TECHNICKÁ UNIVERZITA V LIBERCI
Ekonomická fakulta

Metody predikce tržeb podniku a identifikace vztahu mezi finančními ukazateli

Diplomová práce

Studijní program:	N6208 Ekonomika a management
Studijní obor:	Podniková ekonomika
Autor práce:	**Bc. Jaroslav Bečvář**
Vedoucí práce:	Ing. Vladimíra Hovorková Valentová, Ph.D. Katedra ekonomické statistiky

Liberec 2019

TECHNICKÁ UNIVERZITA V LIBERCI
Ekonomická fakulta

Akademický rok
2018 / 2019

Zadání diplomové práce
(projektu, uměleckého díla, uměleckého výkonu)

Jméno a příjmení:	**Bc. Jarolav Bečvář**
Osobní číslo:	E17000360
Studijní program:	N6208 Ekonomika a management
Studijní obor:	N6208T085 – Podniková ekonomika
Zadávající katedra:	katedra ekonomické statistiky
Vedoucí práce:	Ing. Vladimíra Hovorková Valentová, Ph.D.
Konzultant práce:	Ing. Jan Marek ekonom a informatik, Accenture Services s.r.o.

Název práce:	**Metody predikce tržeb podniku a identifikace vztahu mezi finančními ukazateli**

Zásady pro vypracování:

1. Stanovení cílů a formulace výzkumných otázek.
2. Teoretická základna práce – metody popisné statistiky, analýza časových řad, vybrané aspekty finanční analýzy.
3. Stanovení základních statistických charakteristik vybraného segmentu developerských společností, analýza vývoje tržeb podniku a odhad jejich budoucího vývoje.
4. Ověření závislosti čistého pracovního kapitálu a provozního zisku podniku v dlouhém období.
5. Formulace závěrů a zhodnocení výzkumných otázek.

Seznam odborné literatury:

Damodaran [online], 2018. New York: Aswath Damodaran [cit. 2018-03-09]. Dostupné z: http://pages.stern.nyu.edu/~adamodar/

HINDLS, Richard. 2007. *Statistika pro ekonomy.* 8. vyd. Praha: Professional Publishing. ISBN 978-80-86946-43-6.

KNÁPKOVÁ, Adriana, Drahomíra PAVELKOVÁ a Karel ŠTEKER. 2013. *Finanční analýza: komplexní průvodce s příklady.* 2. vyd. Praha: Grada Publishing. ISBN 978-80-247-4456-8.

NEUBAUER, Jiří, Marek SEDLAČÍK a Oldřich KŘÍŽ. 2012. *Základy statistiky: aplikace v technických a ekonomických oborech.* Praha: Grada Publishing. ISBN 978-80-247-4273-1.

REŽŇÁKOVÁ, Mária. 2010. *Řízení platební schopnosti podniku.* Praha: Grada Publishing. ISBN 978-80-247-3441-5.

SCHOLLEOVÁ, Hana. 2009. *Investiční controlling: jak hodnotit investiční záměry a řídit podnikové investice: investiční proces jako základ budoucí prosperity, nástroje a metody investičního controllingu, volba financování a technologie, monitoring průběhu investice a postaudit.* Praha: Grada Publishing. ISBN 978-80-247-2952-7.

TAUŠL PROCHÁZKOVÁ, Petra a Eva JELÍNKOVÁ. 2018. *Podniková ekonomika – klíčové oblasti.* Praha: Grada Publishing. ISBN 978-80-271-0689-9.

PACÁKOVÁ, Viera. 2009. *Štatistické metódy pre ekonómov.* Bratislava: Iura Edition. ISBN 978-80-8078-284-9.

PROQUEST. 2018. *Databáze článků ProQuest [online].* Ann Arbor, MI, USA: ProQuest. [cit. 2018-09-28]. Dostupné z: http://knihovna.tul.cz/

Rozsah práce:	65 normostran
Forma zpracování:	tištěná / elektronická
Datum zadání práce:	31. října 2018
Datum odevzdání práce:	31. srpna 2020

L.S.

prof. Ing. Miroslav Žižka, Ph.D.
děkan Ekonomické fakulty

Ing. Jan Öhm, Ph.D.
vedoucí katedry

V Liberci dne 31. října 2018

Prohlášení

Byl jsem seznámen s tím, že na mou diplomovou práci se plně vztahuje zákon č. 121/2000 Sb., o právu autorském, zejména § 60 – školní dílo.

Beru na vědomí, že Technická univerzita v Liberci nezasahuje do mých autorských práv užitím mé diplomové práce pro vnitřní potřebu Technické univerzity v Liberci.

Užiji-li diplomovou práci nebo poskytnu-li licenci k jejímu využití, jsem si vědom povinnosti informovat o této skutečnosti Technickou univerzitu v Liberci; v tomto případě má Technická univerzita v Liberci právo ode mne požadovat úhradu nákladů, které vynaložila na vytvoření díla, až do jejich skutečné výše.

Diplomovou práci jsem vypracoval samostatně jako původní dílo s použitím uvedené literatury a na základě konzultací s vedoucím mé diplomové práce a konzultantem.

Současně čestně prohlašuji, že texty tištěné verze práce a elektronické verze práce vložené do IS/STAG se shodují.

17. září 2019 Bc. Jaroslav Bečvář

Anotace

Předmětem diplomové práce bylo prokázat, že výše čistého pracovního kapitálu má vliv na výši provozního zisku. Tento podnikový ukazatel, společně s trendem tržeb a provozního zisku a obratu zásob, byl zkoumán, z abecedně uspořádaného seznamu, u náhodně vybraných společností, které se zabývají developerskou a rezidenční výstavbou na celém území České republiky, vyjma Ústeckého kraje. Zvolené období, ve kterém byly vybrané podniky zkoumány, zahrnuje rok 2010 až rok 2017. Dalším cílem práce bylo upozornit drobné investory, kteří plánují nákup dluhopisů stavebních a developerských společností, na klíčové finanční ukazatele, podle kterých lze rozlišit méně a vysoce rizikové investice.

Klíčová slova: čistý pracovní kapitál, zisk před započtením úroků, daní a odpisů, pravděpodobnost, normální rozdělení, hypotéza, regresní analýza, F – test, test dobré shody, návratnost, obrat, trend, střední kvadratická chyba, neparametrické testy, hladina významnosti.

Annotation

Methods of predicting sales of the enterprise and identifying the relationship between financial indicators

The subject of the thesis was to prove that the amount of net working capital has an impact on the amount of operating profit. This business indicator, along with the trend of sales and operating profit and inventory turnover, was examined, from an alphabetically ordered list, at randomly selected companies that deal with development and residential development throughout the Czech Republic, except the Ústí region. The selected period in which the chosen enterprises were examined includes 2010 to 2017. Another objective of the work was to alert retail investors planning to buy bonds of construction and development companies to key financial indicators that distinguish less and high-risk investments.

Key words:

net working capital, profit before interest, taxes and depreciation, probability, normal distribution, hypothesis, regression analysis, F - test, goodness of fit test, return, turnover, trend, mean squared error, nonparametric tests, significance level.

Obsah:

Úvod 15

1. Cíl práce 16
2. Statistická šetření 17
   2.1 Reprezentativní výběrová šetření 18
3. Popisná statistika 21
   3.1 Charakteristiky polohy 22
   3.2 Charakteristiky variability a koncentrace 24
4. Pravděpodobnost 25
   4.1 Náhodný pokus a náhodný jev 26
   4.2 Podmíněná pravděpodobnost 27
5. Náhodná veličina 27
   5.1 Charakteristiky polohy a variability 29
   5.2 Modely rozdělení pravděpodobnosti pro diskrétní veličiny 31
   5.3 Modely rozdělení pravděpodobnosti pro spojité náhodné veličiny 33
   5.4 Speciální modely rozdělení náhodných veličin 38
6. Zákon velkých čísel 40
   6.1 Součet nezávislých náhodných veličin 40
   6.2 Centrální limitní věta 41
   6.3 Bodový a intervalový odhad střední hodnoty pro výběr velkého rozsahu 41
7. Testování statistických hypotéz 44
   7.1 Dvouvýběrové testy hypotéz 46
8. Časové řady 48
9. Finanční analýza 50
   9.1 Finanční ukazatele 51
   9.2 Základní zdroj informací o podniku – finanční výkazy 55
   9.3 Rozvaha 56
   9.4 Výkaz zisku a ztráty 58
   9.5 Čistý pracovní kapitál 59
10. Výzkum developerských a stavebních společností 60

10.1 Základní kritéria pro výběr jednotek ... 61
10.2 Charakteristiky výběrového souboru ... 64
10.3 Tržby a hospodářský výsledek malých společností ... 66
10.4 Tržby a hospodářský výsledek středně velkých společností ... 69
10.5 Velké společnosti ... 71
10.6 Časové řady ... 73
10.7 Prvotní platební neschopnost ... 89
10.8 Charakteristiky dvou skupin malých podniků ... 90
10.9 Posouzení rozdělení četnosti dvou skupin malých podniků ... 93
10.10 Závislost a nezávislost zkoumaných veličin EBITDA a NWC ... 95
10.11 Neparametrický dvouvýběrový Mannův-Whitneyův test ... 96
Závěr ... 99
Citace: ... 102
Bibliografie: ... 104
Přílohy: ... 106

Seznam ilustrací (obrázků):

Obrázek č. 1 – Podmíněná pravděpodobnost dle klasické definice 27
Obrázek č. 2 – Distribuční a pravděpodobnostní funkce 29
Obrázek č. 3 – Souvislost mezi střední hodnotou a rozptylem náhodné veličiny 31
Obrázek č. 4 – Pravděpodobnostní funkce Gaussova rozdělení (2,5; $0{,}70^2$)... 34
Obrázek č. 5 – Distribuční funkce Gaussova rozdělení (2,5; $0{,}70^2$) 35
Obrázek č. 6 – Graf normované pravděpodobnostní funkce Gaussova rozložení N (0,1) 36
Obrázek č. 7 – Distribuční a pravděpodobnostní funkce logaritmicko-normálního rozdělení LN (0;1)38
Obrázek č. 8 – Funkce hustoty pravděpodobnosti a distribuční funkce Pearsonova rozdělení s $\nu = 6$ a $\nu = 17$ 39
Obrázek č. 9 – Vztah mezi chybou prvního a druhého druhu 45
Obrázek č. 10 – Oboustranný test s kritickými hodnotami k_L, k_P 46
Obrázek č. 11 – Četnost společností dle jejich velikosti ve sledovaném období 65
Obrázek č. 12 – Histogram výše hospodářského výsledku ve zvolených intervalech u malých firem. 67
Obrázek č. 13 – Histogram četností tržeb malých firem 68
Obrázek č. 14 – Histogram četnosti výskytu tržeb středních firem 71
Obrázek č. 15 – Lineární regresní model trendu tržeb malých podniků 78
Obrázek č. 16 – Vývoj tržeb malých podniků.. 85
Obrázek č. 17 – Vývoj EBITDA malých firem... 86
Obrázek č. 18 – Histogram četnosti výskytu EBITDA malých firem, jejichž NWC je kladný u 4 a více let 92
Obrázek č. 19 – Histogram EBITDA malých podniků s NWC <0 po dobu pěti a více let 93

Seznam tabulek:

Tabulka č. 1 – Varianty rozhodnutí při testování statistických hypotéz 45
Tabulka č. 2 – Členění elementárních metod finanční analýzy.. 51
Tabulka č. 3 – Transformace výsledku hospodaření na cash flow.. 53
Tabulka č. 4 – Základní parametry předvýběru 61
Tabulka č. 5 – Počet firem výběrového souboru dle krajů.. 62
Tabulka č. 6 – Základní statistické parametry celého výběrového souboru v období 2010-2017 (vše v tisících Kč).. 63
Tabulka č. 7 – Parametry pro rozdělení společností 64
Tabulka č. 8 – Charakteristiky výběrového souboru podle velikosti společností v letech 2010-2017 . 64
Tabulka č. 9 – Určení počtu a šířky intervalu pro histogram četnosti zisku 66
Tabulka č. 10 – Určení počtu a šířky intervalu pro histogram četnosti tržeb...................................... 66
Tabulka č. 11 – Charakteristiky tržeb a hospodářského výsledku u malých společností..................... 68
Tabulka č. 12 – Četnosti jednotlivých intervalů tržeb malých společností.. 69
Tabulka č. 13 – Tržby a zisk EBITDA středně velkých společností za období 2010–2017 69
Tabulka č. 14 – Souhrnné statistické ukazatele tržeb a zisku pro podniky střední velikosti................ 70
Tabulka č. 15 – Četnosti jednotlivých intervalů středních firem 71
Tabulka č. 16 – Tržby a zisk EBITDA jednotlivých velkých společností za období 2010–2017......... 72
Tabulka č. 17 – Souhrnné statistické ukazatele tržeb a zisku pro velké podniky................................ 72
Tabulka č. 18 – Časová řada vývoje tržeb zkoumaných podniků (vše v tis. Kč)................................ 74
Tabulka č. 19 – Časová řada vývoje zisku EBITDA zkoumaných podniků (vše v tis. Kč)................. 74
Tabulka č. 20 – Bazické indexy vývoje tržeb za zkoumané podniky 74
Tabulka č. 21 – Bazické indexy vývoje (EBITDA) za zkoumané podniky (vše v tis. Kč).................. 75
Tabulka č. 22 – Vývoj zadluženosti 75
Tabulka č. 23 – Průměrné tempo růstu/poklesu zadluženosti 75
Tabulka č. 24 – Pomocné výpočty pro výpočet regresního koeficientu β_1 tržeb malých firem 77
Tabulka č. 25 – Empirické hodnoty tržeb a jejich trendu u malých podniků....................................... 77
Tabulka č. 26 – Výpočtová tabulka k ověření lineárně regresního modelu tržeb malých podniků 79
Tabulka č. 27 – Pomocný výpočet k sestavení rovnic parabolických regresních parametrů 81
Tabulka č. 28 – Pomocné výpočty pro testování kvadratického regresního trendu tržeb malých firem82
Tabulka č. 29 – Pomocný výpočet k sestavení rovnic kubických regresních parametrů 83
Tabulka č. 30 – Pomocné výpočty pro testování kubického regresního trendu tržeb malých firem..... 84
Tabulka č. 31 – Stupně volnosti 84

Tabulka č. 32 – Ukazatele doby obratu zásob jednotlivých skupin podniků 87
Tabulka č. 33 – Vývoj ROA ve zkoumaném období 88
Tabulka č. 34 – Vývoj ROS ve zkoumaném období 88
Tabulka č. 35 – Přehled malých společností, které byly v platební neschopnosti v letech 2010-2013. 89
Tabulka č. 36 – Přehled malých společností, které byly v platební neschopnosti v letech 2014-2017. 89
Tabulka č. 37 – Seznam č.1 malých společností, jejichž NWC>0 po dobu 4 a více let 91
Tabulka č. 38 – Seznam č.2 malých společností, jejichž NWC>0 po dobu 4 a více let 91
Tabulka č. 39 – Četnosti zisku malých podniků, jejichž NWC>0 po dobu 4 a více let 92
Tabulka č. 40 – Základní charakteristiky malých podniků s NWC>0 92
Tabulka č. 41 – Četnost intervalů EBITDA malých podniků s NWC<0 93
Tabulka č. 42 – Výpočtová tabulka pro ověření rozdělení podniků s NWC<0 94
Tabulka č. 43 – Pomocný výpočet Spearmanova pořadového korelačního koeficientu 96
Tabulka č. 44 – Sloučený soubor EBITDA malých podniků 97
Tabulka č. 45 – Celkové shrnutí podnikových ukazatelů 99
Tabulka č. 46 – Poměrové ukazatele a použité metody regresních modelů a statistických testů 100

Seznam použitých zkratek:

CCC .... obratový cyklus peněz

CZ-NACE...klasifikace ekonomických činností

ČPK ....čistý pracovní kapitál

DI ....doba obratu pohledávek

DOP ....doba odkladu plateb dodavatelům

DOZ ....doba obratu zásob

DZ .... dlouhodobé závazky

EAT .... zisk po zdanění

EBIT .... zisk před započtením úroků a daní

EBITDA ....zisk před započtením úroků, daní a odpisů

EBT...zisk před zdaněním

FINV............................... distribuční funkce Fisherova - Snedecorova F rozdělení v MS Excel

CHISQ.DIST……pravděpodobnostní a distribuční funkce Pearsonova rozdělení χ^2 v MS Excel

KZ ....krátkodobé závazky

LOGINV…………..…inverzní funkce k distribuční funkci log. – normal. rozdělení v MS Excel

LOGNORMDIST…………distribuční funkce logaritmicko-normálního rozdělení v MS Excel

MSE..průměrná střední kvadratická chyba

MSM........................průměrné střední kvadratické odchylky od průměru vysvětlené modelem

NORM.DIS………pravděpodobnostní a distribuční funkce normálního rozdělení v MS Excel

NWC..rozdílový ukazatel - čistý pracovní kapitál

OA ....oběžná aktiva

ROA..poměrový ukazatel – návratnost aktiv

ROCE .... rentabilita celkového investovaného kapitálu

ROE ....návratnost vlastního kapitálu

ROS ....poměrový ukazatel – návratnost tržeb

SA...stálá aktiva

SSE .... celková odchylka nevysvětlená zvoleným regresním modelem

SSM .... celková odchylka vysvětlená zvoleným regresním modelem

SST .... celková odchylka regresního modelu

VK ....……………………………………………vlastní kapitál

Úvod

Vzhledem k tomu že se již přes deset let zabývám realitami, jejich oceňováním a developmentem a v tomto roce se podílím na projektu výstavby osmi řadových rodinných domů v Praze, rozhodl jsem se prozkoumat reálnou situaci stavebních společností, které mají v předmětu své činnosti, dle kódu CZ-NACE, developerskou činnost. Pro rámcovou představu, k 31.12.2017 bylo v České republice registrováno 17 987 právnických společností, které se zabývají bytovou výstavbou. Asi 3 000 firem z těchto 17 987 má v popisu své činnosti developerskou výstavbu.

V současné době se přímo masově rozvinulo financování různých projektů, a to nejenom ve stavebnictví, prostřednictvím emisí firemních dluhopisů, které jsou ve své podstatě dlužními úpisy, vzhledem k tomu, že jsou veřejně neobchodovatelné. Mnoho stavebních firem nabízí drobným investorům, při koupi těchto dluhopisů, 6–9% roční výnos. Různí investoři mají takto financovat projekty miliardových hodnot. Je zvláštní, jak málo občanů a manažerů má velice malé povědomí o základní finanční struktuře právnických společností, kterou lze vyčíst z rozvahy a Výkazu zisků a ztráty uveřejněných v obchodním rejstříku. Není žádnou výjimkou, že investoři kupují dluhopisy firem, které jsou v insolvenci, které mají k datu uzavření účetních knih stav svých finančních prostředků na účtě 1 000,- Kč, a bez jakýchkoliv pochybností tvrdí, že zvládnou projekty výstavby v investičních nákladech 1 mld. Kč apod. Já sám mám osobní zkušenost s jednou středně velkou developerskou společností, která veškeré své projekty financuje z cizích zdrojů, její vlastní kapitál je hluboce záporný a takto funguje již přes 10 let. Díky růstu cen nemovitostí vždy své dluhy refinancuje novým dluhem (emisí dluhopisů), pochopitelně vyšším, takto získá nezbytné finance na svůj provoz a pokračuje ve své „ekonomické činnosti“ dál. Uvedený mechanismus pochopitelně neprovozuje jedna firma. Většinou tuto strukturu tvoří několik desítek, v popisovaném případě devadesát devět společností, které jsou navzájem majetkově, či prostřednictvím fyzických osob, propojené. Finanční výkazy se podle potřeby upraví tak, že se do předmětné dceřiné společnosti načerpají dočasně finanční prostředky, či se dohodne s dodavatelem vyšší cena stavebních dodávek a tato cena se dokladuje úvěrové instituci včetně předložení faktur a dokladu o jejich úhradě. Další z dceřiných společností, po poskytnutí úvěru první společnosti, vystaví na dodavatele fakturu na částku odpovídající rozdílu mezi deklarovanou cenou bance a skutečně dohodnutou cenou stavební dodávky. Tímto způsobem první společnost deklaruje úvěrové instituci „vlastní zdroje“. Do konce minulého roku již stihl konglomerát devadesáti devíti společností navršit dluh cca ve výši 2 mld. Kč.

1. Cíl práce

Výše popsaná situace, jedné nejmenované pražské firmy a jejích devadesáti osmi dceřiných či personálně propojených společností, mě přivedla k myšlence, zdali je vůbec možné, aby společnosti, které jsou extrémně zadlužené, financují svá oběžná aktiva a částečně i dlouhodobá aktiva cizími krátkodobými zdroji, dosáhly ve střednědobém horizontu stabilního účetního zisku. Tato úvaha je i jádrem mé diplomové práce. Pomocí hypotézy ověřím z reprezentativního vzorku předmětných kapitálových společností, zdali firmy se záporným čistým pracovním kapitálem (NWC) ve vymezeném období dosahují zisku. Výsledky těchto společností porovnám s výší zisku firem, jejichž čistý pracovní kapitál je kladný. Jinými slovy, kapitálové společnosti budou rozděleny do dvou množin. V první množině budou společnosti se záporným NWC, v druhé s kladným NWC. U obou množin budou zjištěny jejich základní statistické veličiny nezbytné pro potvrzení nebo zamítnutí nulové hypotézy, tj. budou stanoveny střední hodnoty výše zisku a směrodatné odchylky (rozptyl) tohoto zisku. Základní (nulová) hypotéza zní, že výše NWC nemá v dlouhodobém horizontu vliv na výši zisku před započtením daní, úroků a odpisů, tzv. EBITDA. Alternativní hypotéza, kterou se touto prací snažím potvrdit, zní, že výše NWC má v dlouhém období vliv na výši EBITDA. Jinak řečeno, tvrdím, že firmy se záporným ČPK nemohou dosahovat v dlouhém období zisku.

Druhotnými cíli této práce je prověřit výši a odhadnout trend zadlužení developerských společností. Totéž se týká tržeb a vývoje zisku v období 2010–2017. Toto období v sobě zahrnuje jak fázi krize, která se projevila poklesem stavební produkce, tak fázi růstu, kterého jsme svědky v současné době (2017-2018). Díky tomuto výběru nebudou/neměly by být ve svém průměru statistická data pro hypotézu ovlivněna cyklickým vývojem HDP. Výběrový soubor developerských společností bude reprezentativní. Ze základního souboru budou stanoveny četnosti výskytu podniků podle krajů, přičemž kritériem bude počet zaměstnanců a výše jejich tržeb z provozní činnosti. Stejné charakteristiky bude mít i výběrový soubor. Zkoumané budou pouze kapitálové společnosti, jejichž roční tržby přesáhly, alespoň v jednom roce z osmi zkoumaných, 10 milionů korun českých. Tato podmínka automaticky zaručuje, že se jedná o plátce DPH a ekonomicky aktivní společnosti. Základní a výběrový soubor bude obsahovat subjekty, které podnikají na území České republiky, vyjma kraje Ústeckého. Důvod, proč je tento kraj vynechán, spočívá v jeho odlišném sociodemografickém vývoji oproti ostatním krajům, který se mimo jiné projevuje v podstatně nižších cenách nemovitostí. Prodejní cena bytových jednotek je zde v úrovni nákladové ceny nové výstavby. Prodejní cena m^2 užitné plochy stávajících bytových jednotek, které jsou v solidním stavu, se zde pohybuje do 15 000 Kč/m^2. Minimální nákladová jednotková cena stavebních nákladů pro bytovou výstavbu činí 18 000 Kč/m^2. K těmto nákladům je ovšem potřeba přičíst pořizovací cenu pozemku a další tzv. „soft cost“ náklady (projektová dokumentace, koordinace, úroky apod.).

Výběr ze základního souboru bude náhodný. Data, jež tvoří základní soubor, byla zakoupena od komerční společnosti IMPER CZ s.r.o., databáze Merk, která obsahuje 2,1 mil. ekonomicky aktivních subjektů. Denně jsou v této databázi aktualizovány informace z rejstříků státní správy. Telefonní čísla a adresy jsou kontrolovány jednou za tři měsíce. Databáze je využívána především pro marketingové účely, pro segmentaci trhu a pro sledování konkurence. Data ze základního souboru, poskytnutého spol. IMPER CZ, byla mnou vybrána a zkontrolována.

2. Statistická šetření

Pojem statistika je používán v různých významech a souvislostech. Nejčastěji se pod tímto výrazem rozumí:

a) praktická činnost, která vede k získání informací o hromadných jevech,
b) vědní disciplína o sběru, zpracování a vyhodnocování statistických údajů.

Výsledky hromadných jevů můžeme popsat v zásadě dvěma formami, a to měřením a zjišťováním. Při měření získáme data v číselné podobě. Při zjišťování získáme výsledky v číselné nebo slovní podobě.

Předměty pozorování, objekty či subjekty, se nazývají statistickými jednotkami. Každá statistická jednotka musí být jednoznačně vymezena, a to z hlediska věcného, prostorového a časového. Množina stejně vymezených statistických jednotek se nazývá statistický soubor. Rozlišují se dva typy statistických souborů:

a) základní soubor, tzv. populace – množina všech shodně vymezených statistických jednotek

b) výběrový soubor (výběr či vzorek) – podmnožina základního souboru.

Vlastnosti statistických jednotek vyjadřujeme pomocí statistických znaků, které mohou nabývat různých hodnot. Znaky rozlišujeme podle toho, jaké hodnoty nabývají, na číselné – měřitelné a slovní – kategoriální. Podle vztahů mezi hodnotami a jejich obměnami rozdělujeme statistické znaky na:

a) metrické – měřitelné,
b) ordinální – pořadové,
c) nominální – jmenovité.

Metrické proměnné se dále člení podle oboru hodnot, kterých mohou nabývat, na kardinální a na nekardinální. Ty se většinou označují jako intervalové. Kardinální proměnné mohou nabývat pouze kladných hodnot a lze je srovnávat jak rozdílem, tak poměrem. Nekardinální – intervalové proměnné mohou nabývat jakýchkoliv hodnot a lze je porovnávat pouze rozdílem. Zpravidla není možné je poměřovat podílem, protože jejich množina obsahuje 0.

Metrické proměnné mohou být spojité nebo diskrétní – nespojité. Při provádění zpracování dat většinou považujeme proměnné za spojité, byť v praktickém životě tomu tak není.

Jmenovité nominální statistické znaky dále členíme na:

a) alternativní (muž x žena, ano x ne)
b) množné (barva očí – hnědá, modrá, světlezelená apod.).

Podle počtu zkoumaných znaků mluvíme, v případě práce s jedním znakem, o jednorozměrném či, v případě práce s několika znaky, o vícerozměrném souboru.

Informace o hromadném jevu, předmětu statistického zkoumání, můžeme získat v zásadě dvěma způsoby, a to vlastním zjištěním, pak jde o primární data, či je můžeme získat od jiného subjektu. Tato data pak nazýváme sekundárními.

Vzhledem k tomu že základní soubor N je většinou příliš velký, provádíme výběr o počtu znaků n, kdy pro rozsah výběrového souboru platí $n \ll N$. Výběr může být buď reprezentativní nebo nereprezentativní.

2.1 Reprezentativní výběrová šetření

Šetření se, při zachování podmínky reprezentativnosti, rozdělují podle způsobu výběru.

2.1.1 Záměrný (úsudkový) výběr

Tento výběr dle vlastního úsudku provádí zkušení odborník. Většinou postupuje tak, aby se vybrané statistické jednotky svými znaky co nejvíce přibližovaly průměru znaků jednotek základního souboru. Zabezpečení reprezentativnosti je poměrně obtížné. Výběr podléhá subjektivnímu pohledu odborníka. Na tomto principu je například založeno oceňování nemovitostí v případě, že je základní soubor příliš malý a v předmětné lokalitě je počet obdobných transakcí nízký. Tato metoda není založena na zákonitostech pravděpodobnosti. Jde tedy o nestatistickou metodu, která v této práci nebude využita.

2.1.2 Náhodný výběr

Výběrová šetření s použitím metody náhodného výběru se označují jako pravděpodobnostní. Reprezentativnost je zaručena prostřednictvím náhody, respektive pomocí zákonitostí náhody. Z hlediska pravděpodobnosti lze provést náhodný výběr:

- se stejnými pravděpodobnostmi (každá jednotka má stejnou pravděpodobnost vybrání) – jde o nezávislý výběr.
- s různými pravděpodobnostmi. U tohoto způsobu výběru je třeba mít doplňkové informace, kdy jednotlivým jednotkám přiřadíme pravděpodobnosti vybrání.

Nejjednodušší technikou náhodného výběru je prostý náhodný výběr. Při tomto výběru má každá jednotka stejnou pravděpodobnost vybrání. Jednotky jsou netříděny a jejich počet v základním souboru je velký, v podstatě neomezený. Prostý náhodný výběr lze realizovat s vracením či bez vracení. Jednotlivé výběry s vracením jsou nezávislé náhodné pokusy. Pravděpodobnost, že jednotka bude vybrána je stále stejná $\frac{1}{N}$. Rozsah základního souboru se nemění. U výběru bez vracení jsou jednotlivé tahy závislými pokusy. Pravděpodobnost, že jednotka bude vybrána, se s každým pokusem zvyšuje, protože se snižuje rozsah základního souboru. U velkého rozsahu základního souboru k poměru k vybraným jednotkám, i když tyto jednotky nejsou vraceny, považujeme tyto výběry za nezávislé, protože změna pravděpodobnosti při výběru ze základního souboru je, díky jeho velikosti, zanedbatelná.

2.1.2.1. Techniky náhodného výběru

Náhodný výběr lze někdy provést přímo, většinou však s pomocí tzv. opory výběru, což je soubor značek, kterými jsou statistické jednotky zastoupeny. Může jít například o pořadová čísla, která jsou přidělena každé jednotce, či použijeme registry firem apod.

Jestliže je rozsah základního souboru malý, je možné provést výběr jednotek losováním, které patří mezi nejjednodušší techniky náhodného výběru. V tomto případě je vždy nutné mít oporu výběru.

Jestliže základní soubor obsahuje velký počet jednotek, je technika losováním prakticky nemožná. V takovém případě je každé jednotce přiděleno pořadové číslo (opora výběru) a výběr je proveden pomocí náhodných čísel, který získáme z tabulek nebo pomocí software – generátoru náhodných čísel.

U skutečně rozsáhlého základního souboru, kdy sledujeme několik znaků předmětných jednotek, je vhodnější provést systematický výběr. U tohoto výběru není nutné provádět oporu. Jeho podmínkou ovšem je, aby jednotky základního souboru byly seřazeny zcela nezávisle na zkoumaném znaku. Krok výběru (k) stanovíme logicky, dle počtu prvků výběrového souboru

$k = \frac{N}{n}$, přičemž první jednotka je stanovena, například, losováním nebo hodem kostkou.

2.1.3 Stratifikovaný výběr

Podstata této metody spočívá v tom, že základní soubor je rozdělen do navzájem disjunktivních množin (jednotka nemůže být zároveň součástí dvou množin) na základě určitého kritéria, ze kterých následně bude proveden výběr. Ve výběru vzorku jsou zastoupeny jednotlivé statistické jednotky proporcionálně nebo neproporcionálně v případě, že poměr určité vlastnosti základního souboru se neodráží ve vzorku stejným způsobem.

2.1.4 Skupinový výběr

Tato metoda se využívá u velkého rozsahu základního souboru. Základní soubor je rozdělen do několika skupin. Náhodně se vybere určitý počet skupin a v těchto skupinách jsou prošetřeny všechny jednotky.

Další metody patří mezi nestatistické, a vyjma úsudkového výběru i nereprezentativní, a patří mezi ně:

a) kvótní výběr
b) řetězový výběr
c) úsudkový výběr
d) výběr z hlediska účelu.

Nestatistické a nereprezentativní metody výběru (anketa apod.) nejsou dále rozebírány, protože v této práci nebudou využity.

3. Popisná statistika

Data, ať již získaná nebo naměřená, je nutné správnou metodou utřídit. Číselná data jsou seřazena podle velikosti jednotlivých znaků. Vlastnosti těchto setříděných dat lze potom vhodným způsobem popsat pomocí číselných charakteristik (průměr, modus, součet pořadových čísel apod.). První zkoumání je zaměřeno na to, kolikrát se statistický znak v daném souboru opakuje. Jinými slovy, zjišťuje se četnost, která je dvojího druhu. První je absolutní, druhá relativní.

Relativní četnost je podíl hodnot statistického znaku z jednoho intervalu na celkových nebo naměřených hodnotách. Jde o bezrozměrné číslo často vyjadřované v procentech. Někdy je užitečné vyjádřit také kumulativní četnost. Tu představuje průběžný součet absolutních nebo relativních četností. Četnosti se většinou zaznamenají přehledným způsobem do tabulek či různých grafů (sloupcových, krabicových, koláčových apod.). Získáme tak empirický model rozložení zkoumaných obměn statistických znaků dle počtu zkonstruovaných intervalů.

Absolutní četnost n_j představuje počet výskytů varianty $\mathbf{x}_j$ v základním souboru. Pro absolutní četnost platí:

$$\sum_{j=1}^{k} n_j = n, \text{ kde } k \text{ je počet variant.} \tag{3.1}$$

Relativní četnost p_j je dána vztahem:

$$p_j = \frac{n_j}{n} \text{ a představuje podíl výskytů varianty } x_j \text{ v souboru.} \tag{3.2}$$

Pro relativní četnost platí:

$$\sum_{j=1}^{k} p_j = 1. \tag{3.3}$$

Rozdělení četností je možné zobrazit pomocí empirické distribuční funkce, která je definována vztahem:

$$F_n(x) = \frac{N\,(x_i \leq x)}{n}, \tag{3.4}$$

kde čitatel značí počet prvků výběru, jehož hodnota je menší nebo rovna x. Tato funkce udává pro hodnotu **x** sledovaného znaku součet všech četností pozorování, která mají hodnotu $\mathbf{x_i} \leq \mathbf{x}$ přepočtenou na jednotkový parametr.

