

TECHNICKÁ UNIVERZITA V LIBERCI  
FAKULTA TEXTILNÍ

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

LIBEREC 2007

LENKA ŠMÍDOVÁ

**TECHNICKÁ UNIVERZITA V LIBERCI**  
**FAKULTA TEXTILNÍ**

**STUDIE UPLATNĚNÍ PRAVIDLA „ZLATÉHO  
EZU“ V KONSTRUKCI ODĚVU**

**STUDY EXERCISE RULES „GOLDEN RATIO“ IN  
CONSTRUCTION DRESS**

**KOD - 226**

**LIBEREC 2007**

**LENKA ŠMÍDOVÁ**

## Prohlášení

Prohlašuji, že předložená *diplomová (bakalářská)* práce je původní a zpracoval/a jsem ji samostatně. Prohlašuji, že citace použitých pramenů je úplná, že jsem v práci neporušil/a autorská práva (ve smyslu zákona č. 121/2000 Sb. O právu autorském a o právech souvisejících s právem autorským).

Souhlasím s umístěním *diplomové (bakalářské)* práce v Univerzitní knihovně TUL.

Byl/a jsem seznámen/a s tím, že na mou diplomovou (*bakalářskou*) práci se plně vztahuje zákon č. 121/2000 Sb. o právu autorském, zejména § 60 (školní dílo).

Berou na vědomí, že TUL má právo na uzavření licenční smlouvy o užití mé diplomové (*bakalářské*) práce a prohlašuji, že **souhlasím** s případným užitím mé diplomové (*bakalářské*) práce (prodej, zapůjčení apod.).

Jsem si vědom toho, že užití své diplomové (*bakalářské*) práce mi poskytnout licenci k jejímu využití mohu jen se souhlasem TUL, která má právo ode mne požadovat případný příspěvek na úhradu nákladů, vynaložených univerzitou na vytvoření díla (až do jejich skutečné výše).

V Liberci, dne 14. 5. 2007

.....

Podpis

## Abstrakt

Tato studie se zabývá vlastnostmi zlatého řezu a jejich uplatnění v konstrukcích odívání. V práci je uvedeno matematické vyjádření rovnicemi, příklady užití v rovinné geometrii a v planimetrii. Pak se zde poukazuje na souvislost zlatého poměru s Fibonacciho posloupností. Je zde poukázáno na historii vzniku debaty o zlatém poměru. V praktické části je poukázáno na zlatý poměr lidské paže. Práce je také doplněna názornými obrázky k doplnění textu.

## Klíčová slova

Zlatý řez, konstrukce odívání, Fibonacciho posloupnost, zlatý poměr, zlatý řez a lidské tělo

## Abstract

This study deal with properties golden ratio and their exercise in constructions dress. In study is mentioned mathematical formulation quadratics, example exercise in plane steering-swivel geometry and in planimetric. Then there point on context gold ratio with Fibonacciho succession. There is remit on story rise debates about gold ratio. In practical parts is remit on gold ratio human shoulder. Study is also completed objective pictures to completion text.

## Pivotal words

Golden section, construction dresses, Fibonacciho succession, gold ratio, golden section and human body

## Obsah

1. Úvod .....	6
2. Historie .....	7
3. Zlatý ez kolem nás .....	10
3.1. P íroda .....	10
3.2. Botanika .....	11
3.3. Mnohost ny v p írod .....	14
3.4. Um ní .....	15
3.4.1 Obrazy .....	15
3.5. Architektura .....	16
4. Matematické vyjád ení .....	19
4.1. íselné vyjád ení .....	19
4.2. Konstrukce zlatého ezu .....	20
4.3. Násobky úhlu 36° .....	22
4.4. Pravidelný p tíúhelník .....	23
4.5. Pravidelný desetiúhelník .....	24
4.6. Zlatý obdélník .....	25
4.7. Zlatá spirála .....	26
4.8. Zlatý trojúhelník .....	26
4.9. T lesa v prostoru .....	28
5. Fibonacciova ísla .....	29
6. Lidská postava .....	31
7. Studie zlatého ezu na lidské postav a v konstrukci od v .....	33
7.1. Zlatý pom r v konstrukci od v .....	34
7.2. Lidská ruka .....	41
8. Záv r .....	47
9. Použitá literatura .....	48
10. Použité zkratky .....	49

# 1 Úvod

Tématem bakalářské práce je uplatnění zlatého řezu v konstrukci od v . Nejdříve se však musí vysvětlit co to vlastně zlatý řez znamená a od jaké doby se o tomto pojmu začalo diskutovat.

Tak tedy pod pojmem zlatý řez si představte rozdělení úsečky na dvě části v určitém poměru. Úsečka je rozdělena na dvě části tak, že poměr délky větší části ku délce menší části je roven poměru délky celé úsečky ku délce větší části.

Pojem zlatý řez je znám už od doby antiky. Používá se až dodnes v malířství, sochařství, architektuře, typografii. Hlavně je využíván v pírodě a to nejen v proporcích lidského těla, ale i v botanice, biologii, nerostech a v krajině. Protože je tento poměr tak běžný v pírodě, lidské oko je na něj zvyklé, připadá mu přirozený a proto i velmi příjemný. A možná právě proto se antičtí výtvarníci snažili nějak vyobrazit ve svých dílech, aby byly díla pro lidi krásnější.

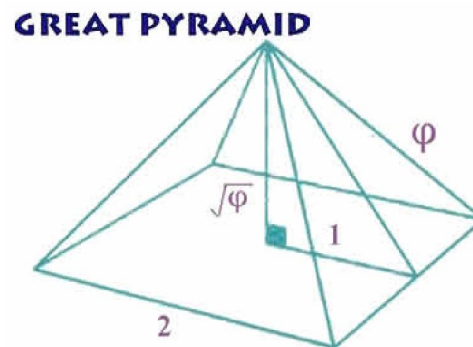
V praxi se zlatý řez používá například pro umístění výrazné dominanty v grafice, na webu zejména v záhlaví stránek, písazbě knih, tvorbě reklamních tiskovin nebo třeba při komponování fotografií. Zlatý řez při kompozici používali také staří mistři, zejména v období renesance. Dokonce se nachází i v uspořádání hvězd ve vesmíru, v krystalických strukturách a chemickém složení látek. Lidská znalost zlatého řezu je však mnohem starší, jeho geometrická konstrukce je známa již od prvního století před naším letopočtem. [1]

## 2 Historie

Už od starověku fascinoval tento poměr nejvíc matematické umělce. Počínaje Egyptem, kde je základ matematiky Rhind v papyrus, v poslední době nazývaný Ahmes v papyrus, podle písaře, který ho napsal někdy v období 1788-1580 př. n. l., když Egypt byl ovládán Hyksósy. Tento papyrus tvrdí, že "v pyramidách je utajen tajemný kvocient, nazvaný seqt". Tento seqt objevili pozdější Řekové. Některí historikové tvrdí, že tento kvocient je zlaté číslo, zatímco to doposud nepotvrdilo, ale také nevyvrátilo. Dokonce na Cheopsově pyramidě v Gíze byl objeven poměr blízký zlatému číslu (Obr. 1, Obr. 2).



Obr. 1 Cheopsova pyramida



Obr. 2 Cheopsova pyramida - nákres

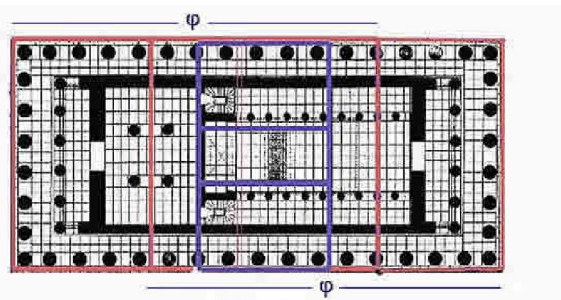
Jedny z prvních písemných zápisů pochází z antiky. Antický umělec Euklides (340-287 př. n. l.), sepsal dílo „Základy“, kde se zabýval úlohou rozdělit úsečku na délce tak, aby se její menší část měla k větší jako větší část k celku. Jedná se o rozdělení úsečky "ve středním a krajním poměru". Úloha z druhé Euklidovy knihy Základní zní: "Rozdělit úsečku na dva díly tak, aby obdélník, jehož jedna strana je celá úsečka a druhá strana je jeden z dílů, měl stejný obsah jako čtverec nad druhým dílem." Dále se zabýval konstrukcí pravidelného polyedru, který v sobě také skrývá zlatý poměr, a v kreslení pravidelných platónských těles do koule. Na svou dobu je to úloha velmi obtížná, neboť ještě nebyla známa algebra.

V antice již v 5. století p .n.l. se zlatým ezem zabýval i socha , malí , zlatník a architekt Phidias. Postavil athénský Panthenón na Akropoli (Obr. 3, Obr. 4), jehož základem je zlatý obdélník a zlatý pom r nalezneme i na pr elí této stavby. Po Phidioví bylo podle n kterých pramen ve 20. století zavedeno ozna ení pro zlaté íslo – ( $\phi$ ).

Jiné zdroje uvád jí, že toto ozna ení je na po est nikoli Phidia, ale Leonarda Pisánského (1170 – 1240) zvaného Fibonacci. Za zmínku stojí i ímský architekt a stavitel Marcus Vitruvius Pollio, který žil na konci 1. století p . n. l. za vlády Caesara a Augusta. Sepsal 10 knih o svém oboru pod názvem „Deset knih o architektu e“. Základem jeho teorií byla nauka o významu íselných zákonitostí a propor ních vztah , jež lze odhalit ve stavb vesmíru i lov ka a bez nichž nelze postavit krásnou budovu. Podle Vitruvia je estetika budovy založena na íselných vztazích odvozených z proporcí lidského t la.



Obr. 3 Panthenón



Obr. 4 Panthenón - nákres

Debaty o zlatém íslu utichly a znovu se k nim vrací až v období renesance tj. v 15. století, když nastal návrat k antické kultu e. V tuto dobu byli matematici ohromeni tímto pom rem, že ho za ali nazývat božským pom rem. Na Eukleidovy „Základy“ navazuje italský matematik Luca Pacioli, který je spíše známý díky podvojnému ú etnictví. Vydal roku 1509 pojednání „O božském pom ru“ s ilustracemi svého p ítele Leonarda da Vinci, který považoval zlatý ez za ideál krásy a harmonie a hojn jej využíval ve svých malbách. Toto dílo obsahuje soubor p íklad výskytu pom ru zlatého ezu v rovinných obrazcích a t lesech. Znovu bylo vydáno v roce 1956.

N mecký malí Albrecht Dürer ve svém spisu z roku 1528 rozvinul n které teoretické problémy nauky o proporcích. A také se zde setkáváme se zlatým ezem úse ky a zlatým obdélníkem. Mezi holandskými mistry výtvarného um ní vynikal v užití



i teorii zlatého řezu Jan Vermeer (1632 až 1675), poté se však zájem o zlatý řez začal vytrácet. Název "zlatý řez" a "zlatý poměr" se však začalo používat až v 19. století, když se opět v dění začali zajímat o tuto problematiku. Německý fyzik, psycholog a filozof Gustav Theodor Fechner tehdy proměřil několik set obrazů ve více než dvaceti muzeích evropských hlavních měst se závěrem, že názory o významu zlatého řezu nelze potvrdit. Jeho výsledky potvrdil dr. Miroslav Tyrš, který s mravenčí pilí proměřil spoustu antických soch a významných staveb, avšak zlatý řez nenalezl.

