

VYSOKÁ ŠKOLA STROJNÍ A TEXTILNÍ V LIBERCI

nositelka Řádu práce

Fakulta strojní

Obor 23 - 07 - 8

strojírenská technologie

zaměření

tváření kovů a plastických hmot

Katedra tváření a plastů

KŘIVKY MEZNÍCH PŘETVOŘENÍ DLE GHOSHE

Ivo S v o b o d a

KPT - 119

Vedoucí práce : Ing. Zdeněk Buchar /KPT, VŠST Liberec/

Rozsah práce a příloh :

Počet stran : . . . 69

Počet příloh a 2 a 5
tabulek :

Počet obrázků :
29

Počet výkresů :

Počet modelů nebo
jiných příloh :

Datum : 25.5.1984

Vysoká škola: **strojní a textilní** Fakulta: **strojní**
Katedra: **tváření a plastů** Školní rok: **1983/84**

ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

(PROJEKTU, UMĚLECKÉHO DÍLA, UMĚLECKÉHO VÝKONU)

pro **Ivo S v o b o d u**
obor **strojírenská technologie**

Vedoucí katedry Vám ve smyslu nařízení vlády ČSSR č. 90/1980 Sb., o státních závěrečných zkouškách a státních rigorózních zkouškách, určuje tuto diplomovou práci:

Název tématu: **Křivky mezních přetvoření dle Ghose**

Zásady pro vypracování:

1. Seznamte se s problematikou hodnocení tvažitelnosti tenkých plechů.
2. Seznamte se s hodnocením jakosti plechů pomocí DMP.
3. S využitím počítače Ec 1033 spočtete teoretické mezní křivky přetvoření dle Ghose. Takto určené mezní křivky porovnejte s mezní křivkou získanou experimentálně.

V. 193/84 S

Autorské právo se řídí směrnicemi
MŠK pro státní záv. zkoušky č. j. 31
727/62 Mjz ze dne 13. srpence
1962 - Věstník MŠK XVII, seriál 24 ze
dne 31. 8. 1962 § 19 aut. z. č. 115/53 Sb.

VYSOKÁ ŠKOLA STROJNÍ A TEXTILNÍ
Ústřední knihovna
LIBEREC 1, STUDENTSKÁ 5
PSČ 461 17

Rozsah grafických prací:

Rozsah průvodní zprávy: 30 - 40 stran

Seznam odborné literatury:

1. Primus, F. : Nomogramy pro určení zásoby plasticity anizotropních hlubokotažných plechů. Strojírenská výroba, 26, 1978, č.2, s. 92-99 a s. 114.
2. Vogel, J. : Programování v jazyku FORTRAN, SNTL, Praha, 1981
3. Ghosh, A.K. : A Criterion For Ductile Fractura in Sheets Under Biaxial Loading

Vedoucí diplomové práce: Ing. Zdeněk Buchar

Datum zadání diplomové práce: 3. 10. 1983

Termín odevzdání diplomové práce: 25. 5. 1984



Jaroslav Fměj
Doc. Ing. Jaroslav Fměj, CSc.
Vedoucí katedry

Bohuslav Stříž
Doc. RNDr. Bohuslav Stříž, CSc.
Děkan

V Liberci dne 22. 9. 1983

PROHLÁŠENÍ

Místopřísežně prohlašuji, že jsem diplomovou práci vypracoval samostatně, s použitím uvedené literatury.

V Liberci dne 25.5.1984

Ivo Srobný

OBSAH

1. Úvod	strana 7
2. Metody hodnocení tvařitelnosti tenkých plechů	9
2.1. Zkoušky tvařitelnosti	9
3. Ghoshovo kritérium	16
3.1. Obecná formulace Ghoshova kritéria	18
3.2. Použití kritéria pro tváření tenkých plechů	21
3.3. Vliv výchozích parametrů na průběh mezních křivek	27
4. Experimentální ověření Ghoshova kritéria	30
4.1. Příprava zkušebních vzorků	30
4.1.1. Přesnost použitých deformačních sítí	35
4.2. Metodika stanovení lomových přetvoření φ_{1e} a φ_{2e}	38
4.2.1. Zjišťování φ_{1e} z gradientu přetvoření	41
4.2.2. Zjišťování φ_{1e} z měření konečné tloušťky plechu	43
4.3. Výsledky a rozbor	48
5. Porovnání stávajících kritérií	53
6. Jiné kritérium vycházející z plastického lomu	57
7. Diskuze	64
8. Závěr	68
Použitá literatura	69
Přílohy	70-74

SEZNAM POUŽITÝCH ZKRATEK A SYMBOLŮ.

$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$	- maximální, střední a minimální hlavní napětí σ_1 a σ_2 působí v rovině plechu, $\sigma_3 = 0$
σ_s	střední oktaedrické napětí
σ_i	intenzita napětí
$m\sigma$	poměr hlavních normálních napětí $\frac{\sigma_2}{\sigma_1}$
τ_{max}	maximální smykové napětí
τ_i	efektivní smykové napětí
$\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$	algebraicky maximální, střední a minimální skutečná přetvoření
$\varphi_{1e}, \varphi_{2e}, \varphi_{3e}$	totéž pro lom
φ_i	intenzita přetvoření
φ_{ie}	intenzita přetvoření v lomu
	modul plasticity
r	koeficient normálové anizotropie plastických vlastností plechu
Δr	koeficient plošné anizotropie normálové anizotropie
n, C	exponent zpevnění a míra přetvárné pevnosti ze zákona parabolického zpevnění $\sigma_i = C\varphi_i^n$
K_{cr}	materiálové konstanta spojená s kritickou pravděpodobností smykového řetězení
V	objemový zlomek inkluzí
L_0	parametr deformační sítě
$L_{1,2}$	délky proměřovaných elementů proměřované sítě ve směru působení hlavních normálních přetvoření
b	šířka zkušebních vzorků v příčné ose

l_0	odlehlost od trhliny vztažená na původní nepřetvořenou deformační síť
t_0	počáteční tloušťka plechu
t_1	tloušťka plechu v místě lomu
d_0	vzdálenost nepřetvořených rysek nanesených na povrch plechu
d	vzdálenost rysek po přetvoření
DMP	diagram mezních přetvoření

