

Vysoká škola strojní a textilní v Liberci  
nositel Řádu práce

Obor 23 - 07 - 8  
strojírenská metalurgie

zaměření  
strojírenská metalurgie

Katedra materiálů a strojírenské metalurgie

Rozbor napjatosti při velmi rychlém ohřevu kovu

KMM - 211

Petr V o m á ě k a

Vedoucí diplomové práce : Ing. Jiří Horyna, CSc

Rozsah práce a příloh :

Rozsah práce	46
Počet tabulek	-
Počet obrázků	2
Počet příloh	1
Počet výkresů	-

strojn<sup>í</sup> a textiln<sup>í</sup>  
Vysoká škola: v Liberci  
Katedra: materiálu a strojírenské  
metalurgie

Fakulta: strojn<sup>í</sup>  
Školní rok: 1985/86

## ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

(PROJEKTU, UMĚLECKÉHO DÍLA, UMĚLECKÉHO VÝKONU)

pro Petr V O M Á Č K A  
obor strojírenská technologie

Vedoucí katedry Vám ve smyslu nařízení vlády ČSSR č. 90/1980 Sb., o státních závěrečných zkouškách a státních rigorózních zkouškách, určuje tuto diplomovou práci:

Název tématu: Rozbor napjatosti při velmi rychlém ohřevu kovu

### Zásady pro vypracování:

1. Proveďte rešerši zaměřenou k popisu stavu napjatosti v povrchových vrstvách kovu při ohřevu laserem.
2. Navrhněte způsob výpočtu za podmínek ohřevu kovu pulsním a kontinuálním laserem.
3. Pokuste se o zpracování konkrétního výpočtu pro vhodně zvolené podmínky ohřevu. Podle možnosti zpracujte výpočet za použití počítače NC 1033.
4. Vyhodnoťte dosažené výsledky.

V 219/26 S

VYSOKÁ ŠKOLA STROJNÍ A TEXTILNÍ  
Ústřední knihovna  
LIBEREC 1, STUDENTSKÁ 8  
PŠČ 461 17

V 219/26 S

Rozsah grafických prací:

Rozsah průvodní zprávy:

40 - 50 stran

Seznam odborné literatury:

- /1/ ŠORIN, N.S.: Sdílení tepla. SNTL/ALFA Praha, 1968.
- /2/ KREMER, R., OBROUČKA, K.: Ohřev kovů. SNTL Praha, 1974.
- /3/ MENSON, S.: Temperaturnyje naprjaženija i malocyklovaja ustalost'. Mašinostrojenije Moskva, 1974.

Vedoucí diplomové práce:

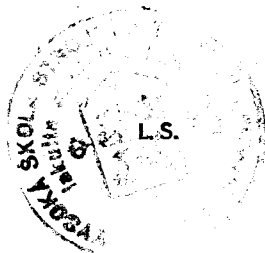
Ing. Jiří Horyna, CSc

Datum zadání diplomové práce:

9.9.1985

Termín odevzdání diplomové práce:

23.5.1986



*Alaxin*  
Doc. Ing. Ján Alaxin, CSc

Vedoucí katedry

*Ján Alaxin*  
Doc. Ing. Ján Alaxin, CSc

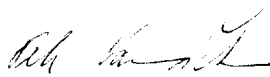
Děkan

V Liberci dne 3.9. 1985

P r o h l á š e n í :

Místopřísežně prohlašuji, že jsem diplomovou  
práci vypracoval samostatně s použitím uvedené lite-  
ratury.

V Liberci, dne 23. května 1986.

  
.....  
Petr Vomáčka

# O b s a h

1.	Seznam použitých znaků.	4
2.	Úvod.	6
3.	Lasery a stimulovaná emise.	8
3.1.	Lasery s pevným aktivním prostředím.	10
3.2.	Plynové lasery.	10
3.3.	Aplikace laserové techniky.	11
4.	Vlastnosti kovů a slitin při různých teplotách.	13
5.	Tepelná pnutí při ohřevu /ochlazování/ ocelí.	17
6.	Diferenciální rovnice vedení tepla.	22
7.	Teplotní napětí vznikající při pulsním laserování.	24
8.	Model teplotního pole pro pulsní laserování.	27
9.	Model teplotního pole pro kontinuální laserování.	29
10.	Teplotní napětí vznikající při kontinuálním laserování.	32
11.	Návrh způsobu výpočtu napětí za podmínek ohřevu kovu pulsním laserem.	33
12.	Návrh způsobu výpočtu napětí za podmínek ohřevu kovu kontinuálním laserem.	34
13.	Konkrétní výpočet napětí za podmínek ohřevu kovu kontinuálním laserem.	36
13.1.	Popis simulačního jazyka CSMP.	37
13.2.	Vývojový diagram programu NAPĚTÍ.	39
13.3.	Popis programu NAPĚTÍ.	40
14.	Vyhodnocení dosažených výsledků.	41
14.1.	Vlastní rozbor dosažených výsledků.	41
14.2.	Zdokonalení teplotního a napěťového modelu.	42
15.	Závěr.	44
16.	Použitá literatura.	45

