



TECHNICKÁ UNIVERZITA V LIBERCI  
Fakulta přírodovědně-humanitní  
a pedagogická



# WEBOVÉ STRÁNKY PRO VÝUKU ROVNIC A NEROVNIC

## Bakalářská práce

*Studijní program:* B1101 – Matematika  
*Studijní obory:* 1802R023 – Informatika se zaměřením na vzdělávání  
7504R015 – Matematika se zaměřením na vzdělávání  
*Autor práce:* **Pavel Mádle**  
*Vedoucí práce:* RNDr. Dana Černá, Ph.D.



TECHNICKÁ UNIVERZITA V LIBERCI  
Fakulta přírodovědně-humanitní a pedagogická  
Akademický rok: 2012/2013

## **ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE**

(PROJEKTU, UMĚLECKÉHO DÍLA, UMĚLECKÉHO VÝKONU)

Jméno a příjmení: **Pavel Mádle**  
Osobní číslo: **P11000415**  
Studijní program: **B1101 Matematika**  
Studijní obory: **Informatika se zaměřením na vzdělávání**  
**Matematika se zaměřením na vzdělávání**  
Název tématu: **Webové stránky pro výuku rovnic a nerovnic**  
Zadávající katedra: **Katedra matematiky a didaktiky matematiky**

### **Z á s a d y   p r o   v y p r a c o v á n í :**

Student prostuduje dostupné učebnice, sbírky úloh a webové stránky týkající se řešení rovnic a nerovnic. Na základě prostudované literatury vytvoří vlastní webové stránky, které budou sloužit jako pomůcka pro výuku rovnic a nerovnic. Na stránkách bude umístěna teorie, řešené i neřešené příklady a také interaktivní testy.

Rozsah grafických prací:

Rozsah pracovní zprávy:

Forma zpracování bakalářské práce: **tištěná/elektronická**

Seznam odborné literatury:

- [1] ECCHER C., Profesionální webdesign, 2. vydání, Computer Press, Brno, 2010. ISBN 978-80-251-2677-6.
- [2] BOČEK L., CHARVÁT J., ZHOUF J., Matematika pro gymnázia: rovnice a nerovnice. Prometheus, Praha, 2010. ISBN 978-80-7196-362-2.
- [3] POLÁK J., Přehled středoškolské matematiky. Prometheus, Praha, 2010. ISBN 978-80-7196-356-1.
- [4] Ročenky české matematické olympiády.
- [5] <http://www.karlin.mff.cuni.cz/katedry/kdm/diplomky/>
- [6] Bergmann Hans a Uwe Bergmann. Training Mathematik.: Schuljahr 9. Lineare Gleichungen und Ungleichungen, quadratische Funktionen und Gleichungen, Satzgruppe des Pythagoras, Strahlensätze. Stuttgart: Klett, 2005. ISBN 3-12-927031-0.

Vedoucí bakalářské práce:

**RNDr. Dana Černá, Ph.D.**

Katedra matematiky a didaktiky matematiky

Datum zadání bakalářské práce: **18. dubna 2013**

Termín odevzdání bakalářské práce: **25. dubna 2014**



doc. RNDr. Miroslav Brzezina, CSc.  
děkan

L.S.



doc. RNDr. Janoslav Mlýnek, CSc.  
vedoucí katedry

dne

## Prohlášení

Byl jsem seznámen s tím, že na mou bakalářskou práci se plně vztahuje zákon č. 121/2000 Sb., o právu autorském, zejména § 60 – školní dílo.

Beru na vědomí, že Technická univerzita v Liberci (TUL) nezasahuje do mých autorských práv užitím mé bakalářské práce pro vnitřní potřebu TUL.

Užiji-li bakalářskou práci nebo poskytnu-li licenci k jejímu využití, jsem si vědom povinnosti informovat o této skutečnosti TUL; v tomto případě má TUL právo ode mne požadovat úhradu nákladů, které vynaložila na vytvoření díla, až do jejich skutečné výše.

Bakalářskou práci jsem vypracoval samostatně s použitím uvedené literatury a na základě konzultací s vedoucím mé bakalářské práce a konzultantem.

Současně čestně prohlašuji, že tištěná verze práce se shoduje s elektronickou verzí, vloženou do IS STAG.

Datum:

Podpis:

# Poděkování:

---

Na tomto místě bych v první řadě rád poděkoval paní RNDr. Daně Černé, Ph.D. za velmi ochotné a trpělivé vedení práce. Dále bych chtěl vyjádřit své díky svým blízkým, kteří mě podporovali celé studium a bez nichž by tato práce nemohla vzniknout.

# Anotace

---

Bakalářská práce se věnuje webovým stránkám, které mohou sloužit jako pomocný učební text při výuce rovnic a nerovnic na druhém stupni základních škol a nižších ročnících víceletých gymnázií. Dále webové stránky mnou vytvořené mohou sloužit studentům zároveň jako samostatný učební text k lepšímu porozumění, upevnění či jen osvěžení daného učiva.

Webové stránky jsou vytvořeny na základě potřeby učebního materiálu k danému učivu s pomocí odborné literatury a materiálů již existujících i mých vlastních doplňujících informací, především obrázků a příkladů. Stránky jsou rozděleny do čtyř hlavních částí, opakování, rovnice, nerovnice a testy. Největší část je zaměřená na rovnice. Její kapitoly se zabývají lineárními rovnicemi, rovnicemi po úpravě vedoucími na lineární rovnice s jednou i dvěma neznámými, soustavami dvou rovnic o dvou neznámých a kvadratickými rovnicemi. U rovnic s více neznámými jsou také ukázány grafy a grafické řešení. V části nerovnice jsou kapitoly ekvivalentní úpravy, řešení na číselné ose a řešené příklady. V části opakování je jen krátké opakování rovností, nerovností a číselných oborů. Část testy obsahuje interaktivní testové příklady a neřešené příklady k procvičení. U každé významné kapitoly webových stránek je část věnována řešeným příkladům k opakování probraného učiva v té dané kapitole, kde je možnost ověřit si nejen správný výsledek, ale i správný postup řešení dané úlohy.

Samotná bakalářská práce se zabývá teorií rovnic a nerovnic přibližně v rozsahu internetových stránek a dále popisuje vývojové prostředí, v němž byly stránky vytvořeny. Poslední část je věnována obsahu samotných stránek.

## **Klíčová slova**

rovnice – nerovnice – webové stránky – základní škola

# Annotation

---

The Bachelor's work concentrates on a webpage, which might help by equations and inequations to education for primary school. Further the webpage might serve as a student's online textbook for better understanding, fixing or just or brushing up of the curriculum.

The webpage is made because of a need of a teaching material for this specific curriculum. It is made of already existing materials (especially pictures and problems) but there are also added my own contributions. The webpage is divided into four main parts: revision, equations, inequations and tests. The widest part is focused on equations, which chapters pursue with linear equations, equations after an alternation leading to linear equations with one or two variables, simultaneous equations with two variables and quadratic equations. There are also graphs and graphic solutions by equations with more variables. There are chapters of equivalent alternations in the inequation part, where are the inequations solved with a use of numerical axis and already solved problems. The part of revision contains a short sum up of equations, inequations and numerical range. The part tests includes interactive test problems and also unsolved problems or exercising. By every significant chapter is a part, where problems are solved because of revision of the curriculum. There is a possibility to verify not just the right answer but it also shows the way to the right answer.

The bachelor's work itself is focused on the theory of equations and inequations. It also describes developmental mediums, where the webpage was made. The last part deals with a content of webpage itself.

## **-Keywords**

equations – inequalities – website - primary school

# Obsah

1	Úvod	10
2	Teorie rovnic a nerovnic .....	11
2.1	Rovnice o jedné neznámé .....	11
2.1.1	Lineární rovnice o jedné neznámé a ekvivalentní úpravy .....	12
2.1.2	Rovnice po úpravě vedoucí na lineární rovnice .....	13
2.1.3	Kvadratické rovnice.....	14
2.2	Rovnice s více neznámými a jejich soustavy .....	16
2.2.1	Lineární rovnice se dvěma neznámými .....	17
2.2.2	Soustava dvou lineárních rovnic se dvěma neznámými .....	18
2.3	Nerovnice.....	21
2.3.1	Číselná osa.....	22
3	Tvorba www stránek .....	24
3.1	Jazyk HTML.....	24
3.2	Joomla! 2.5.9 .....	24
3.2.1	Redakční systém .....	24
3.2.2	Licence GNU GPL .....	25
3.2.3	Jazyk CSS .....	25
3.2.4	Jazyk PHP.....	26
3.2.5	Jazyk JavaScript.....	26
3.2.6	Databáze MySQL .....	27
3.3	Použitá rozšíření .....	27
3.3.1	Jumi.....	27
3.3.2	Breadcrumbs.....	27
3.4	Google docs .....	28
3.5	WinHTTrack Website Copier 3.47-27 .....	28



4	Informace o stránkách .....	29
4.1	Obsah stránek.....	31
4.1.1	Kapitola opakování.....	31
4.1.2	Kapitola rovnice.....	32
4.1.3	Kapitola nerovnice.....	33
4.1.4	Kapitola testy .....	34
4.1.5	Literatura.....	35
5	Plán do budoucna .....	36
6	Závěr .....	37
7	Seznam obrázků .....	38
8	Seznam tabulek .....	40
9	Seznam použitých zdrojů .....	41

## 1 Úvod

Bakalářská práce se zabývá internetovými stránkami se zaměřením na výuku rovnic a nerovnic na základní škole a nižších stupních víceletých gymnázií. První část je věnována teorii rovnic a nerovnic v obdobném rozsahu jako je možné nalézt na webových stránkách. Druhá část se zabývá teorií okolo webových stránek se zaměřením na nástroje a programy využití při tvorbě praktické části bakalářské práce, a to internetových stránek pro výuku rovnic a nerovnic na základní škole. Tyto stránky jsou dopodrobna rozebrány v poslední kapitole této práce. Ta se zabývá jak faktickými údaji, jmenovitě výběrem obsahu stránek, počty příkladů, tabulek, obrázků a grafů použitých na webových stránkách, tak i zaměřením a myšlenkou stránek.

Samotné stránky jsou dočasně dostupné online na [www.rovniceaneronice.bluefile.cz](http://www.rovniceaneronice.bluefile.cz). Na přiloženém CD je vygenerována statická kopie stránek pomocí programu HTTrack, o kterém si můžete základní informace přečíst v druhé části bakalářské práce. Bohužel na těchto statických stránkách bez přístupu k internetu nefungují interaktivní testy, které pracují s online tabulkami napsanými pomocí online služby od společnosti Google, Google docs.

## 2 Teorie rovnic a nerovnic

Obsahem následující kapitoly je teorie rovnic a nerovnic zpracovaná pomocí učebnic pro druhé stupně základních škol a nižší ročníky víceletých gymnázií přibližně ve stejném rozsahu, v jakém se vyskytuje na vytvořených webových stránkách. V textu jsou zvýrazněny definice, rozšířené o další komentář.

Základní dělení rovnic (nerovnic) je na algebraické a transcendentní. Protože se bakalářská práce zabývá rovnicemi a nerovnicemi na základní škole, tak je i teorie zaměřena pouze na algebraické rovnice (nerovnice), tedy bez vyjádření neznámé v transcendentní funkci například  $\sin(x)$ ,  $\log(x)$  aj.

Další dělení je na základě počtu neznámých. Na základní škole se jedná pouze o jednu nebo dvě neznámé. Speciální situace nastává v případě kvadratických rovnic, zde se nachází neznámá v druhé mocnině.

K napsání následující kapitoly je využita tato literatura - Přehled učiva matematiky základní školy, Matematika pro gymnázia: rovnice a nerovnice, dále pak německá učebnice pro devátý ročník Training Mathematik.: Schuljahr 9. Lineare Gleichungen und Ungleichungen, quadratische Funktionen und Gleichungen. Přestože se bakalářská práce zabývá rovnicemi a nerovnicemi pro základní školu, využívanou literaturou je i Přehled středoškolské matematiky.

### 2.1 Rovnice o jedné neznámé

Nejprve je třeba rovnice o jedné neznámé nadefinovat:

Mějme dvě funkce  $f(x)$  a  $g(x)$ , které jsou definovány na nějaké množině  $D$ , pak nalezení všech  $x \in D$ , která splňují rovnost  $f(x) = g(x)$ , se nazývá **rovnici** o jedné neznámé  $x$ . Funkce  $f(x)$  se nazývá *levá strana rovnice* a  $g(x)$  se nazývá *pravá strana rovnice*.

Bohužel na základní škole se tato definice nedá použít vzhledem k neznalostem funkcí při probírání této problematiky. Žáci si musí vystačit s intuitivním pojetím rovnice z několika příkladů, kdy se dávají do rovnosti dva výrazy, z nichž je alespoň jeden algebraický.