V této době se teorie zlatého řezu přesunula do pozadí. A přesto je spousta vědců, které toto číslo fascinuje. Jedním z nich byl ve 20. století francouzský Matila Ghyka, který roku 1931 vydal v Paříži „Zlaté číslo“, o němž později, roku 1946, pak vyšla ve Velké Británii jeho kniha „Geometrie umění a života“. V obou dílech se zabývá výskytem zlatého ředu v přírodě i v architektuře, jeho vlastnostmi a využitím od starověkého Egypta přes antiku až po současnost. V dnešní době o přítomnosti zlatého ředu svědčí například „pyramida v Louvre“, která je vstupní bránou do galerie ( Obr. 5 ) nebo budova La Géode v Paříži, jenž je nejvyšší panoramatické kino na světě (Obr. 6).

Dnes v 21. století jde rozvoj matematiky rychleji kupředu a i problematika zlatého ředu má své místo. Zlatý poměr se využívá nejen v matematice, planimetrii, stereometrii, ale také ve fotografii a dokonce i v rozvržení webových stránek. [1, 5,7, 9]



Obr. 5 Pyramida v Louvre



Obr. 6 La Géode v Paříži

## 3 Zlatý ez kolem nás

### 3.1. Píroda

Jakub Bernoulli (1654-1705), nejstarší z rodiny vynikajících u enc , se mimo jiné zajímal o zákonitosti k ivek. Logaritmická spirála, kterou krátce p edtím objevil francouzský filozof a matematik René Descartes, ho p ímo fascinovala. Bernoulli neváhal a ozna il ji za spira mirabilis - neoby ejná, obdivuhodná spirála.

Je to jediná k ivka, která roste tak, že zachovává tvar a pom r ástí. Vyjad uje r st neživých ástí živého tvora. M žou to být zobáky, zuby, rohy, parohy nebo schránky m kkýš .

N kdy nás ani nenapadne, že to, co p ed sebou vidíme, je ástí spirály. Hlavn e tehdy, jedná-li se o rychle rostoucí spirálu. Mírn ohnutý sloní kel i hust to ená ulitka plže jsou v tomto ohledu p íbuzné.

Turovitým kopytník m, mezi které pat í i náš hov zí dobytek a ovce, rostou do spirály rohy. Nebývá to vždy na první pohled z etelné, nebo oby ejn jsou jen ástí jednoho závitů spirály, ale n které jsou p ímo ukázkou prostorové logaritmické spirály. ( Obr. 7 )



Obr. 7 Africký kudu

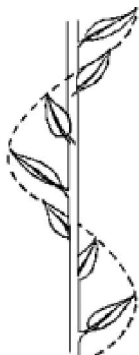
U hlavonožců je jeden z příkladů schránka Nautila. Nejlépe je spirála vidět, když se podíváme na průřez ulity. Přepážky, které ji rozdělují na komůrky, svědčí o tom, jak Nautilus roste. Nautilus totiž obývá ve svém bytí vždy jen poslední pokoj. Pokud je mu malý, přistaví hned vedle další, o kousek větší, a nastoupe se do něj. Komůrka je sice větší než předcházející, ale má přesně ten samý tvar. ( Obr. 8 )



Obr. 8 Nautilus

### 3.2. Botanika

Rostliny které byly vytvořené ve spirálách, jako ananas a slunečnice mají v sobě schovanou spirálu. Je obsažena nejen v upořádání listů, ale i v semenech a okvětních lístkách. Listy, pokud vyrůstají jednotlivě, jsou na větvích rozloženy tak, že každý list vyrůstá nad předchozím listem více či méně posunut o určitý úhel. ( Obr. 9 )



Obr. 9 Úhel posunutí list

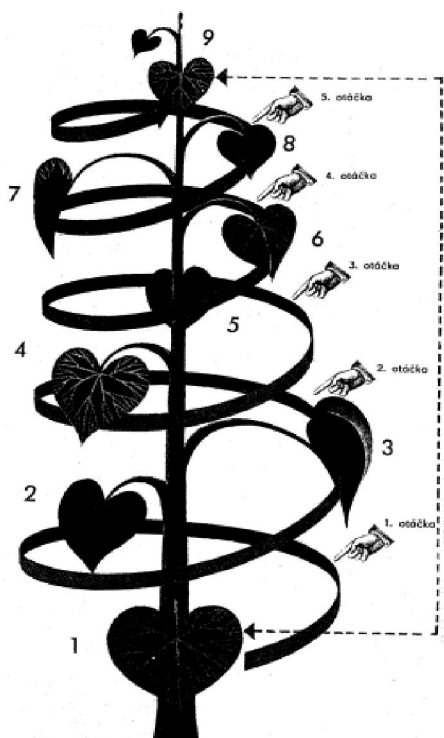
Tento úhel, který je pro každou rostlinu charakteristický, vyjad ují botanici ve tvaru zlomku, který udává, jakou část obvodu kružnice vytíná. ísla v itatelích zlomk tvo í Fibonacciovy posloupnosti:

$$\frac{1}{2} \frac{1}{3} \frac{2}{5} \frac{3}{8} \frac{5}{13} \frac{8}{21} \dots$$

Zlatý ez se tak nep ímo uplat uje i p i rozložení list ů na ose rostliny.

V dolní ásti stonku jsou listy starší a v tší, u vrcholu mladší a menší. Všechny listy jsou stejnom rn osv tlovány, menší nestíní v tším, které nad to mají ješt delší apíky.

Zákonitostí rozestav ní list ů se zabývali, v 30.- 40. letech minulého století, francouzští badatelé brat i Louis a Antoine Bravais, a n me tí morfologové Karel Schimper a Alexandr Braun. Tito botanici vybudovali celou nauku o postavení list ů, která k výklad m používá matematických pou ek. ( Obr. 10 )

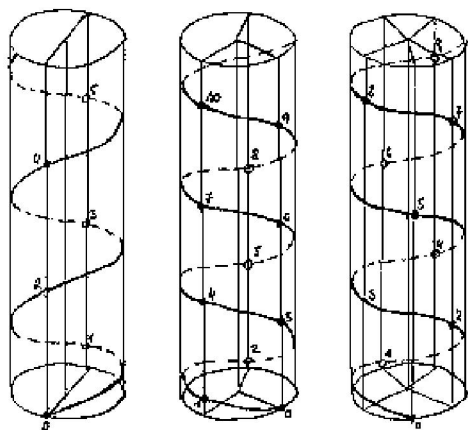


Obr. 10 Rozestav ní list ů

Listy jsou postaveny na stonku trojím zp ůsobem. Kolem stonku opisujeme spirálu, která vystupuje vzh ru podle stá í list ů. Tuto myšlenou spirálu nazýváme genetická spirála. Tak m ůžeme stanovit, že listy jsou postaveny jednak ve spirále, p i emž vždy ur ítý po et list ů tvo í skupiny mezi dv ma listy stojícími nad sebou a opakujícími se

pravidelně na celém stonku, a jednak tvoří listy určitý počet svislých řad, v nichž stojí listy vždy po určitém počtu otáček spirály kolem osy. Tedy dva sousední listy jsou od sebe vzdáleny o určitou výškovou vzdálenost  $d$  a odchýleny o úhel, který nazýváme divergence  $\delta$ . Distance je proměnlivá veličina podle tloušťky osy a píkrosti genetické spirály, kdežto divergence je vždy stálá a lze ji vyjádřit zlomkem. Tento zlomek  $m/n$ , který bývá u celé rostliny stejný, nám ve jmenovateli udává počet listů v jedné skupině a v jmenovateli počet otáček spirály kolem stonku od prvního listu k následujícímu, který stojí přímo nad ním.

Postavení listů si můžeme znázornit schématicky. Část stonku pokládáme za pravidelný válec, který je v podstatě kuželem, nebo se k vrcholu zužuje. (Obr. 11)



Obr. 11 Schématické postavení listů

Na obrázku je schéma stídavého postavení listů na stonku se zlomkem  $1/2$ , které najdeme například u tévce lípy nebo révy vinné: zde stojí vždy jeden list nad prvním, přičemž celý cyklus obsahuje jen jediný obvod genetické spirály.

Na větvi olše nebo lísky tvoří genetická spirála též jeden obvod, ale přechází tři listy, aby došla k listu, který stojí právě nad listem, od něhož jsme vyšli. Divergence dvou listů je  $120^\circ$ , všechny listy jsou uspořádány ve třech svislých řadách a zlomek je  $1/3$ .

U stromů například dub, višňe, topol, akát, vrba a jablko stojí listy stídavě v pěti řadách a genetická spirála se otočí okolo osy dvakrát, tedy zlomek  $2/5$ . Méně zastávané je postavení  $3/8$ , například u lenku, eduke, vavřínu.

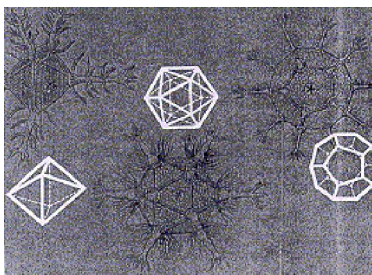
Opírající se o zákonitost rozestavení listů jsou různé teorie. Alex Braun viděl ve spirálním postavení listů uskutečnění matematické myšlenky v plánovitě stavbě rostlinného těla. Hanstein a později Kerner vykládají, že listy se snaží zaujmout takové místo, aby každý měl dostatek místa, vzduchu i světla. A mohli bychom ve vývoji této teorie

pokračovat dál. Je však nesporné, že rozestavení listů závisí nejen na vnitřních podmínkách, ale i na podmínkách vnějších, které mají často velký vliv na poměry vegetačního vrcholu. [2, 9]

### 3.3. Mnohostěny v přírodě

V poslední době se dvacetistěny opět objevily na stránkách odborných publikací. Ukázalo se totiž, že bór krystalizuje v dokonalých dvacetistěnech. Také viry, které byly dříve pokládány za kulovité, například virus detské obrny, mají tvar dvacetistěny. Biologové bombardovali virus napadající komáry ze dvou stran atomy kovu. Za virem tak vznikly jakési stíny. Na fotografii lze při této metodě rozeznat, že stíny mají ostré rohy. Virus tedy nemůže být kulový, jak se dříve předpokládalo. Aby byl určen jeho tvar, byly různé mnohostěny osvětlovány pod těmiž úhly, jako byl bombardován virus. Ukázalo se, že jen jeden mnohostěn vrhá právě takový stín. Byl to dvacetistěny. Z matematických zákonů je nejekonomičtější uzavřeným obalem složeným ze stejných prvků právě dvacetistěny pozorovaný u virů.

Tato elegantní a pitomá úhledná konstrukce složená z dvaceti identických nejjednodušších prvků, pravidelných trojúhelníků, a obepínající nejvyšší možný objem nám opět připomíná povodní jednoduchost přírody. Pravidelné mnohostěny nalezneme i u živočichů. ( Obr. 12 ) [8, 9]



Obr. 12 Kostry mřížovce

Jsou to drobní moštiny živočichové, jejichž kostrami je pokryto dno Tichého a Indického oceánu. Tito mřížovci žili před milióny lety. Kostry na obrázku tvoří skoro dokonalý osmistěny, dvánástěny a dvacetistěny. Příroda všechno své bohatství a rozmanitost buduje z nejjednodušších elementů.

