

TECHNICKÁ UNIVERZITA V LIBERCI
Fakulta strojní



DIPLOMOVÁ PRÁCE

Modelování napět'ových polí pomocí MKP

1995

Jan Adam

TECHNICKÁ UNIVERSITA V LIBERCI

Fakulta strojní

OBOR 23-07-08

Strojírenská technologie
zaměřeni
tváření kovů a plastů

Katedra tváření a plastů

MODELOVÁNÍ NAPĚŤOVÝCH POLÍ U VÝSTŘIKŮ Z PLASTŮ POMOCÍ MKP

Jan Adam

KPT - 575

Vedoucí práce : Ing. Petr Lenfeld

Konzultant : Ing. Martin Klinger

Počet stran : 66

Počet obrázků : 25

Počet příloh
a tabulek : 0

Počet výkresů : 0

Počet modelů nebo

jiných příloh : 0

24. května 1995

Fakulta strojní

Katedra tváření a plastů

Školní rok: 1994/95

ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

pro Jana Adama
obor strojírenská technologie

Vedoucí katedry Vám ve smyslu zákona č. 172/1990 Sb. o vysokých školách určuje tuto diplomovou práci:

Název tématu: Modelování napěťových polí u výtřiků z plastů pomocí MKP.

Zásady pro vypracování:

1. Seznámení se se softwarem ALGOR.
2. Výběr výrobků pro modelování napěťových polí.
3. Provedení vlastní pevnostní analýzy.
4. Vyhodnocení výsledků.

UNIVERZITNÍ KNIHOVNA
TECHNICKÉ UNIVERZITY V LIBERCI



3146065791

TECHNICKÁ UNIVERZITA V LIBERCI
Univerzitní knihovna
Voroněžská 1329, Liberec 1
PSC 461 17

*Materialy nkoron
Plasty - vstřikování
Vstřikování plastů
Programy počítačové*

V 40/95 S

KPT/JP

650,

Rozsah grafických prací:

Rozsah průvodní zprávy: cca 50 stran

Seznam odborné literatury:

- /1/ KOLOUCH, J.: Strojírenské výrobky z plastů vyráběné vstřikováním. SNTL Praha, 1986
- /2/ NĚMEC, J.-DVOŘÁK, J.-HÖSCHL, C.: Pružnost a pevnost ve strojírenství.
- /3/ Manuály software ALGOR.
- /4/ KLINGER, M.: Výpočetní metody pro pevnostní navrhování výrobků z plastů. Diplomová práce, VŠST Liberec, 1993

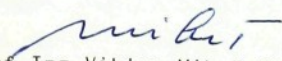
Vedoucí diplomové práce: Ing. Petr Lenfeld

Konzultant: Ing. Martin Klinger

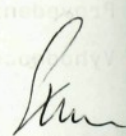
Zadání diplomové práce: 31.10.1994

Termín odevzdání diplomové práce: 26.5.1995




Prof. Ing. Viktor Mikeš, CSc.

Vedoucí katedry


Prof. Ing. Jaroslav Exner, CSc.

Děkan

V Liberci

dne 21.10. 1994

Anotace

Technická universita v Liberci

Fakulta strojní

Obor : strojírenská technologie

Diplomant : Jan Adam

Téma práce : Modelování napětových polí u výstřiků z plastů pomocí MKP

Číslo diplomové práce : 575

Vedoucí diplomové práce : Ing. P. Lenfeld

Konzultant : Ing. M. Klinger

Stručný výtah : Cílem této práce je seznámení se s metodou konečných prvků a se softwarem ALGOR používaném při pevnostní analýze . Na základě získaných poznatků provést pomocí programu ALGOR pevnostní analýzu výrobků z plastů.

"Místopřísežně prohlašuji , že jsem diplomovou práci vypracoval samostatně
s použitím uvedené literatury " .

V Liberci , dne 21. května 1995

Jan Adam

A handwritten signature in blue ink, appearing to read 'Jan Adam', written over a horizontal dotted line.

OBSAH

1.	ÚVOD.....	4
2.	TEORETICKÁ ČÁST.....	5
2.1.	Metody řešení úloh napjatosti a deformací.....	5
2.2.	Metoda konečných prvků.....	8
2.2.1	Princip řešení MKP.....	8
2.3.	Pevnostní analýza.....	22
2.3.1	Základy pevnostní analýzy.....	22
3.	ALGOR - popis programu.....	28
3.1.	Tvorba modelu - preprocessing.....	30
3.2.	Superdraw II.....	31
3.3.	Decoder.....	33
3.4.	Processing - Výpočet.....	36
3.5.	Postprocessing - Grafické vyhodnocení.....	36
4.	PEVNOSTNÍ ANALÝZA VÝROBKŮ Z PLASTŮ.....	37
4.1.	Nádoba.....	37
4.1.1.	Vyhodnocení výsledků.....	38
4.2.	Paleta.....	46
4.2.1.	Vyhodnocení výsledků.....	47
4.3.	Plastová pružina.....	56
4.3.1.	Vyhodnocení výsledků.....	57
5.	ZÁVĚR.....	65
6.	POUŽITÁ LITERATURA.....	66

POUŽITÉ ZKRATKY A SYMBOLY

$[A]$	matice A
$[B]$	matice B
$[E]$	matice elastických modulů
$[K]$	matice tuhosti tělesa
$[U]$	matice deformační energie v tělese
$[dU]$	diferenciál deformační energie
$[W]$	potenciál vnějších sil
$[dW]$	diferenciál potenciálu vnějších sil
$[\Lambda]$	hustota deformační energie v tělese
$[\sigma A]$	povrch tělesa
$\{f\}$	virtuální zobecněné síly
$\{f_e\}$	vektory zobecněných sil při počátečním přetvoření
$\{f_\sigma\}$	vektory zobecněných sil při počátečním napětí
$\{q\}$	posuv v uzlových bodech
$\{dq\}$	variace posuvu
$\{p\}$	vektor napětí
$\{s\}$	objemové síly
$\{u\}$	zobecněný posuv v bodě
$\{\varepsilon_o\}$	počáteční poměrné prodloužení
$\{\varepsilon_t\}$	počáteční poměrná deformace při teplotě t
$\{\sigma_o\}$	počáteční napětí
$\{\sigma_t\}$	počáteční napětí při teplotě t
$\{\mathfrak{R}\}$	maticový operátor
E	modul pružnosti v tahu
E_k	konstrukční modul pružnosti v tahu
F	osamělá síla [N]
G	modul pružnosti ve smyku [MPa]
Re	mez kluzu [MPa]

R_m	mez pevnosti v tahu [MPa]
R_{m_t}	mez pevnosti v tlaku [MPa]
T_f	teplota měknutí [$^{\circ}\text{C}$]
T_q	teplota skelného přechodu [$^{\circ}\text{C}$]
T_m	teplota tání krystalu [$^{\circ}\text{C}$]
σ	mechanické napětí [MPa]
σ_{Dov}	dovolené napětí [MPa]
σ_{ekv}	ekvivalentní (reduované) napětí [MPa]
Ω	rovinná definiční oblast
τ	smykové napětí [MPa]
α	délková roztažnost [K^{-1}]
ε	poměrná deformace [1]
ε_{celk}	celková skutečná deformace [1]
ε_D	dovolená deformace [1]
ε_{kr}	kritická deformace [1]
φ_i	tvarová funkce
γ	zkos [1]
μ	Poissonovo číslo [1]
k	koefficient bezpečnosti [1]
t	teplota [$^{\circ}\text{C}$]
CAD	Computer Aided Design (navrhování pomocí počítače)
MKP	Metoda Konečných Prvků (Finite Elements Method)
PC	Personal Computer (osobní počítač)
HD	Hard Disc (pevný disk)

1. ÚVOD

Použití výkonné výpočetní techniky a velkých softwarových produktů není dnes, kdy ceny zvláště PC počítačů klesají velmi rychle a jejich výkonnost vzrůstá na úroveň pracovních stanic, záležitostí pouze několika velkých podniků či vývojových pracovišť.

V současné době, kdy snižování nákladů a zvyšování produktivity práce je jednou z nejdůležitějších činností v podniku, je zavedení a používání CAD/CAM systémů jednou z cest jak toho dosáhnout. Na těchto systémech se provádí návrh a vývoj, dále konstrukce a výroba konkurence shodného produktu. Nesmí se zapomenout, že konstrukce ovlivňuje výsledné náklady ze 70 %.

Jedním ze softwarových produktů používaných k optimalizaci konstrukce je program ALGOR americké firmy ALGOR Inc. Tento program umožňuje provést mimo jiné pevnostní analýzu využívajíc metodu konečných prvků. Pevnostní analýza je pouze jednou z oblastí aplikace tohoto programu. Další možnosti ALGORU popisují v samostatné kapitole [4].

V mé diplomové práci se zabývám aplikací program ALGOR k analýze napěťových polí ve výrobcích z plastické hmoty. Napěťová analýza by měla být jednou z hlavních fází kontroly budoucího výrobku, pomocí níž by měly být odhaleny a zredukovány případné nedostatky v konstrukci výrobku. V mé práci toto provádím na třech různých výrobcích, přičemž je u každého zobrazeno jeho pole napětí při zatížení, které je dále popsáno se všemi důsledky plynoucí z toho pro výrobek.

V kapitole [3] je uveden přehled metod k řešení úloh napjatosti a deformací. Jsou zde popisovány základní matematické metody použitelné ve výpočetní technice. Zvláštní kapitola je věnována metodě konečných prvků, v současné době nerozšířenější metodě počítačového zpracování.

V kapitole [4] jsou popsány základní moduly programu ALGOR umožňující tvorbu modelu, zadání počátečních podmínek, materiálových vlastností, prohlížení výsledků a grafické vyhodnocení výsledků modelování zadaného výrobku.

V poslední části jsou uvedeny tři příklady využití programu ALGOR na plastových výrobcích spolu s vyobrazením jejich napěťových polí.

2. TEORETICKÁ ČÁST

2.1. Metody řešení úloh napjatosti a deformací [9 , 10]

Existuje několik metod pro výpočet napjatosti a deformací. Tyto metody můžeme rozdělit na tři skupiny , a to na :

- metody technické pružnosti ,
- analytické metody ,
- numerická metoda .

Metody technické pružnosti jsou založeny na základních fyzikálních zákonech , přičemž se rozlišují případy namáhání jako je tah , tlak , ohyb , smyk a krut . Těchto metod se používá pro zjišťování jednoosé (popř. víceosé) napjatosti v oblasti pružných deformací . Použití nacházejí proto v oblasti pevnostní kontroly u tvarově jednoduchých součástí (nosníky , hřídele , atd.) .

Analitické metody se naopak používají u složitějších součástek tam , kde se oběhuje víceosá napjatost . Jsou založeny na matematické teorii pružnosti a pevnosti (vycházející ze zákonů mechaniky , fyziky a geometrie) a částečně na principu metod technické pružnosti .

Numerické metody jsou vhodné pro zpracování na počítačích , přičemž se využívají možnosti počítačů v řešení velkého množství rovnic , uspořádaných do matic , z čehož vyplývá použitelnost této metody ve spolupráci s výpočetní technikou. Princip metod je založen na rozdělení zkoumané oblasti do vhodně uspořádaných podoblastí , na které se potom aplykují vhodné matematické operace.

Mezi tyto matematické metody (operace) patří :
(uvádím pouze lineární úlohy)

METODA SÍTÍ (KONEČNÝCH DIFERENCÍ)

Nahradíme-li derivace přibližně konečnými diferencemi , dostanou se místo diferenciálních rovnic rovnice algebraické, platné pro funkční hodnoty ve vybraných bodech . Pro lepší názornost lze tyto body spojit sítí . Odtud pochází název metody ; hovoří se pak také o uzlových bodech nebo krátce o uzlech . V ostatních bodech je nutné definovat hodnoty hledané funkce dodatečně podle zvoleného algoritmu .

Metodu sítí lze zobecnit i pro dvou- nebo třírozměrnou oblast . Její nevýhodou je , že nemá-li hranice jednoduchý tvar , musí se diferenční vzorce pro okrajové oblasti zvlášť odvozovat nebo užívat interpolace .

METODA PŘENOSOVÝCH MATIC

Veličiny , které charakterizují deformaci a namáhání pružného tělesa se sestaví do matice - stavového vektoru . Někdy se upravují prvky ve stavových vektorech tak , aby fyzikální rozměr všech prvků byl stejný . Výhodou metody je , že nevyžaduje operace s maticemi velkých řádů a že umožňuje přehledné řešení obzvlášť pro takové konstrukce , u nichž jsou konstrukční prvky zařazeny za sebou bez nadměrného větvení . Nevýhodou metody je , že je v některých případech náchilná k zaokrouhlovacím chybám , obzvlášť jsou-li řetězce konstrukčních prvků příliš dlouhé , popř. takové , že změna stavového vektoru na jednom konci vyvolá jen malou změnu na opačném konci . Tak tomu je např. u dlouhých nosníků na pružném podkladě , u dlouhých rotačně souměrných skořepin atd.

Metoda přenosových matic se neomezuje jen na konstrukce složené z prutů . Lze ji stejně úspěšně použít např. pro rotující kotouče atd.

PŘÍMÁ DEFORMAČNÍ METODA

Přímá deformační metoda se zakládá na transformaci (zobrazení) vektoru s čistě deformačními veličinami na vektor s čistě silovými veličinami . Tuto transformaci zprostředkuje matice tuhosti . Proto se též užívá názvu přímá tuhostní metoda . Duální k této metodě je silová metoda , která se však k počítačovému zpracování hodí méně , protože u ní je třeba měnit postup podle stupně statické neurčitosti konstrukce . To se u deformační metody nepotřebuje . Její další předností je principiální jednoduchost , a to i u složitých a rozvětvených konstrukcí . Matice tuhosti jednotlivých konstrukčních prvků se skládá na způsob stavebnice . Výsledná matice tuhosti je vždy souměrná , často pásová a dobře podmíněná , je však zpravidla vysokého řádu .

METODA KONEČNÝCH PRVKŮ

Nejužívanější varianta této metody vznikla zobecněním deformační metody uvedené v krátkosti v předchozím odstavci . Princip metody je založen na diskretizaci kontinua (čímž z nekonečného počtu stupňů volnosti získáme tolik , kolik je uzlových bodů) az následného aplykovani Lagrangeova variačního

principu. Na rozdíl od metody sítí však zvolíme předem funkce, které budou vyjadřovat posuvy v libovolném bodě pomocí posuvů v uzlových bodech. Tím se metoda konečných prvků řadí k přímým metodám, kdežto metoda sítí je nepřímá.

Metoda konečných prvků byla v teoretické pružnosti aplikována zejména k řešení úloh v jednorozměrné nebo dvojrozměrné oblasti (pruty, desky, skořepiny, rovinné úlohy). Přírůstkovou metodou, tj. řešením posloupnosti linearizovaných úloh, lze řešit i některé prostorové úlohy tak, že se složí z několika řešení uskutečněných v dvojrozměrné oblasti. Tak lze řešit např. nesouměrně zatížená rotačně symetrická tělesa. Řešení obecných prostorových úloh je velmi náročné jak na přípravu sítě konečných prvků, tak na kapacitu a operační rychlost počítače. Tuto nesnáz překonává metoda hraniční (okrajové) integrace, při níž se hlavní část řešení odbývá v oblasti o jednu dimenzi menší, než je rozměr definiční oblasti.

METODA HRANIČNÍ (OKRAJOVÉ) INTEGRACE

Použijeme-li místo přesného řešení aproximaci, nebude integrál roven nule tj. integrál vyjadřující deformaci tělesa, ale bude nenulový, a čím bude hodnota takto aproximovaného integrálu menší, tím bude aproximace lepší. Na této myšlence se zakládá metoda vážených reziduí. Okrajové hodnoty hledané funkce tj. funkce vyjadřující přesné řešení deformace tělesa, dovedeme vypočítat, aniž jsme by jsme řešili danou diferenciální rovnici uvnitř definiční oblasti, ale pouze řešením okrajových podmínek při použití znalostí o geometrii oblasti. Aplykujeme-li tuto myšlenku na prostorovou úlohu, získáme hodnoty hledaných funkcí na povrchu tělesa, aniž jsme řešili prostorovou úlohu. Tato myšlenka je základem metody hraniční (okrajové) integrace.

2.2.METODA KONEČNÝCH PRVKŮ [9 , 10]

Teoretickým základem metody konečných prvků je Lagrangeův variační princip . V této metodě je zkoumaná oblast idealizována pomocí vhodně uspořádaných malých elementů zvaných prvky oblasti . Aplikace této metody spočívá v idealizaci geometrie tělesa pomocí sítě složené z konečného počtu prvků (elementů) , které mají konečný počet stupňů volnosti (pohyblivosti) . Prvek může mít různé formy .