1. ÚVOD

Československé strojírenství jako dodavatel moderní techniky, představuje rozhodující článek ve zvyšování technicko-ekonomické úrovně celého národního hospodářství. Zvláštní náležitosti pro strojírenství mají zejména úkoly vědeckotechnického rozvoje, stanovené XVI. sjezdem KSČ a rozvinuté dále 8. zasedáním ÚV KSČ.

Intenzivní dynamický rozvoj strojírenství i dalších oborů národního hospodářství vyžaduje především zvýšit efektivnost, produktivitu práce a kvalitu produkce při současném snížení materiálových nákladů, pracnosti a spotřeby energie. Je proto třeba preferovat a urychleně rozšiřovat progresivní technologie, které významně snižují spotřebu kovů a zvyšují seriovost výroby. K takovým progresivním technologiím patří ve strojírenství zejména tváření.

Mezi tvářecími technologiemi vystupují pak do popředí zvláště technologie plošného tváření - tj. operace lisování. Součásti z plechu zhotovené touto technologií mají široké uplatnění téměř ve všech oblastech výroby, což vyplývá ze skutečnosti, že plechová součást dnes představuje nejdokonalejší využití materiálu, jeho mechanických vlastností a současně umožňuje výrobu s vysokou produktivitou práce.

Nejzávažnějším problémem, který je třeba řešit při zpracování tenkých plechů technologiemi plošného tváření, je vznik neopravitelných zmetků, a to zvláště při výrobě velkorozměrných výlisků nepravidelného tvaru. Tento problém však nelze vyřešit jen pomocí praktických zkušeností. Je třeba provést hlubokou

analýzu tvářecích operací a na základě teoretických poznatků a výsledků praxe se naučit ovládat tvářecí procesy tak, aby vznik zmetků byl omezen na nejmenší možnou míru.

Jednou z hlavních oblastí teoretického výzkumu v posledních letech je stanovení přesných kritérií pro optimální využití plastických vlastností plechů, tedy studium jejich tvařitelnosti. V souvislosti s posuzováním tvařitelnosti je nutné určit maximální, tj. mezní stupeň přetvoření, který ještě neohroží úspěšný průběh tváření. Při překročení této hranice nezískáme již kvalitní výlisek, ale zmetek.

Velkým přínosem v problematice hodnocení tvařitelnosti bylo zavedení diagramů mezních přetvoření. Tyto diagramy, definované pro určitý mezní stav, umožňují stanovit pro konkrétní materiál mezní přetvoření v celém rozsahu stavů napjatosti, které mohou při tváření obvykle nastat. Uvedené diagramy lze získat jednak teoretickým rozborem vlastností plechů a stavů napjatosti při kterých výlisek vzniká, na základě teorie plasticity, jednak experimentálně modelováním stavů napjatosti, k nimž při lisování dochází.

Předložená práce se zabývá problematikou stanovení diagramů mezních přetvoření, jako prostředku k hodnocení tvařitelnosti tenkých plechů. Cílem práce je návrh metodiky k získávání teoretických mezních křivek s použitím experimentálně-početního Ghoshova kritéria, založeného na vlastnostech plastického lomu, a porovnání teoretických křivek s křivkou získanou experimentálně.

2. METODY HODNOCENÍ TVAŘITELNOSTI TENKÝCH PLECHŮ

2.1. Zkoušky tvařitelnosti

Ke zjišťování tvařitelnosti tenkých ocelových plechů se v praxi používá několika různě náročných metod, které nám mohou poskytnout přehled o vhodnosti jednotlivých materiálů k operacím plošného tváření. Snaha se soustředila především na nalezení co nejjednodušší a dobře reprodukovatelné zkušební metody, která by hodnotila vhodnost materiálu pro daný výrobek ještě před jeho tvarovou změnou.

Nejjednodušší a nejrozšířenější zkouškou tvařitelnosti je zkouška tahem. Výhody této zkoušky spočívají zejména v rychlosti provedení, nenáročnosti na zkušební zařízení a velké reprodukovatelnosti. Zkouška tahem nám může poskytnout řadu důležitých materiálových hodnot, na základě kterých lze usuzovat na chování materiálu během tváření. Z hlediska tvařitelnosti nás zajímají především hodnoty meze kluzu R_p (resp. R_e), meze pevnosti R_m , tažnosti A , exponentu zpevnění n , koeficientu normálové anizotropie r a další.

Je však nutné si uvědomit, že výsledky získané ze zkoušky tahem se vztahují pouze k jednomu typu stavu napjatosti, kterým je jednoosý tah, přičemž v tvářecí praxi se vyskytuje převážně víceosá napjatost a to ještě v různých kombinacích. V tomto tkví také hlavní nevýhoda této zkoušky, neboť se změnou stavu napjatosti se mění podstatně i tvařitelnost. Proto lze na základě hodnot zjištěných ze zkoušky tahem, z nichž za nejcennější jsou v poslední době považovány parametry n a r , pouze předpovídat chování materiálu v podmínkách zpracování.

