Posudek oponenta bakalářské práce

Název práce:	Řetězové zlomky - Historie, vlastnosti, možnosti použití
Autor práce:	Michal Antoš
Vedoucí práce:	Mgr. Roman Knobloch, PhD
Oponent práce:	RNDr. Filip Soudský, PhD
Datum odevzdání:	26.4.2023

Posudek

Práce Michala Antoše se zabývá dnes již klasickým tématem řetězových zlomků. Řetězové zlomky jsou zajímavou reprezentací reálných čísel. Ačkoliv zvolené téma není příliš obtížné (domnívám se, že většinu z prezentovaného materiálu by zvládnul i nadanější středoškolák), jedná se o zajímavý přehled včetně ukázky mnoha elegantních aplikací řetězových zlomků.

Celkově je téma poměrně přehledně zpracováno. Mám zde trošku výhrady k tomu, že práce samotná je psána ve wordu, který považuji za primitivní nástroj, ve kterém by se matematické práce psát neměly. V práci se dále objevuje několik neobratných jazykových formulací např.

- str. 10 "řešit logaritmy", čímž se zřejmě myslí vyčíslit logaritmy, str. 19
- str. 19 "Ukážeme si, že nejsou, ale pro práci s řetězovými zlomky ji vyžadujeme"
- str. 19 Příklad 4: Řetězové zlomky se zde převadějí na obyčejné zlomky, nikoliv obráceně, jak píše autor.
- str. 22 "Pak dokážeme, že platí pro $n + 1$
- str. 22 Pokud k je sudé číslo $k = 2m$ tak platí $c_{2m+2} > c_{2m}$

Na to jaký je rozsah práce jich však není mnoho. V několika místech se vyskytly redundance ve vyjadřování, které na některých místech práci zbytečně natahují. Naopak, některé otázky, které zvědavého čtenáře přirozeně napadají, zde nejsou položeny.

Výhrady, které se týkají matematických nedostatků jsou pak tyto:

- U konstrukce řetězového zlomku (str. 29) chybí důkaz, že daný řetězový zlomek k danému číslu vůbec konverguje. Tento důkaz není obtížný a z předchozích tvrzení by nebylo těžké jej podat. Minimální slušností, vzhledem k tomu o jak důležité tvrzení se jedná by bylo např. poskytnout referenci na literaturu, ve které je důkaz. (v matematice by mělo být imperativem takovéto tvrzení dokázat a ne jenom popsat algoritmus, což by bylo pochopitelné v technické literatuře zabývající se pouze aplikacemi)

- V důkazu Liouvilleovy věty (str. 37-38), "v intervalu $(\alpha - \delta, \alpha + \delta)$ se nachází x, pro které,..." argumentace na tomto místě je zcela chybná, a nevím do jaké míry se jedné o chybu z nešťastné formulace, či zda se jedná o nepochopení původního důkazu Liouvilleovy věty.

- Ve třetím řádku na str. 38 má na levé straně být $\frac{p}{q} - \alpha$ namísto $\alpha - \frac{p}{q}$

- str. 39 první odstavec: "Z věty 8 plyne, že pro libovolné $C > 0$ a libovolné $n \in \mathbb{N}$...." Toto plyne z předchozí věty, pokud předpokládáme exitenci transcendentních čísel. Vzhledem k tomu, že autor později dokazuje existenci transcendetních čísel za pomocí tohoto důsledku věty 8, jedná se o důkaz kruhem.

Otázky k obhajobě:

(Q1) Je-li řetězový zlomek vyjádřen nejkratším možným zápisem, znamená to že, je tento zápis jednoznačně určen?

(Q2) Pokud $x \in \mathbb{R}$ a $a_1, a_2, \ldots$ je posloupnost vytvořená konstrukcí na straně 29, musí už nutně platit, že

$$\lim_{n \to \infty} [a_1, a_2, \ldots, a_n] = x?$$

(Q3) Existuje algebraické číslo, k němuž neexistuje periodický řetězový zlomek?

(Q4) Důkaz existence transcendentního čísla na straně 39 je podle mého názoru neplatný (viz. zdůvodnění výše). Můžete tento důkaz opravit tak, aby platil případně podat jiný důkaz existence transcendentních čísel?

Přes výše uvedené nedostatky, se domnívám, že práce, za předpokladu, že student zodpoví otázky výše, splňuje nároky kladené na bakalářskou práci a doporučuji ji ohodnotit známkou velmi dobře -.

1.6.2023
Filip Soudský