### 2.1.1 Lineární rovnice o jedné neznámé a ekvivalentní úpravy

Rovnice tvaru  $ax + b = 0$  (nebo  $ax = c$ ) s neznámou  $x$ , kde  $a, b, c$  jsou reálná čísla a  $a \neq 0$ , se nazývají **lineární rovnice o jedné neznámé** nebo také **rovnice 1. stupně o jedné neznámé**.

Každá lineární rovnice  $ax + b = 0$  o jedné neznámé má vždy právě jeden kořen  $-\frac{a}{b}$ .

Lineární rovnice jsou jedním ze základních kamenů pro řešení rovnic, tedy pro hledání takových  $x$ , aby rovnice  $ax + b = 0$  po dosazení za  $x$  byla pravdivou rovností.

Pokud po dosazení libovolného čísla za  $x$  do levé a pravé strany rovnice vznikne rovnost  $L = P$ , pak je toto číslo **kořenem rovnice**.

Prováděním **zkoušky** je myšleno právě toto zpětné dosazování do levé a pravé strany rovnice.

Uvažujme například rovnici  $x + 5 = 6$ , pokud dosadíme do levé strany  $L = x + 5$  za neznámou například číslo 1, vznikne vztah  $L = 1 + 5 = 6$ . Protože  $P = 6$ , je  $L = P$  pravdivá rovnost ( $6 = 6$ ), a tedy číslo 1 je kořenem rovnice  $x + 5 = 6$ . Pokud dosadíme za  $x$  například číslo 2, vznikne  $L = 2 + 5 = 7$ , avšak  $P = 6$ . z neplatné rovnosti ( $7 \neq 6$ ;  $L \neq P$ ) plyne, že číslo 2 není kořenem rovnice  $x + 5 = 6$ .

Dalším základním kamenem pro řešení rovnic jsou ekvivalentní úpravy, pro jejichž nadefinování je třeba nejprve nadefinovat ekvivalentní rovnice.

Dvě rovnice, které mají stejné množiny všech kořenů, se nazývají **ekvivalentní**.

Nejlépe pro pochopení poslouží ukázka. Například rovnice  $x + 2 = 3$  má jediný kořen  $x = 1$ . Rovněž rovnice  $x + 5 = 6$  má jediný kořen  $x = 1$ . Rovnice  $x + 2 = 3$ ,  $x + 5 = 6$  jsou tedy ekvivalentní.

Protipříkladem budiž neekvivalentní rovnice  $3x + 1 = 7$ ,  $x + 4 = 7$ , protože jediným kořenem první je  $x = 2$ , který se neshoduje s jediným kořenem druhé rovnice  $x = 3$ .

Úpravy, které převádějí rovnici na rovnici ekvivalentní, se nazývají **ekvivalentní úpravy**.

**Ekvivalentní úpravy rovnic** probírané na základní škole:

- 1      úprava výrazů na obou stranách rovnice
- 2      přičtení nebo odečtení téhož čísla nebo výrazu s proměnnou k oběma stranám rovnice
- 3      násobení nebo dělení obou stran rovnice týmž číslem nebo nenulovým výrazem s neznámou
- 4      záměna stran rovnice

### 2.1.2 Rovnice po úpravě vedoucí na lineární rovnice

Jedná se o rovnice tvaru  $ax + b = cx + d$ , kde  $a, b, c, d$  jsou reálná čísla a  $x$  je neznámá. Tyto rovnice se řeší postupnou aplikací ekvivalentních úprav, pomocí nichž se získá lineární rovnice tvaru  $px + q = 0$ , kde  $p, q \in R$ . Ovšem tam, kde lineární rovnice mohla mít řešení právě jedno, může mít rovnice tvaru  $ax + b = cx + d$  řešení trojího druhu. Záleží na hodnotách koeficientů  $p, q$ .

Shrnutí možných řešení rovnic tvaru  $ax + b = cx + d$  řešených v oboru  $R$ .

$$px + q = 0 \begin{cases} p \neq 0 & x = -\frac{q}{p} \\ p = 0 \begin{cases} q = 0 & \text{každé číslo } x \in R \text{ je řešením} \\ q \neq 0 & \text{rovnice nemá řešení} \end{cases} \end{cases}$$

Pokud se řeší rovnice v jiných oborech, musí proběhnout ještě ověření, že dosažené kořeny leží v daném oboru.

Tyto rovnice mají samozřejmě i grafické řešení vyplývající z definice rovnic pomocí funkcí. V RVP ZV není žádná zmínka o výuce této metody k hledání řešení a v učebnicích pro základní školu taktéž. V učebnici Matematika pro gymnázia [2] je této metodě věnována jedna podkapitola.

### 2.1.3 Kvadratické rovnice

Definice kvadratické rovnice může vypadat třeba takto:

Za předpokladu, že  $a, b, c \in R$ . Rovnice tvaru  $ax^2 + bx + c = 0$ , kde  $a \neq 0$ , se nazývá **kvadratická**.

Pak člen  $ax^2$  je kvadratický člen,  $bx$  je lineární člen a  $c$  je člen absolutní.

Koeficient  $a$  se nazývá koeficient kvadratického členu a koeficient  $b$  koeficient lineárního členu.

#### 2.1.3.1 Kvadratická rovnice bez absolutního členu

Rovnice  $ax^2 + bx + c = 0$ , kde  $a \neq 0$   $b \neq 0$   $a c = 0$  se nazývá **kvadratická rovnice bez absolutního členu**. ( $ax^2 + bx = 0$ )

Kvadratická rovnice bez absolutního členu má vždy dva různé kořeny.

$$x_1 = 0 \text{ a } x_2 = -\frac{b}{a}$$

Jak se přišlo na dva kořeny kvadratické rovnice bez absolutního členu?

Rovnici  $ax^2 + bx = 0$  se vytkne  $ax$  tím vznikne rovnice ve tvaru  $ax \left(x + \frac{b}{a}\right) = 0$ .

Z tohoto vztahu už lze výsledné dva kořeny vyčíst, protože součin dvou čísel je roven nule jen v případě, že je jeden činitel roven nule. Ukázka na příkladu:

Vypočítejte kvadratickou rovnici  $2x^2 + 4x = 0$ . Na levé straně se vytkne  $2x$  a vznikne rovnice tvaru  $2x(x + 2) = 0$ . Z této rovnice vzniknou dvě rovnice, každá pro jeden výsledný kořen:  $2x_1 = 0$ ,  $(x_2 + 2) = 0$ . Po vyřešení těchto rovnic je výsledek roven  $x_1 = 0$ ,  $x_2 = -2$ .

#### 2.1.3.2 Ryze kvadratické rovnice

Rovnice  $ax^2 + bx + c = 0$ , kde  $a \neq 0$ ;  $c \neq 0$   $a b = 0$ , se nazývá **ryze kvadratická rovnice**. ( $ax^2 + c = 0$ )

Pro další práci se vyplatí upravit si tvar ryze kvadratické rovnice pomocí ekvivalentních úprav z  $ax^2 + c = 0$  na  $x^2 = -\frac{c}{a}$ . Nyní je třeba aplikovat úpravu, o které se v této práci nezmiňuje z důvodu nevyužívání na základní škole. Jedná se o odmocnění obou stran rovnice. Nesmí se u této úpravy zapomenout na absolutní hodnotu, protože  $2^2 = (-2)^2 = 4$ . Tím získáme

rovnici ve tvaru  $|x| = \sqrt{-\frac{b}{a}}$ . Na tomto tvaru rovnice je už snadné vypočítat možná řešení ryze kvadratické rovnice. (viz Tabulka 1)

**Tabulka 1** Možné výsledky ryze kvadratické rovnice

Rovnice $ x  = \sqrt{-\frac{b}{a}}$ :	podmínky	kořeny
má právě dva kořeny	$-\frac{b}{a} > 0$	$+\sqrt{-\frac{b}{a}}, -\sqrt{-\frac{b}{a}}$
nemá žádný kořen	$-\frac{b}{a} < 0$	

### 2.1.3.3 Úplný tvar kvadratické rovnice

Rovnice tvaru  $ax^2 + bx + c = 0$ , kde  $a \neq 0, b \neq 0, c \neq 0$  se nazývá **kvadratická rovnice v úplném tvaru**. ( $ax^2 + bx + c = 0$ )

K řešení jednodušších kvadratických rovnic je možné využít rozklad na součin. K rozkladu na součin se využívají takzvané Vietovi vzorce.

Mějme základní tvar kvadratické rovnice  $ax^2 + bx + c = 0$ , kde  $a, b, c \in R$  a  $x_1, x_2$  jsou kořeny kvadratické rovnice, pak platí:

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a},$$

$$x_1 x_2 = \frac{c}{a}.$$

Součinný tvar kvadratické rovnice je pak ve tvaru:

$$(x - x_1)(x - x_2) = 0.$$

Bohužel ne vždy je metoda s použitím Vietových vzorců jednoduchá, a proto existuje univerzální algoritmus, který využívá diskriminant kvadratické rovnice pro řešení kvadratických rovnic.

Mějme základní tvar kvadratické rovnice  $ax^2 + bx + c = 0$ , kde  $a, b, c \in R$ . Pak je diskriminant kvadratické rovnice definován vztahem

$$D = b^2 - 4ac.$$

Na základě hodnoty diskriminantu kvadratické rovnice se určují možná řešení kvadratických rovnic. Řešení je nutné rozdělit na dva druhy podle oboru, v kterém rovnici řešíme. V oboru reálných čísel je možné trojí řešení (viz Tabulka 2).

**Tabulka 2 Ukázka možných řešení kvadratických rovnic v úplném tvaru**

Rovnice $ax^2 + bx + c = 0; x \in R$	Hodnota D	Výsledné kořeny
má jeden dvojnásobný kořen	$D = 0$	$x_1 = x_2 = \frac{-b \pm 0}{2a} = \frac{-b}{2a}$
má dva kořeny	$D > 0$	$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$
nemá řešení	$D < 0$	

V tabulce je možné si povšimnout, že rovnice v R nemá řešení, pokud je diskriminant záporný, avšak v oboru komplexních čísel má i za této podmínky rovnice řešení, toto řešení je dvojice komplexně sdružených čísel. Na základní škole se vůbec s oborem komplexních čísel nepracuje, proto na stránkách (viz Obrázek 1) není k nalezení jiné řešení než v rámci reálných čísel.

**Možná řešení v množině reálných čísel:**

Řešení odvozujeme od hodnoty diskriminantu.

- Kvadratické rovnici vyhovuje **jeden dvojnásobný kořen**, pokud je  $D = 0$ .  

$$x_1 = x_2 = \frac{-b \pm 0}{2a} = \frac{-b}{2a}$$
- Kvadratické rovnici vyhovují **právě dva kořeny**, pokud je  $D > 0$ .  

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$
- Kvadratická rovnice **nemá řešení**, pokud je  $D < 0$ .  

$$\sqrt{D} < 0 \text{ v } R \text{ nemá řešení, takže ani } x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} \text{ nemá v } R \text{ řešení}$$

**Obrázek 1 Ukázka možných řešení kvadratických rovnic z [www.rovniceanerovnice.bluefile.cz](http://www.rovniceanerovnice.bluefile.cz)**

## 2.2 Rovnice s více neznámými a jejich soustavy

Na základní škole se probírají jen lineární rovnice se dvěma neznámými. Zde je velmi důležitou částí graf řešení těchto rovnic. Žáci poprvé vynášejí graf lineární funkce z předpisu. Jediné soustavy, o kterých se zmiňují učebnice pro základní školy, jsou soustavy dvou lineárních rovnic se dvěma neznámými (viz Obrázek 2), proto se zaměřím jen na tyto dvě malé skupiny rovnic s více neznámými. Dále se zaměřím na jejich početní i grafické řešení.