Pokud má základní soubor mnoho jednotek, zpravidla $N > 30$ a data obsahují velký počet obměn znaku, je vhodné zjistit variační rozpětí $R = x_{max} - x_{min}$, udávající šířku intervalu, ve kterém se data nacházejí. V tomto rozpětí sestrojíme na sebe navazující intervaly, které vždy musí být z jedné strany otevřené a z druhé uzavřené. Optimální počet intervalů zjistíme například podle pravidla $k \approx \sqrt{n},\ případně\ k\ \approx 5\log n.$ Šířka intervalu, pro zpracovávané hodnoty spojité proměnné či diskrétní proměnné nabývající velkého počtu mnoha různých obměn, je pak logicky dána vztahem $h = \frac{R}{k}$.

3.1 Charakteristiky polohy

„Charakteristiky polohy (úrovně) měří obecnou velikost hodnot znaku v souboru a dělí se na průměry (počítané ze všech dat) a ostatní míry polohy (počítané z vybraných hodnot)". (Neubauer, Sedlačík, Kříž, 2012, s. 39). Mezi nejznámější průměry patří aritmetický, harmonický, geometrický a kvadratický. Další způsob popisu polohy rozdělení znaků v souboru představují kvantily a modus.

Jestliže máme data uspořádaná v tabulce rozdělení četností, pak tyto četnosti představují váhu jednotlivých variant znaku.

Prostý aritmetický průměr:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{j=1}^{n} x_j}{n} \tag{3.5}$$

Vážený aritmetický průměr:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{j=1}^{k} n_j\ x_j}{n} \tag{3.6}$$

kde $\mathbf{n_1}$, $\mathbf{n_2}$ …, $\mathbf{n_k}$ jsou četnosti jednotlivých variant znaku $\mathbf{x_1}$, $\mathbf{x_2}$ …,$\mathbf{x_k}$. ***k*** je počet těchto variant

Geometrický průměr:

$$\bar{x}_G = \sqrt[n]{x_1\, x_2 \ldots x_{n,}} \tag{3.7}$$

kde *n* je počet pozorování. Geometrický průměr bude použit při analýze časových řad, respektive při zjištění průměrného tempa růstu či poklesu hodnot ukazatelů statistických znaků za sledované období 2010–2017.

Harmonický průměr:

$$\bar{x}_H = \frac{n}{\sum_{j=1}^{n} \frac{1}{x_j}}, \tag{3.8}$$

kde *n* je počet pozorování. Harmonický průměr můžeme použít při průměru poměrových čísel. Například při zjištění průměrné rychlosti $\bar{v} = \frac{\sum s}{\sum t}\, , kde\ čas\ t = \frac{s}{v}$ nebo při zjištění průměrné hustoty obyvatelstva apod.

Kvadratický průměr:

$$\bar{x}_K = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^{n} x_j^2}{n}} \tag{3.9}$$

Umocnění hodnot x_j^2 před výpočtem průměru způsobí, že hodnoty vzdálenější od 0 mají větší váhu. Proto se kvadratický průměr využívá jako míra proměnlivosti hodnot. Pomocí kvadratického průměru lze vypočítat rozptyl, viz odstavec charakteristiky variability.

Mezi jednotlivými průměry platí vztah: $\bar{\boldsymbol{x}}_{\boldsymbol{H}} \leq \bar{\boldsymbol{x}}_{\boldsymbol{G}} \leq \bar{\boldsymbol{x}} \leq \bar{\boldsymbol{x}}_{\boldsymbol{K}}$, jsou-li vypočítány z týchž kladných hodnot statistické proměnné normálního rozdělení.

Modus $\hat{x}$ vyjadřuje hodnotu znaku, která má, ve zkoumaném základním či výběrovém souboru, nejvyšší četnost.

Medián $\tilde{x}$ je speciálním kvantilem, kdy 50 % uspořádaných hodnot znaku je menších nebo rovno mediánu a 50 % uspořádaných hodnot je větších nebo rovno mediánu.

Kvantily jsou reálné číselné hodnoty, které rozdělují řadu vzestupně uspořádaných hodnot $x_j \ldots x_n$ statistického znaku na několik početných částí. Často užívanými kvantily také jsou dolní kvartil $x_{0,25}$ a horní kvartil $x_{0,75}$ a kvantily $x_{0,01}, x_{0,02}, \ldots, x_{0,99}$, které se nazývají percentily.

3.2 Charakteristiky variability a koncentrace

Při zpracování dat se stává, že rozdělení četností dvou různých souborů $A \wedge B$ bude mít stejnou polohu, přesto se ale od sebe budou lišit. Hodnoty v souboru *A* budou více koncentrovány okolo průměru oproti souboru *B*. Aritmetický průměr bude mít u souboru *A* vyšší vypovídací hodnotu než u souboru *B*. To, co dané soubory od sebe odlišuje, se nazývá variabilita. Existuje celá řada měr variability. Jedna, variační rozpětí, již byla uvedena. Dalšími jednoduchými mírami variability, založenými na dvou veličinách, jsou kvartilové, decilové a percentilové rozpětí. Ve většině zkoumání je třeba ale použít míry založené na všech hodnotách. Východiskem může být zjištění odchylek od aritmetického průměru. Variabilitu ovšem takto na přímo změřit nelze vzhledem k vlastnostem aritmetického průměru:

$$\sum_{j=1}^{n}(x_j - \bar{x}) = 0 \tag{3.10}$$

K popisu těchto odchylek je nutné použít absolutních hodnot nebo čtverce těchto odchylek.

Průměrná odchylka $\boldsymbol{\bar{d}_{\bar{x}}}$ je definována jako aritmetický průměr absolutních odchylek jednotlivých hodnot statistického znaku od aritmetického průměru. (Neubauer, Sedlačík, Kříž, 2012)

$$\bar{d}_{\bar{x}} = \frac{\sum_{i=1}^{n}|x_i - \bar{x}|^2}{n} \tag{3.11}$$

Zprůměrované čtverce těchto odchylek základního souboru se nazývají rozptylem s_x^2.

$$s_x^2 = \frac{\sum_{j=1}^{n}\left(x_j - \bar{x}\right)^2}{n}, \tag{3.12}$$

kde $\boldsymbol{n}$ je počet pozorování a $\boldsymbol{x_j}$ statistická proměnná.

Protože plocha jako míra proměnlivosti není vhodnou veličinou, zejména z důvodu odlišných jednotek rozptylu a statistické proměnné, byla zavedena její délková míra. Kladná druhá odmocnina z rozptylu se nazývává směrodatná odchylka.

$$s_x = \sqrt{s_x^2} \tag{3.13}$$

V induktivní statistice (z dílčích statistických poznatků se vyvozuje obecný závěr) je používán výběrový rozptyl s'^2 definovaný podobným vztahem jako je vztah (3.13).

$$s'^2 = \frac{\sum_{j=1}^{n}(x_j - \bar{x})^2}{n-1} \tag{3.14}$$

Výběrová směrodatná odchylka

$$s' = \sqrt{s'^2} \tag{3.15}$$

V případě že jsou prováděny ruční výpočty rozptylu a směrodatných odchylek zkoumaných jednotek nebo není k dispozici statistický software, je vhodnější využít následující vzorec, který lze snadno odvodit ze základního vzorce pro čtverec zmenšený o délku b, $(a-b)^2$ a z úvahy, že součet všech hodnot jednotlivých statistických znaků je totéž jako násobení počtu znaků jejich aritmetickým průměrem.

$$\begin{aligned} s_x^2 &= \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{n}\,(\sum_{i=1}^{n} x_i^2 \; - 2\bar{x}\sum_{i=1}^{n} x_i + \sum_{i=1}^{n} \bar{x}^2) = \frac{1}{n}(\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - 2n\bar{x}^2 + n\bar{x}^2) \\ &= \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i^2 \; - \bar{x}_i^{\,2} = \overline{\boldsymbol{x^2}} - \bar{\boldsymbol{x}}^{\boldsymbol{2}} \end{aligned} \tag{3.16}$$

Mezi rozptylem a výběrovým rozptylem, dle jejich definice, platí vztah:

$$s_x^2 = \frac{n-1}{n}\, s'^2 \tag{3.17}$$

Pro základní orientaci rozdělení četností v souboru lze využít jednu z charakteristik koncentrace, a to šikmost $\boldsymbol{\alpha'}$.

$$\alpha' = \frac{n' - n''}{n}, \tag{3.18}$$

kde *n* je počet pozorování, *n´* je počet podprůměrných pozorování, *n´´* je počet nadprůměrných pozorování. V případě že $\boldsymbol{\alpha'} = 0$ je soubor symetrický. Jestliže je soubor symetrický, jedno vrcholový, pak platí, že $\overline{\boldsymbol{x}} = \widehat{\boldsymbol{x}} = \widetilde{\boldsymbol{x}}$. V případě že je $\boldsymbol{\alpha'} < 0\,, pak$ soubor znaků je zešikmen vpravo od počátku, $a\;\overline{\boldsymbol{x}} > \widetilde{\boldsymbol{x}}$. V případě že je $\boldsymbol{\alpha'} > 0, pak$ soubor znaků je zešikmen vlevo k počátku $a\;\overline{\boldsymbol{x}} < \widetilde{\boldsymbol{x}}$.

4. Pravděpodobnost

Statistika stojí na třech pilířích, a to popisné statistice, pravděpodobnosti a náhodné veličině. Mnoho pravděpodobnostních úloh lze řešit pomocí kombinatoriky, což je nauka o podmnožinách vytvořených z různých množin (skupin). Nejdůležitějšími druhy množin jsou variace, kombinace a permutace. Při počítání s těmito skupinami se používá faktoriál a kombinační čísla. Faktoriál pro $n \in N$ $(přirozené\ číslo)$: $\boldsymbol{n}! = n(n-1)(n-2)\ldots 2 * 1\ a\ 0! = 1$

Kombinační číslo:

$$\text{pro } n, k \in N_o\ a\ k \leq n: \binom{n}{k} = \frac{n!}{(n-k)!k!} = \frac{n(n-1)\ldots(n-k+1)}{k!}. \quad (4.1)$$

Variace je počtem uspořádaných způsobů, jak získat podmnožinu o k prvcích z celkového počtu n prvků.

$$V_k = \frac{n!}{(n-k)!}\ kde\ k \leq n, n \in N \quad (4.2)$$

Rozdíl mezi variací a kombinací je v tom, že kombinace je neuspořádaná k-tice. Variace je vždy uspořádaná, tj. záleží na pořadí jednotlivých prvků. Kombinace je *k!* krát menší než variace.

V úlohách, kde jsou možné pouze dva výsledky, například u hodu mincí, lze pravděpodobnost, že např. z deseti hodů padne panna třikrát nebo pětkrát atd., (nezáleží na pořadí, v jakém hodu panna padne), vyřešit pomocí rozvoje binomické věty, přičemž u každého jednoho hodu, že padne panna, je pravděpodobnost $P = \frac{1}{2}$.

Binomická věta: $x, y \in R\ (reálná\ čísla), n \in N, k \ \in N_o\ a\ k \leq n$:

$$(x+y)^n = \binom{n}{0} x^0 y^n + \binom{n}{1} x^1 y^{n-1} + \binom{n}{2} x^2 y^{n-2} + \cdots + \binom{n}{n} x^n y^0 \quad (4.3)$$

Ve výše uvedeném příkladu bude hledaná pravděpodobnost P odvozena z binomického rozvoje: $y^{10} + 10x^1y^9 + 45x^2y^8 + 120x^3y^7 + 210x^4y^6 + 252x^5y^5 + 210x^6y^4 + 120$

$x^7y^3 + 45x^8y^2 + 10x^9y^1 + x^{10}$.

$Pravděpodobnost, že\ z\ deseti\ hodů\ padne\ panna\ třikrát\ nebo\ pětkrát \rightarrow$

$$P = 120\left(\frac{1}{2}\right)^3\left(\frac{1}{2}\right)^7 + 252\left(\frac{1}{2}\right)^5\left(\frac{1}{2}\right)^5 = 0{,}1172 + 0{,}246 = 0{,}3632 \rightarrow 32{,}36\%.$$

4.1 Náhodný pokus a náhodný jev

Pokusem rozumíme činnost dle přesného systému podmínek. Jsou dva typy pokusů, a to deterministický a náhodný. Deterministické pokusy, při splnění všech podmínek, vedou ke stejnému výsledku. Náhodné pokusy, i za dodržení všech podmínek, mají výsledky proměnlivé.

Každému náhodnému pokusu odpovídá množina možných výsledků – jevů, přičemž předpokládáme, že žádné dva jevy nemohou nastat současně a jeden nastává vždy. Množinu všech možných jevů nazýváme základním prostorem **Ω**. Náhodný jev $\mathbf{\Omega_1}$ je tedy podmnožinou **Ω**. V případě že **Ω** je konečnou množinou a jednotlivé jevy $\mathbf{\Omega_1}$, $\mathbf{\Omega_2}$, … $\mathbf{\Omega_n}$ jsou stejně možné, pak pravděpodobnost dosažení daného jevu $\boldsymbol{P(\Omega_i)} = \frac{1}{n}\ kde\ i = 1{,}2{,}3 \ldots \boldsymbol{n}$.

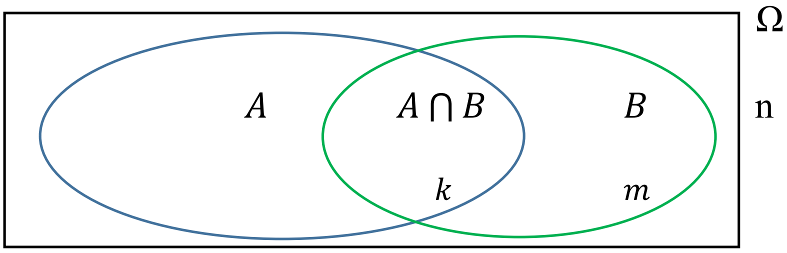
Klasická pravděpodobnost je vyjádřena vztahem $P(A) = \frac{m}{n}$, kde **m** je počet jevů vyhovující podmínkám množiny **A** a ***n*** je počet všech možných výsledků.

4.2 Podmíněná pravděpodobnost

Jestliže máme po provedení pokusu další doplňkovou informaci o jeho výsledku, můžeme tuto informaci využít a pomocí ní zkoumat pravděpodobnost náhodného jevu za definovaných omezujících podmínek. V takovém případě hovoříme o podmíněné pravděpodobnosti.

$$P(A|B) = \frac{k}{m} = \frac{\frac{k}{n}}{\frac{m}{n}} = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}\ , P(B) > 0, \tag{4.4}$$

kde $\boldsymbol{k}$ udává počet případů splňujících podmínku $\boldsymbol{A \cap B}$, $\boldsymbol{m}$ udává počet případů příznivých jevu $\boldsymbol{B}$ a $\boldsymbol{n}$ udává počet všech možných případů.



Obrázek č. 1 - Podmíněná pravděpodobnost dle klasické definice

Zdroj: (Neubauer, Sedlačík, Kříž, 2012), zpracování vlastní

5. Náhodná veličina

Jak již bylo popsáno v oddíle pravděpodobnost, výsledky pokusů – jevy, často vyjádřeny číselně, se vlivem náhody mění. Tyto veličiny nazýváme náhodné.

Náhodná veličina je reálná funkce $\boldsymbol{X(\omega)}$, definovaná na množině elementárních jevů Ω. Každému elementárnímu jevu $\boldsymbol{\omega_1}$, $\boldsymbol{\omega_2}$… $\boldsymbol{\omega_n}$ na množině $\boldsymbol{\Omega} = \{\omega_1, \omega_2, \ldots \omega_n\}$ přiřazuje právě jedno reálné číslo $\boldsymbol{X(\omega)} = \boldsymbol{x}$. Obor hodnot náhodné veličiny $\boldsymbol{X}$ je množina $\boldsymbol{M} = \{\boldsymbol{x} = \boldsymbol{X(\omega)}$: **ω** ∈ $\boldsymbol{\Omega}\}$.

U náhodné veličiny nestačí znát obor hodnot, kterých může dosahovat, je nutné znát i pravděpodobnost jejich výskytu. Tato pravděpodobnost se řídí podle určitých zákonitostí. Popis těchto zákonitostí se vyjadřuje pomocí funkcí a charakteristik. Nejlépe pomocí distribuční funkce **F**(**x**), pravděpodobností funkce **p**(**x**) či funkce hustoty pravděpodobnosti **f**(**t**) či **f**(**x**). A stejně jako u popisné statistiky pomocí charakteristik polohy, variability a koncentrace.

Distribuční funkce **F**(**x**) náhodné veličiny $\boldsymbol{X}$ přiřazuje ∀ $\boldsymbol{x}$ pravděpodobnost, že náhodná veličina $\boldsymbol{X}$ nabude hodnoty menší nebo rovné číslu **x**.

$$F(x) = P(X \leq x), x \in R, pro\ \forall\ x\ platí\ 0 \leq F(x) \leq 1 \tag{5.1}$$

F(**x**) je neklesající, zprava spojitá, pro ∀ $F(x)$ platí $\lim_{x \to -\infty} F(x) = 0,\ \lim_{x \to \infty} F(x) = 1,$

Pokud je obor možných hodnot $\boldsymbol{M} = (\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}\rangle, potom\ \boldsymbol{F}(\boldsymbol{a}) = 0\ a\ \boldsymbol{F}(\boldsymbol{b}) = 1$

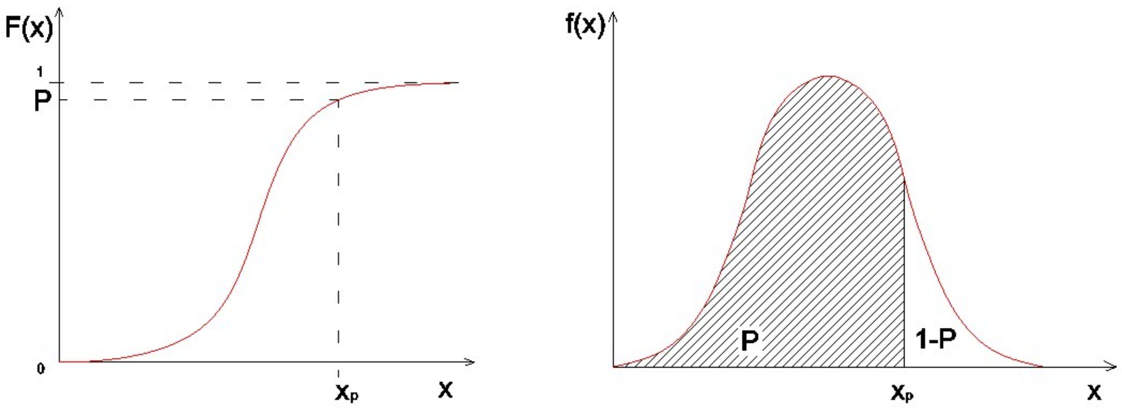
$$\text{Pro } \forall \boldsymbol{x_1}, \forall \boldsymbol{x_2}, \boldsymbol{x_1} < \boldsymbol{x_2}, \text{ pak platí } \boldsymbol{P}(\boldsymbol{x_1} < \boldsymbol{X} \leq \boldsymbol{x_2}) = \boldsymbol{F}(\boldsymbol{x_2}) - \boldsymbol{F}(\boldsymbol{x_1}) \tag{5.2}$$

Jestliže má náhodná veličina $\boldsymbol{X}$ konečný obor hodnot $\boldsymbol{M} = \{x_1, x_2 \dots x_i\}$ a existuje nezáporná funkce **p**(**x**), pro kterou $\sum_{x \in M} p(x) = 1$ a distribuční funkci **F**(**x**) lze vyjádřit

$F(x) = P(X \leq x) = \sum_{t \in (-\infty, x\rangle \cap M} p(t)$, pak je distribuční funkce skokovitá a o náhodné veličině $\boldsymbol{X}$ říkáme, že je diskrétní.

Pokud existuje nezáporná funkce $\boldsymbol{f(t)}\ a\ integrál\ \int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = 1$ tak, že distribuční funkci **F**(**x**) lze pro ∀ $\boldsymbol{x} \in \boldsymbol{R}$ vyjádřit ve tvaru:

$\boldsymbol{F(x)} = \int_{-\infty}^{\infty} \boldsymbol{f(x)dx}$, **pak funkce** $\boldsymbol{f(x)}$ **a náhodná veličina** $\boldsymbol{X}$ **jsou spojité. Funkce** $\boldsymbol{f(x)}$ **se nazývá hustotou pravděpodobnosti**.



Obrázek č. 2 - Distribuční a pravděpodobnostní funkce
Zdroj: vlastní

5.1 Charakteristiky polohy a variability

Charakteristiky polohy a variability byly již uvedeny v popisné statistice. Tyto charakteristiky však u náhodné veličiny nevycházejí z empirického modelu, který byl vytvořen po zjištění četností statistické proměnné, ale z teoretického rozdělení pravděpodobnosti podle určitého teoretického modelu. V podstatě jde o obrácený způsob, něž jak se postupovalo u popisné statistiky. Z aplikace teoretického modelu na vybraném vzorku – výběrovém souboru usuzujeme a generalizujeme jeho vlastnosti na základní soubor, tzv. populaci. Mezi klíčové charakteristiky patří střední hodnota (aritmetický průměr, medián), rozptyl a kvartily (např. horní a dolní kvartil) a modus.

Střední hodnota $\boldsymbol{\mu}$ náhodné veličiny ***E (X)*** s oborem hodnot ***M*** je v případě diskrétní náhodné veličiny určena vztahem:

$$E(X) = \sum_{x \in M} x p(x) \tag{5.3}$$

a pro spojitou veličinu je definována vztahem

$$E(X) = \int_M x f(x) dx \tag{5.4}$$

Střední hodnota představuje číslo, které charakterizuje polohu hodnot náhodné veličiny s ohledem na jejich pravděpodobnosti. Střední hodnota součinu konstanty a náhodné veličiny $\boldsymbol{X}$ je rovna jejich součinu, $\boldsymbol{E(kX) = kE(X)}$. Střední hodnota součtu náhodných veličin $\boldsymbol{X_1}$, $\boldsymbol{X_2}$, $\boldsymbol{X_3 \ldots X_n}$ je rovna součtu středních hodnot těchto veličin $\boldsymbol{E(X_1 + X_2 + \cdots X_n) = E(X_1) + E(X_2) + \cdots E(X_n)}$. Jsou – li $\boldsymbol{X_1}$, $\boldsymbol{X_2}$, $\boldsymbol{X_3 \ldots X_n}$ nezávislé, pak střední hodnota jejich součinu je rovna součinu jejich středních hodnot. $\boldsymbol{E(X_1 * X_2 \ldots X_n) = E(X_1) * E(X_2) \ldots E(X_n)}$.

100% kvantil $\mathbf{x_p}$ náhodné veličiny s rostoucí distribuční funkcí **F(x)** je taková hodnota náhodné veličiny, pro kterou platí $F(x_p) = P, 0 < P < 1$. (Neubauer, Sedlačík, Kříž, 2012)

Kvantil $x_{0,50}$ se nazývá medián $\boldsymbol{M_e(X)}$ $\boldsymbol{a\ plat}$í $\boldsymbol{P(X \leq M_e(X)) = P(X \geq M_e(X)) = 0,50 \rightarrow 50}$ **%.** Kvantil $x_{0,25}$ se nazývá dolním kvartilem. Tento kvartil oddělí 25 % nejmenších hodnot náhodné veličiny $\boldsymbol{X}$ od zbývajících 75 %. $x_{0,75}$ je horním kvartilem, který oddělí 25 % nejvyšších hodnot od 75 % zbývajících hodnot náhodné veličiny $\boldsymbol{X}$.

Modus $\boldsymbol{M_o(X)}$ náhodné veličiny $\boldsymbol{X}$ je hodnota, ve které má pravděpodobnostní funkce **p(x)** nebo funkce hustoty ***f(x)***, v závislosti na tom, zdali jde o diskrétní nebo spojitou funkci, maximum. Modus nemusí být rozdělením pravděpodobnosti určen jednoznačně, protože náhodná veličina může dosahovat maxima ve více bodech v daném intervalu hodnot.

Rozptyl náhodné veličiny značený $\boldsymbol{D(X)}$ $nebo$ $\boldsymbol{\sigma^2}$ je definován

$D(X) = E\{[X - E(X)]^2\}, pokud\ existuje\ její\ střední\ hodnota.$

V případě diskrétní náhodné veličiny je rozptyl určen:

$$D(X) = \sum_{x \in M} [X - E(X)]^2 \, p(x). \tag{5.5}$$

Rozptyl konstanty je roven 0. Rozptyl součinu konstanty a náhodné veličiny je roven součinu $\boldsymbol{k^2}$ a rozptylu náhodné veličiny $\boldsymbol{X}, D(kX) = k^2 D(X)$.

Rozptyl náhodné veličiny $\boldsymbol{X}$ lze vypočítat z rozdílu střední hodnoty kvadratických odchylek náhodné veličiny a čtverce její střední hodnoty:

$$\boldsymbol{D(X) = E(X^2) - E(X)^2.} \tag{5.6}$$

V případě diskrétní veličiny:

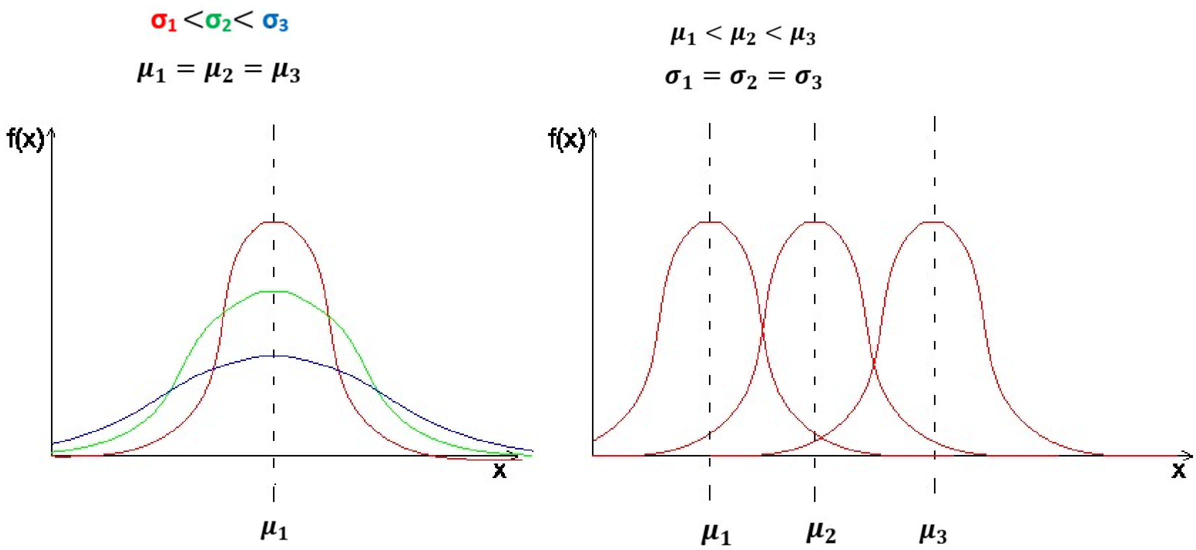
$$D(X) = \sum_{x \in M} x^2 p(x) - E(X)^2 \tag{5.7}$$

a v případě spojité náhodné veličiny:

$$D(X) = \int_M x^2 f(x) - E(X)^2. \tag{5.8}$$

Směrodatná odchylka náhodné veličiny je definována stejně jako v popisné statistice:

$\sigma(X) = \sqrt{D(X)}$. Vysoké hodnoty $\boldsymbol{\sigma(X)}$ signalizují, že její střední hodnota nemá příliš velkou vypovídací hodnotu.



Obrázek č. 3 - Souvislost mezi střední hodnotou a rozptylem náhodné veličiny
Zdroj: Neubauer, Sedlačík, Kříž, 2012, zpracování vlastní

5.2 Modely rozdělení pravděpodobnosti pro diskrétní veličiny

Rozdělení pravděpodobnosti výskytu náhodné veličiny závisí na předmětu zkoumání. Jiný výskyt bude vykazovat náhodná veličina, jestliže zjišťujeme počet vadných výrobků z vyrobené série, jiný bude vykazovat v případě doby čekání na autobus veřejné dopravy, jestliže víme, že autobus jezdí každých 15 minut a úplně jinou bude mít, pokud budeme řešit pravděpodobný výskyt invazivní rostliny na určitém území apod. U některých jednodušších přírodních, technických či ekonomických dějů můžeme výskyt náhodné nespojité veličiny popsat pomocí základních modelů, a to:

a) Binomického rozdělení,
b) Poissonova rozdělení,
c) Alternativního rozdělení,
d) Hypergeometrického rozdělení.

Vzhledem k tomu že tématem této práce je popis a hypotéza, která se týká finančních ukazatelů podniků, přičemž výběry jednotlivých ekonomických subjektů do výběrového souboru jsou nezávislé, je zcela vyloučeno, aby finanční ukazatele a jejich vlastnosti mohlo popisovat hypergeometrické rozdělení (zde jsou jednotlivé výběry vždy závislé) a Poissonovo a alternativní rozdělení mohou být speciálními případy rozdělení Binomického. Z těchto důvodů bude popsáno v této práci pouze rozdělení Binomické.

5.2.1 Binomické rozdělení

Toto rozdělení má náhodná veličina, která udává počet požadovaných či hledaných jevů z určitého množství navzájem nezávislých pokusů (jde tedy o popis náhodného výběru s vracením, s opakováním), kdy zkoumané jevy v těchto pokusech mají stále stejnou pravděpodobnost $\pi\ (0 < \pi < 1)$. Například počet zásahů na cíl při 10ti výstřelech, pravděpodobnost úspěchu v testu o n otázkách, kde odpovídám ano x ne, přičemž je třeba odpovědět alespoň na ¾ otázek správně. (Při 50 výstřelech je vhodnější již využít normálního rozdělení pravděpodobnosti).

Náhodná veličina ***X*** má binomické rozdělení:

$$B(n,\pi) \leftrightarrow p(x) = \begin{cases} \binom{n}{x}\pi^x(1-\pi)^{n-x}, & pro\ x = 0,1,2\dots,n \\ 0 & jinak. \end{cases} \tag{5.9}$$

Číselné charakteristiky binomického rozdělení:

$$E(X) = n\pi\,;\quad D(X) = n\pi(1-\pi);\quad M_o(X)\!:\ (n+1)\pi - 1 \le M_o \le (n+1)\pi \tag{5.10}$$

Jestliže $n \to \infty \wedge \pi \to 0\ pak\ n\pi \to \lambda$, pak Binomické rozdělení přechází do Poissonova. Pro použití Poissonova rozdělení je dostačující pokud $n > 30\ a\ \pi \le 0{,}1$.

V případě jedné možné varianty pokusu $\binom{n}{k=n} = 1$ a pravděpodobnosti dvou možných jevů tohoto pokusu, kdy jeden jev má pravděpodobnost $P = \pi\ a\ druhý\ P = (1 - \pi),$ hovoříme o alternativním rozdělení.

5.3 Modely rozdělení pravděpodobnosti pro spojité náhodné veličiny

Nejčastějšími typy spojitého rozdělení náhodné veličiny jsou:

a) Rovnoměrné
b) Exponenciální
c) Normální, tzv. Gaussovo rozdělení
d) Logaritmicko – normální.

Stejně jako u popisu diskrétní náhodné veličiny, kde bylo vyloučeno hypergeometrické rozdělení, i u spojité náhodné veličiny není možné, aby rozdělení vlastností finančních ukazatelů jednotlivých podniků mohlo být rovnoměrné nebo u většiny z nich exponenciální (snad vyjma zadluženosti).

5.3.1 Normální rozdělení

S tímto rozdělením náhodné veličiny se lze setkat prakticky ve všech oborech lidské činnosti, při studiu pravděpodobnosti biologických, technických, ekonomických a fyzikálních jevů. Někdy se tomuto rozdělení také říká zákon chyb, protože pravděpodobnost jejich výskytu je popsána právě tímto rozdělením. Význam Gaussova rozdělení je také v tom, že je limitním pro jiná jak spojitá, tak diskrétní rozdělení.

Spojitá náhodná veličina $\boldsymbol{X}\ má\ normální\ rozdělení\ N\ (\mu, \sigma^2)$ právě když

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}\ pro\ x \in R. \tag{5.11}$$

Poznámka: π ve výrazu (5.11) není pravděpodobnost, ale Ludolfovo číslo ~3,14.

Distribuční funkce je definována vztahem:

$$F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(t)dt = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x} e^{-\frac{(t-\mu)^2}{2\sigma^2}} dt\ \ pro\ x \in R \tag{5.12}$$

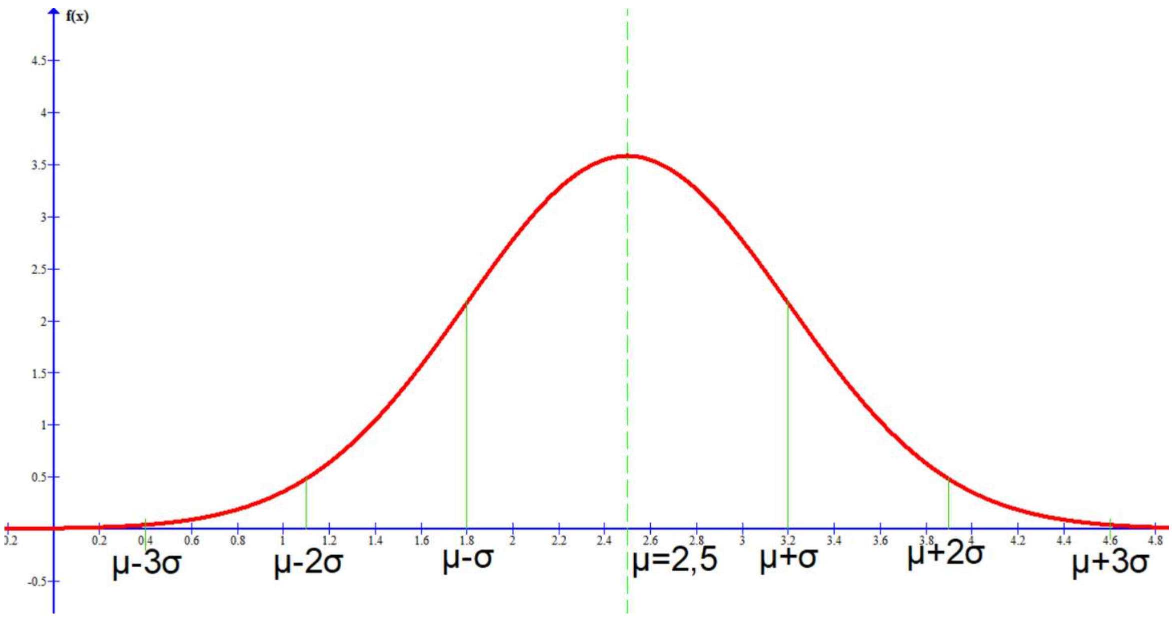
K této distribuční funkci nelze nalézt funkci primitivní → integrál jde vyřešit pouze numerickými metodami nebo s využitím software. V programu MS Excel lze nalézt pravděpodobnost náhodné veličiny pomocí funkce NORMDIST, která má čtyři parametry, první parametr je hodnota náhodné veličiny ***X***, ve které počítáme ***f(x), F(x)***, druhý parametr je ***μ***, třetí je směrodatná odchylka **σ**, čtvrtý logický výraz 0, 1. Při dosazení 0 bude spočtena funkce hustoty, při dosazení 1 bude spočtena distribuční funkce. Obráceně je možné určit k dané pravděpodobnosti hodnotu náhodné veličiny, tj. ***P%*** kvantil užitím funkce NORMINV. Její dialogové okno obsahuje tři parametry, první parametr je pravděpodobnost ***P,*** se kterým hledaná ***X*** nepřekročí hledanou hodnotu kvantilu, druhý je střední hodnotou ***μ***, třetí je směrodatná odchylka ***σ***.