Prvky jsou spojeny v diskrétních bodech , které jsou nazývány uzly.

Každý element má svou vlastní závislost zatížení - deformace , která je dána maticí tuhosti prvku (tzv. tuhost elementu) . Ta je funkcí geometrie prvku a matematickým popisem fyzikálního chování materiálu elementu . Výpočet spočívá v sestavení a řešení soustavy rovnic v uzlových bodech elementu , kde výsledkem jsou nalezené posuvy každého uzlu elementu pro dané zatěžující a okrajové podmínky . Po stanovení posuvů v uzlech sítě jsou dále stanoveny pomocí vztahů deformace - posunutí a napětí - deformace hodnoty deformací a napětí zkoumané idealizované oblasti . V našem případě se omezíme pouze na lineární úlohy .

2.2.1.PRINCIPY ŘEŠENÍ METODY KONEČNÝCH PRVKŮ [9 , 10 , 12]

Z elastického kontinua vybereme množinu uzlových bodů . Posuvy těchto bodů označíme, $q_1, q_2, q_3, q_4, \dots, q_n$. Tyto množiny budou tvořit základní soustavu neznámých veličin . Těchto veličin je pouze konečný počet . Výběrem uzlových bodů jsme tedy uskutečnili diskretizaci kontinua . Místo nekonečného počtu stupňů volnosti jich máme nyní jen tolik , kolik je uzlových bodů . Zvolíme-li si předem funkce , které budou vyjadřovat posuvy $\{u\} = [u_x, u_y, u_z]^T$ v libovolném bodě (x, y, z) pomocí posuvů $\{q\} = [q_1, q_2, q_3, \dots, q_n]^T$ v uzlových bodech . Zvolíme tedy transformaci (zobrazení) :

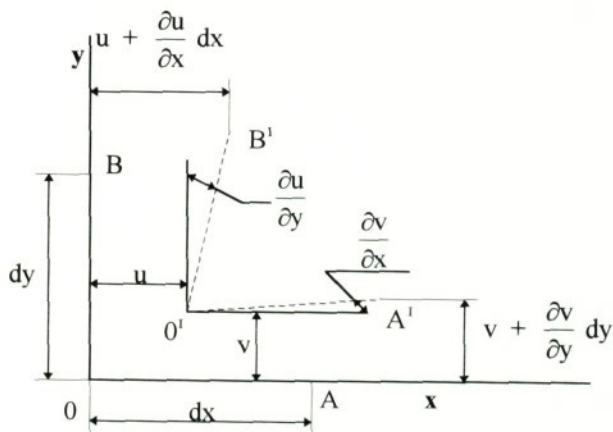
$$\{u(x, y, z)\} = [A(x, y, z)] \{q\} \quad (1)$$

$$\{u\} = [A] \{q\} \quad (2)$$

Diferenciál je teda roven:

$$\{ du \} = [A] \{ dq \} \quad (3)$$

K relativním posuvům částic tělesa může docházet jen na úkor jeho deformace. Budeme uvažovat jen malé posuvy a deformace. Posuvy částic tělesa rozložíme na složky u , v , w rovnoběžné s osami souřadnic x , y , z . Lze předpokládat, že posuvy jsou spojitými funkcemi souřadnic. Z pole posuvů dovedeme vypočítat poměrné deformace.



Obr. 1: Pole posuvů

$$\epsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x}, \epsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y}, \epsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z} \quad (4)$$

$$\gamma_{xy} = \gamma_{yx} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \quad (5)$$

$$\gamma_{yz} = \gamma_{zy} = \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \quad (6)$$

$$\gamma_{zx} = \gamma_{xz} = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \quad (7)$$

K tomu stačí, abychom na rovnici (2) aplikovali vhodný diferenciální operátor. Dostaneme vztah mezi vektorem poměrných deformací $\{\varepsilon\}$ a vektorem posuvů $\{q\}$ ve tvaru:

$$\{\varepsilon\} = [\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z, \dots, \gamma_{zx}] \quad (8)$$

$$\{\varepsilon(x, y, z)\} = [B(x, y, z)] \{q\} \quad (9)$$

Hookův zákon napíšeme ve tvaru:

$$\{\sigma\} = [E]\{\varepsilon\} \quad (10)$$

kde $[E]$ je matice elastických modulů.

Hustota deformační energie v tělese je pak:

$$\Lambda = \frac{1}{2} \{\varepsilon\}^T \{\sigma\} = \frac{1}{2} \{\varepsilon\}^T [E] \{\varepsilon\} \quad (11)$$

Celková deformační energie v tělese je:

$$U = \int_V \Lambda dV \quad (12)$$

Pokud výraz (10) dosadíme do (11) a odtud do (12), dostaneme kvadratickou formu deformační energie:

$$U = \frac{1}{2} \{q\}^T [K] \{q\} \quad (13)$$

$$dU = [K] \{q\} \{dq\} \quad (14)$$

kde

$$[K] = \int_v [B]^T [E] [B] dV \quad (15)$$

je matice tuhosti daného tělesa vztažená ke stupňům volnosti $\{q\}$.

Na těleso mohou působit síly povrchové, předepsané na části A_σ povrchu jako vektory napětí $\{p\}$, $\{p\} = [p_x, p_y, p_z]$ a uvnitř tělesa síly objemové $\{s\}$ $\{s\} = [s_x, s_y, s_z]$. Podrobíme-li těleso virtuální deformaci tím, že posuvy $\{q\}$ změníme o $\{dq\}$, vykonávají tyto síly virtuální práci, která musí být stejně velká jako virtuální práce ekvivalentních zobecněných sil $\{f\} = [f_1, f_2, \dots, f_n]$, kterými povrchové i objemové síly nahradíme. Takže musí platit:

$$\{dq\}^T \{f\} = \int_{A_\sigma} \{du\}^T \{p\} dA + \int_v \{du\}^T \{s\} dV \quad (16)$$

Za $\{du\}$ dosadíme z rovnice (2) výraz $[A]\{dq\}$ a dostaneme:

$$\{dq\}^T \{f\} = \{dq\}^T \int_{A_\sigma} [A]^T \{p\} dA + \{dq\}^T \int_v [A]^T \{s\} dV \quad (17)$$

Tento výraz lze považovat za variaci dW potenciálu $W = \{q\}^T \{f\}$ vnějších sil (pokud existuje). Protože variaci $\{dq\}$ volíme libovolně, musí platit tento předpis pro výpočet ekvivalentních zobecněných sil:

$$\{f\} = \int_{A_\sigma} [A]^T \{p\} dA + \int_v [A]^T \{s\} dV \quad (18)$$

Podle Lagrangeova principu se musí variace dW podle (17) rovnat variaci deformační energie dU , takže:

$$\{dq\}^T \{f\} = \{dq\}^T [K] \{q\} \quad (19)$$

Rovnice (19) vyjadřuje princip virtuálních prací . Mohli bychom ji zapsat také ve tvaru $d(U - W) = 0$. To je v souladu s požadavkem , aby celková potenciální energie ($U - W$) nabývala za rovnováhy stacionární hodnoty (Lagrangeův variační princip) . Vzhledem k tomu , že virtuální pohyb volíme libovolně , vyjde z rovnice (19) :

$$[K] \{ q \} = \{ f \} \quad (20)$$

Skládá-li se daná konstrukce z různých spojených konstrukčních prvků , jsou některé stupně volnosti společné dvěma i několika sousedním prvkům . Takový stupeň volnosti označíme jen jediným číslem , bez ohledu na to , kolika prvkům náleží . Všechny stupně volnosti dané konstrukce průběžně očíslováme 1, 2, 3, ... , n. Pro jednotlivé konstrukční prvky budeme mít elementární matice tuhosti $[K^{(e)}]$, kde $e = 1, 2, \dots, N$. Počet konstrukčních prvků je tedy roven N . Čísla řádků a sloupců těchto matic se budou vztahovat jen k těm stupňům volnosti , která k danému konstrukčnímu prvku patří . Toto globální číslování stupňů volnosti se neshoduje s lokálním číslováním jednotlivých matic tuhosti .

Globální matice tuhosti bude typu ($n \times n$) a vznikne tak , že do vynulovaného pole dimenze $n \times n$ postupně přičteme všechny hodnoty $k_{ij}^{(e)}$ na ta místa , kam podle svých indexů patří (do i -tého řádku a j -tého sloupce) . Dostaneme tak globální matici tuhosti typu (n, n)

$$[K] = \sum_{e=1}^N [K^{(e)}] \quad (21)$$

Tato matice je singulární . Zvolíme-li totiž vektor posuvů tak , aby odpovídal malému přemístění konstrukce jako tuhému celku , musí mu odpovídat nulový vektor zobecněných sil (ve statice nepočítáme se zrychlením) . To však není možné , je-li matice soustavy regulární .

Vektor posuvů $\{ q \}$ rozdělíme na dva subvektory . První , který označíme $\{ q_a \}$, bude předepsán podmínkami podepření konstrukce (počáteční podmínky) , druhý subvektor $\{ q_b \}$ bude neznámý . Tomuto rozdělení vektoru posuvů bude odpovídat analogické rozdělení vektoru vnějších sil . První subvektor $\{ f_a \}$ bude obsahovat reakce v místě podepření a druhý subvektor $\{ f_b \}$ ostatní síly , tj. dané

vnější zobecněné síly působící mimo podpory . Uvedenému rozdělení odpovídá i rozdělení matice tuhosti ve vztahu :

$$\begin{bmatrix} K_{aa} & K_{ab} \\ K_{ba} & K_{bb} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q_a \\ q_b \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f_a \\ f_b \end{Bmatrix} \quad (22)$$

Tuto soustavu rozepíšeme a vypočítáme ze vztahu :

$$\{ q_b \} = [K_{bb}]^{-1} \{ f_b \} - [K_{ba}] \{ q_a \} \quad (23)$$

$$\{ f_a \} = [K_{aa}] \{ q_a \} + [K_{ab}] \{ q_b \} \quad (24)$$

Z rovnice (23) vypočítáme neznámé posuvy , z rovnice (24) reakce v podpěrách . Nejčastěji bývají podepření nepoddajná , tj. $\{ q_a \} = \{ 0 \}$. Potom platí :

$$\{ u_b \} = [K_{bb}]^{-1} \{ f_b \} \quad (25)$$

$$\{ f_a \} = [K_{ab}] \{ u_b \} \quad (26)$$

Matice $[K_{bb}]^{-1}$ je matice poddajnosti konstrukce .

Způsob skládání matice tuhosti podle vztahu (21) vyplývá ze skutečnosti , že součet vnitřních reakcí přenášených do konstrukce v určitém uzlu je staticky ekvivalentní s vnější silou , která tento uzel zatěžuje . Načteme-li vektory $\{ f^{(e)} \}$ do předem vynulovaného pole $n \times 1$, dostaneme vztah :

$$\{ f \} = \sum_{e=1}^N \{ f^{(e)} \} = \sum_{e=1}^N [K^{(e)}] \{ u \} = [K] \{ u \} \quad (27)$$

Platí pro vektory n -té dimenze s indexy složek podle globálního číslování stupňů volnosti . Vztah (22) je jen rozepsaným vztahem (20) a vztahy (22) a (23) jsou jeho důsledkem .

Obecněji vycházíme nikoli z přirozeného stavu tělesa (bez napětí a bez přetvoření) , ale z předpokladu , že v tělese existuje nějaké počáteční poměrné přetvoření $\{ \varepsilon_0 \}$ a také počáteční napětí $\{ \sigma_0 \}$. Hookův zákon v takovém případě má tvar :

$$\{ \sigma \} - \{ \sigma_0 \} = [E] (\{ \varepsilon \} - \{ \varepsilon_0 \}) \quad (28)$$

Tyto rovnice nahradí rovnici (10) .

Např. rozdíl $t = t(x,y,z)$ skutečné a referenční teploty tělesa vyvolá v isotropním tělese počáteční poměrnou deformaci :

$$\{ \varepsilon_i \} = \alpha t [1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0]^T \quad (29)$$

Je totiž $\varepsilon_x = \varepsilon_y = \varepsilon_z = \alpha t$, $\gamma_{xy} = \gamma_{yz} = \gamma_{zx} = 0$. Zde α znamená délkovou roztažnost . Kdybychom nedovolili žádné přetvoření tělesa , bylo by $\{ \varepsilon \} = \{ 0 \}$ a vlivem teplotního pole by vznikla počáteční napjatost :

$$\{ \sigma_i \} = -[E]\{ \varepsilon_i \} \quad (30)$$

Teplotní pnutí můžeme do výpočtu zahrnout tak , že v rovnici (28) položíme buď :

$$\{ \sigma_0 \} = \{ 0 \} \quad , \quad \{ \varepsilon_0 \} = \{ \varepsilon_i \} \quad (31)$$

nebo

$$\{ \sigma_0 \} = \{ \sigma_i \} \quad \quad \quad \{ \varepsilon_0 \} = \{ 0 \} \quad (32)$$

Výsledek je v obou případech shodný .

Dosadíme-li (28) do variace deformační energie dostaneme :

$$dU = \int_V \{ d\varepsilon \}^T \{ \sigma \} dV \quad (33)$$

S použitím vztahu $\{\delta \epsilon\} = [B]\{\delta q\}$ podle (13) vyjde a s použitím rovnice (15) :

$$dU = \{\delta q\}^T \left(\int_V [B]^T \{\sigma_0\} dV + [K]\{q\} - \int_V [B]^T [E]\{\epsilon_0\} dV \right) \quad (34)$$

Tento výraz se musí rovnat variaci $dW = \{\delta q\}^T \{f\}$ potenciálu vnějších sil .

Místo rovnice (20) pak dostaneme složitější vztah :

$$[K]\{q\} = \{f\} + \{f_e\} + \{f_\sigma\} \quad (35)$$

kde

$$\{f_e\} = \int [B]^T [E]\{\epsilon_0\} dV \quad (36)$$

$$\{f_\sigma\} = - \int_V [B]\{\sigma_0\} dV \quad (37)$$

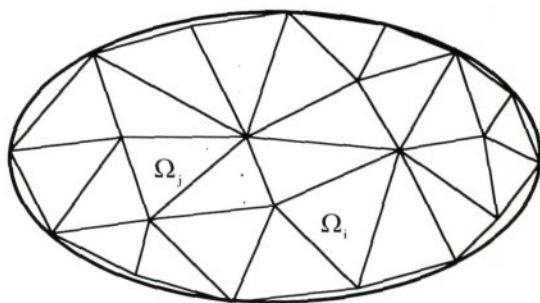
jsou vektory zobecněných sil představujících počáteční přetvoření , popř. počáteční napětí . Přičítáme je k vnějším zobecněným silám $\{f\}$. Všechny tyto zobecněné síly se vztahují k zobecněným posuvům $\{q\}$ v uzlových bodech . Za zobecněné posuvy nejčastěji volíme skutečné posuvy uzlových bodů , mohou to však být hodnoty parciálních derivací v uzlových bodech anebo i pouhé parametry bez přímého fyzikálního významu .

Vztah (35) nebo jednoduší vztah (20) představuje soustavu lineárních algebraických rovnic pro neznámé posuvy $\{q\}$. Některé posuvy mohou vyplývat z podmínek uložení tělesa , ostatní pak můžeme vypočítat v závislosti na daném zatížení tělesa . Nejde-li o jednotlivá tělesa , ale o jejich soustavu , skládáme matice tuhosti příslušné jednotlivým tělesům stejně , jako by jsme skládali elementární matice tuhosti jednotlivých konstrukčních prvků do globální matice tuhosti platné pro celou konstrukci .

