

VYSOKÁ ŠKOLA STROJNÍ A TEXTILNÍ V LIBERCI
nositelka řádu práce

Fakulta strojní
Katedra částí strojů a mechanismů
Obor 23-21-8

Stroje a zařízení pro chemický, potravinářský
a spotřební průmysl

zaměření

Balicí a polygrafické stroje

PRYZKORDOVÝ ROTAČNÍ PLÁŠŤ JAKO ČINNÝ PRVEK
TAŽNÉHO VÁLCE

KST - 115

Michal D U D A

Vedoucí práce: Ing. Zdeněk Pustka, CSc., VŠST Liberec

Rozsah práce a počet příloh:

Počet stran: 54
Počet tabulek: 6
Počet obrázků: 18
Počet výkresů: 18
Počet jiných příloh: 7

Datum odevzdání DP: 10. května 1988

Vysoká škola: strojní a textilní Fakulta: strojní
Katedra: části a mech. strojů Školní rok: 1987/88

ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

(PROJEKTU, UMĚLECKÉHO DÍLA, UMĚLECKÉHO VÝKONU)

pro Michala D u d u
obor 23-21-8 zaměření Balicí a polygrafické stroje

Vedoucí katedry Vám ve smyslu nařízení vlády ČSSR č. 90/1980 Sb., o státních závěrečných zkouškách a státních rigorózních zkouškách, určuje tuto diplomovou práci:

Název tématu: Pryžokordový rotační plášť jako činný prvek
tažného válce

Zásady pro vypracování:

1. Proveďte rozbor deformací a silových vazeb v rotační pryžokordové stěně.
2. Poznatky aplikujte na plášť tažného válce; proveďte řešení silových poměrů a posuvů pláště tažného válce.
3. Navrhněte zařízení pro ověření výpočtu získaných vlastností; navrhněte ověřovací vzorek válce.
4. Proveďte porovnání výsledků výpočtového řešení se skutečnými hodnotami na zkušebním vzorku v případě, bude-li k dispozici zkušební zařízení.

V 58 / 88 5
VYSOKÁ ŠKOLA STROJNÍ A TEXTILNÍ
Ústřední knihovna
LIBEREC 1, STUDENTSKÁ 5
PŠČ 461 17

stroje polygrafické -
- ústřední knihovna -
- povlady

Rozsah grafických prací: Výrobní dokumentace zkušební vzorku a zkušebního zařízení.

Rozsah průvodní zprávy: 35 stran

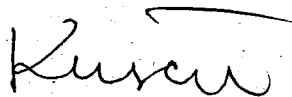
Seznam odborné literatury: Vědeckovýzkumné zprávy KST zaměřené na výpočet pryžokórdových stěn.

Vedoucí diplomové práce: Ing. Zdeněk Pustka, CSc.

Datum zadání diplomové práce: 6.10.1987

Termín odevzdání diplomové práce: 10.5.1988

L.S.



Prof. Ing. O. Krejčíř, CSc.

Vedoucí katedry



Prof. Ing. V. Prášil, DrSc.

Děkan

v Liberci dne 6.10. 1987

PROHLÁŠENÍ

"Místopřísežně prohlašuji, že jsem diplomovou práci vypracoval samostatně s použitím uvedené literatury."

V Liberci, dne 10.5.1988

O B S A H

	strana
SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ	5
1. ÚVOD	7
2. ROZBOR DEFORMACÍ A SILOVÝCH VAZEB V ROTAČNÍ PRYZKORDOVÉ STĚNĚ	8
2.1. Skladba pryžokordových konstrukcí, rovinná deformace stěny	8
2.2. Silové vazby v pryžokordové stěně	11
2.3. Výpočet deformační energie	13
3. SILOVÉ POMĚRY A POSUVY PLÁŠTĚ TAŽNÉHO VÁLCE	20
3.1. Řešení bez uvažování vlivu pryže	20
3.2. Řešení pro malé deformace pláště	25
3.3. Řešení pro velké deformace	30
3.4. Výpočtové postupy	36
3.5. Závislost vyvozené síly na podélné deformaci ..	38
4. NÁVRH ZKUŠEBNÍHO VZORKU A MĚŘICÍHO PŘÍPRAVKU	39
5. MĚŘENÍ ZKUŠEBNÍCH VZORKŮ	42
6. ZPRACOVÁNÍ A VYHODNOCENÍ VÝSLEDKŮ	43
7. ZÁVĚR	50
POUŽITÁ LITERATURA	52
SEZNAM PŘÍLOH	53

SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ

A_{γ} , A_{ϵ}	... deformační energie prostoru mezi dvěma kordovými nitěmi	[J]
d	... průměr kordové nitě	[m]
D	... střední průměr válce	[m]
D_0	... počáteční střední průměr válce	[m]
E	... celková energie pláště	[J]
E_d (E_p)	... deformační (tlaková) energie pláště	[J]
F	... síla potřebná k zabránění deformaci	[N]
F_0	... maximální síla potřebná k zabránění deformaci	[N]
F_a	... axiální síla v plášti válce	[N]
F_x (F_y)	... síla ve směru x (y)	[N]
\bar{F}_x (\bar{F}_y)	... intenzita síly ve směru x (y)	[N.m ⁻¹]
\bar{F}_{xy} , \bar{F}_{yx}	... smykové intenzity sil	[N.m ⁻¹]
G	... modul pružnosti pryže ve smyku	[Pa]
h	... tloušťka stěny tenkostěnného válce	[m]
h_s	... tloušťka stěny pláště	[m]
h_p	... tloušťka pryžových mezivrstev	[m]
h_r	... redukovaná tloušťka stěny pláště	[m]
i	... počet pryžokordových vrstev	
k_s	... konstanta siloměru	[N.m ⁻¹]
K	... parametr pryžokordové vrstvy	
l'	... délka uvažovaného úseku	[m]
l'_0	... počáteční délka uvažovaného úseku	[m]
l'_a	... aktivní délka válce	[m]
$\Delta l'$... zdvih válce	[m]
L	... délka kordové nitě	[m]

N_1, N_2	... síly v kordových nitích	[N]
p	... vnitřní přetlak	[Pa]
Δs	... zdvih siloměru	[m]
S_0	... počáteční plocha pláště	[m ²]
t	... rozteč kordových nití	[m]
t_0	... počáteční rozteč kordových nití	[m]
V	... objem uvažovaného úseku válce	[m ³]
x, y, z	... osy pravouhlého souřadného systému	
$x_0 (y_0)$... počáteční souřadnice ve směru $x (y)$	[m]
W	... celková deformační energie na jednotku plochy	[J.m ⁻²]
W_r, W_ε	... dílčí deformační energie na jednotku plochy	[J.m ⁻²]
W_p	... deformační energie pryžových mezivrstev	[J.m ⁻²]
W_{pk}	... deformační energie jedné pryžokordové vrstvy	[J.m ⁻²]
β	... úhel vinutí kordových nití	[°, rad]
β_0	... počáteční úhel vinutí kordových nití	[°, rad]
β_r, β^*	... rovnovážný úhel vinutí kordových nití	[°, rad]
δ	... zkos	[rad]
δ^*	... průměrný zkos	
$\varepsilon, \varepsilon_k$... deformace vrstvy ve směru kolmém k ose nití	
ε_l	... deformace vrstvy ve směru osy nití	
ε_t	... deformace roztečné vzdálenosti nití	
ε^*	... průměrná deformace roztečné vzdálenosti nití	
ε_L	... podélná deformace kordové nitě	
$\varepsilon_x (\varepsilon_y, \varepsilon_z)$... deformace ve směru osy $x (y, z)$	
ε_{xp}	... povolená podélná deformace válce	
$\sigma_l (\sigma_k)$... napětí ve směru deformace $\varepsilon_l (\varepsilon_k)$	[Pa]
$\sigma_a (\sigma_t)$... axiální (tečné) napětí ve stěně válce	[Pa]
μ	... Poissonova konstanta	

1. ÚVOD

Současná doba je charakterizována prudkým rozvojem nových technologií a progresivních konstrukčních principů. Existuje stále větší množství použitelných postupů a metod, které umožňují výběr optimální varianty řešení dané problematiky. K zajištění stále náročnějších programů, které před náš průmysl staví požadavek intenzifikace národního hospodářství, je nutné vytvořit širokou základnu dostupných konstrukčních prvků, které umožní zkvalitnění a zlevnění výroby.