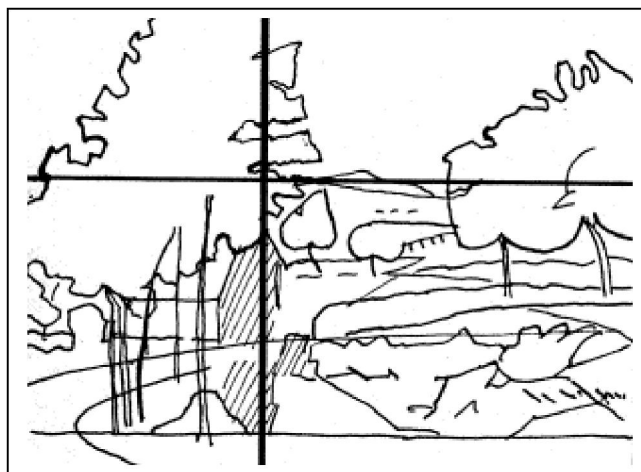
### 3.4. Umění

O vztahu matematiky a umění svídí to, že mnozí vynikající výtvarníci byli výbornými matematiky, například Leonardo da Vinci nebo Albrecht Dürer.

#### 3.4.1. Obrazy

Přítvorb obrazových formátů se používá poměr zlatého řezu pro výšku i šířku rámu. Rám ve tvaru zlatého obdélníka je protáhlý formát naležato, často používaný pro obrazy moře.

Se zlatým řezem se setkáváme i při umístění hlavního motivu obrazu do plochy formátu. Esteticky mnohem účinnější je umístění mimo geometrický střed, do tzv. středu optického, který bývá dán užitím poměru zlatého řezu nebo dvojitého zlatého řezu. S tímto kompozičním řešením se často setkáváme v obrazech Bohumila Kubišty (1884-1918). Kubišta patřil k umělcům, kteří obrazové geometrii vnovali velkou pozornost. Podívejme se na uplatnění harmonických poměrů v jeho obraze Žně.

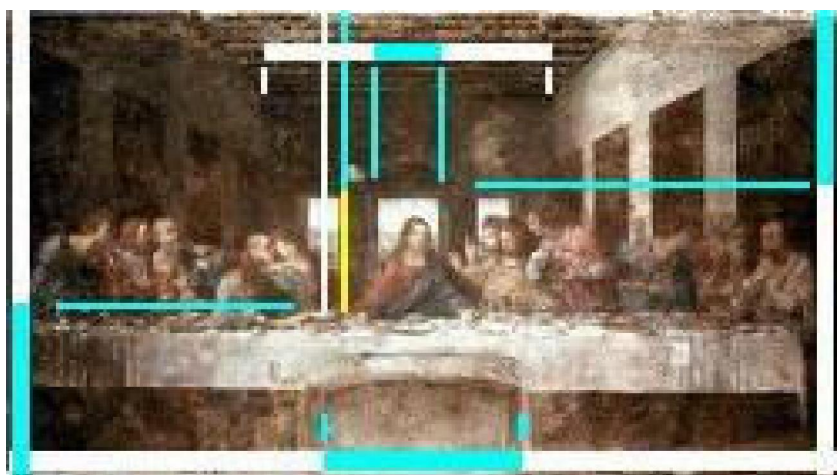


Obr. 13 Bohumil Kubišta – Žně

Zlatý řez se uplatňuje v mnoha malířských kompozicích nejznámějších období. Známý obraz Leonarda da Vinci "Poslední večeře Páně" je tak působivý právě proto, že postavy na něm jsou rozděleny bílým ubrusem podle zlatého řezu. (Obr. 14) I Raffaelova "Sixtinská madona" může být vtěsnána do poměru zlatého řezu.



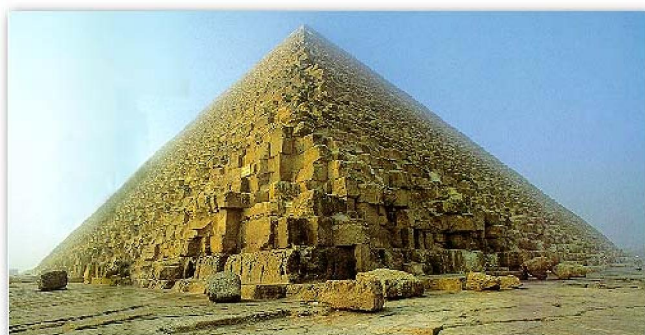
Malí však obraz složitě nepromějí, nýbrž se nechávají vést citem, který mu určuje poměry rozměrů v obraze, vztahy částí k celku i jejich umístění do formátu. [9]



Obr. 14 Leonarda da Vinci Poslední večeře Pán

### 3.5. Architektura

Všichni badatelé hledali důkaz pro svá tvrzení v plánech architektur všech dob i slohů. Největší památník zlatého věku vidí dokonce i badatelé v Cheopsově pyramidě. Tvrdí, že podstava této pyramidy se má k jejímu pláští jako plátek k jejímu celému povrchu. Je-li  $c$  výška boční stěny,  $a$  polovina strany podstavy a  $h$  výška pyramidy, je podle Pythagorovy věty.



Obr. 15 Cheopsova pyramida

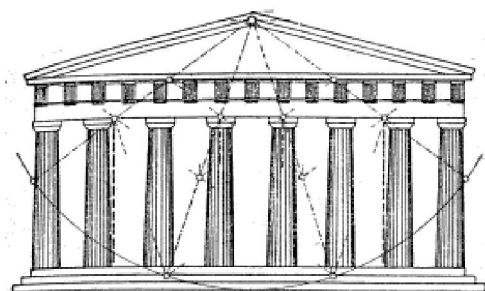


Stavba chrámu Parthenón na Akropoli. ( Obr. 16 )



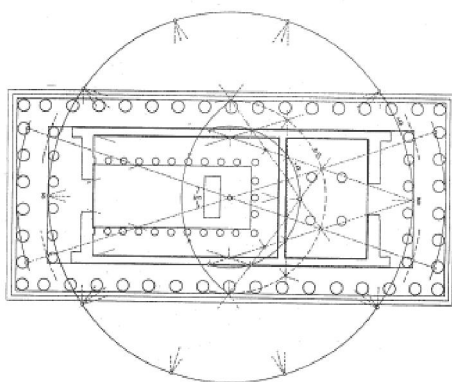
Obr. 16 Parthenón na Akropoli

Parthenón je typický dórský chrám s osmi sloupy zepedu i zezadu a je nepochybně nejkrásnějším chrámem postaveným tímto stylem. Do průčelí Parthenónu můžeme nakreslit část pravidelného desetiúhelníka, který má souvislost se zlatým poměrem. ( Obr. 17 )



Obr. 17 Vykreslení části desetiúhelníka

A nejenom tam. Na schématu průčelí tohoto monumentu nalezneme další desetiúhelníky vepsané soustředným kružnicím. ( Obr. 18 )



Obr. 18 Průčelí Parthenónu

ekové vidli v íslech krásu a milovali ušlechtilé tvary. Svě pokračovatele našli i mnohem později například v gotice při stavbě chrámu Notre-Dame v Paříži, v kompozici fasád chrámů ruské architektury 12. století, v dílech architekta Le Corbusiera nebo v architektuře budovy Organizace spojených národů v New Yorku. Zlatý řez však nelze prokázat obecně a nelze hovořit o jeho jakési všeobecně platné umělecké jednotě porovnané s jinými proporcemi. (Obr. 19) [2, 9]

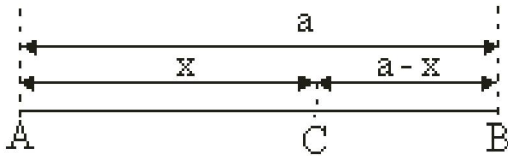


Obr. 19 Noter Dame v Paříži

## 4. Matematické vyjádření

### 4.1. Íselné vyjádření

Je dána úseka AB. Tuto úseku chceme rozdělit dle libovolného bodu C na dvě části AC, BC tak, aby délka úseky AC byla větší než délka úseky BC a poměr délky úseky BC k délce úseky AC byl roven poměru délky úseky AC k délce celé úseky AB. Problémem je určit „polohu“ bodu C. Délky úsek AB, AC, BC označíme. (Obr. 20)



Obr. 20 Rozdělení úseky

Rozdělíme-li úseku AB délkou  $a$  bodem C na dvě části  $x$  a  $(a-x)$  tak, aby se poměr délek v části  $x$  k větší části  $(a-x)$  rovnal poměru délky úseky  $a$  k větší části  $x$ , tedy aby platilo

$$\frac{x}{a-x} = \frac{a}{x} \quad (41)$$

pak říkáme, že jsme sestrojili zlatý řez úseky AB a poměr  $a:x$ , resp.  $x:(a-x)$ , nazveme zlatým poměrem. Hodnotu určíme takto: zvolíme velikost úseky  $a=1$  a dosadíme do rovnice zlatého řezu:

$$\frac{x}{1-x} = \frac{1}{x} \quad (42)$$

Po úpravě dostaneme kvadratickou rovnici

$$x^2 + x - 1 = 0 \quad (43)$$

jejíž kladný koeficient je

$$x_1 = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} = 0,61803 \quad (44)$$

a poměr

$$\varphi = \frac{1}{x_1} = 1,61803. \quad (45)$$

Záporný koeficient nevyhovuje, nebo  $x$  je délka úsečky. Jeho převrácenou hodnotu (-0,61803) nazveme  $\phi'$  a použijeme ho k odvození zajímavých vlastností čísla  $\phi$ :

$$\phi \cdot \phi' = -1. \quad (46)$$

$\phi$  má další jedinečnou vlastnost: Je to jediné kladné číslo, které zmenšené o jedničku, dává svou převrácenou hodnotu

$$\phi - 1 = \frac{1}{\phi}. \quad (47)$$

Tento vztah dostaneme dosazením  $\frac{1}{\phi}$  za  $x$  do kvadratické rovnice.

Zlatý poměr můžeme vyjádřit dvěma způsoby:

$$\frac{a}{x} = 1,61803 \quad (48)$$

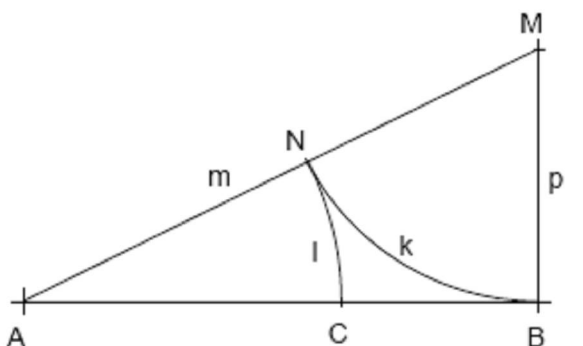
nebo

$$\frac{a}{x} = \frac{1}{0,61803}. \quad (49)$$

Z nich plynou možnosti výpočtu nebo geometrické konstrukce zlatého řezu. [2, 4]

#### 4.2. Konstrukce zlatého řezu

Pro konstrukci zlatého řezu existuje několik možných postupů. Uvedeme nejznámější konstrukci pocházející od Heróna (1. st. př. n. l.). (Obr. 21)



Obr. 21 Konstrukce zlatého řezu

Lze ji odvodit z vyjádění zlatého poměru, pro nějž platí

$$\frac{a}{x} = \frac{x}{a-x} \quad (50)$$

ili

$$x^2 + ax - a^2 = 0. \quad (51)$$

Kladný kořen

$$x = \frac{a}{2}(\sqrt{5} - 1), \quad (52)$$

upravíme na tvar

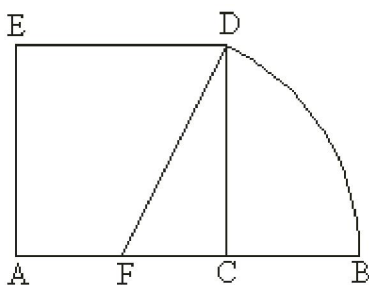
$$x = \sqrt{a^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} - \frac{a}{2}. \quad (53)$$

Výraz

$$\sqrt{a^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} \quad (54)$$

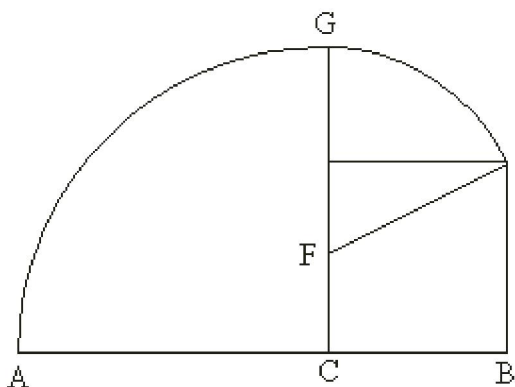
sestrojíme užitím Pythagorovy věty, což je uvedená euklidovská konstrukce. Úloha má vždy jediné řešení.

