

TECHNICKÁ UNIVERZITA V LIBERCI

FAKULTA TEXTILNÍ



SMÁČENÍ VLÁKENNÝCH ÚTVARŮ

Jiří Chaloupek

UNIVERZITNÍ KNIHOVNA
TECHNICKÉ UNIVERZITY V LIBERCI



3146115295

DISERTAČNÍ PRÁCE

2007

TECHNICKÁ UNIVERZITA V LIBERCI
Univerzitní knihovna
Voraněžská 1220, Liberec 1
PSČ 461 17

U 608T

KNT

988.

26. 1. 2008

ANOTACE

Tato disertační práce se zabývá studiem smáčení vláknenných materiálů. Práce obsahuje část zabývající se smáčením jednoho vlákna a část zabývající se smáčením paralelního svazku vláken. Při smáčení jednoho vlákna je kladen důraz na problematiku rozpadu kapalinového sloupce na vlákne, především na studium Plateuovy a Rayleighovy nestability. Hlavním přínosem je návrh řešení nestability kapalinového sloupce umístěného na válcovém tělese představující vlákno.

Při smáčení paralelního svazku válců simulujících vlákna, je důraz kladen na popis kapalinových těles vznikajících mezi dvěma a třemi válci v závislosti na jejich průměru a vzdálenosti mezi nimi. Je proveden matematický rozbor dané situace v oblastech částečného smáčení, dokonalého smáčení a úplné hydrofobicity. Na základě matematického rozboru jsou zhotoveny přechodové grafy, které vymezují existenci různých kapalinových těles v závislosti na vzdálenosti a průměru válcových těles. Práce obsahuje také návrhy a realizaci experimentů zabývajících se touto problematikou.

ANNOTATION

This thesis studies fibre material wetting. The thesis contains a part dealing with single fibre wetting and a part dealing with parallel fibres wetting. When wetting the single fibre, the emphasis is placed on the issue of disintegration of a water column on a fibre, mainly on the study of Plateau's and Rayleigh's instability. Solution proposal of the instability of a water column placed on a cylindrical object representing a fibre is the main contribution.

When wetting the parallel bunch of cylinders imitating fibres, the emphasis is placed on description of fluid objects forming between two and three cylinders depending on their diameter and on the distance between them. Mathematical analysis of this situation is carried out in the area of partial wetting, thorough wetting and complete hydrofobicity. Based on the mathematical analysis transient graphs are generated. They specify the existence of various fluid objects in dependence on the distance between and diameter of the cylindrical objects.

The thesis also contains proposals and implementations of experiments dealing with this issue.

MÍSTOPŘÍSEŽNÉ PROHLÁŠENÍ

„Místopřísežně prohlašuji, že jsem disertační práci vypracoval samostatně s použitím uvedené literatury.“

V Liberci, září 2007

Jiří Chaloupek

PODĚKOVÁNÍ

Na tomto místě bych chtěl poděkovat Prof.RNDr. Davidu Lukášovi, CSc. za odborné vedení, zájem, rady, cenné připomínky a trpělivost, se kterou se mi věnoval. Dále bych chtěl poděkovat svým kolegům z Katedry netkaných textilií. V neposlední řadě chci poděkovat mým rodičům, a hlavně manželce a synovi za psychickou podporu, kterou mi věnovali během vzniku této práce.

1. ÚVODNÍ VÝMYSLOVÝ APLAČNÍ SMYSL	12
1.1. Přírodní napětí	12
1.2. Přírodní síly a kolenní úhel	18
1.3. Kapilární tlak	20
1.4. Kapilární síly a deprese	22
1.5. Úhel smáčení a Youngova rovnice	23
2. SMÁČENÍ SAMOSTATNÉHO VLÁKNA KAPALETOVÝM FILMEM	26
2.1. Dokonalé smáčení mikroskopickým filmem	27
2.2. Smáčení vláken makroskopickým filmem	28
2.3. Experiment Brochardova a Ryonga	31
2.4. Vliv velikosti kapalinových ortvarů na vlákna	35
3. INKLAČNĚ SYMETRICKÉ PLOCHY O KONSTANTNÍ HODNOTĚ KAPILOSTI	40
3.1. KAPILÁRNĚ NESTABILITA	41
3.1.1. Řešení Plateauovy kapilární nestability	44
3.1.2. Řešení nestability kapilárního sloupce umístěného na vlákně	45
4. SMÁČENÍ SVAZKŮ PARALELNÍCH VLÁKEN	46
4.1. Částečné smáčení, dokonalé smáčení, super hydrofobizace	49
4.2. Dokonalé smáčení svazku vláken	51
4.3. Přirozený případ	52
4.4. Soustava dvou vláken	53
4.5. Soustava tří vláken	60
4.6. Morfologické rovnice pro kapilární tělesa v systémech dvou vláken	70
4.7. Morfologické rovnice pro kapilární tělesa v systémech tří vláken	74

OBSAH

SEZNAM SYMBOLŮ	7
1. ÚVOD	9
2. HISTORIE SMÁČENÍ	10
3. ZÁKLADNÍ POJMY V OBLASTI SMÁČENÍ	12
3.1 Povrchové napětí	12
3.2 Kohezní síly a kohezní tlak	18
3.3 Kapilární tlak	20
3.4 Kapilární elevace a deprese	22
3.5 Úhel smáčení a Youngova rovnice	23
4. SMÁČENÍ SAMOSTATNÉHO VLÁKNA KAPALINOVÝM FILMEM	26
4.1 Dokonalé smáčení mikroskopickým filmem	27
4.2 Smáčení vlákna makroskopickým filmem	28
4.3 Experiment Brochardové a Ryonga	31
4.4 Proměřování velikosti kapalinových útvarů na vláknech	35
5. ROTAČNĚ SYMETRICKÉ PLOCHY O KONSTANTNÍ HODNOTĚ KŘIVOSTI	40
6. KAPALINOVÉ NESTABILITY	41
6.1 Řešení Plateauovy kapalinové nestability	44
6.2 Řešení nestability kapalinového sloupce umístěného na vlákne	45
7. SMÁČENÍ SVAZKŮ PARALELNÍCH VLÁKEN	49
7.1 Částečné smáčení, dokonalé smáčení, super hydrofobicita	49
7.2 Dokonalé smáčení svazku vláken	51
7.3 Princenovy práce	52
7.4 Soustava dvou válců	53
7.5 Soustava tří válců	62
7.6 Morfologické přechody pro kapalinová tělesa v systému dvou válců	70
7.7 Morfologické přechody pro kapalinová tělesa v systému tří válců	74

7.8	Princenův experiment a jeho výsledky	78
8.	NAVRŽENÉ A REALIZOVANÉ EXPERIMENTY A JEJICH VÝSLEDKY	79
8.1	Experiment v kapalném prostředí a jeho výsledky	79
8.2	Experiment v atmosférickém prostředí a jeho výsledky	85
9.	ZÁVĚR	93
	LITERATURA	95
	PRÁCE AUTORA SE VZTAHEM KE STUDOVANÉ PROBLEMATICE	97

Seznam symbolů

a	charakteristická velikost molekuly kapaliny
b	poloměr vlákna
a_1, b_1	konstanty mezimolekulové přitažlivosti
c	koncentrace zkoumané látky
d	polovina vzdálenosti mezi válcovými tělesy
e	tloušťka kapaliny umístěné na vlákně
f	změna hustoty Helmholtzovy energie
g	gravitační zrychlení
h	výška kapalinového sloupce, výška kapky
k	vlnové číslo
n	počet vláken
p	tlak, kapilární tlak
r	poloměr kapalinového sloupce
r_0	poloměr počátečního kapalinového sloupce
u	Lennard-Jonesonuv potenciál
u_{11}	energie přitahování dvou sousedních molekul
A	práce, Helmholtzova energie soustavy
A_s	povrchová Helmholtzova energie
E	poloměr kapalinového tělesa obklopující svazek vláken
F	síla
F_p, F_{kp}, F_k	síly působící na čele kapalinového tělesa generované povrchovými napětími
F_l	síla způsobená Laplaceovým tlakem
G	Gibbsova energie soustavy
K	střední křivost
L	délka smočeného vlákna
L_1	šířka kapalinového útvaru
L_2	délka kapalinového útvaru
N	moly látky
O	obvod průmětu kapalinového útvaru
R	poloměr kapalinové koule
R_1, R_2	poloměry křivostí
S	roztírací koeficient
S_{lg}	plocha kulového povrchu kapky
S_p	obsah průmětu kapalinového útvaru
S_{sv}	roztírací koeficient pro dokonalé smočení svazku vláken
S_v	roztírací koeficient pro dokonalé smáčení samostatného vlákna
T	jemnost vláken
V	objem
V'	objem kapalné fáze
V''	objem páry
V_c	objem kapalinového válce
V_{cs}	objem kapalinové koule
W	povrchová energie

W_f	povrchová energie suchého vlákna
W_k	kohezní energie
Z_s	počet molekul
α	úhel opásání
$-\delta', +\delta''$	vzdálenost
γ	povrchového napětí kapaliny
γ_p	povrchové napětí na rozhraní pevná látka plyn
γ_{kp}	povrchové napětí na rozhraní pevná látka kapalina
η	viskozita kapaliny
λ	vlnová délka
μ	chemický potenciál
v_0	rychlost tažení vlákna
ρ	poloměr sféry molekulárního působení
ρ_1, ρ_2	hustoty kapalin
θ	úhel smáčení

1. Úvod

Tato disertační práce se zabývá důležitou vlastností vlákenných materiálů, převážně pak netkaných textilií, smáčivostí. Jev smáčení vlákenné hmoty hraje důležitou roli v řadě technologických postupů, průmyslových aplikací textilních materiálů i při užívání finálních výrobků textilního průmyslu. Příkladem může být technologie zušlechťování [1], likvidace ropných havárií, používání hygienických prostředků jako jsou obvazové materiály, dětské pleny, dámská hygiena [2] a nebo výroba kompozitních materiálů. Za zmínku v této souvislosti stojí i zájem kosmetického průmyslu vyvíjejícího požadavky pro kadeřnické účely.

Na přelomu 20.-21. století dosáhla výroba netkaných textilií rychlého růstu. Tyto materiály poskytují možnosti výroby speciálních materiálů se specifickými vlastnostmi. Největší nárůst výroby zaznamenaly jednorázové čistící textilie (např. mycí hadry, utěrky, ubrousky) a také výrobky pro osobní hygienu (dětské pleny, prostředky dámské hygieny). Bouřlivý technologický a konstrukční vývoj netkaných textilií určených pro smáčení kapalinou je dán zvyšujícími se nároky spotřebitelů a zároveň použitím nových materiálů (např. superabsorbenty u dětských plen) [2].

Na konci 20. století zaznamenala také obrovský růst technologie zvlákňování v elektrostatickém poli. Touto technologií je možné vyrábět vlákna o průměru menší než mikrometr. Proces vzniku vláken v elektrostatickém poli není jednoduché popsat. Při tomto procesu je možné pozorovat rozvoj Plateau- Rayleighovy nestability na vlákenné trysce [3]. Rayleighovu nestabilitu můžeme pozorovat, když kapalinový film pokrývá osamocené vlákno. Jak je patrné lze najít úzkou souvislost mezi smáčením a procesem výroby vláken v elektrostatickém poli. Detaily budou popsány níže.

Navzdory úsilí o podrobný popis smáčení vlákenných materiálů, je fyzikální teorie těchto procesů nesrovnatelně méně rozvinuta, než teorie smáčení materiálů s rovinnými povrchy. Technologický vývoj v této oblasti v současné době předstihl naše teoretické vědomosti [4].

Tato práce se zabývá především popisem smáčení jednoho vlákna vycházejícího z poznatků de Gennese [5] a Ryonga [6] a popisem smáčení dvou a tří paralelně položených vláken, které navazuje na Princenovy práce [7-9]. Zároveň jsou stávající teoretické poznatky rozšířeny o vlastní teorii podpořenou fyzikálními zákony a experimenty, pro které byla vypracována vlastní metodika. Práce navazuje na tři diplomové práce, které se těmto tématům věnovaly. Jednou z částí práce je zpracování problému smáčení z pohledu statistické fyziky.

V následujících kapitolách budou vysvětleny všeobecné základní pojmy, které se týkají jevu smáčení. Začátek práce pojednává o historii smáčení. Smáčení vzniká na základě adhezních sil a kapilárních sil a vazeb mezi kapalinou a pevnou látkou. Proto je nezbytné se v následujících kapitolách zmínit o adhezi a o vzniku adhezních sil. Budou zde vysvětleny další důležité pojmy jako je povrchové napětí, úhel smáčení, statika a dynamika smáčení a je zde také rozebrán rozdíl mezi smáčením rovinného povrchu a zakřiveného povrchu, v tomto případě ve formě vlákna.

Dále je práce rozdělena na část zabývající se smáčením jednoho vlákna a na část studující jev smáčení paralelních svazků vláken. Při smáčení jednoho vlákna je hlavní důraz kladen na problematiku rozpadu kapalinového filmu na vlákna a na studium již zmíněné Rayleighovy nestability. Smáčení svazku paralelních vláken je popisováno z hlediska vzniku tvaru kapaliny smáčejícího tyto vlákna a opírá se o Princenovy teorie. V jednotlivých kapitolách jsou články rozděleny na část teoretickou a experimentální.

2. Historie smáčení

Jev smáčení provází lidstvo od začátku jeho existence a setkáváme se s ním v podstatě na každém kroku. Příkladem je nám příprava potravy nebo ochrana před deštěm. Úkazy spojené se smáčením rovinných nebo zakřivených povrchů patří mezi nejkrásnější jevy, které nám příroda poskytuje. Příkladem jsou kapky ranní rosy ulpívající na stéblech trav nebo kapičky vody na pavoučí síti Obr.1.



Obr.1: Kapky ranní rosy na listu trávy

Jev smáčení také inspiroval mnoho umělců, při vytváření uměleckých děl. Jedním z nejkrásnějších obrazů, který byl vytvořen lidskou rukou, je Botticelliho Zrození Venuše z mořské pěny z roku 1485 Obr.2 . Tento obraz znázorňuje Venuši plující v lastuře, která je omývána mořskými vlnami. Právě tato část obrazu je z hlediska smáčení zakřiveného povrchu velice zajímavá.



Obr.2: Zrození Venuše z mořské pěny z roku 1485.

Jak již bylo napsáno výše, smáčení úzce souvisí s povrchovým napětím kapalin. Povrchové napětí je jedním z nejvýznamnějších projevů mezimolekulárních sil. Snaha o definici povrchového napětí se objevuje již na počátku osmnáctého století. První pokusy o jeho popis jsou spojovány s prvními mechanickými modely kapalin [10].

Představme si tenkou skleněnou trubičku o průměru srovnatelném s šířkou lidského vlasu, která je ponořená do vody. Hladina vody bude v této kapiláře vyšší, než hladina vody vně kapiláry. Například pro kapiláru o průměru 1 mm je vzrůst hladiny vody zhruba 3 cm. Tento efekt je velice zajímavý, protože je makroskopickým projevem mezimolekulárních sil, jejichž dosah je mikroskopický. Je tedy přirozené, že vzbudil zájem tehdejší vědecké obce. Zdánlivé porušení hydrostatických zákonů vedlo ke zvýšenému zájmu o kapilární jevy. Tento zájem se ubíral dvěma směry. Prvním z nich byla snaha zjistit, jestli je možné popsat povrchové vlastnosti tekutin a pevných látek pomocí jednoduché mechanické vlastnosti. Mezi jevy, které v této době nebyly doposud vysvětleny a bylo třeba je objasnit patřil např. jev, kdy se zvyšuje hladina vody v kapiláře, zatímco hladina rtuti klesá, nebo jev, kdy je vztlínání vody mezi dvěma rovnoběžnými deskami pouze poloviční, na rozdíl od vztlínání vody v kapiláře o stejném průměru jako je vzdálenost těchto dvou desek. Další zájem o tuto problematiku byl podmíněn zjištěním, že se při výše uvedených jevech uplatňují účinky kohezních sil, které působí mezi částicemi hmoty. Pozorování výše uvedených jevů proto tedy mohlo přispět k poznatkům o kohezních silách. Proto hlavní oblast zájmu směřovala k objasnění kapilárních jevů z hlediska působení mezimolekulárních sil. Způsob jakým se nyní díváme na kapilární jevy a na vlastnosti tekutin je podmíněn historií této problematiky [10].

Historie molekulární teorie kapilarity se datuje na počátek 19. století. V této době byly síly, jejichž existence se předpokládala mezi molekulami, tak nevysvětlitelné, jako samy částice. Jediná síla, o které nebylo nutné pochybovat, byla Newtonovy gravitační síla. Představa, že gravitační síla působí mezi Zemí a tělesy byla doplněna ještě o Cavendishovy [10] poznatky. Cavendish ukázal, že gravitace zároveň působí také mezi tělesy, navzájem a předpokládal, že působí také mezi molekulami. Nicméně již před rokem 1800 bylo jasné, že pouze gravitační síly nestačí pro objasnění kapilárních jevů a jiných vlastností kapalin. Jak se později ukázalo, situace je značně komplikovanější. Vztlínání tekutiny ve skleněné kapiláře je nezávislé na tloušťce skla a tak na molekuly tekutiny působí pouze molekulové síly z povrchové vrstvy skla. Gravitační síly klesají jen pomalu s převrácenou druhou mocninou vzdálenosti a bylo o nich známo, že působí volně v prostoru.

Spekulovalo se také o jiné podstatě vzniku mezimolekulárních sil, ovšem kromě gravitace se zdály být všechny ostatní síly nevysvětlitelné. Jezuitský kněz Roger Boscovich, jehož poznatky o století později ovlivnily práce Faradaye a Kelvina [10], věřil, že molekuly, které se odpuzují při velmi krátkých vzdálenostech, se při nepatrně větších vzdálenostech přitahují a při dalším oddalování vykazují střídavé odpuzování a přitahování. Tyto teorie však byli velmi složité a proto nebyli pro teorii kapilarity použitelné.

Jednoduché vlastnosti látek jako koheze kapalin a pevných látek, kondenzace par na kapalinu a právě smáčení pevných látek kapalinami, poukázaly na přítomnost sil, které jsou mnohonásobně silnější než gravitační síly, ale na rozdíl od těchto sil působí pouze na krátké vzdálenosti mezi molekulami [10].

Více problémů přinesla přítomnost odpuzivých sil mezi molekulami, která nemohla být popřena, ale její podstata byla zcela neznámá. Komplikace navíc přinesly dva historické omyly ve snaze vysvětlit podstatu odpuzivých sil. Prvním mylným předpokladem, který byl pokládán za příčinu odpuzivých sil, bylo teplo. Při zahřívání se kapalina nejprve rozpíná a pak vře, čímž se zvyšují vzdálenosti mezi molekulami více než je tomu u pevných látek. Druhý předpoklad vyvstal z domněnky, že tlak plynu vzniká ze stálého odpuzování molekul a ne ze střetu molekul se stěnami nádoby, jak se marně snažil dokázat Daniel Bernoulli. Na základě těchto předpokladů bylo přirozené, že první pokusy o vysvětlení kapilarity, nebo

obecně o kohezi tekutin, byly založeny na statickém modelu hmoty. Mechanika byla velmi dobře prozkoumaným teoretickým oborem fyziky, zatímco termodynamické a kinetické teorie byly předmětem budoucnosti. Klíčovým předpokladem v mechanickém pojetí byly silné, ale vzdáleností omezené přitažlivé síly. Kapaliny v klidu, je jedno jestli v kapiláře či nikoliv, jsou v rovnováze a přitažlivé síly musí být vyrovnány silami odpudivými.

První, kdo řešil problém přijatelným způsobem, byl Pierre Laplace. Tento francouzský matematik a fyzik předpokládal, že odpudivé síly mohou být nahrazeny vnitřním tlakem, který působí v celém objemu nestlačitelné kapaliny a provedl první výpočet povrchového napětí odvozeného za předpokladu existence krátko dosahových mezimolekulárních sil [10].

3. Základní pojmy v oblasti smáčení

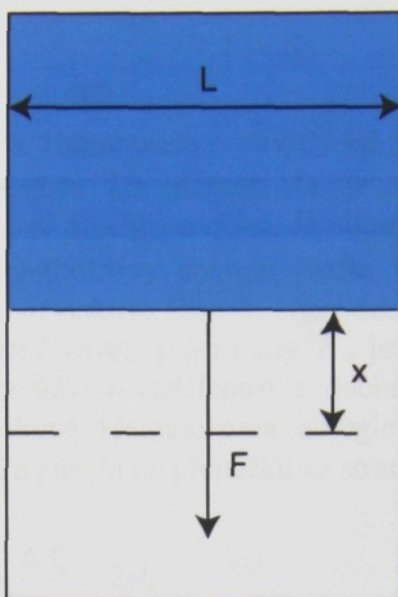
Jak již bylo popsáno výše, smáčení je v podstatě vzájemné působení kapaliny a pevného povrchu. Naše pozornost v této práci bude věnována především problematice smáčení vláken. Smáčivostí se rozumí schopnost textilie transportovat a zadržovat kapalinu, zpravidla v mezivláknenných prostorech její vnitřní struktury. Smáčivost textilie může být ovlivněna mnoha faktory. Příkladem je morfologie vláken, jejich povrchová úprava, způsob zpevnění vláknenné vrstvy, geometrií a orientací vláken atd., v neposlední řadě je ovlivněna i chemickým složením a fyzikálními charakteristikami kapalně látky [4].

Smáčení a vzlínání nejsou dva procesy. Smáčení je podmínka pro vzlínání. Je více než logické, že kapalina, která nesmočí vlákna, není schopna vzlínat do materiálu připraveného z těchto vláken. Transport kapaliny do vláknenného útvaru, může být způsobem pouze vnějšími nebo kapilárními silami. Vzlinání může být definováno jako spontánní proudění kapaliny do pórovitého systému způsobené kapilárními silami.

3.1 Povrchové napětí

V tomto článku bude jednoduchým způsobem vysvětlen pojem povrchového napětí a jeho souvislost s povrchovou energií. Kapaliny se chovají tak, jako by jejich povrch byl pokryt tenkou pružnou vrstvou, která se snaží stáhnout kapalinu do tvaru s co nejmenším plošným obsahem. Pokud na kapalinu nepůsobí vnější síly, zaujímá kulový tvar, protože koule má ze všech těles stejného objemu nejmenší povrch. Tvar povrchu se mění působením vnějších sil a jejich velikostí vůči povrchovým silám. Povrchová vrstva je velmi tenká. Její tloušťka je přibližně 10^{-9} m a její fyzikální a chemické vlastnosti jsou poněkud jiné než vlastnosti vnitřních částí kapalin. V této vrstvě je napětí, které nazýváme povrchovým napětím. To je definovaná síla, která působí kolmo na délku myšleného řezu povrchem, dělená touto délkou a leží v rovině tečné k povrchu ve vyšetřovaném místě [11].

Fyzikální význam povrchového napětí kapaliny γ může být vysvětlen na jednoduchém pokusu. Tento pokus se označuje v literaturách jako Maxwellův nebo Dupreho. K tomuto pokusu je potřeba drátěného rámečku s pohyblivým raménkem. Do tohoto rámečku je umístěna tenká vrstva kapaliny, která je udržena v rovnovážné poloze působením síly F na pohyblivé raménko délky l Obr.3. Síla působící na jednotkovou délku raménka, dělená dvěma, je rovna povrchovému napětí γ .



Obr. 3: Maxwellův pokus: V pevném kovovém rámečku je umístěna kapalina (modrá barva). Na raménko o délce l působí síla F , která posune raménko o vzdálenost x .

Povrchové napětí γ lze poté vyjádřit jako

$$\gamma = \frac{2F}{l}. \quad (1)$$

Povrchové napětí γ je vektorová veličina, jejíž velikost je číselně rovna povrchové energii W . Povrchová energie je důležitá pro práci A , která se musí dodat, aby došlo k posunutí pohyblivého raménka o malou vzdálenost x ve směru působící síly F . Pak práci lze vyjádřit jako

$$A = Fx = 2\gamma x. \quad (2)$$

Dodaná práce A se přemění na energii vázanou na povrch kapaliny. Velikost nově vytvořeného povrchu kapaliny je $2lx$. Z toho vyplývá, že povrchová energie W , která připadá na jednotkový povrch, se číselně rovná povrchovému napětí kapaliny γ [4,12].

Definujme si nyní povrchové napětí γ z jiného hlediska. Využijeme termodynamického přístupu. Uvažujeme dvě fáze, například kapalinu a páru v jednosložkové soustavě. Současně mohou existovat vedle sebe ve vzájemné rovnováze pouze tehdy, jestliže se mezi nimi vytvoří stabilní rozhraní. Jestliže zvětšujeme povrch S , který je vytvořený na rozhraní mezi fázemi (kapalinou a párou), pak při konstantní teplotě podle Gibbse je stabilita fázového rozhraní určena růstem Helmholtzovy energie soustavy A , způsobeným právě zvětšováním povrchu S . Helmholtzova energie soustavy je termodynamická veličina, vyjadřující část celkové energie soustavy, která je využitelná k tvorbě práce jak objemové tak neobjemové. Pak můžeme přiřadit povrchu určitý přírůstek Helmholtzovy energie. Nazveme ho povrchovou Helmholtzovou energií A_s . Tato povrchová Helmholtzova energie je úměrná ploše povrchu představujícího fázové rozhraní a můžeme napsat, že

$$A_s = \frac{dA}{dS} S = \gamma S, \quad (3)$$

kde veličina γ je hodnota Helmholtzovy povrchové energie vztažená na jednotku plochy povrchu rozhraní. Jednoduše lze napsat, že je to práce spojená s vratným izotermickým vytvořením jednotkové plochy povrchu. Je nutné podotknout, že veličina γ je rovna povrchovému přebytku Helmholtzovy energie pouze v jednosložkových soustavách [12]. Opět se vraťme k Maxwellovu pokusu Obr. 3. Nyní detailně tento pokus rozebereme. Jak již bylo napsáno výše, je možné zavést pojem síly F , jež zabraňuje zvětšování plochy povrchu. Při posunu pohyblivé přepážky o vzdálenost x dochází ke zvětšování plochy filmu o velikost xl a tudíž se povrchová Helmholtzova energie soustavy zvětší o přírůstek $\Delta A_s = 2\alpha xl$. Zavedeme sílu F_2 . Ta působí na přepážku ze strany filmu a je rovna

$$F_2 = \frac{\Delta A_s}{x} = 2\gamma l. \quad (4)$$

Rovnováha mezi filmem a vnější silou F nastane při podmínce $F = F_2 = 2\gamma l$. Veličinu γ je v tomto případě možné uvažovat nejen jako povrchovou energii vztaženou na jednotku plochy, ale současně jako sílu, která působí na jednotku délky obvodu ohraničujícího povrch a která směřuje do vnitřku tohoto povrchu kolmo k jeho obvodu. Tato síla se nazývá povrchové napětí. Na Obr.3 plní funkci části obvodu pohyblivá přepážka [12].

Pro kapaliny je povrchové napětí číselně rovné povrchové energii. Pro pevné látky je problém složitější. Zde se objevuje současně se skalární velikostí povrchové energie, která se číselně rovná povrchovému napětí, ještě jedna jiná veličina. Tato veličina má tenzorový charakter a zahrnuje mechanické napětí v povrchových vrstvách. Někdy je rovněž označena jako „povrchové napětí“.

V následujícím odstavci rozebereme vztah mezi povrchovým napětím a hustotou Helmholtzovy energií.

Existence povrchové Helmholtzovy energie je možné objasnit nenasyčeností vazeb na povrchu, který představuje fázové rozhraní. Jestliže chceme vytvořit nový povrch, musíme vynaložit určitou práci, abychom uvolnili příslušný počet molekul z vnitřku fáze na její povrch. Interakce mezi molekulami uvnitř fáze se liší od interakce molekul na povrchu. Představme si nyní, že se pohybujeme uvnitř fází. Stejnorodost a vlastnosti jsou v jednotlivých fázích v celém jejich objemu stejné. V blízkosti rozhraní mezi fázemi ve vzdálenostech souměřitelnými s rozměrem molekul však narazíme na zcela odlišné vlastnosti i složení. Důvod je prostý. Sféra molekulárního působení není konečně malá. Pozorováním však také víme, že hmota podléhá zřetelnému vlivu blízkého povrchu jen v mezích velice malých vzdáleností od něj, což je právě důsledek neobyčejně malé sféry molekulárního působení. Shrnutí je takové, že mezi fázemi existuje nestejnorodá vrstva, ve které se objevuje přechod od vlastností charakteristických pro jednu fázi k vlastnostem, které jsou charakteristické pro druhou fázi. Tuto vrstvu, která má nestejnorodé vlastnosti nazval Gibbs „fyzikálními povrchem přerušení spojitosti“ [12].

Zvláštnosti termodynamického stavu látky ve fázovém rozhraní je možné analyzovat, jestliže budeme uvažovat změnu hustoty Helmholtzovy energie f na průřezu oblastí rozhraní mezi fázemi při přechodu z jedné fáze do druhé.

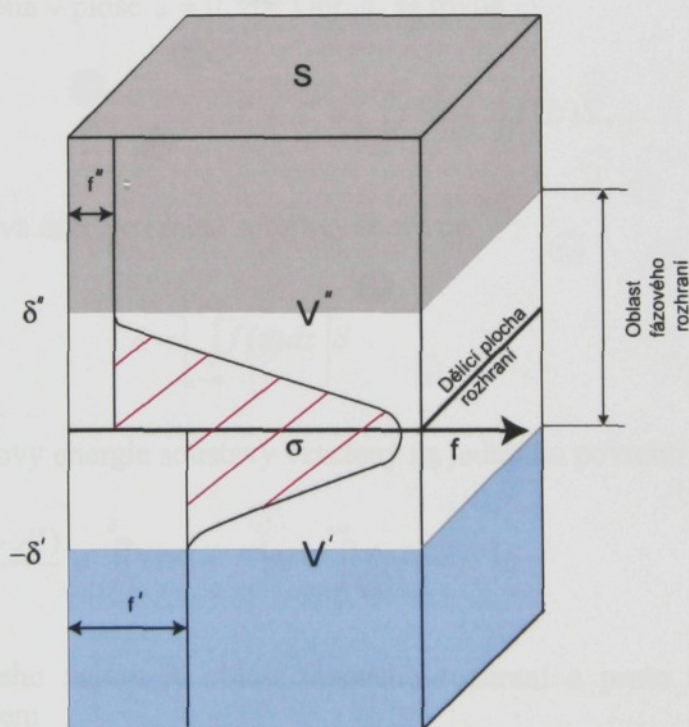
Jestliže v objemu V při tlaku p je obsaženo N molů látky, hodnota f , tj. změna hustoty Helmholtzovy energie (derivace) podle objemu při konstantním tlaku, teploty a tedy i koncentrace, je rovna

$$f = \left(\frac{dA}{dV}\right)_{T,p} = \left[\frac{\partial}{\partial V}(G - pV)\right]_{T,p} = \left(\frac{dG}{dV}\right)_{T,p} - p = \frac{\partial G}{\partial N} \frac{\partial N}{\partial V} - p, \quad (5)$$

kde G je Gibbsova energie soustavy tj. termodynamická veličina, která vyjadřuje část celkové energie systému, která je využitelná k tvorbě neobjemové práce. Výraz $\frac{\partial G}{\partial N} = \mu$, což je chemický potenciál a $\frac{\partial N}{\partial V} = c$ je koncentrace zkoumané látky. Pak lze napsat

$$f = \mu c - p. \quad (6)$$

Když dvě fáze jsou v rovnováze a jsou rozděleny rovinným povrchem, pak se jejich hodnoty μ a p shodují. Hodnoty hustot Helmholtzovy energie fází pak závisí podle (6) na rozdílnosti koncentrace látky c v těchto fázích. Z toho lehce odvodíme, že hustota Helmholtzovy energie páry je nižší než hustota Helmholtzovy energie kapaliny. Počet molů látky N v objemu V je vyšší v kapalině Obr. 4.



Obr.4: Průběh hustoty Helmholtzovy energie v oblasti sféry fázového přechodu

Stanovme si nyní úbytek Helmholtzovy energie ve dvoufázové jednosložkové soustavě, například kapalina-pára. Budeme se věnovat oblasti rozhraní mezi fázemi. Zvolíme uvnitř tohoto rozhraní konvenční geometrický povrch, který nazveme „dělicí plochou rozhraní“. Na Obr.4 je znázorněn hranol, jehož boční stěny jsou kolmé k dělicí ploše rozhraní.

Tento hranol zahrnuje objem kapaliny V' a objem páry V'' . Ve vzdálenosti $-\delta'$ povedeme hranici, pod kterou je hustota Helmholtzovy energie přibližně rovná hustotě Helmholtzovy energie v objemu kapaliny. Hustota Helmholtzovy energie pod touto oblastí je označena f' a je konstantní. Ve vzdálenosti $+\delta''$ pak povedeme jinou hranici, nad kterou platí, že hustota Helmholtzovy energie je přibližně rovna hustotě Helmholtzovy energie páry.

Označujeme jí f'' a také pro ní platí, že je konstantní. Vrstva vymezená těmito hranicemi má tloušťku $\delta' + \delta''$ a představuje s tím, co bylo uvedeno dříve, oblast fázového rozhraní [12].

Jaká je hodnota Helmholtzovy energie v oblasti fázového rozhraní? V idealizované soustavě jsou hodnoty Helmholtzových energií $A' + A'' = f'V' + f''V''$ v obou fázích konstantní až po dělicí plochu rozhraní. Avšak vlivem speciálních vlastností v oblasti fázového rozhraní je Helmholtzova energie reálné soustavy A vyšší než idealizované. Pak můžeme psát, že

$$A > A' + A'' . \quad (7)$$

Přebytek Helmholtzových energie reálné soustavy ve srovnání s idealizovanou soustavou je roven

$$A_s = A - (f'V' + f''V'') = \gamma S , \quad (8)$$

kde γ je výše uvedený přebytek Helmholtzovy energie vztažený na jednotku povrchu S .

Nyní budeme hledat vztah mezi veličinou γ a změnou hustoty Helmholtzovy energie f v povrchové vrstvě. Helmholtzova energie idealizované soustavy, v níž je dělicí plocha rozhraní vedena v ploše $z = 0$ viz. Obr. 4, se rovná

$$A' + A'' = \left(\int_{-\infty}^0 f' dz + \int_0^{+\infty} f'' dz \right) S , \quad (9)$$

zatímco Helmholtzova energie reálné soustavy se rovná

$$A = \left[\int_{-\infty}^{+\infty} f(z) dz \right] S . \quad (10)$$

Přebytek Helmholtzovy energie soustavy vztažený na jednotku povrchu činí

$$\gamma = \frac{A - (A' + A'')}{S} = \int_{-\infty}^0 [f(z) - f'] dz + \int_0^{+\infty} [f(z) - f''] dz . \quad (11)$$

Středem našeho zájmu je oblast fázového rozhraní a proto můžeme (11) upravit následujícím způsobem

$$\gamma = \int_{-\delta}^0 [f(z) - f'] dz + \int_0^{+\delta} [f(z) - f''] dz . \quad (12)$$

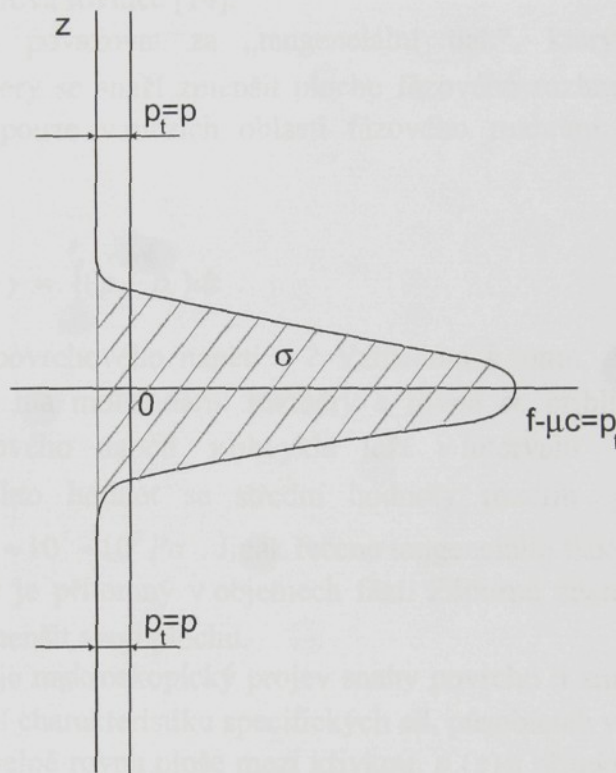
Korektnost tohoto kroku, lze obhájit tvrzením, že vně oblasti fázového rozhraní jsou odchylky hustoty Helmholtzovy energie od jejích hodnot v objemech fází malé. Můžeme tak nahradit nekonečné meze v integrálech mezemi konečnými a to $-\delta$ a $+\delta$ [12]. Geometricky může být velikost γ vyšrafovanou plochou Obr. 4., která je ohraničená křivkou $f(z)$, přímkami $f = f'$ a $f = f''$ a úsekem přímky $z = 0$.

Tento přístup, jak určit velikost γ , má jednu velkou vadu. Výraz (11) odpovídá velikosti γ jen při jedné poloze dělicí plochy rozhraní. Je totiž závislý na poloze myšlené

dělicí plochy rozhraní. Je zcela nepřípustné, aby povrchové napětí jako přímo experimentálně stanovitelná hodnota závisela na způsobu představy uspořádání povrchu. Výše uvedené odvození není obecné.

Při jiných polohách dělicí plochy rozhraní již výraz (11) poskytuje jinou hodnotu. Zahrnuje spolu s „mechanickou“ prací tvorby nového povrchu také „chemickou“ práci, jež je spojena s průběhem funkce $\mu c(z)$ v oblasti fázového rozhraní a která závisí na poloze dělicí plochy rozhraní.

Abychom mohli definovat veličinu γ , invariantní vzhledem k poloze dělicí plochy rozhraní, je třeba sledovat změnu rozdílu $f(z) - \mu c(z)$ v povrchové vrstvě. Tento rozdíl je v objemech fází, které jsou rozděleny rovinným povrchem, stejný. Rovná se tlaku p se znaménkem mínus Obr. 5.



Obr.5: Změna veličiny $f(z) - \mu c(z)$ v oblasti fázového rozhraní.