Tento nedostatek částečně odstraňují zkoušky prováděné za podmínek podobných skutečnému zpracování ve výrobním procesu.

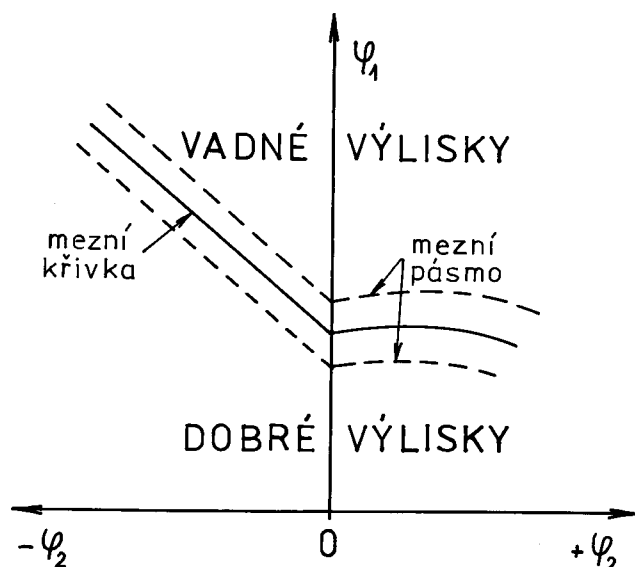
Tyto zkoušky se někdy též označují jako napodobující /1/. Zjišťujeme jimi některé srovnatelné ukazatele komplexního charakteru, které nám umožňují objektivní kvalitativní posouzení vhodnosti materiálů pro určitý způsob zpracování. Nevýhodou těchto zkoušek, kterých existuje dnes již celá řada (Erichsenova, TZP, KWI, Fukuiho a j.) je však v mnohých případech jejich náročnost na zkušební zařízení, značná pracnost a poměrně nízká reprodukovatelnost. Rovněž výsledky získané z těchto zkoušek, i když jsou pro tvářeče velmi cenné, nemohou zdaleka postihnout všechny případy, které se při tváření v praxi vyskytují. Zvláště tažení velkorozměrných výlisků nepravidelného tvaru je velmi složitý proces, při němž se uplatňuje řada vnějších vlivů.

Složitost teoretické analýzy takového procesu spočívá v tom, že se na jednotlivých místech výlisku vlivem velmi složitého stavu napjatosti vyskytují i velmi rozdílná přetvoření. K tomu, abychom zajistili kvalitní výlisek při maximálním využití plastických vlastností plechů, potřebujeme znát pro jednotlivé materiály kvantitativně mezní přetvoření v celém rozsahu stavů napjatosti, které při tváření obvykle vznikají. Tento požadavek však nemůže žádná zkouška tvařitelnosti splnit, což vedlo k sestavení diagramů mezních přetvoření (DMP).

2.2. Diagramy mezních přetvoření

Jedním z moderních přístupů k hodnocení tvařitelnosti tenkých plechů je použití diagramů mezních přetvoření. Tyto diagramy umožňují určit kvantitativně pro jednotlivé stavy napjatosti a konkrétní materiál mezní přetvoření φ_1 a φ_2 , které ještě nezpůsobí vznik vadných výlisků (obr. 1).

Diagramy mezních přetvoření vycházejí z předpokladu, že deformační schopnost materiálu lze definovat na hranici plasticke nestability. Průběh mezní křivky, která představuje mez tvářitelnosti daného materiálu závisí na tom, jak byla definována ztráta stability procesu tváření.



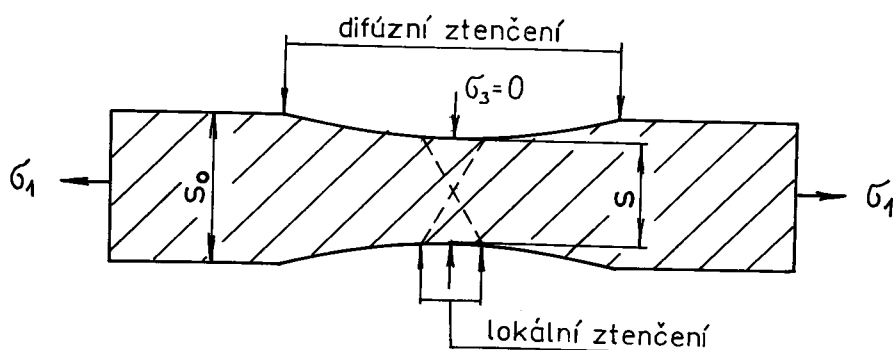
Obr. 1. Diagram mezních přetvoření

V zásadě lze v oblasti velkých plastických přetvoření rozlišovat tři typy ztráty stability:

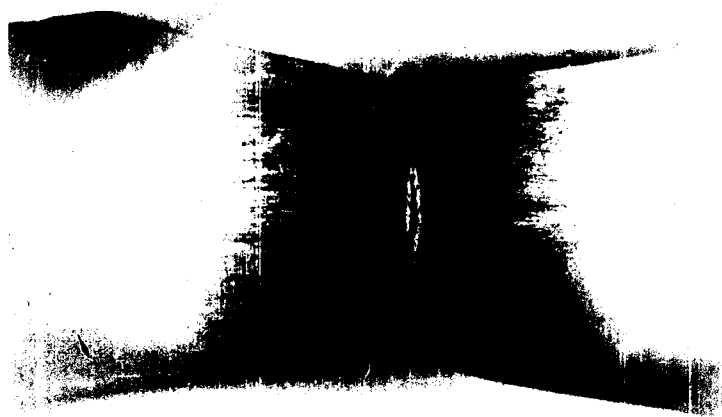
1. Ztrátu stability v oblasti rovnoměrných přetvoření, která nastane v okamžiku dosažení meze pevnosti materiálu.
2. Ztrátu stability v oblasti přetvoření při difúzním ztenčení, kdy dojde u některých materiálů vlivem dodatečného zpevnění k dočasnému obnovení stability tvářecího procesu (tzv. kvazistabilní plastický tok) /2/.
3. Ztrátu stability v oblasti přetvoření při lokálním ztenčení, která vede bezprostředně k porušení materiálu.

Zatímco první dva typy ztráty stability jsou prakticky využi-

telné, třetí typ nemá pro praktické lisování význam. Oblast difúzního ztenčení s oblastí následujícího lokálního ztenčení je schematicky znázorněna na obr. 2. Skutečné lokální ztenčení na povrchu zkušební vzorku ukazuje obr. 3.



Obr. 2. Lokální ztenčení v zóně difúzního ztenčení



Obr. 3. Oblast lokálního ztenčení na povrchu zkušební vzorku.

Prostřednictvím diagramů mezních přetvoření můžeme tedy odhalit ta místa na výlisku, kde hrozí buď nebezpečí vyčerpání schopnosti materiálu k rovnoměrnému plastickému přetvoření, nebo lokalizace přetvoření a vznik trhlin. Vhodným technologickým zásahem, který vede ke změně stavu napjatosti, je pak možné odstranit v těchto místech výlisku příčiny vyčerpání

zásoby plasticity bez nutnosti použití kvalitnějšího materiálu. Přitom je však třeba počítat s tím, že kvalita plechu kolísá v určitém rozmezí.

Pro sestavení křivky mezních přetvoření potřebujeme znát množství dvojic skutečných přetvoření φ_1 a φ_2 v rovině plechu pro okamžik dané ztráty stability tak, aby rovnoměrně pokryly celou oblast stavu napjatosti počínaje jednoosým tahem a konče rovnoměrným dvojosým tahem.

Mezní křivky lze získat:

1. Zjišťováním hodnot φ_1 a φ_2 přímo na výliscích užitím metody deformačních sítí.
2. Laboratorně, použitím experimentální metody založené na modelování stavů napjatosti, což se provádí
 - a) řadou různých zkoušek za použití množství různých typů vzorků
 - b) vypínáním nástřihů ve tvaru různě širokých pruhů v tažném nástroji /3/.

Přetvoření φ_1 a φ_2 určíme opět použitím metody deformačních sítí v oblasti lomu zkušebních vzorků. V těchto případech však nezískáme v DMP mezní křivku, ale mezní pásmo (obr.1), jehož šířka je závislá na přesnosti měření a rozptylu mechanických vlastností plechu.

3. Experimentálně-početní metodou, při níž lze průběh mezních křivek předpovědět teoreticky pomocí matematických vztahů odvozených na základě teorie plasticity a uvažujících různá kritéria ztráty stability tvářecího procesu. Vlastnosti materiálu jsou v těchto kritériích reprezentovány obvykle parametry n a r zjištěnými experimentálně.

V současné době jsou nejrozšířenější následující kritéria, která předpovídají mezní stavy přetvoření

- a) kritérium dle Tomlenova, které je založeno na matematickém určení okamžiku ztenčení plechu; Tomlenov uvažoval při výpočtu v celém rozsahu stavů napjatosti podmínku lokální ztráty stability a izotropní materiál, pro anizotropní materiál toto kritérium upravil Ruzanov
- b) teoretické Goodwin - Keelerovo kritérium, které vychází z předcházejícího kritéria, přičemž předpokládá při rovinné napjatosti charakterizované přetvořeními $\varphi_1 > 0$, $\varphi_2 > 0$ difúzní ztrátu stability procesu tváření a při napjatosti charakterizované přetvořeními $\varphi_1 > 0$, $\varphi_2 < 0$ lokální ztrátu stability; meznímu stavu odpovídá dosažení meze pevnosti materiálu, což je možné posuzovat dle hodnoty exponentu deformačního zpevnění n , zjišťovaného při zkoušce tahem přímou metodou; anizotropie materiálu, kterou toto kritérium rovněž uvažuje je zahrnuta v parametrech r a Δr
- c) kritérium dle Ghoshe, jež je založeno na předpokladu, že v reálném materiálu existují vměstky, kolem nichž se tvoří dutiny, jejichž postupným růstem a spojováním dojde k porušení plechu (kapitola 3)
- d) kritérium dle Marciniaka, které vychází z faktu, že plech obsahuje výchozí nehomogenity (např. místa s menší tloušťkou plechu) a že v některém z těchto míst vznikne výrazné lokální ztenčení, které vede k porušení materiálu.