Obrázek 2 Ukázka kapitoly Soustava dvou lin. rovnic o dvou neznámých z [www.rovniceanervnice.bluefile.cz](http://www.rovniceanervnice.bluefile.cz)

### 2.2.1 Lineární rovnice se dvěma neznámými

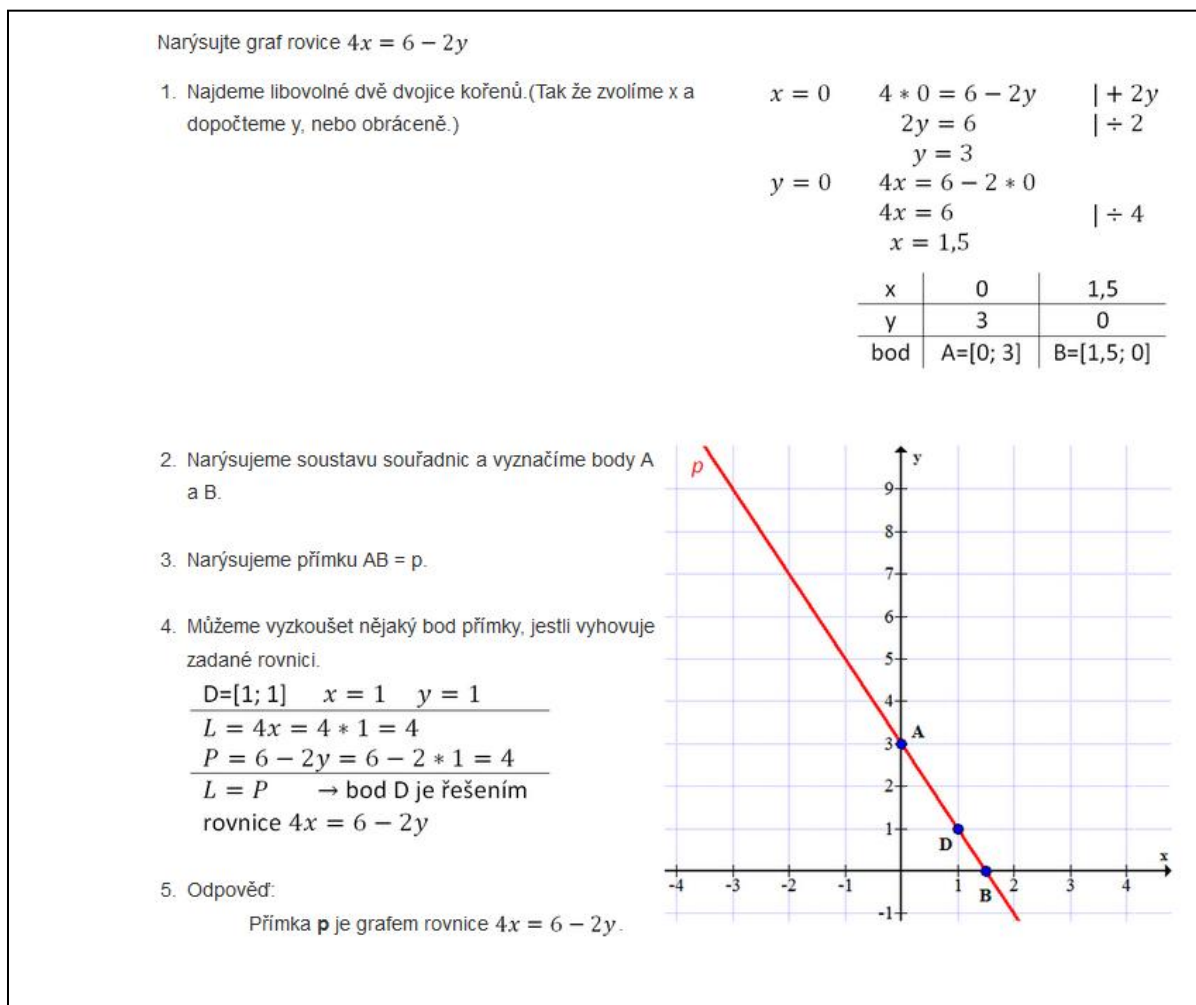
Rovnice tvaru  $ax + by + c = 0$ , kde  $y, x$  jsou neznámé a  $a, b, c$  jsou reálná čísla a  $a \neq 0, b \neq 0$ , se nazývá **lineární rovnice o dvou neznámých**  $x, y$ . Čísla  $a, b$  se nazývají koeficienty neznámých, číslo  $c$  je absolutní člen. Lineárním rovnicím se dvěma neznámými vyhovuje **nekonečně mnoho uspořádaných dvojic kořenů**  $[x, y]$ .

Hledání některých uspořádaných dvojic se provádí pomocí přímého dosazení libovolného čísla z oboru neznámé za první neznámou a pak se postupně dopočítá druhá neznámá. Tento postup se používá zejména při grafickém řešení, kde postačují jen dvě uspořádané dvojice kořenů. Pokud se však hledají všechna možná řešení, použije se jedna neznámá jako parametr a pomocí tohoto parametru je dopočtena druhá neznámá (viz Tabulka 3)

Tabulka 3 Ukázka řešení lineárních rovnic se dvěma neznámými

Některá řešení hledaná postupným dosazováním za jednu neznámou.	$2x + 3y - 12 = 0$	<table><tr><td>x</td><td>0</td><td>3</td><td>-3</td><td>6</td></tr><tr><td>y</td><td>4</td><td>2</td><td>6</td><td>0</td></tr></table>	x	0	3	-3	6	y	4	2	6	0
x	0	3	-3	6								
y	4	2	6	0								
Hledání všech možných řešení.	$2x + 3y - 12 = 0$	$x = \text{parametr}$ $y = 4 - \frac{2x}{3}$ $\left[ x; 4 - \frac{2x}{3} \right]$										

Grafem řešení lineární rovnice o dvou neznámých je přímka. Stejně tak, jako je přímka určena dvěma body, pro určení grafu lineární rovnice o dvou neznámých nám stačí znát právě dvě uspořádané dvojice kořenů (viz Obrázek 3).



Obrázek 3 Ukázka hledání grafu lin. rovnic o dvou neznámých z [www.rovniceanerovnice.bluefile.cz](http://www.rovniceanerovnice.bluefile.cz)

### 2.2.2 Soustava dvou lineárních rovnic se dvěma neznámými

Základní tvar soustavy dvou lineárních rovnic o dvou neznámých je:

$$a_1x + b_1y + c_1 = 0,$$

$$a_2x + b_2y + c_2 = 0.$$

Kde čísla  $a_1$ ,  $b_1$ ,  $c_1$ ,  $a_2$ ,  $b_2$ ,  $c_2$  jsou reálná čísla

**Řešením** této soustavy rovnic nazýváme každou uspořádanou dvojici čísel  $(x, y)$ , které splňují obě rovnice.

K hledání řešení soustav dvou lineárních rovnic se dvěma neznámými se využívají mimo běžné ekvivalentní úpravy ještě různé metody, mezi něž patří například metoda sčítací (viz Obrázek 4) a metoda dosazovací (viz Obrázek 5).

1. Vhodné vynásobení první rovnice.	$\begin{array}{r} a - 5b = 25 \\ 2a + 3b = 11 \end{array}$	$  \cdot (-2)$
	$\begin{array}{r} -2a + 10b = -50 \\ 2a + 3b = 11 \end{array}$	
2. Sečteme rovnice pod sebou a vypočteme $b$ .	$\begin{array}{r} (-2a + 2a) + (10b + 3b) = (-50 + 11) \\ 13b = -39 \\ b = -3 \end{array}$	$  \div 13$
	$\begin{array}{r} a - 5b = 25 \\ a - 5 \cdot (-3) = 25 \end{array}$	
3. Dosadíme $b$ do první rovnice. Dopočítáme $a$ .	$\begin{array}{r} a + 15 = 25 \\ a = 10 \end{array}$	$  - 15$

Obrázek 4 Ukázka sčítací metody z [www.rovniceanerovnice.bluefile.cz](http://www.rovniceanerovnice.bluefile.cz).

1. Příklad	$\begin{array}{l} a - 5b = 25 \\ 2a + 3b = 11 \end{array}$
2. Z první rovnice si vyjádříme neznámou $a$ .	$\begin{array}{r} a - 5b = 25 \quad   - 5b \\ 2a + 3b = 11 \\ \hline a = 25 - 5b \\ 2a + 3b = 11 \end{array}$
3. Dosadíme do druhé rovnice a dopočteme $b$ .	$\begin{array}{r} 2 \cdot (25 - 5b) + 3b = 11 \\ 50 + 10b + 3b = 11 \quad   - 50 \\ 13b = -39 \quad   \div 13 \\ b = -3 \end{array}$
4. Dosadíme $b$ do první rovnice a dopočteme $a$ .	$\begin{array}{r} a - 5b = 25 \\ a - 5 \cdot (-3) = 25 \\ a + 15 = 25 \quad   - 15 \\ a = 10 \end{array}$
5. Zkoušku jsme již dělali v předchozím příkladu.	
6. Výsledek $a = 10; b = -3$	

Obrázek 5 Ukázka dosazovací metody z [www.rovniceanerovnice.bluefile.cz](http://www.rovniceanerovnice.bluefile.cz).

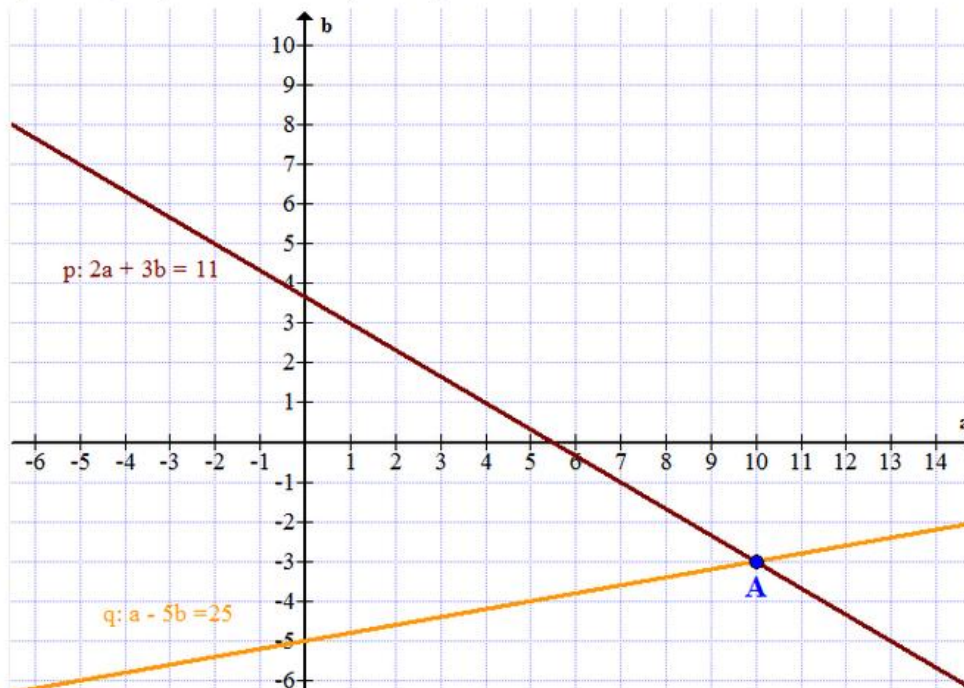
O dalších metodách se učebnice pro základní školy nezmiňují. Ovšem existuje ještě metoda srovnávací.

Dalším možným řešením soustav dvou lineárních rovnic o dvou neznámých mimo početní řešení je řešení grafické s využitím kartézské soustavy souřadnic (viz Obrázek 6).

**Graficky:**

příklad:  $a - 5b = 25$   
 $2a + 3b = 11$

1. Vyneseme přímky dané rovnicemi do jednoho grafu.

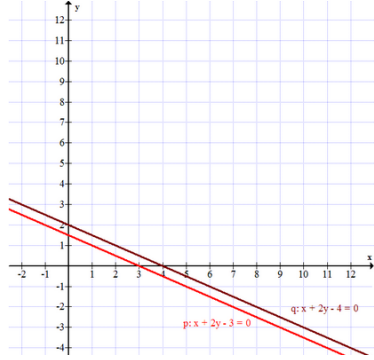
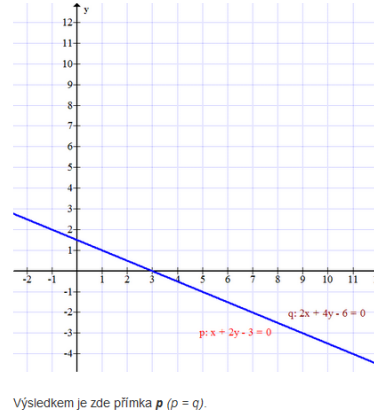


Obrázek 6 Ukázka grafického řešení soustav z [www.rovniceanerovnice.bluefile.cz](http://www.rovniceanerovnice.bluefile.cz).

Z tohoto řešení lze velmi jednoduše odvodit všechna možná řešení soustavy dvou lineárních rovnic o dvou neznámých (viz Tabulka 4). Stačí se jen zamyslet nad tím kolik různých společných bodů mohou mít dvě přímky, jenž jsou řešením jednotlivých lineárních rovnic o dvou neznámých.

