řešení	3 řešení	4 řešení	5 řešení	Chybné řešení	neřešilo
Počet žáků	3	0	0	0	0	8	12



8. Popište, nebo rovnou nakreslete, co patří místo otazníku.

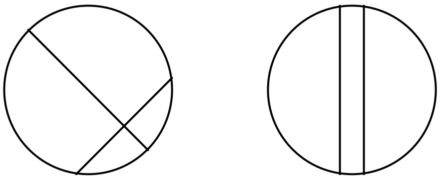


[11]

- **<u>Komentář k řešení:</u>**

U této úlohy je potřebná schopnost logicky myslet v oblasti znakové symboliky. Je důležité zobecnit zadané tvary uvnitř kruhů. Není důležitý systém uspořádání čar, nýbrž jejich počet. Místo otazníku doplníme dvě jakkoliv umístěné čáry.

Příklady řešení žáků:

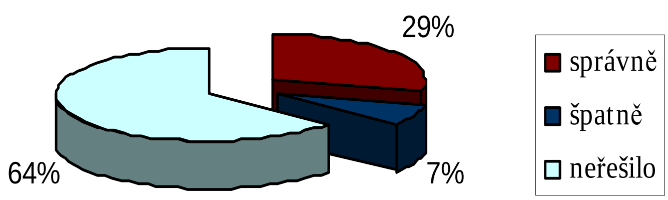


- **<u>Úspěšnost řešení na gymnáziu:</u>**

Tabulka č. 15

Alternativa	správně	špatně	neřešilo
Počet žáků	8	2	18

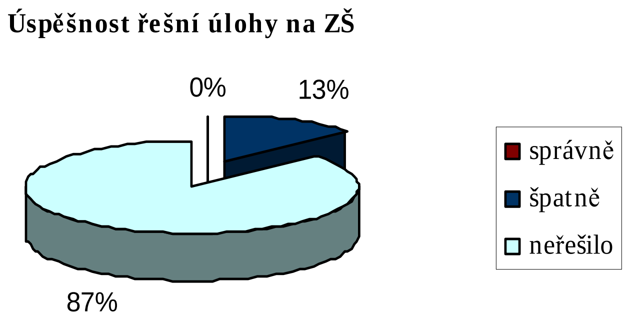
Úspěšnost řešní úlohy na gymnáziu



- **<u>Úspěšnost řešení na ZŠ:</u>**

Tabulka č. 16

Alternativa	správně	špatně	neřešilo
Počet žáků	0	3	20



9. Vyjádři čísla 19, 99, 80 pomocí čtyř devítek. Použij k tomu matematických operací (+),(-),(.),(:) [3]

- **Komentář k řešení:**

K řešení této úlohy je důležité znát základní aritmetické operace. Největší problémy dělalo žákům vyjádřit pomocí čtyř devítek číslo 80. Naopak číslo 99 vyjádřila většina žáků.

Nejčastější způsob řešení:

- metodou pokus – omyl.

Netradiční způsob řešení:

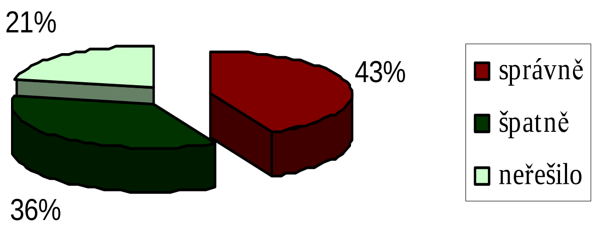
- 9 + 9 = 18   19 = 18 + 1 = 9 + 9 + 9 : 9
  9 . 9 = 81   80 = 81 – 1 = 9 . 9 – 9 : 9
  9 : 9 = 1   99 = 81 + 18 = 9 . 9 + 9 + 9
  9 – 9 = 0

