

TECHNICKÁ UNIVERZITA V LIBERCI

**FAKULTA MECHATRONIKY A MEZIOBOROVÝCH
INŽENÝRSKÝCH STUDIÍ**



DIPLOMOVÁ PRÁCE

**APLIKACE STAVOVÉ REGULACE VYBRANÉ ÚLOHY
V LABORATOŘI ŘÍZENÍ**

Liberec 2002

Radek Reif

TECHNICKÁ UNIVERZITA V LIBERCI

Fakulta mechatroniky a mezioborových inženýrských studií

Katedra řídicí techniky

Školní rok: 2001/2002

ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

pro: Radka Reifa
studijní obor: 2612T - Elektrotechnika a informatika
obor: Automatické řízení a inženýrská informatika

Vedoucí katedry Vám ve smyslu zákona o vysokých školách č.111/1998 Sb. určuje tuto diplomovou práci:

Název tématu:

Aplikace stavové regulace vybrané úlohy v laboratoři řízení

Zásady pro vypracování:

1. Pro vybranou laboratorní úlohu v laboratoři řízení proveďte s počítačovou podporou MATLABu:
 - diskrétní identifikaci soustavy (měření statických charakteristik, identifikační měření)
 - návrh vhodného stavového modelu
 - návrh stavového regulátoru
 - ověření dynamických vlastností obvodu simulací a na reálné soustavě
 - porovnejte získané výsledky s klasickou PID regulací
2. Součástí diplomové práce bude tato dokumentace:
 - popis použité metody identifikace soustavy a syntézy regulátoru
 - technický popis úlohy včetně její ovládní
 - zpracovaná identifikační měření, modely
 - nalezené stavové regulátory včetně popisu jejich výchozích dat a předpokladů
 - programová schémata
3. V elektronické hypertextové podobě vypracujte pro účely výuky:
 - jednoduchý manuál pro práci s příkazy stavového popisu a stavové regulace v prostředí Matlab Control System Tbx
 - popis úlohy, její ovládní a laboratorní návody

Prohlášení:

Byl jsem seznámen s tím, že na mou diplomovou práci se plně vztahuje zákon č.121/2000 o právu autorském, zejména § 60 (školní dílo).

Beru na vědomí, že TUL má právo na uzavření licenční smlouvy o užití mé DP a prohlašuji, že **souhlasím** s případným užitím mé diplomové práce (prodej, zapůjčení apod.).

Jsem si vědom toho, že užít své diplomové práce či poskytnout licenci k jejímu využití mohu jen se souhlasem TUL, která má právo ode mne požadovat přiměřený příspěvek na úhradu nákladů, vynaložených univerzitou na vytvoření díla (až do jejich skutečné výše).

Diplomovou práci jsem vypracoval samostatně s použitím uvedené literatury a na základě konzultací s vedoucím diplomové práce a konzultantem.

Datum

Podpis

Poděkování:

Je mojí milou povinností poděkovat pánům Doc. Ing. Osvaldu Modrlákovi, Csc. a Doc. Ing. Bedřichu Janečkovi, Csc. za cenné připomínky a rady.

Anotace:

Cílem diplomové práce je aplikovat stavovou regulaci na vybrané úlohy v laboratoři řízení a porovnat ji s PID regulací. Zhotovit podklady pro pedagogickou dokumentaci určené k ověření správnosti aplikace stavové regulace na jednotlivé úlohy. Vytvořit manuál pro práci s příkazy stavové regulace v prostředí MATLAB Control System Toolbox.

Byl proveden návrh jak pro spojité, tak i pro diskrétní stavový regulátor. Jako estimátor byl použit deterministický estimátor úplného řádu i Kalmanův estimátor.

Vybrané úlohy, na které byla aplikována stavová regulace a pro které byly vytvořeny pedagogické podklady:

- soustava: motorek, pružná spojka, dynamo,
- průtokový ohřívač,
- regulace tlaku v trubce.

Abstract:

The aim of the diploma thesis is to apply the state control on chosen tasks in a control laboratory and to compare it with the PID regulation; to create basis for pedagogical documentation with correct solutions of application state control on chosen tasks; to prepare a manual for state regulation commands in MATLAB Control System Toolbox.

A project for both state-feedback regulator for discrete-time and continuous plant has been done. The deterministic state estimator as well as Kalman's estimator was used.

Chosen task where state control was applied and basis for pedagogical documentation has been done:

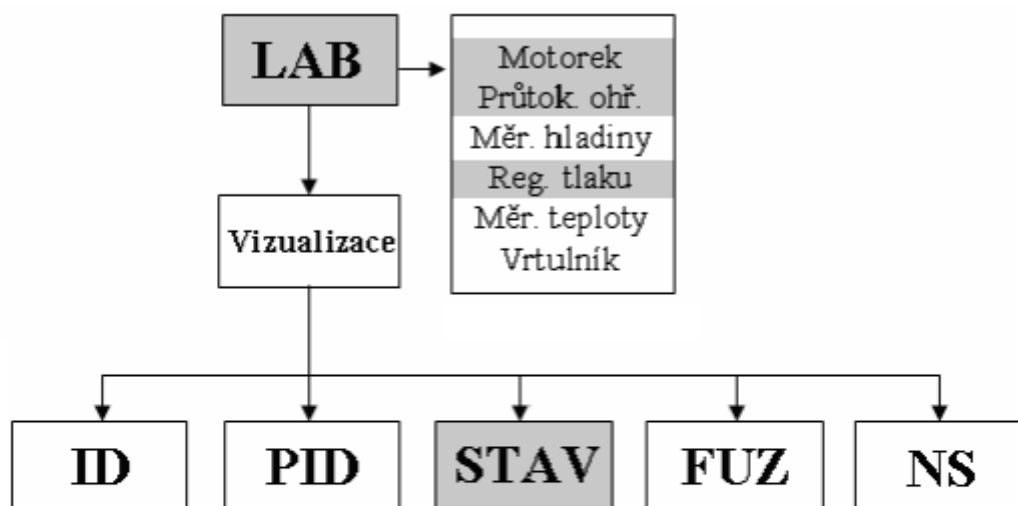
- system: motor, elastic coupling, dynamo,
- instantaneous water heater,
- pressure control in a pipe.

Obsah:

1. Úvod	7
2. Popis použitých metod identifikace, estimace a syntézy stavového regulátoru	9
2.1. Identifikace soustavy	9
2.2. Estimace stavu	12
2.3. Syntéza stavového regulátoru	15
3. Popis vybraných úloh v laboratoři řízení a nalezení jejich stavových popisů	22
3.1. Soustava: motorek, pružná spojka, dynamo	22
3.2. Průtokový ohřívač	27
3.3. Regulace tlaku v trubce	32
4. Aplikace stavové regulace na vybrané úlohy v laboratoři řízení	36
4.1. Podklady pro pedagogickou dokumentaci aplikace stavové regulace	36
4.2. Aplikace stavové regulace na úlohu soustava: motorek, spojka, dynamo	38
5. Manuál pro práci s příkazy stavové regulace v Control System Toolboxu	53
6. WWW stránky	54
7. Závěr	55
8. Použitá literatura	56
9. Seznam příloh	57

1. Úvod

Tato diplomová práce vznikla v rámci interního projektu katedry řídicí techniky nazvaném Podpora výuky automatického řízení pomocí internetu. Každý vyučovaný předmět obsažený v tomto projektu je podporován v přednáškách, cvičeních a laboratořích. Má práce se podííl na částech šedivě vyznačených na obr.1.1.



Legenda:

LAB – laboratoře	STAV – stavová regulace
ID – identifikace	FUZ – fuzzy regulace
PID – spojitá regulace	NS – nelineární systémy

Obr.1.1 Struktura hypertextových dokumentů – laboratoře

V rámci studijního oboru Automatické řízení a inženýrská informatika na Fakultě mechatroniky získává absolvent přehled o automatické regulaci, včetně moderních metod řízení. Mezi tyto metody patří i stavová regulace. Do této doby se při výuce stavová regulace používala jen v teoretické rovině. Pro lepší pochopení kladů a záporů této metody je nutné ji vyzkoušet i na praktických úlohách.

Cílem mé práce je aplikovat stavovou regulaci (se softwarovou podporou programu MATLAB) na vybrané úlohy v laboratoři řízení a vytvořit pro ně podklady pro pedagogickou dokumentaci. Porovnat stavovou regulaci s PID regulací. Výběr úloh byl koncipován tak, aby byly vybrány systémy s různou dynamikou. Stručný přehled vlastností úloh je uveden v tab.1.1. Pro všechny tyto úlohy je omezený rozsah akční veličiny.

Název úlohy	Vlastnosti úlohy
Soustava: motorek, pružná spojka, dynamo.	Kmitavá soustava s dobou ustálení na skokovou změnu akční veličiny kolem 10s.
Průtokový ohřívač.	Nekmitavá soustava s velmi pomalou dynamikou.
Regulace tlaku v trubce.	Soustava s rychlou dynamikou a s velkým zatížením výstupní veličiny šumem.

Tab.1.1 Výběr úloh pro aplikaci stavové regulace

Dalším bodem práce je vytvořit manuál pro práci s příkazy stavové regulace v prostředí MATLAB Control System Toolbox. Výsledky této práce budou sloužit pro účely výuky předmětu Teorie automatického řízení II (dále TAR II), který je vyučován ve čtvrtém ročníku studijního oboru Automatické řízení a inženýrská informatika.

2. Popis použitých metod identifikace, estimace a syntézy stavového regulátoru

Při zpracování této kapitoly byla použita literatura [1] a [2].

2.1. Identifikace soustavy

Nyní budou připomenuty základní pojmy z identifikace systémů a bude provedeno jednoduché rozdělení identifikačních metod.

Statická charakteristika soustavy

Je to závislost mezi výstupní veličinou y a akční veličinou u v ustáleném stavu.

Matematický model

Je matematické vyjádření podstatných vlastností existujícího nebo konstruovaného systému, který popisuje znalosti o systému v použitelné formě.

Identifikace

Nalezení matematického modelu systému.

Spojité identifikace

Určení spojitého modelu systému. Např. přenos $F(s)$.

Diskrétní identifikace

Určení diskrétního modelu systému. Např. přenos $F(z)$. Lze řešit jako nalezení spojitého modelu a jeho následná diskretizace.

Identifikace

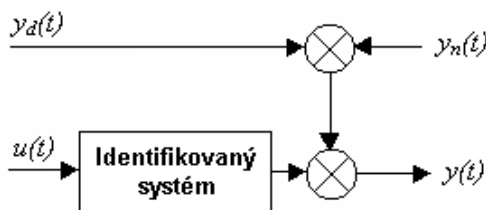
- vycházející z matematicko-fyzikální analýzy se nazývá analytická identifikace,
- vycházející z měření na systému se nazývá experimentální identifikace.

Výsledkem experimentální identifikace může být:

- Průběh dynamické charakteristiky nebo funkční závislost mezi zvoleným vstupním a výstupním signálem. Tato identifikace se označuje jako neparametrická identifikace.
- Parametry modelu zvolené struktury (např. řád čitatele a jmenovatele obrazového přenosu). Hovoříme pak o parametrické identifikaci (parametry – koeficienty).

Identifikovaný systém

Systém na němž provádíme identifikaci.



Obr.2.1 Identifikovaný systém

Akční veličina $u(t)$ je veličina, pomocí níž uskutečňujeme akční zásahy do systému. Touto veličinou uskutečňuje regulátor vlastní regulaci.

Neužitečný - parazitní šumový signál $y_n(t)$ je náhodný signál, který může vznikat na převodnicích, zesilovačích a dalších členech. Neužitečný šumový signál je popsán statistickými charakteristikami (střední hodnotou, rozptylem, korelačními a autokorelačními funkcemi,...).

Signál $y_d(t)$ je signál, který vzniká jako odezva na vstup neměřené poruchové veličiny $d(t)$.

Výstupní (regulovaná) veličina $y(t)$ je veličina, kterou měříme na výstupu soustavy a kterou chceme regulovat.

Testovací signály

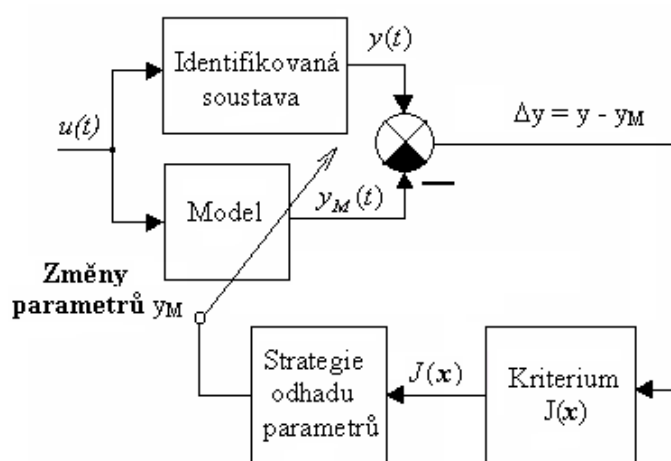
- Umíme je jednoduše generovat.
- Lze je matematicky popsat.
- Lze je realizovat pomocí akčních členů.
- Dají se použít pro daný proces.
- Dostatečně vybudí dynamický systém (s ohledem na dynamiku kolem pracovního bodu).

Nejvíce používané testovací signály jsou skokové funkce akční veličiny.

Protože v této práci je použita spojitá parametrická identifikace, bude v následujícím textu blíže popsána.

Spojitá parametrická identifikace

Na obr.2.2 je vidět struktura spojité parametrické identifikace.



Obr.2.2 Struktura spojité parametrické identifikace

Identifikace se provádí ON nebo OFF LINE. ON LINE identifikace se provádí v reálném čase přímo na reálné soustavě. Naproti tomu u OFF LINE identifikace nejdříve

provedeme identifikační měření, které se ukládá na vhodné médium. Pak následuje zpracování měření, které se již zpravidla provádí mimo zkoumaný objekt.

Struktura modelu identifikované soustavy

Struktura modelu je chápána jako zvolený tvar obrazového přenosu. Hledané parametry pak jsou koeficienty polynomů čitatele a jmenovatele.

Kritérium

Kritérium vyjadřuje míru shody mezi identifikovaným dynamickým systémem a jeho modelem, používá se kvadratické kritérium ve tvaru:

$$J = J(\mathbf{x}) = \int_0^{\tau} [y(t) - y_M(t)]^2 dt \doteq \sum_{i=1}^N (y_i - y_{Mi})^2, \quad (2-1)$$

kde \mathbf{x} je vektor parametrů,
 $y(t)$ je odezva systému na testovací budící signál,
 $y_m(t)$ je odezva modelu na testovací budící signál.

Strategie přizpůsobení parametrů modelu identifikované soustavy

Úloha parametrizace se řeší jako nalezení volného extrému funkce více proměnných (proměnné jsou v tomto případě hledané parametry \mathbf{x}) a obecně je možno zformulovat hledání těchto proměnných (parametrů) jako hledání minima funkce $J(\mathbf{x})$. Dvě základní metody, Gaussova a polyedrického hledání, jsou popsány v [1]. S úspěchem lze také požit softwarovou podporu programu MATLAB, a to funkci pro minimalizaci funkce více proměnných `fminsearch` (`fmins`).

V dalším textu bude připomenut tvar stavových rovnic a také stavový popis nazvaný normální forma pozorovatelnosti.

Základní pojmy stavového popisu

Pro lineární časově invariantní soustavu s jedním vstupem a jedním výstupem (v této práci je uvažován systém SISO) má stavová rovnice a výstupní rovnice tvar:

a) pro spojitý popis

$$\begin{aligned} \mathbf{x}'(t) &= \mathbf{A} \cdot \mathbf{x}(t) + \mathbf{B} \cdot u(t) \\ y(t) &= \mathbf{C} \cdot \mathbf{x}(t) + D \cdot u(t) \end{aligned}, \quad (2-2)$$

b) pro diskrétní popis

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(k+1) &= \mathbf{M} \cdot \mathbf{x}(k) + \mathbf{N} \cdot u(k) \\ y(k) &= \mathbf{C} \cdot \mathbf{x}(k) + D \cdot u(k) \end{aligned}, \quad (2-3)$$

kde je	A, M	matice soustavy	[n,n],
	B, N	matice buzení	[n,1],
	C	matice výstupu	[1,n],
	D	matice převodu	[1,1],
	x(t), x(k)	vektor stavových veličin	[n,1],
	u(t), u(k)	buzení	[1,1],
	y(t), y(k)	výstupní veličina	[1,1],
	n	řád soustavy, počet stavových veličin.	

Nalezení stavového popisu v normální formě pozorovatelnosti (NFP)

1) Spojitý popis:

$$\text{Obrazový přenos: } F(s) = \frac{B(s)}{A(s)} = \frac{b_{n-1} \cdot s^{n-1} + b_{n-2} \cdot s^{n-2} + \dots + b_1 \cdot s + b_0}{s^n + a_{n-1} \cdot s^{n-1} + \dots + a_1 \cdot s + a_0} = \frac{Y(s)}{U(s)}. \quad (2-4)$$

V [2] je provedeno nalezení stavového popisu, které se nazývá normální forma pozorovatelnosti (rekonstruovatelnosti), na základě metody postupných integrací.

Struktura vektoru stavu \mathbf{x} , matice systému \mathbf{A} , matice buzení \mathbf{B} a matice výstupu \mathbf{C} ($\mathbf{D} = 0$) je

$$\mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \\ \vdots \\ x_{n-1}(t) \\ x_n(t) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{A} = \begin{bmatrix} -a_{n-1}; & 1; & 0; & \dots & ; & 0 \\ -a_{n-2}; & 0; & 1; & \dots & ; & 0 \\ -a_{n-3}; & 0; & 0; & \dots & ; & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & & \cdot \\ -a_1 & ; & 0; & 0; & \dots & ; & 1 \\ -a_0 & ; & 0; & 0; & \dots & ; & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} b_{n-1} \\ b_{n-2} \\ b_{n-3} \\ \cdot \\ b_1 \\ b_0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C} = [1,0,0,\dots,0]. \quad (2-5)$$

2) Diskrétní popis:

Struktura matice systému \mathbf{M} , matice buzení \mathbf{N} a matice výstupu \mathbf{C} je zachována. Koeficienty se určují z diskrétního přenosu.

$$\mathbf{x}(k) = \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \\ x_3(k) \\ \vdots \\ x_{n-1}(k) \\ x_n(k) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{M} = \begin{bmatrix} -a_{n-1}; & 1; & 0; & \dots & ; & 0 \\ -a_{n-2}; & 0; & 1; & \dots & ; & 0 \\ -a_{n-3}; & 0; & 0; & \dots & ; & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & & \cdot \\ -a_1 & ; & 0; & 0; & \dots & ; & 1 \\ -a_0 & ; & 0; & 0; & \dots & ; & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{N} = \begin{bmatrix} b_{n-1} \\ b_{n-2} \\ b_{n-3} \\ \cdot \\ b_1 \\ b_0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C} = [1,0,0,\dots,0]. \quad (2-6)$$

2.2. Estimace stavu

Všechny složky vektoru stavových veličin obecně nelze měřit. Z toho důvodu se používá estimátor stavového vektoru. Estimátor na základě modelu soustavy dovede stavový vektor odhadovat (odhad – estimace). Podle toho, zda měřený výstup je nebo není zatížen aditivním parazitním šumem, můžeme estimaci dělit na deterministickou estimaci stavu a na Kalmanovu estimaci stavu.