Velkého rozšíření doznaly v posledních letech právě experimentálně-početní metody, jejichž velkou výhodou oproti metodám experimentálním je při použití moderní výpočetní techniky

jednoduchost a rychlost provedení. Tyto metody však mají i své nevýhody, které mohou vést k tomu, že teoretická mezní křivka vypočtená na základě některého z kritérií tvařitelnosti se nebude shodovat s hodnotami mezních přetvoření zjištěnými experimentálně. To vyplývá především z toho, že každé kritérium vychází při výpočtu z určitých zjednodušujících předpokladů a různě může definovat i mezní stav. Je proto třeba vzít za základ experimentálně získanou křivku (pásmo) pro určitý konkrétní materiál a provést porovnání s vypočtenou teoretickou křivkou. Jestliže se budou obě křivky shodovat, je výhodnější a hospodárnější použít experimentálně-početní metodu. Jestliže ale teoretické mezní křivky budou značně vzdálené skutečnosti, je nutné použít pro takové materiály vždy metodu experimentální.

V další části práce je uveden popis Ghoshova kritéria, založeného na vlastnostech plastického lomu materiálů, jehož rozšíření a uplatnění v poslední době bylo umožněno především využitím moderní výpočetní techniky.

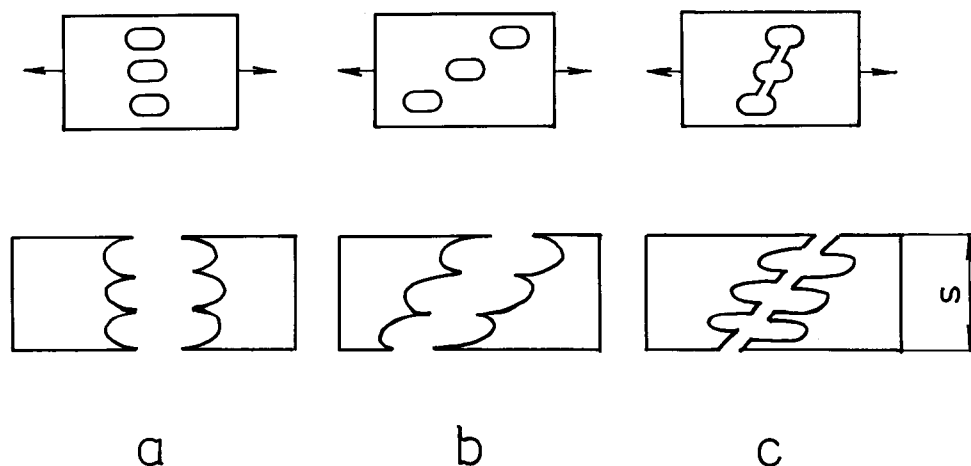
3. GHOSHOVO KRITÉRIUM

Kritéria tvařitelnosti dovolující tvářet materiál pouze v oblasti rovnoměrných přetvoření, tj. do okamžiku dosažení meze pevnosti, většinou vedou k neúplnému využití plastických vlastností plechů. To vedlo k myšlence vytvořit kritérium, které vychází z vlastností plastického lomu tvárných materiálů.

Nejrealističtější kritérium pro lom tvárných kovů navrhl Mc Clintock, který provedl modelování procesu iniciace, růstu a spojování dutin. Ačkoliv dutiny mohou vzniknout protínáním smykových pásů v čistém kovu, začínají se u většiny tvárných kovů objevovat buď vlivem oddělování vnitřních částic, nebo praskáním inkluzních nečistot. Tento jev nastává již v počátečním stádiu deformace a před lomem dochází ke značnému dodatečnému tečení.

Plastický lom nastává při tváření tenkých plechů podél makroskopické roviny v úhlu 45° vzhledem k rovině plechu. Proces lomu není vyvolán u plechů přímým proražením, které je obvykle doprovázeno trojosou napjatostí (obr. 4a), ale buď smykovým propojením rostoucích dutin, což má za následek vznik vysokých lomových deformací (obr. 4b), nebo vznikem lokalizovaných smykových spojení dutin typu "psí kost", což má za následek o něco nižší lomové deformace (obr. 4c). Mc Clintockův přístup však předpokládá pro určení lomového přetvoření vstupní informace o tvaru, velikosti a rozmístění uzavřených inkluzí, o rychlosti růstu dutin a o zákonech deformačního zpevnění.

Ghosh /4/ navrhl kritérium, které je zjednodušením Mc Clintockovy teorie, založené na pravděpodobnosti smykového spojování dutin. Ghoshova metoda spočívá v určení křivky mezních



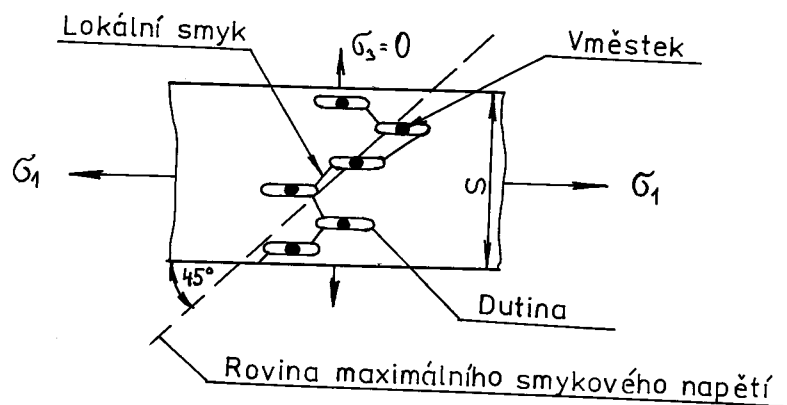
Obr. 4, (a - c). Tři typy plastického lomu v důsledku spojování rostoucích dutin

přetvoření početně, při známých hodnotách mezních přetvoření (lomové deformace) pro alespoň jeden způsob zatížení, např. jednoosý tah. Jednoosý tah byl zvolen vzhledem k jednoduchosti a dostupnosti tahové zkoušky.