1. Seznam použitých znaků.

$E_i$	- energie	J
$\nu$	- frekvence	$s^{-1}$
$h$	- Planckova konstanta	J.s
$\tau$	- čas	s
$x, y, z$	- souřadnice pravoúhlého souřadného systému	m
$n$	- počet atomů na energetické hladině	
$\lambda_v$	- vlnová délka záření laseru	nm
$\lambda$	- tepelná vodivost	$W \cdot m^{-1} \cdot deg^{-1}$
$c$	- měrné teplo	$J \cdot kg^{-1} \cdot deg^{-1}$
$\rho$	- měrná hmotnost	$kg \cdot m^{-3}$
$a$	- součinitel teplotní vodivosti	$m^2 \cdot s^{-1}$
$f$	- souč. tepelné setrvačnosti	$J \cdot m^{-2} \cdot s^{-0,5} \cdot deg^{-1}$
$\beta$	- souč. lineárního šíření	$deg^{-1}$
$E$	- modul pružnosti v tahu	MPa
$\sigma$	- napětí	MPa
$\sigma_{kt}$	- mez kluzu v tahu	MPa
$\sigma_{pt}$	- mez pevnosti v tahu	MPa
$\delta$	- poměrné prodloužení	%
$\psi$	- poměrné zúžení příčného průřezu	%
KCU	- vrubová houževnatost	$J \cdot m^{-2}$
$l$	- délka tyče	m
$V$	- objem	$m^3$
$\mu$	- Poissonova konstanta	
$\frac{\mu}{\epsilon}$	- plasticita kovů	
$D$	- modul plastičnosti	MPa
$\epsilon$	- prodloužení ve směru napětí	
$T$	- teplota	K
$T_p$	- povrchová teplota	K
$K$	- součinitel tvaru	
$k$	- součinitel tvaru	
$z$	- rychlost ohřevu	$K \cdot s^{-1}$

q	- tepelný tok	$J \cdot m^{-2} \cdot s^{-1}$
u	- deformace	m
$\alpha$	- koeficient délkové roztažnosti	$K^{-1}$
$c_1$	- rychlost zvuku	$m \cdot s^{-1}$
W	- hustota výkonu záření	$W \cdot m^{-2}$
R	- odrazivost povrchu	
A	- pohltivost materiálu	
$\pi$	- koeficient pohlcení záření látkou	$m^{-1}$
Q	- množství tepla	J
r	- vzdálenost bodu od počátku souřadného systému	m
v	- rychlost pohybu zdroje tepla	$m \cdot s^{-1}$
$Q_0$	- výkon pohlcený materiálem	W
$q_0$	- výkon laseru	W

## 2. Úvod.

K nejdůležitějším úkolům našeho národního hospodářství patří hledat nové cesty zpracování materiálů, které by vedly ke snižování pracnosti výroby, energetické náročnosti výroby a v neposlední řadě i ke zvyšování produktivity práce. V oblasti strojírenské technologie se jeví jako velice perspektivní tepelné zpracování součástí pomocí laserového záření, kterého je v současné době využíváno už v praxi například v SSSR nebo v USA.

Zavádění laserové techniky do tepelného zpracování kovů je v současné době motivováno především možností dosažení specifického účinku laserového paprsku v interakci s kovem, který často vede k dosažení nových, jiným způsobem dosud nedosažitelných vlastností kovů a slitin. Výrobky takto zpracované se tak mohou stát nositeli nových užitných vlastností.

Uplatnění laserové technologie tepelného zpracování v praxi s sebou však také nese některé problémy, zvláštnosti a limitující předpoklady. Především instalace laserové technologie vyžaduje značné finanční náklady. Cena laseru vhodného výkonu pro tepelné zpracování představuje částku několika tisíc amerických dolarů. Z celkového vybavení pracoviště takovou technikou však vlastní laser znamená pouze asi 20 % celkových nákladů. Další náklady jsou spojené s instalací ovládací, řídicí a kontrolní techniky. Lze však konstatovat, že i přes některé problémy spojené s využitím laseru pro zpracování materiálů rychle přibývá laserových technických zařízení a jejich světová produkce ročně stoupá o 30 - 40 %.



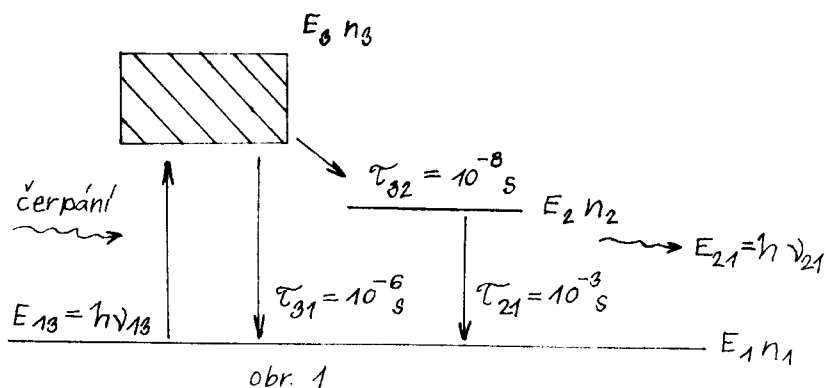
Cílem mé diplomové práce bylo, na základě získaných poznatků, vytvořit a ověřit algoritmus výpočtu napěťových polí v povrchových vrstvách kovu při ohřevu pulsním a kontinuálním laserem.