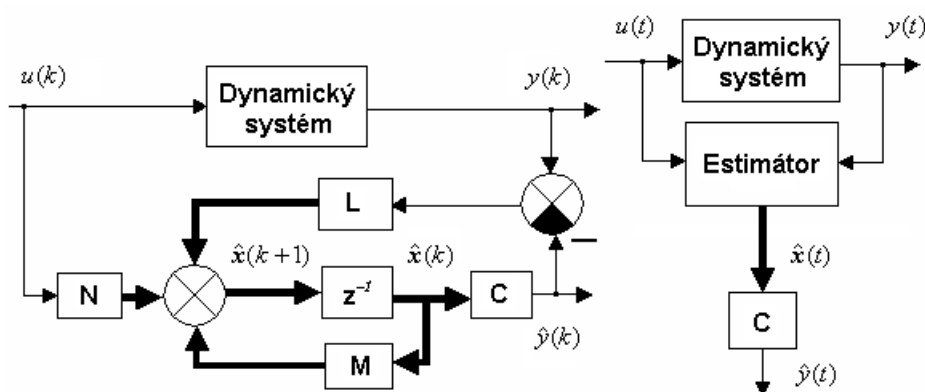
Deterministický estimátor stavu

Deterministické estimátory můžeme dělit na estimátory úplného řádu a na estimátory redukovaného řádu. Estimátory úplného řádu estimují celý stavový vektor na základě znalosti akční veličiny (buzení) a výstupu soustavy. Naproti tomu estimátory redukovaného řádu se používají u soustav, kde můžeme některé složky stavového vektoru přímo měřit a potom estimujeme pouze zbývající neměřené složky stavového vektoru.

Deterministický estimátor úplného řádu

Tento návrh byl navržen D.G.Luenbergem. Odvození je provedeno pro diskretní systém v [2]. Vychází z předpokladu, že je znám lineární stavový model, je měřen výstup ze soustavy $y(k)$ a je znám vstup $u(k)$. Stavové rovnice systému jsou ve tvaru (2-3) :

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{M}\mathbf{x}(k) + \mathbf{N}u(k), \quad y(k) = \mathbf{C}\mathbf{x}(k).$$



Obr.2.3 Struktura estimace odhadu vektoru stavu

Informace o stavu odhadu je obsažena v rozdílu

$$\Delta y(k) = y(k) - \hat{y}(k). \quad (2-7)$$

Rovnice estimátoru (pomocí symbolu „ $\hat{\cdot}$ “ se označují estimované veličiny)

$$\hat{\mathbf{x}}(k+1) = \mathbf{M}\hat{\mathbf{x}}(k) + \mathbf{N}u(k) + \mathbf{L}[y(k) - \hat{y}(k)].$$

Vyjádříme odhad výstupu estimátoru pomocí vektoru odhadu $\hat{\mathbf{x}}(t)$

$$\hat{\mathbf{x}}(k+1) = \mathbf{M}\hat{\mathbf{x}}(k) + \mathbf{N}u(k) + \mathbf{L}[y(k) - \mathbf{C}\hat{\mathbf{x}}(k)]. \quad (2-8)$$

Chyba odhadu je pak rovna

$$\Delta \mathbf{x}(k+1) = (\mathbf{M} - \mathbf{L}\mathbf{C})\Delta \mathbf{x}(k), \quad (2-9)$$

kde \mathbf{L} je matice estimátoru. Dynamika chyby odhadu závisí právě na volbě této matice a potřebujeme zajistit, aby chyba odhadu konvergovala k nule.

Dynamické vlastnosti chyby odhadu jsou dány vlastními čísly matice $(\mathbf{M} - \mathbf{L}\mathbf{C})$. Tato vlastní čísla se volí a na jejich základě se dopočítává matice estimátoru \mathbf{L} . Vlastní čísla se dají určit z determinantu (2-10)

$$\det\{z\mathbf{I} - (\mathbf{M} - \mathbf{L}\mathbf{C})\} = z^n + a_{n-1} \cdot z^{n-1} + a_{n-2} \cdot z^{n-2} + \dots + a_1 \cdot z + a_0. \quad (2-10)$$

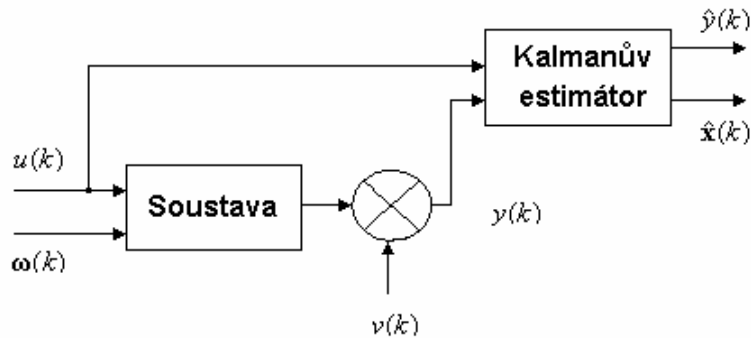
Pro spojitý případ obdobně.

Kalmanův estimátor

V případě, že výstupní signál je zatížen stochastickým parazitním signálem, je potřeba uvažovat ve stavovém modelu působení stochastického signálu na výstupní veličinu $y(t)$ i na jednotlivé složky stavového vektoru $\mathbf{x}(t)$. Stavová rovnice pak má tvar

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(k+1) &= \mathbf{M}\mathbf{x}(k) + \mathbf{N}u(k) + \boldsymbol{\omega}(k), \\ y(k) &= \mathbf{C}\mathbf{x}(k) + v(k), \end{aligned} \quad (2-11)$$

kde $v(k), \boldsymbol{\omega}(k)$ je posloupnost náhodných nezávislých vektorů.



Obr.2.4 Struktura odhadu stavu s Kalmanovým estimátorem

Struktura estimátoru (2-8) zůstane zachována, ale matice estimátoru bude určena na základě jiných požadavků a podmínek

$$\hat{\mathbf{x}}(k+1) = \mathbf{M}\hat{\mathbf{x}}(k) + \mathbf{N}u(k) + \mathbf{L}[y(k) - \mathbf{C}\hat{\mathbf{x}}(k)]. \quad (2-12)$$

Chyba odhadu

$$\begin{aligned} \Delta\mathbf{x}(k+1) &= \mathbf{x}(k+1) - \hat{\mathbf{x}}(k+1) = \mathbf{M}\mathbf{x}(k) + \mathbf{N}u(k) - \{\mathbf{M}\hat{\mathbf{x}}(k) + \mathbf{N}u(k) + \mathbf{L}[y(k) - \mathbf{C}\hat{\mathbf{x}}(k)]\} \\ \Delta\mathbf{x}(k+1) &= (\mathbf{M} - \mathbf{L}\mathbf{C})\Delta\mathbf{x}(k) + \boldsymbol{\omega}(k) - \mathbf{L}v(k). \end{aligned} \quad (2-13)$$

Základní informace o chybě odhadu poskytuje kovariační matice, která na hlavní diagonále má informaci o rozptylech.

Kovariační matice chyby odhadu v čase $k+1$ je rovna

$$\mathbf{P}(k+1) = (\mathbf{M} - \mathbf{L}\mathbf{C}) \cdot \mathbf{P}(k) \cdot (\mathbf{M} - \mathbf{L}\mathbf{C})^T + \mathbf{Q} + \mathbf{L}\mathbf{R}\mathbf{L}^T, \quad (2-14)$$

kde je označení $\mathbf{P}(k) = E\{\Delta\mathbf{x}(k)\Delta\mathbf{x}(k)^T\}$, $\mathbf{Q} = E\{\boldsymbol{\omega}(k)\boldsymbol{\omega}(k)^T\}$, $\mathbf{R} = E\{v(k)v(k)^T\}$,

kde \mathbf{Q} je kovariační matice $[n, n]$ vektoru šumu $\boldsymbol{\omega}(k)$,
 \mathbf{R} je kovariační matice $[1, 1]$ vektoru šumu $v(k)$.

Po úpravách provedených v [2] dostaneme

$$\mathbf{L}(k) = \mathbf{M} \cdot \mathbf{P}(k) \cdot \mathbf{C}^T [\mathbf{C} \cdot \mathbf{P}(k) \cdot \mathbf{C}^T + \mathbf{R}]^{-1}, \quad (2-15)$$

$$\mathbf{P}(k+1) = (\mathbf{M} - \mathbf{L}(k)\mathbf{C}) \cdot \mathbf{P}(k) \cdot (\mathbf{M} - \mathbf{L}(k)\mathbf{C})^T + \mathbf{Q} + \mathbf{L}(k)\mathbf{R}\mathbf{L}(k)^T. \quad (2-16)$$

Rovnice (2-15) a (2-16) dávají rekurzivní vztah pro výpočet kovariační matice $\mathbf{P}(k+1)$ a matice estimátoru $\mathbf{L}(k)$ z výchozího stavu $\mathbf{P}(0)$. V limitě pro neomezený počet kroků (v praxi pro dostatečně velký počet kroků získáme matici estimátoru, která se již nemění)

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \mathbf{L}(k) = \mathbf{L}. \quad (2-17)$$

Matice estimátoru $\mathbf{L}(k)$ nezávisí na měřených hodnotách, a proto ji je možno spočítat před vlastním odhadem stavu.

2.3. Syntéza stavových regulátorů

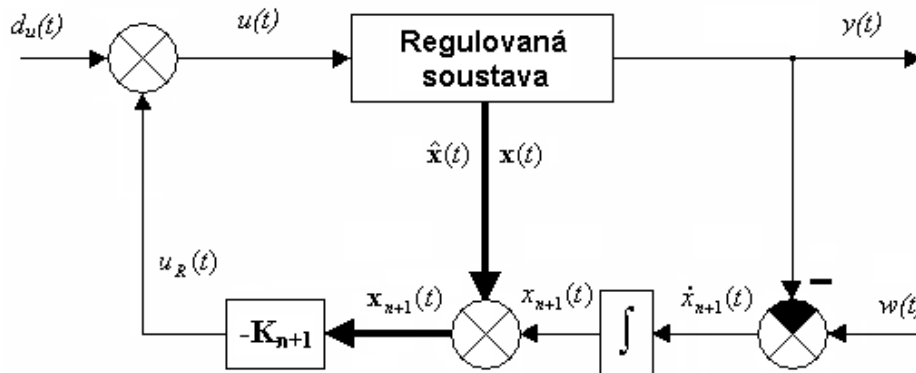
Základní rozdíl stavového regulátoru oproti PID regulátoru je v tom, že stavový regulátor využívá k regulaci všechny stavové veličiny. Platí:

$$u_R(t) = -\mathbf{K} \cdot \mathbf{x}(t), \quad (2-18) \quad u_R(k) = -\mathbf{K} \cdot \mathbf{x}(k), \quad (2-19)$$

kde je \mathbf{K} matice regulátoru $[1; n]$,
 $\mathbf{x}(t), \mathbf{x}(k)$ vektory stavu,
 $u_R(t), u_R(k)$ akční veličina vystupující s regulátoru.

Říkáme, že stavový regulátor využívá úplné informace o systému. Pokud nemůžeme všechny stavové veličiny měřit (nebo to není výhodné – např. z důvodů šumu), potom se tyto stavové veličiny estimují (odhadují) pomocí estimátoru stavu a na místo vektorů $\mathbf{x}(t), \mathbf{x}(k)$ jsou dosazovány vektory estimované $\hat{\mathbf{x}}(t), \hat{\mathbf{x}}(k)$. Při návrhu matice regulátoru a estimátoru platí princip separability, návrhy se vzájemně neovlivňují a můžou se tak navrhovat nezávisle na sobě.

Spojité stavové regulátor pro vyrovnání trvalé poruchy



Obr.2.5 Stavový regulátor pro vyrovnání trvalé poruchy

Do stavového regulátoru vstupují buď měřené nebo odhadované stavové veličiny (odhadované stavové veličiny získáme pomocí estimátoru). Návrh je omezen pro skokové změny poruch (žádané hodnoty).

Integrací regulační odchylky $e(t)$ obdržíme pomocnou stavovou veličinu $x_{n+1}(t)$, pomocí níž se zajišťuje vyrovnání trvalé poruchy $d_u(t)$ nebo dosažení žádané hodnoty $w(t)$. Zařazení integrátoru zvyšuje o jedna řád systému. Akční veličina vstupující do systému $u(t)$ je rovna

$$u(t) = u_R(t) + d_u(t). \quad (2-20)$$

Stavový popis regulované soustavy

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}u(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B} \cdot [u_R(t) + d_u(t)]. \quad (2-21)$$

Stavová veličina $x_{n+1}(t)$ splňuje rovnici (z obrázku)

$$\dot{x}_{n+1}(t) = w(t) - y(t) = w(t) - \mathbf{C}\mathbf{x}(t). \quad (2-22)$$

Rozšířená stavová rovnice má tvar

$$\dot{\mathbf{x}}_{n+1}(t) = \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}}(t) \\ \dot{x}_{n+1}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} ; \mathbf{0} \\ -\mathbf{C} ; 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{x}(t) \\ x_{n+1}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ 1 \end{bmatrix} \cdot w(t) + \begin{bmatrix} \mathbf{B} \\ 0 \end{bmatrix} \cdot u(t) + \begin{bmatrix} \mathbf{B} \\ 0 \end{bmatrix} \cdot d_u(t). \quad (2-23)$$

Vstup $u(t)$ je roven

$$u(t) = -\mathbf{K}_{n+1}\mathbf{x}_{n+1}(t), \quad (2-24)$$

kde $\mathbf{x}_{n+1}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{x}(t) \\ x_{n+1}(t) \end{bmatrix}$, $\mathbf{K}_{n+1} = [\mathbf{K} \quad k_{n+1}]$,
 $\mathbf{x}_{n+1}(t)$ rozšířený stavový vektor,

\mathbf{K}_{n+1} matice rozšířeného stavového regulátoru .

Dosažením (2-24) do (2-23) dostaneme

$$\dot{\mathbf{x}}_{n+1}(t) = \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}}(t) \\ \dot{x}_{n+1}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} ; \mathbf{0} \\ -\mathbf{C} ; \mathbf{0} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{x}(t) \\ x_{n+1}(t) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{B} \\ 1 \end{bmatrix} \cdot [\mathbf{K} \quad k_{n+1}] \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{x}(t) \\ x_{n+1}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ 1 \end{bmatrix} \cdot w(t) + \begin{bmatrix} \mathbf{B} \\ 0 \end{bmatrix} \cdot d_u(t)$$

Označíme-li pro zjednodušení $\mathbf{A}_{n+1} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} ; \mathbf{0} \\ -\mathbf{C} ; \mathbf{0} \end{bmatrix}$ a $\mathbf{B}_{n+1} = \begin{bmatrix} \mathbf{B} \\ 0 \end{bmatrix}$, potom můžeme pro uzavřený obvod s rozšířeným stavovým vektorem psát

$$\dot{\mathbf{x}}_{n+1}(t) = (\mathbf{A}_{n+1} - \mathbf{B}_{n+1}\mathbf{K}_{n+1}) \cdot \mathbf{x}_{n+1}(t) + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ 1 \end{bmatrix} \cdot w(t) + \mathbf{B}_{n+1} \cdot d_u(t), \quad (2-25)$$

$$y(t) = [\mathbf{C} ; 0] \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{x}(t) \\ x_{n+1}(t) \end{bmatrix}.$$

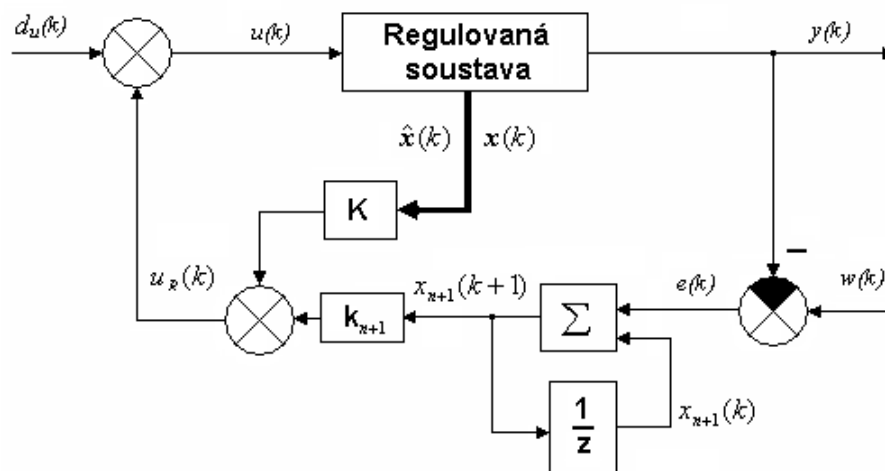
Charakteristický polynom je roven

$$\det[s\mathbf{I} - (\mathbf{A}_{n+1} - \mathbf{B}_{n+1}\mathbf{K}_{n+1})] = (s - s_1) \cdot (s - s_2) \cdot (s - s_3) \cdot \dots \cdot (s - s_{n+1}). \quad (2-26)$$

Volbou pólů uzavřeného obvodu (vlastní čísla matice $[\mathbf{A}_{n+1} \quad \mathbf{B}_{n+1} \cdot \mathbf{K}_{n+1}]$) můžeme ovlivňovat dynamiku regulačního pochodu a obdržíme tak řešením (2-26) matici stavového regulátoru \mathbf{K}_{n+1} . Tato metoda se často nazývá i jako pole-placement.

Diskrétní stavový regulátor pro vyrovnání trvalé poruchy

Místo integrátoru použijeme diskrétní sumátor.



Obr.2.6 Schéma stavového regulátoru se sumátorem
Odvození je provedeno v [2].

Stavová rovnice pro rozšířený obvod je

$$\mathbf{x}_{n+1}(k+1) = \begin{bmatrix} \mathbf{M} ; \mathbf{0} \\ -\mathbf{CM} ; 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{x}(k) \\ x_{n+1}(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{N} \\ -\mathbf{CN} \end{bmatrix} u(k) + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ 1 \end{bmatrix} w(k+1) \quad (2-27)$$

Označíme-li $\mathbf{M}_{n+1} = \begin{bmatrix} \mathbf{M} ; \mathbf{0} \\ -\mathbf{C} ; 1 \end{bmatrix}$; $\mathbf{N}_{n+1} = \begin{bmatrix} \mathbf{N} \\ 0 \end{bmatrix}$; $\mathbf{N}_w = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ 1 \end{bmatrix}$, potom je charakteristický polynom roven

$$\det[z\mathbf{I} - (\mathbf{M}_{n+1} - \mathbf{N}_{n+1}\mathbf{K}_{n+1})] = (z - z_1) \cdot (z - z_2) \cdot (z - z_3) \cdots (z - z_{n+1}). \quad (2-28)$$

Pomocí volby pólů uzavřeného regulačního obvodu můžeme ovlivňovat dynamiku regulačního pochodu a spočítat stavový regulátor \mathbf{K}_{n+1} .

$$u(k) = -\mathbf{K}_{n+1}\mathbf{x}_{n+1}(k). \quad (2-29)$$

Návrh diskrétního stavového regulátoru podle kvadratického kritéria

Při návrhu diskrétního stavového regulátoru podle kvadratického kritéria se používá rozšířené kvadratické kriterium ve tvaru

$$J(u_k) = \sum_{k=1}^N [\mathbf{x}^T(k)\mathbf{Q}\mathbf{x}(k) + \mathbf{u}^T(k)\mathbf{R}\mathbf{u}(k)] + \mathbf{x}^T(N)\mathbf{P}\mathbf{x}(N), \quad (2-30)$$

kde \mathbf{Q}, \mathbf{R} jsou pozitivně definitní symetrické matice váhových koeficientů. Matice \mathbf{Q}, \mathbf{R} se volí zpravidla diagonální. Pro systémy s jedním vstupem a jedním výstupem je matice \mathbf{R} skalár.