Oblasti soustavy, jež náleží do fázového rozhraní, jsou nestejnorodé, tudíž zde neplatí Pascalův zákon. Zde má tlak p složený (tenzorový) charakter. Musíme si však uvědomit, že závislost hustoty Helmholtzovy energie f na koncentraci a tlaku může být popsána vztahem (6) pouze v oblastech, kde platí Pascalův zákon a kde má tlak skalární povahu. V rovnici se nedají přímo sčítat skalární a tenzorové veličiny.

Veličinu, která je vyjádřena vztahem $-(f - \mu c)$ a má rozměr tlaku, označíme p_t . Potom p_t je rovno tlaku p pouze v objemech fází, nikoliv však v povrchové vrstvě, kde $p_t \neq p$. Výraz pro γ (volná povrchová energie / povrchové napětí) pak zapíšeme analogicky jako (11) ve tvaru

$$\gamma = \int_{-\infty}^0 \{[f(z) - \mu c(z)] - (f' - \mu c')\} dz + \int_0^{\infty} \{[f(z) - \mu c(z)] - (f'' - \mu c'')\} dz. \quad (13)$$

Výraz v hranatých závorkách v obou integrálech jsou shodné a rovnají se $-p$, zatímco výrazy v prvních závorkách vyjadřují velikost $-p_t(z)$, jež je závislá na svislé souřadnici z . Tak obdržíme vztah

$$\gamma = \int_{-\infty}^{\infty} [p - p_t(z)] dz. \quad (14)$$

Tento vztah se nazývá Bakkerova rovnice [14].

Veličinu p_t můžeme považovat za „tangenciální tlak“, který působí v rovině rovnoběžné s povrchem a který se snaží zmenšit plochu fázového rozhraní. Uvážíme-li, že odchylka p_t od p existuje pouze v mezích oblasti fázového rozhraní, je možné napsat Bakkerovu rovnici ve tvaru

$$\gamma = \int_{-\delta}^{\delta} (p - p_t) dz. \quad (15)$$

Jaké jsou velikosti povrchového napětí γ ? Vzhledem k tomu, že tloušťka oblasti fázového rozhraní ($\delta' + \delta''$) má molekulární rozměry a rovná se přibližně zlomkům nm ($10^{-9} m$), velikosti povrchového napětí γ obvykle leží v intervalu 10 až $10^3 mJ/m^2$ tj. mN/m . Na základě těchto hodnot se střední hodnoty rozdílu $p - p_t$ představují v povrchové vrstvě přibližně $\approx 10^7 - 10^9 Pa$. Jinak řečeno tangenciální tlak je obrovský oproti tlaku hydrostatickému, který je přítomný v objemech fází. Záporné znaménko veličiny p_t také odráží snahu povrchu zmenšit svoji plochu.

Povrchové napětí γ , je makroskopický projev snahy povrchu o zmenšení a může být tedy považováno za integrální charakteristiku specifických sil, působících v povrchové vrstvě. Velikost této tečné síly je číselně rovna ploše mezi křivkou $p_t(z)$ a přímkou p a nezávisí na poloze myšlené plochy rozhraní Obr.5, tak jak tomu musí být u přímo měřitelné veličiny [12].

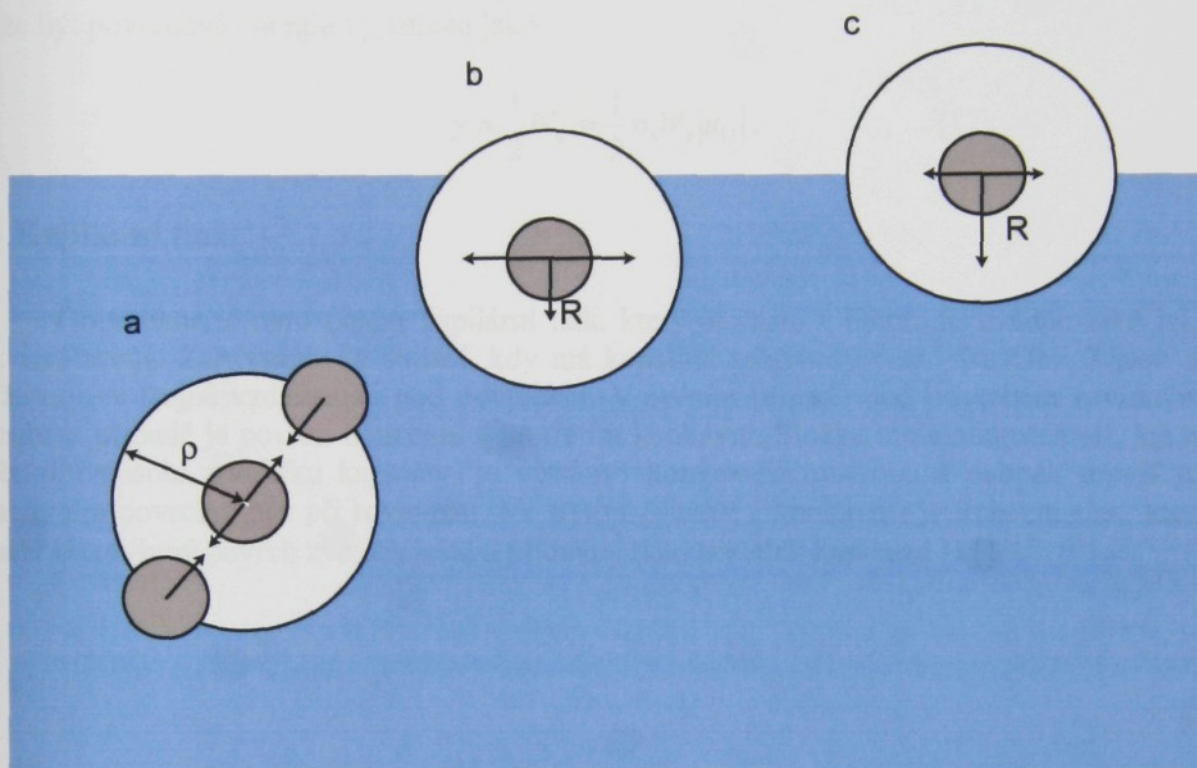
3.2 Kohezní síly a kohezní tlak

Jaký je vztah mezi kapilárními jevy a povrchovým napětím? Problém vysvětluje tento článek. Povrchová vrstva se dá představit jako vrstva složená z velmi tenké vrstvy molekul. Při zvětšení povrchu kapaliny se dostávají některé molekuly z vnitřku na povrch, přičemž se musí překonat určité síly. Podle Laplaceovy teorie působí na každou molekulu látky přitažlivé síly sousedních molekul. Tyto přitažlivé síly mezi molekulami nejsou gravitačního původu, neboť neklesají s druhou mocninou vzdálenosti, ale s mocninou mnohem vyšší. Interakce mezi nenabitými molekulami mohou být přibližně popsány Lennard-Jonesovým potenciálem

$$u = -\frac{a_1}{R^6} + \frac{b_1}{R^{12}}, \quad (16)$$

kde a_1 a b_1 jsou konstanty mezimolekulové přitažlivosti. První člen tohoto vztahu (16) popisuje vzájemnou přitažlivost molekul a druhý člen jejich odpuzování [12].

Tento vztah však nebyl Laplaceovi znám. Přitažlivé působení každé molekuly se proto může omezit na velmi malý kulový prostor, v jehož středu je uvažovaná molekula. Kruhový prostor se nazývá sféra molekulárního působení a jeho poloměr ρ je nazýván poloměrem molekulárního působení Obr.6.



Obr.6: Výklad vzniku povrchového napětí.

Jestliže je rozložení molekul v kapalině kolem sledované molekuly rovnoměrné, pak dojde k vyrušení vodorovných i kolmých složek sil a molekula je v klidu (Obr.6a). Výsledek složek sil, které jsou kolmé na hladinu vody se ruší pouze v případě, že vzdálenost molekuly od povrchu je větší než poloměr sféry molekulárního působení ρ . Je-li vzdálenost od povrchu menší než ρ (Obr.6b), nebude výslednice $\vec{R}$ složek přitažlivých sil kolmých k povrchu vyrovnána a bude směřovat do kapaliny. Se zmenšující se vzdáleností od povrchu výslednice $\vec{R}$ poroste a dosáhne maximální hodnoty pro molekuly, které leží právě na povrchu kapaliny (Obr.6c). Vlivem těchto soudržných sil, které nazýváme kohezními, je tlak na povrchu kapaliny menší než uvnitř a vzrůstá směrem dovnitř kapaliny, přičemž dosahuje maximální hodnoty ve vzdálenosti rovné poloměru sféry molekulárního působení ρ . Tento celkový vzrůst tlaku se nazývá kohezním tlakem. Z toho vyplývá, že při tvorbě nového povrchu kapaliny, musíme silově působit na ty molekuly, jejichž sféry molekulového působení přesouváme do blízkosti povrchu kapaliny. Při těchto posunech se mění práce vnějších sil na povrchovou energii [11]. Je tedy zřejmé, že povrchové napětí a kapilární jevy se dají vysvětlit vzájemným působením přitažlivých sil, tzv. kohezních.

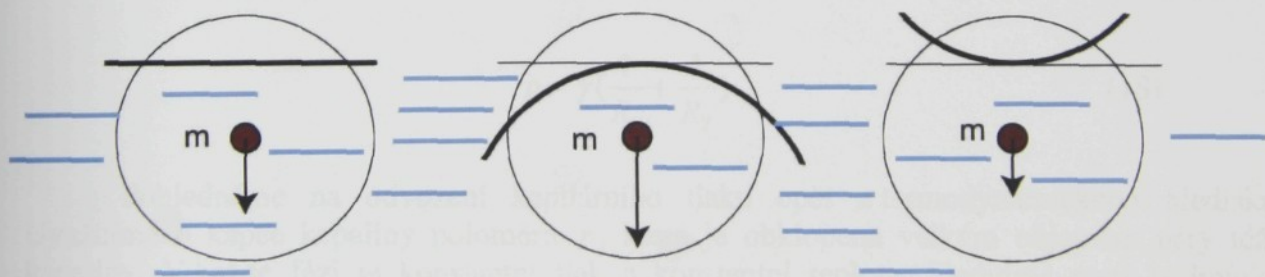
Na závěr tohoto článku uvedeme, jak získat vztah mezi povrchovou energií a energií přitažlivostí molekul v objemu kapaliny. Abychom takový vztah získali zavedeme veličinu W_k , která se nazývá kohezní práce nebo kohezní energie. Tato veličina může být definována

jako práce, kterou je nutné vykonat ve vratném izotermickém procesu dělením sloupce jednotkového průřezu na dvě poloviny. Protože se při takovém procesu vytvářejí dva povrchy s jednotkovou plochou, je kohezí práce W_k rovná dvojnásobné velikosti povrchového napětí γ . Jestliže si představíme, že na jednotku povrchové plochy připadá n_s molekul, z nichž každá až do rozdělení kapaliny na části byla v interakci se Z_s molekulami z druhé poloviny látky, pak $W_k \approx n_s Z_s |u_{11}|$, kde u_{11} je energie přitahování dvou sousedních molekul. Potom může být povrchová energie vyjádřena jako

$$\gamma = \frac{1}{2} W_k \approx \frac{1}{2} n_s Z_s |u_{11}|. \quad (17)$$

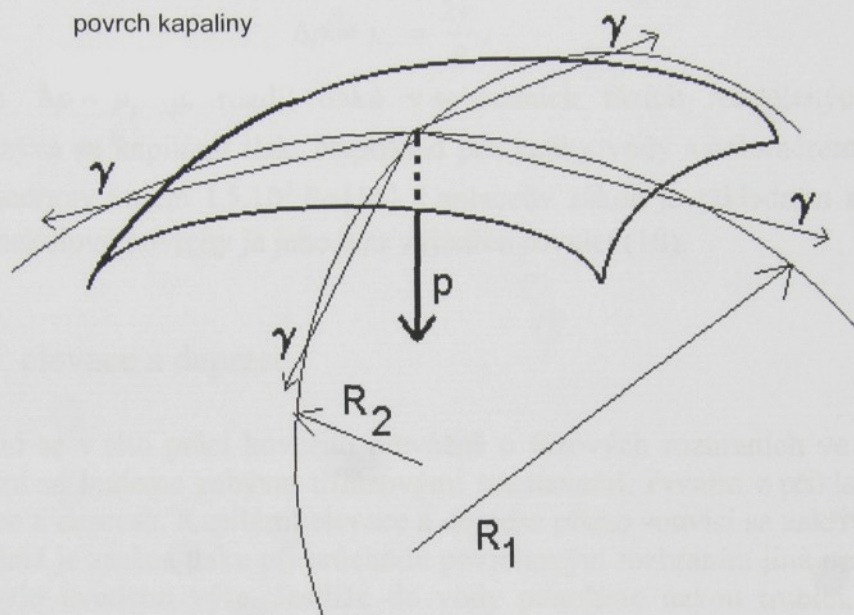
3.3 Kapilární tlak

Objasněme si nyní pojem kapilární tlak, který je často v literatuře uváděn také jako tlak Laplaceův. Zabývejme se situací, kdy má kapalina zakřivený tvar. Na Obr. 7 jsou tři molekuly ve stejné vzdálenosti pod povrchem. V prvním případě pod povrchem rovinným, v druhém případě je povrch konvexní a ve třetím konkávní. Složka molekulárních sil, jež na molekulu působí z vnitřku kapaliny, je větší při konvexním povrchu a naopak menší při konkávním povrchu, než při rovinném. Ve třetím případě (konkávní) je kohezí tlak, který působí na rovinný povrch zvětšen ještě o přídavný tlak, tzv. tlak kapilární [11].



Obr.7: Výslednice molekulárních sil v rovinném a zakřiveném povrchu kapaliny. Písmeno m označuje molekulu.

Kapilární tlak se dá vypočítat s využitím povrchového napětí γ . Vycházejme nyní z detailního pohledu na zakřivený povrch kapaliny Obr.8. Při obecně zakřiveném povrchu se v každém jeho bodě dají vést dva k sobě kolmé normálové řezy A_1B_1 a A_2B_2 . Tlak způsobený zakřivením A_1B_1 je $p_1 = \frac{\gamma}{R_1}$ a tlak vznikající zakřivením A_2B_2 je $p_2 = \frac{\gamma}{R_2}$.



Obr.8. Určení kapilárního tlaku pod zakřiveným povrchem kapaliny. Poloměry křivostí jsou označeny R_1 a R_2 .

Kapilární tlak p je pak součtem těchto dílčích tlaků, jak je ukázáno v [11] a zapisuje se jako

$$p = \gamma \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right). \quad (18)$$

Pohledněme na odvození kapilárního tlaku opět z termodynamického hlediska. Uvažujme o kapce kapaliny poloměru r , která je obklopena velkým objemem páry téže kapaliny. V každé fázi je konstantní tlak a konstantní teplota. Sledujme nyní podmínky rovnováhy mezi kapkou a párou. Necht' přibližně za rovnovážných podmínek přejde malý počet molekul z páry do kapky. Poloměr kapky se zvětší o Δr . Tlak a tudíž i chemický potenciál látky zůstanou při tom prakticky konstantní. Podmínka, že se tato soustava nachází v blízkosti rovnováhy, tedy v blízkosti minima její Helmholtzovy energie A , se vyjádří tak, že se první variace Helmholtzovy energie dA položí rovna nule. Potom lze psát

$$\delta A = -\Delta p \delta V + \delta(\gamma S) = -\Delta p \delta V + \gamma \delta S + S \delta \gamma = 0, \quad (19)$$

kde $\Delta p = p_1 - p_2$ je rozdíl tlaků v kapce p_1 a v páře p_2 , V je objem kapky a S je povrch kapky. Nyní zvolíme uvnitř oblasti rozhraní mezi fázemi (kapkou a párou) konvenční geometrický povrch, který byl výše nazván dělicí plochou rozhraní. Pak pro určitou polohu dělicí plochy rozhraní je velikost $d\gamma = 0$. To je takzvaná plocha působení napětí [14]. Pro plochu napětí je možné psát, že

$$\Delta p = \gamma \frac{dS}{dV}. \quad (20)$$

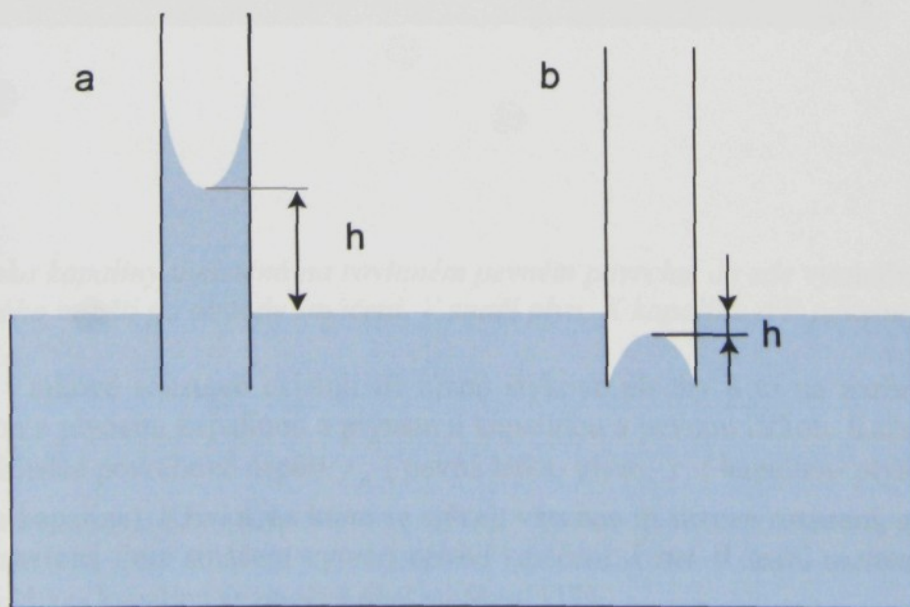
Pro kulové částice, kde $dS = 8\pi r dr$ a $dV = 4\pi r^2 dr$. Dosadíme-li tyto výrazy do rovnice (20), dostaneme Laplaceův zákon

$$\Delta p = p_\gamma = \frac{2\gamma}{R}. \quad (21)$$

Veličina $\Delta p = p_\gamma$ je rozdíl tlaků v sousedních fázích rozdělených zakřiveným povrchem a nazývá se kapilární tlak. Například pro kapky vody s poloměrem $1 \mu\text{m}$ nabývá kapilární tlak hodnoty kolem $1,5 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ [14]. Laplaceův zákon je základním zákonem teorie kapilarity. Pro nekulové povrchy je jeho tvar vyjádřen rovnicí (18).

3.4 Kapilární elevace a deprese

Až dosud se v této práci hovořilo převážně o fázových rozhraních ve dvoufázových soustavách. Nyní se budeme zabývat třífázovými soustavami. Prvním z příkladů bude popis kapilární elevace a deprese. Kapilární elevace a deprese přímo souvisí se zakřivením povrchu kapaliny, při němž je změna tlaku při průchodu povrchovým rozhraním jiná než při rovinném povrchu, jak bylo uvedeno výše. Jestliže do vody ponoříme úzkou trubici, hladina vody v trubici nebude rovná. Povrch hladiny vody se zakřívuje a tvoří meniskus, buď vydutý (konkávní) nebo vypuklý (konvexní). Platí úzká souvislost mezi tvarem menisku a výškou vody v trubici. Při konkávním menisku vystoupí kapalina výše, než okolní vodorovný povrch kapaliny. Tomuto jevu se říká kapilární elevace Obr.9a. Naopak, je-li hladina vody v trubici níž než okolní vodorovná hladina, vzniká kapilární deprese Obr.9b [11].



Obr.9 : Kapilární elevace a) a deprese b). Veličina h označuje výšku kapaliny v trubici.

Popíšeme si nyní situaci kapilární elevace Obr.9a. Kapalina v tomto případě vystoupá do určité výšky h . Podmínka je, že kapalina smáčí stěny trubice. Zde se naskytne otázka co to znamená, že kapalina smáčí stěny trubice. Vysvětlení nalezneme v dalším článku, kde si podrobně rozebereme, co je úhel smáčení.

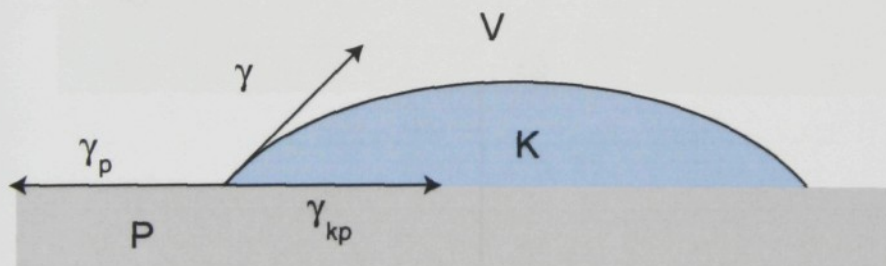
Jak bylo uvedeno výše, povrch kapaliny bude zakřivený se záporným poloměrem zakřivení R (konkávní meniskus). Následkem toho se jeví tlak v kapalině pod povrchem menisku nižší ve srovnání s tlakem pod rovinným povrchem o hodnotu $2\gamma / R$. Kapalina bude stoupat v trubici do té doby, dokud se kapilární tlak nevyrovná s hydrostatickým tlakem sloupce stoupající kapaliny, tj.

$$p_\gamma = h(\rho_1 - \rho_2)g, \quad (22)$$

kde ρ_1 a ρ_2 jsou hustoty kapaliny a její nasycené páry popřípadě vzduchu a g je gravitační zrychlení [11].

3.5 Úhel smáčení a Youngova rovnice-smáčení rovinného povrchu

Důležitým pojmem v problematice smáčení je tzv. úhel smáčení, jak již bylo naznačeno výše. Podle úhlu smáčení rozlišujeme, jestli kapalina pevný povrch smáčí nebo ne. Představme si povrch pevné látky, na kterou je nanesena kapka kapaliny Obr.10.



Obr.10: Kapka kapaliny umístěná na rovinném pevném povrchu. Je zde vyznačena rovnováha sil povrchového napětí na obvodu smáčení. V značí plyn, K kapalinu a P pevnou látku.

Obr.10: Kapka kapaliny umístěná na rovinném pevném povrchu. Je zde vyznačena rovnováha sil povrchového napětí na obvodu smáčení. V značí plyn, K kapalinu a P pevnou látku.

Pak v takové soustavě existují tři různé stykové plochy a to na rozhraní fází mezi pevnou látkou a plynem, kapalinou a plynem a kapalinou a pevnou látkou. Každému rozhraní odpovídá příslušné povrchové napětí γ_p (pevná látka- plyn), γ (kapalina- plyn) a γ_{kp} (pevná látka-kapalina). Křivka, na které se stýkají všechna tři fázová rozhraní, se nazývá linie smáčení. Uzavřená linie smáčení vytváří obvod smáčení. Úhel θ mezi rozhraním kapalina- plyn a pevná látka- kapalina se nazývá úhel smáčení [12].

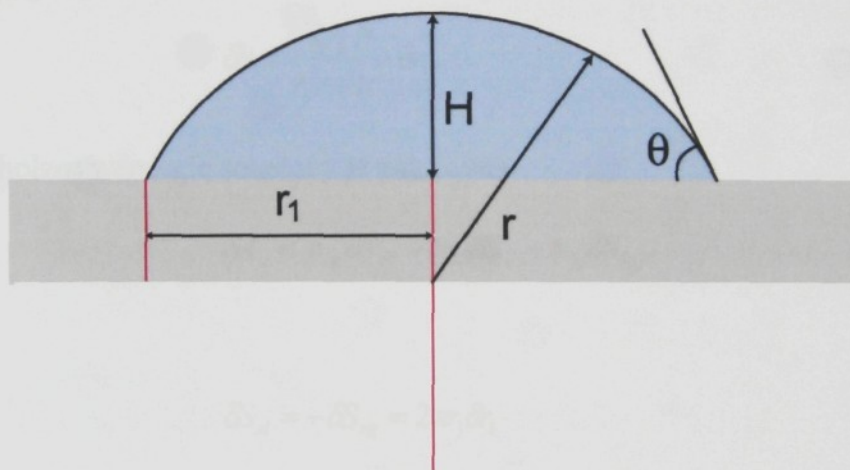
Uvažujeme-li povrchová napětí jako síly vynaložené kolmo k jednotce délky obvodu smáčení a působící ve směru tečny k odpovídajícím rozhraním Obr.8, je možné napsat podmínku rovnováhy těchto sil jako

$$\gamma_p = \gamma_{kp} + \gamma \cos \theta \quad (23)$$

nebo

$$\cos \theta = \frac{\gamma_p - \gamma_{kp}}{\gamma}. \quad (24)$$

Rovnici (10) nazýváme Youngovou [12]. Odvození rovnice (23) na základě rovnováhy sil povrchového napětí je často považováno za nepřesné. Nejednou byly vysloveny pochybnosti, zda mohou být hodnoty γ_p, γ_{kp} a γ považovány za reálné síly, působící na obvod smáčení. Nahlédněme na tento problém z jiného úhlu. Přesněji může být tento kvantitativní vztah mezi rovnovážnou hodnotou úhlu smáčení a velikostmi povrchových napětí fázových rozhraní získán pomocí analýzy závislosti Helmholtzovy energie soustavy na tvaru kapky s konstantním objemem. Za beztížných podmínek vytváří kapka kapaliny s objemem V na rovném povrchu pevné látky kulovou výseč s výškou h , poloměrem zakřivení R a poloměrem obvodu kružnice styku tří fází (obvodu smáčení) R_1 Obr.11 [12].



Obr.11: Grafické znázornění odvození Youngovy rovnice pro výpočet rovnovážného úhlu smáčení

Malé kapky mají tvar blízký kulovému rovněž v gravitačním poli. Objem kapky, v našem případě tedy kulové výseče se rovná

$$V = \frac{\pi}{6} (3r_1^2 h + h^3). \quad (25)$$

Plocha kulového povrchu kapky S_{lg} a plocha, na které se kapka stýká s pevným povrchem S_{sl} , jsou rovny

$$S_{lg} = \pi(h^2 + r_1^2) \quad (26)$$

a

$$S_{sl} = \pi r_1^2. \quad (27)$$

Z Obr.9 může kromě toho odvodit další vztahy jako

$$h^2 + r_1^2 = 2Rh \quad (28)$$

nebo

$$\frac{r-h}{r} = \cos \theta. \quad (29)$$

Jestliže se okraj kapky posune, dojde ke změně plochy všech tří fázových rozhraní (při zachování kulového tvaru povrchu). Z podmínky stálosti jejího objemu, tj. $\delta V = 0$, při malé změně r_1 a h je možné odvodit

$$\delta V = \pi r_1 h \delta r_1 + \frac{\pi}{2} r_1^2 \delta h + \frac{\pi}{2} h^2 \delta h = 0, \quad (30)$$

z čehož vyplývá

$$\delta h = \frac{2r_1 h}{r_1^2 + h^2} \delta r_1. \quad (31)$$

Změna Helmholtzovy energie soustavy je pak rovna

$$\delta A_s = \gamma_{sg} \delta S_{sg} + \gamma_{sl} \delta S_{sl} + \gamma_{lg} \delta S_{lg}, \quad (32)$$

přičemž

$$\delta S_{sl} = -\delta S_{sg} = 2\pi r_1 \delta r_1 \quad (33)$$

a

$$\delta S_{lg} = 2\pi r_1 \delta r_1 + 2\pi h \delta h. \quad (34)$$

Rovnováze soustavy odpovídá minimum veličiny A_s , tj. případ, kdy přírůstek Helmholtzovy energie se rovná nule. Pak

$$\delta A_s = 2\pi r_1 \delta r_1 (\gamma_{sl} - \gamma_{sg}) + (2\pi r_1 \delta r_1 + 2\pi h \delta h) \gamma_{lg} = 0. \quad (35)$$

Dosadíme-li hodnotu δh , dostaneme, že

$$-(\gamma_{sl} - \gamma_{sg}) = \gamma_{lg} \left(1 - \frac{2h^2}{r_1^2 + h^2}\right) = \gamma_{lg} \left(1 - \frac{2h^2}{2rh}\right) = \gamma_{lg} \frac{r-h}{r}. \quad (36)$$

Tudíž

$$\gamma_p - \gamma_{kp} = \gamma \cos \theta, \quad (37)$$

čímž jsme opět dospěli k Youngově rovnici (23) tentokrát z úvah o minimalizaci energie systému.

Vraťme se nyní k úhlu smáčení. V závislosti na hodnotě rovnovážného úhlu smáčení se rozlišují následující případy. Jestliže je úhel smáčení $\theta < 90^\circ$, tj. $\cos \theta > 0$, pak mluvíme o smáčení nebo o „omezeném smáčení“ povrchu kapalinou. Tupý úhel smáčení $\theta > 90^\circ$ pak značí povrch, který nesmáčí. V případě, že rovnovážný úhel se neustaluje a kapka se roztéká na tenký film, mluvíme o „úplném smáčení“, neboli o roztírání. V soulase s Youngovou rovnicí odpovídá smáčení podmínka $\gamma_p > \gamma_{kp}$, nesmáčení $\gamma_p < \gamma_{kp}$ a roztírání podmínka $\gamma_p > \gamma_{kp} + \gamma$ [12].

Popišme si nyní případ dokonalého smáčení rovinného povrchu. O dokonalém smáčení rovinného povrchu mluvíme tehdy, jestliže je úhel smáčení $\theta = 0$. Pomocí Youngovy rovnice je pak tato situace vyjádřena takto

$$\gamma_p - \gamma_{kp} - \gamma \geq 0. \quad (38)$$

Z výše uvedených poznatků můžeme nyní zavést Harkinsonův neboli roztírací koeficient S

$$S = \gamma_p - \gamma_{kp} - \gamma \geq 0. \quad (39)$$

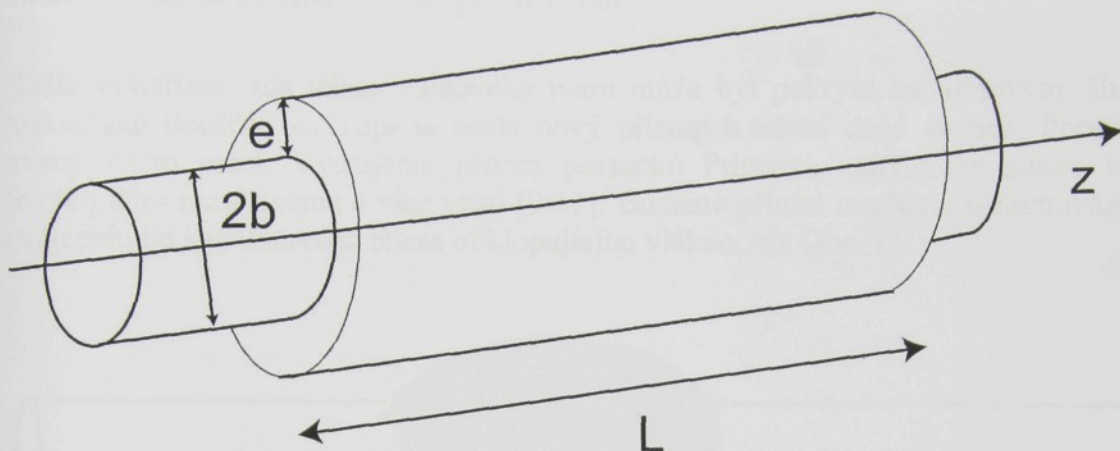
Tato veličina představuje změnu energie soustavy při pokrývání jednotkového povrchu pevné látky rovinnou vrstvou kapaliny. Tuto energii lze považovat za práci roztírání nebo jako za hybnou sílu procesu roztírání, tedy sílu působící kolmo k jednotce délky obvodu smáčení podél povrchu pevné látky [12].

4. Smáčení samostatného vlákna kapalinovým filmem

V minulé kapitole byla věnována pozornost smáčení rovinného povrchu. Zaměřme se nyní na povrch zakřivený, v našem případě vlákno. V této kapitole budeme studovat vliv parametru struktury vlákna, jmenovitě se jedná o jeho poloměr b , na dokonalé smáčení tohoto vlákna kapalinou. Dále pak porovnáme smáčení vlákna mikroskopickým a makroskopickým filmem. V závěru kapitoly se zmíníme o experimentálních přístupech k tomuto problému.

4.1 Dokonalé smáčení mikroskopickým kapalinovým filmem

Představme si nyní vlákno o poloměru b pokryté filmem kapaliny o tloušťce e tak, jak ukazuje Obr.12.



Obr.12: Vlákno o poloměru b pokrývá vrstva kapaliny o tloušťce e a délce L . Obrázek zachycuje případ dokonalého smáčení vlákna.

Postup, který vede k vyřešení takovéto situace, byl poprvé uveden Brochardovou v [13], a jak bude uvedeno níže, je platný jen pro velmi tenké kapalinové filmy, kdy Rayleighova nestabilita je stabilizována krátko dosahovými mezimolekulárními silami. Na tuto práci později navázali Barci, Perzynski a Salin [14]. K dokonalému smáčení vlákna kapalinou dojde tehdy, když celková povrchová energie W vnějšího povrchu filmu kapaliny a povrchu styku mezi vláknem a kapalinou připadající na délku vlákna L bude menší, než povrchová energie téže délky suchého vlákna W_f . Pro povrchové energie W a W_f platí

$$W_f = 2\pi b L \gamma_p, \quad (40)$$

$$W = 2\pi b L \gamma_{kp} + 2\pi(b+e)L\gamma. \quad (41)$$

Z výše uvedené podmínky pro dokonalé smáčení vlákna plyne

$$W_f - W = 2\pi L b \left[\gamma_p - \gamma_{kp} - \left(1 + \frac{e}{b} \right) \gamma \right] > 0. \quad (42)$$

Úpravou nerovnosti v (42) využívající Harkinsonova roztíracího koeficientu S získáme podmínku pro dokonalé smáčení vlákna ve tvaru

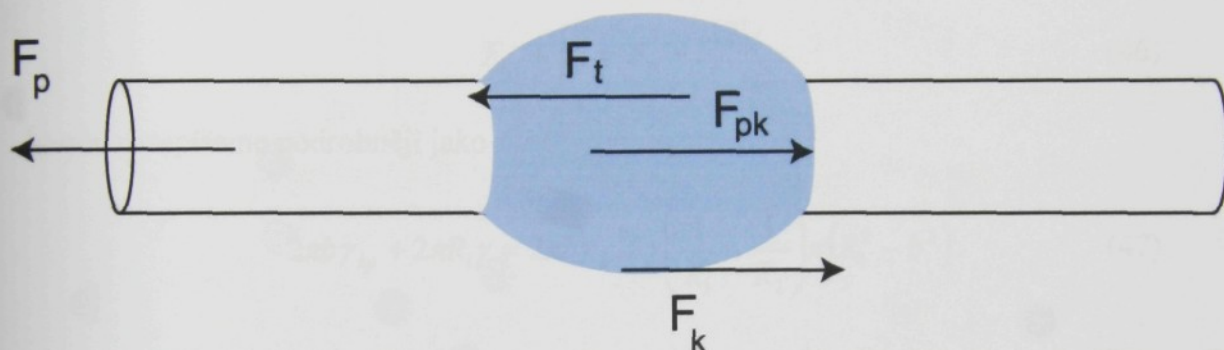
$$S \geq \frac{e}{b} \gamma. \quad (43)$$

Porovnáním podmínek pro úplné smáčení roviny (39) a vlákna (43) dojdeme k závěru, že jednotlivá vlákna jsou méně ochotna smáčet se kapalinou než rovinné útvary vyrobené

z téhož materiálu. Odpor vůči dokonalému smáčení podle (43) roste se zmenšujícím se poloměrem vlákna b [13].

4.2 Smáčení vlákna makroskopickým filmem

Dále vyšetříme, zda těleso válcového tvaru může být pokryto kapalinovým filmem o makroskopické tloušťce e . Toto je zcela nový přístup k řešení dané situace. Poprvé je publikovaný v této práci. Využijeme přitom poznatků Princena užitých ke studiu tvarů kapalinových těles mezi dvěma a více válci [9-11]. Budeme přitom uvažovat o rovnováze sil na čele válcovitého kapalinového tělesa obklopujícího vlákno, viz Obr. 13.



Obr.13: Grafické znázornění rovnováhy sil na vlákne pokrytém kapalinovým filmem makroskopické tloušťky.

Na čele kapalinového tělesa působí podél osy vlákna čtyři síly F_p , F_{pk} , F_k a F_t . Síla F_p je generována povrchovým napětím γ_p na rozhraní pevné látky (vlákna) a plynu. Působí podél osy vlákna vně kapalinového tělesa a má velikost $2\pi b\gamma$, kde b je poloměr vlákna. Ve stejném směru, ale s opačnou orientací působí síla F_{kp} vyvolávaná povrchovým napětím γ_{kp} mezi kapalinou a vláknem. Platí pro ni $F_{kp} = 2\pi b\gamma_{kp}$. Stejný směr a orientaci jako F_{kp} má další ze sil popisující situaci na Obr.13, kterou jsme označili F_k . Tato síla je vytvářena v důsledku existence povrchového napětí γ na povrchu kapaliny. Její velikost je $2\pi(b+e)\gamma$. Konečně síla $\vec{F}_t$ je způsobena Laplaceovým tlakem. V důsledku vypuklého tvaru kapalinového tělesa na vlákne působí tato síla vně kapalinového tělesa. Její složka F_t působí podél osy vlákna a má hodnotu

$$F_t = \gamma \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \cdot \pi (R_1^2 - b^2), \quad (44)$$

kde $\frac{1}{R_1}$ a $\frac{1}{R_2}$ jsou hlavní křivosti kapalinového tělesa. Hlavní křivosti určujeme v bodě ležícím na povrchu kapalinového tělesa v místě maximální šířky. Poloměr křivosti R_1 zavedeme jako poloměr této kružnice. Pro R_1 z Obr. 12 platí

$$R_1 = e + b. \quad (45)$$

Poloměr křivosti R_2 přísluší řezu kapalinového tělesa, který je kolmý k rovině obsahující kružnici R_1 a prochází osou vláken. Z toho vyplývá, že $R_2 \rightarrow \infty$. Výraz $\pi(R_1^2 - b^2)$ v (44) má význam plošného obsahu řezu kapalinového tělesa, procházejícího zmíněnou kružnicí.