- **Úspěšnost řešení na gymnáziu:**

Tabulka č. 17

Alternativa	správně	špatně	neřešilo
Počet respondentů	12	10	6

Úspěšnost řešní úlohy na gymnáziu

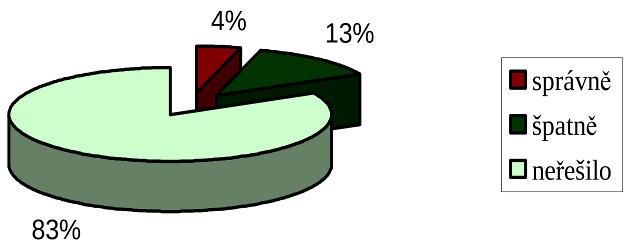


- **<u>Úspěšnost řešení na ZŠ</u>:**

Tabulka č. 18

Alternativa	správně	špatně	neřešilo
Počet žáků	1	3	19

Úspěšnost řešní úlohy na ZŠ



10. V daném příkladu dosaď za písmenka číslice tak, aby v součtu platila rovnost.

$$\begin{array}{r} I\ D\ A \\ A\ D\ A \\ \underline{L\ A\ D\ A} \\ I\ R\ E\ N\ A \end{array}$$

[1]

- **<u>Komentář k řešení:</u>**

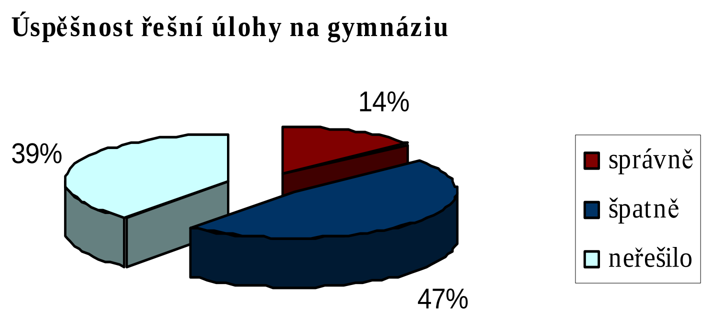
Algebrogramy jsou netradiční typy matematických příkladů. K vyřešení je potřeba logického myšlení. Obtížnost algebrogramů se zvyšuje s počtem použitých operací a (v tomto případě) písmen. V zadání této úlohy máme písmen sedm.

		1	4	5			1	7	5
		5	4	5			5	7	5
	9	5	4	5		9	5	7	5
1	0	2	3	5	1	0	3	2	5

- **Úspěšnost řešení na gymnáziu:**

Tabulka č. 19

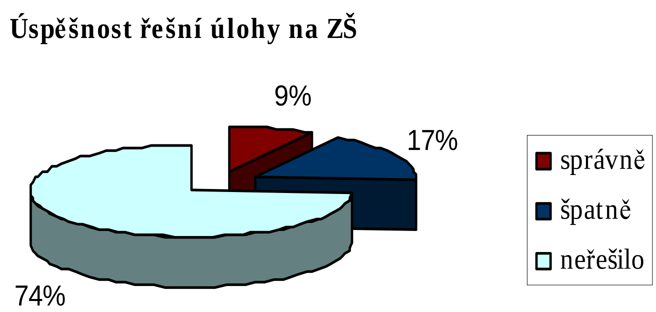
Alternativa	správně	špatně	neřešilo
Počet žáků	4	13	11