**Tabulka 4** Možná řešení soustavy dvou lineárních rovnic se dvěma neznámými

	Příklad soustavy s řešením.	Grafické řešení soustavy.
Soustava má právě jednu uspořádanou dvojici kořenů.	$\begin{array}{rcl} x + 2y - 3 = 0 & & \\ x + y - 2 = 0 &   * (-1) & \\ \hline x + 2y - 3 = 0 & & \\ -x - y + 2 = 0 & & \\ \hline y - 1 = 0 &   + 1 & \\ y = 1 & & \\ \hline x + 1 - 2 = 0 &   + 1 & \\ x = 1 & & \end{array}$ <p>Výsledná dvojice kořenů je <math>[1; 1]</math></p>	<p>Výsledkem je bod <math>A = [1; 1]</math></p>

Soustava nemá žádné řešení	$\begin{array}{rcl} x + 2y - 3 = 0 & & \\ x + 2y - 4 = 0 &   * (-1) & \\ \hline x + 2y - 3 = 0 & & \\ -x - 2y + 4 = 0 & & \\ \hline 1 = 0 & \text{neplatná rovnost} & \end{array}$	
Soustavě odpovídá nekonečně mnoho řešení	$\begin{array}{rcl} x + 2y - 3 = 0 & & \\ 2x + 4y - 6 = 0 &   \div (-2) & \\ \hline x + 2y - 3 = 0 & & \\ -x - 2y + 3 = 0 & & \\ \hline 0 = 0 & & \end{array}$ <p><i>Dále řešíme jako lineární rovnici o dvou neznámých</i></p> $\begin{array}{rcl} x + 2y - 3 = 0 & x = a & \\ a + 2y - 3 = 0 &   - a + 3 & \\ 2y = 3 - a &   \div 2 & \\ y = \frac{3 - a}{2} & & \end{array}$ <p>Výsledek: <math>\left[ a; \frac{3 - a}{2} \right]</math></p>	 <p>Výsledkem je zde přímka <math>p</math> (<math>p = q</math>).</p>

## 2.3 Nerovnice

**Nerovnicí** rozumíme nerovnost dvou výrazů, z nichž je alespoň jeden algebraický.

Proměnná v algebraickém výrazu se nazývá **neznámá**.

Řešit nerovnice znamená hledat všechna taková čísla, která po dosazení za neznámou z nerovnice vytvoří pravdivou nerovnost. Tyto výsledky se zapisují pomocí intervalů.

**Interval** je množina čísel mezi dvěma určenými čísly, těmto určeným číslům říkáme **meze intervalu**. Rozlišujeme dva případy:

$\langle a; b \rangle$  meze patří do výsledné množiny

$(a; b)$  meze nepatří do výsledné množiny

V praxi je možné pozorovat několik různých výsledných intervalů (viz Tabulka 5). Samozřejmě zde nejsou vyobrazené všechny různé možnosti intervalů. V lineárních nerovnicích se nesetkáváme s omezením z obou stran moc často, ale například u nerovností s lomenými výrazy už je to mnohem častější kvůli podmínkám.

**Tabulka 5 Intervaly**

Příklad	Výsledný interval	Slovní vyjádření
$x < 3; x \in R$	$(-\infty; 3)$	interval otevřený
$x \leq 3; x \in R$	$(-\infty; 3]$	interval zleva otevřený a zprava uzavřený
$x \geq 3; x \in R$	$[3; \infty)$	interval zleva uzavřený a zprava otevřený
$x \leq 3; x \in N$	$\langle 1; 3 \rangle$	interval uzavřený

K řešení nerovnic se stejně jako k řešení rovnic používají ekvivalentní úpravy. Ekvivalentní úpravy nerovnic jsou velmi podobné ekvivalentním úpravám rovnic až na pár odlišností (viz Tabulka 6).

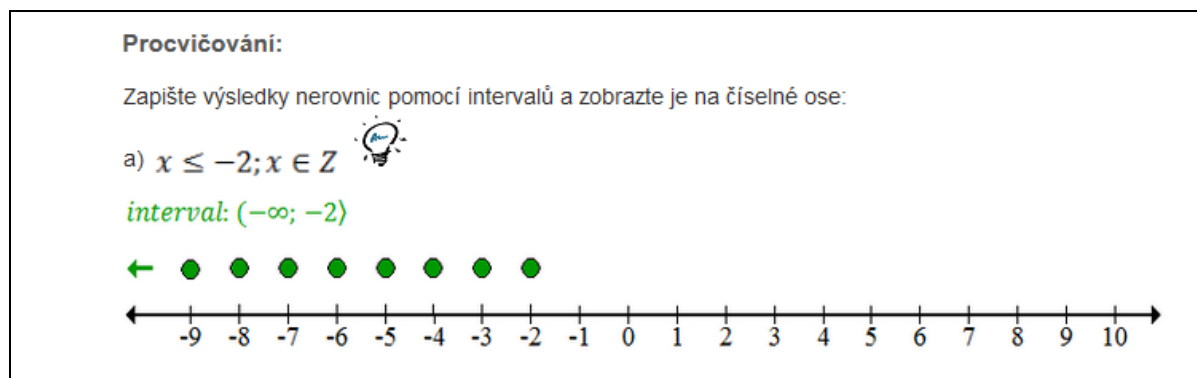
**Tabulka 6 Ekvivalentní úpravy nerovnic**

zápis ekvivalentních úprav nerovnic	příklad
Přičtení stejného čísla nebo výrazu k oběma stranám nerovnice.	$x < 3 \quad   + 2 - 2x$ $2 - x < 1 - 2x$
Násobení nebo dělení obou stran nerovnice stejným kladným číslem.	$x < 3 \quad   * 2$ $2x < 6$
Násobení nebo dělení obou stran nerovnice stejným záporným číslem se změnou znaménka nerovnosti.	$x < 3 \quad   * (-2)$ $-2x > -6$
Záměna stran nerovnice se změnou znaménka nerovnosti.	$x < 3$ $3 > x$

Chvilkovým porovnáváním ekvivalentních úprav rovnic a nerovnic si můžeme povšimnout nejdůležitějších rozdílů. Nejčastější chybou při řešení nerovnic se právě stávají tyto odlišnosti. Nejdůležitější je přehazovat znaménka nerovností mezi výrazy při násobení záporným číslem nebo nenulovým výrazem a při záměně stran nerovnice.

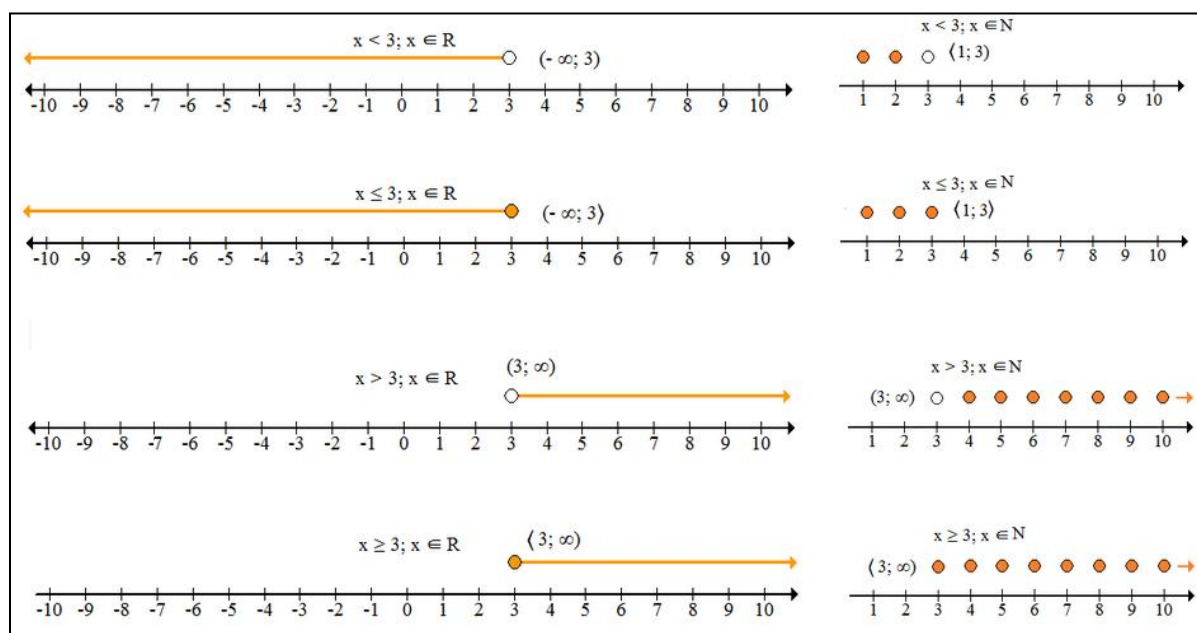
### 2.3.1 Číselná osa

Jedná se o velmi silný nástroj, na němž je možné názorně ukázat, co je hledanou množinou kořenů nerovnice. Je velmi srozumitelný i pro žáky, kteří mají problémy představit si mnoho čísel místo jedné neznámé. Využití číselné osy je možné pozorovat na následujícím obrázku (viz Obrázek 7).



Obrázek 7 Ukázka řešeného příkladu z [www.rovniceanerovnice.bluefile.cz](http://www.rovniceanerovnice.bluefile.cz)

Samozřejmě na číselnou osu můžeme znázornit všechny možné intervaly (viz Obrázek 8). Pozornost se musí věnovat krajním mezím intervalu, jestli náleží nebo nenáleží do námi vynášeného řešení nad číselnou osu.



Obrázek 8 Znázornění intervalů na číselné ose z [www.rovniceanerovnice.bluefile.cz](http://www.rovniceanerovnice.bluefile.cz)

### 3 Tvorba www stránek

Na vytvoření webových stránek je použit redakční systém Joomla! 2.5.9, který je nahráný na Freehostingu Endora, a některé jeho moduly. Na přiloženém CD jsou jen vyexportované statické www stránky pomocí programu WinHTTrack.

#### 3.1 Jazyk HTML

*Jazyk HTML je jazykem pro specifikaci rozvržení dokumentu a hypertextových odkazů (hyperlinků). Definuje syntaxi a rozmístění speciálních vložených příkazů, které se v prohlížeči přímo nezobrazují, ale které řídí způsob zobrazení obsahu dokumentu včetně textu, obrázků a ostatních podpůrných médií.* [3] Jinak řečeno, jazyk HTML je kód, kterým je tvořena webová stránka. Tento kód dekóduje internetový prohlížeč a zobrazí podle něj stránku koncovému uživateli. Což znamená, že kód v HTML souboru definuje a popisuje vzhled a obsah webové stránky.

#### 3.2 Joomla! 2.5.9

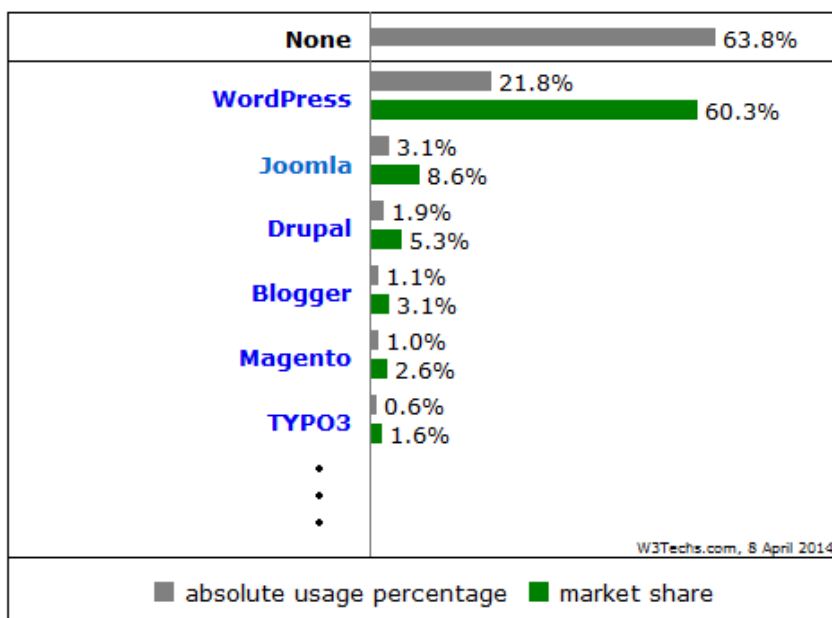
Joomla! je redakční systém sloužící k publikování informací na internetu a intranetu. Celý tento redakční systém je napsán v jazyce PHP a hojně využívá databázi MySQL (není závislá pouze na MySQL, lze využívat i PostgreSQL, Oracle, SQLite aj.), provozovat ji lze na webovém serveru s Apache nebo IIS (od verze 2.5 podporuje i další, od této verze není Joomla! závislá ani na HTTP serveru). Joomla! podporuje caching, indexaci stránek, RSS, dále nastavitelné šablony pro tisknutelné verze stránek, zobrazování novinek, blogy, diskusní fóra, hlasování, kalendáře, vyhledávání, lokalizace. Podporuje i vícejazyčné verze a má mnoho dalších funkcí a vlastností. Je snadno rozšiřitelná. Výstupem Joomla! je HTML, CSS kód, JavaScript. Pro využití redakčního systému Joomla! při tvorbě praktické části bakalářské práce rozhodla předchozí praxe s tímto redakčním systémem a spokojenost s výsledky. Pro upřesňující informace doporučuji Joomlaportal [4].