Nyní si uvedeme konstrukci celkové úseky AB, pokud známe její větší díl AC. Nad úsečkou AC sestrojíme čtverec a opišeme kružnici se středem F o poloměru FD. Průsečíkem polopřímky AC a kružnice je bod B. (Obr. 22) [9]



Obr. 22 Konstrukce zlatého řezu se známou výškou

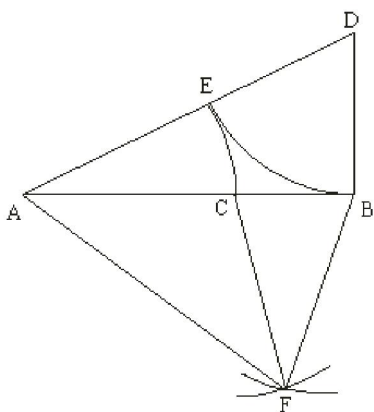
Jestliže známe menší díl  $CB$ , úseku  $AB$  získáme takto. Bod  $G$  uríme podobnou konstrukcí jako v předchozím případě, kde jsme hledali bod  $B$ . Pomocí kružnice o poloměru  $CG$ , zjistíme bod  $A$ . (Obr. 23)



Obr. 23 Konstrukce zlatého řezu se známou menší délkou

### 4.3. Násobky úhlu $36^\circ$

Metoda rozdělení úseky zlatým řezem nazývá euklidovskou konstrukcí úhlu  $36^\circ$ . Narýsujeme oblouky se středem v bodech  $B$  a  $C$  s poloměrem  $AC$ . Jejich průsečík označíme  $F$  a spojíme ho s body  $A, B, C$ . Potom úhel  $BAF=36^\circ$ , úhel  $CBF=72^\circ$  a úhel  $ACF=108^\circ$ . Přímka  $CF$  je osou úhlu  $AFB$ . (Obr. 24)

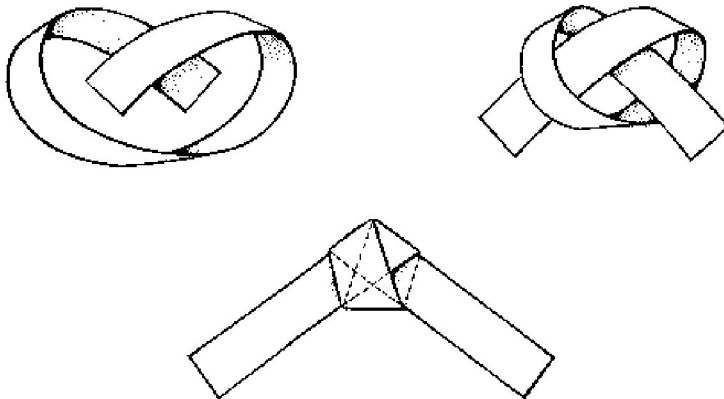


Obr.24 Schéma násobky úhlu  $36^\circ$

#### 4.4. Pravidelný p tiúhelník

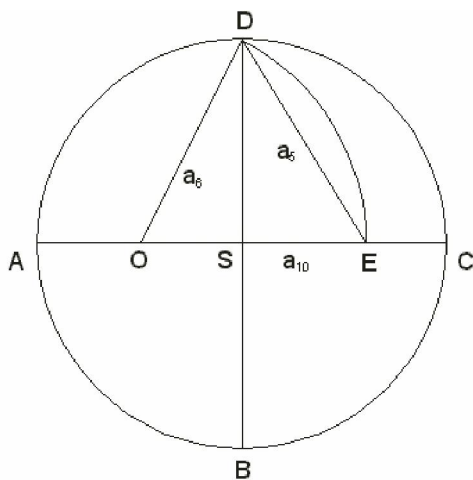
P tiúhelník je jediný mnohoúhelník, jenž má týž počet úhlopíek jako stran, je nejnižším mnohoúhelníkem, jehož strany i úhlopíky lze nakreslit jediným tahem.

S p tiúhelníkem se setkáváme také vždy, když si zavazujeme tkaničky. Bylo by to vidět, kdybychom měli ploché tkaničky a uzel bychom zatáhli až do konce. Sestrojíme přesný p tiúhelník, na jehož prívitu vidíme p ticípou hvězdu. (Obr. 25)



Obr. 25 P tiúhelník složen pomocí papíru

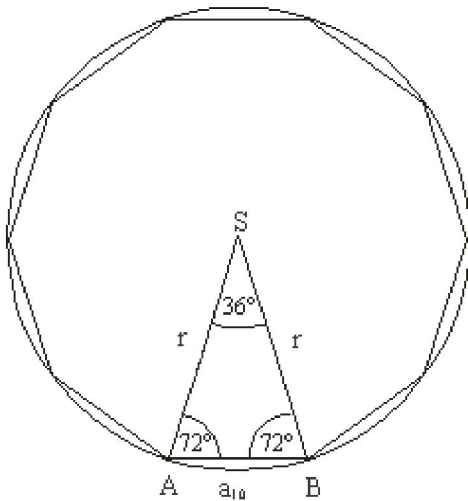
Sestrojení pravidelného p tiúhelníku pravítkem a kružítkem. V kružnici se středem  $S$  zvolíme průměr  $AC$  a průměr  $BD$  na něj kolmý, bodem  $O$  rozpíšeme  $AS$  a opišeme z něj část kružnice o poloměru  $OD$ , která nám protne úsečku  $AC$  v bodě  $E$ . Vzdálenost  $DE$  je hledaná velikost strany pravidelného p tiúhelníka. A nejenom to. Úsečka  $SE$  je stranou pravidelného desetiúhelníka. (Obr. 26)



Obr. 26 Sestrojení pravidelného p tiúhelníku

#### 4.5. Pravidelný desetiúhelník

V předchozí úloze se již hovořilo o souvislosti desetiúhelníka a pětúhelníka. Tak i zde můžeme nalézt zlatý poměr. Zkusíme určit velikost strany  $a_{10}$  pravidelného desetiúhelníka vepsaného do kružnice o jednotkovém poloměru. (Obr. 27)

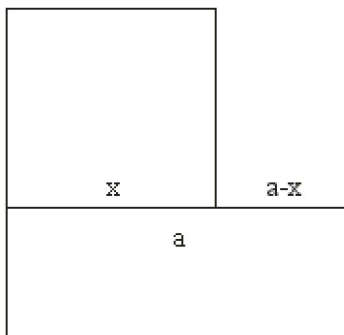


Obr. 27 Pravidelný desetiúhelník

Na obrázku vidíte rovnoramenný trojúhelník ABS. S takovým trojúhelníkem jsme se již setkali a víme, že platí

$$\frac{|SA|}{|AB|} = \varphi. \quad (55)$$

Jak jsme již uvedli v Euklidových "Základech" se objevila úloha na zlatý poměr. Máme rozděliti danou úsečku na dvě nerovné části tak, aby úhelník sestavený nad větší částí měl stejný obsah jako pravoúhelník, jehož jedna strana má délku menší části a druhá má délku celé úsečky. (Obr. 28)



Obr. 28 Sestrojení pravoúhelníka



Zvolme délku úse ky rovnu  $a$ , obsah tverce

$$S_1 = x^2 \tag{56}$$

a obsah obdélníka

$$S_2 = a \cdot (a - x). \tag{57}$$

Podle zadání se mají oba obsahy rovnat, tedy

$$\begin{aligned} x^2 &= a^2 - ax, \\ x^2 + ax - a^2 &= 0, \end{aligned} \tag{58}$$

toto je rovnice pro nalezení pom ru zlatého ezu úse ky. Strana tverce a obdélníka jsou ástmi úse ky  $a$  rozd lené zlatým ezem.

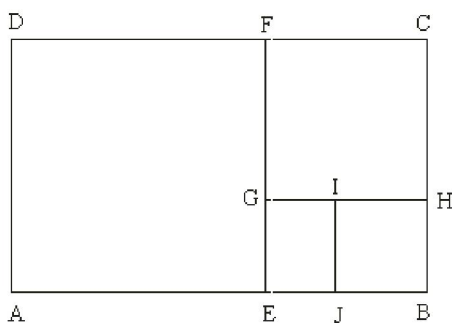
#### 4.6. Zlatý obdélník

Pom r m žeme také nalézt v rovinné geometrii. Tady je ukázka pravidelného mnohoúhelníku. Zvolíme si obdélník, jehož strany jsou v pom ru  $\phi$ . Tento obdélník se nazývá zlatý obdélník. Zlatý obdélník má ádu zajímavých vlastností. M žeme ho vepsat do tverce tak, že jeho všechny vrcholy d lí strany tverce ve zlatém pom ru.

Odd líme-li od zlatého obdélníka ABCD tverec AEFD, bude zbývající ást op t zlatým obdélníkem. Jestliže od obdélníka EBCF odd líme tverec GHCF, bude zbytek EBHG op t zlatým obdélníkem. Koeficient podobnosti zlatých obdélník je roven  $1/\phi$ . (Obr. 29) [5, 9]

Platí

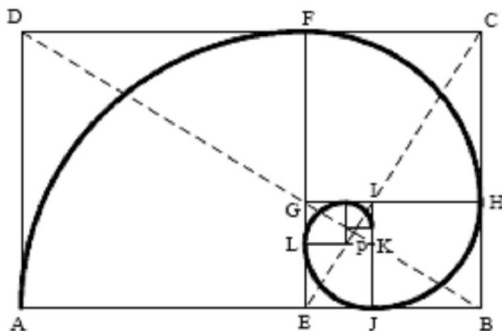
$$|EF| = \frac{1}{\phi} |AB|. \tag{59}$$



Obr. 29 D lení obdélníka

#### 4.7. Zlatá spirála

Vrátíme-li se k zlatému obdélníku, konkrétně k oddělování tverce od tohoto obdélníku tak, že vznikne nový zlatý obdélník, a provedeme-li toto oddělení  $n$  kolikrát, je vidět, že body vyznačující postupně zlaté tverce ( $A, F, H, J, L, \dots$ ) leží na spirále. (Bod  $A$  můžeme do výtu zahrnout také, stačí si představit, že obdélník  $ABCD$  vznikl oddělením tverce o straně  $AB$  od většího obdélníku). Této spirále se říká zlatá, ale v podstatě jde o logaritmickou spirálu. (Obr. 30)



Obr. 30 Zlatá spirála v obdélníku

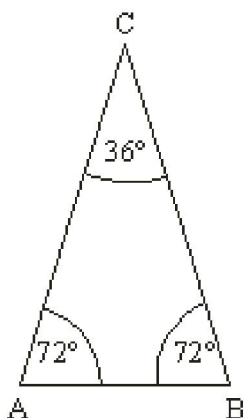
Logaritmická spirála je křivka, která protíná přímky ve svých bodech pod konstantním úhlem. Její rovnice v polárních souřadnicích je:  $r = a e^{b\varphi}$ , kde  $a, b$  jsou kladné konstanty a  $\varphi$  je úhel přímky ve radiánech. Tečna v bodě logaritmické spirály svírá s jeho přímkou úhel  $\alpha$ , pro který platí:  $\tan(\alpha) = 1/b$ . Pólem  $P$  této spirály je přímka  $DB$  a  $CE$ . Zlatá spirála se velmi často vyskytuje v přírodě.

