Vysoká škola: VŠST Liberec Fakulta: strojní

Katedra: technické kybernetiky Školní rok: 1983/84

ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

(PROJEKTU, UMĚLECKÉHO DÍLA, UMĚLECKÉHO VÝKONU)

pro s. Lenku Mlejnkovou

obor 23-40-8 ASŘ výrobních procesů ve strojírenství

Vedoucí katedry Vám ve smyslu nařízení vlády ČSSR č. 90/1980 Sb., o státních závěrečných zkouškách a státních rigorózních zkouškách, určuje tuto diplomovou práci:

Název tématu: Identifikace systému s barevným šumem s regulátorem ve zpětné vazbě

Zásady pro vypracování:

1) Zvládnout potřebnou teorii náhodných procesů
2) Zvládnout algoritmus vytvoření tvarovacího filtru
3) Řešením diofantické rovnice stanovit parametry systému, diskutovat otázku řešitelnosti a jednoznačnosti
4) Vypracovat program a demonstrovat na jednoduchých příkladech

Rozsah grafických prací:

Rozsah průvodní zprávy: 40 - 50 stran

Seznam odborné literatury:

1. Kadeřábek, J., Kracík, V.: Úvod do počtu pravděpodobnosti a příbuzných oblastí. Skripta VŠST 1970.
2. Hanuš, B. a kol.: Teorie automatického řízení I. Skripta VŠST 1982.

Vedoucí diplomové práce: Ing. Vladimír Kracík, CSc.

Datum zadání diplomové práce: 30.9.1983

Termín odevzdání diplomové práce: 25.5.1984

Doc.Ing.Ján Alaxin,CSc.
Vedoucí katedry

Doc.RNDr Bohuslav Stříž,CSc.
Děkan

V Liberci dne 22.9. 1983

VŠST Liberec		List č. 1

Vysoká škola strojní a textilní v Liberci

nositelka Řádu práce

FAKULTA STROJNÍ

Obor: 23 - 40 - 8

Automatizované systémy řízení výrobních procesů

ve strojírenství

Katedra technické kybernetiky

Název diplomové práce: IDENTIFIKACE SYSTÉMU S BAREVNÝM ŠUMEM S REGULÁTOREM VE ZPĚTNÉ VAZBĚ

Jméno a příjmení autora: Lenka Mlejnková

Vedoucí diplomové práce: Ing. Vladimír Kracík, CSc.
VŠST Liberec

KTK FS 073

Rozsah práce a příloh:

Počet stran	..55.
Počet příloh a tabulek	..21.
Počet obrázků	..2..
Počet výkresů	..Ø..

Liberec, 25.5.1984

Místopřísežně prohlašuji, že jsem diplomovou práci vypracovala samostatně s použitím uvedené literatury.

V Liberci dne 25. května 1984 Podpis Lenka Mlejnková

P R O H L Á Š E N Í

Souhlasím, aby moje diplomová práce byla podle směrnice uveřejněné v Pokynech a informacích VŠST č. 1/1975, se kterou jsem byla seznámena, zapůjčena nebo odprodána za účelem využívání jejího obsahu. Jsem si vědoma, že práce je majetkem školy a že s ní nemohu sama disponovat.

Souhlasím, aby po pěti letech byla diplomová práce vrácena na níže uvedenou adresu, nebo v případě nedoručitelnosti skartována.

Lenka Mlejnková
....
podpis

Jméno a příjmení ....Lenka Mlejnková........

Adresa stálého bydliště ....Liberec 30, Zavřená 1357........

Adresa podniku ....

Na tomto místě bych chtěla poděkovat svému vedoucímu diplomové práce ing. Vladimíru Kracíkovi, CSc, za odborné vedení při vypracování této práce a za čas, který mi věnoval.

SEZNAM POUŽITÝCH ZKRATEK A SYMBOLŮ

$\mathbf{K}, \mathbf{A}, \mathbf{G}$ ... matice

$\underline{g}, \underline{x}$ ... vektory

S, K ... funkce

$A(s), C(s)$ ... polynomy neurčité s

∂ ... stupeň polynomu, příp. v kapitole 5.1. označení pro parciální derivaci

$\|\underline{x}\|$ ... norma vektoru

$E(x(t))$ ... střední hodnota realizace náhodné veličiny $x(t)$

$D[x(t)]$ ... rozptyl " " "

$\sigma_x(t)$ ... směrodatná odchylka " " "

$\mathbf{A}^T, \underline{g}^T$ ... transponovaná matice, vektor

$\mathbf{G}^{-1}$ ... inverzní matice

$\forall$ ... obecný kvantifikátor /"pro všechna"/

O B S A H

1. ÚVOD

Generální linie budování vyspělé socialistické společnosti je základem dalšího hospodářského a sociálního programu KSČ na období 7. pětiletky. Hlavním cílem politiky strany je udržet a zkvalitnit dosaženou životní úroveň obyvatelstva i jeho sociální jistoty, a to v souladu s výsledky, které se dosáhnou v rozvoji národního hospodářství. Z těchto závěrů vyplývají i úkoly vědeckotechnického rozvoje na 7. pětiletku. Mezi rozhodující prostředky ke splnění cílů rozvoje československého národního hospodářství patří kybernetizace výrobních a řídících procesů.

Pod pojmem " kybernetizace " se rozumí přestavba řízení, využívání moderních matematických a matematicko-ekonomických metod v teorii řízení a současných technických prostředků /zejména počítačů/ k řešení složitých problémů řízení ve všech oblastech života naší společnosti.

Úkolem základního výzkumu v technických vědách pro léta 1981 - 1985 je poskytnout podklady pro rozvoj řídící a automatizační techniky se zaměřením na kybernetizaci a elektronizaci. Cílem vědeckotechnického rozvoje je uplatňování vyššího stupně mechanizace, automatizace a robotizace výrobních procesů a na dosažení vyšší intenzifikace a časového funkčního využití strojů a zařízení, na větší využití laboratorní a zkušební přístrojové techniky.

Pro řešení problémů optimalizace a pro odhad chování soustavy slouží výsledky identifikace. Identifikace soustav je experimentální zjištění vlastností těchto soustav. Výsledkem identifikace jsou pak obvykle statické a dynamické charakteristiky soustav, matematický či logický popis chování soustavy apod. Na základě výsledků identifikace je možno stanovit modely soustav a celých zařízení a řešit potřebné problémy mimo vlastní zařízení. Je možno vyzkoušet všechny varianty provozu bez nákladného a často i nebezpečného experimentování a vybrat z hlediska technického i ekonomického nejvýhodnější variantu řešení. Například návrh vhodného regulátoru a správné nastavení jeho parametrů závisí na chování regulované soustavy. Předběžné určení chování nebývá pro účely optimalizace dostatečně přesné a proto je nutné zjistit vlastnosti soustavy identifikací./7/

Tato diplomová práce se zabývá identifikací systému s regulátorem ve zpětné vazbě a s barevným šumem na výstupu ze soustavy.

V první části práce je popsána potřebná teorie z oblasti náhodných procesů. Dále je proveden teoretický rozbor identifikace systému s barevným šumem a regulátorem ve zpětné vazbě a popis programu pro ověření identifikace. Závěr obsahuje zhodnocení získaných výsledků.

Pro tuto identifikaci je sestaven program v jazyce FORTRAN IV odladěný na počítači EC - 1033.

2. IDENTIFIKACE SYSTÉMŮ

Identifikací rozumíme určení dynamických vlastností objektů řízení. Běžně můžeme dynamické chování soustavy vyjadřovat:

1. matematickým zápisem
   - pomocí diferenciálních nebo diferenčních rovnic
   - ve tvaru obrazových přenosů v Laplaceové nebo v Z-transformaci
   - ve tvaru váhové nebo frekvenční funkce
   - pomocí přechodových funkcí
2. grafickým záznamem
   - přechodovou charakteristikou
   - frekvenční charakteristikou

Všeobecně existují dva možné způsoby získání popisu dynamiky systému: 1. matematicko fyzikální analýzou
2. experimentálně

Při získávání matematického modelu na základě matematicko fyzikální analýzy vycházíme z matematického popisu jevů. Tento způsob vyžaduje hluboké znalosti struktury soustavy i všech elementárních jevů v soustavě./2/

Experimentální identifikace předpokládá měření vstupů a výstupů objektu. Získaných měření pak využíváme k určení matematického modelu. Experimentální metody dělíme do dvou základních skupin:

a/ deterministické - tyto metody zanedbávají vliv poruchových signálů. K určení matematického modelu využívají jen tolika údajů o vstupu a výstupu, kolik je hledaných parametrů

b/ statistické - tyto metody umožňují kvalitativní zhodnocení chyb podle statistických hledisek. Parametry chápeme jako neznámé konstanty a naším úkolem je nalézt jejich odhady. /4/

V této práci bude použito pro identifikaci statistických metod.

3. ZÁKLADY TEORIE NÁHODNÝCH PROCESŮ

Při statistické identifikaci soustav se opíráme o metody statistické dynamiky. Statistická dynamika je nauka o náhodných funkcích a jejich aplikacích. Statistická dynamika regulačních obvodů k popisu a rozboru dějů v regulačních obvodech za přítomnosti náhodných poruch používá teorii náhodných procesů. /3/

Náhodný /stochastický/ proces je definován jako funkce času, která může náhodně nabýt ve svých jednotlivých realizacích různých tvarů, přičemž není předem známo, kterého tvaru nabude.

Stochastický proces je tedy soubor průběhů náhodné proměnné v závislosti na čase.

Náhodné funkce lze třídit do různých kategorií podle různých kriterií. Podle toho, zda čas probíhá spojitě nebo v diskrétních krocích, rozlišujeme spojité náhodné procesy nebo náhodné posloupnosti /posloupnosti náhodných veličin/.

Vzhledem k využití číslicového počítače pro identifikaci soustavy se v této práci zaměřím i na diskrétní popis náhodných procesů.

3.1. CHARAKTERISTIKY NÁHODNÝCH FUNKCÍ

K popisu náhodných funkcí používáme zpravidla těchto charakteristik:

1. střední hodnota - je " očekávaný " aritmetický průměr realizací náhodné veličiny v souboru náhodných funkcí.

$$\overline{x}(t) = E\,x(t) \qquad /3.1.1/$$

2. rozptyl - udává míru rozptýlení hodnot náhodné funkce kolem střední hodnoty. Je definován jako střední hodnota čtverce odchylky od střední hodnoty.

$$D[x(t)] = E[x(t) - E(x(t))]^2 \qquad /3.1.2/$$

3. korelační funkce

Autokorelační funkce je obecně definována jako střední hodnota v souboru ze součinu náhodného signálu v daném časovém okamžiku t_1 s týmž náhodným signálem uvažovaným v časovém okamžiku t_2.

$$K_{xx}(t_1, t_2) = E[x(t_1) \cdot x(t_2)] \qquad /3.1.3/$$

Označíme-li $\overset{\circ}{x}(t) = x(t) - \overline{x}(t)$

potom $E\,\overset{\circ}{x}(t) = 0$ pro všechna t.