Charakteristiky normálního rozdělení:

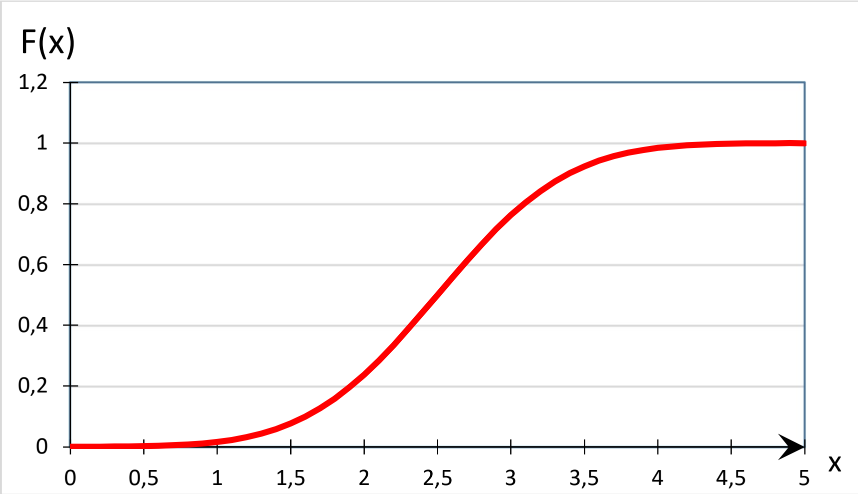
$E(X) = \mu\,; \quad D(X) = \sigma^2\,; \quad M_e(X) = \mu\,; \quad M_o = \mu; \quad \alpha_3 = 0; \quad \alpha_4 = 0$

α_3 ……………..koeficient šikmosti

α_4 ……………..koeficient špičatosti



Obrázek č. 4 - Pravděpodobnostní funkce Gaussova rozdělení (2,5; 0,70²)
Zdroj: vlastní



Obrázek č. 5 - Distribuční funkce Gaussova rozdělení (2,5; 0,70^2)
Zdroj: vlastní

5.3.2 Normované normální rozdělení

V případě že nemáme k dispozici statistický software a potřebujeme zjistit konkrétní kvantil normálního rozdělení $(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\sigma}^2)$, využijeme normované normální rozdělení, jehož hodnoty jsou uvedeny ve statistických tabulkách. Normování provedeme vycentrováním střední hodnoty sledované náhodné veličiny $\boldsymbol{X}$ do 0, respektive od každé hledané náhodné veličiny odečteme střední hodnotu a rozdíl vyjádříme v jednotkové směrodatné odchylce, tj. ve tvaru

$$\boldsymbol{U} = \frac{\boldsymbol{X} - \boldsymbol{E}(\boldsymbol{X})}{\boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{X})}. \tag{5.13}$$

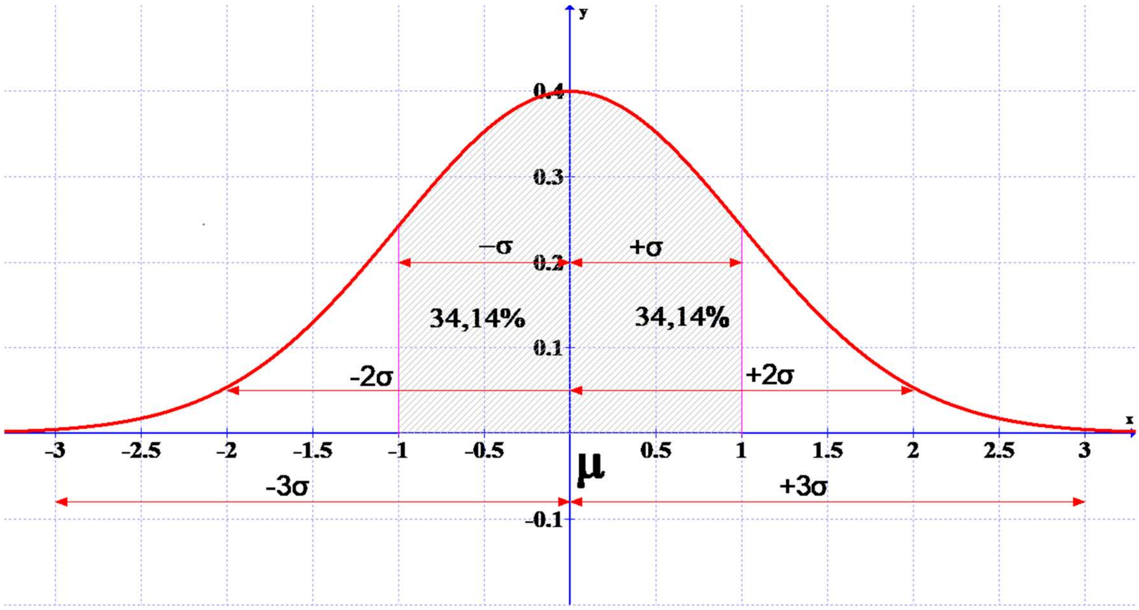
Jestliže máme pravděpodobnostní rozložení náhodné veličiny X (2,5; 0,7^2), jak je uvedeno na obrázku č. 4 a obrázku č. 5, pak normované rozdělení pravděpodobnosti náhodné veličiny $\boldsymbol{X}$ má charakteristiku (0,1^2). Tato pravděpodobností a distribuční funkce má díky popsanému normování $\mu = 0 \land \sigma^2 = 1$ jednodušší tvar než vzorce (5.11) a (5.12). Pravděpodobnostní funkce je symetrická podle svislé osy, která protíná vodorovnou v bodě 0 a v případě obecné funkce v bodě její střední hodnoty.

„*Má-li spojitá náhodná veličina **X**, která má normální rozdělení N(μ;σ^2) s funkcí hustoty pravděpodobnosti (5.11) a distribuční funkcí (5.12), potom normovaná náhodná veličina (5.13), má normované rozdělení N(0,1) s funkcí hustoty pravděpodobnosti.*“ (Neubauer, Sedlačík, Kříž, 2012, s. 125):

$$\Phi(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{\mu^2}{2}}\, pro\ u \in R \tag{5.14}$$

a distribuční funkci:

$$F(u) = \int_{-\infty}^{u} \Phi(t)dt = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{u} e^{-\frac{t^2}{2}} dt \quad pro\ u \in R \tag{5.15}$$



Obrázek č. 6 - Graf normované pravděpodobnostní funkce Gaussova rozložení N (0,1)
Zdroj: vlastní

Určení pravděpodobnosti výskytu náhodné veličiny, která má normální rozložení, lze velmi rychle stanovit pomocí směrodatných odchylek. Například jak je patrné z obrázku č. 6 68,28 % hodnot náhodné veličiny se vyskytuje v intervalu $^{+\sigma}_{-\sigma}\,\mu$, 95 % hodnot v intervalu $^{+2\sigma}_{-2\sigma}\,\mu$ a 99 % hodnot se bude nacházet v intervalu $^{+3\sigma}_{-3\sigma}\,\mu$.

5.3.3 Logaritmicko-normální rozdělení

Toto rozdělení vychází z normálního rozdělení tím, že jej logaritmicky transformuje. Definiční obor spojité náhodné veličiny je pochopitelně omezen pouze na kladná čísla bez 0. (Ovšem střední hodnota sledovaných jevů být 0 může). Stejným principem jako bylo normováno normální rozdělení lze normovat i logaritmicko – normální rozdělení. V praxi se využívá u popisu modelů rozdělení příjmů a mezd, v oblasti normování práce apod.

Spojitá náhodná veličina ***X*** má logaritmicko-normální rozdělení pravděpodobnosti $LN\ (\mu, \sigma^2)$, právě když funkce hustoty pravděpodobnosti má tvar

$$f(x) = \frac{1}{x\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(lnx-\mu)^2}{2\sigma^2}}\ pouze\ pro\ x > 0 \tag{5.16}$$

a distribuční funkce je definována vztahem

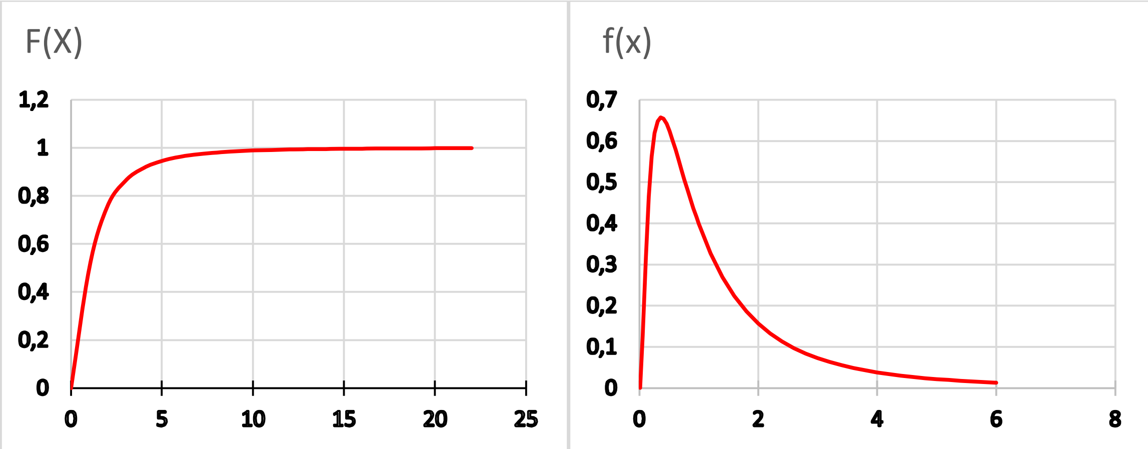
$$F(x) = \int_0^x f(x)dx\ pouze\ pro\ x > 0. \tag{5.17}$$

Pro výpočty se užívá transformace náhodné veličiny ***X*** tak, že tato náhodná veličina je funkcí náhodné veličiny Y, $X = e^Y$, která je rostoucí s normálním rozdělením $N(\mu, \sigma^2)$. Použitím transformace, $y(x) = lnx\ \ pro\ x > 0$, dostaneme funkci hustoty *f(x).* Parametry jejího rozdělení jsou $\mu = E(lnX)\ a\ \sigma^2 = D(lnX)$ a jsou shodné s parametry rozdělení náhodné veličiny $Y = lnX\ {\sim}N(\mu, \sigma^2)$.

Pro normovanou náhodnou veličinu *U* platí

$$U = \frac{lnX - \mu}{\sigma} {\sim} N(0,1). \tag{5.18}$$

Pro nalezení hodnoty pravděpodobnosti *F(**X**)* (distribuční funkce) náhodné veličiny ***X**,* lze využít MS Excel, funkce LOGNORMDIST, která má tři parametry. Prvním je náhodná veličina ***X***, druhým je **μ**, třetím parametrem je **σ**. Data jsou také uvedena ve statistických tabulkách. Obráceně, z daného výskytu náhodné veličiny ***X*** lze určit pomocí funkce MS, LOGINV (P; μ; σ), P% kvantil.



Obrázek č. 7 - Distribuční a pravděpodobnostní funkce logaritmicko-normálního rozdělení LN (0;1)
Zdroj: vlastní

5.4 Speciální modely rozdělení náhodných veličin

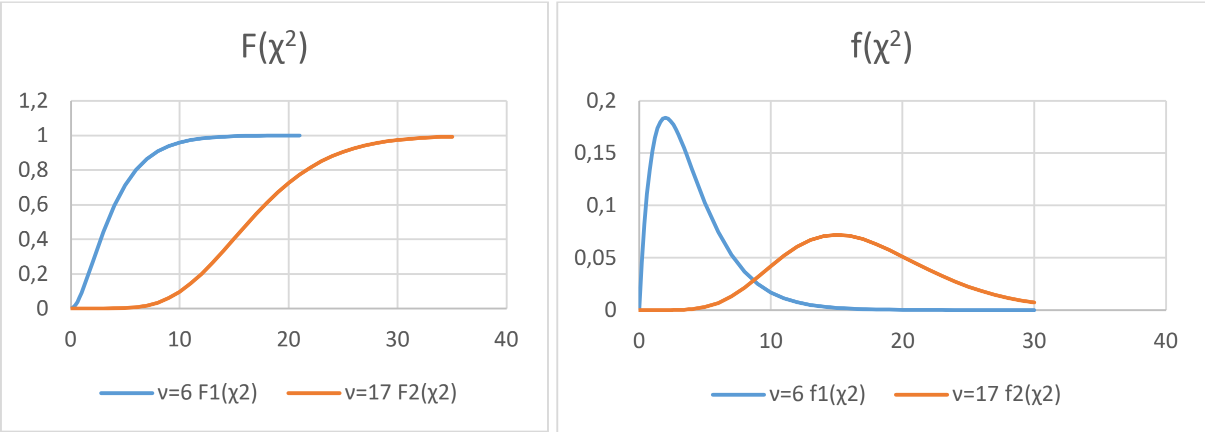
Při řešení mnoha praktických úloh a hypotéz hrají důležitou roli speciální (složené) funkce rozdělení náhodné veličiny $\boldsymbol{X}$, které jsou odvozeny z normálního rozdělení $\boldsymbol{X}$. Jde zejména o rozdělení: $\boldsymbol{\chi^2} - Pearsonovo, \quad \boldsymbol{t} - Studentovo \quad a \quad \boldsymbol{F} - Fisherovo - Snedecorovo.$

Jestliže máme náhodné veličiny U_1, U_2, …U_v, z nichž každá má normální rozdělení N (0,1), potom i součet jejich čtverců je náhodná veličina.

$$\chi^2 = U_1^2 + U_2^2 + \cdots U_v^2 = \sum_{i=1}^{v} U_i^2 \tag{5.19}$$

Rozdělení náhodné veličiny U se nazývá Pearsonovo a značí se $\boldsymbol{\chi^2}$ s $\boldsymbol{\nu}$ počtem stupňů volnosti (počet nezávislých sčítanců ve výrazu (5.19)). Toto rozdělení závisí pouze na jediném parametru, a to $\boldsymbol{\nu}$.

Některé charakteristiky Pearsonova $\boldsymbol{\chi^2}$ rozdělení náhodné veličiny jsou: $E(\chi^2) = \boldsymbol{\nu}$ a $\mathrm{D}(\chi^2) = 2\boldsymbol{\nu}$. Pro řešení praktických úloh je důležité nalézt hodnoty $\boldsymbol{\chi^2}$, které při daném počtu stupňů volnosti splní podmínku $(\chi^2 \leq \chi_P^2) = P$. Vzhledem k tomu, že je funkce hustoty pravděpodobnosti tohoto rozdělení velmi složitá, jsou její hodnoty tabelovány a uvedeny v tabulkách nebo je lze nalézt v MS Excel přes funkci CHISQ.DIST, kde prvním parametrem je náhodná veličina $\boldsymbol{X}$ a druhým $\boldsymbol{\nu}$. S rostoucím počtem pokusů – stupňů volnosti se rozdělení $\boldsymbol{\chi^2}$ blíží k normálnímu, viz obrázek č. 8.



Obrázek č. 8 - Funkce hustoty pravděpodobnosti a distribuční funkce Pearsonova rozdělení s v = 6 a v =17

Zdroj: vlastní

Další složené rozdělení náhodné veličiny se skládá ze dvou nezávislých náhodných veličin *U* a χ^2, přičemž *U* má normální rozdělení N (0,1) a veličina χ^2 má Pearsonovo rozdělení s **v** stupni volnosti. Toto složené rozdělení náhodné veličiny se nazývá Studentovo rozdělení **t** s **v** stupni volnosti.

$$t = \frac{U}{\sqrt{\frac{\chi^2}{\nu}}} \tag{5.20}$$

v je jediným parametrem tohoto rozdělení. Funkce je sudá, tj. je symetrická okolo svislé osy y. Střední hodnota $\mathrm{E(t)} = 0$ a $\mathrm{D(t)} = \frac{\nu}{\nu-2}\ pro\ \nu > 2.$ S rostoucím počtem stupňů volnosti (pro $\boldsymbol{\nu} > 30$) se toto rozdělení **t** dá nahradit normálním rozdělením.

Jestliže máme dvě nezávislé náhodné veličiny χ_1^2 a χ_2^2, z nichž první má rozdělení $\chi^2\ s\ \nu_1$ stupni volnosti a druhá $\chi^2\ s\ \nu_2$ stupni volnosti, potom rozdělení náhodné veličiny má tvar

$$F = \frac{\chi_1^2}{\nu_1} : \frac{\chi_2^2}{\nu_2} \tag{5.21}$$

a nazývá se Fisherovo – Snedecorovo s $\boldsymbol{\nu_1}\ a\ \boldsymbol{\nu_2}$ stupni volnosti. Toto rozdělení má dva parametry. Střední hodnota $E(F) = \frac{\nu_2}{\nu_2-\nu_1}\ pro\ \nu > 2.$ Rozdělení je asymetrické. Kvantily F_p pro P < 0,5 vypočteme s použitím vztahu

$F_p(\nu_1; \nu_2) = \frac{1}{F_{1-P}(\nu_2; \nu_1)}.$

(5.22)

6. Zákon velkých čísel

V praktické statistice, kdy náhodné pokusy opakujeme nezávisle na sobě, dostáváme nezávislé výsledky těchto pozorování či pokusů. Z výsledků pokusů můžeme sestavit, podle rozdělení relativních a absolutních četností a dalších charakteristik, tak jak byly popsány v předchozích kapitolách popisné statistiky, empirický model. Při dostatečném počtu opakování náhodných pozorování či pokusů se bude empirický model přibližovat k některému z teoretických modelů, uvedených v kapitole 5 str. 27 této práce. Proces přiblížení empirických modelů k teoretickým nejlépe vystihuje Bernoulliho věta. Pokud roste počet provedených pokusů, potom relativní četnost jevu $\boldsymbol{A}$ v posloupnosti nezávislých pokusů pravděpodobnostně konverguje k pravděpodobnosti $\boldsymbol{\pi}$ teoretického modelu, tj.

$$\frac{X}{n} \xrightarrow{P} \pi. \tag{6.1}$$

Jinak řečeno, při velkém počtu pokusů odhadujeme pravděpodobnost nastoupení jevu $\boldsymbol{A}$ jeho relativní četností.

6.1 Součet nezávislých náhodných veličin

Pokud máme posloupnost náhodných veličin, u kterých nás zajímá rozdělení součtu nebo průměru n nezávislých náhodných veličin, pak pro dostatečně velký počet nezávislých pokusů či pozorování můžeme toto rozdělení nahradit rozdělením normálním. Jestliže $n \to \infty$, potom náhodné veličiny $X_1 + X_2 + \ldots X_n = \sum_{j=1}^{n} X_j$ a $\bar{X} = \frac{X}{n} = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n} X_j$, mají za obecných podmínek normální rozdělení. V praktických úlohách není třeba, aby počet pokusů šel k nekonečnu, postačí dostatečně velké n, pro které je odchylka skutečného rozdělení od normálního menší nebo rovna požadované. Z tohoto důvodu se v konkrétních případech také určuje podle velikosti přípustné chyby (odchylky) počet n, pro které lze aproximaci normálním rozdělením akceptovat.

Jestliže mají náhodné veličiny stejné rozdělení pravděpodobnosti se střední hodnotou $\boldsymbol{\mu}$ a rozptylem $\boldsymbol{\sigma^2}$, pak platí: 1) pro součet $\boldsymbol{X}$

$$E(X) = n\boldsymbol{\mu} \quad a\ D(X) = n\boldsymbol{\sigma^2} \tag{6.2}$$

2) pro průměr $\bar{X}$

$$E(\bar{X}) = E\left(\frac{X}{n}\right) = \boldsymbol{\mu}\ a\ D(X) = D\left(\frac{X}{n}\right) = \frac{\boldsymbol{\sigma^2}}{\boldsymbol{n}},$$
$$protože\ \boldsymbol{D(kX) = k^2 D(X)}\ a\ tedy\ D\left(\frac{X}{n}\right) = \frac{1}{n^2} n\sigma^2 = \frac{\sigma^2}{n}. \tag{6.3}$$

6.2 Centrální limitní věta

Pokud má náhodná veličina ***X,*** která je součtem n nezávislých náhodných veličin X_1, X_2, …, X_n s libovolným identickým rozdělením, konečnou střední hodnotu E(X_j) = **μ** a konečným rozptylem D(X_j) = $\boldsymbol{\sigma^2}$, pak ***X*** má střední hodnotu a rozptyl dle vzorců (6.2) a (6.3). Potom pro normovanou náhodnou veličinu

$$U = \frac{X - n\mu}{\sqrt{n\sigma^2}}\ platí\ limitní\ vztah\ \lim_{n \to \infty} P(U \le u) = \Phi(u), \tag{6.4}$$

$kde\ \Phi(u)$ je distribuční funkcí normovaného normálního rozdělení ***N***(0,1). (Lévy-Lindebergova věta pro součet)

Nechť náhodná veličina ***X*** je průměr n nezávislých náhodných veličin X_1, X_2, …, X_n , které mají libovolné identické rozdělení s konečnou střední hodnotou a konečným rozptylem, viz (6.3), potom pro normovanou náhodnou veličinu

$$U = \frac{\bar{X} - \mu}{\sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}} = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma}\sqrt{n}, platí\ limitní\ vztah\ \lim_{n \to \infty} P(U \le u) = \Phi(u), \tag{6.5}$$

$kde\ \Phi(u)$ je distribuční funkcí normovaného normálního rozdělení ***N***(0,1). (Lévy-Lindebergova věta pro průměr)

6.3 Bodový a intervalový odhad střední hodnoty pro výběr velkého rozsahu

Charakteristiky základního souboru nazveme parametry a označujeme je malými řeckými písmeny μ, σ^2, …τ. Charakteristiky náhodného výběru nazýváme, jak už bylo uvedeno v předcházejících kapitolách, výběrovými charakteristikami a značíme je velkými písmeny $\bar{X}, S^2, \ldots .T$. Odhady parametrů zkoumané náhodné veličiny ***X*** náhodného výběru $X_1, X_2, \ldots, X_n$ mohou být bodové nebo intervalové.

Bodovým odhadem parametru $\boldsymbol{\tau}$ je statistika T_n , jejíž hodnoty kolísají kolem τ . $\hat{\tau} = T_n$. Střední kvadratická chyba odhadu parametru $\hat{\tau} = T_n$ je

$$MSE(T_n) = E[(T_n - \tau)^2]\ je\ čtvercem\ směrodatné\ chyby \tag{6.6}$$

a tedy

$$SE(T_n) = \sqrt{MSE(T_n).} \tag{6.7}$$

MSE a SE jsou zkratkami převzaté z anglického jazyka a znamenají mean squared error a standard error.

Protože průměr je nestranným odhadem střední hodnoty náhodného výběru o rozsahu n, pak i směrodatná chyba odhadu je rovna směrodatné odchylce výběrového průměru, tj.

$$SE(\bar{X}) = \sigma\,(\bar{X}) = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \tag{6.8}$$

Ze vzorce (6.8) vyvodíme rozsah velikosti vzorku pro odhad střední hodnoty, tj.

$$\boldsymbol{n = \frac{\sigma^2}{SE^2}} \tag{6.9}$$

Při určování rozsahu výběru, o kterém předpokládáme, že má normální rozdělení nebo výběr je dostatečně velký, tak že libovolné rozdělení můžeme aproximovat normálním, se při 95% spolehlivosti budou naměřené hodnoty nacházet v intervalu $\pm 2\sigma,$ viz obrázek č. 6, str. 36.

Rozdíl mezi bodovým a intervalovým odhadem je v tom, že bodový odhad je vyjádřen jedním číslem a velikostí chyby, viz vzorec (6.8). Druhý zásadní rozdíl spočívá v odlišné míře spolehlivosti a přesnosti. Nelze docílit současně maximálně přesného a spolehlivého odhadu. Obě charakteristiky se navzájem vylučují. Maximálně přesný odhad je bodový, který je ale nejméně spolehlivý. Pravděpodobnost bodového odhadu je nulová. Platí to i opačně. Maximálně spolehlivý odhad je nejméně přesný. Z tohoto důvodu jsou zavedeny intervalové odhady, které jsou kompromisem mezi spolehlivostí a přesností odhadu.

Nechť $x_1, x_2, \ldots, x_j$ je náhodný výběr z rozdělení s hustotou pravděpodobnosti $f(x, \tau)$ a $T_h(x_1, x_2, \ldots, x_j)$ statistiky, pro něž platí:

$$P(T_d < \tau < T_h) = 1 - \alpha, \qquad kde\ \alpha \in (0,1), \tag{6.10}$$

potom interval (T_d, T_h) se nazývá 100(1-α)% interval spolehlivosti pro parametr $\boldsymbol{\tau}$. Číslo **1-α** je koeficientem spolehlivosti, číslo **α** je rizikem odhadu. Jestliže pro interval spolehlivosti platí:

$P(\tau \leq T_d) = \frac{\alpha}{2}, P(\tau \geq T_h) = \frac{\alpha}{2}$, (6.11)

pak interval *(T_d, T_h)* nazýváme 100(1-α)% oboustranným intervalem spolehlivosti.

Platí-li:

$$\boldsymbol{P(\tau < T_h) = 1 - \alpha, \qquad P(\tau \geq T_h) = \alpha,} \tag{6.12}$$

pak interval *(-∞, T_h)* nazýváme 100(1-α)% pravostranným intervalem spolehlivosti a statistiku T_h nazýváme horním odhadem parametru τ se spolehlivostí 1-α.

Platí-li:

$$\boldsymbol{P(\tau > T_d) = 1 - \alpha, \qquad P(\tau \leq T_d) = \alpha,} \tag{6.13}$$

pak interval *(T_d, ∞,)* nazýváme 100(1-α)% levostranným intervalem spolehlivosti a statistiku T_d nazýváme dolním odhadem parametru τ se spolehlivostí 1-α.

Normální rozdělení náhodné veličiny ***X*** má dva parametry, a to střední hodnotu **μ** a rozptyl **σ²**. Nejlepším bodovým odhadem střední hodnoty **μ** sledované veličiny je výběrový průměr $\bar{x}$ a nejlepším odhadem rozptylu **σ²** je výběrový rozptyl **s²**. Při konstrukci intervalu spolehlivosti pro neznámý parametr **μ** předpokládáme, že neznáme ani rozptyl. Použijeme statistiku

$t = \frac{\bar{x}-\mu}{s}\sqrt{n}$, která má Studentovo t-rozdělení s *n-1* stupni volnosti. (6.14)

Pro riziko odhadu $\alpha \in (0,1)$ má:

1) 100(1-α)% oboustranný interval spolehlivosti pro střední hodnotu **μ** tvar

$$\left(\bar{x} - \boldsymbol{t_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1)\frac{s}{\sqrt{n}}}\ ;\ \bar{x} + \boldsymbol{t_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1)\frac{s}{\sqrt{n}}}\right), \tag{6.15}$$

kde $\boldsymbol{t_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1)}$ značí $100(1-\frac{\alpha}{2})$% kvantil Studentova rozdělení s *n-1* stupni volnosti.

2) 100(1-α)% pravostranný interval spolehlivosti pro střední hodnotu **μ** tvar

$$\left(-\infty;\ \bar{x} + \boldsymbol{t_{1-\alpha}(n-1)\frac{s}{\sqrt{n}}}\right). \tag{6.16}$$

3) 100(1-α)% levostranný interval spolehlivosti pro střední hodnotu **μ** tvar

$$\left(\bar{x} - \boldsymbol{t_{1-\alpha}(n-1)\frac{s}{\sqrt{n}}};\ +\infty\right), \tag{6.17}$$

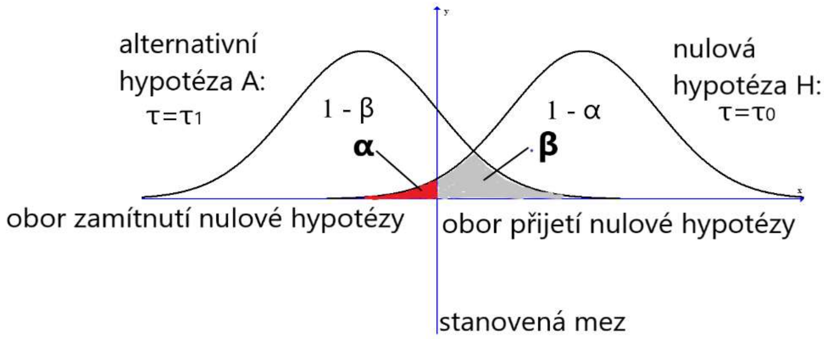
kde $\boldsymbol{t_{1-\alpha}(n-1)}$ značí $100(1-\alpha)$% kvantil Studentova rozdělení s *n-1* stupni volnosti.

Výraz $\boldsymbol{t_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1)\frac{s}{\sqrt{n}}}$, respektive $\boldsymbol{t_{1-\alpha}(n-1)\frac{s}{\sqrt{n}}}$ se nazývá přípustná chyba oboustranného, respektive jednostranného odhadu parametru $\boldsymbol{\mu}$ a značí se Δ. Výraz $\widehat{SE}(\bar{x}) = \frac{\boldsymbol{s}}{\sqrt{\boldsymbol{n}}}$ je výběrovou chybou, která je součástí (podmnožinou) přípustné chyby. Pro rozsah $n > 30$ u výrazů (6.15), (6.16), (6.17) nahradíme s využitím centrální limitní věty statistiku $t = \frac{\bar{x}-\mu}{s}\sqrt{n}$ statistikou $u = \frac{\bar{x}-\mu}{s}\sqrt{n}$, která má asymptoticky rozdělení N(0,1) - (normované normální rozdělení).

7. Testování statistických hypotéz

Statistickou hypotézou se rozumí určité tvrzení o parametrech rozdělení, z něhož náhodný výběr pochází (μ, σ^2, σ, π, λ, $E(X)$, $D(X)$) nebo tvrzení o typu tohoto rozdělení (normální, Poissonovo, binomické apod.) Například máme rozhodnout, zda střední hodnota $\boldsymbol{\mu}$ rozdělení, z kterého náhodný výběr vznikl, je rovna určité hodnotě $\boldsymbol{\mu_0}$. Tímto způsobem jsme vyslovili hypotézu o parametru $\boldsymbol{\mu}$. Vypočteme-li ze získaných hodnot náhodného výběru $x_1, x_2, \ldots, x_n$ statistiku T_n, která je nestranným a konzistentním odhadem parametru μ, tj. $T_n = \hat{\mu}$, zpravidla se zjistí, že hodnota $\hat{\mu}$ se liší od μ_0. Stojíme před otázkou, zda odchylka bodového odhadu $\hat{\mu}$ od μ je způsobena jen náhodným kolísáním statistiky T_n, či zda je způsobena tím, že $\boldsymbol{\mu_0}$ se skutečně liší od $\boldsymbol{\mu}$ systematicky. (Neubauer, Sedlačík, Kříž, 2012)

Předpoklad o určitém parametru nebo rozdělení pravděpodobnosti zkoumané náhodné veličiny se nazývá *nulová hypotéza H*. Proti nulové hypotéze je postavena takzvaná alternativní hypotéza, která se značí *A*. Platnost nulové hypotézy se ověřuje testem statistické hypotézy. Závěry statistické hypotézy jsou dva. První je, že hypotézu *H* zamítáme a přijímáme alternativní, druhý – hypotézu *H* nezamítáme. Obvykle je nulová hypotéza stanovena jako jednoduchá $H\colon \tau = \tau_0$. Proti této hypotéze se volí jedna z možných alternativních hypotéz, a to složená dvoustranná alternativa $A\colon \tau \neq \tau_0$ nebo jednostranná pravá $A\colon \tau > \tau_0$ nebo jednostranná levá $A\colon \tau < \tau_0$. **Neexistuje žádný matematický postup, kterým bychom mohli prokázat platnost statistické hypotézy.** Pouze pomocí metod matematické statistiky můžeme danou hypotézu zamítnout, a tím se dopustíme chyby s pravděpodobností rovnou zvolenému $\boldsymbol{\alpha}$, nebo hypotézu nezamítneme, ale nebude jisté, zda hypotéza platí nebo nemáme dostatek údajů (měření) pro její zamítnutí. Na základě uvedeného se při rozhodování o hypotéze *H* podle zvoleného testu můžeme dopustit jedné ze dvou chyb. Chybou *prvního druhu* je, pokud zamítneme hypotézu *H*, zamítnutí pravdivé hypotézy. Chybou *druhého druhu* je nezamítnutí *H*, ačkoliv správná není. Po statistickém testu požadujeme, aby chyby prvního i druhého druhu byly minimální. Bohužel při stanoveném rozsahu výběru to není možné. Pokud snižujeme pravděpodobnost *chyby prvního druhu,* dochází k růstu pravděpodobnosti *chyby druhého druhu* a naopak. Z tohoto důvodu se obvykle stanoví chyba prvního druhu do výše α; $\alpha \in (0{,}1)$. $\boldsymbol{\alpha}$ se nazývá hladina významnosti testu. Většinou se α stanoví, v závislosti na důležitosti testu a závažnosti důsledků, které by vyplynuly z chyby prvního druhu, ve výši $0{,}05$ nebo $= 0{,}01$. Pravděpodobnost chyby druhého druhu značíme β. Číslo 1–β potom vyjadřuje sílu testu, respektive pravděpodobnost, s jakou zamítáme nulovou hypotézu *H*, platí-li ve skutečnosti alternativní hypotéza *A*. Důsledky rozhodnutí při testování statistických hypotéz jsou znázorněny v následující tabulce a vztah mezi chybou prvního a druhého druhu je zobrazen v níže uvedeném obrázku.