##### 3.2.1 Redakční systém

Redakční systém neboli v doslovném překladu Systém pro správu obsahu (z anglického CMS – Content management system) je program, který zajišťuje správu dokumentů, nejčastěji webového obsahu. Jedná se o systém, který je dostupný skrz webové rozhraní a umožňuje jednoduše spravovat články, fotografie, hudbu nebo video a další multimediální obsah, aniž by méně pokročilí uživatelé museli znát nějaký skriptovací jazyk typu PHP či ASP. Redakční systémy mají převážně dvě části, konkrétně uživatelskou část



a správcovskou část. Správce může zajistit přístup uživatele, podle odbornosti, k jedné nebo druhé části rozhraní a umožnit tak správu a úpravu obsahu stránek. V dnešní době je k dispozici spousta rozličných redakčních systémů, které jsou k dispozici zdarma nebo na komerční bázi. Mezi nejpoužívanější redakční systémy podle průzkumu w3techs.com patří Wordpress, Joomla! a Drupal (viz Obrázek 9).



Obrázek 9 Diagram využití redakčních systémů, dostupný na <http://w3techs.com>

### 3.2.2 Licence GNU GPL

Jedná se o tzv. svobodnou licenci, zaručující uživatelům jistá práva pro šíření a úpravy softwaru za určitých podmínek. Uživatel tak má právo na tzv. zdrojové kódy, které umožňují studovat funkčnost programu a upravovat ho. Pokud se později upravený produkt šíří dále, musí mít být dodán i jeho zdrojový kód se všemi úpravami, které v něm byly provedeny. To je hlavní zásadou této licence – nikdo v tomto řetězci nesmí být ochuzen o možnost studovat, šířit a upravovat. Pokud je nějaký produkt vytvořen jako odnož z jiného, šířeného pod GNU GPL, musí i tento produkt automaticky použít GNU GPL licenci. Této vlastnosti se říká virálnost GNU GPL licence.

### 3.2.3 Jazyk CSS

Šablona stylů je jednoduchý textový soubor, jenž obsahuje jedno nebo více pravidel ovlivňujících – pomocí vlastností a hodnot – jak se mají určité elementy na cílových webových stránkách zobrazit. Existují vlastnosti CSS kontrolující základní formátování, jakým je například typ použitého písma a barva textu, ovšem jsou to také vlastnosti určující layout, jako je určení pozice elementu, nebo třeba určení zalomené stránky. CSS má množství dynamických vlastností, které umožňují, aby se jednotlivé položky zobrazovaly nebo mizely,

a jsou užitečné také pro tvorbu interaktivních komponent. Čímž doplňují samotný HTML o mnoho zajímavých funkcí. Joomla! má nastavení CSS dostupné pod správou šablon. Zde je možno pomocí internetového prostředí změnit jakýkoliv soubor CSS dané šablony (daného vzhladu stránky). Také jsou zde dostupné CSS soubory nastavení při tisku stránek. Hlavní výhodou CSS je, že nastavení popsané v souboru CSS můžeme použít na libovolné množství HTML souborů, proto se využívá hlavně u delších webů. Pro další informace o CSS doporučuji knihu [5].

### 3.2.4 Jazyk PHP

Počátky PHP se datují rokem 1994, kdy jej vytvořil Rasmus Lerdorf. PHP 3.0 vytvořil Andi Gutmans a Zeev Suraski. PHP je zkratka plného názvu Hypertext Preprocessor a je to skriptovací jazyk běžící na straně serveru (server-side) speciálně navržený pro webové stránky. PHP je Open Source. PHP je všestranný jazyk pro různé webové aplikace. PHP dokonale zvládá generování obrázků, generování souborů PDF a dokonce vytváření Flash animací (použitím libswf a Ming) generovaných za běhu. Výstupem může být rovněž libovolný text jako třeba XHTML nebo jakýkoli jiný XML soubor. U verze PHP 5 můžeme pozorovat tendenci přibližovat se ostatním jazykům podporujícím OOP. Nové jsou některé funkce, například obsluhy chyb. PHP je nejrozšířenějším a nejoblíbenějším skriptovacím jazykem. Nejdůležitější na PHP je to, že pracuje na serveru (server-side) a ne na počítači koncového uživatele. Celý redakční systém Joomla!, v kterém jsou stránky vytvořeny, funguje pomocí PHP 5.4.x.

### 3.2.5 Jazyk JavaScript

*JavaScript je kompaktní, objektově orientovaný skriptový jazyk, který slouží k začlenění malých programů do sítě WWW. JavaScript přitom částečně odstraňuje nedostatky HTML a vyplňuje interaktivní mezery, které HTML nechává otevřené.[7]*

Jinak řečeno, pomocí JavaScriptu můžeme jinak skoro statické stránky napsané pomocí HTML obohatit o interaktivní prvky. Prvky, které odpovídají na pohyb uživatele po načtení stránek. Na stránkách bakalářské práce kód psaný pomocí JavaScriptu zajišťuje skrytí řešení u řešených příkladů a jeho následné odkrytí po kliknutí na obrázek žárovky. Dále jsou pomocí JavaScriptu naprogramovány interaktivní testy.

### 3.2.6 Databáze MySQL

MySQL je relační databázový systém typu DBMS (Database Management System), vlastněný společností Oracle. Ke komunikaci s databází slouží, jak je patrné z názvu, jazyk SQL.

Jazyk SQL (Structured Query Language) vznikl vývinem staršího jazyka SEQUEL (Structured English Query Language) z důvodu jednoduché práce s daty v relační databázi. Příkazy se velmi blíží běžnému jazyku (angličtině). Zmíněný vývoj z SEQUEL byl podmíněn vzrůstajícím využíváním relačních databází a potřebou standardizace. Kromě skrytého využívání databáze programem Joomla! je v plánu, po přesunutí stránek na hosting bez reklam, využívat databázi i k přihlašování žáků a ke kontrole a zadání domácích úloh.

## 3.3 Použitá rozšíření

Při práci s redakčními systémy je výhodné využívat dostupná rozšíření. Bohužel ne všechna jsou dostupná pod Free licencí. Pokud však dobře hledáme, najdeme jich spoustu.

### 3.3.1 Jumi

Jumi je rozšíření pro Joomla! dostupné pod licencí GPLv2 umožňující vkládání kódu napsaného pomocí JavaScriptu, php, html a dalších přímo do článků (viz Obrázek 10), kategorie, nebo sekce. Na stránkách je pomocí tohoto modulu vkládán již zmíněný kód psaný pomocí JavaScriptu.

```
{jumi}<script type="text/javascript" src="http://code.jquery.com/jquery-1.4.2.min.js"></script>
<script type="text/javascript" charset="utf-8">
//
$(document).ready(function(){
$('.priklad').click(function(){
$('#uka'+$(this).attr('cislo')).toggle();
});
});
//]]&gt;
&lt;/script&gt;[/jumi]</pre></div><div data-bbox="124 703 874 731" data-label="Text"><p>Základní myšlenka ekvivalentních úprav nerovnic je stejná jako u rovnic. Ekvivalentní úpravy jsou takové, které nám z jedné nerovnice vytvoří ekvivalentní nerovnici.</p></div><div data-bbox="124 741 838 755" data-label="Text"><p><b>Pokud jedné nerovnici odpovídají všechna řešení druhé nerovnice, říkáme, že jsou to ekvivalentní nerovnice.</b></p></div><div data-bbox="113 755 547 768" data-label="Caption"><p>Obrázek 10 Ukázka použití Jumi k vložení JavaScriptu do článku.</p></div><div data-bbox="126 779 318 795" data-label="Section-Header"><h3>3.3.2 Breadcrumbs</h3></div><div data-bbox="113 804 884 846" data-label="Text"><p>Breadcrumbs je rozšiřující modul pro Joomla! vytvářející drobečkovou navigaci, která slouží k lepší orientaci na webových stránkách. Nachází se pod nadpisem (viz Obrázek 11).</p></div><div data-bbox="923 943 951 960" data-label="Page-Footer"><p>27</p></div>
```



Obrázek 11 Náhled modulu Breadcrumbs z [www.rovniceanerovnice.blefile.cz](http://www.rovniceanerovnice.blefile.cz)

### 3.4 Google docs

Jedná se o službu společnosti Google pro přihlášené uživatele na jejich portále Google<sup>+</sup>. Pomocí Google docs může uživatel sdílet dokumenty jak textové tak i tabulkové a mnoho dalších. U všech vytvořených dokumentů se dají nastavit práva k přístupu od plně veřejných po jen vybrané uživatelem až čistě správcovské. V tomto prostředí jsou napsané tabulkové dokumenty, z kterých vycházejí interaktivní testy (viz Obrázek 12).

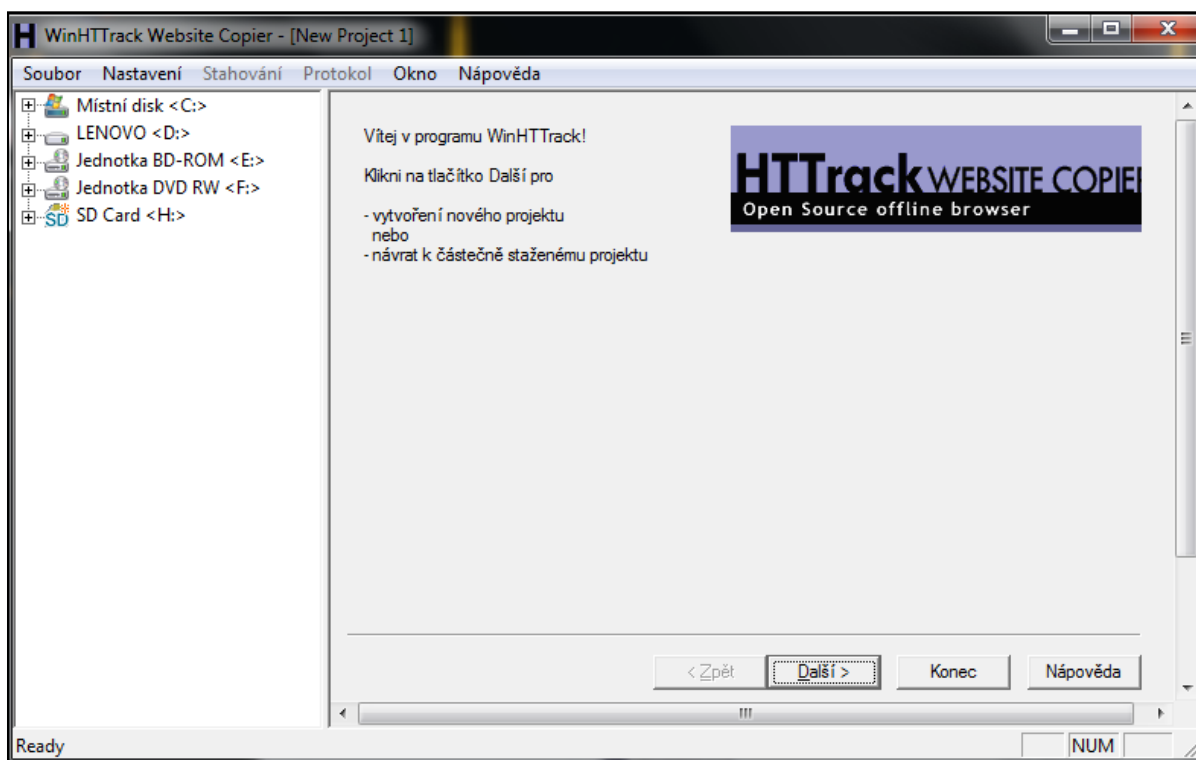
	Question	Option (a)	Option (b)	Option (c)	Option (d)	Answer		
1	Řešte nerovnici $3x - 2 > 5x - 7$ , $x \in \mathbb{N}$	$\{-4; 5; \infty\}$	$\{0; 2; 5\}$	$\{-\infty; 2; 5\}$	$\{1; 2\}$	d		
2	Řešte nerovnici $3m - 8 < -3 - 3m$ , $m \in \mathbb{Z}$	V Z nemá nerovnice řešení.	$\{-\infty; 0\}$	$\{1; \infty\}$	$\{0; \infty\}$	b		
3	Řešte nerovnici $8b - 11 < 10b - 5$ , $b \in \mathbb{Z}$	$\{-2; -1\}$	$\{-3; \infty\}$	V Z nemá nerovnice řešení.	$\{6; \infty\}$	a		
4	Řešte nerovnici $6a - 8 \leq 6 - a$ , $a \in \mathbb{R}$	$\{2; \infty\}$	$\{-\infty; 7\}$	V Z nemá nerovnice řešení.	$\{-\infty; 2\}$	d		
5	Řešte nerovnici $4s + 7 > 1 - s$ , $s \in \mathbb{Z}$	$\{-1; \infty\}$	V Z nemá nerovnice řešení.	$\{-1; \infty\}$	$\{-\infty; 1\}$	a		
6	Řešte nerovnici $5 - 9x \geq 2 - 4x$ , $x \in \mathbb{R}$	$\{-\infty; 0\}$	$\{-\infty; 0,6\}$	$\{-\infty; -3\}$	$\{-\infty; 14\}$	b		
7	Řešte nerovnici $5(2a + 1) - 11 \geq 3a - (4 - 7a)$ , $a \in \mathbb{R}$	$\{0; 2\}$	$\{0; 2\}$	V R nemá nerovnice řešení.	$\{0; 2\}$	c		
8	Řešte nerovnici $8(y + 4) - (5 - y) < 7(y + 1)$ , $y \in \mathbb{N}$	$\{-\infty; 1\}$	$\{1\}$	V N nemá nerovnice řešení.	$\{-1; \infty\}$	b		
9	Řešte nerovnici $6r - (r - 4) - 2(4 - 3r) \geq 5 - 4r$ , $r \in \mathbb{R}$	$\{0,6; \infty\}$	$\{-\infty; 0,6\}$	$\{0; \infty\}$	$\{-2; -1\}$	a		
10	Řešte nerovnici $3(2c + 3) - 2(4c + 5) < 6 - (3 - c)$ , $c \in \mathbb{N}$	V N nemá nerovnice řešení.	$\{0; \infty\}$	Řešením je celá množina $\mathbb{N}$ .	$\{-\infty; 2,5\}$	c		
11								
12								
13								
14								
15								
16								