Ghoshem navržené kritérium vychází z několika dále uvedených předpokladů, z nichž většina byla experimentálně ověřena:

1. Ke vzniku dutin dochází kolem tuhých inkluzí a to již v relativně ranném stadiu deformace.
2. Největší význam mají dutiny vytvořené kolem velkých inkluzí.
3. Počet aktivních inkluzí na jednotku objemu materiálu je nezávislý na historii namáhání. Rychlosti růstu dutin jsou však na ní závislé.
4. Všechny aktivní inkluze mají sférický charakter.
5. Všechny částice mají stejnou průměrnou velikost a vzájemnou vzdálenost.
6. V každém okamžiku procesu růstu dutin je průměrná růstová rychlost všech dutin stejná a je úměrná makroskopické rychlosti přetvoření.

7. Napjatost je rovinná a leží mezi jednoosým tahem a rovnoměrným dvojosým tahem.
8. Plastické vlastnosti (deformační zpevnění a anizotropii) tvářeného materiálu růst dutin neovlivňuje.
9. Při dostatečné velikosti dutin je energeticky výhodné vytvoření lokalizovaných smykových pásů v úhlu 45° ke směru maximálního hlavního napětí σ_1 (obr. 5).
10. Smykové spojování může nastat pouze na povrchu dutiny a jeho pravděpodobnost je v každém okamžiku úměrná velikosti nového povrchu, který je v daném okamžiku deformace k dispozici (tj. úměrná okamžité rychlosti růstu povrchu dutiny).



Obr. 5. Schematický pohled na smykové řetězení.

3.1. Obecná formulace Ghoshova kritéria

Vzájemný rozestup dvou dutin je uvažován jako jednotkový. K smykovému řetězení dojde, jestliže je mezi dvěma dutinami dosaženo kritického smykového napětí $(\tau_{min})_k$. Smykové řetězení může nastat na celém povrchu dutiny. Vzroste-li v čase mezi t a dt velikost povrchu dutiny o dS dojde ke spojení na novém povrchu dutiny. Zvětšující se podíl plochy dutin je úměrný $\dot{S} = dS / dt$. Pravděpodobnost, že nastane zřetězení bude rovna 1

v případě, že součin τ_{\min} a \dot{S} dosáhne kritické hodnoty C^*

$$(\tau_{\min} \cdot \dot{S})_k = C^* \quad (3.1a)$$

Hodnota C^* je závislá jednak na rychlosti zpevnění $d\sigma_i/d\varphi_i$ a na vzájemném rozestupu mezi dutinami L . Ghosh předpokládá hodnotu $d\sigma_i/d\varphi_i$ za malou a konstantní, nezávislou na napětí a zanedbává ji. Naproti tomu vliv L je uvažován, neboť nízká hodnota L umožňuje řetězení při nižší hodnotě C^* . Funkční závislost C^* na L je uvažována ve tvaru L^m , kde m je konstanta přibližně rovna jedné. Z rovnice (3.1a) získáme

$$C_1 L^m = (\tau_{\min} \cdot \dot{S})_k \quad (3.1b)$$

kde C_1 je další konstanta, přičemž $C_1 \neq C^*$.

V reálných materiálech jsou vměstky statisticky rozděleny podle velikosti, odstupu a hustoty. Pro získání průměrné hodnoty lomové deformace se předpokládá, že lom nastane rázem, jestliže je splněna rovnice (3.1b) pro všechny dutiny s $L = L_{stř}$. Veličina $L_{stř}$ označuje střední volnou dráhu mezi dutinami a je úměrná převrácené hodnotě objemového zlomku inkluzí V . Místní napětí τ_{\min} je úměrné max. makroskopickému napětí $\tau_{\max} = \sigma_1/2$. Rovnici (3.1b) lze tedy přepsat do tvaru

$$D = (\tau_{\max} \cdot \dot{S})_k V^m \quad (3.2)$$

Vzhledem k tomu, že tuhé inkluze brání podstatnému zeslabení (zploštění) dutin při rovinné napjatosti a umožňují jejich zvětšení pouze prodloužením rovnoběžně s rovinou plechu, je růst povrchu úměrný zvětšení středního průřezu dutin A . Rovnice (3.2) má pak tvar

$$D = \chi (\dot{A} \tau_{\max})_k V^m \quad (3.2a)$$

kde χ je konstanta úměrnosti. Pro vyjádření \dot{A} bylo použito výrazu Rice a Tracyho, který se týká rychlosti radiálního růstu kulových dutin. U materiálů s deformačním zpevněním je rychlost radiálního růstu \dot{R} úměrná pouze dilatačnímu poli

$$\dot{R} = M_1 R_0 \dot{\psi}_i \left(\frac{\sigma_s}{\tau_i} \right) \quad (3.3)$$

kde R_0 je původní poloměr dutiny

$\dot{\psi}_i$ intenzita rychlosti deformace

σ_s střední oktaedrické napětí

τ_i intenzita smykového napětí

M_1 konstanta vztahující se k růstu dutin.

Aplikací zákona tečení z teorie plasticity $\dot{\psi}_i = d\lambda \tau_i$, kde $d\lambda$ je modul plasticity, můžeme rovnici (3.3) vyjádřit jako

$$\dot{R} = M_2 R_0 \sigma_s \quad (3.4)$$

kde $M_2 = M_1 d\lambda$.