$K^{\circ}_{xx}(t_1, t_2)$ představuje vlastně kovarianci veličin $x(t_1), x(t_2)$, což je mírou lineární závislosti $x(t_1)$ a $x(t_2)$.

Speciálně je

$$K_{xx}(t_1, t_1) = E\,x^2(t_1) = \overline{x^2}(t_1) \qquad /3.1.4/$$

$$K^{\circ}_{xx}(t_1, t_1) = \sigma^2(x(t_1)) \,. \qquad /3.1.5/$$

Vzájemná korelační funkce je definována obdobně jako autokorelační funkce, týká se však dvou signálů. Je obecně definována jako střední hodnota souboru ze součinu jednoho náhodného signálu v daném časovém okamžiku t_1 s druhým náhodným signálem uvažovaným v čase t_2.

$$K_{xy}(t_1, t_2) = E\left[x(t_1)\cdot y(t_2)\right] \qquad /3.1.6/$$

4. spektrální hustota

Výkonová spektrální hustota náhodného procesu $x(t)$ je definována vztahem

$$S_{xx}(\omega) = \lim E\left[\frac{1}{2T}\,|X_T(i\omega)|^2\right] \qquad /3.1.7/$$

kde $X_T(i\omega)$ je Fourierova transformace náhodného procesu $x(t)$ v konečném intervalu $\langle -T, T\rangle$.

Vzájemná výkonová spektrální hustota náhodného procesu $x(t)$ a náhodného procesu $y(t)$ je definována vztahem

$$S_{xy}(\omega) \quad \lim E\left[\frac{1}{2T}\,X_T^*(i\omega)\,Y_T(i\omega)\right] \qquad /3.1.8/$$

kde $X_T^*(i\omega)$ je komplexně sdružený výraz k Fourierově transformaci náhodného procesu $x(t)$ v intervalu $\langle -T, T\rangle$, $Y_T(i\omega)$ je Fourierova transformace náhodného procesu v intervalu $\langle -T, T\rangle$. /1/

3.2. ERGODIČNOST A STACIONÁRNOST NÁHODNÝCH PROCESŮ

Stacionární procesy.

Tyto procesy představují vhodné matematické modely pro řadu praktických procesů. Také matematické zpracování popisu těchto procesů je vzhledem k jejich struktuře poměrně jednoduché.

Náhodný proces $x(t)$ nazýváme stacionární, je-li pro každou konečnou posloupnost $t_1, t_2, \ldots, t_n$ rozdělení vektoru $\left(x(t_1+T), x(t_2+T), \ldots, x(t_n+T)\right)$ nezávislé na posunu T. /1/

Charakteristiky stacionárního náhodného procesu mají specifické vlastnosti:

1. střední hodnota je konstanta

$$\overline{x}(t) = E\,x(t) = \overline{x} \qquad /3.2.1/$$

2. korelační funkce je závislá pouze na rozdílu $t_1 - t_2 = \tau$.
   Protože podle /3.1.3./ platí

$$K_{xx}(t_1, t_2) = E[x(t_1)\cdot x(t_2)] \,,$$

pak podle definice stacionarity získáme vztah

$$K_{xx}(t_1, t_2) = K_{xx}(t_1+T, t_2+T) \,.$$

Pro $T = -t_2$ lze napsat

$$K_{xx}(t_1, t_2) = K_{xx}(t_1 - t_2, 0) = K_{xx}(\tau) \,, \qquad /3.2.2/$$

kde $\tau = t_1 - t_2$.

Korelační funkce stacionárního náhodného procesu má následující vlastnosti:

$$K_{xx}(0) = E\,x^2(0) = E\,x^2(t) = \overline{x^2} \qquad /3.2.3/$$

tj. $K_{xx}(0)$ je střední kvadratická hodnota procesu $x(t)$, která přitom nezávisí na t.

$$K_{xx}(\tau) = K_{xx}(-\tau) \qquad /3.2.4/$$

tj. $K(\tau)$ je sudá funkce.

$$\overset{\circ}{K}_{xx}(0) = \sigma^2(x) \qquad /3.2.5/$$

$$|K_{xx}(\tau)| \leq K_{xx}(0) \qquad /3.2.6/$$

Ergodické procesy.

Ergodičnost je vlastnost náhodných procesů, která se projevuje jako rovnost střední hodnoty získané v souboru realizací náhodného procesu a střední hodnoty v čase jediné realizace tohoto procesu.

Z této definice plyne, že:

$$\overline{\overline{x}} = \overline{x} = E\,x(t) \qquad /3.2.7/$$

kde $\overline{\overline{x}}$ je střední hodnota v souboru realizací náhodného procesu $x(t)$,

$\overline{x}$ je střední hodnota jediné realizace náhodného procesu.

Význam ergodičnosti spočívá v tom, že podle jedné realizace dostatečně dlouhého náhodného procesu je možno určit všechny potřebné vlastnosti procesu jako ze souboru realizací tohoto procesu. Ergodicitu lze pozorovat u většiny stacionárních procesů. /2/

Pro průchod stacionárního ergodického náhodného signálu lineární regulovanou soustavou lze odvodit tyto vztahy:

$$S_{yy}(\omega) = F(i\omega)\,F(-i\omega)\,S_{xx}(\omega) \qquad /3.2.8/$$

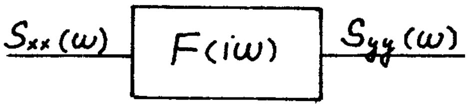
Protože $F(i\omega)$ a $F(-i\omega)$ jsou výrazy komplexně sdružené a jejich součin je čtvercem absolutní hodnoty, lze psát:

$$S_{yy}(\omega) = |F(i\omega)|^2\,S_{xx}(\omega) \qquad /3.2.9/$$

Druhá mocnina absolutní hodnoty přenosu lineární soustavy ukazuje, které kmitočty soustava propouští a které tlumí. Každou lineární soustavu si podle toho můžeme představit jako filtr, který propustí různé kmitočty s různou intenzitou. Závislost

$$f(\omega) = |F(i\omega)|^2 \qquad /3.2.10/$$

nazveme spektrální charakteristikou soustavy. /2/



3.3. BÍLÝ ŠUM

Bílý šum je zvláštním případem stacionárního ergodického náhodného procesu. Bílý šum je definován jako stacionární náhodný signál x(t), jehož výkonová spektrální hustota je pro všechny hodnoty frekvence ω konstantní. /2/

$$S_{xx}(\omega) = Konst. \qquad /3.3.1/$$

Tento bílý šum nelze přesně fyzikálně realizovat, protože zdroj bílého šumu by musel mít nekonečný výkon. Pro technickou aplikaci však stačí, vyrobíme-li signál, který má charakter bílého šumu pouze v určitém pásmu kmitočtů. /2/

Zvláštním případem bílého šumu je náhodný proces, jehož autokorelační funkce má tvar

$$K_{xx}(\tau) = \delta(t) \qquad /3.3.2/$$

kde $\delta(t)$ znamená jednotkový impuls v čase t = 0.

Pro výkonovou spektrální hustotu tohoto procesu pak platí:

$$S_{xx}(\omega) = 1 \qquad /3.3.3/$$

Průchodem bílého šumu přes lineární filtr získáme tzv. šum barevný.

3.4. NÁHODNÉ POSLOUPNOSTI

Náhodnými posloupnostmi nazýváme ty náhodné procesy, u nichž čas probíhá v diskrétních krocích.

Nechť x_n ($n = \ldots -2, -1, 0, 1, 2, \ldots$) je posloupnost náhodných veličin. Její charakteristiky jsou analogické s charakteristikami spojitých náhodných funkcí.

1. střední hodnota:

$$\overline{x_n} = E(x_n) = \frac{1}{2N+1} \sum_{n=-N}^{N} x(n) \qquad /3.4.1/$$

2. disperze:

$$D(x_n) = E\,(x_n - E(x_n))^2 \qquad /3.4.2/$$

3. korelační funkce:

Pro stacionární posloupnost náhodných čísel platí:

$$K_{xx}(n_1, n_2) = K_{xx}(n_1 - n_2) = K_{xx}(m) \qquad /3.4.3/$$

$$K_{xx}(m) = \lim_{N \to \infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{n=-N}^{N} x(n)\, x(n+m) \qquad /3.4.4/$$

$$K_{xy}(m) = \lim_{N \to \infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{n=-N}^{N} x(n)\, y(n+m) \qquad /3.4.5/$$

$$K_{xx}(0) = \sigma_x^2 \qquad /3.4.6/$$

4. spektrální hustotu definujeme:

$$S_{xx}(\omega) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} K_{xx}(m)\, e^{-i\omega m} \qquad /3.4.7/$$

Položíme-li $e^{-i\omega} = z$, pak

$$S_{xx}(\omega) = S_{xx}(z) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} K_{xx}(m)\, z^{-m} \qquad /3.4.8/$$

Tuto mocninnou řadu nazýváme Z-transformací posloupnosti $K_{xx}(m)$. Volíme-li $z^{-1} = s$, pak

$$S_{xx}(s) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} K_{xx}(m)\, s^{m} \quad .$$

Spektrální hustota je tedy vytvořující funkcí korelační posloupnosti. /1/

Diskrétní obdobou bílého šumu je posloupnost nekorelovaných veličin, tj posloupnost d_n, pro kterou platí:

$$K_{dd}(0) = 1 \qquad /3.4.9/$$

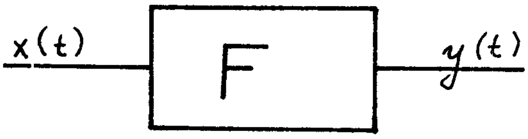
$$K_{dd}(m) = 0 \qquad \forall m \neq 0 \qquad /3.4.10/$$

$$S_{dd}(s) = 1 \qquad /3.4.11/$$

/1/

4. TVAROVACÍ FILTR

4.1. TVAROVACÍ FILTR PRO PŘÍPAD SPOJITÉ SOUSTAVY



Zařízení, které je popsáno lineární diferenciální rovnicí s konstantními koeficienty

$$y^{(n)} + a_1 y^{(n-1)} + a_2 y^{(n-2)} + \ldots + a_n y = x(t) \qquad /4.1.1/$$

kde $x(t)$ na pravé straně rovnice je náhodný proces a $y(t)$ je výstup, nazýváme lineární stacionární filtr. Jelikož $x(t)$ je náhodný proces, je také $y(t)$ náhodný proces.