Obrázek 12 Náhled online tabulkového editoru z Google docs

### 3.5 WinHTTrack Website Copier 3.47-27

HTTrack (viz Obrázek 13) je dostupný program pod licencí GPL, libre/free software. HTTrack umožňuje stahovat stránky z Internetu do lokálního adresáře tak, že vytvoří kopii webových stránek i s HTML, JavaScriptem, obrázky a dalšími soubory ze serveru. HTTrack zajišťuje relativní struktury odkazů shodné s originálem stránek. Vytvořené "zrcadlové"

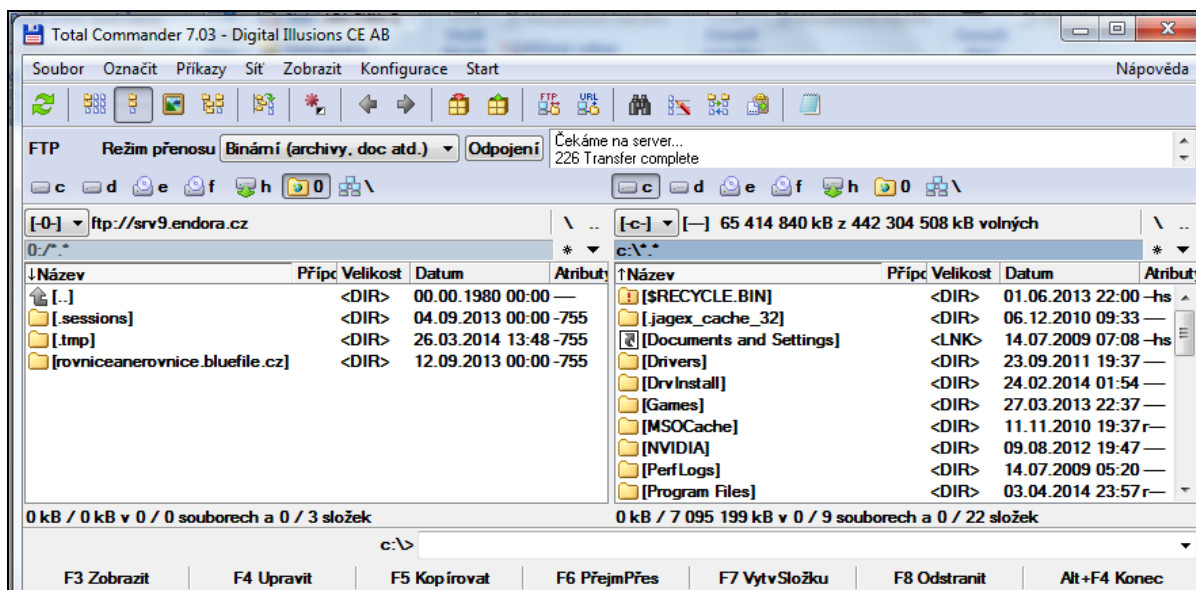
webové stránky na disku se dají jednoduše otevřít v prohlížeči v offline režimu a prohlížet z odkazu na odkaz, jako kdyby byly prohlíženy on-line. Pomocí programu HTTrack lze také aktualizovat stávající zrcadlené stránky. HTTrack je dostupný v mnoha jazycích a s dobrou nápovědou. Použitím tohoto programu vznikla statická kopie stránek s nefungujícími interaktivními testy uložená na přiloženém CD. Pro více informací můžete navštívit stránky vývojářů tohoto programu [9].



Obrázek 13 Ukázka prostředí programu WinHTTrack.

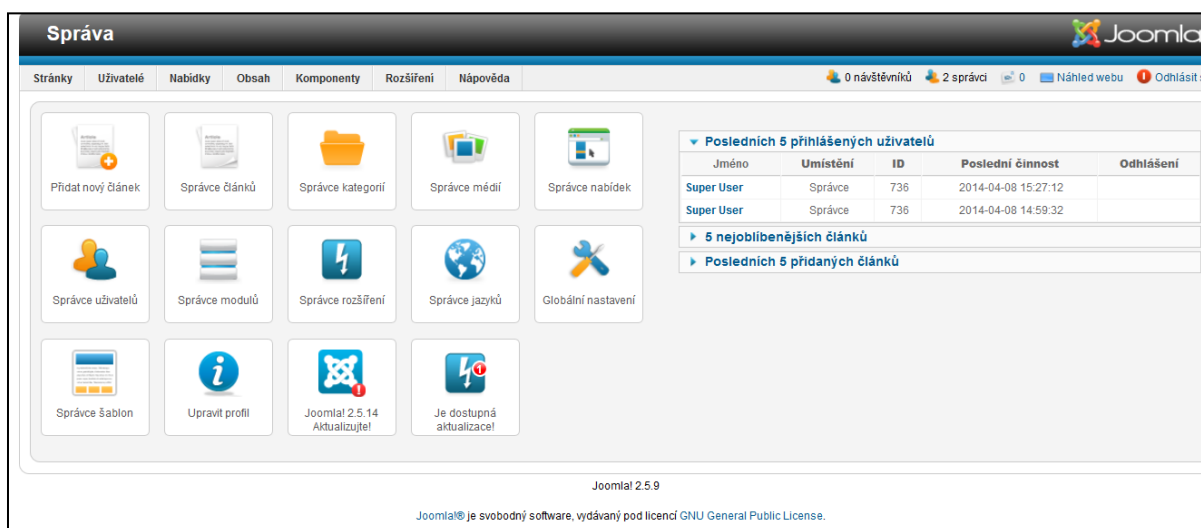
## 4 Informace o stránkách

Jak již bylo řečeno, stránky jsou napsány a spravovány pomocí redakčního systému Joomla!, nainstalovaného na Freehostingu Endora. Hosting se dá spravovat pomocí přehledného webového rozhraní, které ovšem neumožňuje některé funkce při práci se soubory a například kopírování a přesouvání souborů je velmi složité a zdlouhavé. Ovšem nabízí i řešení pomocí ftp účtu, na který se dá připojit například s pomocí programu Total Commander (viz Obrázek 14). Total Commander s ftp účtem tvoří dohromady opravdu silný nástroj na rychlou práci se soubory a složkami na serveru. Společně vytváří správci internetových stránek velmi komfortní a přehledné prostředí pro správu dat.



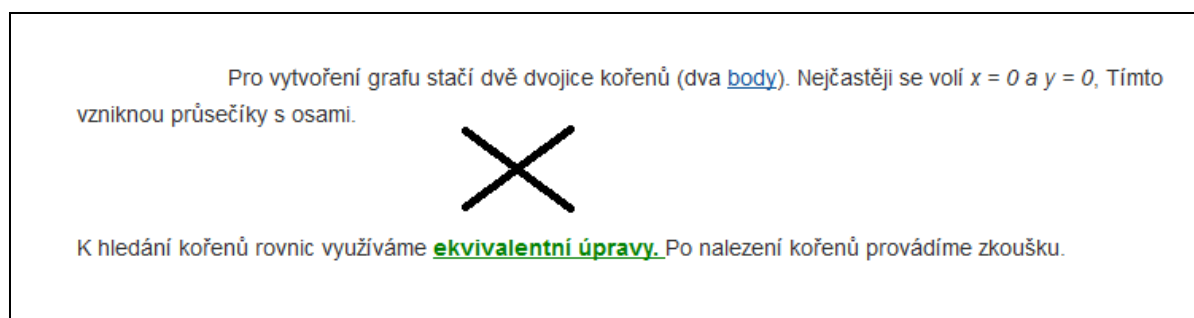
Obrázek 14 Náhled připojení pomocí ftp a programu Total Commander

Samotný redakční systém Joomla! má přehledné webové rozhraní pro správu dat (viz Obrázek 15).



Obrázek 15 Náhled Správcovského rozhraní Joomla! z administrace stránek www.rovniceanervnice.bluefile.cz

Celý web je rozdělen do 26 jednotlivých článků, které jsou dále pro lepší orientaci rozdělené do tří kategorií. Text na stránkách je psaný černou barvou na bílém pozadí. Pro odlišení definic je určeno červené zbarvení písma. Šedivý okraj usměrňuje oči do středu stránky. Největším problémem se ukázaly odkazy automaticky generovaných reklam. Muselo se nějak docílit jejich odlišení od správných odkazů umístěných na stránkách správcem. Bohužel reklamy čerpají nastavení z CSS souborů pro celé stránky, a proto se muselo přistoupit k nehezke variantě změnit barvu odkazu u každého zvlášť. Výsledné řešení je takové, že odkazy generovaných reklam jsou modré a odkazy vložené správcem zelené. (viz Obrázek 16)



Obrázek 16 Ukázka rozdílných odkazů z [www.rovniceanerovnice.bluefile.cz](http://www.rovniceanerovnice.bluefile.cz)

## 4.1 Obsah stránek

Rozsah učiva nacházejícího se na stránkách je zvolen podle rámcového vzdělávacího programu pro základní vzdělání (dále jen RVP ZV). Nad rámec RVP ZV je zde učivo o kvadratických rovnicích, proto je na stránkách označeno hvězdičkou.

Stránky jsou pro přehlednost rozděleny na čtyři hlavní kapitoly, jmenovitě opakování, rovnice, nerovnice a testy. Tyto kapitoly mají další podkapitoly, o kterých se píše přímo v rozboru daných kapitol. Na stránkách se nachází celkem 8 obrázků, 24 grafů a přes 100 rovnic, ty jsou nejprve napsány pomocí nástroje v programu Microsoft Office Word a poté vloženy na stránky jako obrázky. Celé stránky jsou provázeny řešenými příklady, kterých je celkem sedmdesát šest. Na závěr jsou umístěny tři testy po šesti příkladech, šest interaktivních testů po deseti příkladech a jeden s osmi příklady. Poslední kapitola s názvem literatura obsahuje už jen seznam použité literatury a internetových stránek při tvorbě textů.