### 3. Lasery a stimulovaná emise.

Lasery jsou kvantové zesilovače světla s využitím stimulované emise záření. Podle aktivního prostředí, ve kterém se toto zesílení děje, je dělíme na lasery pracující na bázi pevné, kapalné, plynné a lasery polovodičové. Základní podmínkou funkce laserů je stimulovaná emise záření v aktivním prostředí. Stimulované záření je zesilováno v rezonátoru a dále soustředěno optikou laseru do místa použití.

#### Stimulovaná emise.

Zjednodušeně si můžeme tento proces přiblížit na funkci tříhladinového rubínového laseru. Aktivní prostředí je zde tvořeno ionty  $\text{Cr}^{3+}$ , které jsou v mřížce  $\text{Al}_2\text{O}_3$ . Schematicky je tento proces znázorněn na obr. 1. Ion chromu pohltí kvantum energie /foton/  $E_{13}$  odpovídající přechodu z energetické hladiny  $E_1$  na hladinu  $E_3$ , při splnění podmínky  $E_{13} = \nu_{13} \cdot h$ , kde  $\nu_{13}$  je frekvence odpovídající přechodu  $E_1 - E_3$ ,  $h$  je Planckova konstanta  $6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$ .



Z hladiny  $E_3$  /excitovaný stav/ přechází iont v čase  $\tau_{32} = 10^{-8}$ s na metastabilní hladinu  $E_2$ , odtud po čase  $\tau_{21} = 10^{-3}$ s přechází na hladinu  $E_1$ , při čemž při tomto přechodu vyzáří foton s energií  $E_{21} = \nu_{21} \cdot h$ . Přechod  $E_3 - E_1$  představuje ztráty, které způsobují ohřev aktivního materiálu. Při dodržení vhodných provozních parametrů, jako je teplota, dostatečná úroveň čerpání, t.j. počet přechodů  $E_1 - E_3$ , převažují přechody  $E_3 - E_2$ . V důsledku rozdílných časů setrvání na dané energetické hladině /  $\tau_{32} = 10^{-8}$ s a  $\tau_{21} = 10^{-3}$ s / nastává hromadění atomů v excitovaném stavu na hladině  $E_2$ . Stimulovaná emise může nastat za podmínky :

$$n_2 > n_1 ,$$

kde  $n_1$  je počet atomů na základní energetické hladině  $E_1$ ,

$n_2$  je počet atomů na hladině  $E_2$ ,

při čemž musí být dostatečnou úrovní čerpání kryty ztráty nezářivými přechody  $E_3 - E_1$  a další ztráty dané jakostí aktivního prostředí. Vstoupí-li do tohoto prostředí záření, jehož fotony mají frekvenci  $\nu_{21}$ , stimulují tyto fotony při setkání s excitovanými atomy chromu přechody  $E_2 - E_1$ . Při tom jsou emitovány fotony stejné energie, směru, fáze a polarizace, jaké má stimulující záření. Znamená to, že každý excitovaný atom po setkání s fotonem stimulujícího záření vyzáří další foton shodného záření. Tento proces má charakter řetězové reakce a je dále zesilován rezonátorem. Optický rezonátor tvoří dvě odrazné plochy, mezi kterými se pohybují fotony stimulujícího i emitovaného záření. Fotony jsou znovu a znovu vraceny k průchodům aktivním prostředím, jejich hustota se rychle zvyšuje.

V technické praxi se používají lasery pracující s větším počtem energetických hladin, u nichž se stavu inverze dosahuje energeticky výhodněji.

### 3.1. Lasery s pevným aktivním prostředím.

Tyto lasery pracují většinou v pulzním provozu s opakovací frekvencí, obvykle v rozmezí 0,1 - 100 Hz. Mohou však pracovat i při vyšších frekvencích, popřípadě kontinuálně. /Při nižších frekvencích vznikají bodové svary./ Velikost a technologický účinek laserů se hodnotí podle velikosti celkové výstupní energie pulsu, která bývá v rozmezí 0,1 - 30 J.

### 3.2. Plynové lasery.

V současné době jsou maximální hodnoty výstupních výkonů kolem 100 kW. Mohou pracovat v kontinuálním nebo pulzním provozu. Proces stimulované emise v plynné fázi probíhá mezi neutrálními stavy atomů, iontů, molekul a mezi rotačně vibračními hladinami molekulárního spektra. Poněvadž je koncentrace aktivních částic v plynné fázi menší než u pevných aktivních prostředí, jsou zisky výkonu plynových laserů na jednotku délky trubice s aktivním prostředím menší. Vysokých výkonů se dosahuje prodloužením dráhy záření v aktivním prostředí.

