

STÁTNÍ VÝZKUMNÝ ÚSTAV TEXTILNÍ

Liberec

Ing. Bohuslav Neckář, CSc.

TVORBA A STRUKTURA

PŘÍZE

Doktorská disertační práce

UNIVERZITNÍ KNIHOVNA
TECHNICKÉ UNIVERZITY V LIBERCI



3146088186

Vědní obor: 23-09-09
textilní technika

Liberec 1987

0249 T

O B S A H

	strana
Úvod	4
ČÁST A: Stručná charakteristika vývoje a současného stavu poznání tvorby a struktury přízí	6
ČÁST B: Cíl disertace	9
ČÁST C: Zvolené přístupy a metody zpracování	11
ČÁST D: Řešení vybraných problémů tvorby a struktury příze, nalezené výsledky a nové poznatky	13
1 Základní vztahy související s přízí	14
1.1 K několika všeobecným pojmům	14
1.2 Vláknenné soustavy	14
1.2.1 Vláknna	14
1.2.2 Vláknenné útvary	17
1.2.3 Vláknna a vláknenné útvary v přírodě a společnosti	27
1.3 Příze	27
1.3.1 Charakter a rozdělení přízí	27
1.3.2 Základní veličiny popisující přízi	29
1.3.3 Vztah mezi jemností, zákrutem a průměrem příze	32
1.3.4 Seskání a počet vláken v příčném řezu	43
2 Tvorba příze	45
2.1 Nástin principů tvorby zakroucené příze a postupů jejího studia	45
2.2 Modely zakrucování kontinua	48
2.2.1 Stavba válcového modelu	48
2.2.2 Deformační zákonitost vláknenného materiálu	57
2.2.3 Numerické výpočty, experimentální výsledky a diskuse válcového modelu	61
2.2.4 Stavba modelu svinované stužky	64
2.2.5 Numerické výpočty, experimentální výsledky a diskuse modelu svinované stužky	71
2.3 Diskontinuální modelové představy	72
2.3.1 Modely souosých šroubovic	72
2.3.2 Migrace vláken - vymezení základních pojmů	84
2.3.3 Vnesená migrace	91
2.3.4 Migrační důsledky vyrovnávání délek	98
2.3.5 Tvorba příze a zdroje migrace v zákrutovém trojúhelníku	114

3	Geometrická struktura příze	121
3.1	Vznik a hodnocení struktury příze	121
3.2	Geometrická struktura vnějších vrstev příze	122
3.2.1	Oblasti příze	122
3.2.2	Oblast husté chlupatosti, poloměr a průměr příze	123
3.2.3	Průběhy vláken, hranice a oblast řídké chlupatosti	131
3.2.4	Vlákna na povrchu příze	135
3.3	Geometrická struktura v příčných řezech	135
3.3.1	Idealisované příčné řezy	135
3.3.2	Experimentální metody pořizování příčných řezů	138
3.3.3	Vyhodnocování příčných řezů, metoda SECANT	140
3.3.4	Praktické použití, výsledky a diskuse	143
3.4	Prostorové uspořádání vláken	148
3.4.1	Možnosti idealisovaných modelů	148
3.4.2	Experimentální metody zjišťování prostorových křivek vláken	148
3.4.3	Metody vyhodnocování a jejich výsledky	151
3.4.4	Analýza struktur metodou VSOP	160
3.4.5	Výsledky metody VSOP	167
ČÁST E:	Závěry pro realizaci ve společenské praxi a pro další rozvoj vědy	171
1	Závěry pro realizaci ve společenské praxi	172
2	Závěry pro další rozvoj vědeckého poznání	174
Seznam literatury		

Ú V O D

Obvykle se soudí, že mezi základní lidské potřeby patří oblečení a bydlení. Jejich zajišťování bylo důležitou součástí všech dosud známých forem lidské civilizace a bude významné i v budoucnosti.

Výroba textilií, spočívající již mnoho tisíciletí ve zpracování vláken a vláknenných útvarů, naplňuje v rozhodující míře potřeby odívání a významnou měrou i potřeby bydlení. Patří tedy mezi základní činnosti, pro existenci lidstva nezbytné a nenahraditelné. Současný svět zpracovává ^{x)} ročně kolem $37 \cdot 10^9$ kg vláken, na každého obyvatele naší planety jich připadá více než 7,5 kg. Kolem roku 2 000 se očekává překročení hranice 8 kg na osobu, ale spotřeba přírodních vláken klesne z dnešních 3 kg na 2,5 kg. Tento rozdíl a nárůst celkového množství má být kryt zvýšenou spotřebou chemických vláken, jejichž produkci lze zajistit bez principiálních problémů. (Na výrobu vláken se dosud spotřebovává jen asi 1,5 % produkce ropy a k dispozici je i celulósa.)

Z geografického hlediska se projevuje přesun podílu textilní a oděvní výroby z tradičních zemí do rozvojových oblastí. Hospodářsky vyspělé země si však textilní a oděvní průmysl i nadále udržují. Jejich obyvatelé sice vynakládají na textilie menší poměrnou část svých příjmů, ale spotřeba textilií se nesnižuje.

Téměř 90 % světové produkce vláken se zpracovává prostřednictvím přízí a hedvábí. Asi 2/3 objemu přízí se spřádají v bavlnářských přádelnách, v r. 1985 pracovalo na světě $150 \cdot 10^6$ vřeten na spřádání krátkého staplu, $15 \cdot 10^6$ vřeten pro dlouhý stapl a $6,5 \cdot 10^6$ rotorových spřádacích míst. (V zemích RVHP bylo $4,6 \cdot 10^6$ rotorových jednotek, tj. 17 % přádních míst. Ostatní země užívaly tyto jednotky jenom v podílu 1,3 %.)

Československo zpracovává kolem 23 kg vláken na obyvatele za rok a přibližně stejný objem má být u nás zpracováván i na počátku 21. století. Toto množství je 3x větší než světový průměr a dokumentuje m.j. exportní orientaci čsl. textilního průmyslu. Převážnou většinu textilií tvoříme z přízí či hedvábí. Nejpodstatnější jsou i u nás příze bavlnářského typu, které se podílejí téměř polovinou na celkové spotřebě vláken. Příze tedy ovlivňují a budou i nadále ovlivňovat podstatnou část produkce čsl. textilní výroby.

Současné snahy o intenzivnější hospodaření a využití nových forem dalšího rozvoje ekonomiky naší země se týkají mnoha stránek výrobního procesu. V textilním průmyslu by měly být spojovány především s úsilím o dokonalější využívání vláknenných surovin a dosahování zvýšené kvality výrobků v relaci k jejich výrobní náročnosti. Dříve typické snahy o neustálé zvyšování výrobních objemů dnes již ustupují záměrům efektivního získávání vysoké kvality výroby. Z tohoto hlediska se v novém světě jeví i problematika přízí. Vzniká řada otázek, např. v jakých poměrech je "rozumné" vyrábět příze rotorové a prstencové, jak a do jakých přízí zpracovávat různé suroviny z pohledu nejvhodnějšího využití vlastností vláken, v jakém směru příze vůbec dále zdokonalit, jak správněji posuzovat jakost příze atd. Většina podobných problémů má komplexní charakter. Řešení obvykle vyžaduje použití i mnoha poznatků, které plynou ze zákonitostí tvorby, struktury a vlastností přízí.

x) Uváděné statistické a prognostické údaje jsou převzaty z materiálů ved. pracoviště VTR v SVÚT Liberec.

Je však otázkou, do jaké míry máme potřebné vědecké poznatky k dispozici. Exaktní měřítko asi neexistuje a nelze se oprostit od subjektivních vlivů individuální zkušenosti, ale přesto se domnívám, že se současným stavem našich znalostí nemůžeme být příliš spokojeni. Zákonitosti technických i přírodních věd bývají formulovány matematicky a jejich výzkum souvisí s užíváním specifických experimentálních metod. Proto kriteriem výzrálosti a praktického využívání dané vědní oblasti může být rozsah a náročnost v praxi prováděných "konstrukčních" (projekčních, optimalizačních) výpočtů a speciálních měření. Dnešní výroba příze, na rozdíl od typických oblastí ve strojírenství, stavebnictví, elektrotechnice aj., používá jen několik jednoduchých matematických výrazů a s výjimkou sledování nestejnoměrnosti provádí pouze jednoduchá měření; pracuje se zejména s velkým podílem primárních empirických znalostí. Ve vědeckých a výzkumných pracích se pak často užívá jen takových metod (vyhodnocování plánovaných experimentů polynomičnou regresí, korelační, shlukové, faktorové analýza apod.), které popíší chování textilie bez znalosti konkrétních příčin (tedy "jak", ale ne "proč").

Tvrdíme, že věda a její vliv na technický pokrok je hnací silou současné kultury a civilizace. Poznatky výzkumu a formulace teorie by pak ovšem měly mít i v případě textilních vlákenných soustav, včetně příze, potřebný předstih před požadavky výroby. Zřejmě již nebude možné hledat exaktní zákonitosti teprve poté, až postup ve stylu empirického variování minulých vzorů víceméně selže. Obecně se soudí, že využívání vědeckých poznatků v praktické činnosti je cesta hospodářsky efektivní. Ovšem vedle nezbytných ekonomických a společenských podmínek, vedle nutné obratnosti, se kterou je třeba nové poznatky využívat, je především nutné mít co aplikovat.

Dílič poznatky základního výzkumu přízí a dalších textilních útvarů mohou zpočátku působit jako prakticky málo užitečné kuriozity. (Snad proto je současnými předpisy plánování a hodnocení výzkumných úkolů základní výzkum spíše jen trpěn.) Teprve později shromážděním, zobecněním a logickým zkloubením díličů poznatků může vzniknout ucelenější teorie, schopná dalšího vývoje a využitelná k řešení praktických problémů. V jakémsi "stavu zrodu" je v současnosti i teorie příze. Hlavně v posledních desetiletích bylo vykonáno mnoho objevné práce na řadě pracovišť v Československu i v zahraničí, ale znalosti díličů zákonitostí tvorby, struktury a vlastností zatím ještě nevyústily v jednotnou a ucelenou teorii. Tím vytrvalejší je však třeba pokračovat i v soustavném základním výzkumu přízí a chránit jej před krátkozrakými konjunkturálními, administrativně-ekonomickými zásahy.

Shodou řady okolností, mezi něž patřilo i prozíravé pochopení pro základní výzkum v SVÚT Liberec, jsem se spolupracovníky v tomto ústavu prováděl po dvě desetiletí výzkum zákonitostí hlavních typů textilních vlákenných útvarů - přízí, tkanin, pletenin i netkaných textilií. Osobně jsem se zabýval hlavně tvorbou, strukturou a vlastnostmi přízí. Původní výsledky jsem shrnul v knižní monografii a vybrané části jsou náplní této disertace. Je mou milou povinností poděkovat všem, kteří mi byli nápomocni při vlastní výzkumné práci i těm, kteří svými radami a připomínkami přispěli ke konečnému zpracování textu. Předkládaná disertace je jen jednou z řady prací, které bylo a ještě bude nutné vykonat pro příští jednotnou a ucelenou teorii příze. Je přáním autora, aby se tato práce stala užitečným krokem na cestě za hlubším poznáním textilních vlákenných soustav.

Část A

STRUČNÁ CHARAKTERISTIKA VÝVOJE
A SOUČASNÉHO STAVU POZNÁNÍ
TVORBY A STRUKTURY PŘÍZI

Princip spřádání vláken a použití příze patří mezi nejvýznamnější objevy neolitu. V nejstarších dobách se příze spřádala ručním vřetenem. Ve středověku se počaly používat spřádací kola a později kolovraty. K výrazné změně prostředků pro výrobu příze došlo přibližně od poloviny 18. do poloviny 19. století, kdy byla vynalezena a patentována většina přádelnických strojů a výroba příze se stala průmyslovou.

Ručně vytvářená příze byla v jistém smyslu neopakovatelným originálem. Strojní výroba však omeřila přímý vliv lidského subjektu, stala se reprodukovatelnější. V této fázi vývoje se mohla stát příze předmětem hlubších vědeckých úvah.

V první polovině 19. století se objevují první exaktnější pojatá práce o přízi. Dodnes používané jsou myšlenky A. Koechlina (1829), týkající se zákrutového koeficientu. V téže době vznikalo i přesnější chápání odborných pojmů a byly položeny základy zkušebnictví příze.

Byly to patrně textilní stroje, které vnesly přádelnickou technologii do odborných středních a vysokých škol. Zde se stala předmětem studia některých specialistů, vzdělaných zejména v matematice a mechanice. Na přelomu století publikovali své práce F. Müller, S. Marschik, A.N. Vasiljev, C.M. Gegauff a jiní. Jejich studie se svým charakterem již značně přibližují soudobým pracem a mnohé myšlenky jsou dodnes aktuální.

V první polovině 20. století se publikace o zákonitostech příze objevují častěji. Lze je nalézt v literatuře německé, anglické i ruské. Jen namátkou lze připomenout jména O. Johansen, E. Braschler, E.R. Schwarz, F.T. Peirce, W.L. Balls, I.G. Obuch, V.T. Kosticin, V.A. Vorošilov a mnohé další. V této době se objevují též první komplexnější pojatá pojednání (Braschler), vesměs založená na myšlenkách šroubovicového modelu příze.

K prudkému rozvoji poznatků o tvorbě, struktuře a vlastnostech příze došlo ke konci 40. let a v letech 50. Autoři, jako např. V.K. Pejsachov, V.K. Pavlov, N.M. Bělicin, V.I. Budnikov, W.E. Morton, M.M. Platt, A.N. Solovjev, L.R.G. Treloar, A. Barella, J.G. Martindale, W. Wegener, A.G. Sevostjanov a řada dalších, ovlivnili výrazným způsobem úroveň poznání. Důležitou inspirací výzkumu byla nová situace, vzniklá nástupem chemických vláken do textilní výroby.

Úsilí o hlubší poznání příze pokračovalo neztěněnou měrou i v letech 60. Vedle autorů již zmíněných, publikovali závažné práce J.W.S. Hearle a jeho spolupracovníci, K.I. Korickij, W. Žurek, J. Lünenschloss, S. Kawabata, M. Chaikin, G. Trommer a množství dalších pracovníků. Sledovala se tvorba příze, vedle představ o zakrucování válce se uplatňovala idea svinování stužky. Podrobněji se analyzovala migrace vláken, vedle koncepce šroubovic vznikl ideální migrační model. S československými stroji se objevila nová technologie rotorového předení. Vznikly čs. studie zejména J. Kašpárka, J. Ripky, které zasáhly do vývoje světového poznání.

Poslední období lze datovat přibližně od začátku 70. let do současnosti. Je prováděno jistým útlumem v publicitě nových prací o zákonitostech příze. Zájem o textilní výrobky relativně k ostatním poněkud klesá, aktuální společenské potřeby se soustřeďují do oblastí získávání surovin, energie, řešení ekologických problémů aj. Těžiště textilní výroby se zčásti přesunulo z průmyslově vyspělých zemí do zemí rozvojových. Výzkum příze však pokračuje i v těchto složitějších podmínkách.

Téměř až do poloviny tohoto století se několika klasickými technologiemi spřádalo jen několik typů přírodních vláken. Tisícileté empirické zkušenosti umožňovaly vyrábět kvalitní příze i bez hlubšího pochopení jejich podstaty a podstaty

jejich vzniku. Rozšířením chemických vláken a rozvojem textilního strojírenství a dalších oborů vznikly nové možnosti předení a nové druhy přízí. Tradiční, ryze empirické přístupy přestaly ve změněných podmínkách postačovat. Otázky zákonitosti tvorby, struktury i vlastností vláknenných útvarů se poprvé staly prakticky naléhavými. Vystoupil do popředí i problém optimální konstrukce textilie. Vývoj vyústil do potřeby vybudovat solidní teoretické základy pro textilie. Přitom se ukázalo, že postupy, předpoklady a zjednodušení z jiných oborů většinou nejsou pro vláknenné útvary použitelné a nezbyvá, než tyto útvary respektovat jako zcela svébytné formy materiálních objektů.

Naznačený vývoj se v plné míře dotýká také teoretických základů tvorby, struktury a vlastností příze. Jednotná a ucelená teorie příze zatím neexistuje. Souhrn publikovaných výsledků tvoří dosud jen jakousi „mozaiku“ dílčích poznatků, často nesourodých a rozporných. Neustále se objevují nová fakta, která způsobují podstatné změny v dosavadních představách. Vhodný jednotící pohled se stále ještě hledá.

... a
... ..
... ..
... ..

... ..
... ..
... ..
... ..

1)
... ..

2)
... ..

3)

Část B

CÍL DIPLOMATY

... ..
... ..
... ..

Jedním z výhledových cílů vědeckovýzkumné činnosti na úseku textilních vlákených útvarů je vybudování relativně ucelené a jednotné teorie příze. Společenská oprávněnost takového cíle plyne jak z předpokladu obohacení samotného poznání, tak i z prognóz pro hospodářské využití. Vypracování teorie příze je však záměrem dlouhodobým a na jeho uskutečnění se podílela a bude ještě podílet řada pracovníků.

Mým nejucelenějším příspěvkem k této problematice je knižní monografie / 82 /. Po letech výzkumné činnosti jsem považoval za užitečné předložit odborné veřejnosti souhrnné pojednání, založené na nových poznatcích z vlastní práce. Při zpracování monografie jsem si kladl, alespoň ve vybraných problémech, tři cíle:

- 1) Hluběji a úplněji popsat jevy ve tvorbě, struktuře a vlastnostech příze. Vlastní teoretické a experimentální výsledky konfrontovat s fakty a názory ostatních autorů.
- 2) Přispět k jednotnějšímu pohledu na to, co příze vlastně jsou, jak vznikají, jak se projevují. Sjednocující hledisko založit na fyzikální interpretaci sledovaných jevů a na strukturálním přístupu k přízi.
- 3) Při zachování základního teoretického charakteru práce zvažovat možnosti praktického uplatnění výsledků v textilní výrobě.

Vybrané poznatky z oblasti tvorby a struktury příze, vycházející většinou z / 82 / a charakterizující můj osobní přínos k řešení dané problematiky, tvoří podstatu předkládané disertace.

Část C

ZVOLENÉ PŘÍSTUPY A METODY
ZPRACOVÁNÍ

Z hlediska logicko-gnoseologického je vědecká práce jednotou dvou stránek: systému poznatků a metod poznání. Vydělit zvlášť do samostatné kapitoly jen metody, jak ukládá vyhláška č. 64/77 Sb., je dosti obtížné. Konkrétní metody užívané v disertaci, ať už mají charakter experimentální nebo teoretický, byly v mnoha případech vyvinuty nebo nově modifikovány autorem. Jsou tedy prostředkem, ale současně také výsledkem zkoumání. V nových souvislostech jsou ostatně také užívány i metody, převzaté od jiných autorů.

Uspořádání disertace odráží přirozený stav tohoto těsného dialektického spojení metod poznávání a nových poznatků. Konkrétní metody zkoumání jsou navrhovány, popisovány, analyzovány a hodnoceny společně s dosaženými výsledky v části D, a to vždy jako součást právě řešeného problému. V nynější části C budou jen v obecných rovinách připomenuty hlavní myšlenkové přístupy autora k tvorbě a struktuře přízi.

V disertaci jsou používány především tradiční metody teoretické práce. Nejčastěji se volí cesta vypracování a ověření matematicky formulovaných modelů, které popisují a vysvětlují fyzikální podstatu postupného vzniku osobité geometrické struktury příze a jejího konečného stavu.

První užitá cesta vychází z tradiční představy „příze v celku“, tj. z jejího chápání jako časově a prostorově hlouběji nediferencovaného útvaru. Méně tradiční je důsledné fyzikální pojetí veličin a vztahů mezi nimi a přístup k přízi jako k útvaru, jenž se řídí fyzikálními, zejména mechanickými pravidly.

Pro hlubší pochopení tvorby příze byly zpracovány modely zobrazující zjednodušeně nejdůležitější děje. Vycházejí z názoru, že pro příze nejsou zcela vyhovující ani idealisace založené na představě kontinua, ani přístupy diskontinuální; jeden i druhý přístup jsou používány podle charakteru dílčích problémů.

Koncovým projevem tvorby je především geometrická struktura výsledné příze. Nedokonalost současných znalostí však nutí tvořit modely struktury do určité míry nezávisle; mají pak více popisný charakter. A byl to právě častý nesoulad původních představ o tvorbě s poznatky strukturálními, který přiměl autora k formulaci nových názorů.

Vedle teoretických metod vychází disertace z řady empirických údajů. Výsledky pozorování běžných přízí i záměrně připravených experimentů byly inspirací pro formulování teoretických představ a poté jedním z prostředků jejich ověřování. Kromě užití běžných měřicích metod bylo třeba vyvinout a používat nové či modifikované metody (měření i vyhodnocování), sloužící zejména k poznání vzájemného uspořádání vláken v přízi (analýza příčných řezů, prostorových křivek vláken, zaplnění aj.).

Závěrem je třeba připomenout, že při volbě vhodných přístupů a metod byly zvažovány potřeby, plynoucí z logiky řešených problémů, ale také reálné možnosti a technické vybavení výzkumného pracoviště.

Část D

ŘEŠENÍ VYBRANÝCH PROBLÉMŮ TVORBY A STRUKTURY PŘÍZE, NALEZENÉ VÝSLEDKY A NOVÉ POZNATKY

1. ZÁKLADNÍ VZTAHY SOUVISEJÍCÍ S PŘÍZÍ

1.1 K NĚKOLIKA VŠEOBECNÝM POJMŮM

Vývoj lidského poznání rozšiřuje řadu pojmů obecného charakteru, jejichž užití nebývá vždy jednoznačné. Proto je význam některých pojmů vhodné upřesnit.

V textilní problematice se pracuje s předměty, které se v daném okamžiku vyskytují v určité části třírozměrného Eukleidova prostoru. K nim se váží různé údaje určitého smyslu (daného významem použitých pojmů, symbolů a pod.) a hodnoty (v jednotkách nějaké stupnice). Týká-li se údaj umístění předmětu v prostoru je údajem geometrickým. Je-li údaj invariantní vůči ortogonální transformaci souřadnic, je vlastností daného předmětu. Vztahuje-li se údaj jen k některé části předmětu, nebo týká-li se vztahu mezi takovými částmi je obvykle označován jako strukturální. Významný okruh údajů tvoří strukturální geometrické vlastnosti, označované často názvem morfologické vlastnosti (informující o "tvaru").

V toku času dochází k interakci zkoumaného předmětu s okolním prostředím; předmět se určitým způsobem chová. Toto chování je pozorováno prostřednictvím změny vlastností. Chování, které má za následek nevratné změny vlastností je tvorbu. Typickým příkladem je tvorba příze z výchozí vláknenné suroviny. Změny vlastností předmětu, jehož chování se zkoumá, bývají vzájemně podmíněny; existují zákonitosti chování (a tedy i zákonitosti tvorby).

Starší práce o textiliích mívají obvykle popisný charakter - k daným dějům prostě přiřazují hodnoty jednotlivých vlastností. Příčinné souvislosti zde nejsou prvořadé a proces vzniku vlastností je chápán spíše jako "černá skříňka". V novějších pracích se pozornost obrací ke studiu zákonitostí vzniku a chování textilií. V tomto pojetí nabývají na významu právě strukturální vlastnosti, neboť jsou na rozhraní dvou dějů: tvorby, realizované výrobním procesem a chování při hodnocení, uskutečňujícím se v laboratorních zkušebnách, ale zejména ve spotřebě.

1.2. VLÁKENNÉ SOUSTAVY

1.2.1. VLÁKNA

Textilní vláknenné útvary jsou objekty s výraznou a bohatou hierarchií vnitřního uspořádání. Podle hloubky pohledu jsou jejich částicemi molekuly, micely, fibrily, vlákna, příze i tkaniny atp. Přitom vždy "nižší" částice je ve vyšším celku obsažena s jistou mírou vlastní samostatnosti. Vlastnosti a zákonitosti, které se váží k vláknům a jejich částem sleduje struktura vláken. Vlastnosti a zákonitosti vyšších celků spadají do nadvláknenné struktury - "elementární" částicí je zde vlákno.

Pojem vlákno. Vlákno je historicky velmi starý pojem, intuitivně dobře srozumitelný, ač zcela exaktní definice dosud nebyla podána.

Třídění vláken. Vlákna je možno třídit mnoha různými způsoby. Nejstarší způsob třídění se opírá o hlediska původu, složení a výskytu vláken. Vyskytuje se již v /120/, v ČSN /125/, v publikacích V. Hladíka /38/, Z. Trávníčka /91/. V přádelnické technologii má značný význam hledisko geometrické, spjaté s délkou a podélnou geometrií, jemností a tvarem příčného řezu a s pojmy souvisejícími.

Délka. Rozložení délek vláken se vyjadřuje buď tradiční staplovou křivkou, nebo frekvenční funkcí (hustotou pravděpodobnosti) a jejími normovanými charakteristikami /124/.

Podélná geometrie. Podélná geometrie vlákna vyplývá z tvaru jeho osy. U vlněného vlákna se zjišťuje počet obloučků na jednotku délky (dle F. Fučíka /18/ či W. Frenzela /104/ činí 4 až 12 cm⁻¹). Jindy se vychází ze vzdálenosti l_0 konců vlákna zobloučkovaného a délky l vlákna napříměného. W. Frenzel /104/ nazývá poměr l/l_0 stupněm zobloučkování, H.J. Hennig /37/ a A. Zart /118/ užívají výraz $(l-l_0)/l$ s názvem zobloučkování, V.I. Budnikov /15/ definuje koefficient napříměnosti poměrem l/l_0 , S. Marschik /60/ užívá poměr $(l-l_0)/l$ a nazývá jej zobloučkování, autor /76/ používá tutéž veličinu i pro část vlákna pod názvem navlnění.

Jemnost. Jemnost vláken se charakterizuje délkovou hmotností, tj. hmotností jednotky délky. Obvykle se rozlišují vlákna superjemná (do 0,01 tex), velmi jemná (0,01-0,09 tex), bavlnářská (0,09-0,3 tex), vlnářská (0,28-1,3 tex), kobercového typu (1,3-2 tex) a lýkového typu (nad 1,7 tex). Mezi jemností t , měrnou hmotností q a plochou příčného řezu s vláknem platí vztah

$$t = m/l = \rho s q / l = \rho q \quad (1.2.1)$$

kde m , l jsou hmotnost a délka vlákna. Prostřednictvím plochy příčného řezu se definuje ekvivalentní průměr d vlákna.

$$d = 2\sqrt{s/\pi} \quad (1.2.2)$$

Spojením těchto rovnic se získá výraz

$$d = 2\sqrt{t/\sqrt{\pi}q} \quad (1.2.3)$$

Jemnost t je závislá nejen na geometrických vlastnostech, ale i na měrné hmotnosti vláken. Proto je mnohdy přesnější posuzovat jemnosti prostřednictvím plochy příčného řezu, či ekvivalentním průměrem.

Tvar příčného řezu. Tvar příčného řezu se obvykle charakterizuje jeho plochou s , plochou opsané kružnice s_k , největší šířkou h a obvodem p . F.T. Pierce /85/ popisuje řez poměrem s/s_k , K.I. Korickij /51/ užívá výrazu $h/\sqrt{s/(2\sqrt{s})}$. K. Malinovská /56/ a předpis /122/ vycházejí z veličiny

$$q = p/(2\sqrt{s}) - 1 = p/(\pi d) - 1 \quad (1.2.4)$$

nazvané stupen rozvinutí tvaru, jehož orientační hodnoty charakterizuje tab. 1.1

Stupen rozvinutí tvaru dle /56/

Tab. 1.1

Typ průřezu vlákna	q
"Kruhový" průřez	0 - 0,07
"Trojúhelníkový" průřez	0,09 - 0,12
Průřez "pěticípé hvězdy"	0,23 - 0,40
Průřez bavlny střední zralosti	0,45 - 0,50
Nepravidelný průřez s pilovitým okrajem	0,50 - 0,60

Ze znalosti tvaru příčného řezu lze stanovit velikost plochy a povrchu vlákna, připadající na jednotku jeho hmotnosti. Platí užitím (1.2.4)

$$a = p l / (\frac{\pi d^2}{4} \cdot \rho q) = 4(q+1)/(q d) \quad (1.2.5)$$

Tato hodnota se pohybuje u běžných vláken v řádu $10^2 \text{ m}^2 \text{ kg}^{-1}$. Naproti tomu měrný povrch vláken, zahrnující i plochy velmi jemných pórů, je několikanásobně větší. (Č. Koldinský /46/ našel metodou B.E.T. pro bělenou bavlnu hodnoty 6000 až 8000 $\text{m}^2 \text{ kg}^{-1}$.)

Největší šířka h příčného řezu či ekvivalentní průměr d bývají srovnány s délkou vlákna. Typické hodnoty tohoto štíhlostního poměru jsou charakterizovány v tab. 1.2.

Štíhlostní poměr vláken dle / 20 /

Tab. 1.2

Vlákno	Štíhlostní poměr
bavlna	1 500
vlna	3 000
len (elementární)	1 250
juta (elementární)	170
ramie	3 000

Měrná hmotnost. V souvislosti s tradičním vyjadřováním jemnosti délkovou hmotností je obvykle třeba znát také měrnou hmotnost Q vláken. Orientační hodnoty pro některá vlákna jsou v tab. 1.3.

Orientační hodnoty měrné hmotnosti vláken

Tab. 1.3

Druh vlákna	$Q \text{ (kg m}^{-3}\text{)}$
bavlna	1 520
len, juta (elementární)	1 520
vlna	1 310
přírodní hedvábí	1 340
VS	1 500
AC	1 320
PAD	1 140
PES	1 360
PAN	1 160
POP	910

Mechanické vlastnosti. Pro příze mají značný význam také mechanické vlastnosti vláken. Ve specializovaných publikacích se uvádí nejčastěji tahová křivka napětí - prodloužení, pevnost a tažnost za sucha či za mokra, ve smyčce, v uzlu, dále podíl pružné, viskoelastické a plastické deformace a rheologické vlastnosti, zejména creepové a relaxační křivky.

Napětí je v textilní praxi vyjadřováno specifickým způsobem. Zatímco ve fyzice je mechanické napětí σ síla působící na jednotku plochy, užívá se v textiliích „napětí“ G jako síla působící na jednotku jemnosti. Je-li F síla, pak užitím (1.2.1) plyne

$$G = F/t = F/(sQ) = \sigma/Q \quad (1.2.6)$$

což charakterizuje závislost G na měrné hmotnosti.

Podskupinu mechanických vlastností tvoří také tření. Podrobněji se jím zabývá např. monografie /40/.

Vlákna se popisují dle potřeby ještě dalšími vlastnostmi fyzikálními, chemickými, biologickými, ale i ekologickými atd.

1.2.2. VLÁKENNÉ ÚTVARY

Hierarchicky vyšší útvar vytvořený z vláken je vláknennou soustavou. Vláknenné soustavy se vzájemně odlišují:

- 1) druhem vláken,
- 2) způsobem vzájemného uspořádání vláken,
- 3) způsobem vzájemného spojení vláken.

Nejvýznamnější podskupinu tvoří soustavy, v nichž je každé vlákno v přímém kontaktu s ostatními.^{x)} Takové objekty jsou kompaktnější, lépe odolávají vnějšímu působení, jsou tvarově stabilnější. Jsou to vláknenné útvary. Pokud jsou produktem textilní výroby, nazývají se dle normy textilní vláknenné útvary či textilie /123/.

Třídění vláknenných útvarů. Tradiční klasifikace vychází z materiálového složení, z původu a vzniku dle technologií výroby, z účelu a způsobu užití aj. Z hlediska geometrických vlastností rozlišuje norma textilní vláknenné útvary délkové, plošné a prostorové. Z hlediska hierarchie struktury je vhodné rozlišovat útvary jednoduché (příze, rouna apod.), jejichž nejbližší nižší stavební jednotkou jsou přímo vlákna, a útvary složené (tkaniny, pleteniny aj.) sestavené z jiných vláknenných útvarů. Významné je uspořádání částic ve vláknenném útvaru. Vyjadřuje se údaji o jejich hustotě a směrovém uspořádání. Z hlediska druhů vláken se rozlišují jednokomponentní a vícekomponentní útvary.