Obrázek č. 9 - Vztah mezi chybou prvního a druhého druhu
Zdroj: Neubauer, Sedlačík, Kříž, 2012, vlastní zpracování

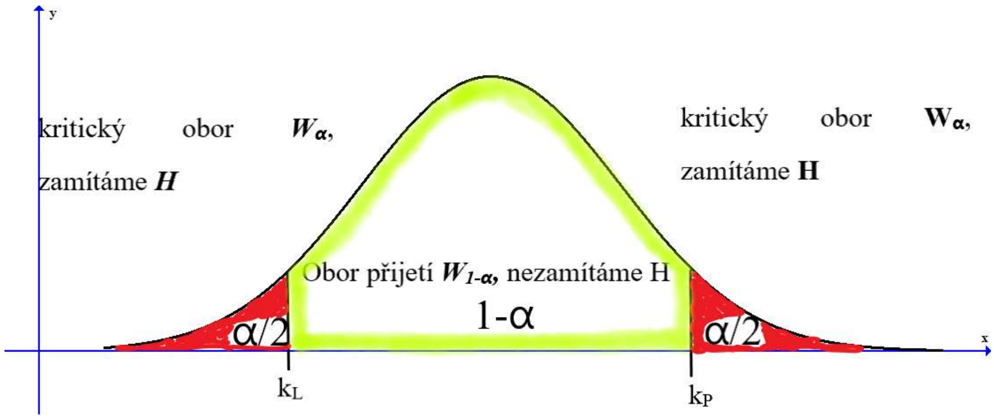
Tabulka č. 1 - Varianty rozhodnutí při testování statistických hypotéz

skutečnost	*H* je pravdivá		*H* je nepravdivá	
úsudek o *H*	rozhodnutí	pravděpodobnost	rozhodnutí	pravděpodobnost
nezamítá se	správné	**1 - α**	chyba 2. druhu	**β**
zamítá se	chyba 1. druhu	**α**	správné	**1 - β**

Zdroj: Neubauer, Sedlačík, Kříž, 2012, vlastní zpracování

Vlastní test je proveden výběrem vhodné statistiky T_n, která má při platnosti nulové hypotézy $\boldsymbol{H}$ známé rozdělení (t, u, χ^2, F apod.). Této statistice říkáme testové kritérium. Obor hodnot testového kritéria rozdělíme na dvě podmnožiny $\boldsymbol{W_\alpha}$ a $\boldsymbol{W_{1-\alpha}}$, které se nepřekrývají. Jsou disjunktivní. Pokud testové kritérium T_n nabude hodnoty z podmnožiny $\boldsymbol{W_\alpha}$, pak zamítneme nulovou hypotézu $\boldsymbol{H}$. Pokud testové kritérium T_n nabude hodnoty z podmnožiny $\boldsymbol{W_{1-\alpha}}$, pak nulovou hypotézu nezamítneme. Obor podmnožiny $\boldsymbol{W_\alpha}$ odpovídá kritickému oboru testu a obor hodnot z podmnožiny $\boldsymbol{W_{1-\alpha}}$ označujeme jako obor přijetí. Hranice mezi kritickým oborem a oborem přijetí provádíme pomocí kritické hodnoty $\boldsymbol{k}$, která je vhodným kvantilem rozdělení podle užitého testového kritéria.

Při oboustranném testu *H*: $\mu=\mu_0$ proti *A:* $\mu \neq \mu_0$ je kritický obor $W_\alpha = (-\infty, k_L) \cup (k_P, \infty)$, viz obrázek č. 10. Při pravostranném testu, tj. *H:* $\mu=\mu_0$ proti *A:* $\mu > \mu_0$ je kritický obor $W_\alpha = (k_P, \infty)$. Při levostranném testu, tj. *H:* $\mu=\mu_0$ proti *A:* $\mu < \mu_0$ je kritický obor $W_\alpha = (-\infty, k_L)$.



Obrázek č. 10 - Oboustranný test s kritickými hodnotami k_L, k_P
Zdroj: vlastní

7.1 Dvouvýběrové testy hypotéz

Používají se pro srovnání dvou různých stavů v jedné populaci. Zásadní je vždy rozlišit, zda jde o závislé či nezávislé výběry. Předpokladem nezávislých výběrů je, že výběr jednotek ze základního souboru nezávisí na výběru jednotek z druhého základního souboru. Naopak u závislých výběrů, výsledek z prvního výběru tvoří pár s odpovídajícím výsledkem z druhého výběru. V takovém případě použijeme párové testy. Další klíčovou charakteristikou, která ovlivňuje výběr testového kritéria, je předpoklad **normálního rozdělení** při shodě rozptylů a středních hodnot. V případě, že rozdělení základních souborů není známé a rozsahy obou náhodných výběrů jsou dostatečně velké, $n > 30$, v případě asymetrického rozdělení $n > 50$, můžeme využít pro testování shody středních hodnot centrální limitní větu viz str. 41.

Jestliže $x_1, x_2, \ldots, x_{n1}$ jsou náhodným výběrem z prvního **normálního** rozdělení, $y_1, y_2, \ldots y_{n2}$ jsou náhodným výběrem z druhého **normálního** rozdělení, $\bar{x}, \bar{y}, s_x^2 \; a \; s_y^2$ jsou odpovídající výběrové průměry a výběrové rozptyly. Pokud testujeme hypotézu, že parametr μ_1 je roven parametru μ_2, jinak řečeno $H: \mu_1 = \mu_2$, (za předpokladu $\sigma_1 \neq \sigma_2$) potom testové kritérium:

$$u = \frac{\bar{x} - \bar{y}}{\sqrt{\frac{s_x^2}{n_1} + \frac{s_y^2}{n_2}}} \tag{7.1}$$

má při platnosti nulové hypotézy H přibližně normální rozdělení $N(0,1)$. Alternativní hypotézy jsou určeny, dle vzájemného vztahu obou výběrů, následujícími kritickými obory:

$$\begin{aligned} &A: \mu_1 > \mu_2 \rightarrow \boldsymbol{W_\alpha} = \{\boldsymbol{u}; \boldsymbol{u} \geq \boldsymbol{u_{1-\alpha}}\} \\ &A: \mu_1 < \mu_2 \rightarrow \boldsymbol{W_\alpha} = \{\boldsymbol{u}; \boldsymbol{u} \leq -\boldsymbol{u_{1-\alpha}}\} \\ &A: \mu_1 \neq \mu_2 \rightarrow \boldsymbol{W_\alpha} = \left\{\boldsymbol{u}; \lfloor \boldsymbol{u} \rfloor \geq \boldsymbol{u_{1-\frac{\alpha}{2}}}\right\}, \end{aligned} \tag{7.2}$$

kde $\boldsymbol{u_{1-\alpha}}, \boldsymbol{u_{1-\frac{\alpha}{2}}}$ jsou kvantily rozdělení N(0,1).

Jestliže $x_1, x_2, \ldots, x_{n1}$ jsou náhodným výběrem z prvního **normálního** rozdělení, $y_1, y_2, \ldots y_{n2}$ jsou náhodným výběrem z druhého **normálního** rozdělení, $\bar{x}, \bar{y}, s_x^2\ a\ s_y^2$ jsou odpovídající výběrové průměry a výběrové rozptyly, rozptyly obou výběrů jsou shodné, $\sigma_1 = \sigma_2$, potom při testování shody středních hodnot $\mu_1 = \mu_2$, použijeme tzv. t-test s testovým kritériem:

$$\boldsymbol{t} = \frac{\bar{\boldsymbol{x}} - \bar{\boldsymbol{y}}}{\boldsymbol{S}} \sqrt{\frac{\boldsymbol{n_1 n_2}}{\boldsymbol{n_1} + \boldsymbol{n_2}}}\ , kde \tag{7.3}$$

$$\boldsymbol{S} = \sqrt{\frac{(\boldsymbol{n_1} - \boldsymbol{1})\boldsymbol{s_x^2} + (\boldsymbol{n_2} - \boldsymbol{1})\boldsymbol{s_y^2}}{\boldsymbol{n_1} + \boldsymbol{n_2} - \boldsymbol{2}}}, \tag{7.4}$$

má při platnosti nulové hypotézy H Studentovo rozdělení t (ν) s $\nu = n_1 + n_2 - 2$ stupni volnosti.

Alternativní hypotézy jsou určeny, dle vzájemného vztahu obou výběrů, následujícími kritickými obory:

$$\begin{aligned} &A: \mu_1 > \mu_2 \rightarrow \boldsymbol{W_\alpha} = \{\boldsymbol{t}; \boldsymbol{t} \geq \boldsymbol{t_{1-\alpha}}(\boldsymbol{\nu})\} \\ &A: \mu_1 < \mu_2 \rightarrow \boldsymbol{W_\alpha} = \{\boldsymbol{t}; \boldsymbol{t} \leq -\boldsymbol{t_{1-\alpha}}(\boldsymbol{\nu})\} \\ &A: \mu_1 \neq \mu_2 \rightarrow \boldsymbol{W_\alpha} = \left\{\boldsymbol{t}; \lfloor \boldsymbol{t} \rfloor \geq \boldsymbol{t_{1-\frac{\alpha}{2}}}(\boldsymbol{\nu})\right\}, \end{aligned} \tag{7.5}$$

kde $\boldsymbol{t_{1-\alpha}}, \boldsymbol{t_{1-\frac{\alpha}{2}}}$ jsou kvantily Studentova rozdělení, $\nu = n_1 + n_2 - 2$.

Pro ověření shody rozptylů $\boldsymbol{\sigma_1}=\boldsymbol{\sigma_2}$ dvou náhodných výběrů $x_1, x_2, \ldots, x_{n1}$ a $y_1, y_2, \ldots y_{n2}$ s **normálním** rozdělením, kde $s_x^2\ a\ s_y^2$ jsou výběrové rozptyly, použijeme testové kritérium

$$\boldsymbol{F} = \frac{\boldsymbol{s_x^2}}{\boldsymbol{s_y^2}}, \tag{7.6}$$

které má při platnosti H_0 Fisherovo – Snedecorovo rozdělení $F(\nu_1, \nu_2)$ se stupni volnosti $\nu_1 = n_1-1$ a $\nu_2 = n_2 -1$. Pro alternativní hypotézy volíme následující kritické obory:

$$\begin{aligned} &A: \boldsymbol{\sigma_1} > \boldsymbol{\sigma_2} \rightarrow \boldsymbol{W_\alpha} = \{\boldsymbol{F}; \boldsymbol{F} \geq \boldsymbol{F_{1-\alpha}(\nu_1, \nu_2)}\} \\ &A: \boldsymbol{\sigma_1} < \boldsymbol{\sigma_2} \rightarrow \boldsymbol{W_\alpha} = \{\boldsymbol{F}; \boldsymbol{F} \leq \boldsymbol{F_{\alpha}(\nu_1, \nu_2)}\} \\ &A: \boldsymbol{\sigma_1} \neq \boldsymbol{\sigma_2} \rightarrow \boldsymbol{W_\alpha} = \left\{\boldsymbol{F}; \boldsymbol{F} \leq \boldsymbol{F_{\frac{\alpha}{2}}(\nu_1, \nu_2)} \vee \boldsymbol{F} \geq \boldsymbol{F_{1-\frac{\alpha}{2}}(\nu_1, \nu_2)}\right\}. \end{aligned} \tag{7.7}$$

8. Časové řady

Časový řad je chronologicky uspořádaná posloupnost věcně a prostorově smysluplně porovnatelných údajů o libovolné kvantitativní náhodné proměnné. Časové řady analyzujeme pomocí deskriptivních nebo induktivních metod (modelování a prognózování se stanovením spolehlivosti odhadu). Rozlišují se časové řady intervalové a bodové. Pro zpracování časového řadu je důležitý charakter údajů, zda jsou extenzivní nebo intenzivní. Extenzivní časové řady jsou tvořené absolutními sčitatelnými údaji. Intenzivní časové řady zobrazují úroveň, stav nebo intenzitu výskytu v tvaru poměrných čísel. (Pacáková a kol., 2009)

Podle periodicity hodnot sledovaného ukazatele dělíme časové řady na krátkodobé a dlouhodobé. Krátkodobé řady ukazatelů, obvykle kratší než jeden rok, obsahují informaci o sezónních výkyvech. Pokud máme krátkodobé i dlouhodobé časové řady za více let, pak tyto řady mohou mít periodický výkyv delší než jeden rok. Takovýto výkyv se nazývá cyklický. Podle výše uvedeného obsahují časové řady vždy trendovou (Tr) a náhodnou složku (E) a mohou obsahovat cyklickou (C) a sezónní složku (S).

Vzhledem ke zvolenému časovému rozmezí v této práci zkoumaných ukazatelů (2010–2017), bude časový řad obsahovat pouze trendovou a náhodnou složku a možná cyklickou.

Trendová složka (T_r) obsahuje základní charakteristický vývoj proměnné, na kterou působí kontinuálně dlouhodobě působící vlivy.

Náhodná složka (E) je vytvářena nepravidelnými, občasnými a nepředvídatelnými faktory, které nepřispívají k trendu, ani k cyklickému a sezónnímu výkyvu. Představuje kolísání, které zůstane po vyčíslení všech zbývajících výše uvedených složek, a proto se také někdy nazývá reziduální složka anebo prostě pouze chybou (error) – ε_t.

Nejkvalitnějším bodovým odhadem variability náhodné složky $D(\varepsilon_t) = \sigma_\varepsilon^2$ je výběrový rozptyl reziduí a značíme jej $\sigma_\varepsilon^2 = \boldsymbol{\widehat{\sigma}_\varepsilon^2}$. Čím menší je rozptyl reziduí, tím lépe odpovídá model trendu skutečnosti. Rozptyl reziduí se nazývá průměrná čtvercová chyba, nebo střední kvadratická chyba odhadu, a značí se zkratkami anglických slov mean squared error (MSE). Vypočítá se podle vztahu:

$$MSE = \widehat{\sigma}_\varepsilon^2 = \frac{1}{n-k}\sum_t (y_t - \hat{y}_t)^2 = \frac{1}{n-k}\sum_t {e_t}^2, \tag{8.1}$$

kde: $\boldsymbol{\hat{y}_t} = \hat{T}_{r_t}$ bodový odhad hodnoty trendu v čase t

$\boldsymbol{e_t} = \hat{\varepsilon}_t = (y_t - \hat{y}_t)^2$ bodový odhad náhodné složky modelu

$\boldsymbol{k}$ počet parametrů regresní funkce použité pro odhad parametru $\hat{y}_t$

$\boldsymbol{n}$ je délka časového řadu. Součet druhých mocnin jednotlivých reziduí se vypočte přes všechny hodnoty t časové proměnné.

Podmínky, za jakých složku považujeme za náhodnou, jsou explicitně vymezeny, a to

$$\sum_t e_t = 0\,; \ \sum_t {e_t}^2 \rightarrow min. \tag{8.2}$$

$$D(\varepsilon_t) = \sigma_\varepsilon^2 \ \ (rozptyl\ náhodné\ složky\ je\ stále\ konstantní) \tag{8.3}$$

Předpoklad o konstantním rozptylu se nazývá **homoskedasticita** náhodné složky. Jinými slovy řečeno, rozptyl je nezávislý na proměnné $\boldsymbol{x}$. V případě že se u zvoleného modelu trendu zbytková složka s rostoucí/klesající nezávisle proměnnou mění, pak hovoříme o heteroskedastickém modelu a **regresní složku nemůžeme považovat za náhodnou**. Další důležitý předpoklad o náhodné složce souvisí s libovolnou dvojicí nezávisle proměnné (vysvětlující proměnná). $x_i \neq x_j$ musí být vzájemně nezávislé, což znamená, že jejich kovariace je 0. $cov\, x_i x_j = \overline{x_i x_j} - \bar{x}_i \bar{x}_j$. Posledním předpokladem, abychom mohli považovat zbytkovou složku za náhodnou je, že výskyt náhodné složky odpovídá normálnímu rozdělení.

Časový řad, který obsahuje trendovou a náhodnou složku má tvar

$$y_t = T_{r_t} + E_t \text{ anebo } y_t = T_{r_t}E_t \tag{8.4}$$

Pro odhad trendu dlouhodobého vývoje časové řady se nejčastěji využívá lineární, kvadratické, polynomické, případně exponenciální funkce. Lineární model trendu má tvar:

$$T_{r_t} = \beta_o + \beta_1 t \tag{8.5}$$

V případě že je $\beta_1 = 0$, pak nejde o lineární, ale o konstantní trend a bodový odhad se rovná střední hodnotě. Lineární model je vhodné užít, pokud absolutní přírůstky či úbytky proměnné jsou přibližně konstantní.

V opačném případě je lepší pracovat s parabolickým trendem, který má tvar:

$$T_{r_t} = \beta_o + \beta_1 t + \beta_2 t^2 \tag{8.6}$$

nebo s exponenciálním trendem, který má tvar:

$$T_{r_t} = \alpha_0 \alpha_1^t \tag{8.7}$$

Výrazy uvedené v této kapitole jsou v obecném tvaru. Jednotlivé parametry lineárního, parabolického, kubického, případně exponenciálního trendu, včetně výpočtu minimální hodnoty reziduí, budou uvedeny v praktické části této práce.

9. Finanční analýza

Obsahuje komplexní zhodnocení a rozbor získaných dat o podniku či odvětví, ve kterém působí. Jako základní zdrojová data používá rozvahu, výkaz zisku a ztráty a výkaz o cash flow. Finanční analýza slouží pro nepřetržité hodnocení ekonomické situace podniku a jako podklad pro odhadnutí jeho budoucího vývoje.

Finanční analýzu dělíme podle způsobu použitých metod na:

a) Fundamentální, která se soustřeďuje spíše na kvalitativní údaje o podniku a je založena na subjektivní metodě – na odborném odhadu analytika.
b) Technickou, která je založena na objektivní metodě. Jde o kvantitativní zpracování dat s využitím matematicko-statistických metod popsaných v předchozích oddílech této práce, založených na teorii pravděpodobnosti. Dle použitých metod se dále dělí na:
    ba) metody elementární technické analýzy,
    bb) metody vyšší finanční analýzy.

Tabulka č. 2 – Členění elementárních metod finanční analýzy

Elementární metody	analýza stavových ukazatelů	horizontální analýza
		vertikální analýza
	analýza rozdílových a tokových ukazatelů	analýza fondů
		analýza cash flow
	přímá analýza interních ukazatelů	rentability
		aktivity
		zadluženosti
		likvidity
	analýza soustav ukazatelů	pyramidové rozklady
		DuPontův rozklad

Zdroj: Růčková, Roubíčková, 2012

Přímá analýza je nejčastěji používaným rozborovým postupem účetních výkazů jak na úrovni jednotlivého podniku, tak na úrovni odvětví.

Horizontální analýza se zabývá časovými změnami absolutních ukazatelů a je využívána pro odhad trendu a zhotovení časových řad. Vertikální analýza se liší od horizontální tím, že pohlíží na jednotlivé položky výkazů vždy v relaci k nějaké veličině. Její výhodou je, že nezávisí na inflaci a umožňuje srovnání výsledků analýzy z různých let.

9.1 Finanční ukazatele

Patří mezi hlavní parametry finanční analýzy. Dělí se na extenzivní a intenzivní. Extenzivní ukazatele nesou informaci o objemu či rozsahu dané položky vyjádřené v peněžních jednotkách. Rozčleňujeme je do několika skupin, a to do skupin stavových, tokových, rozdílových a nefinančních ukazatelů. Mezi stavové, které zachycují stav ukazatele k určitému datu, patří všechny položky uvedené v rozvaze, viz následující oddíl. Typickým představitelem rozdílového ukazatele je čistý pracovní kapitál (NWC), jenž tvoří základní vstupní data pro hypotézu uvedenou v této práci. Tokovým ukazatelem je zisk, který je rozdílem mezi výnosy a náklady. Mezi nefinanční ukazatele patří, například, počet zaměstnanců, produktivita práce apod.

Intenzivní ukazatele zobrazují míru, s jakou jsou využívány podnikové extenzivní ukazatele. Většinou jde tedy o podíly dvou extenzivních veličin. Intenzivní ukazatele dělíme na stejnorodé a nestejnorodé. Stejnorodé zachycují poměry dvou extenzivních ukazatelů, které jsou vyjádřeny ve stejných jednotkách. Nestejnorodé jsou poměrem dvou ukazatelů, vyjádřených v rozdílných jednotkách. Řadíme mezi ně, například, obratové a rychlostní ukazatele aktivit.

9.1.1 Zisk

Mezi základní a nejdůležitější finanční ukazatele patří zisk, který, jak již bylo řečeno, je tokovou veličinou vyjadřující výkonnost a úspěšnost podniku. Na mikroekonomické úrovni je dělen na zisk účetní a ekonomický, který zohledňuje implicitní náklady – náklady ztracené příležitosti. Z hlediska podnikového a z hlediska mezinárodního srovnání se rozlišuje několik typů zisku, vyjádřených anglickými zkratkami, a to:

a) Zisk po zdanění – EAT (earnings after taxes)
b) Zisk před zdaněním – EBT (earnings before taxes). Odpovídá dle českých účetních standardů výsledku hospodaření před zdaněním. Tento typ zisku je vhodné použít při výpočtu rentability a ziskové marže.
c) Zisk před zdaněním a započtením úroků – EBIT (earnings before interest and taxes). Odpovídá dle českých účetních standardů provoznímu hospodářskému výsledku.
d) Zisk před započtením úroků, daní a odpisů – EBITDA (earnings before interest, taxes, depreciation and amortization). Tento ukazatel je ze všech typů zisku nejlépe vhodný jako zdrojová data pro předmětnou hypotézu, protože tento zisk je očištěn od účetních vlivů, např. od odpisové, úvěrové a daňové politiky konkrétní firmy.

9.1.2 Cash flow – přehled o peněžních tocích

Protože výkazy zisku a ztráty udávají různé kategorie výnosů a nákladů v období jejich vzniku bez ohledu na to, zda vznikají skutečně reálné příjmy a výdaje, je nutné evidovat samostatně přehled o příjmech a výdajích.

Peněžní tok lze zjistit přímou a nepřímou metodou. Přímou je odečet příjmů a výdajů, fakticky se jedná o peněžní deník. Nepřímou metodou jako transformaci výsledku hospodaření, zjištěného z výkazu zisku a ztráty, na peněžní tok. Transformace je založena na logickém úsudku, že:

a) každý náklad nemusí být současně výdajem, například odpisy,
b) každý výdaj nemusí být současně nákladem, například nákup dlouhodobého majetku,
c) každý výnos nemusí být současně příjmem, například aktivace stroje,
d) každý příjem nemusí být současně výnosem, například přijetí zálohy.

Tabulka č. 3 – Transformace výsledku hospodaření na cash flow

Počáteční stav peněžních prostředků
Výsledek hospodaření běžného období
+ odpisy
- tvorba dlouhodobých rezerv
+ snížení dlouhodobých rezerv
+ zvýšení závazků (krátkodobých, krátkodobých bankovních úvěrů, časového rozlišení pasiv)
- snížení závazků (krátkodobých, krátkodobých bankovních úvěrů, časového rozlišení pasiv)
- zvýšení pohledávek, časového rozlišení aktiv
+ snížení pohledávek, časového rozlišení aktiv
- zvýšení zásob
+ snížení zásob
cash flow z provozní činnosti
- výdaje s pořízením dlouhodobého majetku
+ příjmy z prodeje dlouhodobého majetku
cash flow z investiční činnosti
+/- dlouhodobé závazky
+/- dopady změn vlastního kapitálu
cash flow z finanční činnosti
Konečný stav peněžních prostředků

Zdroj: Růčková, Roubíčková, 2012

Stav cash flow je klíčovým ukazatelem likvidity a solventnosti podniku. U developerských společností je nutné sledovat stav zásob nedokončené výroby a rychlost jejich obratu.

9.1.3 Likvidita

Vyjadřuje schopnost podniku hradit své závazky. Obecně, jde o podíl toho, čím můžeme platit, k tomu, co je nutné uhradit. Podle míry jistoty, kterou požadujeme od tohoto měření, dosazujeme do čitatele majetkovou složku s různou mírou přeměnitelnosti aktiva na peněžní prostředky. Rozlišují se tři stupně likvidity.

Běžná likvidita (likvidita III. stupně) = $\frac{oběžná\ aktiva}{krátkodobé\ cizí\ zdroje}$

Pohotová likvidita (likvidita II. stupně) = $\frac{krátkodobé\ pohle\ ávky+\ \ átkodobý\ finanční\ majetek}{krátkodobé\ cizí\ zdroje}$

Hotovostní likvidita (likvidita I. stupně) = $\frac{krátkodobý\ finanční\ majetek}{krátkodobé\ cizí\ zdroje}$

Výše uvedené ukazatele likvidity vycházejí za stavových veličin. Pokud jsou k dispozici dostatečné informace, je vhodnější vycházet z cash flow.

Likvidita z CF = $\frac{cash\ flow\ z\ provozní\ činnosti}{krátkodobé\ cizí\ zdroje}$

Nedostatek likvidity způsobuje platební neschopnost podniku a může být příčinou jeho insolvence. Ovšem pokud je likvidita podniku příliš vysoká, jde z pohledu vlastníků o nepříznivý jev, protože tyto volné prostředky vázané v aktivech snižují rentabilitu vlastního kapitálu.

9.1.4 Rentabilita

Je po zisku druhou nejdůležitější veličinou, kterou vyhodnocují jak vlastníci, tak management podniku. Rentabilita měří schopnost investovaného kapitálu vytvářet nové zdroje neboli, měří výnosnost. Je základní složkou pro hodnocení efektivnosti a hospodárnosti ekonomické aktivity podniku.

Obecně je poměrem zisku ku kapitálu. Podle toho, jaký kapitál doplníme do jmenovatele, rozlišujeme, podobně jako u zisku, prostřednictvím anglických zkratek, tyto druhy:

a) Rentabilita vlastního kapitálu – ROE – returned on equity
b) Rentabilita aktiv – ROA – returned on asset. Tento ukazatel vyjadřuje celkovou produkční sílu společnosti.

$$ROA = \frac{EBITDA}{\sum Aktiva} \tag{9.1}$$

c) Rentabilita celkového investovaného kapitálu – ROCE – returned on capital employed

$$ROCE = \frac{EBITDA}{dlouhodobé\ cizí\ zdroje + vlastní\ kapitál} \tag{9.2}$$

d) Rentabilita tržeb ROS,

$$ROS = \frac{EBITDA}{\sum TRŽBY} \tag{9.3}$$

e) Rentabilita nákladů.

ROE je využívána jako srovnávací hodnota s náklady vlastního kapitálu r_e pro rozdělení firem. V případě že:

$r_e < ROE$ → firmy vytvářejí ekonomickou aktivitu (ekonomický zisk) – I. kategorie

$r_{bezrizikové} < ROE < r_e$ → výnosnost vlastního kapitálu je sice nižší než náklady na vlastní kapitál, ale je vyšší než výnosnost bezrizikových aktiv (cenných papírů, státních pokladničních poukázek) – II. kategorie

$ROE < r_{bezrizikové}$ → výnosnost vlastního kapitálu je nižší než výnosnost bezrizikových aktiv – III. kategorie

$ROE < 0$ → rentabilita vlastního kapitálu je záporná, respektive hodnota vlastního kapitálu je záporná - IV. kategorie

Samotné zařazení firmy do jedné ze skupin signalizuje úroveň jejího hospodaření. Problém ovšem je zjištění nákladů na vlastní kapitál. Pro externí analytiky není možné tento náklad z veřejně dostupných zdrojů odvodit. Netýká se to ovšem čtvrté kategorie firem. U nich lze z dvou po sobě jdoucích rozvah odečíst zápornou změnu jejich vlastního kapitálu nebo mají přímo v rozvaze zápornou hodnotu a tím je lze rovnou přiřadit do IV. kategorie.

U rentability tržeb, které budou v této práci analyzovány za celé odvětví, se nejčastěji dosazují tržby, které tvoří provozní výsledek hospodaření. V případě že zahrneme veškeré tržby (odprodej dlouhodobého majetku apod.), pak je nutné použít v ukazateli čistý zisk po zdanění.

9.2 Základní zdroj informací o podniku – finanční výkazy

Účetnictví by mělo tvořit základní zdroj informací nejenom pro management podniku, ale i pro externí subjekty, které s podnikem spolupracují, či plánují spolupráci nebo pro potenciální zákazníky. Všechny kapitálové společnosti, registrované na území ČR, které jsou uveřejněny v obchodním rejstříku, mají podle § 21a Zákona č. 563/1991 Sb., Zákon o účetnictví, povinnost podávat u příslušného krajského soudu své finanční výkazy. Rozsah těchto výkazů je závislý na velikosti účetní jednotky. Dle studie analytické společnosti Bisnode neodevzdalo tyto výkazy za rok 2016 65 % společností, přičemž nejhorší situace je mezi malými a mikro firmami. Tento negativní jev je pro účel tohoto zkoumání spíše pozitivem, protože databáze neobsahuje data těchto společností. Dá se předpokládat, že významné procento uvedených firem sestavuje finanční výkazy pouze pro finanční úřady a jejich účetnictví nezobrazuje, zejména co se týče výše zisku a nákladů na dosažení tohoto zisku, reálnou skutečnost.

U finančních výkazů není vhodné pracovat se ziskem po zdanění, protože tato veličina je zkreslena daňovou, dluhovou a odpisovou politikou příslušné společnosti, která může být velmi variabilní a v důsledku toho podávat zcela zkreslenou závislost mezi různými finančními a hospodářskými ukazateli a uvedeným ziskem. Proto optimální je posuzovat u finančních analýz zisk před započtením daní, úroků, odpisů a amortizace, tzv. EBITDA. Uvedený parametr bude použit i v této práci.

Při analýze finančních ukazatelů je dále nutné vzít v úvahu, že mnoho firem, zejména menších, se snaží minimalizovat i samotný výsledek hospodaření před zdaněním, a to účelovým navyšováním nákladů. Tak aby tyto nestandardní vlivy, včetně různých majetkových propojení, byly co nejvíce eliminovány a vzhledem k tomu, že neznáme pravděpodobnostní rozložení finančních ukazatelů a předpokládáme, dle centrální limitní věty, normální rozložení, pak výběrové vzorky by měly obsahovat více jak 50 společností.

9.3 Rozvaha

Rozvaha v plném rozsahu přehledným způsobem člení majetek a zdroje, za které tento majetek byl pořízen, a to dle formy a funkce, kterou v podniku, dle směrné účtové osnovy pro podnikatele na bázi účtových skupin uvedených v příloze č. 4 vyhlášky č. 500/2002 Sb., zastává.

B. Stálá aktiva tvoří v části:

B.I. Dlouhodobý nehmotný majetek,

B.II Dlouhodobý hmotný majetek,

B.III Dlouhodobý finanční majetek.

Dlouhodobý majetek je zpravidla v podniku využíván po dobu více jak 12 měsíců a je průběžně odepisován přes účet oprávek a nákladové účty odpisů, vyjma pozemků, goodwillu a uměleckých děl. Developerské společnosti mají volbu jak pozemky, na kterých budou provedeny stavby s jejich následným odprodejem, zaúčtovat. První možností je účtovat na účet 042 – pořízení dlouhodobého hmotného majetku. Tento případ není příliš obvyklý. Druhý případ je zaevidovat pozemky a stavby na účet zásob vlastní výroby 121 - Nedokončená výroba. Většina developerských společností by měla využívat druhý způsob evidence pozemků a staveb, a to z toho důvodu, že stavby nebude používat pro vlastní činnost, ale staví je pro následný prodej. Dle uvedeného, a dle § 9 vyhlášky č. 500/2002 Sb., považujeme rozestavěné stavby a pozemky za zásoby. Tento způsob zaúčtování na účet 121/581 i lépe zobrazuje ekonomickou podstatu uvedené podnikatelské činnosti, než zaúčtování na účty 042/321.

C. Oběžná aktiva

Zpravidla tento majetek mění svoji formu během 12 měsíců. Tvoří jej:

C.I. Zásoby – C.I.1 materiál

C.I.2 Nedokončená výroba a polotovary

C.I.3 Výrobky a zboží

C.I.4 Mladá a ostatní zvířata a jejich podskupiny

C.II Pohledávky – C.II.1 Dlouhodobé

C.II.2 Krátkodobé

C.III Krátkodobý finanční majetek

C.IV Peněžní prostředky

D. Časové rozlišení aktiv

Z oběžných aktiv bude pro stanovení rozdílových a finančních ukazatelů využito položek celkových zásob a celkové výše oběžných aktiv.

Klíčovým účtem bude změna stavu nedokončené výroby, která zásadním způsobem ovlivňuje výši všech typů zisku. Zvyšování přírůstku zásob nedokončené výroby MD 121/D 581, což můžeme v určitém období očekávat u všech developerských společností, je nutné vzít v úvahu dlouhý proces povolování staveb a následnou výstavbu, zvedá jednak výši aktivního účtu zásob nedokončené výroby 121(strana má dáti) a souběžně snižuje výši nákladového účtu 581(strana pasivní, tzv. dalová) – změna stavu nedokončené výroby. Snižování stavu nákladového účtu zásadně ovlivňuje výši zisku (navyšuje jej, snižuje se cash flow a v případě že projekt není kryt dlouhodobými zdroji, snižuje platební schopnost podniku). Bohužel mnoho firem uvádí rozvahu ve zkrácené podobě, takže stav nedokončené výroby nelze z finančních výkazů odečíst.

Zdroje, za které byl majetek pořízen, člení rozvaha do jednotlivých položek pasiv, dle vzorového účtového rozvrhu (Procházková, Vlach, 2005), následujícím způsobem:

A.I Základní kapitál

A.II Ážio a kapitálové fondy

A.III. Fondy ze zisku

A.IV. Výsledek hospodaření minulých let

A.V. Výsledek hospodaření běžného účetního období

A.VI. Rozhodnutí o zálohové výplatě podílu na zisku

B. Rezervy

C.I Dlouhodobé závazky

- C.I.1. Vydané dluhopisy
- C.I.2. Závazky k úvěrovým institucím
- C.I.4. Závazky z obchodních vztahů
- C.I.5. Dlouhodobé směnky k úhradě

C.II. Krátkodobé závazky

- C.II.2. Závazky k úvěrovým institucím
- C.II.3. Krátkodobé přijaté zálohy
- C.II.4. Závazky z obchodních vztahů
- C.II.8.2 Krátkodobé finanční výpomoci

D. Časové rozlišení pasiv

Do výčtu pasivních položek rozvahy ve třetí úrovni členění byly zahrnuty pouze ty, které mají vliv na jednotlivé finanční ukazatele, jež budou zjišťovány ve výběrovém souboru kapitálových společností.