Zdrojem energie pro čerpání aktivního prostředí na vyšší energetické hladiny je stejnosměrný nebo vysokofrekven-

ční výboj, který hoří v trubici naplněné aktivním plynem. Některé konstrukce nejvýkonnějších laserů mají čerpání založeno na základě vzájemných srážek částic aktivního prostředí. K těmto srážkám částic dochází v důsledku turbulence aktivního prostředí po expanzi. Jako aktivního prostředí se používá směs  $\text{CO}_2 + \text{N}_2 + \text{He}$ . Směs plynů se v trubici laseru udržuje na tlaku  $(1 - 4) \cdot 10^3$  Pa. Stimulované záření laseru má vlnovou délku  $\lambda_v = 10\ 600$  nm./1/

### 3.3. Aplikace laserové techniky.

Nutným předpokladem pro laserové tepelné zpracování je existence vhodných zařízení. Z laserů se nejčastěji používají kontinuální lasery na bázi oxidu uhličitého. Používání laserů o pevné fázi je rozšířeno poměrně málo, především je zřejmě na ústupu. V západních pramenech se objevuje využití "pevných" laserů zřídka, a to pro speciální účely, např. žíhání polovodičů, pro tepelné zpracování jen vzácně.

Laserové tepelné zpracování se od konvenčních procesů liší následovně :

Extrémně vysoké rychlosti ohřevu a ochlazování, které jsou laserovému ohřevu vlastní, usnadňují zpevňování nízkouhlíkových ocelí - snižují se rozdíly v kvalitě uhlíkových a legovaných ocelí, protože rychlost ochlazování je značně vyšší než kritická - často se zjišťují tvrdosti vyšší než u konvenčních procesů.

Hlavními nezávisle proměnnými charakteristikami lase-

rového tepelného zpracování jsou výkon dopadajícího svazku paprsků záření a průměr dopadajícího svazku, které se s výhodou vyjadřují jako plošná hustota výkonu, dále vlnová délka záření, absorptivita povrchu substrátu, event. povlaku na něm a posuvná rychlost svazku paprsků podél povrchu substrátu /v případě kontinuálního laseru nebo doba impulsu v případě laseru pulsního/. Důležitou roli hrají i tepelně fyzikální vlastnosti substrátu. Závisle proměnnými jsou hloubka zpevnění, geometrie tepelně ovlivněné zóny a její mikrostruktura a vlastnosti tepelně zpracovaného materiálu.

Nejdůležitějšími technologickými proměnnými daného laseru jsou hustota výkonu a posuvná rychlost, kterými se volí a ovládá režim zpracování. K vyhodnocování výsledků laserového tepelného zpracování jakož i jejich predikci je vyvíjena řada fyzikálních a matematických modelů, založených na přestupu tepla event. i hmoty. Často jsou aplikována řešení Carslowa a Jaegera.

Při vlastní aplikaci laserového záření k transformačnímu zpevnění materiálu je základním problémem zpracování. Tato otázka vyžaduje odlišný přístup u laserů impulsních a kontinuálních. Pro zpracování větších ploch jsou kontinuální, konkrétně CO<sub>2</sub> lasery, evidentně vhodnější a produktivnější. /2/

#### 4. Vlastnosti kovů a slitin při různých teplotách.

Cílem ohřívacího procesu je ohřát ingot nebo předvalek na požadovanou teplotu s přípustnou nerovnoměrností teplotního pole v průřezu ohřívaného tělesa, a to tak, aby se povrch tělesa minimálně okysličil a oduhličil a celistvost tělesa se nenarušila většími nebo menšími trhlinami. Aby byly splněny technickoekonomické ukazatele, je nutno vést ohřev s minimální spotřebou energie, ať již chemické, nebo elektrické, je tedy třeba pracovat s maximálně přípustnými rychlostmi ohřevu, které mají také velký vliv na oxidaci a oduhličení povrchu kovu.

K fyzikálním vlastnostem, které mají vliv na šíření tepla v tuhém tělese, patří :

$$\begin{aligned} \text{tepelná vodivost} & - \lambda \quad \text{W m}^{-1}\text{deg}^{-1} \quad , \\ \text{měrné teplo} & - c \quad \text{kJ kg}^{-1}\text{deg}^{-1} \quad , \\ \text{měrná hmotnost} & - \rho \quad \text{kg m}^{-3} \end{aligned}$$

a součinitele, odvozené z těchto veličin :

$$\begin{aligned} \text{součinitel teplotní vodivosti} & - a \quad \text{m}^2\text{s}^{-1}, \\ \text{součinitel tepelné setrvačnosti} & - f \quad \text{kJ m}^{-2}\text{s}^{-0,5}\text{deg}^{-1}. \end{aligned}$$

K mechanickým vlastnostem, které mají vliv na vznik tepelných pnutí a které charakterizují přechod kovu do plastického stavu, patří :

$$\begin{aligned} \text{součinitel lineárního šíření} & - \beta \quad \text{deg}^{-1} \quad , \\ \text{modul pružnosti} & - E \quad \text{MPa} \quad , \\ \text{pevnost v tahu} & - \sigma_{pt} \quad \text{MPa} \quad , \\ \text{poměrné prodloužení} & - \delta \quad \% \quad , \\ \text{poměrné zúžení příčného průřezu} & - \varphi \quad \% \quad , \\ \text{vrubová houževnatost} & - KCU \quad \text{J m}^{-2} \quad , \end{aligned}$$

vše v závislosti na teplotě.

Tepelné šíření kovy.