Tvarovací filtr je systém, který ze vstupního náhodného procesu $x(t)$ charakteru bílého šumu vytvoří požadovaný náhodný proces $y(t)$ s předepsaným tvarem výkonové spektrální hustoty. /3/

Frekvenční charakteristiku $F(i\omega)$ tvarovacího filtru určíme pak z rovnice

$$S_{yy} = S_{xx}(\omega) \cdot |F(i\omega)|^2 . \qquad /4.1.2/$$

Pro speciální případ bílého šumu platí

$$S_{xx}(\omega) = 1 ,$$

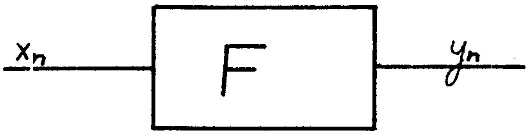
takže můžeme psát vztah mezi výkonovou spektrální hustotou výstupního signálu a frekvenční charakteristikou filtru:

$$S_{yy}(\omega) = F(i\omega)\, F(-i\omega) \qquad /4.1.3/$$

/1/

4.2. DISKRÉTNÍ PŘÍPAD TVAROVACÍHO FILTRU

Náhodnou posloupnost y_n si lze představit jako výstup ze soustavy F, na jejíž vstup působí nezávislá náhodná posloupnost x_n.



Soustavu F budeme nazývat tvarovacím filtrem náhodné posloupnosti. Tvarovací filtr pokládáme za jednorozměrovou soustavu. Podle této interpretace se výstup stabilního lineárního konstantního tvarovacího filtru ustálí na stacionární náhodné posloupnosti, pokud je filtr buzen nezávislou stacionární posloupností.

Důležitou třídu náhodných posloupností tvoří stacionární reálné náhodné posloupnosti s konečným rozptylem. Tvarovací filtr takových posloupností má stabilní přenos. /5/

Analogie diferenciální rovnice s konstantními koeficienty má pro diskrétní případ diferenční rovnice s konstantními koeficienty tvar:

$$y_n + a_1 y_{n-1} + \dots + a_k y_{n-k} = b_0 x_n + b_1 x_{n-1} + \dots + b_l x_{n-l} \qquad /4.2.1/$$

Je-li na vstupu $x_n = s^{-n}$, dosazením do rovnice 4.2.1. dostaneme:

$$Y(s)\, s^{-n} + Y(s)\, a_1 s^{-(n-1)} + \dots + Y(s)\, a_k s^{-(n-k)} = b_0 s^{-n} + \dots + b_l s^{-(n-l)}$$

Po vykrácení výrazem s^{-n} :

$$Y(s) = \frac{b_0 + b_1 s + \dots + b_l s^l}{1 + a_1 s + \dots + a_k s^k} \qquad /4.2.1/$$

kde $Y(s)$ je přenos filtru v Z-transformaci /$s = z^{-1}$/.
Přenos $Y(s)$ je stabilní, leží-li kořeny jmenovatele přenosu mimo jednotkový kruh.

Lze odvodit vztah mezi vstupní a výstupní spektrální hustotou

$$S_{yy}(s) = Y(s)\,Y\left(\tfrac{1}{s}\right)\,S_{xx}(s) \qquad /4.2.3/$$

/1/

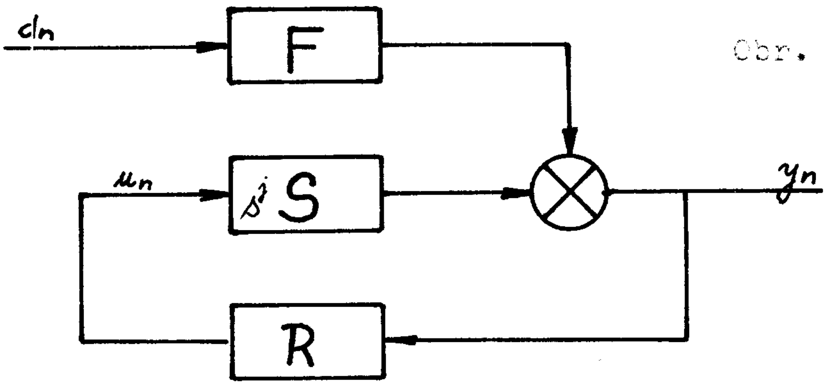
5. POPIS ALGORITMU IDENTIFIKACE

5.1. URČENÍ PŘENOSU SOUSTAVY S BAREVNÝM ŠUMEM A REGULÁTOREM VE ZPĚTNÉ VAZBĚ

Při identifikaci systému ze znalosti výstupních a vstupních veličin určujeme charakteristiky soustavy, v našem případě její přenos v Z-transformaci.

Při identifikaci postupujeme následujícím způsobem: Zvolíme soustavu a namodelujeme ji pomocí diferenčních rovnic. Dále sledujeme pouze výstupy ze soustavy. Ze znalosti vstupního signálu a výstupních hodnot určujeme charakteristiky soustavy, které pak můžeme porovnávat s výchozím matematickým modelem a ověřit tak správnost algoritmu.

Schema uvažované soustavy je na obrázku č. 1.



Obr. č. 1

F ... tvarovací filtr náhodné posloupnosti

S ... identifikovaná soustava

R ... regulátor ve zpětné vazbě

d_n ... diskrétní obdoba bílého šumu

y_n ... posloupnost výstupních veličin

u_n ... posloupnost akčních zásahů

Známe tedy diskrétní hodnoty výstupu y_n ze soustavy. Vektor NP výstupních hodnot označíme jako vektor $\underline{z_n}$.

$$\underline{z_n} = \begin{bmatrix} y_n \\ y_{n-1} \\ y_{n-2} \\ \vdots \\ y_{n-NP-1} \end{bmatrix}$$

Dále uvažujeme, že bílý šum je tvořen jako lineární kombinace neznámých koeficientů $g_0 , g_1, \dots g_{NP-1}$ a hodnot výstupů y_n , $y_{n-1}, \dots y_{n-NP-1}$. Lze tedy psát

$$d_n = g_0 y_n + g_1 y_{n-1} + \dots + g_{NP-1} y_{n-NP-1}$$

Ve vektorovém zápisu:

$$d_n = \underline{g}^T \underline{z_n} = \begin{bmatrix} g_0 & g_1 & \cdots g_{NP-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_n \\ y_{n-1} \\ y_{n-2} \\ \vdots \\ y_{n-NP-1} \end{bmatrix} \qquad /5.1.1/$$

Pro určení diskrétního přenosu systému $F_{yd}(z)$ je nutné koeficienty $g_0, g_1, \dots g_{NP-1}$ stanovit.

$$F_{yd}(z) = \frac{Y(z)}{D(z)} \qquad /5.1.2/$$

kde $Y(z)$ je obraz výstupního signálu v Z-transformaci,

$D(z)$ je obraz vstupního signálu v Z-transformaci.

Odhad autokorelační funkce stacionárního náhodného procesu, v našem případě vstupní náhodné posloupnosti, lze určit ze vztahu

$$K_{dd}(j) = \frac{1}{N-j} \sum_{n=1}^{N-j} d_n \, d_{n+j} \qquad j = 1,2,\dots,K \qquad /5.1.3/$$

kde N je celkový počet vzorků výstupu

K je maximální posunutí.

Protože podle /5.1.1/ platí $\quad d_n = \underline{g}^T \underline{z_n}$

analogicky lze napsat $\quad d_{n+j} = \underline{g}^T \underline{z_{n+j}}$

a dosazením těchto vztahů do /5.1.3/ můžeme tuto rovnici přepsat do tvaru

$$K_{dd}(j) = \frac{1}{N-j} \sum_{n=1}^{N-j} \underline{g}^T \underline{z_n} \, \underline{z_{n+j}}^T \underline{g} \qquad /5.1.4/$$

$$K_{dd}(j) = \frac{1}{N-j} \underline{g}^T \sum_{n=1}^{N-j} \underline{z_n} \, \underline{z_{n+j}}^T \underline{g} \qquad /5.1.5/$$

Označíme-li

$$\mathbf{K}(j) = \frac{1}{N-j} \sum_{n=1}^{N-j} \underline{z_n} \, \underline{z_{n+j}}^T \qquad /5.1.6/$$

potom

$$K_{dd}(j) = \underline{g}^T \mathbf{K}(j) \, \underline{g} \qquad /5.1.7/$$

kde $K_{dd}(j)$ je odhad korelační funkce šumu d_n,

$\mathbf{K}(j)$ je matice, jejíž prvky jsou odhady korelační funkce posloupnosti y_n.

Protože vstupním signálem je bílý šum, platí podle /3.4.9/:

$$K_{dd}(0) = 1 \qquad /5.1.8/$$

Vzhledem k tomu, že autokorelační funkce bílého šumu je pro všechny argumenty různé od nuly nulová /viz /3.4.10//, hledáme její minimum za podmínky /5.1.8/.

Pro nalezení minima použijeme metodu nejmenších čtverců. Budeme tedy minimalizovat výraz

$$\sum_{j=1}^{K} K_{dd}^{2}(j) \qquad /5.1.9/$$

Pro určení minima provedeme pomocný rozklad:

$$K(0) = K_+ K_+^T \qquad /5.1.10/$$

/ $K(0)$ je pozitivně definitní./

Protože obecně platí

$$|\underline{x}^T \underline{y}|^2 \leq \|\underline{x}\|^2 \|\underline{y}\|^2$$

můžeme psát

$$(\underline{g}^T K(j)\, \underline{g})^2 = (\underline{g}^T K_+ K_+^{-1} K(j)\, \underline{g})^2 \leq$$
$$\leq (\underline{g}^T K_+ K_+^T \underline{g})(\underline{g}^T K^T(j) K_+^{-1^T} K_+^{-1} K(j)\, \underline{g}) \qquad /5.1.11/$$

Odsud dosazením z /5.1.10/, /5.1.7/ a /5.1.8/ dostaneme:

$$\underline{g}^T K_+ K_+^T \underline{g} = \underline{g}^T K(0)\, \underline{g} = K_{dd}(0) = 1 \,,$$

takže nyní hledáme minimum výrazu

$$\sum_{j=1}^{K} \underline{g}^T K^T(j) K_+^{-1^T} K_+^{-1} K(j)\, \underline{g} \;. \qquad /5.1.12/$$

Výraz /5.1.12/ lze použitím /5.1.10/ upravit na tvar:

$$\underline{g}^T \sum_{j=1}^{K} K^T_{(j)} K^{-1}_{(0)} K_{(j)} \underline{g}$$

Naším úkolem je tedy nalézt minimum výrazu

$$\underline{g}^T \sum_{j=1}^{K} K^T_{(j)} K^{-1}_{(0)} K_{(j)} \underline{g} \qquad /5.1.13/$$

za této podmínky:

$$\underline{g}^T K_{(0)} \underline{g} = 1 \qquad /5.1.14/$$

Pro zjednodušení zápisu použijeme označení

$$K_{(0)} = B$$

$$\sum_{j=1}^{K} K^T_{(j)} K^{-1}_{(0)} K_{(j)} = A$$

Pak tedy hledáme minimum výrazu $\underline{g}^T A \underline{g}$ za podmínky, že platí $\underline{g}^T B \underline{g} = 1$.