9.4 Výkaz zisku a ztráty

Výkaz zisku a ztráty, dle druhového členění, sestavený v plném rozsahu, dělí jednotlivé položky následujícím způsobem:

I. Tržby z prodeje výrobků a služeb
II. Tržby za prodej zboží
A Výkonová spotřeba
B Změna stavu zásob vlastní činnosti (+/-)
C Aktivace
D Osobní náklady
E Úprava hodnot v provozní oblasti
III. Ostatní provozní výnosy
F Ostatní provozní náklady

Provozní výsledek hospodaření (+/-)

Pro analýzu bude použito položek tržeb, úpravy hodnot v provozní oblasti (odpisy) a konečně provozní výsledek hospodaření.

9.5 Čistý pracovní kapitál

Tento finanční ukazatel řadíme mezi rozdílový. Jde o složku kapitálu, která slouží k financování části oběžného majetku, který má dlouhodobější charakter. Vzhledem k tomu, že doba trvání projektu, u většiny developerských či stavebních společností, je delší než jeden rok, představuje *NWC* (čistý pracovní kapitál) velmi důležitý ukazatel. Výpočet výše hodnoty *NWC* lze provést několika způsoby. Různé způsoby volíme podle dat, která máme k dispozici. Pokud provádíme externí analýzu na základě veřejně přístupných informací z výkazů zisku a ztráty, rozvahy, což je i případ této práce, pak použijeme výraz:

$$NWC = VK + DZ - SA \; nebo \; NWC = OA - KZ, \tag{9.4}$$

kde *VK* je vlastním kapitálem, *DZ* – dlouhodobé závazky, *SA* – stálá aktiva, *OA* – oběžná aktiva a *KZ* – krátkodobé závazky.

V případě že máme dostatek relevantních dat, zejména o výši fixních nákladů společnosti, průměrné době obratu jednotlivých složek zásob, pak je vhodnější pro výpočet *NWC* použít metodu obratového cyklu peněz. Čistý pracovní kapitál je pak definován jako objem peněz nutných k financování provozní činnosti. Obratovým cyklem peněz (*CCC* – cash conversion cycle) se označuje doba, která uplyne od chvíle platby dodavatelům za nakupovaný materiál a služby do doby inkasa od odběratelů či zákazníků.

$$NWC = CCC * \frac{FN}{360}, \tag{9.5}$$

kde FN jsou fixní náklady a rok je zkrácen o svátky. Zlomek $\frac{FN}{360}$ představuje jednodenní náklady společnosti. Obratový cyklus peněz CCC vypočteme z průměrných ukazatelů aktivity:

$$CCC = DOZ + DI - DOP, \tag{9.6}$$

kde *DOZ* představuje dobu obratu zásob, *DI* je dobou obratu pohledávek, *DOP* je dobou odkladu plateb dodavatelům. Jednotlivé složky *CCC* se vypočítají podle následujících vztahů:

$$DOZ = \frac{průměrná\ zásoba}{\frac{tržby}{360}}; \qquad DI = \frac{průměrné\ pohledávky}{\frac{tržby}{360}}; \tag{9.7}$$

$$DOP = \frac{průměrné\ závazky\ vůči\ dodavatelům}{\frac{nákupy\ materiálu}{360}}.$$

Další možností, jak zjistit optimální hodnotu *NWC*, představuje srovnání jeho výše u konkurence. Obecně velikost NWC závisí na oboru podnikání. Dle Finanční analýzy podnikové sféry (Ministerstvo průmyslu a obchodu, 2018) činil, například ve stavebnictví za rok 2017, podíl *NWC* na celkových aktivech cca 33,56 %.

Zkrácení obratového cyklu peněz, ať už dobrým vyjednáním prodloužení splatnosti faktur svým dodavatelům nebo zkrácením splatnosti vydaných faktur odběratelům, či dobrým řízením zásob, jinými slovy zkrácení doby výstavby a trvání projektu, snížíme náročnost podniku na kapitálové zdroje, a tím zvýšíme výnosnost investovaného kapitálu a samotnou hodnotu podniku. Pokud je čistý pracovní kapitál záporný, $NWC \leq 0$, vzniká tzv. ***nekrytý dluh***. Znamená to, že je podnik v platební neschopnosti. I přesto že mnoho podniků funguje se záporným *NWC* mnoho let, domnívám se, že tyto podniky nemohou dosahovat účetního zisku. Tato úvaha je základem i pro zformulování hypotézy, která bude použita v praktické části této práce.

Přebytek *NWC* způsobuje nižší rentabilitu kapitálu, protože vznikají implicitní náklady (náklady ztracené příležitosti). Nedostatek *NWC*, kromě toho, co již bylo uvedeno, způsobuje nemožnost využít tržních příležitostí, ztrátu dobrého jména a zejména ztrátu efektivnosti a hospodárnosti provozu. V této práci bude pro zjištění výše NWC použit jeden z výrazu (9.4).

10.Výzkum developerských a stavebních společností

Pro zpracování, třídění, srovnávání a vyhodnocování dat z celého národního hospodářství, i pro jejich mezinárodní srovnání, jsou data strukturována dle klasifikace CZ – NACE. Tato klasifikace zaručuje, že každé podnikatelské jednotce je, dle její převažující ekonomické činnosti, přiřazen kód, který zobrazuje čtyři hierarchické stupně. První úroveň, značená alfabetickým kódem A až U, přiřadí subjekt do celkové sekce (zemědělství, zpracovatelský průmysl atd). Druhá úroveň, označená dvojmístným číselným kódem 01 až 99, přiřadí subjekt do jednotlivých sekcí (např. zn. 10 – výroba potravinářských výrobků, zn. 11 – výroba nápojů, 41 výstavba budov, 42 – inženýrské stavitelství atd.) Třetí úroveň začlení subjekt v rámci dané sekce dle použité technologie, či typu výstavby (např. 41.20 – výstavba bytových a nebytových budov). Poslední čtvrtá úroveň představuje podrobné rozčlenění v rámci třetí úrovně (např. 41.20.1 výstavba bytových budov, 41.20.2 výstavba nebytových budov).

10.1 Základní kritéria pro výběr jednotek

V této práci jsou, dle zmíněné klasifikace, zkoumané statistické jednotky v oboru stavebnictví F, v sekci 41 výstavba budov, a to pouze bytových, tj. budou zkoumány tyto subjekty:

F 41.1 – developerská činnost (zahrnuje tyto činnosti: realizaci bytových a nebytových stavebních projektů (záměrů), jestliže jsou tyto stavby určeny k pozdějšímu prodeji, a to formou zajištění finančních, technických a hmotných zdrojů) (Klasifikace ekonomických činností, 2007)

F 41.20.1 - výstavbu bytových budov všeho druhu (rodinných domků, bytových domů včetně výškových budov) (Klasifikace ekonomických činností, 2007)

Z výše uvedeného vyplývá, že nejsou zkoumány subjekty, které se zabývají projekční činností, projektovým řízením, výstavbou nebytových budov, kód NACE – F 41.202.

Dle Českého statistického úřadu bylo k 31.12.2017 registrováno 43 468 právnických osob v sekci stavebnictví F. Z toho 17 987 se zabývalo bytovou výstavbou a developerskou činností. (ČSÚ, 2018)

Databáze Merk obsahuje ve zvoleném segmentu, tj. v developerské činnosti NACE – 41.10 a ve výstavbě bytových budov NACE – 41.20.1 celkem 17 753 podnikatelských subjektů (akciová společnost a společnost s ručením omezeným). Z této množiny bylo vytříděno 117 subjektů, dle těchto kritérií:

Tabulka č. 4 – Základní parametry předvýběru

alespoň v 1 roce z 8 let sledovaných – obrat>	10 000 000 Kč
počet zaměstnanců≥	5
lokalita	všechny kraje ČR, vyjma Ústeckého kraje
právní forma	akciová společnost nebo s.r.o.
spolehlivý plátce DPH	ano
ověřený web., tel. číslo	ano
rozsah zkoumání	2010–2017

Zdroj: MERK 2019, vlastní zpracování

Vytříděné subjekty tvoří předvýběrový soubor. Z tohoto předvýběru, který byl abecedně seřazen od A do Z, byl vybrán každý druhý subjekt. Rozsah zkoumání znamená, že jednotky v uvedeném časovém období nepřetržitě vyvíjely podnikatelskou činnost. První subjekt z řady byl vybrán pomocí hodu mincí (panna 1, orel 2). Padla panna. Výběrový soubor n má 59 jednotek. Jak předvýběrový soubor, tak výběrový soubor jsou, v el. podobě, přílohami této práce. U všech jednotek bude zkoumána výše EBITDA, tržby z provozní činnosti, celkové zadlužení, ROS a ROA. U vybraných společností bude analyzován ukazatel aktivity (doba obratu zásob). Pokud u některých jednotek chybí ve zkoumaném čase některá z uvedených dat, pak tato data jsou odečtena přímo z rozvah a z výkazu zisku a ztráty, uložených na webovém portále justice.cz. V případě že u vybrané společnosti nejsou k dispozici finanční výkazy ani ve veřejném rejstříku za více než čtyři roky ze zkoumaných osmi, pak je tato společnost z výběrového souboru vynechána a nahrazena v abecedně uspořádané řadě následující.

Čistý pracovní kapitál bude dopočten jako rozdíl pracovního kapitálu (výše oběžných aktiv) a součtu krátkodobých závazků a krátkodobých bankovních úvěrů a výpomocí.

Není zohledňován obrat společností, protože v sobě zahrnuje veškeré výnosy, tj. i výnosy z prodejů dlouhodobého majetku, cenných papírů apod. Kalkulováno je pouze s tržbami z provozní oblasti, tj. s tržbami z prodeje zboží a s tržbami z prodeje vlastních výrobků a služeb nebo s výkony.

Výběrový soubor obsahuje společnosti z každého kraje, dle základního omezení popsaného v tabulce č. 4. Největší výskyt developerských a stavebních firem je v Praze a ve Středočeském kraji.

Tabulka č. 5 – Počet firem výběrového souboru dle krajů

Kraj	**Počet společností**	**Kraj**	**Počet společností**
Jihočeský	2	Pardubický	1
Jihomoravský	4	Plzeňský	4
Karlovarský	2	Praha	21
Královéhradecký	2	Středočeský	10
Liberecký	2	Vysočina	3
Moravskoslezský	4	Zlínský	3
Olomoucký	1	-	-
celkem	17	celkem	42
Celkový součet	**59**		

Zdroj: MERK, 2019

Výběrový soubor je pro každý rok nesourodý v kterémkoliv ze zkoumaných parametrů (EBITDA, OA, NWC apod.) Vybrané základní statistické charakteristiky výběrového souboru, například pro rok 2010 až 2017, jsou uvedeny v tabulce č. 6.

Tabulka č. 6 – Základní statistické parametry celého výběrového souboru v období 2010-2017 (vše v tisících Kč)

Statistické parametry	Tržby za prodej zboží, výrobků a služeb	EBITDA
R_{max}	3 189 592 Kč	766 923 Kč
R_{min}	8 259 Kč	-5 734 Kč
Variační rozpětí $R_{max} – R_{min}$	3 181 333 Kč	772 657 Kč
Průměr	134 672 Kč	21 411 Kč
Medián	36 936 Kč	1 699 Kč
Výběrová směrodatná odchylka	424 653 Kč	103 656 Kč
Variační koeficient	315 %	484 %

Zdroj: veřejný rejstřík, databáze Merk, MS Excel – výběrový soubor stavební a developerské společnosti

Jinými slovy tento soubor obsahuje neporovnatelné společnosti, kde na jedné straně je několik společností (Ekospol a.s., Central Group a.s., CTP Invest, spol. s r.o.) dosahující ročních tržeb až 3,2 mld. a na straně druhé, společnosti dosahující ročních tržeb 8,3 mil. Kč, přičemž většina společností dosahuje mnohem menších tržeb, než činí průměr, jak je i patrné z velkého rozdílu mezi mediánem a aritmetickým průměrem. Byť výběrový soubor obsahuje dostatečné množství jednotek, jeho rozdělení v žádné případě neodpovídá normálnímu pro kterýkoliv ze zkoumaných roků. Z popsaných důvodů je výběrový soubor pro všech osm let rozdělen. Jako nejvhodnější se jeví rozdělení dle Zákona č. 563/1991 Sb., o účetnictví, který definuje malou, střední a velkou společnost, dle parametrů popsaných v následující tabulce.

Tabulka č. 7 – Parametry pro rozdělení společností

Skupina účetních jednotek	Aktiva celkem v tis. Kč	Roční úhrn čistého obratu v tis. Kč	Průměrný počet zaměstnanců	K rozvahovému dni
malá	100 000	200 000	50	nepřekračuje alespoň dvě z těchto tří kritérií
střední	500 000	1 000 000	250	**nepřekračuje** alespoň dvě z těchto tří kritérií
velká	500 000	1 000 000	250	**překračuje** alespoň dvě z těchto tří kritérií

Zdroj: Zákon č. 563/1991 Sb.

Jediný rozdíl v použitém dělení na malé, střední a velké společnosti je, že v této práci není používán celkový obrat, ale pouze celkové tržby vzniklé z provozní činnosti. Rozhodující pro určení, zdali je firma velká, střední nebo malá, je rok 2017 i přesto, že v minulých letech by parametry uvedené v tabulce č. 7 nesplnila.

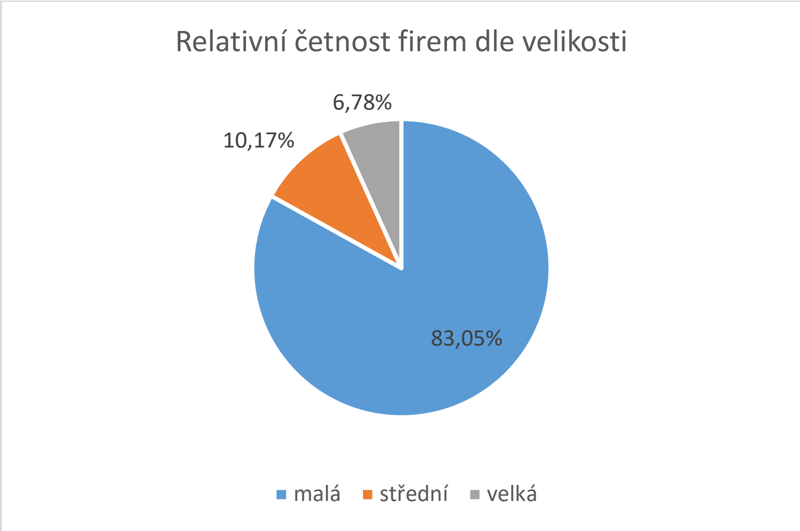
10.2 Charakteristiky výběrového souboru

Výběrový soubor obsahuje převážně malé a střední podniky. Největší rozdíly mezi firmami, dělenými podle výše jejich aktiv, počtu zaměstnanců či tržeb, je ve výši zisku. Průměrné tržby malých společností činí 3,2 % průměrných tržeb velkých firem, zatímco zisk malých společností činí 0,85 % průměru zisku velkých společností, viz následující tabulka. Výše zisku i tržeb je vždy určena pro roční období.

Tabulka č. 8 – Charakteristiky výběrového souboru podle velikosti společností v letech 2010-2017

Velikost společnosti	Počet	Četnost	Relativní četnost	Střední hodnota tržeb v tis. Kč za období 2010–2017	Střední hodnota zisku (EBITDA) v tis. Kč za období 2010–2017
malá	49	0,8305	83,05 %	38 652 Kč	2 578 Kč
střední	6	0,1017	10,17 %	234 950 Kč	11 447 Kč
velká	4	0,0678	6,78 %	1 207 620 Kč	303 170 Kč
celkem	59	1,0000	100,00 %	-	-

Zdroj: vlastní



Obrázek č. 11 - Četnost společností dle jejich velikosti ve sledovaném období
Zdroj: vlastní, MS Excel – výběrový soubor stavební a developerské společnosti

PZN: Z důvodu jednoduchosti a přehlednosti je velikost společností posuzována podle parametrů dosažených v roce 2017. V některých případech v období 2010–2016 nemusí některé firmy splňovat parametry, pro jejich zařazení dle tabulky č. 7, které dosáhly v roce 2017.

Pro základní představu o rozložení znaků (EBITDA, tržby atd.) výběrového souboru je vhodné tyto znaky seskupit podle vypočtených intervalů a zobrazit v histogramu. Výběrový soubor je rozdělen na tři skupiny. Tržby, výše zisku, výše zadlužení jsou sledovány pro jednotlivé skupiny společností (malé, střední, velké) zvlášť. Výpočet počtu intervalů je určen podle vzorce $k \approx 5 \log n$. Šířka příslušného intervalu je $h = \frac{R\ (variační\ rozpětí)}{k}$, viz teoretická část, kapitola 3, str. 22. Minimální (f min.) a maximální hodnoty (f max.) jsou určeny z řad mediánu zisku (EBITDA) jednotlivých společností za zkoumané období. Z tabulky č. 10 vidíme, že minimální tržby jsou menší než základní parametr předvýběru, tj. obrat < 10 000 000. Je to způsobeno tím, že obrat v databázi Merk zahrnuje i tržby z dlouhodobého majetku a výnosy z mimoprovozní činnosti a dále tím, že parametr 10 mil. Kč musí společnost splnit alespoň v jednom roce z 8 sledovaných.

Tabulka č. 9 – Určení počtu a šířky intervalu pro histogram četnosti zisku

společnost	**f max (EBIDTA v tis. Kč)**	**f min (EBIDTA v tis. Kč)**	**R = Variační rozpětí (EBITDA v tis. Kč)**	**Počet firem**	**Optimální počet intervalů**	**Přibližná velikost intervalu v tis. Kč**
velká	766 923 Kč	26 913 Kč	740 011 Kč	4	3	246 670 Kč
střední	32 551 Kč	3 018 Kč	29 533 Kč	6	4	7 383 Kč
malá	25 485 Kč	- 5 734 Kč	31 219 Kč	49	8	3 902 Kč

Zdroj: vlastní, MS Excel – výběrový soubor stavební a developerské společnosti

Stejným způsobem jsou vypočteny intervaly tržeb pro jednotlivé skupiny podniků.

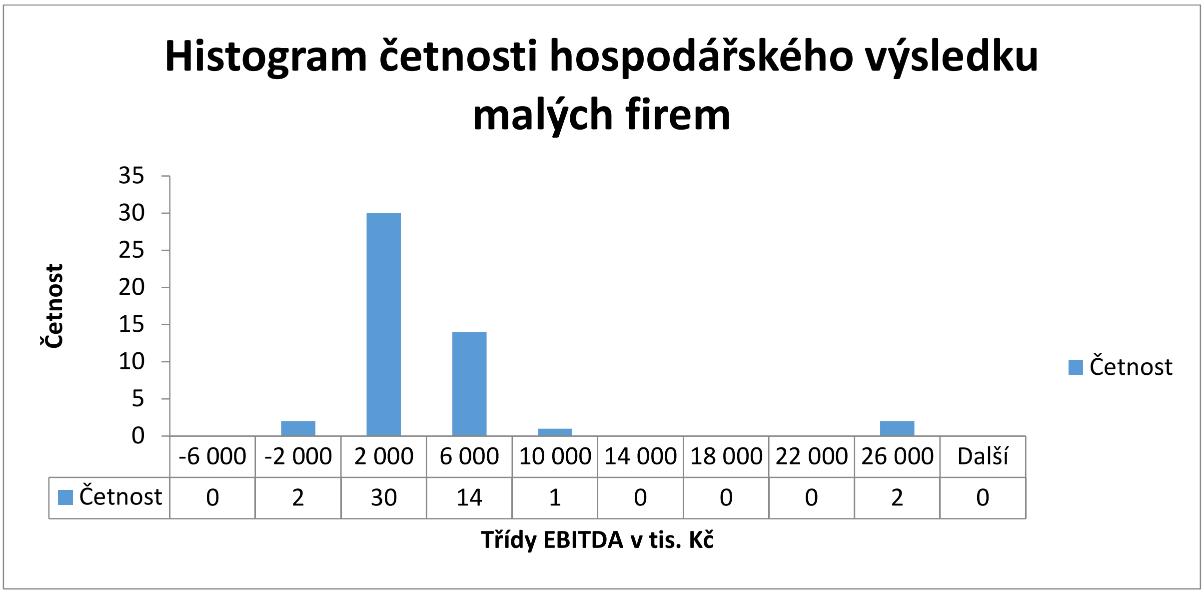
Tabulka č. 10 - Určení počtu a šířky intervalu pro histogram četnosti tržeb

společnost	**f max. (tržby v tis. Kč)**	**f min. (tržby v tis. Kč)**	**R = Variační rozpětí (tržby v tis. Kč)**	**Počet firem**	**Min. počet intervalů**	**Přibližná velikost intervalu**
velká	3 189 592 Kč	260 860 Kč	2 928 732 Kč	4	3	976 244 Kč
střední	417 503 Kč	107 800 Kč	309 704 Kč	6	4	77 426 Kč
malá	129 883 Kč	8 259 Kč	121 624 Kč	49	8	15 203 Kč

Zdroj: veřejný rejstřík, MS Excel – výběrový soubor stavební a developerské společnosti

10.3 Tržby a hospodářský výsledek malých společností

Následující obrázek č. 12 zachycuje četnost výše zisku EBITDA u malých firem za období 2010-2017. Celá řada obsahuje n = 49 ukazatelů střední hodnoty zisku, které byly seskupeny do zvolených intervalů a poté spočteny jejich četnosti. Graf ukazuje, že rozdělení četností jednotlivých intervalů není symetrické. Rozdělení četností je sešikmené. Rozdělení četností neodpovídá normálnímu Gaussovu rozdělení. Jednotlivé intervaly v tabulce jsou definovány dolní a horní hranicí, tj. první interval je od $(-\infty; -6\,000 >$, druhý $(-6\,000; -2\,000 >$, atd.



Obrázek č. 12 - Histogram výše hospodářského výsledku ve zvolených intervalech u malých firem
Zdroj: vlastní, MS Excel – výběrový soubor stavební a developerské společnosti

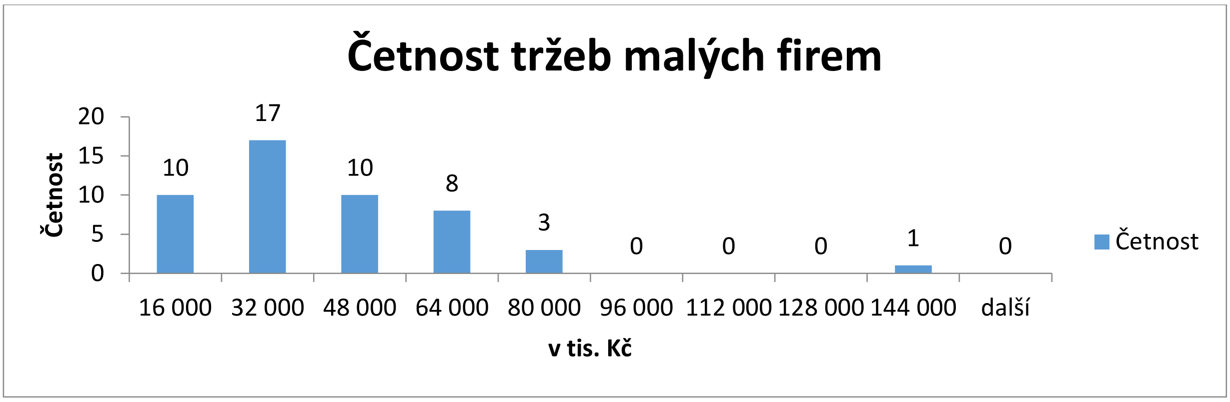
Podrobné statistické údaje za zisk a tržby pro soubor malých společností je uveden v níže uvedené tabulce. Koeficient sešikmení byl spočten ze vztahu $\frac{n^{\prime}-n^{\prime\prime}}{n}$, kde n´ je počet podprůměrných hodnot a n´´ je počtem nadprůměrných hodnot a n je počet hodnot zvolené množiny.

Tabulka č. 11 – Charakteristiky tržeb a hospodářského výsledku u malých společností

Charakteristiky výběrového souboru pro malé společnosti	**Tržby v tis. Kč**	**EBITDA v tis. Kč**
R max. z mediánových hodnot	129 883	25 485
R min. z mediánových hodnot	8 259	-5 734
Variační rozpětí	121 624	31 219
Aritmetický průměr z řady průměrných hodnot za období 2010–2017	38 652	2 578
Medián z mediánových hodnot z mediánové řady za období 2010-2017	31 224	1 240
Rozptyl	490 945 138	25 120 524
Kvartil $x_{0,25}$	19 777	446
Kvartil $x_{0,75}$	47 756	2 476
Kvartilové rozpětí $R_Q = x_{0,75} - x_{0,25}$	27 979	1 240
Výběrová směrodatná odchylka	22 157	5 012
Variační koeficient	57 %	194 %
Počet podprůměrných hodnot	29	35
Počet nadprůměrných hodnot	20	14
Koeficient sešikmení	0,184	0,429

Zdroj: vlastní, MS Excel – výběrový soubor stavební a developerské společnosti

Z tabulky č. 11 je patrné, že rozložení četnosti zisku je mnohem více asymetričtější než rozložení četností tržeb. Rozložení četností tržeb malých firem zachycuje následující histogram. Horní hranice intervalu je otevřená, dolní uzavřená.



Obrázek č. 13 - Histogram četností tržeb malých firem

Zdroj: vlastní, MS Excel – výběrový soubor stavební a developerské společnosti

Tabulka č. 12 – Četnosti jednotlivých intervalů tržeb malých společností

interval v tis. Kč	Četnost
(0 ; 16 000>	10
(16 000 ; 32 000>	17
(32 000 ; 48 000>	10
(48 000 ; 64 000>	8
(64 000 ; 80 000>	3
(80 000 ; 96 000>	0
(96 000 ; 112 000>	0
(112 000 ; 128 000>	0
(128 000 ; 144 000>	1
(144 000 ; ∞)	0
celkem	49

Zdroj: vlastní, MS Excel – výběrový soubor stavební a developerské společnosti

10.4 Tržby a hospodářský výsledek středně velkých společností

Středně velkých společností se vyskytuje ve výběrovém souboru 6, z toho čtyři jsou z Prahy nebo Středočeského kraje. Zbývající dvě společnosti jsou z Plzeňského nebo Jihomoravského kraje. Tyto společnosti jsou, vzhledem k jejich omezenému počtu, jmenovitě vypsány v následující tabulce. Všechny uvedené střední hodnoty jsou aritmetickým průměrem nebo mediánem za časové období 2010–2017. U každé společnosti jsou patrné stabilní hodnoty výše tržeb za celé období. Rozdíly mezi aritmetickým průměrem tržeb a mediánem tržeb jsou minimální.

Tabulka č. 13 – Tržby a zisk EBITDA středně velkých společností za období 2010–2017

Název společnosti	**Kraj**	**Aritmetický průměr tržeb (v tis. Kč)**	**Aritmetický průměr EBITDA (v tis. Kč)**	**Medián tržeb (v tis. Kč)**	**Medián EBITDA (v tis. Kč)**
A T R I U M , s. r. o.	Plzeňský	190 557	9 795	180 617	8 914
HK-DŘESTAV s.r.o.	Středočeský	120 554	3 231	107 800	3 018
REKO a.s.	Jihomoravský	400 901	30 371	402 583	32 551
SPS engineering, s.r.o.	Praha	303 654	3 781	310 754	3 808
STEP, spol. s r. o.	Praha	412 737	14 911	417 503	7 841
VEXTA a.s. (VEKRA)	Středočeský	171 853	6 594	164 651	5 333

Zdroj: veřejný rejstřík, databáze MERK, MS Excel – výběrový soubor stavební a developerské společnosti

Souhrnné vybrané statistické ukazatele variability a středních hodnot za podniky střední velikosti jsou uvedeny v následující tabulce.

Tabulka č. 14 – Souhrnné statistické ukazatele tržeb a zisku pro podniky střední velikosti

Charakteristiky výběrového souboru pro středně velké společnosti	**Tržby v tis. Kč**	**EBITDA v tis. Kč**
R max. z mediánových hodnot	417 503 Kč	32 551 Kč
R min. z mediánových hodnot	107 800 Kč	3 018 Kč
Variační rozpětí	309 704 Kč	29 533 Kč
Aritmetický průměr z řady průměrných hodnot	266 709 Kč	11 447 Kč
Medián z mediánových hodnot	245 686 Kč	6 587 Kč
Kvartil $x_{0,25}$	150 438	3 610
Kvartil $x_{0,75}$	406 313	14 823
Kvartilové rozpětí $R_Q = x_{0,75} - x_{0,25}$	255 875	11 213
Rozptyl	17 235 152 016 Kč	124 577 437 Kč
Výběrová směrodatná odchylka	131 283 Kč	11 161 Kč
Variační koeficient	49 %	98 %
Počet podprůměrných hodnot	3	4
Počet nadprůměrných hodnot	3	2
Koeficient sešikmení	0,000	0,333

Zdroj: vlastní, MS Excel – výběrový soubor stavební a developerské společnosti

Jednotlivé intervaly tržeb histogramu jsou utvořeny z řady mediánových hodnot v období 2010–2017.

Koeficienty sešikmení mohou vycházet různě podle způsobu výpočtu. Například při výpočtu koeficientu šikmosti dle momentových měr, tj.

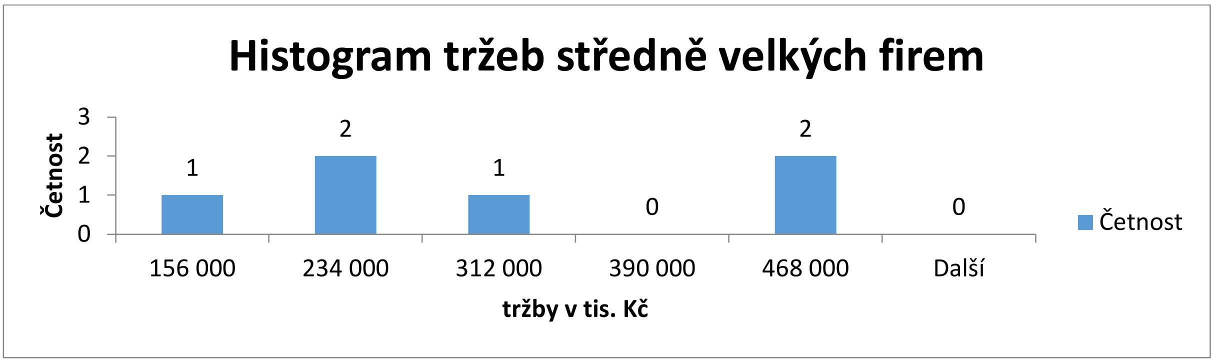
$$\gamma = \frac{\mu_3}{s'^3_x} \quad ; \quad \mu_3 = \frac{\sum_{j=1}^{n}(x_j - \bar{x})^3}{n} \tag{10.1}$$

vychází šikmost znaků tržeb 0,1017 (10,17 %), šikmost souboru znaků zisku EBITDA 0,8879 (88,79 %). V tabulce č. 14 je pro výpočet šikmosti použit výraz z rovnice 3.18.

Tabulka č. 15 – Četnosti jednotlivých intervalů středních firem

intervaly	četnost
(0 ; 156 000>	1
(156 000 ; 234 000>	2
(234 000 ; 312 000>	1
(312 000 ; 390 000>	0
(390 000 ; 468 000>	2
(468 000 ; ∞)	0
celkem	6

Zdroj: vlastní, MS Excel – výběrový soubor stavební a developerské společnosti



Obrázek č. 14 - Histogram četnosti výskytu tržeb středních firem

Zdroj: vlastní, MS Excel – výběrový soubor stavební a developerské společnosti

Rozdělení četností tržeb středně velkých firem je téměř symetrické bimodální (dvouvrcholové).

10.5 Velké společnosti

Výběrový soubor obsahuje pouze 4 velké společnosti, proto je možné je jmenovitě uvést společně se zkoumanými parametry (EBITDA, tržby). Mezi těmito společnostmi se vyskytuje i firma CTP Invest s.r.o., která dosáhla zcela odlišných výsledků oproti ostatním velkým developerským a stavebním společnostem. Je to z toho důvodu, že její oblast ekonomické činnosti je podstatně širší oproti ostatním konkurentům. Její tržby nepocházejí pouze z developerské a stavební činnosti, ale i z logistické. Na základě externích zdrojů, jako jsou výkaz zisku a ztráty a rozvaha, nelze oddělit příjmy z developerské a stavební činnosti od příjmů z logistické aktivity. Lze se ale domnívat, že více než polovina z tržeb spol. CTP Invest s r.o. souvisí s logistickou činností. Mimo jiné i z tohoto důvodu jsou zkoumána data EBITDA a tržby z mediánové řady. Aritmetické průměry tržeb za období 2010–2017, pro jednotlivé společnosti a z těchto řad vytvořené průměry pro jednotlivé skupiny podniků, jsou používány při určení šikmosti zkoumané části výběrového vzorku.

Tabulka č. 16 - Tržby a zisk EBITDA jednotlivých velkých společností za období 2010–2017

Název společnosti	**Kraj**	**Aritmetický průměr tržeb v tis. Kč**	**Aritmetický průměr EBITDA v tis. Kč**	**medián tržeb v tis. Kč**	**medián EBITDA v tis. Kč**
CENTRAL GROUP a.s.	Praha	213 866	15 131	260 860	26 913
CTP Invest, spol. s r.o.	Vysočina	3 315 055	868 811	3 189 592	766 923
EKOSPOL a.s.	Praha	741 421	258 005	693 103	233 474
YIT Stavo s.r.o.	Praha	560 140	70 733	465 521	64 172

Zdroj: veřejný rejstřík, databáze MERK, MS Excel – výběrový soubor stavební a developerské společnosti

Podrobné statistické údaje za velké společnosti jsou uvedeny v tabulce č. 17.