Vícekomponentní útvary. Ve vícekomponentních útvarech je m různých komponent - druhů vláken. Každá i -tá ($i=1,2,\dots,m$) komponenta má svou měrnou hmotnost q_i , jemnost t_i a je zastoupena podílem hmoty g_i ($\sum_{i=1}^m g_i = 1$). Objem vláken i komponenty v hmotnostní jednotce útvaru je g_i/q_i . Střední měrná hmotnost vláken Q je pak poměrem jednotkové hmotnosti a objemu vláken v ní obsažených.

$$Q = 1 / \sum_{i=1}^m (g_i/q_i) \quad (1.2.7)$$

Výraz

$$v_i = g_i \cdot (Q/t_i) \quad (1.2.8)$$

vyjadřuje objemový podíl i -té komponenty.

V hmotnostní jednotce je délka vláken i -té komponenty g_i/t_i . Střední jemnost vláken t je poměrem jednotkové hmotnosti a sumární délky vláken.

$$t = 1 / \sum_{i=1}^m (g_i/t_i) \quad (1.2.9)$$

Výraz

$$\lambda_i = g_i \cdot (t/t_i) \quad (1.2.10)$$

vyjadřuje délkový podíl i -té komponenty.

Výrazy (1.2.7) a (1.2.9) jsou vážené harmonické průměry. (V praxi někdy užívané vážené aritmetické průměry proto nejsou správné.)

Zaplnění. Hustota vláken ve vláknenném útvaru se ve starších pracích, např. S. Marschik /59/, charakterizuje měrnou hmotností útvaru γ . Čím je útvar póreznější, tím nižší je jeho měrná hmotnost. Vedle pórezity je však γ závislé na měrné hmotnosti Q vláken. Hodnoty tak nejsou pro různé materiály srovnatelné.

^{x)} Přesněji, je-li každé vlákno v matematickém smyslu uzavřeným tělesem (obsahuje 1 body své hranice) je vláknenná soustava souvislou množinou bodů.

Proto byla navržena veličina vyjadřující podíl celkového prostoru útvaru zaplněný objemem vláken. J. Simon, J. Marko a B. Neckář pro ni v r. 1966 užili název zaplnění. (Cizojazyčná literatura používá nejčastěji pojmy „plotnost“, „Fibre Packing Density“, „Packungsdichte“.)

Má-li nějaký útvar objem V_c a v něm jsou obsažena vlákna souhrnného objemu $V \leq V_c$ je zaplnění μ dáno výrazem

$$\mu = V/V_c \quad (1.2.11)$$

Zaplnění je bezrozměrná veličina, ležící v intervalu $\langle 0; 1 \rangle$. Lze jej interpretovat též jako podíl souhrnné plochy P řezných plošek jednotlivých vláken ku celkové ploše P_c nějakého myšleného řezu útvarem.

$$\mu = P/P_c \quad (1.2.12)$$

Protože výrazy ϱV i γV_c vyjadřují tutéž hmotnost útvaru, platí dle (1.2.11) také

$$\mu = \gamma/\varrho \quad (1.2.13)$$

což je hmotnostní interpretace zaplnění.

Zaplnění se vyjadřuje buď pro celý vláknenný útvar, nebo v jeho jednotlivých místech; pak je pojmem strukturálním. V takovém případě je někdy považováno za skalární pole a vyhodnocují se jeho různé charakteristiky (gradient aj.). Orientační hodnoty celkového zaplnění některých útvarů jsou uvedeny v tab. 1.4.

Orientační hodnoty zaplnění některých útvarů

Tab. 1.4

Skupina	Vláknenný útvar	Zaplnění
Délkové textilie	monofil	1
	plástová (hexagonální) struktura	0,907
	ostře kroucené hedvábí	0,75 - 0,85
	lněná příze mokropředaná	0,65
	česaná příze bavlněná	0,5 - 0,6
	mykaná příze bavlněná	0,4 - 0,55
	bavlněný přást bavlněný pramen	0,1 0,03
Ostatní textilie	tkanina	0,15 - 0,30
	pletanina	0,10 - 0,20
	vata ^{x)}	0,02 - 0,04
	kožešina ^{x)}	0,005 - 0,02
Netextilní materiály	kamenina ^{x)}	0,20 - 0,23
	dřevo ^{x)}	0,30 - 0,70
	useň ^{x)}	0,33 - 0,66

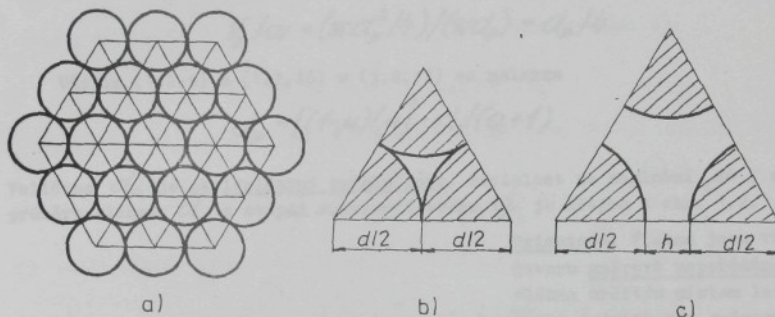
Pro ideální případ svazku paralelních, válcových vláken lze stanovit některé hraniční hodnoty. Nejtěsnější možné uspořádání (plástové) je znázorněno v příčném řezu na obr. 1.1.a).

Opakující se strukturální jednotkou je rovnostranný trojúhelník na obr. 1.1.b), jehož zaplnění je

$$\mu_{km} = P/P_c = \left(\frac{1}{2} \frac{\pi d^2}{4} \right) / (\cos 30^\circ \cdot d^2/2) = \pi/(2\sqrt{3}) \approx 0,907 \quad (1.2.14)$$

^{x)} B. Piller a kol. / 91 /, / 92 /.

Tato hodnota je největším možným - limitním zaplněním, jehož hodnotu odvodila řada autorů, např. P.S.Gracie /21/, K.I. Korickij /52/, J. Marko a B. Neckář /57/ a další.



obr. 1.1

Jestliže mezi sousedními vlákny je vzdálenost $h > 0$ - obr. 1.1.c) - platí pro zaplnění

$$\mu = P/P_0 = \left(\frac{1}{2} \frac{\pi d^2}{4}\right) / [\cos 30^\circ \cdot (d+h)^2 / 2] = [\pi / (2\sqrt{3})] / (1 + \frac{h}{d})^2 \quad (1.2.15)$$

Je-li $h > d$ ($\mu < 0,227$), může mezi každými dvěma sousedními vlákny volně procházet další vlákno. Vlákenné úseky mají možnost samostatného pohybu, struktura je volná. Pro $h < d/2$ ($\mu > 0,403$) by při uvažovaném pohybu muselo dojít k odsunutí „přesily“ nejméně dvou znázorněných vláken; pohyb vláken je možný jen ve shlucích, svazcích, struktura je kompaktní. V oblasti mezi $h = d$ a $h = d/2$ teoreticky postačí odsunout jen jedno vlákno. V této přechodové struktuře dochází k pohybu samostatných úseků i svazků. Vzniklé rozdělení, uvedené poprvé v /77/ je v tab. 1.5.

Charakter struktury podle zaplnění

Tab. 1.5

h	μ	Charakter struktury
$h = 0$	$\mu = 0,907$	limitní
$h < d/2$	$\mu > 0,403$	kompaktní
$h \in (d/2, d)$	$\mu \in (0,227; 0,403)$	přechodová
$h > d$	$\mu < 0,227$	volná

Poresita. Veličina $(1-\mu)$ vyjadřuje podíl celkového objemu vyplněný vzduchovými póry. G. Krautner / 104 /, W. Žurek / 119 /, B. Piller a kol. / 91 /, / 92 / ji nazývají „podílem pórů“, „pórovitostí“ či poresitou. Velikost vzduchových pórů lze vyjádřit ze zobecněné úvahy autora, popsané v / 73 /. V hmotnostní jednotce útvaru je objem vláken $V = 1/\rho$. Objem V_p pórů v ní je užitím (1.2.11)

$$V_p = V_0(1-\mu) = V \cdot (1-\mu)/\mu = (1-\mu)/(q\mu) \quad (1.2.16)$$

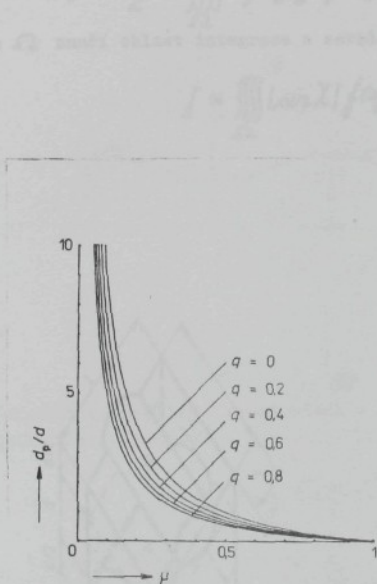
Povrch pórů a_p je shodný s povrchem vláken a je vyjádřen rovnicí (1.2.5). V idealizované představě póru jako válce s průměrem d_p platí relace mezi objemem a povrchem

$$V_p/a = (\pi d_p^2/4)/(\pi d_p) = d_p/4 \quad (1.2.17)$$

Užitím (1.2.5) a (1.2.16) v (1.2.17) se nalezne

$$d_p = [(1-\mu)/\mu] \cdot d/(q+1) \quad (1.2.18)$$

Veličina d_p je ekvivalentní průměr póru. Závislost na zaplnění μ , ekvivalentním průměru vláken d a stupni rozvinutí tvaru q je zřejmá z obr. 1.2.



obr. 1.2

Orientace. Vlákna jsou ve vláknenném útvaru směrově uspořádána. Průchod vlákna určitým místem lze charakterizovat jednotkovým směrovým vektorem, který v pravoúhlém kartézském souřadném systému svírá s osami souřadnic směrové úhly α , β , γ , přičemž $\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1$ (takže jen dva směrové úhly, např. α a β , jsou vzájemně nezávislé).

V celém útvaru nebo v jeho části se vyskytuje mnoho úseků vláken různých směrů. (Definice směru ovšem závisí na tom, jaký „druh“ orientace se uvažuje.) Rozložení pravděpodobnosti výskytu je popsáno frekvenční funkcí orientace $f(\alpha, \beta)$.

Souhrnně je možno hustotu a směrové uspořádání znázornit vektorovým polem, kde délky vektorů odpovídají zaplněním a směry vyjadřují orientaci.

Kontakty. Jednotlivá vlákna útvaru jsou ve vzájemné interakci, vzájemně se dotýkají. V místě dotyku vzniká kontakt, schopný přenosu sil a energií.

Charakter kontaktů závisí na řadě okolností. Uplatňuje se v něm mecha-

nické tření a mezimolekulární fyzikální síly způsobí adhezi styčných povrchů, někdy ještě posílenou adhezivem (pojivem).

Hustota kontaktů mezi vlákny je výsledkem vlastností vláken a vlastností vytvořené struktury, především její orientace, zaplnění a jemnosti. Základní analýzu

provedl C.M. van Wyk /117/. Obecnější řešení navrhli např. T. Komori a K. Makishima /50/. Zavádí se idealizovaný vláknový útvar celkového objemu V_0 , který obsahuje N rovných, válcových vláken s průměrem d a délkou l . Vláknem B se směrovými úhly α_B, β_B se dotkne vlákna A s úhly α_A, β_A . Osa vlákna B leží „nad“ (nebo „pod“) vláknem A - viz obr. 1.3 - ve vzdálenosti $d/2$. Tím je kolem vlákna definován znázorněný kosý hranol s objemem

$$V_{AB} = 2d l^2 \cdot |\sin \chi| \quad (1.2.19)$$

kde pro úhel χ plyne ze skalárního součinu jednotkových směrových vektorů vláken

$$\cos \chi = \cos \alpha_A \cos \alpha_B + \cos \beta_A \cos \beta_B + \sqrt{1 - \cos^2 \alpha_A - \cos^2 \beta_A} \cdot \sqrt{1 - \cos^2 \alpha_B - \cos^2 \beta_B} \quad (1.2.20)$$

Předpokládá se, že ke kontaktu obou vláken dojde s pravděpodobností

$$P = V_{AB} / V_0 = 2d l^2 |\sin \chi| / V_0 \quad (1.2.21)$$

Je-li frekvenční funkce orientace $f(\alpha, \beta)$, je počet n všech kontaktů v útvaru

$$n = \frac{N^2}{2} \iiint_{\Omega} P f(\alpha_B, \beta_B) f(\alpha_A, \beta_A) d\alpha_B d\beta_B d\alpha_A d\beta_A = \frac{N^2 d l^2}{V_0} \cdot I \quad (1.2.22)$$

kde Ω značí oblast integrace a zavedená veličina

$$I = \iiint_{\Omega} |\sin \chi| f(\alpha_B, \beta_B) f(\alpha_A, \beta_A) d\alpha_B d\beta_B d\alpha_A d\beta_A \quad (1.2.23)$$

(Násobení $1/2$ v rovnici (1.2.22) je nezbytné, neboť kontakt vlákna A s vláknem B a kontakt vlákna B s vláknem A je fyzicky tentýž.)

Pro úpravu výrazů je vhodné využít zaplnění uvažovaného útvaru. Ve shodě s definicí (1.2.11)

$$\mu = V / V_0 = (N l^2 d^2) / (4 V_0) \quad (1.2.24)$$

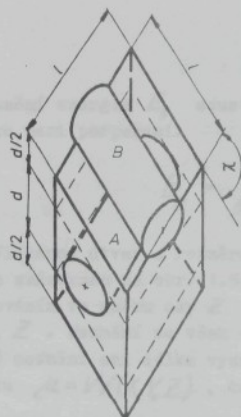
Hustota kontaktů ν vyjádřená jejich počtem v objemové jednotce je z rovnic (1.2.22) a (1.2.24)

$$\nu = n / V_0 = [16 I / (d^2 l^2)] \mu^2 = k_\nu \mu^2 \quad (1.2.25)$$

Souhrnná konstanta k_ν zahrnuje vliv jemnosti a orientace vláken.

Střední vzdálenost kontaktů δ na vlákně je poměrem souhrnné délky Nl všech vláken a dvojnásobku počtu n kontaktů (jeden kontakt je na vlákně A i vlákně B).

$$\delta = Nl / (2n) = [d l / (8 I)] / \mu = k_\delta / \mu \quad (1.2.26)$$



obr. 1.3

Tato konstanta k_f shrnuje vliv jemnosti a orientace.

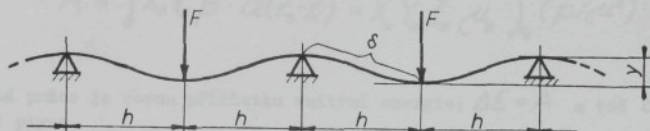
Deformace stlačením. Stlačování vláknenného materiálu je výsledkem řady složitých deformacních dějů. Jeho zákonitosti řešili M. a J. Eggert /17/, C.M. van Wyk /117/, H. Sommer /104/, P.D. Baljasov /3/, který připomíná práci P.V. Bajdžuka /2/ a jiní. Podle studie C.M. van Wyka /117/ je patrně nejzávažnější složkou stlačování ohybová deformace vláken, vznikající působením sil v místech mezivláknenných kontaktů.

V technické mechanice je běžně odvozován (viz např. /39/) vztah mezi působící silou F a deformací y nekonečného nosníku, na němž jsou pravidelně ve vzdálenostech h rozloženy akční a reakční síly - obr. 1.4. Za řady předpokladů bylo pro takový nosník teoreticky stanoveno

$$F = k_f \cdot y / h^3 \quad (1.2.27)$$

$$\delta = h \cdot f(y/h) \quad (1.2.28)$$

kde veličina k_f a funkce f jsou závislé na modulu pružnosti a průřezu nosníku.



obr. 1.4

Deformační energie E_δ soustředěná v délce δ nosníku je polovinou energie obsažené v úseku mezi podporami.

$$E_\delta = \int_0^{\delta} F dy / 2 = k_f y^2 / (4h^3) \quad (1.2.29)$$

Vláknenný útvar o rozměrech X_0 , Y_0 , Z_0 s jedním vyznačeným idealisovaným vláknem je znázorněn na obr. 1.5.a). Příslušné veličiny jsou označeny indexem 0. Dalším stlačováním ve směru osy Z přejde útvar do formy dle obr. 1.5.b), s rozměry X_0 , Y_0 , Z . Nezmění se však objem V vláken v útvaru a lze předpokládat, že se podstatně nezmění ani délka vyznačeného vlákna. Zaplnění $\mu_0 = V / (X_0 Y_0 Z_0)$ se změní na hodnotu $\mu = V / (X_0 Y_0 Z)$, takže

$$\mu_0 / \mu = Z / Z_0; \quad -\mu Z_0 \cdot d\mu / \mu^2 = dZ \quad (1.2.30)$$

S růstem zaplnění se podle (1.2.26) zkracuje vzdálenost mezi kontakty. Celková neproměnná délka vyznačeného vlákna je v prvním případě $(X_0/h_0) \cdot \delta_0$, ve druhém případě $(X_0/h) \cdot \delta$.

Odtud plyne

$$h/h_0 = \delta/\delta_0 \quad (1.2.31)$$

Předpokládá-li se, že se vlákno řídí rovnicí (1.2.28), potom užitím (1.2.31) a (1.2.26)

$$\eta/\eta_0 = h/h_0 = \delta/\delta_0 = \epsilon_0/\epsilon \quad (1.2.32)$$

Objem vláknenného segmentu délky δ je $(\pi d^2/4) \cdot \delta$. Neproměnný objem V všech vláken je $X_0 Y_0 Z_0 \epsilon_0$. Počet m segmentů vláken délky δ v útvaru je za užití (1.2.26)

$$m = 4V/(\pi d^2 \delta) = (4 X_0 Y_0 Z_0 \epsilon_0 \epsilon) / (\pi d^2 h_0) \quad (1.2.33)$$

Platí-li pro uvažovaná vlákna energetický výraz (1.2.29), je celková energie útvaru $E = E_0 \cdot m$, což užitím výrazů (1.2.31) až (1.2.33) vede na tvar

$$E = [k_f X_0 Y_0 Z_0 \eta_0^2 / (\pi d^2 h_0 h_0^3)] \cdot \epsilon^2 \quad (1.2.34)$$

Přírůstek ΔE energie z počátečního stavu (index 0) do koncového stavu je

$$\Delta E = [k_f X_0 Y_0 Z_0 \eta_0^2 / (\pi d^2 h_0 h_0^3)] \cdot (\epsilon^2 - \epsilon_0^2) \quad (1.2.35)$$

Jestliže bylo stlačování uskutečněno tlakem p působícím na ploše $X_0 Y_0$ po dráze $Z_0 - Z$ potom vykonaná práce A byla při užití (1.2.30)

$$A = \int_0^{Z_0} X_0 Y_0 p \cdot d(Z_0 - Z) = X_0 Y_0 Z_0 \epsilon_0 \int_{\epsilon_0}^{\epsilon} (p/\epsilon^2) \cdot d\epsilon \quad (1.2.36)$$

Dodaná práce je rovna přírůstku vnitřní energie; $\Delta E = A$ a též $d(\Delta E)/d\epsilon = dA/d\epsilon$
Odtud plyne

$$p = k_p \cdot \epsilon^3 \quad (1.2.37)$$

kde

$$k_p = 2 k_f \eta_0^2 / (\pi d^2 h_0 h_0^3 \epsilon_0) \quad (1.2.38)$$

je souhrnná konstanta, charakterizující vliv hmoty, tvaru a uspořádání vláken.

V počátečním, ve skutečnosti nezatíženém stavu, kdy $\epsilon = \epsilon_0$ vyjde výpočtem tlak $p = k_p \cdot \epsilon_0^3$ různý od 0. Tento nepatrný tlak zřejmě ve struktuře útvaru existuje, je však zachycen vnitřními pasivními odpory.

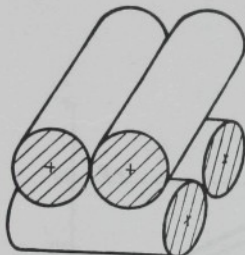
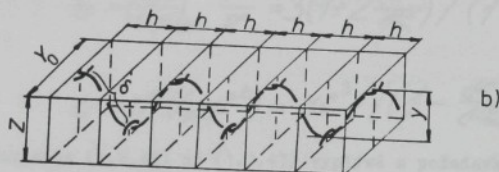
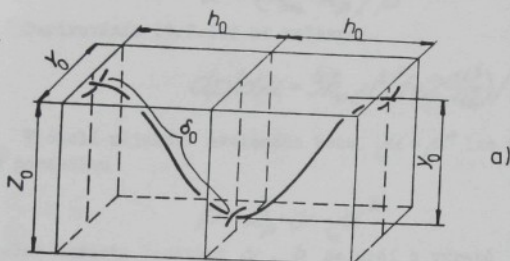
Výraz (1.2.37) je shodný s výsledkem práce C.M. van Wyka /117/. Popsané odvození je však provedeno novým způsobem. Postup užitý van Wykem totiž obsahuje některé nepřesnosti. Platnost rovnice (1.2.37) byla mnohokrát experimentálně potvrzena různými autory pro řadu materiálů v oblasti nižších hodnot zaplnění. Je však omezena užitými zjednodušujícími předpoklady.

Zobecněné pojetí autora disertace vychází ze skutečnosti, že vzdálenost kontaktů na vláknech textilního útvaru je náhodná veličina a užití δ je jen její střední hodnotou. I v málo zaplněném útvaru existuje podíl velmi krátkých vzdáleností mezi kontakty. V některé oblasti se mohou vlákna navzájem „dorazit“, např. dle obr. 1.5 c) tak, že toto místo se dalším stlačováním již nemění. Uvažované místo má trvale své mezí zaplnění ϵ_{mv} . Podobné lokality se na procesu stlačování již nepodílí, a proto by měly být vyloučeny z úvah, které vedly k rovnici (1.2.37).

Nestlačitelný objem vláken se vlastně vyskytuje v každém dotyku mezi vlákny a jeho velikost v jednom kontaktu je možno uvažovat úměrnou zaplnění. Nestlačitelný objem vláken mV v celkovém objemu V útvaru je pak užitiím (1.2.25)

$${}^mV = K V_c v \mu = K V_c k_v \mu^3 \quad (1.2.39)$$

kde K značí konstantu úměrnosti.



obr. 1.5

Je-li útvar stlačen na mezní zaplnění, je v uvažovaných lokalitách soustředěn veškerý objem V vláken. (Celkový objem je nyní $V_{c,m}$.)

Z (1.2.39) pak $V = K \cdot V_{c,m} \cdot k_v \cdot \mu_m^3$, takže

$$K = V / (V_{c,m} k_v \mu_m^3) = 1 / (k_v \mu_m^2) \quad (1.2.40)$$

Z těchto vztahů plyne

$${}^mV = V \mu^2 / \mu_m^2 \quad (1.2.41)$$

Celkový objem uvažovaných lokalit je

$$\begin{aligned} {}^mV_c &= {}^mV / \mu_m = V \mu^2 / \mu_m^3 = \\ &= V_c \cdot \mu^3 / \mu_m^3 \quad (1.2.42) \end{aligned}$$

Protože objem V veškerých vláken se stlačováním nemění, je možno rovnici (1.2.37) pojímat ve formě $p = k_p \cdot V^3 / V_c^3$ jako závislost tlaku na celkovém objemu V_c útvaru. Původně se předpokládalo, že se stlačuje každá částice tohoto objemu. Nyní však je zřejmé, že stlačovat lze pouze jeho část $V_c - {}^mV_c$; objem mV_c je dále nestlačitelný. Proto je

správnější vyjádřit závislost rovnici $p = k_p V^3 / (V_c - {}^mV_c)^3$. Užitiím (1.2.42) pak vznikne výraz

$$p = k_p \mu^3 / (1 - \mu^3 / \mu_m^3)^3 \quad (1.2.43)$$

Rovnice (1.2.43) je pro malá μ prakticky shodná s výrazem (1.2.37). Pro $\mu \rightarrow \mu_m$ však $p \rightarrow \infty$, což je ve shodě s praktickým pozorováním.

Funkce (1.2.43) je ve vztahu k μ^3 kubickou rovnicí s jedním reálným kořenem, pro nějž plyne z Cardanových vzorců

$$\frac{u}{u_m} = \left\{ 1 + \left[\sqrt{\left(\frac{u}{3}\right)^3 + \left(\frac{u}{2}\right)^2} - \frac{u}{2} \right]^{1/3} - \left[\sqrt{\left(\frac{u}{3}\right)^3 + \left(\frac{u}{2}\right)^2} + \frac{u}{2} \right]^{1/3} \right\}^{1/3} \quad (1.2.43a)$$

kde

$$u = u_m^3 k_p / p \quad (1.2.43b)$$

Derivováním (1.2.43) se nalezne

$$dp/du = 3k_p u^2 (1 + 2\frac{u^3}{u_m^3}) / (1 - \frac{u^3}{u_m^3})^4 \quad (1.2.44)$$

V okolí nějakého zvoleného bodu $u = u^*$ lze funkci (1.2.43) dobře nahradit obecnou parabolou

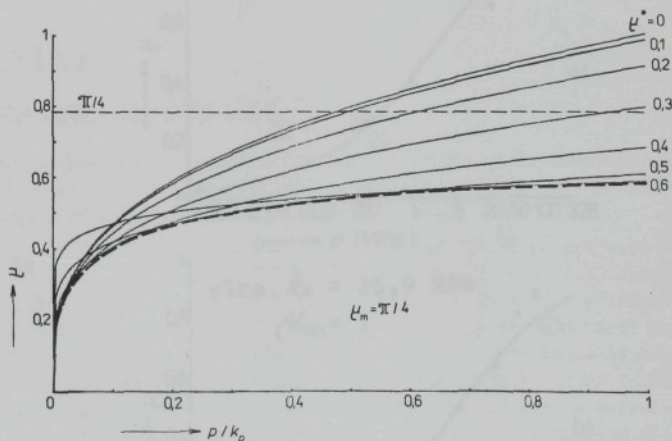
$$p = k_p \cdot c \cdot u^b \quad (1.2.45)$$

Číselné hodnoty konstant c , b se určí z výrazů

$$b = \left(\frac{dp}{du} \right)_{u^*} \cdot \frac{u^*}{p^*} = 3(1 + 2\frac{u^{*3}}{u_m^3}) / (1 - \frac{u^{*3}}{u_m^3}) \quad (1.2.46)$$

$$c = p^* / (k_p u^{*b}) = u^{*3} / [(1 - \frac{u^{*3}}{u_m^3})^3 \cdot u^{*b}] \quad (1.2.47)$$

Aproximace (1.2.45) až (1.3.47) vyplývá z požadavku ekvivalence funkce a její 1. derivace v bodě $u = u^*$ a je užitečná v teorii průměrů přízí. Graficky jsou výrazy (1.2.37), (1.2.43) a aproximace (1.2.45) pro případ $u_m = \pi/4$ znázorněny na obr. 1.6.



--- rovnice (1.2.43)
 ——— aproximace ze vztahů (1.2.45) až (1.2.47).
 Pro $u^* = 0$ totožno s (1.2.37)

obr. 1.6

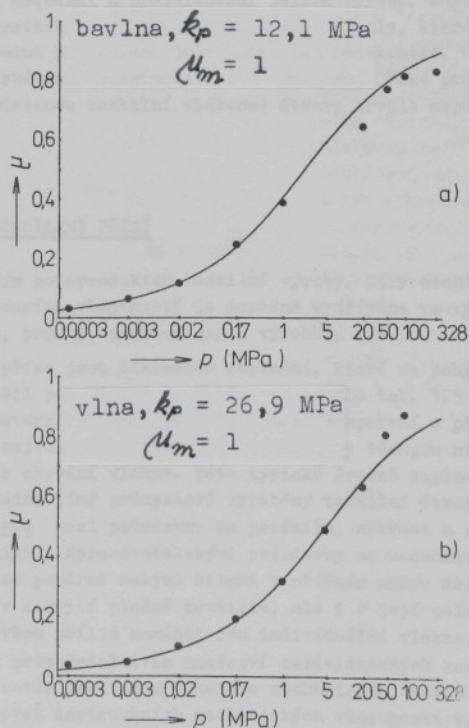
Příklady hodnot b , c aproximační paraboly (1.2.45), stanovené z (1.2.46) a (1.2.47), jsou uvedeny v tabulce 1.6.

Hodnoty b , c aproximační paraboly

Tab. 1.6

u^*	$u_m = \pi/4 = 0,785$		$u_m = 0,8$		$u_m = \pi/(2\sqrt{3}) = 0,907$		$u_m = 1$	
	b	c	b	c	b	c	b	c
0	3	1	3	1	3	1	3	1
0,1	3,019	1,050	3,018	1,046	3,012	1,032	3,009	1,024
0,2	3,151	1,341	3,143	1,319	3,098	1,209	3,073	1,151
0,3	3,531	2,251	3,501	2,151	3,338	1,678	3,250	1,466
0,4	4,370	5,367	4,286	4,846	3,845	2,838	3,615	2,143
0,5	6,130	21,42	5,907	17,36	4,812	6,087	4,286	3,639
0,6	10,24	237,4	9,568	148,2	6,669	18,17	5,480	7,365
0,7	24,82	96341	21,27	18777	10,66	97,57	7,699	18,84
0,8	-	-	-	-	22,70	2632	12,44	70,766
0,9	-	-	-	-	391,3	$5,06 \cdot 10^{22}$	27,210	644,0

Vhodnost výrazu (1.2.43) je dokumentována dobrou shodou s experimenty F.D. Baljasova /3/. Závislost mezi tlakem a zaplněním pro svazek bavlněných a vlněných vláken, uspořádaný přibližně paralelně, je znázorněna na obr. 1.7 a), b).



obr. 1.7

1.2.3. VLÁKNA A VLÁKENNÉ ÚTVARY V PŘÍRODĚ A SPOLEČNOSTI

Vláknenné útvary jsou patrně nejčastějším typem rostlinných a živočišných tkání. Vyznačily se za miliony let přirozeným výběrem v přírodě, vznikají poměrně pomalým, postupným, avšak tím dokonalejším růstem. Přírodní vláknenné tkáně mají mnoho užitečných vlastností. Jsou houževnaté, pružné a ohebné, dobře odolávají mechanismu namáhání, bývají porézní a měkké na omak atd. Velmi účelně využívají vlastností hmoty, z níž jsou vytvořeny. Mnohé z nich, např. dřevo, kůže, kožešiny, stonky rostlin a jejich části a četné další, používal člověk od pradávna pro své potřeby. Postupně začal též nové vláknenné útvary připravovat vlastní prací, vyrábět je z přírodních vláken. (Je doloženo archeologickými nálezy, že princip předení a tkání byl znám již v době kamenné. V. Hladík / 38 / v této souvislosti správně poznamenává, že se "... dodnes na těchto principech téměř nic nezměnilo".) Vznikla textilní výroba. Původně sloužila téměř výhradně ke zhotovování oděvních textilií a oděvů, postupně však nalézaly její výrobky uplatnění i jako bytové a technické textilie. Kvalitativní zvrat nastal zavedením průmyslové výroby chemických vláken od počátku tohoto století. Vznikl zdroj nových objemů vláknenné suroviny, ale vznikla i možnost výroby textilií nových vlastností.

K tomu přispěl i značný pokrok v technických vědách (strojírenství, elektrotechnice, inženýrské chemii) a vědách přírodních. Neobyčejně se rozšířily možnosti výroby různých variant textilií, vznikly nové principy (netkané textilie, pletotkaniny, triaxiální tkaniny, tvarované hedvábí, aj.), byly nalezeny nové oblasti uplatnění (geotextilie, syntetické usně, speciální zdravotnické textilie, apod.).