Uvažujme stavový model regulované soustavy ve tvaru

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{M}\mathbf{x}(k) + \mathbf{N}u(k),$$

$$u_R(k) = -\mathbf{K}\mathbf{x}(k),$$

pak při podmínce minima rozšířeného kvadratického kritéria

$$J(u_k) = \sum_{k=1}^{\infty} [\mathbf{x}^T(k)\mathbf{Q}\mathbf{x}(k) + u^T(k)\mathbf{R}u(k)] + \mathbf{x}^T(N)\mathbf{P}\mathbf{x}(N) \rightarrow \text{MIN}, \quad (2-31)$$

vyhovuje stavový regulátor s maticí regulátoru \mathbf{K} , který vypočteme ze vzorce

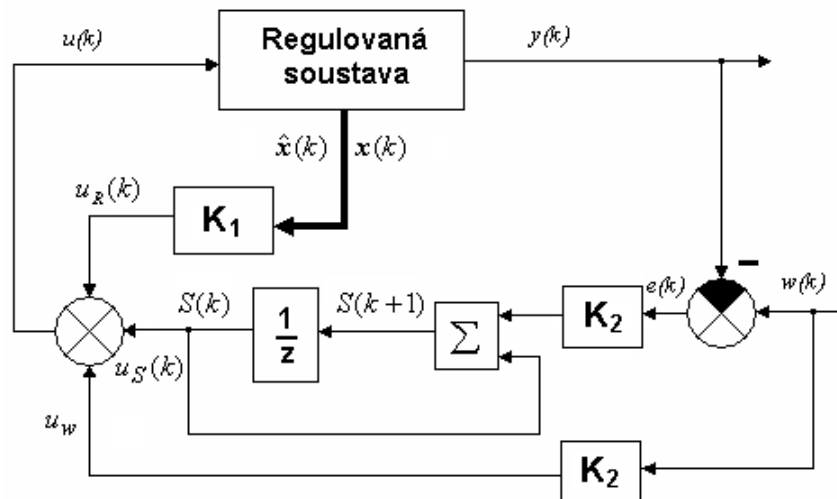
$$\mathbf{K} = (\mathbf{M}^T\mathbf{V}\mathbf{M} + \mathbf{R})^{-1}(\mathbf{N}^T\mathbf{V}\mathbf{M}), \quad (2-32)$$

a z Riccatiho rovnice

$$\mathbf{M}^T \mathbf{V}_{i-1} \mathbf{M} + (\mathbf{M}^T \mathbf{V}_{i-1} \mathbf{N}) \cdot (\mathbf{N}^T \mathbf{V}_{i-1} \mathbf{N} + \mathbf{R})^{-1} (\mathbf{N}^T \mathbf{V}_{i-1} \mathbf{M}) + \mathbf{Q} = \mathbf{V}_i, \quad (2-33)$$

kde $\mathbf{V}_0 = \mathbf{P}$,
pro $i = 1, 2, 3, \dots$ až dostaneme požadovanou přesnost.

V [2] v kapitole 3.3.4 je proveden návrh diskrétního stavového regulátoru pro vyrovnání trvalých poruch. Regulační schéma je na obr.2.7.



Obr.2.7 Schéma se sumátorem a dopřednou vazbou se zesílením K

Návrh lze rozdělit do dvou kroků:

- Výpočet stavového regulátoru \mathbf{K} , který optimálně vyrovnává počáteční rozvážení vektoru stavu (navržen pomocí kvadratického kritéria nebo pole-placement).
- Výpočet modifikovaného stavového regulátoru \mathbf{K}_1 a zesílení \mathbf{K}_2 zachovávající původní dynamické vlastnosti,

$$\text{kde } [\mathbf{K}_1; \mathbf{K}_2] = [\mathbf{K}\mathbf{M}; \mathbf{I} + \mathbf{K}\mathbf{N}] \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{M} - \mathbf{I}; \mathbf{N} \\ \mathbf{C} \quad ; 0 \end{bmatrix}^{-1}. \quad (2-34)$$

Rozklad stavového regulátoru \mathbf{K} na modifikovaný stavový regulátor \mathbf{K}_1 a zesílení \mathbf{K}_2 , existuje tehdy, existuje-li inverze matice $\begin{bmatrix} \mathbf{M} - \mathbf{I}; \mathbf{N} \\ \mathbf{C} \quad ; 0 \end{bmatrix}$.

Rozšířený stavový popis vedoucí na přírůstkový model

Použití kritéria:

$$J = \sum_{k=1}^N [\mathbf{x}^T(k) \mathbf{Q} \mathbf{x}(k) + \Delta u^T(k) \mathbf{R} \Delta u(k)] + \mathbf{x}^T(N) \mathbf{P} \mathbf{x}(N) \rightarrow \text{MIN}, \quad (2-35)$$

kde $\Delta u(k) = u(k+1) - u(k)$ a \mathbf{Q}, \mathbf{R} jsou pozitivně definitní symetrické matice váhových koeficientů.

Dynamické vlastnosti soustavy, která má jako vstupní veličinu přírůstek akčních zásahů, jsou popsány obrazovým přenosem

$$G(z) = \frac{Y(z)}{\Delta U(z)} = \frac{b_{n-1}z^n + b_{n-2}z^{n-1} + \dots + b_1z^2 + b_0z}{z^{n+1} + (a_{n-1} - 1)z^n + (a_{n-2} - a_{n-1})z^{n-1} + \dots + (a_0 - a_1)z - a_0}. \quad (2-36)$$

Pro zjednodušení je uvažován stavový popis v normální formě pozorovatelnosti. Rozšířený vektor $\mathbf{x}(k)$, rozšířené matice \mathbf{M}_D , \mathbf{N}_D mají pak strukturu

$$\mathbf{x}(k) = \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \\ x_3(k) \\ \vdots \\ x_n(k) \\ x_{n+1}(k) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{M}_D = \begin{bmatrix} (1 - a_{n-1}) & ; & 1 & ; & 0 & ; & \dots & ; & 0 \\ (a_{n-1} - a_{n-2}) & ; & 0 & ; & 1 & ; & \dots & ; & 0 \\ (a_{n-2} - a_{n-3}) & ; & 0 & ; & 0 & ; & \dots & ; & 0 \\ \vdots & & \vdots & & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ (a_1 - a_0) & ; & 0 & ; & 0 & ; & \dots & ; & 1 \\ a_0 & ; & 0 & ; & 0 & ; & \dots & ; & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{N}_D = \begin{bmatrix} b_{n-1} \\ b_{n-2} \\ b_{n-3} \\ \vdots \\ b_0 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (2-37)$$

Stavová rovnice tohoto modelu

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{M}_D \cdot \mathbf{x}(k) + \mathbf{N}_D \cdot \Delta u(k), \quad y(k) = \mathbf{C}_D \cdot \mathbf{x}(k). \quad (2-38)$$

Přírůstek akční veličiny je roven

$$\Delta u(k) = -\mathbf{K}_D \cdot [\mathbf{x}(k) - \mathbf{w}_x(k)], \quad (2-39)$$

kde \mathbf{K}_D matice stavového regulátoru,
 $\mathbf{x}(k)$ stavový vektor,
 $\mathbf{w}_x(k)$ vektor žádaných hodnot jednotlivých stavových veličin.

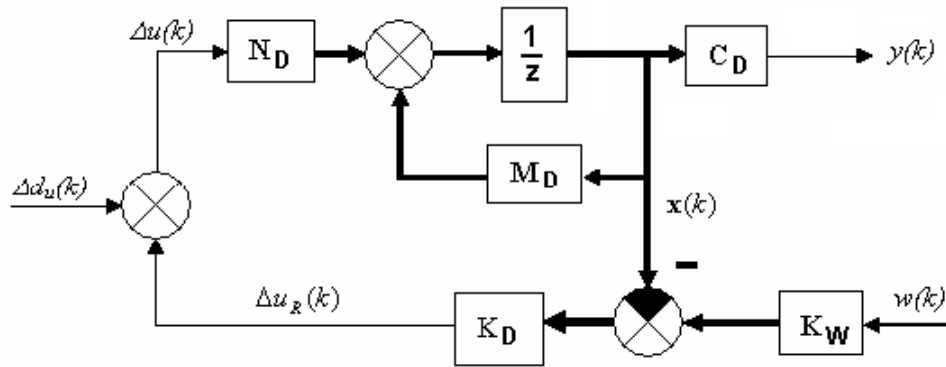
Matice stavového regulátoru \mathbf{K}_D se spočítá pomocí rovnic (2-32,33).

Vektor žádaných hodnot

$$\mathbf{w}_x(k) = \mathbf{K}_W \cdot w(k), \quad (2-40)$$

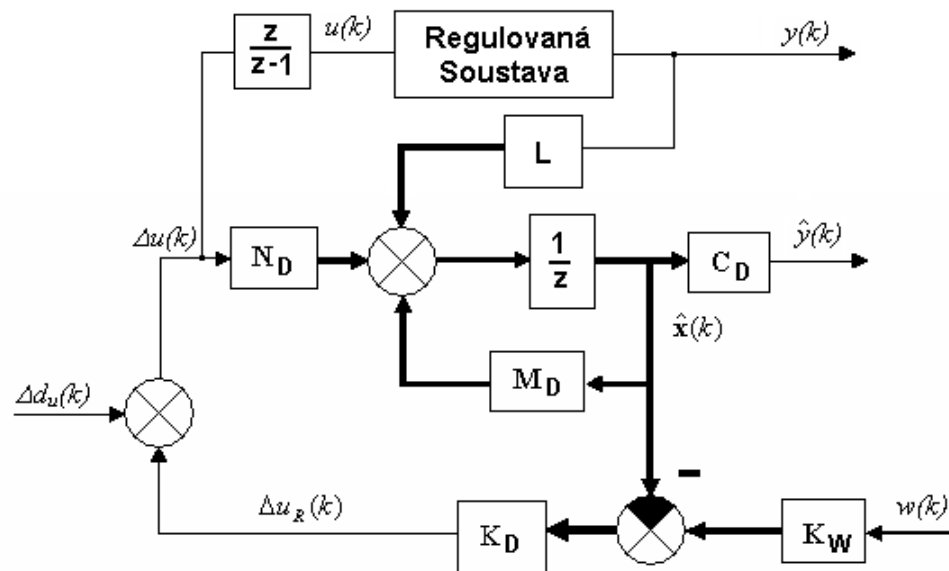
kde $\mathbf{K}_W = \mathbf{x}(\infty) = \begin{bmatrix} a_n \\ a_{n-1} \\ a_{n-2} \\ a_{n-3} \\ \vdots \\ a_0 \end{bmatrix}.$

Na obr.2.8 je vidět schéma regulace s přírůstky akční veličiny.



Obr.2.8 Diskrétní stavová regulace s přírůstkovým modelem

Akční veličinu získáme z přírůstků $\Delta u(k)$ pomocí diskrétního sumátoru s přenosem $F(z) = \frac{z}{z-1}$. Stavová regulace s použitím estimátoru je na obr.2.9.



Obr.2.9 Diskrétní stavová regulace s přírůstkovým modelem – zapojení soustavy

Kde \mathbf{L} matice estimátoru (navržená na přírůstkový model),
 $\hat{\mathbf{y}}(k)$ estimovaná výstupní veličina,
 $\hat{\mathbf{x}}(k)$ estimovaný vektor stavu.

3. Popis vybraných úloh v laboratoři řízení a nalezení jejich stavových popisů

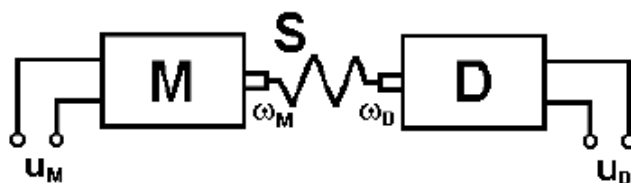
Pro tři vybrané úlohy v laboratoři řízení bylo provedeno měření statické charakteristiky, identifikace soustavy, verifikace modelu (pro nedostatek místa neuvedeno) a nalezení stavového popisu ve tvaru normální formy pozorovatelnosti.

3.1. Soustava: motorek, pružná spojka, dynamo

Popis úlohy je citován z [3].

Popis úlohy:

Dynamickou soustavu na obr.3.1 tvoří stejnosměrný elektromotor **M**, který je pomocí pružné spojky **S** spojen se stejnosměrným tachodynamem **D**. Soustava je buzena napětím u_M , výstupní měřenou veličinou je napětí tachodynamu u_D . Mechanickými fyzikálními veličinami jsou otáčky motoru ω_M a otáčky tachodynamu ω_D .



Obr.3.1 Dynamická soustava motorek

Na obr.3.2 je technologické schéma úlohy.

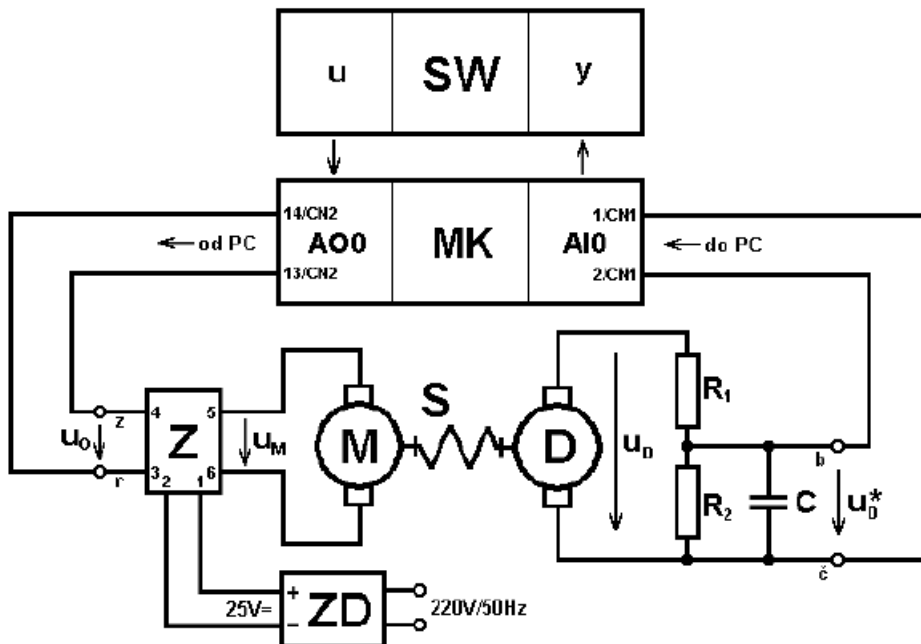
Popis komponent:

- M** motor s permanentním buzením, typ P2TV369 MEZ Náchod, 24V, 2000 ot/min, 80W
- D** dynamo (motor v režimu dynama), typ P2TV369, MEZ Náchod, 24V, 2000 ot/min, 80W
- S** pružná spojka
- SW** používaný software
- Z** zesilovací a výkonový člen
- ZD** napájecí zdroj, DBP 271, ZPA Děčín, 25V/10A
- R1** odpor děliče napětí, 33k Ω
- R2** odpor děliče napětí, 8k Ω
- C** filtrační kondenzátor
- MK** měřicí karta v PC, Advantech PCL812-PG
- AO0** analogový výstup karty PCL812-PG
- AI0** analogový vstup karty PCL812-PG

Popis signálů:

- u** vstupní veličina soustavy, proměnná v MATLABu v rozsahu <.1..1>
- u0** řídicí napětí z PC, rozsah 0..5V
- uM** napájecí napětí motoru, rozsah 0..24V
- uD** napětí na tachodynamu, rozsah 0..24V

- u_D^* vstupní napětí do PC, rozsah 0..5V
 y výstupní veličina soustavy, proměnná v MATLABu v rozsahu <0..1>



Obr.3.2 Technologické schéma úlohy

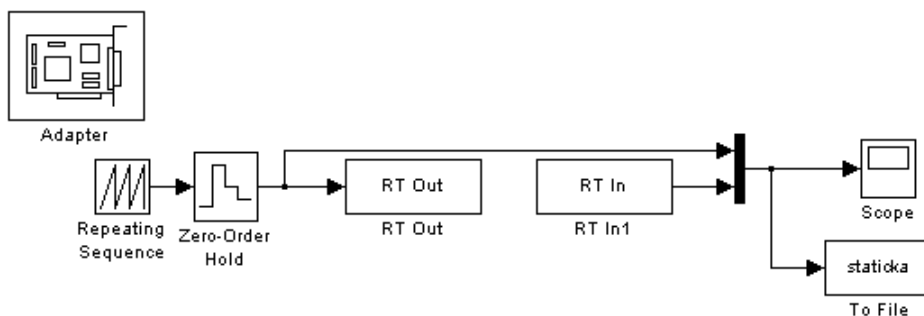
Možnosti použití software pro ovládání měřicí karty PCL812-PG:

MATLAB, MATLAB+Simulink (oboje s využitím RealTime Toolbox)

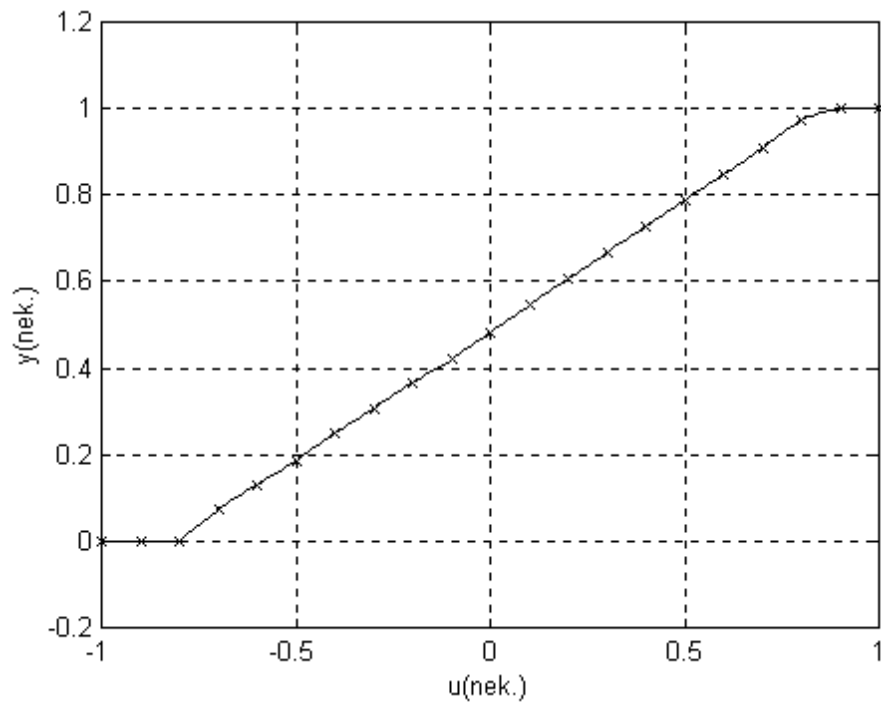
veličina	I/O signál	Rozsah U	Kanál	Rozsah	význam
u	AO0	0..5 V	1	-1..1	Řídicí napětí motoru
y	AI0	0..5 V	1	0..1	Měřené napětí dynama

Statická charakteristika

Při měření statické charakteristiky bylo použito schéma uvedené na obr.3.3, které generuje schodovitý průběh funkce $u(t)$ a měří odezvu $y(t)$ na tuto funkci .



