

VYSOKÁ ŠKOLA STROJNÍ A TEXTILNÍ V LIBERCI

nositelka Řádu práce

Fakulta strojní

obor 23-40-8

Automatizované systémy řízení výrobních  
procesů ve strojírenství

Katedra technické kybernetiky

MODEL TEPLŮTNÍCH POLÍ V TROJROZMĚRNÉM  
SYSTEMU PŘI POHYBUJÍCÍM SE TEPELNÉM ZDROJI

Jméno a příjmení autora : Petr Sárközi

Vedoucí práce : Ing. Libor Tůma

KTK - ASŘ - SF - 150

Rozsah práce a příloh :

Počet stran : 50

Počet příloh : 8

Počet obrázků : 4

Vysoká škola:

VŠB - TUO

Fakulta:

Strojní

Katedra:

Strojní technika

Školní rok:

1986/87

# ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

(PROJEKTU, UMELECKÉHO DÍLA, UMELECKÉHO VÝKONU)

a. Petra Šárková

pro

obor

23-40-8 ASŘ výrobních procesů ve strojírenství

Vedoucí katedry Vám ve smyslu nařízení vlády ČSSR č. 90/1980 Sb., o státních závěrečných zkouškách a státních rigorózních zkouškách, určuje tuto diplomovou práci:

Název tématu:

Model teplotních polí v trojrozměrném systému při pohybujícím se tepelném zdroji

Zásady pro vypracování:

VYSOKÁ ŠKOLA STROJNÍ A TEXTILNÍ  
Ústřední knihovna  
LIBEREC 1, SIBIŘSKÁ 8  
PSČ 461 17

1. Seznámit se s teorií základních rovnic matematické fyziky a s teorií numerických řešení diferenciálních rovnic.
2. Sestavit program pro výpočet teplotního pole při pohybujícím se tepelném zdroji.
3. Pro výstup výsledků využít systému kreslicích podprogramů OKP/OS.
4. Program ověřit na konkrétním příkladě.

V 31/87 5

Rozsah grafických prací:

Rozsah průvodní zprávy:

40 - 45 stran

Seznam odborné literatury:

1. Nekvindová, M., Šrubař, J., Vild, J.: Úvod do numerické matematiky. SNTL Praha, 1976.
2. Herák, Z., Krupka, P.: Fyzika. SNTL Praha, 1966.
3. Systém kreslicích podprogramů - OKP/OS. Operátorská příručka - VS VŠST.

Vedoucí diplomové práce:

Ing. Libor Tůma

Datum zadání diplomové práce:

3. 10. 1986

Termín odevzdání diplomové práce:

11. 5. 1987



*Vochet*  
Doc. Ing. Vladimír Vochet, CSc.

Vedoucí katedry

*Ján Alaxin*  
Doc. Ing. Ján Alaxin, CSc.

Děkan

V Liberci dne 30. 9. 1986

Místopřísežně prohlašuji, že jsem diplomovou práci  
vypracoval samostatně s použitím uvedené literatury.

V Liberci dne 11.května 1987

*Petr Farko*  
.....

O B S A H

	Seznam hlavních použitých zkratek	... str.	6
1.	ÚVOD	...	8
2.	TEORETICKÉ ŘEŠENÍ	...	10
2.1.	Diferenciální rovnice teplotního pole	...	10
2.2.	Zjednodušující podmínky	...	11
2.3.	Řešení metodou sítí	...	13
3.	DYNAMIKA TEPLOTNÍCH POLÍ DOKONALE IZOLOVANÉHO TĚLESA	...	24
3.1.	Výpočet teplotních polí při konstant- ních termofyzikálních veličinách	...	24
3.1.1.	Popis algoritmu	...	24
3.1.2.	Použití programu	...	28
3.1.3.	Omezení programu	...	29
3.2.	Výpočet teplotních polí při proměn- ných termofyzikálních veličinách	...	30
3.2.1.	Popis algoritmu	...	30
3.2.2.	Použití programu	...	33
3.2.3.	Omezení programu	...	34
4.	VÝSTUPNÍ SOUBOR TEPLOTNÍCH POLÍ	...	35
4.1.	Výstup ve formě tabulek	...	35
4.1.1.	Popis tiskového souboru a použití programu TISK	...	35
4.1.2.	Omezení programu TISK	...	38
4.2.	Grafický výstup	...	39
4.2.1.	Navržený soubor grafických podprogramů	...	39
4.2.2.	Popis modulu GRAF	...	39

5.	PŘÍKLAD	...	str. 43
5.1.	Spolupráce jednotlivých modulů	...	43
5.2.	Vstupní data	...	44
5.3.	Dosažené výsledky	...	47
6.	ZÁVĚR	...	48
7.	SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY	...	49
8.	SEZNAM PŘÍLOH	...	50

SEZNAM HLAVNÍCH POUŽITÝCH ZKRATEK A SYMBOLŮ

označení.....	význam.....	rozměr.....
$\tau$	- čas	[s]
t, T	- teplota	[°C]
c, CV	- měrné objemové teplo	[Jm <sup>-3</sup> K <sup>-1</sup> ]
$\lambda$ , FCL	- součinitel tepelné vodivosti	[Jm <sup>-1</sup> s <sup>-1</sup> K <sup>-1</sup> ]
v	- rychlost	[ms <sup>-1</sup> ]
P, PL	- výkon	[W]
a	- součinitel teplotní vodivosti	[m <sup>2</sup> s <sup>-1</sup> ]
S	- plocha	[m <sup>2</sup> ]
V	- objem	[m <sup>3</sup> ]
A, FCA	- poměrná pohltivost	[1]
$\nabla$	- Hamiltonův operátor	
$\Delta$	- Laplaceův operátor	
DT	- hrubý časový krok výpočtu	[s]
DTO	- časový krok při akumulaci tepla (jemný)	[s]
KTM	- počet časových kroků výpočtu	
N	- počet bodů sítě ve směru souř.osy	
H	- délka kroku sítě	[m]
z <sub>o</sub> , HKO	- tloušťka mikrovrstvy pohlcující záření	[m]
TO	- počáteční teplota tělesa	[°C]
TD	- teplotní nárůst v zóně ohřevu za dobu 1 časového kroku	[°C]
DQ	- zvýšení teploty v bodě za dobu 1 časového kroku	[°C]

Související označení

- I - pořadí bodu sítě ve směru +x...délka, směr pohybu  
zdroje tepla
- J - pořadí bodu sítě ve směru +y...šířka
- K - pořadí bodu sítě ve směru +z...hloubka
- L - dolní mez proměnné
- H - horní mez proměnné
- o, 0 - stopa ohřevu

Parciální derivace jsou někdy pro přehlednost značeny příslušnými indexy, např.:

$$t_{xy} \equiv \frac{\partial^2 t}{\partial x \partial y}$$



## 1. Ú V O D

Jedním z nejdůležitějších úkolů, vytýčených XVII. sjezdem KSČ, je intenzifikace celého národního hospodářství, spojená s využitím a urychleným uplatněním výsledků vědy v praxi.

Ve strojírenství se tento směr odráží zejména ve snaze hledat nové materiály a zavádět do výroby progresivní technologie. Jednou z těchto technologií je tepelné zpracování kovových materiálů laserem. Přispívá k výraznému zhodnocení materiálu a při správném použití ke značnému zvýšení životnosti takto zpracovaných součástí. Aby bylo dosaženo žádaných účinků, je třeba přesně určit vliv říditelných parametrů ohřevu na výsledné vlastnosti povrchové vrstvy. Pro stanovení procesů, probíhajících uvnitř materiálu při působení laseru, je nezbytná znalost dynamiky teplotních polí, na níž závisí např. fázové přeměny, vznik napěťových polí a další změny.

Povrch zpracovaný laserem se vyznačuje vlastnostmi, jichž nelze klasickými metodami dosáhnout. Toho se v nejvyspělejších zemích využívá již v průmyslovém měřítku /5/ a také v ČSSR se využitím laseru v průmyslu zabývá řada institucí v rámci státního úkolu III - 1 - 6. V současné době se u nás vytvářejí modely různého stupně obecnosti, používají se simulační metody založené na přímém průchodu elektrického proudu se zobrazením rychlým paměťovým osciloskopem /4/ a probíhají experimenty s laserem pro ověření přesnosti modelů. Urychlení výzkumu v této oblasti předpokládá plné využití možností výpočetní techniky, neboť experimentální metody zkoumání extrémně rychlých ohřevů jsou velmi pracné a časově náročné.

Obsahem práce je vytvoření numerického modelu teplotního pole dokonale izolovaného materiálu při ohřevu pohybujícím se soustředěným energetickým zdrojem. Práce je

součástí řešení dílčího úkolu VŠST III - 1 - 6/2 "Teplotní a napěťová pole". Výpočet dynamiky teplotního pole je proveden řešením diferenciální rovnice vedení tepla metodou sítí. V prvním přiblížení jsou přijaty zjednodušující podmínky homogenního a izotropního tělesa s konstantními hodnotami termofyzikálních veličin. Model byl dále zpřesněn uvažováním závislosti měrného objemového tepla, součinitele tepelné vodivosti a poměrné pohltivosti záření na teplotě. Značná část práce je věnována znázornění teplotního pole, a to ve formě tiskových souborů, ale zejména v grafické formě.

Jednotlivé kapitoly jsou věnované uživatelskému popisu sestavených programů, jejichž práce je ověřena na konkrétním příkladě. Získané výsledky jsou shrnuty v závěru. Tam jsou také naznačeny možnosti dalšího zpřesňování použitého algoritmu. Vytvořením matematického modelu se zabývá kapitola "Teoretické řešení".