Tabulka č. 17 - Souhrnné statistické ukazatele tržeb a zisku pro velké podniky

Charakteristiky výběrového souboru pro velké společnosti	**Tržby v tis. Kč**	**EBITDA v tis. Kč**
$R_{max.}$ z mediánových hodnot	3 189 592 Kč	766 923 Kč
$R_{min.}$ z mediánových hodnot	260 860 Kč	26 913 Kč
Variační rozpětí	2 928 732 Kč	740 011 Kč
Aritmetický průměr z řady průměrných hodnot za období 2010–2017	1 207 620 Kč	303 170 Kč
kvartil $x_{0,25}$	312 025 Kč	36 227 Kč
kvartil $x_{0,75}$	2 565 469 Kč	633 561 Kč
kvartilové rozpětí R_Q[4]	2 253 444 Kč	597 333 Kč
Medián z mediánových hodnot	579 312 Kč	148 823 Kč
Rozptyl	1 875 916 401 782 Kč	116 563 452 878 Kč
Výběrová směrodatná odchylka	1 369 641 Kč	341 414 Kč
Variační koeficient	113 %	113 %
Počet podprůměrných hodnot	3	3
Počet nadprůměrných hodnot	1	1
Celkový počet znaků v souboru	4	4
Koeficient sešikmení	0,500	0,500

Zdroj: vlastní, MS Excel – výběrový soubor stavební a developerské společnosti

Z výše uvedené tabulky je patrné, že rozdělení četností obou zkoumaných skupin je nesymetrické a nemá normální rozložení. Vzhledem k omezenému počtu společností v této skupině, nemá smysl provést histogram zisku a tržeb.

V žádné skupině podniků nebyl zkonstruován interval spolehlivosti, jak je uveden ve vzorci (6.15) str. 43, a to z důvodu, že ani jedna skupina podniků nemá pravděpodobně, dle rozdělení intervalů četnosti, normální (Gaussovo) rozložení četnosti zkoumaných znaků.

10.6 Časové řady

Ve výběrovém vzorku bude vyhodnocen vývoj tržeb, hospodářského výsledku a zadluženosti v období od 2010 do 2017 u malých a středních podniků. U velkých podniků je analyzována časová řada zisku a tržeb v období 2014 až 2017, a to z toho důvodu, že v rozmezí let 2010-2013 jsou k dispozici data pouze u dvou podniků, z nichž jeden je společnost CTP Invest s r.o., která se svými výsledky zcela vymyká. Důvody, proč má tato společnost odlišné výsledky, byly popsány v předcházející kapitole. Jako bazický rok byl pro malé a střední podniky určen rok 2010. U velkých společností rok je bazickým rokem rok 2014. Data z předcházejících let nejsou zohledněna. Na rozdíl od výpočtů pro zjištění empirického rozdělení zkoumaných znaků (EBITDA, tržby), kde byly průměry za malé, střední a velké podniky vypočteny z aritmetických průměrů zisku a tržeb jednotlivých společností v období 2010-2017, jsou průměry pro časové řady vypočteny vždy za skupinu podniků v daném roce, a protože u některých podniků ve skupině malých a velkých společností chybí data (N/A), aritmetické průměry za celé zkoumané období nejsou shodné s aritmetickými průměry uvedenými v tabulce č. 11 a tabulce č. 17. U podniků střední velikosti nechybí žádný údaj za tržby, EBITDA, a proto se aritmetický průměr uvedený v tabulce časové řady shoduje s údajem uvedeným v tabulce č. 14.

Tabulka č. 18 - Časová řada vývoje tržeb zkoumaných podniků (vše v tis. Kč)

Firma /rok	**2010**	**2011**	**2012**	**2013**	**2014**	**2015**	**2016**	**2017**
malá	39 089	46 150	34 541	39 568	36 673	35 549	36 932	51 190
střední	199 748	302 998	253 361	221 363	217 906	300 788	300 720	336 791
velká	-	-	-	-	1 133 523	1 318 266	1 517 951	2 011 556
Aritmetický průměr tržeb malých společností					39 961 Kč			
Aritmetický průměr tržeb středních společností					266 709 Kč			
Aritmetický průměr tržeb velkých společností					1 495 324 Kč			

Zdroj: veřejný rejstřík, MS Excel – výběrový soubor stavební a developerské společnosti

Tabulka č. 19 – Časová řada vývoje zisku EBITDA zkoumaných podniků (vše v tis. Kč)

Firma	**2010**	**2011**	**2012**	**2013**	**2014**	**2015**	**2016**	**2017**	**průměr**
malá	2 562	2 681	1 440	2 675	3 161	3 440	1 943	3 934	**2 729**
střední	12 289	13 191	11 340	8 211	6 411	16 536	11 871	11 728	**11 447**
velká	-	-	-	-	166 007	294 894	261 128	242 002	**241 008**

Zdroj: veřejný rejstřík, MS Excel – výběrový soubor stavební a developerské společnosti

Tempo růstu tržeb za zkoumané období bylo vypočteno, např. u malých společností $\sqrt[7]{1{,}31} - 1 = 3{,}93\ \%$, atd.

Tabulka č. 20 – Bazické indexy vývoje tržeb za zkoumané podniky

Firma	**2010**	**2011**	**2012**	**2013**	**2014**	**2015**	**2016**	**2017**	**průměrné tempo růstu tržeb**
malá	1,00	1,18	0,88	1,01	0,94	0,91	0,94	1,31	3,93 %
střední	1,00	1,52	1,27	1,11	1,09	1,51	1,51	1,69	7,75 %
velká	-	-	-	-	1,00	1,16	1,34	1,77	21,1 %

Zdroj: vlastní, MS Excel – výběrový soubor stavební a developerské společnosti

Z předcházející tabulky je patrné, že průměrné tempo ročního růstu tržeb u malých společností bylo nízké a činilo cca 3,9 %. Nepoměrně více rostly tržby středním a velkým společnostem, u středních firem činilo průměrné tempo 7,75 %, u velkých firem činilo průměrné tempo 21,1 %.

Tabulka č. 21 - Bazické indexy vývoje (EBITDA) za zkoumané podniky (vše v tis. Kč)

Firma	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	průměrné tempo růstu EBITDA
malá	1,00	1,05	0,56	1,04	1,23	1,34	0,76	1,535	6,32 %
střední	1,00	1,07	0,92	0,67	0,52	1,35	0,97	0,954	-0,67 %
velká	-	-	-	-	1,00	1,78	1,57	1,458	13,39 %

Zdroj: vlastní, MS Excel – výběrový soubor stavební a developerské společnosti

Z tabulky č. 21 je zřejmé, že u podniků střední velikosti muselo dojít k poklesu produktivity práce a přidané hodnoty, tržby vzrostly, ale provozní zisk upravený o odpisy (EBITDA) poklesl. Pozitivní informací je růst rentability malých firem, tempo růstu zisku malých firem bylo vyšší než tempo růstu tržeb.

Zajímavý je také vývoj zadluženosti u každé skupiny podniků. Nejméně (relativně) jsou zadlužené velké kapitálově silné společnosti. Nejvíce jsou zadlužené malé společnosti. Zadluženost u podniků malé a střední velkosti mírně klesá, viz následující tabulka č. 22 a č. 23. Roste úroveň zadluženosti velkých podniků.

Tabulka č. 22 – Vývoj zadluženosti

Firma	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	Aritmetický průměr zadluženosti
malá	0,647	0,609	0,654	0,597	0,650	0,574	0,535	0,547	**60,16 %**
střední	0,590	0,708	0,589	0,490	0,502	0,472	0,507	0,531	**54,85 %**
velká	-	-	-	-	0,308	0,373	0,360	0,462	**37,56 %**

Zdroj: vlastní, MS Excel – výběrový soubor stavební a developerské společnosti

Tabulka č. 23 – Průměrné tempo růstu/poklesu zadluženosti

Firma	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	průměrné tempo zadlužení
malá	1,00	0,94	1,01	0,92	1,00	0,89	0,83	0,84	**-2,39 %**
střední	1,00	1,20	1,00	0,83	0,85	0,80	0,86	0,90	**-1,52 %**
velká	-	-	-	-	1,00	1,21	1,17	1,50	**14,53 %**

Zdroj: vlastní, MS Excel – výběrový soubor stavební a developerské společnosti

10.6.1 Regresní model trendu tržeb malých podniků

Vzhledem k tomu že se ve výběrovém souboru vyskytuje skupina podniků střední a velké velikosti ve velmi omezeném počtu (velké podniky jsou čtyři, středních je šest), přičemž u velkých podniků chybějí data za tržby a zisk ve čtyřech letech (2010–2013) u dvou společností, nemá smysl provádět analýzu trendu. Analýza trendu je provedena u malých podniků, kterých je ve výběrovém souboru dostatečné množství, a to 49.

Model časového řadu s lineárním trendem je definován

$$y_t = \beta_o + \beta_1 t + \varepsilon_1 \;\; pro\; t = 1{,}2 \dots n \tag{10.2}$$

přičemž jeho bodovým odhadem je

$$\hat{y}_t = b_0 + b_1 t \;\;\; pro\; t = 1{,}2, \dots n \tag{10.3}$$

Výpočet regresních koeficientů β_o a β_1 vychází z dvojice rovnic, které byly odvozeny parciálními derivacemi podle β_o a β_1 $\sum_{i=1}^{n} \varepsilon_i^2 = \sum_{i=1}^{n} (y_i - \beta_0 - \beta_1 t_i)^2$. Protože požadujeme, aby odchylky modelu od zjištěných veličin byly minimální, tyto rovnice se rovnají 0. Úpravou těchto rovnic získáme dvě normové rovnice:

$$\sum_{t=1}^{n} y_i = n b_0 + b_1 \sum_{t=1}^{n} t\,; \tag{10.4}$$

$$\sum_{t=1}^{n} y_i t \; = b_0 \sum_{t=1}^{n} t \; + b_1 \sum_{t=1}^{n} t^2\,. \tag{10.5}$$

Řešením rovnic (10.4) a (10.5) získáme vztahy pro výpočet regresních koeficientů

$$b_1 = \frac{n \sum_{t=1}^{n} t y_t - \sum_{t=1}^{n} t \sum_{t=1}^{n} y_t}{n \sum_{t=1}^{n} t^2 - (\sum_{t=1}^{n} t)^2} \quad ; \tag{10.6}$$

Absolutní koeficient β_0 je jednodušší odvodit z $\hat{y}_t = b_0 + b_1 t$, kde nejlepším bodovým odhadem $\hat{y}$ je aritmetický průměr $\bar{y}$.

$$b_0 = \bar{y} - b_1 \bar{t} \tag{10.7}$$

Pro výpočet regresních koeficientů β_o a β_1 je použito pomocné tabulky.

Tabulka č. 24 – Pomocné výpočty pro výpočet regresního koeficientu β₁ tržeb malých firem

rok	t	tržby y_t	ty_t	t^2
2010	1	39 089	39 089	1
2011	2	46 150	92 300	4
2012	3	34 541	103 624	9
2013	4	39 568	158 270	16
2014	5	36 673	183 364	25
2015	6	35 549	213 293	36
2016	7	36 932	258 523	49
2017	8	51 190	409 517	64
součet	36	319 691	1 457 981	204

Zdroj: vlastní, MS Excel – výběrový soubor stavební a developerské společnosti

$$b_1 = \frac{n\sum_{t=1}^{n} ty_t - \sum_{t=1}^{n} t \sum_{i=1}^{n} y_t}{n\sum_{t=1}^{n} t^2 - (\sum_{t=1}^{n} t)^2} = \frac{8 * \ 1\,457\,981 - 36 * 319\,691}{8 * 204 - 36^2} = \ 461{,}198$$

$$b_0 = \bar{y} - b_1\bar{t} = 39\,961 - 461{,}198 * 4{,}5 = 37\,885{,}61, -Kč$$

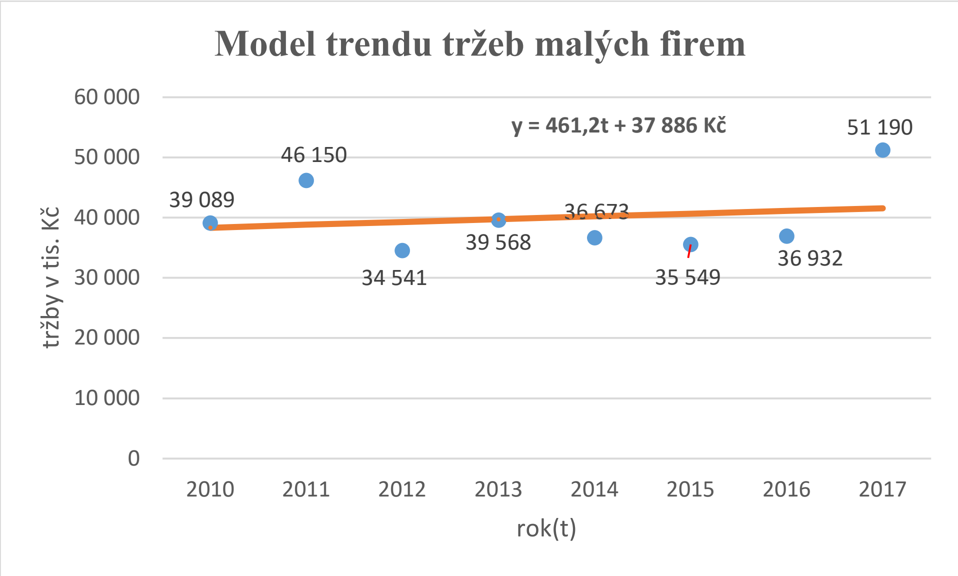
Regresní lineární model trendu tržeb malých firem dle výše uvedených výpočtů má tyto parametry:

$$\boxed{\boldsymbol{\hat{y}_t = b_0 + b_1 t \ = 37\,886 + 461{,}2t}\,, kde\ t = 1{,}2, \dots 8.}$$

Tabulka č. 25 – Empirické hodnoty tržeb a jejich trendu u malých podniků

Firma	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017
empirické hodnoty tržeb	39 089	46 150	34 541	39 568	36 673	35 549	36 932	51 190
t	1	2	3	4	5	6	7	8
trendové hodnoty y(t)	38 347	38 808	39 270	39 731	40 192	40 653	41 114	41 575

Zdroj: vlastní, MS Excel – výběrový soubor stavební a developerské společnosti



Obrázek č. 15 - Lineární regresní model trendu tržeb malých podniků

Zdroj: vlastní, MS Excel – výběrový soubor stavební a developerské společnosti

10.6.2 Ověření statistické významnosti regresního modelu

Míra variability vysvětlované proměnné lineárně regresního modelu, odhadnuté metodou nejmenších čtverců, se posuzuje pomocí analýzy rozptylu vysvětlované proměnné. Vychází se ze základní rovnosti

$$y_i - \bar{y} = (\hat{y}_i - \bar{y}) + (y_i - \hat{y}_i), \tag{10.8}$$

kde y_i vyjadřuje empirické hodnoty tržeb, $\hat{y}_i$ vyjadřuje hodnoty zvoleného modelu, $\bar{y}$ je průměrem řady empirických hodnot tržeb malých podniků v letech 2010–2017.

Umocněním rovnice (10.8) a její sumací přes zkoumané roky i = 1,2,…8 a po úpravě dostaneme rovnost:

$$\sum_{1}^{8}(y_i - \bar{y})^2 = \sum_{1}^{8}(\hat{y}_i - \bar{y})^2 + \sum_{1}^{8}(y_i - \hat{y}_i)^2 \tag{10.9}$$

Odchylky empirických hodnot od aritmetického průměru $(y_i - \bar{y})^2$ zobrazují celkovou variabilitu proměnné, značí se SST. Dále je v rovnici (10.9) člen $(\hat{y}_i - \bar{y})^2$, který zobrazuje variabilitu Y, která je vysvětlená modelem. Tento člen se značí SSM. Poslední člen v rovnici (10.9) $(y_i - \hat{y}_i)^2$ zobrazuje variabilitu náhodné složky, která není vysvětlená modelem. Značí se SSE. Všechny uvedené čtverce jsou zprůměrovány podle toho, kolik stupňů volnosti mají (počet nezávislých parametrů). Průměrný čtverec se značí anglickou zkratkou mean square MS. Průměrná variabilita proměnné vysvětlená modelem je značena MSM. Průměrná variabilita proměnné nevysvětlená modelem je značena MSE. Ověření je založeno na poměru mezi průměrnou variabilitou vysvětlenou modelem a průměrnou variabilitou, která není vysvětlená modelem. Čím je číslo vyšší, tím více je lineární regresní model relevantní. Test je známý pod zkratkou F – test. Nulová hypotéza zní:

H_0: regresní model není statisticky významný

H_1: regresní model je statisticky významný.

Za předpokladu platnosti H_0 má testovací charakteristika

$$F = \frac{MSM}{MSE} = \frac{\frac{SSM}{p-1}}{\frac{SSE}{n-p}} = \frac{(n-2)\sum_1^8(\hat{y}_i - \bar{y})^2}{\sum_1^8(y_i - \hat{y}_i)^2}, \tag{10.10}$$

F – rozdělení pravděpodobnosti s počtem stupňů volnosti (p-1) a (n-2). Na hladině významnosti α zamítáme H_0 pro $F > F_{1-\alpha}(p-1\,; n-p)$. V případě nezamítnutí H_0 zvolený lineárně regresní model není relevantní. (p je počet parametrů navrženého modelu)

K ověření lineárně regresního modelu tržeb malých podniků bude použita výpočtová tabulka č. 26.

Tabulka č. 26 – Výpočtová tabulka k ověření lineárně regresního modelu tržeb malých podniků

rok	Empirické hodnoty tržeb y_i	$(y_i - \bar{y})$	$SST = (y_i - \bar{y})^2$	$\hat{y}_i$	$\varepsilon_i = y_i - \hat{y}_i$	$SSE = (y_i - \hat{y}_i)^2$
1 (2010)	39 089	-872	760 972	38 347,20	741,86	550 360
2 (2011)	46 150	6 189	38 299 821	38 808,40	7 341,68	53 900 337
2 (2012)	34 541	-5 420	29 377 029	39 269,60	-4 728,26	22 356 424
3 (2013)	39 568	-394	155 140	39 730,80	-163,28	26 660
3 (2014)	36 673	-3 289	10 814 386	40 192,00	-3 519,12	12 384 230
4 (2015)	35 549	-4 413	19 471 099	40 653,20	-5 104,41	26 054 969
4 (2016)	36 932	-3 030	9 177 876	41 114,40	-4 182,50	17 493 315
8 (2017)	51 190	11 228	126 072 906	41 575,60	9 614,02	92 429 365
Σ		0,00	234 129 229		0,00	225 195 659

Zdroj: vlastní, MS Excel – výběrový soubor stavební a developerské společnosti

Variabilitu vysvětlenou modelem získáme z rovnice $SST = SSM + SSE \rightarrow SSM = = SST - SSE = 234\,129\,229 - 225\,195\,659 = 8\,933\,570$. Testové kritérium má hodnotu

$$F_v = \frac{MSM}{MSE} = \frac{\frac{8\,933\,570}{1}}{\frac{225\,195\,659}{8-2}} = \frac{8\,933\,570}{37\,532\,610} = 0{,}23.$$

Na hladině významnosti $\alpha = 0{,}1$ je kritická mez $F_{1-\alpha} = F_{0{,}9}(1;6) = 3{,}766$.

Vypočtená hodnota $F_v = 0{,}23 \ll F_{0{,}9} = 3{,}766 \rightarrow nezamítáme\ H_0 \rightarrow$

lineárně regresní model trendu tržeb malých společností není vhodný, respektive podle výsledku usuzujeme, že je zcela nevhodný.

10.6.3 Návrh parabolického regresního modelu

Parabolická regrese má tvar:

$$\eta = \beta_0 + \beta_1 t + \beta_2 t^2. \tag{10.11}$$

Stejnou metodou nejmenších čtverců jako v případě lineární regrese dostaneme formulaci

$$\sum_{t=1}^{n} e_t^2 = \sum_{t=1}^{n} (y_t - \beta_0 - \beta_1 t - \beta_2 t^2)^2 \ldots .min \tag{10.12}$$

Parciální derivace rovnice (10.12) přiložíme k 0 a získáme tři normové rovnice pro výpočet jednotlivých koeficientů parabolické regrese.

Sumarizace pro celé období 1 až 8 roků jsou pro jednoduchost u všech operátorů vynechány.

$$\sum y_t = nb_0 + b_1 \sum t_i + b_2 \sum t_i^2 \tag{10.13}$$

$$\sum y_t t_i = b_0 \sum t_i + b_1 \sum t_i^2 + b_2 \sum t_i^3 \tag{10.14}$$

$$\sum y_t {t_i}^2 = b_0 \sum {t_i}^2 + b_1 \sum t_i^3 + b_2 \sum t_i^4 \tag{10.15}$$

Tabulka č. 27 – Pomocný výpočet k sestavení rovnic parabolických regresních parametrů

rok	t_i	y_t	t_i^2	t_i^3	t_i^4	$t_i y_i$	$t_i^2 y_t$
2010	1	39 089	1	1	1	39 089	39 089
2011	2	46 150	4	8	16	92 300	184 600
2012	3	34 541	9	27	81	103 624	310 872
2013	4	39 568	16	64	256	158 270	633 080
2014	5	36 673	25	125	625	183 364	916 822
2015	6	35 549	36	216	1296	213 293	1 279 757
2016	7	36 932	49	343	2401	258 523	1 809 663
2017	8	51 190	64	512	4096	409 517	3 276 136
Σ	36	319 691	204	1 296	8 772	1 457 981	8 450 019

Zdroj: vlastní, MS Excel – výběrový soubor stavební a developerské společnosti

$$\vec{\boldsymbol{C}} = \vec{\boldsymbol{A}} \quad x \quad \vec{\boldsymbol{B}} \;/\; \overrightarrow{\boldsymbol{A}^{-1}}(zleva) \;\rightarrow\; \overrightarrow{\boldsymbol{A}^{-1}}\,\vec{\boldsymbol{C}} = \overrightarrow{\boldsymbol{A}^{-1}}\vec{\boldsymbol{A}}\,\vec{\boldsymbol{B}}, \qquad kde\ \overrightarrow{A^{-1}}\vec{A} = \begin{matrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{matrix}$$

$$319\,691 = 8b_0 + 36b_1 + 204b_2$$

$$1\,457\,981 = 36b_0 + 204b_1 + 1\,296b_2$$

$$\underline{8\,450\,019 = 204b_0 + 1\,296b_1 + 8\,772b_2}$$

$$\vec{\boldsymbol{A}} = \begin{matrix} 8 & 36 & 204 \\ 36 & 204 & 1\,296 \\ 204 & 1\,296 & 8\,772 \end{matrix} \;;\; \vec{\boldsymbol{C}} = \begin{matrix} 319\,691 \\ 1\,457\,981 \\ 8\,450\,019 \end{matrix}$$

Soustavu matic je nejjednodušší vyřešit pomocí MS Excelu, funkce inverze vypočítá $\boldsymbol{A}^{-1}$ a pomocí funkce součin.matice získáme hledaný vektor $\vec{\boldsymbol{B}}$.

$$\overrightarrow{\boldsymbol{A}^{-1}} = \begin{matrix} 1{,}9464 & -0{,}9107 & 0{,}0892 \\ -0{,}91071 & 0{,}505952 & -0{,}0535 \\ 0{,}08928 & -0{,}0535 & 0{,}00595 \end{matrix} \ \text{x}\ \vec{\boldsymbol{C}} = \begin{matrix} 319\,691 \\ 1\,457\,981 \\ 8\,450\,019 \end{matrix} = \begin{matrix} \mathbf{48\,917} = & \boldsymbol{b_0} \\ \mathbf{-6157{,}79} = & \boldsymbol{b_1} \\ \mathbf{735{,}44} = & \boldsymbol{b_2} \end{matrix} = \vec{\boldsymbol{B}}$$

Rovnice regresního parabolického modelu tržeb:

$$\hat{y} = 48\,917 - 6157{,}79\boldsymbol{t} + 735{,}44\boldsymbol{t^2}$$

Tabulka č. 28 – Pomocné výpočty pro testování kvadratického regresního trendu tržeb malých firem

rok	Hodnoty parabol. trendu $\hat{y}_i$	Empirické hodnoty tržeb y_i	$\varepsilon_i = y_i - \hat{y}_i$	$SSE = (y_i - \hat{y}_i)^2$	$SST = (y_i - \bar{y})^2$
1	43 495,21	39 089	-4 406,15	19 414 132	760 972
2	39 543,76	46 150	6 606,33	43 643 561	38 299 821
3	37 063,20	34 541	-2 521,86	6 359 758	29 377 029
4	36 053,53	39 568	3 513,99	12 348 133	155 140
5	36 514,76	36 673	158,12	25 002	10 814 386
6	38 446,88	35 549	-2 898,08	8 398 887	19 471 099
7	41 849,89	36 932	-4 917,99	24 186 620	9 177 876
8	46 723,79	51 190	4 465,83	19 943 602	126 072 906
Σ			0	134 319 696	234 129 229

Zdroj: vlastní, MS Excel – výběrový soubor stavební a developerské společnosti

Suma kvadratických odchylek vysvětlených modelem: SSM = SST – SSE = 99 809 534

Stupně volnosti:

SST …. n – 1 (počet pozorování mínus jedna výběrová charakteristika, což je $\bar{y}$) = 8 - 1 = 7

SSE ….. n-p (počet pozorování mínus počet parametrů navrženého modelu) = 8 – 3 = 5

SSM ….. p-1 (počet parametrů modelu mínus výběrová charakteristika, což je $\bar{y}$) = 3 – 1 = 2

H_0: regresní model není statisticky významný

H_1: regresní model je statisticky významný.

Za předpokladu platnosti H_0 má testovací charakteristika

F – test:

$$F = \frac{\frac{SSM}{p-1}}{\frac{SSE}{n-p}} = \frac{MSM}{MSE} = \frac{\frac{99\,809\,534}{2}}{\frac{134\,319\,696}{5}} = \frac{49\,904\,767}{26\,863\,939} = 1{,}857$$

Na hladině významnosti $\alpha = 0{,}1$ je kritická mez $F_{1-\alpha} = F_{0,9}(2;5) = 3{,}78$.

Vypočtená hodnota (testové kritérium) $F_v = 1{,}857 \ll F_{0,9} = 3{,}78 \rightarrow \mathit{nezamítáme}\ H_0 \rightarrow$

kvadratický regresní model trendu tržeb malých společností není vhodný.

10.6.4 Návrh kubického regresního trendu tržeb malých společností

Princip sestavení a odvození rovnic je totožný jako u návrhu lineárního a kvadratického trendu. Regresní trend třetího stupně (kubický) má tvar:

$$\eta = \beta_0 + \beta_1 t + \beta_2 t^2 + \beta_3 t^3 \tag{10.16}$$

Rovnice pro výpočet regresních koeficientů $\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3$ kubického trendu:

$$\sum y_t = nb_0 + b_1 \sum t_i + b_2 \sum t_i^2 + b_3 \sum t_i^3 \tag{10.17}$$

$$\sum y_t t_i = b_0 \sum t_i + b_1 \sum t_i^2 + b_2 \sum t_i^3 + b_3 \sum t_i^4 \tag{10.18}$$

$$\sum y_t {t_i}^2 = b_0 \sum {t_i}^2 + b_1 \sum t_i^3 + b_2 \sum t_i^4 + b_3 \sum t_i^5 \tag{10.19}$$

$$\sum y_t {t_i}^3 = b_0 \sum {t_i}^3 + b_1 \sum t_i^4 + b_2 \sum t_i^5 + b_3 \sum t_i^6 \tag{10.20}$$

Tabulka č. 29 - Pomocný výpočet k sestavení rovnic kubických regresních parametrů

rok	t_i	y_i	t_i^2	t_i^3	t_i^4	t_i^5	t_i^6	$t_i y_i$	$t_i^2 y_i$	$t_i^3 y_i$
2010	1	39 089	1	1	1	1	1	39 089	39 089	39 089
2011	2	46 150	4	8	16	32	64	92 300	184 600	369 201
2012	3	34 541	9	27	81	243	729	103 624	310 872	932 616
2013	4	39 568	16	64	256	1 024	4 096	158 270	633 080	2 532 321
2014	5	36 673	25	125	625	3 125	15 625	183 364	916 822	4 584 109
2015	6	35 549	36	216	1 296	7 776	46 656	213 293	1 279 757	7 678 539
2016	7	36 932	49	343	2 401	16 807	117 649	258 523	1 809 663	12 667 641
2017	8	51 190	64	512	4 096	32 768	262 144	409 517	3 276 136	26 209 084
Σ	36	319 691	204	1 296	8 772	61 776	446 964	1 457 981	8 450 019	55 012 601

Zdroj: vlastní, MS Excel – výběrový soubor stavební a developerské společnosti

Soustava rovnic:

$$319\,691 = 8b_0 + 36b_1 + 204b_2 + 1\,296b_3$$

$$1\,457\,981 = 36b_0 + 204b_1 + 1\,296b_2 + 8\,772b_3$$

$$8\,450\,019 = 204b_0 + 1\,296b_1 + 8\,772b_2 + 61\,776b_3$$

$$55\,012\,601 = 1\,296b_0 + 8\,772b_1 + 61\,776b_2 + 446\,964b_3$$

Výsledný vektor s koeficienty kubického trendu:

$$\vec{\boldsymbol{B}} = (\boldsymbol{b_0} = \mathbf{32\,365};\ \boldsymbol{b_1} = \mathbf{11\,064{,}04};\ \boldsymbol{b_2} = \mathbf{-3\,779{,}06};\ \boldsymbol{b_3} = \mathbf{334{,}41})$$

Tabulka č. 30 - Pomocné výpočty pro testování kubického regresního trendu tržeb malých firem

rok	Hodnoty kubického trendu $\hat{y}_i$	Empirické hodnoty tržeb y_i	$\varepsilon_i = y_i - \hat{y}_i$	$SSE = (y_i - \hat{y}_i)^2$	$SST = (y_i - \bar{y})^2$
1	39 984	39 089	-895	801 346	760 972
2	42 052	46 150	4 098	16 794 614	38 299 821
3	40 574	34 541	-6 033	36 398 739	29 377 029
4	37 558	39 568	2 009	4 037 148	155 140
5	35 010	36 673	1 663	2 765 957	10 814 386
6	34 935	35 549	613	376 188	19 471 099
7	39 342	36 932	-2 410	5 807 598	9 177 876
8	50 235	51 190	954	910 812	126 072 906
Σ			0	67 892 403	234 129 229

Zdroj: vlastní, MS Excel – výběrový soubor stavební a developerské společnosti

$$SST = SSM + SSE \;\rightarrow$$

$$SSM = SST - SSE = 234\,129\,229 - 67\,892\,403 = 166\,236\,827. \tag{10.21}$$

Tabulka č. 31 – Stupně volnosti

počet parametrů p		4
počet pozorování n		8
SST	(n-1)	7
SSM	(p -1)	3
SSE	(n-p)	4

Zdroj: vlastní

H_0: regresní kubický model není statisticky významný

H_1: regresní kubický model je statisticky významný.

Za předpokladu platnosti H_0 má testovací charakteristika Fisherovo rozdělení.

F – test:

$$F = \frac{\frac{SSM}{3}}{\frac{SSE}{4}} = \frac{MSM}{MSE} = \frac{\frac{166\,236\,827}{3}}{\frac{67\,892\,403}{4}} = \frac{55\,412\,276}{16\,973\,101} = 3{,}265$$

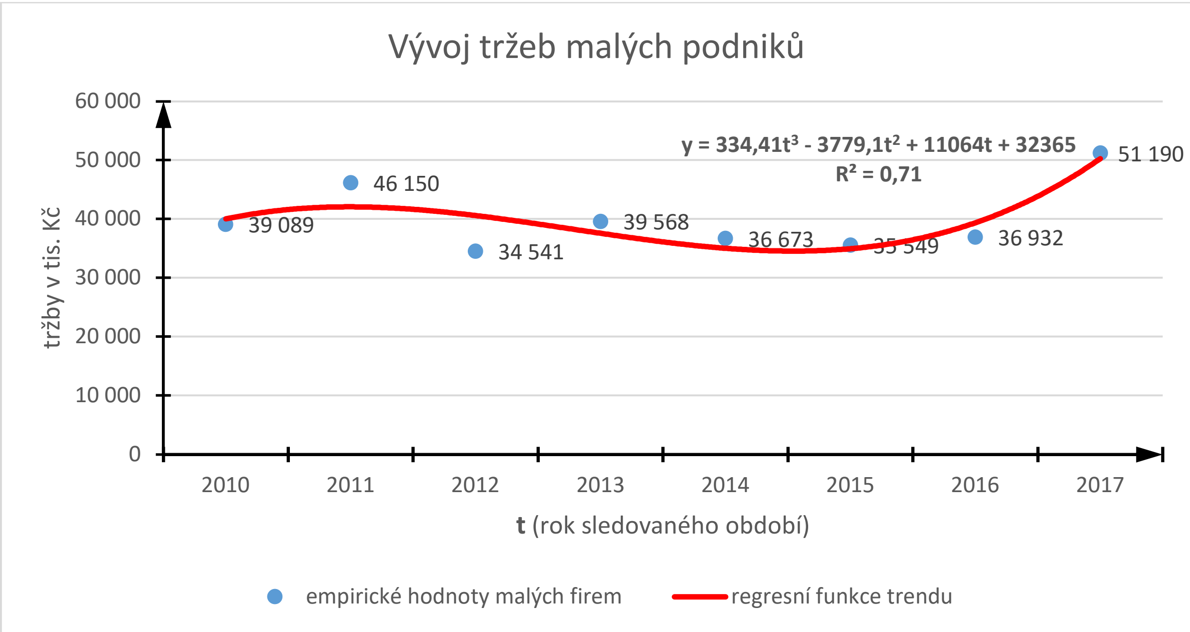
Na hladině významnosti $\alpha = 0{,}1$ je kritická mez $F_{1-\alpha} = F_{0{,}9}(3;4) = 4{,}191$.