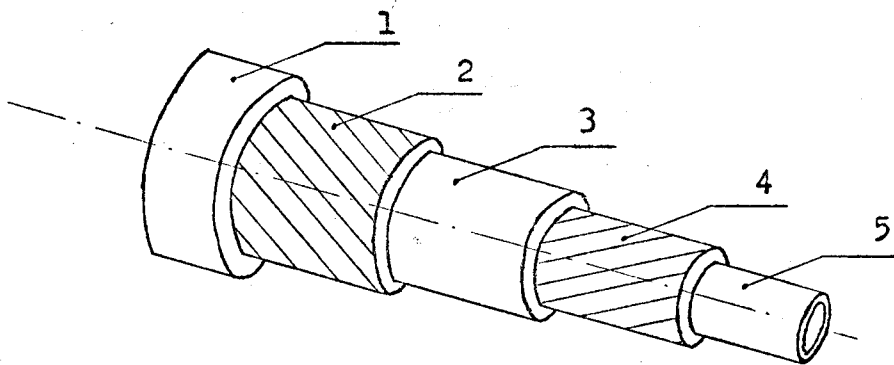
Uvedená práce předkládá návrh nového provedení pracovního válce. Základním prvkem navrhované konstrukce je rotační pryžokordový plášť. Princip činnosti je založen na specifických vlastnostech pryžokordové stěny s kříženým kordem, které se projevují při jejím namáhání vnitřním přetlakem.

Práce obsahuje teoretický rozbor pryžokordových plášťů, na jehož základě jsou odvozeny výpočtové metody sloužící ke zjištění pracovních charakteristik. Dále je předložen návrh uspořádání pracovního válce a konstrukce měřicího přípravku, kterého lze použít k ověření správnosti matematických modelů. Na základě měření zkušebních vzorků je provedeno zhodnocení výpočtových postupů a navržena oblast praktického použití pružného pracovního válce.

2. ROZBOR DEFORMACÍ A SILOVÝCH VAZEB V ROTAČNÍ PRYŽOKORDOVÉ STĚNĚ

2.1. Skládka pryžokordových konstrukcí, rovinná deformace stěny

Základem pryžokordových konstrukcí jsou vrstvy pogumovaného kordu. Každá vrstva je tvořena řadou paralelních kordových nití, které jsou pokryté surovou pryží. Při výrobě plášťů se na sebe jednotlivé vrstvy kladou tak, že se nitě sousedních vrstev navzájem kříží a vytvářejí kosočtvercovou síť. Pryžokordové vrstvy lze také prokládat vrstvami tvořenými pouze čistou pryží. Po sestavení se pak vrstvy vulkanizují. Jako příklad, který vysvětluje rozložení vláken ve vrstvách, je na obr. 1. zobrazena konstrukce dvojvrstvého pláště.



Obr.1. Konstrukce dvojvrstvého pláště

- 1 - vnější pryžová vrstva, 2 - pryžokordová vrstva,
- 3 - pryžová mezivrstva, 4 - pryžokordová vrstva,
- 5 - vnitřní pryžová vrstva

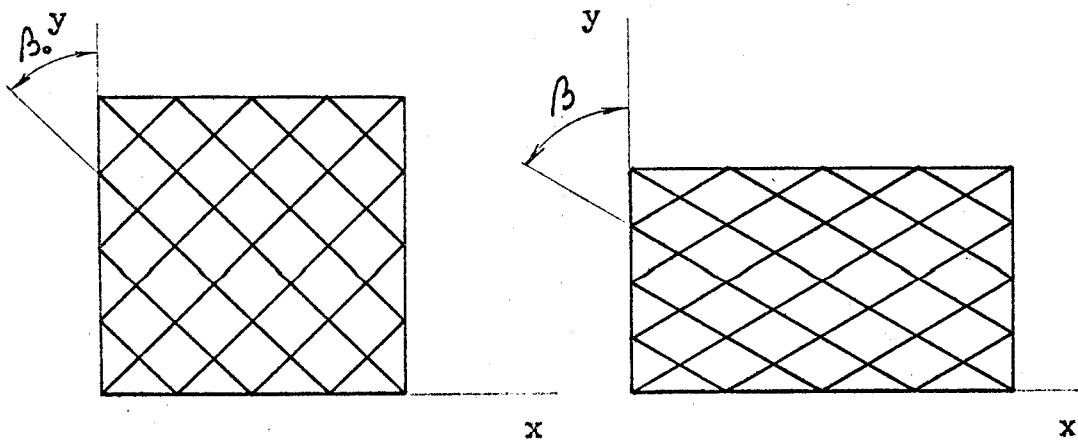
Výpočet silových poměrů a deformací těchto konstrukcí značně ztěžuje výrazně odlišná tuhost pryže a kordových vláken. Pro názornost lze uvést orientační hodnoty modulu pružnosti v tahu:

pryž - 1 až 5 MPa, textilní kord - 1000 až 2000 MPa,
kovový kord - 10^5 MPa.

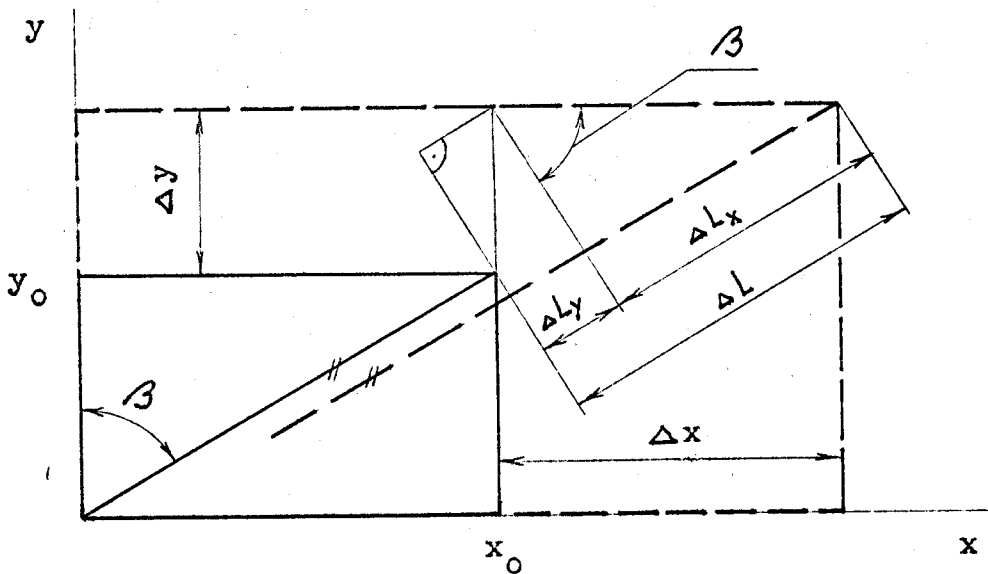
Pro výpočty zde tedy, vzhledem ke značně odlišným hodnotám tuhosti kordu a pryže, zavádíme předpoklad o neroztažitelnosti kordových nití.