Obr.3.3 Schéma k měření statické charakteristiky

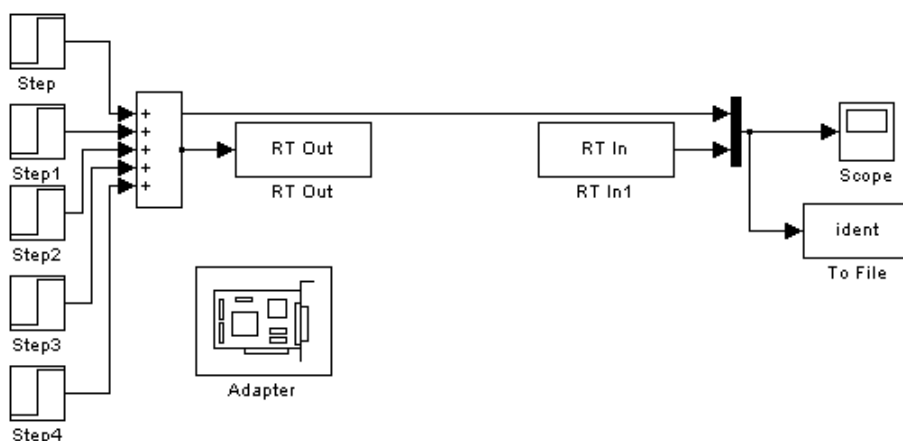


Obr.3.4 Statická charakteristika motorku

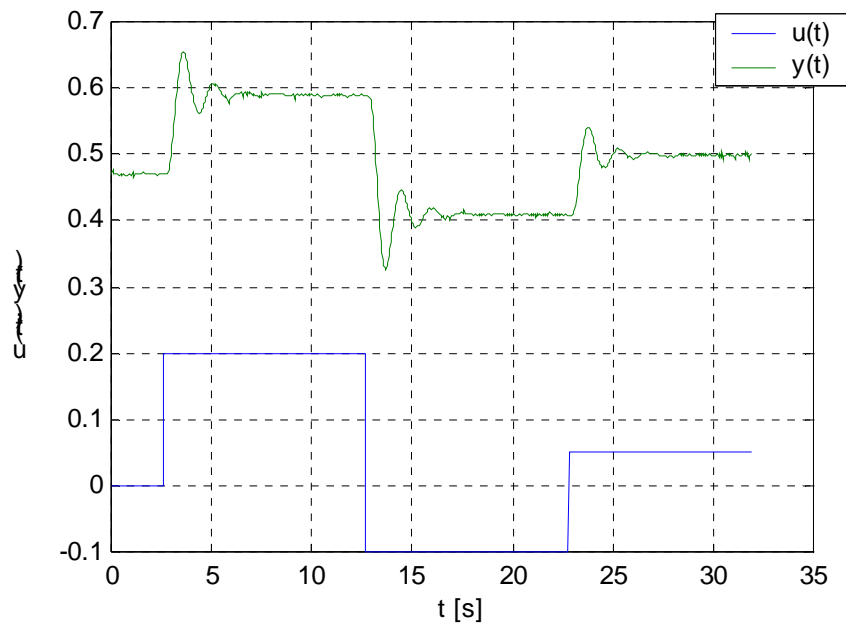
Ze statické charakteristiky na obr.3.4 plyne, že soustava se dá považovat za lineární v rozsahu $u \in (-0.7; 0.8)$. Pro hodnotu $u < -0.8$ se motorek ještě netočí a pro $u > 0.8$ dochází k nasycení zesilovače.

Identifikace

Nejprve bylo provedeno identifikační měření pomocí schématu uvedeného na obr.3.5. Pro identifikaci byla použita budící funkce jako posloupnost tří skoků. Perioda vzorkování $T_v = 0.05s$. Pracovní bod byl zvolen pro $u = 0$ a $y = 0.483$.



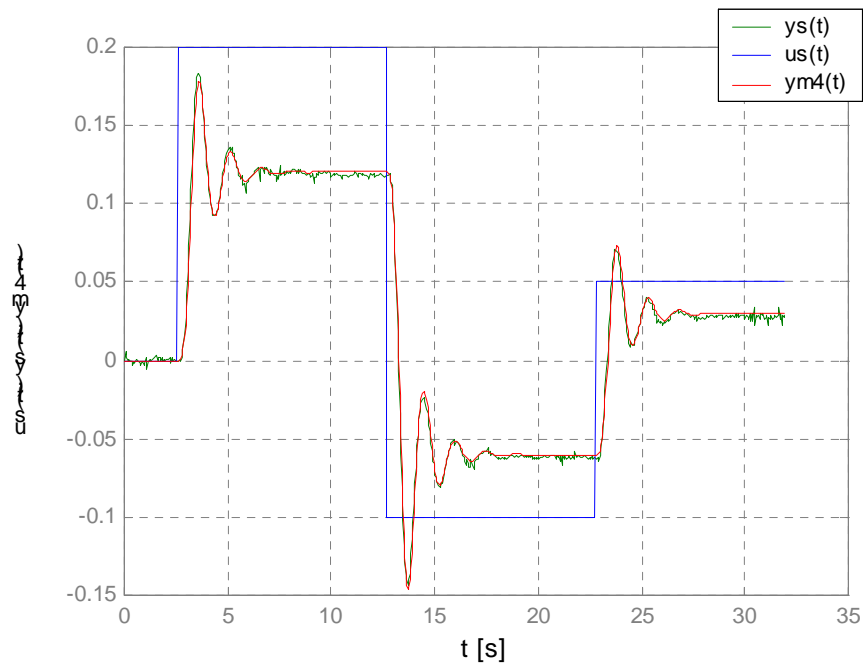
Obr.3.5 Měření dat sloužící k identifikaci dynamického systému



Obr.3.6 Naměřené hodnoty $u(t)$ a $y(t)$ po oříznutí vektorů u a y

Hodnoty vektorů u a y byly poté posunuty o střední hodnotu počátku (pracovní bod) a byla provedena spojitá parametrická identifikace pro různé modely a bylo zjištěno, že dostatečně vyhovuje tento model:

$$F(s) = \frac{417.6}{s^4 + 9.948 \cdot s^3 + 72.09 \cdot s^2 + 221.6 \cdot s + 693.7} \quad (3-1)$$



Obr.3.7 Srovnání modelu 4.ř s původní soustavou

V dalším kroku byla provedena s úspěchem verifikace modelu.

Nalezení diskrétního modelu soustavy

Diskrétní model byl získán převodem ze spojitého modelu pomocí funkce MATLABu c2d. Byla provedena i přímo diskrétní identifikace (modely ARX, ARMAX, BJ, OE), která nakonec nebyla použita, protože byly problémy s převodem takto získaného modelu na jinou vzorkovací periodu pomocí funkce MATLABu d2d.

Z-přenos soustavy:

$$F(z) = \frac{0.000101 \cdot z^3 + 0.000996 \cdot z^2 + 0.0008964 \cdot z + 7.368e - 005}{z^4 - 3.437 \cdot z^3 + 4.487 \cdot z^2 - 2.638 \cdot z + 0.5912}, T_V = 0.05s. \quad (3-2)$$

$$F(z) = \frac{0.01821 \cdot z^3 + 0.1233 \cdot z^2 + 0.07999 \cdot z + 0.005118}{z^4 - 1.695 \cdot z^3 + 1.446 \cdot z^2 - 0.5035 \cdot z + 0.1222}, T_V = 0.2s. \quad (3-3)$$

Nalezení stavového popisu

Spojité verze:

$$\text{Obrazový přenos: } F(s) = \frac{431.90}{s^4 + 10.51 \cdot s^3 + 75.17 \cdot s^2 + 189.50 \cdot s + 704.80}.$$

Stavový popis soustavy:

Pro stavový popis soustavy byla zvolena normální forma pozorovatelnosti.

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -10.51 & 1 & 0 & 0 \\ -75.17 & 0 & 1 & 0 \\ -189.5 & 0 & 0 & 1 \\ -704.8 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 431.9 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C} = [1 \ 0 \ 0 \ 0], \quad \mathbf{D} = 0. \quad (3-4)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \\ \dot{x}_3(t) \\ \dot{x}_4(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -10.51 & 1 & 0 & 0 \\ -75.17 & 0 & 1 & 0 \\ -189.5 & 0 & 0 & 1 \\ -704.8 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \\ x_4(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 431.9 \end{bmatrix} \cdot u(t),$$

$$y(t) = [1 \ 0 \ 0 \ 0] \cdot \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \\ x_4(t) \end{bmatrix}.$$

Diskrétní verze:

$$F(z) = \frac{0.01821 \cdot z^3 + 0.1233 \cdot z^2 + 0.07999 \cdot z + 0.005118}{z^4 - 1.695 \cdot z^3 + 1.446 \cdot z^2 - 0.5035 \cdot z + 0.1222}, T_V = 0.2s.$$

Normální forma pozorovatelnosti:

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} 1.6949 & 1 & 0 & 0 \\ -1.4456 & 0 & 1 & 0 \\ 0.5035 & 0 & 0 & 1 \\ -0.1222 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \mathbf{N} = \begin{bmatrix} 0.0182 \\ 0.1233 \\ 0.0800 \\ 0.0051 \end{bmatrix}, \mathbf{C} = [1 \ 0 \ 0 \ 0], \mathbf{D} = 0. \quad (3-5)$$

$$\begin{bmatrix} x_1(k+1) \\ x_2(k+1) \\ x_3(k+1) \\ x_4(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.6949 & 1 & 0 & 0 \\ -1.4456 & 0 & 1 & 0 \\ 0.5035 & 0 & 0 & 1 \\ -0.1222 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \\ x_3(k) \\ x_4(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.0182 \\ 0.1233 \\ 0.0800 \\ 0.0051 \end{bmatrix} \cdot u(k),$$

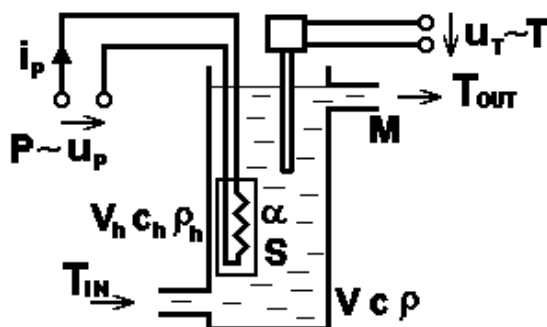
$$y(k) = [1 \ 0 \ 0 \ 0] \cdot \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \\ x_3(k) \\ x_4(k) \end{bmatrix}.$$

3.2. Průtokový ohřívač

Popis úlohy je citován z [4].

Popis úlohy:

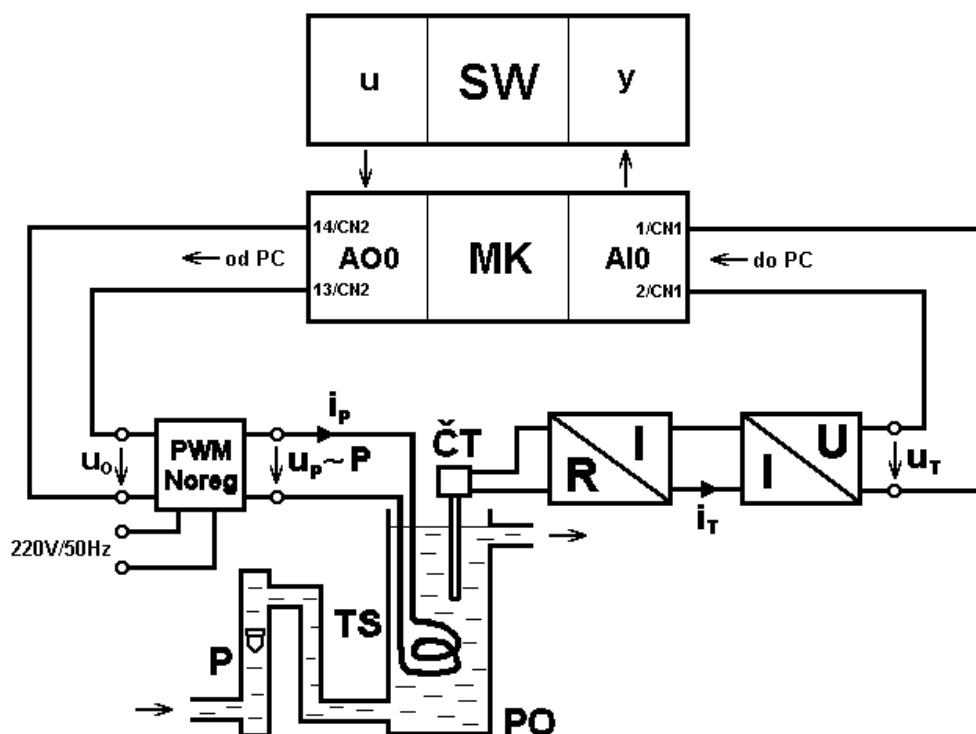
Dynamickou soustavu na obr.3.8 tvoří průtokový ohřívač **PO**. Vstupní veličinou je výkon **P** topné spirály **TS**. Výstupní veličinou je teplota vody **T** měřená čidlem teploty **ČT**.



Obr.3.8 Dynamická soustava průtokový ohřívač

kde je T_{IN}teplota vody na vstupu	V_h ...objem topného tělesa
T_{OUT} ..teplota vody na výstupu	ρ ... měrná hustota vody
M množství protékající vody kg/sec	ρ_h .. měrná hustota topného tělesa
V objem vody v průtokovém ohřívači	α ... koeficient přestupu tepla
c měrné specifické teplo vody	S ...teplosměnná plocha topného tělesa
c_hměrné specifické teplo topného tělesa	

Na obr.3.9 je technologické schéma úlohy.



Obr.3.9 Zapojení úlohy průtokový ohříváč

Popis komponent:

- | | | | |
|------------|--|-----------|---------------|
| PO | průtokový ohříváč | ČT | čidlo teploty |
| P | průtokoměr | TS | topná spirála |
| R/I | převodník odpor/proud | | |
| PWM | regulační výkonový člen Noreg s pulzně šířkovou modulací | | |
| I/U | převodník proud/napětí | | |
| MK | měřicí karta v PC, Advantech PCL812-PG | | |
| AO0 | analogový výstup karty PCL812-PG | | |
| AI0 | analogový vstup karty PCL812-PG | | |
| SW | používaný software | | |

Popis signálů:

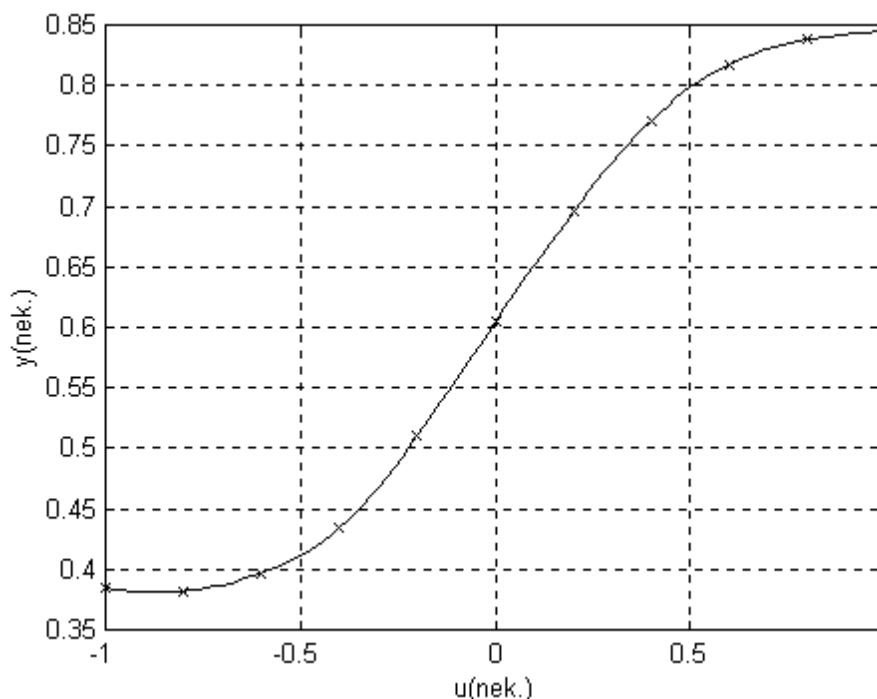
- u** vstupní veličina soustavy, proměnná v MATLABu v rozsahu <0..1>
- u₀** řídicí napětí z PC, rozsah 0..10V
- u_p** napájecí napětí topné spirály, 220V PWM
- u_T** vstupní napětí do PC, rozsah 0..10V
- y** výstupní veličina soustavy, proměnná v MATLABu v rozsahu <0..1>

Možnosti použití software pro ovládání měřicí karty PCL812-PG:

MATLAB, MATLAB+Simulink (obojí s využitím RealTime Toolbox)

veličina	I/O signál	Rozsah U	Kanál	Rozsah	význam
u	AO0	0..10 V	1	0..1	výkon
y	AI0	0..10 V	1	0..1	teplota

Statická charakteristika (pro zvolený průtok 10 na stupnici průtokoměru)

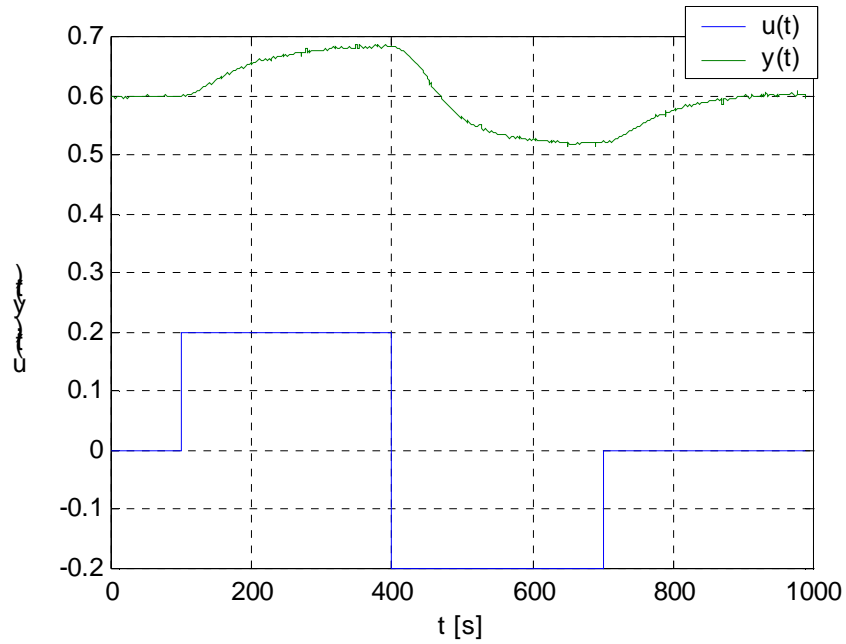


Obr.3.10 Statická charakteristika průtokového ohříváče pro zvolený průtok

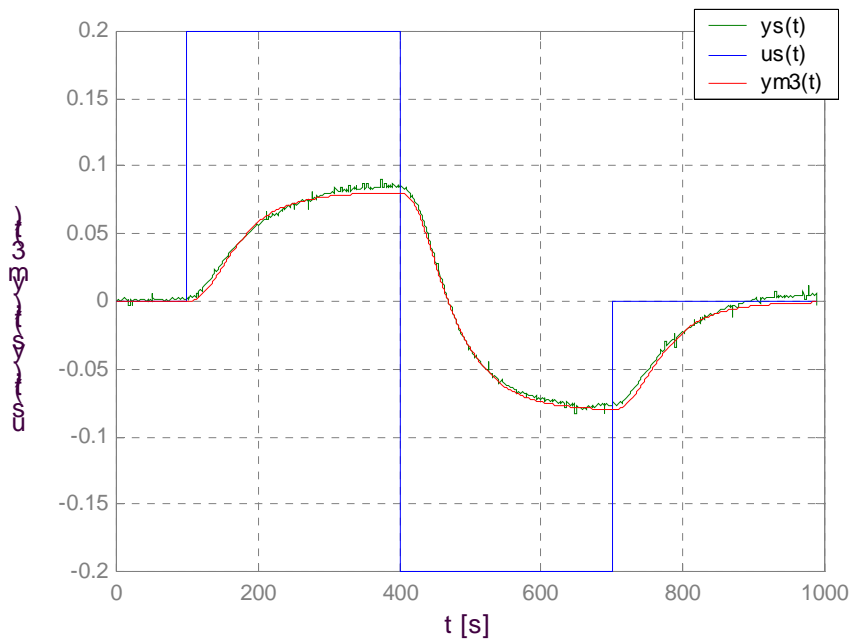
Soustava se dá považovat za lineární v rozsahu $u \in (-0.4; 0.4)$.