Vznikl problém optimálního výběru textilie pro dané užití, jenž znamenal kvalitativní zvrat v tradici textilního myšlení. Vedl k rozvoji ideje cílevědomého konstruování textilií exaktními metodami a projektování jejich výroby. Nástroje k této činnosti, především ověřené teoretické poznatky a matematické modely, které mají dle A.G. Sevost'janova / 100 / často výsadní postavení, jsou zatím jen nedokonalé. O to více úsilí je třeba vynaložit k jejich získávání, zdokonalování a využívání. Také proto, že pro materiální kulturu společnosti zůstanou textilní vláknenné útvary trvale nepostradatelnými.

1.3. P Ř Í Ž E

1.3.1. CHARAKTER A ROZDĚLENÍ PŘÍŽÍ

Příže je významným poloproduktem textilní výroby. Díky osobitým zvláštnostem své struktury a z ní plynoucích vlastností je úspěšně využívána ve výrobě tkanin, pletenin i pletotkanin, stužek, prýmků, provaznických výrobků, atd.

Mnohá specifika příže jsou důsledkem zaplnění, které se pohybuje v rozmezí asi od 0,35 do 0,65, nejčastěji pak od 0,4 do 0,55. To je dle tab. 1.5 oblast nízko zaplněné kompaktní struktury, případně rozhraní mezi kompaktní a přechodovou strukturou. Příže je typem „nejvolnější“ struktury ze skupiny těch, u nichž je potlačen individuální charakter chování vlákna. Tato typické úrovně zaplnění nedosahuje v současnosti téměř žádný jiný průmyslově vyráběný textilní útvar. Příže je útvar s optimálním kompromisem mezi požadavky na poréznost, měkkost a objemnost na jedné straně a trvanlivostními a zpracovatelskými požadavky na mechanické vlastnosti na straně druhé. Příži lze poměrně malými silami v příčném směru deformovat, což se příznivě projevuje nejen v zakrytí plošné textilie, ale i v její celkové příjemné měkkosti. Vnější síly nemohou ovšem příliš namáhat jen individuální vlákno. V kompaktní struktuře se silové reakce prostřednictvím množství mezivláknenných kontaktů rozloží do mnoha vláknenných segmentů. Produktem takového mechanismu „Svatoplukových prutů“ je obvykle uspokojivá úroveň destrukčních mechanických vlastností typu pevnosti apod. Ekvivalentní průměr pórů je v přízích řádově souměřitelný s ekvivalentním

průměrem vláken. Zajišťuje při hydrofilním povrchu vlákna významně velký efekt transportu vody, často tak důležitý pro fyziologicky dobré pocity při nošení. Značná poréznost přize současně umožňuje dosahovat nutné úrovně tepelné izolačních vlastností textilií.

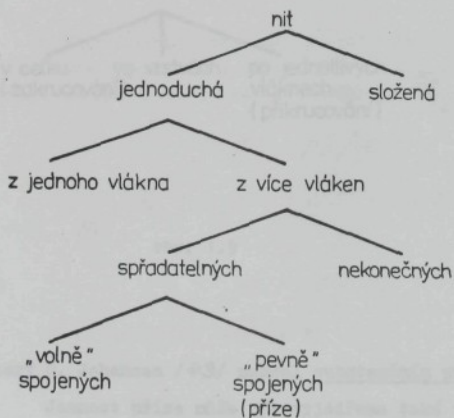
V povrchové oblasti přize je nízké zaplnění, odpovídající volné struktuře. Možný individuální pohyb jednotlivých vláknenných segmentů se zde projeví v příjemném omaku, ale také ve vytvoření povrchové „ochranné sféry“, která do určité míry chrání nosné vnitřní části přize před narušením oděrem.

Příznivá je též orientace vláken v přizi. Převažující podélné uspořádání vytváří předpoklad k dobrému využití většiny vláken. Šroubovicový trend vláken, typický pro kroucené přize, vede k vytvoření samosvorné struktury, která třecími silami stmeluje vlákna do jednotného celku.

Z nástinu některých souvislostí je tedy zřejmé, že přize je pro svá specifika ve výrobě textilií nezastupitelnou a bude i v budoucnosti významnou součástí textilních výrobků. Názor G.J. Pikovského / 88 /, podle něhož bude v budoucnu vyráběn jen malý objem přizí pro „milovníky starožitností“, je patrně příliš pesimistický.

Rozdělení přizí. Český pojem přize označuje dle ČSN / 123 / „délkovou textilií složenou ze spřádatelných vláken, zpevněnou zákrutem nebo pojením tak, že při přetrhu přize dochází i k přetrhu jednotlivých vláken“. Obecnějším pojmem je nit. Typy nití lze charakterizovat schématem na obr. 1.8.

V jednoduché niti tvoří vlákna dohromady jeden nedílný celek. Ve stavbě složené nitě lze naproti tomu rozeznat jednotlivé dílčí komponenty - jednodušší nitě (nitě skané, obtáčené, sdružené, aj.). Za jednoduchou nit je možno považovat i jen jediné vlákno (monofil, pásek). Obvykle však tvoří jednoduchou nit více vláken nekonečných (hladké a tvarované hedvábí) nebo spřádatelných. Spřádatelná vlákna musí být vzájemně propojena. Při „volném“ propojení se obvykle uplatňuje přirozená soudržnost, někdy podpořená malým zákrutem (prásty). Při destruktivní útvary se však vlákna neporušují. Naopak při „pevném“ spojení je destrukce nitě vždy provázena porušením (přetržením) významného podílu vláken. Takové útvary jsou přize ve smyslu normy / 123 /. K jejich dalšímu rozčlenění je možno navrhnout schéma dle obr. 1.9.



obr. 1.8

Vlákna v přizi mohou být spojena adhezivem (lepené přize, Bobtex) či třecími silami vzájemného provázání, kterých se nejčastěji dosahuje charakteristickým šroubovicovým trendem uspořádání v kroucených přizích. Existuje střídavé kroucení, dosahované většinou technikou nepravého zákrutu (komponenty samoskaných nití, např. Repco), lze si představit obousměrné kroucení, kdy by některá vlákna měla pravotočivý a jiná levotočivý směr

zákrutu, nejrozšířenější však je monotónní kroucení. Tradiční technologie zakrucují pravním zákrutem svazek vláken vcelku (selfaktorové, prstencové, dnešní rotorové příže). Jindy mohou být jednotlivé soustředné vrstvy vlákenného materiálu krouceny v různé míře (některé typy pneumatického předení), či postupně příkrucována i jen jednotlivá vlákna (přibližně technologie Dref I a II). Uvedené typy mohou být i různě kombinovány.

1.3.2. ZÁKLADNÍ VELIČINY POPISUJÍCÍ PŘÍŽI

K základním vlastnostem materiálu tvořícího přízi náleží měrná hmotnost ϱ a jemnost t vláken. V případě vícekomponentní příže jsou střední měrná hmotnost a střední jemnost určeny výrazy (1.2.7) a (1.2.9). Dále se vztahy (1.2.1) a (1.2.3) zavádí plocha S příčného řezu a ekvivalentní průměr d vláken.

K veličinám popisujícím přízi patří jemnost T příže, zákrut Z příže a protože příže svým tvarem poněkud připomíná válec, také průměr D příže.

Jemnost příže. Jemnost T se vyjadřuje lineární hmotností a závisí nejen na objemu vlákenné hmoty v jednotce délky, ale též na měrné hmotnosti ϱ materiálu. K posuzování geometrických vlastností není proto veličinou nejvhodnější.

Analogicky k výrazu (1.2.1) se zavádí pro přízi vztah

$$T = S\varrho \quad (1.3.1)$$

kde S je souhrnná plocha vláken v příčném řezu přízi, nebo také objem vláken, připadající na jednotku délky příže. Veličinu S nazval již O. Johansen /43/ substančním průřezem příže. Pro geometrické posuzování přízi je vhodnější.

Pokud by vlákna byla stlačena do homogenního válce, měla by příže průměr

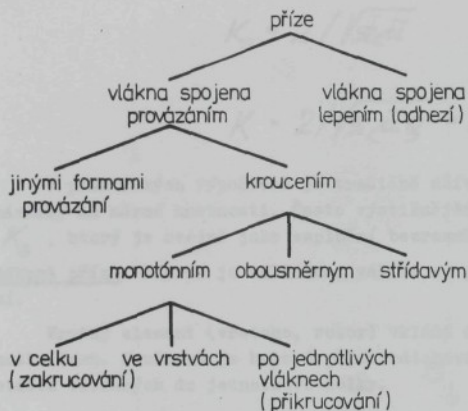
$$D_s = \sqrt{4S/\pi} = \sqrt{4T/(\pi\varrho)} \quad (1.3.2)$$

který O. Johansen /43/ nazval substančním průměrem.

Jemnost příže může být vyjádřena také ve vztahu k jemnosti užitých vláken. Výraz

$$\tau = T/t = S/s = (D_s/d)^2 \quad (1.3.3)$$

je potom poměrnou jemností, což je bezrozměrná veličina. Prakticky se poměrná jemnost užívá ve smyslu počtu vláken v příčném řezu přízi. Jedná se však jen o přibližnou aproximaci; podrobněji viz kap. 1.3.5.



obr. 1.9

Průměr příze. Mezi vlákny skutečné příze se vyskytují vzduchové mezery, hustota stěsnání vláken není rovnoměrná a na povrchu přechází spojitě do oblasti chlupatosti. Proto neexistuje jednotná a jednoznačná definice průměru D příze. Různí autoři jej zavádí v souvislost s užívanou experimentální metodou, či jako pojem teoretický. Obvykle se vychází z průměru nejmenšího myšleného válce, v němž je soustředěna buď veškerá hmota příze, nebo alespoň její podstatná část.

Mezi průměrem D příze a substančním průměrem D_s platí ve všech praktických případech relace $D > D_s$. Poměr D_s/D je bezrozměrnou veličinou. Obvykle se používá jeho druhá mocnina, tj. za užití (1.3.2)

$$\tilde{u} = D_s^2/D^2 = 4S/(\pi D^2) = 4T/(\pi D^2 g) \quad (1.3.4)$$

Veličina $\tilde{u}$ je střední zaplnění příze, neboť podle obecné definice (1.2.12) se jedná o poměr plochy S vláken k celkové ploše $\pi D^2/4$ příčného řezu přízi.

Vztah (1.3.4) se často vyskytuje ve formě

$$D = K_s \sqrt{S} = K \sqrt{T} \quad (1.3.5)$$

kde

$$K_s = 2/\sqrt{\pi \tilde{u}} \quad (1.3.6)$$

$$K = 2/\sqrt{\pi \tilde{u} g} = K_s/\sqrt{g} \quad (1.3.7)$$

V praktických výpočtech je tradičně užíván součinitel průměru K , jenž však je závislý na měrné hmotnosti. Často výstižnější je užívání plošného součinitele průměru K_s , který je stejně jako zaplnění bezrozměrnou veličinou.

Zákrut příze. Zákrut je veličina, vážící se pouze ke skupině monotónně kroucených přízí.

Krutný element (vřeteno, rotor) vkládá do vlákenného materiálu N otáček za jednotku času. Současně je hotová příze odtahována rychlostí v . Zákrut Z je počet otáček vložených do jednotkové délky.

$$Z = N/v \quad (1.3.8)$$

Součin DZ průměru a zákrutu příze je bezrozměrná veličina, častěji užívaná ve tvaru

$$ae = \pi DZ \quad (1.3.9)$$

Je to intenzita zákrutu ae .

Další bezrozměrná veličina související se zákrutem je dle (1.3.4) a (1.3.9)

$$\alpha_s = Z\sqrt{S} = ae\sqrt{\tilde{u}}/\sqrt{4\pi} \quad (1.3.10)$$

kterou lze nazvat plošný Koechlinův zákrutový koeficient. V praktických výpočtech se ovšem tradičně ^{x)} užívá Koechlinův zákrutový koeficient α , určený výrazem

^{x)} B. Kolundžič /49/ uvádí: "Na přednášce v Société Industrielle v Milhouse 28. listopadu roku 1828 sdělil A. Koechlin svoji známou rovnici, s kterou se reguluje vztah počtu zákrutů a číslování (tj. jemnosti - pozn.aut.) příze ...".

$$\alpha = \alpha_s \sqrt{g} = Z \sqrt{T} = \alpha \sqrt{u_s} / \sqrt{4\pi} \quad (1.3.11)$$

Empirickým zobecněním výrazů (1.3.10) a (1.3.11) vzniknou plošný zobecněný zákrutový koeficient α_s^* a zobecněný zákrutový koeficient α^* , definované vztahy

$$\alpha_s^* = Z S^q \quad (1.3.12)$$

$$\alpha^* = \alpha_s^* g^q = Z T^q \quad (1.3.13)$$

Veličina q je zákrutový kvocient; jeho hodnota byla v historii navrhována různě, jak pro bavlňené přize dokládá tab. 1.7.

Některé publikované hodnoty zákrutového kvocientu

Tab. 1.7

Zákrutový kvocient q	Autor	Rok	Pozn.
0,5	Koechlin	1828	1) 2)
0,6	Staub	1900	1) 2)
0,644	Johansen	1902	osnova 1) 2)
0,785	Laetsch	1905	osnova 1) 2)
0,720	Laetsch	1905	útek 1) 2)
0,577	Bissonette	-	2)
0,565	Oeser	1937	1) 2)
0,47	Oeser	1940	2)
0,62-0,75	Laetsch	1941	1) 2)
0,666	Laetsch	1941	3)
0,666	Phrix	1942	2) 4) 5)
0,600	Neckář	1971	6)
0,577	Neckář	1971	6)
0,570	Salaba	1975	7)
0,551	Salaba	1975	7)
0,518	Salaba	1975	česaná 7)
0,570	Salaba	1975	PES/ba 7)
0,589	Salaba	1980	8)
0,589	Salaba	1980	ba/VSs 8)

- 1) Uvádí B. Kolundžič /49/
- 2) Uvádí K.H. Banke /5/
- 3) Uvádí P.A. Koch a E. Wagner /47/
- 4) Uvádí J. Simon /102/
- 5) Uvádí ČSN /126/
- 6) viz lit. /67/
- 7) viz lit. /96/
- 8) Uvádí B. Neckář, A. Kovářová /77/

V československých normách, např. /126/ je prakticky zaveden zákrutový kvocient $q = 2/3$ a příslušný (Phrixův) zákrutový koeficient je označován zvláštním symbolem α . Plošný Phrixův zákrutový koeficient α_s a Phrixův zákrutový koeficient jsou tedy

určeny výrazy

$$a_s = Z S^{2/3} \quad (1.3.14)$$

$$a = a_s S^{2/3} = Z T^{2/3} \quad (1.3.15)$$

Nezávislé veličiny. V souboru veličin uvedených v této kapitole je pouze 5 veličin vzájemně nezávislých. Jsou to např. g , t vláken a přízové veličiny T , D , Z . Místo posledních tří lze užít také trojici bezrozměrných veličin τ , $\tilde{u}$, α ,

1.3.3. VZTAH MEZI JEMNOSTÍ, ZÁKRUTEM A PRŮMĚREM PŘÍZE

Mezi jemností, zákrutem a průměrem příze existuje vzájemné přiřazení, které bylo mnohokrát experimentálně prokázáno. Fyzikálně je zřejmé, že hrubší příze budou mít větší průměr než příze jemnější. Dále se zvyšujícím se zákrutem jsou vlákna více stlačována a průměr se zmenšuje. Problém přiřazení jemnosti T , zákrutu Z a průměru D je problémem stlačování vláknenného materiálu, problémem vnitřní mechaniky příze.

1. hypotéza - Koechlinova. Z historického způsobu odvozování Koechlinova zákrutového koeficientu, např. v práci O. Johansena /43/, založeného na šroubovicovém modelu vláken v přízi vyplývá předpoklad, že zaplnění přízi stejné technologie a stejného materiálového složení je pouze funkcí intenzity zákrutu. Předpokládá se tedy, že platí

$$\tilde{u} = \tilde{u}(\alpha e) \quad (1.3.16)$$

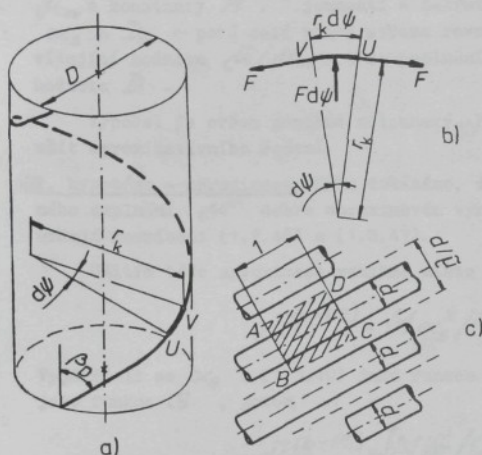
Potom ovšem jak součinitel průměru K či K_s - rovnice (1.3.6) a (1.3.7), tak i Koechlinův zákrutový koeficient α či α_s - rovnice (1.3.10) a (1.3.11), jsou pouze funkcí intenzity zákrutu α .

Jinak řečeno, ke každému Koechlinovu zákrutovému koeficientu přísluší právě jedna hodnota intenzity zákrutu α a zaplnění $\tilde{u}$, a právě jedna hodnota součinitele průměru K , resp. K_s . Podle této úvahy je vhodné k jednomu účelu (např. osnovní příze, útkové příze) užívat stále stejnou hodnotu intenzity zákrutu. Pak jsou veličiny α , α_s a K , K_s konstanty. Výraz (1.3.5) s konstantní hodnotou K je dodnes hojně užíván k rychlému orientačnímu výpočtu průměru. Koechlinův zákrutový koeficient α je zakotven v současných normách řady zemí. Ukázalo se však, že úvahy založené na této hypotéze nejsou často dostatečně přesné, a proto byly navrhovány i různé jiné výrazy empirického charakteru.

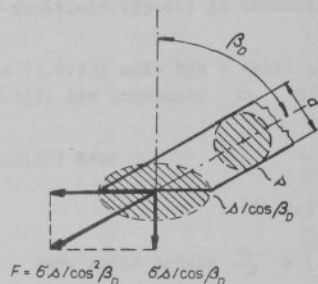
2. hypotéza - komprimační. Jiné původní řešení zpracoval autor této práce /79/. Vychází z toho, že vlákna jsou v přízi stlačována dostřednými tlaky, vyvozenými zákrutem. Schema zjednodušené úvahy je na obr. 1.10.

Element UV idealizovaného šroubovicového vlákna na povrchu příze s průměrem D je odkloněn pod úhlem β , od směru osy příze a zakřiven na poloměru křivosti r_k - obr. 1.10 a). Působí-li ve vlákne tahová síla F , působí element dostřednou silou $F dy$ a dostředná síla vyvozená délkou vlákna je $F dy / (r_k dy) = F / r_k$ - obr. 1.10 b). Mezi vlákny s průměrem d , která leží na průměru příze D jsou však mezery, závislé na zaplnění $\tilde{u}$ - obr. 1.10 c). Dostředná síla délkové jednotky vlákna připadá na plochu ABCD o velikosti $1/d/\tilde{u}$. Dostředný tlak p je dán výrazem

$$p = (F/r_k) / (d/\tilde{u}) = F\tilde{u} / (r_k d) \quad (1.3.17)$$



obr. 1.10



obr. 1.11

Na myšlený řez vlákna rovinou kolmou k ose přiče působí tahové napětí σ . Protože plocha vláknenného řezu je $s/\cos\beta_0$, působí na myšlený řez síla $\sigma s/\cos\beta_0$ - obr. 1.11.

V ose vlákna je pak síla $F = \sigma s/\cos^2\beta_0$. Ve šroubovicovém modelu jsou známy výrazy $\tan\beta_0 = \pi D Z = x$ a $r_k = D/(2\sin^2\beta_0)$. Jejich užití v (1.3.17) vede po úpravě na tvar

$$p = C \tilde{u} x^2 / D \quad (1.3.18)$$

kde $C = 2\sigma s/d$. Připustí-li se, že v rámci jednoho materiálu a technologie je napětí σ a veličiny s, d konstantní, je C konstanta. Obecněji lze do C zahrnout i neuvažované vlivy vnitřních vrstev vláken apod.

Ze vztahu (1.3.18) vyplývá větší tlak v přízích jemnějších (menší D) a více zakroucených (větší x), na něž upozorňuje W. Žurek [149].

Mezi tlakem působícím na vláknenný materiál a zaplněním byla odvozena rovnice (1.2.43). Jejím užitím spolu s (1.3.18) se nalezne

$$k_p (\tilde{u}^3 / (1 - \tilde{u}^3 / u_m^3))^3 = C \tilde{u} x^2 / D \quad (1.3.19)$$

Po vyjádření x z (1.3.10) a vyjádření D z (1.3.4) prostřednictvím substančního průměru D_s lze (1.3.19) vyjádřit formou

$$(\tilde{u} / u_m)^{2.5} / (1 - \tilde{u}^3 / u_m^3)^3 = M \alpha_s^2 / (u_m^{2.5} D_s) \quad (1.3.20)$$

kde $M = 4\pi C/k_p$ je souhrnná materiálová konstanta s rozměrem délky. Formální nevýhodou tohoto výrazu je nemožnost vyjádřit zaplnění v explicitním tvaru. V tabulce 1.8 je proto uvedeno vzájemné přiřazení.

Pro praktický výpočet průměru $\bar{D}$ přímce je třeba znát hodnotu mezního zaplnění u_m a konstanty M . Z jmenosti a zákrutu se rovnicemi (1.3.11) a (1.3.2) vypočte α_s a D_s a poté celá pravá strana rovnice (1.3.20). V tab. 1.8 se nalezne odpovídající hodnota $\bar{u}/u_m$ a ze zaplnění a D_s se rovnicí (1.3.4) získá hodnota D .

Výpočet je ovšem poněkud zdlouhavý. Pro rychlé praktické výpočty je vhodnější užít aproximačního řešení.

2. hypotéza - aproximace. Bylo dokázáno, že tlak dle (1.2.43) může být v okolí zvoleného zaplnění u^* dobře aproximován výrazem (1.2.45), kde konstanty b , c se určují rovnicemi (1.2.46) a (1.2.47).

Užitím této aproximace vznikne místo výrazu (1.3.20) tvar

$$\bar{u}^{(b-1/2)} = M \alpha_s^2 / (c D_s) \quad (1.3.21)$$

Vyjádří-li se α_s z (1.3.10) jako funkce Z a S , substanční průměr D_s z (1.3.2) jako funkce S , potom

$$\bar{u}^{(b-1/2)} = [M \sqrt{2} / (2c)] \cdot Z^2 / S \quad (1.3.22)$$

Po dosazení zaplnění $\bar{u}$ z (1.3.4) do poslední rovnice a vhodné úprav se nalezne výraz

$$D = \left[\frac{c}{M} \left(\frac{2}{\sqrt{2}} \right)^{2b} \right]^{\frac{1}{2b-1}} \cdot S^{\frac{b-1}{2b-1}} \cdot Z^{\frac{-2}{2b-1}} \quad (1.3.23)$$

kterým je možno vypočítat průměr D přímo.

Je vhodné definovat kvocient q zákrutu vztahem

$$q = (b-1)/(2b-3) \quad (1.3.24)$$

Potom z (1.3.12) pro intenzitu zákrutu $\mathcal{H}$ platí

$$\mathcal{H} = \pi D Z = \pi \left[\frac{c}{M} \left(\frac{2}{\sqrt{2}} \right)^{2b} \right]^{\frac{1}{2b-1}} \cdot \alpha_s^*^{\frac{2b-3}{2b-1}} \quad (1.3.25)$$

Intenzita zákrutu je nyní funkcí jen plošného zobecněného zákrutového koeficientu α_s^* , takže podobně jako u 1. hypotézy všechny přímce se stejným α_s^* mají i stejné $\mathcal{H}$. (Nemají ovšem stejné $\bar{u}$).

Užitím plošného Phrizova zákrutového koeficientu Q_s z (1.3.14) ve vzorci (1.3.23) vznikne

$$D = Q_s S^u \alpha_s^* \quad (1.3.26)$$

$$Q_s = \left[\frac{c}{M} \left(\frac{2}{\sqrt{2}} \right)^{2b} \right]^{\frac{1}{2b-1}} \quad (1.3.27)$$

Řešení rovnice (1.3.20)

Tab. 1.8

power	funkční	power	funkční	power	funkční	power	funkční	power	funkční	power	funkční
$\frac{u}{\mu_m}$	hodnota	$\frac{u}{\mu_m}$	hodnota	$\frac{u}{\mu_m}$	hodnota	$\frac{u}{\mu_m}$	hodnota	$\frac{u}{\mu_m}$	hodnota	$\frac{u}{\mu_m}$	hodnota
0,002	0,00000	0,102	0,00333	0,202	0,01880	0,302	0,05450	0,402	0,12534	0,502	0,26790
0,004	0,00000	0,104	0,00350	0,204	0,01928	0,304	0,05550	0,404	0,12730	0,504	0,27200
0,006	0,00000	0,106	0,00367	0,206	0,01977	0,306	0,05652	0,406	0,12929	0,506	0,27615
0,008	0,00001	0,108	0,00385	0,208	0,02027	0,308	0,05755	0,408	0,13131	0,508	0,28038
0,010	0,00001	0,110	0,00403	0,210	0,02078	0,310	0,05859	0,410	0,13335	0,510	0,28467
0,012	0,00002	0,112	0,00422	0,212	0,02130	0,312	0,05964	0,412	0,13543	0,512	0,28903
0,014	0,00002	0,114	0,00441	0,214	0,02182	0,314	0,06072	0,414	0,13753	0,514	0,29347
0,016	0,00003	0,116	0,00460	0,216	0,02235	0,316	0,06180	0,416	0,13966	0,516	0,29797
0,018	0,00004	0,118	0,00481	0,218	0,02289	0,318	0,06290	0,418	0,14182	0,518	0,30255
0,020	0,00006	0,120	0,00501	0,220	0,02344	0,320	0,06402	0,420	0,14402	0,520	0,30721
0,022	0,00007	0,122	0,00523	0,222	0,02400	0,322	0,06514	0,422	0,14624	0,522	0,31194
0,024	0,00009	0,124	0,00545	0,224	0,02457	0,324	0,06629	0,424	0,14850	0,524	0,31675
0,026	0,00011	0,126	0,00567	0,226	0,02514	0,326	0,06745	0,426	0,15078	0,526	0,32164
0,028	0,00013	0,128	0,00590	0,228	0,02573	0,328	0,06863	0,428	0,15310	0,528	0,32662
0,030	0,00016	0,130	0,00613	0,230	0,02632	0,330	0,06982	0,430	0,15546	0,530	0,33167
0,032	0,00018	0,132	0,00637	0,232	0,02692	0,332	0,07103	0,432	0,15784	0,532	0,33682
0,034	0,00021	0,134	0,00662	0,234	0,02753	0,334	0,07225	0,434	0,16026	0,534	0,34205
0,036	0,00025	0,136	0,00687	0,236	0,02815	0,336	0,07349	0,436	0,16272	0,536	0,34737
0,038	0,00028	0,138	0,00713	0,238	0,02878	0,338	0,07475	0,438	0,16521	0,538	0,35277
0,040	0,00032	0,140	0,00739	0,240	0,02942	0,340	0,07602	0,440	0,16774	0,540	0,35828
0,042	0,00036	0,142	0,00766	0,242	0,03007	0,342	0,07731	0,442	0,17030	0,542	0,36387
0,044	0,00041	0,144	0,00794	0,244	0,03073	0,344	0,07862	0,444	0,17290	0,544	0,36957
0,046	0,00045	0,146	0,00822	0,246	0,03140	0,346	0,07995	0,446	0,17554	0,546	0,37536
0,048	0,00050	0,148	0,00851	0,248	0,03207	0,348	0,08129	0,448	0,17822	0,548	0,38126
0,050	0,00056	0,150	0,00880	0,250	0,03276	0,350	0,08265	0,450	0,18093	0,550	0,38725
0,052	0,00062	0,152	0,00910	0,252	0,03346	0,352	0,08403	0,452	0,18369	0,552	0,39336
0,054	0,00068	0,154	0,00941	0,254	0,03417	0,354	0,08543	0,454	0,18649	0,554	0,39957
0,056	0,00074	0,156	0,00972	0,256	0,03489	0,356	0,08685	0,456	0,18932	0,556	0,40589
0,058	0,00081	0,158	0,01004	0,258	0,03561	0,358	0,08829	0,458	0,19220	0,558	0,41232
0,060	0,00088	0,160	0,01037	0,260	0,03635	0,360	0,08974	0,460	0,19513	0,560	0,41887
0,062	0,00096	0,162	0,01070	0,262	0,03710	0,362	0,09122	0,462	0,19809	0,562	0,42554
0,064	0,00104	0,164	0,01104	0,264	0,03786	0,364	0,09272	0,464	0,20110	0,564	0,43233
0,066	0,00112	0,166	0,01138	0,266	0,03863	0,366	0,09423	0,466	0,20416	0,566	0,43924
0,068	0,00121	0,168	0,01173	0,268	0,03941	0,368	0,09577	0,468	0,20726	0,568	0,44628
0,070	0,00130	0,170	0,01209	0,270	0,04021	0,370	0,09733	0,470	0,21041	0,570	0,45344
0,072	0,00139	0,172	0,01246	0,272	0,04101	0,372	0,09890	0,472	0,21360	0,572	0,46074
0,074	0,00149	0,174	0,01283	0,274	0,04183	0,374	0,10050	0,474	0,21685	0,574	0,46818
0,076	0,00159	0,176	0,01321	0,276	0,04265	0,376	0,10213	0,476	0,22014	0,576	0,47575
0,078	0,00170	0,178	0,01360	0,278	0,04349	0,378	0,10377	0,478	0,22349	0,578	0,48346
0,080	0,00181	0,180	0,01399	0,280	0,04434	0,380	0,10544	0,480	0,22688	0,580	0,49132
0,082	0,00193	0,182	0,01439	0,282	0,04520	0,382	0,10712	0,482	0,23033	0,582	0,49933
0,084	0,00205	0,184	0,01480	0,284	0,04608	0,384	0,10884	0,484	0,23383	0,584	0,50748
0,086	0,00217	0,186	0,01521	0,286	0,04696	0,386	0,11057	0,486	0,23739	0,586	0,51580
0,088	0,00230	0,188	0,01563	0,288	0,04786	0,388	0,11233	0,488	0,24100	0,588	0,52427
0,090	0,00244	0,190	0,01606	0,290	0,04877	0,390	0,11411	0,490	0,24466	0,590	0,53291
0,092	0,00257	0,192	0,01650	0,292	0,04969	0,392	0,11592	0,492	0,24839	0,592	0,54171
0,094	0,00272	0,194	0,01695	0,294	0,05063	0,394	0,11775	0,494	0,25217	0,594	0,55068
0,096	0,00286	0,196	0,01740	0,296	0,05158	0,396	0,11961	0,496	0,25601	0,596	0,55983
0,098	0,00302	0,198	0,01786	0,298	0,05254	0,398	0,12149	0,498	0,25991	0,598	0,56916
0,100	0,00317	0,200	0,01832	0,300	0,05351	0,400	0,12340	0,500	0,26388	0,600	0,57867

$$\text{funkční hodnota} = \frac{M}{u_m^{2,5}} \cdot \frac{\alpha_s^2}{D_s} = \frac{(\tilde{u}/u_m)^{2,5}}{[1 - (\tilde{u}/u_m)^3]^{3/2}}$$