#### 4.8. Zlatý trojúhelník

Rovnoramenný trojúhelník, v němž je poměr délky ramene a základny roven  $\varphi$ , nazveme zlatým trojúhelníkem.

$$\frac{|AC|}{|AB|} = \varphi \quad (60)$$

V zlatém trojúhelníku jsou úhly při základně rovny  $72^\circ$  a úhel při hlavním vrcholu  $36^\circ$ .



Obr. 31 Zlatý trojúhelník

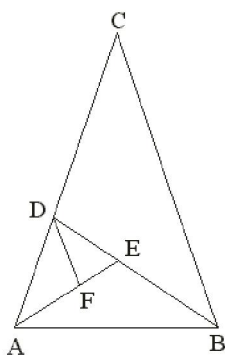
Do daného trojúhelníku ABC vepisujeme nejv tší možné rovnoramenné trojúhelníky, které mají rameno rovno základn p edcházejícího trojúhelníku. (Obr. 32) Op t platí, že zbude zlatý trojúhelník. Platí a  $|AB|=|CD|$ , po dosazení platí a podle definice zlatého ezu

$$\frac{|CD|}{|AD|} = \varphi, \quad (61)$$

a protože  $|CD|=|BD|$ , platí

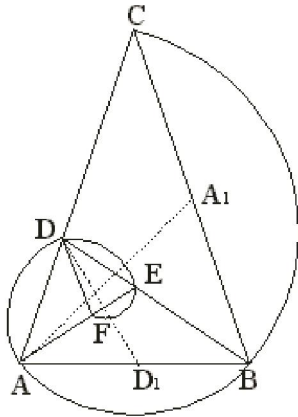
$$\frac{|BD|}{|AD|} = \varphi, \quad (62)$$

tedy trojúhelník ABD je zlatý.



Obr. 32 Nákres vepsání rovnoramenných trojúhelníků

Logaritmickou spirálu můžeme sestavit i pomocí zlatých trojúhelníků. Jejich vrcholy leží na spirále, která má střed v průsečíku tžnic  $AA_1$  a  $DD_1$ . Střed její oskulačních kružnic leží v bodech D, E, F... (Obr. 33) [ 5 ]



Obr. 33 Logaritmická spirála

#### 4.9. Platónská tělesa v prostoru

Platónská tělesa v prostoru se nazývají Platónská tělesa. Platónská tělesa jsou pravidelné konvexní mnohostranné tělesa. To znamená, že z každého vrcholu vychází stejný počet hran a všechny stěny tvoří stejné pravidelné mnohoúhelníky. V trojrozměrném prostoru jich existuje právě pět a to: pravidelný čtyřstěn, pravidelný šeststěn (krychle), pravidelný osmistěn, pravidelný dvanáctistěn a pravidelný dvacetistěn. Platón jako jeden z prvních matematik tato tělesa podrobně popsal. Krychli, osmistěn, čtyřstěn a dvacetistěn považoval za představitele čtyř základních živlů: země, vzduch, oheň a voda. Dvanáctistěn podle Platónova učení představoval jsoucno, neboli vše, co existuje. Platónská tělesa jsou pro nás z hlediska zkoumání zlatého řezu poměrně zajímavá. Na některých z nich najdeme zlatý poměr ve velmi hojném množství. Proporcemi zlatého řezu na platónských tělesech se zabýval v minulosti především italský mnich Luca Pacioli. [5, 9]

## 5. Fibonacciova ísla

Se zlatým íslem úzce souvisí posloupnost p irozených ísel, kterou sestavil Ital Leonardo Pisáno zvaný též Fibonacci. Tento italský mnich žil v letech 1170 - 1230 v Pise. V roce 1202 vydal latinsky psané dílo Kniha o abaku. V této knize shrnul všechny tehdejší znalosti o aritmetice a algeb e. Šlo o jednu z prvních knih v Evrop , která u íla používat desítkovou soustavu.

Tehdejší matematické znalosti objas oval na mnoha úlohách, z nichž se úloha o králících zapsala do historie matematiky tím, že dala podn t k vybudování tzv. teorie Fibonacciových ísel.

Vra me se ale k Fibonacciov posloupnosti. Ta je nej ast ji zadávána pomocí tzv. rekurentního vzorce, to znamená, že není dán vzorec pro p ímý výpo et libovolného lenu posloupnosti, ale vztah pro výpo et n kterého lenu posloupnosti pomocí n kolika len p edcházejících. Obecný rekurentní vzorec vypadá následovn :

$$p_n^k = c_1 p_{n-k-1} + c_2 p_{n-k-2} + \dots + c_k p_n, \quad (63)$$

kde  $p_i$  jsou leny posloupnosti,  $c_1, \dots, c_k$  jsou konstanty a  $n, k$  jsou p irozená ísla. Tímto p edpisem jsme vyjád ili  $(n+k)$ -tý len posloupnosti pomocí  $k$  p edchozích len . íslo  $k$  se nazývá řád rekurentního vzorce. Fibonacciova posloupnost se zadává pomocí rekurentního vzorce druhého řádu:

$$\begin{aligned} F_n &= F_{n-2} + F_{n-1}, \quad n \geq 3 \\ F_1 &= 1 \\ F_2 &= 1 \end{aligned} \quad (64)$$

Každý len Fibonacciovy posloupnosti se tedy ur í jako sou et dvou p edchozích len . Zde je vypsáno prvních 10 len Fibonacciovy posloupnosti. (Tab. 1)

Tab. 1 Fibonacciho posloupnost

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$F_n$	1	1	2	3	5	8	13	21	34	55

n ..... po et len

$F_n$  ..... len fibonacciho posloupnosti

Pokud bychom chtěli určit třeba stý člen této posloupnosti, postup podle rekurentního vzorce by byl velmi zdlouhavý. Existuje však vzorec (tzv. Binetův vzorec) pro p-ímy výpočet n-tého členu Fibonacciovy posloupnosti:

$$F_n = \frac{a^n - a'^n}{5} \quad (65)$$

Kde  $a = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$  (66)

$$a' = \frac{-1 - \sqrt{5}}{2} \quad (67)$$

$a = \dots, a' = \dots$

V předchozím vzorci vyšel jeden kořen záporný tudíž nepředstavuje délku úseky. Když do prvního vzorce (66) dosadíme

$$= \frac{a}{x}, a=1 \quad (68)$$

dosadíme

$$= \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} \quad (69)$$

Vyjde nám přibližně 1,61803.

Což je zlaté číslo.

[5]

## 6. Lidská postava

Už v renesanci se filozofové zabývali estetikou našli na lidském těle zlatý řez v poměru délek nad pasem a pod pasem. A tyto části těla můžeme znovu rozdělit na dvě části v poměru 0,618 : 1. Hranicemi jsou další dvě zúžení na lidském těle: krk a noha těsně pod kolenem.

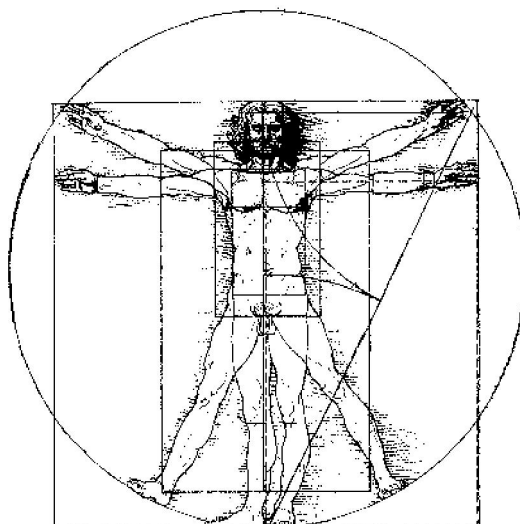
Zlatý řez je však statická hodnota. Je to jakýsi ideální průměr a každý člověk s ním není na milimetr totožný. A navíc platí pro jakéhosi oboustranného člověka, protože je průměrem hodnot naměřených u žen i u mužů. Ve skutečnosti je hodnota 0,618 u mužů trochu menší a u žen větší. Důvata by měla mít delší nohy a chlapci v poměru k svojí výšce více vyvinutou horní hrudní část.

Stupeň krásy určité postavy je v tom, jak dalece se její proporce přiblížily k průměrným, resp. normálním proporcím. Lidé s průměrnými proporcemi je však poměrně málo a u většiny kolísají kolem tohoto průměru. Průměrné proporce jsou tedy základem, od něhož umělec při své tvorbě musí vycházet. Pokud si konstruuje nebo používá kánon, musí si uvědomit, že jde jen o jednoduché pravidlo, že kánon vyjadřuje hodnoty pouze blízké průměru a že i dobrý kánon se nehodí na všechny případy, zvláště extrémní.

Proto už Albrecht Dürer, který se dlouho a podrobně zabýval studiem proporcí, upozornil, že v nauce o proporcích není jediný závazný kánon, nýbrž že je potřeba v této podobě proporcí schémat. Užívání kánonu nesmí nikdy umělec svést k šablonovitému znázornění lidského těla, nebo jde pouze o technickou pomůcku, o hrubé schéma.

Znamená význam má studium proporcí a užití správného kánonu zejména v sochařství, méně v malířství, kde záleží více na postech umělců, poněvadž malíř se setkává vždy s perspektivním zobrazením těla, čímž se aplikace kánonu stává někdy nemožnou. V historickém sledu bylo konstruováno velké množství kánonů, z nichž některý mnohé umělecké školy dosud užívají. Uvedeme zde ty, které nějakým způsobem souvisí se zlatým řezem.

Oněmi vskříž je kánonem římského stavitele Vitruvia. Podle něho se délka rozpatých horních končetin rovná výšce těla a lze tudíž lidské tělo zakreslit do čtverce. Kolem této figury opsal kružnici, jejíž střed je v pupku, který se tím stal pirozeným středem, ne však pirozeným bodem těla. Této tzv. Vitruviovy figury používal v renesanci Leonardo da Vinci a Albrecht Dürer. (Obr. 34)



Obr.34 Ond ej v k íž

Leonardo da Vinci si tento kánon upravil. Na obrázku propor ní studie Ond ejova k íže mají obdélníky strany v pom ru zlatého ezu. Ve stejném pom ru jsou umíst ny na lidské ruce kotníky a záp stní kloub.

Adolf Zeissing prohlásil pravidlo zlatého ezu za zákon proporcionality. Podle n ho je vzdálenost od temene k pupku ke vzdálenosti pupku od podložky ve stejném pom ru jako tato vzdálenost k výšce t la. Zlatý ez platí podle n j pro všechny ásti t la (i pro kon etiny), proto délka p edloktí s rukou je k délce paže v témže pom ru jako délka celé horní kon etiny k p edloktí s rukou. Jeho kánon je málo užívaný, protože má u figury kánonu tabulku, jejíž užití je dosti komplikované.

Francouzský architekt Le Corbusier (1887-1965) ve známé studii "Modulor" zformuloval nový propor ní systém, který se opírá o míry lov ka a princip zlatého ezu, který podle n j dává do souladu každou v c s celkem. Modulor je systém proporcí založených na pom rech výšky stojícího lov ka a lov ka se vzpaženou rukou. Každý úsek první série rozm r je polovinou série druhé. Ob nakreslené do jednoho obrázku dávají rozd lení, kde mimo d lení v zlatém pom ru nastává i p lení.