Identifikace

Identifikační měření na obr.3.11 bylo provedeno pro posloupnost třech skoků akční veličiny v lineárním rozsahu statické charakteristiky. Perioda vzorkování byla použita $T_v = 0.1s$. Vzorkovací frekvence byla nastavena na tak malou hodnotu (vzhledem k pomalosti dynamiky soustavy) z důvodu chybování měřicí karty v počítači (pro větší hodnoty T_v docházelo k ovlivnění průběhů). Pracovní bod byl zvolen pro $u = 0$ a $y = 0.5973$.



Obr.3.11 Identifikační měření pro zvolený průtok



Obr.3.12 Srovnání modelu s původní soustavou

Model obdržel pomocí spojitě parametrické identifikace:

$$F(s) = \frac{3.835e-005}{s^3 + 0.1681 \cdot s^2 + 0.007726 \cdot s + 9.463e-005} \quad (3-6)$$

Normální forma pozorovatelnosti:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -0.1681 & 1 & 0 \\ -0.007726 & 0 & 1 \\ -9.463e-5 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 3.835e-5 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C} = [1 \ 0 \ 0], \quad \mathbf{D} = 0. \quad (3-7)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \\ \dot{x}_3(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.1681 & 1 & 0 \\ -0.007726 & 0 & 1 \\ -9.463e-5 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 3.835e-5 \end{bmatrix} \cdot u(t),$$

$$y(t) = [1 \ 0 \ 0] \cdot \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \end{bmatrix}.$$

Diskrétní model:

$$F(z) = \frac{6.365e-009 \cdot z^2 + 2.535e-008 \cdot z + 6.311e-009}{z^3 - 2.983 \cdot z^2 + 2.967 \cdot z - 0.9833}, \quad T_v = 0.1 \text{ s}. \quad (3-8)$$

Normální forma pozorovatelnosti:

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} 2.983 & 1 & 0 \\ -2.967 & 0 & 1 \\ 0.9833 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{N} = \begin{bmatrix} 6.365e-9 \\ 2.535e-8 \\ 6.311e-9 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C} = [1 \ 0 \ 0], \quad \mathbf{D} = 0. \quad (3-9)$$

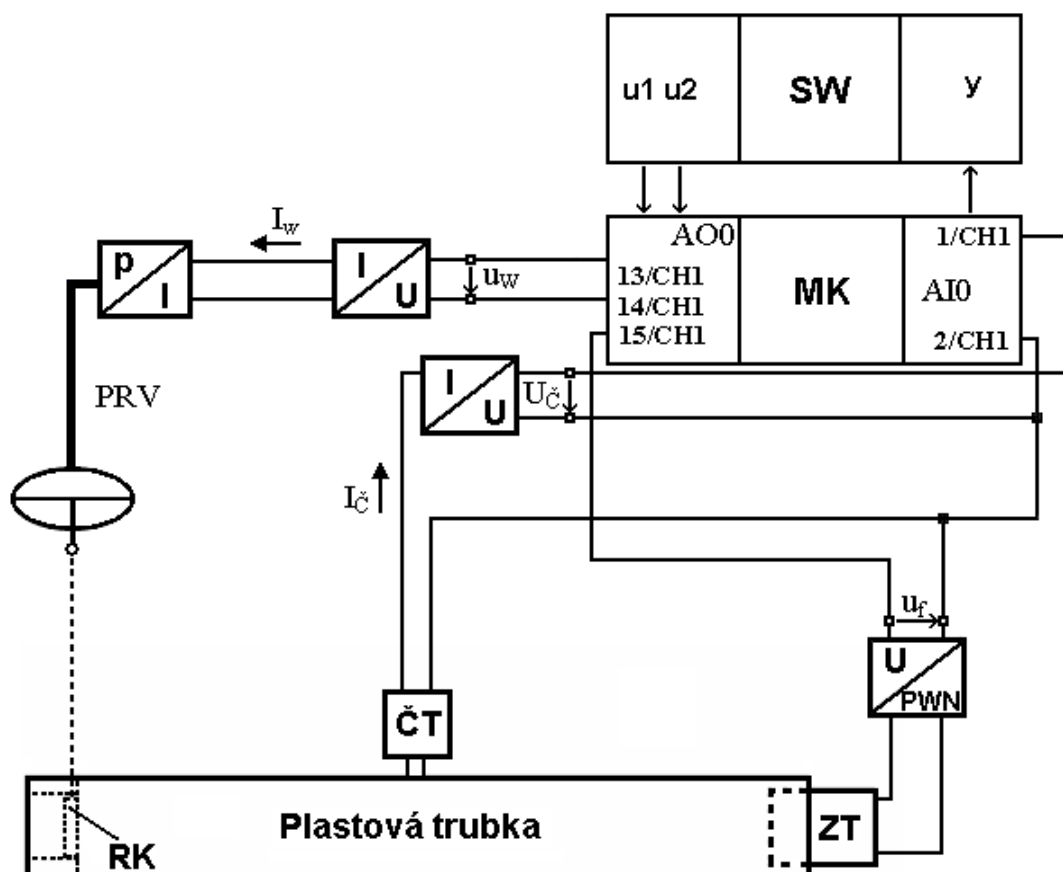
$$\begin{bmatrix} x_1(k+1) \\ x_2(k+1) \\ x_3(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2.983 & 1 & 0 \\ -2.967 & 0 & 1 \\ 0.9833 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \\ x_3(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 6.365e-9 \\ 2.535e-8 \\ 6.311e-9 \end{bmatrix} \cdot u(k),$$

$$y(k) = [1 \ 0 \ 0] \cdot \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \\ x_3(k) \end{bmatrix}.$$

3.3. Fén

Popis úlohy:

Úloha má dva vstupy. Prvním je výkon fénu, který zajišťuje vytvoření tlaku v trubce. Druhým vstupem je úhel natočení regulační klapky, pomocí níž se mění tlak v trubce. Výstupní veličinou je tlak v trubce měřený pomocí čidla tlaku. Na obr.3.13 je uvedeno technologické schéma úlohy pro řízení pomocí PC.



Obr.3.13 Technologické schéma úlohy

Popis komponent a popis signálů je citován z [5].

Popis komponent:

- ZT..** zdroj tlaku (v našem případě jej tvoří fén s vyřazenou topnou spirálou)
- PWM..** obvod pro pulsně šířkovou modulaci (slouží pro řízení otáček motorku fénu)
- RK..** regulační klapka (ovládá se servomotorem přes pákový mechanismus)
- PRV..** proporcionálně redukční ventil (nastaví výstupní tlak proporcionálně vstupnímu signálu ve formě proudu)
- U/I..** převodník napětí/proud převádí napěťový signál na výstupu PC nebo TECOMATU na proudový signál vhodný jako vstup PRV
- MK..** PCL 812PG, měřicí karta umístěná v PC
- I/U..** převodník proud/napětí pro převod měřené hodnoty tlaku pro PCL 812PG
- ČT..** čidlo tlaku

SW.. používaný software (MATLAB+Simulink)

Popis signálů:

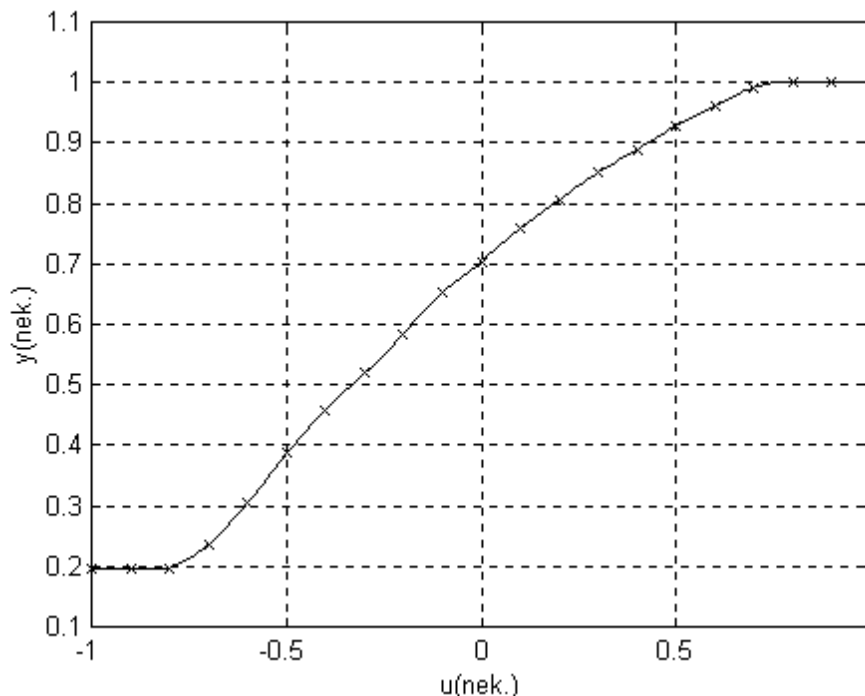
- u_w** řídicí napětí pro řízení klapky z PC nebo z PLC, rozsah 0..10V
- u_f** řídicí napětí pro řízení fénu z PC nebo z PLC, rozsah 0..10V
- i_č** proud z čidla, rozsah 4-20mA
- u_č** vstupní napětí do PC, rozsah 2-10V
- u₁** vstupní veličina pro klapku (-1 . . 1)
- u₂** vstupní veličina pro fén (-1 . . 1)
- y** měřená veličina (0 . . 1)

Nastavení kanálů a další důležité informace v programu MATLAB, MATLAB+Simulink:

Veličina	I/O signál	Rozsah U	Kanál	Rozsah v MATLABu	Fyzikální význam
u ₁	AO0	0-10V	1	-1 . . 1	Úhel natočení
u ₂	AO0	0-10V	2	-1 . . 1	Výkon fénu
y	AI0	0-10V	11	0 . . 1	Tlak v trubce

Pozn. U této úlohy byl při měření nefunkční kompresor dodávající stlačený vzduch pro řízení regulační klapky. Z tohoto důvodu byla použita regulace tlaku jen za použití fénu (regulační klapka byla otevřena asi z 10 stupňů).

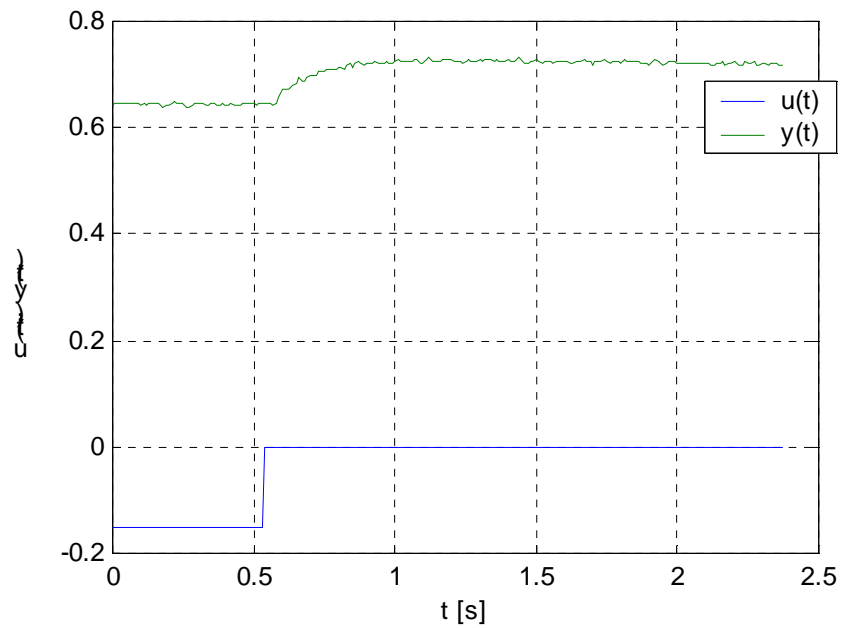
Statická charakteristika



Obr.3.14 Statická charakteristika úlohy

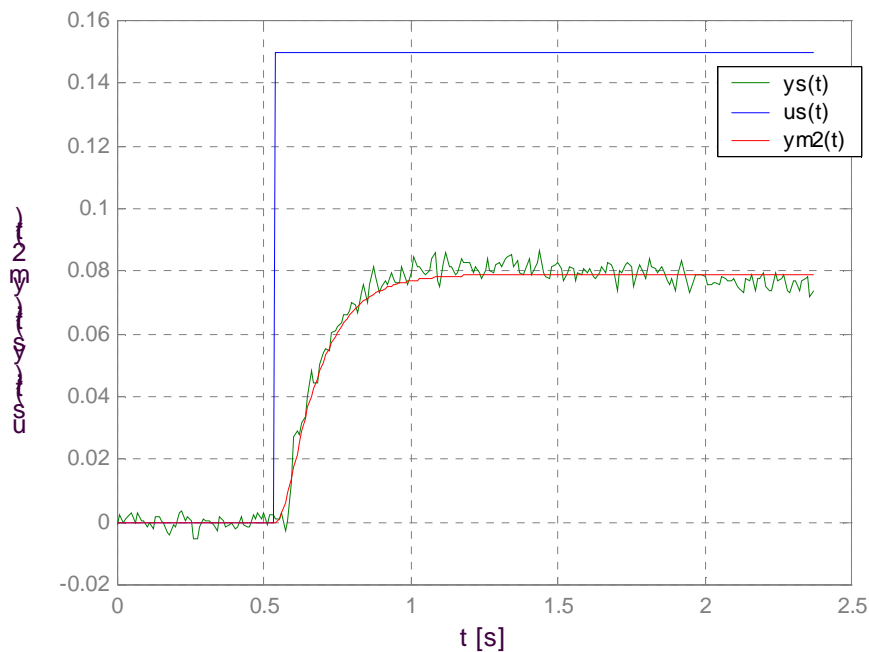
Statická charakteristika fénu je nelineární, proto byla provedena identifikace jen pro jeden skok akční veličiny.

Identifikace



Obr.3.15 Identifikační měření pro vybranou změnu akční veličiny

Perioda vzorkování byla uvažována $T_v = 0.01$ s z důvodu velmi rychlé dynamiky soustavy. Pracovní bod byl zvolen pro $u = -0.15$ a $y = 0.6443$.



Obr.3.16 Srovnání modelu s původní soustavou

Model obdrženy pomocí spojité parametrické identifikace:

$$F(s) = \frac{127}{s^2 + 36.4 \cdot s + 240.9} . \quad (3-10)$$

Normální forma pozorovatelnosti:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -36.4 & 1 \\ -240.9 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 127 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C} = [1 \ 0], \quad \mathbf{D} = 0. \quad (3-11)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -36.4 & 1 \\ -240.9 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 127 \end{bmatrix} \cdot u(t) ,$$

$$y(t) = [1 \ 0] \cdot \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} .$$

Diskrétní model:

$$F(z) = \frac{0.005632 \cdot z + 0.004989}{z^2 - 1.675 \cdot z + 0.6949} , \quad T_v = 0.01 \text{ s} . \quad (3-12)$$

Normální forma pozorovatelnosti:

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} 1.675 & 1 \\ -0.6949 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{N} = \begin{bmatrix} 0.0056 \\ 0.0050 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C} = [1 \ 0], \quad \mathbf{D} = 0. \quad (3-13)$$

$$\begin{bmatrix} x_1(k+1) \\ x_2(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.675 & 1 \\ -0.6949 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.0056 \\ 0.0050 \end{bmatrix} \cdot u(k) ,$$

$$y(k) = [1 \ 0] \cdot \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \end{bmatrix} .$$

4. Aplikace stavové regulace na vybrané úlohy v laboratoři řízení

Pro lepší pochopení této kapitoly se předpokládá základní znalost programu MATLAB. Základní popis příkazů MATLABu je uveden v [6].

4.1. Podklady pro pedagogickou dokumentaci aplikace stavové regulace

Bylo vytvořeno několik podkladů pro varianty uvedené v tab.4.1. Protože podklady jsou rozsáhlé a řešení je až na použití různých metod návrhů podobné, tak v této práci bude popsána jen aplikace stavové regulace na soustavu: motorek, pružná spojka, dynamo pro spojitý případ (kapitola 4.2). Ostatní případy jsou uloženy v příloze [P1] pod jménem v kolonce řešení. V sloupci zadání jsou názvy souborů obsahující zadání semestrálních prací pro vybraný typ regulace určené pro studenty předmětu TAR II.

Úloha	Typ	Stavový regulátor	Estimátor	Zadání	Řešení
Soustava: motorek, pružná spojka, dynamo	S	Pole-placement	DE	Tar2- sem.6a.doc	Tar2-sem.6ar- motorek.doc
	S	Pole-placement	KE	-//-	-//-
	D	Kvadratické kritérium: $J = \sum_1^{\infty} \mathbf{x}^T(k) \mathbf{Q} \mathbf{x}(k) + R_{11} \cdot u(k)^2$	DE	Tar2- sem.6b.doc	Tar2- sem.6br- motorek.doc
	D	Kvadratické kritérium: $J = \sum_1^{\infty} \mathbf{x}^T(k) \mathbf{Q} \mathbf{x}(k) + R_{11} \cdot u(k)^2$	KE	-//-	-//-
	D	Kvadratické kritérium: $J = \sum_1^{\infty} Q_{11} \cdot y(k)^2 + R_{11} \cdot u(k)^2$	DE	Tar2- sem.6b.doc	Tar2- sem.6br- motorek.doc
	D	Kvadratické kritérium: $J = \sum_1^{\infty} Q_{11} \cdot y(k)^2 + R_{11} \cdot u(k)^2$	KE	-//-	-//-
	D	Kvadratické kritérium: $J = \sum_1^{\infty} Q_{11} \cdot y(k)^2 + R_{11} \cdot \Delta u(k)^2$	DE	Tar2- sem.6c.doc	Tar2-sem.6cr- motorek.doc
	D	Kvadratické kritérium: $J = \sum_1^{\infty} Q_{11} \cdot y(k)^2 + R_{11} \cdot \Delta u(k)^2$	KE	-//-	-//-
Průtokový ohřívač	S	Pole-placement	DE	Tar2- sem.6a.doc	Tar2-sem.6ar- průtokáč.doc
	S	Pole-placement	KE	-//-	-//-
	D	Kvadratické kritérium: $J = \sum_1^{\infty} \mathbf{x}^T(k) \mathbf{Q} \mathbf{x}(k) + R_{11} \cdot u(k)^2$	DE	Tar2- sem.6b.doc	Tar2- sem.6br- průtokáč.doc

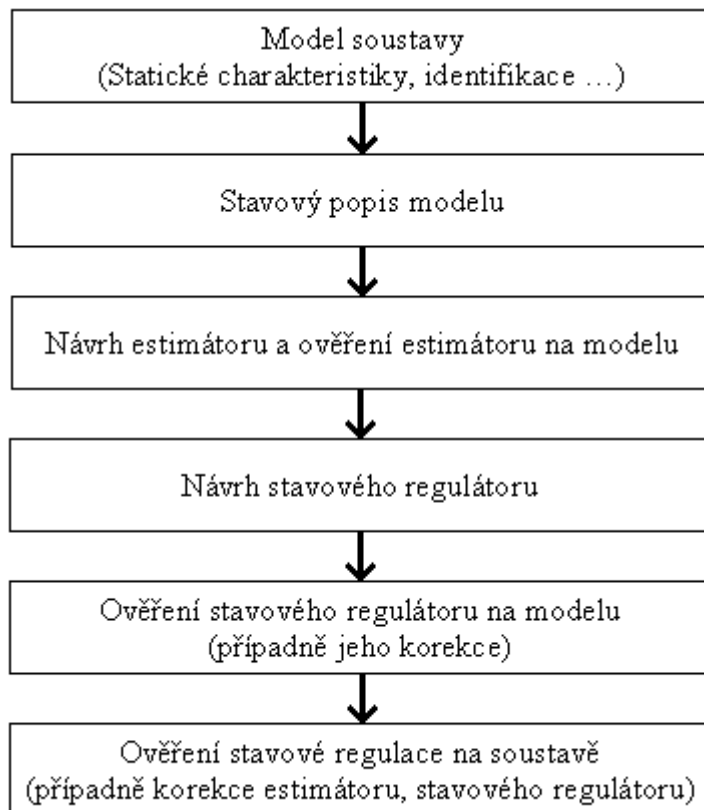
	D	Kvadratické kritérium: $J = \sum_1^{\infty} \mathbf{x}^T(k) \mathbf{Q} \mathbf{x}(k) + R_{11} \cdot u(k)^2$	KE	-//-	-//-
	D	Kvadratické kritérium: $J = \sum_1^{\infty} Q_{11} \cdot y(k)^2 + R_{11} \cdot u(k)^2$	DE	Tar2- sem.6b.doc	Tar2- sem.6br- průtokáč.doc
	D	Kvadratické kritérium: $J = \sum_1^{\infty} Q_{11} \cdot y(k)^2 + R_{11} \cdot u(k)^2$	KE	-//-	-//-
Regulace tlaku v trubce	S	Pole-placement	KE	Tar2- sem.6a.doc	Tar2-sem.6ar- fén.doc
	D	Kvadratické kritérium: $J = \sum_1^{\infty} \mathbf{x}^T(k) \mathbf{Q} \mathbf{x}(k) + R_{11} \cdot u(k)^2$	KE	Tar2- sem.6b.doc	Tar2- sem.6br- fén.doc
	D	Kvadratické kritérium: $J = \sum_1^{\infty} Q_{11} \cdot y(k)^2 + R_{11} \cdot u(k)^2$	KE	-//-	-//-

Tab.4.1 Řešené úlohy stavové regulace

Kde S spojité stavové regulace,
D diskrétní stavové regulace,
DE deterministický estimátor úplného řádu,
KE Kalmanův estimátor,
Pole-placement metoda volby pólů uzavřeného regulačního obvodu (z Aj).