Dalším důležitým předpokladem je, že pryžokordové rotační pláště považujeme za tenkostěnné válce, u nichž je tloušťka stěny mnohem menší než vnější průměr. Pokud budeme takovou konstrukci namáhat vnitřním přetlakem, lze považovat vzniklou napjatost ve stěnách válce za rovinnou. Přijmeme-li tuto úvahu, můžeme chování pryžokordové stěny při deformaci pláště odvozovat od charakteru rovinné deformace této stěny. Výchozím bodem pro výpočty je rozbor této deformace. Budeme-li se zabývat rovinnou deformací pryžokordové stěny zjistíme, že při respektování předpokladu o neroztažitelnosti kordových nití existuje pouze jediný způsob jak se může tato konstrukce deformovat. Tato deformace je naznačena na obr.2. Osy x , y jsou voleny ve směrech diagonál kosočtverců tvořených vlákny. Úhel β (β_0) je svírán nití kordu a osou y . Je patrné, že deformace je spojena se změnou úhlu, pod kterým se nitě kordu kříží, přičemž si zachovávají svoji délku a zůstávají vzájemně rovnoběžné.

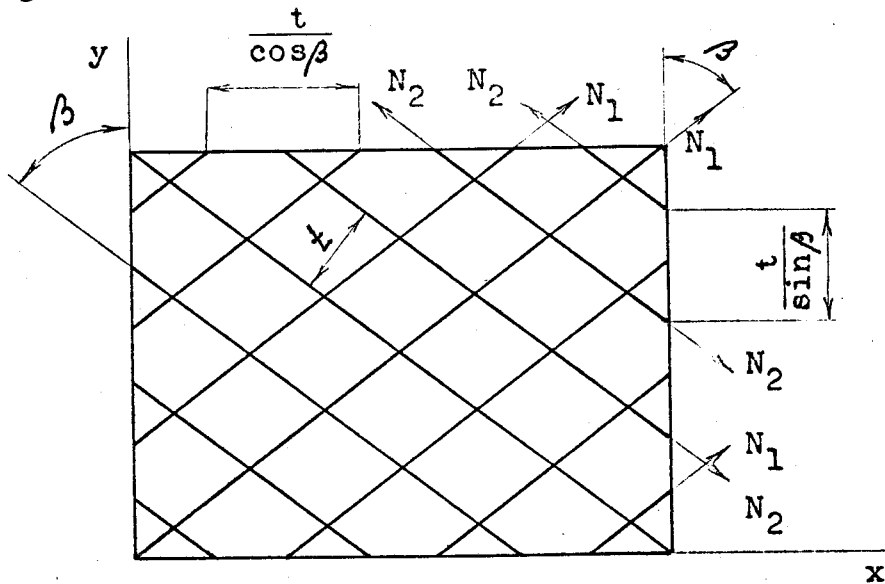
Označíme si poměrné deformace ve směrech x a y pomocí ϵ_x a ϵ_y . Pro malé změny úhlu β lze pak nalézt mezi těmito deformacemi vztah.



Obr.2. Způsob deformace pryžokordové konstrukce



Obr.3. Obecná rovinná deformace pro malé změny úhlu β



Obr.4. Silový rozbor pryžokordové vrstvy

Pro obecnou rovinnou deformaci podle obr.3. platí:

$$\Delta L = \Delta L_x + \Delta L_y$$

$$\Delta L = \Delta x \cdot \sin \beta + \Delta y \cdot \cos \beta$$

$$\epsilon_L = \frac{\Delta L}{L} = \frac{\Delta x \cdot \sin \beta}{L} + \frac{\Delta y \cdot \cos \beta}{L}$$

$$\epsilon_L = \frac{\Delta x}{x_0} \cdot \sin^2 \beta + \frac{\Delta y}{y_0} \cdot \cos^2 \beta$$

$$\epsilon_L = \epsilon_x \cdot \sin^2 \beta + \epsilon_y \cdot \cos^2 \beta = 0$$

$$\epsilon_y = -\epsilon_x \cdot \operatorname{tg}^2 \beta \quad . \quad (1)$$

2.2. Silové vazby v pryžokordové stěně

V další části se budeme zabývat silovými poměry v pryžokordové vrstvě. Vzhledem ke značně odlišným modulům pružnosti lze pokládat napětí vzniklé při silovém namáhání v pryži za zanedbatelné vzhledem k napětí v kordových nitích. Budeme předpokládat, že veškeré silové namáhání přenáší pouze kordové nitě. Na pryžokordovou konstrukci se pak lze dívat jako na síť s kosočtvercovými oky. Za uvedených předpokladů pak lze odvodit výrazy pro působící síly ve směrech x a y a vztah mezi intenzitami sil vztaženými na jednotku délky elementu (dle obr.4.).

Výsledná síla do směru x :

$$F_x = (N_1 + N_2) \cdot \sin \beta \cdot \frac{\Delta y \cdot \sin \beta}{t} \cdot \frac{n}{2} = \frac{\Delta y \cdot n \cdot \sin^2 \beta}{2t} \quad . \quad (2)$$

Výsledná síla do směru y :

$$F_y = (N_1 + N_2) \cdot \cos\beta \cdot \frac{\Delta x \cdot \cos\beta}{t} \cdot \frac{n}{2} = \frac{\Delta x \cdot n \cdot \cos^2\beta}{2t}, \quad (3)$$

kde n - počet vrstev pryžokordových,

N_1, N_2 - síly v nitích kordu,

β - úhel, který svírají nitě s osou y ,

$\frac{\Delta y \cdot \sin\beta}{t}$, $\frac{\Delta x \cdot \cos\beta}{t}$ - počet nití každé vrstvy elementu délky pláště Δy , Δx .

Definujme intenzity sil \bar{F}_x a \bar{F}_y jako síly v daných směrech odpovídající jednotce délky elementu tak, že platí:

$$\bar{F}_x = \frac{F_x}{\Delta y} = (N_1 + N_2) \cdot \frac{n \cdot \sin^2\beta}{2t}, \quad (4)$$

$$\bar{F}_y = \frac{F_y}{\Delta x} = (N_1 + N_2) \cdot \frac{n \cdot \cos^2\beta}{2t}. \quad (5)$$

Pro smykové intenzity sil pak platí:

$$\bar{F}_{xy} = \bar{F}_{yx} = (N_1 + N_2) \cdot \sin\beta \cdot \cos\beta \cdot \frac{n}{2t}. \quad (6)$$