- **Úspěšnost řešení na ZŠ:**

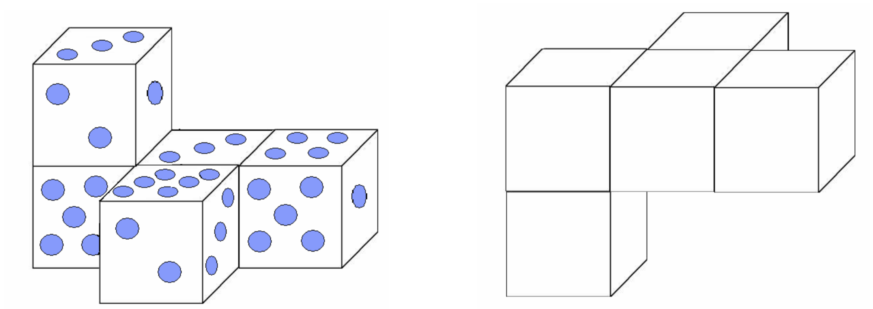
Tabulka č. 20

Alternativa	správně	špatně	neřešilo
Počet žáků	2	4	17



11. Dokresli oka. Z pěti hracích kostek bylo slepeno těleso, které vidíte na obrázku a). Hrací kostky byly slepeny vždy podél stěn, které měly stejné počty ok. Na obrázku b) je toto těleso nakresleno z jiného pohledu. Dokreslete oka na viditelných stěnách hracích kostek.

A) B)



- **Komentář k řešení:**

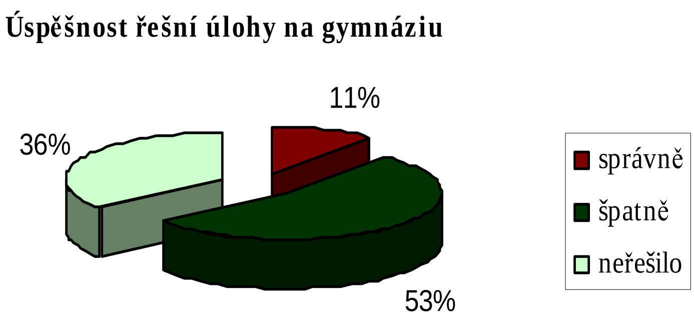
Tuto úlohu můžeme označit jako obtížnější. Pro vyřešení úlohy je potřebná prostorová představivost, se kterou mají někteří žáci problémy.

Nejtěžší pro žáky bylo doplnit tečky u tří kostek slepených vedle sebe.

- **Úspěšnost řešení na gymnáziu:**

Tabulka č. 21

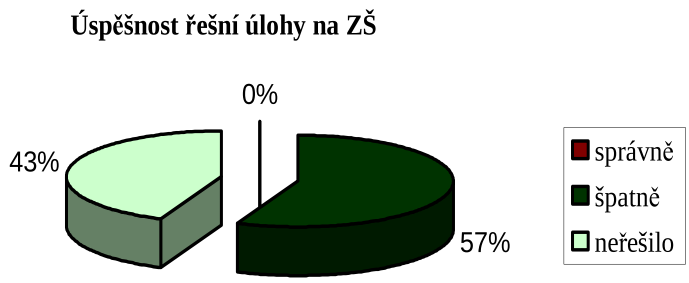
Alternativa	správně	špatně	neřešilo
Počet žáků	3	15	10



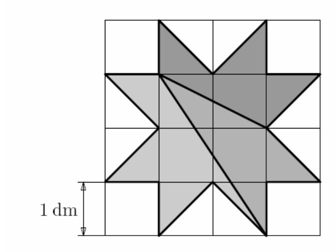
- **Úspěšnost řešení na ZŠ:**

Tabulka č. 22

Alternativa	správně	špatně	neřešilo
Počet žáků	0	13	10



12. Hvězda na obrázku je rozdělena dvěma úsečkami na tři díly. Zjisti obsah každého z nich.



[13]

- **<u>Komentář k řešení:</u>**

Tato úloha se zdá na první pohled obtížná. Při řešení se projeví žákova tvořivost, schopnost vnímat podstatné a pracovat s geometrickými útvary.

Tuto úloha byla u žáků nejméně oblíbená. Pouze třináct žáků se pokusilo najít správné řešení. To může být způsobeno obtížností úlohy, nebo tím, že v zadání úloh byla napsána až na posledním místě.