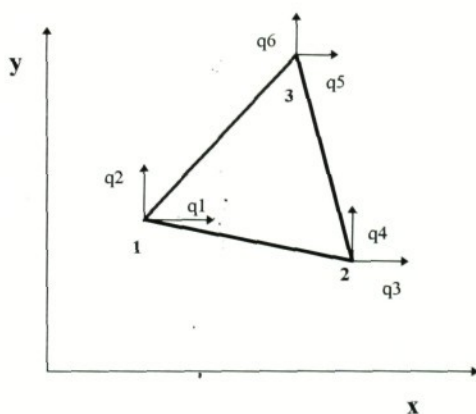
Úspěch metody závisí na tom , jak zvolíme matici $[A(x,y,z)]$. Jeden z možných postupů nyní budu demonstrovat , a to na příkladu rovinné definiční oblasti Ω (viz . obr .) . Zvolené uzlové body spojíme sítí , která rozdělí oblast Ω na podoblasti - konečné prvky - takové , že :

$$\Omega_1 \cup \Omega_2 \cup \Omega_3 \cup \dots \cup \Omega_n \cong \Omega \quad (38)$$

$$\Omega_i \cup \Omega_j = 0 \quad (\text{pro } i \neq j) \quad (39)$$



Obr. 2. : Rovinná definiční oblast Ω



Obr. 3. : Trojúhelníkový prvek ve stavu rovinné napjatosti

Nejjednodušší je trojúhelníková síť . Obecně však může být složitější , může být i křivočará , zpravidla však taková , abychom ji dovedli po částech popsat polynomy nízkých stupňů . Vztah (2) nyní definujeme pro každý konečný prvek zvlášť , a to tak , aby do tohoto vztahu vstupovaly jen posuvy těchto uzlových prvků (bodů) , které jsou na hranici prvku (nebo výjimečně také uvnitř prvku) .

Výpočet ukážeme na příkladu trojúhelníkového prvku , který je ve stavu rovinné napjatosti viz. obr. 3 . Hookův zákon má v tomto případě tvar (podle [8]):

Pro isotropní material :

$$\begin{Bmatrix} \sigma \\ \sigma \\ \tau \end{Bmatrix} = \frac{E}{1 - \mu^2} \begin{bmatrix} 1 & \mu & 0 \\ \mu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1 - \mu}{2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (40)$$

Pro anisotropní material :

$$\begin{Bmatrix} \sigma \\ \sigma \\ \tau \end{Bmatrix} = \frac{1}{1 - \mu_1 \mu_2} \begin{bmatrix} E_1 & \mu_2 E_1 & 0 \\ \mu_1 E_2 & E_2 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1 - \mu_1 \mu_2}{1} G \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (41)$$

Protože vektor $\{ u \}$ obsahuje dvě neznámé funkce , tedy posuv u_x ve směru osy X a posuv u_y ve směru osy Y a protože trojúhelníkový prvek na obr. 3. má pouze šest stupňů volnosti , mohou interpolační polynomy mít pro každou funkci jen tři součinitele . Zvolíme je co nejnižšího stupně , tedy lineární polynomy potom jsou :

$$u_x = a_1 + a_2 x + a_3 y \quad (42)$$

$$u_y = a_4 + a_5 x + a_6 y \quad (43)$$

Počet neznámých součinitelů a_1 až a_6 musí totiž souhlasit s počtem posuvů v uzlových bodech q_1 až q_6 , abychom je mohli vzájemně jednoznačně přiřadit, jak bude dále ukázáno. Rovnici (42) (43) můžeme zapsat pomocí matice takto :

$$\{u\} = \begin{Bmatrix} u_x \\ u_y \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x & y & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & x & z \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_6 \end{Bmatrix} \quad (44)$$

Tomuto vztahu musí vyhovovat i posuvy uzlových bodů o souřadnicích (x_1, y_1) , (x_2, y_2) , (x_3, y_3) a dostaneme např. :

$$q_1 = u_x(x_1, y_1), \quad q_2 = u_y(x_1, y_1) \quad (45)$$

a matici :

$$\begin{Bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ q_4 \\ q_5 \\ q_6 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x_1 & y_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & x_1 & y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & x_2 & y_2 \\ 1 & x_3 & y_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & x_3 & y_3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \\ a_5 \\ a_6 \end{Bmatrix} \quad (46)$$

Z rovnice (46) vypočteme součinitele a_1 až a_6 dosadíme je do vztahu (44). Dostaneme tak vztah (2). Výsledek můžeme zapsat užitím tvarových funkcí $\varphi_i(x, y)$ ve tvaru :

$$[A] = \begin{bmatrix} \varphi_1 & 0 & \varphi_2 & 0 & \varphi_3 & 0 \\ 0 & \varphi_1 & 0 & \varphi_2 & 0 & \varphi_3 \end{bmatrix} \quad (47)$$

kde např. :

$$\varphi_1 = \frac{x(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y) + x_3(y - y_2)}{x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)} \tag{48}$$

Ostatní tvarové funkce dostaneme cyklickou záměnou indexů . Mezi vektorem $\{ \varepsilon \}$ a $\{ u \}$ existuje podle (4) , (5) , (6) , (7) vztah :

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{d}{dx} & 0 \\ 0 & \frac{d}{dy} \\ \frac{d}{dy} & \frac{d}{dx} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} u_x \\ u_y \end{Bmatrix} \tag{49}$$

který stručně запиšeme v rovnici :

$$\{ \varepsilon \} = [\mathfrak{R}] \{ u \} \tag{50}$$

Maticí $[B]$ pak dostaneme , když matici $[A]$ vynásobíme operátorem $[\mathfrak{R}]$. Dostaneme :

$$[B] = \begin{bmatrix} \frac{d\varphi_1}{dx} & 0 & \frac{d\varphi_2}{dx} & 0 & \frac{d\varphi_3}{dx} & 0 \\ 0 & \frac{d\varphi_1}{dy} & 0 & \frac{d\varphi_2}{dy} & 0 & \frac{d\varphi_3}{dy} \\ \frac{d\varphi_1}{dy} & \frac{d\varphi_1}{dx} & \frac{d\varphi_2}{dy} & \frac{d\varphi_2}{dx} & \frac{d\varphi_3}{dy} & \frac{d\varphi_3}{dx} \end{bmatrix} \tag{51}$$

Pokud vypočteme matici tuhosti $[K]$ podle vztahu (15) , budeme mít prvky:

$$k_{11} = C_1 y_{32}^2 + C_2 x_{32}^2$$

$$k_{12} = k_{21} = - C_1 \mu y_{32} x_{32} - C_2 x_{32} y_{32}$$

$$k_{13} = k_{31} = - C_1 y_{32} y_{31} + C_2 x_{32} y_{31}$$

$$k_{15} = k_{51} = C_1 y_{32} y_{21} + C_2 x_{32} y_{21}$$

$$k_{16} = k_{61} = - C_1 \mu y_{32} x_{21} - C_2 x_{32} y_{21}$$

$$k_{22} = C_1 x_{32}^2 + C_2 y_{32}^2$$

$$k_{23} = k_{32} = C_1 \mu x_{32} y_{31} + C_2 y_{32} x_{31}$$

$$k_{24} = k_{42} = - C_1 x_{32} x_{31} - C_2 y_{32} y_{31}$$

$$k_{25} = k_{52} = - C_1 \mu x_{32} y_{21} - C_2 y_{32} x_{21}$$

$$k_{26} = k_{62} = C_1 x_{32} x_{21} + C_2 y_{32} y_{21}$$

$$k_{33} = C_1 y_{31}^2 + C_2 x_{31}^2$$

$$k_{34} = k_{43} = - C_1 \mu y_{31} x_{31} - C_2 x_{31} y_{31}$$

$$k_{35} = k_{53} = - C_1 y_{31} y_{21} - C_2 x_{31} x_{21}$$

$$k_{36} = k_{63} = C_1 \mu y_{31} x_{21} + C_2 x_{31} y_{21}$$

$$k_{44} = C_1 x_{31}^2 + C_2 y_{31}^2$$

$$k_{45} = k_{54} = C_1 \mu x_{31} y_{21} + C_2 y_{31} x_{21}$$

$$k_{46} = k_{64} = - C_1 x_{31} x_{21} - C_2 y_{31} y_{21}$$

$$k_{55} = C_1 y_{21}^2 + C_2 x_{21}^2$$

$$k_{56} = k_{65} = - C_1 \mu y_{21} x_{21} - C_2 x_{21} y_{21}$$

$$k_{66} = C_1 x_{21}^2 + C_2 y_{21}^2$$

$$C_1 = Eh/4(1 - \mu^2)A$$

$$C_2 = Eh/8(1 - \mu)A$$

$$A = \frac{1}{2} (x_{21} y_{32} - x_{32} y_{21})$$

$$x_{ij} = x_i - y_j$$

$$y_{ij} = y_i - x_j \quad (i, j = 1, 2, 3)$$

kde A je plocha trojúhelníka , h je jeho tloušťka .

Má-li metoda konečných prvků konvergovat k přesnému řešení , musí síť těchto prvků splňovat určité požadavky . Obsahuje-li funkcionál , jehož stacionární hodnotu hledáme , derivace nejvyššího řádu m , má diferenciální rovnice popisující danou úlohu řád $2m$. Pak se požaduje , aby aproximace posuvů uvnitř prvků byla spojitá až do derivace řádu m , kdežto na hranicích mezi prvky se žádá spojitost do řádu $m - 1$. Funkční prostor , z něhož aproximaci vybíráme , musí být úplný v tomto smyslu , že každá derivace , která je ve funkcionálu , může být aproximována s libovolnou přesností . Aproximace posuvů musí být taková , aby umožňovala vytvořit v prvku homogenní pole poměrné deformace , jakož i libovolný malý posuv nedeformovaného prvku . Nutnou podmínkou konvergence je , aby při posuvech $\{q\}$, které odpovídají homogennímu poli přetvoření , vyšli z rovnice (20) síly f_i ve všech vnitřních uzlech definiční oblasti nulové . Konvergence znamená , že se zjemněním sítě se řešení přiblíží - v určité normě - blíže k přesnému řešení . Jsou-li uvedené požadavky splněny , vycházejí z přibližného řešení posuvy zpravidla menší nebo stejné , jaké poskytuje přesné řešení . Přesněji řečeno , přibližné řešení se k přesnému přibližuje v dané normě zdola .

Zaručená konvergence ještě neznamená , že přesnost výsledků je při dané síti dostatečná . Někdy se při stejné síti dosáhne přesnějšího řešení méně přesnou (rigorózním) postupem (např. nedokonalou numerickou integrací s použitím malého počtu Gaussových bodů nebo užitím nekonformních prvků , které nesplňují všechny požadavky spojitosti) . Řešení může být sice v takovém případě přesnější , avšak ztrácí vlastnosti ohraničení přesného modelu tělesa . Je žádoucí , aby matematický model mohl dostatečně věrně vystihnout deformaci tělesa . Například volbou jednostranně protáhlých prvků vneseme do modelu určitou anizotropii a tím zhoršíme přesnost řešení .

Metoda konečných prvků se v teoretické pružnosti aplikuje zejména na úlohy jednorozměrné nebo dvojrozměrné oblasti (pruty , desky , skořepiny) . Přírůstkovou metodu , tj. řešení posloupnosti linearizovaných úloh lze řešit i některé prostorové úlohy tak , že se složí z několika řešení , uskutečněných v dvojrozměrné oblasti . Řešení obecných prostorových úloh je podstatně náročnější a v běžné literatuře se většinou ani neuvádí .

2.3.PEVNOSTNÍ ANALÝZA VÝROBKŮ Z PLASTŮ [4 , 5]

Chování plastů se při působení sil a teplot zásadně liší od chování kovů . V případě plastů rozeznáváme několik stavů , v nichž se mohou nacházet . Pro sklovitý stav (pod teplotou skelného přechodu T_g) je charakteristická ideálně elastická deformace - okamžitě pružná , pro kaučukovitý stav (nad T_g) viskoelastická deformace - zpožděně pružná , a pro viskózní stav (pouze u termoplastů - u amorfních nad teplotou měknutí T_f , u semikrystalických nad teplotou tání krystalů T_m) plastická deformace - trvalá .

Z toho vyplývá , že oblast funkčního použití u reaktoplastů a amorfních termoplastů je ve stavu sklovitém , u semikrystalických ve stavu kaučukovitém (týká se pouze amorfni oblasti) .

Všechny dále uváděné úvahy a výpočty se vztahují na homogenní (isotropní) materiály . Platí to i u materiálů s plnivý prostorově neuspořádanými , která se v makroskopickém měřítku chovají také téměř isotropně .

2.3.1.Základy pevnostní analýzy [4 , 5 , 8 , 9 , 10 , 11]

Plasty jsou viskoelastické materiály u nichž se jejich mechanické chování vyjadřuje na základě analogie mezi teorií lineární pružnosti a teorií lineární viskoelasticity . Druhá teorie platí pouze pro tu oblast zatěžování , kde modul pružnosti materiálu závisí pouze na teplotě a čase , nikoliv na velikosti působícího napětí . Je to oblast přímkového průběhu závislosti $\sigma - \varepsilon$, kde poměrná deformace $\varepsilon < 1$.

Podle zmíněné analogie provádíme pevnostní výpočty na základě vztahů teorie pružnosti a pevnosti jako při známých výpočtech kovových součástí s tím rozdílem , že modul pružnosti E nepovažujeme za materiálovou konstantu , ale za funkci teploty a času . Při větších deformacích závisí modul pružnosti také na velikosti působícího napětí a pak je chování plastů nelineárně viskoelastické . Potom upravujeme Hookův zákon do tvaru :

$$\sigma = \varepsilon_{\text{celk.}} \cdot E_k \quad (52)$$

kde σ působící napětí [MPa],

$\varepsilon_{\text{celk.}}$ je celkové měrné prodloužení (celková deformace) [1]

E_k je konstrukční (zdánlivý) modul pružnosti [MPa] daného plastu závislý na teplotě , době působení a velikosti napětí , na frekvenci zatěžování při dynamickém namáhání atd .

Celková deformace je rovna součtu deformace ideálně elastické (ε_1), viskoelastické (ε_2) a plastické (ε_3) :

$$\varepsilon_{\text{celk.}} = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 \quad (53)$$

Protože se při běžném zatěžování pohybujeme v oblasti malých deformací (většinou platí $\varepsilon_{\text{celk.}} < 1\%$, tj. oblast lineární viskoelasticity) , pak zmíněná analogie a Hookův zákon platí s dostatečnou přesností .

Dosavadní úvahy platily pro normální napětí (tah) , nyní provedeme totéž u smykového napětí :

$$\tau = \gamma \cdot G \quad (54)$$

kde τ je smykové napětí [MPa]

γ je zkos [1]

G je modul pružnosti ve smyku [MPa]

Závislost mezi E a G je dána vztahem $E = 2 \cdot G(1 + \mu)$. Poissonovo číslo μ je v rozmezí 0.3 - 0.35 u tuhých plastů a u měkkých v rozmezí 0.45 - 0.5 , μ se zvětšuje také u všech plastů s rostoucí teplotou (pro oblast měknutí je $\mu = 0.5$) a s velikostí a dobou působení mechanického napětí .

V případě vlastní analýzy se zaměřujeme na působení napětí a deformací :

- v případě pro napětí platí , že skutečné vypočtené napětí má být menší než dovolené napětí $\sigma_{\text{Dov.}}$. Dovolené napětí odvozujeme od meze kluzu R_e , pokud daný plast má za uvažovaných provozních podmínek výraznou mez kluzu (např. houževnaté termoplasty) . Nemá-li plast výraznou mez kluzu , odvozujeme dovolené napětí od meze pevnosti R_m (např. křehké termoplasty plněné skelnými vlákny a reaktoplasty) . Při vyšších teplotách nebo při dlouhodobém statickém

zatižení nebo dynamickém namáhání hodnoty R_e a R_m klesají, R_e někdy přestává být výrazná. Kromě toho jsou hodnoty R_e , R_m a σ_{Dov} nepříznivě ovlivněny vlhkostí, měnící se teplotou, chemikáliemi, UV zářením atd.

Pro jednoosé napětí při krátkodobém namáhání za normální teploty bereme dovolené napětí přibližně takto:

$$\sigma_{Dov} = 0.4 R_e \text{ u semikrystalických termoplastů nad } T_q$$

$$\sigma_{Dov} = 0.8 R_e \text{ nebo } 0.8 \sigma_m \text{ u plastů pod } T_q$$

U víceosé napjatosti, dané hlavními napětími $\sigma_1 \leq \sigma_2 \leq \sigma_3$, je možno vypočítat ekvivalentní (reduované) napětí σ_{ekv} podle těchto pevnostních hypotéz:

1) UNIVERZÁLNÍ HYPOTÉZA

Za ekvivalentní napětí lze zvolit výraz:

$$\sigma_{ekv} = \frac{\sigma_{Pt}}{\sigma_{Pd}} \sigma_i + \left(1 - \frac{\sigma_{Pt}}{\sigma_{Pd}} \right) \sigma_1 \quad (55)$$

kde σ_i je intenzita napětí, kterou vypočítáme ze vztahu:

$$\sigma_i = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2} \quad (56)$$

nebo

$$\sigma_i = \sqrt{(\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sigma_z^2 - \sigma_x \sigma_y - \sigma_y \sigma_z - \sigma_z \sigma_x + 3\tau_{xy}^2 + 3\tau_{yz}^2 + 3\tau_{zx}^2)} \quad (57)$$

kde σ_i je největší hlavní napětí, o němž předpokládáme, že je tahové. U křehkých materiálů je pevnost v tlaku značně větší než pevnost v tahu a podmínka (55) se blíží Rankinově ($\sigma_{ekv} = \sigma_1$). U houževnatých materiálů je $\sigma_{Pd} = \sigma_{Pt}$ a vztah (55) přechází v Misesovu hypotézu ($\sigma_{ekv} = \sigma_i$)

Aby nebylo nutné určovat hlavní napětí , předpokládá se někdy pro ekvivalentní vztah :

$$\sigma_{ekv} = \frac{1}{2} \left[\left(1 + \frac{\sigma_{Pt}}{\sigma_{Pd}} \right) \sigma_i + \left(1 - \frac{\sigma_{Pt}}{\sigma_{Pd}} \right) (\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z) \right] \quad (58)$$

Vztahy (55) a (58) však nejsou rovnocenné .