Kapalinové těleso na povrchu vlákna se nachází v rovnováze za následující podmínky rovnováhy složek sil

$$F_{kp} + F_k = F_p + F_t, \quad (46)$$

kterou rozepíšeme podrobněji jako

$$2\pi b \gamma_{kp} + 2\pi R_1 \gamma = 2\pi b \gamma_p + \gamma \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \pi (R_1^2 - b^2). \quad (47)$$

Rovnici (47) vydělíme výrazem $2\pi b$ a za $\gamma_p - \gamma_{kp} - \gamma$ dosadíme roztírací koeficient S . Po této úpravě získáme

$$S + \gamma = \frac{\gamma}{b} R_1 - \frac{\gamma}{2b} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) (R_1^2 - b^2). \quad (48)$$

Vztah (48) budeme dále upravovat za předpokladu, že kapalinové těleso je válcovité, jak je naznačeno na Obr.13. Za tohoto předpokladu bude hodnota R_2 nekonečně velká ($R_2 \rightarrow \infty$) a z (48) dostaneme

$$S = \frac{\gamma(R_1 - b)^2}{2bR_1} = \frac{\gamma(R_1^2 - 2bR_1 + b^2)}{2bR_1} = \gamma \left(\frac{R_1}{2b} + \frac{b}{2R_1} \right) > 0. \quad (49)$$

Z této rovnice je patrné, že hodnota roztíracího koeficientu je pro studovaný případ kapalinového tělesa vždy kladná. Proto je $\theta = 0$. Vyjádříme-li poloměr kapalinového tělesa R_1 pomocí poloměru vlákna b a tloušťky kapalinového filmu e ($R_1 = b + e$), dostaneme z (49) kvadratickou rovnici pro e

$$\frac{\gamma}{2b} e^2 = Se - bS = 0, \quad (50)$$

která má řešení

$$e_{1,2} = \frac{bS}{\gamma} \pm \sqrt{\frac{b^2 S^2}{\gamma^2} + \frac{2b^2 S}{\gamma}}. \quad (51)$$

Fyzikálně smysluplné jsou jen kladné hodnoty e , proto budeme dále uvažovat jen o řešení e_1 se znaménkem $+$ před odmocninou v (51). Druhé řešení e_2 je vždy záporné, což je ihned patrné z (51) neboť hodnoty b, S, γ jsou vždy kladné a odmocnina na pravé straně zmíněné rovnice je vždy větší než výraz bS/γ , od kterého je tato odmocnina odečítána [16].

Pokud je tloušťka filmu řízena hodnotami povrchových napětí a nikoliv krátkodosahovými silami jako u úvah Brochardové (43) vyjádřených veličinami γ a S , pak je její velikost dána relací

$$\frac{e}{b} = \frac{S}{\gamma} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{2\gamma}{S}} \right), \quad (52)$$

která je získána úpravou (51).

Když je tloušťka kapalinového filmu určena Van der Waalsovými interakcemi, pak můžeme vztah (51) použít k vyjádření podmínky pro dokonalé smáčení vlákna.

$$S > \frac{\gamma e^2}{2b(b+e)} \quad (53)$$

Připomeňme, že fyzikální podstata odlišnosti vztahů (43) a (53) spočívá v tom, že první z nich uvažuje pouze o povrchových energiích, kdežto druhý započítává i vliv Laplaceova tlaku. Tento vztah (53) je originálním řešením a je v podstatě korekcí vztahu Brochardové (43) se započtením vlivu kapilárního tlaku podle Princena.

Proveďme nyní krátké porovnání vztahů (43) a (53). Zjistíme, že hodnoty e po započítání kapilárního tlaku (53) mohou nabývat větších hodnot než v (43) při zachování stejných podmínek (hodnota b , povrchová napětí atd.). Samozřejmě uvažujeme o situaci rovnovážného stavu.

Pro vztah tloušťky kapalinového filmu e na rovném povrchu pevného tělesa v závislosti na S byl pro případ Van der Waalsovy interakce mezi molekulami kapaliny a pevné látky odvozen vztah

$$e = a \sqrt{\frac{3\gamma}{2S}}, \quad (54)$$

kde a je charakteristická velikost molekuly kapaliny.

Nyní se vraťme k rovnici (48) a studujme ji za podmínky $1/R_2 > 0$, tedy vyvinutí Rayleighovy nestability s unduloidy. Tento pojem bude vysvětlen v článku „Rotační symetrické plochy“. Budeme přitom předpokládat, že i úhel smáčení θ bude nenulový. Pro úpravu (48) použijeme Youngovy rovnice $\gamma_p = \gamma_{pk} + \gamma \cos \theta$. Obdržíme

$$\frac{R_1}{b} \gamma = \gamma \cos \theta + \frac{\gamma}{2b} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) (R_1^2 - b^2) \quad (55)$$

Z tohoto vztahu vyjádříme R_2 jako funkci všech zbývajících veličin, tj. γ, b, θ a R_1 .

$$R_2 = R_1 \frac{R_1^2 - b^2}{R_1^2 - 2bR_1 \cos \theta + b^2} \quad (56)$$

Známe-li úhel smáčení a poloměr R_1 , můžeme z této relace zjistit poloměr druhé hlavní křivosti R_2 . Známe-li navíc povrchové napětí kapaliny γ , lze určit Laplaceův tlak uvnitř kapky přisedlé na vlákne.

4.3 Experimenty Brochardové a Ryonga

Věnujme nyní pozornost dvěma experimentálním pracím, které se věnovaly stabilitě kapalinového filmu na vlákne podrobněji. První práce byla vypracována Brochardovou [13].

V [13] je uveden popis experimentu k vytvoření prstencového filmu na vlákne, při kterém se využívá skleněné trubice ve tvaru U. Skleněná trubice je vysoká přibližně 4 cm. K pokusu bylo využito polyesterového vlákna o poloměru $9,5 \mu\text{m}$. V trubici ve směru tažení vlákna je obsažen – dodecan (alifatický uhlovodík), destilovaná voda a tetrachlormethan CCl_4 , ve vrstvách, tak aby se nemísily, viz Obr.14. Vláknem je postupně taženo všemi třemi kapalinami určitou rychlostí v_0 . Jakmile bylo vlákno vtaženo motorkem do U-trubice, začal se formovat film na povrchu vlákna. Poté bylo vlákno protaženo skrz vodní vrstvu a konečně vnořeno do CCl_4 . Motor byl zastaven ve chvíli, kdy došlo k protažení vlákna všemi třemi vrstvami.

Po tomto pokusu byl změřen podíl dodecanu v CCl_4 pomocí plynové chromatografie GC použitím plamenového ionizačního detektoru. Poté mohla být charakterizována průměrná tloušťka filmu. Při vysokých rychlostech (v_0 : 0,7–14 cm/s) je systém v hydrodynamickém režimu, tzn. tloušťka filmu e vzrůstá s rychlostí tažení vlákna v_0 .

Tento experiment slouží k ověření závislosti mezi vytvářeným filmem a smáčecí lázní. Při nízkých rychlostech v_0 vzniká tenká vrstva filmu, která je úměrná poloměru vlákna b . Tato vrstva e vzrůstá s kapilárním číslem Ca , které je definováno jako

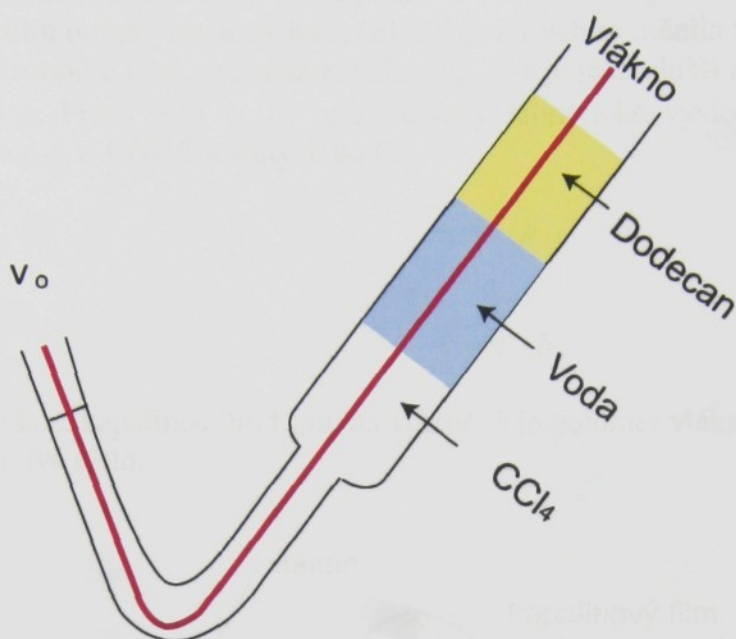
$$Ca = \eta v_0 / \gamma, \quad (57)$$

kde η je viskozita kapaliny a pro tloušťku filmu z této rovnice plyne vztah:

$$e = 1,33bCa^{2/3}. \quad (58)$$

Tato rovnice je platná pouze v rozmezí $10^{-5} < Ca < 10^{-2}$.

V tomto rozmezí Ca , i když je vlákno vytaženo vertikálně, tloušťka kapalinového filmu nezávisí na gravitaci, protože gravitační tlak je ve srovnání s kapilárním tlakem malý.



Obr.14: Uspořádání experimentu k vytvoření kapalinového filmu na vlákne, které je taženo rychlostí v_0 trubicí tvaru U. V trubici jsou obsaženy kapaliny: dodecan (alifatický uhlovodík o 12 uhlicích), voda a tetrachlormethan CCl_4 .

Film se vlivem pohybu při tažení stává tenčím. Je to způsobeno tím, že tlak uvnitř kapalinového filmu je větší než v neporušené části menisku, kde je roven 0.

Při vysokých hodnotách kapilárního čísla je vstupní film tenký a z něj vyplývají setrvačné efekty působící ve filmu. V tomto případě neexistuje analytické řešení tohoto problému. V opačném případě, kdy jsou kapilární čísla velmi nízká, je vstupní film tak tenký, že krátko – dosahové síly nemohou být zanedbány. Film se může stabilizovat a nedochází již k žádnému odvodňování kapaliny z povrchu vlákna [13]. Rozeberme si nyní důsledky, které tento experiment ukázal.

Pokud nastane situace, kdy je vlákno ve vertikální poloze, dochází k pohybu kapalinového filmu směrem k zemi. Tento pohyb je způsobem gravitací. Chování filmu závisí na poloměru vlákna a na rychlosti vyzvednutí vlákna v_0 . Pokud je tato rychlost vytažení příliš vysoká, je film dosti tlustý a nestabilita není způsobena tečením. Kapky se objevují rychle a sjíždějí dolů podél vlákna. Jestliže je jedna kapka větší než další vytvořené, padá rychleji a pohlcuje ostatní kapky. Vlivem pohybu kapky po vlákne se film rozbíjí a rozpadá do drobných kapek. Tento proces se opakuje.

Na začátku smáčení, když je film dostatečně tenký, je také stabilní. Volné padání filmu po vlákne zabraňuje kapkám se vyvynout. Při sledování tloušťky kapalinového filmu v určité časové závislosti lze vidět, že při smáčení, kdy se vytváří kapalinový film o určité tloušťce, nejsou vytvořeny zatím žádné kapky, a se stává funkcí poloměru vlákna b . Bylo ověřeno, že nestabilita kapalinového filmu se vyvíjí a vzniká v okamžiku pokrytí povrchu vlákna smáčecí kapalinou.

Z práce vyplývá, že pokud je kapalinový film dostatečně tenký, může být stabilizován vlivem krátko dosahových sil. Pokud je ale tloušťka filmu větší (nad $1\ \mu\text{m}$), může se předejít „rozbití“ nestabilního kapalinového pláště držením vlákna ve svislé poloze [13].

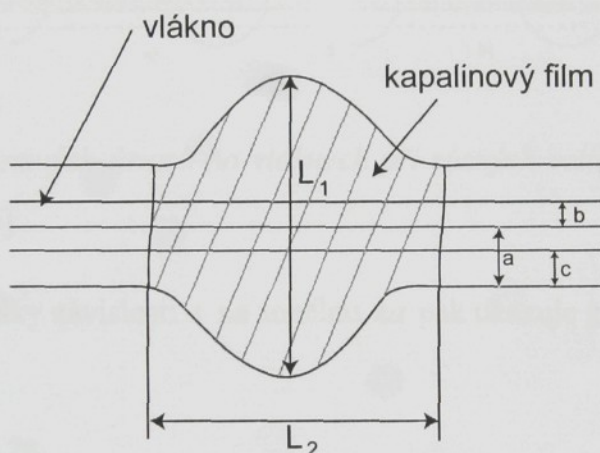
Tento experiment je další ze způsobů, kterými se dá ověřit průběh utváření kapalinových tvarů na vláknech.

Ryong Joon Roe ve své práci používal tenký drát s poloměrem b , na který aplikoval kapalinový film o různých tloušťkách [6]. Při pokusech se měnila teplota aplikované kapaliny a v širokém rozsahu také viskozita kapaliny η , což je jednodušší než měnit povrchové napětí γ a hustoty ρ . Proto jsou v [6] prezentovány numerické výsledky v rámci následujících proměnných s , c , a ka definovaných podle

$$s = c / b, \quad (59)$$

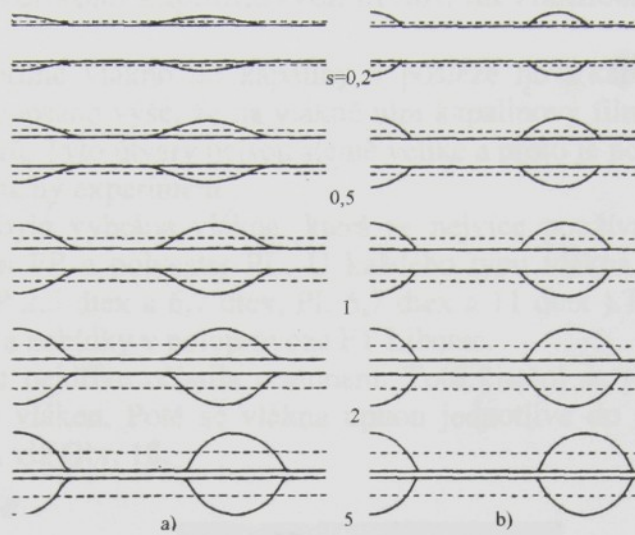
$$c = a - b, \quad (60)$$

kde c je velikost kapalinového filmu na vlákne, b je poloměr vlákna a k je, jak bude uvedeno níže, tzv. vlnové číslo.



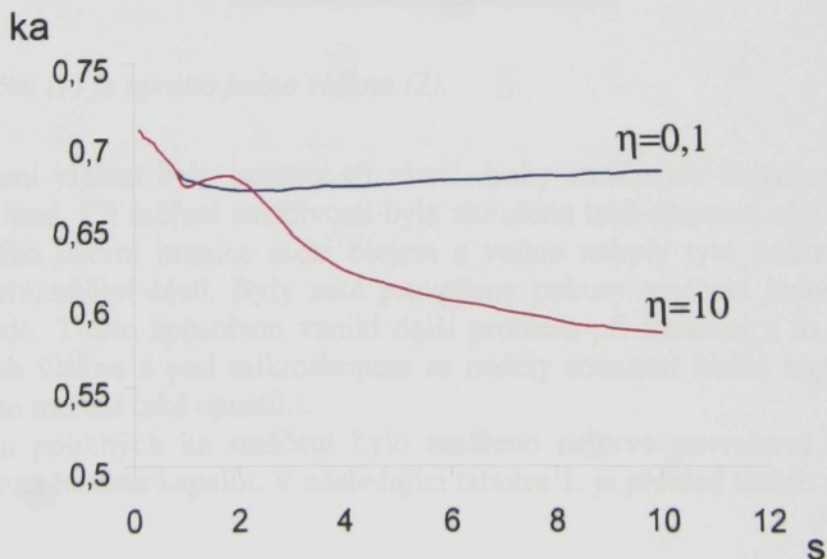
Obr.15: Na vlákne o poloměru b je nanesen kapalinový film. Rozdílem hodnot $a-b$ dostáváme veličinu c , která nabývá hodnoty velikosti kapalinového filmu e na vlákne. V obrázku je naznačena šířka L_1 a délka L_2 kapalinového útvaru. Tyto rozměry byly měřeny na průmětu kapky v rovině (průmět je naznačen šrafovanou plochou). Obsah průmětu kapalinového útvaru S_p značí šrafovaná plocha a obvod této plochy nazýváme obvodem průmětu kapalinového útvaru O .

Při různých hodnotách veličiny s vznikají rozdílné variace kuličkových tvarů na vláknech, viz Obr.16, na kterém jsou kapky kapaliny při a) $\theta=0^\circ$, b) $\theta=45^\circ$.



Obr.16: Tvary kapalinových útvarů na vláknech při různých velikostech s . Úhel smáčení je a) $\theta=0^\circ$, b) $\theta=45^\circ$ [6].

Experimentální výsledky závislosti s na součinu ka pak ukazuje graf na Obr.17.



Obr. 17: Ukázka grafické závislosti hodnot ka pro dvě hodnoty viskozity η a širší rozsah s [15].

Z výše uvedeného grafu Obr.17 je vidět že při velkém s , kdy tloušťka kapalinového filmu je mnohem větší než tloušťka vlákna b , se hodnoty ka se stoupající viskozitou zmenšují. Při snižující viskozitě se hodnoty ka přibližují hodnotě 0,691. Jestliže se s snižuje, hodnoty ka se stávají nezávislými více či méně na viskozitě. Z experimentálního hlediska je zajímavá

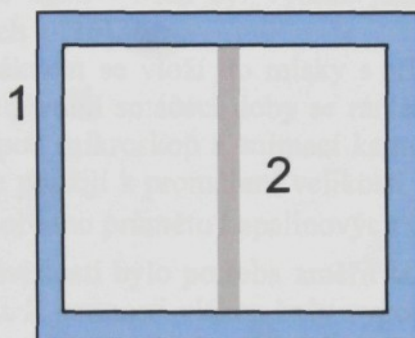
oblast pro s v rozmezí 0,1 až 5, kde hodnoty ka jsou v rozsahu hodnot 0,6-0,7. Nutno podotknout, že ka a s jsou veličiny bezrozměrné [6].

4.4 Proměřování velikosti kapalinových útvarů na vláknech

Jestliže ponoříme vlákno do kapaliny a posléze ho z kapaliny vyjmeme, můžeme pozorovat jak bylo popsáno výše, že na vláknech ulpí kapalinový film. Tento film se rozpadne do kapkovitých útvarů. Tyto útvary nejsou stejně velké a proto je potřeba je proměřit. K tomu byl proveden jednoduchý experiment.

Pro měření byla vybrána vlákna, která se nejvíce používají při výrobě netkaných textilií: polypropylen PP a polyester PL. U každého typu vlákna byly vybrány dvě různé jemnosti vláken (PP 2,5 dtex a 6,7 dtex, PL 6,7 dtex a 11 dtex). Typy vláken byly vybrány také podle možnosti a nabídky v poloprovoze FT Liberec.

Jednotlivá vlákna se nejdříve očistila acetonem. Toto čištění se provádí z důvodu výskytu nečistot na povrchu vláken. Poté se vlákna upnou jednotlivě do umělohmotných rámečků pomocí lepicí pásky, viz Obr. 18.



Obr.18: V rámečku (1) je upnuto jedno vlákno (2).

Při smáčení vláken byly použity tři různé druhy smáčecích kapalin: ethylenglykol, minerální olej a med. Při měření smáčivosti byla zkoušena také disperze olej-voda, ale kvůli problému přesného určení hranice mezi olejem a vodou nebyly tyto pokusy provedeny a zahrnuty v experimentální části. Byly také provedeny pokusy smáčení jednotlivých vláken v destilované vodě. Tímto způsobem vznikl další problém při smáčení a to, že voda téměř nesmáčela povrch vlákna a pod mikroskopem se nedaly rozeznat žádné kapalinové útvary. Proto se od tohoto měření také upustilo.

U kapalin použitých ke smáčení bylo změřeno nejprve povrchové napětí, zjištěna viskozita a změřena hustota kapalin. V následující tabulce 1. je přehled těchto veličin.

Smáčecí kapalina	γ [mN.m ⁻¹]	ρ [kg.m ⁻³]	η [mPa.s]
Ethylenglykol	48	1357	2,1
Olej	30,74	837	0,01
Med	23,41	1800	----

Tab.1: Přehled naměřených hodnot povrchového napětí γ , hustoty ρ a viskozity η u smáčecích kapalin : ethylenglykol, olej a med [16].

Popišme si nyní použité kapaliny.

ETHYLENGLYKOL: $C_4H_6O_2$ je 2sytný alkohol, prudce jedovatá kapalina, rozpustný ve vodě v jakémkoliv poměru, s vodou tvoří azeotropní směs, používá se jako přísada do nemrznoucích směsí. Hustota ethylenglykolu byla naměřena $1357 kg.m^{-3}$. Dynamická viskozita ethylenglykolu při $20^{\circ}C$ je rovna $2,1 mPa.s$.

MINERÁLNÍ OLEJ: Používá se pro mazání výstroje, tam kde nejsou vyžadovány medicínální oleje, např. mazání textilních strojů, mazání příze při předení nebo soukání, válcování potravinářských folií, při výrobě papíru pro balení potravin aj. Hustota oleje byla naměřena $837 kg.m^{-3}$. Dynamická viskozita oleje uváděna výrobcem je $0,01 mPa.s$.

MED: Potravina přírodního sacharidového charakteru vytvořená společenstvím včel. Med obsahuje hlavně jednoduché, dobře stravitelné cukry. Hlavními součástmi medu jsou ovocný cukr (fruktóza) - 30 až 38% a hroznový cukr (glukóza) - 26 až 33%. Složených cukrů je v medu méně než 10%. Podle zdroje snůšky obsahuje med také další složky, např. minerály - 1%, enzymy - 0,6%, organické kyseliny - 0,5%, aminokyseliny - 0,5%, vitamíny - 0,1%, fermenty, inhibitory, hormony, koloidy, lipidy aj. Poměrně nízké povrchové napětí způsobuje jeho výbornou přilnavost k povrchům látek → dobře smáčí, snadná manipulace při smáčecích pokusech.

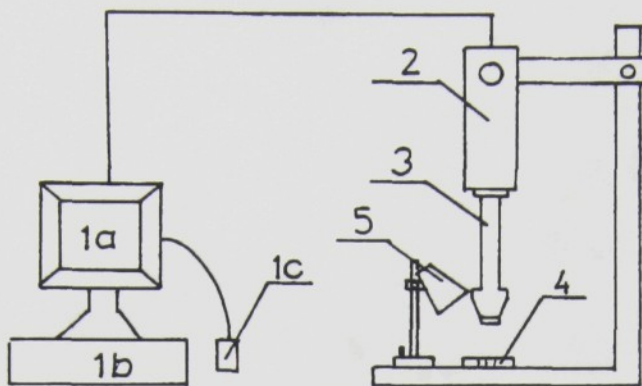
Hustota medu se rovnala $1800 kg.m^{-3}$. Med byl vybrán jako smáčecí kapalina na základě experimentů a měření uvedených v [16].

Rámeček s upnutým vláknem se vloží do misky s připravenou kapalinou a na dobu $t=10min$ se nechá smáčet. Po uplynutí smáčecí doby se rámeček s upnutým vláknem vyndal v horizontální poloze a vložil pod mikroskop a snímací kameru, viz obr.19. Získané obrazy jednotlivých vláken a kapek se použijí k proměření velikosti kapalinových útvarů : šířka L_1 , délka L_2 , obvodu průmětu O a obsahu průmětu kapalinových útvarů S_p .

K vyhodnocení jednotlivých závislostí bylo potřeba změřit také povrchové napětí smáčecích kapalin a zjistit jejich viskozitu. Z jemnosti vláken byly vypočítány také jednotlivé poloměry vláken viz tabulka 2 a z hmotnosti smáčecích kapalin jejich hustoty.

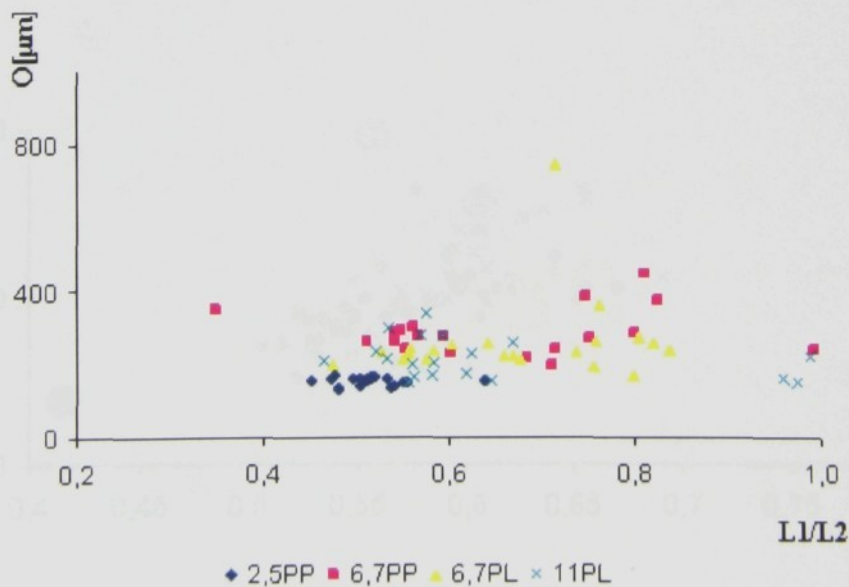
Typ vláken	T[detx]	$L_v[mm]$	$b[\mu m]$	$\rho_v[kg.m^{-3}]$
PP	2,5	60	9,35	910
PP	6,7	60	15,31	910
PL	6,7	80	12,5	1360
PL	11	80	16,05	1360

Tab.2: Přehled charakteristik jednotlivých vláken použitých při smáčení: $T[detx]$ je jemnost vláken, $L_v[mm]$ délka vláken, $b[mm]$ poloměr vláken a $\rho_v[kg.m^{-3}]$ hustota vláken [16].

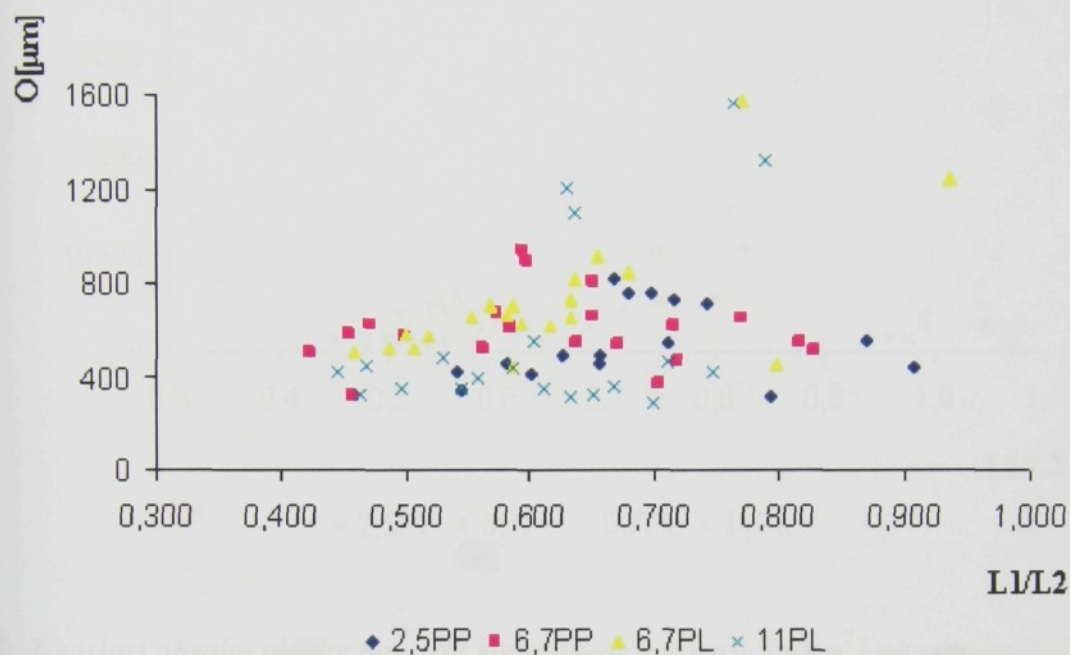


Obr.19.: Uspořádání experimentu : kamera (2) napojená na mikroskop (3) přenáší obraz vzorku (4) osvětleného lampičkou (5) na monitor počítače (1a). Počítač je ovládán pomocí klávesnice (1b) a myši (1c)[16].

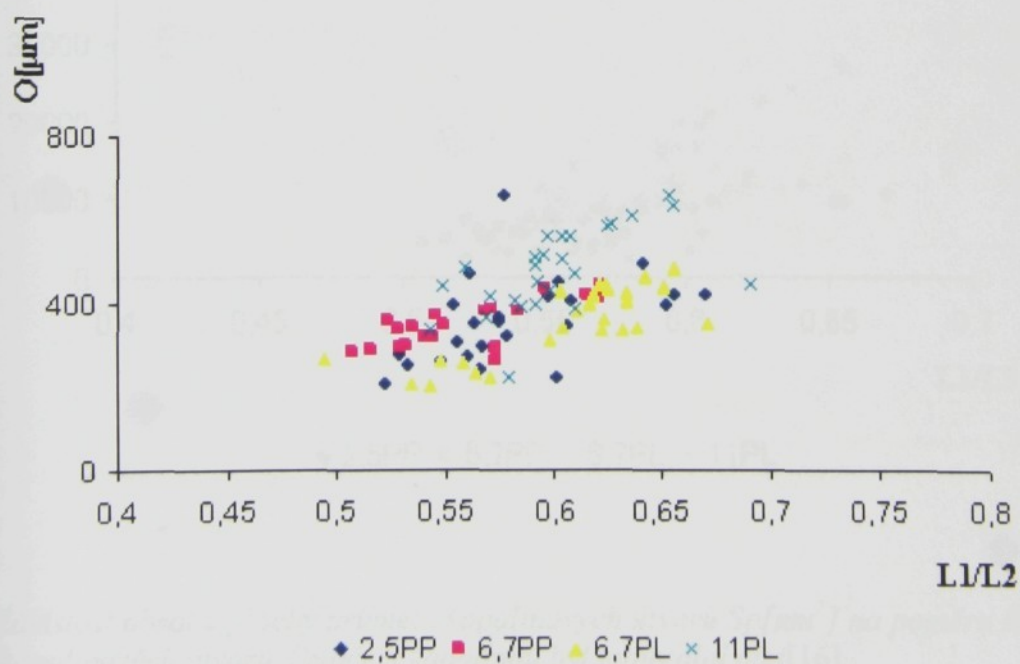
V grafech na Obr.20, Obr.21 a Obr.22, jsou uvedeny závislosti poměru $L1/L2$ (šířka/délka) kapalinových útvarů na obvodu průmětu kapalinových útvarů u smáčecích kapalin ethylenglykol, minerální olej a med. V grafech na Obr.23, Obr.24 a Obr.25 jsou uvedeny závislosti poměru $L1/L2$ (šířka/délka) na obsahu plochy průmětu kapalinových útvarů u stejných smáčecích kapalin.



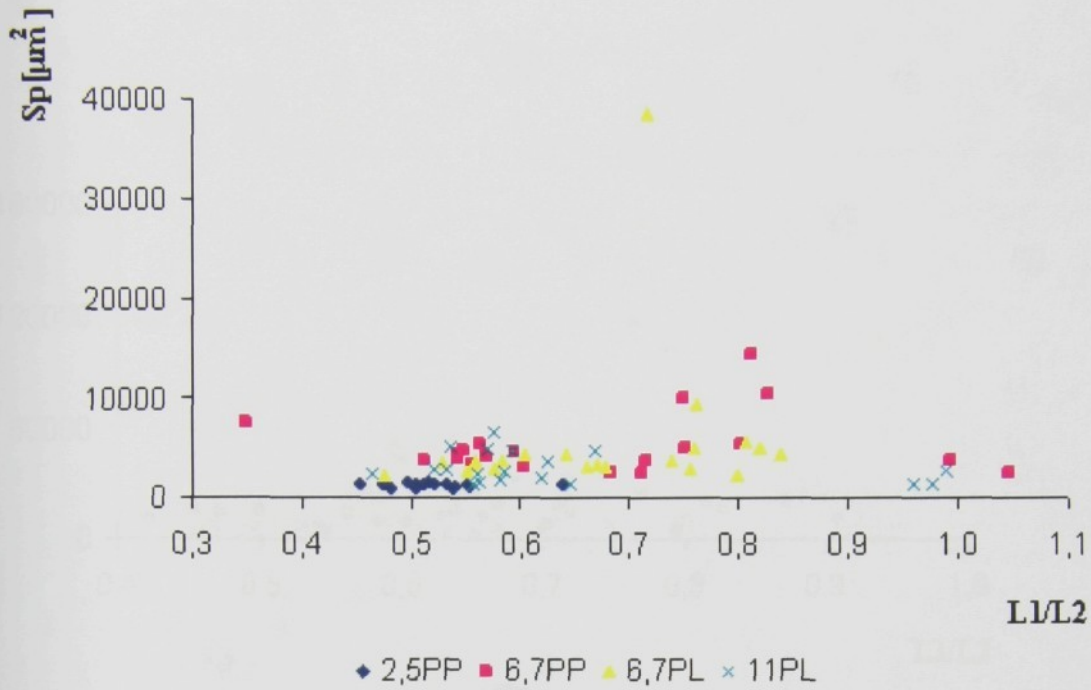
Obr. 20: Závislost obvodu průmětu kapalinových útvarů $O[\mu m]$ na poměru šířky $L1$ a délky $L2$ kapalinových útvarů. Smáčecí kapalinou byl ethylenglykol [16].



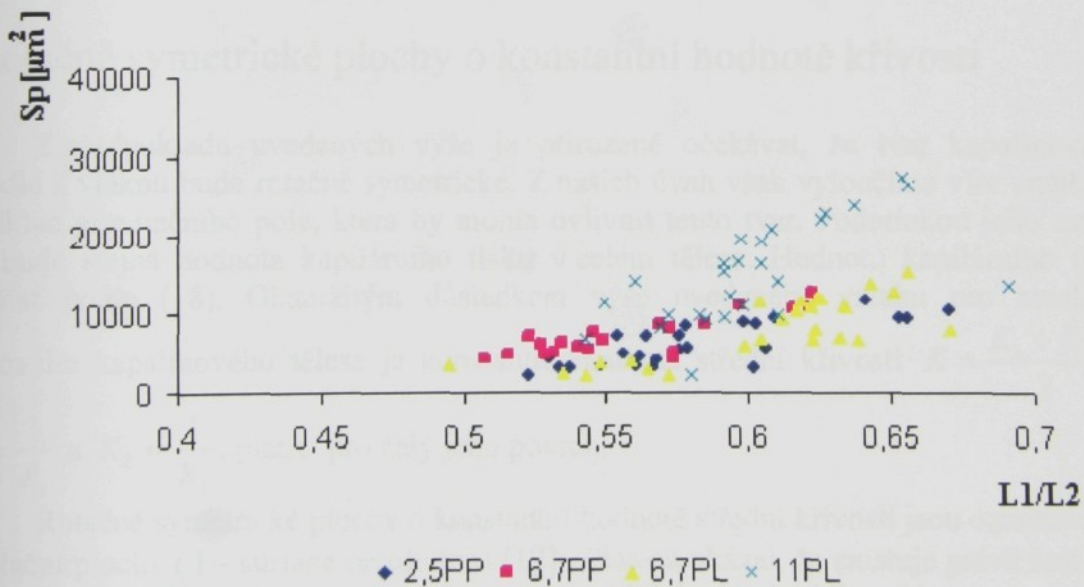
Obr. 21: Závislost obvodu průmětu kapalinových útvarů $O [\mu m]$ na poměru šířky $L1$ a délky $L2$ kapalinových útvarů. Smáčecí kapalinou byl med [16].



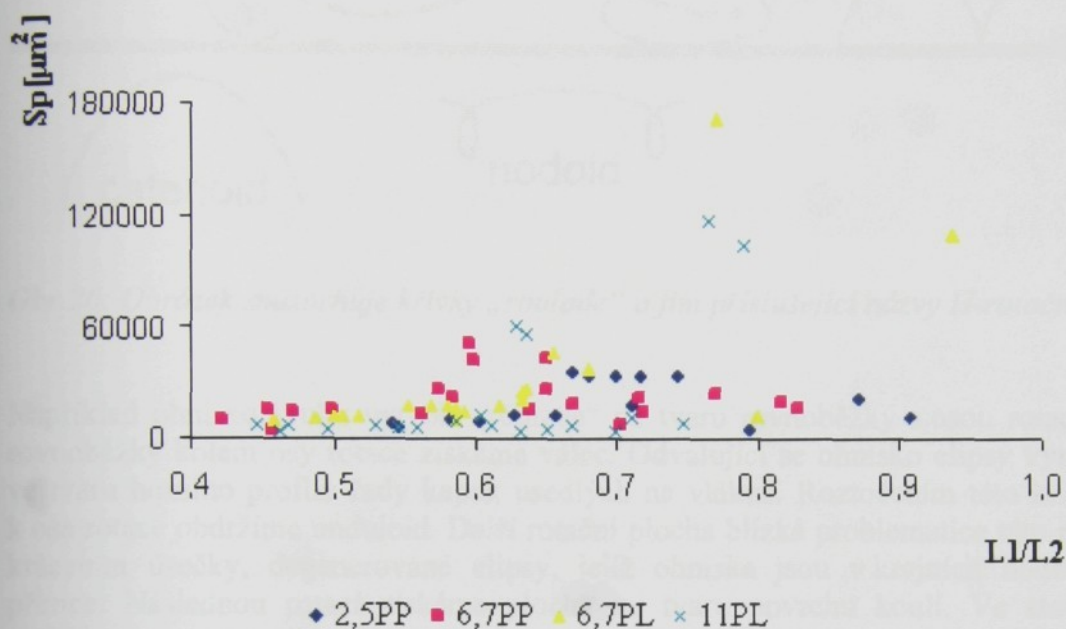
Obr. 22: Závislost obvodu průmětu kapalinových útvarů $O [\mu m]$ na poměru šířky $L1$ a délky $L2$ kapalinových útvarů. Smáčecí kapalinou byl minerální olej [16].



Obr.23: Závislost obsahu plochy průmětu kapalinových útvarů $Sp[\mu m^2]$ na poměru šířky $L1$ a délky $L2$ kapalinových útvarů. Smáčecí kapalinou byl ethylenglykol [16].



Obr.24: Závislost obsahu plochy průmětu kapalinových útvarů $Sp[\mu m^2]$ na poměru šířky $L1$ a délky $L2$ kapalinových útvarů. Smáčecí kapalinou byl minerální olej[16].