Postupujeme metodou Lagrangeových multiplikátorů. Zavedeme Lagrangeovu funkci :

$$\Phi = g^T A g - \lambda g^T B g \qquad /5.1.15/$$

Její minimum určíme pomocí diferenciálu

$$d\Phi = 2 dg^T (A g - \lambda B g) = 0 \qquad /5.1.16/$$

pro každé dg^T a tedy

$$A g - \lambda B g = 0 \qquad /5.1.17/$$

Vynásobením rovnice/5.1.17/maticí B^{-1} zleva dostaneme rovnici

$$B^{-1} A g - \lambda E g = 0 \qquad /5.1.18/$$

$$(B^{-1} A - \lambda E) g = 0 \qquad /5.1.19/$$

Řešení dané úlohy je dáno vlastním vektorem g, který odpovídá nejmenšímu vlastnímu číslu λ , protože podle /5.1.17/ je

$$g^T A g = \lambda g^T B g = \lambda \; .$$

g je vlastním vektorem matice $B^{-1}A$, λ je nejmenším vlastním číslem matice $B^{-1}A$.

Lze postupovat tak, že nalezneme největší vlastní číslo matice G , kde $G = A^{-1}B$. Potom tedy g je vlastní vektor, který odpovídá největšímu vlastnímu číslu matice G .

Vektor g určíme iteračním výpočtem. Zvolíme libovolný počáteční vektor /nesmí být ortogonální k charakteristickému vektoru maximálního charakteristického čísla/.

Při iteračním výpočtu postupujeme následujícím způsobem: Výchozí vektor položíme roven vektoru g_S. Provedeme násobení

$$\underline{g_N} = \mathbf{G}\,\underline{g_S} \qquad /5.1.20/$$

a normalizaci nově získaného vektoru:

$$\underline{g_N} = \frac{\underline{g_N}}{\sqrt{\underline{g_N}^T \mathbf{B}\,\underline{g_N}}} \qquad /5.1.21/$$

Pokud rozdíl $|\underline{g_N} - \underline{g_S}|$ je větší než požadovaná přesnost, iterační postup opakujeme. Pokud je tento rozdíl menší, získali jsme hledaný vektor $\underline{g}$ a iterační výpočet ukončíme.

Iterací vypočtený vektor $\underline{g}$ určuje závislost mezi výstupem ze systému a vstupním signálem.

$$d_n = g_0 y_n + g_1 y_{n-1} + \ldots\ g_{NP-1}\, y_{n-NP-1}$$

Vyjádříme polynom $g_0 + g_1 s + \ldots + g_{NP-1} s^{NP-1}$ přibližně ve tvaru racionální lomené funkce:

$$g_0 + g_1 s + g_2 s^2 + \ldots + g_{NP-1} s^{NP-1} = \frac{a_0 + a_1 s + \ldots a_{NJ-1} s^{NJ-1}}{1 + b_1 s + \cdots b_{NC-1} s^{NC-1}}$$

/5.1.22/

Úkolem je nyní nalézt koeficienty a_0, a_1, ..., a_{NJ-1}, b_1, b_2, ..., b_{NC-1}. Koeficient b_0 volíme roven jedné.

Roznásobením polynomů a porovnáním koeficientů jednotlivých mocnin neurčité s získáme systém lineárních rovnic pro neznámé koeficienty a_0, a_1, ..., b_1, b_2, ..., přičemž počet rovnic je větší než počet neznámých parametrů. Jedná se o tzv. přeurčený systém. Přibližné řešení tohoto systému rovnic lze nalézt pomocí metody nejmenších čtverců.

Metoda nejmenších čtverců spočívá v minimalizaci kriteria

$$J = \sum_{i=1}^{N} \varepsilon_i^2 \qquad /5.1.23/$$

Zavedením chybového vektoru $\underline{\varepsilon}$ minimalizujeme funkcionál

$$J = \underline{\varepsilon}^T \underline{\varepsilon} \qquad /5.1.24/$$

Systém lineárních rovnic lze po zavedení chybového vektoru $\underline{\varepsilon}$ schematicky znázornit takto:

$$\begin{bmatrix} & & \\ & A & \\ & & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \\ b \\ \\ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \\ \varepsilon \\ \\ \end{bmatrix}$$

Matice $\mathbf{A}$ má tuto strukturu:

$$\begin{bmatrix}
1 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\
0 & 1 & 0 & \cdot & \cdot & -g_0 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot \\
\cdot & 0 & 1 & 0 & \cdot & -g_1 & -g_0 & 0 & \cdot & \cdot \\
\cdot & \cdot & 0 & 1 & \cdot & -g_2 & -g_1 & -g_0 & 0 & \cdot \\
\cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & -g_3 & -g_2 & -g_1 & \cdot & \cdot \\
\cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & -g_4 & -g_3 & -g_2 & \cdot & \cdot \\
\cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & -g_3 & \cdot & \cdot \\
\cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\
0 & 0 & \cdot & \cdot & 0 & -g_{NP-2} & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot
\end{bmatrix}$$

počet neznámých koeficientů a_i /NJ/ — počet neznámých koeficientů b_i /NC-1/

Počet řádků matice $\mathbf{A}$ je roven rozměru vektoru $\underline{g}$, tedy NP.

Vektor $\underline{b}$ je v našem případě shodný s vektorem $\underline{g}$, který jsme získali iteračním výpočtem.

$$\underline{b} = \begin{bmatrix} g_0 \\ g_1 \\ g_2 \\ \vdots \\ g_{NP-1} \end{bmatrix}$$

Vektor $\underline{X}$ je vektor, jehož složkami jsou neznámé koeficienty $a_0, a_1, \ldots, a_{NJ-1}, b_1, b_2, \ldots, b_{NC-1}$.

$$\underline{x} = \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ \vdots \\ a_{NJ-1} \\ b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_{NC-1} \end{bmatrix}$$

Při výpočtu vektoru $\underline{X}$ postupujeme následujícím způsobem: Vyjdeme ze vztahu

$$\mathbf{A}\underline{x} - \underline{b} = \underline{\varepsilon} \qquad /5.1.25/$$

Dosazením do /5.1.24/ získáme tvar funkcionálu, který budeme minimalizovat:

$$J = (\underline{x}^T \mathbf{A}^T - \underline{b}^T)(\mathbf{A}\underline{x} - \underline{b}) \qquad /5.1.26/$$

$$J = \underline{x}^T A^T A \underline{x} - \underline{b}^T A \underline{x} - \underline{x}^T A^T \underline{b} + \underline{b}^T \underline{b} \qquad /5.1.27/$$

Vektor hledaných parametrů vypočteme podle podmínky

$$\frac{\partial J}{\partial \underline{x}} = 0 \qquad /5.1.28/$$

$$\frac{\partial J}{\partial \underline{x}} = \left[A^T A + (A^T A)^T\right] \underline{x} - (\underline{b}^T A)^T - A^T \underline{b} = 0$$

$$(A^T A + A^T A) \underline{x} - A^T \underline{b} - A^T \underline{b} = 0$$

$$2 A^T A \underline{x} - 2 A^T \underline{b} = 0$$

$$A^T A \underline{x} = A^T \underline{b}$$

$$\underline{x} = (A^T A)^{-1} A^T \underline{b} \qquad /5.1.29/$$

Vztah /5.1.29/ je výsledným vztahem pro výpočet parametrů $a_0, a_1, \ldots, a_{NJ-1}, b_1, b_2, \ldots, b_{NC-1}$.

V souladu s /5.1.1/ a /5.1.22/ můžeme psát:

$$d_n = \frac{a_0 + a_1 s + \ldots + a_{NJ-1} s^{NJ-1}}{1 + b_1 s + \ldots + b_{NC-1} s^{NC-1}} \, y \qquad /5.1.30/$$

Známe tedy přenos

$$y = \frac{1 + b_1 s + \ldots + b_{NC-1} s^{NC-1}}{a_0 + a_1 s + \ldots + a_{NJ-1} s^{NJ-1}} \cdot d_n \, , \qquad /5.1.31/$$

který můžeme přepsat do tvaru

$$y = \frac{G(s)}{H(s)} \, d_n \quad . \qquad /5.1.32/$$

5.2. URČENÍ PARAMETRŮ SYSTÉMU ŘEŠENÍM DIOFANTICKÉ ROVNICE

Při identifikaci diskrétního lineárního systému řešíme lineární neurčité rovnice pro polynomy. Tyto rovnice nazýváme lineárními diofantickými rovnicemi pro jejich shodu s lineárními neurčitými rovnicemi v celých číslech.

Při analýze a syntéze obvodů s jednorozměrovými soustavami se setkáváme s lineární diofantickou rovnicí typu

$$MX + NY = T \qquad /5.2.1/$$

kde M, N, T jsou dané polynomy,

X, Y jsou neznámé polynomy, které je nutno určit.