4.2. Aplikace stavové regulace na úlohu soustava: motorek, spojka, dynamo

Návrh stavového regulátoru a estimátoru probíhá v několika základních bodech popsaných na obr.4.1.

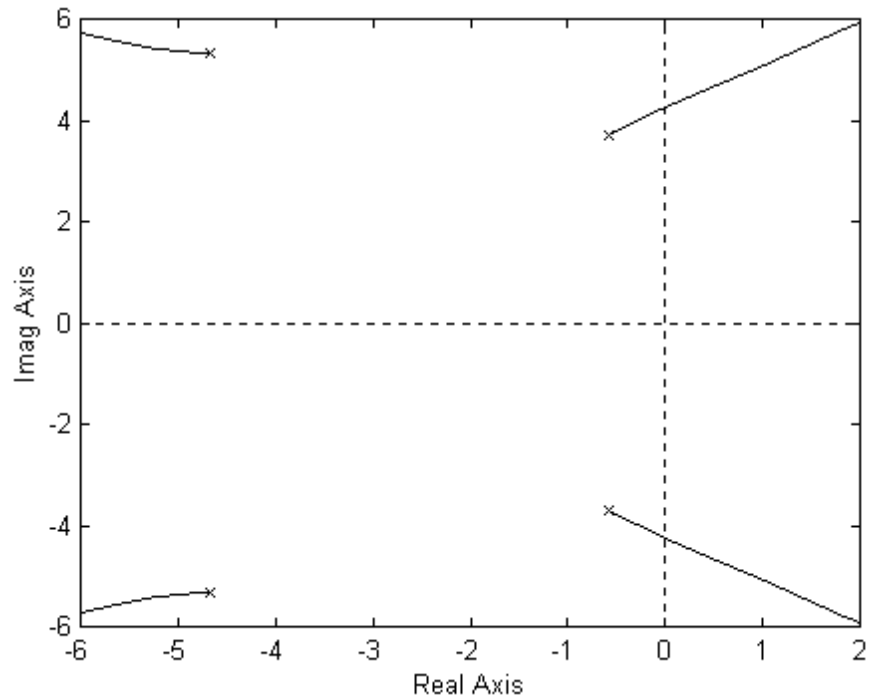


Obr.4.1 Aplikace stavové regulace

Spojité verze stavové regulace – metoda volby pólů uzavřeného obvodu

V tomto textu bude dále popsána aplikace spojitě stavové regulace pro stavový regulátor navržený pomocí metody pole-placement (volba pólů charakteristického polynomu uzavřeného regulačního obvodu).

Na obr.3.6 je vidět průběh výstupní veličiny v reakci na skoky akční veličiny. Z obrázku plyne, že se jedná o kmitavou soustavu. Pomocí funkce MATLABu `rlocus` byly nalezeny póly modelu a jak je vidět na obr.4.2, dva komplexně sdružené póly jsou blízko imaginární osy a mají imaginární složku rovnu asi ± 4 , z této polohy pólů plyne obtížná regulace soustavy a kmitavý průběh přechodové charakteristiky.



Obr.4.2 Póly modelu soustavy: motorek, pružná spojka, dynamo

Normální forma pozorovatelnosti, matice stavového popisu (3-4):

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -10.51 & 1 & 0 & 0 \\ -75.17 & 0 & 1 & 0 \\ -189.5 & 0 & 0 & 1 \\ -704.8 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 431.9 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C} = [1 \ 0 \ 0 \ 0], \quad \mathbf{D} = 0.$$

Při návrhu stavových regulátorů metodou volby pólů uzavřeného regulačního obvodu se vychází z rozšířeného stavového popisu (2-23)

$$\mathbf{A}_{n+1} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{0} \\ -\mathbf{C} & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -10.5104 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -75.1733 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -189.5014 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -704.8003 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (4-1)$$

$$\mathbf{B}_{n+1} = \begin{bmatrix} \mathbf{B} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 431.9012 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C}_{n+1} = [\mathbf{C} \ 0] = [1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0], \quad \mathbf{D}_{n+1} = 0.$$

Návrh estimátoru

a) Návrh deterministického estimátoru úplného řádu.

Vlastní čísla estimačního procesu se volí záporná (z požadavku stability estimace).

K řešení rovnice estimátoru (2-10) lze použít funkci MATLABu (Control System Toolbox) `acker`. Popis jednotlivých funkcí stavové regulace je uveden v příloze [P2].

$$L = \text{acker}(A', C', p)'$$

kde L je matice estimátoru,
 A, C jsou matice stavového popisu,
 p požadovaná vlastní čísla estimátoru.

Nalezení matic stavového popisu estimátoru (ze znalosti matice estimátoru L):

$$\begin{aligned} L &= \text{acker}(A', C', p)' \\ \text{sensors} &= 1; \text{known} = 1; \\ \text{est} &= \text{estim}(\text{sys}, L, \text{sensors}, \text{known}); \\ [\text{as}, \text{bs}, \text{cs}, \text{ds}] &= \text{ssdata}(\text{est}) \end{aligned}$$

Kde `sensors` udává počet známých vstupů a `known` počet měřitelných výstupů. V tomto případě je obojí rovno jedné. Pomocí funkce `ssdata` jsou obdrženy matice `as`, `bs`, `cs` a `ds` stavového popisu estimátoru.

Př. $p = [-10 \ -10 \ -10 \ -10]$

$$\text{Matice estimátoru } L: L = \begin{bmatrix} 29.5 \\ 524.8 \\ 3810.5 \\ 9295.2 \end{bmatrix}.$$

Nalezený estimátor:

$$\mathbf{as} = \begin{bmatrix} -40 & 1 & 0 & 0 \\ -600 & 0 & 1 & 0 \\ -4000 & 0 & 0 & 1 \\ -10000 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \mathbf{bs} = \begin{bmatrix} 0 & 29.5 \\ 0 & 524.8 \\ 0 & 3810.5 \\ 431.9 & 9295.5 \end{bmatrix}, \mathbf{cs} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \mathbf{ds} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (4-2)$$

I/O groups:

Group name	I/O	Channel(s)
KnownInput	I	1
Measurement	I	2
OutputEstimate	O	1
StateEstimate	O	2,3,4,5

Continuous-time model.

b) Kalmanův estimátor

K řešení Kalmanova estimátoru popsaného v kapitole 2.2 lze použít příkaz MATLABu (Control System Toolbox) kalman. Popis je opět uveden v [P2].

```
Qk=1; Rk=0.1;
[kest,Lk,Pk] = kalman(sys,Qk,Rk)
```

kde sys je stavový popis systému,
 Qk je rozptyl šumu ω (působí na vstup soustavy),
 Rk je kovariační matice vektoru šumu v (působí na výstup soustavy),
 Lk je matice Kalmanova estimátoru,
 Kest je model Kalmanova estimátoru,
 P je kovariační matice chyby estimace.

Známe-li matici estimátoru, můžeme jako v případě deterministického estimátoru najít odpovídající strukturu estimátoru, hodnoty Qk a Rk volíme na základě zkušeností s estimací. Pro SISO systém je Rk skalár.

```
estk = estim(sysk,Lk,sensors,known);
[Ak,Bk,Ck,Dk] = ssdata(estk);
```

$$\text{Matice Kalmanova estimátoru: } \mathbf{Lk} = \begin{bmatrix} 4.4145 \\ 56.1419 \\ 388.0702 \\ 832.1220 \end{bmatrix}.$$

Nalezený Kalmanův estimátor (matice jeho stavového popisu):

$$\mathbf{Ak} = \begin{bmatrix} -14.9 & 1 & 0 & 0 \\ -131.3 & 0 & 1 & 0 \\ -577.6 & 0 & 0 & 1 \\ -1536.9 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{Bk} = \begin{bmatrix} 0 & 4.4 \\ 0 & 56.1 \\ 0 & 388.1 \\ 431.9 & 832.1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{Ck} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{Dk} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4-3)$$

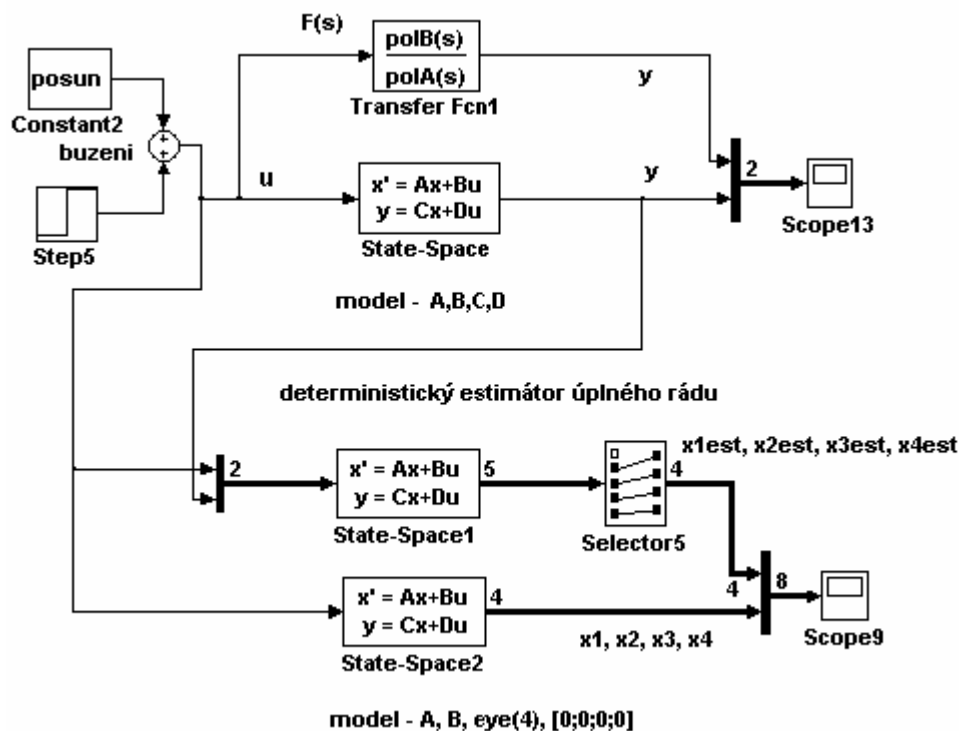
I/O groups:

Group name	I/O	Channel(s)
KnownInput	I	1
Measurement	I	2
OutputEstimate	O	1
StateEstimate	O	2,3,4,5

Continuous-time model.

Ověření vlastností estimátoru na modelu

Vlastnosti estimátoru byly ověřeny pomocí schématu na obr.4.3, které obsahuje stavový model soustavy (State-Space, State-Space2), soustavu s přenosem (3-1) (Transfer Fcn1) a estimátor (State-Space1), který obsahuje matice (4-2) nebo (4-3).

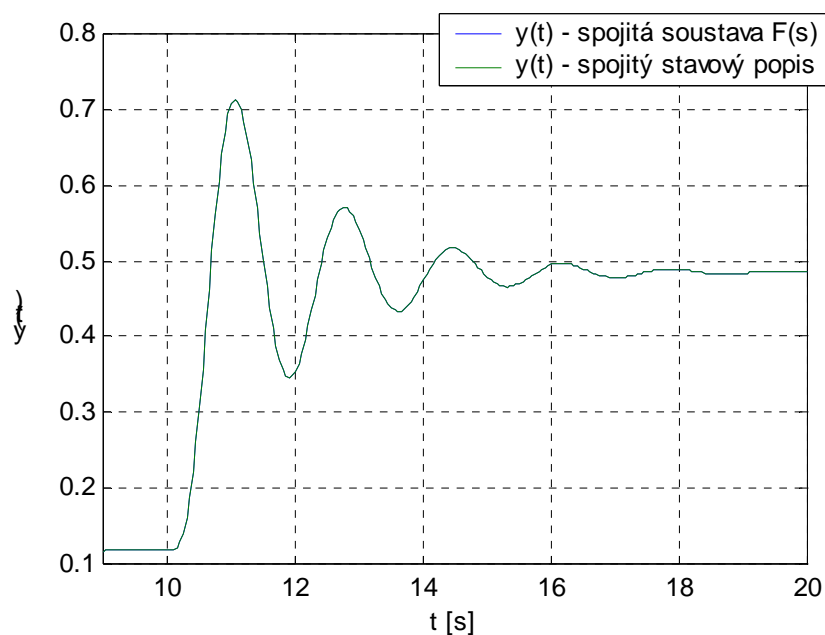


Obr.4.3 Ověření vlastností estimátoru na modelu

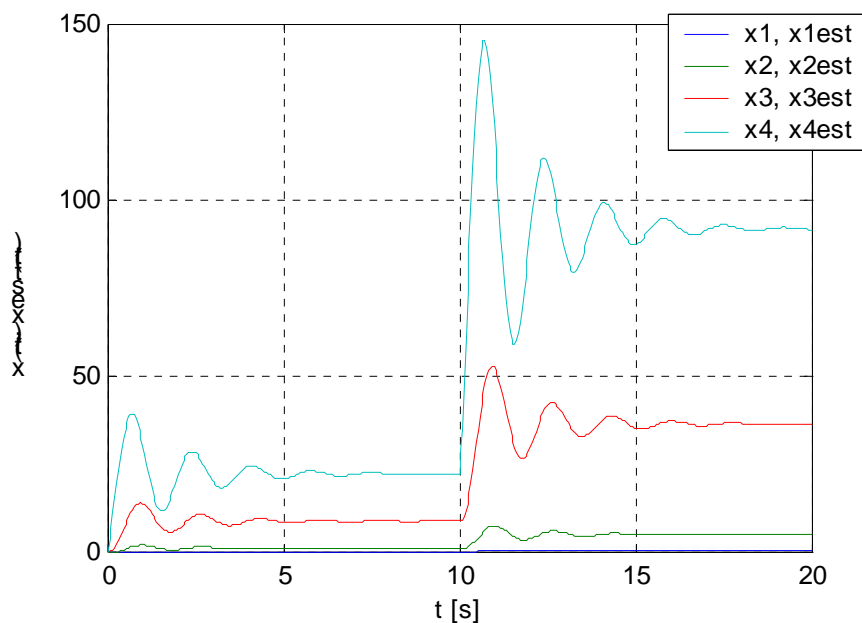
Konstanta posun je vypočtena ze souřadnic pracovního bodu P_u , P_y a ze statického zesílení soustavy K_m . Konstanta zajišťuje správnost platnosti modelu vzhledem k posunutí do pracovního bodu a vypočte se jako $-P_u + P_y / K_m$. V tomto případě je hodnota posun rovna 0.7918. Pomocí bloku Selector 5 se zbavujeme estimované výstupní veličiny, která je v tomto případě přebytečná .

Porovnání stavových veličin skutečných a estimovaných.

Vlastnosti estimátoru byly zkoumány skokem akční veličiny z -0.6 na 0 (blok step5). Jak je vidět na obr.4.5, tak stavové veličiny z modelu a veličiny estimované se shodují. Je to proto, že v obvodu s modelem není žádný šum a také jsou nulové počáteční podmínky modelu. Místo estimátoru úplného řádu lze použít Kalmanův estimátor. Z následujících obrázků je vidět, že estimátor pracuje správně a pozdější upřesnění jeho parametrů bude provedeno na reálné soustavě. Na obr.4.4 je vidět průběh výstupní veličiny. Pomocí tohoto průběhu je ověřena správnost nalezeného stavového popisu (vůči nalezenému modelu pomocí spojité parametrické identifikace).



Obr.4.4 Ověření správnosti stavového popisu



Obr.4.5 Ověření správnosti navrženého estimátoru ($x_1 = y$)

Program pro nalezení normální formy pozorovatelnosti z obrazového přenosu sysn ($F(s)$)

Normální forma pozorovatelnosti má zvláštní strukturu (2-5) a lze ji jednoduše z obrazového přenosu naprogramovat.

```
load sysn
[Bs,As]=tfdata(sysn,'v')
```

```

%nalezeni Normalni Formy Pozorovatelnosti
Ass=[eye(length(As)-1);zeros(1,length(As)-1)];
Asp=Ass(2:length(As),1:length(As)-1);
for i=1:length(As)-1
    Asp(i,1)=-As(i+1);
end

Bsp=zeros(length(As)-1,1);
for i=1:length(As)-1
    Bsp(i,1)=Bs(i+1);
end

Csp=[1,zeros(1,length(As)-2)];

Dsp=0;

syssp=ss(Asp,Bsp,Csp,Dsp)

```

kde Asp, Bsp, Csp a Dsp jsou matice stavového popisu v normální formě pozorovatelnosti.