1) Pro křehké plasty se používá Mohrova hypotéza , která je vhodná na aplikace typu :

- krátkodobé zatěžování pod T_q ,
 - působení slunečního záření,
 - tenzoaktivní prostředí (mez pevnosti v tlaku R_{mt} je větší než v tahu R_m) ,
- pak :

$$\sigma_{ekv} = \sigma_3 - \frac{\sigma_1}{m} , \text{ kde } m = \frac{R_{mt}}{R_m} \quad (59)$$

2) Pro houževnaté plasty používáme hypotézy :

- a) HMH (Huber-Missee-Hecky)
- b) Trescovu (Guestovu)

Které se používají při dlouhodobém zatěžování okolo T_g a pod. , kde mez pevnosti v tlaku a tahu jsou přibližně stejné .

a) HMH pak podle této hypotézy platí , že dvě napětí jsou ekvivalentní , shodují-li se jejich intenzity napětí nebo-li rovnají-li se jejich distorzní energie . A podle této hypotézy dochází k prvnímu plastickému přetvoření v okamžiku , kdy intenzita napětí dosáhne meze kluzu .

$$\sigma_e = \sigma_i \quad (60)$$

$$\sigma_{\text{ekv}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 (\sigma_2 - \sigma_3)^2 (\sigma_3 - \sigma_1)^2} \quad (61)$$

Distorzní energie je část deformační energie, která při stálém objemu přísluší změna tvaru. Hustota deformační energie se rovná :

$$\Lambda = \Lambda_1 + \Lambda_2 \quad (62)$$

kde je : Λ_1 ...dilatační energie tj. energie příslušná změně objemu
 Λ_2 ...distorzní energie tj. energie příslušná změně tvaru při stálém objemu

Pro Λ_1 platí, že :

$$\Lambda_1 = \frac{3}{2} s e \quad (63)$$

kde s je tzv. hydrostatická složka

$$s = \frac{(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z)}{3} \quad (64)$$

a e střední deformace

$$e = \frac{(\varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z)}{3} \quad (65)$$

Pro Λ_2 platí, že :

$$\Lambda_2 = \frac{1}{2} s_{ij} e_{ij} \quad (66)$$

kde s_{ij} ... je deviator napětí
 e_{ij} ... je deviator přetvoření .

b) Guestova hypotéza, která dává výsledky s větší bezpečností :

$$\sigma_{\text{ekv}} = \sigma_3 - \sigma_1 \quad (67)$$

nebo-li , že dvě napětí jsou vzájemně ekvivalentní , jestliže se shodují maximální smyková napětí .

Dále by mělo platit , že redukované napětí je menší nebo rovné dovolenému napětí $\sigma_{ekv} \leq \sigma_{dov}$.

V případě deformací by mělo platit , že celková skutečná deformace ϵ_{celk} je menší nebo rovna dovolené deformaci ϵ_D pro daný materiál . Dovolená deformace se interpretuje tak , že v materiálu nevznikne trvalá deformace . Maximální dovolená deformace je nanejvýš rovna kritické deformaci ϵ_{kr} , a pak tedy platí :

$$\epsilon_{celk} \leq \epsilon_D = \epsilon_{kr} \quad (68)$$

Při jednoosé napjatosti se ϵ_{celk} vypočítá z upraveného Hookova zákona podle rovnice (53) . Při víceosé napjatosti (σ_1 , σ_2 , σ_3) se celková deformace vypočte postupně pro všechny tři směry os hlavních normálových napětí . Potom dostaneme ϵ_{celk1} , ϵ_{celk2} , ϵ_{celk3} podle zobecněného Hookova zákona (53) . Pro největší hodnotu jednotlivých osových deformací by mělo platit , že tato hodnota je menší než dovolená deformace (respektive kritická)

Je třeba připomenout , že při výpočtech nebereme v úvahu např. vliv orientace makromolekul , nestabilitu struktury , vnitřní pnutí , které byly v materiálu vneseny již při zpracování . Může dojít k tomu , že obsažené vnitřní pnutí v některém výstřiku při aplikaci malého vnějšího zatížení , jenž vyvolá napětí , které je pod hodnotou dovoleného napětí , vyvolá v materiálu tak velké napětí , že dojde k překročení meze pevnosti .

3. ALGOR - popis programu

Program ALGOR je softwarový produkt americké firmy sídlící v Pittsburghu ve státě Pensylvánie . Tento program je určen k řešení řady problémů inženýrské praxe , jako je analýza mechanických napětí a deformací ve strojních součástech , k řešení teplotního a tepelného přenosu , laminárního proudění, pro analýzu elektrostatických polí , mechanických napětí a deformací potrubních systémech , ke které se využívá metoda konečných prvků . Dále lze řešit kinematickou a dynamickou analýzu mechanismů .

Analýza součásti metodou konečných prvků je perfektním nástrojem pro optimalizaci konstrukčního prvku během provádění vlastního navrhování . Pro analýzu zadané součásti se používá model vytvořený přímo , použitím vlastního 3D kreslicího programu , nebo lze použít 3D výkres např. formátu AutoCAD (dxf) , na kterém se automaticky vygeneruje síť konečných prvků potřebná pro analýzu . Celý výpočet probíhá plně automaticky na základě zadání vstupních podmínek (počáteční podmínky) :

- zatěžující síly ,
- místa uchycení ,
- materiálové vlastnosti ,
- typ sítě konečných prvků atd.

Tento software pracuje pod systémem DOS na počítačích PC 386 s koprocесorem a vyšších . Pro opravdu efektivní využití je , však potřeba počítač s procesorem Pentiu a alespoň se 16MB operační pamětí a 120MB volného místa na HD počítače .

Vlastní program je rozdělen do více modulů , které umožňují částečně minimalizovat potřebné finanční prostředky tím , že si zákazník zakoupí pouze ty moduly , které využije . Navíc lze rozdělit moduly na :

- základní moduly : které jsou kompletní programy pro analýzu daného oboru , včetně 3D kreslicího programu . Mezi základní moduly patří :

- a) lineární napěťová analýza
- b) analýza lineárního napětí , vibrací a změn tvaru
- c) analýza ustáleného tepelného přenosu
- d) analýza 2D ustáleného proudění tekutin
- e) analýza elektrostatických polí

- přídatné moduly : pomocné programy rozšiřující možnosti základních modulů . Tyto přídatné moduly jsou :

- a) nelineární napěťová analýza
- b) nestacionární sdílení tepla
- c) 3D proudění tekutin

- d) 2D neustálené proudění tekutin
- e) náhodné kmitání
- f) frekvenční odezvy
- g) kompozitní materiály
- h) řešení vzpěru
- k) automatické generování 3D sítí

Dále jsou dodávány jako samostatné programy tyto aplikace , které dále rozšiřují možnosti tohoto produktu firmy ALGOR Inc. :

- a) analýza kinematických a dynamických stavů u pohybujících se těles
- b) analýza namáhání potrubí a jejich podpěr
- c) program EAGLE pro parametrické modelování a zhotovení uživatelských nadstaveb

3.1. TVORBA MODELU - PREPROCESSING [1 , 6 , 7]

Základním principem metody konečných prvků je nahrazení geometrického tvaru tělesa sítí prvků . Stavba sítě se skládá z uzlových bodů , které vytvářejí základní tvar prvku a to buď trojúhelník nebo čtyřúhelník . Jediným omezením je podmínka , že úhel mezi jednotlivými stranami musí být ostrý . Těmito základními prvky lze vygenerovat celý zkoumaný tvar tělesa .

Preprocessingem se nazývá ta část postupu modelování , která předchází vlastnímu tvoření modelu tělesa . Zde se vlastně rozhoduje o rychlosti vytvoření celého modelu , kvalitě nahrazení geometrie tělesa a z toho plynoucí přesnost a kvalita výsledku .

Při nahrazení geometrického tvaru tělesa sítí prvků lze využít technik kreslení 3D tělesa , které kreslicí program umožňuje a to např. kopírování , posouvání , otáčení atd . Tyto techniky na jedné straně velice usnadňují vytváření tělesa , ale kladou také i určité nároky na pracovníka , který tuto síť vytváří . Vždy by se měl brát v úvahu několik kroků dopředu , které budou následovat , aby špatně zvolený postup nebo síť celou práci značně neztížili popř. aby se následné vytváření modelu stalo neuskutečnitelným .

Dalším ze základních pravidel je nevytvářet zbytečně hustou síť , která nezlepší přesnost výpočtu , pouze značně zvýší nároky na hardware a podstatně prodlouží dobu potřebnou k výpočtu .

Dále se využívá techniky kreslení , která skupině bodů přiřadí určitou :

- barvu (color)
- skupinu (group)
- hladinu (layer)

více o technice kreslení využívající tyto možnosti v části [4.1.1]

Správné zvolení postupu vytváření modelu je však také otázkou zkušenosti a dobou potřebnou k zapracování pro snadné ovládání tohoto softwaru .

3.2. SUPERDRAW II [1 , 6 , 7]

Grafický preprocesor SUPERDRAW II je jednoduší CAD program umožňující tvorbu 2D a 3D objektů a následné připojení počátečních podmínek a zatěžujících sil včetně zvolení materiálu výrobku a způsobu jeho zatěžování v průběhu času .

Jestliže systém menu není otevřen , spustíme ho příkazem "menus" z příkazové řádky operačního systému . SUPERDRAW II spustíme z hlavního menu ALGORU například otevřením submenu " A) Modeling , Rendering , and Visualing " a volbou položky "SUPERDRAW II" . Grafické prostředí je tvořeno roletovým menu , které se zobrazí v levé části obrazovky v podobě svislého pruhu . Klávesy F1 - F10 přepínají různá submenu , která se zobrazují v pravé části obrazovky . Klávesy F1 - F10 mají tyto funkce :

- F1 - pomoc (HELP)
- F2 - krok zpět (UNDO)
- F3 - nastavení klávesnice , myši , souřadného systému (INP)
- F4 - nastavení velikosti kroku (SNAP)
- F5 - nastavení barev , skupiny , hladiny a textu (CUR)
- F6 - přepínače (SWTC)
- F7 - přepínač vzhledu kříže (BIG)
- F8 - hlavní menu (vlastní kreslicí část) (MENU)
- F9 - hlavní menu - skok vždy do 1.úrovně (TOP)
- F10 - nastavení pohledů , práce s kreslicí plochou (DRAW)

V SUPERDRAW II se vytvářený model skládá z uzlových bodů spojených úsečkami do trojúhelníků nebo čtyřúhelníků . Přičemž se postupuje tak , že model vytvořený ve 2D se kopírováním do třetí souřadnice stává prostorovým . Při konstrukci se dá zvolit řada pohledů , které usnadňují a ulehčují konstrukci .

Mezi zásady , které se musí dodržet při vytváření funkčního modelu patří :

- úsečka vytvářející model , může vést pouze z uzlového bodu do uzlového bodu
- nelze spojit dva body úsečkou , která by procházela dalším bodem
- při vytváření prostorového tělesa se jeho jednotlivé části napojují v uzlových bodech

Pro zadávání různých materiálových vlastností , působících sil , a napětí na jednotlivé části výrobku je možno přiřadit spojnicím dvou bodů tyto vlastnosti :

- barvu (color) - 10 druhů barev - přičemž , každé barva může znamenat různou vlastnost
- skupinu (group) - každé skupině se přiřazuje materiálová vlastnost více viz. dekodér
- hladina (layer) - pro data , které chceme vložit z jiných programů např. vložení modelu do ALGORU z AutoCADu .

3.3. DECODER [1 , 6 , 7 , 10]

V programu SUPERDRAWII jsme vytvořili výkres , který definuje polohu uzlů , konečné prvky , síly v uzlech a okrajové podmínky na modelu . Výkres modelu obsahuje pouze úsečky , textové řetězce a speciální symboly . Před tím , než může být model analyzován procesorem SSAP0 (pro lineární analýzu) popřípadě SSAP1 (pro nelineární analýzu) , musí být upraven do vhodného tvaru pro procesor .

Funkcí dekodéru je dekodovat geometrický model do vstupního souboru procesoru . Tento soubor obsahuje konečné elementy , uzly , materiálové vlastnosti , tlaky , síly v uzlech a další informace pro zvolený typ analýzy .

Dekodér spustíme buď příkazem "Transfer : Stress" přímo v procesoru SuperDrawII nebo z hlavního menu Algoru otevřením submenu "B)Linear Stress, Gap/Cable , and Buckling Analysis". Tím se dostaneme do programu decoder . Grafické prostředí je tvořeno roletovým menu v horní části obrazovky . Následujícím je uveden stručný popis základních funkcí decoderu .

Roletové menu je tvořeno řadou příkazů s těmito funkcemi :

FILE - slouží pro vkládání a ukládání zadaných hodnot podle příkazů zobrazeného submenu .

ELEMENTS - volba ve tvaru submemenu pro zadávání parametru prvku obsahující tyto příkazy :

a) Type - volba druhu elementu

<u>Izotropic</u>		<u>Orthotropic</u>	
Truss	(type 1)	Membrane	(3)
Membrane	(3)	2 - D Elasticity	(4)
2 - D Elasticity	(4)	Plate / Shell	(6)
Brick	(5)		
Plate / Shell	(6)		

b) Info - výběr křivosti síťového modelu

<u>Default - INT</u>	<u>Incompatible</u>
2nd Order - pro pravoúhlé elementy	Incompatible
3rd Order - částečně zakřivené elem.	No incompatible
4th Order - extrémně zakřivené elem.	

c) Group - zadání materiálových parametrů z nabídnuté tabulky

Name	- jméno materiálu
Density	- hustota zkoumaného materiálu [kg m ⁻³]
Young's	- modul pružnosti v tahu E [Mpa]
Poisson	- Poissonovo číslo μ [1]
Alpha	- teplotní délková roztažnost α [K ⁻¹]
G	- modul pružnosti ve smyku [Mpa] ; nemusí se zadávat program si dopočítá podle vzorce
$G = \frac{E}{2(1 + \mu)}$	

d) Color - zadání parametrů pro prvky nakreslené stejnou barvou

Tref	- pracovní teplota
Pressure (or density)	- působící tlak (nebo hustota)
Ktype	- způsob zatížení
0	- none ...nepůsobí nic
1	- uniform ... působí jednotlivé síly
2	- hydrostatic ... působí kapalina
Yref	- výška působící kapaliny

ANALYSIS - určení typu analýzy (dvě možnosti analýzy a nebo b)

a) static ... statická (zobrazí se tabulka , ve které jsou tyto položky)

Grav	- zadání gravitační konstanty podle jednotek výkresu (pro jednotky SI a naši zeměpisnou šířku $g = 9.8065 \text{ m s}^{-2}$)
Ax	- zrychlení v ose x
Ay	- zrychlení v ose y
Az	- zrychlení v ose z (Az = -1grav. zrychlení působí v záporném směru osy z)

b) modal ... frekvenční

GLOBAL - výběr zatěžujících stavů pro analýzu modelu

a) Load Case - definování zatěžovacích stavů pomocí těchto parametrů :

LC - vyplní se tolik řádků , kolikrát jsme modifikovali zatěžující podmínky modelu. max. množství je 9 . Při povolení výpočtu pro nenadefinovaný LC může dojít k chybě programu a ukončení výpočtu .

- A(press) - tlak působí na model ano , ne (1 , 0)
- B(accel) - zrychlení ; 0-1 zda se zrychlení uvažuje nebo ne
- C(disp) - použití okrajových prvků ano , ne (1 , 0)
- D(therm) - vliv teploty

b) Gap - zadání podmínek tření

DECODE - výběr parametru dekodéru a způsobu výpočtu :

- All - zadání pro celý výpočet
- Tolerance - zvolení velikosti tolerance při kreslení modelu
- Run - spuštění dekodéru

QUIT - opuštění dekodéru

Při spuštění dekodéru následuje dekodování modelu , při kterém se objeví případné chyby při tvorbě modelu a v zadání parametrů . Proběhne-li dekodér bezchybně můžeme přejít k vlastnímu výpočtu .