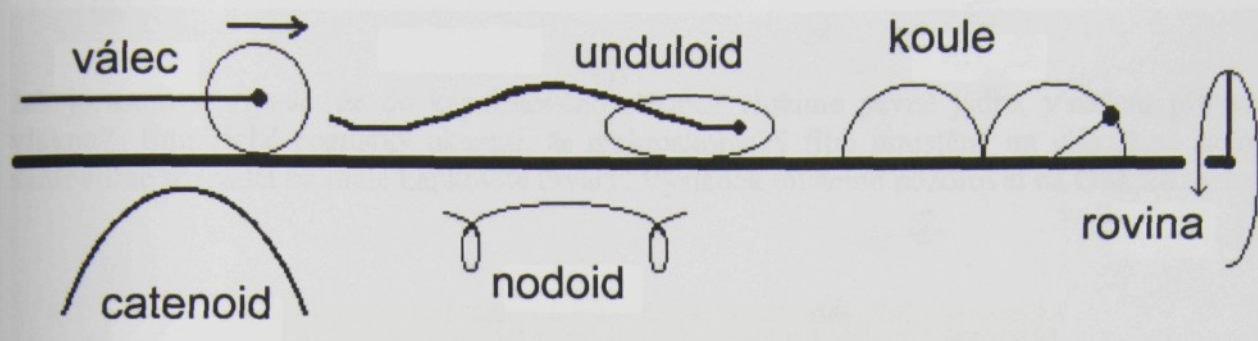
Obr.25: Závislost obsahu plochy průmětu kapalinových útvarů $Sp[\mu\text{m}^2]$ na poměru šířky $L1$ a délky $L2$ kapalinových útvarů. Smáčecí kapalinou byl med [16].

5. Rotačně symetrické plochy o konstantní hodnotě křivosti

Z předpokladů uvedených výše je přirozené očekávat, že tvar kapalinové těleso přisedlé k vláknu bude rotačně symetrické. Z našich úvah však vyloučíme vliv vnějších polí, například gravitačního pole, která by mohla ovlivnit tento tvar. Podmínkou jeho rovnováhy pak bude stejná hodnota kapilárního tlaku v celém tělese. Hodnotu kapilárního tlaku lze spočítat podle (18). Okamžitým důsledkem výše uvedeného vztahu pro mechanickou rovnováhu kapalinového tělesa je konstantní hodnota střední křivosti $K = \frac{K_1 + K_2}{2}$, kde

$$K_1 = \frac{1}{R_1} \text{ a } K_2 = \frac{1}{R_2}, \text{ platící pro celý jeho povrch.}$$

Rotačně symetrické plochy o konstantní hodnotě střední křivosti jsou označovány jako H-rotační plochy (H-surface revolution) [17]. Plateau ukázal, že existuje právě šest různých druhů H-rotačních ploch. Jsou to rovina a katenoid, kde střední křivost je rovna nule, koule, válec, unduloid a nodoid, u kterých je střední křivost nenulová. V roce 1841 ukázal francouzský matematik Delenuy možnost vytvářet všechny rotační plochy o konstantní hodnotě střední křivosti velmi jednoduchým způsobem, který popsal následovně. Vyberme si přímku, která bude sloužit jako osa rotace. Zvolme některou z kuželoseček, to znamená elipsu, kruh, parabolu nebo hyperbolu a nechme ji po dříve zvolené ose rotace odvalovat. Ohniska výše zmíněných kuželoseček odvalovaných po přímce vytváří křivku, které říkáme „roulade“. Když tuto křivku roztočíme vzhledem k dříve zvolené ose rotace, vytvoří tato křivka H-rotační plochu. Pět křivek typu roulade ukazuje Obr.26.

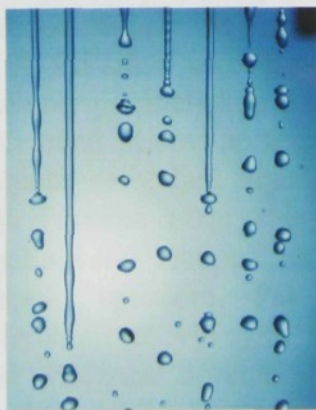


Obr.26: Obrázek znázorňuje křivky „roulade“ a jim příslušející názvy H-rotačních ploch.

Například ohnisko kruhu vytvoří „roulade“ ve tvaru rovnoběžky s osou rotace. Rotací této rovnoběžky kolem osy rotace získáme válec. Odvalující se ohnisko elipsy vytvoří „roulade“ ve tvaru horního profilu řady kapek usedlých na vlákne. Roztočením této křivky vzhledem k ose rotace obdržíme unduloid. Další rotační plocha blízká problematice této práce se obdrží krácením úsečky, degenerované elipsy, jejíž ohniska jsou v krajních bodech úsečky po přímce. Následnou rotací získáme plochy ve tvaru povrchu koulí. Ve stavu beztláče by kapalina vzhlínající z nádoby na vlákno měla podobu katenoidu [13]. Katenoid získáme rotací „roulade“, která je stopou odvalujícího se ohniska paraboly. Konečně postupným střídáním stop ohnisek odvalujících se dvou větví hyperboly získáme křivku, jejíž rotací obdržíme nodoid [17]. Nestabilitu kapalinového filmu provází změna tvaru kapalinového tělesa. Z uvedeného je patrné, že tato změna se může odehrávat pouze v rámci uvedených šesti H-rotačních ploch. Podmínkou je, že výsledné kapalinové těleso jen pomalu mění svůj tvar v čase.

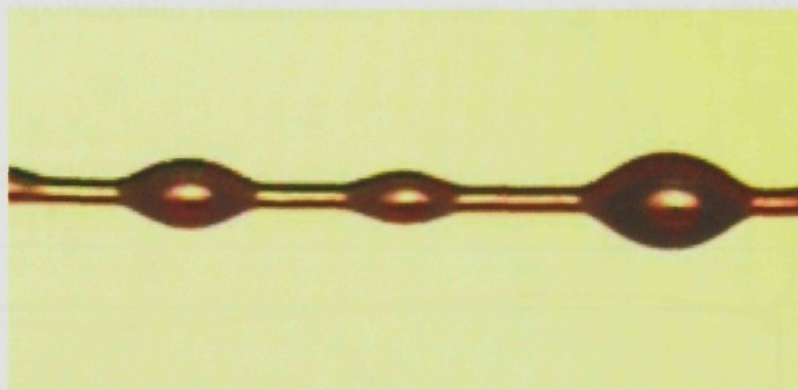
6. Kapalinové nestability

Zkusme si nyní popsat jevy spojené s rozpadem kapalinového sloupce. Na počátku této kapitoly je potřeba říci, že se nejedná o žádnou abstraktní situaci. Každý den, např. při ranní hygieně, puštěním vodovodního kohoutku, vytvoříme vodní sloupec, který kdybychom nechali padat z velké výšky, se v určité vzdálenosti od ústí kohoutku začne rozpadat do kapiček. Podobný jev lze sledovat též při zalévání zahrádky, nebo při pití nápoje z plastové láhve, na jejíž stěně, po ukončení našeho občerstvení, lze pozorovat rozpadající se kapalinový sloupec do kapiček Obr.27.



Obr. 27: Rozpadající se kapalinový sloupec pozorovaný na stěně plastové láhve.

Jak je tomu v případě, že do kapalinového sloupce vložíme pevné jádro, v našem případě vlákno? Empirické poznatky ukazují, že makroskopický film umístěný na vlákne se začne samovolně rozpadat na malé kapkovité útvary. Výsledek můžeme pozorovat na Obr. 28.



Obr.28: Makroskopický kapalinový film minerálního oleje umístěný na PES vlákne rozpadlý do kapkovitých útvarů.

V této kapitole si nejprve popíšeme problematiku rozpadu samotného kapalinového sloupce a posléze se budeme věnovat popisu situace, která nastane, jestliže umístíme kapalinový sloupec na válcový útvar, v našem případě vlákno.

Prvním, kdo popsal rozpad kapalinových sloupců, byli Plateau a Rayleigh [18-20]. Plateauovo zjištění bylo následující. Kapalinový sloupec o poloměru r , na který působí porucha o vlnové délce λ , je nestabilní a v důsledku povrchových sil se rozpadne na kapičky v případě, že délka sloupce λ je větší než $2\pi r$ [18]. Dále lze nestabilitu kapalinových útvarů definovat podle dobře zjištěného vlnového čísla k , pro které platí $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ [6].

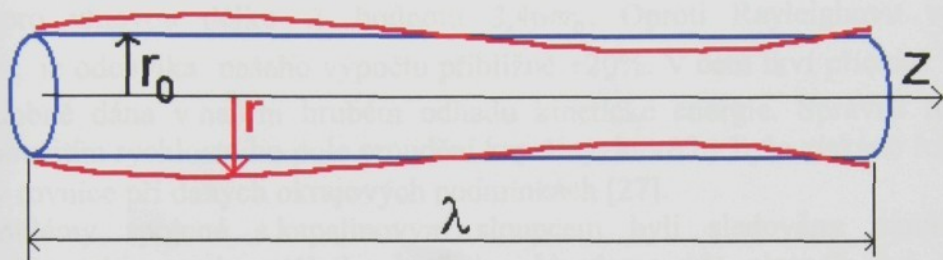
Naproti tomu Rayleigh odvodil vzdálenost, ve které se nacházejí kapičky po úplném rozpadu kapalinového sloupce. Odvozená vzdálenost je $2,88\pi r_0$, kde r_0 je poloměr původního kapalinového sloupce.

Rayleighova nestabilita kapalinových sloupců vzniká jako důsledek jemných poruch kapilárního vlnění, o kterých předpokládáme, že mají harmonický průběh s amplitudou, která se exponenciálně zvětšuje [19]. Při šíření takovéto poruchy kapalinového sloupce dochází k přeměně povrchové energie na energii kinetickou, která je spojena s prouděním kapaliny při změně jejího tvaru, to je při přeměně válcového tělesa na řadu oddělených kapek. Při této přeměně tvaru se jednotlivé poruchy nevyvíjejí stejně rychle. Jejich vývoj je totiž závislý na vlnové délce šířící se poruchy. Porucha s nejrychlejším vývojem je potom ta, která určí výslednou délku rozpadu kapalinového sloupce na kapky [19]. Pro zjednodušení si to představme jako atletický závod sprinterů. Pak sprinter s nejrychlejším startem je reprezentantem poruchy s nejrychlejším vývojem a stává se středem našeho zájmu. Zdůrazněme ještě ten fakt, že vítěznou poruchu (sprinteru) stačí sledovat jen v jejích počátečních stádiích vývoje. Zjednodušeně předpokládáme, že sprinter s nejrychlejším startem vyhraje celý závod. Nutno podotknout, že v atletických závodech to není vždy pravda, kdežto porucha s nejrychlejším vývojem je vždy vítězem a je nejdůležitější pro další vývoj rozpadu kapalinového sloupce [15].

Pokusme se nyní podívat na Rayleighovu nestabilitu z jiného úhlu pohledu a navrhnout řešení. Porucha se šíří tak, že poloměr r kapalinového tělesa se podél osy rotace mění podle vztahu

$$r = r_0 + a \exp[qt] \cos(kz), \quad (62)$$

kde r_0 je poloměr neporušeného sloupce, a značí počáteční amplitudu poruchy, q je parametr určující exponenciální růst amplitudy s časem a k je vlnový vektor ($k = \frac{2\pi}{\lambda}$) Obr. 29.



Obr.29: Počátek rozpadu kapalinového sloupce s vyznačenými parametry

Pro jednoduchost budeme dále značit amplitudu poruchy v daném čase α . Pak píšeme $\alpha = a \exp(qt)$. Protože celý proces sledujeme v ranném stadiu vývoje, tedy na startu, kdy je amplituda malá ($\alpha \ll 1$), budeme v dalším zanedbávat členy řádu α^2 . Pro změnu povrchové energie W kapalinové trysky s poruchou o amplitudě α pak získáme vztah

$$W = \gamma \frac{\pi \alpha^2}{2r_0} (1 - k^2 r_0^2). \quad (63)$$

Kinetickou energii T odhadneme z pohybu tenké kapalinové trubice o tloušťce dr a poloměru r_0 , který má délku λ , hmotnost m a pohybuje se kolmo na svoji osu rotace rychlostí $v(z)$. Tuto rychlost zjistíme časovou derivací hodnoty $r(t)$. Pak

$$v = \frac{dr}{dt} = (\alpha^2)' \cos^2(kz) dz, \quad \alpha' = \frac{d\alpha}{dt} = q^2 \alpha^2. \quad (64)$$

Pro kinetickou energii platí

$$T = \frac{1}{2} \pi \rho r_0 dr \frac{1}{k} q^2 \alpha^2. \quad (65)$$

Nutno doplnit, že ρ je specifická hustota kapaliny. Porovnáním úbytku potenciální energie dostaneme vztah pro parametr rychlosti vývoje amplitudy q v závislosti na součinu vlnového vektoru k a poloměru r_0 . Pak

$$q = \sqrt{kr_0} \sqrt{1 - k^2 r_0^2} \sqrt{\frac{\gamma}{\rho r_0^3} dr}. \quad (66)$$

Hledání extrému q , v našem případě maxima, z podmínky nulovosti derivace nás přivede k rovnici

$$\frac{d}{dx}(\sqrt{x(1-x^2)}) = 0, \quad (67)$$

v níž jsme nahradili kr_0 za x . Výše uvedená rovnice má řešení $x = \sqrt{1/3} \cong 0,577$. Odtud získáme pro vlnovou délku λ hodnotu $3,46\pi r_0$. Oproti Rayleighovu výsledku, kdy $\lambda = 2,88\pi r_0$ je odchylka našeho výpočtu přibližně +20%. V čem tkví příčina? Tato chyba je pravděpodobně dána v našem hrubém odhadu kinetické energie. Správné řešení bychom obdrželi použitím rychlostního pole proudění kapaliny, které by bylo získáno řešením Navier-Stokesovy rovnice při daných okrajových podmínkách [27].

Problémy spojené s kapalinovým sloupcem byli sledováni mnoha vědci jak z teoretického tak experimentálního hlediska. Uvedeme zde alespoň dvě takové práce: Tomotikovu [28] a Meisterovu [29].

6.1 Řešení Plateauovy kapalinové nestability

Jak bylo napsáno výše, výsledek, který uveřejnil Plateau vyšel z empirických pozorování. Řešení, které bude uvedeno níže, ukáže jeden ze způsobů, jak k problému kapalinové nestability přistupovat. Ukážeme si, jak k výše uvedenému výsledku $2\pi r$ dojít jednoduchou a elegantní cestou. Tento přístup je zcela nový. Sledujme hodnoty energií počátečního tělesa, tedy válce, a výsledku nestability, kterou je řada stejně velkých a rovnoměrně od sebe vzdálených koulí, za podmínky zachování objemu kapaliny původního a výsledného systému. Pro objemy platí následující rovnost

$$\pi r_c^2 \lambda = \frac{4}{3} \pi r_s^3, \quad (68)$$

kde λ je úsek válcového kapalinového tělesa (vlnová délka) o poloměru r_c , který se přemění na jednu kulovou kapku o poloměru r_s .

Povrchová a tlaková energie (součin kapilárního tlaku p a objemu V) se vyjádří postupně pomocí výrazů $2\pi r_c \lambda \gamma$, $4\pi r_s^2 \gamma$ a $\gamma r_c^{-1} \pi r_c^2 \lambda$, $2\gamma r_s^{-1} \frac{4}{3} \pi r_s^3$. Porovnáním součtu povrchové a tlakové energie válce a koule dostaneme, že

$$2\pi r_c \lambda \gamma + \gamma \pi r_c \lambda \geq 4\pi r_s^2 \gamma + \frac{8}{3} \gamma \pi r_s^2. \quad (69)$$

Z rovnice (68) vyjádříme

$$r_s^2 \leq \left(\frac{3}{4} r_c^2 \lambda\right)^{\frac{2}{3}}, \quad (70)$$

a dosadíme do upravené rovnice (69), která má tvar

$$\lambda \geq \frac{20}{9} \frac{r_s^2}{r_c}. \quad (71)$$

Po dosazení a jednoduché úpravě obdržíme

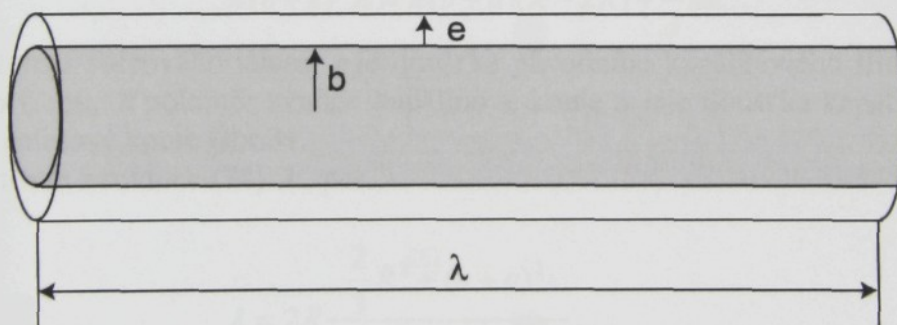
$$\lambda \geq 1,96\pi r_c. \quad (72)$$

Takto zvolený přístup k vyjádření kriteria pro Plateuovu nestabilitu je poprvé uvedený v této práci.

6.2 Řešení nestability kapalinového sloupce umístěného na vlákne

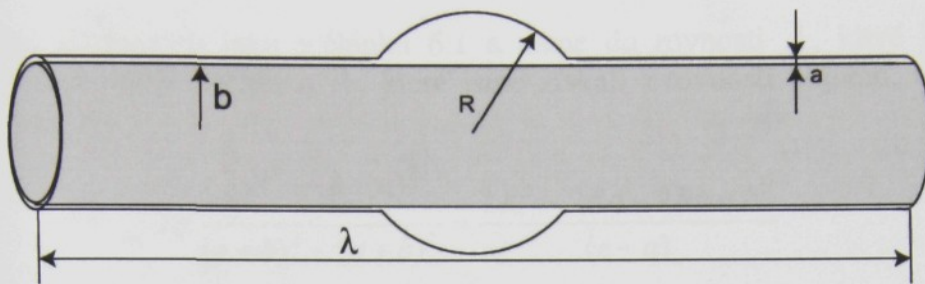
Budeme vycházet ze stejných předpokladů jako v předcházejícím článku. Je třeba podotknout, že toto řešení je zcela nové a přináší nový pohled do smáčení zakřivených povrchů a je poprvé zveřejněn v této práci.

Tentokrát však budeme uvažovat, že kapalinový válec je umístěn na pevném válci Obr.30.



Obr.30: Válcové těleso o poloměru b pokryté kapalinovým tělesem tloušťce e a délce λ .

Dále je třeba poznamenat, že rozdíl je i ve výsledném tvaru kapaliny. Předpokládáme, že vznikne opět kapalná koule o poloměru R , ale také kapalinový válec, který pokrývá vlákno, ovšem bude mít jiný průměr než kapalinový válec původní Obr.31. Je třeba zdůraznit, že pro různé poměry R/b se neudrží konstantní úhel smáčení θ .



Obr.31: Tvar kapalinového tělesa jako výsledek nestability. Poloměr výsledné koule je označen R , tloušťka válcového kapalinového tělesa pak jako a .

Proč takto uvažujeme? Z experimentu víme, že jestliže ponoříme vlákno do kapaliny, na vlákne se utvoří kapičky. Tyto kapičky jsou však propojeny mikroskopickým kapalinovým filmem. Jednoduše řečeno, kapalinové těleso umístěné na vlákne je souvislé i potom, co zaujme energeticky nejvýhodnější tvar.

V tomto případě pro objemy platí následující rovnost

$$V_c = V_{cs}, \quad (73)$$

tedy

$$\pi(b + e)^2 \lambda = \pi(b + a)(\lambda - 2R) + \frac{4}{3} \pi R^3, \quad (74)$$

kde b je poloměr válcového tělesa, e je tloušťka původního kapalinového filmu, λ je délka kapalinového filmu, R poloměr vzniklé kapalinové koule a a je tloušťka kapalinového filmu po vzniku kapalinové koule Obr.31.

Jestliže vyjádříme z rovnice (74) λ , pak

$$\lambda = 2R \frac{\frac{2}{3} R^2 - (b + a)^2}{(e + b)^2 - (a + b)^2}. \quad (75)$$

Nyní porovnáme povrchové energie obou stavů. Pro počáteční stav platí, že

$$W_c = 2\pi(b + e)\lambda\gamma, \quad (76)$$

kde W_c je označení povrchová energie počátečního stavu Obr.30 a γ je povrchové napětí. Pro konečný stav pak platí

$$W_{cs} = 2\pi(b + a)(\lambda - 2R)\gamma + 4\pi R^2\gamma - 2\pi b^2\gamma. \quad (77)$$

Jestliže dáme do rovnosti (76) a (77) a následně upravíme, dostaneme

$$\lambda = \frac{2R^2 - 2Ra - 2Rb - b^2}{(e - a)}. \quad (78)$$

Nyní budeme postupovat jako v článku 6.1 a dáme do rovnosti λ , které jsme vyjádřili z rovnosti povrchových energií a λ , které jsme získali z rovnosti objemů, tedy srovnáme rovnice (75) a (78)

$$2R \frac{\frac{2}{3}R^2 - (b+a)^2}{(e+b)^2 - (a+b)^2} = \frac{2R^2 - 2Ra - 2Rb - b^2}{(e-a)} \quad (79)$$

Obě rovnice zjednodušíme a to následujícím způsobem. Předpokládejme, že $a \rightarrow 0$. Pak tedy můžeme napsat

$$\frac{2R^2 - 2Rb - b^2}{e} = 2R \frac{\frac{2}{3}R^2 - b^2}{e^2 + 2be}. \quad (80)$$

Postupně upravujeme rovnici (80) a to tak, že

$$(e^2 + 2be)(2R^2 - 2Rb - b^2) = e\left(\frac{4}{3}R^3 - 2Rb^2\right), \quad (81)$$

potom můžeme obě strany rovnice zkrátit o e a dále upravovat. Pak dostaneme

$$2R^2e - 2Rbe - b^2e + 4R^2b - 4Rb^2 - 2b^3 = \frac{4}{3}R^3 - 2Rb^2. \quad (82)$$

Nyní rovnici (82) vydělíme b^3 . Potom upravená rovnice má tvar

$$\frac{2R^2e}{b^3} - \frac{2Re}{b^2} - \frac{e}{b} + \frac{4R^2}{b^2} - \frac{4R}{b} - 2 = \frac{4R^3}{b^3} - \frac{2R}{b}. \quad (83)$$

Pro zjednodušení zavedeme $x = \frac{R}{b}$ a po dalších úpravách získáme

$$\frac{e}{b}(2x^2 - 2x - 1) + (4x^2 - 4x - 2) = \frac{4}{3}x^3 - 2x. \quad (84)$$

Poslední úpravou (84) se dostaneme ke kubické rovnici, která má tvar

$$\frac{4}{3}x^3 - \left(2\frac{e}{b} + 4\right)x^2 + \left(2\frac{e}{b} + 2\right)x + \frac{e}{b} + 2 = 0. \quad (85)$$

Jestliže se pustíme do řešení této rovnice, zjistíme velice rychle, že limitující pro nás bude parametr $\frac{e}{b}$. Jaké jsou přípustné hodnoty tohoto podílu, abychom dostali fyzikálně správné řešení?

Rovnici jsme řešili numericky tak, že jsme do (85) dosazovali různé hodnoty za $\frac{e}{b}$.

Výsledkem řešení jsou x , které dosadíme do rovnice (86).

Prvním zjištěním bylo, že pro $\frac{e}{b}$ existuje minimální hodnota, pod kterou rovnice (85) nemá kladné řešení, což je fyzikálně nepřipustné. Tato mez je přibližně rovna 0,2087. Je také zajímavé, že v tomto případě je poměr $x = \frac{R}{b} = 1,9$, ale o tom budeme psát později.

Nyní upravíme rovnici (78) tak, abychom mohli do ní dosadit hodnotu x (stále považujeme $a = 0$). Tedy dostaneme

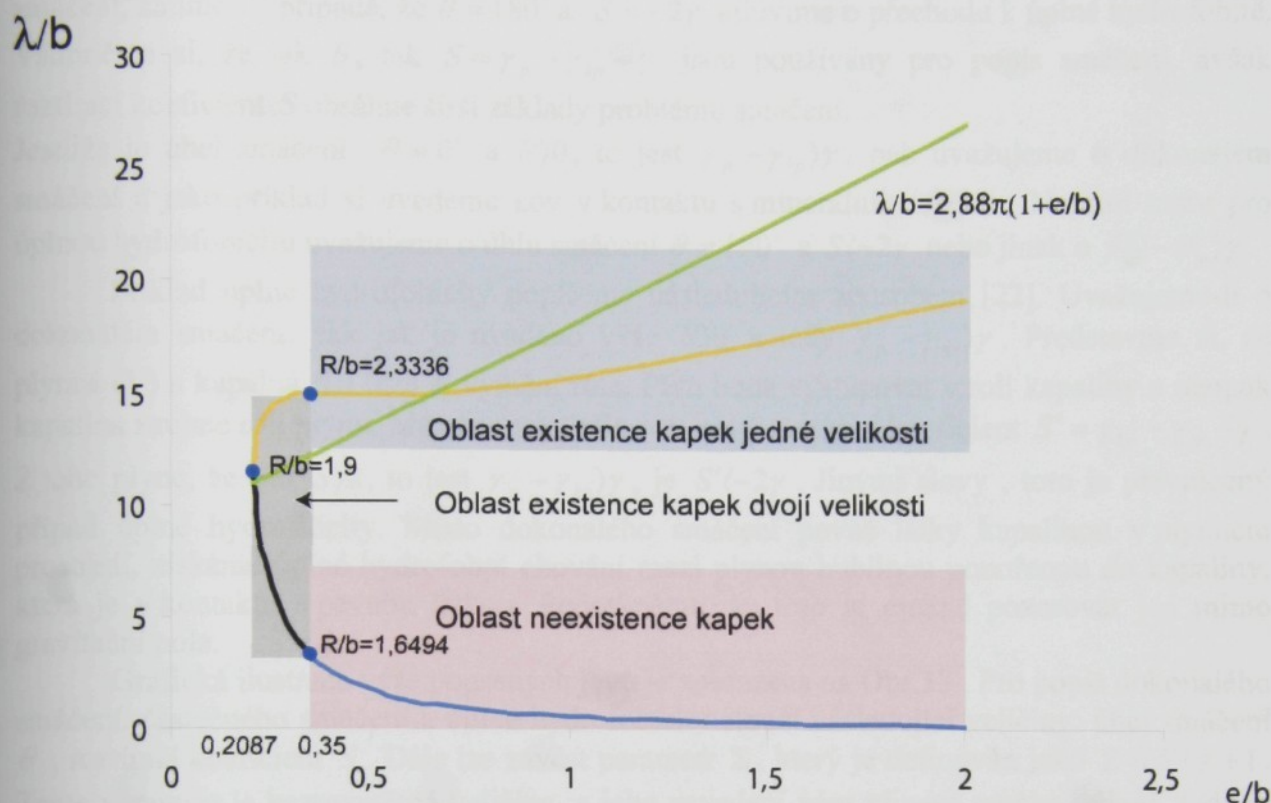
$$\frac{\lambda}{b^2} = \frac{2x^2 - 2x - 1}{e}. \quad (86)$$

Dosazením vypočteného x z rovnice (85) do rovnice (86) dostaneme výsledky pro λ/b . Pak pro různé hodnoty $\frac{e}{b}$ můžeme vypočítat různé λ/b . Výsledek takovýchto výpočtů je zanesen do grafu Obr.32.

Rozebereme si nyní výsledky znázorněné do grafu podrobněji. Jak již bylo napsáno výše, důležitou hodnotou v tomto grafu je $e/b = 2,087$. Pro tuto hodnotu existuje podle našeho výpočtu pouze jedna velikost kapek, jejichž poloměr je $R = 1,9b$. Vzdálenost kapek je pak $\lambda = 11,59559b$. V oblasti, která je v grafu na Obr.32 znázorněna šedivou barvou mohou nastat dva případy. Pro námi zadaný problém tedy dostaneme dvě řešení. Jestliže se budeme pohybovat od bodu $e/b = 2,087$ dolů, tedy po černé křivce, řešením jsou kapky, které budou mít menší průměr a také se bude zmenšovat vzdálenost mezi nimi. To vše je v pořádku až do bodu, kde $e/b = 0,35$. Od této hodnoty (modrá křivka, růžová oblast) již nemohou vzniknout kulovité kapky, jelikož hodnota $2R$ je větší než λ . Pro připomenutí, λ je vzdálenost středů sousedních kapek.

Nyní si popíšeme situaci od bodu $e/b = 2,087$ nahoru (žlutá křivka). Jak již bylo napsáno, šedá oblast znázorňuje existenci dvou velikostí kapek. Hranicí pro tuto situaci je již zmíněná hodnota $e/b = 0,35$. Od této hodnoty (modrá oblast) již existuje pro každé e/b jen jedna velikost kapek.

V grafu na Obr.32 je zelenou křivkou znázorněna Rayleighova závislost λ/b na e/b , kterou získáme z $\lambda = 2,88\pi(b+e)$ [6]. Pro tenký film je tedy λ/b přibližně roven 9. Odhad uvedený vycházející z (86) je tedy kvalitativně správný.



Obr.32: Graf závislosti λ/b na poměru e/b . Graf je rozdělen do tří oblastí, které zobrazují možnost existence kapalinových těles na vlákne. Zelená křivka je grafickým vyjádřením závislosti podle Rayleigha.

Rozborem grafu Obr.32 získáme představu o tom, jaké situace mohou nastat pro různé velikosti e nánosu kapaliny na vlákno o poloměru b .

7. Smáčení svazku paralelních vláken

V této kapitole se budeme podrobněji věnovat popisu smáčení svazku paralelních vláken. Rozebereme problematiku smáčení dvou a tří paralelních vláken, popíšeme si kapalinová tělesa, která při smáčení vznikají a provedeme si matematický rozbor vzniklé situace. Zároveň přineseme nový pohled na danou situaci. Na závěr kapitoly se zmíníme o experimentech, které umožňují pozorovat smáčení paralelních svazků vláken.

7.1 Částečné smáčení, dokonalé smáčení, super hydrofobicita

Dříve než se budeme zabývat smáčením paralelního svazku vláken a představíme Princenovy práce [9-11], zaměříme se na stanovení pojmů částečného smáčení, dokonalého smáčení a superhydrofobicity. Tyto pojmy budou sloužit posléze k rozšíření zmíněných prací Princena [9-11]. V kapitole 4 byla zavedena veličina S jako roztírací koeficient. Zkusme si navodit situace, kdy se budou za tento koeficient dosazovat různé hodnoty a zároveň bude měněn úhel smáčení.

Ze všeho nejdříve analyticky studujme případ rozmezí úhlu smáčení $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ nebo $0 \geq S \geq -2\gamma$. Jestliže se $\theta = 0^\circ$ a $S = 0$, pak mluvíme o hranici přechodu k dokonalému

smáčení, zatímco v případě, že $\theta = 180^\circ$ a $S = -2\gamma$ mluvíme o přechodu k úplné hydrofobitě. Všimněme si, že jak θ , tak $S = \gamma_p - \gamma_{kp} - \gamma$ jsou používány pro popis smáčení, avšak roztírací koeficient S obsáhne širší základy problému smáčení.

Jestliže je úhel smáčení $\theta = 0^\circ$ a $S > 0$, to jest $\gamma_p - \gamma_{kp} > \gamma$, pak uvažujeme o dokonalém smáčení a jako příklad si uvedeme kov v kontaktu s minerálním olejem. Naproti tomu pro úplnou hydrofobicitu uvažujeme o úhlu smáčení $\theta = 180^\circ$ a $S < -2\gamma$ nebo jinak o $\gamma_{kp} - \gamma_p > \gamma$.

Příklad úplné hydrofobicity popíšeme následujícím způsobem [22]. Uvažujeme-li o dokonalém smáčení, pak jak je uvedeno výše $S > 0$ a tedy $\gamma_p - \gamma_{kp} > \gamma$. Představme si, že plynná (V) a kapalná (L) fáze si vymění role. Plyn bude vystupovat v roli kapaliny a naopak kapalina zaujme roli plynu. Můžeme tak definovat nový roztírací koeficient $S' = \gamma_{kp} - \gamma_p - \gamma$. Z toho plyne, že pro $S > 0$, to jest $\gamma_p - \gamma_{kp} > \gamma$, je $S' < -2\gamma$. Jinými slovy, toto je převrácený případ úplné hydrofilicity. Místo dokonalého smáčení pevné látky kapalinou v plynném prostředí, získáme úplné hydrofobní chování mezi plynou bublinou ponořenou do kapaliny, která je v kontaktu s pevnou látkou. Podotkněme, že toto je možné pozorovat jen mimo gravitační pole.

Grafická ilustrace výše popsaných jevů je zobrazena na Obr.33. Pro popis dokonalého smáčení, částečného smáčení a úplné hydrofobicity slouží následující veličiny: úhel smáčení θ , roztírací koeficient S . Dále lze zavést parametr Σ , který je definován jako $\Sigma = S / \gamma + 1$. Tento parametr je bezrozměrná veličina a jeho zavedení nám přinese mnoho výhod. Jednou z těchto výhod je zjednodušení řady vzorců, které budou uvedeny níže. Jestliže se podíváme na Obr.33, tak také zjistíme, že oproti roztíracímu koeficientu je tento parametr pro námi popsané přechody symetrický kolem nuly [22].

úplná hydrofobita částečné smáčení dokonalé smáčení			
$\theta = \text{const.} = 180^\circ$	180°	0°	$\theta = \text{const.} = 0^\circ$
$S < -2\gamma$	-2γ	0	$S > 0$
$\Sigma < -1$	-1	$+1$	$\Sigma > +1$

hranice přechodu
k úplné hydrofobitě
($\theta = 180^\circ, S = -2\gamma, \Sigma = -1$)

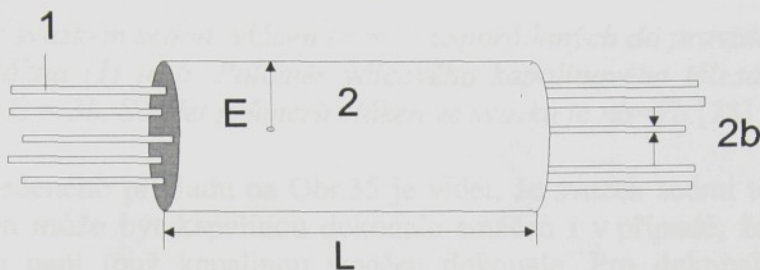
hranice přechodu
k dokonalému smáčení
($\theta = 0^\circ, S = 0, \Sigma = +1$)

Obr.33: Grafické znázornění jevů smáčení (super hydrofóbnost, částečné smáčení, dokonalé smáčení) s vyznačenými parametry θ, S, Σ [22].

7.2 Dokonalé smáčení svazku vláken

V první části tohoto článku se zaměříme na zjednodušený popis dokonalého smáčení paralelního svazku vláken. Zjednodušení tkví v tom, že zde předpokládáme dokonalý válcový tvar kapalinového tělesa Obr.34.

Tento postup poprvé použili ve své práci Lukáš a Pan [23]. Kapalinový film smáčející tento svazek bude mikroskopické tloušťky. Ve svazku se nachází n vláken. Předpokládejme pro jednoduchost, že v případě dokonalého smáčení je svazek obklopen válcovitým tělesem kapaliny o poloměru E a délce L . Poloměr vláken je značen b v Obr.30.



Obr.34: Úzký svazek $n = 5$ paralelních vláken (1) je obklopen válcovitou vrstvou kapaliny (2) délky L . Poloměr válcovitého tělesa kapaliny je E a poloměr vláken je označen b [23].

K dokonalému smáčení svazku dojde v případě, že celková povrchová energie W vnějšího povrchu kapaliny a rozhraní kapalina - vlákna je menší, než celková povrchová energie W_f odpovídající délky L svazků suchých vláken. Pro W a W_f platí

$$W_f = 2\pi nb\gamma_p L, \quad (87)$$

$$W = 2\pi nb\gamma_{kp} L + 2\pi E\gamma L. \quad (88)$$

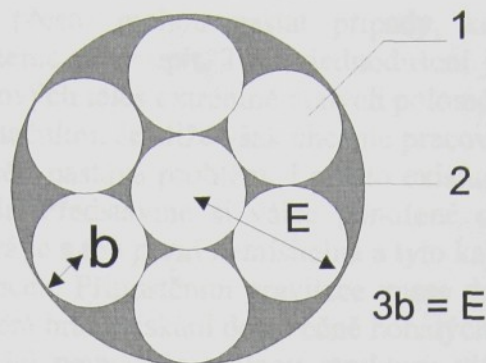
Pro dokonalé smáčení tudíž dostaneme podmínku

$$W_f - W = 2\pi Lbn \left[\gamma_p - \gamma_{kp} - \gamma \left(\frac{E}{nb} \right) \right] > 0. \quad (89)$$

Pomocí roztíracího koeficientu S upravíme poslední nerovnost ve vztahu (89) na

$$S_{sv} > \frac{E - nb}{nb} \gamma. \quad (90)$$

Poloměr kapalinového tělesa E pokrývajícího svazek vláken může růst pomaleji než součet všech poloměrů vláken ve svazku nb [23]. Příkladem je sedmice dotýkajících se paralelních vláken, jejichž osy v kolmém řezu jsou uspořádány do pravidelné trojúhelníkové mříže o mřížové konstantě $2b$, viz Obr.35.



Obr.35: Kolmý řez svazkem sedmi vláken ($n = 7$) uspořádaných do pravidelné trojúhelníkové mříže. Poloměr vlákna (1) je b . Poloměr válcového kapalinového tělesa (2) pokrývajícího vláknový svazek je $E = 3b$. Součet průměrů vláken ve svazku je $nb=7b$. [28]

Z právě uvedeného příkladu na Obr.35 je vidět, že svazek sedmi těsně uspořádaných paralelních vláken může být kapalinou dokonale smáčen i v případě, že rovinný útvar ze stejného materiálu není touž kapalinou smáčen dokonale. Pro dokonalé smáčení svazku vláken může být roztírací koeficient S dokonce záporný [23]. V případě sledované sedmice vláken dostačuje k dokonalému smáčení podmínka

$$S_{sv} > -\frac{4}{7}\gamma. \quad (91)$$

Jestliže nyní porovnáme roztírací koeficienty pro dokonalé smáčení rovinného povrchu, samostatného vlákna a svazku vláken, dostaneme se k následujícímu vyjádření

$$S_{sv} < S < S_v, \quad (92)$$

kde S_{sv} označíme jako roztírací koeficient pro dokonalé smáčení svazku vláken, S roztírací koeficient pro dokonalé smáčení rovinného povrchu a S_v roztírací koeficient pro dokonalé smáčení samostatného vlákna. Nerovnice (92) tedy znamená, že snadněji dokonale smočíme svazek vláken než rovinný povrch a zároveň rovinný povrch snadněji dokonale smočíme než povrch zakřivený, tedy povrch jednoho vlákna. Představme si, že máme textilií ze syntetických vláken (tedy neabsorbuje kapalinu do svého vnitřku). Pak i takovou to textilií lze odstranit kapalinu například z podlahy. Podrobněji si to ověříme v následujících článcích.