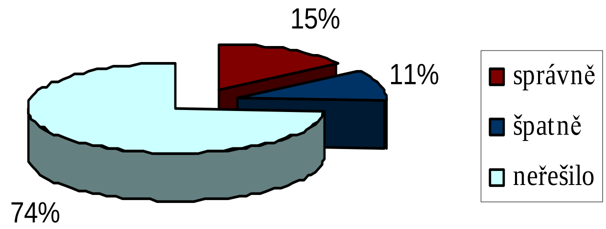
Při řešení žáci využívali skládání jednotlivých částí stejné barvy do sebe, aby vždy zaplnili celý čtvereček.

- **<u>Úspěšnost řešení na gymnáziu:</u>**

Tabulka č. 23

Alternativa	správně	špatně	neřešilo
Počet žáků	4	3	20

Úspěšnost řešní úlohy na gymnáziu

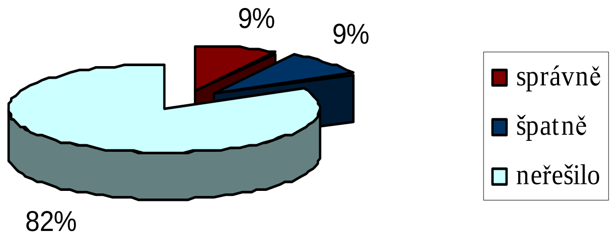


- <u>**Úspěšnost řešení na ZŠ:**</u>

Tabulka č. 24

Alternativa	správně	špatně	neřešilo
Počet žáků	2	2	19

Úspěšnost řešní úlohy na ZŠ



Ukázalo se, že zvolený soubor úloh se žákům z gymnázia podařilo vyřešit s větší úspěšností, než žákům základní školy. Další rozdíl, který se projevil, bylo množství spočítaných úloh. Žáci z gymnázia stihli za jednu vyučovací hodinu vypočítat více příkladů.

Můžeme tedy usoudit, že soubor úloh je vhodně zvolený a můžeme ho využít při identifikaci nadaných žáků.

PŘÍSTUP UČITELŮ K NADANÝM ŽÁKŮM

Správný způsob vzdělávání nadaných žáků je velmi obtížné určit. V této kapitole diplomové práce jsme se zaměřili na porovnání přístupu učitelů ke vzdělávání nadaných. Našim cílem bylo zjistit, zda jsou nějaké rozdíly v práci s nadanými žáky na klasických základních školách a na školách specializovaných pro nadané děti.

Provedli jsme „mini-výzkum“ pomocí dotazníku určeného učitelům různých typů škol. Pro výběr oslovených učitelů jsme zvolili různé věkové kategorie.

Dotazník obsahuje devět otázek. První tři otázky jsou zaměřeny na informace o učiteli. Zbylých šest otázek je zaměřeno na vlastní zkušenosti s nadanými dětmi.

1. Vyberte typ školy, na které vyučujete?

tabulka č. 25

Alternativa	nespecializovaná ZŠ	škola zaměřená na vzdělávání nadaných žáků	jiná
Počet učitelů	7	7	0

Dotazníky jsme zadávali učitelům základních škol a škol specializovaných pro nadané děti. Pro snadnější porovnání přístupu učitelů ke vzdělávání nadaných je stejný počet dotazovaných učitelů ze základních škol i škol specializovaných.

2. Doplňte délku pedagogické praxe:

tabulka č. 26

Alternativa	0 - 5 let	5 - 10 let	10 - 20 let	20 - 30 let	30 a více
Počet učitelů	5	3	3	3	0

Výzkumný vzorek tvoří učitelé různého věku. Většina dotazovaných má praxi v oboru do desíti let.

3. Setkal jste se někdy ve své třídě s žákem nadaným na matematiku?

tabulka č. 27

Alternativa	Ano	Ne	Nevím
Počet učitelů	11	2	1

Většina dotazovaných učitelů se ve třídě s nadaným žákem již setkala. Pouze tři učitelé z klasické základní školy neodpověděli kladně. Příčinou může být délka pedagogické praxe, která je u většiny dotazovaných do desíti let.