3.4. PROCESSING - VÝPOČET [1 , 7 , 10]

V Algoru existuje celá řada procesorů , kterými se řeší různé typy analýz . Například processor SSAP0 pro lineární statickou analýzu , SSAP1 pro modální analýzu . Processor se spouští z hlavního menu programu otevřením submenu "B) Linear Stress , Gap/Cable , and Buckling Analysis" zadáním souboru pro analýzu a zadáním příkazu run . Dále probíhá výpočet podle algoritmu MKP , přičemž doba výpočtu je závislá na počtu prvků a zadáných parametrech modelu

Během výpočtu jsme informováni o probíhajících operacích jako je :

- velikost volné paměti HD , a požadavky na její velikost ,
- chyby při tvorbě modelu ,
- množství elementů modelu ,
- počet Load Case ,
- doba výpočtu .

3.5. POSTPROCESSING - GRAFICKÉ VYHODNOCENÍ [1 , 7 , 10]

Prohlížení výsledků analýzy je možno grafickým postprocesorem SuperView . SuperView spustíme z hlavního menu Algoru např. otevřením submenu "B) Linear Stress , Gap/Cable , and Buckling Analysis" a volbou položky "SuperView" a po načtení výsledků analýzy , máme možnost si prohlédnout vypočtené deformace , síly , momenty a napětí v grafické formě .

Mezi hlavní výstupy SuperView patří zobrazení polí mechanických napětí podle teorií :

- von Misses
- Tresca

a polí deformací s možností zobrazit deformace pouze do osy x , y , z , nebo celkovou deformaci .

Dále postprocessing umožňuje tvorbu animací , vytváření souborů pro tiskárnu , render atd.

4. PEVNOSTNÍ ANALÝZA VÝROBKŮ Z PLASTŮ

4.1. NÁDOBA [1 , 2 , 7]

Jedná se o často používaný výrobek u kterého dochází k praskání dna . Mám ověřit zda výskyt vady není z důvodu nevhodné konstrukce . Jedná se o klasický 10 l. nádobu vyráběnou vstřikováním .

ZÁKLADNÍ MATERIÁLOVÉ VLASTNOSTI

Materiál : Polypropylen

Hustota : 1000 kg m^3

Mez pevnosti v tahu : 40 MPa

Konstrukční modul pružnosti : 1400 MPa

Poissonovo číslo : 0.35

ROZBOR ŘEŠENÍ

Vytvořil jsem síťový model . Pro ověření výrobku jsem zvolil dva způsoby zatížení :

a) zatížení vodou o teplotě 20°C

b) zatížení vodou o teplotě 80°C a s vloženým tělesem , který zvýší zatížení

Výška referenční kapaliny byla v obou případech 0.25 m . Jiné síly než hydrostatický tlak na nádobu nepůsobili . Při zadávání okrajových podmínek jsem pro dno výrobku nepovolil posuv do os x , y , z a rotaci kolem těchto os .

ZADANÁ DATA V DEKODÉRU

Typ prvku : Brick 3rdOrder

Materiálové hodnoty

Density : $\rho = 1000 \text{ kg m}^3$

Young's : $E_k = 1.4 \text{ e}+9 \text{ MPa}$

Poisson : $\mu = 0,35$

Alpha : $\alpha = (\text{nezadaný})$

Nastavení barev

pro I. způsob zatížení

Tref : 20

Pressure (or density) : 2500

K type : 2

Y ref : 0,25

pro II. způsob zatížení

Tref : 80

Pressure : 3000

K type : 2

Y ref : 0,25

Typ analýzy : statická

$g = 9,80665$

$A_y = -1$

4.1.1. VYHODNOCENÍ VÝSLEDKŮ

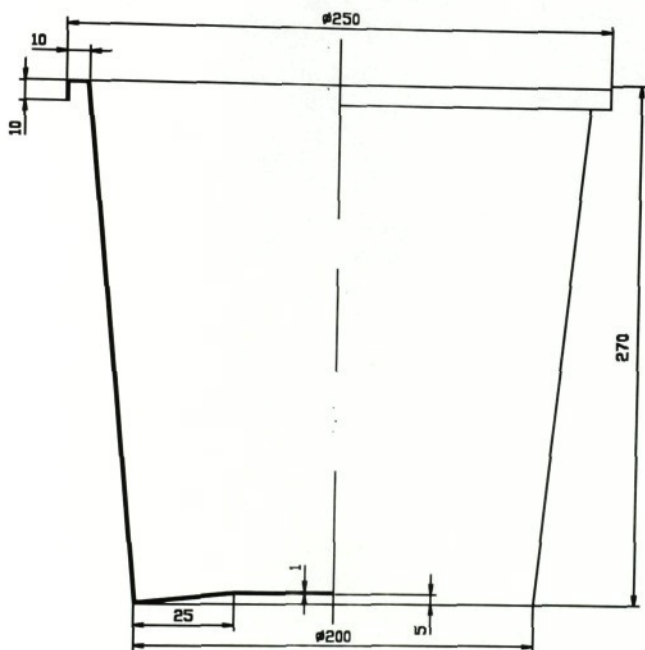
Jak pole deformací tak pole posuvů mají pouze jedno maximum . Toto maximum je ve středu dna výrobku jak můžeme sledovat na obrázcích 7 , 8 , 9 , 10 . Napětí je řešeno podle teorie Tresci , napětí podle HMH nejsou zobrazeny , protože se téměř neliší a napětí podle Tresci dává větší bezpečnost . Dovolené napětí se vypočítá podle

$$\sigma_{Dov} = 0.8 R_e$$

$$\sigma_{Dov} = 32 \text{ MPa}$$

Z přiložených obrázků napětí je zřejmé , že případné vady výrobku nemohou vznikat pouze z důvodu zatížení , protože zatížení vyvolá daleko menší napětí než je napětí dovolený . Případný vznik vady je zapříčiněn sečtením vlivu napětí od zatížení a vnitřního napětí vzniklého při chladnutí výstřiku .

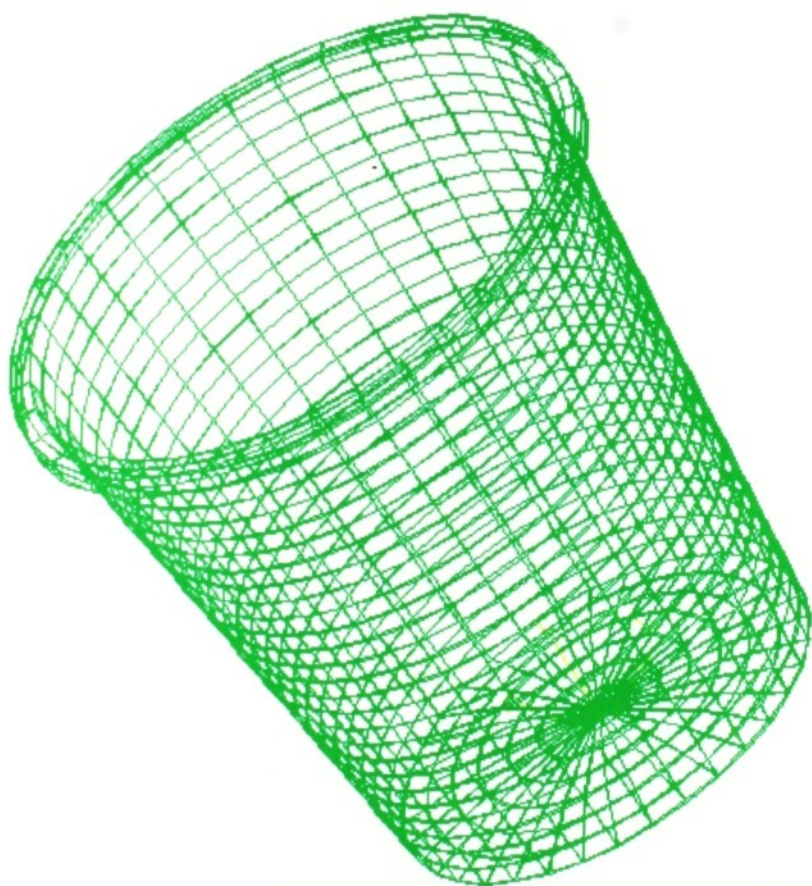
Vzniku vady by zabránila optimalizace chladicího cyklu a případné zesílení dna výrobku .



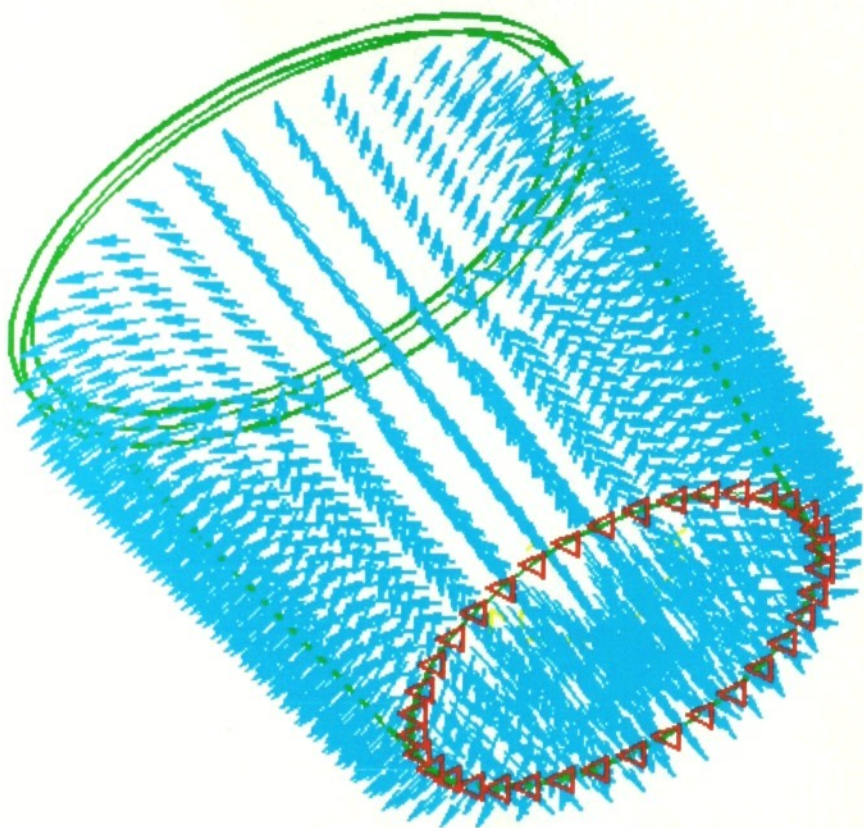
Obr.Í1 Rozměry kbelíku

Počet prvků elementu : 2360

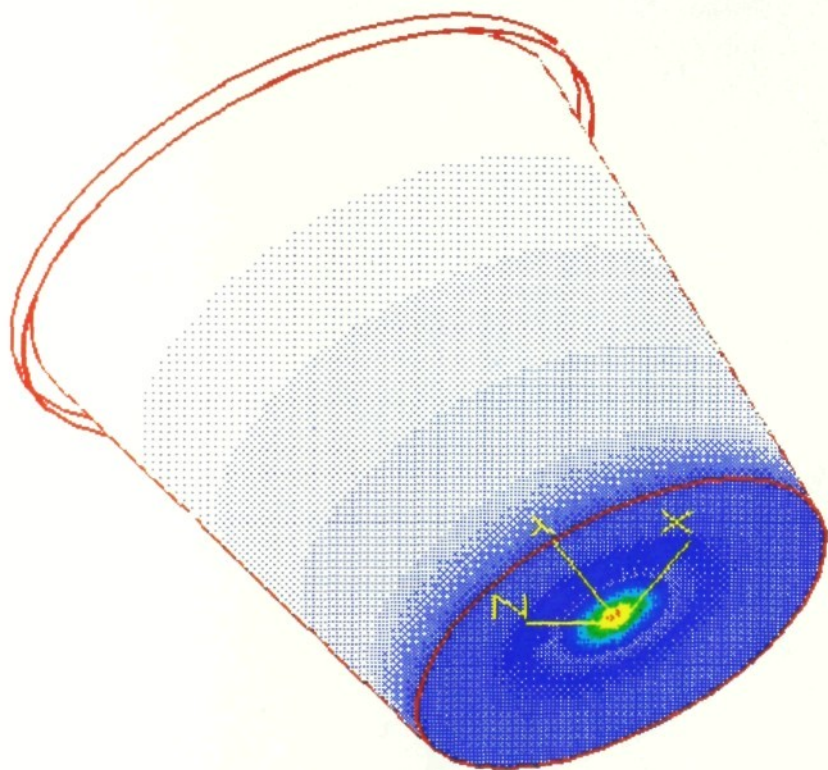
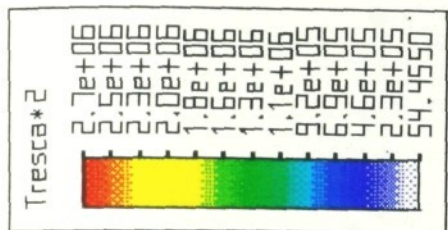
Doba výpočtu : 10 min.



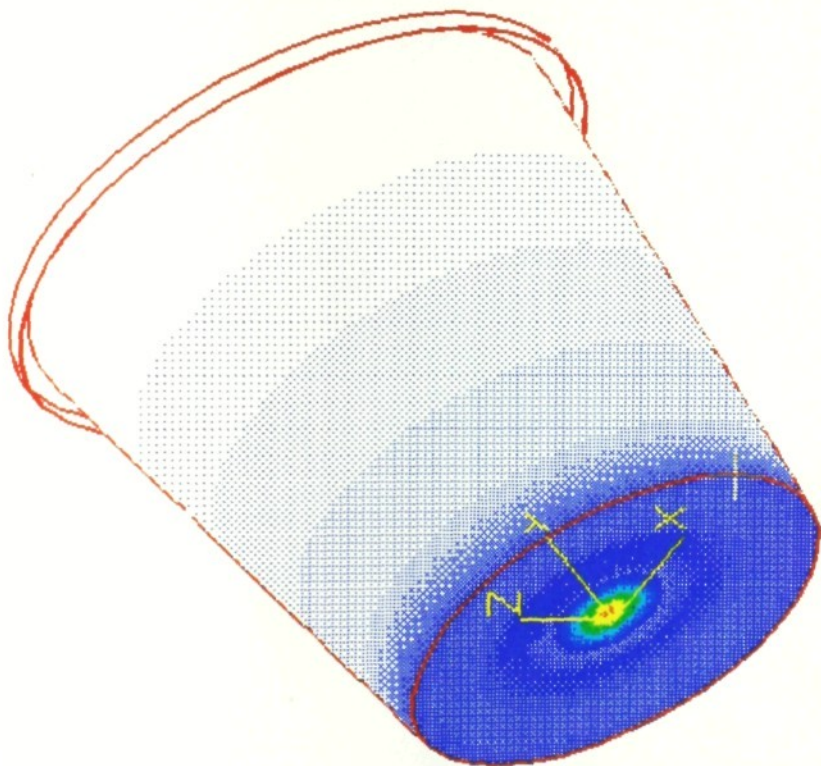
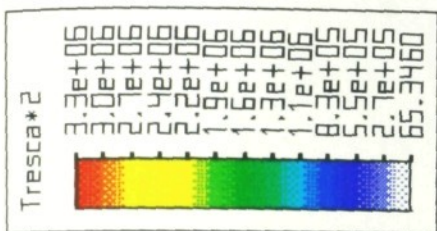
Obr. 5 : Síťový model kbelíku



Obr. 6 : Pole vektorů tlaku



Obr. 9 : Napjatost podle Tresci při zatížení podle a)



Obr. 10 : Napjatost podle Tresci při zatížení podle b)

4.2. PALETA

Jedná se o klasickou EURO paletu vyráběnou z recyklovaného materiálu , u které se má ověřit únosnost a vhodnost použití recyklovaného plastu . Paleta se vyrábí vytlačováním zvlášť nosné desky a zvlášť tělesa nohy .