Všechny programy jsou napsané v jazyku FORTRAN IV a odladěné ve výpočetním středisku VŠST Liberec na počítači EC 1033.

## 2. T E O R E T I C K É Ř E Š E N Í

### 2. 1. Diferenciální rovnice teplotního pole

Vyjděme z obecné diferenciální rovnice vedení tepla /2/

$$c \cdot t_\tau = \operatorname{div}(\lambda \cdot \nabla t) + q,$$

kterou můžeme přepsat na tvar

$$c \cdot t_\tau = \nabla(\lambda \cdot \nabla t) + q \quad (1)$$

kde značí

- $c = c(\vec{r}, \tau)$  ... měrné objemové teplo použitého materiálu v místě  $\vec{r}$  a čase  $\tau$ ,
- $\lambda = \lambda(\vec{r}, \tau)$  ... součinitel tepelné vodivosti v bodě  $\vec{r}$  a čase  $\tau$ ,
- $t = t(\vec{r}, \tau)$  ... teplotu v bodě  $\vec{r}$  a čase  $\tau$ ,
- $t_\tau = \frac{\partial t(\vec{r}, \tau)}{\partial \tau}$  ... její parciální derivaci podle času,
- $q = \frac{dQ(\vec{r}, \tau)}{dV}$  ... hustotu toku tepla dodávaného vnějším zdrojem v čase  $\tau$ , když  $dQ(\vec{r}, \tau) \cdot d\tau$  je teplo dodané elementu  $dV$  za dobu  $d\tau$ ,

$$\nabla = \left( \vec{i} \frac{\partial}{\partial x} + \vec{j} \frac{\partial}{\partial y} + \vec{k} \frac{\partial}{\partial z} \right) \dots \text{Hamiltonův operátor.}$$

Budeme-li i nadále značit parciální derivace příslušnými indexy, můžeme rovnici (1) rozepsat na tvar

$$\begin{aligned} c \cdot t_\tau &= \lambda_x t_x + \lambda t_{xx} + \lambda_y t_y + \lambda t_{yy} + \lambda_z t_z + \lambda t_{zz} + q = \\ &= \lambda \cdot \Delta t + \lambda_x t_x + \lambda_y t_y + \lambda_z t_z + q \end{aligned} \quad (2)$$

kde

$$\Delta = \nabla \cdot \nabla \dots \text{Laplaceův operátor.}$$

Uvažujeme-li těleso ve tvaru kvádru, má Laplaceův operátor tvar

$$\Delta = \left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right)$$

a podmínku dokonalé tepelné izolovanosti vyjadřuje vztah

$$\int_{(V)} \nabla(\lambda \cdot \nabla t) \cdot dx dy dz = 0. \quad (3)$$

Při známém počátečním rozložení teplot a průběhu funkcí  $c, \lambda, q$  a při dodržení okrajové podmínky (3) dostaneme řešením rovnice (2) hledanou závislost  $t = t(x, y, z, \tau)$ .

## 2. 2. Zjednodušující podmínky

Protože řešení diferenciální rovnice teplotního pole ve tvaru (2) je obtížné, snažíme se zavést některé idealizace, které by příliš nezmenšovaly přesnost výsledků, ale podstatně snížily pracnost řešení.

Uvažujeme-li dále závislost  $\lambda$  pouze na teplotě, rovnice (2) bude mít tvar

$$c \cdot t_{\tau} = \lambda \cdot \Delta t + \lambda_t \cdot [(t_x)^2 + (t_y)^2 + (t_z)^2] + q \quad (4)$$

protože např.  $\lambda_x = \lambda_t \cdot t_x$ .

Za předpokladu konstantního plošného výkonu zdroje tepla po celou dobu výpočtu bude hustota tepelného toku dodávaného zdrojem do zóny ohřevu

$$q = \frac{Q}{V_0}$$

$Q = P \cdot A$  ... tepelný tok zachycený materiálem

$V_0 = S_0 \cdot z_0$  ... objem zóny ohřevu

Zavedeme-li plošný výkon zdroje tepla  $P_s = \frac{P}{S_0}$ , bude

$$\left. \begin{aligned} q(\vec{r}, \tau) &= \frac{P_s \cdot A}{z_0} && \text{když } \vec{r} \in \text{zóny ohřevu v čase } \tau \\ q(\vec{r}, \tau) &= 0 && \text{jindy.} \end{aligned} \right\} (5)$$

$A = A(\vec{r}, \tau)$  ... poměrná pohltivost záření.

Předpokládáme-li tedy těleso ve tvaru kvádru, homogenní, izotropní, dokonale izolované a veličiny  $c, \lambda, A$  závislé pouze na teplotě, budeme po dosazení za  $q$  z (5) řešit rovnici

$$\begin{aligned} c(t) \cdot \frac{\partial t(x, y, z, \tau)}{\partial \tau} &= \\ &= \lambda(t) \cdot \left[ \frac{\partial^2 t(x, y, z, \tau)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t(x, y, z, \tau)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t(x, y, z, \tau)}{\partial z^2} \right] + \\ &+ \frac{d\lambda(t)}{dt} \cdot \left\{ \left[ \frac{\partial t(x, y, z, \tau)}{\partial x} \right]^2 + \left[ \frac{\partial t(x, y, z, \tau)}{\partial y} \right]^2 + \left[ \frac{\partial t(x, y, z, \tau)}{\partial z} \right]^2 \right\} + \\ &+ \frac{P_s}{z_0} \cdot A(t) \cdot \eta \end{aligned} \quad (6)$$

kde  $\eta = 1$  pro  $\vec{r} = (x, y, z) \in \text{zóny ohřevu v čase } \tau$   
 $\eta = 0$  jindy.

Při uvažování konstantních hodnot veličin  $c, \lambda, A$  přejde rovnice (2) na jednoduchý tvar

$$\frac{\partial t(x, y, z, \tau)}{\partial \tau} = a \cdot \left[ \frac{\partial^2 t(x, y, z, \tau)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t(x, y, z, \tau)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t(x, y, z, \tau)}{\partial z^2} \right] + \frac{P_s \cdot A}{z_0 \cdot c} \cdot \eta \quad (7)$$

kde  $a = \frac{\lambda}{c}$  ... součinitel teplotní vodivosti materiálu

a pro  $\eta$  platí stejný vztah jako v (6).

Rovnice (6) a (7) řešíme opět při dodržení podmínky (3).

### 2. 3. Řešení metodou sítí

Protože úlohu budeme řešit na samočinném počítači, přistoupíme nyní k diskretizaci rovnice (6), resp. (7).

K řešení byla pro svou jednoduchost a názornost vybrána metoda sítí [7]. Síť musíme navrhnout tak, aby byla splněna podmínka dokonalé tepelné izolovanosti (3), která má po diskretizaci tvar

$$\sum_{i,j,k} \Delta T(i,j,k) \cdot HX(i) \cdot HY(j) \cdot HZ(k) = 0 \quad (8)$$

Pro odlišení jsou veličiny označeny velkými písmeny.

$T(i,j,k)$  ... teplota v bodě  $i, j, k$

$HX(i)$  ... délka kroku sítě v  $i$ -tém bodě ve směru  $x$

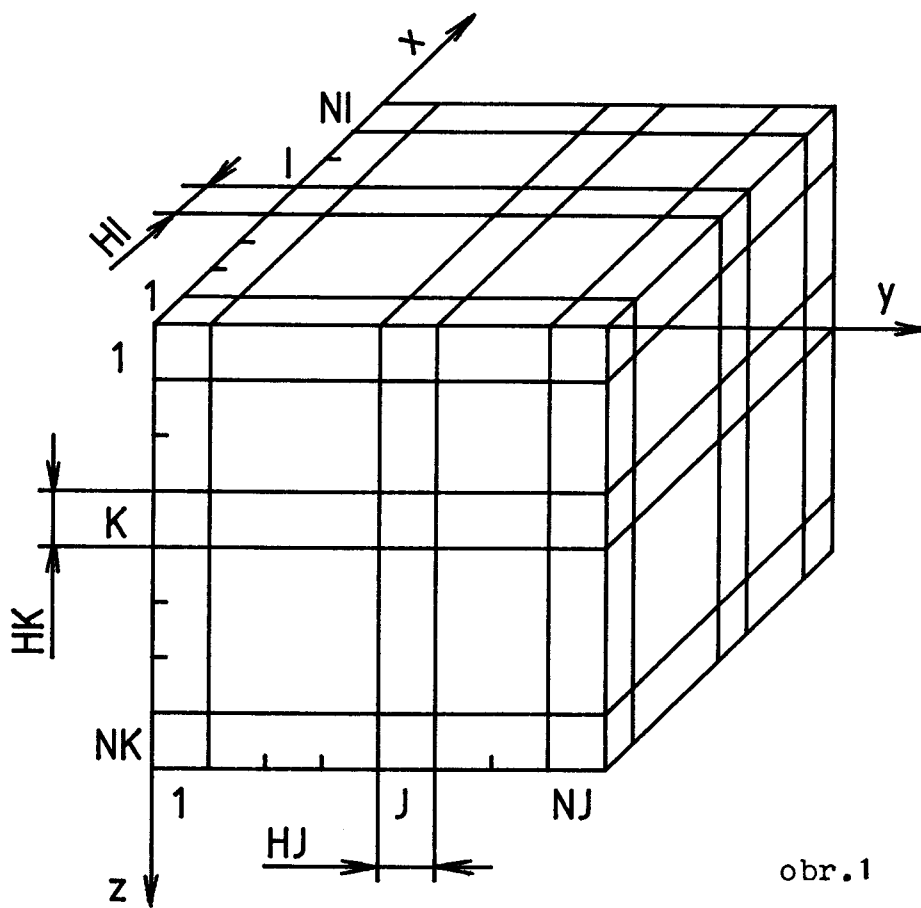
$HY(j)$  ... délka kroku sítě v  $j$ -tém bodě ve směru  $y$

$HZ(k)$  ... délka kroku sítě v  $k$ -tém bodě ve směru  $z$

Volíme-li rovnoměrnou síť, je např.

$$HX(i) = HX(j) \quad \text{pro všechna } i, j = 1, NI$$

a můžeme zavést symboliku podle obr.1. Stejně označení pak použijeme v programech.