4. Myslíte si, že nadaný žák by měl excelovat ve všech předmětech?

tabulka č. 28

Alternativa	Ano	Ne	Nevím
Počet učitelů	2	11	1

Jedenáct učitelů odpovědělo ne. Nadaný žák nemusí vynikat ve všech předmětech. V teoretické části jsou uvedeny jednotlivé oblasti, ve kterých se nadání může vyskytovat.

86 % učitelů specializovaných tříd správně odpovědělo ne.

5. Dáváte nadanému žákovi během hodiny úkoly stejného typu, jako již splnil, do té doby, kdy je s úkolem hotova většina třídy?

tabulka č. 29

Alternativa	Ano	Ne	Někdy
Počet učitelů	3	4	7

Většina dotazovaných učitelů zadává občas nadanému žákovi úlohy stejného typu, jako již řešil, než ostatní dokončí svoji práci. Podle Machů (2006) je lepší nadaným žákům zadávat úlohy rozšiřující probírané učivo. Obdobné úkoly, které následují za již vyřešenou úlohou, může žák časem chápat jako trest za svoji rychlost a příště se o další úkol nepřihlásí.

Pouze jeden učitel, který učí specializované škole pro nadané, odpověděl na tuto otázku kladně.

6. **Posíláte nadaného žáka, když je hotov se svým úkolem, pomoci pomalejším spolužákům?**

tabulka č. 30

Alternativa	Ano	Ne	Někdy
Počet učitelů	3	5	6

Ve všech třídách se vyskytují žáci více i méně nadaní na matematiku. Devět učitelů z dotazovaných posílá nadané pomoci slabším žákům. Šest učitelů z tohoto počtu využívá tento způsob zapojení nadaných žáků jen občas a to převážně jednou týdně.

Ani jeden učitel specializované školy neodpověděl ano.

7. **Máte na hodiny připravené úlohy, které rozvíjejí probíranou látku, pro rychlé jedince?**

tabulka č. 31

Alternativa	Ano	Ne	Někdy
Počet učitelů	8	4	2

Úlohy, které rozvíjejí probíranou látku, jsou pro nadané žáky vhodné. Prohlubují jejich znalosti, uspokojují jejich touhu poznávat nové věci. Osm učitelů si tyto úlohy na své hodiny pravidelně připravuje. Mezi nejčastější patří úlohy rozvíjející logické myšlení, problémové příklady, matematické šifry, doplňovačky.

8. **Necháváte nadané žáky, aby si ve chvílích, kdy mají svoji práci hotovou, nastudovali látku, která bude s ostatními spolužáky probírána až v příštích hodinách?**

tabulka č. 32

Alternativa	Ano	Ne	Někdy
Počet učitelů	3	10	1

Většina učitelů se shodla na záporné odpovědi. Pokud se nadaný žák předem připravuje na další tematický celek, dostáváme se do začarovaného kruhu. Nadaný žák je pak stále napřed oproti svým spolužákům a o hodinách se nudí.

Všichni učitelé ze specializované školy odpověděli na tuto otázku záporně.

9. Myslíte si, že pro nadané žáky je vhodnější způsob vzdělávání separace (speciální třídy pro nadané žáky), či integrace (zařazení nadaných žáků do běžných tříd).

tabulka č. 33

Alternativa	Separace	Integrace	Nevím
Počet učitelů	3	2	9

Najít správnou odpověď na tuto otázku je velice obtížné. Touto problematikou se zabývá mnoho odborníků (viz. teoretická část, kapitola 2.3).

64 % dotazovaných učitelů označilo odpověď nevím a doplnilo, že každý způsob má své klady i zápory.

Analýzou dotazníků jsme zjistili, že učitelé působící na specializovaných školách, mají více informací jak pracovat s nadanými. Snaží se jejich nadání rozvíjet mimo jiné tím, že pro ně mají vždy připravené úlohy prohlubující právě probíranou látku.