[9]

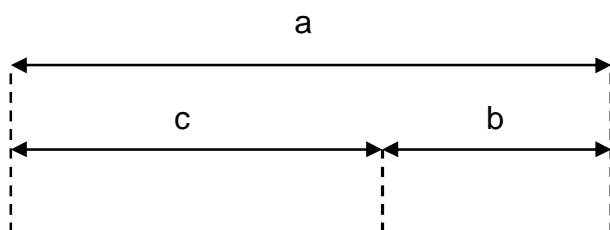


## 7. Studie zlatého ezu na lidské postavě a v konstrukci od v

Již ve starověku bylo lidské tělo rozděleno podle určitých pravidel. Tím prvním byla výška ke kotníku. Poté následovalo snad nejznámější kánon Vitruvia tzv. „Ondřejův kříž“, kde je poměr určen výškou postavy. Dalšími jsou kánon Michelangelova, kánon Fritschova a další. A nakonec v druhé polovině 19. století Z. Zeissing určil proporce lidského těla podle Euklidovy věty a nazval „Zlatý ež“. Výklad je tento: „Větší část se má k menší tak, jak se má celek k větší části.“

Zlatý poměr můžeme nalézt na každé části lidského těla. Jako první si všimneme lidské postavy. Je rozdělena na osm stejných dílů a kánon je výška hlavy.

Jak bylo již řečeno zlatým ežem rozumíme rozdělení úseky na dvě části, jejíž poměr délky v větší části takto rozdělené úseky ku délce menší části je stejný, jako poměr délky celé úseky ku délce v větší části. Tento poměr je konstantní pro všechny úseky. (Obr. 35)



Obr. 35 Rozdělení úseky

Vyjádření vzorcem:

$$\frac{a}{c} = \frac{c}{b} \quad (70)$$

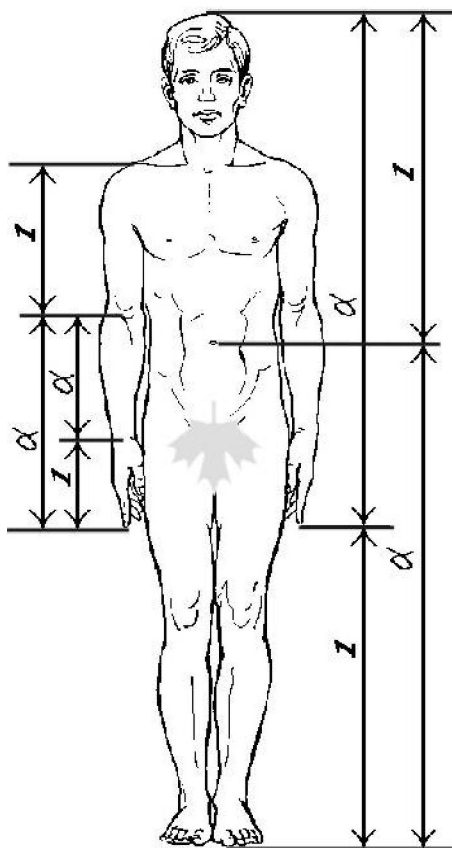
### 7.1. Zlatý poměr v konstrukci oděvu

Nejdříve byl zjištěn zlatý poměr v konstrukcích oděvu a poznatky byly vloženy do následující tabulky. (Tab. 2)

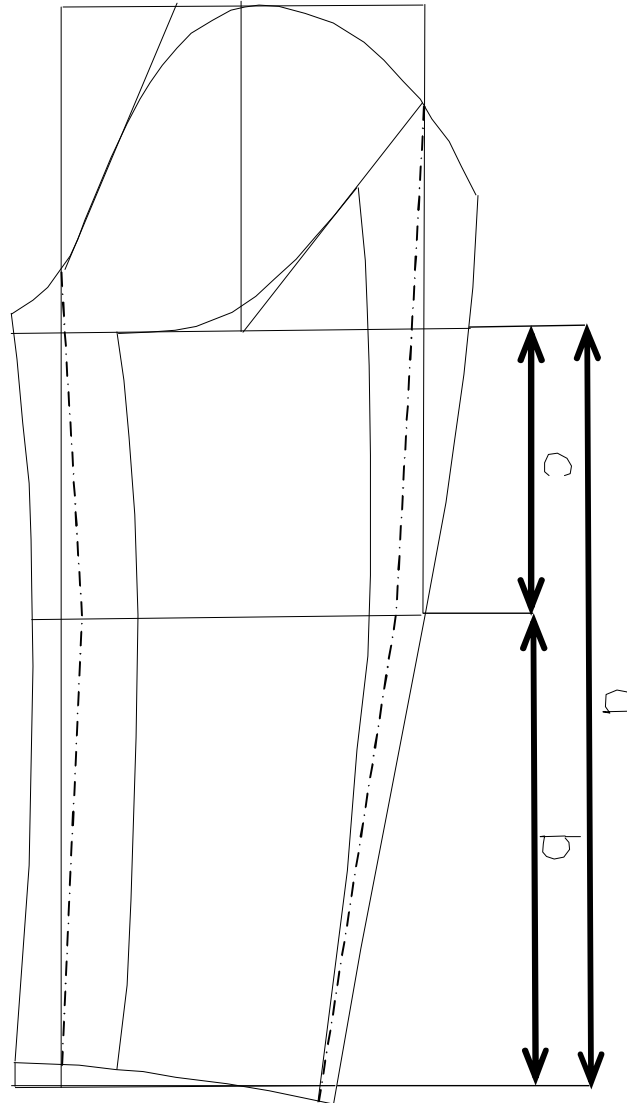
Tab. 2 Zjištění zlatého poměru v konstrukci

<b>Těleso</b>	<b>Odpovídající proporce</b>	<b>Hodnota celku [ cm ]</b>	<b>Hodnota A [cm ]</b>	<b>Hodnota B [ cm ]</b>	<b>Výsledek [ koeficient/ stupň ]</b>
<b>příčka</b>	Výška postavy (Obr. 36)	184	115	69	1,600
	Umístění loketní příčky u dvoudílného rukávu (Obr. 38)	62	35,5	26,5	1,339
	Zvážení zadního dílu pánských kalhot (Obr.39)	41,9	26	15,9	1,635
	Umístění rozparku na rovném halenkovém rukávu (Obr.40)	41,5	26	15,5	1,600
<b>obdélník</b>	Umístění vrcholu rozparku na dámském šatovém rukávu (Obr.41)	60	37	23	1,620

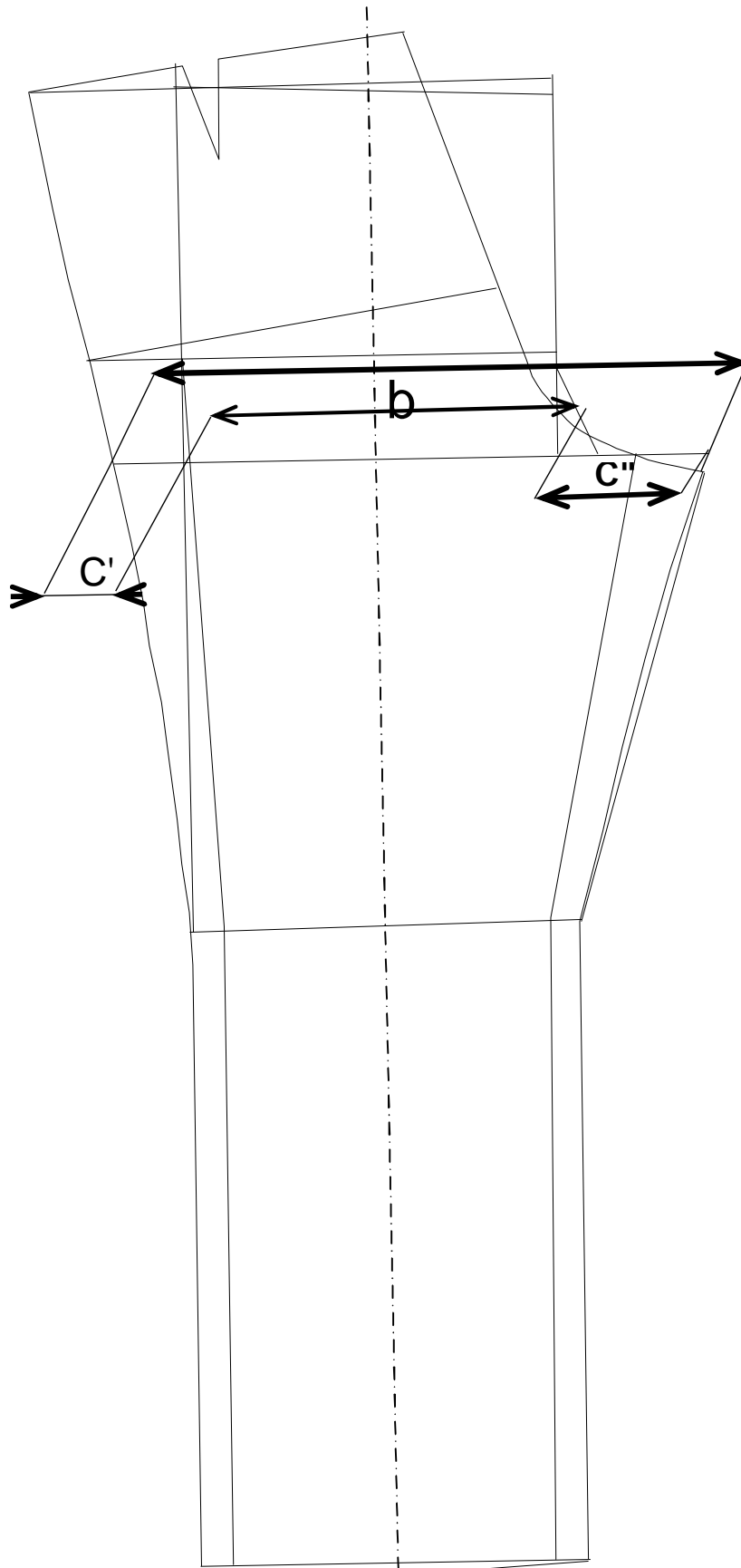
<b>trojúhelník</b>	Sklon ramenní p ímka PD dámského volného plášt (Obr.42)				Úhel 108°
<b>p tiúhelník</b>	Tvar pr kr níku u poncha (Obr.43)				Úhel 108°