Má-li být plášť v rovnováze, pak musí platit, že

$\bar{F}_{xy} = \bar{F}_{yx} = 0$, tedy i $N_1 = N_2 = N$ a intenzity sil \bar{F}_x a \bar{F}_y dostaneme ve tvaru :

$$\bar{F}_x = N \cdot \frac{n \cdot \sin^2\beta}{t},$$

$$\bar{F}_y = N \cdot \frac{n \cdot \cos^2\beta}{t}.$$

Z těchto vztahů pak dostaneme důležitou závislost, která v rovnovážném stavu spojuje intenzity sil \bar{F}_x a \bar{F}_y :

$$\bar{F}_x = \bar{F}_y \cdot \operatorname{tg}^2 \beta \quad . \quad (7)$$

2.3. Výpočet deformační energie

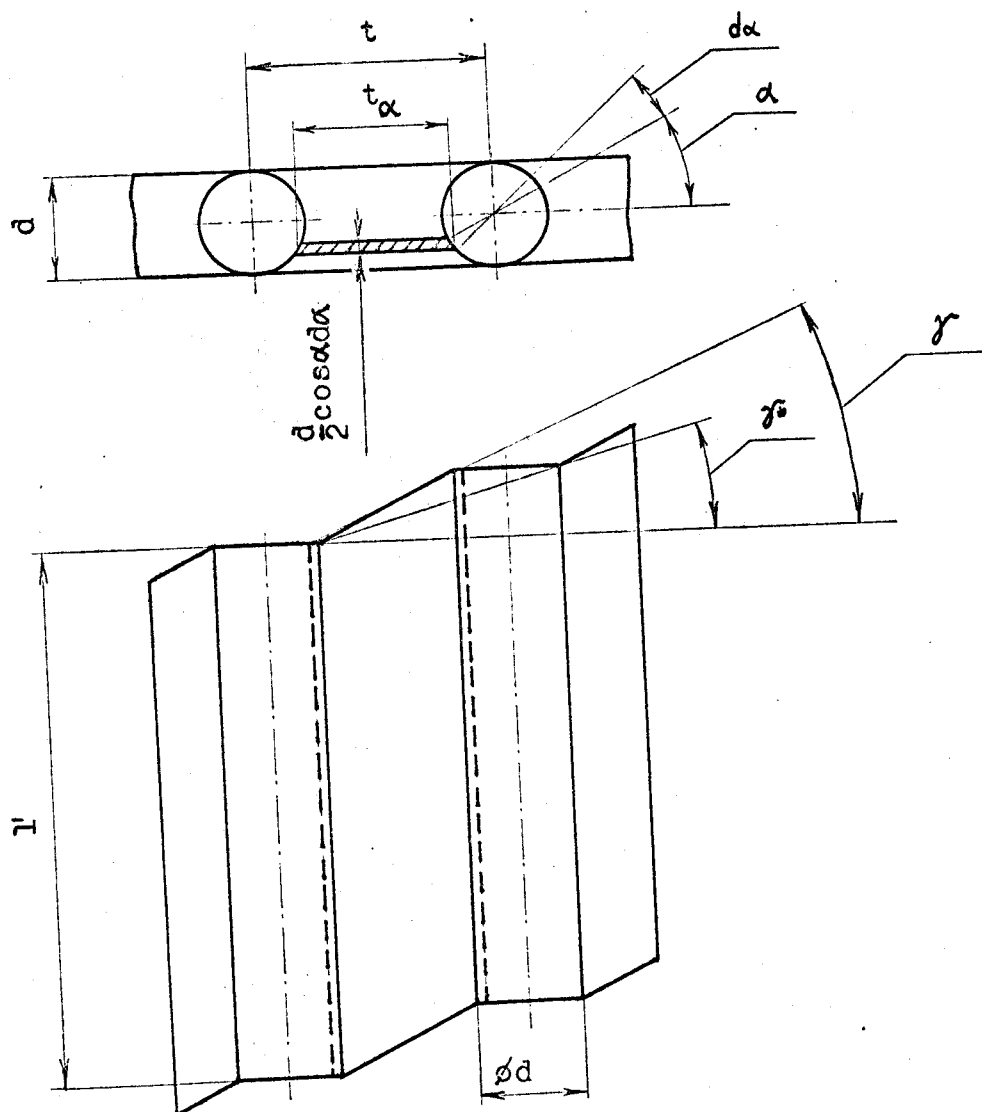
Pro orientační výpočty pryžokordových konstrukcí obvykle vystačíme s výpočtem bez respektování vlivu pryže na deformační energii pláště. Je zřejmé, že vzniklé odchylky od skutečnosti jsou úměrné obsahu pryže v konstrukci. Pro přesnější výpočty je nutné respektovat odpor, který klade pryž proti deformaci. Mírou tohoto odporu je deformační energie. Ve výpočtech se objeví jednak deformační energie pryžových mezivrstev a jednak deformační energie pryže, která vyplňuje prostor mezi nitěmi kordu v pryžokordové vrstvě. Z uvedeného na obr.2. je patrné, že při deformaci pryžokordové vrstvy se jednotlivé kordové nitě vůči sobě posouvají a zároveň se mění jejich vzdálenost. Pryžová vrstva, která vyplňuje prostor mezi těmito vlákny je tedy namáhána jednak na smyk a jednak na tah či tlak.

V následující části bude proveden výpočet deformační energie pro smykové a pro tahové namáhání jedné pryžokordové vrstvy, u které se její tloušťka rovná průměru kordové nitě. Pro lepší orientaci deformační energii pryžokordové vrstvy vyjádříme pomocí koeficientu K , který udává, nakolik je deformační energie takové vrstvy větší než deformační energie vrstvy stejné tloušťky tvořené pouze pryží. Toto vyjádření velmi usnadní další výpočty, lze pak velmi jednoduše vyjádřit energii obecné pryžo-

kordové konstrukce, která obsahuje pryžové mezivrstvy. Výpočet předpokládá, že tuhost pryže je ve všech místech a směrech konstantní.

Smyková deformace pryžokordové vrstvy.

Při této deformaci se nemění roztečná vzdálenost nití, ale dochází k jejich vzájemnému posunutí, které charakterizujeme prostřednictvím zkosu δ .



Obr.5. Smyková deformace pryžokordové vrstvy

Na obr.5. je znázorněna deformace vrstvy, kde γ^* značí průměrný zkos celé konstrukce, který je dán vzájemným posunutím kordových nití u . Zkos γ přísluší posunutí elementárního objemu dV a je funkcí úhlu α . Rozteč označujeme t , tloušťka vrstvy je totožná s průměrem vláken d .

Dle obr.5. platí:
$$dV = t_{\alpha} \cdot \frac{d}{2} \cdot \cos\alpha \cdot d\alpha \cdot l'$$

$$dV = (t - d \cdot \cos\alpha) \cdot \frac{d}{2} \cdot \cos\alpha \cdot d\alpha \cdot l'$$

$$\frac{u}{t} = \operatorname{tg}\gamma^* \Rightarrow u = t \cdot \operatorname{tg}\gamma^*$$

$$\frac{u}{t_{\alpha}} = \operatorname{tg}\gamma \Rightarrow u = t_{\alpha} \cdot \operatorname{tg}\gamma$$

$$u = (t - d \cdot \cos\alpha) \cdot \operatorname{tg}\gamma$$

$$t \cdot \operatorname{tg}\gamma^* = t_{\alpha} \cdot \operatorname{tg}\gamma$$

pro malé úhly pak
$$\gamma = \gamma^* \cdot \frac{t}{t - d \cdot \cos\alpha} \quad (8)$$