Při diskretizaci v čase vyjdeme z jednoduchého příkladu. Průchod tepla stěnou o ploše  $S$  tloušťky  $h$  za čas  $d\tau$  vypočteme jako

$$dQ = -\lambda \cdot \frac{S}{h} \cdot (t_1 - t_2) \cdot d\tau$$

kde  $t_1 < t_2$  ... teploty na protějších stranách stěny.

Toto teplo ať přechází do stejného elementu  $V = S \cdot h$   
a způsobí v něm vzrůst teploty o  $dt$ .

$$dt = \frac{dQ}{c \cdot V} = - \frac{\lambda}{c} \cdot \frac{t_1 - t_2}{h^2} \cdot d\tau$$

při  $t_2 = \text{konst.}$  dostaneme integrací

$$\int_{t_0}^{t(\tau)} \frac{dt_1}{t_1 - t_2} = - \frac{\lambda}{ch^2} \cdot \int_0^{\tau} d\tau$$

$$\ln \frac{t(\tau) - t_2}{t_0 - t_2} = - \frac{\lambda}{ch^2} \cdot \tau$$

$$t(\tau) = t_2 + (t_0 - t_2) \cdot \exp\left(- \frac{\lambda}{ch^2} \tau\right)$$

Po linearizaci dostáváme vztah

$$t(\tau) \approx t_0 + (t_2 - t_0) \cdot \frac{\lambda \cdot \tau}{ch^2}$$

Aby byla relativní chyba lineárního přiblížení přijatelná,  
nesmí  $\tau$  překročit určitou hodnotu.

$$\text{Pro } \tau < 0,2 \cdot \frac{c}{\lambda} \cdot h^2 \quad (9)$$

činí relativní chyba méně než 2%.



Časový krok výpočtu DT tedy budeme s ohledem na (9) volit

$$DT < 0,2 \cdot \frac{CV}{FCL} \cdot [\min(HI, HJ, HK)]^2 \quad (10)$$

kde CV ... měrné objemové teplo  
FCL ... součinitel tepelné vodivosti  
HI, HJ, HK ... délka kroků sítě v příslušných osách

V souladu s /1/ nahradíme nyní Laplaceův operátor diferenčními operátory A, B, C.

(Symboly srv. s obrázkem 1.)

$$\left. \begin{aligned} A(I, J, K) &\sim \frac{\partial^2}{\partial x^2} T(I, J, K) \\ A(I, J, K) &= \frac{1}{HI^2} \cdot [T(I-1, J, K) - 2 \cdot T(I, J, K) + T(I+1, J, K)] \\ A(1, J, K) &= \frac{1}{HI^2} \cdot [T(2, J, K) - T(1, J, K)] \\ A(NI, J, K) &= \frac{1}{HI^2} \cdot [T(NI-1, J, K) - T(NI, J, K)] \end{aligned} \right\} (11)$$

I = 2, ..., NI-1  
J = 1, ..., NJ  
K = 1, ..., NK

$$\begin{aligned}
 B(I, J, K) &\sim \frac{\partial^2}{\partial y^2} T(I, J, K) \\
 B(I, J, K) &= \frac{1}{HJ^2} [T(I, J-1, K) - 2 \cdot T(I, J, K) + T(I, J+1, K)] \\
 B(I, 1, K) &= \frac{1}{HJ^2} [T(I, 2, K) - T(I, 1, K)] \\
 B(I, NJ, K) &= \frac{1}{HJ^2} [T(I, NJ-1, K) - T(I, NJ, K)]
 \end{aligned}
 \tag{12}$$

$I = 1, \dots, NI$   
 $J = 2, \dots, NJ-1$   
 $K = 1, \dots, NK$

$$\begin{aligned}
 C(I, J, K) &\sim \frac{\partial^2}{\partial z^2} T(I, J, K) \\
 C(I, J, K) &= \frac{1}{HK^2} [T(I, J, K-1) - 2 \cdot T(I, J, K) + T(I, J, K+1)] \\
 C(I, J, 1) &= \frac{1}{HK^2} [T(I, J, 2) - T(I, J, 1)] \\
 C(I, J, NK) &= \frac{1}{HK^2} [T(I, J, NK-1) - T(I, J, NK)]
 \end{aligned}
 \tag{13}$$

$I = 1, \dots, NI$   
 $J = 1, \dots, NJ$   
 $K = 2, \dots, NK-1$

Dále nahradíme člen  $\lambda_t \cdot [(t_x)^2 + (t_y)^2 + (t_z)^2]$   
členy D, E, F.

$$\lambda_t \cdot (t_x)^2 = \frac{d\lambda}{dt} \left(\frac{dt}{dx}\right)^2 = \frac{d\lambda}{dx^2} dt$$

Uvažujeme-li závislost  $\lambda$  pouze na teplotě, můžeme označit

$$FCL(I, J, K) = \lambda(T(I, J, K))$$

a člen  $\lambda_t \cdot (t_x)^2$  nahradit členem D.

$$D(I, J, K) = \frac{[FCL(I, J, K) - FCL(I+1, J, K)] \cdot [T(I, J, K) - T(I+1, J, K)]}{HI^2} \quad (14)$$

podobně

$$E(I, J, K) = \frac{[FCL(I, J, K) - FCL(I, J+1, K)] \cdot [T(I, J, K) - T(I, J+1, K)]}{HJ^2} \quad (15)$$

a

$$F(I, J, K) = \frac{[FCL(I, J, K) - FCL(I, J, K+1)] \cdot [T(I, J, K) - T(I, J, K+1)]}{HK^2} \quad (16)$$

Označíme-li

- CV(I, J, K) = c(T(I, J, K)) ... měrné objemové teplo závislé pouze na teplotě,  
 FCA(I, J, K) = A(T(I, J, K)) .. poměrnou pohltivost záření závislé pouze na teplotě  
 DT ... časový krok výpočtu splňující podmínku (10) ,

HKO = z<sub>0</sub> ... tloušťku vrstvy pohlcující záření,  
 bude nárůst teploty v bodě (I,J,K) za dobu DT podle (6)

$$DQ(I,J,K) = \frac{DT}{CV(I,J,K)} \cdot \left\{ FCL(I,J,K) \cdot [A(I,J,K) + B(I,J,K) + C(I,J,K)] + \right. \\
 \left. + D(I,J,K) + E(I,J,K) + F(I,J,K) + \frac{P_s \cdot FCA(I,J,K)}{HKO} \cdot \eta \right\} \quad (17)$$

kde  $\eta = 1$  pro  $\vec{r} = (I,J,K) \in$  zóny ohřevu  
 $\eta = 0$  jindy.

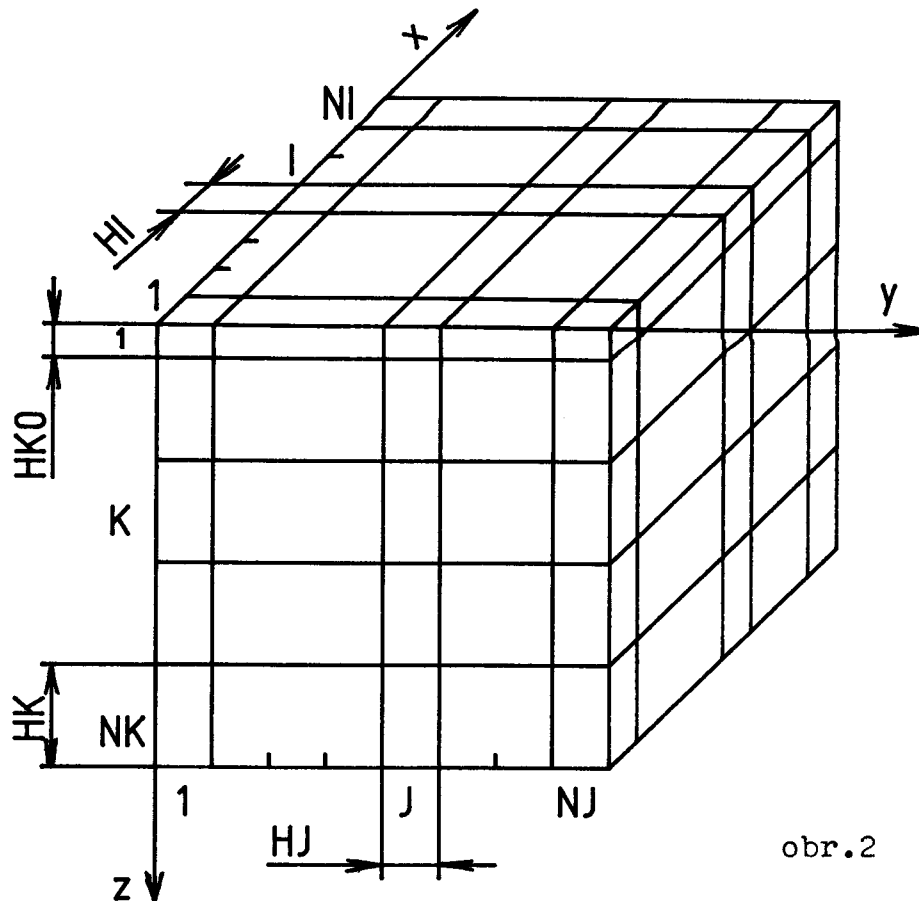
Potom  $T(I,J,K)^* = T(I,J,K) + DQ(I,J,K)$   
 $T(I,J,K)$  ... teplota v čase  $\tau$   
 $T(I,J,K)^*$  ... teplota v témže bodě v čase  $\tau + DT$

Poznámka :

Fyzikální podstatě děje lépe odpovídá model s nerovnoměrnou sítí. Nerovnoměrnost spočívá v tom, že ve směru osy z je krok sítě HK, ale první dva body jsou od sebe vzdálené pouze HKO. Tím simulujeme mikrovrstvu vystavenou přímému působení tepla.