7.3 Princenovy práce

Princenovy práce, které byly publikovány na konci šedesátých a sedmdesátých let, jsou orientovány na smáčení rovnoběžných svazků válcových těles, která modelují vlákna. Toto studium bylo motivováno snahou o podrobný popis kapilárních jevů v přízích, nitích, káblicích a oblastech uvnitř netkaných textilií. Výsledky experimentů by mohly naznačit, jak efektivněji konstruovat materiály pro zachycování ropných produktů při likvidaci havárií a také pomoci při výrobě vlákniny vyztužených kompozitů, kde při výrobě matrice hraje roli smáčecí kapaliny [7-9].

Podstatou Princenových článků je vyšetřování tvaru kapalinových těles v soustavě válců, v závislosti na vzájemné vzdálenosti těchto válců. Pro zjednodušení budeme studovat kapilární jevy při zanedbání vlivu gravitace. Čtenář může namítnout, že takové zjednodušení

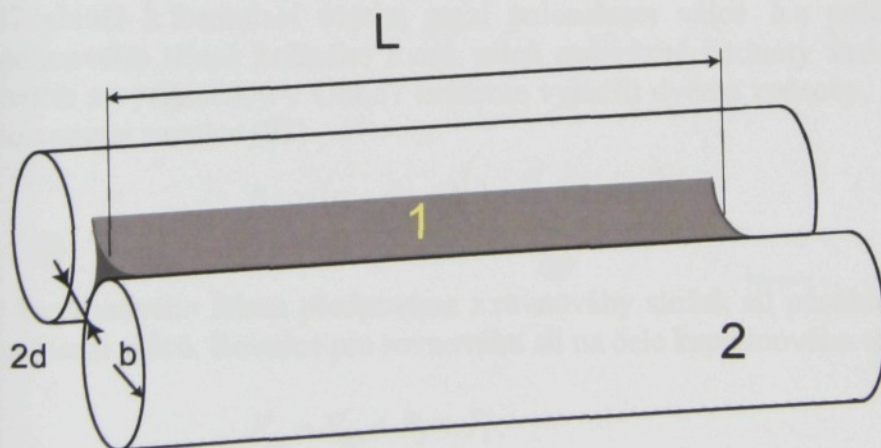
situaci značně zkresluje. I přesto mohou nastat případy, kdy k zanedbání gravitace v zemských podmínkách můžeme přistoupit. Toto zjednodušení je možno provést například v případě studia smáčení válcových těles extrémně malých poloměrů, kdy projevy kapilárních sil převládají nad silami gravitačními. Jestliže však chceme pracovat s válcovými tělesy, které nemají extrémně malý poloměr, nastává problém. I přesto existuje jednoduchý systém, kde gravitace nehraje žádnou roli. Představme si válce ponořené do kapaliny, které budeme smáčet druhou kapalinou, která je s tou první nemísitelná a tyto kapaliny mají stejnou hustotu. Tento přístup použil také Princen. Připuštěním gravitace vnese do teoretického popisu těžko zpracovatelnou nesymetrii, která brání získání dostatečně bohatých analytických výsledků.

Ačkoliv Princenův model neuvažuje reálnou strukturu vlákenných materiálu, přesto může vést k lepšímu porozumění chování kapalin v reálných vlákenných systémech.

7.4 Soustava dvou válců

Popišme si nyní smáčení soustavy dvou rovnoběžných válců, která simulují vlákna. Mezi tyto dva válce nanese malé množství kapaliny. Válce jsou umístěny blízko sebe tak, že nejkratší vzdálenost $2d$ jejich povrchů je srovnatelná s jejich poloměrem b . O válcích dále předpokládáme, že mají shodné geometrické a materiálové parametry.

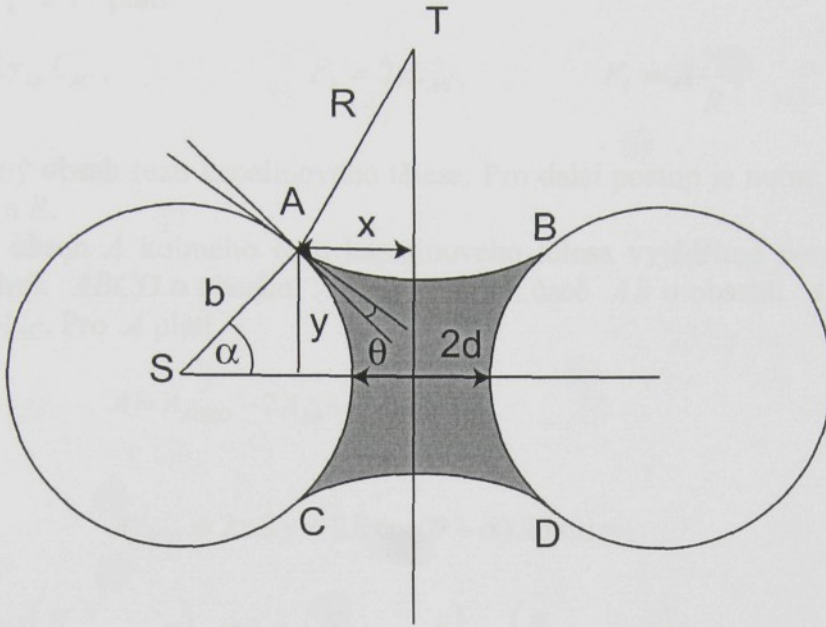
Zmíněné malé množství kapaliny, které vstoupí do styku s válci, vytvoří po jisté době rovnovážné těleso, jehož povrch bude mít v každém místě konstantní hodnotu křivosti. Každé další přidání kapaliny mezi válce povede jen k růstu kapalinového tělesa podél os válců a předpokládá se, že kapalinové těleso má podél celé své délky konstantní průřez, s výjimkou malých oblastí na čelech. Předpokládejme, že délka válců je větší než zmíněné kapalinové těleso. Popsaná situace je zachycena na Obr.36.



Obr.36: Horní pohled na dvojici shodných rovnoběžných válců 2 o poloměru b a vzdálenosti $2d$. Kapalinové těleso má délku L a je vyznačeno šedým odstínem a číslem 1.

Věnujme se nyní matematickému rozboru tohoto problému. Nejprve si definujeme úhel opásání α . Úhel α je úhel, který svírá spojnice středů válců s kontaktní linií mezi kapalinou a povrchem válce. V řezu je tato linie označena jako bod A . Potom zjistíme závislost úhlu

opásání α , což na poloměru válců b , vzdálenosti válců $2d$ a úhlu smáčení θ . Všechny tyto veličiny jsou zakreslené na Obr.37.



Obr.37: Příčný řez dvojicí paralelních válců mezi kterými je umístěno kapalinové těleso.

Obr.37 slouží k formulaci vztahu mezi poloměrem válce b a poloměrem R řezu povrchu kapalinového tělesa kolmého k ose válců pro různé hodnoty vzdálenosti $2d$ mezi válci. Vzdálenost x vyznačenou v Obr.37 můžeme vyjádřit dvěma způsoby, které představují pravou a levou stranu rovnice (93)

$$R \cos(\alpha + \theta) = b \left(1 + \frac{d}{b} - \cos \alpha \right). \quad (93)$$

Tvar kapalinového tělesa předpokládáme z rovnováhy složek sil působících na jeho čele rovnoběžně s osami válců. Rovnice pro rovnováhu sil na čele kapalinového tělesa zní

$$F_p = F_{kp} + F_k + F_t, \quad (94)$$

kde F_p je síla působící vně čela kapalinového tělesa, která je generována povrchovým napětím válců γ_p , a působí podél oblouků AC a BD . Pro F_p platí

$$F_p = \gamma_p (L_{AC} + L_{BD}) = 2\gamma_p L_{AC}, \quad (95)$$

kde L_{AC} , L_{BD} jsou délky stejně dlouhých oblouků AC a BD .

Dovnitř kapalinového tělesa rovnoběžně s osami válců působí síly F_{kp} a F_k , které jsou po řadě vyvolány povrchovým napětím γ_{kp} (mezi kapalinou a válci) a povrchovým

napětím γ kapaliny. Síla F_{kp} působí podél kruhových oblouků AC a BD o délkách L_{AC} a L_{BD} . Síla F_k vzniká působením povrchového napětí kapaliny podél kruhových oblouků AB a CD o délkách L_{AB} a L_{CD} ($L_{AB} = L_{CD}$). Dále dovnitř vydutého kapalinového tělesa působí tlaková síla F_t . Pro F_{kp} , F_k a F_t platí:

$$F_{kp} = 2\gamma_{kp}L_{AC}, \quad F_k = 2\gamma L_{AB}, \quad F_k = A\frac{\gamma}{R}, \quad (96)$$

kde A je plošný obsah řezu kapalinového tělesa. Pro další postup je nutné zjistit závislost A , L_{AC} a L_{AB} na b a R .

Plošný obsah A kolmého řezu kapalinového tělesa vyjádříme pomocí následujících obrazců: obdélník $ABCD$ o obsahu A_{ABCD} , kruhová úseč AB o obsahu A_{AB} a kruhová úseč AC o obsahu A_{AC} . Pro A platí

$$A = A_{ABCD} - 2A_{AB} - 2A_{AC}, \quad (97)$$

kde

$$A_{ABCD} = 2x \cdot 2y = 2R \cos(\theta + \alpha) \cdot 2b \sin \alpha, \quad (98a)$$

$$A_{AB} = R^2 \left(\frac{\pi}{2} - \alpha - \theta \right) - R^2 \sin \left(\frac{\pi}{2} - \alpha - \theta \right) \cos \left(\frac{\pi}{2} - \alpha - \theta \right), \quad (98b)$$

$$A_{AC} = b^2 \alpha - b^2 \sin \alpha \cos \alpha. \quad (98c)$$

Délky kruhových oblouků L_{AC} a L_{AB} jsou

$$L_{AC} = 2\alpha b \text{ a } L_{AB} = 2 \left(\frac{\pi}{2} - \theta - \alpha \right) R. \quad (99)$$

Výše uvedené vztahy můžeme dosadit do rovnice (94) a dostaneme vztah

$$2\gamma_p 2\alpha b = 2\gamma_{kp} 2\alpha b + 2\gamma 2 \left(\frac{\pi}{2} - \theta - \alpha \right) R + \left[4 \cos(\theta + \alpha) b R - 2 \left(\frac{\pi}{2} - \alpha - \theta \right) \right. \\ \left. - \cos(\theta + \alpha) \sin(\theta + \alpha) R^2 - 2b^2 (\alpha - \sin \alpha \cos \alpha) \right] \frac{\gamma}{R}. \quad (100)$$

Po úpravě tohoto vztahu dostaneme kvadratický vztah pro R/b

$$\left(\frac{R}{b} \right)^2 \left(2 \left(\frac{\pi}{2} - \theta - \alpha \right) - \left(\frac{\pi}{2} - \alpha - \theta \right) - \cos(\theta + \alpha) \sin(\theta + \alpha) \right) + \\ \frac{R}{b} \left(\frac{1}{2} 4 \cos(\theta + \alpha) \sin \alpha - 2\alpha \cos \theta \right) - \alpha - \sin \alpha \cos \alpha = 0 \quad (101)$$

pro zjednodušení ji můžeme zapsat jako

$$p\left(\frac{R}{b}\right)^2 + 2q\frac{R}{b} + r = 0, \quad (102)$$

kde jsme označili

$$p = \left(\frac{\pi}{2} - \alpha - \theta\right) - \cos(\theta + \alpha)\sin(\theta + \alpha), \quad (102a)$$

$$q = \cos(\theta + \alpha)\sin \alpha - \alpha \cos \theta, \quad (102b)$$

$$r = \sin \alpha \cos \alpha - \alpha. \quad (102c)$$

Kvadratická rovnice (103) má dvě řešení

$$\left(\frac{R}{b}\right)_{1,2} = \frac{-q \pm \sqrt{q^2 - pr}}{p}. \quad (103)$$

Po dosazení uvedených řešení do rovnice (93) dostaneme vztah pro d/b .

$$\left(\frac{d}{b}\right)_{1,2} = \left(\frac{-q \pm \sqrt{q^2 - pr}}{p}\right) \cos(\theta + \alpha) + \cos \alpha - 1. \quad (104)$$

Po zpětném dosazení za p , q a r obdržíme výsledný vztah pro d/b

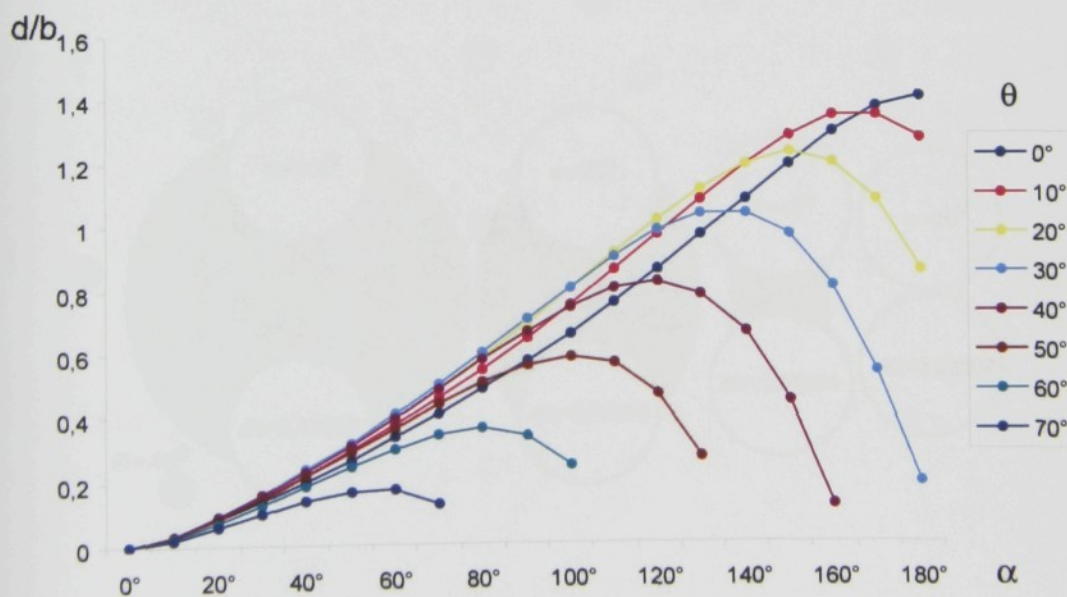
$$\left(\frac{d}{b}\right)_{1,2} = \left\{ \frac{\alpha \cos \theta - \sin \alpha \cos(\theta + \alpha) \pm \sqrt{[\sin \alpha \cos(\theta + \alpha) - \alpha \cos \theta]^2 - \left[\left(\frac{\pi}{2} - \theta - \alpha\right) + \sin(\theta + \alpha)\cos(\theta + \alpha)\right](\sin \alpha \cos \alpha - \alpha)}}{\left(\frac{\pi}{2} - \theta - \alpha\right) + \sin(\theta + \alpha)\cos(\theta + \alpha)} \right\}. \quad (105)$$

* $\cos(\theta + \alpha) + \cos \alpha - 1$

Fyzikální význam mají jen ta řešení (105), kde před odmocninou vystupuje kladné znaménko a hodnota d/b je kladná. Toto řešení je autorovým rozšířením Princenových prací.

Na základě výše uvedeného matematického rozboru můžeme zpracovat výsledky do číselné a grafické podoby. V tabulce 1 jsou uvedeny číselné hodnoty d/b v závislosti na vybraných hodnotách úhlu opásání α a úhlu smáčení θ . Grafická podoba těchto závislostí je na Obr.38.

α / θ	0°	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°
0°	0	0	0	0	0	0	0	0
10°	0,0337	0,0353	0,0357	0,0352	0,0336	0,0311	0,0276	0,0226
20°	0,0835	0,0891	0,0919	0,0918	0,0889	0,0829	0,0734	0,059
30°	0,139	0,1513	0,1579	0,1594	0,1553	0,1453	0,128	0,0994
40°	0,2005	0,2196	0,2313	0,2351	0,23	0,214	0,1863	0,1372
50°	0,2653	0,2935	0,3113	0,3178	0,311	0,2889	0,2451	0,1648
60°	0,3344	0,3727	0,3976	0,407	0,3977	0,365	0,2991	0,1694
70°	0,4079	0,4577	0,489	0,5016	0,4876	0,4397	0,3411	0,1239
80°	0,4865	0,548	0,5886	0,6012	0,5785	0,5075	0,3598	
90°	0,57	0,646	0,693	0,7037	0,6663	0,5601	0,3371	
100°	0,6612	0,7497	0,802	0,8061	0,744	0,5849	0,2411	
110°	0,7584	0,8595	0,9134	0,9027	0,8013	0,5632		
120°	0,8624	0,9737	1,0228	0,9845	0,8224	0,4696		
130°	0,9725	1,0891	1,1223	1,0375	0,786	0,2709		
140°	1,0866	1,1994	1,1995	1,0417	0,6676			
150°	1,1998	1,2937	1,2357	0,9732	0,4462			
160°	1,3033	1,3547	1,2069	0,8095	0,1169			
170°	1,382	1,3592	1,0882	0,5421				
180°	1,4142	1,2808	0,8652	0,1883				

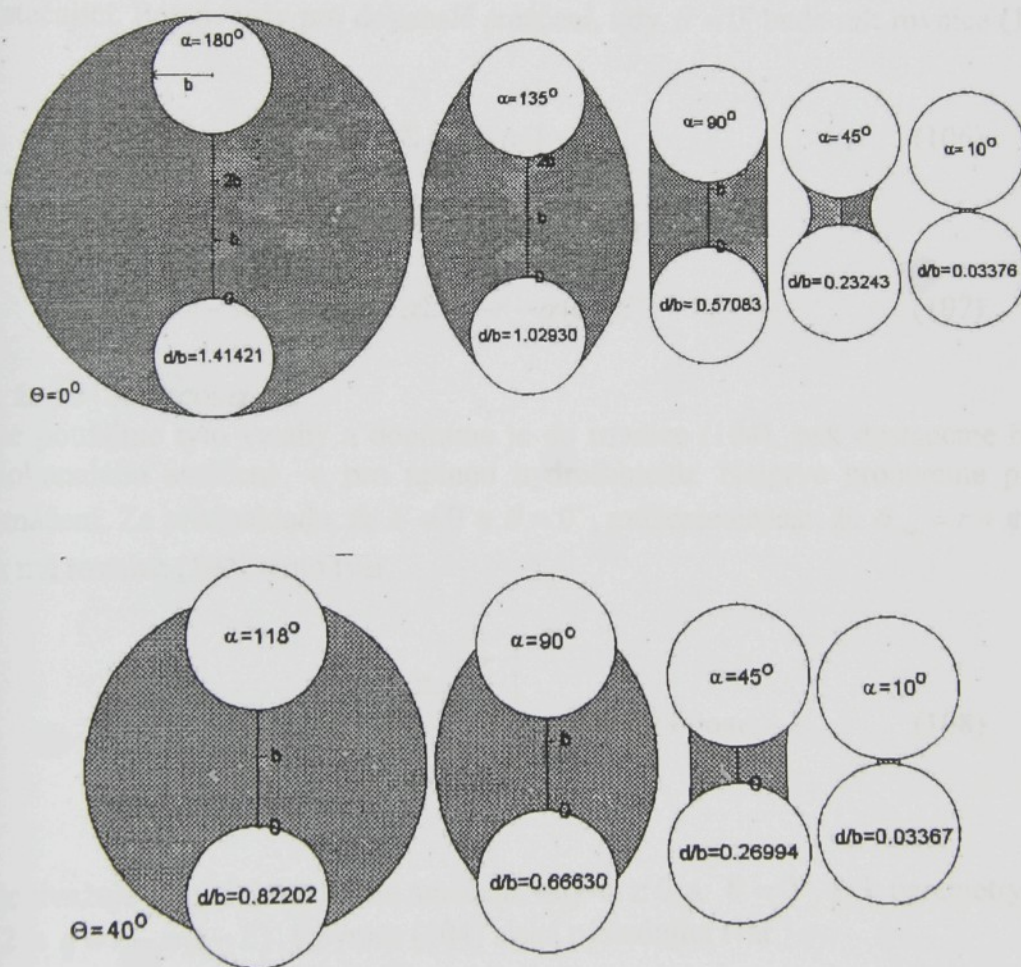
Tab. 1: Tabulka hodnot d/b pro různé hodnoty úhlu α a úhlu smáčení θ [24].Obr.38: Graf závislosti poměru d/b na úhlech θ a α . Na osu y jsou vynášeny hodnoty poměru d/b , na osu x hodnoty úhlu α . Jednotlivé křivky grafu ukazují hodnoty d/b pro různé hodnoty úhlu smáčení θ .

Podle Princenových prací přísluší stabilní kapalinová tělesa pouze první stoupající části grafů. Další přípustné hodnoty α v klesající části grafů se u reálných systémů nevyskytují. Ačkoliv jsou tyto stavy popsány jako rovnovážné, nejsou stabilní. Pro soustavu

dvouválcových systémů neexistuje řešení s fyzikálním významem pro $\theta \geq 90^\circ$. V této oblasti θ neexistuje celistvé kapalinové těleso s konstantním průřezem, ale mohou vznikat pouze krátké můstky bez konstantního průřezu. Jak uvidíme níže, takové omezení neplatí pro tříválcový systém.

Důležitým poznatkem pro studium vztahu mezi vlastnostmi a strukturou textilních materiálů je závislost objemu kapaliny, která je vázána na jednotkovou délku dvojice blízkých paralelních válců. Čím jsou tyto válce blíže, tím menší množství kapaliny je mezi nimi vázáno. Druhým poznatkem je klesající hodnota maximální vzdálenosti válců vyjádřená veličinou $(d/b)_{\max}$ s rostoucí hodnotou úhlu smáčení θ . Toto si ukážeme na přechodových diagramech v článku 7.6.

Tvary průřezů kapalinových těles dokumentující výraznou závislost objemu kapaliny vázané na jednotkovou délku válců v závislosti na vzdálenosti mezi nimi ukazuje Obr.39 [7].



Obr.39: Řezy kapalinovými tělesy kolmé k osám vláken. Levá strana obrázku přísluší úhlu smáčení $\theta = 0^\circ$ a pravá strana obrázku úhlu smáčení $\theta = 40^\circ$. Hodnoty d/b a α jsou vyznačeny u každého z řezů [7].

Nyní rozšíříme Princenovy práce. Princen se zabýval oblastí $0^\circ < \theta < 180^\circ$. Rozšíříme řešení i na oblasti dokonalého smáčení a o oblast úplné hydrofobicity. Využijeme k tomu výše uvedený článek 7.1.

Nejprve v krátkosti zopakujeme. Jestliže je úhel smáčení $\theta = 0^\circ$ a $S > 0$, to jest $\gamma_p - \gamma_{kp} > \gamma$, pak mluvíme o dokonalém smáčení. Naproti tomu pro úplnou hydrofobicitu uvažujeme o úhlu smáčení $\theta = 180^\circ$ a $S < -2\gamma$ nebo jinak o $\gamma_{kp} - \gamma_p > \gamma$. Dále jsme zavedli parametr Σ , který byl definován jako $\Sigma = S/\gamma + 1$ v článku 7.1. Pro doplnění uvedeme ještě vztah mezi Σ a úhlem smáčení θ v oblasti částečného smáčení. Z definice Youngovy rovnice (23) a roztačacího koeficientu S (39) lze napsat, že v oblasti částečného smáčení platí $\Sigma = \cos \theta$.

Abychom zbytečně neopakovali celé odvození uvedené výše v tomto článku, vyjádříme pouze parametr q z (102b) pro dokonalé smáčení a pro úplnou hydrofobicitu. To bude plně dostačující. Potom tedy pro dokonalé smáčení, kdy $\theta = 0^\circ$ bude mít rovnice (102b) tvar

$$q_{cw} = \sin \alpha \cos \alpha - \alpha \Sigma = r + \alpha(1 - \Sigma). \quad (106)$$

Pro případ úplné hydrofobicity, kdy $\theta = 180^\circ$, pak můžeme psát

$$q_{sh} = -\sin \alpha \cos \alpha - \alpha \Sigma = -r - \alpha(1 + \Sigma). \quad (107)$$

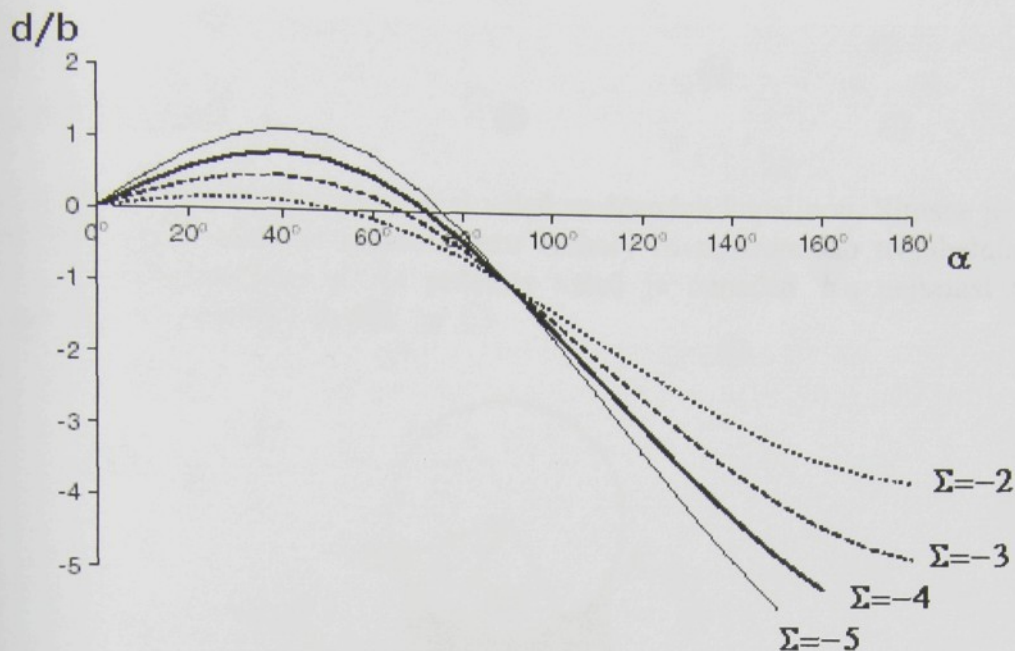
Připomeňme, že $r = \sin \alpha \cos \alpha - \alpha$.

Jestliže použijeme tyto vztahy a doplníme je do rovnice (104), pak dostaneme řešení pro případ dokonalého smáčení a pro úplnou hydrofobicitu. Nejprve probereme případ dokonalého smáčení. Za předpokladu, že $S = 0$ a $\theta = 0^\circ$, můžeme napsat, že $\alpha_{cw} = r + \pi/2$ a $q = r$. Potom má rovnice (104) tento tvar

$$\left(\frac{d}{b}\right)_{cw} = \left(\frac{-r \pm \sqrt{\frac{\pi r}{2}}}{\frac{\pi}{2} + r} \right) \cos(\theta + \alpha) + \cos \alpha - 1. \quad (108)$$

Jestliže uvažuje případ dokonalého smáčení, kdy $S \geq 0$ a $\theta = 0^\circ$, pak parametry jsou $\alpha_{cw} = r + \pi/2$ a $q = r - \alpha(1 - \Sigma)$. Rovnice (104) získá následující tvar

$$\left(\frac{d}{b}\right)_{cw} = \left(\frac{\alpha(\Sigma - 1) - r \pm \sqrt{\alpha(\Sigma - 1)[\alpha(\Sigma - 1) - 2r] - \frac{\pi r}{2}}}{\frac{\pi}{2} + r} \right) \cos(\theta + \alpha) + \cos \alpha - 1. \quad (109)$$

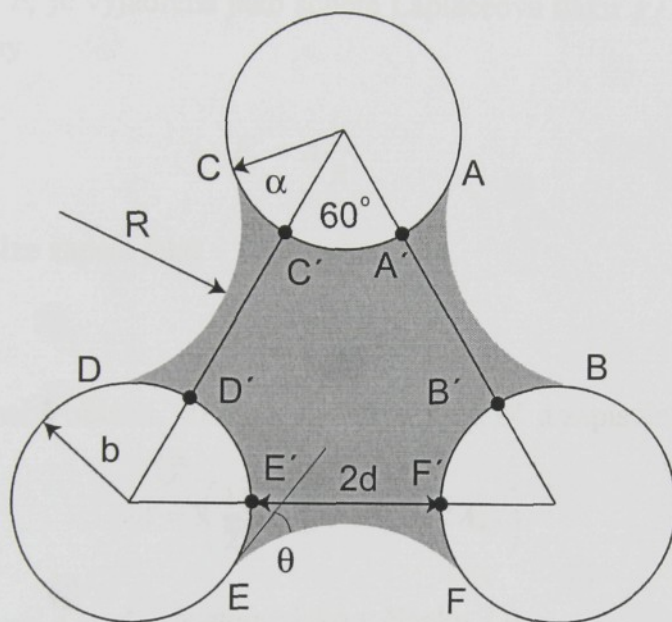


Obr.41: Graf závislosti d/b na α pro různé hodnoty $\Sigma < -1$ počítané z rovnice (110), tedy pro režim úplné hydrofobicity. Pro $d/b < 0$ nemá řešení fyzikální smysl.

Dopad tohoto rozšíření Princenových prací více oceníme až v článku věnovaném kapalinovým tělesům mezi trojicí válcových těles. Řešení pro případy dokonalého smáčení a úplné hydrofobicity jsou také součástí článku uvedeného v časopise Physica A vydaném v roce 2006 [22].

7.5 Soustava tří válců

Nyní provedeme rozbor pro trojici válců smáčených kapalinou. Situace je zobrazena na Obr.42. Osy válců tvoří na kolmém řezu vrcholy rovnostranného trojúhelníka o délce strany $2b + 2d$. Připomeňme si, že poloměr válců je označen b a nejkratší vzdálenost spojující povrchy sousedních válců je $2d$.



Obr.42: Kolmý řez kapalinovým tělesem mezi třemi válci. Úhel smáčení je označen θ . Plošný obsah oblasti $AA'BB'$ je roven polovině plošného obsahu řezu kapalinového tělesa mezi dvěma válci.

Rovnováha sil na čele kapalinového tělesa je vyjádřena relací

$$F_p = F_{kp} + F_k + F_t, \quad (111)$$

kde F_p je síla vyvolávaná účinkem povrchového napětí válců γ_p . Sílu F_{kp} vyrovnává síla generovaná povrchovým napětím γ_{kp} mezi kapalinou a válci, síla F_k způsobená účinkem povrchového napětí kapaliny γ a složka tlakové síly F_t působící rovněž s osami válců.

Pro F_p platí

$$F_p = (3\gamma_p l_{AC} + \pi\gamma_p) b, \quad (112)$$

kde l_{AC} je celková délka oblouků AA' a CC' , které jsou znázorněny na Obr.42, představující řez kapalinovým tělesem a trojicí válců vedený kolmo na osy válců. Síly F_{kp} a F_k se dají vyjádřit pomocí vztahů

$$F_{kp} = (3\gamma_{kp}l_{AC} + \pi\gamma_{kp})b, \quad (113)$$

$$F_k = 3\gamma l_{AB} \cdot R, \quad (114)$$

kde l_{AB} představuje délku oblouku volného povrchu kapaliny, viz Obr.42.

Tlaková síla F_t je vyjádřena jako součin Laplaceova tlaku γ/R působícího na plošný obsah A čela kapaliny

$$F_t = A \frac{\gamma}{R}. \quad (115)$$

Tento plošný obsah lze zapsat jako

$$A = 3A' + A_{\Delta} - A_V, \quad (116)$$

kde A' je součet obsahů oblastí, $ABB'A'$, $EFF'E'$ a $DCC'D'$ a zapisuje se jako

$$A' = 3 \left(\frac{1}{2} A_{ABCD} - 2A_{AB} - 2A_{AC} \right). \quad (116a)$$

Význam veličin A_{ABCD} , A_{AB} , A_{AC} je stejný jako v článku 7.4.

A_{Δ} je obsah rovnostranného trojúhelníka vzniklého spojením středu řezu válců. Jeho obsah se vyjádří jako

$$A_{\Delta} = \sqrt{3}(d+b)^2 = \sqrt{3}[R \cos(\theta + \alpha) + b \cos \alpha]^2, \quad (116b)$$

A_V je obsah tří kruhových výsečí $S_1A'C'$, $S_2B'F'$, $S_3E'D'$.

$$A_V = \frac{\pi r^2}{2}. \quad (116c)$$

Dosadí-li se z (112), (113), (114) a (115) do (111), dostáváme rovnici (117).

$$\begin{aligned} (3\gamma_p 2\alpha + \pi\gamma_p)b &= (3\gamma_{kp} 2\alpha + \pi\gamma)b + 3\gamma 2 \left(\frac{\pi}{2} - \theta - \alpha \right) \cdot R + \left\{ \left(\frac{3}{2} (4 \cos(\theta + \alpha) \sin \alpha) + 2\sqrt{3} \cos(\theta + \alpha) \cos \alpha \right) \cdot R \cdot b \right. \\ &+ \left(\sqrt{3} \cos^2(\theta + \alpha) - 3 \left(\frac{\pi}{2} - \alpha - \theta \right) - \cos(\theta + \alpha) \sin(\theta + \alpha) \right) R^2 \\ &\left. + \left(\sqrt{3} \cos^2 \alpha - \frac{\pi}{2} - 3\alpha - \sin \alpha \cos \alpha \right) b^2 \right\} \frac{\gamma}{R}. \end{aligned} \quad (117)$$

Po dalších úpravách rovnice (117) ji můžeme zapsat do kvadratické rovnice tvaru

$$p\left(\frac{R}{b}\right)^2 + 2q\left(\frac{R}{b}\right) + r = 0, \quad (118)$$

$$\text{kde} \quad p = 3\left(\frac{\pi}{2} - \theta - \alpha\right) + 3\sin(\theta + \alpha)\cos(\theta + \alpha) + \sqrt{3}\cos^2(\theta + \alpha), \quad (119a)$$

$$q = 3\cos(\theta + \alpha)\sin\alpha + \sqrt{3}\cos(\theta + \alpha)\cos\alpha - 3\alpha\cos\theta - \frac{\pi}{2}\cos\theta, \quad (119b)$$

$$r = \sqrt{3}\cos^2\alpha - \frac{\pi}{2} + 3\sin\alpha\cos\alpha - 3\alpha. \quad (119c)$$

Řešením kvadratické rovnice (118) jsou dva kořeny

$$\left(\frac{R}{b}\right)_{1,2} = \frac{-q \pm \sqrt{q^2 - pr}}{p}. \quad (120)$$

Použije-li se vztah (93) z článku 7.4 upravený na tvar

$$\frac{d}{b} = \left(\frac{R}{b}\right)\cos(\theta + \alpha) + \cos\alpha - 1, \quad (121)$$

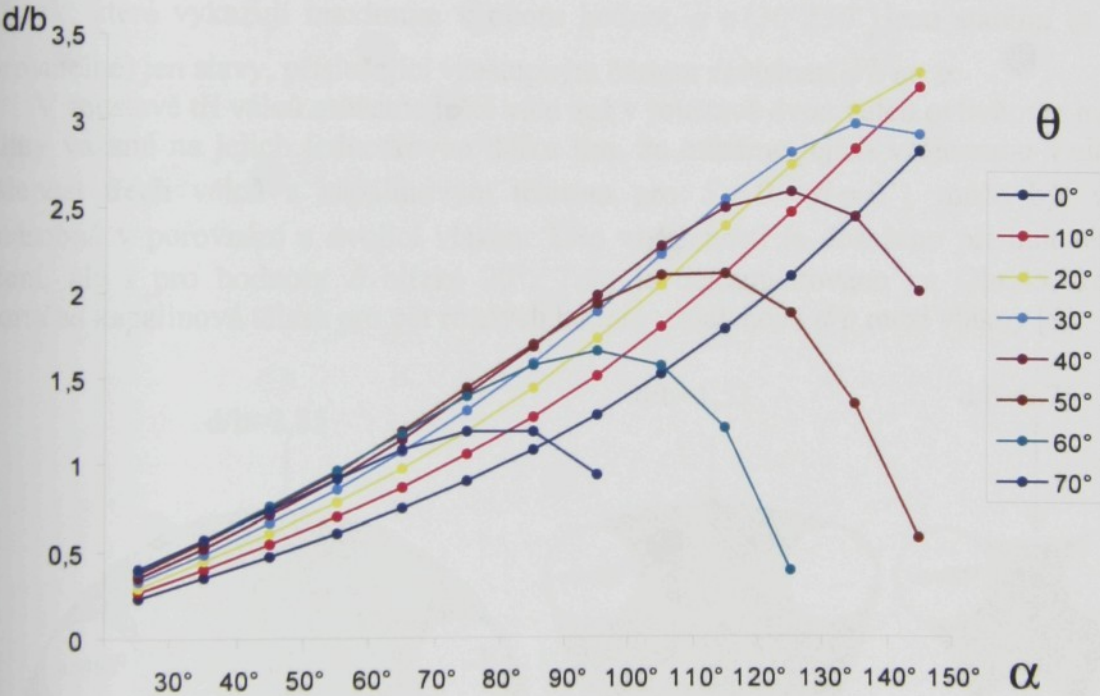
obdrží se hledaná závislost bezrozměrné vzdálenosti mezi válci d/b na θ a α

$$\left(\frac{d}{b}\right)_{1,2} = \left(\frac{-q \pm \sqrt{q^2 - pr}}{p}\right)\cos(\theta + \alpha) + \cos\alpha - 1. \quad (122)$$

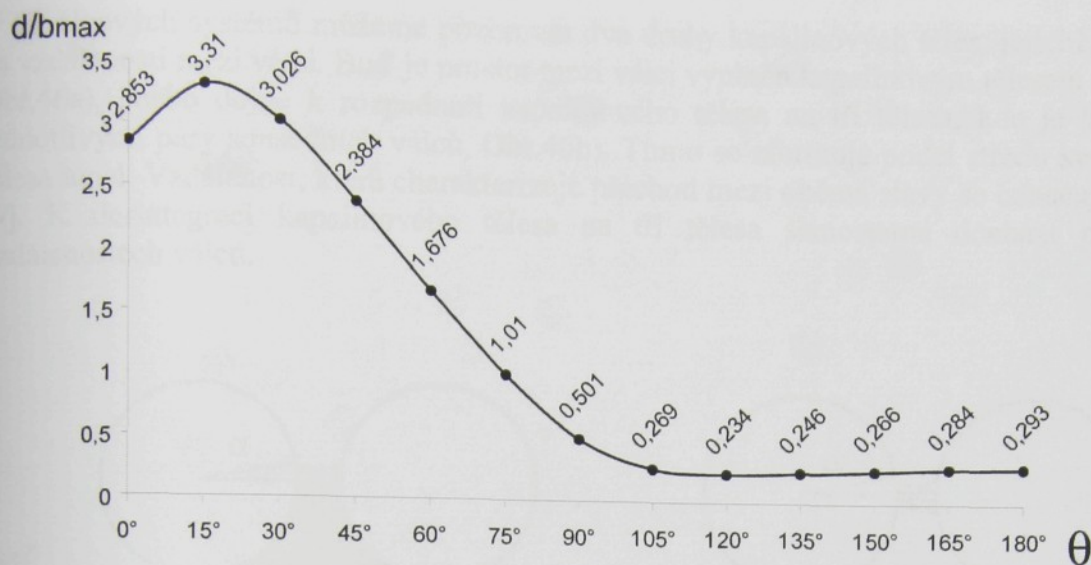
Řešení pro trojici válců, uvedené v relacích (111-122), bude platit jen v případě, že nedojde k vytvoření tří oddělených kapalinových těles mezi každou dvojicí válců. Tedy hodnota α pro každou dvojici musí být větší než $\pi/6 = 30^\circ$. Zároveň je maximální velikost úhlu α omezena shora hodnotou 150° , jak je naznačeno na Obr.42. Stejně jako pro soustavu dvou válců jsou výsledky pro tříválcovou soustavu zpracovány do tabulky 2, kde jsou uvedeny číselné hodnoty d/b v závislosti na vybraných hodnotách úhlu opásání α a úhlu smáčení θ , a vyneseny do grafů Obr.43 a Obr.44.