Řešením je libovolná dvojice polynomů X, Y, která rovnici 5.2.1. splňuje. /5/

Provedeme-li úpravu rovnice na tvar

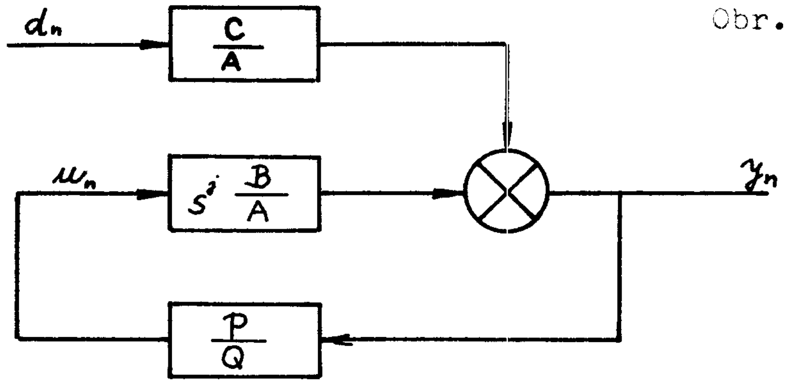
$$\frac{X}{N} + \frac{Y}{M} = \frac{T}{MN} \qquad /5.2.2/$$

zjistíme, že existuje jediné řešení této rovnice pouze za podmínky, že

$$\begin{aligned} \partial X &< \partial N \\ \partial Y &< \partial M \\ \partial T &< \partial M + \partial N \end{aligned} \qquad /5.2.3/$$

K výsledku lineární diofantické rovnice pro polynomy se lze dopracovat mimo jiné též porovnáním koeficientů u jednotlivých mocnin neurčité z^{-1} /s/. Tohoto postupu bude použito pro určení hledaných parametrů systému.

Uvažujme lineární diskrétní soustavu s regulátorem ve zpětné vazbě s poruchou na výstupu, jejíž model je na obr. 2.



Obr. 2

Tomuto modelu odpovídá popis pomocí soustavy rovnic v operátorovém zápisu:

$$A(s)y = s^j B(s)u + C(s)d \qquad /5.2.4/$$

$$u = \frac{P(s)}{Q(s)} y \qquad /5.2.5/$$

y ... posloupnost měřených výstupních hodnot

d ... šum vstupující do regulačního obvodu

u ... posloupnost akčních veličin

s^j ... zpoždění o j kroků

$\frac{P(s)}{Q(s)}$ ... přenos regulátoru

$\frac{C(s)}{A(s)}$ ... přenos tvarovacího filtru

$\frac{B(s)}{A(s)}$ ... přenos soustavy

Postupnými úpravami rovnic /5.2.4/ a /5.2.5/ získáme vztah mezi měřeným výstupem a poruchou vstupující do obvodu.

Dosazením rovnice /5.2.5/ do /5.2.4/ :

$$A(s)y = s^j B(s) \frac{P(s)}{Q(s)} y + C(s)d$$

Dále upravíme:

$$Q(s)A(s)y = s^2 B(s)P(s)y + Q(s)C(s)d$$

$$(Q(s)A(s) - s^2 B(s)P(s))y = Q(s)C(s)d$$

$$y = \frac{Q(s)C(s)}{Q(s)A(s) - s^2 B(s)P(s)} d \qquad /5.2.6/$$

Porovnáním /5.2.6/ a /5.1.32/ zjistíme, že

$$Q(s)C(s) = G(s) , \qquad /5.2.7/$$

odsud

$$C(s) = \frac{G(s)}{Q(s)} . \qquad /5.2.8/$$

Porovnáním jmenovatelů obou přenosů :

$$Q(s)A(s) - s^2 B(s)P(s) = H(s) \qquad 5.2.9/$$

Rovnice /5.2.9/ je polynomiální diofantická rovnice. Naším úkolem je nalézt koeficienty polynomů $A(s), B(s)$,jestliže známe polynomy $P(s), Q(s), H(s)$.

Rovnici budeme řešit porovnáním koeficientů u jednotlivých mocnin neurčité (s). Podle /5.2.3/ má rovnice jediné řešení pouze za těchto podmínek:

$$\partial A(s) < \partial s^2 P(s)$$

$$\partial H(s) < \partial Q(s) + \partial s^2 P(s)$$

$$\partial B(s) < \partial Q(s)$$

Porovnáním koeficientů u jednotlivých mocnin získáme soustavu lineárních rovnic, přičemž počet neznámých je shodný s počtem rovnic. Soustavu těchto rovnic řešíme inverzí matice. Řešení lineárních rovnic vyjadřuje vzorec

$$\underline{x} = A^{-1}\,\underline{b} \qquad /5.2.10/$$

Matice $\boldsymbol{A}$ má tuto strukturu:

$$\begin{array}{c}
\left[\begin{array}{cccc|cccc}
q_0 & 0 & 0 & \cdot & 0 & 0 & \cdot & 0 \\
q_1 & q_0 & 0 & \cdot & 0 & 0 & \cdot & \cdot \\
q_2 & q_1 & q_0 & \cdot & -p_0 & 0 & \cdot & \cdot \\
q_3 & q_2 & q_1 & \cdot & -p_1 & -p_0 & \cdot & \cdot \\
\cdot & q_3 & q_2 & \cdot & -p_2 & -p_1 & -p_0 & \cdot \\
\cdot & \cdot & q_3 & \cdot & -p_3 & -p_2 & -p_1 & \cdot \\
\cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & -p_2 & \cdot \\
0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot
\end{array}\right]
\end{array}
\begin{array}{l}
\left.\begin{array}{l}\\ \\\end{array}\right\}\text{stupeň zpoždění } j
\end{array}$$

počet hledaných koef. polynomu $A(s)$ — počet hledaných koeficientů polynomu $B(s)$

Vektor $\underline{b}$ je tvořen z koeficientů polynomu $H(s)$, což jsou vlastně koeficienty jmenovatele přenosu podle /5.1.31/. Pro přehlednost je označíme jako koeficienty $h_0, h_1, \ldots, h_{NJ-1}$.

Řešením soustavy získáme vektor $\underline{x}$, který je tvořen hledanými koeficienty polynomů $A(s)$ a $B(s)$.

$$\underline{b} = \begin{bmatrix} h_0 \\ h_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ h_{NJ-1} \end{bmatrix}$$

Vektor pravých stran $\underline{b}$ musí mít stejný rozměr, jako je počet neznámých koeficientů. Pokud je koeficientů polynomu $H(s)$ méně, doplníme vektor na správný rozměr nulami.

Vyřešením rovnic /5.2.10/ a /5.2.8/ byly určeny koeficienty polynomů $A(s)$, $B(s)$, $C(s)$. Stanovením těchto polynomů byla soustava identifikována. Byly určeny přenosy

$\frac{B(s)}{A(s)}$ vlastní soustavy

$\frac{C(s)}{A(s)}$ tvarovacího filtru.

Důležitým předpokladem pro identifikaci systému je jeho stabilita.

6. POPIS PROGRAMU

Program pro identifikaci systému s barevným šumem s regulátorem ve zpětné vazbě byl vypracován v programovacím jazyce FORTRAN IV a odladěn na počítači EC 1033.

FORTRAN IV je obecný programovací jazyk, tj. jazyk strojově nezávislý. Jeho překlad probíhá pomaleji, než u jazyků strojově závislých, ale předností je jeho jednoduchost a universálnost. S výhodou se používá především při programování vědeckotechnických a ekonomicko - matematických úloh.

Počítač EC 1033 instalovaný ve výpočetním středisku Vysoké školy strojní a textilní v Liberci je střední počítač třiapůlté generace. Jeho rychlost je 100 - 200 tisíc operací za sekundu, kapacita paměti 512 KB.

Hlavní program se skládá z těchto částí:

1. vytvoření matematického modelu uvažované soustavy
2. výpočet korelačního vektoru a vytvoření korelačních matic
3. iterační výpočet vektoru
4. řešení přeurčeného systému metodou nejmenších čtverců a určení koeficientů přenosu
5. řešení diofantické rovnice
6. dělení polynomů

Čtení dat probíhá jednak na začátku programu, čtení počátečních o vektoru iterace a koeficientů polynomů charakterizujících regulátor během výpočtu.

Výsledky se tisknou průběžně při výpočtu.

Postup výpočtu je dále znázorněn dále ve hrubém vývojovém schematu.

Program obsahuje dvě procedury:

1. podprogram generátoru náhodných čísel

FUNCTION URND /IY/

Pomocí tohoto podprogramu modelujeme šum vstupující do tvarovacího filtru. Generátor generuje náhodná čísla s rovnoměrným rozdělením v intervalu $\langle 0,1\rangle$. Protože pro namodelování bílého šumu potřebujeme získat posloupnost náhodných čísel s normálním rozdělením pravděpodobnosti s nulovou střední hodnotou a rozptylem rovným jedné, po návratu do hlavního programu provedeme výpočet

$$BX = \sqrt{12} * (URND - 0{,}5)$$

kterým požadavky na vlastnosti náhodné posloupnosti zajistíme.

URND ... náhodné číslo získané z generátoru

BX ... náhodné číslo použité pro modelování bílého šumu

Za formální parametr IY této procedury volíme libovolné celé číslo, v našem případě formátu I3.

2. podprogram pro převod matice na vektor a vektoru na matici

SUBROUTINE PREV /A,B,N,L,M,K/

Tento podprogram používáme při výpočtu inverzní matice, neboť při použití standardního podprogramu MINV pro výpočet inverzní matice je nutné zadat matici ve tvaru vektoru. Pro další výpočet provedeme převod na maticový zápis.

Popis formálních parametrů:

A ... název matice

B ... název vektoru

N ... rozměr původní matice /je čtvercová/

L ... rozměr pole, na kterém je uložena matice

M ... rozměr pole, na které se ukládají prvky matice do vektoru

K ... a/ K=0 , převod matice na vektor

b/ K=1 , převod vektoru zpět na matici

Popis vstupních údajů:

Program čte data buď z děrných štítků při dávkovém zpracování nebo přímo z obrazovky při práci s terminálem. Jako data vstupují do programu následující údaje:

NC ... počet koeficientů polynomu čitatele přenosu namodelovaného regulačního obvodu

NJ ... počet koeficientů polynomu jmenovatele přenosu

NP ... rozměr vektoru

K ... počet korelačních matic

EPS... přesnost požadovaná u iteračního výpočtu

IY ... vstupní hodnota pro generátor náhodných čísel

G1/I/. koeficienty čitatele přenosu modelu soustavy

H1/I/. koeficienty jmenovatele přenosu modelu soustavy

Q/I/.. počáteční vektor pro iterační výpočet

PQ ... rozměr vektoru koeficientů čitatele přenosu regulátoru

PP ... rozměr vektoru koeficientů jmenovatele přenosu regul.