3.4 OVĚŘENÍ HYPOTÉZ

1. *Nadaní žáci rádi řeší úlohy, u kterých musí pomocí logického myšlení odhalit skryté souvislosti.*

Výsledky šetření svědčí pro uvedenou hypotézu. Ze získaných vyřešených testů jsme vypozorovali, že nadaní žáci nejdříve začali řešit úlohy, u kterých mohou uplatnit logické myšlení a zároveň objevit skryté souvislosti (viz. úloha číslo 8 v kapitole 3.3). Tato vlastnost patří mezi charakteristiky nadaných (viz. kapitola 2.2). U většiny ostatních žáků zůstaly tyto úlohy neřešeny. Lze tedy konstatovat, že nadaný žák rád pracuje s logickým myšlením a odhaluje skryté souvislosti.

2. *Na matematiku jsou více nadaní chlapci než děvčata.*

Potvrzení této hypotézy, není zcela jednoznačné. Dle výsledků řešených testů, kde každý žák označil své pohlaví, lze říci, že chlapci byli při řešení úspěšnější než dívky. Úspěšnost chlapců byla 30 %, zatímco úspěšnost dívek byla 24 % (viz. kapitola 3.3, str. 70)

Zda jsou chlapci nadanější na matematiku než dívky, nemůžeme s určitostí říci. Pro zcela objektivní potvrzení hypotézy by bylo potřeba většího počtu žáků jako výzkumného vzorku.

4 ZÁVĚR

V této diplomové práci jsme se zaměřili na problematiku výchovy a vzdělávání mimořádně nadaných dětí na I. stupni základní školy.

V teoretické části jsme se snažili studiem literatury získat poznatky o problematice nadaných, o práci s nimi, seznámit se s jejich charakteristikami.

Na tyto informace jsme navázali v praktické části vytvořením sborníku úloh, který může učitel využít při hodinách matematiky jako náměty k činnostem s nadanými žáky.

Porovnáním řešení vybraných úloh od žáků jsme zjistili, jak velké jsou rozdíly v úrovni matematických schopností v šesté třídě základní školy a v primě víceletého gymnázia. Pro žáky základní školy byly příklady obtížné, jen pár jedinců si s řešením vědělo rady. Někteří se o řešení příkladů ani nepokusili. Tím jsme si potvrdili, že sborník úloh může též sloužit k identifikaci nadaných.

Výběr správného způsobu vzdělávání nadaných žáků je velice obtížné. Na základních školách jsou do tříd integrováni nejen žáci nadaní, ale také žáci se specifickými poruchami. Učitel má tak ve třídě žáky s odlišnými potřebami, každému by však měl věnovat svoji pozornost a rozvíjet jeho schopnosti. Setkali jsme se ale i s učiteli, kteří měli nedostatek informací, jak s nadanými pracovat.

Nadané děti jsou velmi specifickou skupinkou žáků, kteří potřebují specifický přístup, aby jejich nadání bylo včasně rozpoznáno a následně podněcováno a rozvíjeno. Pro učitele to znamená neustálé vzdělávání a práci navíc. Odměnou za náročnější přípravu a vyhledávání zajímavých příkladů mu však bude radost, když děti práce baví a rozvíjí jejich schopnosti.

Díky této diplomové práci jsem si rozšířila své znalosti v problematice nadaných. Jak s těmito dětmi v praxi pracovat a rozvíjet jejich vlohy. Sborník vypracovaných úloh usnadní přípravu na hodiny matematiky při tvoření úloh „navíc" pro talentované žáky.