Tab. 1.8 - pokračování

power $\frac{dI}{d\mu}$	funkcni hodnota	power $\frac{dI}{d\mu}$	funkcni hodnota	power $\frac{dI}{d\mu}$	funkcni hodnota	power $\frac{dI}{d\mu}$	funkcni hodnota
0,602	0,58837	0,702	1,47573	0,802	5,07569	0,902	40,9957
0,604	0,59826	0,704	1,50666	0,804	5,23182	0,904	43,5831
0,606	0,60835	0,706	1,53843	0,806	5,39437	0,906	46,3938
0,608	0,61865	0,708	1,57106	0,808	5,56368	0,908	49,4524
0,610	0,62915	0,710	1,60458	0,810	5,74010	0,910	52,7871
0,612	0,63987	0,712	1,63902	0,812	5,92403	0,912	56,4298
0,614	0,65080	0,714	1,67441	0,814	6,11585	0,914	60,4169
0,616	0,66196	0,716	1,71080	0,816	6,31600	0,916	64,7902
0,618	0,67335	0,718	1,74820	0,818	6,52494	0,918	69,5979
0,620	0,68498	0,720	1,78667	0,820	6,74317	0,920	74,8953
0,622	0,69684	0,722	1,82623	0,822	6,97119	0,922	80,7466
0,624	0,70896	0,724	1,86693	0,824	7,20958	0,924	87,2263
0,626	0,72134	0,726	1,90881	0,826	7,45893	0,926	94,4213
0,628	0,73397	0,728	1,95191	0,828	7,71988	0,928	102,433
0,630	0,74688	0,730	1,99627	0,830	7,99311	0,930	111,382
0,632	0,76006	0,732	2,04195	0,832	8,27936	0,932	121,408
0,634	0,77353	0,734	2,08899	0,834	8,57942	0,934	132,680
0,636	0,78728	0,736	2,13745	0,836	8,89413	0,936	145,398
0,638	0,80134	0,738	2,18737	0,838	9,22441	0,938	159,802
0,640	0,81571	0,740	2,23882	0,840	9,57123	0,940	176,180
0,642	0,83039	0,742	2,29185	0,842	9,93564	0,942	194,884
0,644	0,84540	0,744	2,34653	0,844	10,3188	0,944	216,344
0,646	0,86074	0,746	2,40291	0,846	10,7219	0,946	241,086
0,648	0,87643	0,748	2,46108	0,848	11,1462	0,948	269,764
0,650	0,89247	0,750	2,52109	0,850	11,5933	0,950	303,195
0,652	0,90888	0,752	2,58302	0,852	12,0646	0,952	342,408
0,654	0,92566	0,754	2,64696	0,854	12,5618	0,954	388,710
0,656	0,94283	0,756	2,71297	0,856	13,0868	0,956	443,782
0,658	0,96039	0,758	2,78116	0,858	13,6415	0,958	509,807
0,660	0,97836	0,760	2,85161	0,860	14,2280	0,960	589,654
0,662	0,99675	0,762	2,92441	0,862	14,8486	0,962	687,142
0,664	1,01557	0,764	2,99966	0,864	15,5060	0,964	807,433
0,666	1,03484	0,766	3,07747	0,866	16,2028	0,966	957,616
0,668	1,05457	0,768	3,15795	0,868	16,9420	0,968	1147,60
0,670	1,07477	0,770	3,24121	0,870	17,7271	0,970	1391,50
0,672	1,09545	0,772	3,32738	0,872	18,5615	0,972	1709,93
0,674	1,11664	0,774	3,41658	0,874	19,4493	0,974	2133,71
0,676	1,13834	0,776	3,50896	0,876	20,3947	0,976	2710,32
0,678	1,16058	0,778	3,60465	0,878	21,4027	0,978	3515,47
0,680	1,18337	0,780	3,70380	0,880	22,4783	0,980	4674,72
0,682	1,20672	0,782	3,80657	0,882	23,6275	0,982	6406,48
0,684	1,23066	0,784	3,91314	0,884	24,8566	0,984	9113,09
0,686	1,25521	0,786	4,02367	0,886	26,1728	0,986	13590,2
0,688	1,28037	0,788	4,13836	0,888	27,5839	0,988	21560,1
0,690	1,30618	0,790	4,25740	0,890	29,0986	0,990	37219,9
0,692	1,33265	0,792	4,38100	0,892	30,7267	0,992	72624,4
0,694	1,35980	0,794	4,50939	0,894	32,4790	0,994	171978,
0,696	1,38766	0,796	4,64279	0,896	34,3677	0,996	579855,
0,698	1,41626	0,798	4,78147	0,898	36,4062	0,998	
0,700	1,44560	0,800	4,92567	0,900	38,6099	1,000	

$$w = (3b+1)/[3(2b-1)] \quad (1.3.28)$$

$$v = -2/(2b-1) \quad (1.3.29)$$

Z posledních dvou rovnic plyne důležitá vazba mezi exponenty w a v .

$$v = -2,4w + 1,2 \quad (1.3.30)$$

Po vyjádření S z (1.3.1) a a_s z (1.3.15) se průměr D příze (1.3.26) stane funkcí jemnosti T a Phrixova zákrutového koeficientu α :

$$D = Q_w T^w \alpha^v \quad (1.3.31)$$

$$Q_w = Q_s / S^{w+2v/3} \quad (1.3.32)$$

Použitím plošného Koechlinova zákrutového koeficientu α_s dle (1.3.10) ve vztahu (1.3.23) lze zapsat analogicky

$$D = Q_s S^w \alpha_s^v \quad (1.3.33)$$

$$w = b/(2b-1) \quad (1.3.34)$$

$$v = -4w + 2 \quad (1.3.35)$$

Po vyjádření S z (1.3.1) a α_s z (1.3.11) je průměr D příze funkcí jemnosti a Koechlinova zákrutového koeficientu α .

$$D = Q_\alpha T^w \alpha^v \quad (1.3.36)$$

$$Q_\alpha = Q_s / S^{w+v/2} \quad (1.3.37)$$

Praktické určení výrazů. Odvozené vztahy lze použít, jsou-li známy hodnoty konstanty M a μ_m , které charakterizují užitý materiál a strukturální typ příze. Určení vyžaduje získat experimentální soubor průměrů D přízí různých jemností T a zákrutů Z . Obvykle nelze vyrobit experimentální příze se širokou škálou zaplnění (např. od $\bar{\mu} = 0,1$ do $0,8$) a regresní určení μ_m proto bývá nespolehlivé. Na základě delší dobu prováděného experimentálního sledování lze doporučit volbu hodnoty μ_m z intervalu $\langle \frac{5}{4}; \frac{5}{2\sqrt{3}} \rangle$; pro většinu přízí nejvhodněji $\mu_m = 0,8$, pro kroucené hedvábí $\mu_m = 0,9$. Regresně se pak určuje jen konstanta M .

Základní rovnici (1.3.20) je vhodné upravit užitím (1.3.11) a (1.3.2) do tvaru

$$\frac{(\bar{\mu}/\mu_m)^{3,5}}{[1 - (\bar{\mu}/\mu_m)^3]^3} = \frac{M(m) \cdot \sqrt{S}}{2000 \mu_m^{3,5} \sqrt{S(\lg \bar{m}^3)}} \cdot \alpha_u^2 \quad (1.3.38)$$

kde veličina

$$\alpha_u(\tilde{m}'_{tex}) = Z(\tilde{m}') T_{(tex)}^{1/4} \quad (1.3.39)$$

je typem zobecněného zákrutového koeficientu s kvocientem $q = 1/4$ (definice (1.3.13)).

Z rovnice (1.3.38) je zřejmé, že příze různých jemností a zákrutů, vyrobené stejnou technologií ze stejné suroviny budou mít stejnou hodnotu koeficientu α_u , který je tedy charakteristikou zaplnění příze.

Pro každou přízi vyrobenou z materiálu o měrné hmotnosti ϱ , u níž je změřen průměr D , zákrut Z a jemnost T lze užitím (1.3.4) ve formě

$$\tilde{u} = 4 T_{(tex)} / [\alpha_u D_{(mm)}^2 \varrho (\text{kgm}^{-3})] \quad (1.3.40)$$

vyčíslit zaplnění $\tilde{u}$ a při daném $\alpha_{um} = 0,8$ z (1.3.38) a (1.3.39) hodnotu M . Ze souboru experimentálních údajů je takto možné vyhodnotit charakteristickou konstantu M pro příze daného typu. V souhrnné práci / 81 / byly pro jednokomponentní příze stanoveny hodnoty uvedené v tab. 1.9.

Typické hodnoty konstanty M
pro jednokomponentní příze
(Pro všechny příze $\alpha_{um} = 0,8$.)

Tab. 1.9

Vláknový materiál	H O D N O T Y $M(m)$		
	příze česaná	příze mykaná	příze rotorová xx)
bavlna xxx)	0,0063	0,0042	0,0027
VSs - B typ		0,0180	0,0077
PESs- B typ		0,0125	0,0054
Jiná chem. vlákna x)		0,0130	0,0056

x) Přibližné orientační hodnoty

xx) Typ ED 200

xxx) Pro česané příze typ II, pro mykané typ A I

Charakter nalezených souvislostí bude dále dokumentován na příkladě bavlněných přízí mykaných - prstencových. Na osách grafu na obr. 1.12 jsou v logaritmických stupnicích vyneseny zobecněný zákrutový koeficient α_u a zaplnění příze $\tilde{u}$. Body označené křížky vznikly z experimentálních údajů uvedených v / 68 / a / 96 /. (Užito vztahů (1.3.39), (1.3.40) a pro měrnou hmotnost bavlny $\varrho = 1500 \text{ kg m}^{-3}$.) Soubor obsahuje 34 přízí typu AI mykaná, materiál sovětská bavlna I. a II. sortu v poměru 50/50, rozsah jemností od 16,5 tex do 100 tex, rozmezí Phrixova zákrutového koeficientu od 55 do 75 $\text{m}^{-1} \text{ kteř}^{2/3}$.

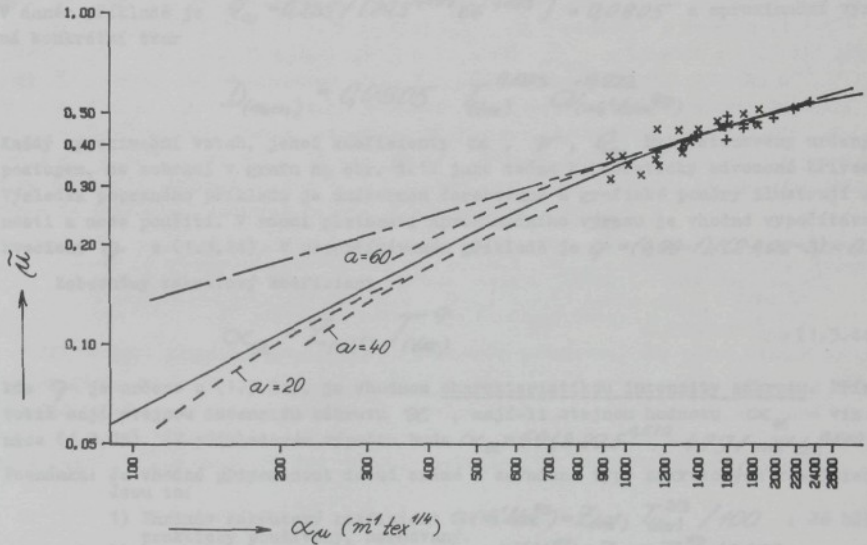
Průměry velmi hrubých přízí a přístů z bavlny studoval J. Salaba / 96 / a výsledky svých měření shrnul do empirického výrazu

$$D_{(mm)} = \frac{0,48 T_{(tex)}^{0,563}}{[100 \alpha_u(\tilde{m}'_{kteř}^{2/3})]^{0,30343} + 2 \cdot 10^{-5} T_{(tex)}} [80 - \alpha_u(\tilde{m}'_{kteř}^{2/3})] \quad (1.3.41)$$

kde α značí normovaný Phrixův zákrutový koeficient. Pro každou dvojici proměnných T , α lze vypočítat průměr D z (1.3.41), zaplnění $\tilde{u}$ při $\varrho = 1500 \text{ kg m}^{-3}$

z (1.3.40) a zobecněný zákrutový koeficient α_{cu} z (1.3.39). Takto nalezené závislosti pro hodnoty $a = 20, 40, 60 \text{ m}^1 \text{ ktex}^{2/3}$, vždy v rozmezí jemnosti $T = 50$ až 1000 tex jsou znázorněny na obr. 1.12 třemi čárkovanými křivkami. Je zřejmé, že vliv zákrutového koeficientu a na sledovanou závislost není podstatný.

Dále byla vypočtena teoretická závislost (1.3.38) při hodnotách $\varrho = 1500 \text{ kg m}^{-3}$, $M = 0,0042 \text{ m}$, $u_m = 0,8$ a vynesena v témže grafu plnou čarou. Je vidět, že křivka prochází uspokojivým způsobem jak prostorem prázdnů a hrubých přízí, tak i oblastí přízí běžných jemností.



obr. 1.12

Jsou-li stanoveny potřebné konstanty (v uvažovaném příkladě $\varrho = 1500 \text{ kg m}^{-3}$, $u_m = 0,8$, $M = 0,0042 \text{ m}$) je určení průměru příze poměrně snadné. Např. příze $T = 29,5 \text{ tex}$ zakroucená se zákrutovým koeficientem $a = 66 \text{ m}^1 \text{ ktex}^{2/3}$ má zákrut $Z = 100.66/29,5^{2/3} = 691,3 \text{ m}^{-1}$, $\alpha_{cu} = 691,3 \cdot 29,5^{1/4} = 1611,1 \text{ m}^{-1} \text{ tex}^{1/4}$ a hodnota pravé strany rovnice (1.3.38) je $(0,0042 \cdot \sqrt{29,5} \cdot 1611,1^2) / (2000 \cdot 0,8^2 \cdot \sqrt{1500}) = 0,436$. Této hodnotě dle tab. 1.8 odpovídá poměr $\tilde{u}/u_m = 0,565$ a tedy $\tilde{u} = 0,565 \cdot 0,8 = 0,452$. Pro výpočet průměru příze je vhodné užívat vztah (1.3.40) ve formě

$$D_{(mm)} = \sqrt[4]{4 T_{(a)} / [\tilde{u} \alpha_{cu} \varrho (\text{kg m}^{-3})]} \quad (1.3.42)$$

V daném příkladu je tedy hledaný průměr příze

$$D_{(mm)} = \sqrt[4]{4 \cdot 29,5 / [0,452 \cdot 1500]} = 0,235 \text{ mm}$$

Požaduje-li se stanovit aproximační vztah typu (1.3.41), který nejlépe vyhovuje právě

v okolí uvedené příze, pak je nutno položit $u^* = 0,452$. Z (1.2.46) vznikne $b = 3[1+2(0,452/0,8)^3]/[1-(0,452/0,8)^3] = 4,98$, z rovnice (1.3.28) a (1.3.30) vznikne $w = (3 \cdot 4,98 + 1)/[3(2 \cdot 4,98 - 1)] = 0,593$, $v = -24 \cdot 0,593 + 12 = -0,223$. Hodnotu koeficientu Q_a lze nejjednodušší určit z podmínky, že pro výchozí přízi musí aproximační vztah (1.3.31) platit zcela přesně. Nejvhodnější se vychází z tvarů

$$D_{(mm)} = Q_a T_{(dec)}^w a_{(m^1 \text{ tlec}^{2/3})}^v \quad (1.3.43)$$

$$Q_a = D_{(mm)} / [T_{(dec)}^w a_{(m^1 \text{ tlec}^{2/3})}^v] \quad (1.3.43a)$$

V daném příkladě je $Q_a = 0,235 / [29,5^{0,593} \cdot 66^{-0,223}] = 0,0805$ a aproximační výraz má konkrétní tvar

$$D_{(mm)} = 0,0805 T_{(dec)}^{0,593} a_{(m^1 \text{ tlec}^{2/3})}^{-0,223}$$

Každý aproximační vztah, jehož koeficienty u , v , Q_a byly stanoveny určeným postupem, se zobrazí v grafu na obr. 1.12 jako tečna k teoreticky odvozené křivce. Výsledek popsaného příkladu je znázorněn čerchovaně a grafické poměry ilustrují možnosti a meze použití. V rámci platnosti aproximačního výrazu je vhodné vypočítávat kvocient q z (1.3.24). V propočítávaném příkladě je $q = (4,98 - 1)/(2 \cdot 4,98 - 3) = 0,572$.

Zobecněný zákrutový koeficient

$$\alpha_{ac} = Z_{(m^1)} T_{(dec)}^q \quad (1.3.44)$$

kde q je určeno z (1.3.24), je vhodnou charakteristikou intenzity zákrutu. Příze totiž mají stejnou intenzitu zákrutu ac , mají-li stejnou hodnotu α_{ac} - viz rovnice (1.3.25). (V příkladovém výpočtu bude $\alpha_{ac} = 6913 \cdot 29,5^{0,572} = 4791 \text{ m}^1 \text{ tlec}^{0,572}$.)

Poznámka: Je vhodné připomenout dosud známé a zavedené typy zákrutových koeficientů. Jsou to:

- 1) Fhrixův zákrutový koeficient $a_{(m^1 \text{ tlec}^{2/3})} = Z_{(m^1)} T_{(dec)}^{2/3} / 100$. Je běžně prakticky používán, normovaný.
- 2) Koechlinův zákrutový koeficient $\alpha_s(m^1 \text{ tlec}^{1/2}) = Z_{(m^1)} T_{(dec)}^{1/2} / 31,62$. Starší typ, v zahraničí hojně prakticky užívaný.
- 3) Koechlinův plošný zákrutový koeficient $\alpha_s = Z_{(m^1)} [T_{(dec)}^{10^6} g(\log m^3)]^{1/2}$. Významově analogický předchozímu, avšak bezrozměrný, nezávislý na měrné hmotnosti vláken.
- 4) Zobecněný zákrutový koeficient $\alpha_{ac}(m^1 \text{ tlec}^{1/4}) = Z_{(m^1)} T_{(dec)}^{1/4}$. V rámci materiálu a technologie charakterizuje jednoznačně zaplnění příze.
- 5) Zobecněný zákrutový koeficient $\alpha_{ac}(m^1 \text{ tlec}^q) = Z_{(m^1)} T_{(dec)}^q$, kde q plyne z (1.3.24). V rámci materiálu, technologie a platnosti aproxim. vztahu typu (1.3.31) charakterizuje jednoznačně intenzitu zákrutu.

Zbývá poznamenat, že aproximativní vztahy typu (1.3.31) či (1.3.36) byly původně zavedeny jako empirické W. Žurkem / 119/, autorem / 67/ aj. Hodnoty koeficientů (Q_a , w , v či Q_a , w , v) stanovené regresně z experimentů se prakticky dobře shodují s teoretickými relacemi, jež zde byly popsány - viz / 67/, / 96/.

Praktické souvislosti s volbou zákrutu. U přízi stejného materiálu a způsobu výroby je podle tradičního pravidla vhodné volit zákrut tak, aby různé jemné příze měly stejný sklon povrchových vláken. Podle vztahů uvažovaných v komprimační hypotéze i dle dalších úvah jde vlastně o velmi "rozumný" požadavek zachování tahového napětí ve vláknech různé jemných přízi. Sklon povrchového vlákna lze hodnotit sklonem jeho osy, která v nejjednodušším případě leží na válci o redukovaném průměru

$$D_{red} = D \cdot (D_s - d) / D_s \quad (1.3.45)$$

kde D je průměr D_s substanční průměr příze a d označuje ekvivalentní průměr

vlákna. Na průměru D_{red} svírá šroubovicová osa vlákna s osou příze úhel β_{red} , pro který platí v analogii k intenzitě zákrutu $\alpha = \pi D Z = \tan \beta$ vztah

$$\tan \beta_{red} = \pi D_{red} Z = \alpha (1 - d/D_s) \quad (1.3.46)$$

Užitím (1.3.46), (1.3.10) v (1.3.20) vznikne po úpravě vztah

$$\frac{\tilde{a}^{15}}{[1 - \tilde{a}^3/\mu_m^3]^3} = \frac{M \tan^2 \beta_{red}}{4\alpha} \cdot \frac{1}{D_s (1 - d/D_s)^2} \quad (1.3.47)$$

kde pro většinu přízí vyhovuje $\mu_m = 0,8$. Při daném typu materiálu a způsobu předení (dáno ρ , M) a při zvolené úrovni kroucení (dáno β_{red}) lze z jemnosti příze a vlákna (užitím (1.2.3) a (1.3.2) se určí D_s , d) stanovit z rovnice (1.3.47) zaplnění $\tilde{a}$, z (1.3.42) průměr D , z (1.3.45) D_{red} a konečně z (1.3.46) zákrut příze Z . Např. pro prstencovou přízi z bavlny AI mykané ($\rho = 1500 \text{ kg m}^{-3}$, $M = 0,0042 \text{ m}$, $t = 0,18 \text{ tex}$), jemnosti $T = 16,5 \text{ tex}$ se při úrovni kroucení $\beta_{red} = 25,7^\circ$ nalezne zákrut, odpovídající Phrixovu zákrutovému koeficientu $\alpha = 66,3 \text{ m}^{-1} \text{ ktex}^{2/3}$. Pro přízi 38 tex je již $\alpha = 68,6 \text{ m}^{-1} \text{ ktex}^{2/3}$ a při jemnosti příze 100 tex je dokonce $\alpha = 71,2 \text{ m}^{-1} \text{ ktex}^{2/3}$. Hodnotu Phrixova zákrutového koeficientu je tedy nutno směrem k hrubým přízím poněkud zvětšovat.

Poznámka: Pro provozní aplikaci lze uvedené výpočty nahradit zjednodušením, založeným na zobecněném zákrutovém koeficientu α_{red} , který při vhodně zvoleném exponentu q_{red} zůstává v širokém rozsahu jemností téměř konstantní. V uvažovaném případě lze užít $q_{red} = 0,63$ takže $\alpha_{red} = 6000 \text{ m}^{-1} \text{ ktex}^{0,63}$. Pak platí pro zákrut zjednodušený vztah $Z = 6000 / T^{0,63}$.

Při použití různých technologií je přirozené požadovat, aby příze stejné jemnosti a ze stejného materiálu měly stejné zaplnění $\tilde{a}$, neboť právě v tomto případě budou u stejné jemných přízí také analogické vnitřní poměry, stejná hustota kontaktů apod. Tento požadavek vzhledem k (1.3.47) znamená, že pro danou surovinu a zvolenou úroveň zakrucování (β_{red}) musí být pro všechny technologie a jemnosti přízí veličina

$$K = M \tan^2 \beta_{red} \quad (1.3.48)$$

trvale konstantní. Pro kroucení na úrovni počítované jako „osnovní zákrut“ bylo přibližně stanoveno:

- pro bavlnu MII $K = 0,000780 \text{ m}$,
- pro bavlnu AI $K = 0,000975 \text{ m}$,
- pro PESs, B-typ $K = 0,001370 \text{ m}$,
- pro VSs, B-typ $K = 0,001680 \text{ m}$.

Některé vypočtené hodnoty jsou uvedeny v tab. 1.10. Ukazují poměrně dobrý soulad s empirickou zkušeností bavlnářských přádelen.

Tabulka však naznačuje i další souvislosti, byť volnějšího charakteru. Ve skupině I jsou příze s β_{red} většinou pod 20° . (Příze AI česaná je spíše výjimkou. Kromě uvedených přízí by do skupiny I mohly být patrně zařazeny i příze vlněné - česané, kde bylo jenom hrubým měřením orientačně stanoveno $M = 0,002 \text{ m}$, $K = 0,00029 \text{ m}$, $\beta_{red} = 20,8^\circ$, a příze lněné - lenky, pro které bylo rovněž jen orientačně nalezeno $M = 0,18 \text{ m}$, $K = 0,017 \text{ m}$, $\beta_{red} = 17,1^\circ$.) Ve skupině II se β_{red} pohybuje kolem 25° a skupinu III tvoří jen rotorově předené bavlny s úhlem β_{red} okolo 30° . Současná praxe tedy vyrábí 3 skupiny bavlnářských přízí, vždy s přibližně stejným úhlem β_{red} . (Další souvislosti ovšem sehrává délka vláken, jejich jemnost, tření atp.)

Tab. 1.10

		SKUPINA I		SKUPINA II		SKUPINA III		
bavlna M II		česaná ^{x)} $M = 0,0063 \text{ m}$ ($\beta_{red} = 19,4^\circ$)		mykaná ^{x)} $M = 0,0042 \text{ m}$ ($\beta_{red} = 23,3^\circ$)		rotorová ^{x)} $M = 0,0027 \text{ m}$ ($\beta_{red} = 28,3^\circ$)		
$\rho = 1500 \text{ kg m}^{-3}$ $t = 0,14 \text{ tex}$ ($d = 10,9 \mu\text{m}$) $K = 0,780 \text{ mm}$ ($g_{red} = 0,63$)	$T(\text{tex})$	$\tilde{u}$	α	α_{red}	α	α_{red}	α	α_{red}
	10	0,506	45,5	4180	55,8 ⁺	5130 ⁺	69,6 ⁺	6400 ⁺
	16,5	0,417	46,3	4180	56,7	5120	70,8	6390
	20	0,456	46,7	4180	57,1	5120	71,3	6390
	25	0,438	47,1	4180	57,6	5120	71,9	6390
	29,5	0,425	47,3	4180	58,0	5120	72,3	6390
	38	0,405	47,8 ⁺	4180 ⁺	58,5	5120	73,0	6390
	50	0,383	48,2 ⁺	4180 ⁺	59,1	5120	73,7	6390
100	0,326	49,1 ⁺	4150 ⁺	60,2	5080	75,1	6340	
bavlna A I		česaná ^{x)} $M = 0,0063 \text{ m}$ ($\beta_{red} = 21,5^\circ$)		mykaná $M = 0,0042 \text{ m}$ ($\beta_{red} = 25,7^\circ$)		rotorová $M = 0,0027 \text{ m}$ ($\beta_{red} = 31,0^\circ$)		
$\rho = 1500 \text{ kg m}^{-3}$ $t = 0,18 \text{ tex}$ ($d = 12,4 \mu\text{m}$) $K = 0,975 \text{ mm}$ ($g_{red} = 0,63$)	$T(\text{tex})$	$\tilde{u}$	α	α_{red}	α	α_{red}	α	α_{red}
	10	0,534	53,2	4890	65,2 ⁺	5990 ⁺	81,3 ⁺	7460 ⁺
	16,5	0,500	54,1	4890	66,3	5990	82,7	7460
	20	0,486	54,6	4890	66,8	5990	83,3	7460
	25	0,470	55,1	4900	67,4	5990	84,1	7470
	29,5	0,458	55,5	4900	67,9	6000	84,7	7480
	38	0,439	56,0 ⁺	4900 ⁺	68,6	6000	85,6	7490
	50	0,417	56,7 ⁺	4910 ⁺	69,4	6010	86,6	7500
100	0,361	58,1 ⁺	4910 ⁺	71,2	6010	88,8	7500	
P E S S		mykaná $M = 0,0125 \text{ m}$ ($\beta_{red} = 18,3^\circ$)		rotorová $M = 0,0054 \text{ m}$ ($\beta_{red} = 26,7^\circ$)				
$\rho = 1380 \text{ kg m}^{-3}$ $t = 0,16 \text{ tex}$ ($d = 12,2 \mu\text{m}$) $K = 1,370 \text{ mm}$ ($g_{red} = 0,61$)	$T(\text{tex})$	$\tilde{u}$	α	α_{red}	α	α_{red}		
	10	0,561	43,7 ⁺	3830 ⁺	66,4 ⁺	5830 ⁺		
	16,5	0,531	44,7	3810	68,1	5810		
	20	0,518	45,2	3810	68,8	5810		
	25	0,504	45,8	3820	69,7	5810		
	29,5	0,493	46,2	3820	70,3	5810		
	38	0,476	46,9	3820	71,4	5810		
	50	0,456	47,7	3820	72,5	5810		
100	0,404	49,5	3820	75,3	5810			
V S S		mykaná $M = 0,0180 \text{ m}$ ($\beta_{red} = 17,0^\circ$)		rotorová $M = 0,0077 \text{ m}$ ($\beta_{red} = 25,0^\circ$)				
$\rho = 1500 \text{ kg m}^{-3}$ $t = 0,16 \text{ tex}$ ($d = 11,7 \mu\text{m}$) $K = 1,680 \text{ mm}$ ($g_{red} = 0,60$)	$T(\text{tex})$	$\tilde{u}$	α	α_{red}	α	α_{red}		
	10	0,582	42,8 ⁺	3670 ⁺	65,4 ⁺	5610 ⁺		
	16,5	0,554	44,0	3650	67,2	5580		
	20	0,543	44,5	3650	68,1	5580		
	25	0,530	45,2	3650	69,1	5580		
	29,5	0,520	45,7	3650	69,9	5580		
	38	0,504	46,5	3650	71,1	5580		
	50	0,487	47,4	3650	72,4	5580		
100	0,438	49,6	3650	75,8	5580			

^{x)} Málo obvyklý typ přízi; byla použita hodnota M z podobného typu příze; výsledky mají jen orientační charakter.

⁺) Obtížné výrobitelná, nevyrábělná, nebo málo vyráběná příze.

1.3.4. SESKÁNÍ A POČET VLÁKEN V PŘÍČNÉM ŘEZU

Dosud byla příze popisována jen z hlediska svého konečného stavu. Užívají se však též údaje vycházející z její tvorby, mezi něž patří seskání.

Seskání. Do procesu zakrucování vstupuje pramínek vláken rychlostí v_0 , příze se odvádí rychlostí v , přičemž obvykle $v < v_0$. Toto zkrácení se vyjadřuje seskáním δ , definovaným rovnicí

$$\delta = (v_0 - v) / v_0 = 1 - v / v_0 \quad (1.3.49)$$

Hodnota $(-\delta)$ vyjadřuje poměrné prodloužení zákrutem. V literatuře je uváděn také součinitel λ zkrácení zákrutem.

$$\lambda = v / v_0 = 1 - \delta \quad (1.3.50)$$

Vstoupí-li do zakrucovacího procesu za jednotku času hmotnost m , vyjadřuje se vedle jemnosti příze $T = m / v$ také vstupní jemnost $T_0 = m / v_0$, a platí

$$T_0 = T(1 - \delta) = T\lambda \quad (1.3.51)$$

Podobně vedle relativní jemnosti $\tau = T / t$ dle (1.3.3) existuje vstupní relativní jemnost τ_0 .

$$\tau_0 = T_0 / t = \tau(1 - \delta) = \tau\lambda \quad (1.3.52)$$

Při rychlosti N otáček krutného orgánu se používá vedle zákrutu příze $Z = N / v$ též vstupní zákrut $Z_0 = N / v_0$, kde

$$Z_0 = Z(1 - \delta) = Z\lambda \quad (1.3.53)$$

U běžných přízí je seskání poměrně malé (0,02 až 0,06) a Z_0 lze užít jako přibližný odhad Z . U ostře kroucených útvarů (např. hedvábí při tvarování zákrutem) je někdy seskání až 0,20 i více a rozdíl mezi Z a Z_0 je značný.

Délkové změny, zahrnuté v souhrnném vyjádření seskáním, vznikají z několika příčin. Jsou to:

1. Vlastní poměrné zkrácení δ_z vzniklé přechodem rovného pramínku do přibližně šroubovicového tvaru.
2. Poměrné prodloužení ϵ_v , vzniklé tím, že se vlákna v procesu zakrucování napínají, délka jejich osy se prodlužuje.
3. Poměrné prodloužení ϵ_k , vznikající vyrovnáváním obloučků vláken, které jsou ve vláknech výchozího pramínku.
4. Poměrné prodloužení ϵ_p , vznikající podélným posuvem vláken po sobě navzájem; jedná se o jistý „falešný“ průtah při zakrucování.

Obecně proto platí

$$1 - \delta = (1 + \epsilon_v)(1 + \epsilon_k)(1 + \epsilon_p)(1 - \delta_z) \quad (1.3.54)$$

U běžných přízí se obvykle hodnoty ϵ_v , ϵ_k , ϵ_p považují za zanedbatelně malé. Avšak nižší hodnoty seskání přízí ve srovnání s hedvábím nasvědčují jistému vlivu těchto složek.