Průměrná rychlost růstu dutin v oblasti středního průměru \dot{A} je dána vztahem

$$\dot{A} = 2\pi R_0^2 \dot{R} = 2\pi R_0^2 M_2 \sigma_s \quad (3.5)$$

Kombinací rovnic (3.2a) a (3.5) dostaneme

$$D = \chi M_2 (2\pi R_0^2) V^m \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{3} \cdot \frac{\sigma_1}{2} \quad (3.6)$$

kde $\frac{\sigma_1 + \sigma_2}{3}$ představuje střední oktaedrické napětí, neboť pro plechy platí $\sigma_3 = 0$. Za působení hydrostatického tlaku p pak tento člen má tvar $(\sigma_1 + \sigma_2 - 3p)/3$.

Podmínka okamžitého lomu z rovnice (3.6) se pak redukuje na

$$(1 + m_{\sigma}) \sigma_1^2 = K_{Cr} \quad (3.7)$$

kde

$$K_{Cr} = \frac{3D}{\lambda M_2 (\pi R_0^2) V^m} \quad (3.7a)$$

a poměr okamžitých napětí $m_{\sigma} = \frac{\sigma_2}{\sigma_1}$, pro $\sigma_1 > \sigma_2$.

Rovnice (3.7) je zjednodušenou formou kritéria lomu navrženého Ghoshem. Je zajímavé, že pouze poměr okamžitých napětí m a druhá mocnina maximálního hlavního napětí σ_1^2 při lomu vstupují do této mezní podmínky. Konstanta K_{Cr} má proto rozměr druhé mocniny napětí a představuje modifikovanou formu parametru lomového napětí. V konstantě K_{Cr} jsou obsaženy údaje o velikosti, objemovém zlomku a rychlosti růstu dutin.

Ghoshovo kritérium, na rozdíl od kritérií založených buď na maximálním smykovém napětí, nebo na středním oktaedrickém napětí, využívá jejich kombinace za pomoci pravděpodobnostního argumentu.

3.2. Použití kritéria pro tváření tenkých plechů

Na základě kritéria z rovnice (3.7) mohou být vypočítána mezní přetvoření při lomu s použitím konvenční teorie plasticity za předpokladu proporcionálního zatěžování plechů. Pro anizotropní materiály použil Hill podmínku tečení v případě, že hlavní osy tenzoru napětí σ_{ij} souhlasí s hlavními osami anizotropie, ve tvaru

$$2f(\sigma_{ij}) = F(\sigma_2 - \sigma_3)^2 + G(\sigma_3 - \sigma_1)^2 + H(\sigma_1 - \sigma_2)^2 = 1 \quad (3.8)$$

Pro uvažovaný případ a pro zvolený systém hlavní osy platí pro intenzitu napětí a intenzitu přetvoření vztahy

$$\sigma_i = \sqrt{\frac{3}{2} \cdot \frac{1}{F+G+H} [F(\sigma_2 - \sigma_3)^2 + G(\sigma_3 - \sigma_1)^2 + H(\sigma_1 - \sigma_2)^2]} \quad (3.9)$$

$$d\varphi_i = \sqrt{\frac{2}{3} \cdot \frac{F+G+H}{FG+FH+GH} [Fd\varphi_1^2 + Gd\varphi_2^2 + Hd\varphi_3^2]} \quad (3.10)$$

V souhlasu se vztahy Levy - Misese mezi napětím a přírůstkem přetvoření pro anizotropní materiály zní zákon tečení pro směry hlavní osy anizotropie

$$d\varphi_1 = d\lambda [H(\sigma_1 - \sigma_2) + G(\sigma_1 - \sigma_3)] \quad (3.11)$$

$$d\varphi_2 = d\lambda [H(\sigma_2 - \sigma_1) + F(\sigma_2 - \sigma_3)]$$

$$d\varphi_3 = d\lambda [G(\sigma_3 - \sigma_1) + F(\sigma_3 - \sigma_2)]$$

Nemění-li se poměry hlavního napětí a hlavního přetvoření a zůstanou-li vztahy mezi anizotropními parametry F, G a H konstantní, mohou být rovnice (3.10) a (3.11) integrovány.

Tím získáme

$$\varphi_i = \sqrt{\frac{2}{3} \cdot \frac{F+G+H}{FG+FH+GH} [F\varphi_1^2 + G\varphi_2^2 + H\varphi_3^2]} \quad (3.12)$$

Za předpokladu rovinné napjatosti získáme s využitím rovnic

$$\sigma_3 = 0$$

$$\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 = 0$$

$$\frac{H}{G} = r ; \frac{H}{F} = r ; \frac{G}{F} = 1$$

vztahy (3.9) a (3.12) ve tvaru

$$\sigma_i = \sqrt{\frac{3(1+r)}{2(2+r)} \left[1 + m_\sigma^2 - \frac{2r}{1+r} m_\sigma \right]} \cdot \sigma_1 \quad (3.13)$$

$$\varphi_i = \sqrt{\frac{2(1+r)(2+r)}{3(2r+1)} \left[1 + \frac{\varphi_2^2}{\varphi_1^2} + \frac{2r}{1+r} \cdot \frac{\varphi_2}{\varphi_1} \right]} \cdot \varphi_1 \quad (3.14)$$

kde r je koeficient normálové anizotropie.