Skutečný děj pak probíhá tak, že neodražená část energie paprsku se v mikrovrstvě pohltí a přemění se na teplo. Toto pohlcené teplo se pak šíří dále tělesem.

Zavedeme tedy nerovnoměrnou síť podle obr.2.



obr.2

Délka časového kroku výpočtu  $\Delta t$  je shora omezena podmínkou (10). Vzhledem k existenci mikrovrstvy bychom museli volit hodnotu  $\Delta t$  velmi malou a tím by se neúměrně prodloužila doba výpočtu. Proto se doporučuje rozdělit celý děj na tzv. akumulaci dodávaného tepla a vlastní šíření tepla tělesem.

V každém časovém kroku výpočtu proběhne  $L_1$ -krát

akumulace s jemnějším časovým krokem  $DT_0 = DT/L_1$   
(teplo se šíří pouze v ohřívané mikrovrstvě)  
a 1-krát vlastní šíření tepla s časovým krokem  $DT$ ,  
při kterém se naakumulované teplo rozšíří do dalších  
vrstev a k teplotním změnám dojde v celém objemu tělesa.

Tímto postupem kromě přiblížení modelu fyzikální  
podstatě děje také zpřesníme celý výpočet, protože hod-  
noty funkcí  $c(t)$ ,  $\lambda(t)$ ,  $A(t)$  budeme v každém časovém  
kroku výpočtu počítat  $L_1$ -krát a ne pouze jednou. To má  
význam právě v blízkosti zóny ohřevu, neboť tam dochází  
k téměř skokovým změnám teploty během kroku výpočtu.

Hodnotu  $L_1$  se doporučuje volit

$$L_1 = [HK/HK_0]$$

kde  $[x]$  značí celou část čísla  $x$ .

Zavedením nerovnoměrné sítě přejde operátor  $C$  (13)  
na tvar

$$\left. \begin{aligned} C(I, J, K) &= \frac{1}{HK^2} [T(I, J, K-1) - 2 \cdot T(I, J, K) + T(I, J, K+1)] \\ C(I, J, 1) &= \frac{2}{(HK+HK_0) \cdot HK_0} [T(I, J, 2) - T(I, J, 1)] \\ C(I, J, 2) &= \frac{2}{(HK+HK_0) \cdot HK} [T(I, J, 1) - 2 \cdot T(I, J, 2) + T(I, J, 3)] \\ C(I, J, NK) &= \frac{1}{HK^2} [T(I, J, NK-1) - T(I, J, NK)] \end{aligned} \right\} (18)$$

$I = 1, \dots, NI$   
 $J = 1, \dots, NJ$   
 $K = 3, \dots, NK-1$

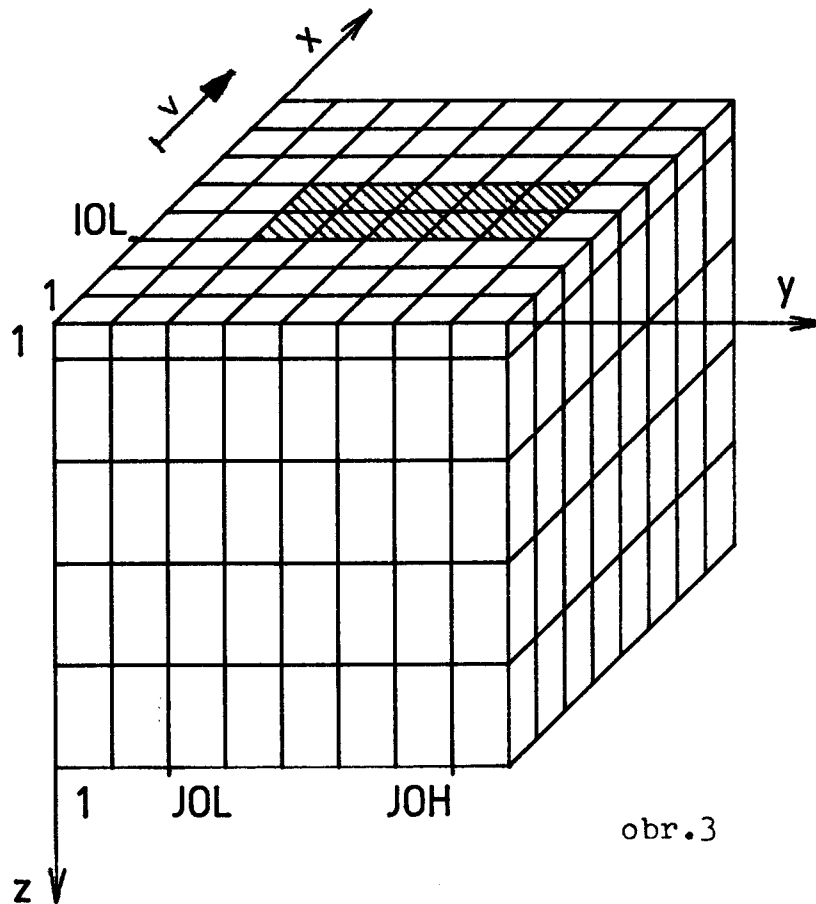
Rovnice (4) tedy v diferenčním tvaru přejde na

$$T^* = T + \frac{DT}{CV} \cdot \left[ FCL \cdot (A+B+C) + D+E+F + \frac{P_s \cdot FCA}{HKO} \cdot \eta \right] \quad (19)$$

- kde  $T^* = T(I, J, K, \tau + DT)$  ... teplota v bodě  $\vec{r} = (I, J, K)$   
v čase  $\tau + DT$
- $T = T(I, J, K, \tau)$  ... teplota v bodě  $\vec{r}$  v čase  $\tau$
- $CV = c(T(I, J, K, \tau))$  ... měrné objemové teplo závislé  
pouze na teplotě
- $FCL = \lambda(T(I, J, K, \tau))$  ... součinitel tepelné vodivosti  
závislý pouze na teplotě
- $FCA = A(T(I, J, K, \tau))$  ... poměrná pohltivost záření  
závislá pouze na teplotě
- $DT = \text{konst.}$  ... časový krok výpočtu splňující  
podmínku (10)
- $A+B+C \sim \Delta T(I, J, K, \tau)$  ... náhrada Laplaceova operátoru-  
-viz (11), (12), (18)
- $D+E+F$  ... náhrada operátoru  
 $\lambda_t \cdot [(t_x)^2 + (t_y)^2 + (t_z)^2]$   
-viz (14), (15), (16)
- $P_s = \frac{P}{S_0} = \text{konst.}$  ... plošný výkon zdroje tepla
- $HKO = z_0 = \text{konst.}$  ... tloušťka mikrovrstvy
- $\eta = 1$  při  $\vec{r} \in$  zóny ohřevu v čase  $\tau$   
 $\eta = 0$  jindy.

Pro úspěšné řešení zbývá konkretizovat funkce  $CV$ ,  $FCA$ ,  $FCL$ , určit počáteční rozložení teplot a rozměry sítě a vhodně popsat pohyb zóny ohřevu v závislosti na čase  $\tau$ . V průběhu řešení musí být dodržena podmínka dokonale izolovaného tělesa (8).

Pro jednoduchost uvažujeme pohyb zóny ohřevu ve směru  $+x$  z výchozí polohy IOL (viz. obr. 3.).



Volme konstantní rychlost pohybu  $v$ . Poloha krajního bodu zóny ohřevu po proběhnutí  $M$  časových kroků výpočtu bude

$$IO(M) = IOL + \frac{v \cdot DT}{HI} \cdot M \quad (20)$$

kde  $DT$  ... délka časového kroku výpočtu [sec.]

$HI$  ... délka kroku sítě ve směru  $x$  [metry]

$M = 1, \dots, KTM$  aktuální časový krok výpočtu.

Nyní můžeme přistoupit k popisu konkrétních programů, řešících rovnici (19).



### 3. D Y N A M I K A T E P L O T N Í C H P O L Í

#### D O K O N A L E I Z O L O V A N Ě H O T Ě L E S A

#### 3. 1. Výpočet teplotních polí při konstantních termofyzikálních veličinách

##### 3.1.1. Popis algoritmu

Budeme řešit rovnici vedení tepla za těchto zjednodušujících podmínek :

- dokonale tepelně izolované těleso,
- homogenní a izotropní materiál,
- konstantní hodnoty
  - měrného objemového tepla  $c$ ,
  - součinitele tepelné vodivosti  $\lambda$ ,
  - poměrné pohltivosti záření  $A$ ,
- zdroj tepla se pohybuje ve směru  $x$  konstantní rychlostí,
- ohřev je symetrický vzhledem k rovině určené paprskem a trajektorií stopy ohřevu.