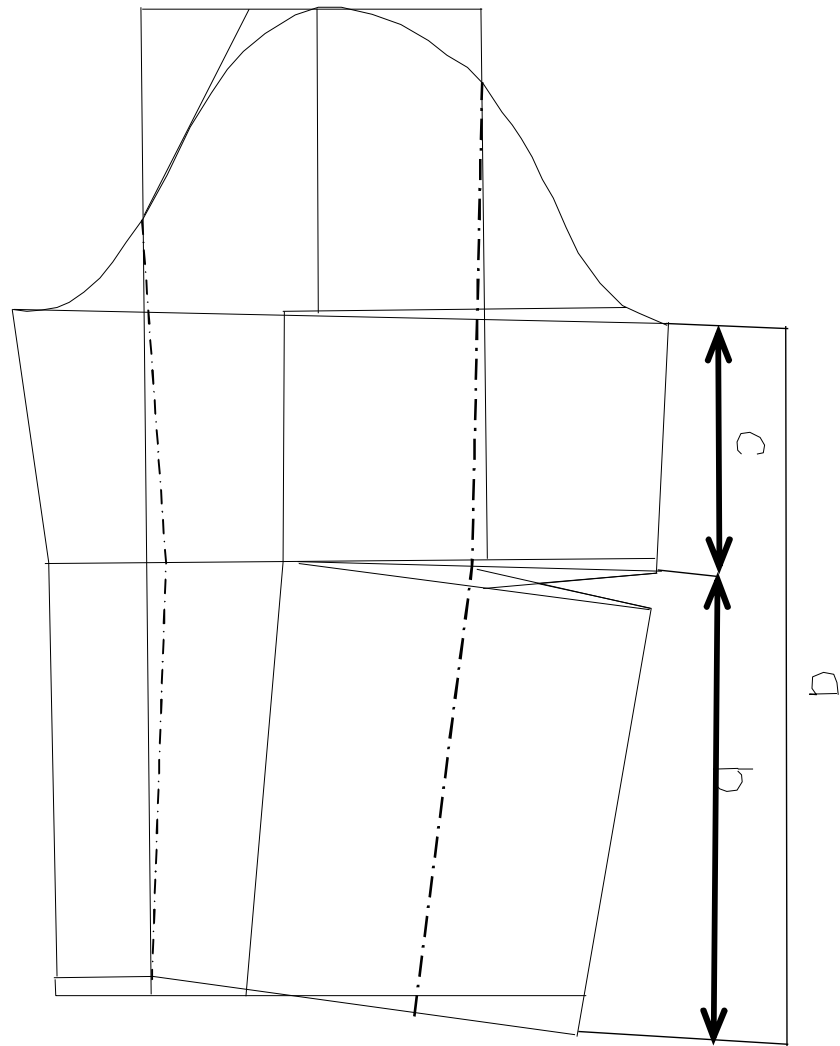
Obr. 36 Lidská postava



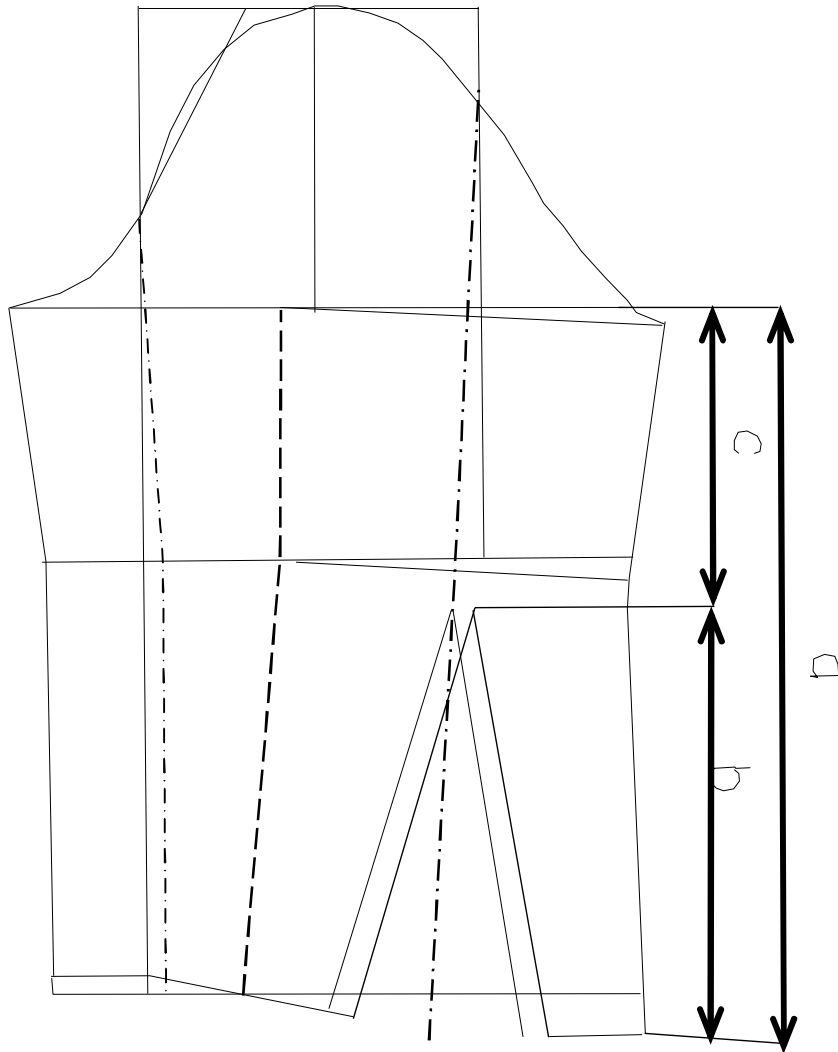
Obr. 38 Dvoudílný rukáv



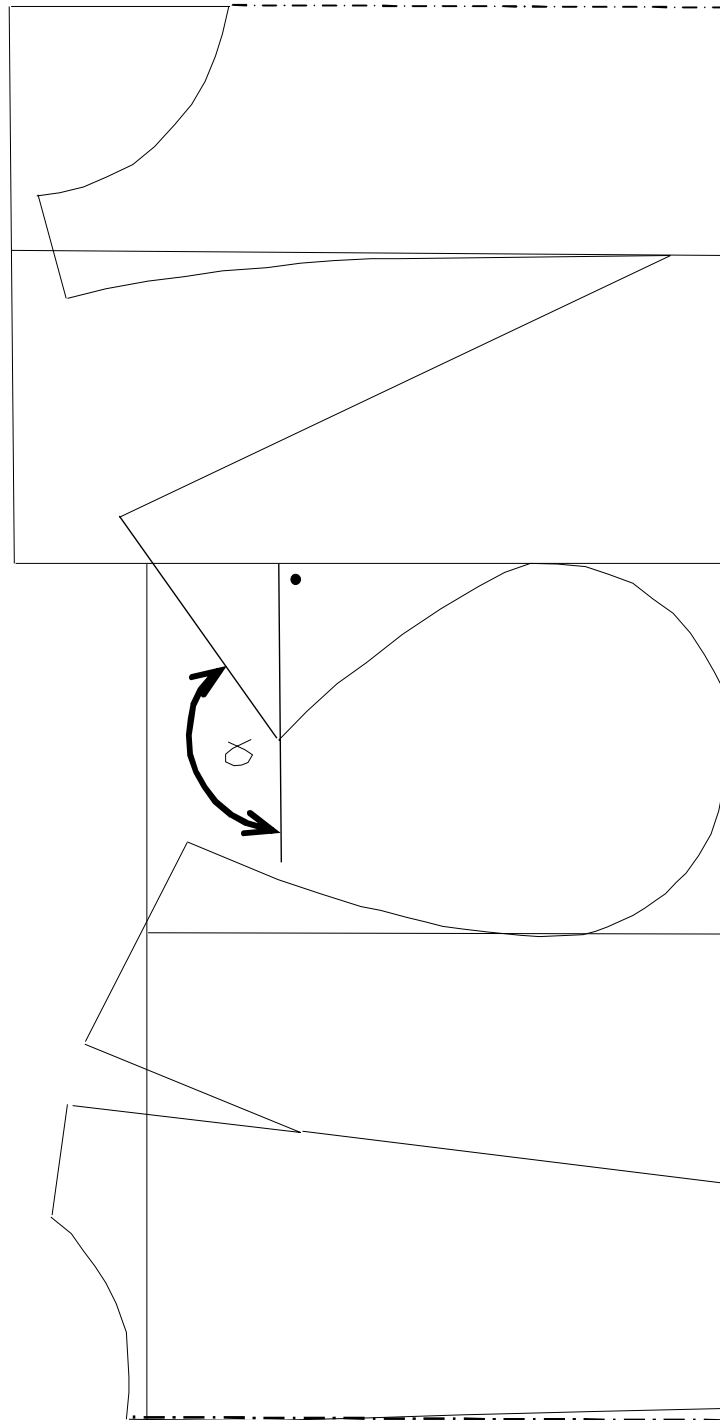
Obr. 39 Zadní díl pánských kalhot



Obr. 40 Rovný halenkový rukáv



**Obr.41 Dámský šatový rukáv**



Obr. 42 Dámský volný pláš





Obr. 43 Tvar pr kr níku u poncha

**Legenda k obr. 38 – 42:**

- a ..... hodnota celku
- b ..... hodnota delšího úseku
- c ..... hodnota kratšího úseku

## 7.2. Lidská ruka

Zvolila jsem si pro svou detailnější studii lidskou paži. Porovnáním délek od ramenního bodu k loktu s celou paží. K dalšímu porovnávání použiji prsty na horních končetinách. Mění bylo zjištěno na deseti osobách. Hodnoty jsou udávány v centimetrech. (Tab.3) ( Obr. 36)

$$\text{Poměr: } \frac{a}{c} = \frac{c}{b}$$

Tab. 3 Rozdělení lidské paže zlatým ezem

Osoba/ končetina	Paže [cm]	Délka od ramenního bodů k loktu [cm]	Výsledek [koeficient]	Délka od loktu ke špičce prostředníku [cm]	Výsledek [koeficient]
1.	70	43,2	<b>1,620</b>	26,8	<b>1,612</b>
2.	69,5	43	<b>1,616</b>	26,5	<b>1,622</b>
3.	78	48,2	<b>1,618</b>	29,8	<b>1,617</b>
4.	79	48,8	<b>1,618</b>	30,2	<b>1,616</b>
5.	77,5	48	<b>1,616</b>	29,5	<b>1,627</b>
6.	77	47,5	<b>1,621</b>	29,5	<b>1,610</b>
7.	72	44,5	<b>1,618</b>	27,5	<b>1,618</b>
8.	86	53	<b>1,623</b>	33	<b>1,606</b>
9.	90,5	56	<b>1,616</b>	34,5	<b>1,618</b>
10.	89,5	56	<b>1,618</b>	34,2	<b>1,617</b>

1) Poměr = paže / délka od ramenního bodu k loktu

2) Poměr = délka od ramenního bodu k loktu / Délka od loktu ke špičce prostředníku

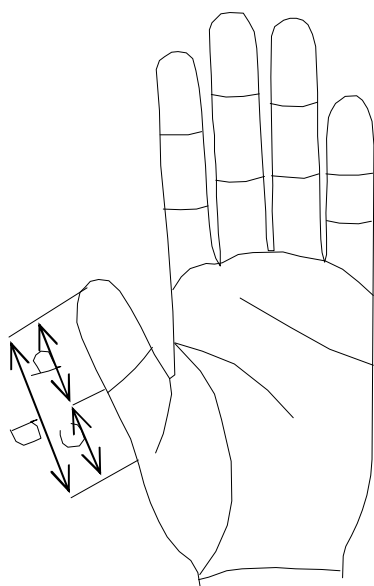
V následujících tabulkách je zjištěn zlatý poměr na lánkách prstů v poměru s celým prstem. Tabulkách jsou uvedeny míry mužů a žen. ( Tab. 4, Tab. 5, Tab. 6, Tab. 7, Tab.8, Obr. 44, Obr. 45, Obr. 46, Obr. 47, Obr. 48)

Tab. 4 Palec

Osoba/ lánky palce	Celý [cm] a	1. lánka [cm] c	Výsledek [koeficient]	2. lánka [cm] b	Výsledek [koeficient]
1.	6,5	3,8	<b>1,710</b>	2,7	<b>1,407</b>
2.	6,2	3,8	<b>1,631</b>	2,4	<b>1,583</b>
3.	7,8	4,8	<b>1,625</b>	3	<b>1,600</b>
4.	6,8	4,2	<b>1,619</b>	2,6	<b>1,615</b>
5.	8,6	5,3	<b>1,622</b>	3,3	<b>1,606</b>
6.	5,5	3,4	<b>1,618</b>	2,1	<b>1,619</b>
7.	8	4,9	<b>1,633</b>	3,1	<b>1,581</b>
8.	7	4,3	<b>1,628</b>	2,7	<b>1,593</b>
9.	5,6	3,5	<b>1,600</b>	2,1	<b>1,667</b>
10.	8,3	5,1	<b>1,627</b>	3,2	<b>1,594</b>

**Závěr:**

Z výpočtu bylo zjištěno, že proporcionálně je palec rozdělen ve zlatém poměru.