Výrazy (3.13) a (3.14) Ghosh zjednodušil na

$$\sigma_i = A \sqrt{1 + m_\sigma^2 - P m_\sigma} \cdot \sigma_1 \quad (3.15)$$

$$\varphi_i = B \sqrt{1 + m_\varphi^2 - P m_\varphi} \cdot \varphi_1 \quad (3.16)$$

kde

$$A = \sqrt{\frac{3+3r}{4+2r}} \quad (3.17a)$$

$$B = \sqrt{\frac{(2+2r)(2+r)}{6r+3}} \quad (3.17b)$$

$$P = \frac{2r}{1+r} \quad (3.17c)$$

$$m_\varphi = \frac{\varphi_2}{\varphi_1} \quad (3.17d)$$

Vyjádříme-li z rovnice (3.16) přetvoření φ_1 dostaneme

$$\varphi_1 = \frac{\varphi_i}{B \sqrt{1 + m_\varphi^2 + P m_\varphi}} \quad (3.18)$$

a úpravou rovnice (3.7) pak

$$\sigma_1 = \sqrt{\frac{K_{cr}}{1 + m_\varphi}} \quad (3.19)$$

Ze znalosti sdruženého zákona tečení ve tvaru

$$m_\sigma = \frac{(1 + r) m_\varphi + r}{1 + r + r m_\varphi} \quad (3.20)$$

a s využitím zákona parabolického zpevnění

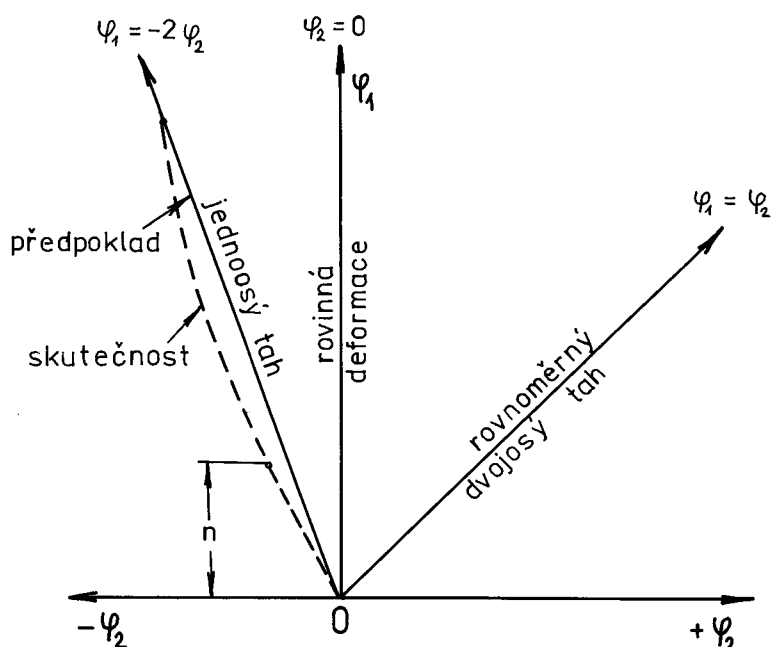
$$\sigma_i = C \varphi_i^n \quad (3.21)$$

a dále rovnic (3.15) a (3.16) můžeme po dosazení do rovnice (3.18) vyjádřit po úpravě maximální přetvoření při lomu

$$\varphi_1 = \frac{\{A^2 \cdot K_{cr} (1 + m_\sigma^2 - P m_\sigma) / [C^2 (1 + m_\sigma)]\}^{\frac{1}{2n}}}{B \sqrt{1 + m_\varphi^2 + P m_\varphi}} \quad (3.22)$$

Známe-li tedy hodnoty C , n , r a K_{cr} , můžeme vypočítat φ_1 pro dané m_φ s použitím rovnic (3.17a) až (3.17c), (3.20) a (3.22). Přetvoření φ_2 lze následně určit z rovnice (3.17d).

Pro výpočet mezních přetvoření při dvojosé napjatosti probíhá poměr m_φ interval v rozmezí hodnot $-0,5$ až $1,0$ (což však přesně platí pouze pro izotropní materiál). V rozsahu kladných hodnot přetvoření φ_2 se předpokládá až do okamžiku lomu line-



Obr. 6. Průběh deformačních stop pro různé stavy napjatosti

ární průběh deformačních stop (obr. 6). V oblasti záporných hodnot přetvoření φ_2 je poměr m_φ konstantní až do hodnoty $\varphi_1 = n$ a potom se začíná odchylovat směrem k rovinné deformaci, jak je rovněž ukázáno na obr.6. Předpokládaná lineární deformační stopa pro jednoosé tahové napětí až do okamžiku lomu má tendenci "průměrovat" historii deformace. Vzhledem k tomu, že uvažováním celkových deformací namísto jejich přírůstků dochází k chybě, přiřazuje se pro lom tzv. koncový deformační poměr o hodnotě rovnající se polovině předpokládaného konstantního poměru, jako obecný způsob pro zachycení změny deformační dráhy. Všechny deformační stopy mezi jednoosým tahem a rovinnou deformací se považují za konstantní hodnoty $m_\varphi = m_{\varphi_0}$ a hodnoty m_σ závisí na okamžitých hodnotách $m_\varphi = m_{\varphi_0}/2$. Tato metoda byla zvolena proto, že žádná analýza neumožňuje přesnou předpověď změn deformačních stop, k nimž dochází v krčku materiálu až do okamžiku lomu.