Počet vláken v příčném řezu. Vstupující pramínek je běžně tvořen vlákny zobloučkovanými, různě navlněnými, neparalelními. Četnost výskytu jednotlivých úseků vláken z hlediska úhlu ψ , který svírají s osou pramínku, lze popsat frekvenční funkcí orientace. Někdy lze pro ni užít tvar

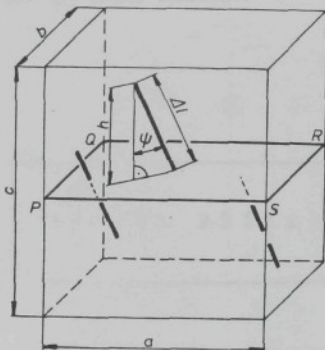
$$f(\psi) = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{C}{C^2 - (C^2 - 1) \cos^2 \psi} ; \psi \in (0; \frac{\pi}{2}) \quad (1.3.55)$$

nalezený autorem v [42]. (Konstanta $C > 0$ je u běžných přízí obvykle 30 až 60.)

Na obr. 1.13 je znázorněn objem abc vyňatý z pramínku, obsahující j vlákených segmentů délky Δl . Svírá-li segment s normálou řezné roviny PQRS úhel ψ ,

pak tuto rovinu protne jen když jeho horní konec bude ležet ve vzdálenosti menší než $h = \Delta l \cos \psi$ nad ní. Celkově je v objemu rozptýleno $j \cdot f(\psi) \cdot d\psi$ segmentů s úhlem ψ . Řeznou rovinu ovšem protne jen jejich podíl $(abh)/(abc) = h/c = \Delta l \cos \psi / c$ tj. počet $(\Delta l \cos \psi / c) \cdot (j \cdot f(\psi) d\psi)$ segmentů. Frekvenční funkce $f^*(\psi)$ orientace segmentů, které protínají zmíněnou řeznou rovinu, je potom určena výrazem

$$\begin{aligned} f^*(\psi) &= \frac{(\Delta l \cos \psi / c) \cdot (j \cdot f(\psi))}{\int_0^{\pi/2} (\Delta l \cos \psi / c) \cdot (j \cdot f(\psi) d\psi)} = \\ &= \frac{\cos \psi \cdot f(\psi)}{\int_0^{\pi/2} \cos \psi \cdot f(\psi) d\psi} \end{aligned} \quad (1.3.56)$$



obr. 1.13

Plocha kolmého řezu vláknem je S . Jestliže však vlákno prochází rovinou řezu odkloněno o úhel ψ , je plocha řezu $S / \cos \psi$ (Viz též obr. 1.11.) Střední velikost řezné plochy vlákna protínajícího rovinu PQRS je

$$\begin{aligned} \bar{u} &= \int_0^{\pi/2} \frac{S}{\cos \psi} \cdot f^*(\psi) \cdot d\psi = \\ &= S / \int_0^{\pi/2} \cos \psi \cdot f(\psi) d\psi \end{aligned} \quad (1.3.57)$$

Je-li v řezu pramínkem n_0 vláken, je celková řezná plocha $S_0 = n_0 \bar{u}$, přičemž pro jemnost T_0 pramínku platí dle (1.3.1) $T_0 = S_0 \rho$. Užije-li se ještě analogický vztah (1.2.1) pro vlákna, potom

$$n_0 = S_0 / \bar{u} = (T_0 / \rho) \int_0^{\pi/2} \cos \psi \cdot f(\psi) d\psi \quad (1.3.58)$$

Přechodem pramínku do zakroucené formy, prodlužováním vláken, ani vyrovnáváním obloučků se počet vláken v příčném řezu nezmění.

Snižuje se však podélnými posuny vláken po sobě (poměrným prodloužením ϵ_p - „falešným“ průtahem) v poměru $1/(1+\epsilon_p)$. V příčném řezu přízí je pak $n = n_0 / (1+\epsilon_p)$ vláken. Užítím (1.3.58), (1.3.51) a (1.3.3) se nalezne konečné vyjádření počtu vláken v příčném řezu přízí

$$n = k_n \tau \quad (1.3.59)$$

kde

$$k_n = \frac{1-\delta}{1+\varepsilon_p} \cdot \int_0^{\pi/2} \cos y \cdot f(y) \cdot dy \quad (1.3.60)$$

je součinitel korekce počtu vláken. Ve speciálním případě frekvenční funkce (1.3.55) platí dle (1.3.60)

$$k_n = \frac{1-\delta}{1+\varepsilon_p} \cdot \frac{2C \operatorname{arctg} \sqrt{C^2-1}}{\pi \sqrt{C^2-1}} \quad (1.3.61)$$

U většiny klasických běžných přízí je $\delta < 0,06$, $\varepsilon_p < 0,02$, $C > 30$, takže je možno přibližně uvažovat $k_n \approx 1$ a relativní jemnost příze je dobrým odhadem počtu vláken v příčném řezu. Avšak tam, kde vzniká velké seskání (ostře kroucené hadvábí), kde je nízká hodnota C (značně neparalelní pramínky, např. již u rotorových přízí), či tam, kde dochází k velkým „falešným“ průtahům, je k_n výrazně odlišné od 1 a jeho vliv nelze zanedbat.

2. TVORBA PŘÍZE

2.1. NÁSTIN PRINCIPŮ TVORBY ZAKROUČENÉ PŘÍZE A POSTUPŮ JEJÍHO STUDIA

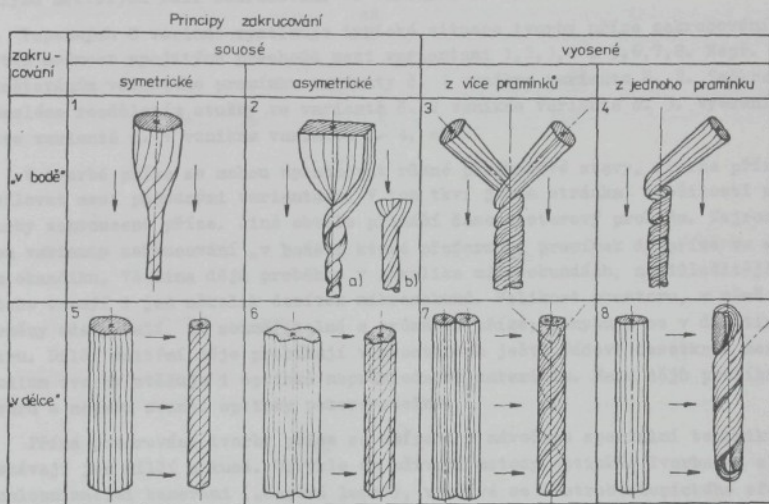
Tvorba příze je označením děje jejího vzniku. V nejobecnějším případě zahrnuje celý technologický proces předení. Z užšího hlediska do ní patří jen vlastní předení, dopřádání. V nejužším a zde užívaném smyslu je ústředním procesem, ve kterém dochází k definitivnímu zformování vlákenného materiálu do podoby příze. Je to vlastní děj zakrucování. Vstupuje do něj jeden, případně několik souvislých pramínků vláken. Vzájemným pootáčením jejich průřezů se dosahuje přibližně šroubovicového uspořádání vláken, které způsobuje zpevnění útvaru a tím i vznik samotné příze.

Principy zakrucování. Tvorba příze může probíhat v malém prostoru, zahrnujícím jen krátký úsek délky. Takový princip lze nazvat zakrucováním „v bodě“. Jindy se na jedinou zakrucují dlouhé délky pramínků. Jedná se o zakrucování „v délce“. Při shodě osy pramínku s osou příze je zakrucování souosé, jinak je vyosené. Přehled principů zakrucování dle autorova členění je graficky znázorněn v tab. 2.1. Souosé zakrucování je ještě rozděleno na varianty rotačně symetrickou a asymetrickou, vyosené zakrucování na varianty z více pramínků a z jednoho pramínku. Tak vzniká znázorněných 8 variant zakrucování.

Varianta č. 1 vychází z válcového pramínku, který se v malém, poněkud kuželovitým prostoru zhušťuje a zakrucuje do formy příze. Této představě přibližně odpovídá zakrucování volného konce jehlovým košíčkem dle M. Pávka /95/, ale také

např. výroba ocelových lan. U běžných způsobů předení obvykle není dodržena podmínka válcového pramínku. Přesto je tato varianta užívána jako určité zjednodušení skutečnosti.

Varianta č. 2 uvažuje asymetrický pramínek, např. ve formě zploštělé stužky. Jejím osovým zakrucováním vzniká v alternativě a) nejprve šroubovicové těleso s přibližně obdélníkovým průřezem, které se však dále deformuje do válcového tvaru zakroucené příze. Alternativou b) varianty č. 2 je přímý přechod stužky do tvaru zakroucené příze. Tento způsob zakrucování odpovídá klasickým názorům na tvorbu příze v zákrutovém trojúhelníku, na výstupu z průtažného ústrojí vřetenových dopřádacích strojů, jak je uvádí např. V.I. Budnikov /14/. Alternativu a) s přechodem v podobě osově zakroucené stužky zvažoval dle /34/ již W.L. Balls /4/, podrobněji ji analyzovali J.W.S. Hearle a kol. /34/.



Tab. 2.1

Varianta č. 3 vychází ze zakrucování dvou, případně více pramínků dohromady. Je dobře známa z tradičního skaní, uplatňuje se také u samoskaných přízí typu Sirospun. Klasické zakrucování příze v zákrutovém trojúhelníku je někdy uvažováno jako vzájemné svíjení dvou plochých stužek, což pak odpovídá této variantě.

Varianta č. 4 předpokládá svíjení nejčastěji plochého pramínku vláken kolem osy budoucí příze s bezprostředně následujícím „utažením“ do kompaktní válcové formy. W.L. Balls /4/, později zejména J.W.S. Hearle a kol. /34/ uvažovali tento způsob zakrucování v zákrutovém trojúhelníku na klasických dopřádacích strojích. J. Ripka /95/ dokládá jeho reálnost u rotorových přízí z čs. strojů řady BD. Užil jej též autor v /77/ ve speciální podobě tzv. smyčkového modelu tvorby.

Také zákrut druhého řádu („překroucení“ příze), se řídí tímto mechanismem.

Varianta č. 5 je postupným zakrucováním dlouhého úseku válcového pramínku. Přibližně odpovídá tvorbě příze na selfaktoru. Je to nejstarší model, z něhož vyplývají i úvahy směřující ke Koechlinovu zákrutovému koeficientu a další základní pojmy, užívané již v pracích E. Müllera /66/, O. Johansena /43/ a dalších.

Varianta č. 6 uvažuje postupné zakrucování nesymetrického pramínku vláken. Je poněkud přesnějším vystižením zakrucování reálného pramínku na selfaktoru. Může být někdy uvažována také v alternativě osového zakrucování stužky, v analogii k variantě 2a.

Varianta č. 7 je postupným zakrucováním dvojice pramínků na dlouhé délce. Její technická realizace není při předení užívána. (Uplatňuje se při ruční výrobě provazů, stáčených šňůrek apod.)

Varianta č. 8 vyjadřuje zakrucování pramínku formou svíjení stužky, v analogii k variantě č. 4. V závislosti na napětových a geometrických podmínkách může místně probíhat při předení na selfaktoru. Jako modelové zjednodušení je někdy užívána pro analýzu některých fází zakrucování ve variantě č. 4.

Popsaných 8 variant vystihuje typické situace tvorby příze zakrucováním. Existuje též možnost spojitých přechodů mezi variantami 1,2,3,4 a 5,6,7,8. Např. postupným zplošťováním válcového pramínku varianty č. 1 vznikne varianta č. 2. Zaškrtnutím a posléze rozdělením stužky ve variantě č. 2 vznikne varianta č. 3. Vyosením pramínku ve variantě č. 1 vznikne varianta č. 4, atd.

V tvorbě příze se mohou uplatňovat různé přechodové stavy, tvorba příze může oscilovat mezi popsány variantami. V tom tkví jedna stránka složitosti zkoumání tvorby zakroucené příze. Jiné obtíže přináší časoprostorový problém. Nejrozšířenější jsou varianty zakrucování „v bodě“, které přeformují pramínek do příze ve velmi krátkém okamžiku. Většina dějů proběhne v několika milisekundách, nejdůležitější přeměny z toho trvají i jen několik desítek mikrosekund. Velikost prostoru, v němž se hlavní přeměny odehrávají, je souměřitelná s průměrem příze; pohybuje se v desetínách milimetru. Dílčí vnitřní děje probíhají v prostorech ještě řádově desetkrát menších. Studium tvorby ztěžuje i optická neprůhlednost materiálu. Řada dějů probíhá uvnitř útvaru a nejsou zvenčí opticky pozorovatelné.

Přímá pozorování tvorby příze se opírají o náročnou speciální techniku a přesto zůstávají jen dílčí a kusá. Obvykle se užívají metody optické. Tvorba se sleduje rychlosnímávacími kamerami („časová lupa“), využívá se i stroboskopického efektu. Často se používají metody poznávání, spjaté s vytvářením vhodných modelů. Pojmem model je označován objekt různé povahy, který se do určité míry a v nějakém stanoveném smyslu chová stejně jako originál.

Teoretický model, jako nástroj poznání, se opírá o soubor podstatných faktů a o pravděpodobné, i když v počátku nedokázané (hypotetické) předpoklady. Logicky nerozporným skloubením vznikne modelová hypotéza, která uvádí stávající fakty do vzájemné souvislosti a jejich novým výkladem předpovídá nové skutečnosti. Jestliže se tyto předpovědi prakticky přesvědčivě potvrdí, stává se model vyjádřením ověřené teorie a užitě předpoklady lze na daném stupni poznání považovat za pravdivé, i když nebyly přímo ověřeny.

Závažná skupina předpokladů, užívaných při modelování tvorby, struktury i vlastností přízi se týká problému kontinuity. Je-li objekt složen z ohromného počtu částic, pak individualita nějaké částice a její interakce s okolím nejsou pro celek podstatné. Objekt může být vyjádřen modelem spojitého prostředí - kontinua a studován známými metodami matematické analýzy. Pro objekty složené jen z několika částic

je úspěšný model diskontinua, stavěný způsobem „od částice k částici“. Charakter textilních útvarů je však v nepříjemné „mezipoloze“.

Poznámka: S. Marschik /59/ již v r. 1904 uvedl: „Snad žádný materiál přírodní či vyrobený lidskou rukou neklade vědeckému zkoumání a experimentování tak tvrdotějný odpor, jako suroviny a výrobky textilního průmyslu. Ba i ty, nejjednodušší výrobky přádelny a tkalcovny, které bývají rády připodobňovány k homogenním výrobkům strojírenským, mají v důsledku své heterogenní povahy tak spleťté projevy, že teoretické sledování či objasnění dějů, probíhajících při předení, tkaní i ve vlastnostech koncových produktů je téměř nemožné.“ (Přeložil autor.)

Pro jednoznačné užití předpokladu kontinua je v přízi příliš málo vláken a pro reálné řešení modelem diskontinua je jich příliš mnoho. Speciální matematický kalkul vhodný pro právě takové objekty neexistuje. Vznikají proto smíšené varianty obou přístupů, nejčastěji v pojetí vlákno - svazek - útvar. Z několika vláken, tj. základních částic, se nejprve vytváří diskontinuální model reprezentativního vlákenného svazku, ve smyslu „průměrné“ stavební jednotky útvaru. Po jeho zpracování se výsledky interpretují jako zákonitosti diferenciálního elementu a užívají se při zpracování kontinuálního modelu celého útvaru.

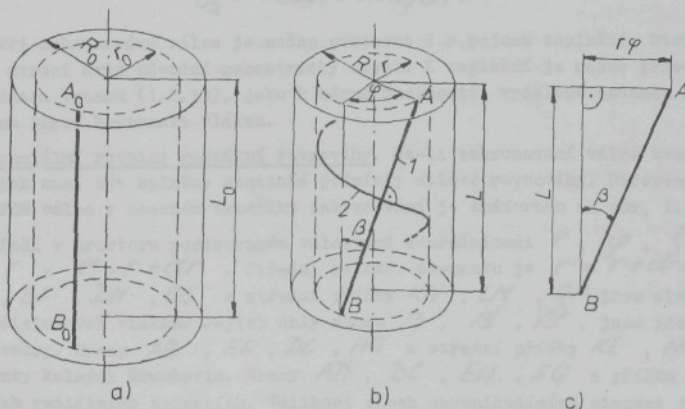
Z pohledu kontinuálních modelů jsou ve variantách tvorby zakroucené příze dle tab. 2. obsaženy 2 základní ideové alternativy: zakrucování válcovité formy pramínku a zakrucování nebo stáčení stužkové formy pramínku.

Diskontinuální hledisko zahrnuje tvary a vzájemné uspořádání jednotlivých vláken. Uvažuje se koncepce šroubovicových modelů a migračních modelů v široké škále různých alternativ.

2.2. MODELY ZAKRUCOVÁNÍ KONTINUA

2.2.1. STAVBA VÁLCOVÉHO MODELU

Nejjednodušším případem válcového modelu je kvazistatické zakrucování spojitého válcového tělesa. Ve výchozím, nezakrouceném stavu je znázorněno na obr. 2.1 a),



- 1 ... šroubovice ideálního vlákna
2 ... kolmá šroubovice

obr. 2.1

v zakrouceném stavu na obr. 2.1. b).

Základní geometrické pojmy. Zavádí se pojem ideální vlákna, jako množina bodů tvořících v nezakrouceném válci přímku rovnoběžnou s jeho osou. (Tento pojem nemusí v žádném smyslu souviset s pojmem reálného textilního vlákna; je užíván v mechanice kontinua.)

Jedno ideální vlákno A_0B_0 ležící ve vzdálenosti ρ_0 od osy nezakrouceného válce je na obr. 2.1 a). Zakrucováním vytvoří šroubovici AB na novém (menším) poloměru r - obr. 2.1. b). Válec se stlačuje a jeho výchozí poloměr R_0 se mění na hodnotu R . Seskáním se délka L_0 výchozího válce zkrátí na délku L . Znáznorněný úhel φ zkrutu vyjadřuje pootočení průřezů, vzdálených o délku L . Protože zákrut Z je počet otočení o 2π připadajících na délku $L = 1$, platí

$$\varphi = 2\pi ZL \quad (2.2.1)$$

Znáznorněný úhel β je úhlem zkosu. Po rozvinutí úseku AB šroubovice do roviny vznikne trojúhelník dle obr. 2.1. c), z něhož užitím (2.2.1) plyne

$$\tan \beta = r\varphi/L = 2\pi rZ \quad (2.2.2)$$

První křivost (flexe) k_1 a druhá křivost (torze) k_2 ideálního vlákna jsou

$$k_1 = \sin^2 \beta / r \quad (2.2.3)$$

$$k_2 = \sin \beta \cos \beta / r \quad (2.2.4)$$

Na válci s poloměrem r lze konstruovat také šroubovici kolmo protínající ideální vlákno. Její úhel zkosu je $\beta = \pi/2$, takže pro křivosti c_1 a c_2 platí analogicky

$$c_1 = \cos^2 \beta / r \quad (2.2.5)$$

$$c_2 = -\cos \beta \sin \beta / r \quad (2.2.6)$$

Při zakrucování válce je možno pracovat i s pojmem zaplnění, které ovšem v kontinuu ztrácí svůj původní geometrický smysl. K zaplnění je možno přistupovat jen z hlediska vztahu (1.2.13), jako k měrné hmotnosti, vydělené zadanou konstantou, významu měrné hmotnosti vláken.

Diferenciální rovnice radiální rovnováhy. Je-li zakrucování válce kvazistatickým dějem, pak musí být splněny statické podmínky silové rovnováhy. Diferenciální element ABCDEFGH válce v obecném okamžiku zakrucování je znázorněn na obr. 2.2.

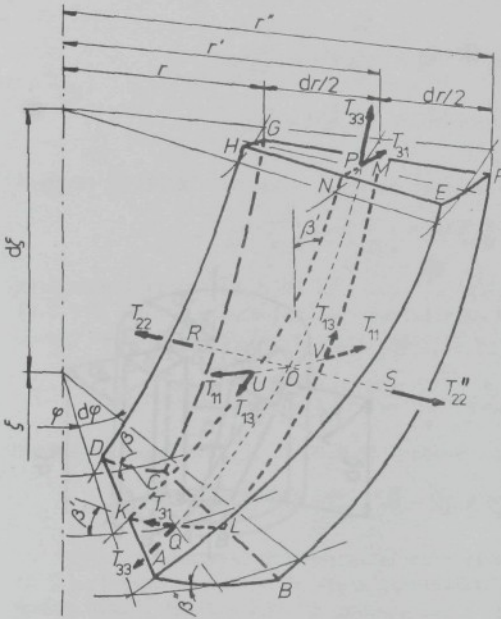
Leží v prostoru popisovaném válcovými souřadnicemi r, φ, ξ , mezi poloměry r a $r' = r + dr$. Střední poloměr elementu je $r' = r + dr/2$. Hrany AE, BF, DH, CG a střední příčky KN, LM, QP jsou elementy šroubovic příslušných vláken. Jejich úhly zkosu β, β', β'' , jsou indexovány ve shodě s poloměry. Hrany AB, EF, DC, HG a střední příčky KL, NM, UV jsou elementy kolmých šroubovic. Hrany AD, BC, EH, FG a příčka RS leží na kolmých radiálních paprscích. Velikost ploch ohraničujících element je

$$ABFE = AB \cdot AE = r' d\varphi d\xi \quad (2.2.7)$$

$$DCGH = DC \cdot DH = r d\varphi d\xi \quad (2.2.8)$$

$$ABCD = EFGH = AD \cdot KL = r' \cos \beta' dr d\varphi \quad (2.2.9)$$

$$AEHD = BFGC = AD \cdot KN = dr d\xi / \cos \beta' \quad (2.2.10)$$



obr. 2.2

znázorněno opět v obr. 2.2. (Pravouhlý element v obr. 2.2 nelze ztotožňovat s nepravouhlým, hvězdičkami označeným elementem v obr. 2.3 !). Síly mají symboly T_{11} , T_{22} a T_{33} , T_{13} , T_{31} a jsou položeny do středů jednotlivých ploch. Přísluší k nim normálová napětí, značená ve shodě s indexy sil τ_{11} , τ_{22} , τ_{33} a smykové napětí τ_{13} . Ze symetrie tenzoru napětí plyne $\tau_{13} = \tau_{31}$. Vzhledem k osové symetrii zakrucování válce se napjatost v prostoru může měnit jen ve směru poloměru. Je-li na ploše $DCGH$ napětí τ_{22} , pak na ploše $ABFE$ je napětí $\tau_{22}'' = \tau_{22} + d\tau_{22}$. (Jako kladný se bere přírůstek napětí se zvětšujícím se poloměrem.) Každá síla je součinem napětí a plochy, takže

$$T_{11} = \tau_{11} \cdot AEHD = \tau_{11} dr d\xi / \cos \beta' \quad (2.2.11)$$

$$T_{22} = \tau_{22} \cdot DCGH = \tau_{22} r d\varphi d\xi \quad (2.2.12)$$

$$T_{22}'' = \tau_{22}'' \cdot ABFE = (\tau_{22} + d\tau_{22}) r'' d\varphi d\xi \quad (2.2.13)$$

Silové zatížení ploch plyne z charakteru deformace dle obr. 2.3.

Výchozí element

$A^*B^*C^*D^*E^*F^*G^*H^*$ nezakruceného válce má všechny hrany navzájem se kolmo protínající. Zakrucováním přejde do zdeformované polohy $A^*B^*C^*D^*E^*F^*G^*H^*$. Hrany A^*D^* , B^*C^* , E^*H^* , F^*G^* stále protínají kolmo plochy AB^*FE^* a DC^*GH^* což znamená, že na uvedených plochách nemůže být žádná smyková síla. Naproti tomu úhly $E^*F^*B^*$ či $H^*G^*C^*$ nezůstávají po deformaci pravými. Obecně ukazují na existenci nenulových smykových sil ve zbývajících plochách.

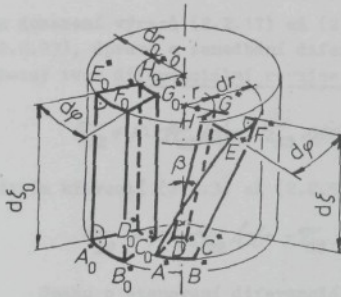
Silové zatížení pravouhlého elementu

$ABCDEF GH$ je

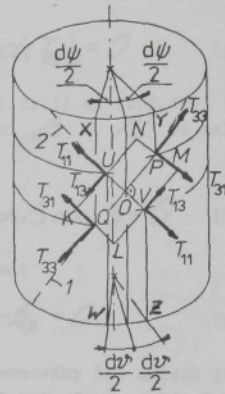
$$T_{33} = \tau_{33} \cdot ABCD = \tau_{33} r' \cos \beta' dr d\psi \quad (2.2.14)$$

$$T_{r3} = \tau_{r3} \cdot AEHD = \tau_{r3} dr d\psi / \cos \beta' \quad (2.2.15)$$

$$T_{31} = \tau_{r3} \cdot ABCD = \tau_{r3} r' \cos \beta' dr d\psi \quad (2.2.16)$$



obr. 2.3



obr. 2.4

- 1 ... šroubovice ideálního vlákna
2 ... kolmá šroubovice

Je třeba stanovit průmět jednotlivých sil do radiálního směru - směru spojnice *RS* (směru „2“). Průmět $d(T_{22})_2$ sil T_{22} a T_{22}'' je přímo dán jejich rozdílem, což užitím (2.2.12), (2.2.13) a $r'' = r + dr$ vede při zanedbání diferenciálů vyšších řádů na tvar

$$d(T_{22})_2 = T_{22}'' - T_{22} = \tau_{22} dr d\psi d\xi + r (d\tau_{22}/dr) dr d\psi d\xi \quad (2.2.17)$$

Vektory ostatních sil leží na válcové ploše s poloměrem r' a jsou s obrazcem *KLMN* samostatně znázorněny na obr. 2.4. Každou zobrazenou sílu T je třeba rozložit na „svislou“ složku aT , rovnoběžnou s osou válce, a „vodorovnou“ složku ${}_zT$, tečnou k příslušné povrchové kružnici válce. Pouze tato „vodorovná“ složka ${}_zT$ má do radiálního směru nenulový průmět ${}_zT d\psi/2$ či ${}_zT d\delta/2$; dvě takové síly mají průmět ${}_zT d\psi$ či ${}_zT d\delta$. Konkrétně pro radiální průměty dvojice stejné značených sil v obr. 2.4 platí:

$$d(T_{33})_2 = -{}_zT_{33} d\psi = -T_{33} \sin \beta' d\psi \quad (2.2.18)$$

$$d(T_{31})_2 = -{}_zT_{31} d\psi = -T_{31} \cos \beta' d\psi \quad (2.2.19)$$

$$d(T_H)_2 = -T_H d\beta = -T_H \cos\beta' d\beta \quad (2.2.20)$$

$$d(T_{13})_2 = -T_{13} d\beta = -T_{13} \sin\beta' d\beta \quad (2.2.21)$$

Poznámka: Znaménko minus je užito proto, že radiální průměty směřují proti přírůstku poloměru (tj. k ose příže).

Pro úhly $d\gamma$ a $d\beta$ lze použitím délek QP a UV z obr. 2.2 psát podle obr. 2.4

$$d\gamma = XY/r' = QP \sin\beta'/r' = \tan\beta' d\delta/r' \quad (2.2.22)$$

$$d\beta = WZ/r' = UV \cos\beta'/r' = \cos^2\beta' d\gamma \quad (2.2.23)$$

Podmínka radiální rovnováhy elementu je dána vztahem

$$d(T_{22})_2 + d(T_{33})_2 + d(T_{11})_2 + d(T_H)_2 + d(T_{13})_2 = 0 \quad (2.2.24)$$

Po dosazení výrazů (2.2.17) až (2.2.21), užití vztahů (2.2.11) až (2.2.16), (2.2.22), (2.2.23), úpravě a zanedbání diferenciálního rozdílu mezi β a β' se nalezne obecný tvar diferenciální rovnice radiální rovnováhy

$$\tau_{22} + r \cdot d\tau_{22}/dr - \tau_{33} \sin^2\beta - \tau_H \cos^2\beta - \tau_{13} \cdot 2 \sin\beta \cos\beta = 0 \quad (2.2.25)$$

Užitím křivostí (2.2.3) až (2.2.5) šroubovic lze také psát

$$\tau_{22} + r \cdot d\tau_{22}/dr - \tau_{33} r k_1 - \tau_H r c_1 - \tau_{13} \cdot 2 r k_2 = 0 \quad (2.2.26)$$

Snahu o stanovení diferenciální rovnice radiální rovnováhy lze nalézt již v práci V.I. Budnikova /14/. Za zjednodušujících předpokladů byl však problém řešen teprve J.W.S. Hearlem /26/ s korekcí R.L.G. Treloara a J.W.S. Hearleho /111/. Obecnější řešení uvažovali C.C. Cheng, J.L. White a K.E. Duckett /16/ a podobně i autor v práci /69/. Zcela obecné řešení ve tvaru (2.2.25) odvodili ve stejné době J.L. White, C.C. Cheng a J.E. Spruiell /116/ a autor /68/.

Deformace a zaplnění. Nezatížený element, znázorněný v obr. 2.3, leží na výchozím poloměru r_0 a má hrany $A_0^*D_0^* = dr_0$, $D_0^*C_0^* = r_0 d\gamma$, $D_0^*H_0^* = d\xi_0$. Jeho objem je $dV_0 = A_0^*D_0^* \cdot D_0^*C_0^* \cdot D_0^*H_0^* = r_0 dr_0 d\gamma d\xi_0$. Při jeho měrné hmotnosti γ_0 a měrné hmotnosti vláken g má dle (1.2.13) zaplnění $u_0 = \gamma_0/g$ a hmotnost $dm = dV_0 \cdot \gamma_0$. Zakroucením přejde na nový poloměr r a jeho tvar se změní. S ohledem na zachování symetrie a spojitosti válce však zůstává nezměněna velikost úhlu $d\gamma$. Po deformaci jsou délky hran $A^*D^* = dr$, $D^*C^* = r d\gamma$, $D^*H^* = d\xi/\cos\beta$ nový objem $dV = A^*D^* \cdot D^*C^* \cdot D^*H^* \cdot \cos\beta = r dr d\gamma d\xi$, nová měrná hmotnost je γ a zaplnění $u = \gamma/g$. Hmotnost elementu musí zůstat zachována, takže $dm = \gamma dV = \gamma_0 dV_0$ a platí

$$u/u_0 = \gamma/\gamma_0 = dV_0/dV = (r_0 dr_0 d\xi_0) / (r dr d\xi) \quad (2.2.27)$$

Vznik deformace elementu lze vyjádřit v několika myšlených fázích, znázorněných na obr. 2.5. (Výchozí a koncový element jsou označeny shodně s obr. 2.3. Zakřivení elementů je pro zvýraznění hlavní myšlenky v obr. 2.5 vynecháno.) Element je nejprve stlačen z výchozího stavu a) do stavu b). Deformace je určena poměrnými prodlouženími ϵ_1 , ϵ_2 , ϵ_3 .

$$1+\varepsilon_1 = A_1^* B_1^* / A_0^* B_0^* = A_1^* B_1^* / (r_0 d\varphi) \quad (2.2.28)$$

$$1+\varepsilon_2 = A_1^* D_1^* / A_0^* D_0^* = A_1^* D_1^* / dr_0 \quad (2.2.29)$$

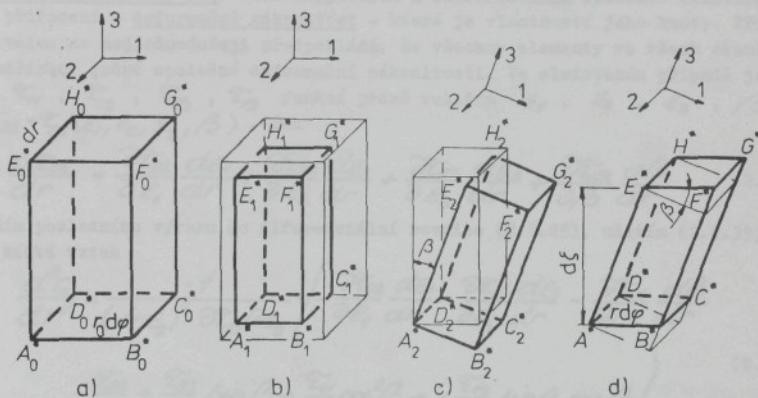
$$1+\varepsilon_3 = A_1^* E_1^* / A_0^* E_0^* = A_1^* E_1^* / d\xi_0 \quad (2.2.30)$$

Poté je element pootočen kolem osy $A_1 D_1$ o úhel β do stavu c), aniž dojde k nějaké další deformaci. Následuje zkosení o β do stavu d). Délka původní úsečky $A_2^* B_2^*$ se tím změní na $A^* B^*$; podobně i $D^* C^*$, $E^* F^*$, $H^* G^*$. Ostatní délky hran zůstávají nezměněné.

$$A_1^* B_1^* = A_2^* B_2^* = A^* B^* \cos \beta = r \cos \beta d\varphi \quad (2.2.31)$$

$$A_1^* D_1^* = A_2^* D_2^* = A^* D^* = dr \quad (2.2.32)$$

$$A_1^* E_1^* = A_2^* E_2^* = A^* E^* = d\xi / \cos \beta \quad (2.2.33)$$



obr. 2.5

Užitím posledních výrazů v (2.2.28) až (2.2.30) plyne

$$1+\varepsilon_1 = (r/r_0) \cos \beta \quad (2.2.34)$$

$$1+\varepsilon_2 = dr/dr_0 \quad (2.2.35)$$

$$1+\varepsilon_3 = (d\xi/d\xi_0) / \cos \beta \quad (2.2.36)$$

Pro zaplnění z (2.2.27) nyní platí

$$\mu = \mu_0 / [(1+\varepsilon_1)(1+\varepsilon_2)(1+\varepsilon_3)] \quad (2.2.37)$$

Deformovanost elementu je v přízi plně popsána čtyřmi veličinami: poměrnými prodlouženími ε_1 , ε_2 , ε_3 pravouhlého elementu a úhlem β zkосу.