POUŽITÁ LITERATURA

1. *Přijímací zkoušky na víceletá gymnázia*. Didaktik, Praha 2005.
2. NOVÁK, Bohumil, STOPENOVÁ, Anna. *Slovní úlohy ve vyučování matematice na 1. stupni ZŠ.* 1. vyd., Olomouc: Vydavatelství Univerzity Palackého v Olomouci, 1993, 51 s. ISBN 80-7067-294-3
3. TREJBAL, Josef. *Sbírka zajímavých úloh z matematiky*. 1. vyd., Praha: Prometheus, s.r.o., 1995. 173 s. ISBN 80-7196-072-1
4. KOCHMAN, Milan, REPÁŠ, Vladimír. *36. ročník matematické olympiády na základních školách*. 1. vyd., Státní pedagogické nakladatelství Praha, 1989. 148 s. ISBN 80-04-23726-6
5. NOVOVESKÝ, Štefan, KRIŽALKOVIČ, Karol, LEČKO Imrich, *777 matematických zábav a her*. 2. vyd., Praha: SPN, 1983. 384 s.,
6. ŽŮREK, M.: *Sbírka příkladů z matematiky*. 1.vyd. Olomouc: FIN, spol. s.r.o., 1994. 331 s. ISBN 80-85572-69-9
7. NĚMCOVÁ, J.: *Nebojím se… matematiky!* 1.vyd. Praha: Albatros a.s., 2005. 125 s. ISBN 80-00-01629-X
8. KREJČOVÁ, M.: *57. ročník - KategorieZ5* [online]. [cit. 2009-01-23]. Dostupný z WWW: http://cgi.math.muni.cz/~rvmo/Z/57/Z57zad.pdf
9. BEDNÁŘOVÁ, S.: *Matematická olympiáda - 50. ročník (2000/2001)* [online]. [cit. 2009-02-04]. Dostupný z WWW: http://cgi.math.muni.cz/~rvmo/Z/50/Z50I.html
10. KASLOVÁ, M.: *Geometrie a slovní úlohy: matematika ve 4. ročníku ZŠ.* Praha: SPN, 2005. ISBN 80-7235-285-7.
11. *Logická olympiáda*. [online]. [cit. 2009-02-04]. Dostupný z WWW: http://www.mensa.cz/mensa.cz/site/akce/logicka-olympiada/archiv-uloh.html
12. HŘÍBKOVÁ, Lenka. *Základní témata problematiky nadaných.* 1. vyd. Praha: Univerzita Jana Ámose Komenského Praha s.r.o., 2007. 72 s. ISBN 978-80-86723-25-9.
13. FOŘTÍK, Václav, FOŘTÍKOVÁ, Jitka. *Nadané dítě a rozvoj jeho schopností*. 1. vyd. Praha: Portál, 2007. 128 s. ISBN 978-80-7367-297-3.

14. MACHŮ, Eva. *Rozpoznávání a vzdělávání rozumově nadaných dětí v běžné třídě základní školy : příručka pro učitele a studenty učitelství*. 1. vyd. Brno : Masarykova univerzita, 2006. 64 s. ISBN 80-210-3979-5.
15. MÖNKS, Franz, YPENBURG, Irene. *Nadané dítě*. 1. vyd. Praha : Grada Publishing a. s., 2002. 100 s. ISBN 80-247-0445-5.
16. LANDAU, Erika. *Odvaha k nadání.* 1. vyd. Praha : Akopolis s.r.o., 2007. 162 s. ISBN 987-80-86903-48-4.
17. DOČKAL, Vladimír. *Zaměřeno na talenty aneb Nadání má každý.* 1 vyd. Praha : Nakladatelství Lidové noviny, 2005. 245 s. ISBN 80-7106-840-3.
18. VONDRÁKOVÁ, Eva. *Talent-nadání* [online]. 2002 [cit. 2009-04-04]. Dostupný z WWW: <http://www.talent-nadani.cz/>.
19. PIAGET, J.; *Psychologie inteligence.* Praha: Portál, 1999; 164 s. ISBN 80-7178-309-9
20. PORTMANN, R.; *Hry pro tvořivé myšlení.* Praha: Portál, 2004, 118 s. ISBN 80-7178-876-7.
21. VÁGNEROVÁ, M..; *Vývojová psychologie*. Praha: Karolinum, 2005, 468 s ISBN 80-246-0956-8
22. KOLEKTIV AUTORŮ: *Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání.* Praha: Odbor 24 MŠMT ČR 2005