Bude-li kovová tyč zahřívána tak, že teplotě  $T_1$  bude odpovídat délka tyče  $l_1$  a teplotě  $T_2$  délka  $l_2$ , pak pro daný teplotní interval  $T_2 - T_1$  bude střední hodnota součinitele lineárního šíření rovna :

$$\beta_{T_1}^{T_2} = \frac{l_2 - l_1}{l_1 \cdot (T_2 - T_1)} .$$

Budou-li dále  $V_1$  a  $V_2$  objemy tělesa při teplotách  $T_1$  a  $T_2$ , pak střední součinitel objemového šíření bude roven :

$$A_{T_1}^{T_2} = \frac{V_2 - V_1}{V_1 \cdot (T_2 - T_1)} .$$

Součinitel objemového šíření se přibližně rovná trojnásobku součinitele lineárního šíření :

$$A_{T_1}^{T_2} \doteq 3 \cdot \beta_{T_1}^{T_2} .$$

Mezi ostatními kovy zaujímá železo střední místo. Největší hodnota součinitele šíření byla zjištěna u Pt, Al, Zn, nejmenší u W, Mo.

Součinitel teplotní vodivosti.

Tepelná vodivost  $\lambda$  charakterizuje schopnost kovů vést teplo. Čím je  $\lambda$  větší, tím při jinak stejných podmínkách nastává rychlejší změna teplot v tělese. Stejně tak velký vliv, ovšem v opačném smyslu, má na teplotní změny měrné teplo  $c$  a měrná hmotnost  $\rho$ . Čím vyšší je pro dané těleso hodnota  $c$  a  $\rho$ , tím pomaleji se mění teplotní pole



ohřívaného tělesa.

Pro součinitel teplotní vodivosti platí :

$$a = \frac{\lambda}{c \cdot \rho} \quad \text{m}^2\text{s}^{-1} .$$

Se změnou teploty se mění i součinitel teplotní vodivosti v závislosti na změně  $c$  ,  $\lambda$  ,  $\rho$  .

Součinitel tepelné setrvačnosti.

G.P.Ivanov navrhl nahradit v některých výpočtech součinitele teplotní vodivosti tzv.součinitelem tepelné setrvačnosti  $f$  ,který je matematicky definován :

$$f = \sqrt{\lambda \cdot c \cdot \rho} \quad \text{kJ m}^{-2}\text{s}^{-0,5}\text{deg}^{-1} .$$

Mechanické vlastnosti ocelí.

Při ohřevu některých druhů ocelí vznikají v nich tepelná napětí,při jejichž výpočtu mají důležitou úlohu pružné a plastické vlastnosti ocelí.

Pružné vlastnosti ocelí.

Jsou charakterizovány modulem pružnosti  $E$  a Poissonovou konstantou  $\mu$  .Modul pružnosti oceli závisí na jejím chemickém složení a teplotě.Poissonova konstanta se u různých druhů kovů pohybuje v rozmezí 0,28 - 0,45.Pro ocel lze přijmout  $\mu = 0,3$ .

## Plastické vlastnosti ocelí.

Jsou charakterizovány poměrným prodloužením, tažností a příčným zúžením /kontrakcí/. Hodnota obou ukazatelů se zvýšením obsahu příměsí oceli klesá a pevnost v tahu i mez kluzu se zvyšuje. Někteří autoři doporučují posuzovat plasticitu kovů z rovnice :

$$\delta_c = \frac{\sigma_{Pt} - \sigma_{kt}}{D} ,$$

kde  $\delta_c$  - je plasticita,

$\sigma_{Pt}$  - napětí na mezi pevnosti, které porušuje celistvost kovu - MPa ,

$\sigma_{kt}$  - mez kluzu - MPa ,

D - modul plastičnosti - MPa .

Při ohřevu se hodnota poměrného prodloužení i zúžení nepatrně zmenšuje na rozdíl od meze pevnosti v tahu a meze kluzu v tahu, které se zvětšují. Při ohřevu se mez kluzu v tahu  $\sigma_{kt}$  mění shodně s mezí pevnosti v tahu  $\sigma_{Pt}$  /3/ :

$$\sigma_{kt} = K_0 \cdot \sigma_{Pt}$$

## 5. Tepelná pnutí při ohřevu /ochlazování/ ocelí.

Následkem nerovnoměrného teplotního pole během ohřevu kovu nebo ochlazování vznikají v něm tepelná pnutí, která v některých případech mohou být limitujícím činitelem rychlosti ohřevu. Tepelná pnutí vznikají v kovu tehdy, jsou-li v něm teplotní rozdíly a je-li zároveň kov v elastické oblasti /pružném stavu/. Nepřevyšují-li tepelná pnutí mez pružnosti, pak při vyrovnání teplotního rozdílu zmizí i tepelná pnutí, lze tedy v tomto případě hovořit o pružném /elastickém/ pnutí.

Nastane-li v některém místě plastická deformace, tj. překročení meze pružnosti, pak v těch místech tělesa, která nebyla plasticky deformována, nastane nové rozdělení tepelných pnutí. Toto zbytkové pnutí lze zjistit také v ingotech nebo předvalcích po jejich úplném ochlazení.