ZÁKLADNÍ MATERIÁLOVÉ VLASTNOSTI

Materiál : Polypropylen - Tatren

Hustota : 1050 kg m^3

Mez pevnosti v tahu : 38 MPa

Konstrukční modul pružnosti : 1250 MPa

Poissonovo číslo : 0,35

ROZBOR ŘEŠENÍ

Úkolem při modelování tohoto výrobku je optimalizování konstrukce palety . Provedu analýzu podle Tresci , protože dává výsledky s větší bezpečností . Z průběhů napětí a deformací budeme optimalizovat profil palety , tak aby poklesla výsledná deformace a průběh napětí v průřezu byl rovnoměrnější . Pro modelování jsem nakreslil pouze část palety z důvodu její souměrnosti . V případě nakreslení celé palety by došlo pouze k prodloužení doby výpočtu , na přesnost výpočtu by to nemělo vliv . Okrajové podmínky jsem definoval v nohách palety , pro místo dotyku palety s podložkou (na modelu pouze imaginární) jsem nadefinoval nulové posuvy a zakázal jsem rotaci kolem os x , y , z . Zatížení palety jsem nadefinoval změnou barvy horní části nosné desky , této barvě jsem přiřadil danou velikost zatížení .

ZADANÁ DATA V DEKODÉRU

Typ prvku : Brick 2ndOrder

Materiálové hodnoty

Density : $\rho = 1050$

Young's : $E_k = 1250e+6$

Poisson : $\mu = 0.35$

Alpha : $\alpha = (\text{nezadána})$

Nastavení barev :

Tref : -

Pressure (or density) : 10000

K type : 1

Y ref : -

Typ analýzy : Static

$g = 9.80665$

$A_y = -1$

4.2.1. VYHODNOCENÍ VÝSLEDKŮ

Při namodelování neoptimalizované součásti se z průběhu napětí a deformace dá odvodit další postup optimalizace . Materiál v tělese nohy nepřenáší žádné napětí a proto v průběhu další optimalizace tento materiál nebudeme uvažovat a konstrukci palety o tento materiál odlehčíme . Provedeme analýzu č I. modelu a zjistíme průběh napětí a deformací . Z průběhu napětí a deformace po analýze č. I vidíme , že celková deformace v paletě nepatrně vzroste a napětí v paletě se částečně rozšíří do zbylého materiálu . Nepříznivý nárůst deformace jsem odstranil při další modifikaci palety . Provedl jsem další odlehčení jádra palety a přidal jsem výztuhy při přechodu nohy do nosné desky . Po provedení analýzy č. II je vidět , že deformace i napětí v paletě výrazně poklesly . Velikost napětí nepřekročí dovolené napětí , které je rovno :

$$\sigma_{Dov} = 0.8 R_e$$

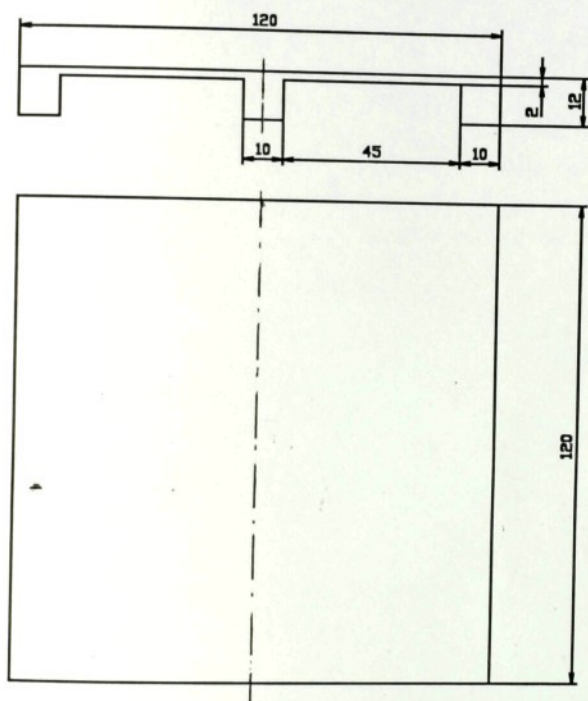
$$\sigma_{Dov} = 36 \text{ MPa}$$

a v paletě je napětí podle Tresci rovno $\sigma_{ekv} = 1.9 \text{ MPa}$.

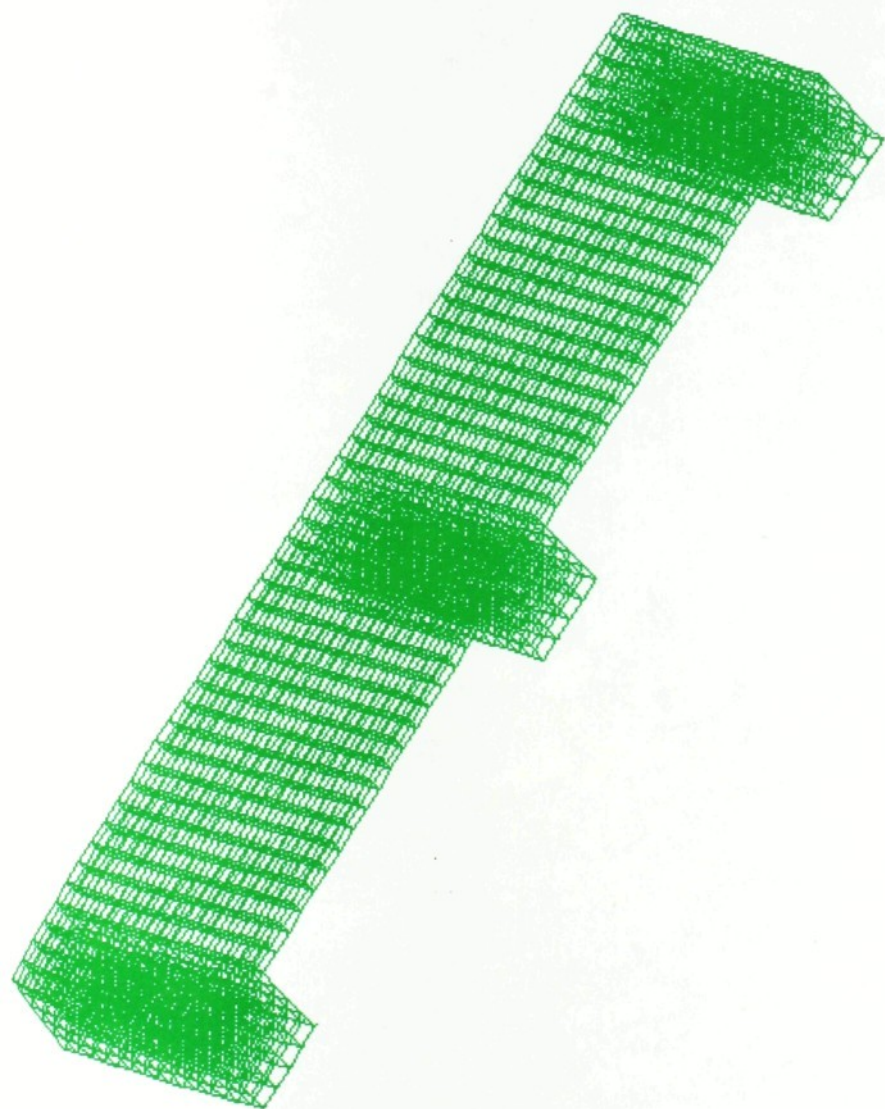
Na tomto výrobku je názorně ukázána možnost úspory materiálu se současným zvýšením konstrukční pevnosti .

Počet prvků = 2200

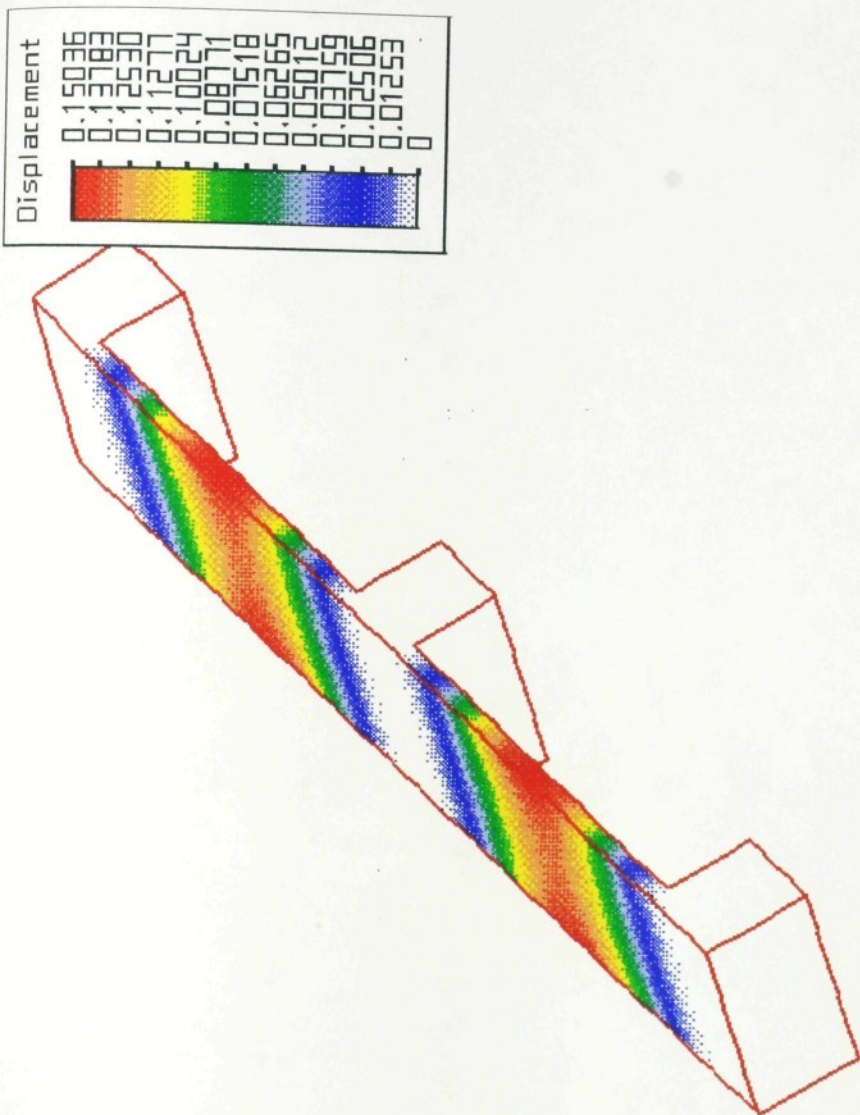
Doba výpočtu = 8 min.