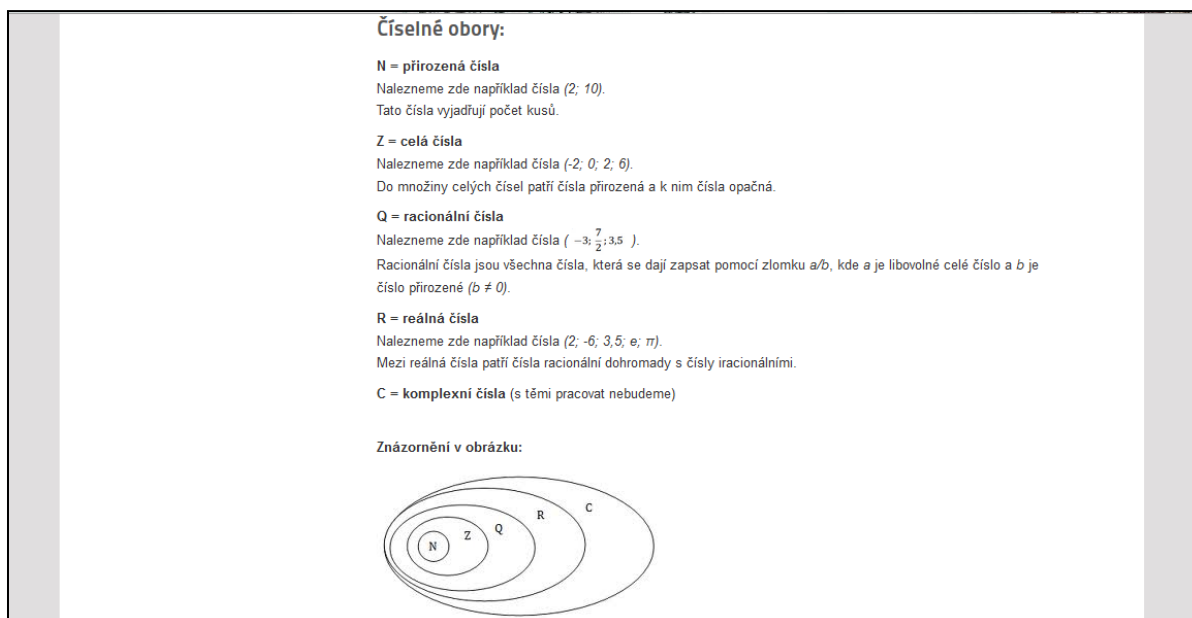
Úvod
Opakování
Rovnost
Nerovnost
Číselné obory
Rovnice
Ekvivalentní úpravy
Lineární rovnice a rovnice jim podobné
Lineární rovnice se dvěma neznámými
Soustavy dvou lineárních rovnic se dvěma neznámými
*Kvadratické rovnice
Nerovnice
Řešení na číselné ose
Ekvivalentní úpravy
Příklady
Testy
Interaktivní testy
Testy bez interakce
Literatura

Obrázek 17 Menu ze stránek [www.rovniceanerovnice.bluefile.cz](http://www.rovniceanerovnice.bluefile.cz)

### 4.1.1 Kapitola opakování

Kapitola opakování se zabývá, jak již vyplývá z názvu, opakováním znalostí potřebných k pochopení a řešení rovnic a nerovnic. Je rozdělena do třech podkapitol, jmenovitě rovnost, nerovnost a číselné obory. Protože se jedná o krátké podkapitoly, jsou

umístěny v jednom jediném článku. Podkapitoly rovnost i nerovnost začínají obrázkem znázorňujícím ten daný vztah, dále pokračují definicí a několika ukázkami. Podkapitola zabývající se číselnými obory (viz Obrázek 18) je napsaná jen pomocí výčtu daných číselných oborů a jejich zástupců s krátkým komentářem. Na závěr této podkapitoly je obrázek znázorňující vztah mezi všemi číselnými obory.



Obrázek 18 Ukázka z [www.rovniceanerovnice.bluefile.cz](http://www.rovniceanerovnice.bluefile.cz) část číselné obory.

#### 4.1.2 Kapitola rovnice

Kapitola rovnice je nejdelší kapitolou na celých stránkách, má šest podkapitol, jmenovitě ekvivalentní úpravy, lineární rovnice a rovnice jim podobné, lineární rovnice se dvěma neznámými, soustavy dvou rovnic se dvěma neznámými a kvadratické rovnice. Každá z těchto podkapitol začíná textem, který shrnuje její obsah, pokračuje většinou definicí daného pojmu, například v podkapitole kvadratické rovnice na tomto místě bude definice kvadratické rovnice. Další část se zabývá počtem řešení a řešením jako takovým. To je zde přibliženo pomocí jednoho nebo dvou dopodrobna rozebraných řešeních příkladů (viz Obrázek 19).

**Vzorové řešení rovnice:**

■ Jednoduchá rovnice  
Řešte rovnici  $-5(3x - 2) + 4 = x - 2; x \in \mathbb{Z}$

- Upravíme výrazy na obou stranách rovnice.
- Pomocí ekvivalentních úprav dáme neznámou na jednu stranu a konstanty na druhou.
- Provedeme zkoušku a zkontrolujeme podmínky pro kořen.
- Zapišeme množinu všech kořenů.

$$\begin{array}{rcl}
 -5(3x - 2) + 4 & = & x - 2 \\
 -15x + 10 + 4 & = & x - 2 \\
 -16x & = & -16 \\
 x & = & 1
 \end{array}
 \quad \begin{array}{l}
 | -14 - x \\
 | + (-16)
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 \text{Zk.: } x = 1 \\
 L = -5(3 \cdot 1 - 2) + 4 = -5 + 4 = -1 \\
 P = 1 - 2 = -1 \\
 L = P \\
 1 \in \mathbb{Z} \\
 K = \{1\}.
 \end{array}$$

Obrázek 19 Ukázka dopodrobna rozebraného ukázkového příkladu z [www.rovniceanerovnice.bluefile.cz](http://www.rovniceanerovnice.bluefile.cz)



Na závěr každé podkapitoly se nachází několik řešených příkladů. U těchto příkladů je schovaný celý postup řešení i s výsledkem, vše se objeví až po kliknutí na obrázek žárovky. Díky tomu si může každý zkontrolovat nejen výsledek, ale i celý postup po jednotlivých krocích (viz Obrázek 20).

Řešené příklady

Řešte rovnice v R a proveďte zkoušku.

a)  $3(2x - 1) = x + 7$

$$\begin{aligned}
 6x - 3 &= x + 7 \\
 5x - 3 &= 7 \\
 5x &= 10 \\
 x &= 2
 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{l}
 | - x \\
 | + 3 \\
 | : 5
 \end{array}$$

---

Zk.:  $x = 2$

$L = 3(2x - 1) = 3(2 \cdot 2 - 1) = 3 \cdot 3 = 9$   
 $L = P; \quad 2 \in R$

$P = x + 7 = 2 + 7 = 9$   
 $K = \{2\}$

b)  $10 - (m + 12) = 6m - 2$

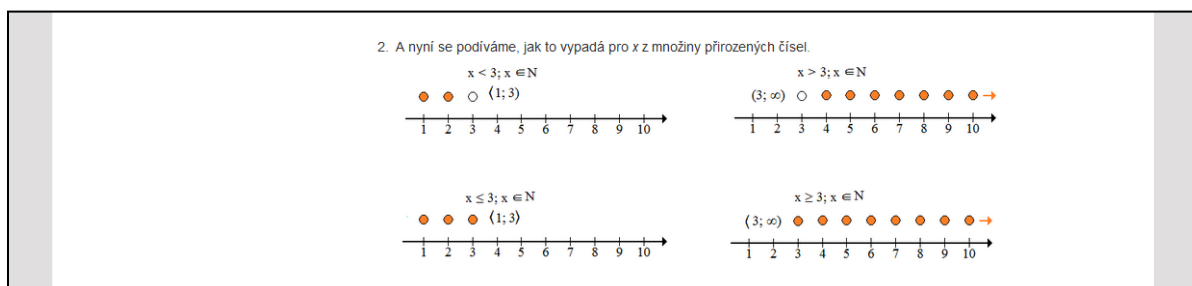
c)  $4(1 - 3y) - 5(y + 4) = 1$

d)  $0 = 2a + 8(a + 5) - 10$

Obrázek 20 Ukázka odkrytého řešení u řešeného příkladu z [www.rovniceanerovnice.blefile.cz](http://www.rovniceanerovnice.blefile.cz)

### 4.1.3 Kapitola nerovnice

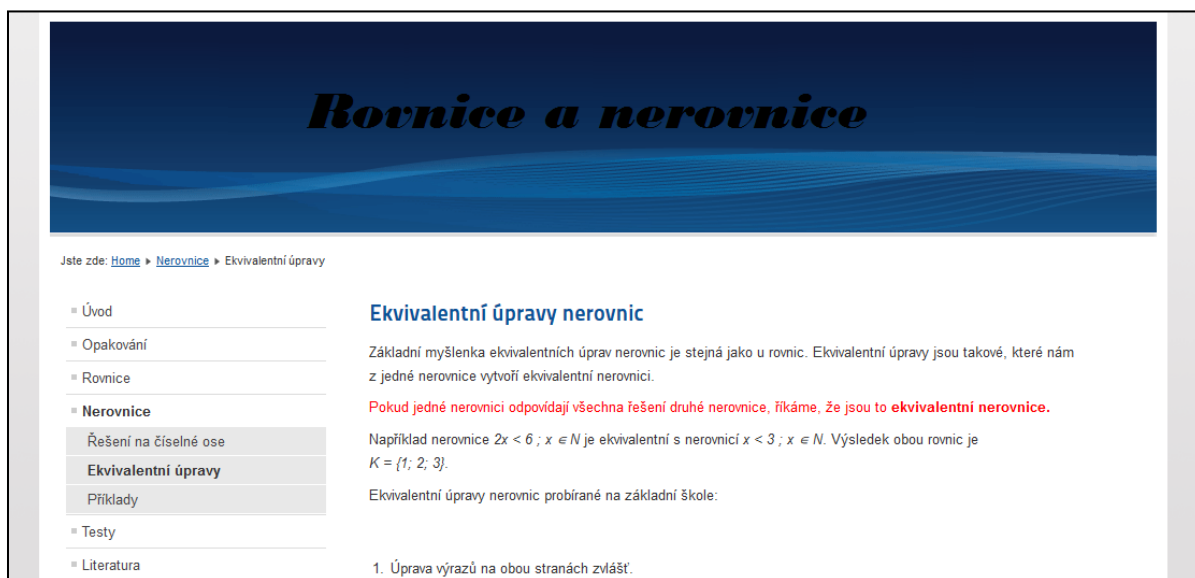
Kapitola nerovnice má tři podkapitoly, jmenovitě ekvivalentní úpravy nerovnic, řešení na číselné ose a příklady. První podkapitola, jak plyne z názvu řešení na číselné ose, pojednává o zobrazování řešení nerovnic na číselnou osu. V první části je text, který vysvětluje způsob záznamu na číselnou osu. Druhá část je zaměřena na ukázkou všech čtyř možných intervalů u řešení lineárních nerovnic v oboru reálných čísel a všech čtyř intervalů při řešení v množině přirozených čísel (viz Obrázek 21). Poslední třetí část je věnována malému procvičení ve formě řešených příkladů se skrytým řešením.



Obrázek 21 Ukázka grafického znázornění nerovnic řešených v  $\mathbb{N}$  z [www.rovniceanerovnice.bluefile.cz](http://www.rovniceanerovnice.bluefile.cz)

Podkapitola ekvivalentní úpravy nerovnic (viz Obrázek 22) se zabývá ekvivalentními úpravami u nerovnic, na začátku se nadefinuje, co je to ekvivalentní nerovnice a uživatelé jsou seznámeni s myšlenkou ekvivalentních úprav. Další část se zabývá počtem řešení a řešením jako takovým. To je zde přiblíženo pomocí jednoho nebo dvou dopodrobna rozebraných řešených příkladů. I v této kapitole je na závěr několik řešených příkladů se

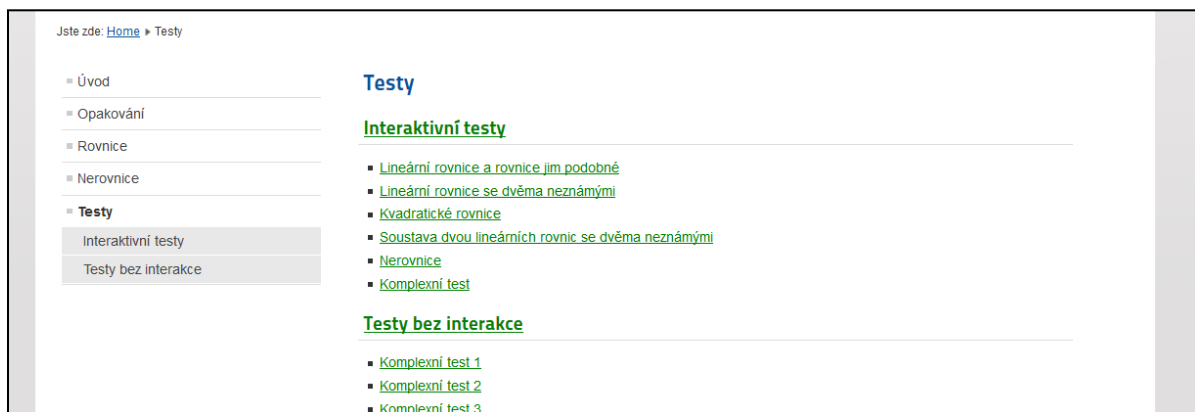
skrytým řešením. Poslední kapitola příklady obsahuje jen několik řešených příkladů na téma lineární nerovnice.



Obrázek 22 Ukázka kapitoly ekvivalentní úpravy nerovnic z [www.rovniceanerovnice.bluefile.cz](http://www.rovniceanerovnice.bluefile.cz).