α / θ	0°	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°
30°	0,2268	0,262	0,295	0,3252	0,3516	0,3736	0,3896	0,3975
40°	0,3485	0,3992	0,4463	0,4884	0,524	0,5514	0,5672	0,5665
50°	0,4729	0,5431	0,6077	0,6649	0,7124	0,7462	0,7606	0,7448
60°	0,6062	0,6991	0,7847	0,8604	0,9215	0,9617	0,9696	0,9253
70°	0,7517	0,8714	0,9822	1,079	1,155	1,1982	1,1887	1,0899
80°	0,9131	1,0644	1,2041	1,3248	1,4143	1,4522	1,4036	1,2028
90°	1,0945	1,2825	1,4554	1,6006	1,6976	1,7117	1,5839	1,1975
100°	1,3003	1,5308	1,7397	1,9062	1,9956	1,9502	1,6747	0,9472
110°	1,5363	1,8143	2,0586	2,2346	2,2843	2,1167	1,5904	
120°	1,808	2,1358	2,4075	2,5648	2,5158	2,1314	1,2231	
130°	2,1196	2,4932	2,7685	2,8515	2,6108	1,9	0,3923	
140°	2,476	2,8722	3,0996	3,0159	2,4722	1,3687		
150°	2,8533	3,2347	3,3233	2,9553	2,0373	0,577		

Tab. 2: Tabulka hodnot d/b pro různé hodnoty úhlu α a úhlu smáčení θ [24].



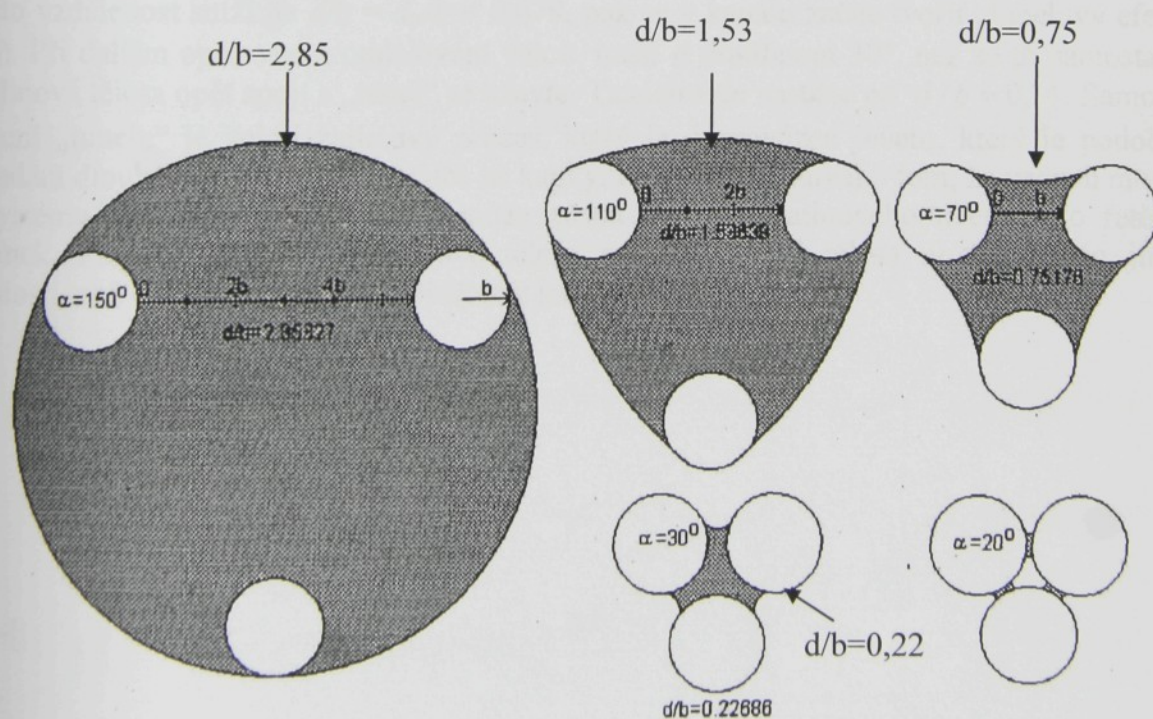
Obr.43: Graf závislosti poměru d/b na úhlech θ a α . Na osu y jsou vynášeny hodnoty poměru d/b , na osu x hodnoty úhlu α . Jednotlivé křivky grafu ukazují hodnoty d/b pro různé hodnoty úhlu smáčení θ jak zapsáno v legendě grafu.



Obr.44: Graf závislosti maximálních hodnot d/b_{max} na úhlu smáčení θ .

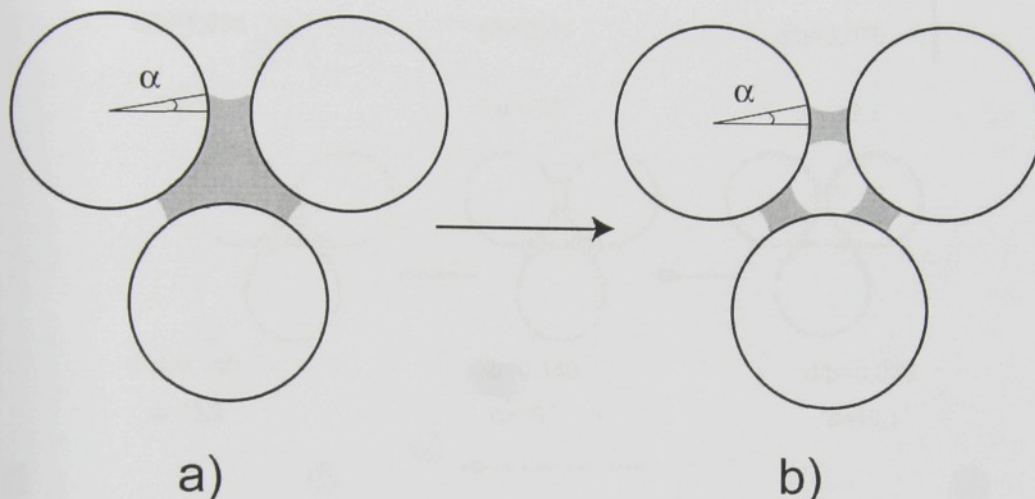
U křivek, které vykazují maximum v oboru hodnot $\alpha \in \langle 30^\circ, 150^\circ \rangle$ jsou stabilní (a tudíž i pozorovatelné) jen stavy, příslušející vzestupným částem závislosti d/b na α .

V soustavě tří válců můžeme ještě více než v soustavě dvou válců ovlivňovat množství kapaliny vázané na jejich jednotkovou délku tím, že měníme jejich vzájemnou vzdálenost. Vzdálenost třech válců s kapalinovým tělesem pro $S = 0$ ($\theta = 0^\circ$) může být víc než dvojnásobná v porovnání s dvojicí vláken. Této vzdálenosti je dosaženo při nulovém úhlu smáčení, ale i pro hodnoty θ blízké 20° . Toto je dokumentováno na Obr.45, kde jsou znázorněna kapalinová tělesa pro pět různých hodnot vzdáleností d/b mezi vlákny [9].



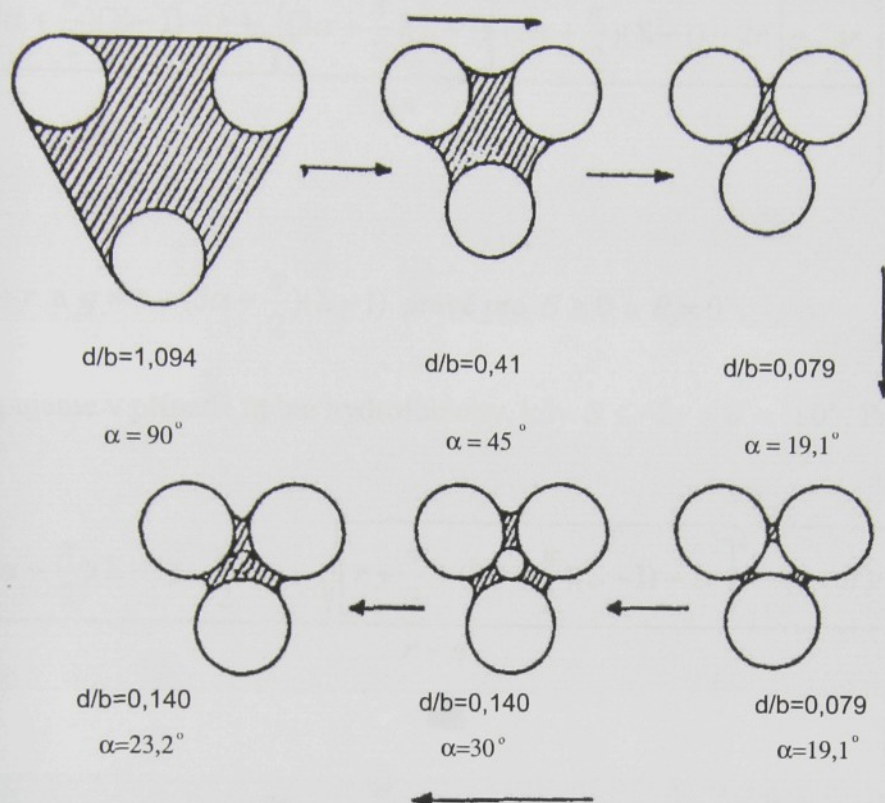
Obr.45: Řezy kapalinovými tělesy vytvořenými mezi trojicemi vláken pro úhel smáčení $\theta = 0^\circ$ [9].

U tříválcových systémů můžeme pozorovat dva druhy kapalinových těles, jejichž tvar závisí na vzdálenosti mezi válci. Buď je prostor mezi válci vyplněn kapalinovým tělesem (Obr.46a), anebo dojde k rozpadnutí kapalinového tělesa na tři tělesa, kde je každé mezi jednotlivými páry sousedních válců, (Obr.46b). Tímto se zformuje podél středu kapalinového tělesa tunel. Vzdálenost, která charakterizuje přechod mezi oběma stavy se označuje jako $2d_{tr}$ [9]. K desintegraci kapalinového tělesa na tři tělesa samostatná dochází při malých vzdálenostech válců.



Obr.46: Přechod mezi dvěma stavy, na obr. a) je prostor mezi válci vyplněn kapalinovým tělesem, na obr. b) je kapalinové těleso rozpadnuto na tři tělesa, kdy je každé mezi jednotlivými páry sousedních válců.

Na Obr.47 je zaznamenán případ tří dokonale smáčitelných válců. Jestliže budeme tyto válce oddalovat na vzdálenost větší než $2d_{tr}/b$, pak kapalina zaplní kanál mezi válci. Jestliže se tato vzdálenost sníží na $d/b = d_{tr}/b = 0,079$, pak se v kanálu začne tvořit „tunelový efekt“ (díra). Při dalším opětovném oddalování válců musí α dosáhnout 30° , než se tři samostatná kapalinová tělesa opět spojí a „tunel“ se uzavře. Tato situace nastane při $d/b = 0,14$. Samotné zmizení „tunelu“ je velmi zajímavý proces, který je doprovázen jevem, který je podobný rozpadání dlouhého kapalinového válce na kapky. Proto lze uvažovat o tom, že vzduch možná ze systému není úplně odstraněn a může zůstat uvnitř kapalinového tělesa jako řetězec bublinek. Přechod, kdy se kapalinové těleso rozpadá na tři tělesa, je popisován jinou závislostí, než opětovné spojování tří těles v jedno [9].



Obr.47: Situace při postupném přibližování a opětovném oddalování válců.

Nyní budeme postupovat jako v kapitole 7.4 a stanovíme parametr q úpravou (119b) pro případ dokonalého smáčení a případ úplné hydrofobicity. Zavedeme též parametr Σ .

Tak tedy pro případ dokonalého smáčení, kdy $S > 0$, $\Sigma > 1$ a $\theta = 0^\circ$ můžeme psát

$$q_{cw} = 3 \cos \alpha \sin \alpha + \sqrt{3} \cos^2 \alpha - (3\alpha + \frac{\pi}{2})\Sigma = r - (3\alpha + \frac{\pi}{2})(\Sigma - 1). \quad (123)$$

Pro případ úplné hydrofobicity, kdy $S < -2\gamma$ a $\theta = 180^\circ$, má rovnice (119b) tento tvar

$$q_{sh} = -3 \cos \alpha \sin \alpha - \sqrt{3} \cos^2 \alpha - (3\alpha + \frac{\pi}{2})\Sigma = r - (3\alpha + \frac{\pi}{2})(\Sigma + 1). \quad (124)$$

Pro případ přechodu k dokonalému smáčení, kdy se $S = 0$ a $\theta = 0^\circ$, má rovnice (122) tvar

$$\left(\frac{d}{b}\right)_{S=0} = \left(\frac{-r + \sqrt{-2\pi r}}{2\pi + r}\right) \cdot \cos \alpha + \cos \alpha - 1. \quad (125)$$

Poměr d/b , pro případ dokonalého smáčení, kdy je $S \geq 0$ a $\theta = 0^\circ$, je roven

$$\left(\frac{d}{b}\right)_{cw} = \left(\frac{(3\alpha + \frac{\pi}{2})(\Sigma - 1) - r + \sqrt{(3\alpha + \frac{\pi}{2})(\Sigma - 1) \left[(3\alpha + \frac{\pi}{2})(\Sigma - 1) - 2r \right] - 2\pi r}}{2\pi + r} \right) \cos \alpha + \cos \alpha - 1$$

(126)

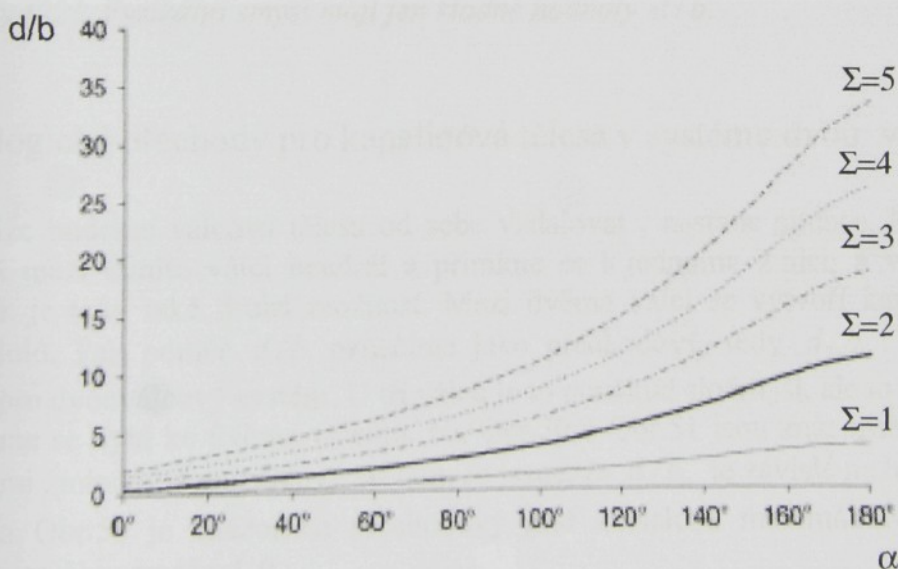
kde $p = 2\pi + r$ a $q = r - (3\alpha + \frac{\pi}{2})(\Sigma - 1)$ právě pro $S \geq 0$ a $\theta = 0^\circ$.

Stejně postupujeme v případě úplné hydrofobicity, kdy $S \leq -2\gamma$ a $\theta = 180^\circ$. Pak

$$\left(\frac{d}{b}\right)_{sh} = \left(\frac{(3\alpha + \frac{\pi}{2})(\Sigma - 1) + \frac{\pi}{2} + r - \sqrt{\left[r + \frac{\pi}{2} + (3\alpha + \frac{\pi}{2})(\Sigma - 1) - 2r \right]^2 - (r + \pi)r}}{r - \pi} \right) \cos \alpha + \cos \alpha - 1$$

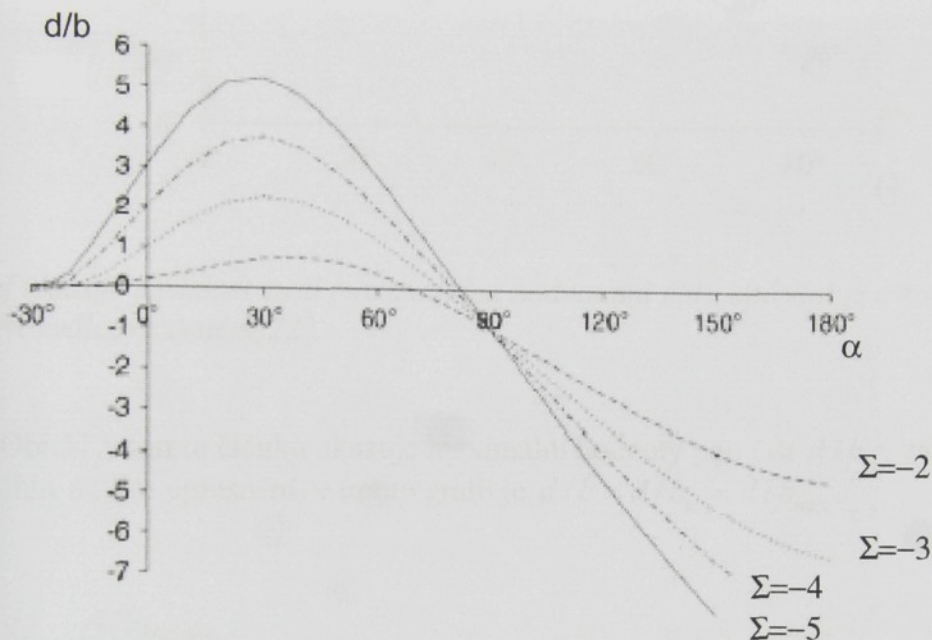
(127)

Pro oba dva případy (dokonalé smáčení, úplná hydrofobicita) jsme v minulém článku vynesli výsledky do grafu. Učiníme tak i nyní. Graf na Obr.48 ukazuje závislost d/b na úhlu opásání α pro různé hodnoty Σ v případě dokonalého smáčení. Toto bylo poprvé publikováno též v časopise Physica A [22].



Obr.48: Závislost d/b na úhlu opásání α pro různé hodnoty Σ v případě dokonalého smáčení [22]. Křivka pro hodnotu $\Sigma = 1$ je shodná s křivkou pro $\theta = 0^\circ$ na Obr.42.

Graf na Obr.49 naopak ukazuje závislost bezrozměrné vzdálenosti mezi válci d/b na úhlu opásání α pro různé hodnoty Σ pro případ úplné hydrofobicity. Jen pro připomenutí, v tomto případě počítáme pro hodnoty $\Sigma < -1$ (vysvětlení viz Obr.33 článek 7.1). Význam mají samozřejmě jen kladné hodnoty d/b .

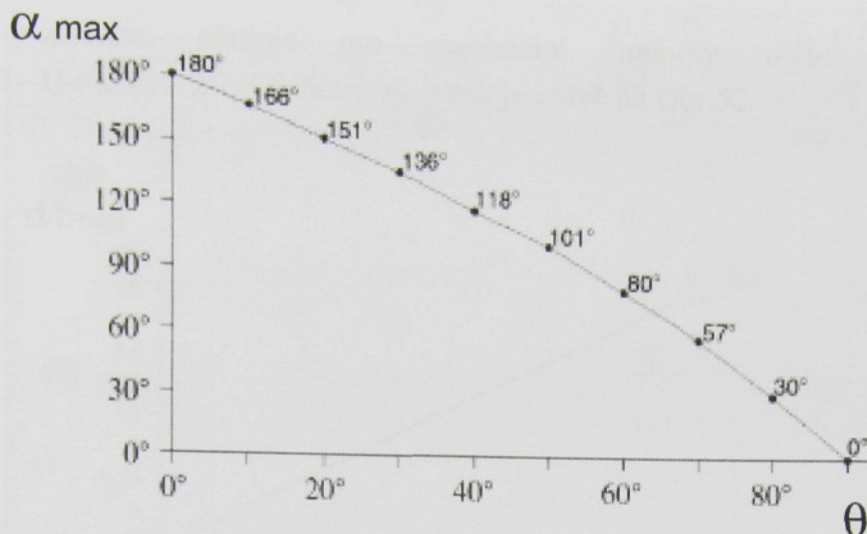


Obr.49: Závislost d/b na úhlu opásání α pro různé hodnoty Σ pro případ úplné hydrofobicity [22]. Fyzikální smysl mají jen kladné hodnoty d/b .

7.6 Morfologické přechody pro kapalinová tělesa v systému dvou válců

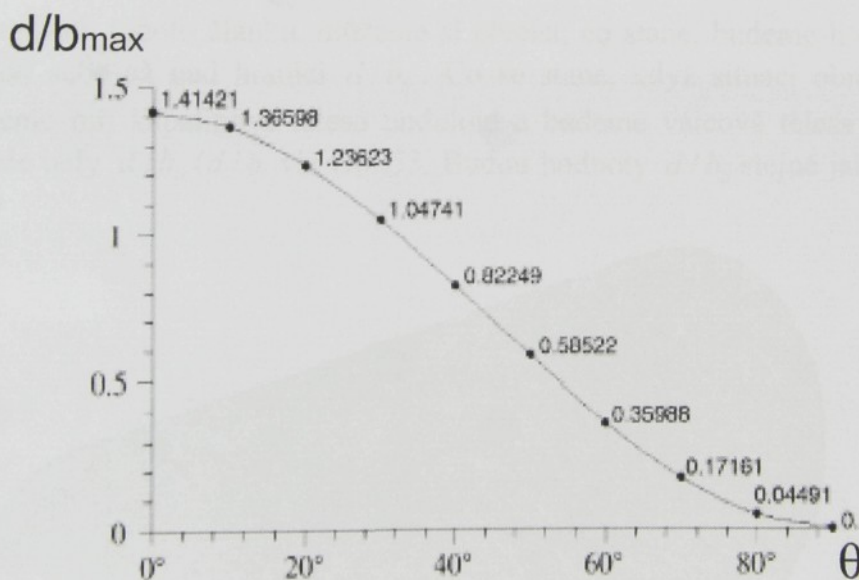
Jestliže budeme válcová tělesa od sebe vzdalovat, nastane situace, kdy kapalinové těleso se již mezi těmito válci neudrží a přimkne se k jednomu z nich a vytvoří na něm kapičku. Pak je tady také druhá možnost. Mezi dvěma válci se vytvoří kapalinové těleso zvané unduloid. Pak poměr d/b označíme jako přechodový, tedy d/b_{tr} . Výše popsany případ platí pro dvouválcový systém. U tří válců je to poněkud složitější, ale to uvidíme níže.

Vraťme se nyní ke dvěma válcům. Na Obr.50 a Obr.51 jsou znázorněny přechodové grafy pro námi zmíněný dvouválcový systém. Je jasné, že d/b_{tr} je závislé na hodnotách α , θ nebo S . Na Obr.50 je znázorněn přechodový graf závislosti maximálních hodnot úhlu opásání α_{max} na úhlu smáčení θ .



Obr.50: Graf ukazuje závislost mezi maximálními hodnotami úhlu opásání α a kontaktního úhlu θ pro dvouválcový systém[22].

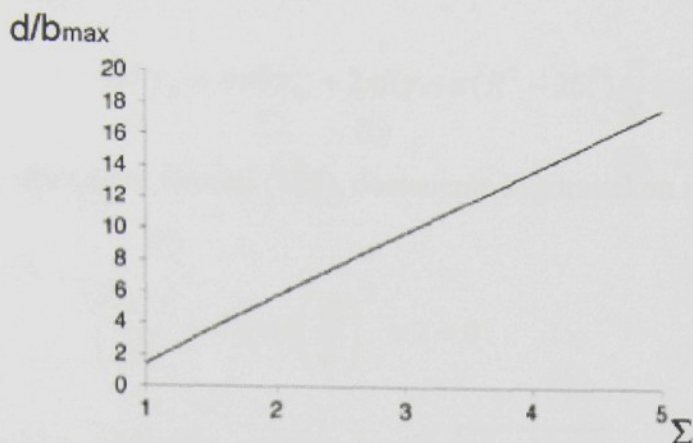
Druhý graf, Obr.51, v tomto článku ukazuje maximální hodnoty poměru d/b v závislosti na kontaktním úhlu θ . Pro upřesnění, v tomto grafu je $d/b = d/b_{tr} = d/b_{\max}$.



Obr.51: Závislost maximálních hodnot d/b na kontaktním úhlu α pro dvouválcový systém [22].

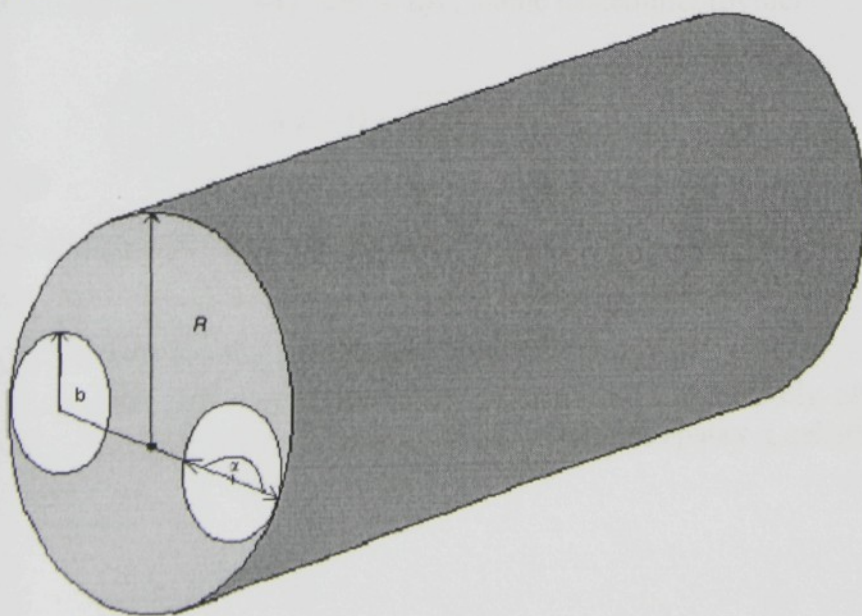
Speciálním případem je přechodový graf zobrazený na Obr.52. Zobrazuje maximální hodnoty d/b v režimu dokonalého smáčení. Jestliže budeme uvažovat, že $S > 0$, pak odvozením

z článku 7.4 získáme předpis pro maximální hodnoty d/b . Potom tedy $d/b_{\max, cw} = 2(\Sigma - 1) + \sqrt{4\Sigma - 2}$. Grafický výsledek je právě na Obr.52.



Obr.52: Graf pro případ režimu dokonalého smáčení, kdy $S > 0$, zobrazující maximální hodnoty d/b v závislosti na Σ pro dvouválcový systém [22].

Vrátíme-li se na začátek tohoto článku, můžeme si přechíst, co stane, budeme-li dvě válcová tělesa oddalovat od sebe až nad hranici d/b_{lr} . Co se stane, když situaci obrátíme? Jako výchozí stav budeme mít kapalinové těleso unduloid a budeme válcová tělesa přibližovat. Počáteční stav bude tedy $d/b_{lr} < d/b$ viz Obr.53. Budou hodnoty d/b_{lr} stejné jako v případě oddalování válců?



Obr.53: Systém dvou válců obklopených kapalinovým tělesem unduloid. Poloměr válců je označen b a poloměr kapalinového tělesa R a α označuje úhel opásání.

Nejprve si vyjádříme tlakovou sílu F_t , která je v tomto případě rovna $-\pi(R^2 - 2b^2)\gamma/R$, a doplníme do rovnice (111). Znaménko mínus je v této rovnici uvedeno proto, že je těleso konvexní viz Obr.53. Potom

$$4\pi b\gamma_p = 4\pi b\gamma_{kp} + 2\pi R\gamma - \pi(R^2 - 2b^2)\frac{\gamma}{R}. \quad (128)$$

Jestliže budeme upravovat rovnici (128), dostaneme kvadratickou rovnici (129)

$$\left(\frac{R}{b}\right)^2 + 4\cos\theta\left(\frac{R}{b}\right) + 2 = 0. \quad (129)$$

Řešením rovnice je $(R/b)_{1,2} = -2\cos\theta \pm \sqrt{2}\sqrt{2\cos^2\theta - 1}$. Avšak fyzikálně přípustným řešením je pouze případ, kdy $|R| \geq 2b$, tedy před druhým členem na pravé straně rovnice bude znaménko mínus.

Na Obr.52 je vidět, že úhel opásání α výchozího stavu je 180° . Pak tedy poloměr R kapalinového tělesa je roven součtu $2b + d$. Dosazením do rovnice (129) získáme vztah mezi $(d/b)_{tr2}$ a θ . Poměr $(d/b)_{tr2}$ značí hodnoty přechodu od unduloidu ke stabilnímu tělesu se stejným průřezem po celé délce. Pro případ částečného smáčení, kdy $\theta = (0^\circ, 180^\circ)$ pak platí

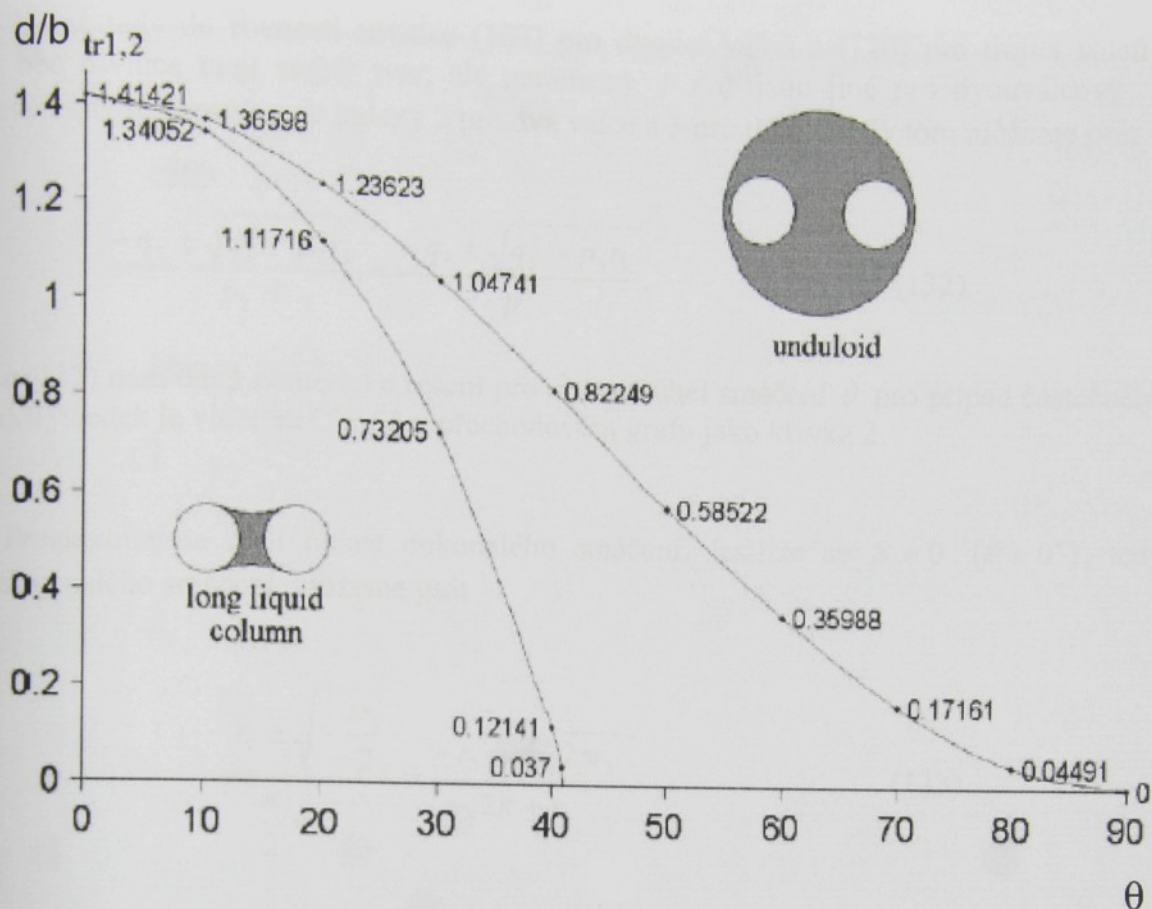
$$\left(\frac{d}{b}\right)_{tr2} = 2(\cos\theta - 1) + \sqrt{4\cos^2\theta - 2}. \quad (130)$$

Pro případ dokonalého smáčení, kdy $S > 0$ a $\Sigma > 1$, máme následující rovnici

$$\left(\frac{d}{b}\right)_{tr2,cw} = 2(\Sigma - 1) + \sqrt{4\Sigma^2 - 2}. \quad (131)$$

Speciálním případem je hranice přechodu, kdy $S = 0$ ($\theta = 0^\circ$). Po dosazení do rovnic (130) i (134) dostaneme stejný výsledek, $(d/b)_{tr2} = \sqrt{2}$. Jestliže se podíváme na Obr.51 do grafu, zjistíme, že v případě kdy $S = 0$, je hodnota d/b_{tr1} též rovna $\sqrt{2}$.

Na Obr.54 je znázorněn graf s přechodovými křivkami pro oba případy přechodů, jak od celistvého kapalinového tělesa k unduloidu, tak od unduloidu zpátky k celistvému tělesu pro dvouválcový systém.



Obr.54: Přechodový graf pro dvě válcová tělesa znázorňující závislost d/b na úhlu smáčení. V grafu jsou znázorněny dvě křivky a to pro přechod od celistvého tělesa k unduloidu a naopak [22].

7.7 Morfologické přechody pro kapalinová tělesa v systému tří válců

Nyní se budeme věnovat kapalinovým tělesům umístěným mezi trojicí válců. Jak bylo popsáno výše v článku 7.5, a jak je vidět na Obr.45, v závislosti na poměru vzdálenosti a poloměru válcových těles můžeme pozorovat tři různá kapalinová tělesa: nespojitě, celistvé a těleso unduloid. Je tedy na místě znázornit graf přechodu mezi jednotlivými tělesy a vlastně vymezit oblasti jejich existence.

Závislost přechodu mezi desintegrovaným a celistvým kap. tělesem je dána geometrickými podmínkami. Aby se ze tří samostatně existujících kapalinových těles (mezi sousedními dvojicemi válců) vytvořilo celistvé kapalinové těleso, je třeba, aby úhel opásání α byl roven právě 30° . Přechodová křivka 1 v grafu na Obr.55 je tedy závislostí d/b na různých úhlech smáčení θ , při $\alpha = 30^\circ$, pro soustavu dvou válců.

Můžeme k tomu přistupovat i druhým způsobem. Úvaha je taková, že na jednom systému, tedy na jedné trojici válců, připustíme existenci jak desintegrovaného tělesa, tak tělesa celistvého. Budeme sledovat jejich křivosti, které budou konkávní, tedy záporné. Předpoklad je takový, že kapalina z tělesa o menší křivosti bude proudit do tělesa s křivostí větší. Jednoduše těleso s větší křivostí začne vysávat kapalinové těleso s křivostí nižší.

Dáme tedy do rovnosti rovnice (103) pro dvojici válců a (120) pro trojici válců. Jelikož obě rovnice mají stejný tvar, ale parametry p, r, q jsou jiné pro dvouválcový a tříválcový systém, označíme je indexy 2 pro dva válce a 3 pro tři válce. Potom můžeme psát

$$\frac{-q_2 \pm \sqrt{q_2^2 - p_2 r_2}}{p_2} = \frac{-q_3 \pm \sqrt{q_3^2 - p_3 r_3}}{p_3}. \quad (132)$$

Rovnice (132) nám dává numerické řešení pro obecný úhel smáčení θ pro případ částečného smáčení. Výsledek je vidět na Obr.55 v přechodovém grafu jako křivka 2.

Prozkoumejme nyní oblast dokonalého smáčení. Jestliže se $S = 0$ ($\theta = 0^\circ$), tedy případ dokonalého smáčení, můžeme psát

$$\frac{-r_2 \pm \sqrt{-\frac{\pi r_2'}{2}}}{\frac{\pi}{2} + r_2} = \frac{-r_3 \pm \sqrt{-2\pi r_3'}}{2\pi + r_3}. \quad (133)$$

Po substituci $q_3 = 4q_3'$ pak

$$\frac{-r_2 \pm \sqrt{-\frac{\pi r_2'}{2}}}{\frac{\pi}{2} + r_2} = \frac{-r_3' \pm \sqrt{-2\pi r_3'}}{\frac{\pi}{2} + r_3'}. \quad (134)$$

Podle rovnic (102c) a (119c), hodnoty r_2 a r_3' jsou záporné pro úhel opásání α , který je v intervalu $(0, \pi)$ a $(0.25, 5\pi/6)$. Potom hodnoty r_2 jsou v intervalu $(0, -\pi)$ a r_3' v intervalu $(0, -3\pi)$. Jestliže spojíme tyto intervaly v jeden pro r_2 a r_3' , tedy $(0, -\pi)$, tak funkce dané poměry na pravé i levé straně rovnice (134) jsou kladné a monotónně klesající.