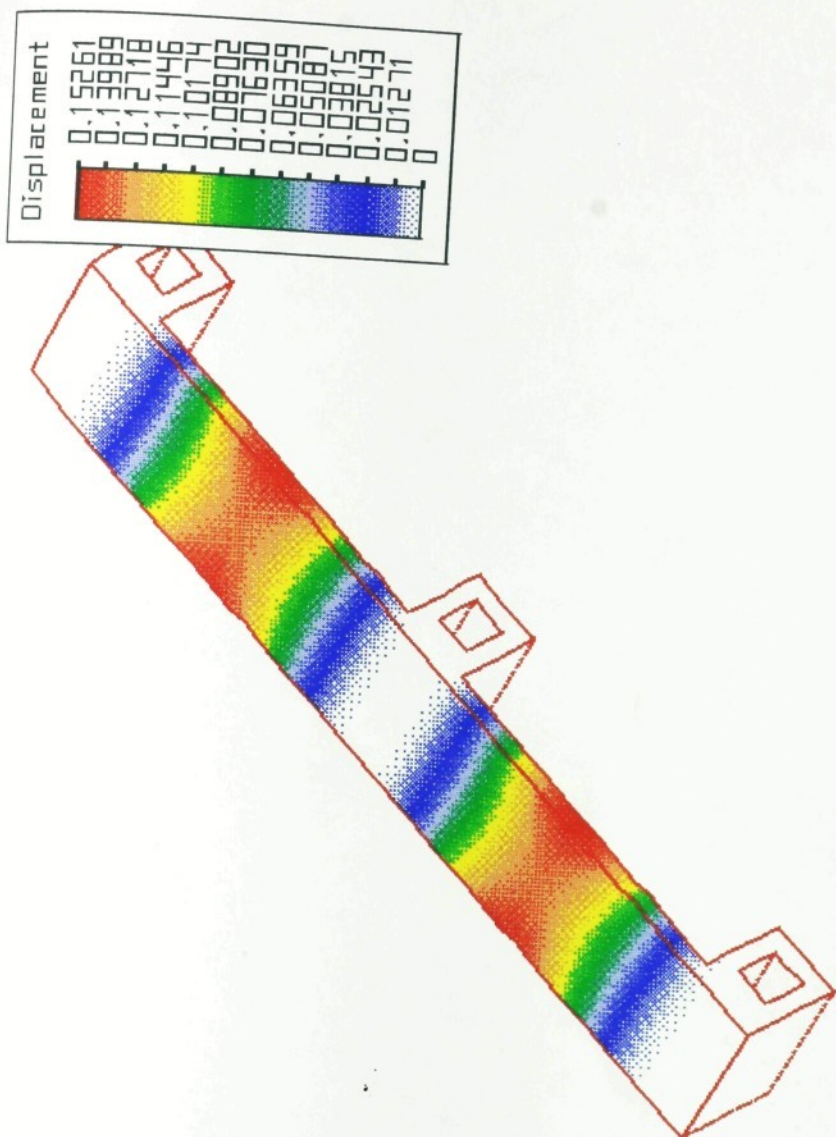
Obr. 11 : Rozměry palety



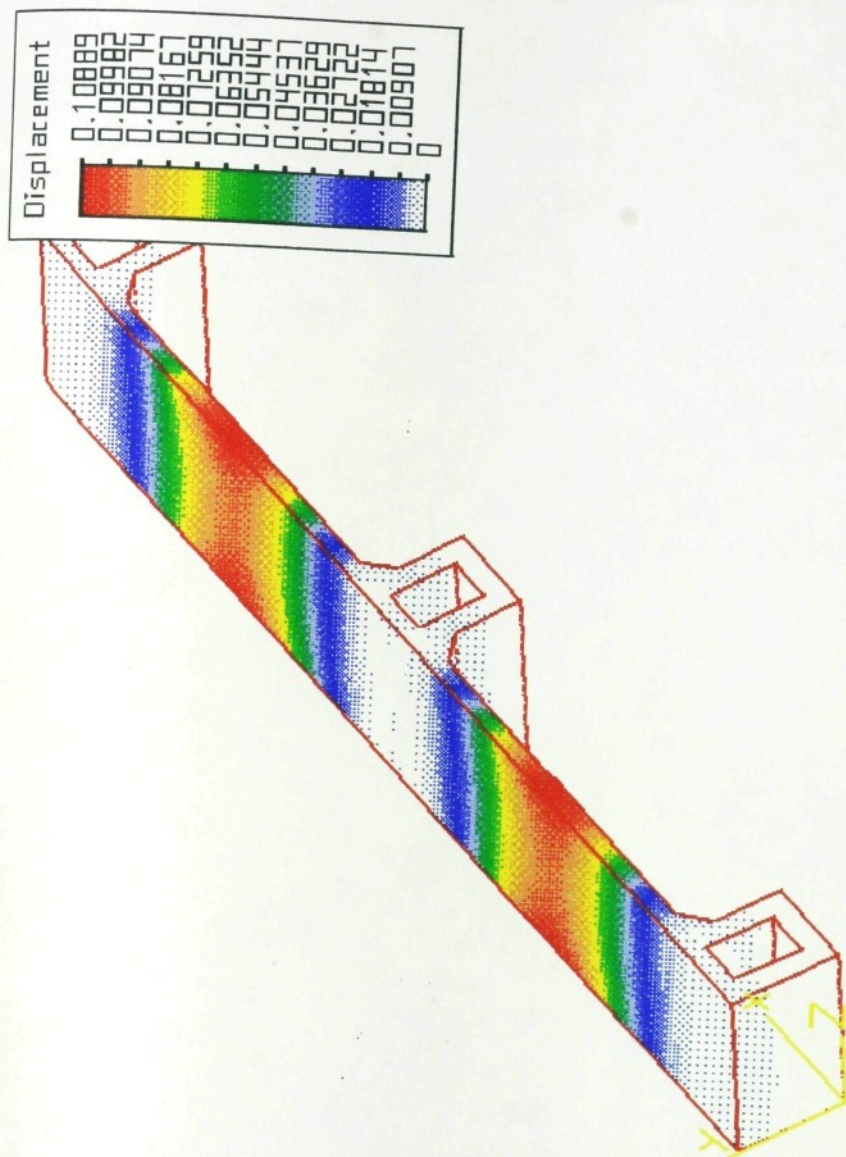
Obr. 12 : Část síťového modelu palety



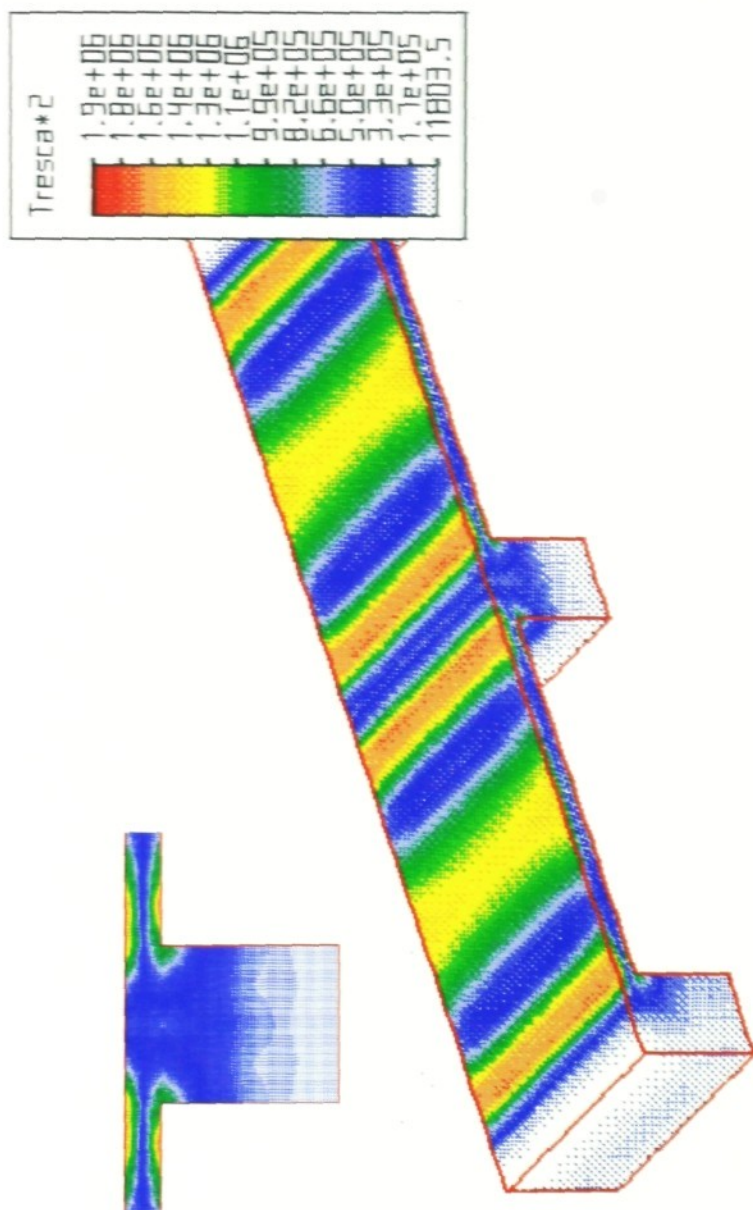
Obr. 13 : Deformace v ose y neoptimalizovaného modelu palety



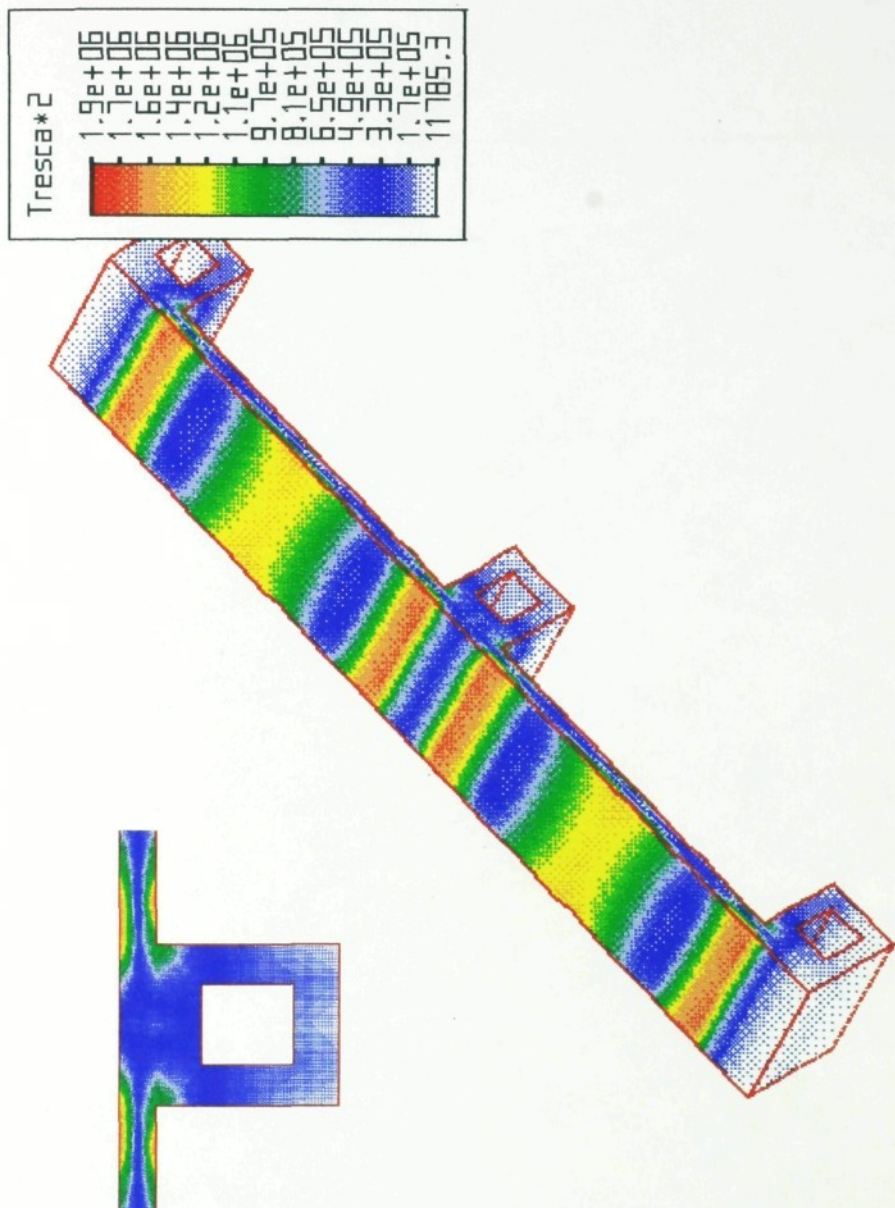
Obr. 13 : Deformace v ose y po I. optimalizaci modelu palety



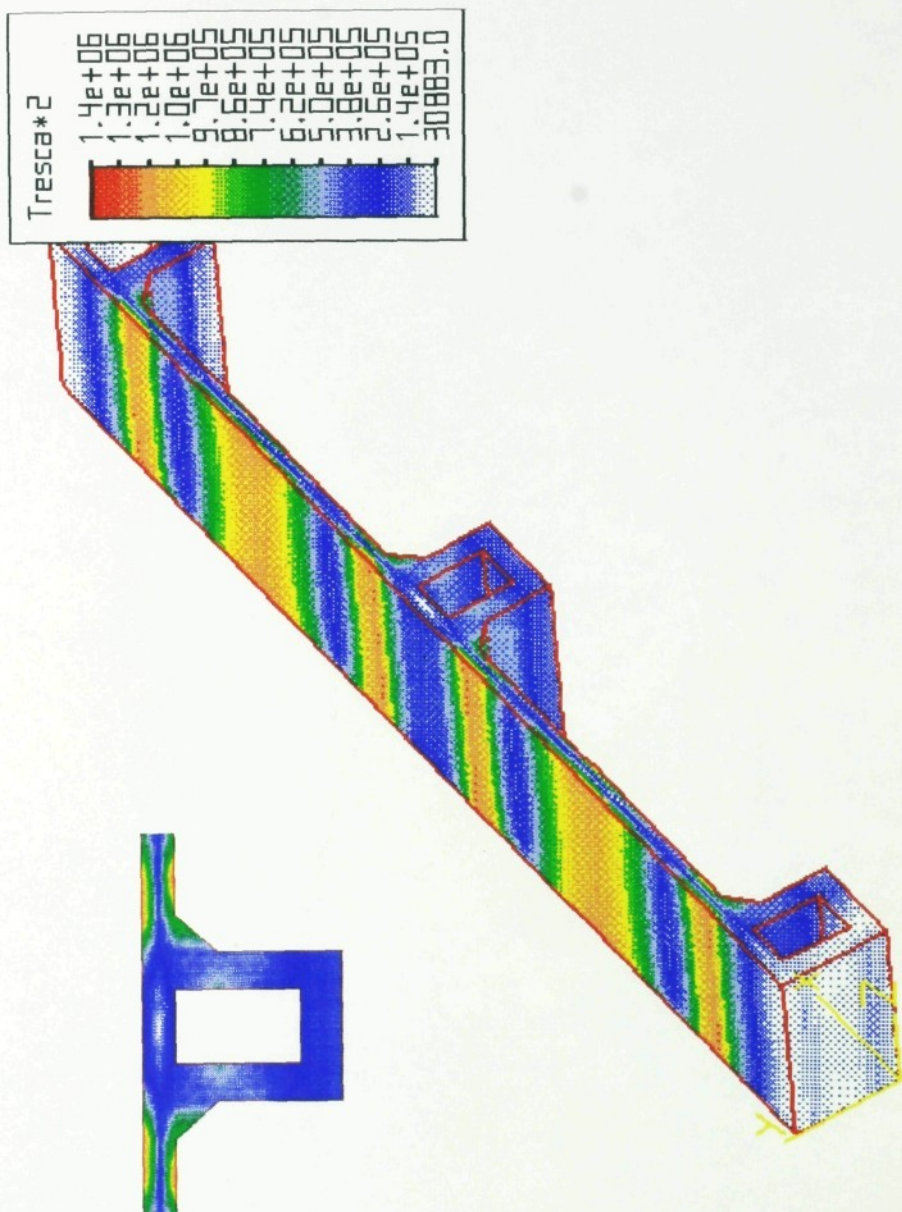
Obr. 15 : Deformace v ose y po II. optimalizaci modelu palety



Obr. 16 : Napětí podle Tresci neoptimalizovaného modelu palety



Obr. 17 : Napětí podle Tresci po I. optimalizaci modelu palety



Obr. 18 : Napětí podle Tresci po II. optimalizaci modelu palety

4.3. PLASTOVÁ PRUŽINA

Výrobek je konstrukčním návrhem mého kolegy , který navrhnul změnu materiálu a způsob výroby . Výrobek funguje jako vytahovač kancelářských sponek . Kde má nahradit obdobný výrobek vyráběný z kovu tvářením . Výhodou je snížení času potřebného k montáži výrobku . Hlavním úkolem této práce je zjištění mechanických napětí v místě filmového kloubu .

ZÁKLADNÍ MATERIÁLOVÉ VLASTNOSTI

Materiál : PA6

Hustota : 1200 kg m^3

Mez pevnosti v tahu : 50MPa

Konstrukční modul pružnosti : 1300 MPa

Poissonovo číslo : 0.35

ROZBOR ŘEŠENÍ

Úkolem řešení je zjistit velikost napětí ve filmovém přechodu dvou konstrukčních částí výrobku . V tomto místě bude materiál fungovat jako kloub . Vytvořil jsem model výrobku , ve kterém jsem místo kloubu rozdělil na větší počet elementů z důvodu přesnějšího zjištění výsledků . K analýze výrobku jsem použil tři velikosti zatížení . Počáteční podmínky jsem definoval na spodní hraně tělesa , pro kterou jsem zakázal posuv v ose z a rotaci kolem os x , y . Dále jsem definoval počáteční podmínky pro kloub , ve kterém jsem zakázal posuv do os x , z a rotaci kolem os x , y , z .

ZADANÁ DATA V DEKODÉRU

Typ prvku : Brick 4thOrder

Materiálové hodnoty

Density : $\rho = 1200$

Young's : $E_k = 1.3e+9$

Poisson : $\mu = 0.35$

Alpha : $\alpha = -$

Nastavení barev

(I. zatížení)

Tref : -

Pressure (or density) : 12000

K type : 1

Y ref : -

(II. zatížení)

Tref : -

Pressure : 15000

K type : 1

Y ref : -

(III. zatížení)

Tref : -

Pressure : 18000

K type : 1

Y ref : -

Typ analýzy : static

$g = 9.80665$

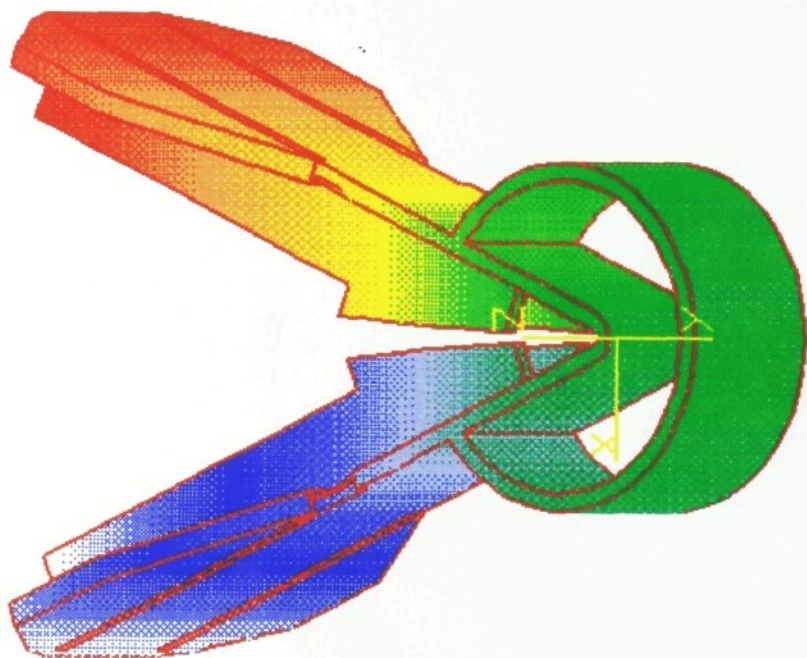
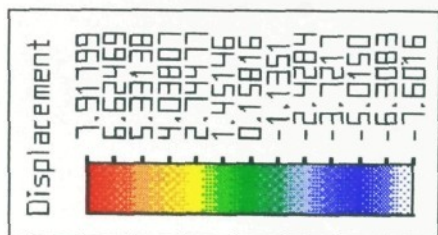
$Az = -1$

4.3.1. VYHODNOCENÍ VÝSLEDKŮ

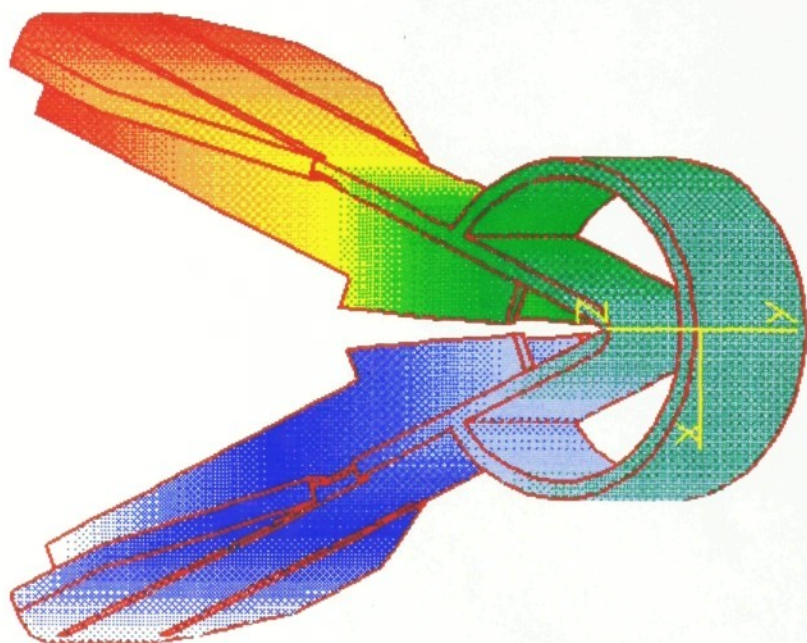
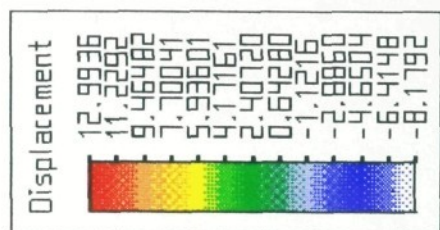
Při zatížení maximální nadefinovaným napětím dojde téměř k dosednutí obou polovin na sebe . Maximální napětí v kloubu se v tomto okamžiku rovná hodnotě 100 MPa , což by materiál zatěžovaný v plném profilu neunesl. Únosnos materiálu ve slabé vrstvě dosahuje až trojnásobku únosnosti plného materiálu , z tohoto důvodu není napětí v kloubu nebezpečné . Při zatížení č II , které odpovídá pracovnímu zatížení je napětí v kloubu rovno 86 MPa .