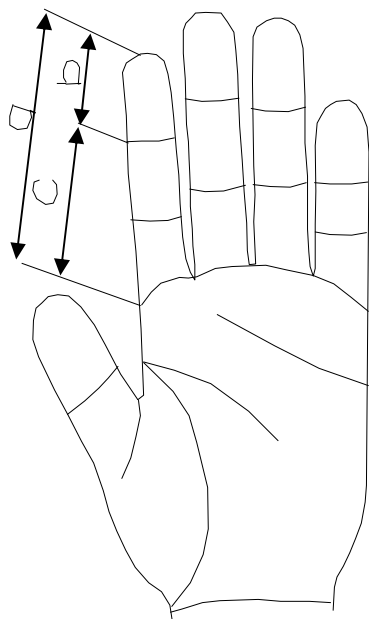
Obr. 44 Rozměry palce

Tab. 5 Ukazová ek

Osoba/ lánky palce	Celý [cm] a	1-2. lánek [cm] c	Výsledek [koeficient]	2. lánek [cm] b	Výsledek [koeficient]
1.	7,4	4,6	<b>1,609</b>	2,8	<b>1,642</b>
2.	7,2	4,5	<b>1,600</b>	2,7	<b>1,667</b>
3.	8	4,9	<b>1,633</b>	3,1	<b>1,581</b>
4.	7,5	4,6	<b>1,630</b>	2,9	<b>1,586</b>
5.	8,3	5,2	<b>1,596</b>	3,1	<b>1,677</b>
6.	8,7	5,4	<b>1,611</b>	3,3	<b>1,636</b>
7.	6,9	4,3	<b>1,605</b>	2,6	<b>1,653</b>
8.	7,8	4,8	<b>1,625</b>	3	<b>1,600</b>
9.	8,1	5	<b>1,620</b>	3,1	<b>1,667</b>
10.	8,2	5,1	<b>1,608</b>	3,1	<b>1,645</b>

Záv r:

P i zjiš ování zlatého pom ru u ukazová ku bylo zjiš no, že se také pom r p ibližn rovná zlatému íslu.



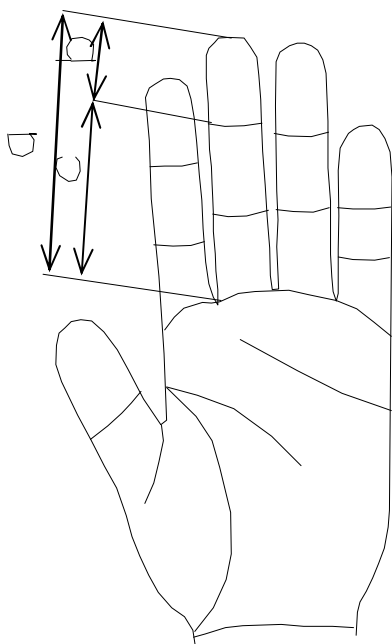
Obr. 45 Rozm ry ukazová ku

Tab. 6 Prost edník

Osoba/ lánky palce	Celý [cm] a	1-2. lánek [cm] c	Výsledek [koeficient]	2. lánek [cm] b	Výsledek [koeficient]
1.	8	4,9	<b>1,633</b>	3,1	<b>1,581</b>
2.	7,6	4,7	<b>1,617</b>	2,9	<b>1,620</b>
3.	9,5	5,9	<b>1,610</b>	3,6	<b>1,638</b>
4.	8,1	5	<b>1,620</b>	3,1	<b>1,667</b>
5.	7,4	4,6	<b>1,609</b>	2,8	<b>1,642</b>
6.	9,2	5,7	<b>1,614</b>	3,5	<b>1,628</b>
7.	8,6	5,3	<b>1,623</b>	3,3	<b>1,606</b>
8.	7,8	4,8	<b>1,625</b>	3	<b>1,600</b>
9.	8,8	5,4	<b>1,629</b>	3,4	<b>1,588</b>
10.	7,7	4,8	<b>1,604</b>	2,9	<b>1,655</b>

Záv r:

P i tomto m ení došlo k v tším odchýlkám od zlatého ezu, ale nejvýše jen o 0,02.



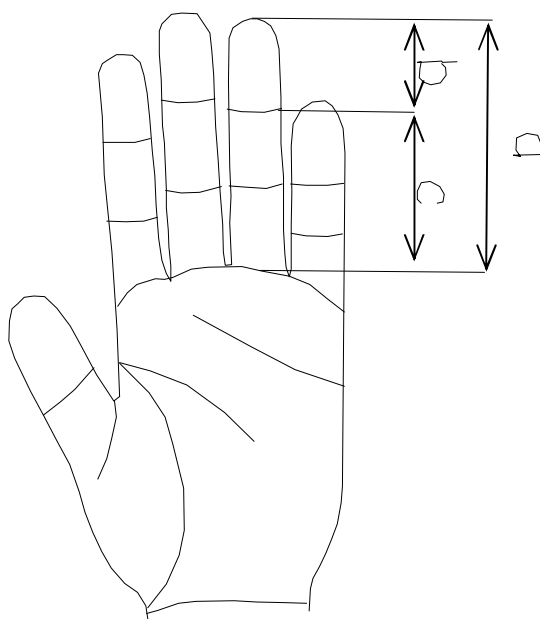
Obr. 46 Rozm ry prost ední ku

Tab.7 Prsteník

Osoba/ lánky palce	Celý [cm] a	1-2. láněk [cm] c	Výsledek [koeficient]	3. láněk [cm] b	Výsledek [koeficient]
1.	7,6	4,7	<b>1,617</b>	2,9	<b>1,620</b>
2.	7,4	4,6	<b>1,609</b>	2,8	<b>1,642</b>
3.	8,3	5,1	<b>1,627</b>	3,2	<b>1,594</b>
4.	7,5	4,6	<b>1,630</b>	2,9	<b>1,586</b>
5.	7,3	4,5	<b>1,622</b>	2,8	<b>1,607</b>
6.	7,2	4,5	<b>1,600</b>	2,7	<b>1,667</b>
7.	7,9	4,9	<b>1,612</b>	3	<b>1,633</b>
8.	8	4,9	<b>1,632</b>	3,1	<b>1,581</b>
9.	8,4	5,2	<b>1,615</b>	3,2	<b>1,625</b>
10.	8,1	5	<b>1,620</b>	3,1	<b>1,613</b>

Záv r:

Nam ěné hodnoty v tabulce se op ět p ıblıžuj ı zlat ěmu ıslu.



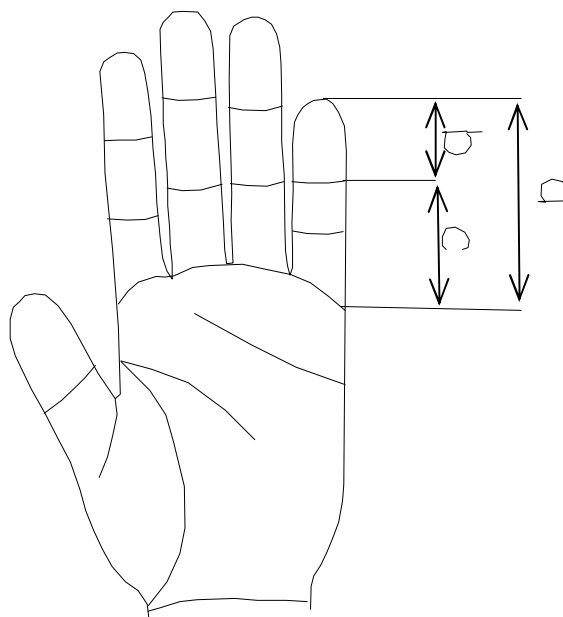
Obr. 47 Rozm ěry prsten ı ku

Tab.8 Malí ek

Osoba/ lánky palce	Celý [cm] a	1.-2 lánek [cm] c	Výsledek [koeficient]	3. lánek [cm] b	Výsledek [koeficient]
1.	5,9	3,7	<b>1,595</b>	2,2	<b>1,681</b>
2.	6	3,7	<b>1,621</b>	2,3	<b>1,609</b>
3.	6,7	4,1	<b>1,634</b>	2,6	<b>1,577</b>
4.	5,7	3,5	<b>1,628</b>	2,2	<b>1,591</b>
5.	5,6	3,5	<b>1,600</b>	2,1	<b>1,667</b>
6.	5,8	3,6	<b>1,611</b>	2,2	<b>1,636</b>
7.	6,5	4	<b>1,625</b>	2,5	<b>1,600</b>
8.	6,3	3,9	<b>1,615</b>	2,4	<b>1,625</b>
9.	6,8	4,2	<b>1,619</b>	2,6	<b>1,615</b>
10.	7	4,3	<b>1,627</b>	2,7	<b>1,593</b>

Záv r:

V tomto m ení se hodnoty p ibližují zlatému íslu nejvíce.



Obr. 48 Rozm ry malí ku

## 8. Závěr

V předšlých tabulkách máme zřejmě názorně vidět, jak zlatý poměr zasáhl do rozdílů prstů na ruce a také použití v konstrukcích odvětví. Přestože se hodnoty liší od zlatého čísla tj.1.618, musí se vždy pohybovat s odchylkou menší. Lze tedy říct, že po zaokrouhlení těchto hodnot na dvě desetinná čísla se přibližně naměřené hodnoty shodují se zlatým procentem. Z výpočtů vyplývá, že rozdíl lidské postavy zlatým poměrem je použitelné při konstruování odvětví. Můžeme si zjistit jen základní rozměry, třeba výšku postavy, délku kalhot, délku rukávu a s menší úpravou si zkonstruujeme odvětví na své míry.

Z této studie vyplývá, že zlatý řez nebo také jinými slovy zlatý poměr je opravdu všude kolem nás, i když ho nevnímáme. Spatříme ho při procházce přírodou, zoologickou zahradou a dokonce i v galeriích.



## 9. Použitá literatura

- [1] Jaroslav Beránek : Zlatý ez v matematice i mimo ni
- [ 3 ] Bartsch H.J. (2002): Matematické vzorce. Mladá fronta, Praha.
- [ 4 ] Adler,I. : Ísel hra kouzelná (Praha 1972)
- [ 5 ] Vlasta Chmelíková : Zlatý ez, Praha 2006
- [ 7 ] Mario Livio: Zlatý ez, Praha 2006

### Použité internetové stránky

- [ 2 ] <http://cs.wikipedia.org>
- [ 6 ] <http://www.gymvod.cz/bottom.php?cont=vyuka&main=scm3>
- [ 8 ] [www.goldenmuseum.com](http://www.goldenmuseum.com)
- [ 9 ] [www.volny.cz/zlaty.rez/diplomka.html](http://www.volny.cz/zlaty.rez/diplomka.html)

## 10. Použité zkratky

p .n.l. – p ed naším letopo tem

tj. – to je

dr - doktor

nap . - nap íklad

- zlaté íslo

st. p . n. l. – století p ed naším letopo tem

$S_1$  – obsah tverce

$S_2$  – obsah obdél níka

tzv. – takzvaný

$I_{ACI}$  – velikost úse ky AC