PA ... rozměr vektoru koeficientů jmenovatele přenosu soustavy

PB ... rozměr vektoru koeficientů čitatele přenosu soustavy

SJ ... zpoždění

Q1/I/ .vektor koeficientů jmenovatele přenosu regulátoru

P1/I/..vektor koeficientů čitatele přenosu regulátoru

PC ... rozměr vektoru koeficientů čitatele přenosu tvarovacího filtru

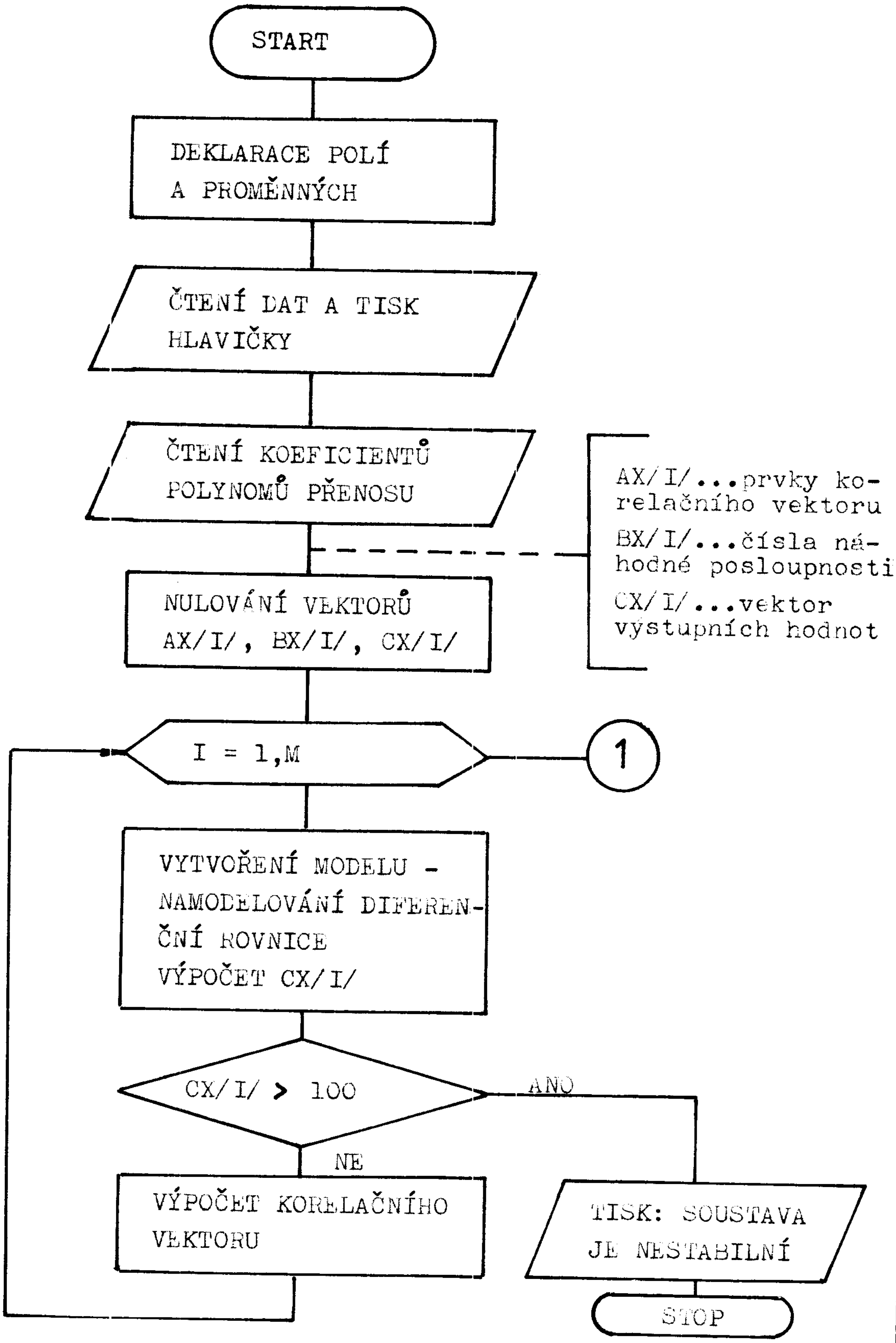
Koeficienty polynomů se čtou od nejnižších mocnin neurčité s.

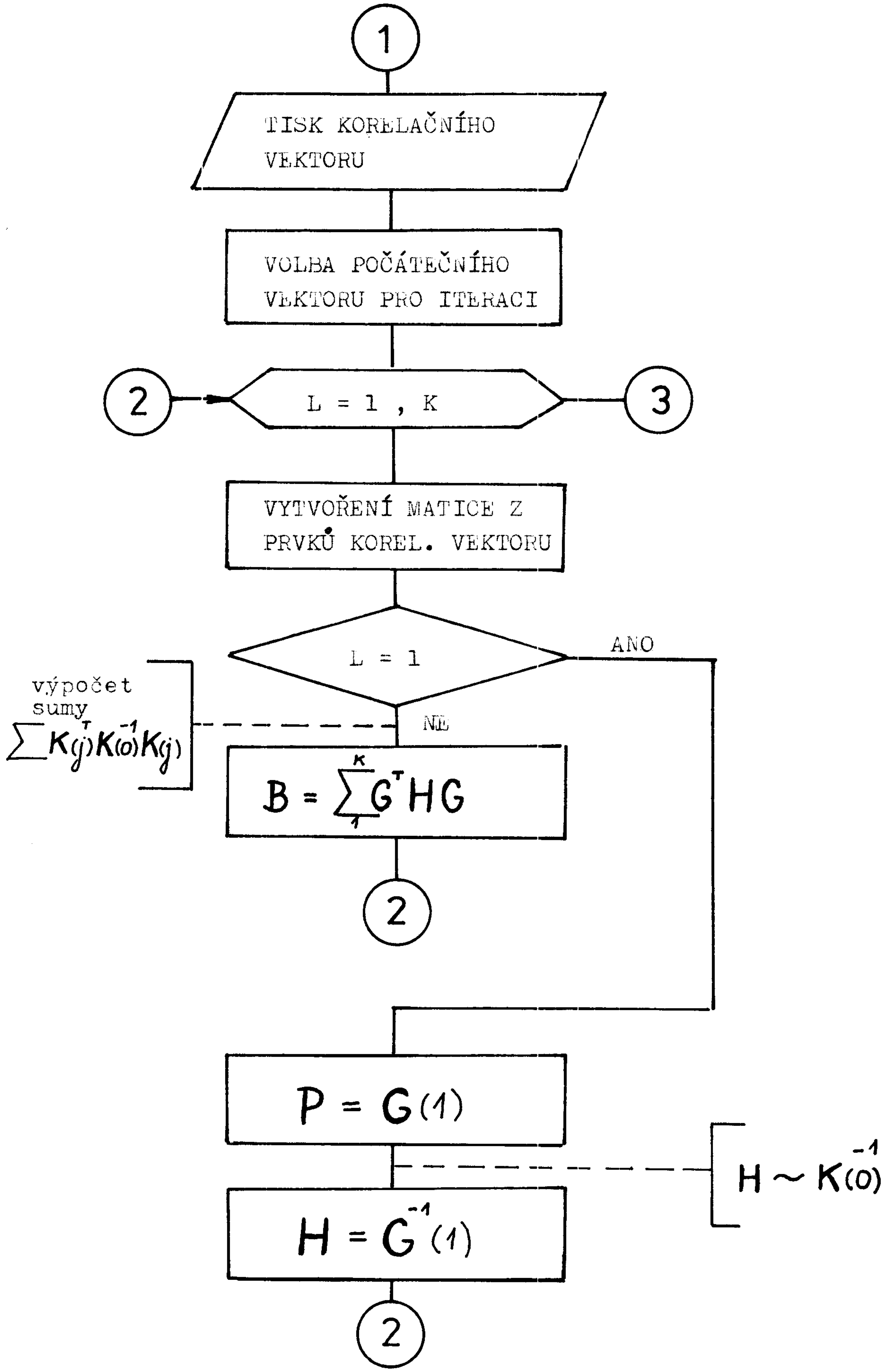
Popis výstupních údajů:

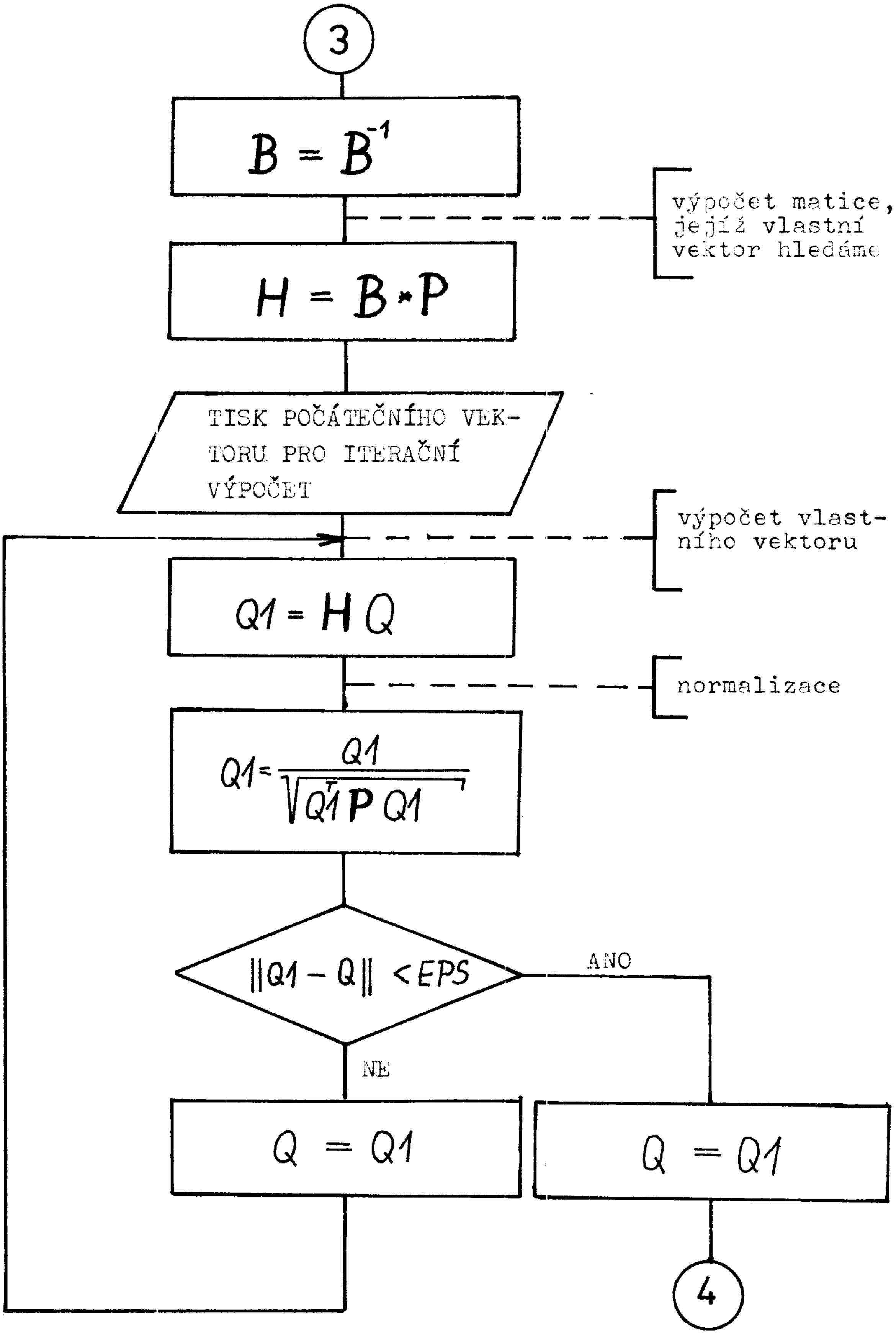
Tisk výsledných údajů se provádí během výpočtu programu. Jsou tištěny tyto hodnoty:

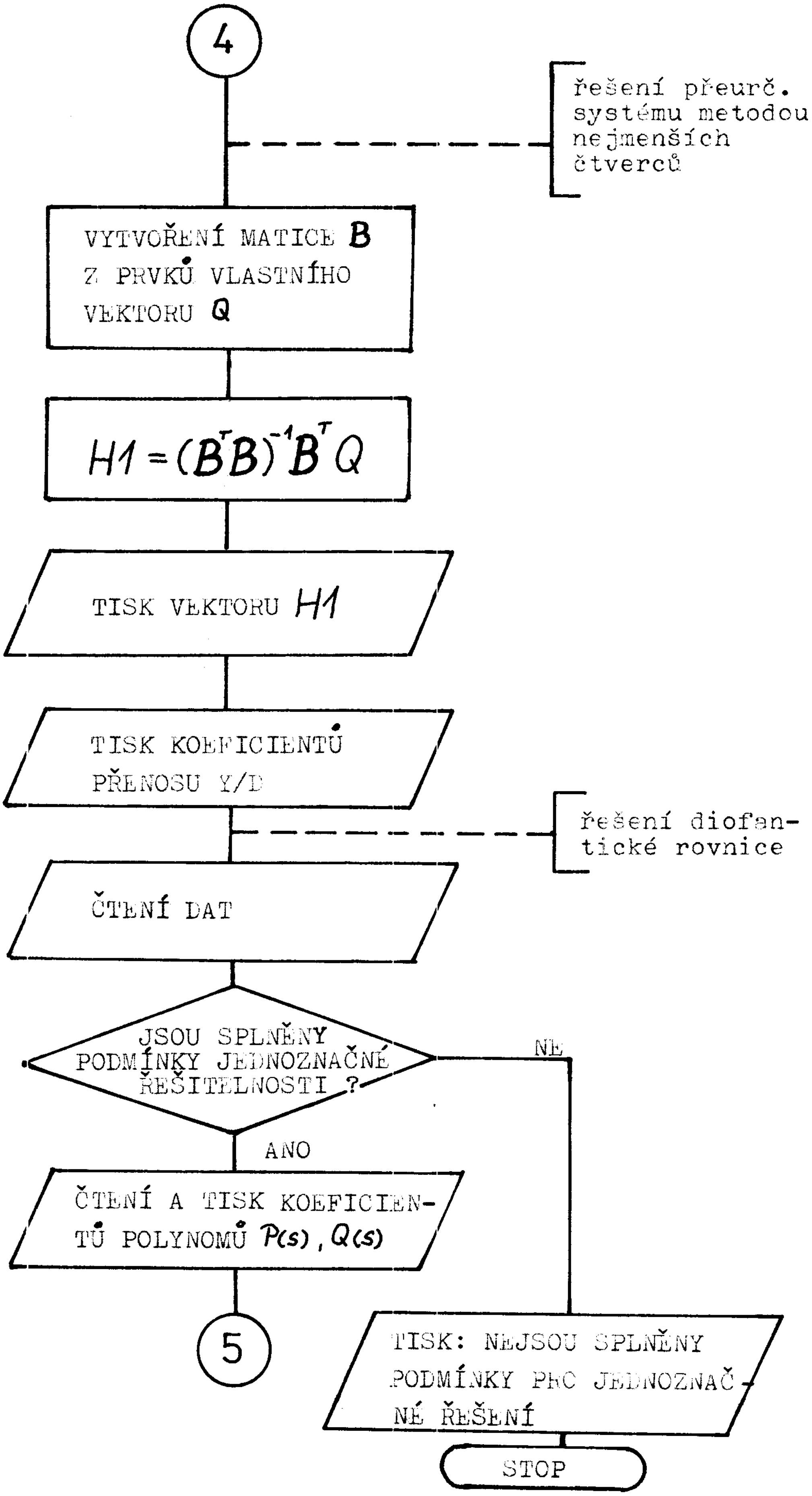
1. zadané hodnoty NC, NJ, NP, K, M, EPS
2. v případě, že model soustavy je nestabilní, vytiskne se text "soustava je nestabilní" a výpočet se ukončí
3. hodnoty AK/I/, které představují složky korelačního vektoru
4. hodnoty vlastního vektoru q, který je v programu označen jako vektor Q/I/. Tisk probíhá průběžně při iteračním výpočtu, takže je možné sledovat, jak vektor konverguje.
5. výsledný vektor získaný řešením přeurčeného systému metodou nejmenších čtverců, v programu je pro úsporu paměti označen jako H1/I/.
6. koeficienty přenosu namodelovaného regulačního obvodu
7. výsledky řešení diofantické rovnice. Pokud nejsou splněny podmínky řešitelnosti, vytiskne se text "nejsou splněny podmínky pro řešení" a výpočet se ukončí.
   Kromě výsledných koeficientů hledaných polynomů $A(s)$, $B(s)$ se tisknou též zadané koeficienty polynomů $P(s)$, $Q(s)$ charakterizující regulátor, zpoždění SJ a polynom $H(s)$.
8. koeficienty polynomu $C(s)$.
9. shrnutí konečných výsledků, tzn. koeficienty přenosu soustavy $\frac{B(s)}{A(s)}$ a koeficienty přenosu tvarovacího filtru $\frac{C(s)}{A(s)}$.

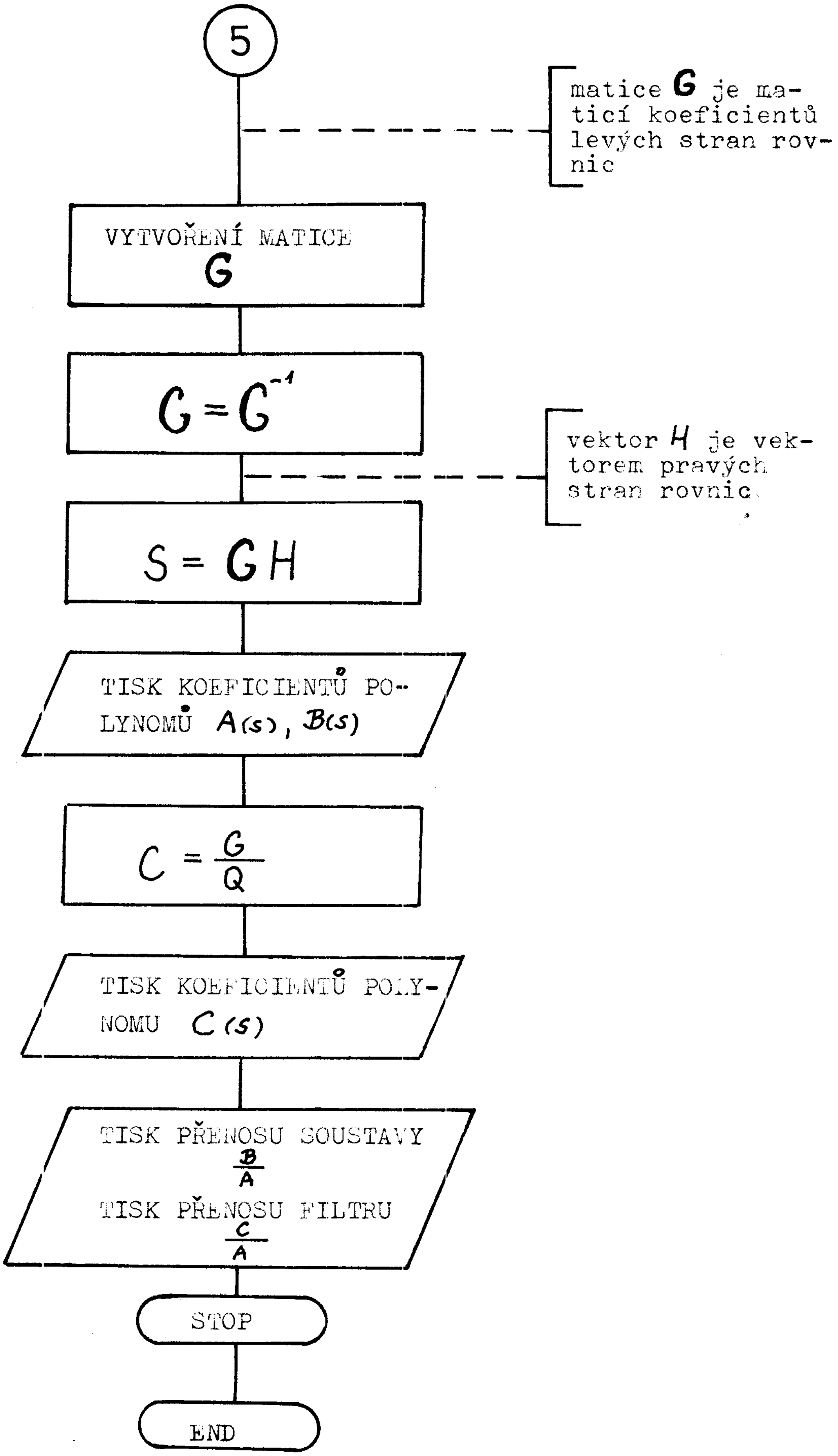
HRUBÉ VÝVOJOVÉ SCHEMA PROGRAMU




1
TISK KORELAČNÍHO VEKTORU
VOLBA POČÁTEČNÍHO VEKTORU PRO ITERACI
2
L = 1 , K
3
VYTVOŘENÍ MATICE Z PRVKŮ KOREL. VEKTORU
L = 1
ANO
NE
výpočet sumy
$\sum K^T(j) K^{-1}(0) K(j)$
$B = \sum_1^K G^T H G$
2
$P = G(1)$
$H \sim K^{-1}(0)$
$H = G^{-1}(1)$
2