Počet prvků modelu : 4384

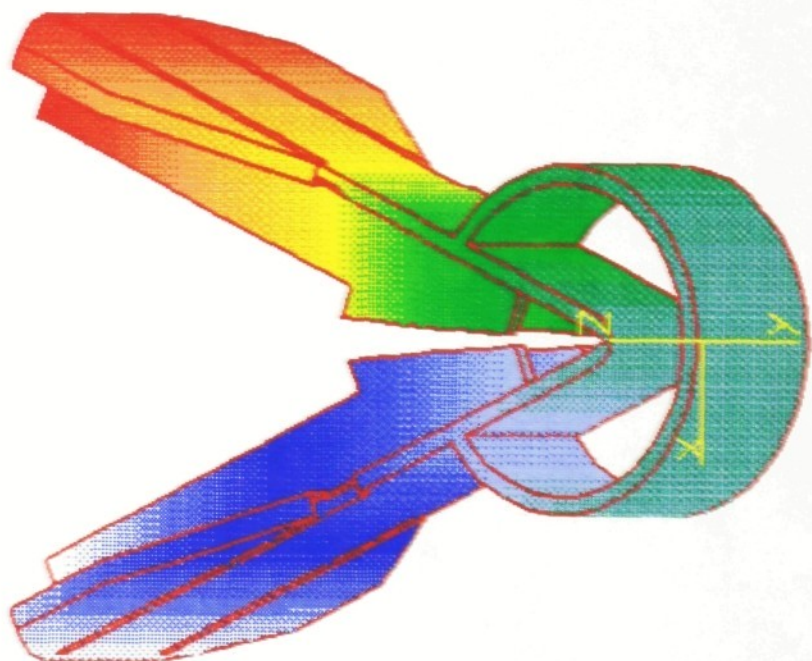
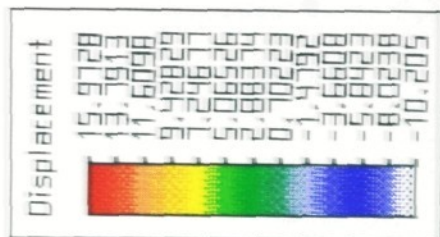
Doba výpočtu : 45 min



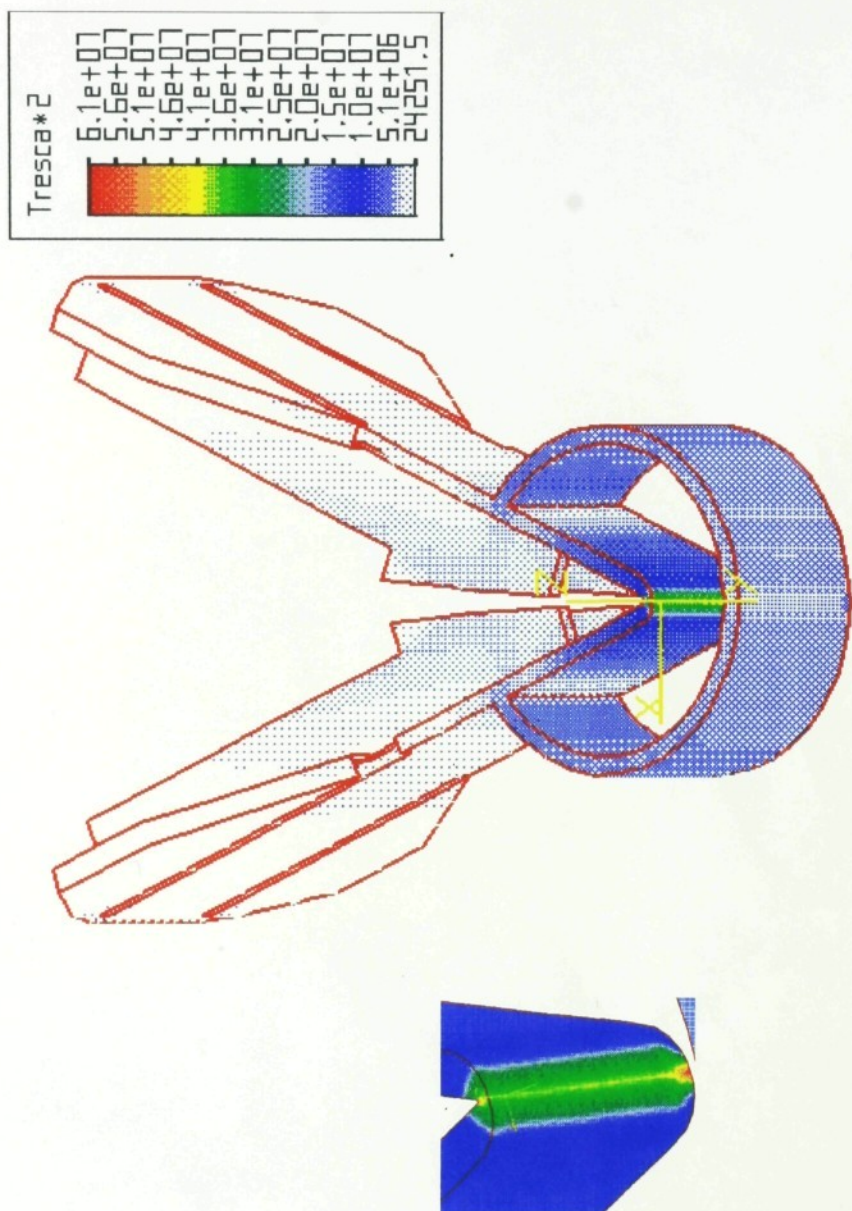
Obr. 19 : Deformace v ose y podle I. způsobu zatížení



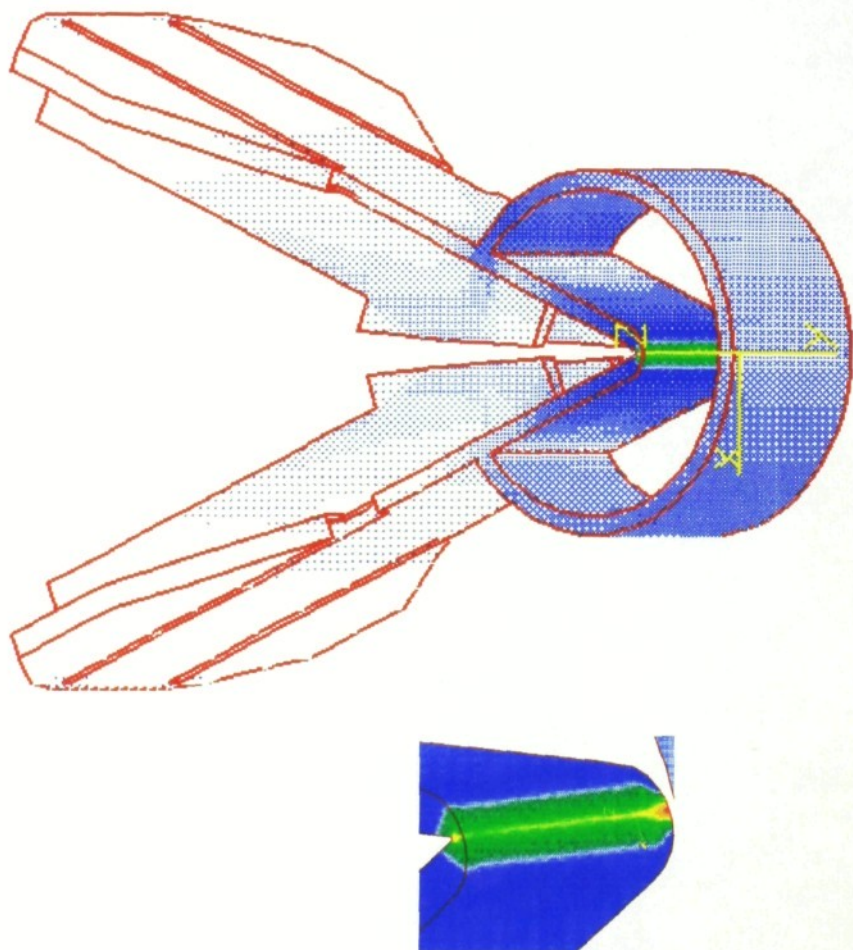
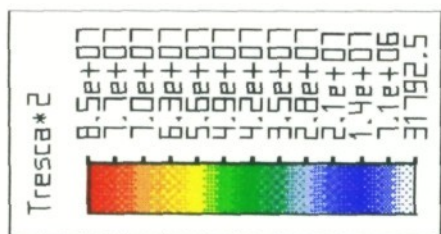
Obr. 20 : Deformace v ose x podle II. způsobu zatížení



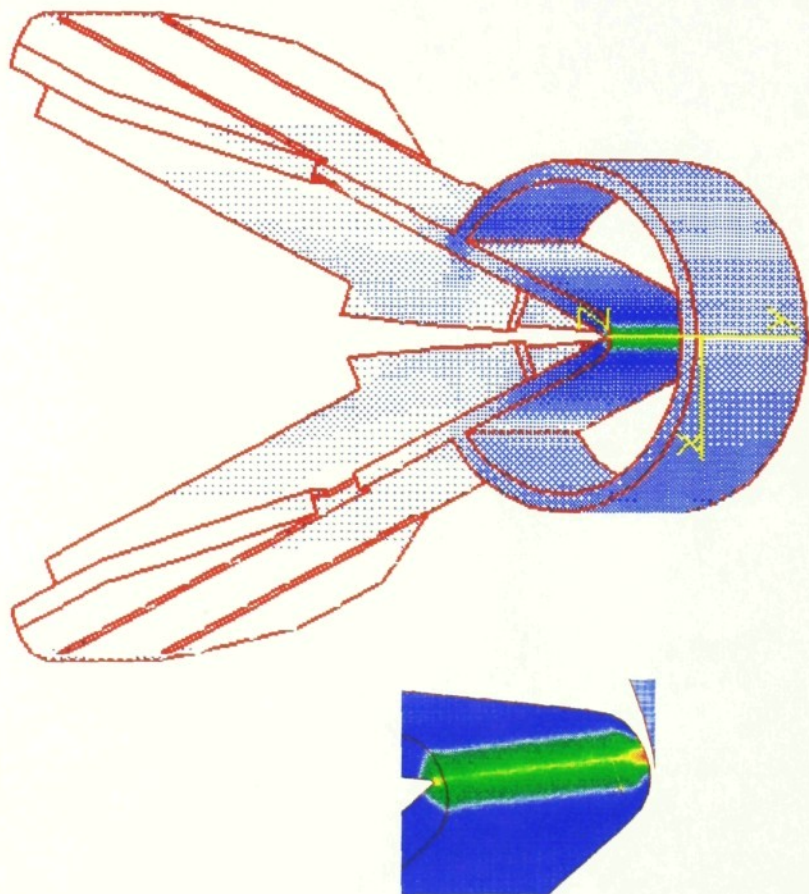
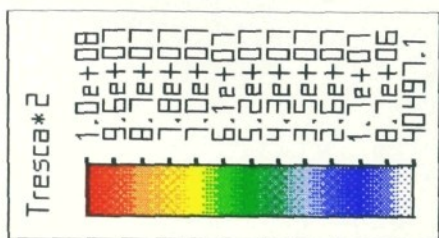
Obr. 21 : Deformace v ose x podle III. způsobu zatížení



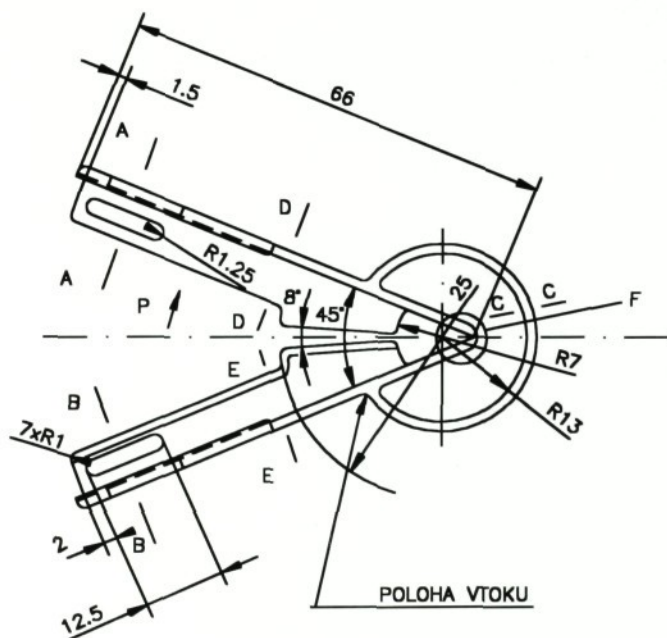
Obr. 22 : Napětí podle Tresci při I. způsobu zatížení



Obr. 23 : Napětí podle Tresci při II. způsobu zatížení



Obr. 24 : Napětí podle Tresci při III. způsobu zatížení



Obr. 25 : Rozměry výtahovače

7. ZÁVĚR

V současné době již těžko vystačíme s klasickými metodami výpočtu napětí a deformace . Výrobky se stávají konstrukčně složitějšími , použité materiály mají pouze časově omezené vlastnosti a doba potřebná k provedení a rozboru konstrukce se zkracuje . Z toho plynou stoupající nároky na pevnostní kontrolu výrobků .

Právě proto se začínají při pevnostních výpočtech uplatňovat i jiné metody a postupy , jejichž principy , stejně jako u metody konečných prvků , jsou známi již poměrně dlouho . Teprve až bouřlivé zavádění výpočetní techniky v posledních pěti letech , s výrazným poklesem její ceny a se zlepšením algoritmů výpočtu , umožnilo hromadné využívání těchto metod v praxi .

Tato diplomová práce řeší otázku modelování napěťových polí metodou konečných prvků s využitím programu Algor . Tento program se svými vlastnostmi patří mezi středně velké systémy . Mezi jeho velké přednosti patří velice snadné ovládání , modulová koncepce programu a přiměřené nároky na hardware . K řešení jsem použil počítač 486 DX2 na 66MHz s 540HD . Práce na tomto počítači byla poměrně rychlá , ale přesto bych pro složitější výrobky nebo pro průmyslové použití doporučil výkonnější počítač .

Při použití této metody máme možnost využít daleko lépe vlastnosti materiálů , které nám poskytují , než při klasických metodách pevnostní kontroly , jak je ukázáno na doprovodných příkladech . Máme možnost i modelovat proces stárnutí materiálu spojený se změnou jeho vlastností a tím zaručit spolehlivost výrobku po celou dobu jeho používání . Tato možnost je obzvláště důležitá u plastů , protože se jejich vlastnosti s časem mění . Tímto se používání plastů pro průmyslové výrobky dostává do dalšího stadia vývoje .

6. SEZNAM LITERATURY

- [1] BERAN , J. Úvod do analýzy mechanických napětí a demonstrační příklad. Doplnkový učební text . VŠST Liberec .
- [2] CAMPUS 1.2. Databanka materiálových vlastností plastů . 1988
- [3] HLAVENKA , J. - VOBECKÁ , K. : Encyklopedie CAD . CCB BRNO , 1993 .
- [4] KOLOUCH , J. : Strojní součásti z plastů . 1.vyd. Praha , SNTL , 1981 .
- [5] KOLOUCH , J. : Strojní součásti z plastů vyráběné vstřikováním . 1 . vyd. Praha , SNTL , 1986 .
- [6] Linear Stres and Vibration Analysis Processor Reference Manual . Algor Inc. , 1992 .
- [7] Linear Stres Analysis Release Notes . Algor Inc. , 1992
- [8] MEVALD , J. : Pružnost a pevnost pro textilní inženýry . Skriptum, VŠST Liberec , 2. vyd. 1984.
- [9] NĚMEC , J. - DVOŘÁK , J. - HÖSHL , C. : Pružnost a pevnost ve strojírenství . 1. vyd. Praha , SNTL , 1989 .
- [10] SMOLNÝ , L. :Pevnostní analýza výrobků z plastů . KPT VŠST Liberec , 1994 , [diplomová práce] .
- [11] STŘÍŽ , B. a kol. : Metodická příručka z pružnosti a pevnosti . Skriptum , VŠST Liberec , 1.vyd. 1983.
- [12] TMĚJ , J. - MIKEŠ , V. : Teorie tváření . Skriptum , VŠST Liberec , 2.vyd. 1990.