V každém okamžiku zakrucování existují okamžitý zákrut Z a okamžitá hodnota $d\xi/d\xi_0$ zkrácení osové délky jako konstanty společné všem elementům válce. Dále v každém okamžiku existuje nějaká rostoucí spojitá funkce $r_0 = r_0(r)$, určující z jakého výchozího poloměru r_0 vyšel element, vyskytující se právě na poloměru r . Z (2.2.2) a (2.2.34) až (2.2.36) je nyní zřejmé, že ε_1 , ε_2 , ε_3 , β jsou funkce jediné proměnné r . Jejich derivování se získá

$$d\varepsilon_1/dr = [(1+\varepsilon_1)/r] \cdot \{\cos^2\beta - (1+\varepsilon_1)/[(1+\varepsilon_2)\cos\beta]\} \quad (2.2.38)$$

$$d\varepsilon_2/dr = -(1+\varepsilon_2)^2 (d^2r_0/dr^2) \quad (2.2.39)$$

$$d\varepsilon_3/dr = (d\xi/d\xi_0) \operatorname{tg}\beta \sin\beta / r \quad (2.2.40)$$

$$d\beta/dr = \sin\beta \cos\beta / r \quad (2.2.41)$$

Při úpravách je vhodné vyjádřit (2.2.2) tvarem $\cos\beta = 1/\sqrt{1+(2\varepsilon_1 Z)^2}$ a odvodit nejprve $d(\cos\beta)/dr = -\sin^2\beta \cos\beta / r$.

Vliv deformační zákonitosti. Mezi napjatostí a zdeformováním elementu existuje jednoznačné přiřazení - deformační zákonitost - která je vlastností jeho hmoty. Při zakrucování válce se nejjednodušeji předpokládá, že všechny elementy ve všech okamžicích jsou podřízeny jedné společné deformační zákonitosti. Ve sledovaném případě je každé napětí τ_{11} , τ_{22} , τ_{33} , τ_{13} funkcí právě veličin ε_1 , ε_2 , ε_3 , β ; např. $\tau_{22} = \tau_{22}(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3, \beta)$. Pak

$$\frac{d\tau_{22}}{dr} = \frac{\partial \tau_{22}}{\partial \varepsilon_1} \frac{d\varepsilon_1}{dr} + \frac{\partial \tau_{22}}{\partial \varepsilon_2} \frac{d\varepsilon_2}{dr} + \frac{\partial \tau_{22}}{\partial \varepsilon_3} \frac{d\varepsilon_3}{dr} + \frac{\partial \tau_{22}}{\partial \beta} \frac{d\beta}{dr} \quad (2.2.42)$$

Dosazením posledního výrazu do diferenciální rovnice (2.2.25), užitím (2.2.39) a úpravou se získá vztah

$$\begin{aligned} \frac{d^2r_0}{dr^2} = \frac{-1}{(1+\varepsilon_2)^2 \partial \tau_{22} / \partial \varepsilon_2} \cdot \left(-\frac{\partial \tau_{22}}{\partial \varepsilon_1} \frac{d\varepsilon_1}{dr} - \frac{\partial \tau_{22}}{\partial \varepsilon_3} \frac{d\varepsilon_3}{dr} - \frac{\partial \tau_{22}}{\partial \beta} \frac{d\beta}{dr} \right. \\ \left. - \frac{\tau_{22}}{r} + \frac{\tau_{33}}{r} \sin\beta + \frac{\tau_{11}}{r} \cos^2\beta + 2 \frac{\tau_{13}}{r} \sin\beta \cos\beta \right) \end{aligned} \quad (2.2.43)$$

což je obyčejná diferenciální rovnice 2. řádu s explicitně vyjádřenou druhou derivací typu

$$d^2r_0/dr^2 = f(r, r_0, dr_0/dr) \quad (2.2.44)$$

jejímž řešením je funkce $r_0 = r_0(r)$.

Počáteční podmínky. V okolí každého vnitřního bodu spojitého prostředí - kontinua, je průběh napětí a deformací hladký. Bod na ose zakrucovaného válce je též vnitřním bodem, takže průběh deformace ε_2 v jeho okolí je hladký, avšak současně musí být osově symetrický. Splnění obou podmínek lze dosáhnout jen za předpokladu $\lim_{r \rightarrow 0} (d\varepsilon_2/dr) = 0$. Užitím (2.2.39), kde $(1+\varepsilon_2)$ nemůže být rovno 0, vede k výrazu

$$\lim_{r \rightarrow 0} (d^2r_0/dr^2) = 0 \quad (2.2.45)$$

Průběh funkce $r_0 = r_0(r)$ v okolí bodu $r = 0$ lze na základě posledního výrazu charakterizovat vztahy

$$dr_0/dr = k \dots \text{konstanta} \quad (2.2.46)$$

$$r_0 = kr \quad (2.2.47)$$

Zde se respektuje přirozený požadavek $r_0 = 0$ pro $r = 0$. Z (2.2.2) a (2.2.34) až (2.2.36) nyní plyne

$$\lim_{r \rightarrow 0} (\beta) = 0 \quad (2.2.48)$$

$$\lim_{r \rightarrow 0} (1 + \varepsilon_1) = \lim_{r \rightarrow 0} (1 + \varepsilon_2) = 1/k \quad (2.2.49)$$

$$\lim_{r \rightarrow 0} (1 + \varepsilon_3) = d\xi/d\xi_0 \quad (2.2.50)$$

Pro zaplnění $\mu_{r=0}$ v ose válce platí z (2.2.37)

$$\mu_{r=0} = \lim_{r \rightarrow 0} \mu = \mu_0 k^2 d\xi/d\xi_0 \quad (2.2.51)$$

Za počáteční podmínky je možno považovat

- 1) Průchod bodem $r = 0$, $r_0 = 0$.
- 2) Hodnotu první derivace $dr_0/dr = k$ v počátku.

Nulová počáteční hodnota druhé derivace dle (2.2.45) je již jen přirozeným důsledkem vlastností kontinua. Analogickou úvahou lze také nalézt

$$\lim_{r \rightarrow 0} d\tau_{22}/dr = 0 \quad (2.2.52)$$

což z hlediska diferenciální rovnice (2.2.25) znamená, že

$$\lim_{r \rightarrow 0} \tau_{22} = \lim_{r \rightarrow 0} \tau_{11} \quad (2.2.53)$$

V ose válce nedochází ke smykové deformaci, úhel β je nulový a pro smykové napětí platí

$$\lim_{r \rightarrow 0} \tau_{13} = 0 \quad (2.2.54)$$

Souhrnně v počátku $r = 0$ je $r_0 = 0$, $dr_0/dr = k$, $d^2r_0/dr^2 = 0$, $1 + \varepsilon_1 = 1 + \varepsilon_2 = 1/k$, $1 + \varepsilon_3 = d\xi/d\xi_0$, $\beta = 0$, $d\tau_{22}/dr = 0$, $\tau_{13} = 0$; hodnoty $\tau_{11} = \tau_{22}$ a τ_{33} je nutno vypočítat z konkrétně užitých deformačních zákonitostí.

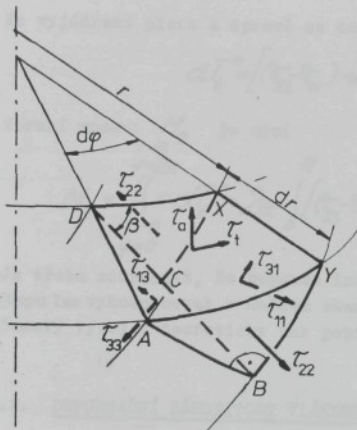
Postup řešení. Žádoucím řešením diferenciální rovnice (2.2.43) je funkce $r_0 = r_0(r)$ vyhovující zadaným počátečním podmínkám. Nutné vstupní informace pro řešení tvoří:

- 1) deformační zákonitost, vyjadřující jednotlivá napětí τ_{11} , τ_{22} , τ_{33} , τ_{13} jako funkce veličin ε_1 , ε_2 , ε_3 , β . Vyskytují se v nich charakteristické konstanty, kupř. moduly pružnosti, zaplnění μ_0 nezatíženého válce.
- 2) hodnota $d\xi/d\xi_0$ změny osové délky válce je určena sledovaným okamžikem a vnějšími podmínkami procesu zakrucování. Ve výsledné přízi je vyjádřena poměrným prodloužením zákřutem $d\xi/d\xi_0 = \lambda$ dle (1.3.50).
- 3) zákřut Z , vystihující sledovaný okamžik zakrucování
- 4) hodnota $dr_0/dr = k$ v počátku $r = 0$. Při znalosti zaplnění μ_0 výchozího nezakrucovaného válce ji lze stanovit vztahem (2.2.51) z volby zaplnění $\mu_{r=0}$ v ose.

Pravou stranu rovnice (2.2.43) je třeba upravit, nebo výpočet algoritimizovat následujícím postupem:

- a) Z deformační zákonitosti se vyjádří jednotlivá napětí a jejich parciální derivace jako funkce $\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3, \beta$
- b) Veličiny $\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3, \beta$ a jejich derivace se vyjádří užitím (2.2.2), (2.2.34) až (2.2.36), (2.2.38) až (2.2.41) jako funkce $r, r_0, dr_0/dr$.

Tak se získá výraz ve formě (2.2.44), který však jen výjimečně bývá řešitelný analyticky. Obvykle je nutno užít numerické řešení. Neznámá počáteční hodnota $dr_0/dr = k$ bývá nahrazována nějakou podmínkou okrajovou.



obr. 2.6

Dosažitelné výsledky. Z funkce $r_0 = r_0(r)$ lze vyhodnotit:

- 1) Radiální průběh deformací $\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3$ z rovnic (2.2.34) až (2.2.36) za užití (2.2.2)
- 2) Radiální průběh zaplnění μ z rovnice (2.2.37)
- 3) Radiální průběh napětí $\tau_{11}, \tau_{22}, \tau_{33}, \tau_{31}$ z rovnic užitého deformačního zákona.
- 4) Osově napnutí příze. Výsek elementu z obr. 2.2 rovinou kolmou k ose válce je znázorněn na obr. 2.6 včetně působících napětí.

Velikosti jednotlivých plošek jsou:

$ADXY = r dr d\varphi$, $ABCD = ADXY \cos \beta$,
 $BCXY = ADXY \sin \beta$. Síla dT_a^* působící na ploše $ADXY$ je

$$dT_a^* = ADXY \cdot \tau_a = ABCD \cdot (\tau_{33} \cos \beta - \tau_{31} \sin \beta) + BCXY (\tau_{11} \sin \beta - \tau_{33} \cos \beta) \quad (2.2.55)$$

Dosazením a úpravou se nalezne

$$dT_a^* = (\tau_{11} \sin^2 \beta + \tau_{33} \cos^2 \beta - \tau_{31} \sin 2\beta) r dr d\varphi \quad (2.2.56)$$

Odtud celková síla osověho napnutí v přízi je

$$T_a^* = \int_{\varphi=0}^{2\pi} \int_{r=0}^R dT_a^* = 2\pi \int_0^R (\tau_{11} \sin^2 \beta + \tau_{33} \cos^2 \beta - \tau_{31} \sin 2\beta) r dr \quad (2.2.57)$$

- 5) Poloměr R zakrouceného válce, nutný též pro předchozí výraz, je určen z funkce $r_0 = r_0(r)$. Je-li $r = R$, pak $r_0 = R_0$ je právě známý poloměr výchozího nezakrouceného válce.

- 6) Seskání. Opakovaným výpočtem T_a^* pro různé hodnoty $d\delta/d\delta_0$ lze nalézt právě takovou hodnotu, při které je $T_a^* = 0$. Pak $d\delta/d\delta_0 = (1-\delta)$ vyjadřuje seskání δ . Je možno vyjádřit hodnotu neutrálního poloměru r_n , určeného podmínkou $\epsilon_3 = 0$. Z (2.2.36) je za užití (2.2.2)

$$r_n = \sqrt{\frac{1}{(1-\delta)^2} - 1} / (2\pi Z) \quad (2.2.58)$$

7) Tahovou křivku. Pro obecné $d\varepsilon/d\varepsilon_0$ vyjadřuje výraz

$$\varepsilon = (d\varepsilon/d\varepsilon_0)/(1-\delta) - 1 \quad (2.2.59)$$

poměrné prodloužení válce, vzhledem k jeho nenapnuté délce. Opakovanými výpočty s různým $d\varepsilon/d\varepsilon_0$ lze vyhledávat přiřazení T_a^* k ε , tj. body tahové křivky.

8) Torzní moment. Podobně jako osově napnutí je také torzní moment možno odvodit z obr. 2.6. Pro tečnou sílu dT_t^* platí

$$dT_t^* = ADXY \cdot \varepsilon_t = ABCD(\varepsilon_{33} \sin \beta + \varepsilon_{13} \cos \beta) + BCXY(\varepsilon_{11} \cos \beta - \varepsilon_{33} \sin \beta) \quad (2.2.60)$$

Po vyjádření ploch a úpravě se nalezne

$$dT_t^* = [(\varepsilon_{33} - \varepsilon_{11}) \sin 2\beta/2 + \varepsilon_{13} \cos 2\beta] r dr d\varphi \quad (2.2.61)$$

Torzní moment M_t je nyní

$$M_t = \int_{\varphi=0}^{2\pi} \int_{r=0}^R r dT_t^* = 2\pi \int_0^R [(\varepsilon_{33} - \varepsilon_{11}) \sin 2\beta/2 + \varepsilon_{13} \cos 2\beta] r^2 dr \quad (2.2.62)$$

Je třeba zdůraznit, že popsané informace podle předchozího, autorem vypracovaného postupu lze vyhodnocovat v každém okamžiku zakrucovacího procesu, stanovovat jejich časový vývoj a teoreticky tak popisovat zakrucování jako děj.

2.2.2. DEFORMAČNÍ ZÁKONITOST VLÁKENNÉHO MATERIÁLU

Při modelování procesu tvorby příze zakrucováním je nezbytné užít konkrétní deformační zákonitost, tj. závislost mezi napětími a deformacemi. Pro textilní materiály není doposud deformační zákonitost uspokojivě prozkoumána a platnost užívaných výrazů je vždy do určité míry omezená. J.W.S. Hearle a kol. /34/ užívají lineární teorii pružnosti. Autor /68, 70/ užil nelineární formu, která však dostatečně nesouhlasí s experimentální ověřenou zákonitostí stlačování dle výrazu (1.2.43).

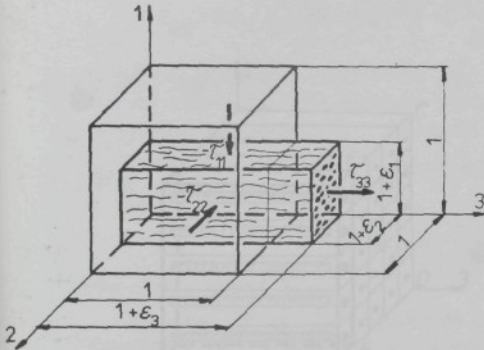
Základem zde rozvíjené autorovy myšlenky je zmíněný výraz (1.2.43), jenž vyjadřuje vztah mezi tlakem p a zaplněním μ při daném mezním zaplnění μ_m a konstantě k_p . Byl odvozen a ověřen pro speciální případ lisování materiálu do tuhé, nedeformovatelné krabíčky (boxu).

Obecná situace zatěžování vláknenného materiálu normálovými silami je znázorněna na obr. 2.7. Působením napětí ε_{11} , ε_{22} , ε_{33} je výchozí útvar zdeformován poměrnými prodlouženími ε_1 , ε_2 , ε_3 . Souřadný systém je zvolen tak, že uspořádání reálných vláken preferuje směr „3“. V rovině kolmé k tomuto směru se předpokládá isotropie.

V případě $\varepsilon_2 = \varepsilon_3 = 0$ je tlak $-\varepsilon_{11}$ dle (1.2.43) roven $-\varepsilon_{11} = p = k_p \mu^3 / (1 - \mu^3 \mu_m^3)^3$. Původně byl odvozen jen tvar (1.2.37) $p = k \mu^3$. Později byl zvážen ještě vliv lokalit s mezním zaplněním, což mělo za následek vydělení pravé strany členem $(1 - \mu^3 \mu_m^3)^3$. Zaplnění μ se tak vyskytuje v čitateli a jmenovateli vzorce (1.2.43) ze zřetelně jiného důvodu. V čitateli zobrazuje deformaci materiálu v právě uvažovaném speciálním případě namáhání; podle (2.2.37) je zde $\mu = \mu_0 / (1 + \varepsilon_1)$. Naproti tomu ve jmenovateli je μ součástí členu, který vyjadřuje objemový vliv dále nedeformovatelných lokalit (míst kontaktu);

vystupuje v objemovém významu. Toto odlišení je bezvýznamné při stlačování materiálu do boxu. V obecnějším případě namáhání je však důležité.

Element zdeformovaný dle obr. 2.7 má nenulová poměrná prodloužení ϵ_1 , ϵ_2 , ϵ_3 . Předpokládá se, že do směru „1“ přináší ohyby vláken bez vlivu lokalit s mezním zaplněním, tj. ohyby zvažované i v odvození (1.2.37), opět sílu $k_p [u_0/(1+\epsilon_1)]^3$, či podle (2.2.37) $k_p u^3 (1+\epsilon_2)^3 (1+\epsilon_3)^3$; tedy již ne jen $k_p u^3$. Tato tlaková síla se ovšem nyní uplatňuje na ploše $(1+\epsilon_2)(1+\epsilon_3)$, takže způsobuje tlakové napětí $k_p [u_0/(1+\epsilon_1)]^3 / [(1+\epsilon_2)(1+\epsilon_3)]$. Objem lokalit s mezním zaplněním je určen celkovým zaplněním u a je nyní stejně jako dříve zahrnut do výsledného vztahu dělením členem $(1-u^3/u_m^3)^3$. V popsaném případě je výsledný „autonomní“ tlak p_1 do směru „1“ od uvažovaných ohybov zdeformovaných vláken určen výrazem



obr. 2.7

$$p_1 = k_p [u_0^3/(1+\epsilon_1)^3] / [(1-u^3/u_m^3)^3 \cdot (1+\epsilon_2)(1+\epsilon_3)] \quad (2.2.63)$$

Jistou nepřesností posledního výrazu, ale i původního vztahu (1.2.43) je malý, leč přesto nenulový tlak při $\epsilon_1 = 0$. Tento vliv lze zachytit korekčním členem v čitateli, takže pak

$$p_1 = k_p [u_0^3/(1+\epsilon_1)^3 - u^3] / [(1-u^3/u_m^3)^3 \cdot (1+\epsilon_2)(1+\epsilon_3)] \quad (2.2.64)$$

Hodnota $t_1 = -p_1$ vyjadřuje napětí. Je to složka napětí τ_{11} , vyvozená ohybem vláken v důsledku deformace ϵ_1 . Zavedením symboliky

$$\psi = k_p u_0^2 u / (1-u^3/u_m^3)^3 \quad (2.2.65)$$

$$\xi_i = (1+\epsilon_i) - 1/(1+\epsilon_i)^2 \quad ; \quad i = 1, 2 \quad (2.2.66)$$

a užitím (2.2.37) v (2.2.64) se po úpravě získá

$$t_1 = \psi \xi_1 \quad (2.2.67)$$

Z důvodů isotropie lze analogicky definovat složku t_2 napětí τ_{22} vztahem

$$t_2 = \psi \xi_2 \quad (2.2.68)$$

Ohyby vláken, jež ve směru „2“ vyvolávají složku napětí t_2 , se však navíc, blíže neurčeným mechanismem, promítají také do směru „1“. Tato druhá složka napětí τ_{11} je nejjednodušší uvažována jako veličina $A t_2$, kde A je vhodná materiálová

konstanta. Druhou složkou napětí ϵ_{22} je pak při předpokládané isotropii zcela analogicky veličina At_1 .

Avšak výrazy $t_1 + At_2$, $t_2 + At_1$ ještě plně neurčují výsledná napětí ϵ_{11} , ϵ_{22} . Důvodem je existující napětí ve směru "3", směru převažující orientace vláken.

V jednotkové krychli stlačeného materiálu na obr. 2.8 jsou znázorněna vlákna v ideálně pravidelném uspořádání. V ploše ABCD je m průřezů vláken, každý s plochou S . Zaplnění jednotkové plochy ABCD a tím i jednotkové krychle je $\mu = m \cdot S$. Má-li každé vlákno poměrné prodloužení ϵ_3 a napětí v něm je $E\epsilon_3$, kde E je Youngův modul pružnosti vlákna, pak ve všech znázorněných vláknech existuje souhrnná síla

$$t_{3T} = E\epsilon_3 m \cdot S = E\epsilon_3 \mu \quad (2.2.69)$$

která působí v jednotkové ploše ABCD, takže se jedná přímo o napětí. Užitý předpoklad linearitity může být obecně jiný v tahu a v tlaku; $E_{TAH} \neq E_{TLAK}$.

Je-li t_{3T} hodnota dostatečně velká, vznikne zejména u spřádatelných staplových vláken možnost prokluzů, a to jak konců vláken, tak i krátkých sousedních úseků téhož vlákna

obsahuje $\sqrt{m} = \sqrt{\mu/S}$ vláken délky 1.

obr. 2.8

mezi sebou. Povrchová vrstva s řezem ABFE

V reálném uspořádání vláken připadá dle rovnice (1.2.26) na jednotku jejich délky μ/k_s kontaktů. (Konstanta k_s vyjadřuje vliv jemnosti a orientace.) V dané povrchové vrstvě je tak celkový počet

$$j = (\mu \sqrt{m} / k_s) = \mu^{3/2} / (k_s \sqrt{S}) \quad (2.2.70)$$

mezivláčenných kontaktů.

Na znázorněnou povrchovou vrstvu směrem "2" působí součet $t_2 + At_1$ napěťových složek, odvozených ze směrů "1" a "2". Je-li hodnota $t_2 + At_1$ záporná - tlaková, pak se v mezivláčenných kontaktech projeví jako normálová síla, schopná vyvodit efekt tření. Při označení

$$t_2^* = \begin{cases} t_2 + At_1 & ; \text{ při } (t_2 + At_1) < 0 \\ 0 & ; \text{ při } (t_2 + At_1) \geq 0 \end{cases} \quad (2.2.71)$$

případně na 1 kontakt normálová síla $-t_2^*/j$. Zcela analogicky zavedením

$$t_1^* = \begin{cases} t_1 + At_2 & ; \text{ při } (t_1 + At_2) < 0 \\ 0 & ; \text{ při } (t_1 + At_2) \geq 0 \end{cases} \quad (2.2.72)$$

případá ze směru "1" na 1 kontakt normálová síla $-t_1^*/j$ a celková normálová síla v jednom kontaktu je $-(t_1^* + t_2^*)/j$. Pro prokluz vláken v jednom kontaktu je nutno

překonat třecí odpor $f \cdot (t_1^* + t_2^*)/j$, kde f označuje koeficient tření.

Aby mohlo dojít k prokluzu, musí existovat na vlákně „volné“ prvky - volný konec, volný oblouček či smyčka apod. Průměrná vzdálenost l_f mezi dvěma sousedními „volnými“ prvky obsahuje $l_f \cdot (\mu/k_s)$ kontaktů, jejichž tření je při prokluzu nutno překonat silou $[f \cdot (\mu/k_s)] \cdot [f \cdot (t_1^* + t_2^*)/j]$. Na obr. 2.8 je v jednotkové ploše ABCD $m = \mu/6$ vláken, a proto napětí t_{3s} nutné k zajištění prokluzu je

$$t_{3s} = m [l_f (\mu/k_s)] [f \cdot (t_1^* + t_2^*)/j] = -k_s [\mu (t_1^* + t_2^*)] \quad (2.2.73)$$

kde $k_s = f \cdot f / \sqrt{6}$. Je-li délka l_f konstantní, je k_s pro daný materiál bezrozměrná konstanta. (Při znalosti hodnoty k_s lze pro daný materiál zpětně vypočítat střední vzdálenost l_f „volných“ prvků na vlákně.)

Ve shodě s principem minima energie se ve směru „3“ uplatní menší z napětí t_{3T} a t_{3s} , tj. napětí

$$t_3 = \min(t_{3T}, t_{3s}) \quad (2.2.74)$$

jako složka napětí τ_{33} .

Ve směru „3“ se blíže neurčeným mechanismem uplatňují navíc i napětí t_1 a t_2 . Předpokládá se, že jejich vliv lze popsat hodnotami Bt_1 a Bt_2 , kde B je vhodná konstanta. Podobně se složka t_3 projevuje podílem Bt_3 ve směrech „1“ a „2“.

Pro výsledná normálová napětí τ_{11} , τ_{22} , τ_{33} pak souhrnně platí

$$\tau_{11} = t_1 + At_2 + Bt_3 \quad (2.2.75)$$

$$\tau_{22} = At_1 + t_2 + Bt_3 \quad (2.2.76)$$

$$\tau_{33} = Bt_1 + Bt_2 + t_3 \quad (2.2.77)$$

Ve speciálním případě stlačování materiálu do boxu, kdy $\varepsilon_2 = \varepsilon_3 = 0$, platí $t_2 = 0$ a $t_3 = 0$, takže pouze $t_1 = k_0 [(\mu^3/k_s \varepsilon_1^3) - \mu_0^3] / (1 - \mu^3/\mu_m^3) \neq 0$. Potom $\tau_{11} = t_1$, $\tau_{22} = At_1$, $\tau_{33} = Bt_1$, a poměr $\tau_{22}/\tau_{11} = A$. Vztah poměru τ_{22}/τ_{11} k napětí τ_{11} v daném případě namáhání sledovali experimentálně J.W.S. Hearle a H.M. El-Behery /27/. Ukázalo se, že s růstem tlaku $-\tau_{11}$ se poměr τ_{22}/τ_{11} vskutku ustaluje na konstantní hodnotě a to pro pramen z VSs na $A \approx 0,35$, pro pramen bavlněný na $A \approx 0,50$.

Při aplikaci uvedeného modelu v diferenciální rovnici radiální rovnováhy se užívají též některé derivace. Z rovnice (2.2.37) vyplývá

$$\partial \mu / \partial \varepsilon_i = -\mu / (1 + \varepsilon_i) \quad ; \quad i = 1, 2, 3 \quad (2.2.78)$$

Derivováním (2.2.65) se obdrží

$$d\varphi/d\mu = \varphi\varphi/\mu \quad (2.2.79)$$

kde

$$\varphi = (1 + 8\mu^3/\mu_m^3) / (1 - \mu^3/\mu_m^3) \quad (2.2.80)$$

dále z (2.2.66)

$$d\varepsilon_i/d\varepsilon_i = 3 - 2\varepsilon_i / (1 + \varepsilon_i) \quad (2.2.81)$$

Z (2.2.67) a (2.2.68) se derivováním získá

$$\left. \begin{aligned} \partial t_{j \neq i} / \partial \varepsilon_i &= (d\psi/d\mu)(\partial \mu / \partial \varepsilon_i) \xi_j \\ \partial t_i / \partial \varepsilon_i &= (d\psi/d\mu)(\partial \mu / \partial \varepsilon_i) \xi_i + \psi(d\xi_i/d\varepsilon_i) \end{aligned} \right\} (2.2.82)$$

Z (2.2.69) plyne

$$\left. \begin{aligned} \partial t_{3T} / \partial \varepsilon_{i \neq 3} &= -t_{3T} / (1 + \varepsilon_i) \\ \partial t_{3T} / \partial \varepsilon_3 &= -t_{3T} / (1 + \varepsilon_3) + E\mu \end{aligned} \right\} (2.2.83)$$

Derivováním (2.2.73) vznikne vztah

$$\partial t_{3S}^* / \partial \varepsilon_i = -t_{3S}^* / [2(1 + \varepsilon_i)] - k_S \sqrt{\mu} (\partial t_1^* / \partial \varepsilon_i + \partial t_2^* / \partial \varepsilon_i) \quad (2.2.84)$$

kde dle (2.2.71) a (2.2.72)

$$\left. \begin{aligned} \partial t_1^* / \partial \varepsilon_i &= \partial t_1 / \partial \varepsilon_i + A \partial t_2 / \partial \varepsilon_i; \quad t_1^* \neq 0 \\ \partial t_1^* / \partial \varepsilon_i &= 0; \quad t_1^* = 0 \\ \partial t_2^* / \partial \varepsilon_i &= A \partial t_1 / \partial \varepsilon_i + \partial t_2 / \partial \varepsilon_i; \quad t_2^* \neq 0 \\ \partial t_2^* / \partial \varepsilon_i &= 0; \quad t_2^* = 0 \end{aligned} \right\} (2.2.85)$$

Nyní již lze vyčíslit z (2.2.76) derivace

$$\partial \tau_{22} / \partial \varepsilon_i = A \partial t_1 / \partial \varepsilon_i + \partial t_2 / \partial \varepsilon_i + B \partial t_3 / \partial \varepsilon_i \quad (2.2.86)$$

nutné při řešení diferenciální rovnice radiální rovnováhy. (Za hodnotu t_3 je dle (2.2.74) třeba považovat menší z výrazů t_{3T} , t_{3S} .)

Zcela obecný model deformační zákonitosti by vyžadoval ještě zavedení smykových napětí. Zde se však v souladu se zjednodušením užitým již J.W. Hearlem /34/ předpokládá, že smykové napětí τ_{13} je v přízi podstatně menší než napětí normálová a může být zanedbáno; předpoklad je vyjádřen vztahem

$$\tau_{13} = 0 \quad (2.2.87)$$

Popsaný model, zobecňující zákonitost (1.2.43) je samozřejmě do určité míry spekulativní. V jistém smyslu je vlastně modelem nejjednodušším, neboť je lineární z hlediska rovnic (2.2.75) až (2.2.77).

2.2.3. NUMERICKÉ VÝPOČTY, EXPERIMENTÁLNÍ VÝSLEDKY A DISKUSE VÁLCOVÉHO MODELU

Numerické výsledky plynoucí z popsaného řešení válcového modelu je třeba srovnávat s experimentálně stanovenými skutečnostmi. Jako příklad je zde užitá příze bavlnářského typu klasicky předená ze 100% viskóзовých vláken.