Vypočtená hodnota $F_v = 3{,}265 < F_{0{,}9} = 4{,}191 \rightarrow nezamítáme\ H_0 \rightarrow$

kubický regresní model trendu tržeb malých společností nepopisuje se stanovenou pravděpodobností 90 % skutečný průběh trendu tržeb malých společností. Protože tento model vykazuje mnohem lepší výsledky než lineární a parabolický, což je zřejmé z výsledného poměru odchylek, vysvětlených modelem, k odchylkám nevysvětlených modelem (není nutné počítat index determinace), snížíme požadovanou pravděpodobnost modelu, respektive zvýšíme hladinu významnosti α. V MS EXCEL, funkce FINV, zvyšujeme první parametr, což je hladina významnosti, a sledujeme, kdy vypočtená hodnota F = 3,265 překročí Fisherův kvantil určený funkci MS EXCEL.

Na hladině významnosti α = 0,15 činí kritická hodnota Fisherova rozdělení se stupni volnosti F (p-1; n-p) = $F_{0,85}$ (3; 4) = 3,124. [MS EXCEL, FINV(0,15; 3; 4)]. $F_v = 3{,}265 > F_{0,85} = 3{,}124 \rightarrow \ zamítáme\ H_0 \rightarrow \boldsymbol{přijímáme\ H_1}$.

Index determinace je obecnou mírou, která je nezávislá na typu regresní funkce. Je poměrem kvadratických odchylek vysvětlených model k celkovým kvadratickým odchylkám. Tuto míru zobrazuje pod názvem R^2 i MS Excel, viz následující graf.



Obrázek č. 16 - Vývoj tržeb malých podniků

Zdroj: vlastní, MS Excel – výběrový soubor stavební a developerské společnosti

Ověření výsledku spolehlivosti R^2 vypočteného MS Excel:

Vypočtené hodnoty převzaty z tabulky č. 30 a rovnice (10.21).

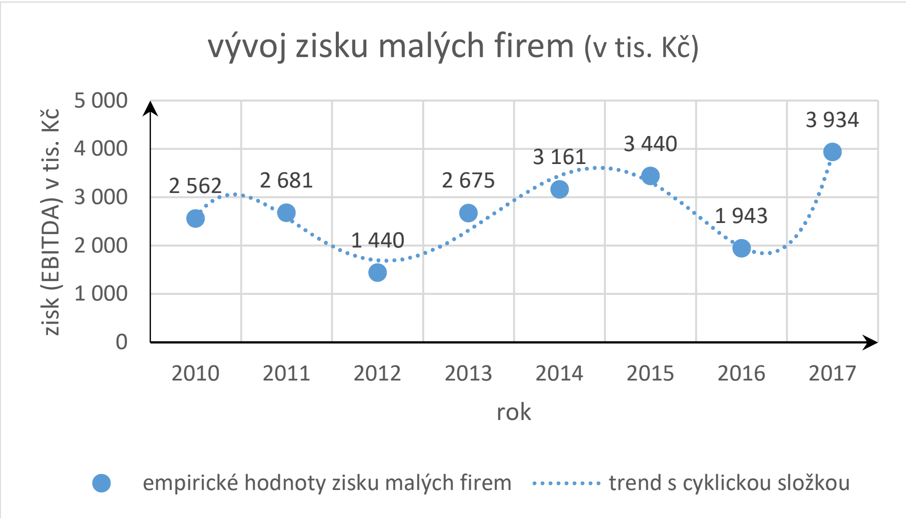
$$I = \frac{SSM}{SST} = \frac{166\ 236\ 827}{234\ 129\ 229} = 0{,}71$$

Interpretace regresního trendu tržeb malých podniků je obtížná. Můžeme předpokládat, že tržby dosáhnou v roce 2018 s 85% pravděpodobností výše 69,6 mil. Kč. Extrapolace hodnot pro další roky nemá smysl, protože tempo růstu (směrnice tečny regresní funkce v roce 2017) je příliš vysoká a nemůže se ani v krátkém čase udržet ve stejné výši. Z obrázku č. 16 je patrné, že trend může obsahovat cyklickou složku.

10.6.5 Regresní model trendu EBITDA malých firem

Vzhledem k tomu že postup navržení regresního trendu je zcela identický, jako tomu bylo v případě tržeb malých podniků, celý výpočet je uveden pouze v programu MS Excel (výběrový soubor stavební a developerské společnosti, jenž je nedílnou přílohou této práce). Zde jsou uvedeny pouze výsledné hodnoty trendu a empirické hodnoty zisku, přičemž je využito funkce MS Excel, spojnice trendu, a navržen takový trend, který má nejvyšší spolehlivost R^2. Analyzován je trend výše zisku pouze u malých společností, vzhledem k omezenému počtu středních a velkých podniků ve výběrovém souboru.

Průměrný zisk (EBITDA) a zisk za jednotlivé roky byl uveden v tabulce č. 19 str. 74. Na následujícím obrázku je zachycen graf empirických hodnot zisku a regresní křivka trendu navržená v programu MS Excel. Trend je silně kolísavý, je možné, že obsahuje cyklickou složku.



Obrázek č. 17 - Vývoj EBITDA malých firem

Zdroj: vlastní, MS Excel – výběrový soubor stavební a developerské společnosti

10.6.6 Ukazatele aktivity – doba obratu zásob

Doba obratu zásob byla definována v teoretické části výrazem (9.7) str. 59. V následující tabulce vyjadřuje značka (1) hodnoty pro malé podniky, značka (2) patří středním firmám a (3) vyjadřuje hodnoty za velké podniky. Jednotkou doby obratu zásob je den. Délka pracovního roku je 360 dnů. Vyznačený průměr je aritmetický. Zásoby, jejich přírůstky a úbytky jsou v tis. Kč.

Tabulka č. 32 – Ukazatele doby obratu zásob jednotlivých skupin podniků

Vysvětlivky/ rok	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	průměr
zásoby (1)	6 935	7 804	5 753	4 584	5 784	9 287	20 467	29 925	**11 318**
úbytky/ přírůstky (1)		869	-2 052	-1 169	1 200	3 503	11 180	9 457	**3 284**
jednodenní tržby (1)		128	96	110	102	99	103	142	**111**
doba obratu zásob (1)	-	61	60	42	57	94	200	210	**103**
zásoby (2)	19 598	23 281	17 400	17 026	28 975	24 475	28 018	37 357	**24 516**
úbytky/ přírůstky (2)	-	3 683	-5 881	-374	11 949	-4 500	3 543	9 339	**2 537**
jednodenní tržby (2)	-	842	704	615	605	836	835	936	**767**
doba obratu zásob (2)	-	28	25	28	48	29	34	40	**33**
zásoby (3)	-	-	-	-	505 783	483 313	601 580	336 253	**481 732**
úbytky/ přírůstky (3)	-	-	-	-	-	-22 471	118 267	-265 327	**-56 510**
jednodenní tržby (3)	-	-	-	-	-	3 662	4 217	5 588	**4 489**
doba obratu zásob (3)	-	-	-	-	-	132	143	60	**112**

Zdroj: vlastní

Z tabulky č. 32 vyplývá vcelku překvapující závěr, že nejaktivnějšími firmami jsou společnosti střední velikosti, které mají nejkratší dobu obratu zásob, a to, v průměru, 33 dnů. Velké a malé firmy mají dobu obratu zásob přibližně stejnou, což může být zkresleno krátkou řadou dat pro velké společnosti.

10.6.7 Poměrové ukazatele – ROS, ROA a celková zadluženost

Vztahy pro výpočet poměrových ukazatelů, tj. rentability tržeb ROS a rentability celkového kapitálu ROA byly definovány v teoretické části výrazy (9.1) a (9.3) na str. 54. Celková zadluženost je jednoduchý poměrový ukazatel mezi výší cizích zdrojů a celkovými aktivy.

$$Celková\ zadluženost = \frac{\sum cizí\ zdroje}{\Sigma\ aktiva} \tag{10.22}$$

Cizí zdroje, používané ve výběrovém souboru stavební a developerské společnosti a v této práci, jsou sníženy o rezervy. Důvodem je fakt, že ačkoliv rezervy jsou zařazeny mezi cizí zdroje, nemusí se jednat, a zpravidla se nejedná, o vypůjčené prostředky od třetích stran.

Výše zadluženosti jednotlivých skupin podniků je popsána v tabulce č. 22 a tempo zadluženosti v tabulce č. 23 na str.75.

V následující tabulce je zachycen vývoj produkční síly jednotlivých skupin podniků. Celkové výsledky korespondují s ukazatelem obratu zásob. Nejsilnější skupinou jsou společnosti střední velikosti, protože mimo jiné mají nejrychlejší obrat zásob, a tak i přesto, že jim klesl provozní zisk, mají nejvyšší hodnotou rentability aktiv ROA ve zkoumaném období.

Tabulka č. 33 – Vývoj ROA ve zkoumaném období

podnik/rok	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	aritmetický průměr
malé	0,04	0,04	0,02	0,03	0,04	0,04	0,02	0,02	0,031
střední	0,09	0,07	0,08	0,05	0,04	0,11	0,06	0,06	0,070
velké	-	-	-	-	0,09	0,08	0,06	0,04	0,068

Zdroj: vlastní, MS Excel – výběrový soubor stavební a developerské společnosti

Tabulka č. 34 - Vývoj ROS ve zkoumaném období

podnik/rok	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	aritmetický průměr
malé	0,066	0,058	0,042	0,068	0,086	0,097	0,053	0,077	0,068
střední	0,062	0,044	0,045	0,037	0,029	0,055	0,039	0,035	0,043
velké	-	-	-	-	0,248	0,224	0,172	0,120	0,19

Zdroj: vlastní, MS Excel – výběrový soubor stavební a developerské společnosti

10.7 Prvotní platební neschopnost

Čistý pracovní kapitál NWC byl definován výrazem (9.4) na str. 59. Pokud je

$NWC < 0$, pak je podnik v prvotní platební neschopnosti. Suma krátkodobých závazků (splatných do jednoho roku) je vyšší než suma oběžných aktiv.

Není neobvyklé, pokud po krátkou dobu, např. jedno nebo dvou let se podnik dostane do platební neschopnosti. Z tohoto důvodu je v této práci zařazen do skupiny společností v platební neschopnosti podnik, jehož $NWC < 0$ je alespoň po dobu pěti let a více ze zkoumaného období. Všechny hodnoty v tabulce č. 35 a tabulce č. 36 jsou v tis. Kč. Počítány jsou pouze úplné dvojice. Pokud chybí data EBITDA, pak není počítáno ani s odpovídajícím NWC.

Tabulka č. 35 – Přehled malých společností, které byly v platební neschopnosti v letech 2010-2013

jméno společnosti	2010		2011		2012		2013	
	NWC	EBITDA	NWC	EBITDA	NWC	EBITDA	NWC	EBITDA
DŘEVOMONT AZ s.r.o.	-2 421	-954	-2 239	1 639	-2 867	-122	-3 096	1 618
EBH – HAUS s.r.o.	-4 877	1 192	-6 463	1 830	-5 361	2 556	-2 689	3 246
Ing. PETR MOUCHA – stavební, spol. s r.o.	-31 047	1 831	-8 883	-2 574	-44 797	-2 954	-23 995	1 244
LUPA spol. s r.o.	-8 522	5 969	-1 869	-1 091	-7 115	-11 216	3 993	3 200
STAVBA BARTOŠ s.r.o.	-8 991	-46	-6 947	683	-11 587	-5 258	-22 186	-7 686
Stavební firma Hádlík	-405	867	-230	1 328	-314	246	-101	323
TOKRA s.r.o.	-690	1 293	809	508	688	363	2 042	-203
Tomeček Bau s. r. o.	14 949	2 009	7 198	-7 366	-874	-9 050	-6 078	-19 668

Zdroj: vlastní, MS Excel – výběrový soubor stavební a developerské společnosti

Tabulka č. 36 - Přehled malých společností, které byly v platební neschopnosti v letech 2014-2017

jméno společnosti	2014		2015		2016		2017	
	NWC	EBITDA	NWC	EBITDA	NWC	EBITDA	NWC	EBITDA
DŘEVOMONT AZ s.r.o.	-3 213	447	-3 975	-338	-1 928	2 015	N/A	N/A
EBH – HAUS s.r.o.	-1 694	3 923	-1 298	2 145	-522	1 806	N/A	N/A
Ing. PETR MOUCHA – stavební, spol. s r.o.	-2 388	4 761	4 489	9 260	-12 751	N/A	11 174	6 805
LUPA spol. s r.o.	-9 816	14 716	7 739	1 390	-2 617	-11 320	119	7 113
STAVBA BARTOŠ s.r.o.	-22 043	1 975	-25 325	-2 233	-11 775	-232	-11 974	-337
Stavební firma Hádlík	659	-474	745	533	-1 379	N/A	-951	N/A
TOKRA s.r.o.	-190	-1 440	-253	382	-2 246	1 222	-2 411	849
Tomeček Bau s. r. o.	-2 068	4 129	-7 901	-5 734	-9 500	-1 469	N/A	N/A

Zdroj: vlastní, MS Excel – výběrový soubor stavební a developerské společnosti

Společnost EBH – HAUS s.r.o. je příkladem podniku v dlouhodobé platební neschopnosti. Ve sledovaném období, mimo rok 2017, pro který chybí data, měla $NWC < 0$, a přesto každý rok dosáhla zisku.

Počet úplných dvojic NWC a EBITA ……………n_v = 58. Aritmetický průměr hodnot z tabulky č. 35 a tabulky č. 36 a další statistické údaje vycházejí takto:

$$\bar{x}_{NWC} = -4\,882\ [tis.Kč] \tag{10.23}$$

$$\bar{y}_{EBITDA} = 63\ [tis.Kč] \tag{10.24}$$

$$výběrová\ směrodatná\ odchylka\ s_x = 9\,667\ [tis.Kč] \tag{10.25}$$

$$výběrová\ směrodatná\ odchylka\ s_y = 5\,105\ [tis.Kč] \tag{10.26}$$

10.8 Charakteristiky dvou skupin malých podniků

Některé statistické údaje prvního souboru malých podniků s $NWC < 0$ byly uvedeny v předcházející kapitole. Vzhledem k tomu že ve sledovaném období bylo platebně neschopných podniků pouze 8 z 49, není splněna podmínka pro předpoklad o normálním rozdělení sledovaného statistického znaku (EBITDA), a protože $n_{EBITDA(NWC<0)} < 30$ (počet podniků, jejichž NWC < 0 je po dobu pěti a více let), nelze použít výraz z rovnice (7.1) str. 47.

V následujících tabulkách jsou jmenovitě vybrané společnosti, jejichž NWC je kladný po dobu alespoň 4 let a více. Malých podniků s touto charakteristikou je 41. (8 podniků má po dobu pěti let a více NWC<0, viz tabulka č. 35 a tabulka č. 36). Z těchto 41 byla vybrána v abecedně uspořádaném seznamu každá čtvrtá společnost. První ze seznamu byla určena hodem kostkou. Celkem bylo vybráno 10 podniků.

Tabulka č. 37 – Seznam č.1 malých společností, jejichž NWC>0 po dobu 4 a více let

Jméno společnosti	2010		2011		2012		2013	
	NWC	EBITDA	NWC	EBITDA	NWC	EBITDA	NWC	EBITDA
ALMARK GROUP s.r.o.	342	521	1 502	554	377	-678	1 973	2 928
BEMETT, a.s.	111 524	10 604	118 460	7 962	271 348	-415	318 599	533
DEMOSTAV, spol. s r.o.	1 924	54	1 663	-146	356	-6 243	-1 308	1 232
FOUKAL s.r.o.	6 074	404	7 008	3 845	8 813	2 786	18 974	14 570
HOSS a.s.	12 963	-2 167	9 155	-4 893	5 288	-4 083	4 936	-1 466
MORAVSKÁ VÝROBNÍ, a.s.	35 538	1 664	36 681	2 790	33 117	1 830	30 618	4 262
RBB INVEST, a.s.	398 297	4 238	351 897	7 484	315 270	1 348	305 808	6 896
SENCO CHALOUPEK s.r.o.	-263	-435	-166	587	142	422	486	845
Stavitelství Kašpar s.r.o.	3 696	4 055	8 683	5 751	5 503	3 523	10 660	-236
TRIGON MB s.r.o.	-712	-1 454	N/A	N/A	1 780	1 931	1 703	498

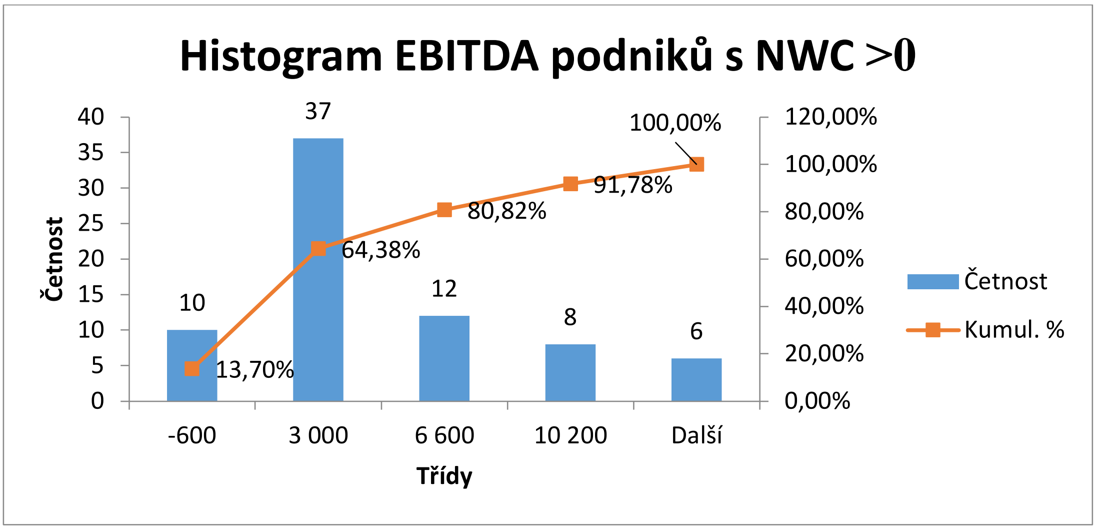
Zdroj: vlastní, MS Excel – výběrový soubor stavební a developerské společnosti

Tabulka č. 38 - Seznam č.2 malých společností, jejichž NWC>0 po dobu 4 a více let

Jméno společnosti	2014		2015		2016		2017	
	NWC	EBITDA	NWC	EBITDA	NWC	EBITDA	NWC	EBITDA
ALMARK GROUP s.r.o.	3 283	2 468	5 247	3 138	5 192	1 672	8 085	9 703
BEMETT, a.s.	186 237	2 363	223 507	7 680	223 982	-14 185	86 125	9 022
DEMOSTAV, spol. s r.o.	-257	-1 499	2 291	4 383	2 810	N/A	3 600	N/A
FOUKAL s.r.o.	30 400	17 918	24 602	245	13 196	15 125	14 393	7 908
HOSS a.s.	2 755	-1 512	5 172	199	3 711	-557	1 624	673
MORAVSKÁ VÝROBNÍ, a.s.	41 121	3 642	48 345	6 011	N/A	N/A	N/A	N/A
RBB INVEST, a.s.	288 907	12 312	250 233	7 111	261 100	3 295	240 679	10 812
SENCO CHALOUPEK s.r.o.	635	266	969	352	1 201	260	1 082	550
Stavitelství Kašpar s.r.o.	7 704	2 433	10 429	2 676	10 083	6 190	6 511	N/A
TRIGON MB s.r.o.	1 745	580	1 746	579	2 620	1 314	N/A	N/A

Zdroj: vlastní, MS Excel – výběrový soubor stavební a developerské společnosti

Hodnoty zisku EBITDA pro podniky, jejichž NWC je kladný, (měli bychom získat 80 ukazatelů NWC), z toho ale 7 chybí, uspořádáme do jednotlivých intervalů a krajní intervaly určíme tak, aby obsahovaly několik sledovaných hodnot.



Obrázek č. 18 - Histogram četnosti výskytu EBITDA malých firem, jejichž NWC je kladný u 4 a více let

Zdroj: vlastní, MS Excel – výběrový soubor stavební a developerské společnosti

Tabulka č. 39 – Četnosti zisku malých podniků, jejichž NWC>0 po dobu 4 a více let

Třídy	Četnost	Kumul. %
do -600>	10	13,7
(-600 ; -3 000>	37	64,38
(-3 000 ; 6 600>	12	80,82
(6 600 ; 10 200>	8	91,78
nad 10 200	6	**100,00**
Σ	**73**	

Zdroj: vlastní, MS Excel – výběrový soubor stavební a developerské společnosti

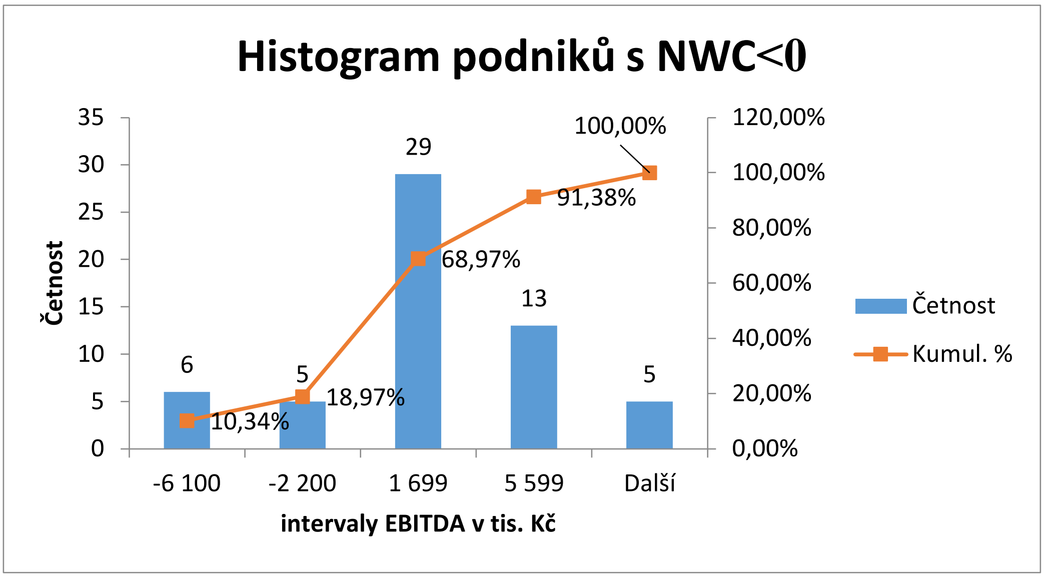
Základní statistické údaje o této skupině vybraných podniků jsou uvedeny v následující tabulce. Všechny údaje jsou v tis. Kč.

Tabulka č. 40 – Základní charakteristiky malých podniků s NWC>0

105 462	výběr. směrodatná odchylka – $s_{x_{NWC>0}}$
4 897	výběr. směrodatná odchylka – $s_{y_{EBITDA}}$
60 093	aritmetický průměr – $\bar{x}_{NWC}$
2 672	**aritmetický průměr – $\bar{y}_{EBITDA}$**

Zdroj: vlastní, MS Excel – výběrový soubor stavební a developerské společnosti

Charakteristiky malých podniků s NWC<0 byly uvedeny ve výrazech (10.24) na str. 90. (Charakteristiku splňuje 8 podniků, takže bychom měli získat 64 údajů, 6 údajů ale chybí). Na následujícím grafu je zobrazena četnost jednotlivých intervalů malých podniků s NWC<0 po dobu pěti a více let. Data jsou použita z tabulky č. 35 a tabulky č. 36 str. 89.



Obrázek č. 19 – Histogram EBITDA malých podniků s NWC <0 po dobu pěti a více let

Zdroj: vlastní, MS Excel – výběrový soubor stavební a developerské společnosti

Tabulka č. 41 – Četnost intervalů EBITDA malých podniků s NWC<0

Třídy	Četnost	Kumul. %
do -6 100>	6	10,34
(-6 100 ; -2 200>	5	18,97
(-2 200 ; 1 699>	29	64,97
(1 699 ; 5 999>	13	91,38
nad 5 999	5	100,00
Σ	58	

Zdroj: vlastní, MS Excel – výběrový soubor stavební a developerské společnosti

10.9 Posouzení rozdělení četnosti dvou skupin malých podniků

Posouzení rozdělení zisku obou skupin malých podniků je provedeno testem dobré shody χ^2 – test, který slouží k ověření shody empirického rozdělení výběrových údajů s předpokládaným teoretickým rozdělením. U H_0 má sledovaná proměnná předpokládané rozdělení. H_1 sledovaná proměnná nemá předpokládané rozdělení. Testovací charakteristika je vyjádřena vztahem

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{(n_i - E_i)^2}{E_i} \qquad (10.27)$$

a má χ^2 – rozdělení pravděpodobnosti s počtem stupňů volnosti $\nu = k - 1 - p$, kde p je počet parametrů předpokládaného teoretického rozdělení a k je počet zvolených intervalů. $\boldsymbol{n_i}$ jsou skutečně zjištěné početnosti intervalů, do kterých byly údaje roztříděny. $\boldsymbol{E_i}$ jsou označené příslušné teoretické četnosti, jestliže by platila hypotéza H_0. $E_i = p_i * n$. p_i je pravděpodobnost intervalu hodnot náhodné proměnné, jestliže platí H_0. Jinými slovy

$$p_i = P(x_{i-1} < X \leq x_i) = F(x_i) - F(x_{i-1}). \tag{10.28}$$

Empirické četnosti výskytu EBITDA byly uvedeny v tabulce č. 39 a tabulce č. 41.

Aritmetický průměr EBITDA malých podniků s $NWC < 0$, $\bar{y}_{EBITDA} = 63\ [tis. Kč]$ a $s_y = 5\,105$.

Tabulka č. 42 – Výpočtová tabulka pro ověření rozdělení podniků s NWC<0

$\boldsymbol{x_i}$	$\boldsymbol{n_i}$	$\boldsymbol{F(x_i)}$	$\boldsymbol{F(x_{i-1})}$	$\boldsymbol{p_i}$	$\boldsymbol{E_i}$	$\boldsymbol{\frac{(n_i-E_i)^2}{E_i}}$
do -6 100	6	0,1137	0,0000	0,1136	6,591	0,05
-2 200	5	0,3288	0,1137	0,2151	12,475	4,48
1 699	29	0,6257	0,3288	0,2970	17,223	8,05
5 599	13	0,8609	0,6257	0,2352	13,641	0,03
nad 5 599	5	0,9995	0,8609	0,1386	8,0412	1,15
Σ	58			1	58	**13,76**

Zdroj: vlastní, MS Excel – výběrový soubor stavební a developerské společnosti

Jednotlivé p_i byly vypočteny podle (10.28). Například řádek 2 tabulky č. 42

$$p_i = P(-6\,100 < X \leq -2\,200) = F(-2200) - F(-6100) = \Phi\left(\frac{-2\,200-63}{5\,105}\right) - \left(\frac{-6\,100-63}{5\,105}\right) = \Phi(-0{,}4433) - \Phi(-1{,}2072) = 1 - \Phi(0{,}4433) - (1 - \Phi(1{,}2072) =$$

$= 1 - 0{,}6712 - 1 + 0{,}886 = 0{,}215$. Vypočet je proveden programem MS Excel funkcí NORM.S.DIST.

Sečtením hodnot v posledním sloupci tabulky č. 42 získáme $\chi^2 = 13{,}76$.

H_0: rozdělení zisku EBITDA má normální rozdělení dané parametry N(0;1).

H_1: rozdělení zisku EBITDA nemá normální rozdělení dané parametry N(0;1).

Kritická mez $\chi^2_{0,95}(2) = 5{,}991$.

$\chi^2 = 13{,}76 > \chi^2_{0,95}(2) = 5{,}991 \rightarrow$ zamítáme H_o, přijímáme H_1.

Rozdělení zisku EBITDA malých podniků s NWC<0 nemá Gaussovo normální rozdělení. Druhou skupinu malých podniků s NWC>0 již není třeba testovat na normalitu rozložení proměnné. (Podmínkou pro užití vzorce (7.1) je normalita rozložení vysvětlované proměnné obou skupin). Hypotézu o shodě průměrů EBITDA (shodě pravděpodobnostního rozdělení) obou skupin malých podniků je nutné provést neparametrickým testem. Stejně tak nelze měřit a posuzovat míru závislosti či nezávislosti obou veličin (EBITDA, NWC) pomocí párového koeficientu korelace r_{xy}. Míra závislosti či nezávislosti bude provedena pomocí Spearmanova pořadového korelačního koeficientu r_{sp}.

10.10 Závislost a nezávislost zkoumaných veličin EBITDA a NWC

Spearmanův pořadový korelační koeficient r_{sp} je založen na úvaze, že pokud máme náhodný výběr *(NWC_1 ; $EBITDA_1$), ... (NWC_n ; $EBITDA_n$),* který nemá zaručenou normalitu rozložení, pak míru závislosti můžeme posoudit pomocí pořadových čísel, které každé dvojici přidělíme, podle vzestupně uspořádané řady NWC a EBITDA. Jsou-li si pořadí v jedné dvojici shodná, pak oba parametry jsou na sobě úplně závislé. A obráceně, pokud se od sebe pořadí zkoumaných parametrů v jedné dvojici odchylují, pak to svědčí o jejich nezávislosti.

Náhodný výběr ze skupiny podniků s NWC<0 byl proveden z řady dvojic uvedených v tabulkách č. 35 a č. 36, a to tak že z každého roku byly vybrány 4 dvojice, tj. každá druhá. Výběr pro sudý rok začínal lichým číslem, výběr pro lichý rok sudým číslem. Z této skupiny, vzhledem k tomu že pro některé podniky chybějí údaje, bylo vybráno 29 dvojic (NWC; EBITDA) místo 32.

Stejným postupem byly vybrány dvojice EBITDA a NWC podniků s NWC>0. Z této skupiny bylo vybráno 36 dvojic. Mějme náhodný vektor Z (X_1; Y_2) ze spojitého dvourozměrného rozdělení. Testujeme hypotézu H_o, že X_n a Y_n jsou nezávislé náhodné veličiny, kde i = 1,2,… n. Veličiny X_i se uspořádají podle velikosti a zjistí se jejich pořadí R_i,… R_n. Pak se uspořádají podle velikosti veličiny Y_1, … Y_n a zjistí se jejich pořadí Q_i, …Q_n. Spearmanův korelační koeficient r_{sp} se vypočte podle vztahu

$$\boldsymbol{r_{sp} = 1 - \frac{6}{n(n^2-1)}\sum_{i=1}^{n}(R_i - Q_i)^2} \qquad (10.29)$$

Celkový počet dvojic n = 65. Celý výčet všech pořadí jak podle NWC, tak podle EBITDA je uveden v příloze této práce.

Tabulka č. 43 – Pomocný výpočet Spearmanova pořadového korelačního koeficientu

Číslo vektoru Z	Pořad. číslo NWC	Pořad. číslo EBITDA	Značka pár. dvojice	$D_i = (R_i - Q_i)^2$
1	13	14	A	1
2	26	59	AA	1 089
3	60	60	AO	0
4	2	41	B	1 521
⋮			⋮	
64	16	34	Z	324
65	48	45	ZZ	9
Σ		-	-	**23 652**

Zdroj: vlastní, MS Excel – výběrový soubor stavební a developerské společnosti

$$r_{sp} = 1 - \frac{6}{65^3 - 65} * 23\ 625 = \ 0{,}4837$$

Kritická mez pro n≥30, což je i případ popisovaný v této práci, je definována vztahem

$$r_k = \frac{\boldsymbol{u}_{\left(\frac{\alpha}{2}\right)}}{\sqrt{\boldsymbol{n-1}}}, \text{kde } \boldsymbol{u}_{\left(\frac{\alpha}{2}\right)} \text{ je kritická hodnota N(0,1).} \qquad (10.30)$$

H_o: Zkoumané veličiny NWC a EBITDA jsou nezávislé.

H_1: Zkoumané veličiny NWC a EBITDA jsou závislé.

Hladina významnosti α = 0,05.

Kritická mez $r_k = \frac{1{,}96}{\sqrt{64}} = 0{,}245 \rightarrow \ r_{sp} > r_k \rightarrow \boldsymbol{zamítáme\ H_o, přijímáme\ H_1}$.

Mezi veličinou NWC a EBITDA je **slabá přímá závislost**.

10.11 Neparametrický dvouvýběrový Mannův-Whitneyův test

Hodnoty zisku EBITDA obou skupin malých podniků (s NWC<0 a s NWC>0, tj. n_1=58 a n_2= 73) jsou sloučeny do jedné vzestupně uspořádané množiny $z_1 < z_2 < z_3 \dots < z_{58+73}$, kdy každý prvek této množiny má přidělené pořadové číslo od 1…131. ($n_1 + n_2 = 131$) Zároveň je nutné, aby každý prvek byl označen podle toho, z které původní množiny pocházel. Pokud se medián zisku obou skupin od sebe neliší, pak musí mít obě skupiny podniků shodné rozdělení pravděpodobnosti, a tedy i průměrné pořadí jejich součtu pořadových čísel. V ideálním případě by ve směsném výběru následovaly za sebou vždy dvě stejné hodnoty, jedna ze skupiny NWC<0, druhá ze skupiny NWC>0. (Pokud je stejný počet znaků z každé skupiny).

I v případě částečné shody bychom měli dostat obdobné **průměrné** pořadí jejich součtu. V případě že by skupiny měly stejný počet pozorování, pak bychom měli dostat pro každou skupinu zhruba stejný součet pořadových čísel.

Tabulka č. 44 – Sloučený soubor EBITDA malých podniků

hodnoty EBITDA malých podniků s NWC < 0 a s NWC > 0 (vzájemně odlišené barvou)	pořadové číslo
-19 668	1
-14 185	2
-11 320	3
-11 216	4
-9 050	5
⋮	⋮
17 918	131

Zdroj: vlastní, MS Excel – výběrový soubor stavební a developerské společnosti

Podniky v uspořádaném souboru s NWC> 0 jsou vyznačeny žlutou barvou, podniky s NWC<0 s barvou světle hnědou. Kompletní sloučený soubor se všemi **uspořádanými** hodnotami a jejich pořadím je uveden v příloze této práce nebo jsou hodnoty EBITDA uvedeny neuspořádaně v tabulce č. 35 až č. 38.

Součet pořadových čísel podniků s NWC<0 je dále značen symbolem T_1 a činí 3 277.

Průměrné pořadí podniků s NWC<0…………. $\frac{3\,277}{58} = 56{,}5 = \mu_1$

Součet pořadových čísel podniků s NWC>0 je dále značen symbolem T_2 a činí 5 369.

Průměrné pořadí podniků s NWC>0…………. $\frac{5\,369}{73} = 73{,}54 = \mu_2$.