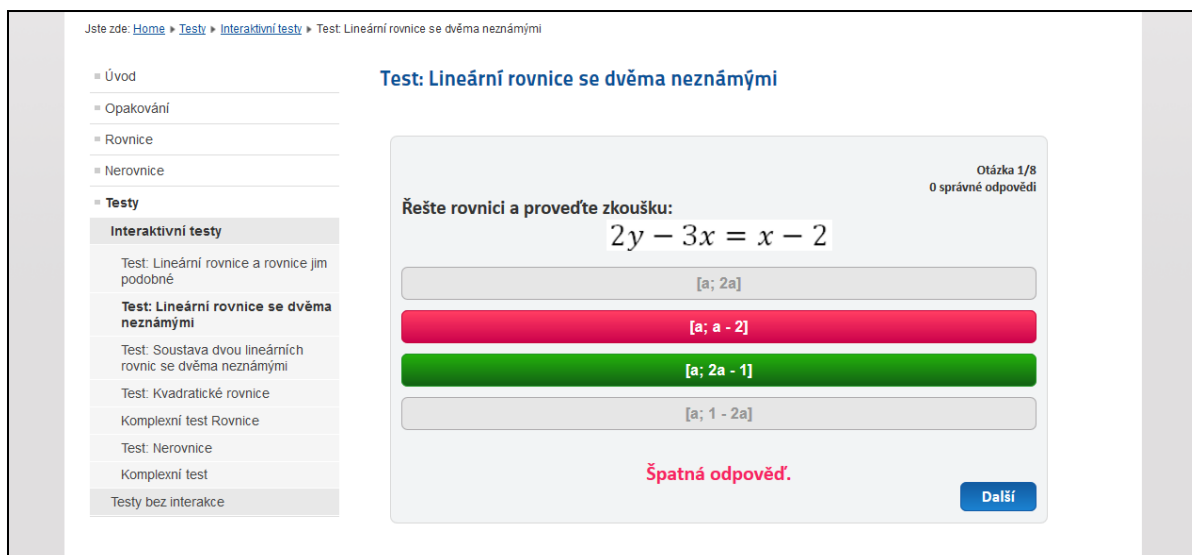
#### 4.1.4 Kapitola testy

Je poslední zajímavou kapitolou nacházející se na stránkách. Má dvě podkapitoly jmenovitě interaktivní testy a testy bez interakce. Samotná kapitola i její podkapitoly jsou rozcestníky k jednotlivým testům (viz Obrázek 23).



Obrázek 23 Ukázka rozcestníku k jednotlivým testům z [www.rovniceanerovnice.bluefile.cz](http://www.rovniceanerovnice.bluefile.cz)

Interaktivních testů je na stránkách umístěno šest. Každý test má několik testových otázek se škálou odpovědí a až d, z nichž jen jedna je správná. Otázky se musí řešit postupně a správný výsledek se zobrazí ještě před načtením další otázky (viz Obrázek 24). Správné odpovědi se zaznamenávají v pravém horním rohu a na konci se žák dozví počet správných odpovědí.



Obrázek 24 Ukázka interaktivního testu z [www.rovniceanerovnice.bluefile.cz](http://www.rovniceanerovnice.bluefile.cz)

### 4.1.5 Literatura

Poslední kapitola na internetových stránkách znázorňuje použitou literaturu k vytváření internetových stránek (viz Obrázek 25). Převážně byly využity učebnice pro základní školy. Ovšem také inspirace jinými internetovými stránkami, které byly zaměřeny vždy na celkovou problematiku rovnic a nerovnic, byla velkým přínosem k tvorbě praktické části bakalářské práce.



Obrázek 25 Ukázka kapitoly literatura z [www.rovniceanerovnice.bluefile.cz](http://www.rovniceanerovnice.bluefile.cz).

## 5 Plán do budoucna

Do budoucna je plánován přesun stránek z Freehostingu Endora na soukromý server. Tím se eliminuje problém s reklamami, tím pádem i problém s nevhodností některých reklam pro žáky. Dále bude snaha o vytvoření databáze žákovských účtů, pod kterými se budou přihlašovat budoucí žáci a pomocí stránek budou vypracovávat domácí úkoly. Testům lze nastavit časový limit pro vypracování i omezený přístup a výsledky budou ukládány do databáze k jednotlivým uživatelům. Další myšlenky do budoucna by se mohly věnovat rozšíření učiva o slovní úlohy vedoucí na rovnice a nerovnice.

## 6 Závěr

Cílem bakalářské práce bylo vytvořit webové stránky, které budou sloužit jako výukový materiál na druhém stupni základních škol a nižších ročnících víceletých gymnázií. V rámci těchto stránek měla být charakteristika učiva na uvedeném typu škol. Stránky obsahují definice, pojmy a věty s ukázkovými a názornými příklady k procvičení a testy k danému učivu. Protože jsou informace z určité části čerpány z dosažitelných literárních pramenů, učebnic a sbírek, neměl by být problém s pochopením učiva běžným žákem.

Mé vlastní zkušenosti potvrzují, že samostudium na internetu a jeho využití ve výuce se rok od roku zvyšuje a má velký vliv na získání vědomostí, schopností a dovedností nejen mimo, ale i v rámci školní výuky. Ovšem oproti některým zemím je Česká republika ještě pořád v začátcích s využíváním moderních technologií a internetu ve školách. Stránky samotné nejsou primárně určeny jen k použití ve výuce, ale využít je může i žák, který se vzdělává podle Individuálního vzdělávacího plánu nebo chyběl při výuce tohoto učiva. Podle mého názoru není důležité, kdo je návštěvníkem stránek, ale zda návštěvníkovi neboli uživateli stránky pomohou k pochopení, upevnění či osvěžení rovnic a nerovnic.

Co se týká textu bakalářské práce, snad se podařilo vystihnout podstatu obsahu stránek a záměr jejich využití v současné době. Podíváme-li se však na vývoj technologie, zjistíme, že se skutečně velmi rychle vyvíjí podle potřeb nastolených uživatelem, a bylo by tedy výhodné zpracovat i další části učiva. Sám se pokusím během své pedagogické praxe zpracovat ještě další části učiva do internetové podoby, protože za hlavní výstup bakalářské práce považuji praktickou část.

## 7 Seznam obrázků

Obrázek 1	Ukázka možných řešení kvadratických rovnic z <a href="http://www.rovniceanervnice.bluefile.cz">www.rovniceanervnice.bluefile.cz</a> .....	16
Obrázek 2	Ukázka kapitoly Soustava dvou lin. rovnic o dvou neznámých z <a href="http://www.rovniceanervnice.bluefile.cz">www.rovniceanervnice.bluefile.cz</a> .....	17
Obrázek 3	Ukázka hledání grafu lin. rovnic o dvou neznámých z <a href="http://www.rovniceanervnice.bluefile.cz">www.rovniceanervnice.bluefile.cz</a> .....	18
Obrázek 4	Ukázka sčítací metody z <a href="http://www.rovniceanervnice.bluefile.cz">www.rovniceanervnice.bluefile.cz</a> .....	19
Obrázek 5	Ukázka dosazovací metody z <a href="http://www.rovniceanervnice.bluefile.cz">www.rovniceanervnice.bluefile.cz</a> .....	19
Obrázek 6	Ukázka grafického řešení soustav z <a href="http://www.rovniceanervnice.bluefile.cz">www.rovniceanervnice.bluefile.cz</a> .....	20
Obrázek 7	Ukázka řešeného příkladu z <a href="http://www.rovniceanervnice.bluefile.cz">www.rovniceanervnice.bluefile.cz</a> .....	23
Obrázek 8	Znázornění intervalů na číselné ose z <a href="http://www.rovniceanervnice.bluefile.cz">www.rovniceanervnice.bluefile.cz</a> .....	23
Obrázek 9	Diagram využití redakčních systémů, dostupný na <a href="http://w3techs.com">http://w3techs.com</a> .....	25
Obrázek 10	Ukázka použití Jumi k vložení JavaScriptu do článku. ....	27
Obrázek 11	Náhled modulu Breadcrumbs z <a href="http://www.rovniceanervnice.blefile.cz">www.rovniceanervnice.blefile.cz</a> .....	28
Obrázek 12	Náhled online tabulkového editoru z Google docs .....	28
Obrázek 13	Ukázka prostředí programu WinHTTrack .....	29
Obrázek 14	Náhled připojení pomocí ftp a programu Total Commander .....	30
Obrázek 15	Náhled Správcovského rozhraní Joomla! z administrace stránek <a href="http://www.rovniceanervnice.bluefile.cz">www.rovniceanervnice.bluefile.cz</a> .....	30
Obrázek 16	Ukázka rozdílných odkazů z <a href="http://www.rovniceanervnice.bluefile.cz">www.rovniceanervnice.bluefile.cz</a> .....	31
Obrázek 17	Menu ze stránek <a href="http://www.rovniceanervnice.bluefile.cz">www.rovniceanervnice.bluefile.cz</a> .....	31
Obrázek 18	Ukázka z <a href="http://www.rovniceanervnice.bluefile.cz">www.rovniceanervnice.bluefile.cz</a> část číselné obory .....	32
Obrázek 19	Ukázka dopodrobna rozebraného ukázkového příkladu z <a href="http://www.rovniceanervnice.bluefile.cz">www.rovniceanervnice.bluefile.cz</a> .....	32
Obrázek 20	Ukázka odkrytého řešení u řešeného příkladu z <a href="http://www.rovniceanervnice.blefile.cz">www.rovniceanervnice.blefile.cz</a> .....	33
Obrázek 21	Ukázka grafického znázornění nerovnic řešených v N z <a href="http://www.rovniceanervnice.bluefile.cz">www.rovniceanervnice.bluefile.cz</a> .....	33

Obrázek 22	Ukázka kapitoly ekvivalentní úpravy nerovnic	
	z <a href="http://www.rovniceanerovnice.bluefile.cz">www.rovniceanerovnice.bluefile.cz</a> .	34
Obrázek 23	Ukázka rozcestníku k jednotlivým testům	
	z <a href="http://www.rovniceanerovnice.bluefile.cz">www.rovniceanerovnice.bluefile.cz</a>	34
Obrázek 24	Ukázka interaktivního testu z <a href="http://www.rovniceanerovnice.bluefile.cz">www.rovniceanerovnice.bluefile.cz</a>	35
Obrázek 25	Ukázka kapitoly literatura z <a href="http://www.rovniceanerovnice.bluefile.cz">www.rovniceanerovnice.bluefile.cz</a> .	35

## 8 Seznam tabulek

Tabulka 1 Možné výsledky ryze kvadratické rovnice.....	15
Tabulka 2 Ukázka možných řešení kvadratických rovnic v úplném tvaru .....	16
Tabulka 3 Ukázka řešení lineárních rovnic se dvěma neznámými .....	17
Tabulka 4 Možná řešení soustavy dvou lineárních rovnic se dvěma neznámými .....	20
Tabulka 5 Intervaly .....	22
Tabulka 6 Ekvivalentní úpravy nerovnic .....	22



## 9 Seznam použitých zdrojů

- [1] **MIKULČÁK, Jiří. Přehled učiva matematiky základní školy.** 1. vyd. Praha: Státní pedagogické nakladatelství, 1993, 257 s. Pomocné knihy pro žáky (Státní pedagogické nakladatelství). ISBN 80-042-6357-7.
- [2] **BOČEK, Leo, Jana BOČKOVÁ a Jura CHARVÁT. Matematika pro gymnázia: rovnice a nerovnice.** 2. dopl. vyd. Praha: Prometheus, c1995, 124 s. Učebnice pro střední školy (Prometheus). ISBN 80-719-6001-2.
- [3] **MUSCIANO, Chuck a Bill KENNEDY. HTML a XHTML: kompletní průvodce.** Vyd. 1. Praha: Computer Press, 2000. ISBN 80-722-6407-9.
- [4] **BART.** (25. Únor 2012). *Co je Joomla!?*. Získáno 4. Duben 2014, z Joomlaportal: <http://www.joomlaportal.cz/index.php/clanky-a-novinky/zaciname-s-cms-joomla/493-bart>
- [5] **CASTRO, Elizabeth. HTML, XHTML a CSS: názorný průvodce tvorbou WWW stránek.** Vyd. 1. Brno: Computer Press, 2007, 438 s. ISBN 978-80-251-1531-2.
- [6] **ROZEHNAL, J. PHP: Co je to PHP?** Získáno 8. Duben 2014, z Artic Studio: <http://www.artic-studio.net/slovnicek-pojmu/skriptovaci-jazyk-php/>
- [7] **EISENMENGER, Richard. JavaScript. Kompletní kapesní průvodce.** 1. vyd. Praha: Grada, 1999, 303 s. ISBN 80-716-9383-9.
- [8] **ŠIMUNEK, Milan. SQL: Kompletní kapesní průvodce.** 1. vyd. Praha: Grada, 1999, 247 s. ISBN 80-716-9692-7.
- [9] **ROCHE, X & other contributors, HTTrack Website Copier - Free Software Offline Browser (GNU GPL).** Získáno 8. Duben 2014, z <http://www.httrack.com/>
- [10] **BERGMANN H. a BERGMANN U. Training Mathematik.: Schuljahr 9. Lineare Gleichungen und Ungleichungen,** quadratische Funktionen und Gleichungen, Satzgruppe des Pythagoras, Strahlensätze. Stuttgart: Klett, 2005. ISBN 3-12-927031-0.
- [11] **POLÁK J. ,Přehled středoškolské matematiky.** Prometheus, Praha, 2010. ISBN 978-80-7196-356-1.