Smysl /znaménka/ tepelných pnutí, vznikajících při ohřevu, a zbytkových pnutí po ochlazení kovu je stejný a oba druhy pnutí se při ohřevu sčítají. Velikost a rozdělení pnutí, stejně jako jejich vznik a odstranění závisí jednak na podmínkách ohřevu nebo ochlazování, jednak na mechanických a fyzikálních vlastnostech ohřívajícího materiálu, jeho rozměru a tvaru. Rozhodující význam má plasticita, pružnost, křehkost a pevnost kovu. Tyto vlastnosti však nemají absolutní a neměnnou hodnotu pro dané těleso v jeho určitém stavu, neboť jejich uplatnění závisí ve značné míře na podmínkách, podmiňujících pnutí a deformaci. Například je známo, že plastický materiál může v určitých podmínkách působení pnutí být křehký a naopak.

Z dlouhodobého výkumu vlastností ocelí vyplynulo, že v podmínkách ohřevu i ochlazování je ocel elastická do teploty 500 - 550 °C, nad touto teplotou přechází ocel do plastického stavu. U uhlíkových ocelí je teplota přechodu do plastického stavu nižší a rovná se 400 °C. Měkké oceli se nacházejí v plastické oblasti již při teplotách mnohem nižších, tj. pod 400 °C. /3/

### Výpočet tepelných pnutí.

Metody výpočtu tepelných pnutí jsou obvykle založeny na řešení diferenciální rovnice termoelasticity materiálu s použitím řešení rovnice vedení tepla.

Vycházíme-li z Hookeova zákona, který zachycuje lineární vztah mezi napětím  $\sigma$  a prodloužením  $\epsilon$  ve směru napětí, a z uvedených úvah o mechanismu vzniku termoelastických napětí, dospějeme k následujícímu vztahu, charakterizujícímu deformaci následkem teplotního šíření v závislosti na tepelném napětí :

$$\sigma = \frac{\beta \cdot E}{1 - \mu} \cdot (T - T_x) \quad \text{MPa} \quad \dots \dots \dots /1/$$

kde  $\sigma$  - napětí ,

$\beta$  - součinitel lineárního šíření  $\text{deg}^{-1}$  ,

$E$  - modul pružnosti v tahu MPa ,

$\mu$  - Poissonova konstanta ,

$T$  - průměrná teplota tělesa K ,

$T_x$  - teplota tělesa ve sledovaném průřezu nebo části K .

Pro obě uvedené teploty v oblasti regulárního režimu platí :

$$T = T_p - \frac{2}{2+K} \cdot \Delta T$$

$$T_x = T_p - \Delta T \cdot \left(1 - \frac{x^2}{b^2}\right)$$

kde  $T_p$  - povrchová teplota tělesa  $K$  ,

$\Delta T$  - teplotní rozdíl mezi povrchem a středem tělesa  $K$  ,

$K$  - součinitel tvaru /deska  $K = 1$  /.

Po dosazení do / 1 / :

$$\sigma = \frac{\beta \cdot E}{1 - \mu} \cdot \Delta T \cdot \left( \frac{K}{2+K} - \frac{x^2}{b^2} \right) \dots\dots /2/$$

Dosadíme-li za teplotní rozdíl při  $q = \text{konst.}$ , resp.

$z = \text{konst.}$  výrazy :

$$T = \frac{q \cdot h}{2 \cdot \lambda} \quad , \quad T = \frac{k \cdot z \cdot b^2}{a}$$

dostaneme :

$$\sigma = \frac{\beta \cdot E}{1 - \mu} \cdot \frac{q \cdot h}{2 \cdot \lambda} \cdot \left( \frac{K}{2+K} - \frac{x^2}{b^2} \right) \dots\dots /3/$$

$$\sigma = \frac{\beta \cdot E}{1 - \mu} \cdot k \cdot \frac{z \cdot b^2}{a} \cdot \left( \frac{K}{2+K} - \frac{x^2}{b^2} \right) \dots\dots /4/$$

$k$  - součinitel tvaru - pro desku = 0,5

Pro tělesa jednoduššího tvaru platí :  $k = \frac{1}{2K}$

Uvedené rovnice zachycují závislost mezi napětím a rozdílem teplot, tepelným tokem a rychlostí ohřevu. Maximální napětí v absolutních jednotkách nastane při poměru  $\frac{x}{b} = 1$ , tedy :

$$\sigma_{\max} = \frac{\beta \cdot E}{1 - \mu} \cdot \Delta T \cdot \frac{2}{2 + K} \dots\dots\dots /5/$$

Po dosazení do /5/ pro desku :

$$\sigma_{\max} = \frac{2}{3} \frac{\beta \cdot E}{1 - \mu} \cdot \Delta T \dots\dots\dots /6/$$

neboli :

$$\Delta T_{\max} = \frac{1,05 \cdot \sigma_{\max}}{E} \dots\dots\dots /7/$$

Tyto rovnice dávají možnost vypočítat dovolený rozdíl teplot  $\Delta T_d$ , dovolenou rychlost ohřevu  $z_d$ , dovolený tepelný tok  $q_d$ . Místo maximálního napětí  $\sigma_{\max}$  dosadíme dovolené napětí  $\sigma_d$  :

$$\begin{aligned} \text{pro desku : } \Delta T_d &= \frac{1,05 \cdot \sigma_d}{\beta \cdot E} \\ q_d &= \frac{2,1 \lambda \cdot \sigma_d}{\beta \cdot E \cdot b} \\ z_d &= \frac{2,1 \cdot a \cdot \sigma_d}{\beta \cdot E \cdot b^2} \end{aligned}$$

Rozbor rovnic pro výpočet tepelných napětí dovoluje učinit tyto závěry :

a/ Při ohřevu nebo ochlazování pružných těles je absolutní

hodnota napětí přímo úměrná součiniteli šíření, modulu pružnosti a rychlosti ohřevu, zvyšuje se se zvýšením rozdílu teplot, teplotního toku, tloušťky tělesa, popřípadě se snížením tepelné nebo teplotní vodivosti.