Protože obě řady nemají stejný počet výběrů, nelze předpokládat, že hodnoty součtu pořadí T_1 a T_2 budou za platnosti Ho stejné, a proto musí být přepočítány na U_1 a U_2, abychom odstranili zkreslení způsobené odlišným rozsahem výběru n_1 a n_2.

$$U_1 = \boldsymbol{n_1 n_2} + \frac{\boldsymbol{n_1(n_1+1)}}{\mathbf{2}} - \boldsymbol{T_1} = \mathbf{58 * 73} + \frac{\mathbf{58 * 59}}{\mathbf{2}} - \mathbf{3\,277 = 2\,668} \tag{10.31}$$

$$U_2 = \boldsymbol{n_1 n_2} + \frac{\boldsymbol{n_2(n_2+1)}}{\mathbf{2}} - \boldsymbol{T_2} = \mathbf{58 * 73} + \frac{\mathbf{73 * 74}}{\mathbf{2}} - \mathbf{5\,369 = 1\,566} \tag{10.32}$$

Přitom platí:

$$\boldsymbol{U_1 + U_2 = n_1 * n_2 \rightarrow 2\,668 + 1\,566 = 4\,234 = 58 * 73} \quad (10.33)$$

Vzhledem k tomu že n_1 i n_2 jsou v desítkách, lze použít centrální limitní větu a výraz (6.4) str. 41.

Střední hodnota uspořádané řady je $\frac{(n_1+n_2+1)}{2}$. Rozptyl $D(x) = \frac{n_1 n_2 (n_1+n_2+1)}{12}$.

Jako testovací kritérium je vybrána pro levostrannou hypotézu hodnota U_2. (Pro identickou pravostrannou hypotézu, tj. kladná výše NWC zvyšuje hodnotu EBITDA, $Z > z; kritický\ obor\ W_\alpha = \{Z; Z \geq z_{1-\alpha}\}$ bychom pro testové kritérium vybrali U_1)

H_0: Rozdělení EBITDA obou skupin malých podniků, tj. podniků s NWC<0 a NWC>0, tj. $\mu_1 = \mu_2$ (Výše NWC nemá vliv na EBITDA.)

H_1: Záporná výše NWC snižuje výši EBITDA,

tj. $\mu_1 < \mu_{n1+n2}$; $Z < z; kritický\ obor\ \ W_\alpha = \{Z; Z \leq -z_{1-\alpha}\}$.

Hladina významnosti $\alpha = 0{,}05$.

Test $Z = \frac{U_2 - \frac{n_1 n_2}{2}}{\sqrt{\frac{n_1 n_2 (n_1+n_2+1)}{12}}} = \frac{1\,566 - \frac{58*73}{2}}{\sqrt{\frac{58*73*132}{12}}} = -2{,}419$

Kvantil normálního rozdělení $-z_{1-\alpha} = -z_{0{,}95}$ =1 - z(0,95) = 1-0,8289=0,1711.

Protože $Z = -2{,}419 < -\mathrm{z}\,(0{,}95) = 0{,}1711 \rightarrow\ H_0\ zamítáme, přijímáme\ H_1$.

S 95% pravděpodobností rozdělení EBITDA skupiny malých podniků, které jsou v platební neschopnosti, není shodné s rozdělením pravděpodobnosti zisku u malých podniků s kladným NWC. Záporná výše NWC negativně ovlivňuje výši EBITDA. Kladná výše NWC pozitivně ovlivňuje výši EBITDA. (Tento výsledek je ve shodě s výsledkem Spearmanova pořadového koeficientu korelace, který vyšel kladný. tj. výše NWC ve stejném směru ovlivňuje výši EBITDA.)

Závěr

Práce potvrdila předpoklad o tom, že podniky, jejichž čistý pracovní kapitál (NWC) je ve střednědobém období v záporné výši, dosahují nižšího provozního hospodářského výsledku než společnosti, jejichž čistý pracovní kapitál je ve střednědobém období (4 a více let) kladný. Úvaha uvedená v úvodu této práce, tj. že žádný podnik, jehož čistý pracovní kapitál je záporný, nemůže dosahovat kladného zisku, je nesprávná. Takové společnosti existují, je jich ovšem zanedbatelné množství. Hypotéza provedená neparametrickým testem potvrdila s 95% jistotou, že hospodářský výsledek společností (HV) se záporným pracovním kapitálem je nižší než HV podniků, jejichž čistý pracovní kapitál je kladný. Dále práce zhodnotila vývoj tržeb, EBITDA a dalších podnikových ukazatelů developerských a stavebních společností, zabývajících se bytovou výstavbou. Výsledky finančních ukazatelů za jednotlivé skupiny podniků, rozdělených podle jejich velikosti, jsou uvedeny v tabulce č. 45.

Tabulka č. 45 – Celkové shrnutí podnikových ukazatelů

podniky	aritmetický průměr tržeb (v tis. Kč)	aritmetický průměr EBITDA (v tis. Kč)	průměrné zadlužení v %	doba obratu zásob (den)	průměrné tempo růstu /poklesu tržeb	průměrné tempo růstu /poklesu EBITDA	průměrné tempo růstu /poklesu zadlužení
malé	39 961	2 729	60,16 %	103	3,93 %	6,32 %	-2,39 %
střední	266 709	11 447	54,85 %	33	7,75 %	-0,67 %	-1,52 %
velké	1 495 324	241 008	37,56 %	112	21,1 %	13,39 %	14,53 %

Zdroj: vlastní, MS Excel – výběrový soubor stavební a developerské společnosti

V následující tabulce je uveden přehled poměrových ukazatelů návratnosti tržeb (ROS), návratnosti aktiv (ROA) a použití regresních modelů.

Tabulka č. 46 – Poměrové ukazatele a použité metody regresních modelů a statistických testů

podniky	ROS (v %)	ROA (v %)	regresní model tržeb	regresní model zisku	F – test	hladina významnosti regresního modelu tržeb	hypotéza o rozdělení zisku (EBITDA)
malé	6,82	3,13	kubický	polynom pátého stupně	ano	0,15	neparametrický test Mann – Whitneyův, Spearmanův koeficient pořadové korelace
střední	4,32	7,00	-	-	-	-	-
velké	19,11	6,84	-	-	-	-	-

Zdroj: vlastní, MS Excel – výběrový soubor stavební a developerské společnosti

Nejvyšší produkční sílu (ROA) a aktivitu mají podniky střední kategorie. Vysokou míru návratnosti tržeb a ziskovosti dosahují podniky velké. Na trhu dochází ke koncentraci výroby, stoupá tržní podíl velkých firem. Pozitivním zjištěním je pokles zadluženosti u malých a středních podniků.

Pro zájemce o korporátní dluhopisy plyne z této práce poznatek, aby si před jejich koupí zjistili základní informace o emitentovi, a to zejména výši oběžných aktiv a krátkodobých závazků a dluhů. Jejich rozdíl informuje o platební schopnosti předmětné společnosti a ve střednědobém období, jak potvrdila hypotéza, podstatným způsobem ovlivňuje ziskovost podniku. Na základě náhodně provedeného výběru můžeme usuzovat, že platebně neschopných je minimálně 13 % z celkového počtu podnikajících kapitálových společností. Platebně neschopné jsou pouze malé firmy, tj. společnosti s obratem do 200 mil. Kč a do 50 zaměstnanců. Procento platebně neschopných malých firem bude ve skutečnosti ještě vyšší, vzhledem k tomu, že předmětem analýzy byly pouze podniky o 5 a více zaměstnancích. Jinými slovy, nejrizikovějšími emitenty podnikových dluhopisů jsou společnosti, jejichž vlastní kapitál je záporný, čistý pracovní kapitál (rozdíl mezi oběžnými aktivy a krátkodobými závazky) je také záporný a stav peněžních prostředků, a personálních kapacit, je nízký vzhledem k plánovaným investicím. Mnoho z těchto společností fakticky provádí parazitickou činnost, která při velkém objemu investičních prostředků nemusí být na první pohled zřejmá. Záporná výše vlastního kapitálu a čistého pracovního kapitálu a zaměstnávání pracovníků na IČO, tzv. švarcsystém, jsou velmi spolehlivým indikátorem nesolventnosti podniku. Je třeba mít na paměti, že u společností personálně či jinak majetkově propojených, jsou účetní uzávěrky, pokud nejsou konsolidované a auditované, irelevantní. Doufám, že tato práce bude určitým vodítkem pro drobné investory a že přispěje k jejich větší opatrnosti.

Citace:

Bisnode, 2018. *Informační ne-povinnost* [online], 2018. Praha [cit. 2019-06-21]. Dostupné z: https://www.bisnode.cz/o-bisnode/o-nas/novinky/informacni-ne-povinnost/

ČSÚ, 2018. *Český statistický úřad* [online], 2018. Praha [cit. 2019-09-11]. Dostupné z: https://www.czso.cz/csu/czso/organizacni_statistika.

Klasifikace ekonomických činností: Vysvětlivky CZ-NACE, 2007. Praha: Český statistický úřad. Dostupné z: https://www.czso.cz/documents/10180/23174387/vysvetlivky_cz_nace.pdf

Merk, 2019. *Databáze Merk* [online], 2019. Praha: IMPER CZ [cit. 2019-05-21]. Dostupné z: https://www.merk.cz/databaze-firem.

MINISTERSTVO PRŮMYSLU A OBCHODU, 2018. *Finanční analýza podnikové sféry za rok 2017[online].* Praha: Sekce technologií 4.0 - Obor ekonomických analýz [cit. 2019-06-24]. Dostupné z: https://www.mpo.cz/cz/rozcestnik/analyticke-materialy-a-statistiky/analyticke-materialy/financni-analyza-podnikove-sfery-za-rok-2017--237570/.

NEUBAUER, Jiří, Marek SEDLAČÍK a Oldřich KŘÍŽ, 2012. *Základy statistiky: aplikace v technických a ekonomických oborech*. Praha: Grada Publishing. ISBN 978-80-247-4273-1.

PACÁKOVÁ, Viera a kol., 2009. *Štatistické metódy pre ekonómov*. Bratislava: Iura Edition. ISBN 978-80-8078-284-9.

PROCHÁZKOVÁ, Dagmar a Pavel VLACH, 2005. *Vzorový účtový rozvrh, rozvaha a výsledovka*. Ostrava: Sagit. ÚZ. ISBN 978-80-7488-277-7.

RŮČKOVÁ, Petra a Michaela ROUBÍČKOVÁ, 2012. *Finanční management*. Praha: Grada Publishing. ISBN 978-80-247-4047-8.

Vyhláška č. 500/2002 Sb.: Prováděcí ustanovení zákona č. 563/1991 Sb., o účetnictví, ve znění pozdějších předpisů, pro účetní jednotky, které jsou podnikateli účtujícími v soustavě podvojného účetnictví. Sbírka zákonů. Praha. Dostupné z: https://www.zakonyprolidi.cz/cs/2002-500#cast4.

Zákon č. 563/1991 Sb.: O účetnictví, ve znění pozdějších předpisů. Sbírka zákonů. Praha. Dostupné z: https://www.zakonyprolidi.cz/cs/1991-563.

Bibliografie:

ANDĚL, Jiří, 1978. *Matematická statistika*. Praha: SNTL – Alfa, n.p., 352 s.

DAMODARAN, Aswath, 2019. *Damodaran* [online]. New York: Stern School of Business [cit. 2019-05-15]. Dostupné z: http://pages.stern.nyu.edu/~adamodar/

Databáze Merk [online], 2019. Praha: IMPER CZ [cit. 2019-05-21].
Dostupné z: https://www.merk.cz/databaze-firem

HINDLS, Richard, 2007. *Statistika pro ekonomy*. 8. vyd. Praha: Professional Publishing.
ISBN 978-80-86946-43-6.

KNÁPKOVÁ, Adriana, Drahomíra PAVELKOVÁ a Karel ŠTEKER, 2013. *Finanční analýza: komplexní průvodce s příklady*. 2. vyd. Praha: Grada Publishing. ISBN 978-80-247-4456-8.

NEUBAUER, Jiří, Marek SEDLAČÍK a Oldřich KŘÍŽ, 2012. *Základy statistiky: aplikace v technických a ekonomických oborech*. Praha: Grada Publishing. ISBN 978-80-247-4273-1.

PROCHÁZKOVÁ, Dagmar a Pavel VLACH, 2005. *Vzorový účtový rozvrh, rozvaha a výsledovka*. Ostrava: Sagit. ÚZ. ISBN 978-80-7488-277-7.

ProQuest [online], 2018. USA: Cambridge information group [cit. 2018-09-28].
Dostupné z: https://search.proquest.com/index

REŽŇÁKOVÁ, Mária, 2010. *Řízení platební schopnosti podniku*. Praha: Grada Publishing.
ISBN 978-80-247-3441-5.

Rizikové dluhopisy: Prašivé dluhopisy [online], 2019. Praha [cit. 2019-06-21].
Dostupné z: https://www.rizikovedluhopisy.cz/category/prasive-dluhopisy/.

RŮČKOVÁ, Petra a Michaela ROUBÍČKOVÁ, 2012. *Finanční management*. Praha: Grada Publishing. ISBN 978-80-247-4047-8.

SCHOLLEOVÁ, Hana, 2009. *Investiční controlling: jak hodnotit investiční záměry a řídit podnikové investice: investiční proces jako základ budoucí prosperity, nástroje a metody investičního controllingu, volba financování a technologie, monitoring průběhu investice a postaudit*. Praha: Grada Publishing. ISBN 978-80-247-2952-7.

ŠTĚTKA, Jan, 2011. *Ten, který rozjel švarcsystém. Ekonom.ihned.cz* [online]. Praha: Ekonomia [cit. 2019-06-21]. Dostupné z: https://ekonom.ihned.cz/c1-52306170-ten-ktery-rozjel-svarcsystem-a-skoncil-na-dlazbe

TAUŠL PROCHÁZKOVÁ, Petra a Eva JELÍNKOVÁ, 2018. *Podniková ekonomika – klíčové oblasti*. Praha: Grada Publishing. ISBN 978-80-271-0689-9.

Veřejný rejstřík a sbírka listin [online], 2019. Praha: Ministerstvo spravedlnosti [cit. 2019-04-21]. Dostupné z: https://or.justice.cz/ias/ui/rejstrik-$firma

Zákon č. 563/1991 Sb., o účetnictví, ve znění pozdějších předpisů, In: Sbírka zákonů. Praha. Dostupné také z: https://www.zakonyprolidi.cz/cs/1991-563

Přílohy:

A. Seznam vybraných stavebních a developerských společností (výběrový soubor)
B. Seznam společností s NWC>0 a s NWC<0
C. Seřazené hodnoty EBITDA a NWC podniků s NWC>0 a s NWC<0 a výpočet Spearmanova pořadového koeficientu korelace
D. Seřazené hodnoty EBITDA podniků s NWC>0 a s NWC<0 a výpočet součtu pořadí obou skupin podniků pro Mann-Whitneyův test
E. Rozvaha a výkaz zisku a ztráty vybraných stavebních a developerských společností (v elektronické verzi)
F. Elektronická verze diplomové práce včetně výpočtů v MS EXCEL

A. Seznam vybraných stavebních a developerských společností (výběrový soubor)

Poř. č.	Název společnosti	Sídlo	Město	Kraj	Velikost firmy
1	A T R I U M , s. r. o.	Strakonická 1056	Horažďovice	Plzeňský	střední
2	A.stavby s.r.o.	Československé armády 4931/36a	Jablonec nad Nisou	Liberecký	malá
3	ALMARK GROUP s.r.o.	Kaprova 42/14	Praha	Praha	malá
4	AQUARES, spol. s r.o.	Stráž nad Nežárkou 145	Stráž nad Nežárkou	Jihočeský	malá
5	ASFALTELAST, spol. s r.o.	Botanická 818/23	Brno	Jihomoravský	malá
6	BauCom s.r.o.	Trnkova 2807/158	Brno	Jihomoravský	malá
7	BEMETT, a.s.	Jeremiášova 2722/2	Praha	Praha	malá
8	Bielesz B + S, s.r.o.	Bystřice 1434	Bystřice	Moravskoslezský	malá
9	CANABA a.s.	Štětkova 1001/5	Praha	Praha	malá
10	CENTRAL GROUP a.s.	Na strži 1702/65	Praha	Praha	velká
11	CONE – STAVITELSTVÍ, a.s.	Kosmova 1126/17	Ostrava	Moravskoslezský	malá
12	CTP Invest, spol. s r.o.	Central Trade Park D1 1571	Humpolec	Vysočina	velká
13	DEMOSTAV, spol. s r.o.	Mánesova 853	Hluboká nad Vltavou	Jihočeský	malá
14	Draspol – stavební podnik s.r.o.	Bohuslavice 19	Bohuslavice	Středočeský	malá
15	DŘEVOMONT AZ s.r.o.	Pivovarská 6	Rožnov pod Radhoštěm	Zlínský	malá
16	DŘEVOSTAVBY BISKUP, s. r. o.	Studené 106	Jílové u Prahy	Středočeský	malá
17	EBH - HAUS s.r.o.	Lešetínská 27	Ostrava-Kunčice	Moravskoslezský	malá
18	EKOSPOL a.s.	Dukelských hrdinů 747/19	Praha 7	Praha	velká
19	FASTAV DEVELOPMENT - AOC, s.r.o.	Jasenická 296	Vsetín	Zlínský	malá
20	FOUKAL s.r.o.	Sudoměřská 1293/32	Praha	Praha	malá
21	GRIFMONT CZ s.r.o.	Budovatelů 917	Chrudim	Pardubický	malá
22	H + H stavební společnost, spol. s r.o.	K jezeru 923/27	Praha	Praha	malá
23	HELLMICH, spol. s r.o.	Hlavní třída 282/144	Mariánské Lázně	Karlovarský	malá
24	HK-DŘESTAV s.r.o.	Doublovičky 11	Jesenice	Středočeský	střední
25	HOSS a.s.	Pavlíkova 466	Benešov	Středočeský	malá
26	Ing. PETR MOUCHA - stavební, spol. s r.o.	Dělnická 206/7	Praha	Praha	malá
27	IPM Building spol. s r.o.	Na Průhoně 369	Konárovice	Středočeský	malá

Poř. č.	Název společnosti	Sídlo	Město	Kraj	Velikost firmy
28	JRD s.r.o.	Korunní 810/104	Praha	Praha	malá
29	LUPA spol. s r.o.	Dobrovského 220	Kralupy nad Vltavou	Středočeský	malá
30	Metrostav Development a.s.	Koželužská 2450/4	Praha	Praha	malá
31	MORAVSKÁ VÝROBNÍ, a.s.	Chomoutov 388	Olomouc	Olomoucký	malá
32	P & P spol. s r.o., projektové a stavebně montážní práce	Vysoké nad Jizerou 349	Vysoké nad Jizerou	Liberecký	malá
33	PENSTAV, spol. s r. o.	Božkovské náměstí 1/14	Plzeň	Plzeňský	malá
34	Portland Trust s.r.o.	Klimentská 46/1216	Praha 1	Praha	malá
35	RBB INVEST, a.s.	Nová Kolonie 1448/6	Praha 5 - Stodůlky	Praha	malá
36	REALSANT s.r.o.	Brněnská 126/38	Žďár nad Sázavou	Vysočina	malá
37	REKO a.s.	třída Kpt. Jaroše 1845/26	Brno	Jihomoravský	střední
38	RESPO, spol.s r.o.	Na pěšince 226	Lety	Středočeský	malá
39	S+B Plan & Bau Prag spol. s.r.o.	Na strži 2097/63	Praha	Praha	malá
40	SENCO CHALOUPEK s.r.o.	Chrástecká 2470/19	Plzeň	Plzeňský	malá
41	Skanska Property Czech Republic, s.r.o.	Křižíkova 682/34a	Praha	Praha	malá
42	SPS engineering s.r.o.	Prostějovská 386/34	Smržice	Praha	střední
43	STABET, spol. s r. o.	4. května 175	Vsetín	Zlínský	malá
44	STAVBA BARTOŠ s.r.o.	Dolany 84	Dolany	Středočeský	malá
45	Stavební firma Hádlík s.r.o.	Ant. Dvořáka 214/38	Třebíč	Vysočina	malá
46	Stavební společnost HUBERT, s.r.o.	Nejdecká 329	Chodov	Karlovarský	malá
47	Stavitelství Kašpar s.r.o.	Náměstí 51	Borohrádek	Královéhradecký	malá
48	STAVPARTNER, spol. s r.o.	Radyňská 463/33	Plzeň	Plzeňský	malá
49	STEP, spol. s r. o.	Malletova 2477/3	Praha	Praha	střední
50	SVAPO, s.r.o.	Skořepka 336/15	Brno	Jihomoravský	malá
51	Tokra s.r.o.	Pod akáty 53/3	Praha 5	Praha	malá
52	Tomeček Bau s. r. o.	Ostravice 504	Ostravice	Moravskoslezský	malá
53	TRENDEX NOVA a.s.	náměstí 14. října 1307/2	Praha	Praha	malá
54	TRIGON MB s.r.o.	Víta Nejedlého 742	Kosmonosy	Středočeský	malá
55	VATACK s.r.o.	Albertova 859/2	Hradec Králové	Královéhradecký	malá

Poř. č.	Název společnosti	Sídlo	Město	Kraj	Velikost firmy
56	VEXTA a.s. (VEKRA)	Hovorčovická 137	Bořanovice	Středočeský	střední
57	VP Stavby s.r.o.	Nad Královskou oborou 159/9	Praha	Praha	malá
58	YIT Stavo s.r.o.	Evropská 2690/17	Praha	Praha	velká
59	ZSE s.r.o.	Kovářská 488/16	Praha 9	Praha	malá

B. Seznam společností s NWC<0

Poř. číslo zdroj. tab.	Jméno společnosti	2010		2011		2012		2013	
		NWC	EBITDA	NWC	EBITDA	NWC	EBITDA	NWC	EBITDA
15	DŘEVOMONT AZ	-2 421	-954	-2 239	1 639	-2 867	-122	-3 096	1 618
17	EBH – HAUS	-4 877	1 192	-6 463	1 830	-5 361	2 556	-2 689	3 246
26	Ing. PETR MOUCHA – stavební	-31 047	1 831	-8 883	-2 574	-44 797	-2 954	-23 995	1 244
29	LUPA	-8 522	5 969	-1 869	-1 091	-7 115	-11 216	3 993	3 200
44	STAVBA BARTOŠ	-8 991	-46	-6 947	683	-11 587	-5 258	-22 186	-7 686
45	Stavební firma Hádlík	-405	867	-230	1 328	-314	246	-101	323
51	TOKRA	-690	1 293	809	508	688	363	2 042	-203
52	Tomeček Bau	14 949	2 009	7 198	-7 366	-874	-9 050	-6 078	-19 668

Poř. číslo zdroj. tab	Jméno společnosti	2014		2015		2016		2017	
		NWC	EBITDA	NWC	EBITDA	NWC	EBITDA	NWC	EBITDA
15	DŘEVOMONT AZ	-3 213	447	-3 975	-338	-1 928	2 015	N/A	N/A
17	EBH – HAUS	-1 694	3 923	-1 298	2 145	-522	1 806	N/A	N/A
26	Ing. PETR MOUCHA – stavební	-2 388	4 761	4 489	9 260	-12 751	N/A	11 174	6 805
29	LUPA	-9 816	14 716	7 739	1 390	-2 617	-11 320	119	7 113
44	STAVBA BARTOŠ	-22 043	1 975	-25 325	-2 233	-11 775	-232	-11 974	-337
45	Stavební firma Hádlík	659	-474	745	533	-1 379	N/A	-951	N/A
51	TOKRA	-190	-1 440	-253	382	-2 246	1 222	-2 411	849
52	Tomeček Bau	-2 068	4 129	-7 901	-5 734	-9 500	-1 469	N/A	N/A

B. Seznam společností s NWC>0

Poř. číslo zdroj tab.	Jméno společnosti	2010		2011		2012		2013	
		NWC	EBITDA	NWC	EBITDA	NWC	EBITDA	NWC	EBITDA
3	ALMARK GROUP s.r.o.	342	521	1 502	554	377	-678	1 973	2 928
7	BEMETT, a.s.	111 524	10 604	118 460	7 962	271 348	-415	318 599	533
13	DEMOSTAV, spol. s r.o.	1 924	54	1 663	-146	356	-6 243	-1 308	1 232
19	FOUKAL s.r.o.	6 074	404	7 008	3 845	8 813	2 786	18 974	14 570
25	HOSS a.s.	12 963	-2 167	9 155	-4 893	5 288	-4 083	4 936	-1 466
31	MORAVSKÁ VÝROBNÍ, a.s.	35 538	1 664	36 681	2 790	33 117	1 830	30 618	4 262
35	RBB INVEST, a.s.	398 297	4 238	351 897	7 484	315 270	1 348	305 808	6 896
40	SENCO CHALOUPEK s.r.o.	-263	-435	-166	587	142	422	486	845
47	Stavitelství Kašpar s.r.o.	3 696	4 055	8 683	5 751	5 503	3 523	10 660	-236
54	TRIGON MB s.r.o.	-712	-1 454	N/A	N/A	1 780	1 931	1 703	498

Poř. číslo zdroj tab.	Jméno společnosti	2014		2015		2016		2017	
		NWC	EBITDA	NWC	EBITDA	NWC	EBITDA	NWC	EBITDA
3	ALMARK GROUP s.r.o.	3 283	2 468	5 247	3 138	5 192	1 672	8 085	9 703
7	BEMETT, a.s.	186 237	2 363	223 507	7 680	223 982	-14 185	86 125	9 022
13	DEMOSTAV, spol. s r.o.	-257	-1 499	2 291	4 383	2 810	N/A	3 600	N/A
19	FOUKAL s.r.o.	30 400	17 918	24 602	245	13 196	15 125	14 393	7 908
25	HOSS a.s.	2 755	-1 512	5 172	199	3 711	-557	1 624	673
31	MORAVSKÁ VÝROBNÍ, a.s.	41 121	3 642	48 345	6 011	N/A	N/A	N/A	N/A
35	RBB INVEST, a.s.	288 907	12 312	250 233	7 111	261 100	3 295	240 679	10 812
40	SENCO CHALOUPEK s.r.o.	635	266	969	352	1 201	260	1 082	550
47	Stavitelství Kašpar s.r.o.	7 704	2 433	10 429	2 676	10 083	6 190	6 511	N/A
54	TRIGON MB s.r.o.	1 745	580	1 746	579	2 620	1 314	N/A	N/A

C. Seřazené hodnoty EBITDA a NWC podniků s NWC>0 a s NWC<0 a výpočet Spearmanova pořadového koeficientu korelace

Pořad. číslo NWC	Hodnoty NWC	Podnik
1	-44 797	I
2	-31 047	B
3	-22 043	R
4	-11 587	J
5	-8 991	C
6	-7 901	W
7	-6 463	E
8	-6 078	O
9	-3 213	P
10	-2 867	CH
11	-2 689	L
12	-2 617	Y
13	-2 421	A
14	-2 411	BB
15	-2 388	Q
16	-2 246	Z
17	-1 928	X
18	-1 869	F
19	-1 298	T
20	-690	D
21	-257	WW
22	-230	G
23	-190	S
24	-166	KK
25	-101	N
26	119	AA
27	342	CC
28	356	MM
29	377	LL
30	486	TT
31	688	K
32	745	V
33	969	DO
34	1 082	KO
35	1 624	JO
36	1 703	UU
37	1 746	EO
38	1 924	DD
39	2 755	XX
40	3 283	VV
41	3 696	GG
42	3 993	M
43	5 192	FO
44	5 288	NN
45	5 503	PP
46	7 008	II
47	7 198	H
48	7 704	ZZ
49	7 739	U
50	10 083	CHO
51	12 963	EE
52	13 196	GO
53	18 974	RR
54	24 602	BO
55	30 618	SS
56	36 681	JJ
57	48 345	CO
58	86 125	IO
59	118 460	HH
60	223 507	AO
61	261 100	HO
62	288 907	YY
63	315 270	OO
64	318 599	QQ
65	398 297	FF

Pořad. číslo EBITDA	Hodnoty EBITDA	Podnik
1	-19 668	O
2	-11 320	Y
3	-7 366	H
4	-6 243	MM

Pořad. číslo EBITDA	Hodnoty EBITDA	Podnik
5	-5 734	W
6	-5 258	J
7	-4 083	NN
8	-2 954	I
9	-2 167	EE
10	-1 512	XX
11	-1 499	WW
12	-1 440	S
13	-1 091	F
14	-954	A
15	-678	LL
16	-122	CH
17	-46	C
18	54	DD
19	245	BO
20	323	N
21	352	DO
22	363	K
23	447	P
24	498	UU
25	521	CC
27	533	QQ
26	533	V
28	550	KO
29	579	EO
30	587	KK
31	673	JO
32	845	TT
33	849	BB
34	1 222	Z
35	1 293	D

Pořad. číslo EBITDA	Hodnoty EBITDA	Podnik
36	1 328	G
37	1 348	OO
38	1 390	U
39	1 672	FO
40	1 830	E
41	1 831	B
42	1 975	R
43	2 015	X
44	2 145	T
45	2 433	ZZ
46	2 468	VV
47	2 790	JJ
48	3 200	M
49	3 246	L
50	3 295	HO
51	3 523	PP
52	3 845	II
53	4 055	GG
54	4 238	FF
55	4 262	SS
56	4 761	Q
57	6 011	CO
58	6 190	CHO
59	7 113	AA
60	7 680	AO
61	7 962	HH
62	9 022	IO
63	12 312	YY
64	14 570	RR
65	15 125	GO

Pořad. číslo NWC	Pořad. číslo EBITDA	Značka pár. dvojice	Rozdíl pořad. čísel D^2
13	14	A	1
26	59	AA	1 089
60	60	AO	0
2	41	B	1 521
14	33	BB	361
54	19	BO	1 225
5	17	C	144
27	25	CC	4
57	57	CO	0
20	35	D	225
38	18	DD	400
33	21	DO	144
7	40	E	1 089
51	9	EE	1 764
37	29	EO	64
18	13	F	25
65	54	FF	121
43	39	FO	16
22	36	G	196
41	53	GG	144
52	65	GO	169
47	3	H	1 936
59	61	HH	4
61	50	HO	121
10	16	CH	36
50	58	CHO	64
1	8	I	49
46	52	II	36
58	62	IO	16
4	6	J	4
56	47	JJ	81
35	31	JO	16
31	22	K	81
24	30	KK	36
34	28	KO	36
11	49	L	1 444
29	15	LL	196
42	48	M	36
28	4	MM	576
25	20	N	25

Pořad. číslo NWC	Pořad. číslo EBITDA	Značka pár. dvojice	Rozdíl pořad. čísel D^2
44	7	NN	1 369
8	1	O	49
63	37	OO	676
9	23	P	196
45	51	PP	36
15	56	Q	1 681
64	27	QQ	1 369
3	42	R	1 521
53	64	RR	121
23	12	S	121
55	55	SS	0
19	44	T	625
30	32	TT	4
49	38	U	121
36	24	UU	144
32	26	V	36
40	46	VV	36
6	5	W	1
21	11	WW	100
17	43	X	676
39	10	XX	841
12	2	Y	100
62	63	YY	1
16	34	Z	324
48	45	ZZ	9
Suma			**23 652**

Spearmanův koeficient pořadové korelace:

$$r_{sp} = 1 - \frac{6\sum_1^{65} D_i}{n(n^2-1)} = 1 - \frac{6 * 23\,652}{65^3 - 65} = 0{,}4831$$

r_{sp}	**0,4831**

D. Seřazené hodnoty EBITDA podniků s NWC>0 a s NWC<0 a výpočet součtu pořadí obou skupin podniků pro Mann-Whitneyův test

hodnoty EBITDA malých podniků s NWC < 0 a malých podniků s NWC > 0 (vzájemně odlišené barvou)	poř. číslo ze sloučeného uspořádaného výběru
-19 668	1
-14 185	2
-11 320	3
-11 216	4
-9 050	5
-7 686	6
-7 366	7
-6 243	8
-5 734	9
-5 258	10
-4 893	11
-4 083	12
-2 954	13
-2 574	14
-2 233	15
-2 167	16
-1 512	17
-1 499	18
-1 469	19
-1 466	20
-1 454	21
-1 440	22
-1 091	23
-954	24
-678	25
-557	26
-474	27
-435	28
-415	29
-338	30
-337	31
-236	32
-232	33
-203	34

hodnoty EBITDA malých podniků s NWC < 0 a malých podniků s NWC > 0 (vzájemně odlišené barvou)	poř. číslo ze sloučeného uspořádaného výběru
-146	35
-122	36
-46	37
54	38
199	39
245	40
246	41
260	42
266	43
323	44
352	45
363	46
382	47
404	48
422	49
447	50
498	51
508	52
521	53
533	54
533	55
550	56
554	57
579	58
580	59
587	60
673	61
683	62
845	63
849	64
867	65
1 192	66
1 222	67
1 232	68

hodnoty EBITDA malých podniků s NWC < 0 a malých podniků s NWC > 0 (vzájemně odlišené barvou)	poř. číslo ze sloučeného uspořádaného výběru
1 244	69
1 293	70
1 314	71
1 328	72
1 348	73
1 390	74
1 618	75
1 639	76
1 664	77
1 672	78
1 806	79
1 830	80
1 830	81
1 831	82
1 931	83
1 975	84
2 009	85
2 015	86
2 145	87
2 363	88
2 433	89
2 468	90
2 556	91
2 676	92
2 786	93
2 790	94
2 928	95
3 138	96
3 200	97
3 246	98
3 295	99
3 523	100

hodnoty EBITDA malých podniků s NWC < 0 a malých podniků s NWC > 0 (vzájemně odlišené barvou)	poř. číslo ze sloučeného uspořádaného výběru
3 642	101
3 845	102
3 923	103
4 055	104
4 129	105
4 238	106
4 262	107
4 383	108
4 761	109
5 751	110
5 969	111
6 011	112
6 190	113
6 805	114
6 896	115
7 111	116
7 113	117
7 484	118
7 680	119
7 908	120
7 962	121
9 022	122
9 260	123
9 703	124
10 604	125
10 812	126
12 312	127
14 570	128
14 716	129
15 125	130
17 918	131

Součet pořadí T_1 (malé podniky s NWC<0)	Součet pořadí T_2 (malé podniky s NWC>0)
3 277	5 369
$U_1 = n_1 n_2 + \frac{n_1(n_1+1)}{2} - T_1$	2 668
$U_2 = n_1 n_2 - U_1$	1 566