Program v MATLABu pro návrh stavového regulátoru a estimátoru

Stavový regulátor metodou volby požadovaných pólů uzavřeného regulačního obvodu lze nalézt pomocí funkce MATLABu acker (popis v [P2]).

```

syssp=ss(Asp,Bsp,Csp,Dsp);
sensors = 1;    known = 1;

%navrh deterministickeho estimatoru
p = [-10 -10 -10 -10];
L = acker(Asp',Csp',p)';
est = estim(syssp,L,sensors,known);

%navrh Kalmanova estimatoru
Qk=1;
Rk=0.1;
[kest,Lk,Pk] = kalman(sysnn,Qk,Rk);
estk = estim(sysnn,Lk,sensors,known);

%pouziti Kalmana:
[as,bs,cs,ds] = ssdata(estk);

%pouziti determ. est. uplneho radu:
%[as,bs,cs,ds]=ssdata(est);

%rozsir. stav. popis.
A1=[Asp,[0;0;0;0];-Csp,0];
B1=[Bsp;0];
C1=[Csp,0];
D1=0;

%navrh stavoveho regulatoru pro vyregulovani trvale poruchy
pr=[-7.5 -7.5 -7.5 -7.5 -7.5];
K=acker(A1,B1,pr)

```

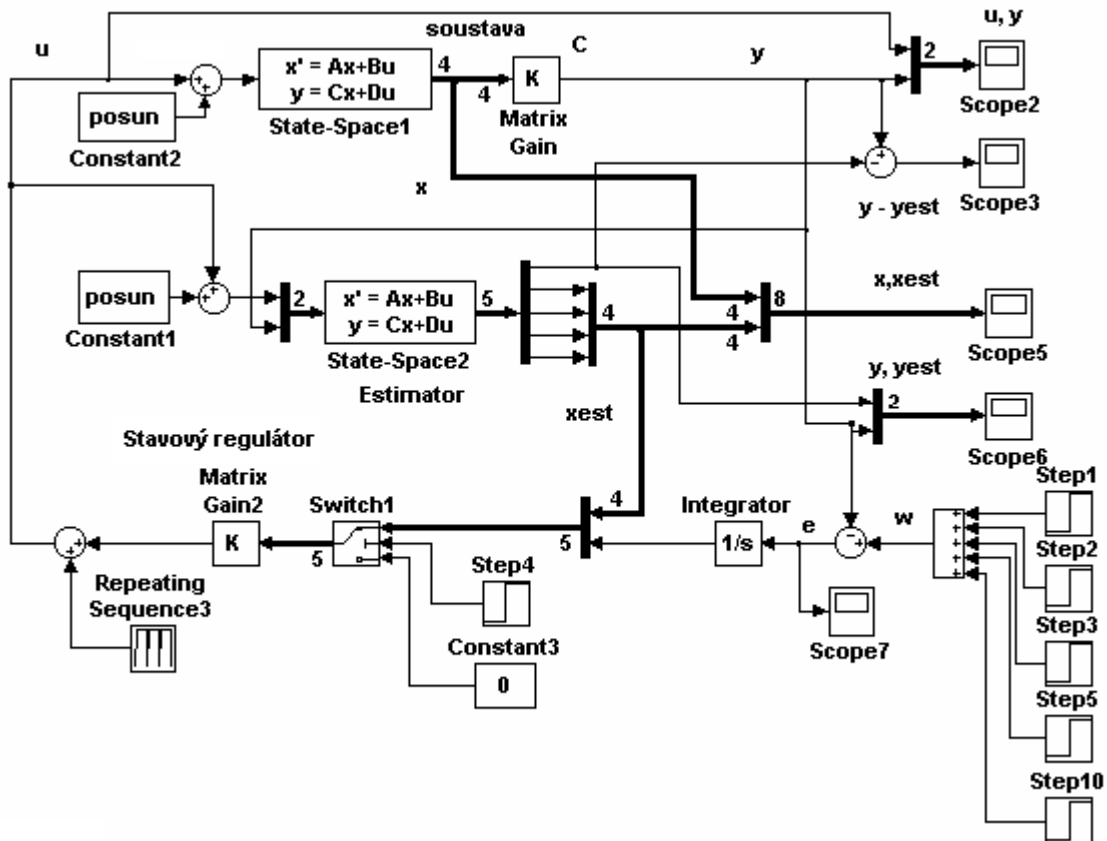
kde L je matice estimátoru,
 p jsou požadovaná vlastní čísla estimátoru,
 $A1, B1, C1$ a $D1$ jsou matice rozšířeného stavového popisu,
 pr jsou požadované póly uzavřeného regulačního obvodu,
 K je matice stavového regulátoru.

Ověření dynamických vlastností stavové regulace na spojitém modelu

Schéma na obr.4.3 bylo rozšířeno o stavový regulátor, který byl nalezen pomocí programu uvedeného výše.

Protože je ze statické charakteristiky určen rozsah linearity, musí se hodnoty akční a výstupní veličiny držet v tomto rozsahu. Pro motorek je (k prosinci 2001) hodnota u pro lineární rozsah od -0.7 do 0.8 . Z této podmínky plyne omezení pro návrh regulátoru.

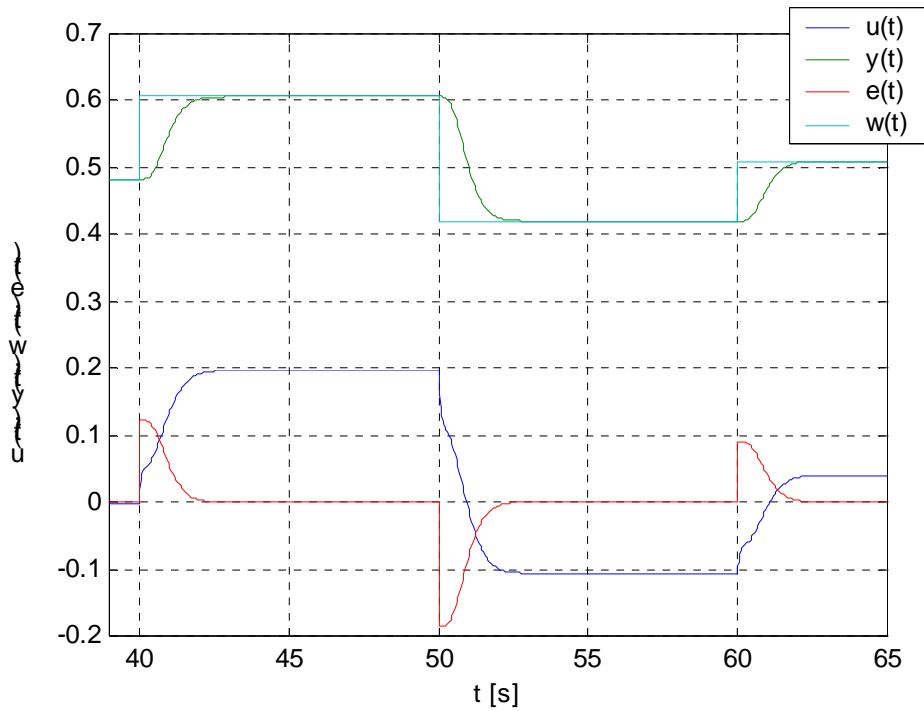
Blok Repeating Sequence3 zajišťuje posunutí do pracovního bodu po přímce (vychází se z nulových otáček). Pomocí bloku Switch1 je možno zvolit čas připojení stavového regulátoru (při regulaci použito $t = 0s$).



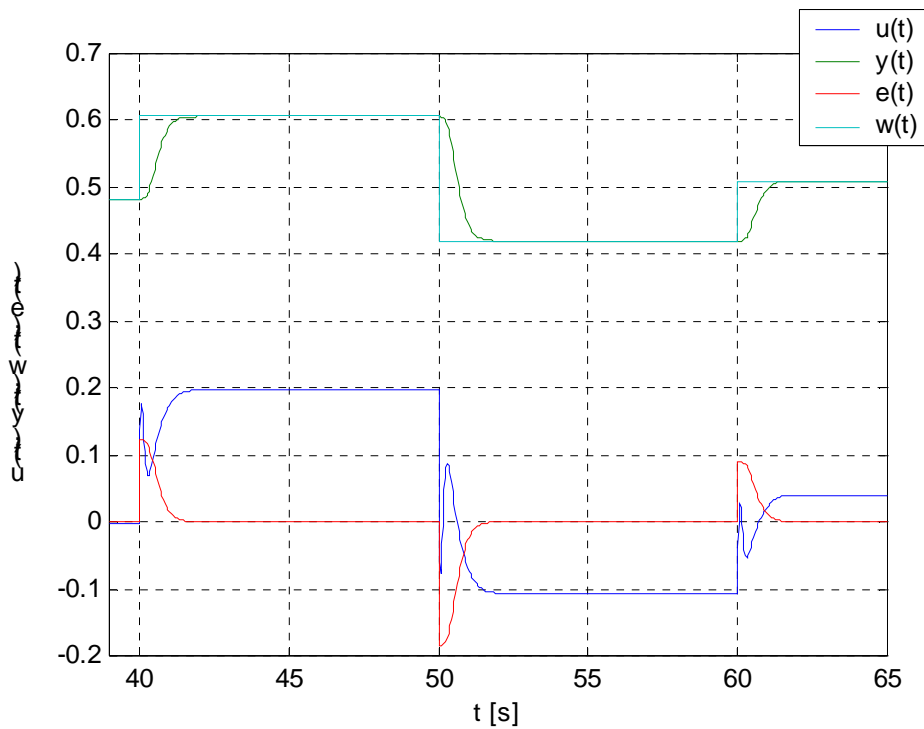
Obr.4.6 Stavová regulace – model

Simulační výpočty pro skok žadané hodnoty $w(t)$

Pro zvolené póly uzavřeného regulačního obvodu byly provedeny simulační výpočty pomocí schématu na obr.4.6. Na základě simulačních průběhů došlo ke korekci nastavení regulátoru.



Obr.4.7 Model, póly uzavřeného regulačního obvodu -5



Obr.4.8 Model, póly uzavřeného regulačního obvodu -7.5

Nalezené stavové regulátory:

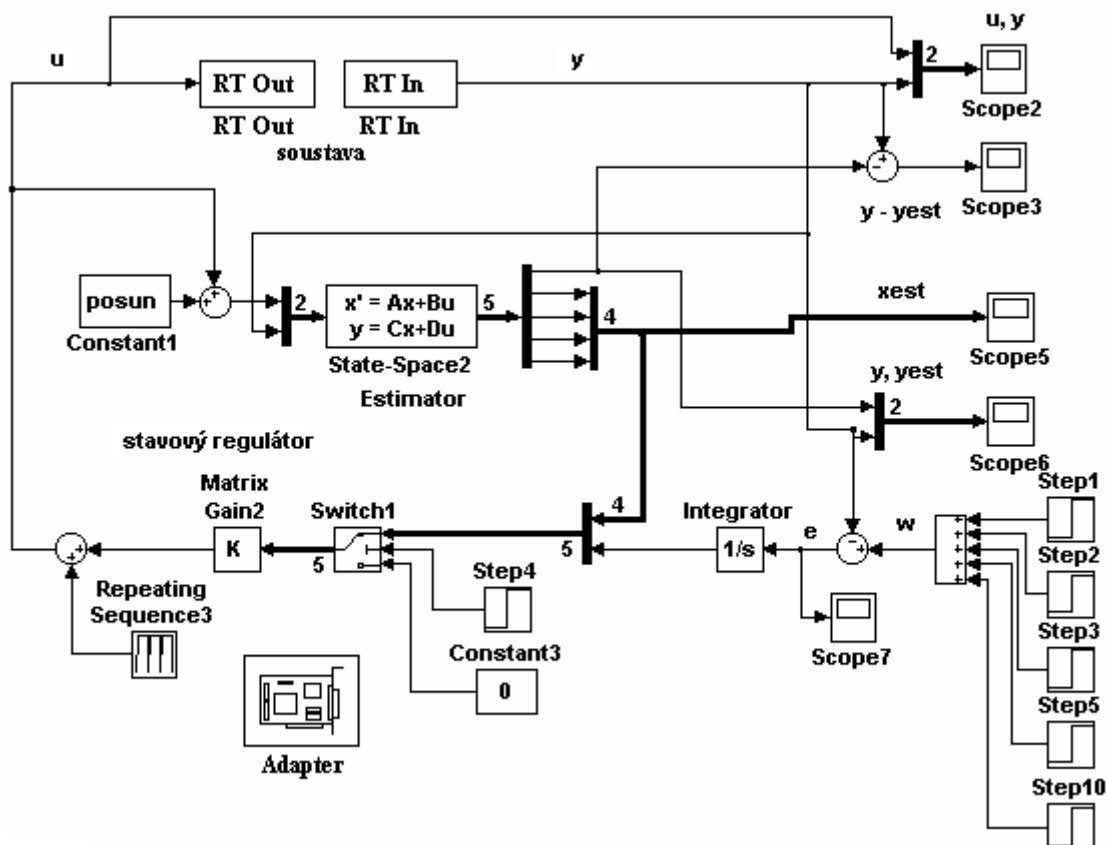
Požadované póly uzavřeného regulačního obvodu	Nalezený stavový regulátor K
$\mathbf{p} = [-7.5 \ -7.5 \ -7.5 \ -7.5 \ -7.5]$	$[-8.8806 \ -0.3245 \ 0.4715 \ 0.0625 \ -54.9442]$
$\mathbf{p} = [-5 \ -5 \ -5 \ -5 \ -5]$	$[1.7869 \ -0.6149 \ 0.0522 \ 0.0335 \ -7.2355]$

Tab.4.2 Nalezené stavové regulátory

Při rostoucí absolutní hodnotě pólů uzavřeného regulačního obvodu (musí být záporné kvůli stabilitě) se zkracuje doba regulace. Překročí-li se určitá mez, akční veličina vybočí z lineárního rozsahu. Jako optimální hodnotu jsem zvolil póly uzavřeného regulačního obvodu jako rovny -7.5 .

Ověření dynamických vlastností stavové regulace na reálné soustavě

V obr.4.6 bylo místo modelu soustavy zapojena reálná soustava pomocí bloků RT Out a RT In.



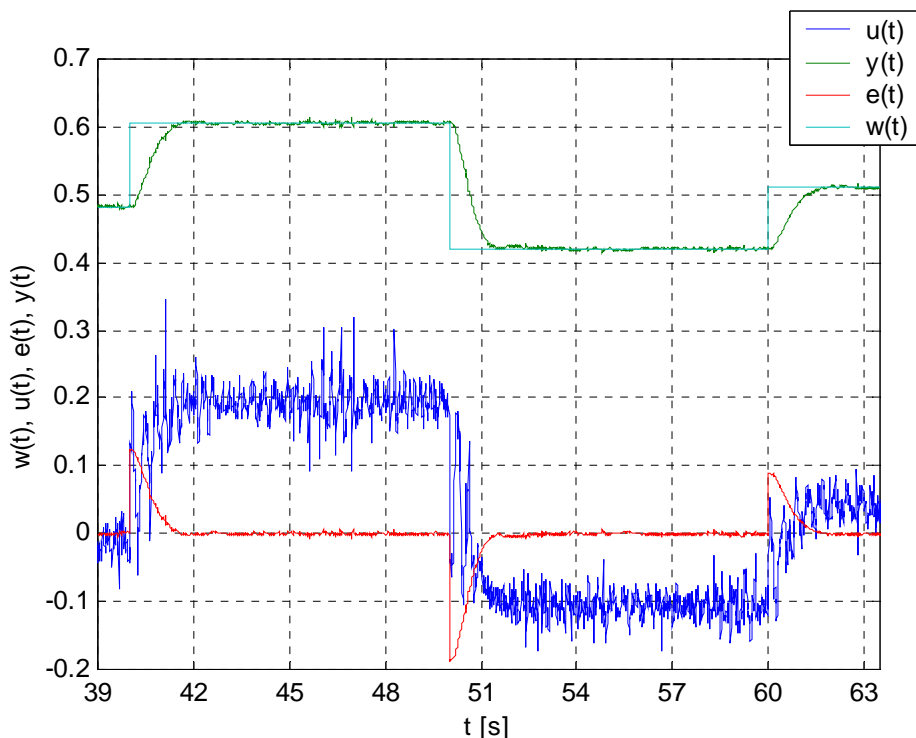
Obr.4.9 Stavová regulace na reálné soustavě

Dále bylo provedeno změření odezev na skoky žádané hodnoty a provedeny korekce nastavení estimátoru. Regulační průběhy jsou uvedeny na následujících obrázcích.

Póly uzavřeného regulačního obvodu rovny -7.5.

Stavový regulátor:

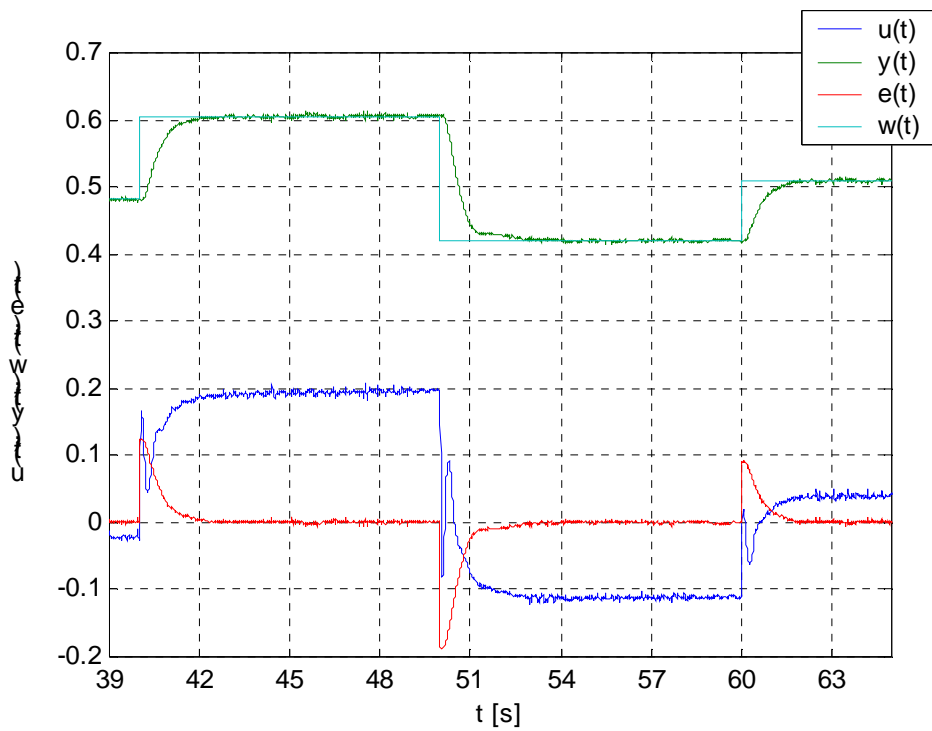
$$\mathbf{K} = [-8.8806 \quad -0.3245 \quad 0.4715 \quad 0.0625 \quad -54.9442] \quad (4-4)$$



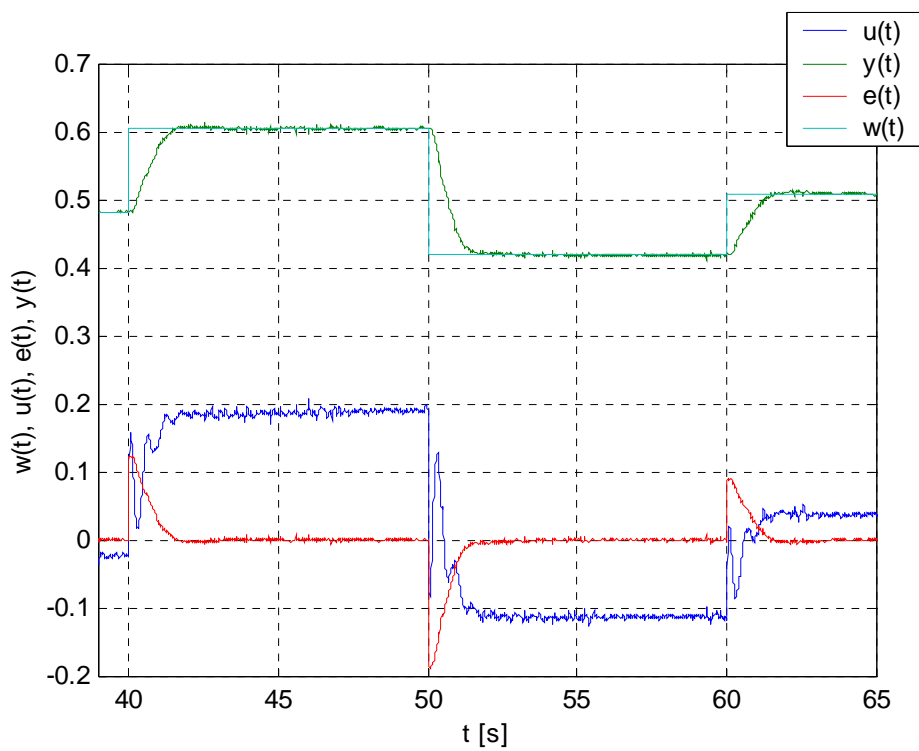
Obr.4.10 Vlastní čísla estimace rovny -10

Nejdříve byla zvolena při návrhu estimátoru vlastní čísla estimace rovna -10, protože však docházelo k příliš velkému přenosu šumu na vstup soustavy z důvodu rychlosti estimace (v kombinaci s volbou stavového regulátoru (4-4)) bylo potřeba zmenšit vlastní čísla estimátoru a provést návrh opakovaně. Jako optimální hodnota vlastních čísel estimačního procesu byla experimentálně zvolena -6 (i když došlo ke zhoršení průběhu $y(t)$).