Pro výpočet energie deformace použijeme vztah:

$$dA_{\gamma} = \frac{G}{2} \cdot \gamma^{*2} \cdot dV \quad , \quad (9)$$

kde G je modul pružnosti ve smyku pryže. Po dosazení dostáváme:

$$dA_{\gamma} = \frac{G}{2} \cdot \gamma^{*2} \cdot \frac{t^2}{(t - d \cdot \cos\alpha)^2} \cdot (t - d \cdot \cos\alpha) \cdot \frac{d}{2} \cdot \cos\alpha \cdot d\alpha \cdot l' \quad .$$

$$dA_{\gamma} = \frac{1}{4} \cdot G \gamma^{*2} \cdot t^2 \cdot d \cdot l' \cdot \frac{\cos \alpha \cdot d\alpha}{(t - d \cdot \cos \alpha)}$$

$$A_{\gamma} = \frac{1}{4} \cdot G \gamma^{*2} \cdot t^2 \cdot d \cdot l' \cdot \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos \alpha \cdot d\alpha}{(t - d \cdot \cos \alpha)}$$

$$A_{\gamma} = \frac{G}{2} \cdot \gamma^{*2} \cdot t^2 \cdot l' \cdot \left[\frac{2}{\sqrt{1 - \left(\frac{d}{t}\right)^2}} \cdot \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{t+d}{t-d}} - \frac{\pi}{2} \right]$$

$$A_{\gamma} = \frac{G}{2} \cdot \gamma^{*2} \cdot t \cdot d \cdot l' \cdot K \quad , \quad (10)$$

$$\text{kde } K = \frac{t}{d} \cdot \left[\frac{2}{\sqrt{1 - \frac{d}{t}}} \cdot \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{t+d}{t-d}} - \frac{\pi}{2} \right] \quad . \quad (11)$$

$$\text{Vztah (10) upravíme: } W_{\gamma} = A_{\gamma} \cdot \frac{1}{t \cdot l'} = \frac{G}{2} \cdot \gamma^{*2} \cdot d \cdot K \quad (12)$$

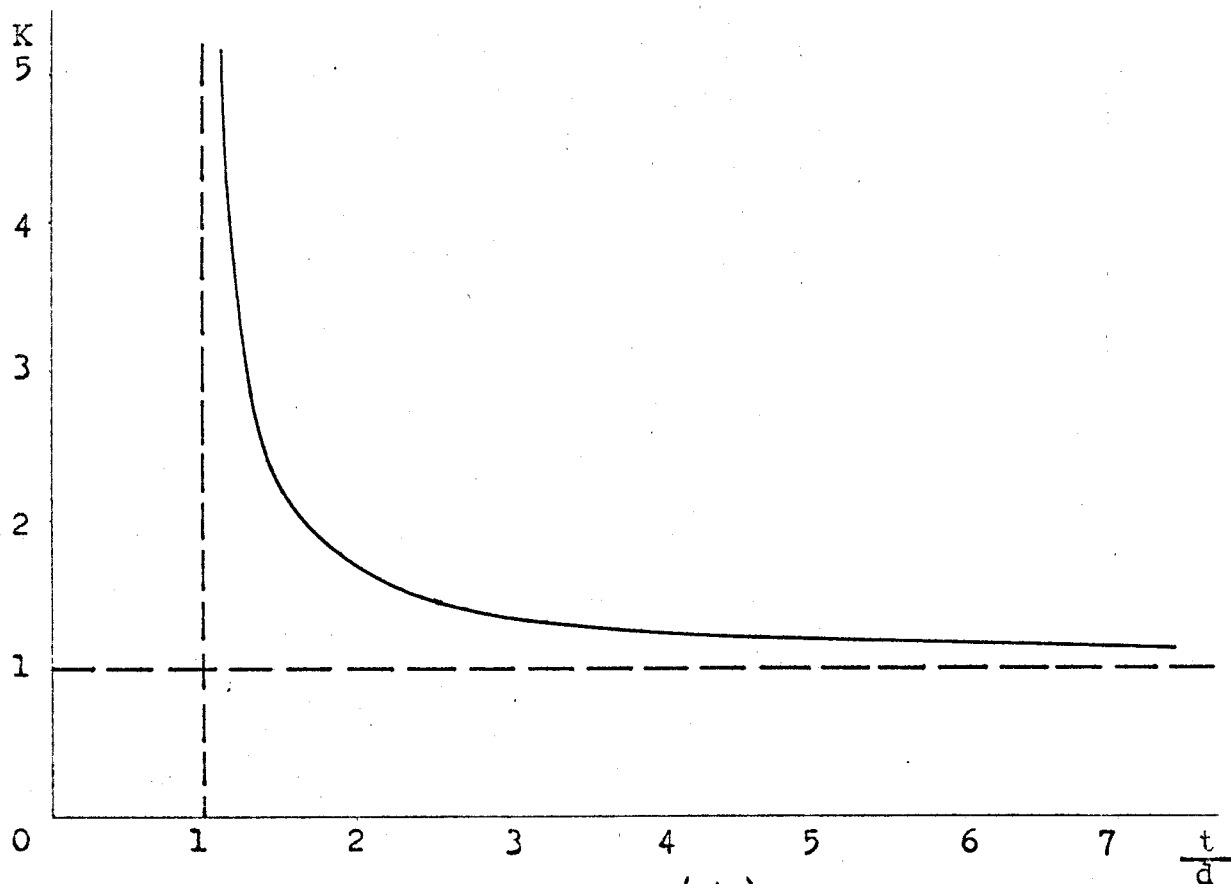
a dostáváme vztah pro výpočet deformační energie, která odpovídá pryžokordové vrstvě jednotkové plochy s tloušťkou d .

Jak již bylo uvedeno, koeficient K udává kolikrát je deformační energie pryžokordové vrstvy větší než vrstvy stejné tloušťky tvořené pouze pryží. Hodnota tohoto koeficientu je závislá pouze na velikosti rozteče t a na průměru vláken d . Vztah (11) si můžeme upravit do tvaru:

$$K = \frac{t}{d} \cdot \left[\frac{2}{\sqrt{1 - \left(\frac{d}{t}\right)^2}} \cdot \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{\frac{t}{d} + 1}{\frac{t}{d} - 1}} - \frac{\pi}{2} \right] \quad . \quad (13)$$

Pomocí tohoto vztahu pak můžeme sestavit graf závislosti $K = f\left(\frac{t}{d}\right)$, který je zobrazen na obr. 5. a sestavit tabulku

hodnot této závislosti (příloha č.1), kterou budeme využívat při výpočtech pryžokordových konstrukcí.



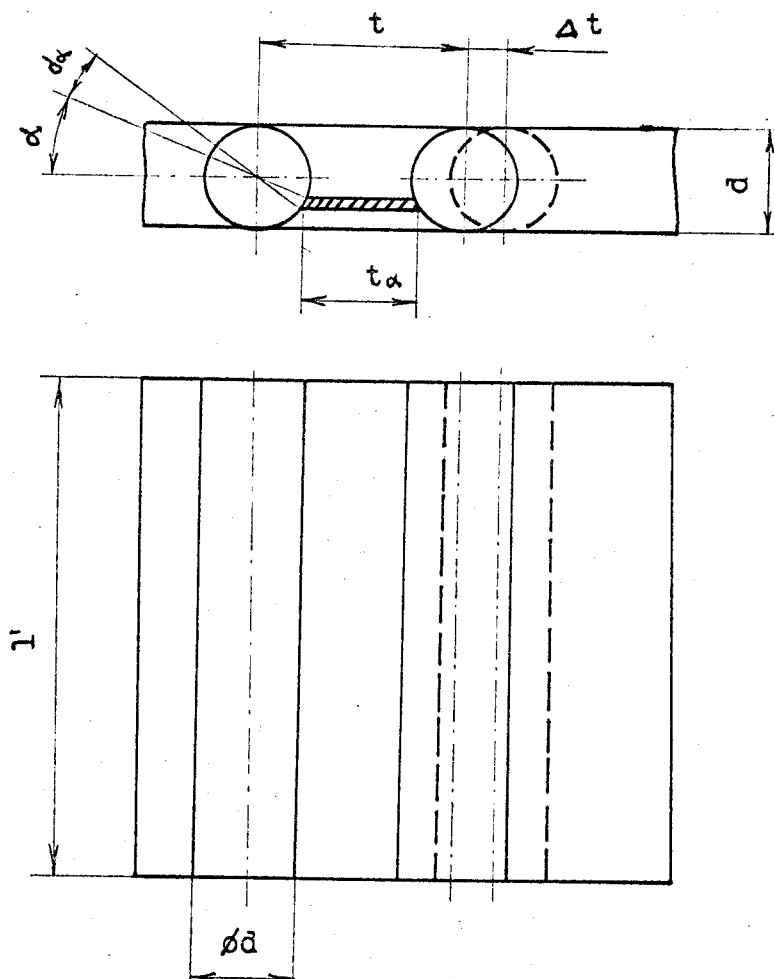
Obr.6. Graf závislosti $K = f\left(\frac{t}{d}\right)$

Normální deformace pryžokordové vrstvy.