Přijetí poslední podmínky nám umožní uvažovat v síti pouze poloviční počet bodů a tím výrazně zkrátit dobu výpočtu.

Pro výpočet teplotního pole musíme předem znát tyto údaje :

- výkon zdroje tepla ... PL
- velikost kroků sítě v jednotlivých osách. HI, HJ, HK
- tloušťku mikrovrstvy pohlcující záření .. HKO
- délku časového kroku výpočtu ... DT
- celkový počet časových kroků výpočtu ... KTM
- celočíselný poměr DT/DTO (časový krok výpočtu/časový krok akumulace) ... L1

- počáteční teplotu tělesa ... TO
- rychlost pohybu zdroje tepla ... V
- počty bodů sítě v jednotlivých osách ... NI, NJ, NK
- rozměry zóny ohřevu (počet dílků v osách x a y) ... IOD, JOD
- počáteční polohu zóny ohřevu v čase  $\tau = 0$  ... IOL, JOL
- hodnotu měrného objemového tepla materiálu ... CV
- hodnotu součinitele tepelné vodivosti materiálu ... FCL
- hodnotu poměrné pohltivosti záření ... FCA

Teplotní nárůst v zóně ohřevu pak bude

$$TD = \frac{PL.FCA.DT}{IOD.HI.JOD.HJ}$$

kde ve jmenovateli je celková plocha zóny ohřevu.

Vypočtené teplotní pole uložíme na indexovanou proměnnou  $T(I, J, K)$ , kde indexy určují polohu bodu na síti.

Označíme-li právě prováděný časový krok výpočtu  $L$  ( $\tau = L.DT$ ) a zavedeme-li pomocné proměnné

$$ST = T(I, J, K)_L$$

$$C3 = \frac{DT}{HK^2} \quad \text{při šíření tepla}$$

$$C3 = C31 = \frac{2.DT}{(HK+HKO).HKO} \quad \text{pro } K = 1$$

$$C3 = C32 = \frac{2.DT}{(HK+HKO).HK} \quad \text{při akumulaci a } K = 2$$

(21)

$$W1C = \frac{DT \cdot FCL}{HI^2} \cdot [ST - T(I-1, J, K)_L]$$

$$W2C = \frac{DT \cdot FCL}{HI^2} \cdot [T(I+1, J, K)_L - ST]$$

$$W3C(I) = \frac{DT \cdot FCL}{HJ^2} \cdot [ST - T(I, J-1, K)_L]$$

$$W4C = \frac{DT \cdot FCL}{HJ^2} \cdot [T(I, J+1, K)_L - ST]$$

$$W5(I, J) = ST - T(I, J, K-1)_L$$

$$W6 = T(I, J, K+1)_L - ST$$

$$FCV = CV \cdot L1 \quad \text{při akumulaci}$$

$$FCV = CV \quad \text{při šíření tepla}$$

můžeme pro teplotní nárůst v bodě (I, J, K) za dobu jednoho časového kroku použít vztahu

$$DQ(I, J, K)_L = \frac{1}{FCV} \cdot [W2C - W1C + W4C - W3C(I) + (W6 - W5(I, J)) \cdot C3]$$

potom

$$T(I, J, K)_L = T(I, J, K)_{L-1} + DQ(I, J, K)_{L-1}$$

Pro výpočet  $T(I, J, K)_L$  použijeme pomocných proměnných  $W2C$ ,  $W4C$ ,  $W6$ , které počítáme bezprostředně před výpočtem hodnoty  $DQ$ , ale pro ostatní proměnné platí

$$\left. \begin{aligned} W1C &= W2C(I-1, J, K)_L \\ W3C(I) &= W4C(I, J-1, K)_L \\ W5(I, J) &= W6(I, J, K-1)_L \end{aligned} \right\} (22)$$

kde např.  $W2C(I-1, J, K)_L$  značí hodnotu použitou jako  $W2C$  při výpočtu  $T(I-1, J, K)_L$ .

Provedeme-li tedy po každém výpočtu DQ přesuny naznačené v (22), odpadne kromě vyhledávání hodnot v trojrozměrném poli T i značné množství početních operací. Díky využití pomocných proměnných můžeme také pole  $T_{L-1}$  průběžně obsazovat novými hodnotami  $T_L$ .

Abychom zachovali podmínku dokonalé izolovanosti tělesa, musíme zajistit, aby

$$\left. \begin{aligned} W1C &= 0 & \text{pro } I &= 1 \\ W3C(I) &= 0 & \text{pro } J &= 1 \\ W5(I,J) &= 0 & \text{pro } K &= 1 \end{aligned} \right\} (23)$$

Izolování ve směrech +x, +y, +z zajistíme zvětšením pole T na rozměr  $T(NI+1, NJ+1, NK+1)$  a udržováním hodnot

$$\left. \begin{aligned} T(NI+1, J, K) &= T(NI, J, K) \\ T(I, NJ+1, K) &= T(I, NJ, K) \\ T(I, J, NK+1) &= T(I, J, NK) \end{aligned} \right\} (24)$$

Tím se také nulové hodnoty proměnných W1C, W3C, W5 budou obnovovat před každou změnou časového kroku L.

Oddělení procesů akumulace a šíření tepla umožní podmíněné nulování proměnné W6:

$$W6 = 0 \quad \text{když probíhá akumulace a } K = 2.$$

Ohřev zde nahrazuje obsazení proměnných  $W5(I,J)$  před akumulací hodnotou

$$\left. \begin{aligned} W5(I,J) &= \frac{-TD}{C31} \\ I &= IOL, \dots, IOH \\ J &= JOL, \dots, JOH \end{aligned} \right\} (25)$$

TD ... zmíněný nárůst teploty v zóně ohřevu

IOL, IOH, JOL, JOH ... aktuální hranice zóny ohřevu (20)

Uvedené úpravy vedly k omezení potřebné paměti pro proměnné a ke zkrácení programu i času výpočtu.

### 3.1.2. Použití programu

Program s označením BBBO (viz příloha č.1) počítá teplotní pole za výše uvedených zjednodušujících podmínek.

Vstupní data čte z logického souboru 5 formátově.

1. štítek 7(E8.3,1X)

.xxxExxx- .xxxExxx- .xxxExxx- .xxxExxx- .xxxExxx- xxxExxx-  
PL HI HJ HK HKO DT

.xxxExxx-  
TO

2. štítek 4(E8.3,1X)

.xxxExxx- .xxxExxx- .xxxExxx- .xxxExxx-  
V FCA FCL CV

3. štítek 9(I4,1X)

xxxx-xxxx-xxxx-xxxx-xxxx-xxxx-xxxx-xxxx-xxxx-  
NI NJ NK KTM L1 IOD JOD IOL JOL

4. štítek 3(I4,1X), 2(5X, 2(I4,1X))

xxxx-xxxx-xxxx- xxxx-xxxx- xxxx-xxxx-  
KW IL IH JL JH KL KH

4. štítek řídí zápis na vnější paměť.

KW ... krok výběru hodnot L

IL,IH; JL,JH; KL,KH ... hraniční body zapisovaného úseku sítě.

Zapisují se tedy hodnoty

$T(I,J,K)_L$      $I = IL, \dots, IH$   
                   $J = JL, \dots, JH$   
                   $K = KL, \dots, KH$   
                   $L = M.KW ; M = 0, \dots, KTM/KW$

Výstup je proveden jednak do souboru 6 (tiskárna - protokol o výpočtu), dále do souboru 7 bezformátově.

Soubor 7 obsahuje vlastní teplotní pole a dovoluje vypočtené hodnoty později zpracovat ve formě tabulek či grafů.

1.věta umožňuje identifikovat data, z nichž bylo teplotní pole vypočteno. Další věty pak obsahují hodnoty

$L, IOL, IOH, ((( T(I,J,K), I = IL, IH), J = JL, JH),$   
 $K = KL, KH )$

Soubor 7 je zakončen koncovou značkou.

### 3.1.3. Omezení programu

Hlavním omezením je doba výpočtu, která při zjemňování sítě velmi rychle roste.

- kapacita paměti proměnných není kritická, neboť program vyžaduje deklarovat pouze pole  $T(NI+1, NJ+1, NK+1)$ , pomocné proměnné  $W5(NI, NJ)$ ,  $W3C(NI)$  a 67 dalších proměnných,
- vstupní hodnota DT musí splňovat podmínku (10),
- hodnoty týkající se sítě musí být voleny s ohledem na dimenzování polí.

### 3. 2. Výpočet teplotního pole při proměnných termofyzikálních veličinách

#### 3.2.1. Popis algoritmu

Budeme řešit rovnici vedení tepla za těchto zjednodušujících podmínek :

- dokonale tepelně izolované těleso,
- homogenní a izotropní materiál,
- hodnoty  $c, \lambda, A$  závisí pouze na teplotě a jsou aproximovány polynomickými funkcemi maximálně třetího řádu,
- zdroj tepla se pohybuje ve směru  $x$  konstantní rychlostí,
- ohřev je symetrický vzhledem k rovině určené paprskem a trajektorií stopy ohřevu.

Algoritmus je odvozený od algoritmu popsaného v 3.1.1., je také v co největší míře zachována symbolika původního algoritmu.