Aby platilo, $S = 0$, musejí si hodnoty r_2 a r_3' být rovny. Přechodová hodnota úhlu opásání, kterou pro tento případ označíme jako α'_{r1} , je pro úhel smáčení $\theta = 0^\circ$ a nulový parametr S dává relaci (135)

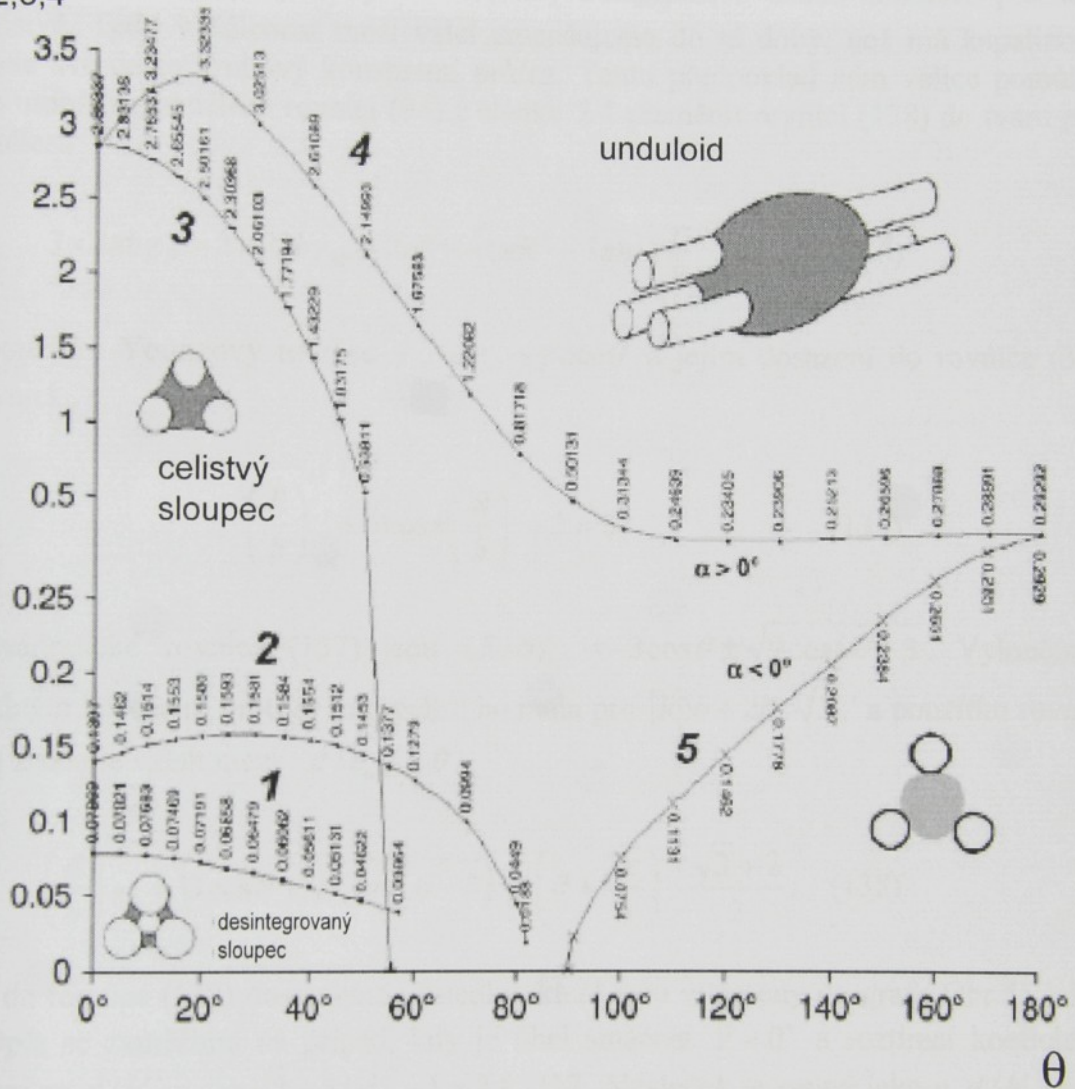
$$\sqrt{3} \cos^2 \alpha'_{r1} - \sin \alpha'_{r1} \cos \alpha'_{r1} + \alpha'_{r1} = \frac{\pi}{2}. \quad (135)$$

Pro oblast dokonalého smáčení, kdy $S > 0$ a $\Sigma > 1$, je analytické řešení velice komplikované, proto je jednodušší řešení numerické. K tomu použijeme rovnice (109) a (126), které obsahují informace o poměru d/b_{cw} .

Vraťme se nyní k přechodovým křivkám, které jsou zobrazené v grafu na Obr.55. Budeme se nyní zabývat případem přechodu celistvého kapalinového tělesa na kapalinové

těleso desintegrované. Přechodové hodnoty označené jako d/b_{tr2} se vypočítají z rovnice (122), do které za úhel opásání α dosadíme hodnotu 30° a počítáme je pro různé hodnoty úhlu smáčení θ a parametr Σ . Přechodové hodnoty d/b_{tr2} jsou v grafu na Obr.55 vyznačeny jako křivka 1. Mezi křivkami 1 a 2 je pak možná existence obou těles, jak desintegrovaného tak celistvého. Více bude vidět v následující kapitole, která se hlouběji bude věnovat experimentu.

$d/b_{tr1,2,3,4}$



Obr.55: Graf zobrazující morfologické přechodové křivky pro tří-válcový systém. Křivka č.1 popisuje přechod mezi celistvým tělesem k desintegrovanému tělesu. Křivka č.2 zobrazuje přechod mezi desintegrovaným tělesem k celistvému. Křivka č.3 zobrazuje přechodové hodnoty pro přechod mezi unduloidem a celistvým tělesem. Opačným případem je křivka č.4, která ukazuje přechod mezi celistvým tělesem a unduloidem. Na závěr křivka č.5 ukazuje přechod mezi unduloidem a celistvým tělesem, které má úhel opásání $\alpha < 0^\circ$ [22].

Jak bylo napsáno výše, mezi trojicí válcových těles je přípustná existence kapalinového tělesa, které nazýváme unduloid. Jestliže výchozím stavem je celistvé kapalinové těleso, a válcová tělesa budeme od sebe dále vzdalovat, pak vznikne stabilní kapalinové těleso unduloid.

Jaké jsou přechodové hodnoty d/b_{tr3} , tedy od celistvého tělesa k unduloidu a naopak hodnoty d/b_{tr4} ?

Přechodové hodnoty d/b_{tr3} vypočítáme tak, že dosadíme do rovnice (122) za úhel opásání $\alpha 150^\circ$, a volíme různé hodnoty úhlu smáčení θ . V grafu na Obr.55 jsou tyto hodnoty znázorněny křivkou č.4. Uvažujeme-li, že $\theta = 0^\circ$ a $S = 0$, získáme z rovnice (123) přechodovou hodnotu $d/b_{tr3,S=0} = \sqrt{3} + 3/\sqrt{2} - 1 \cong 2.85337$.

Přechodové hodnoty d/b_{tr4} odpovídají situaci, kdy z kapalinové těleso unduloid přechází v těleso celistvé. Tedy vzdálenost mezi válci zmenšujeme do té doby, než má kapalinové těleso po celé své délce kruhový konstantní průřez. Tento předpoklad nám velice pomůže, jelikož nám umožní s použitím rovnice (94) z článku 7.4 přeměnit rovnici (128) do tvaru pro tři válcová tělesa

$$3 \times 2\pi b \gamma_p = 3 \times 2\pi b \gamma_{kp} + 2\pi R \gamma - (\pi R^2 - 3\pi b^2) \frac{\gamma}{R} \quad (136)$$

Opětným použitím Youngovy rovnice $\gamma_{sv} = \gamma_{sl} + \gamma \cos \theta$ a jejím dosazením do rovnice (33) získáme rovnici

$$\left(\frac{R}{b}\right)^{\prime 2} + 6 \cos \theta \left(\frac{R}{b}\right)' + 3 = 0. \quad (137)$$

Řešením kvadratické rovnice (137) jsou $(R/b)'_{1,2} = -3 \cos \theta \pm \sqrt{9 \cos^2 \theta - 3}$. Vyloučíme řešení s kladným kořenem, protože minimální hodnota pro $|R| > b + 2b/\sqrt{3}$, a použitím rovnic (93) a (137) získáme vztah mezi d/b_{tr4} a θ

$$\left(\frac{d}{b}\right)'_{tr4} = \left(3 \cos \theta + \sqrt{9 \cos^2 \theta - 3}\right) \cos\left(\theta + \frac{5\pi}{6}\right) - \frac{\sqrt{3} + 2}{2}. \quad (138)$$

Dosazením do rovnice (138) dostaneme výsledky, které jsou vyneseny do grafu Obr.55 jako křivka 3. Opět se zaměříme na případ, kdy je úhel smáčení $\theta = 0^\circ$ a roztírací koeficient $S = 0$. Potom se $d/b'_{tr4,S=0} = \sqrt{3} + 3/\sqrt{2} - 1 = 2.85337$. Výsledek je stejný jako u d/b'_{tr3} pro stejný případ.

Nejdříve jsme si stanovili hodnotu přechodu mezi oblastí částečného smáčení a dokonalého smáčení. Pro oblast kompletního smáčení, kdy $\theta = 0^\circ$ a $S \geq 0$, tedy oblast dokonalého smáčení napíšeme rovnici (138) v jiném tvaru. Musíme zaměnit θ za parametr Σ . Pak píšeme

$$\left(\frac{d}{b}\right)'_{tr4,cw} = \left(3\Sigma + \sqrt{9\Sigma^2 - 3}\right) \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{3} + 2}{2} \quad (139)$$

Když se podíváme na křivku 3 v grafu na Obr.55, zjistíme, že přechod z unduloidu k celistvému tělesu je omezen hodnotou úhlu smáčení $\theta = 54^\circ$. Existuje však celistvé kapalinové těleso, které vytvoříme tak, že mezi trojici pevných válcových těles vstříkne

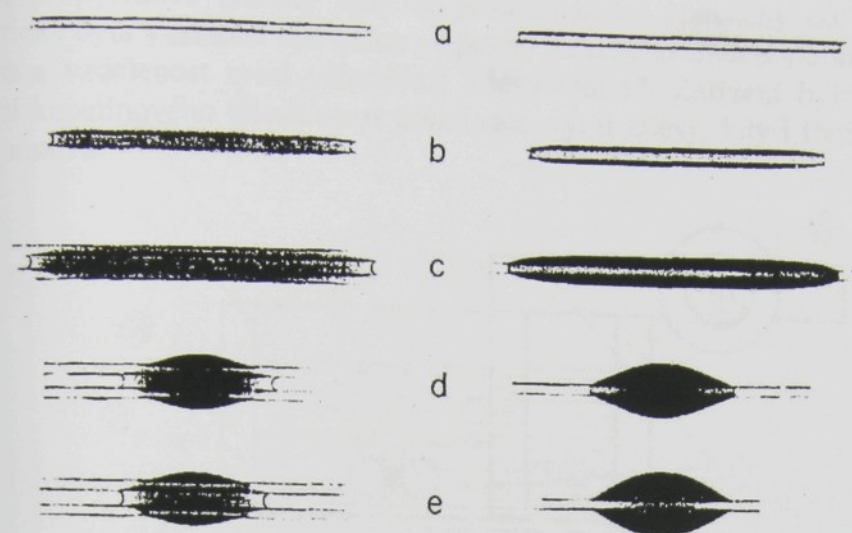
kapalinu a ta potom zůstane mezi nimi uvězněná jako pták v kleci. Takto vzniklé těleso může existovat v případě úhlu smáčení $\theta > 90^\circ$. Úhel opásání je $\alpha < 0^\circ$. Hranice přechodu mezi unduloidem a celistvým tělesem v tomto případě je vyznačena v grafu na Obr.55 křivkou číslo 5. Přechodové hodnoty se spočítají z rovnice (122) právě po dosazení za $\alpha < 0^\circ$ a za $\theta > 90^\circ$ [22]. Výše uvedené odstavce jsou příspěvkem k rozšíření Princenových prací a v roce 2006 byl publikován v [22].

7.8 Princenův experiment a jeho výsledky

Princen prováděl své experimenty se skleněnými tyčemi o průměru 4 mm. Soustava dvou tyčí byla uspořádána tak, že jejich konce byly upevněny v desce z plexiskla. Soustava tyčí byla takto ponořena do butyl benzoátu. Ten má hustotu srovnatelnou s hustotou vody, která byla použita jako tekutina k tvorbě kapalinového tělesa mezi tyčemi. Jako další prostředek pro vyrovnání hustot a zároveň také prostředek k tomu, aby bylo podpořeno smáčení tyčí, voda obsahovala 0,4% NaCl a 0,1% sodium lauryl sulfatu. Úhel smáčení se rovnal, nebo byl velmi blízký, nule. Dále byla přidána modrá barva pro zvýraznění kontrastu. Objem kapaliny byl měněn pomocí odstraňování nebo vstřikování kapalně fáze pomocí injekční stříkačky. Princen se soustředil zejména na systémy s poměrem $d/b > 0,571$.

Výsledky Princenových experimentů byly fotograficky zaznamenány, viz Obr.56. Snímky byly pořízeny „shora“ a „ze strany“, pro různé vzdálenosti $2d$ mezi válci a tedy pro různé poměry d/b ; a) $d/b = 0,68$ b) $d/b = 1,025$, c) $d/b = 1,270$. Bylo dokázáno, že v této oblasti skutečně existuje druhý stabilní stav, „unduloid“. Ten je ukázán na obr. d) $d/b = 1,270$. Obě dvě konfigurace c) i d), jsou metastabilní a při správné manipulaci mohou jedna přecházet v druhou a naopak. Přesný tvar „unduloidu“ je závislý na objemu kapaliny. Jestliže se poměr d/b zvýší na $d/b = 1,414$ obr. d), pak už nemůže kapalinový sloupec existovat a jedinou stabilní konfigurací zůstane „unduloid“.

Je tedy potvrzena existence dvou stabilních stavů, jestliže $0,571 < (d/b) < 1,414$ (pro $\theta = 0^\circ$). Otevřenou otázkou podle Princena zůstává, který z těchto dvou stavů je více termodynamicky stabilní. Stabilnější bude pravděpodobně konfigurace s nižším kapilárním tlakem. Jedině systematické experimentální práce by mohly dát informace o ΔP pro „unduloid“, kde by ΔP bylo funkcí objemu [25].



Obr.56: Princenovy fotografie pro různé vzdálenosti $2d$ mezi dvěma válci. Tyto fotografie současně dokumentují vznik druhého stavu, tzv. „unduloidu“ (d, e) [7].

8. Navržené a realizované experimenty a jejich výsledky

V této kapitole se budeme podrobněji zabírat přípravou a realizací experimentů motivovaných Princenem [7-9]. Bude zde popsán vývoj experimentů a různé metody pozorování. Cílem bylo Princenovy experimenty modifikovat a zároveň také ověřit teoretické předpoklady. Byly proto navrženy různé systémy a různé pozorovací metody.

8.1 Experiment v kapalném prostředí a jeho výsledky

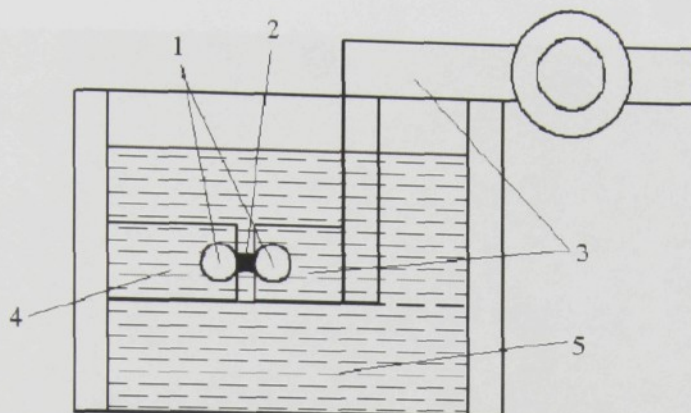
První rozdíl oproti výše uvedenému experimentu je ten, že jsme kapalinové těleso pozorovali v řezu tj. v pohledu podél os vláken, tak jak je to na Obr.57. Experimentální sestava nám umožňovala pozorovat kapalinové těleso mezi dvojicí, trojicí i více válcových těles.

Při přípravě experimentu se kladl důraz především na zvolení vhodných válcových těles, vhodných kapalin, na eliminaci gravitačních sil.

Výběr těles byl také ovlivněn řadou požadavků. Snadnou manipulovatelností, hladkým povrchem a vhodnou velikostí, dostupností materiálu. Na základě výše uvedených požadavků byli jako válcová tělesa použity duté polypropylenové tyčky o průměru 3 a 5 mm.

Dále bylo zapotřebí nalézt dvě kapaliny, které se vzájemně nemísí a mají stejnou hustotu, čímž eliminujeme působení gravitační síly, která by deformovala vzniklé kapalinové těleso. Ve výše uvedených rovnicích neuvažujeme o gravitačním působení. Jako základní kapalina, do které jsou válcová tělesa ponořena, byla zvolena voda. Výhodou je její dostupnost. Celé uspořádání jsme tedy museli umístit do skleněné nádrže. Hustota vody je při 15°C $999,1\text{kg/m}^3$. Pro tvorbu kapalinového tělesa byl zvolen cyklohexanon, který má hustotu při 15°C 951kg/m^3 . Aby došlo k vyrovnání hustot, bylo použito tetrachlorethylenu, jehož hustota je 15°C 1631kg/m^3 . Pro zvýšení kontrastu byla směs obarvena modrým barvivem CERES BLAU.

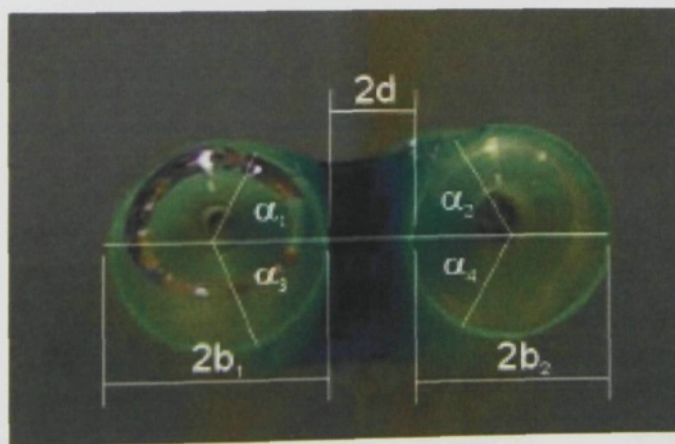
Polypropylenové tyčinky byly na jednom konci upevněny do destiček z plexiskla. Jedna destička byla v nádobě upevněna na pevno a druhá se dala horizontálně posouvat, čímž byla měněna vzdálenost mezi válcovými tělesy Obr.57. Zařízení bylo modifikováno i na pozorování kapalinového tělesa mezi třemi válcovými tělesy, kdy i třetí válcové těleso bylo možné posouvat.



Obr.57: Uspořádání experimentu. Číslom (1) jsou označena polypropylenová válcová tělesa, (2) kapalinové těleso, (3) posuvné raménko, (4) pevné raménko a číslo (5) označuje základní kapalinu [26].

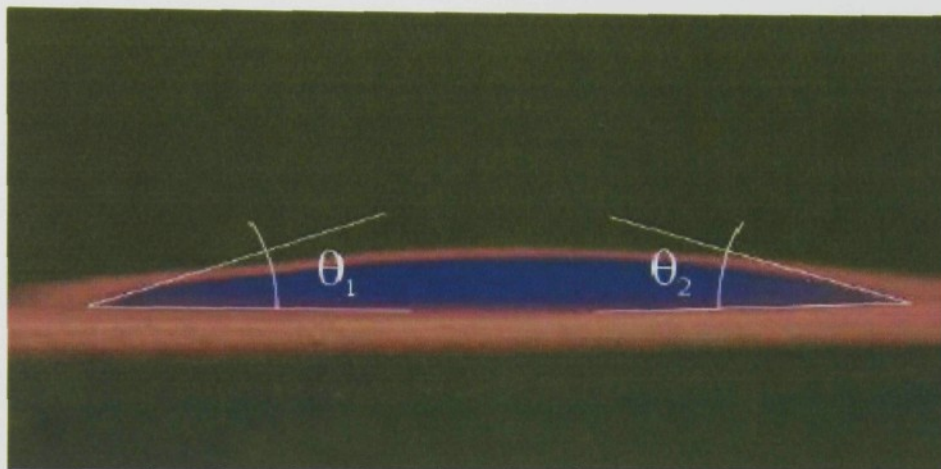
Do prostoru mezi válcovými tělesy byla nanášena směs cyklohexanu s tetrachloretylenem pomocí injekční stříkačky. Poté byla měněna vzdálenost mezi válcovými tělesy a pořizovány fotografické snímky digitálním fotoaparátem z pohledu řezu a v pohledu ze shora.

Na snímcích vzorků „v řezu“ byly měřeny za pomoci obrazové analýzy (software LUCIA G) vzdálenosti mezi dvojicí válcových těles $2d$, průměry válcových těles $2b$ a úhel opásání α viz Obr.58. Měření byla prováděna pro různé vzdálenosti $2d$.



Obr.58: Úhel opásání α je úhel, který svírá spojnice středů válců s bodem styku válců s kapalinou, $2d$ je vzdálenost mezi válci a $2b$ je průměr válce. Při zjišťování úhlu α byly měřeny úhly $\alpha_1 - \alpha_4$ a jejich průměr byl výsledným úhlem α , byly měřeny $2b_1$ a $2b_2$ a za výslednou hodnotu $2b$ byl brán jejich průměr [26].

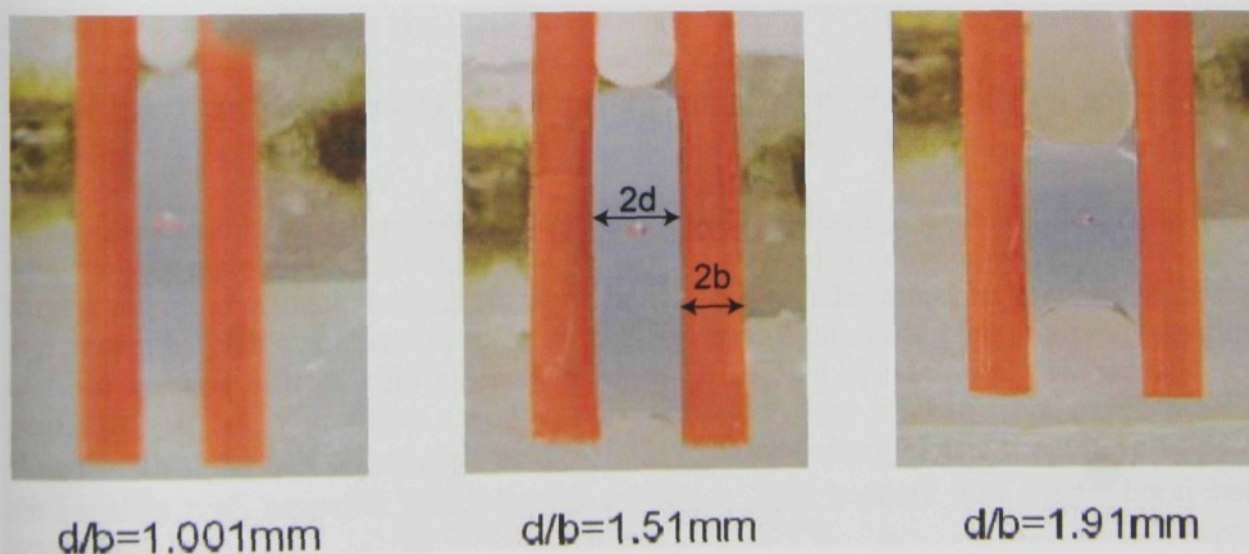
Dále pak byl zjišťován úhel smáčení. Polypropylénový váleček byl rozříznut a přilepen na podložní sklíčko. Podložní sklíčko bylo vloženo do nádoby s vodou a na takto připravený vzorek byla umístěna kapka směsi cyklohexanonu a tetrachlorethylenu. Digitálním fotoaparátem byly pořízeny snímky a pomocí zmíněného softwaru LUCIA G jsme změřili úhel smáčení viz Obr.59.



Obr.59: Měření úhlu smáčení mezi polypropylenovou deskou a směsí cyklohexanonu a tetrachlorethylenu. Na obrázku je přisedlá kapka na rozřízlém polypropylenovém válečku [26].

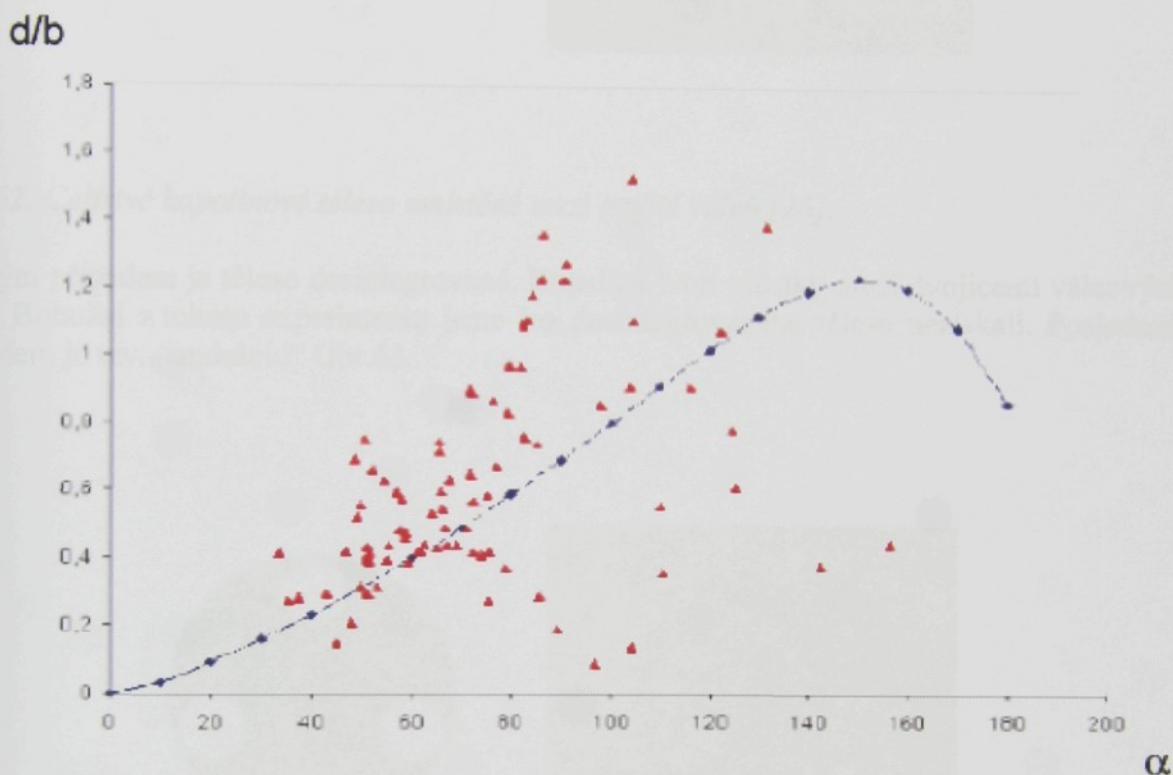
Na Obr.60 jsou kapalinová tělesa zaznamenána z pohledu shora pro různé vzdálenosti válcových těles při jejich postupném oddalování. Tyto snímky nám dávají názornou představu o tvaru kapalinového tělesa. Obecně lze říci, že čím větší vzdálenost mezi válcovými tělesy, tím větší množství kapaliny je mezi nimi vázáno a tím je délka kapalinového tělesa menší.

Nejdříve jsme se zabývali zpracováním výsledků pro dvojici válcových těles.



Obr.60: Fotografické snímky pro různé vzdálenosti mezi válcovými tělesy. Jedná se o dvojválcový systém [26].

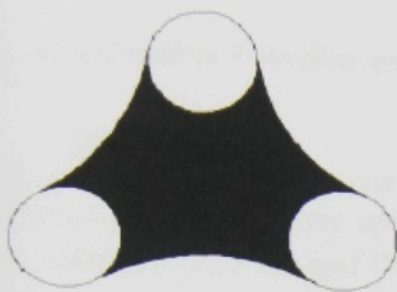
Ze vzdálenosti válců $2d$ a z průměrů válců $2b$ byla vypočítána bezrozměrná veličina d/b . Graficky byly naměřené výsledky zpracovány do grafu Obr.61, jako závislost veličiny d/b na úhlu opásání α , který byl měřen tak, jak je popsáno na začátku tohoto článku, pro úhel smáčení $\theta = 20^\circ$. Teoretické závislosti pro různé úhly θ jsou zaznamenány v článku 7.4.



Obr.61: Graf závislosti veličiny d/b na úhlu opásání α pro dvojici válců a úhel smáčení $\theta = 20^\circ$ [26].

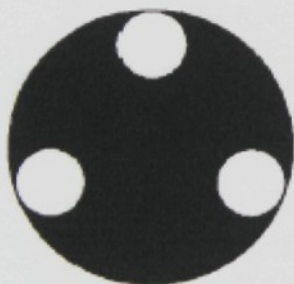
Je nutné zdůraznit, že experimenty zkoumající efekty smáčení jsou velice citlivé na různé nečistoty, na teplotní změny a na nerovnosti povrchů. Z tohoto důvodu si můžeme vysvětlit rozptyl experimentálních dat v grafu viz Obr.61. Velice také záleží na množství kapaliny umístěné mezi válcová tělesa. Jestliže je mezi válci umístěno nadměrné množství kapaliny, které se nemůže šířit po celé jejich délce, zvyšuje se úhel opásání α a tyto hodnoty jsou potom vybočující. V grafu viz Obr.61 jsou tyto hodnoty pod křivkou teoretických hodnot. Dále pak zjistíme, že v oblasti, kdy je $d/b > 1,2357$, již nevznikají dlouhé kapalinové sloupce, ale kapalina tvoří nespojitá krátká kapalinová tělesa. Tyto hodnoty jsou vidět v horní části grafu Obr.61.

Přejdeme nyní na experiment se třemi válcovými tělesy. V této soustavě, jak bylo popsáno výše, existují podle Princena tři základní tvary kapalinových těles. Pro zopakování: prvním z těchto tvarů je celistvé těleso, tj. prostor mezi válci je zcela vyplněn kapalinou Obr.62.



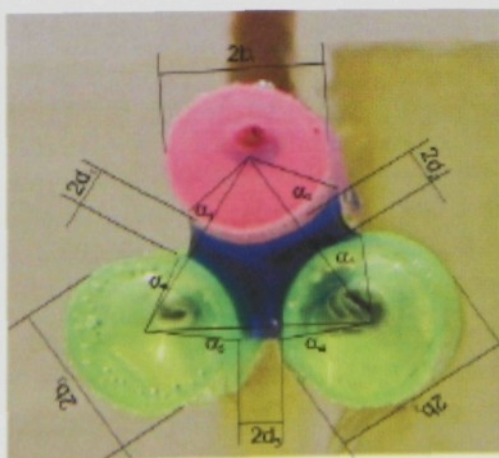
Obr.62: Celistvé kapalinové těleso umístěné mezi trojicí válců [26].

Druhým případem je těleso desintegrované. Kapalina tvoří můstky mezi dvojicemi válcových těles. Bohužel z tohoto experimentu jsme řez desintegrovaného tělesa nezískali. Posledním případem je tzv. „unduloid“ Obr.63.



Obr.63: Kapalinové těleso unduloid v soustavě tří válců [26].

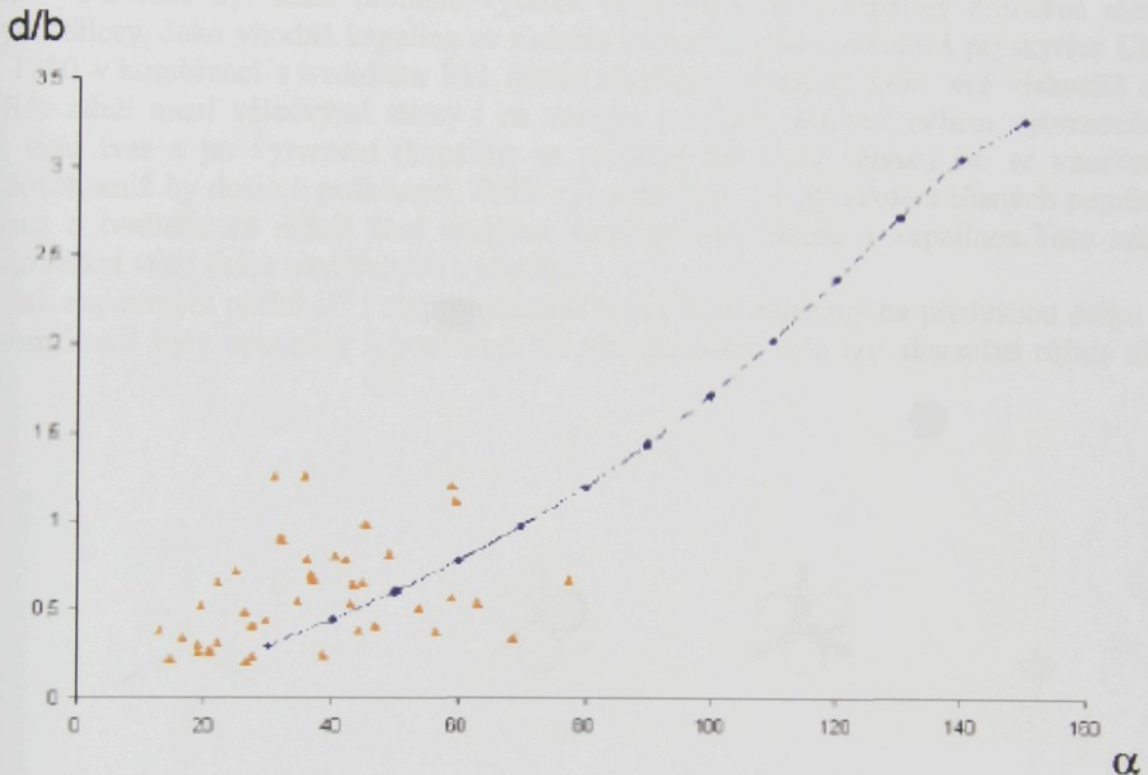
V soustavě tří válcových těles byly měřeny stejné veličiny jako u dvojice, tedy $2d, 2b, \alpha$ Obr.64.



Obr.64: Měření veličin v tříválcovém systému. Měřeny byly parametry $2d, 2b, \alpha$ [26].

Obr.64: Měření veličin v tříválcovém systému. Měřeny byly parametry $2d, 2b, \alpha$ [26].

Zpracování výsledků pro soustavu tří válcových těles je obdobné jako pro soustavu dvou válců. Naměřené výsledky byly zpracovány graficky jako závislost veličiny d/b na úhlu α pro úhel smáčení $\theta = 20^\circ$ viz graf Obr.65.



Obr.65: Graf závislosti veličiny d/b na úhlu opásání α pro trojici válců a úhel smáčení $\theta = 20^\circ$. Modrá křivka zobrazuje teoretické hodnoty, červené body jsou experimentálně naměřené výsledky[26].

Podle Princenových prací je podmínkou pro vytvoření celistvého tělesa úhel opásání $\alpha \in \langle 30^\circ, 150^\circ \rangle$. Z grafu Obr.65 je zřejmé, že celistvá kapalinová tělesa vznikala i při menším úhlu opásání než je 30° . K rozpadu kapalinového tělesa, při uvedeném úhlu $\theta = 20^\circ$ dochází při snížení poměru d/b na 0,072. Takového poměru jsme tímto experimentem nebyli schopni dosáhnout, a proto jsme nepozorovali desintegrovaná tělesa. Nejnižší dosažený poměr byl $d/b = 0,20512$. Z grafu na Obr.65 je patrné, že experimentální hodnoty mají obdobnou závislost jako teoreticky předpovězeny. Podobně jako u experimentu s dvojicí válců jsou výsledky rozptýleny díky citlivosti experimentu na výše zmíněné vlivy.

8.2 Experiment v atmosférickém prostředí a jeho výsledky

Nyní bude popsán tzv. „suchý experiment“ pozorování kapalinových těles v řezu. Jeho nespornou výhodou je jednoduchost. Při přípravě tohoto experimentu bylo postupováno podle podobných kritérií jako v experimentu předchozím. Experiment byl prováděn pro dvojici a trojici válcových těles. Opět byly použity jako válcová tělesa polypropylénové tyčinky, tentokrát o průměru 3 mm. Experiment byl navržen tak, aby nebylo nutné použít soustavu kapalin, což bylo v předchozím experimentu limitující. Nemohli jsme například měnit úhel smáčení, manipulovatelnost byla obtížná, museli jsme používat skleněnou nádrž.

Jak však zabránit působení gravitace, jestliže nevyužijeme prostředí kapalin se stejnou hustotou? Částečně byl tento problém vyřešen vhodnou volbou kapaliny umístěné mezi válcovými tělesy. Jako vhodná kapalina se ukázala dvousložková epoxidová pryskyřice Chs Epoxy 1200 v kombinaci s tvrdidlem P11 (směs alkylenpolyamidů). Díky své viskozitě se pryskyřice udrží mezi válcovými tělesy i na volném prostoru, zároveň během vytvrzování nemění svůj tvar a po vytvrzení (kapalina se přemění na pevné těleso) lze se vzorkem manipulovat, aniž by došlo k poškození. Další výhodou bylo, že při zvolení různých poměrů pryskyřice a tvrdidla, se měnil úhel smáčení mezi pevnou látkou a kapalinou. Toto nám umožnilo získat větší škálu naměřených výsledků.

Jak experiment probíhal? Polypropylénové tyčky byly nařezány na příslušnou délku a na jednom konci byly upevněny k podložce. Na této podložce byla tzv. distanční růžice viz Obr.66.