Vstupní hodnoty. V počáteční části tahové křivky použitých vláken bylo naměřeno napětí 0,1 N/tex při prodloužení $\varepsilon = 0,035$. To odpovídá modulu $E = 0,1/0,035 = 2,857$ N/tex a přepočtem za užití měrné hmotnosti $\rho = 1500$ kg.m⁻³ se nalezne $E = 4285,5$ MPa. (Hodnota je ve výpočtech užitá pro tah i tlak.) Hodnota konstanty k_p byla stanovena z experimentů P.D. Baljasova /3 /; u paralelně uspořádaných viskóзовých vláken je $k_p \approx 55$ MPa. Pro konstantu k_s se ukázala jako vhodná hodnota $k_s = 80$.

Poznámka: Pro statický koeficient tření viskóзовých vláken našli dle /40/ N. Gralén a B. Olofsson hodnotu $\mu = 0,3$; N. Gralén pak krutnou metodou

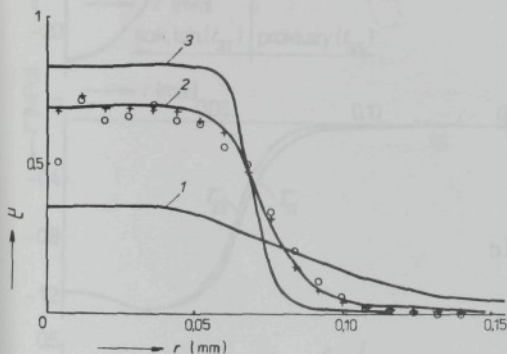
$\xi = 0,43$. Užije-li se pro vlákna 0,162 tex (s plochou příčného řezu $\xi = 108 \mu m^2$) přibližně $\xi = 0,36$, pak z definice k_s (za rovnici (2.2.73)) plyne střední délka mezi „volnými“ prvky $\xi = 2,3$ mm, což víceméně souhlasí s intuitivní představou.

Experimenty, které uskutečnili J.W.S. Hearle a H.M. El-Behery /27/, vedou pro viskózní vlákna k hodnotě konstanty $A \approx 0,35$. Konstanta B byla po zkušenostech volena jako $B = 0$. (Již nepatrná hodnota B , řádově 10^{-3} až 10^{-4} , diametrálně změnila výsledky do podoby nepřijatelné pro reálnou přízi. Ostatně $B \approx 0$ je pro vysoce orientovaný materiál předpokladem logicky velmi přirozeným.) Pro počáteční zaplnění je v analogii k pramenům, rounům a jiným „volným“ vlákněným útvarům užíváno $\mu_0 = 0,01$. (V „rozumném“ rozsahu není výpočet na tuto hodnotu příliš citlivý.) Pro mezí zaplnění se užívá hodnoty $\mu_m = 1$.

Veličina $d\xi/d\xi_0$ by se měla ztotožnit se součinitelem λ zkrácení zákrutem a pro obvyklé příze by měla nabývat hodnoty 0,975 až 0,965. Řešení však vyžaduje hodnoty λ zvětšené cca o 0,015 až 0,025. Vysvětlení je možno do jisté míry hledat v napětových poměrech při předění. (Příze se tvoří za určitého osového napnutí, které ji prodlužuje a tím zvětšuje okamžitou hodnotu součinitele λ . Následné uvolnění a relaxace nejsou ovšem s ohledem na viskoelastické a plastické složky deformací již zcela reverzní procesy.)

Doplní-li se vstupní hodnoty ještě o jemnost a zákrut, je možno provést prakticky numerické řešení. V konkrétním případě bylo numerické řešení založeno na metodě střelby, pro výpočty se používala metoda Runge-Kutta a Hamingovy vzorce pro metodu prediktor - korektor, dle /53/.

Výsledky experimentů. V tak subtilním útvaru, jakým je příze, nelze dost dobře sledovat rozložení napětí a deformací přímým experimentem. O deformacích však vypovídá nepřímo radiální průběh zaplnění. Lze jej experimentálně stanovit metodami SECANT



$$E_{\text{TAH}} = E_{\text{PLAK}} = 4285,5 \text{ MPa}; k_p = 55 \text{ MPa}; k_s = 80;$$

$$A = 0,35; B = 0; \mu_0 = 0,01; \mu_m = 1,$$

$$T = 19,6 \text{ tex}$$

Výpočet (—): 1... $Z = 400 \text{ m}^{-1}$

$$d\xi/d\xi_0 = 0,9975$$

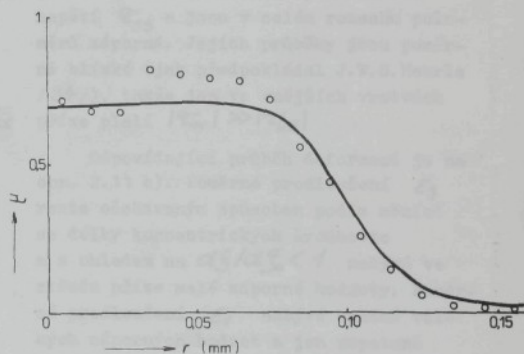
$$2... Z = 669 \text{ m}^{-1}$$

$$d\xi/d\xi_0 = 0,9900$$

$$3... Z = 1000 \text{ m}^{-1}$$

$$d\xi/d\xi_0 = 0,9750$$

Experiment (příze 19,6 tex, 669 m^{-1} ;
+ metoda Secant
o metoda VSOP



$$E_{\text{TAH}} = E_{\text{PLAK}} = 4285,5 \text{ MPa}; k_p = 55 \text{ MPa}; k_s = 80;$$

$$A = 0,35; B = 0; \mu_0 = 0,01; \mu_m = 1;$$

$$T = 36,8 \text{ tex}$$

Výpočet (—): $Z = 497 \text{ m}^{-1}$

$$d\xi/d\xi_0 = 0,9900$$

Experiment (příze 36,8 tex, 497 m^{-1}):
o metoda VSOP

obr. 2.9

obr. 2.10

nebo VSOP, popsanými v dalších kapitolách a konfrontovat tak navržený výpočet se skutečností. V uváděném příkladě je použito výsledků přízi $T = 19,6 \text{ tex}$, $Z = 669 \text{ m}^{-1}$ a $T = 36,8 \text{ tex}$, $Z = 497 \text{ m}^{-1}$. Experimentální a vypočtené hodnoty radiálního průběhu zaplnění jsou znázorněny v grafech na obr. 2.9 a 2.10.

Diskuse. Výpočtem získaný radiální průběh zaplnění vykazuje stejný trend jako výsledky experimentální. Podobná míra souhlasu byla nalezena i u jiných klasicky předených přízí, zejména bavlnářského typu. Na menších poloměrech je závislost poměrně plochá, při $d\epsilon/d\epsilon_0 < 1$ je nepatrně rostoucí. Na větších poloměrech klesá zaplnění typickou S-křivkou.

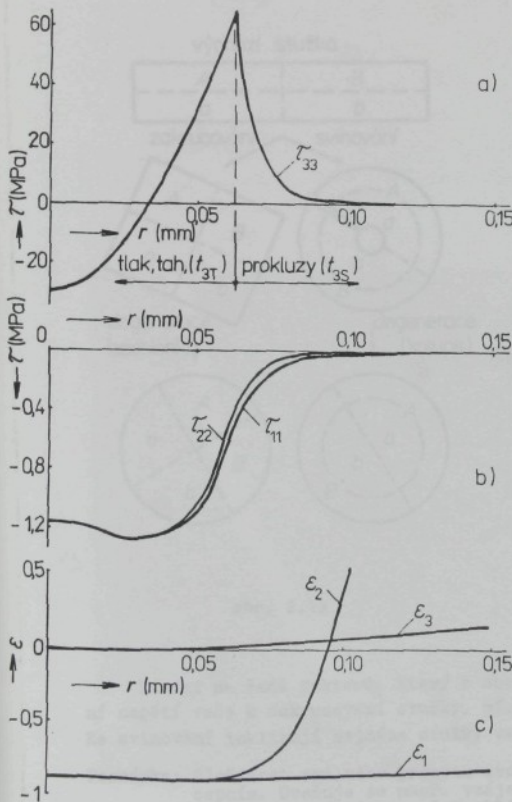
S růstem vloženého zákrutu hodnoty zaplnění narůstají, jejich pokles ve vnější části příze je stále strmější, průměr příze se zmenšuje (obr. 2.9). (Vizuálně zjišťovaný „průměr“ příze odpovídá přibližně místu se zaplněním $u = 0,14$.)

Průběhy napětí stanovené výpočtem pro přízi $T = 19,6 \text{ tex}$, $Z = 669 \text{ m}^{-1}$ jsou znázorněny na obr. 2.11 a) b). Průběh napětí τ_{33} (ve směru tečny ke šroubovici) má v počátku záporné hodnoty jako důsledek osového stlačování vláken při $d\epsilon/d\epsilon_0 < 1$. Poté přechází do tahu, realizovaného nejprve rostoucím tahovým namáháním vláken. Od určitého místa (zde $r \approx 0,063 \text{ mm}$) však nastupuje prokluz vláken, který způsobí

zlom křivky a její pokles k nule. Takový typ průběhu očekávala řada autorů, např. již V.I. Budnikov /43/. Ukazuje se však, že oblast prokluzů zasahuje hlouběji do nitra příze a pokles v prokluzové části je strmější, než se všeobecně předpokládalo.

Napětí τ_{44} a τ_{22} ve směru normály a binormály šroubovice (radiálním směru) jsou v absolutní hodnotě jen zlomkem napětí τ_{33} a jsou v celém rozsahu poloměrů záporná. Jejich průběhy jsou poměrně blízké (jak předpokládal J.W.S.Hearle /34/), takže jen ve vnějších vrstvách příze platí $|\tau_{44}| \gg |\tau_{22}|$.

Odpovídající průběh deformací je na obr. 2.11 c). Poměrné prodloužení ϵ_3 roste očekávaným způsobem podle měnící se délky koncentrických šroubovic a s ohledem na $d\epsilon/d\epsilon_0 < 1$ nabývá ve středu příze malé záporné hodnoty. Poměrné prodloužení ϵ_1 nabývá značné velikých záporných hodnot a jen nepatrně roste s poloměrem. To dokazuje, že veškerý materiál výchozího válce byl „zasunut“ na podstatně menší poloměry. Poměrné prodloužení ϵ_2 je nejprve téměř shodné s ϵ_1 , poté však s poloměrem prudce roste a dostává se do kladných hodnot. Zmíněné „zasouvání“ materiálu na menší poloměry totiž způsobuje v okrajových částech příze již značné pozitivní prodloužení elementů v radiálním směru.



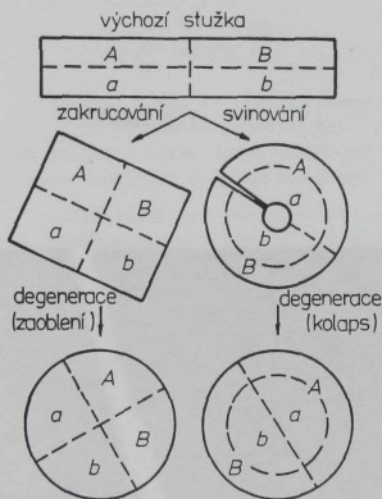
obr. 2.11

Z řady analýz provedených autorem v SVÚT Liberec (včetně uvedeného příkladu) je zřejmé, že válcový model vystihuje fyzikální podstatu nejdůležitějších dějů probíhajících v procesu tvoření příze a poskytuje výsledky srovnatelné s experimenty. U některých typů přízí se ovšem objevují dílčí odchylky, nasvědčující existenci dalších, dosud nezahrnutých mechanismů. Některé z nich jsou popsány v následujících kapitolách.

2.2.4. STAVBA MODELU SVINOVANÉ STUŽKY

Výchozí prámínek vláknenného materiálu podrobovaný zakrucovacímu procesu má často tvar připomínající plochou stužku. Přeměna stužky do podoby konečné příze vystihuje varianty 2 či 4, případně 6 či 8 z tab. 2.1 kapitoly 2.1.

Myšlenka tvorby příze z ploché stužky byla popsána již v r. 1928 W.L. Ballsem /4/, zvažoval ji i V.I. Budnikov /13/. Rozsáhlejší studie provedli zejména J.W. Hearle a O.N. Bose /32/, /33/. Stučkový charakter tvorby rotorové příze popsal J. Ripka /25/.



obr. 2.12

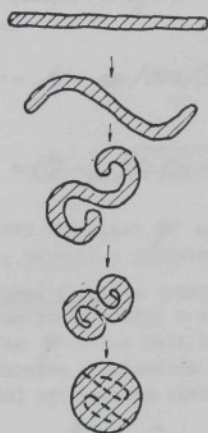
Závisí na řadě faktorů, který z obou uvedených mechanismů nastane. Vysoké proudění napětí vede k zakrucování stužky, nízké napínací síly upřednostňují svinování. Ke svinování inklinují zejména stužky velmi ploché.

Poznámka: Složitost reálného procesu tvorby příze zakrucováním vede i k dalším koncepcím. Uvažuje se např. vzájemné svíjení dvou stužek (var. 3, tab. 2.1 v kap. 2.1.) Jindy se předpokládá dvojité svíjení jedné stužky ve tvaru písmene S dle obr. 2.13.

Zakrucování a svinování. Obvykle se uvažují dvě formy kroucení stužky - zakrucování nebo svinování. První je shodná s variantou 2, druhá s variantou 4 dle tab. 2.1 kapitoly 2.1. Náznorné je též Hearleho schéma příčných řezů, uvedené na obr. 2.12, kde je stužka pro zvýraznění myšlené rozdělení na 4 části A, B, a, b.

Zakrucování stužky je souso s výjimkou degenerace jejího tvaru zaoblením je v principu velmi podobné zakrucování válce. Pozůstatky původní stužkové formy se mohou objevit ve výsledné přízi jako určitá asymetrie v řezu.

Svinování stužky je vůči přízi vyosené. V jeho prvé fázi se tvoří útvar, připomínající trubku s dutinou v ose. Přitom jedna strana stužky - AB - kryje vnější povrch, zatímco druhá strana - ab - je obsažena uvnitř. Následující degenerativní změny, označované obvykle jako kolaps, způsobují zborcení vnitřních málo stabilních vrstev a vyplnění prostoru kolem osy. Větší či menší zbytek původní dutiny může zůstat zachován v přízi i v jejím konečném tvaru.



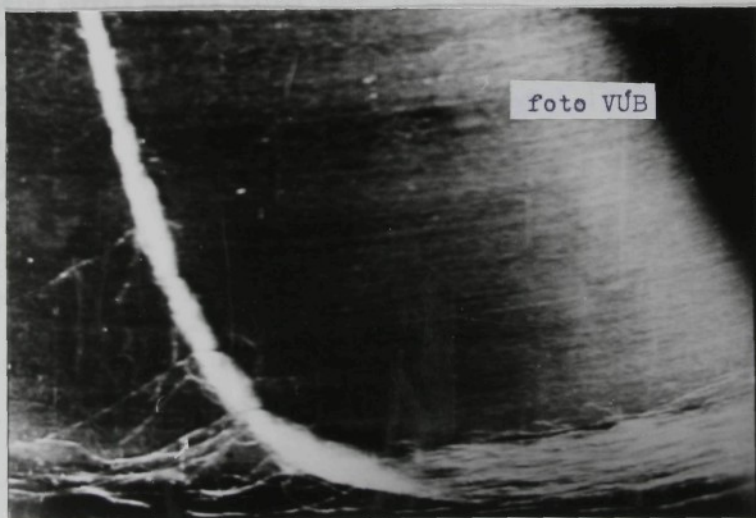
obr. 2.13

Experimenty, které prováděli J.W.S. Hearle a O.N. Bose s modelovým materiálem - pružnými pryžovými pásky, hrubými pryžovými vlákny - /32/ na speciálních modelových zařízeních, i experimenty s reálnými vlákny na klasických přádelnických strojích /33/ potvrzují realitu všech uvažovaných forem kroucení stužky. Fotografie tvorby rotorové příze na obr. 2.14 ilustruje oprávněnost koncepce J. Ripky /95/ o svinuté stužce při tvorbě příze v rotoru.

Svinutá stužka je v plejádě možných forem kroucení velmi častý případ a je mu věnována i následující analýza.

Formy svinuté stužky. J.W.S. Hearle a O.N. Bose /32/ rozeznávají tři typické formy, znázorněné na obr. 2.15. Jsou to: a) forma volná, b) forma těsná, c) forma překrytá.

Stužka šířky w je šroubovicově navinuta zákrutem Z na myšlený válec o poloměru r . Pro úhel β platí rovnice (2.2.2), tj. $\tan \beta = 2\pi r Z$.



obr. 2.14

Volná forma je charakteristická jistou osovou vzdáleností y mezi kraji svinuté stužky. Z geometrických poměrů plyne přímo $u/(h-y) = \cos \beta$. Užitím $1/\cos \beta = 1/\cos \beta$ se nalezne výraz

$$y = h - u/\cos \beta =$$

$$= 1/2 - u\sqrt{1 + (2\pi r Z)^2} \quad (2.2.88)$$

ukazující závislost y na šířce stužky; zákrutu a poloměru.

Těsná forma se vyznačuje přilehnutím krajů stužky k sobě navzájem. Pak $y = 0$ a mezi šířkou stužky, zákrutem a poloměrem musí dle (2.2.88) být splněna vazba

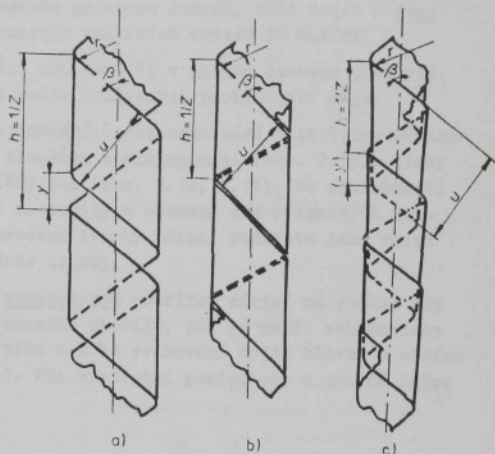
$$u = h \cos \beta =$$

$$= 1/(Z\sqrt{1 + (2\pi r Z)^2}) \quad (2.2.89)$$

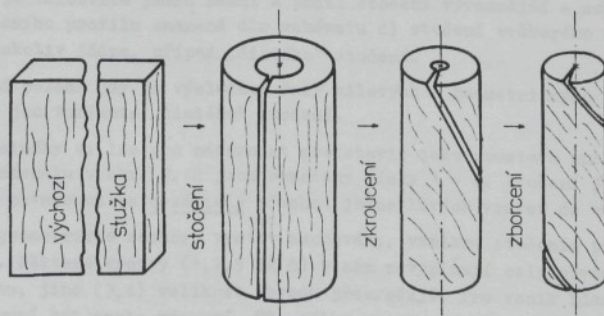
Překrytá forma je typická „kornoutovitým“ zasunutím jednotlivých ovinů do sebe, takže kraje stužky se překrývají. Hodnota y vypočtená z (2.2.88) je záporná. Absolutní hodnota vyjadřuje velikost překrytí v osovém směru.

V závislosti na přídním napětí a dynamice vkládání zákrutů se v procesu tvorby příze obvykle nejprve vytvoří volná forma, a ta postupně přechází do těsné až překryté. Nedokonalost ve vzájemném přilehnutí krajů stužky lze někdy sledovat v porušené symetrii příčných řezů příze.

Modelové fáze. Pro modelové řešení je nejvhodnějším případem těsně svinutá stužka, neboť skutečné příze se k ní obvykle blíží. Stavba takového modelu vyžaduje myšlené rozčlenit celý vznik těsně svinuté struktury do několika po sobě jdoucích fází. Zde jsou nazvány: stočení, zkroucení, zborcení (kolaps). Schematicky jsou znázorněny na obr. 2.16.



obr. 2.15



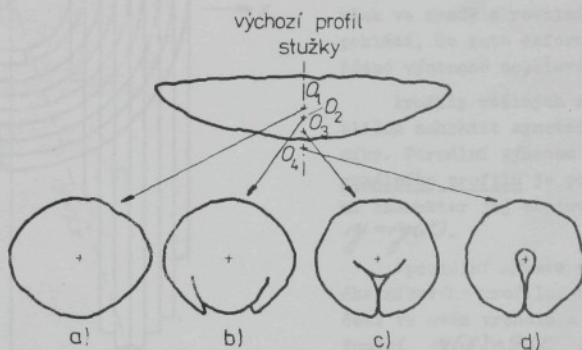
obr. 2.16

Ve fázi stočení je výchozí stužka vláken příčně ohýbána, až do vzájemného přilehnutí a spojení jejích krajů. Vzniká tvar nezakroucené duté trubky. Následuje fáze zkroucení, kterou je do ní vložen zákrut. Trubka se torzně deformuje a dochází ke změnám poloměrů. Pokud ještě zůstává v osovém prostoru dutina, může dojít k fázi zborcení (kolapsu) charakterizované zhroucením vnitřních vrstev do dutiny.

Ve skutečnosti probíhají popsané fáze současně či v jistém časovém překrytí. Jejich myšlenkové oddělení však umožňuje snáze analyzovat probíhající děje.

Profil stužky. Rozbor zákonitostí svinování často zanedbává vliv tvaru příčného řezu - profilu stužky. Někdy se její tloušťka zcela opomíjí (obr. 2.15), jindy se „automaticky“ uvažuje obdélníkový příčný řez (obr. 2.12, 2.16). Ve skutečnosti však může být profil stužky vláken velmi rozmanitý a znamená dle autorových rozborů závažný faktor podmiňující průběh procesu tvorby příze. Podstata jeho vlivu je obsažena již v první fázi stočení do duté trubky.

Charakter stočení nějaké stužky se symetrickým profilem závisí na poloze osy stáčení. Leží-li ve středním prostoru výchozího profilu, jak je např. schematicky znázorněno osou O_1 v obr. 2.17, pak spíše než ke svinování dojde hlavně u užších stužek k souosému zakrucování - případ a). Při výstřední pozici osy a značné šířce



obr. 2.17

profilu se mohou oba kraje stočit kolem válcovitého jádra dle schématu b). (Nebo dojde ke stočení typu S dle obr. 2.13.) Čím více se osa přibližuje k povrchu stužky, tím je válcovité jádro menší a podíl stočení výraznější - schéma c). Poloha osy vně výchozího profilu znamená dle schématu d) stočení veškerého materiálu stužky bez jakéhokoli jádra, případ „čistého“ stočení.

Skutečná poloha osy je výsledkem řady silových a geometrických faktorů. Zde je sledována jen varianta „čistého“ stočení.

Profil stužky si lze pro názornost představit jako soustavu mnoha tenkých vrstev; na schématu v obr. 2.18 jsou označeny čísla 1 - 8. Stočení je pak možno zjednodušeně považovat za nezávislý přechod jednotlivých vrstev do válcové formy. Zůstanou-li geometrické rozměry vrstev zachovány, vznikne stočením profilu vyřezávaný útvar. Některé vrstvy (1, 2, 5 až 8) v něm nevyplňují celý obvod jím příslušejícího kruhu, jiné (3, 4) velikost obvodu překračují. Pro vznik ideální formy duté trubky musí být proto výchozí z délky vrstev upraveny (protaženy nebo

stlačeny) na úroveň příslušného obvodu. (Stlačení je poměrně názorné, zatímco představa prodloužení působí právem nevěrohodně, neboť chybí fyzikální příčina takového děje. Jde však jen o myšlenkový mezikrok, vedoucí později ke zmenšeným hodnotám stlačení v konečné struktuře příze.) Poloviční délka obecné vrstvy na souřadnici x

je před stočením popsána hodnotou $y = y(x)$. Po stočení do formy duté trubky přejde y na délku πx poloviny obvodu. Poměrné prodloužení E_0 obecné vrstvy na poloměru x je nyní určeno výrazem

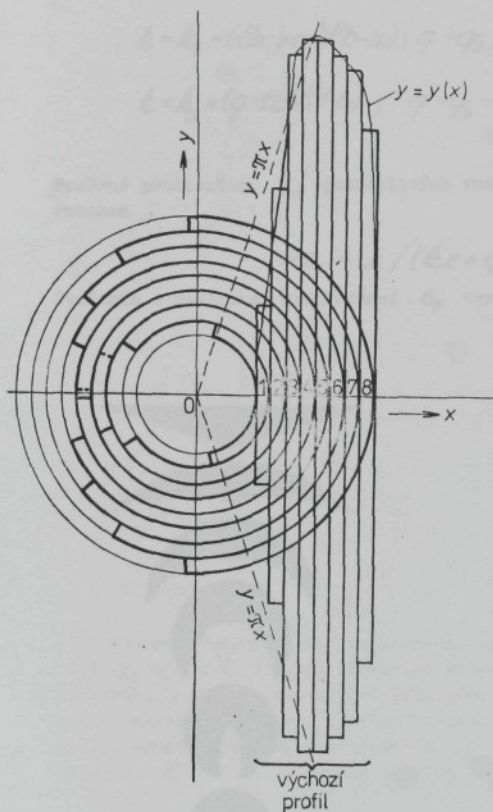
$$(1 + E_0) = \pi x / y(x) \quad (2.2.90)$$

Deformace E_0 , závislá prostřednictvím funkce $y(x)$ na tvaru profilu stužky, ovlivňuje napětové poměry a tím i celý průběh tvorby příze.

Při stočení dochází dále ke smykové deformaci vzájemným posouváním vrstev po sobě. Pro zjednodušení se však ve shodě s rovnicí (2.2.87) předpokládá, že tato deformace nepřináší žádné významné napětové důsledky.

Profily reálných stužek lze přibližně nahradit symetrickými mnohoúhelníky. Formální výhodou takového polygonálního profilu je po částech lineární charakter jež popisující funkce $y = y(x)$.

Speciální situace vznikne u trojúhelníkového profilu, který má osu stočení ve svém vrcholu a je popsán právě funkcí $y(x) = \pi x$, $x \in (0, R_0)$. Pro tento mezní profil platí z (2.2.90) v celém rozsahu $E_0 = 0$ a vrstvy se bez délkové změny přetvoří stočením do formy plného válce dle obr. 2.19.



obr. 2.18

Obecnější příklad stočení pětihúhelníkového profilu s osou v jeho vrcholu je (bez délkové změny vrstev) znázorněn na obr. 2.20. Zde vznikne plný válec až po realizaci vhodných deformací $E_0 \neq 0$.

Polovina symetrického sedmiúhelníkového profilu je na schématu 2.21. Osa stočení je uvažována ve vrcholu v počátku souřadnic. Další vrcholy mají souřadnice

$$A = (aR_0, w \pi aR_0), B = (bR_0, t \pi bR_0), C = (R_0, g \pi R_0).$$

Konkrétní tvar charakterizují konstanty a , b , R_0 a w , t , g . (Např. při $w = t = g = 1$ vznikne trojúhelník mezního profilu.) Pro funkci $y = y(x)$ zde platí

$$y = (kx + q)\pi$$

$$k = k_1 = w ; \quad q = q_1 = 0 ; \quad \text{pro } x \in (0, aR_0)$$

$$k = k_2 = (tb - wa)/(b - a) ; \quad q = q_2 = [abR_0(w - t)/(b - a)] ; \quad \text{pro } x \in (aR_0, bR_0) \quad (2.2.91)$$

$$k = k_3 = (g - tb)/(t - b) ; \quad q = q_3 = bR_0(t - g)/(t - b) ; \quad \text{pro } x \in (bR_0, R_0)$$

Poměrné prodloužení ϵ_0 jednotlivých vrstev je užitím (2.2.91) v (2.2.90) popsáno vztahem

$$1 + \epsilon_0 = x / (kx + q) \quad (2.2.92)$$

Stočením a realizací prodloužení ϵ_0 vznikne opět plný válec.



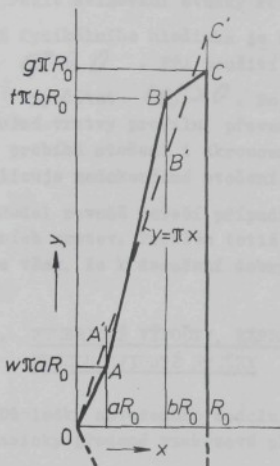
obr. 2.19



obr. 2.20

Forma duté trubky nastane jen tehdy, jestliže osa stočení leží vně profilu stužky. Jednoduchým příkladem je obdélníkový profil s osou stočení ve vzdálenosti X_0 od jeho povrchu, popsaný funkcí $y = \text{konstanta}$, $x \in (X_0, R_0)$. Takový obdélník po stočení a potřebném prodloužení ϵ_0 vrstev vytvoří dutou trubku s vnitřním poloměrem X_0 .

Mechanický model svinování stužky. Obvykle postačí vycházet z náhrady reálného profilu pětiúhelníkovým a osu stočení uvažovat v jeho vrcholu. Řešení však přináší jisté problémy se singularitou v okolí osy. Je proto výhodnější vyjít z koncepce



obr. 2.21

Stočením mezního trojúhelníkového profilu vznikne plný válec bez vnitřního napětí ($\varepsilon_0 = 0$ a vliv smyků na napjatost se zanedbává), identický s výchozím stavem válcového kroucení, pro nějž v plné míře platí rovnice kap. 2.2.1. Také stočením daného sedmiúhelníkového profilu vznikne plný válec, avšak v jeho vrstvách je již určité napětí vyvozené prodloužením ε_0 . Proměnná κ má nyní smysl obecného poloměru $\bar{r}_0$ v nezakrouceném válci a výraz (2.2.92) lze přepsat do formy

$$1 + \varepsilon_0 = r_0 / (\kappa_0 + q) \quad (2.2.95)$$

Poměrné prodloužení ε_0 má stejný směr jako následující, zákrutem vyvolané poměrné prodloužení ε_1 - viz kap. 2.2.1. Vztahy odvozené pro zakrucování válce jsou zde platné jen v modifikaci, kdy místo $(1 + \varepsilon_1)$ dle rovnice (2.2.34) se užije veličiny

$$1 + \varepsilon_1^* = (1 + \varepsilon_1)(1 + \varepsilon_0) = r \cos \beta / (\kappa_0 + q) \quad (2.2.96)$$

Derivováním (2.2.95) vznikne

$$d\varepsilon_0/dr = [q/(\kappa_0 + q)^2] \cdot (d\kappa_0/dr) \quad (2.2.97)$$

Pro derivaci $d\varepsilon_1^*/dr$ platí s ohledem na (2.2.96)

$$d\varepsilon_1^*/dr = (1 + \varepsilon_0) \cdot d\varepsilon_1/dr + (1 + \varepsilon_1) d\varepsilon_0/dr \quad (2.2.98)$$

kde $d\varepsilon_1/dr$ je dáno rovnicí (2.2.38).

sedmiúhelníku (obr. 2.21), kde hodnota α je velmi malá (např. $\alpha = 0,01$) a hodnota $w = 1$. Potom v těsném okolí osy je funkce $y = \pi x$ totožná s mezním profilem a platí zde $\varepsilon_0 = 0$. Konstanty b , t a g je třeba zvolit s ohledem na tvar profilu stužky. Konstanta R_0 se stanoví následujícím výpočtem.

Stužka má výchozí zaplnění κ_0 . Celková plocha jejího profilu je $2 \int_0^{R_0} \pi(\kappa) d\kappa$ a plocha S_0 vláken v něm je $2\pi \int_0^{R_0} \kappa(\kappa) d\kappa$. Odtud užitím (2.2.91) vyplývá

$$S_0 = \pi R_0^2 \kappa_0 [k_1 a^3 + k_2 (b^2 - a^2) + k_3 (1 - b^2) + 2(q_2/R_0)(b - a) + 2(q_3/R_0)(t + b)] \quad (2.2.93)$$

Vzhledem k platnosti (2.2.91) jsou všechny výrazy v hranaté závorce (včetně q_2/R_0 , q_3/R_0) nezávislé na R_0 , které tak lze snadno z (2.2.93) vypočítat. Pro S_0 totiž vzhledem k seskání δ platí

$$S_0 = S(1 - \delta) \quad (2.2.94)$$

kde S označuje substanční průřez příže, vyplývající ze základní rovnice (1.3.1)

Počáteční podmínky, užitá v kap. 2.2.1 pro zakrucování válce, jsou platné při zavedeném $w = 1$ pro svinování stužky sedmiúhelníkového profilu.