Z nutných apriorních informací škrteme jako nepotřebné hodnoty  $CV, FCL$  a  $FCA$ . Naopak budeme potřebovat :

- nejvyšší stupeň použitého aproximačního polynomu zvětšený o jedničku ...  $N$
- pomocné hodnoty ...  $X0, X1, X2, X3$
- koeficienty závislosti  $c(T)$  ...  $YC(1), \dots, YC(N)$
- koeficienty závislosti  $\lambda(T)$  ...  $YL(1), \dots, YL(N)$
- koeficienty závislosti  $A(T)$  ...  $YA(1), \dots, YA(N)$

funkce jsou pak aproximovány vzorci

$$\lambda(T) = \sum_{I=1}^N Y_L(I) \cdot [(T-X_0)/X_1]^{(I-1)}$$

$$C(T) = \sum_{I=1}^N Y_C(I) \cdot [(T-X_2)/X_3]^{(I-1)}$$

$$A(T) = \sum_{I=1}^N Y_A(I) \cdot T^{(I-1)}$$

Teplotní nárůst v zóně ohřevu bude závislý na dosažené teplotě, proto označíme

$$TD = \frac{PL \cdot DT}{IOD \cdot HI \cdot JOD \cdot HJ}$$

vztah (21) zůstává v platnosti, logicky však další proměnné definujeme takto :

$$W1C = \frac{DT}{HI^2} \cdot [ST - T(I-1, J, K)_{L-1}] \cdot A1$$

$$W2C = \frac{DT}{HI^2} \cdot [T(I+1, J, K)_{L-1} - ST] \cdot A2$$

$$W3C(I) = \frac{DT}{HJ^2} \cdot [ST - T(I, J-1, K)_{L-1}] \cdot A3$$

$$W4C = \frac{DT}{HJ^2} \cdot [T(I, J+1, K)_{L-1} - ST] \cdot A4$$

$$W5(I, J) = [ST - T(I, J, K-1)_{L-1}] \cdot A5$$

$$W6 = [T(I, J, K+1)_{L-1} - ST] \cdot A6$$

kde  $A1 \sim \lambda(T(I-1, J, K)_{L-1})$

$A2 \sim \lambda(T(I+1, J, K)_{L-1})$



$$\begin{aligned} A3 &\sim \lambda(T(I, J-1, K)_{L-1}) \\ A4 &\sim \lambda(T(I, J+1, K)_{L-1}) \\ A5 &\sim \lambda(T(I, J, K-1)_{L-1}) \\ A6 &\sim \lambda(T(I, J, K+1)_{L-1}) \text{ aproximované hodnoty .} \end{aligned}$$

Teplovní nárůst v bodě (I, J, K) za dobu jednoho časového kroku

$$DQ(I, J, K)_{L-1} = \frac{1}{CV \cdot LL} \cdot [W2C - W1C + W4C - W3C(I) + (W6 - W5(I, J)) \cdot C3]$$

kde  $CV \sim c(T(I, J, K)_{L-1})$   
 $LL = L1$  při akumulaci  
 $LL = 1$  při šíření tepla .

Nově vypočtená teplota

$$T(I, J, K)_L = T(I, J, K)_{L-1} + DQ(I, J, K)_{L-1}$$

Vztahy (22), (23), (24) zůstávají v platnosti, vztah (25) s ohledem na změnu ve významu TD přejde na tvar

$$W5(I, J) = \frac{-TD}{C31} \cdot A$$

$$\left. \begin{aligned} I &= IOL, \dots, IOH \\ J &= JOL, \dots, JOH \end{aligned} \right\} \text{ aktuální hranice zóny ohřevu.}$$

$A \sim A(T(I, J, K)_{L-1})$  značí okamžitou hodnotu poměrné pohltivosti záření v bodě (I, J, K).

Na  $W5$  tuto hodnotu přiřazujeme vždy před akumulací tepla a nahrazujeme tak ohřev.

### 3.2.2. Použití programu

Program s označením BBB1 (viz příloha č.2) počítá teplotní pole za zjednodušujících podmínek uvedených v 3.2.1.

Vstupní data čte z logického souboru 5 formátově.

1.až 4.štítek je shodný jako v 3.1.2., hodnoty FCA, FCL, CV se ignorují.

5. štítek (I1)

x

N

6. štítek (6E10.6)

xxxxxxExx.xxxxxxExx.xxxxxxExx.xxxxxxExx.xxxxxxExx  
X0            X1            YL(1) ... YL(N)

.xxxxxxExx

7. štítek (6E10.6)-jako šestý, hodnoty

X2            X3            YC(1) ... YC(N)

8. štítek (4E10.6)

.xxxxxxExx.xxxxxxExx.xxxxxxExx.xxxxxxExx  
YA(1) ... YA(N)

Výstupní soubory 6 a 7 mají stejný význam i strukturu jako u programu BBBO - viz 3.1.2. To umožňuje využít ke zpracování tabulek nebo grafů stejný program, bez ohledu na způsob pořízení teplotního pole.

### 3.2.3. Omezení programu

Kritickým omezením je opět doba výpočtu. Tato doba je delší než pro program BBBO, o výpočet hodnot termofyzikálních veličin  $c, \lambda, A$  v každém kroku výpočtu.

- obsazení paměti proměnnými vzroste pouze o 8 položek.
- vstupní hodnoty musí být voleny s ohledem na dimenzování polí a hodnota DT musí splňovat podmínku (10).

## 4. V Ý S T U P N Í   S O U B O R   T E P L O T N Í C H P O L Í

### 4. 1. Výstup ve formě tabulek

#### 4.1.1. Popis tiskového souboru a použití programu TISK

Program TISK uspořádá vypočtené hodnoty teplotního pole do přehledných tabulek. Teplotní pole, vypočtené dříve programy BBBO či BBB1 a zapsané na vnější paměť, můžeme tedy vytisknout s minimálními nároky na strojní čas počítače.

Program tiskne protokol, v němž jsou obsaženy základní informace, které umožňují identifikovat zpracovávaný soubor. Kromě všech vstupních dat, která sloužila k výpočtu daného teplotního pole, se tiskne i označení programu, jímž byl soubor na vnější paměti vytvořen. Protokol obsahuje také základní informace o velikosti zpracovávaného souboru.

Dále program zajišťuje tyto funkce :

- tisk oblasti, kde teplota přesáhla danou hodnotu,
- tisk teplotního pole ve formě tabulek s následným tiskem oblasti, kde teplota přesáhla danou hodnotu.

Tyto funkce lze libovolně střídat a opakovat, neboť ukončení práce programem je vázáno na hodnotu proměnné, čtenou spolu s daty řídicími výběr hodnot pole pro tisk.

Tabulka stavu teplotního pole v daném časovém okamžiku (viz příloha č.6) obsahuje tyto údaje :

- pořadí časového kroku, v němž bylo pole vypočteno,
- odpovídající čas v sekundách,
- aktuální polohu hraničních bodů zóny ohřevu ve směru pohybu zdroje tepla.

Dále následují tabulky hodnot teploty v jednotlivých bodech sítě. Pro každou vrstvu ( $K = \text{konst.}$ ) je zobrazena jedna dílčí tabulka.

Tyto tabulky mají v záhlaví pro snadnější orientaci pořadí příslušných bodů v síti, k nimž se vztahují vytisknuté teploty. (Hodnoty indexů  $I, K, J$  matice teplot.)

Program zajišťuje stránkování (64 řádků na stránce) a to tím způsobem, že každý časový krok je tištěn na novou stránku a na žádné stránce není jako poslední údaj hlavička dílčí tabulky. Maximální počet znaků na řádku je 128.

Tabulka informující o oblasti, kde teplota překročila určitou hranici, je také tištěna vždy na novou stránku a obsahuje tyto údaje :

- hodnotu hraniční teploty,
- čas v sekundách pro který tabulka platí (zobrazí se body, v nichž teplota překročila hraniční hodnotu nebo jí dosáhla v některém okamžiku z intervalu 0 až čas platnosti tabulky),
- celočíselné hodnoty, které svou polohou v tabulce představují body jedné vrstvy  $K = \text{konst.}$  Hodnota udává, do jaké hloubky sahá hledaná oblast (pořadí dílku sítě ve směru osy  $z$ ).

Pro snazší orientaci je opět tištěno záhlaví tabulky. (Hodnoty indexů  $I, J$ .)

Zpráva o ukončení práce informuje, že byly vyčerpány všechny požadavky na tištěné soubory.

Výstup programu je proveden na logické zařízení 6.

Vstup je proveden jednak ze zařízení 7 - bezformátový soubor teplotních polí se strukturou podle 3.1.2.

Ze vstupního zařízení 5 čte program hodnoty řídicí výběr ze souboru 7.

Struktura řídicích dat :

1. štítek 4(3I5,5X)

XXXXXXXXXXXXXXXXX-----XXXXXXXXXXXXXXXXX-----XXXXXXXXXXXXXXXXX

LWL LWH LWD KWL KWH KWD JWL JWH JWD

-----XXXXXXXXXXXXXXXXX-----

IWL IWH IWD

2. štítek (F10.2)

XXXXXXXX.XX

THR

Dvojice štítků obsahuje informace pro jednu realizaci vybrané funkce.

Význam parametrů :

LWL,LWH,LWD ... parametry cyklu výběru časového kroku  
-reprezentuje cyklus FOR L=LWL TO LWH  
STEP LWD

KWL,KWH,KWD ... cyklus výběru bodů ve směru osy z

JWL, JWH, JWD ... cyklus výběru bodů ve směru osy y  
IWL, IWH, IWD ... cyklus výběru bodů ve směru osy x  
THR ... hodnota hraniční teploty pro tisk  
ovlivněné oblasti

Výběr funkce se provede podle hodnoty LWL

LWL > 0 ... tisk teplotních polí i oblasti  
(oblast pro časové kroky 1-KTM)  
LWL = 0 ... tisk oblasti, časové kroky 1-LWH  
LWL < 0 ... ukončení práce programu.