Regulace s Kalmanovým estimátorem pro zvolené hodnoty R a Q je na obr.4.12. Jak je vidět z regulačního průběhu estimátor pracuje výborně a nejsou potřeba žádné korekce. Hodnoty Q a R se volí experimentálně, protože šumy působící na soustavu a na výstup soustavy nelze obecně měřit.



Obr.4.11 Vlastní čísla estimace rovny -6



Obr.4.12 Kalmanův estimátor $Q = 1, R = 0.1$

Návrh PID regulátoru pomocí vhodného kritéria

Při návrhu bylo použito kvadratické kritérium ve tvaru (4-5), tímto kritériem se docílí minimalizace regulační odchylky a vyhlazení změn jejího průběhu (v poměru na zvoleném $kappa$). Jako PID regulátor byla použita verze s přenosem (4-6), tj. s filtrovanou derivační složkou (pro $N = 15$).

$$\text{Použití kvadratického kritéria: } J = \sum_{t=0}^{10} \left\{ e(t)^2 + \kappa \cdot \left(\frac{de}{dt} \right)^2 \right\}. \quad (4-5)$$

$$\text{Přenos PID regulátoru: } R(s) = P + \frac{I}{s} + \frac{D \cdot s}{\frac{1}{N \cdot s} + 1}. \quad (4-6)$$

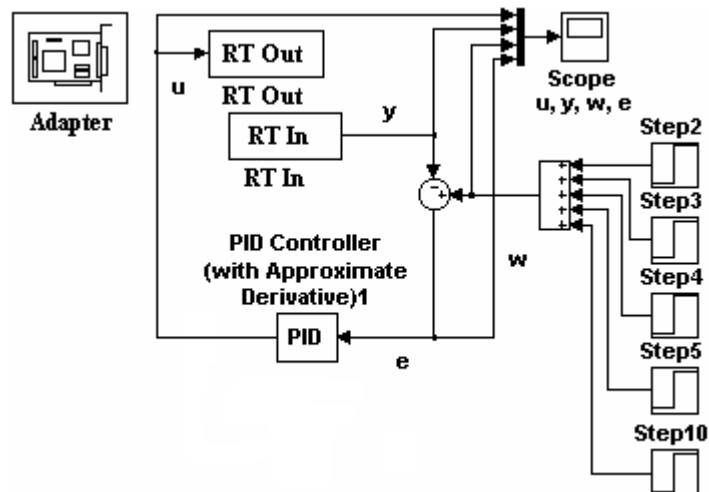
Návrh byl proveden pomocí programu vytvořeného v MATLABu. V programu bylo využito funkce `sminsearch`, která hledá minimum funkce více proměnných.

Nalezené koeficienty různých PID regulátorů jsou uvedeny v tab.4.3 .

kappa	P	I	D	Kritérium (mění se s kappa)
0	-0.0217	5.2787	0.4314	0.3589
0.1	0.0224	3.2672	0.2651	0.5507
0.5	0.0260	1.8800	0.1525	0.9199
1	0.0228	1.4127	0.1146	1.2072

Tab.4.3 Srovnání hodnot nalezených koeficientů PID v závislosti na kappa

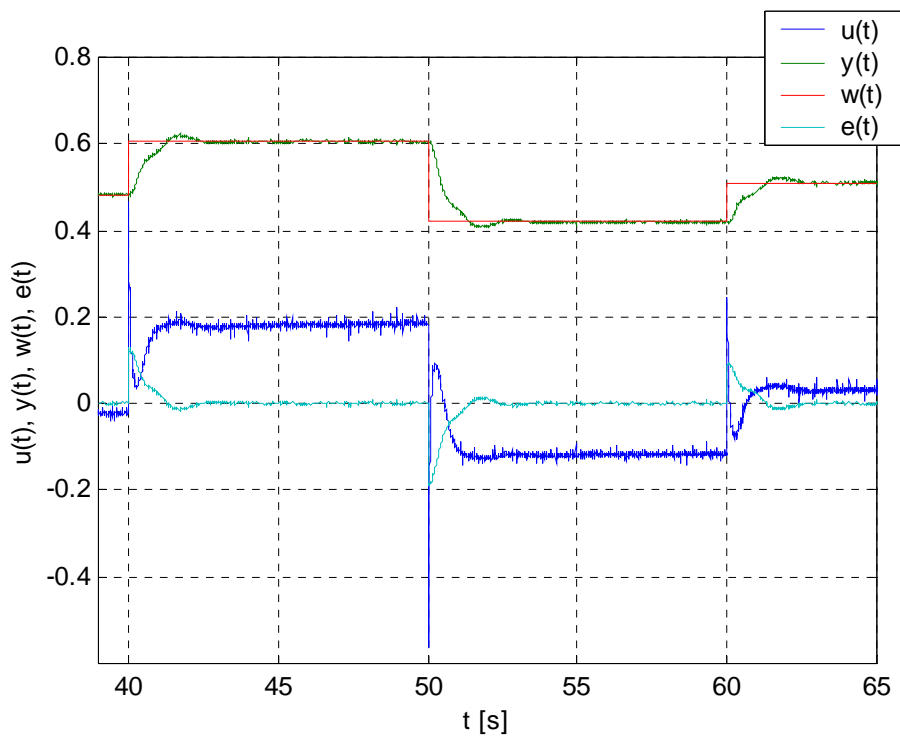
Schéma pro regulaci s PID regulátorem je uvedeno na obr.4.13.



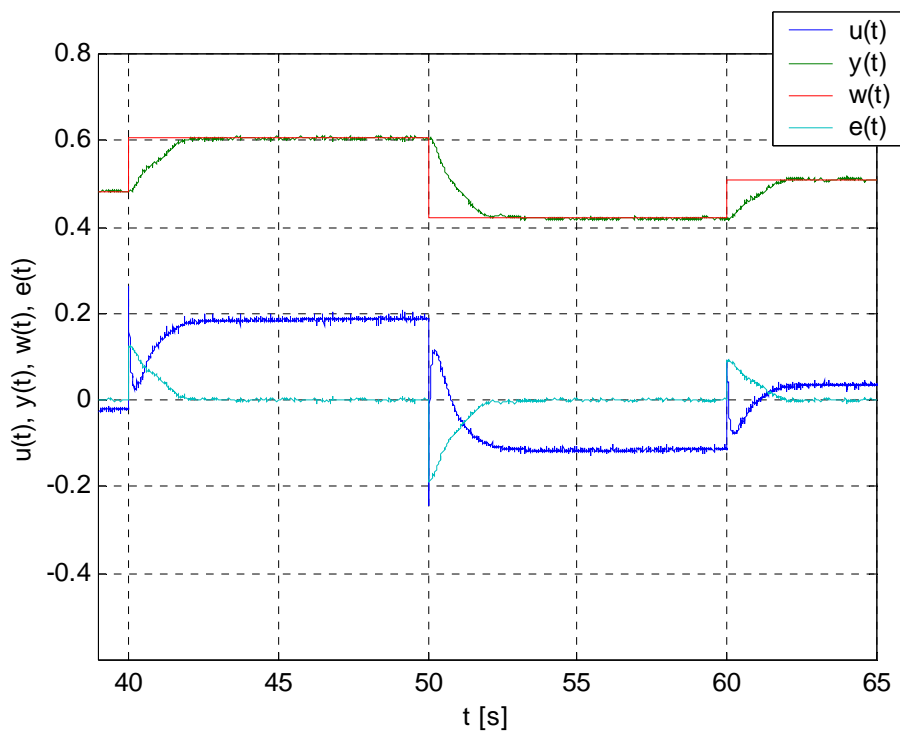
Obr.4.13 Schéma pro PID regulaci

Při regulaci bylo použito stejných skoků žádané hodnoty jako u stavové regulace.

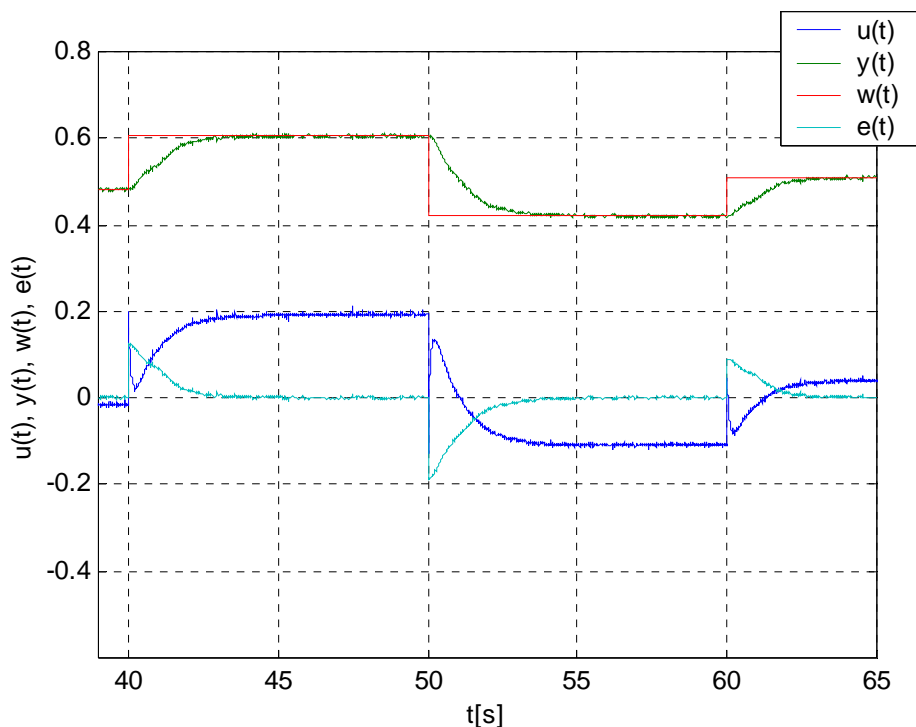
Regulační průběhy pro zvolené hodnoty kappa



Obr.4.14 PID regulace, $\kappa=0.1$



Obr.4.15 PID regulace, $\kappa=0.5$



Obr.4.16 PID regulace, $\kappa=1$

Jako optimální se jeví PID regulace s $\kappa = 0.5$. Dále bylo zkoušeno nastavit PID regulátor pomocí ručního seřízení, ale vzhledem ke kmitavosti soustavy nebylo dosaženo uspokojivých výsledků.

Rozdíly v chování regulace na reálné soustavě a při simulaci

Rozdíly v chování regulace na reálné soustavě a při simulaci jsou způsobeny převážně ne úplně ideální shodou mezi soustavou a modelem. Tato neshoda je způsobena i stárnutím gumiček (změna jejich tuhosti - pružná spojka je složena z letecké gumy 3x3mm namotané pětkrát dokola mezi dvěma kroužky). Velký vliv také hraje vhodně navržený estimátor stavového vektoru. Výborné výsledky podával Kalmanův estimátor pro hodnoty $Q = 1$ a $R = 0.1$.

Rozdíly v dynamice soustavy se stavovým a PID regulátorem

Rozdíly v dynamice PID regulace a stavové regulace jsou vidět z obrázků. Stavový regulátor, je-li dobře seřízen, podává lepší regulační výsledky než PID regulátor. Protože motorek je soustava čtvrtého řádu, rozdíl mezi kvalitou regulačního pochodu stavového regulátoru a PID regulátoru není výrazný. Pro běžný provoz by asi stačil vhodně seřízený PID regulátor.

5. Manuál pro práci s příkazy stavové regulace v Control System Toolboxu.

Pro účely výuky byl vytvořen jednoduchý manuál pro práci s příkazy stavové regulace v prostředí MATLAB Control System Toolbox. Manuál byl rozdělen na tři následující části:

- stavový popis a práce s ním,
- estimace stavového vektoru,
- nalezení stavového regulátoru.

Jednoduchý přehled popsaných funkcí v manuálu je v tab.5.1 .

Název funkce	Stručný popis funkce
tf2ss	Převod obrazového popisu na stavový popis.
ss	Vytvoření stavového popisu.
tfdata	Vypíše polynomy přenosu.
ssdata	Vytvoří matice stavového popisu.
ctrb	Vypočte matici říditelnosti.
obsv	Vypočte matici pozorovatelnosti.
ss2ss	Transformace stavového popisu.
estim	Návrh struktury estimátoru.
kalman	Návrh Kalmanova estimátoru.
acker	Návrh matice estimátoru.
acker	Návrh stavového regulátoru metodou volby požadovaných pólů uzavřeného obvodu.
place	Návrh stavového regulátoru metodou volby požadovaných pólů uzavřeného obvodu.
dlqr	Návrh stavového regulátoru kvadratickým kritériem pro diskrétní popis.
lqr	Návrh stavového regulátoru kvadratickým kritériem pro spojitý popis.
lqry	Návrh stavového regulátoru kvadratickým kritériem.

Tab.5.1 Funkce popsané v manuálu stavové regulace

Manuál je uložen v příloze [P2].

6. WWW stránky

Manuál pro práci s příkazy stavové regulace a zadání pro tvorbu semestrálních prací jsou uloženy na internetu na následujících adresách:

Manuál pro práci s příkazy stavové regulace v prostředí MATLAB Control Toolbox:
www.fm.vslib.cz/~krtsub/fm/tr2/manual_stav.pdf.

Zadání semestrální práce z TAŘ II:
<http://147.230.128.46/TAR2/semestralky/zad6.html>.

Zadání semestrální práce se generuje studentům pro různé úlohy a verze stavové regulace v závislosti na pořadovém čísle studenta v kruhu. Toto generování bylo vytvořeno v rámci diplomové práce [7].

7. Závěr

Výsledky práce se dají shrnout do několika následujících bodů.

- a) Stavová regulace byla navržena a odzkoušena na tři úlohy v laboratoři řízení pro různé verze stavových regulátorů a estimátorů stavového vektoru. Jako tyto verze byly zvoleny metody návrhů probírané v předmětu TAR II.
- b) Regulační průběhy stavové regulace na třech vybraných úlohách byly porovnány s klasickou PID regulací (s PID regulátorem seřízeným vhodným kritériem, případně ručně) a je nutné napsat, že pro řady zkoumaných soustav (2 ř., 3 ř. a 4 ř.) nebyl přínos stavové regulace výrazný hlavně z důvodu relativně nízkého řádu soustav. Pro soustavu průtokový ohřívač byl použit PI regulátor z důvodu pomalé dynamiky, kde by byla derivační složka regulátoru spíše na škodu.
- c) Byla sestavena zadání semestrální práce nazvané: „Stavová regulace reálné soustavy“, která slouží k podpoře výuky předmětu TAR II. Dále byly vypracovány podklady pro pedagogickou dokumentaci určené k ověření správnosti řešení studentů a obecně aplikace stavové regulace na vybrané úlohy.
- d) V dalším bodě práce byl vytvořen manuál pro práci s příkazy stavové regulace v prostředí MATLAB Control System Toolbox, který obsahuje jednoduché příklady k popsáním funkcím.
- e) Při regulačních měřeních na soustavě: motorek, pružná spojka, dynamo byl vyzkoušen i diskretní stavový regulátor navržený metodou pole-placement. Tento návrh oproti spojité verzi dosahoval horších výsledků, a proto není v rámci práce uváděn. Byl vyzkoušen i deterministický estimátor redukováného řádu, ale protože byla měřena pouze jedna stavová veličina (výstupní veličina), nedošlo ke zlepšení regulačních pochodů. Pro návrh úlohy regulace tlaku v trubce byl použit jen Kalmanův estimátor z důvodu velkého zašumění výstupní veličiny. Při regulaci nebyl prováděn přepočít na fyzikální jednotky, protože tento přepočít by neměl na výsledné regulační pochody vliv. Dynamické vlastnosti regulačních obvodů byly zkoumány pro skokovou změnu žádané hodnoty.
- f) Zadání semestrálních prací byla použita pro účely výuky při mnou vedeném cvičení a studenti podle nich a za použití uvedené literatury sami aplikovali stavovou regulaci na vybrané úlohy.
- g) Na tuto práci lze navázat aplikací stavové regulace na zbylé úlohy v laboratoři řízení nebo použitím jiných metod návrhu estimátorů a stavových regulátorů, případně porovnáním jednotlivých metod návrhů mezi sebou. Na toto porovnání v této práci již nezbylo místo a ani nebylo předmětem zadání.
- h) K diplomové práci je jako příloha vložen CD-ROM, který obsahuje příklady aplikace stavové regulace popsané v tab.4.1 (formou podkladů pro pedagogickou dokumentaci) a také manuál pro práci s příkazy stavové regulace v Control System Toolbox.

8. Použitá literatura

- [1] Modrlák, O., Kyrál, A.; Úvod do identifikace [online]. Liberec : TU, 2001. [cit. leden 2002]. Dostupné na WWW: www.fm.vslib.cz/~krtsub/fm/tr1/tar1_zid.pdf.
- [2] Modrlák, O.; Základy analýzy a syntézy ve stavovém prostoru [online]. Liberec:TU, 2001. [cit. únor 2002]. Dostupné na WWW: www.fm.vslib.cz/~krtsub/fm/tr2/tar2_zas.pdf.
- [3] Modrlák, O., Votrubec R.; Regulace otáček [online]. Liberec : TU, 2001. [cit. květen 2002]. Dostupné na WWW: www.fm.vslib.cz/~krtsub/fm/tr2/navod1.pdf.
- [4] Modrlák, O., Votrubec, R.; Průtokový ohřívač [online]. Liberec : TU, 2001. [cit. květen 2002]. Dostupné na WWW: www.fm.vslib.cz/~krtsub/fm/tr2/navod3.pdf.
- [5] Barochovský Josef; Analýza vlastností různých metod seřízení regulátorů u laboratorní úlohy. [Diplomová práce]. Liberec : TU, 2002. TU v Liberci – fakulta mechatroniky.
- [6] Volejník Ondřej, Modrlák Osvald; Stručný manuál MATLABu pro předměty teorie řízení [online]. Liberec : TU v Liberci, 2002. [cit. 14 května 2002]. Dostupné na WWW: www.fm.vslib.cz/~krt/krt_cz/vyuka/text/MATLAB/index.htm.
- [7] Kyrál Aleš; Hypertextový studijní materiál předmětů teorie řízení. [Diplomová práce]. Liberec : TU, 2002. TU v Liberci – fakulta mechatroniky.
- [8] Strejc, V.; Stavová teorie lineárního diskrétního řízení. Academia Praha, 1978.
- [9] Havlena, V., Štěcha, J.; Moderní teorie řízení. ČVUT Praha, 1996.

9. Seznam příloh

[P1] – Podklady pro pedagogickou dokumentaci, CD-ROM.

Struktura adresářů na CD-ROMu je v tab.9.1.

Typ	Soustava	Adresář na CD
S	Motorek, spojka, dynamo	s_motorek
D	-//-	d_motorek
DP	-//-	du_motorek
S	Průtokový ohříváč	s_prutokac
D	-//-	d_prutokac
S	Regulace tlaku v trubce	s_fen
D	-//-	d_fen

Tab.9.1. Struktura adresářů na CD-ROMu

Kde S spojitá stavová regulace,
D diskrétní stavová regulace,
DP diskrétní stavová regulace, přírůstkový model.

Každý adresář obsahuje podklad pro pedagogickou dokumentaci (přípona *.doc), program pro návrh stavových regulátorů a estimátorů (*.m), simulační schéma stavové regulace (*.s.mdl) a schéma pro regulaci reálné soustavy (*.m.mdl).

[P2] - Manuál pro práci s příkazy stavové regulace, CD-ROM.

Manuál je uložen na CD-ROMu v souboru manual_stav.doc.