Tato deformace je provázána pouze změnou roztečné vzdálenosti nití, přičemž tloušťka vrstvy zůstává konstantní. Deformace vrstvy je znázorněna na obr.7. Změna vzdálenosti kordových nití je označena jako přírůstek rozteče Δt . Výpočet energie opět provedeme pomocí deformací $\underline{\epsilon}$ elementárních objemů \underline{dV} .

Dle obr.7. platí $t_\alpha = t - d \cdot \cos \alpha$

$$dV = (t - d \cdot \cos \alpha) \cdot \frac{d}{2} \cdot \cos \alpha \cdot d\alpha \cdot l'$$



Obr.7. Normálná deformace pryžokordové vrstvy

Deformace elementu objemu je $\epsilon = \frac{\Delta t}{t_\alpha} = \frac{\Delta t}{t - d \cdot \cos \alpha}$

Průměrná deformace vrstvy je $\epsilon^* = \frac{\Delta t}{t}$

Z uvedených vztahů získáme závislost $\epsilon = \epsilon^* \cdot \frac{t}{t - d \cdot \cos \alpha}$ (14)

Ze vztahů pro deformace při dvouosé napjatosti a z podmínky neroztažitelnosti kordových vláken dostáváme

$$\epsilon_{l'} = \frac{1}{E} \cdot (\sigma_{l'} - \mu \cdot \sigma_k) = 0 \quad \Rightarrow \quad \sigma_{l'} = \mu \cdot \sigma_k$$

$$\epsilon_k = \frac{1}{E} \cdot (\sigma_k - \mu \sigma_1)$$

$$\epsilon_k = \frac{1}{E} \cdot (\sigma_k - \mu^2 \cdot \sigma_k) \Rightarrow \sigma_k = \frac{\epsilon_k \cdot E}{1 - \mu^2}$$

a pro $\mu = 0,5$ pak platí $\sigma_k = \frac{4}{3} \cdot E \cdot \epsilon_k$ (15)

$$\sigma_1 = \frac{2}{3} \cdot E \cdot \epsilon_k, \quad (16)$$

kde ϵ_1 - deformace vrstvy ve směru osy kordových vláken,
 $\epsilon_k = \epsilon$ - deformace vrstvy ve směru kolmém k ose vláken,
 E - modul pružnosti v tahu použité pryže,
 σ_1, σ_k - napětí ve směrech příslušných deformací,
 μ - Poissonova konstanta pryže.

Pro výpočet energie deformace pak použijeme vztah :

$$dA_\epsilon = \frac{1}{2E} \cdot (\sigma_1^2 + \sigma_k^2 - 2 \cdot \mu \sigma_1 \cdot \sigma_k) \cdot dV, \quad (17)$$

po dosazení

$$dA_\epsilon = \frac{1}{2E} \cdot (\sigma_1^2 + \sigma_k^2 - \sigma_1 \cdot \sigma_k) \cdot dV = \frac{1}{2E} \cdot E^2 \cdot \epsilon_k^2 \cdot \left(\frac{4}{9} + \frac{16}{9} - \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{3} \right) \cdot dV.$$

Pro $\mu = 0,5$ platí $E = 3G$ a po dosazení $\epsilon_k = \epsilon$ dostáváme:

$$dA_\epsilon = \frac{2}{3} \cdot E \cdot \epsilon^2 \cdot \frac{t^2}{(t-d \cdot \cos \alpha)^2} \cdot \frac{d}{2} \cdot \cos \alpha \cdot (t-d \cos \alpha) \cdot d\alpha \cdot l',$$

po integraci $A_\epsilon = \frac{G}{2} \cdot \epsilon^2 \cdot 4 \cdot K \cdot t \cdot d \cdot l'$ (18)

a pro jednotku plochy: $w_\epsilon = \frac{G}{2} \cdot \epsilon^2 \cdot 4 \cdot K \cdot d$ (19)

Pro výpočet pryžokordových konstrukcí budeme potřebovat vztah, který nám vyjádří celkovou energii na jednotku plochy.

Celkovou energii jedné pryžokordové vrstvy vypočítáme ze

vztahu: $w_{pk} = w_\gamma + w_\epsilon = \frac{G}{2} \cdot K \cdot d \left[\gamma^2 + 4\epsilon^2 \right]$ (20)

Celková energie čistě pryžové vrstvy tloušťky $\underline{h_p}$:

$$W_p = \frac{G}{2} \cdot h_p \cdot [\gamma^{*2} + 4\varepsilon^{*2}] \quad (21)$$

Deformační energii obecné pryžokordové konstrukce o tloušťce stěny $\underline{h_s}$, průměru vláken \underline{d} a počtu pryžokordových vrstev \underline{i} vypočteme ze vztahu :

$$W = i \cdot W_{pk} + W_p$$

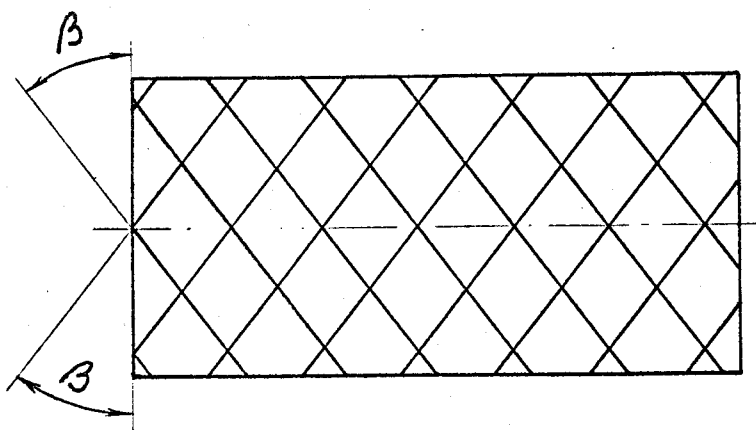
$$W = i \cdot \frac{G}{2} \cdot K \cdot d \cdot [\gamma^{*2} + 4\varepsilon^{*2}] + \frac{G}{2} \cdot [h_s - i \cdot d] \cdot [\gamma^{*2} + 4\varepsilon^{*2}]$$

$$W = \frac{G}{2} \cdot [\gamma^{*2} + 4\varepsilon^{*2}] \cdot [h_s + i \cdot d \cdot (K-1)] \quad (22)$$

3. SILOVÉ POMĚRY A POSUVY PLÁŠTĚ TAŽNÉHO VÁLCE

3.1. Řešení bez uvažování vlivu pryže

Dosavadní poznatky o deformaci pryžokordové stěny můžeme aplikovat na řešení silových poměrů a posuvů pláště tažného válce. Toto lze provést při respektování předpokladu, že tažný válec má svými parametry charakter tenkostěnného válce a dále za předpokladu, že po celé délce má plášť stejnou možnost deformace, to znamená, že má před i po deformaci tvar válce. Před začátkem řešení je dále třeba ujednotit chápání jednoho z důležitých parametrů pryžokordových konstrukcí, kterým je úhel $\underline{\beta}$, pod kterým jsou vinuty kordové nitě. Tento úhel budeme měřit jako úhel sklonu nití, tedy jako úhel svíraný kordovými nitěmi se základnou válce dle obr.8.