#### 4.1.2. Omezení programu TISK

Stavba formátů umožňuje umístit do jednoho tiskového řádku maximálně 10 hodnot teploty v případě tisku tabulky teplotního pole, resp. 20 hodnot v případě tisku ovlivněné oblasti. Další údaje převyšující tuto maximální hranici se tisknou do řádku bezprostředně následujícího, Tiskový soubor se však stává méně přehledný. Proto se doporučuje volit řídicí hodnoty tak, aby  $(IWH-IWL)/IWD+1 \leq 10$ , resp. 20.

Hodnoty IWH, JWH, KWH jsou omezené použitými dimenzemi a spolu s hodnotou LWH nesmí být větší než příslušné hodnoty IH, JH, KH, KTM v souboru 7.

## 4. 2. Grafický výstup

### 4.2.1. Navržený soubor grafických podprogramů

Výhody grafů proti tabulkám číselných hodnot jsou nesporné. Přehledný a názorný graf dokáže velmi dobře zachytit charakter děje.

Při návrhu programu pro grafické zpracování informace bylo hlavním cílem vytvořit co nejuniverzálnější program, který by umožnil s minimálním programátorským úsilím využívat grafický výstup počítače. Byl sestaven soubor podprogramů, který umožňuje jednoduchým způsobem zobrazit většinu běžných grafů. Příklad grafu viz příloha č.8.

### 4.2.2. Popis modulu GRAF

Modul GRAF (viz příloha č.5) obsahuje 12 podprogramů, pracujících s knihovnou grafických podprogramů GFS 0.2 /3/. Jednotlivé podprogramy modulu jsou rozděleny na tzv. uživatelské a vnitřní. Vnitřní podprogramy slouží k výpočtu měřítek, kreslení a popisování os, atd. a měly by být spuštěny výhradně z uživatelských podprogramů.

Uživatelské podprogramy naopak umožňují po doplnění jednoduchého hlavního programu efektivní práci s výstupním grafickým zařízením DIGIGRAF 1208.



Popis spolupráce jednotlivých podprogramů, významu proměnných a předávaných dat by byl příliš rozsáhlý, proto se omezíme jen na popis základních funkcí, jak se jeví uživateli modulu GRAF. Modul je sestaven tak, aby umožňoval realizovat 4 základní funkce :

- definovat a zobrazit vhodný souřadný systém,
- popsat graf hlavičkou,
- spojit body křivkou,
- označit bod značkou.

Výše zmíněným funkcím odpovídá volání čtyř uživatelských podprogramů modulu. Jsou to podprogramy GRAF, GHLAV, GBOD, GCARA. Způsob jejich volání je zřejmý z komentáře v příloze č.5.

Podprogram GRAF je hlavní částí celého modulu. Umožňuje definovat :

- trojrozměrný souřadný systém (případně dvourozměrný s libovolným výběrem zařazených os),
- výstupní záznamové medium (děrná páska, magnetická páska) nebo výstup "on line",
- rozměry kreslicí plochy a případné rámečky kolem hranice této plochy.

Dále umožňuje zobrazit, rozměřit a popsat právě definovaný souřadný systém. Každá osa bude rozdělena na 5 intervalů a popsána příslušnými hodnotami. Každou osu je možné popsat krátkým textem. Použitá normalizace upravuje zobrazované číselné hodnoty tak, že exponent činí vždy násobek tří. Zobrazení souřadného systému je možné potlačit. Podprogram připravuje počáteční hodnoty pro ostatní části, musí proto být volán jako první z modulu.

Podprogram GHLAV umísťuje na kreslicí plochu text hlavičky postupně do řádků pod sebe, až do vyčerpání vyhrazeného místa. Jednotlivé řádky jsou na kreslicí ploše

umístěny symetricky. Je možno zobrazit až 80 znaků v řádku. Pokud zbývá ve vyhrazené oblasti méně místa než je požadovaná velikost písma, vypíše se text jen s takovou výškou písma, aby nezasahoval do plochy grafu. Další volání podprogramu GH LAV jsou pak již ignorována. Podprogram může být volán v libovolném okamžiku po aktivování počátečních hodnot podprogramem GRAF.

Podprogram GBOD vykreslí na místo určené třemi souřadnicemi zvolenou značku. Pokud některá souřadnice přesahuje meze definované ve volání podprogramu GRAF, bod se neoznačí. Je možno volit 9 značek libovolné velikosti. V případě, že byl definován dvourozměrný souřadný systém, nemá hodnota zbývající souřadnice vliv na umístění značky. Podprogram může být volán v libovolném okamžiku po aktivování počátečních hodnot.

Podprogram GCARA slouží k zobrazování křivek. Křivka se zadává posloupností hodnot  $x$  a  $f(x)$ . Pokud je zvolen trojrozměrný souřadný systém, lze křivku promítnout do určené roviny. Tato rovina se zadává normálou (musí jí být jedna ze souřadných os) a vzdáleností od počátku souřadného systému.

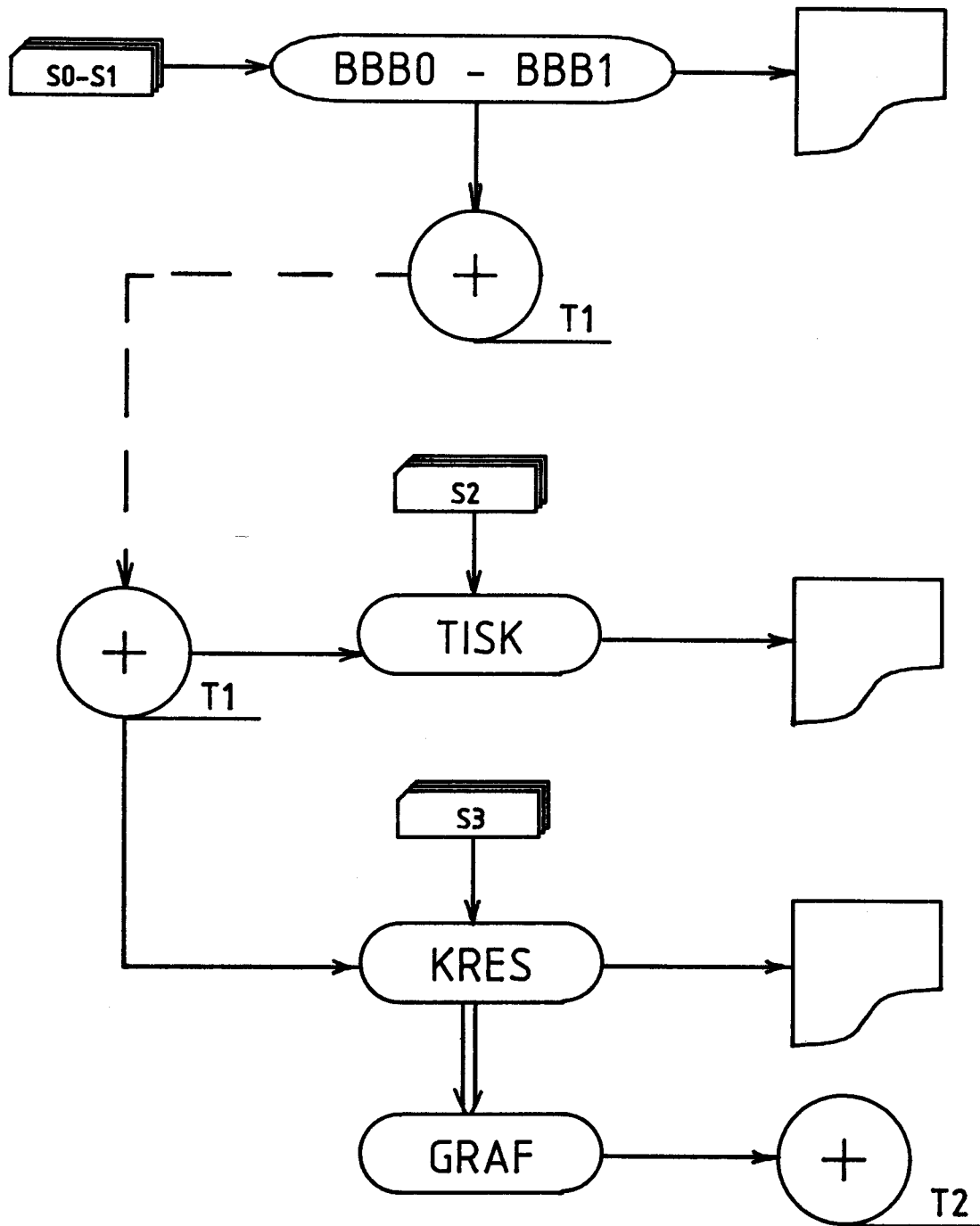
Byl-li definován pouze dvourozměrný souřadný systém, musí být výše zmíněná rovina definována zbývající nepoužitou osou, jinak se křivka nezobrazí. Za spojnicí zadaných bodů lze zvolit přímkové úseky, interpolační křivku nebo kubickou spline funkci. Body lze také spojit uzavřenou křivkou nebo do tvaru polygonu. Pro odlišení jednotlivých křivek je zde možnost volby jednoho z osmi základních druhů čar. Vykreslí se pouze ta část křivky, která spadá do oboru hodnot definovaných na osách při volání podprogramu GRAF. Podprogram může být opět volán v libovolném okamžiku po aktivování počátečních hodnot.