- b/ Obecný charakter změny tepelných prutí je shodný se změnou rozdílu teplot v tělese. Maximální hodnota napětí odpovídá počátku regulárního ohřevu, doba vzniku maximálního napětí je dána u desky výrazem  $0,3 \cdot \frac{b^2}{a}$ .
- c/ U převážné části ocelí vznikají tepelná prutí pouze v intervalu 0 - 500 °C. Nad touto teplotou přechází ocel v plastický stav, napětí se rozptyluje a přestává být nebezpečné. Měkké oceli jsou plastické i v tomto nebezpečném teplotním intervalu.
- d/ K prudkým změnám teplot jsou nejcitlivější oceli se zvýšeným obsahem křemíku, chromu a uhlíku v litém stavu následkem jejich velké křehkosti a sklonu k tvorbě trhlin. V tomto směru jsou také velmi citlivé oceli s nesourodou strukturou /s vměstky, bublinami, dutinami/.
- e/ Při nesymetrickém ohřevu a vůbec nestejných podmínkách ohřevu mají oceli větší sklon ke tvorbě trhlin než u ohřevu symetrického. /3/

6. Diferenciální rovnice vedení tepla.

Teplotní pole v okamžiku  $\tau$  je popsáno obecně :

$$T = T(x, y, z, \tau) \quad \dots\dots\dots /8/$$

Rovnice /8/ popisuje třírozměrné nestacionární pole, které je charakterizováno skutečností, že teploty v jednotlivých bodech o souřadnicích  $x, y, z$  jsou funkcemi času. Jde o nejobecnější případ teplotního pole. Pro stacionární pole platí :

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = 0 \quad .$$

Nerovnoměrné rozložení teploty v tělese má za následek vznik tepelného toku ve směru klesající teploty. Měrný tepelný tok  $q$ , což je tepelný tok procházející jednotkovou plochou za jednotku času, je úměrný teplotnímu spádu ve směru kolmém na uvažovanou plochu.

$$q = -\lambda \cdot \frac{\partial T}{\partial n} \quad ,$$

kde  $\lambda$  je tepelná vodivost materiálu.

Po odvození : diferenciální rovnice nestacionárního teplotního pole v pravoúhlých souřadnicích má tvar :

$$\frac{\partial^2 T(x,y,z,\tau)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T(x,y,z,\tau)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T(x,y,z,\tau)}{\partial z^2} =$$

$$= \frac{1}{a} \cdot \frac{\partial T(x,y,z,\tau)}{\partial \tau} \quad \dots\dots\dots /9/$$



nebo :

$$\nabla^2 T(x, y, z, \tau) = \frac{1}{a} \frac{\partial T(x, y, z, \tau)}{\partial \tau}$$

kde :

$$\frac{\partial^2 T(x, y, z, \tau)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T(x, y, z, \tau)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T(x, y, z, \tau)}{\partial z^2} =$$
$$= \nabla^2 T(x, y, z, \tau)$$

Symbol  $\nabla^2$  nazýváme Laplaceův operátor.

Uvedené diferenciální rovnice se nazývají Fourierovy diferenciální rovnice nestacionárního vedení tepla.

Počáteční podmínka :

Popisuje rozložení teploty v tělese v určitém okamžiku, kdy  $\tau = 0$ .

Tvary počáteční podmínky :  $T(x, y, z, 0) = f(x, y, z)$

$$T(x, y, z) = T_0 = \text{konst.}$$
$$\tau = 0$$

U stacionárního teplotního pole počáteční podmínka odpadá.

Okrajové podmínky :

a/ rozložení teploty  $T_p$  na povrchu tělesa :

$$T_p(\tau) = \varphi(\tau)$$

$$b/ q_p(\tau) = \varphi(\tau)$$

$$c/ q_p = - \left( \frac{\partial T(\tau)}{\partial n} \right)_p$$

Viz /4/.

7. Teplotní napětí vznikající při pulsním laserování.

Uvažujme jednorozměrný prostor délky  $l$ , na jehož levou hranici působí laserový impuls po dobu  $\tau_l$  hustoty výkonu  $W$ . Vznikající teplotní pole a napěťové pole je popsáno systémem rovnic :

$$\rho \cdot c_v \cdot \frac{\partial T}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda \cdot \frac{\partial T}{\partial x} \right) + W \cdot \eta(\tau) (1 - R) \cdot \pi \cdot \text{EXP} \left( - \int_0^x \pi \cdot dx \right) \dots /10/$$

$$\frac{1}{c_l^2} \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial \tau^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{\alpha (1 + \mu)}{(1 - \mu)} \frac{\partial T}{\partial x} \dots \dots \dots /11/$$