Obr.8. Značení úhlu vinutí kordových nití

K nejjednoduššímu řešení chování pláště tažného válce se dostaneme při zanedbání vlivu pryže na jeho deformaci. Za tohoto předpokladu lze postupovat následujícím způsobem. Přivedeme-li do tažného válce přetlak p , dojde k deformaci a pryžokordový plášť se uvede do rovnovážného stavu. Kordové nitě jsou vlivem deformace nastaveny tak, že svírají se základnou válce tzv. rovnovážný úhel, který pro případ zanedbání vlivu pryže označíme β^* . Za uvedených předpokladů lze vypočítat hodnotu tohoto úhlu. Pro tenkostěnný válec namáhaný vnitřním přetlakem platí podle obr.9.

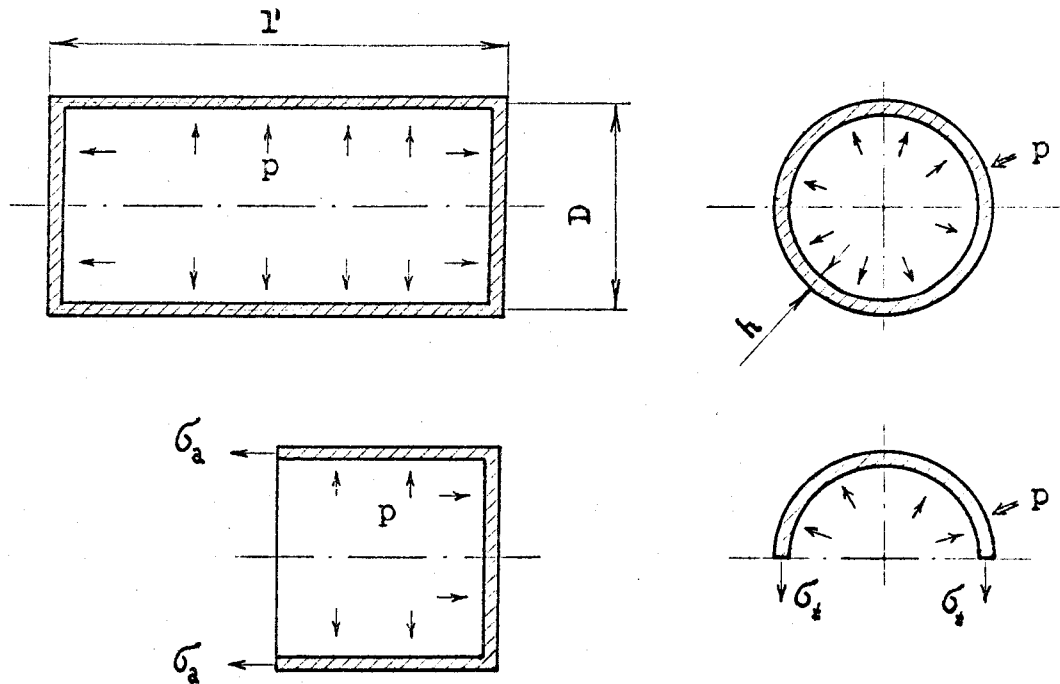
$$p \cdot \frac{1}{4} \cdot \pi \cdot D^2 = \sigma_a \cdot h \cdot \pi \cdot D$$

$$\sigma_a = p \cdot \frac{D}{4h} \quad (23)$$

$$p \cdot D \cdot l = \sigma_t \cdot 2h \cdot l'$$

$$\sigma_t = p \cdot \frac{D}{2h} \quad (24)$$

Pro napětí σ_a a σ_t platí v rovnovážném stavu obdobný vztah, který spojuje intenzity sil \bar{F}_x a \bar{F}_y při rovinné deformaci pryžokordové vrstvy, protože stále předpokládáme, že



Obr.9. Tenkostěnný válec namáhaný vnitřním přetlakem

- σ_a - axiální napětí v plášti
- σ_t - tečné napětí v plášti
- D - střední průměr válce
- h - tloušťka stěny
- l' - délka pláště

že veškeré silové namáhání pláště přenášejí pouze kordové nitě. V souladu se vztahem (7) můžeme tedy psát:

$$\sigma_a = \sigma_t \cdot \operatorname{tg}^2 \beta^* \quad (25)$$

Odtud získáme hodnotu rovnovážného úhlu β^* :

$$\operatorname{tg}^2 \beta^* = \frac{\sigma_a}{\sigma_t} = \frac{1}{2}$$

$$\beta^* = 35^\circ 16' \quad (26)$$

Z uvedeného postupu vyplývá, že pokud neuvažujeme vliv pryže na deformaci, nezávisí hodnota rovnovážného úhlu kordových nití ani na parametrech pláště tažného válce, ani na velikosti vnitřního přetlaku.

Z toho vyplývá, že pokud vyrobíme pryžokordový plášť s úhlem stoupání nití β_0 , přičemž $\beta_0 \neq \beta^*$, dojde při libovolně malém zatížení k deformaci pláště a kordové nitě zaujmou postavení odpovídající úhlu β^* . Vyrobíme-li tedy plášť s úhlem nití $\beta_0 > \beta^*$, bude se deformovat tak, že dojde ke zkrácení jeho délky a ke zvětšení jeho průměru. Vyrobíme-li plášť s úhlem nití $\beta_0 < \beta^*$, dojde naopak ke zvětšení délky a ke zmenšení jeho průměru. Ke stejnému výsledku se dostaneme i na základě úvahy, že po přivedení vnitřního přetlaku se plášť snaží zaujmout při dané délce kordové nitě co možná největší objem. Uvažujme plášť, jehož délka odpovídá jednomu kroku vinutí nitě. Označíme délku nitě L a stanovíme délku pláště l' , jeho průměr D a objem V , po

$$\text{tom :} \quad l' = L \cdot \sin \beta \quad (27)$$

$$\pi D = L \cdot \cos \beta \quad (28)$$

$$V = \frac{1}{4} \pi \cdot D^2 \cdot l' = \frac{L^3}{4\pi} \cdot \cos^2 \beta \cdot \sin \beta \quad (29)$$

Hodnotu rovnovážného úhlu dostaneme z podmínky: $\frac{\partial V}{\partial \beta} = 0$

$$\frac{\partial V}{\partial \beta} = \frac{L^3}{4\pi} \cdot (-2 \cos \beta \cdot \sin^2 \beta + \cos^3 \beta) = 0 \quad ,$$

$$\text{odkud} \quad \text{tg}^2 \beta = \text{tg}^2 \beta^* = \frac{1}{2} \quad \text{a} \quad \beta^* = 35^\circ 16' \quad .$$

Nyní budeme uvažovat, že zabráníme podélné deformaci pláště. Pryžokordová stěna je vyrobena s úhlem nití β_0 , přičemž $\beta_0 \neq \beta^*$. Střední průměr nedeformovaného pláště označíme D_0 . Do tažného válce přivedeme přetlak p a v jeho důsledku vzniknou v plášti napětí $\sigma_a = p \cdot \frac{D_0}{4h}$ a $\sigma_t = p \cdot \frac{D_0}{2h}$.