Uvedené možnosti lze dále rozšířit přímým voláním podprogramů z knihovny GFS 0.2, např. lze využít vlastní definici čáry, přidání dalších rámečků a po použití podprogramu GTRANS také přímé vkládání textu do plochy grafu.

K ukončení práce je třeba volat podprogram EOF bez parametrů .

5. PŘÍKLAD

5. 1. Spolupráce jednotlivých modulů



obr. 4

Schéma na obrázku 4 popisuje průběh zpracování ověřovacího příkladu.

Vstupní data na štítcích S0 či S1 zpracuje program BBBO, resp. BBB1. Program uloží vypočtené teplotní pole do sekvenčního souboru na magnetické pásce T1 a vypíše protokol o výpočtu. Soubor na T1 může sloužit jako vstup do dalších programů.

Program TISK čte řídicí štítky S2 a tiskne požadované sestavy hodnot teplotního pole, přečteného z T1. Vypíše také protokol.

Program KRES, (viz příloha č.4) čte řídicí štítky S3 a údaje z T1 převádí do grafické formy. Přitom využívá modul GRAF a vypisuje protokol. Údaje určené pro kreslicí zařízení se zapisují na magnetickou pásku T2.

## 5. 2. Vstupní data

Vstupní soubory štítků S0 a S1 jsou shodné, programy nadbytečné údaje ignorují. Soubor štítků S2 může být daleko širší, tiskové soubory, které přísluší zde uvedenému programu, jsou v přílohách č.6 a 7. Tvar zápisu hodnot je zřejmý z předchozích kapitol, proto zde uvedeme pouze označení údajů, příslušnou hodnotu a její význam.

Soubor S0, S1 :

PL	= 1000	W	... výkon laseru
HI	= 0,001 5	m	... délka elementu sítě ve směru x
HJ	= 0,002 5	m	... délka elementu sítě ve směru y
HK	= 0,000 5	m	... délka elementu sítě ve směru z

HKO = 0,000 02 m	...	tloušťka mikrovrstvy
DT = 0,005 s	...	časový krok výpočtu
TO = 20 °C	...	počáteční teplota vzorku
V = 0,005 ms <sup>-1</sup>	...	rychlost pohybu zdroje tepla
FCA = 0,20	...	poměrná pohltivost záření A
FCL = 40,9 Wm <sup>-1</sup> K <sup>-1</sup>	...	střední hodnota tepelné vodivosti $\lambda$
CV = 5 300 000 Jm <sup>-3</sup> K <sup>-1</sup>	..	střední hodnota měrného objemového tepla c
NI = 30	...	počet bodů sítě ve směru x
NJ = 5	...	počet bodů sítě ve směru y
NK = 8	...	počet bodů sítě ve směru z
KTM = 1 500	...	počet časových kroků vý- počtu
L1 = 20	...	poměr časových kroků DT/DT0
IOD = JOD = 1	...	rozměry zóny ohřevu - - dílky sítě
IOL = 1	...	počáteční poloha zóny ohřevu na ose x
JOL = 5	...	poloha zóny ohřevu na ose y - - dílky sítě
KW = 5	...	výběr časového kroku (zapisují se teplotní pole v každém pátém kroku výpočtu)

IL = 1, IH = 30

JL = 1, JH = 10

KL = 1, KH = 8

.... zapisuje se celé vypočtené pole

N = 3

... aproximační polynomy nejvýše 2.stupně

X0 = 0, X1 = 1

YL<sub>1</sub> = 6,477933.10<sup>1</sup>

YL<sub>2</sub> = -6,321555.10<sup>-2</sup>

YL<sub>3</sub> = 2,599208.10<sup>-5</sup>

... koeficienty  $\lambda(t)$

X2 = 0, X3 = 1

YC<sub>1</sub> = 3,735339.10<sup>6</sup>

YC<sub>2</sub> = 2,392957.10<sup>2</sup>

YC<sub>3</sub> = 5,670935

... koeficienty  $c(t)$

YA<sub>1</sub> = 0,2 ; YA<sub>2</sub> = 0 ; YA<sub>3</sub> = 0 ... konstantní A

Hodnoty termodynamických veličin platí pro uhlíkovou ocel s obsahem 0,08% C a 0,31% Mn a byly získány z KMM VŠST Liberec. Průběhy funkcí  $c(t)$ ,  $\lambda(t)$ , resp. jejich aproximace obsahuje příloha č.8.

V souboru S2, který slouží k řízení programu TISK byly použity hodnoty :

LW : 1, 1 000, 100 ... cyklus výběru časového kroku

KW : 1, 4 , 1 ... výběr bodů v ose z

JW : 1, 5 , 1 ... výběr bodů v ose y

IW : 1, 10 , 1 ... výběr bodů v ose x

THR = 727 °C .. hraniční teplota  
výsledky viz příloha č.6

a dále hodnoty

LW : 0, 1 000, 100      KW : 1, 8, 1

JW : 1, 10 , 1      IW : 1,20, 1

THR = 727 °C

výsledky viz příloha č.7

Soubor S2 zakončují štítky

LWL = -1

THR = 0

### 5. 3.. Dosažené výsledky

Po rozboru získaných teplotních polí lze vyslovit tyto závěry :

- lepší shodu s experimentálně zjištěnými údaji vykazuje výpočet programem BBB1, tedy při uvažování závislosti termofyzikálních veličin na teplotě,
- při použití programu BBBO (konstantní  $c, \lambda, A$ ) jsou získané teploty celkově nerovnoměrněji rozložené -  
- projevuje se pomalejší odvádění tepla ze zóny ohřevu,
- výsledky jsou značně citlivé na určení hodnot  $c, \lambda$ ,
- průběhy teplot odpovídají charakteru děje.



## 6. Z Á V Ě R

Diplomová práce navazuje na výsledky dílčích výzkumných prací /1/ a /4/. Cílem bylo vytvořit program pro numerický výpočet dynamiky teplotních polí při pohybujícím se zdroji tepla. Programy pro výpočet teplotních polí byly sestaveny a odladěny ve VS VŠST Liberec. Byly doplněny programy umožňující další zpracování vypočteného teplotního pole, resp. jeho části, do přehledných tabulek nebo grafů. Využití grafického výstupu počítače usnadňuje vytvořený soubor podprogramů, sdružených v modulu GRAF.

Programy byly odzkoušeny na experimentálně získaných datech a dosažené výsledky se zásadně nerozcházejí s naměřenými hodnotami.

Předkládané numerické řešení diferenciální rovnice vedení tepla metodou sítí je při zpracování na číslicovém počítači zřejmě omezeno kapacitou paměti a dobou výpočtu. Z tohoto hlediska je jistě možné využít při výpočtu dynamiky teplotních polí jiných metod, je však třeba zdůraznit, že použitím metody konečných prvků, či metody okrajových prvků, se nezvýší přesnost vypočtených hodnot. Změna metody se jeví vhodná v případě, že by došlo k výraznému zkrácení doby výpočtu.

Zpřesňování výsledných hodnot je možné uvažováním dalších jevů, jako jsou např. fázové přeměny a natavení materiálu, při nichž dochází ke skokovým změnám vlastností materiálu. Vzhledem k tomu, že se projevila velká citlivost na hodnoty veličin  $\lambda$ ,  $c$  a  $A$ , měly by další práce směřovat k získání přesnějších aproximačních funkcí. Zejména pro teploty nad 1000 °C chybí experimentálně získané hodnoty termofyzikálních veličin. Do sestavených programů lze využitím /6/ zavést možnost uvažování nehomogenit materiálu.

Závěrem bych chtěl poděkovat Ing. Vladimíru Kracíkovi, CSc. a Ing. Liboru Tůmovi za cenné rady a připomínky, které umožnily úspěšné dokončení práce.

7. SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY

- /1/ Alaxin, J., Kracík, V., Tůma, L.: Dynamika teplotních polí při rychlých ohřevech kovů a slitin. Výzkumná práce KMM - KTK, Liberec, VŠST 1985
- /2/ Horák, Z., Krupka, F.: Fyzika. 2.vyd., Praha, SNTL 1976, s.328 - 337.
- /3/ Grafický funkční software verze 0.2 - příručka programátora. VS VŠST Liberec
- /4/ Alaxin, J., Horyna, J.: Impulzní ohřevy v tepelném zpracování kovů - další výsledky na čsl. ocelích a zařízeních. Výzkumná práce KMM, Liberec, VŠST 1985
- /5/ Lazerna technika i lazerní technologii za promyšlená obrabotka na materialite, Naučno-techničeskaja konferencija. Plovdiv, 1984
- /6/ Vláčil, J.: Matematický model teplotního pole nehomogenního materiálu při ohřevu soustředěným tepelným zdrojem. Diplomová práce KTK - SF - 128, Liberec, VŠST 1986
- /7/ Nekvinda, M., Šrubař, J., Vild, J.: Úvod do numerické matematiky. Praha, SNTL 1976

## 8. SEZNAM PŘÍLOH

- Příloha č. 1 - Výpis programu BBBO  
2 - Výpis programu BBB1  
3 - Výpis programu TISK  
4 - Výpis programu KRES  
5 - Výpis modulu GRAF  
6 - Tabulky teplotních polí - ukázka tisku  
7 - Oblast, kde teplota překročila 727 °C -  
- ukázka tisku  
8 - Funkce aproximující závislosti  $\lambda(t)$  a  $c(t)$   
pro uhlíkovou ocel 0,08% C; 0,31% Mn -  
- ukázka použití modulu GRAF