$$\sigma(x, \tau) = \rho \cdot c_l^2 \cdot \left[ - \frac{\alpha (1 + \mu)}{(1 - \mu)} \cdot (T - T_0) + \frac{\partial u}{\partial x} \right] \dots \dots \dots /12/$$

kde  $x$  - souřadnice

$\tau$  - čas

$u = u(x, \tau)$  - deformace

$T = T(x, \tau)$  - teplota

$\sigma = \sigma(x, \tau)$  - veličina mechanického napětí

$\lambda$  - koeficient vedení tepla

$\rho$  - hustota

$c_v$  - tepelný obsah

$\alpha$  - koeficient délkové roztažnosti

$\mu$  - Poissonova konstanta

$c_l$  - rychlost zvuku v materiálu

$W$  - hustota výkonu záření

R - odrazivost povrchu

$\pi$  - koeficient pohlcení záření látkou

$$\varphi(\tau) = \begin{cases} 1 & \tau \leq \tau_i \\ 0 & \tau > \tau_i \end{cases}$$

$\tau_i$  - délka pulsu

Pro veličiny  $c_v$ ,  $\lambda$ ,  $\alpha$ , R,  $\pi$  platí :

$$c_v = c_v(T) \dots\dots\dots /13/$$

$$\lambda = \lambda(T) \dots\dots\dots /14/$$

$$\alpha = \alpha(T) \dots\dots\dots /15/$$

$$R = R(\lambda_v, T) \dots\dots\dots /16/$$

$$\pi = \pi(\lambda_v, T) \dots\dots\dots /17/$$

kde  $\lambda_v$  - vlnová délka laserového záření.

Počáteční podmínky pro soustavu rovnic /10/ - /17/ :

$$T(x, 0) = T_0$$

$$u(x, 0) = \frac{\partial u}{\partial \tau}(x, 0) = 0$$

Okrajové podmínky pro soustavu rovnic /10/ - /17/ :

$$\frac{\partial T}{\partial x}(0, \tau) = \frac{\partial T}{\partial x}(1, \tau) = 0$$

$$\sigma(0, \tau) = \sigma(1, \tau) = 0$$

V uvedeném modelu uvažujeme pouze deformace pružné.

Při uvažování deformací plastických by problematika byla složitější. / 5 /

Soustavu rovnic /10/ - /17/ je nutno řešit s použitím některé z číselných metod. Při výpočtu podle uvedeného modelu musíme předpokládat, že nedochází k tavení nebo dokonce k vypařování kovu z povrchu. Tuto podmínku můžeme například dodržet vhodnou volbou hustoty výkonu záření.

Vlastní rozbor rozdělení mechanického napětí.

V čase  $\tau \leq \tau_i$  se v materiálu šíří napěťová vlna záporného znaménka /polarity/ s amplitudou  $\sigma_m^{(-)}$ , která se pohybuje rychlostí zvuku. Po skončení laserového impulsu se na levé hranici vytvoří vlna napětí kladné polarity s amplitudou  $\sigma_m^{(+)}$ , která se pohybuje také rychlostí zvuku a nachází se ve vzdálenosti  $\tau_i \cdot c_1$  od čela záporné vlny.

Šířka vln v polovině amplitudy je řádově rovna  $10^{-4}$  cm. Z dosud známých experimentů vyplývá, že nejzajímavější veličina napětí odpovídá složení přímého kladného a odraženého záporného vlnění od hranic obrazce. K tomuto složení dojde v časovém okamžiku  $\tau_{\max} = \frac{1}{c_1} + \frac{\tau_i}{2}$ .  
Potom napětí :

$$\sigma_m = \sigma_m^{(-)}(\tau_{\max}) + \sigma_m^{(+)}(\tau_{\max}) .$$

Viz / 5 /.

## 8. Model teplotního pole pro pulsní laserování.

Při praktickém řešení teplotních polí s použitím základní diferenciální rovnice vedení tepla je nutno respektovat řadu omezujících předpokladů, které snižují přesnost a použitelnost této metody. Mezi nejdůležitější omezující předpoklady patří :

- a/ tepelně-fyzikální vlastnosti materiálu se nemění s teplotou,
- b/ vedení tepla probíhá v neohraničeném tělese,
- c/ počáteční teplota základního materiálu je ve všech místech stejná,
- d/ soustředění určité tepelné energie v elementárním objemu tělesa proběhne v čase  $\tau = 0$ .

Při popisu šíření tepla lze pro praktické účely užít metody tepelných zdrojů, která je ve srovnání s jinými metodami jednodušší a s dostatečnou přesností popisuje teplotní pole v celé řadě konkrétních případů.

Pro naše účely využijeme teplotní pole od okamžitého bodového zdroje tepla. Toto řešení vychází z předpokladu, že v počátku souřadného systému je v elementárním objemu  $dx \cdot dy \cdot dz$  neohraničeného tělesa, o počáteční teplotě  $T = 273,15 \text{ K}$ , soustředěno množství tepla  $Q \text{ (J)}$  v čase

$\tau = 0$ . Tepelně-fyzikální vlastnosti tělesa se předpokládají v celém tělese konstantní, a to po celou dobu procesu šíření tepla. Řešením základní diferenciální rovnice vedení tepla lze dospět k rovnici, která popisuje teplotní pole ve sledovaném případě :