V souvislosti se vztahem (7) platí pro tato napětí rovnice:

$$\sigma_a = \sigma_t \cdot \text{tg}^2 \beta \quad .$$

Této rovnici vyhovují vztahy pro $\underline{\sigma}_a$ a $\underline{\sigma}_t$ pouze když $\beta = \beta^*$. V případě $\beta = \beta_0$ je tedy plášť v nerovnovážném vztahu. Abychom zabránili tažnému válci v deformaci, musíme na něj ve směru osy válce působit silou \underline{F}_0 , která uvádí plášť do rovnováhy při zachování $\beta = \beta_0$. V příčném směru žádná přídatná síla nepůsobí a jediné namáhání je zde způsobeno vnitřním přetlakem. Tečné napětí je tedy dáno vztahem (24). V podélném směru působí na plášť válce jednak síla způsobená přetlakem p a jednak přídatná síla \underline{F}_0 . Velikost axiálního napětí $\underline{\sigma}_a$ je dána vztahem:

$$\underline{\sigma}_a = \underline{\sigma}_t \cdot \text{tg}^2 \beta_0 = p \cdot \frac{D_0}{2h} \cdot \text{tg}^2 \beta_0$$

Celková síla \underline{F}_a působící ve směru osy pláště je dle obr.10. rovna :

$$\underline{F}_a = p \cdot \pi \cdot \frac{D_0^2}{4} + F_0$$

Z této rovnice lze vyjádřit velikost síly potřebné k zabránění deformaci :

$$F_0 = \underline{F}_a - p \cdot \pi \cdot \frac{D_0^2}{4}$$

$$F_0 = \underline{\sigma}_a \cdot \pi \cdot D_0 \cdot h - p \cdot \pi \cdot \frac{D_0^2}{4}$$

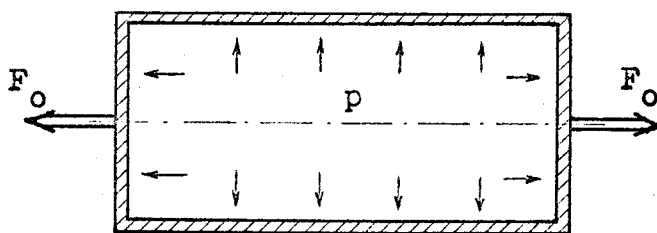
$$F_0 = p \cdot \frac{D_0}{2h} \cdot \text{tg}^2 \beta_0 \cdot \pi \cdot D_0 \cdot h - p \cdot \pi \cdot \frac{D_0^2}{4}$$

$$F_0 = \frac{1}{2} \cdot p \cdot \pi \cdot D_0^2 \cdot \left(\text{tg}^2 \beta_0 - \frac{1}{2} \right) \quad , \quad (30)$$

což lze přepsat do tvaru :

$$F_0 = \frac{1}{2} \cdot p \cdot \pi \cdot D_0^2 \cdot \left(\text{tg}^2 \beta_0 - \text{tg}^2 \beta^* \right) \quad . \quad (31)$$

Kladné znaménko \underline{F}_0 odpovídá orientaci přídatné síly dle obr.10., kde síla zabraňuje zkrácení délky tažného válce.

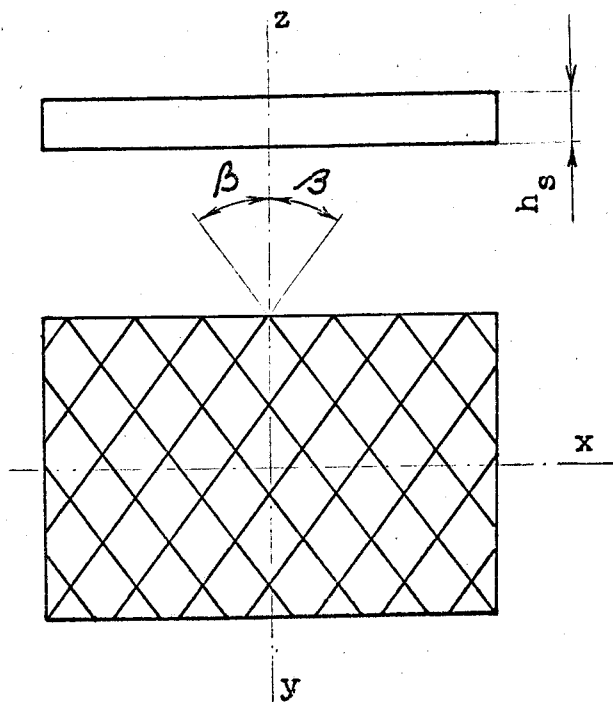


Obr.10. Kladná orientace síly F_0 bránící deformaci pláště
Velikost této síly závisí na vnitřním přetlaku p , středním průměru pláště D_0 a úhlu β_0 .

3.2. Řešení pro malé deformace pláště

Výpočty, které neuvažují vliv pryže na deformaci pryžokordového pláště je možno brát pouze jako hodnoty orientační, protože část tlakové energie se spotřebuje na deformaci pryže. Je zřejmé, že se vlivem tohoto změny rovnovážná hodnota úhlu , která se bude se stoupajícím přetlakem p blížit hodnotě β^* . Budeme uvažovat pryžokordový plášť s úhlem stoupání kordových nití $\beta_0 \neq \beta^*$.

V této části bude proveden výpočet za předpokladu malých deformací pláště. Tento předpoklad přináší značné zjednodušení při určení deformační energie pryžokordové stěny, kterou je potřeba vyjádřit v závislosti na poměrné deformaci pláště v podélném (ϵ_x) nebo příčném (ϵ_y) směru. Pro odvození rotační pláště rozvineme do roviny dle obr.11., kde osa x sleduje směr podélné osy válce.



Obr.11. Rozvinutý pryžokordový rotační plášť tloušťky h_s

Pro malé deformace lze odvodit vztahy pro určení velikosti průměrného zkosu \mathcal{J}^* a průměrné deformace ve směru kolmém k ose kordových vláken \mathcal{E}^* v závislosti na poměrných deformacích $\underline{\epsilon}_x$ a $\underline{\epsilon}_y$:

$$\mathcal{J}^* = (\epsilon_y - \epsilon_x) \cdot 2 \sin \beta_0 \cdot \cos \beta_0 \quad (32)$$

$$\mathcal{E}^* = \epsilon_x \cdot \cos^2 \beta_0 + \epsilon_y \cdot \sin^2 \beta_0 \quad (33)$$

Po dosazení uvedených vztahů do výrazu (20) dostaneme deformační energii jedné pryžokordové vrstvy ve tvaru:

$$\begin{aligned} W_{pk} &= \frac{G}{2} \cdot K \cdot d \left[\mathcal{J}^{*2} + 4\mathcal{E}^{*2} \right] \\ W_{pk} &= 2G \cdot K \cdot d \cdot \left[\frac{1}{4} \mathcal{J}^{*2} + \mathcal{E}^{*2} \right] \\ W_{pk} &= 2G \cdot K \cdot d \cdot \left[\epsilon_x^2 \cdot \cos^2 \beta_0 + \epsilon_y^2 \cdot \sin^2 \beta_0 \right] \quad (34) \end{aligned}$$

Deformační energii čisté pryžokordové vrstvy tloušťky h_p vyjádříme:

$$W_p = G \cdot h_p \cdot (\epsilon_x^2 + \epsilon_y^2 + \epsilon_z^2) \quad (35)$$