3
B = B^-1
výpočet matice, jejíž vlastní vektor hledáme
H = B * P
TISK POČÁTEČNÍHO VEKTORU PRO ITERAČNÍ VÝPOČET
výpočet vlastního vektoru
Q1 = H Q
normalizace
Q1 = Q1 / √(Q1^T P Q1)
||Q1 − Q|| < EPS
ANO
NE
Q = Q1
Q = Q1
4


4
řešení přeurč. systému metodou nejmenších čtverců
VYTVOŘENÍ MATICE **B** Z PRVKŮ VLASTNÍHO VEKTORU **Q**
$H1 = (B^T B)^{-1} B^T Q$
TISK VEKTORU $H1$
TISK KOEFICIENTŮ PŘENOSU Y/D
řešení diofantické rovnice
ČTENÍ DAT
JSOU SPLNĚNY PODMÍNKY JEDNOZNAČNÉ ŘEŠITELNOSTI ?
NE
ANO
ČTENÍ A TISK KOEFICIENTŮ POLYNOMŮ $P(s)$, $Q(s)$
5
TISK: NEJSOU SPLNĚNY PODMÍNKY PRO JEDNOZNAČNÉ ŘEŠENÍ
STOP


5
matice G je maticí koeficientů levých stran rovnic
VYTVOŘENÍ MATICE G
$G = G^{-1}$
vektor H je vektorem pravých stran rovnic
$S = GH$
TISK KOEFICIENTŮ POLYNOMŮ $A(s)$, $B(s)$
$C = \frac{G}{Q}$
TISK KOEFICIENTŮ POLYNOMU $C(s)$
TISK PŘENOSU SOUSTAVY $\frac{B}{A}$
TISK PŘENOSU FILTRU $\frac{C}{A}$
STOP
END

7. OVĚŘOVACÍ PŘÍKLADY

7.1. PŘÍKLAD Č. 1 - SOUSTAVA 1. ŘÁDU

Byl zvolen model soustavy 1. řádu s přenosem

$$\frac{B(s)}{A(s)} = \frac{0.3 + 0.16\,s}{1 - 0.3\,s} \quad ,$$

regulátor s přenosem

$$\frac{P(s)}{Q(s)} = \frac{0.5}{1 - 0.5\,s + 0.4\,s^2} \quad ,$$

polynom $C(s)$ ve tvaru

$$C(s) = 1 + 0.4\,s \quad ,$$

stupeň zpoždění

$$j = 2 \quad .$$

Tomuto modelu odpovídá přenos $F_{zd}(s)$ regulačního obvodu, jehož koeficienty zadáváme do programu ve formě dat, z nichž se modeluje diferenční rovnice.

$$F_{zd}(s) = \frac{1 - 0.1\,s + 0.2\,s^2 + 0.16\,s^3}{1 - 0.8\,s + 0.4\,s^2 - 0.2\,s^3}$$

Pro identifikaci zadáváme dále tyto hodnoty:

počet matic $K(y)$: 10

rozměr vektoru y : 10

přesnost EPS: 10^{-7}

Bylo provedeno několik výpočtů, při nichž se měnily hodnoty parametru IY a počet kroků, ve kterých identifikace probíhá. Koeficienty identifikovaných polynomů přenosu jsou shrnuty v tabulce č. 1.

7.2. PŘÍKLAD Č. 2 - SOUSTAVA 2. ŘÁDU

Byl zvolen model soustavy 2. řádu s přenosem

$$\frac{B(s)}{A(s)} = \frac{1 + 0.5s}{1 - 0.6s + 0.6s^2}$$

regulátor s přenosem

$$\frac{P(s)}{Q(s)} = \frac{1 - 0.4s}{1 + 0.3s^2}$$

polynom $C(s)$ ve tvaru

$$C(s) = 1 - 0.4s$$

stupeň zpoždění

$$j = 2$$

Tomuto modelu odpovídá přenos regulačního obvodu

$$F_{zd}(s) = \frac{1 + 0.4s - 0.3s^2 - 0.12s^3}{1 - 0.6s - 0.1s^2 - 0.28s^3 + 0.38s^4}$$

Dále jsou zadané hodnoty:

počet matic $\mathbf{K}(j)$: 10

rozměr vektoru g : 10

přesnost EPS : 10^{-7}

V dalším výpočtu bylo postupováno obdobně, jako u příkladu č. 1, tzn. byly voleny různé počty vzorků a zároveň se měnila hodnota vstupního parametru IY pro generátor náhodných čísel.

Výsledky identifikace jsou obsaženy v tabulce č. 2.

VÝSLEDKY IDENTIFIKACE - PŘÍKLAD Č. 1

TABULKA Č. 1

	a_0	a_1	b_0	b_1	c_0	c_1
KOEFICIENTY MODELU	1.	-0.3	0.3	0.16	1.	0.4
IY	1000 VZORKŮ					
20	0.985	-0.209	0.288	0.243	1.000	0.474
17	1.017	-0.348	0.425	0.068	1.000	0.373
15	1.007	-0.252	0.389	0.063	1.000	0.404
11	1.000	-0.291	0.599	0.023	1.000	0.369
IY	5000 VZORKŮ					
20	0.996	-0.260	0.436	0.154	1.000	0.455
17	1.001	-0.330	0.364	0.055	1.000	0.364
15	1.000	-0.371	0.410	0.008	1.000	0.328
11	1.003	-0.470	0.306	0.041	1.000	0.229

VÝSLEDKY IDENTIFIKACE - PŘÍKLAD Č. 2

TABULKA Č. 2

	a_0	a_1	a_2	b_0	b_1	c_0	c_1
MODEL	1	-0.6	0.6	1	0.5	1	-0.4
IY	1000 VZORKŮ						
20	0.984	-0.562	0.628	1.067	0.512	1.0	-0.407
17	1.018	-0.646	0.696	1.156	0.556	1.0	-0.423
15	1.008	-0.518	0.608	1.076	0.501	1.0	-0.359
11	1.001	-0.447	0.463	0.986	0.455	1.0	-0.292
IY	5000 VZORKŮ						
20	0.996	-0.622	0.664	1.099	0.533	1.0	-0.409
17	1.001	-0.609	0.662	1.093	0.523	1.0	-0.417
15	1.000	-0.547	0.600	1.093	0.512	1.0	-0.347
11	1.004	-0.577	0.576	1.008	0.474	1.0	-0.380
IY	10 000 VZORKŮ						
20	1.003	-0.610	0.620	1.027	0.504	1.0	-0.396
IY	500 VZORKŮ						
20	0.989	-0.682	0.744	1.089	0.565	1.0	-0.455

ZHODNOCENÍ VÝSLEDKŮ

Praktická část práce potvrdila správnost teoretického odvození identifikace systému s barevným šumem s regulátorem ve zpětné vazbě.

Program, který byl sestaven, byl použit při identifikaci soustav prvního a druhého řádu. Z uvedených výsledků je zřejmé, že velký vliv na přesnost identifikace mají charakteristiky náhodné posloupnosti, protože pro různé hodnoty vstupního parametru IY do generátoru náhodných čísel jsme získali mnohdy velmi odlišné výsledky. Ve větší míře se to projevilo v prvním příkladu. Důsledkem toho, že šum vstupující do soustavy nemá charakter ideálně bílého šumu, parametry nedosahují svých skutečných hodnot.

Na druhé straně tabulka č. 2 velmi názorně ukazuje, jak se při stejných hodnotách šumu při zvyšování počtu vzorků hodnoty identifikovaných koeficientů blíží skutečným hodnotám. Tato skutečnost je demonstrována pro případ, že IY je rovno 20, kdy je závislost mezi počtem měření a přesností identifikovaného koeficientu velmi výrazná.

8. ZÁVĚR

V této práci byl podán teoretický rozbor identifikace systému s barevným šumem s regulátorem ve zpětné vazbě.

Pro zvládnutí tohoto úkolu bylo nutné zvládnout základy teorie náhodných procesů. Součástí práce bylo sestavení programu pro identifikaci, jeho odladění a odzkoušení. Tohoto programu je možné využít při identifikaci soustav. Experimentálně bylo zjištěno, že při identifikaci soustav vyššího řádu než třetího dochází k numerickým chybám při výpočtu, což vede k nesprávnému výsledku nebo k jeho zkreslení.

Bylo by vhodné se tímto problémem dále zabývat.

SEZNAM PŘÍLOH

1. Program
2. Výsledky příkladu č.1, M = 1000, IY = 20
3. Výsledky příkladu č.1, M = 1000, IY = 17
4. Výsledky příkladu č.1, M = 1000, IY = 15
5. Výsledky příkladu č.1, M = 1000, IY = 11
6. Výsledky příkladu č.1, M = 5000, IY = 20
7. Výsledky příkladu č.1, M = 5000, IY = 17
8. Výsledky příkladu č.1, M = 5000, IY = 15
9. Výsledky příkladu č.1, M = 5000, IY = 11
10. Výsledky příkladu č.2, M = 1000, IY = 20
11. Výsledky příkladu č.2, M = 1000, IY = 17
12. Výsledky příkladu č.2, M = 1000, IY = 15
13. Výsledky příkladu č.2, M = 1000, IY = 11
14. Výsledky příkladu č.2, M = 5000, IY = 20
15. Výsledky příkladu č.2, M = 5000, IY = 17
16. Výsledky příkladu č.2, M = 5000, IY = 15
17. Výsledky příkladu č.2, M = 5000, IY = 11
18. Výsledky příkladu č.2, M = 10000, IY = 20
19. Výsledky příkladu č.2, M = 500, IY = 20

SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY

1. Kadeřábek, J., Kracík, V.: Úvod do teorie pravděpodobnosti, matematické statistiky a příbuzných oblastí. Skripta VŠST 1970.
2. Hanuš, B. a kol.: teorie automatického řízení I. Skripta VŠST 1982.
3. Beneš, J.: Statistická dynamika regulačních obvodů. SNTL, Praha 1961.
4. Olehla, M., Věchet, Vl., Olehla, J.: Řešení úloh matematické statistiky ve FORTRANU. NADAS, Praha 1982.
5. Kučera, Vl.: Algebraická teorie diskrétního lineárního řízení. Academia, Praha 1978.
6. Strejc, Vl. a kol.: Syntéza regulačních obvodů s číslicovým počítačem. Nakladatelství ČSAV, Praha 1965.
7. Hanuš, B., Balda, M.: Základy technické kybernetiky I. Skripta VŠST 1981.