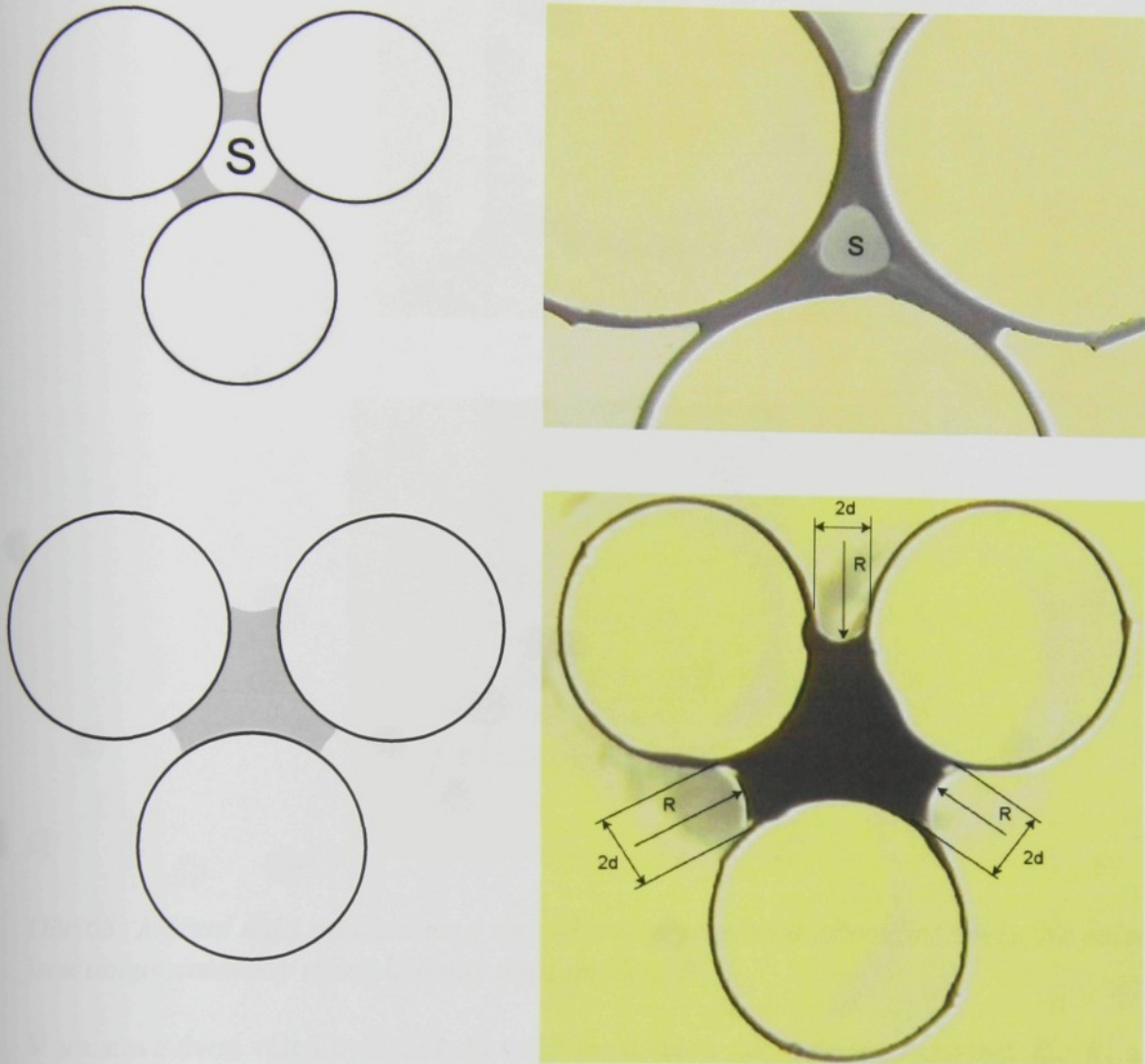


Obr.66: Distanční růžice - tloušťky čar distanční růžice určují vzdálenost válcových těles.

Jednalo se o tři úsečky, jejichž vzájemný úhel byl 120° . Těmi byla podlepena podložka. Vzdálenost mezi válcovými tělesy pak byla dána tloušťkou čar distanční růžice.

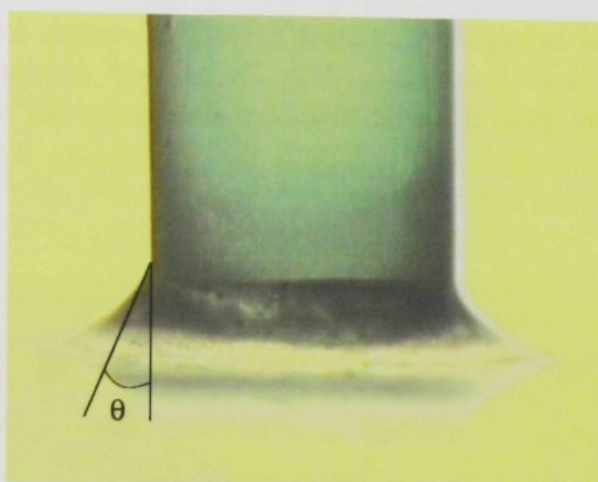
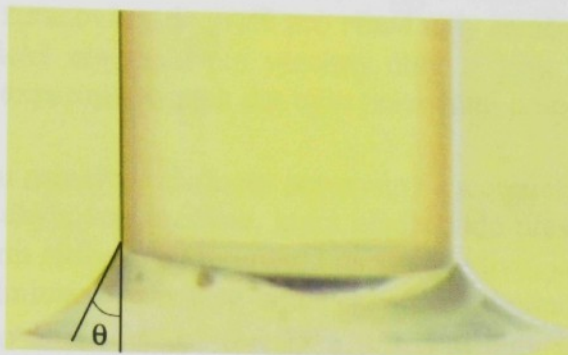
Jenom viskozita kapaliny však nezabránil vlivu gravitačního pole. Eliminace byla ještě zajištěna permanentním otáčením vzorku kolem osy válcových těles během vytvrzování pryskyřice, která byla předtím pomocí jehly nanášena mezi válcová tělesa.

Poté jsme na snímcích vzorků vzdálenosti $2d$, poloměr zakřivení povrchu kapalinového tělesa R a při tvorbě desintegrovaného tělesa i plošný obsah otvoru S , Obr.67.



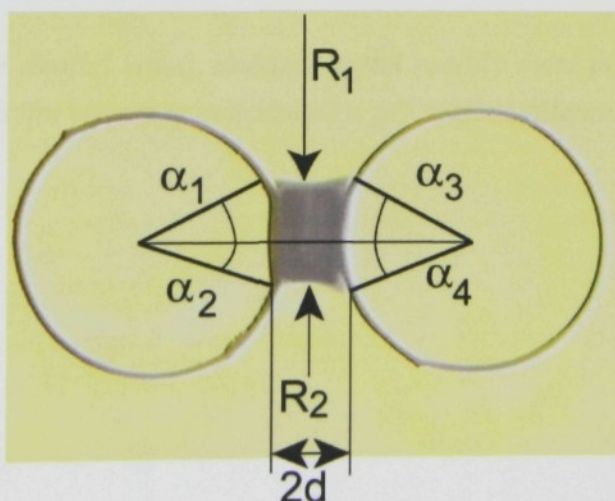
Obr. 67: Rozbor snímků, $2d$ – vzdálenosti sousedních dvojic válců, R – poloměry zakřivení volného povrchu kapalinového tělesa, S – plošný obsah otvoru.

Měření bylo prováděno pro různé vzdálenosti válců $2d$ při různých úhlech smáčení θ . Úhel smáčení jsme zjišťovali tak, že jsme na podložní skličko nanесли tenkou vrstvu epoxidové pryskyřice a na ní byl umístěn polypropylenové válcové těleso, kolmo k rovině sklička. Po vytvrzení pryskyřice jsme tuto soustavu nasníмали a změřili jsme úhel smáčení Obr.68.



Obr.68: Měření úhlu smáčení mezi epoxidovou pryskyřicí a válcovými tělesy. Na snímcích jsou dokumentovány různé hodnoty úhlu smáčení θ .

V soustavě dvou válců byla měřena vzdálenost válců $2d$, poloměry křivosti R_1 , R_2 a úhel opásání válce kapalinovým tělesem α , viz Obr.69.

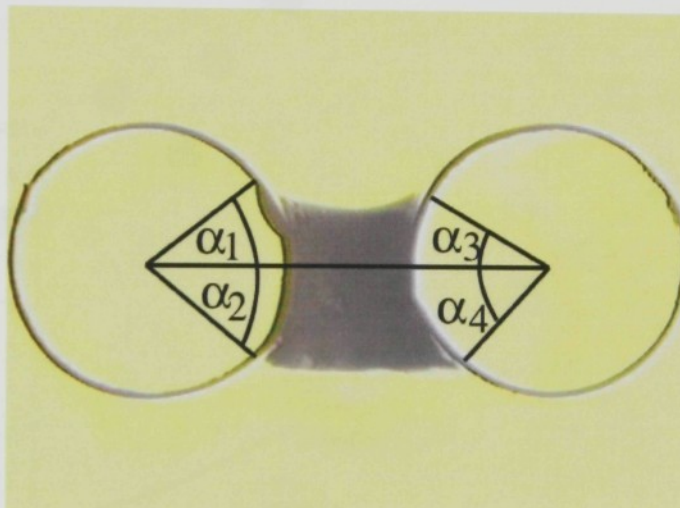


Obr.69: Úhel α je úhel, který svírá spojnice středů válců s bodem styku válců s kapalinou (úhel opásání), $2d$ je vzdálenost válců a b je poloměr válce, R_1 a R_2 jsou poloměry křivosti kapalinového tělesa. Při zjišťování úhlu α byly měřeny úhly $\alpha_1 - \alpha_4$ a jejich průměr byl výsledným úhlem α .

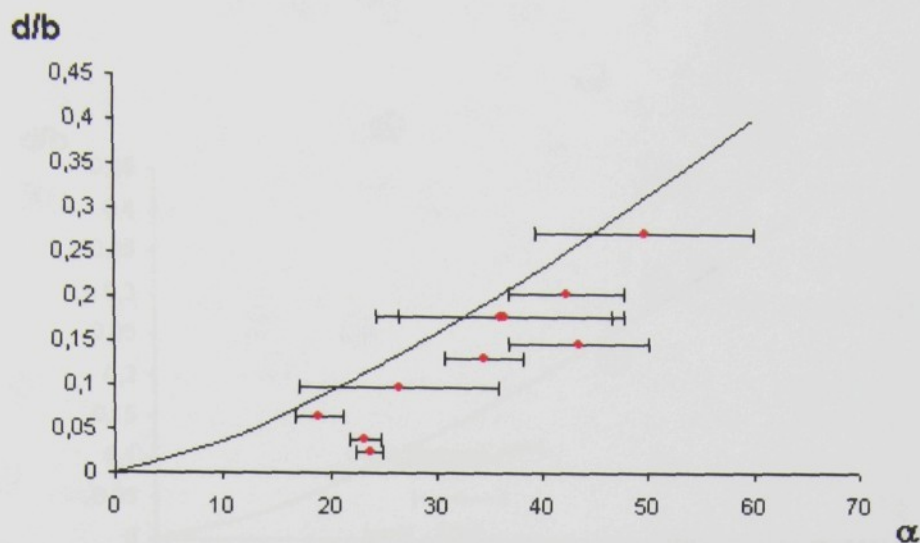
Ze vzdálenosti válců $2d$ a z poloměru válců b byla vypočítána bezrozměrná veličina d/b . Naměřené výsledky byly zpracovány do grafů pro různé úhly smáčení, jako závislost veličiny d/b na úhlu α . Teoretické závislosti pro všechny úhly θ jsou uvedeny v grafu obr.. Při porovnání teoretických a experimentálních dat bylo pracováno pouze s částí tohoto grafu a to pro $\alpha = 0^\circ - 60^\circ$.

V grafech Obr. 71-74 jsou naměřené hodnoty porovnány s teoretickými. Experimentální data jsou do grafu zanesena s chybovou úsečkou, která představuje přesnost měření úhlu opášení α . Zde je třeba opět zmínit citlivost experimentu na vnější vlivy, jako jsou čistota materiálu, teplota, nedostatečná eliminace gravitace atd. Naměřené hodnoty se nejvíce přibližují teoretickým výpočtům pro úhel smáčení $\theta = 25^\circ$ a 45° . Pro úhly smáčení $\theta = 35^\circ$ a 40° se vyskytuje více vybočujících měření, ale i přesto lze říci, že experimentální data sledují teoretickou závislost.

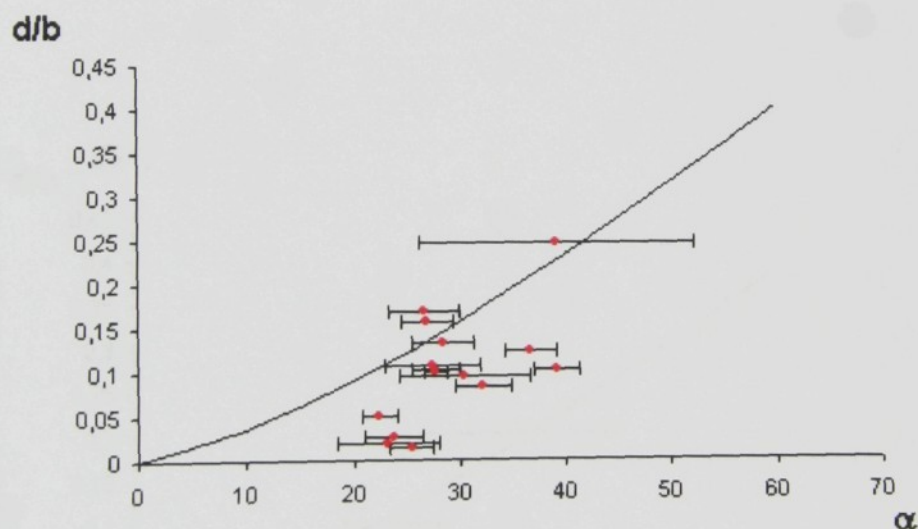
Všimněme si, že velikost chybových úseček roste se zvyšující se hodnotou poměru d/b . Je to pravděpodobně způsobeno tím, že při větší vzdálenosti mezi válci se i přes opatření uvedená výše projevuje vliv působení gravitační síly a je tedy větší rozdíl mezi úhly α_1 , α_2 , α_3 a α_4 , viz Obr.70.



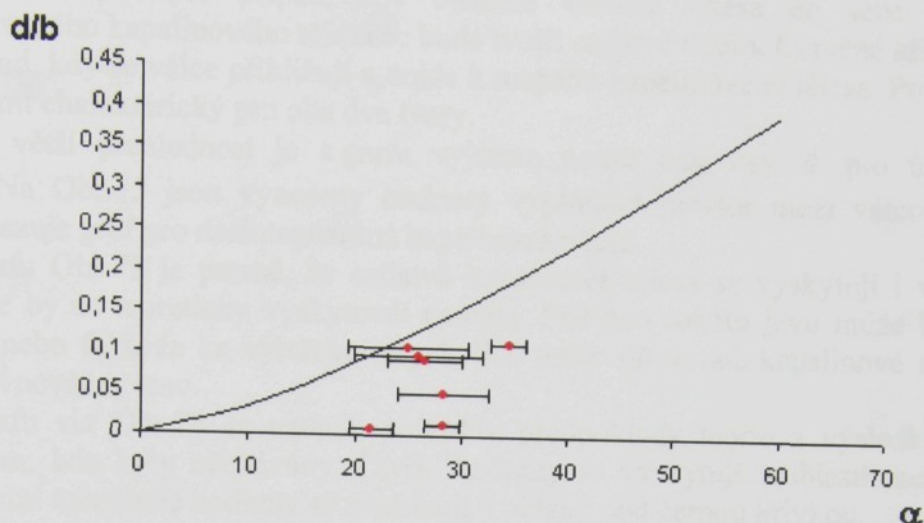
Obr.70: Situace mezi dvojicí válců, dokumentující rozdíly mezi úhly α_1 , α_2 , α_3 a α_4 . Tento rozdíl je způsoben vyšším vlivem gravitační síly, při větší vzdálenosti válců.



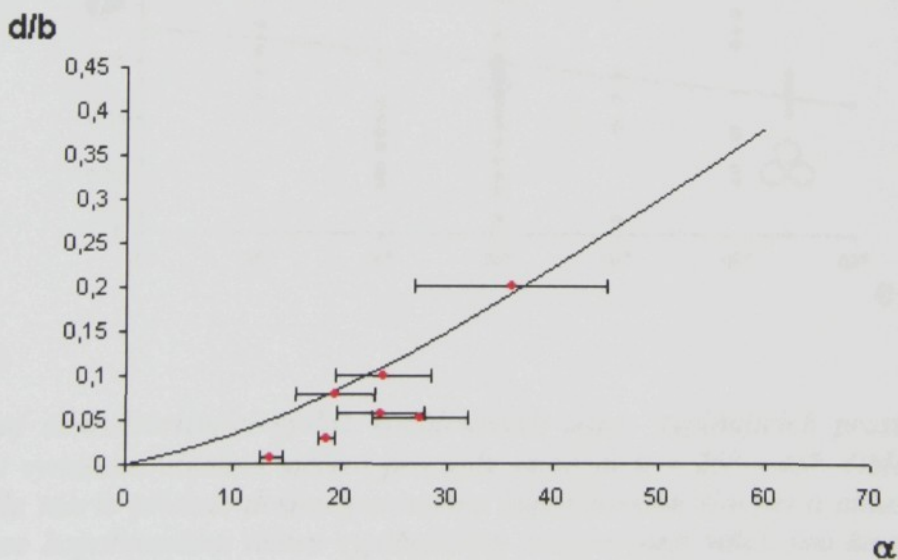
Obr. 71: Graf závislosti veličiny d/b na úhlu opásání α , pro úhel smáčení $\theta = 25^\circ$. Teoretická závislost je v grafu vyznačena černou křivkou, experimentálně naměřené hodnoty s chybovými úsečkami jsou vyznačeny červenými značkami [24].



Obr. 72: Graf závislosti veličiny d/b na úhlu opásání α , pro úhel smáčení $\theta = 35^\circ$. Teoretická závislost je v grafu vyznačena černou křivkou, experimentálně naměřené hodnoty s chybovými úsečkami jsou vyznačeny červenými značkami [24].



Obr.73: Graf závislosti veličiny d/b na úhlu opásání α , pro úhel smáčení $\theta = 40^\circ$. Teoretická závislost je v grafu vyznačena černou křivkou, experimentálně naměřené hodnoty s chybovými úsečkami jsou vyznačeny červenými značkami [24].



Obr.74: Graf závislosti veličiny d/b na úhlu opásání α , pro úhel smáčení $\theta = 45^\circ$. Teoretická závislost je v grafu vyznačena černou křivkou, experimentálně naměřené hodnoty s chybovými úsečkami jsou vyznačeny červenými značkami [24].

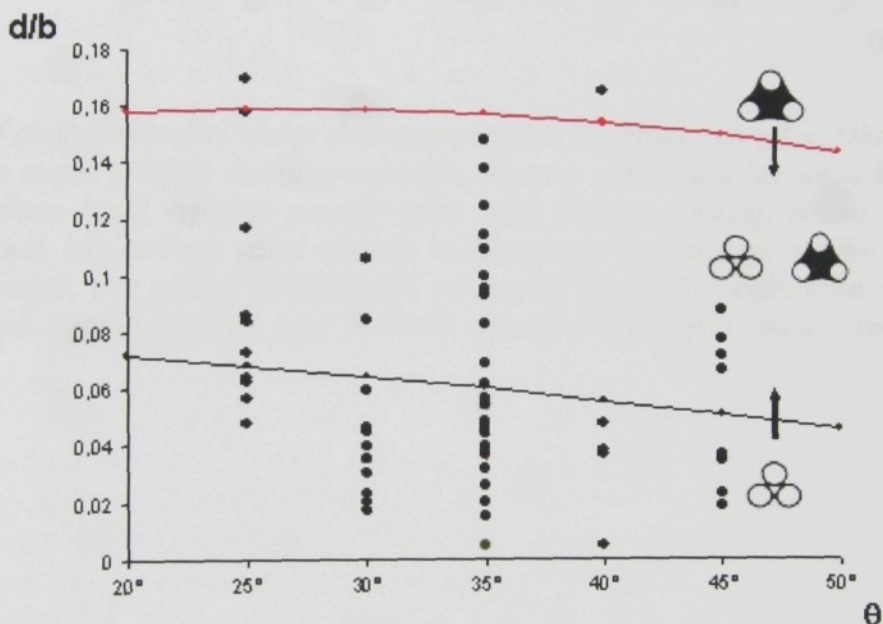
Zpracování výsledků pro soustavu tří válců se odlišuje od zpracování dvouválcové soustavy. Pro tříválcovou soustavu jsou výsledky porovnávány z hlediska dvou tvarů kapalinových těles, které se tvoří v soustavě tří válců v závislosti na vzdálenosti těchto válců. Výsledky jsou vynášeny do grafů Obr.75 a Obr.76. Oblast pod černou křivkou podle teorie přísluší desintegrovanému kapalinovému tělesu a oblast nad červenou křivkou pouze celistvému

kapalinovému tělesu umístěnému mezi válcovými tělesy. Navíc černá křivka vymezuje oblasti existence obou těles pro případ, kdy budeme válcová tělesa od sebe vzdalovat a z desintegrovaného kapalinového tělesa se bude tvořit celistvé těleso. Červená křivka platí pro opačný případ, kdy se válce přibližují a dojde k rozpadu kapalinového tělesa. Proto je prostor mezi křivkami charakterický pro oba dva tvary.

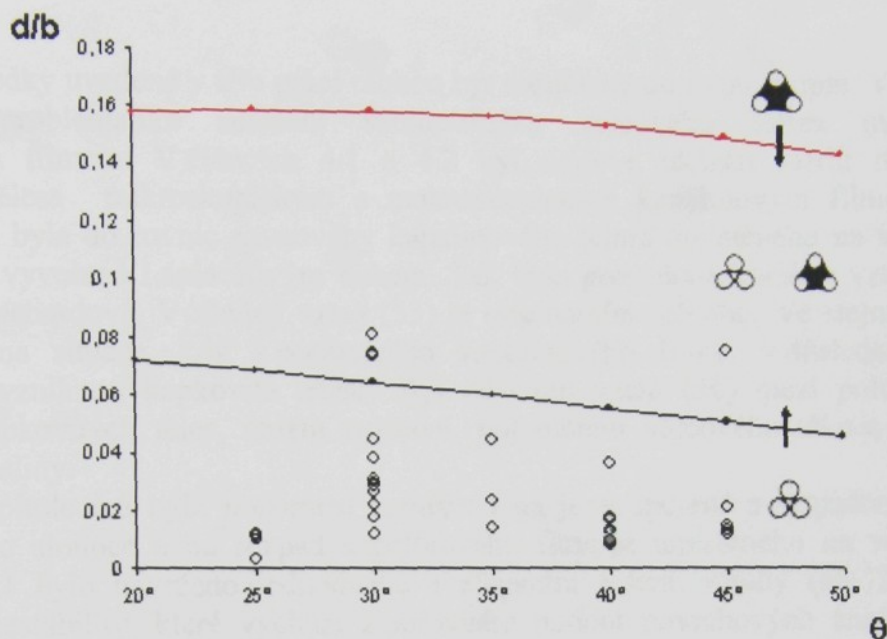
Pro větší přehlednost je z grafu vyjmuta pouze část osy θ pro úhly smáčení $20^\circ - 50^\circ$. Na Obr.75 jsou vyneseny hodnoty vyplňující prostor mezi válcovými tělesy, Obr.76 zobrazuje graf pro desintegrovaná kapalinová tělesa.

Z grafu Obr.75 je patrné, že celistvá kapalinová tělesa se vyskytují i v oblasti pod křivkou, kde by se teoreticky vyskytovat neměla. Příčinou tohoto jevu může být buď vliv gravitace a nebo fakt, že ke vytvrzení pryskyřice došlo dříve než kapalinové těleso stačilo zaujmout rovnovážný stav.

V grafu viz Obr.76 se naopak potvrdily předpoklady teorie a výsledky měření se nacházejí tam, kde byly očekávány. Čtyři hodnoty se vyskytují v oblasti mezi křivkami, všechny ostatní naměřené hodnoty se nacházejí v oblasti pod černou křivkou.



Obr.75: Graf charakterizující výskyt kapalinových těles vyplňujících prostor mezi válci. V grafu jsou vynesena všechna měření pro úhly smáčení $\theta = 25^\circ - 45^\circ$. Oblast pod černou křivkou podle teorie přísluší desintegrovanému kapalinovému sloupci a oblast nad růžovou křivkou pouze kapalinovému tělesu vyplňujícímu prostor mezi válci, pro která je tento graf zpracován. Černá křivka vymezuje oblasti existence obou těles pro případ, kdy budeme válce od sebe vzdalovat a z desintegrovaného kapalinového tělesa se bude tvořit kapalinové těleso celistvé. Červená křivka platí pro opačný případ, kdy se válce přibližují a dojde k rozpadu kapalinového tělesa. Proto je prostor mezi křivkami charakteristický pro oba dva tvary [24].



Obr. 76: Graf charakterizující výskyt desintegrovaných kapalinových těles. Oblast pod černou křivkou podle teorie přísluší desintegrovanému tělesu a oblast nad červenou křivkou přísluší pouze celistvému, které vyplňuje prostor mezi válci. Křivky vymezují oblast existence obou těles pro případ, kdy budeme válce od sebe vzdalovat tzn. z desintegrovaného tělesa se stává celistvé a opačně, pro případ přibližování válcových těles kdy z celistvého tělesa se stává desintegrované. Proto je prostor mezi křivkami charakteristický pro oba dva tvary [24].

9. Závěr

Výsledky uvedené v této práci mohou být rozděleny do dvou skupin. V první řadě byla studována problematika smáčení samostatného válcového tělesa makroskopickým kapalinovým filmem. V článcích 4.1 a 4.2 byl nejprve ukázán rozdíl mezi smáčením válcového tělesa mikroskopickým a makroskopickým kapalinovým filmem. Konkrétně v článku 4.2 byla do rovnic rovnováhy kapalinového tělesa umístěného na válcovém tělese přidána síla vyvolaná Laplaceovým tlakem. Tak byla provedena korekce vztahu (43), který odvodila Brochardová. Výsledný vztah (53) je originálním řešením. Ve stejném článku byla též studována situace, kdy z počátečního kapalinového filmu, v důsledku Rayleighovy nestability, vzniknou kapkovitá tělesa. Byl odvozen vztah (56) mezi poloměry hlavních křivostí kapkovitých těles, úhlem smáčení, poloměrem válcového tělesa, a povrchovým napětím kapaliny.

V kapitole č.6 byla pozornost zaměřena na jevy spojené s rozpadem samostatného kapalinového sloupce a na rozpad kapalinového sloupce umístěného na válcovém tělese. V článku 6.1 bylo navrženo jednoduché a elegantní řešení, vztahy (68-72), pro výpočet Plateuovy nestability, které vychází z porovnání hodnot povrchových energií počátečního tělesa, tedy válce a konečného tělesa koule, za podmínky zachování objemu kapaliny původního a výsledného systému. Toto řešení má především pedagogický význam z důvodu snadného odvození. Na základě článku 6.1 bylo v článku 6.2 navrženo řešení problému nestability kapalinového sloupce umístěného na válcovém tělese. Toto řešení poskytlo nový pohled do problematiky smáčení zakřivených povrchů. Výsledkem odvození byla rovnice (86) a graf na Obr.32. Z tohoto grafu lze vyčíst závislost mezi vlnovou délkou λ , poloměrem válcového tělesa a tloušťkou počátečního kapalinového tělesa. Zároveň graf vymezuje oblasti existence výsledných kapalinových těles.

Druhá polovina práce byla věnována smáčení svazku paralelních vláken. Nejprve byly v článku 7.1 definovány pojmy dokonalé smáčení, částečné smáčení a úplná hydrofobicita a to pomocí roztíracího koeficientu S a úhlu smáčení θ . Zároveň byl nově zaveden parametr Σ jako bezrozměrná veličina. Parametr Σ má výhodu proti roztíracímu koeficientu v tom, že je symetrický podle nuly a také zjednodušil řady následujících odvození. Vztah mezi úhlem smáčení θ , roztíracím koeficientem S a parametrem Σ , byl graficky vyjádřen na Obr.33.

V článku 7.4 bylo nejdříve popsáno smáčení dvou paralelních válců simulujících vlákna. Cílem bylo popsat tvar kapalinové tělesa v závislosti na poloměru válců a na vzdálenosti mezi nimi. Kapalinové tvary byly popisovány z rovnováhy složek sil působících na jeho čele rovnoběžně s osami válců. Byl proveden matematický rozbor jehož výsledkem byl vztah (105). Tento vztah je rozšířením Princenových prací a definuje závislost poměru vzdálenosti d a poloměru válcových těles b na úhlu opásání α a úhlu smáčení θ .

Využitím definice oblastí dokonalého smáčení a úplné hydrofobicity a pomocí parametru Σ byly ze vztahu (105) odvozeny vztahy (109) a (110). Tyto vztahy nám daly informace o závislosti poměru d/b na úhlu opásání α v oblastech dokonalého smáčení a úplné hydrofobicity. Grafické vyjádření těchto závislostí bylo znázorněno na Obr.40 a Obr.41.

V článku 7.5 byl proveden rozbor tvaru kapalinových těles umístěných v soustavě tří válců a to jak v oblasti částečného smáčení, tak v oblastech dokonalého smáčení a úplné hydrofobicity. Bylo postupováno stejně jako v článku 7.4. výsledkem byly vztahy (122), (126) a (127). Tyto vztahy nám poskytly podrobnou informaci a podobě tvaru kapalinových těles a jsou rozšířením Princenových prací.

Články 7.6 a 7.7 popisují morfologické přechody pro kapalinová tělesa v systémech dvou a tří válců. V těchto článcích byly definovány hranice existence různých kapalinových

těles v závislosti na poměru d/b v různých režimech smáčení. Výsledkem byli přechodové grafy uvedené na Obr.54 a Obr.55.

Velice důležitou součástí práce bylo zrealizovat experimenty pro smáčení dvojice a trojice válcových těles. Byly navrženy dva systémy a to v kapalném prostředí a v atmosférickém prostředí. Velkým přínosem experimentů byla možnost pozorovat kapalná tělesa v řezu, tj. s pohledu podél os válcových těles. Podařilo se též splnit cíl, který byl stanoven na počátku experimentu a to jednoduchost experimentu a jeho reprodukovatelnost. Oba systémy ovšem ukázaly náročnost experimentu na čistotu a na vliv vnějších vlivů. Výsledky experimentu byly zaznamenány do grafů. V článku 8.1 na Obr.61 a Obr.62 jsou grafy závislosti d/b na úhlu opásání α pro dvojici a trojici válcových těles v kapalném systému pro úhel smáčení $\theta = 20^\circ$. Rozptyly dat kolem teoretických křivek byly způsobeny citlivostí experimentu na vnější vlivy.

Zvolením vhodných materiálů pro experiment v atmosférickém prostředí bylo dosaženo možnosti pozorovat desintegrovaná kapalinová tělesa v systému trojice válcových těles. V článku 8.2 pak jsou uvedeny grafy s experimentálními výsledky nejen pro dvojici válcových těles pro různé úhly smáčení θ (Obr.71-Obr.74), ale i grafy morfologických přechodů mezi desintegrovaným kapalinovým tělesem a tělesem celistvým v systém tří válcových těles Obr.75 a Obr.76.

Výše uvedené skutečnosti dávají na problematiku smáčení vlákenných systémů nový náhled. Výsledky této práce by mohlo sloužit k objasnění již známých jevů spojených se smáčením, které nebyly dosud teoreticky popsány. Zároveň by mohly sloužit jako odrazový můstek pro hlubší průzkum komplikovanější systémů než kterými se zabývala tato práce. Velice zajímavou oblastí pro další průzkum je například oblast smáčení nano vlákenných struktur, ve kterých mohou platit jiné zákonitosti než v systémech výše popsaných.

Literatura

- [1] Darhuber, A.A., Troian S.M., J. Appl. Phys. 90(2001) 3602-3609
- [2] BARGE, P.: Fighting Leakage in Thin Diapers, a Challenge Taken up by Engineered Multifunctional Fabrics In: INDEX'96 Congress, HYGIENE I, AGenova 1996, str.1 - 17.
- [3] RENEKER, D.H., YARIN, A.L., FONG, H., KOOMBHONGSE, S. : Bending instability of electrically charged liquid jets of polymer solutions in electrospinning. J Appl Phys 2000 ; 87(9) : 4531-47.
- [4] Lukáš,D.: Materiálové inženýrství netkaných textilií, skripta,Technická Univerzita v Liberci 2003
- [5] de Genes, Brochard-Wyart, Quere: Capillarity and Wetting Phenomena, Drops, Bubbles, Pearls, Waves, Springer, New York, Berlin, ISBN 0-387-00592-7.
- [6] Ryong Joon Roe, Journal of Colloid and Interface Science, 1975, Vol.50, No.1, 70-79.
- [7] Princen, H. M.: Capillary Phenomena in Assemblies of Parallel Cylinders. Capillary Rise between Two cylinders, Journal of Colloid and Interface Science, 30, No.1., 1969, str. 69-75
- [8] PRINCEN, H. M.: Capillary Phenomena in Assemblies of Parallel Cylinders; II. Capillary rise in Systems with More Than Two Cylinders, Journal of Colloid and Interface Science, 30, No.L., 1969, str. 359-371.
- [9] PRINCEN, H. M.: Capillary Phenomena in Assemblies of Parallel Cylinders; III. Liquid Columns between Horizontal Parallel Cylinders, Journal of Colloid and Interface Science, 34, No.L., 1970, str. 171-184.
- [10] ROWLINSON, J.S.:Cohesion, a scientific history of intermolecular forces, Berlin Haidelberg New York, 1999,ISBN 3540661131.
- [11] HORÁK, Z. – KRUPKA, F.: Fyzika ,3. vyd. Sv.2, SNTL, 1981
- [12] Ščukin E.D, Petrov A.V, Amenova E.A.: Koloidní chemie, Academia Praha,1990
- [13] BROCHARD, F.: Spreading of Liquid Drops on Thin Cylinders: The „manchon/droplet“ Transition, J.Chem.Phys.84 (8), April 15 1986, 4664.

- [14] Barci, J.C., Perzynski, R., Salin, D.: Magnetic Wetting Transition, In: Lecture Notes in Physics, 354, Springer-Verlag 1988, str. 1-12.
- [15] Chaloupek, J., Lukáš, D.: Auto Monte Carlo model for liquid films stability on fibres, AUTEX 2004, Roubaix 2004. Code O-3W4. ISBN 2-9522440-0-6.
- [16] Ondruchová, L.: Tvary kapalinových těles na jednotlivých vláknech, Diplomová práce, Technická Univerzita v Liberci, 2003
- [17] Hildebrand, S.- Tromba, A. The Shape and form in the Natural World , The Parsimonious Universe, Copernicus, Springle- Verlag, New York, 1995
- [18] Plateau, J., "Statique Experimentale et Theorique des Liquids Soumis Aux Seules Forces Moleculaires", Gauthier –Villars, Paris 1873
- [19] Rayleigh, Lord, " Theory of Sound, " vol. II, pp.351. McMillan and Co., London, 1896
- [20] Rayleigh, Lord, : Phil. Mag. 34, 145 (1892), Scientific Papers, vol. III, Article 195. Cambridge University Press, London/ New York, 1912
- [21] Adamson, A.W. and Gast, A.P., Physical chemistry of surfaces, John Wiley & Sons, New York (1997).
- [22] Lukáš, D., Chaloupek, J., Košťáková E., Pan N., Matínková I. : Morphological transitions of capillary rise in a bundle of two and three solid parallel cylinders, Physica A 371, April 2006, str.226-248
- [23] Lukáš, D., Pan, N.: Wetting of a fiber bundle in fibrous structures, Polymer Composites, June 2003, Vol.24, No.3, pp 314-322
- [24] Matínková I.: Studium kapilárních jevů mezi svazky paralelních vláken, Diplomová práce, Technická Univerzita v Liberci, 2002

[25] Lukáš, D., Chaloupek, J. : Wetting between parallel fibres, column-unduloid and column disintegration transition, *Journal of Engineering in Medicine*, Part H, Vol. 217, 2003, ISSN 0954-4119, str.273-277.

[26] Kalousová, A.: Studium smáčení a vodoodpudivosti vlákných systémů paralelních vláken, Diplomová práce ,Technická Univerzita v Liberci, 2004.

[27] Adamson, A.W., Gast, A.P., *Physical chemistry of surfaces*, John Wiley & Sons, New York (1997).

[28] Tomotika, S., On the instability of a cylindrical thread of viscous liquid surrounded by another viscous fluid. *Proc. Roy. Soc.* A150 (1935) 322-337

[29] Meister, B.J., Scheele, G.F., Generalized Solution of the Tomotika Stability analysis for a cylindrical jet, *AICHE J.*, 13, 682 (1967)

Práce autora se vztahem ke studované problematice

Lukáš, D., Chaloupek, J.: Wetting Between Parallel Fibres; Column Unduloid and Column Disintegration Transitions. *Incontinence: The Engineering Challenge*, London, 21. November 2001.

Lukáš, D., Chaloupek, J. :Wetting between parallel fibres: column-unduloid and column disintegration transition, *J.of Engineering in Medicine*, Vol. 217, No H4, 2003 str.273-279

J.Chaloupek and D. Lukáš: The model of a liquid film instability on single fiber and morphological transitions of liquid column among three parallel fibers, *Autex 2003*, Gdansk, ISBN 83-89003-32-5.

Lukáš, D. - Košťáková, E. - Chaloupek, J. - Očeretna, L. - Pociute, M.: *Instability of Liquid Jets*, *Strutex 04*, Liberec – Česká republika, 2004.

Chaloupek, J. – Lukáš, D.: *Auto Monte Carlo model for liquid films stability on fibres*, *AUTEX 2004*, Roubaix 2004. Code O-3W4. ISBN 2-9522440-0-6.

Lukáš, D., Chaloupek, J., Košťáková E., Pan N., Matínková I. : Morphological transitions of capillary rise in a bundle of two and three solid parallel cylinders, *Physica A* 371, April 2006, str.226-248.

Chaloupek, J . Studničková, J . Lukáš, D., Tores, S.: Influence of the PVA solution surface tension on a production of nanofibres by Electrospinning, Ambience 05, Tampere 2005 ISBN 952-15-1431-0.

U 608 T