Po záměně původních výrazů $(1+\epsilon_1)$, $d\epsilon_1/dr$ výrazy $(1+\epsilon_1^*)$, $d\epsilon_1^*/dr$ je možné řešit svinování stužky rovnicemi zakrucování válce.

Z fyzikálního hlediska je model přípustný, vede-li v každém místě příže k hodnotám $\epsilon_1^* \leq 0$. Při použití velmi malého zákrutu se ovšem může v nějakém místě příže vypočítat $\epsilon_1^* > 0$. To znamená, že protažení $\epsilon_0 > 0$, vzniklé stočením příslušné vrstvy profilu, převažuje nad stlačením $\epsilon_1 < 0$ při zkroucení. Ve skutečnosti probíhá stočení i zkroucení v počátečních tvorbě současně a situace $\epsilon_1^* > 0$ signalizuje nedokončené stočení stužky. Pak ovšem užitý model neplatí.

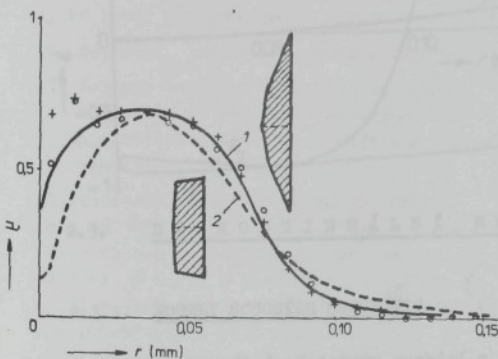
Model rovněž neřeší případnou poslední modelovou fázi - zborcení (kolaps) vnitřních vrstev. Problém totiž vybočuje ze zvolené koncepce zakrucování kontinua. Zdá se však, že k dosažení dobrých výsledků není tato fáze nezbytná.

2.2.5. NUMERICKÉ VÝPOČTY, EXPERIMENTÁLNÍ VÝSLEDKY A DISKUSE MODELU SVINOVÁNÍ STUŽKY

Důsledky zavedeného modulu svinování stužky jsou ilustrovány na příkladě výpočtu klasicky předané viskózní příže $T = 19,6 \text{ tex}$, $Z = 669 \text{ m}^{-1}$. Tato příže byla

užita jako příklad i při zakrucování válce v kap. 2.2.3 (experimentální hodnoty zaplnění a křivka 2 v obr. 2.9, napětí a deformace v obr. 2.11). Také nyní vychází výpočet z hodnot $E_{\text{TAH}} = E_{\text{TAH}} = 4285,5 \text{ MPa}$, $k_p = 55,0 \text{ MPa}$, $k_s = 80$, $A = 0,35$, $B = 0$, $u_0 = 0,01$, $u_{\text{mv}} = 1$, $T = 19,6 \text{ tex}$, $Z = 669 \text{ m}^{-1}$, $d\epsilon/d\epsilon_0 = 0,9900$, jejichž zdůvodnění je uvedeno v kap. 2.2.3.

Na obr. 2.22 jsou vedle experimentálních hodnot vyneseny vypočtené radiální průběhy zaplnění pro dva znázorněné profily stužek. Křivka 1 vychází z poněkud „zaobleného“ mezního profilu. Je použito $a = 0,01$, $b = 0,2$, $w = 1$, $t = 2$, $g = 1$. V počátku je zřetelný prudký nárůst zaplnění s náznakem jakési řídky vyplněné „díry“ v okolí osy příže. Na větších poloměrech je křivka prakticky shodná s zkroucením válce - obr. 2.9, křivka 2. (Podobný průběh byl autorem často experimentálně pozorován u řady klasických i rotorových příží, zkoumaných zejména metodou VSOP. Metoda VSOP je ve srovnání s metodou SECANT patrně přesnější v okolí osy. Podrobněji viz kap. 3.4.5.)



$E_{\text{TAH}} = E_{\text{TAH}} = 4285,5 \text{ MPa}$; $k_p = 55 \text{ MPa}$; $k_s = 80$;
 $A = 0,35$; $B = 0$; $u_0 = 0,01$; $u_{\text{mv}} = 1$; $T = 19,6 \text{ tex}$;
 $Z = 669 \text{ m}^{-1}$; $d\epsilon/d\epsilon_0 = 0,9900$

Vypočet ():

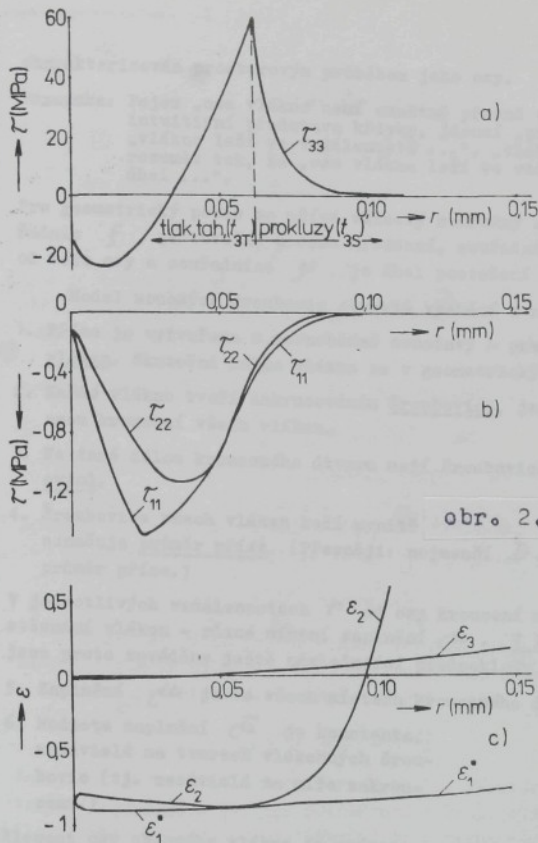
- 1... $a = 0,01$; $b = 0,2$; $w = 1$; $t = 2$; $g = 1$
- 2... $a = 0,01$; $b = 0,1$; $w = 1$; $t = 5$; $g = 0,55$

Experiment (příže 19,6 tex, 669 m⁻¹):

- + metoda Secant
- o metoda VSOP

obr. 2.22

Křivka 2 v obr. 2.22 vychází z téměř obdélníkového profilu, určeného hodnotami $a = 0,01$, $b = 0,1$, $w = 1$, $t = 5$, $g = 0,55$. Radiální průběh zaplnění je nyní výrazně odlišný. Podobný typ závislosti však nebyl doposud experimentálně



obr. 2.23

pozorován, takže realita se patrně spíše přibližuje „zablenému“ meznímu profilu.

Napětí a deformace, vyhodnocené v souvislosti s výpočtem křivky 1, jsou znázorněny na obr. 2.23. Zajímavé je jejich srovnání s válcovým kroucením na obr. 2.11. Charakteristický je výrazný rozdíl mezi napětím τ_{11} a τ_{22} ve vnitřní oblasti příže, způsobený rozdílným průběhem poměrných prodloužení ϵ_1^* a ϵ_2 . Prapříčinou jsou ovšem nenulové hodnoty poměrného prodloužení ϵ_0 při stočení vnitřních vrstev uvažovaného profilu stužky.

Souhrnně lze říci, že svinování stužky „rozumného“ profilu nemění v zásadě hlavní trendy, nalezené prostřednictvím modelu zakrucování válce. V osově oblasti ovšem vede k poklesu zaplnění a rozdílnému průběhu napjatosti a deformací.

2.3. DISKONTINUÁLNÍ MODELOVÉ PŘEDSTAVY

2.3.1. MODEL SOUSÝCH ŠROUBOVIC

Diskontinuální představy vychází z jednotlivých reálných částic - vláken. Tvorba příže je pojímána jako vytváření tvarů vláken a jejich vzájemného uspořádání.

Tvary a vzájemné uspořádání skutečných vláken jsou výsledkem řady složitých dějů. Reálné studium alespoň těch nejpodstatnějších je odedávna založeno na užití vhodně zjednodušených představ. Základním a současně nejstarším je model vytváření soustavy sousých šroubovic z výchozího pramínku rovnoběžných vláken.

Poznámka: Z této ideje vycházeli A. Koechlin /49/ - r. 1828, E. Müller /65/ - r. 1880, S. Marschik /59/ - r. 1904, či A. C. Gégauff /49/ - r. 1907. V první polovině 20. století ji rozvinulo několik prací, z nichž bývá nejčastěji citován E. R. Schwarz /97/ - r. 1931, B. Braschler /12/ - r. 1935, či v /25/ zmiňovaný V. A. Vorošilov /114/ - r. 1938. Největšího propracování však doznala myšlenka sousých šroubovic v období od druhé poloviny 40. do začátku 70. let. V pracích V. I. Budnikova /43/, L. R. G. Treloara /110/, či G. V. Sokolova /103/, W. Wegenera a A. Kühnla /115/ a dalších je řešena řada souvislostí. Do česky psané literatury uvedl širší modely šroubovic J. Simon /101/.

Základní pojmy. Model sousých šroubovic předpokládá existenci společné osy kroucení - osy příže, kolem níž se ovijejí jednotlivá vlákna. S jemností ϵ a měrné hmotnosti ρ vlákna plyne dle (1.2.1) plocha σ jeho příčného řezu. Tvar vlákna je

charakterizován prostorovým průběhem jeho osy.

Poznámka: Pojem „osa vlákna“ není exaktně přesně vymezen. Pro běžné úvahy postačí intuitivní představa křivky, jdoucí „prostředkem“ vlákna. Výrokům typu „vlákno leží ve vzdálenosti ...“, „vlákno má úhel ...“ apod. je třeba rozumět tak, že „osa vlákna leží ve vzdálenosti ...“, „osa vlákna má úhel ...“.

Pro geometrický popis se užívá válcový souřadný systém $\{r, \varphi, \xi\}$, jehož osa souřadnic ξ je totožná s osou kroucení, souřadnice r vyjadřuje vzdálenost bodu od této osy a souřadnice φ je úhel pootočení bodu kolem osy ξ .

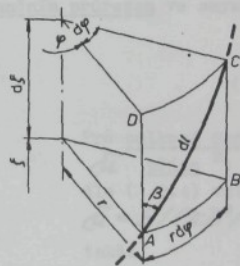
Model souosých šroubovic obvykle vychází z následujících předpokladů:

1. Příze je vytvořena z rovnoběžné soustavy - pramínku - idealizovaných nekonečných vláken. Skutečná délka vlákna se v geometrických úvahách zanedbává.
 2. Každé vlákno tvoří zakrucováním šroubovici, jejíž osa je současně společnou osou kroucení všech vláken.
 3. Na dané délce krouceného útvaru mají šroubovice všech jeho vláken stejný počet ovinů.
 4. Šroubovice všech vláken leží uvnitř myšleného válce s průměrem D . Veličina D označuje průměr příze. (Přesněji: nejmenší D splňující podmínku 4 označuje průměr příze.)
- V jednotlivých vzdálenostech r od osy kroucení může existovat obecně různá úroveň stěsnání vláken - různé místní zaplnění μ . V ideálním modelu souosých šroubovic jsou proto zaváděny ještě následující předpoklady
5. Zaplnění μ je ve všech místech krouceného útvaru stejné, rovné hodnotě $\tilde{\mu}$.
 6. Hodnota zaplnění $\tilde{\mu}$ je konstanta, nezávislá na tvarech vláknenných šroubovic (tj. nezávislá na míře zakrucování).

Element osy obecného vlákna je znázorněn na obr. 2.24. Jedním ovinem šroubovice vlákna se rozumí obtočení osy o úhel $\varphi = 2\pi$. Element tuto osu obtočí o úhel $d\varphi$, takže jemu příslušný „počet“ ovinů činí $d\varphi/(2\pi)$.

Element je vymezen délkou $d\xi$ krouceného útvaru. Poměr $Z = [d\varphi/(2\pi)]/d\xi$ je počet ovinů přepočtený na jednotku délky, je to zákrut elementu. V případě šroubovice je $d\varphi/d\xi$ a tedy i Z konstanta; Z je zákrut vlákna. Z předpokladu 3 vyplývá, že Z je dokonce konstanta společná všem vláknům, je to také zákrut příze.

Poznámka: Veličina Z se tak ztotožňuje s definicí (1.3.8). Připomeneme, že u jiných modelů mohou být zákrut elementu, vlákna, příze a zákrut ve smyslu definice (1.3.8) veličiny navzájem odlišné.



obr. 2.24

Za těchto podmínek je šroubovice každého vlákna popsána velmi jednoduchou dvojicí diferenciálních rovnic

$$dr/d\xi = 0 \quad (2.3.1)$$

$$dy/d\xi = 2\pi Z = \text{konstanta} \quad (2.3.2)$$

Pro znázorněný úhel β platí

$$\operatorname{tg} \beta = r dy/d\xi = 2\pi r Z \quad (2.3.3)$$

což je vztah shodný s (2.2.2). Pro ostatní goniometrické funkce se užívají vzorce $\cos \beta = 1/\sqrt{1+\operatorname{tg}^2 \beta}$, $\sin \beta = \operatorname{tg} \beta / \sqrt{1+\operatorname{tg}^2 \beta}$, obecně platné pro každé $\beta \in (0; \pi/2)$. Vzájemné přepočty funkcí se všude tam, kde je jich třeba, uvažují jako samozřejmé a v textu se na ně zvlášť neupozorňuje. Speciálně na povrchu příze kde je $r = D/2$ nabývá úhel β hodnoty β_D dle vztahu

$$\operatorname{tg} \beta_D = \pi D Z = \pi \quad (2.3.4)$$

Výraz současně vyjadřuje intenzitu zákrutu π ve smyslu definice (1.3.9).

Mezi délkou dl elementu AC v obr. 2.24 a velikostí $d\xi$ jeho osového průměru platí vztah $d\xi/dl = \cos \beta$. Podobně též pro délku l části vlákna, jež se nachází v úseku příze délky ξ , platí u šroubovice

$$\xi/l = \cos \beta \quad (2.3.5)$$

Kolmý řez přízi protne vlákno v řezné ploše S^* . Příklad odříznuté části vlákna (válcového s průměrem d a plochou S příčného řezu) je znázorněn na obr. 2.25 a). Z geometrických poměrů vyplývá

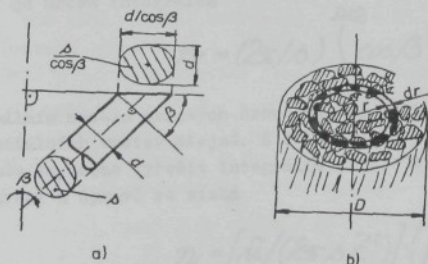
$$S^* = S/\cos \beta \quad (2.3.6)$$

Kolmý řez celou přízi je na obr. 2.25 b). Prostor mezi poloměry r , $r+dr$ tvoří tzv. diferenciální vrstvu, zobrazenou v řezu jako mezikruží. Části řezných ploch, které tímto mezikružím procházejí, jsou vyznačeny černě. Jejich součtová plocha dS je menší než celá plocha tohoto mezikruží. Poměr

$$\mu = dS/(2\pi r \cdot dr) \quad (2.3.7)$$

je podle definice (1.2.12) zaplněním diferenciální vrstvy. V přízi s průměrem D je úhrnná plocha S všech řezných ploch vláken substančním průřezem ve smyslu definice (1.3.1). Platí pro něj vztah

$$S = \int_{r=0}^{r=D/2} dS = 2\pi \int_0^{D/2} \mu r dr \quad (2.3.8)$$



obr. 2.25

Pro celkové zaplnění

$\bar{\mu}$ příze^{x)} platí dle (1.3.4) vztah

$$\bar{\mu} = S/(\pi D^2/4),$$

takže

$$S = \bar{\mu} \pi D^2/4 \quad (2.3.9)$$

^{x)} V této kapitole je symbol $\bar{\mu}$ rezervován pro proměnné zaplnění diferenciálních vrstev. Pro celkové zaplnění příze je užíván symbol $\bar{\mu}$.

Z ekvivalence pravých stran (2.3.8) a (2.3.9) se pro $\tilde{u}$ nalezne

$$\tilde{u} = (8/D^2) \int_0^{D/2} u r dr \quad (2.3.10)$$

V modelu souosých šroubovic je někdy výhodné užívat plošný Koechlinův zákrutový koeficient α_s . Spojením jeho definiční rovnice (1.3.10) s výrazem (2.3.4) je možno vyjádřit intenzitu zákrutu formou

$$x = tg \beta = x D Z = 2 \sqrt{x/\tilde{u}} \cdot \alpha_s \quad (2.3.11)$$

Nevýhodou některých užívaných veličin je jejich závislost na procesu zakrucování; nezávislé jsou jen veličiny vstupního pramínku vláken. Např. mezi vstupní jemností útvaru T_0 a okamžitou jemností T platí vztah (1.3.51), v němž se uplatňuje seskání δ . Vydělením rovnice měrnou hmotností ϱ vláken vznikne výraz

$$S_0 = S(1-\delta) \quad (2.3.12)$$

kde $S = T/\varrho$ je podle (1.3.1) substančním průřezem příze a

$S_0 = T_0/\varrho$ je analogicky vstupním substančním průřezem.

Podobně i otáčky krutného orgánu, vztahené ke vstupní délce pramínku určují vstupní zákrut Z_0 . Vztahem (1.3.53) je provázán Z_0 se zákrutem Z a seskáním δ . Odtud v analogii ke koeficientu α_s dle (1.3.10) je užitečné zavést vstupní plošný Koechlinův zákrutový koeficient α_{s0} vztahem

$$\alpha_{s0} = Z_0 / \sqrt{S_0} \quad (2.3.13)$$

Užitím (2.3.12), (1.3.44) a (1.3.10) vznikne rovnice

$$\alpha_{s0} = \alpha_s (1-\delta)^{3/2} \quad (2.3.14)$$

(Rovnice (2.3.7) až (2.3.14) platí s výjimkou geometrické interpretace úhlu β_0 zcela obecně pro každý model příze.)

K diferenciální vrstvě, znázorněné na obr. 2.25 b), se váže ještě další významná veličina. Je definována vztahem

$$dn = dS / S^* \quad (2.3.15)$$

Za užití (2.3.6) a (2.3.7) ji lze vyjádřit tvarem

$$dn = 2\pi \cos \beta \, u \, r \, dr / S \quad (2.3.16)$$

E. Braschler /12/ užil pro dn názvu počet vláken v diferenciální vrstvě, což intuitivně vystihuje logický smysl. Počet n všech vláken v příčném řezu přízi je určen integrálem

$$n = (2\pi/S) \int_0^{D/2} \cos \beta \, u \, r \, dr \quad (2.3.17)$$

V ideálním modelu souosých šroubovic je podle předpokladu 5 zaplnění u všech diferenciálních vrstev stejná. Z (2.3.10) je pak skutečně $u = \tilde{u}$. Za téhož předpokladu je možno vyřešit integrál v (2.3.17). Po vyjádření $\cos \beta$ z (2.3.3), integraci a úpravě se získá

$$n = [\tilde{u} / (2\pi S Z^2)] \cdot (\sqrt{1 + (x D Z)^2} - 1) \quad (2.3.18)$$

Při přibližném výpočtu, který zanedbává sklon vláken ($\beta=0$), vede integrace v (2.3.17) za užití (2.3.8) ke známému vztahu $n = S/\rho = T/E = \varepsilon$, tj. k poměrné jemnosti ε dle (1.3.3).

Hypotéza neutrálního poloměru. V úseku výchozího pramínku jsou všechna vlákna rovnoběžná a mají stejnou délku ξ_0 . Vkládáním zákrutů se útvar zkracuje - seskává. Po vložení Z zákrutů má délku $\xi < \xi_0$, přičemž veličina $\delta = 1 - \xi/\xi_0$ je dle (1.3.49) seskáním. Zavedením seskání do (2.3.5) lze vyjádřit délku ℓ jednotlivých vláken v zakrouceném útvaru výrazem

$$\ell = \xi_0 (1 - \delta) / \cos \beta \quad (2.3.19)$$

Délka ℓ je prostřednictvím úhlu β závislá na poloze vlákna v přízi. Poloměr, na němž je délka ℓ vlákna právě shodná s jeho výchozí délkou ξ_0 , je neutrální poloměr r_n . Často se vyjadřuje v relativní formě vzhledem k poloměru $D/2$ povrchu příže.

$$x_n = r_n / (D/2) \quad (2.3.20)$$

Pro úhel $\beta = \beta_n$ na poloměru r_n platí podle (2.3.3) a (2.3.4) vztah $\tan \beta_n = 2\pi r_n Z = x_n \pi D Z = x_n \tan \beta_D$. Užije-li se $\ell = \xi_0$ a $\beta = \beta_n$ v (2.3.19), vznikne po úpravě vztah

$$\delta = 1 - \cos \beta_n = 1 - 1 / \sqrt{1 + (2\pi r_n Z)^2} = 1 - 1 / \sqrt{1 + x_n^2 \tan^2 \beta_D} \quad (2.3.21)$$

Použitím (2.3.11) lze výraz upravit do formy se zákrutovým koeficientem α_s .

$$\delta = 1 - 1 / \sqrt{1 + 4\pi x_n^2 \alpha_s^2 / \tilde{u}} \quad (2.3.22)$$

Obtížnější je vyjádření vzhledem ke koeficientu α_{s0} . Po dosazení α_s z (2.3.14), do (2.3.22) a úpravě vznikne pro výpočet seskání δ kubická rovnice, jejímž řešením v oblasti $\delta \in (0, 1)$ je výraz

$$\delta = 1 - (2/\sqrt{3}) \cos \left[(\pi/3) + (1/3) \arccos (6/\sqrt{3} \pi x_n^2 \alpha_{s0}^2 / \tilde{u}) \right] \quad (2.3.23)$$

Poznámka: Bylo užito goniometrické řešení kořenů kubické rovnice, např. dle [53]. Rovnice má ještě třetí reálný kořen, avšak v oblasti $\delta > 1$.

Podle této rovnice lze užít jen $\alpha_{s0} \leq \sqrt{\tilde{u} / (6/\sqrt{3} \pi)} / x_n$, neboť v opačném případě by byl kosinus větší než 1. Do jednotkové délky vstupujícího pramínku lze tedy krutným orgánem vložit jen omezené množství otáček. Vkládáním dalších otáček dojde k destrukci, vzniku zákrutu II. řádu apod. Pro maximální hodnotu α_{s0} se z (2.3.23) vypočte $\delta = 1 - 1/\sqrt{3} \approx 0,42$ a dosazením této hodnoty do (2.3.21) se získá $\tan \beta_D = \sqrt{3}/x_n$. Pro každé reálně uvažované $x_n < 1$ je pak $\beta_D > \arctan \sqrt{3} = 55^\circ$. Tak velké hodnoty seskání δ i úhlu β_D nelze však nikdy reálně dosáhnout. Mnohem více omezí proces zakrucování jiné děje mechanické podstaty.

Pro přípustné hodnoty α_{s0} nabízí rovnice (2.3.23) dvě hodnoty seskání δ . Menší z nich (znaménko minus) je modelovou hodnotou skutečného seskání. Větší hodnota vyjadřuje sice geometricky reálný, avšak nestabilní případ uspořádání struktury, který by se okamžitě přemýkl do prvního případu.

Někteří autoři, jako I.G. Obuch [83] či M.C. Besset [11] vycházejí ze vzorců typu (2.3.21) a (2.3.22). Citovaní autoři zavádí hypotézu o konstantní hodnotě x_n . Často se předpokládá, že polovina hmoty vláken v přízi leží uvnitř a polovina vně neutrálního poloměru r_n , tj. $\int_0^{r_n} u 2\pi r dr = \int_{r_n}^{D/2} u 2\pi r dr$.

Pro ideální model ($\mu = \tilde{\mu}$) odtud plyne $r_n = (D/2)/\sqrt{2}$, takže

$$\chi_n = 1/\sqrt{2} \approx 0,707 \quad (2.3.24)$$

K výpočtům seskání je třeba určit i zaplnění příze $\tilde{\mu}$. Podle předpokladů 5 a 6 je tato hodnota v ideálním modelu konstanta nezávislá na míře zakroucení, určovaná experimentálně. (Pokud se připustí, že χ_n a $\tilde{\mu}$ jsou dosud nedefinovaným způsobem proměnné veličiny, pak vztahy (2.3.22) a (2.3.23) platí naprosto obecně.)

Hypotéza bilance délek. Úsek výchozího pramínku je vytvořen z n rovnoběžných vláken. Každé z nich má délku ξ_0 a plochu δ svého příčného řezu. Souhrnná délka vláken ve výchozím úseku je $L_0 = n\xi_0$. Zakroucením vznikne útvar délky S se substančním průřezem δ a souhrnnou délkou vláken L . Objem vláknenné hmoty je možno vyjádřit tvarem $S\delta$ nebo také $L\delta$. Z ekvivalence obou výrazů plyne $L = S\xi_0/\delta$. Hypotéza bilance délek předpokládá, že souhrnná délka L_0 vláken ve výchozím pramínku je stejná jako souhrnná délka L vláken v zakrouceném útvaru. Platí tedy $n\xi_0 = S\xi_0/\delta$ či $\xi_0/\delta = n\delta/S$. Užije-li se vztahů (2.3.17), (2.3.9) a poté vztahu (2.3.10) je možno vyjádřit seskání $\delta = 1 - \xi_0/\delta$ ve tvaru

$$\delta = 1 - n\delta/S = 1 - \frac{\delta}{\tilde{\mu} D^2} \int_0^{D/2} \cos\beta \cdot \mu r dr = 1 - \frac{\int_0^{D/2} \cos\beta \cdot \mu r dr}{\int_0^{D/2} \mu r dr} \quad (2.3.25)$$

Funkci $f(r) = \mu r / \int_0^{D/2} \mu r dr$ lze považovat za hustotu pravděpodobnosti (frekvenční funkci) veličiny $\cos\beta$. Podíl integrálů je v tomto označení roven výrazu $\int_0^{D/2} \cos\beta \cdot f(r) dr$ což je definiční vzorec pro střední hodnotu veličiny $\cos\beta$. Podíl integrálů vyjadřuje tedy střední hodnotu veličiny $\cos\beta$, zváženo výskytem hmoty vláken, na jednotlivých poloměrech. Výraz (2.3.25) je stejně jako (2.3.21) typu $\delta = 1 - \cos\beta$. Nyní však $\cos\beta$ neplyne z volby neutrálního poloměru, nýbrž je stanoveno jako zmíněná střední hodnota.

V případě ideálního modelu je $\mu = \tilde{\mu}$ = konstanta, lze užít rovnice (2.3.18) a společně s (2.3.9) se nalezne

$$\delta = 1 - n\delta/S = (\sqrt{1 + (\pi DZ)^2} - 1) / (\sqrt{1 + (\pi DZ)^2} + 1) \quad (2.3.26)$$

Další úpravou při užití (2.3.4) a $\cos\beta_0 = \cos^2(\beta_0/2) - \sin^2(\beta_0/2)$ vznikne

$$\delta = (\sqrt{1 + \tan^2\beta_0} - 1) / (\sqrt{1 + \tan^2\beta_0} + 1) = \tan^2(\beta_0/2) \quad (2.3.27)$$

Využitím (2.3.11) lze seskání vztáhnout k zákrutovému součiniteli α_S .

$$\delta = (\sqrt{1 + 4\pi\alpha_S^2/\tilde{\mu}} - 1) / (\sqrt{1 + 4\pi\alpha_S^2/\tilde{\mu}} + 1) \quad (2.3.28)$$

Vyjádří-li se ještě α_S ze vztahu (2.3.14) prostřednictvím α_{S0} a δ , vznikne po úpravě kvadratická rovnice, jejímž řešením je

$$\delta = \frac{1}{2} \mp \frac{1}{2} \sqrt{1 - 4\pi\alpha_{S0}^2/\tilde{\mu}} \quad (2.3.29)$$

Odmocnina je definována jenom pro $\alpha_{S0} \leq \sqrt{\tilde{\mu}/4\pi}$. Jako u (2.3.23) i zde je možno vložit jen omezený počet otáček do jednotkové délky vstupního pramínku. Pro maximální přípustnou hodnotu α_{S0} se z (2.3.29) získá seskání $\delta = 0,5$ a podle (2.3.27) úhel $\beta_0 \approx 71^\circ$.

Pro nižší hodnoty α_{S0} nabízí (2.3.29) dvě hodnoty seskání δ . Znaménko minus poskytuje modelovou hodnotu reálného seskání. Znaménko plus vyjadřuje seskání geometricky nestabilní a prakticky nevznikající formy - podobně jako u rovnice (2.3.23)

Popsaná hypotéza byla poprvé užita E. Bräschlerem /12/ a vzorec (2.3.28) je znám jako Bräschlerův vztah pro seskání. Na omezení, plynoucí z (2.3.29) poukázal P.S. Gracie /21/, J. Marko a B. Neckář /57/, J.W.S. Hearle a kol. /34/.

Hypotéza nulové osové síly. Délka každého vlákna ve sledovaném úseku výchozího pramínku je ξ_0 . Zakroucením přejde vlákno do šroubovice délky ℓ . Pro poměrné prodloužení ε vlákna platí užitím (2.3.5) a následným zavedením seskání $\delta = 1 - \xi/\xi_0$ vztah

$$\varepsilon = (\ell/\xi_0) - 1 = \xi/(\xi_0 \cos \beta) - 1 = (1 - \delta)/\cos \beta - 1 \quad (2.3.30)$$

Mezi tahovým napětím a prodloužením vlákna se nejjednodušeji uvažuje lineární závislost s modulem pružnosti E . Ve vlákne s plochou δ příčného řezu tak vzniká tahová síla

$$P = E \delta \varepsilon = E \delta [(1 - \delta)/\cos \beta - 1] \quad (2.3.31)$$

Síla P působí ve směru tečny k šroubovici vlákna. Její složka do směru osy příze je $P \cos \beta$. V diferenciální vrstvě na poloměru r je dn vláken, která dohromady přispívají k celkové osové síle hodnotou $dF = P \cos \beta \, dn$. Za užití (2.3.31) a (2.3.16)

$$dF = 2\pi E [(1 - \delta) \cos \beta - \cos^2 \beta] \cos \beta \, r \, dr \quad (2.3.32)$$

Výsledná osová síla F je určena integrálem $F = \int_{r=0}^{r=D/2} dF$. Integrací (2.3.32) a následující úpravou vznikne výraz

$$\delta = 1 - (2\pi \int_0^{D/2} \cos^2 \beta \, r \, dr + F/E) / (2\pi \int_0^{D/2} \cos \beta \, r \, dr) \quad (2.3.33)$$

Obvykle se předpokládá, že osová síla v zakrouceném útvaru je prakticky nulová, $F = 0$. Potom pro seskání platí

$$\delta = 1 - \frac{\int_0^{D/2} \cos^2 \beta \, r \, dr}{\int_0^{D/2} \cos \beta \, r \, dr} \quad (2.3.34)$$

Vynásobí-li se čitatel i jmenovatel hodnotou $2\pi/\beta$, pak s ohledem na (2.3.16) a (2.3.17) lze zlomek zapsat ve tvaru $\int_{r=0}^{r=D/2} \cos \beta \, dn / n$. Odtud je zřejmý vztah k počtu vláken. Podíl integrálů v posledním výrazu tedy vyjadřuje střední hodnotu veličiny $\cos \beta$, váženou počtem vláken na jednotlivých poloměrech. Opět tak vznikl výraz typu $\delta = 1 - \cos \beta$.

V případě ideálního modelu lze po vyjádření $\cos \beta$ z (2.3.3) provést potřebné integrace a po úpravě se nalezne

$$\delta = 1 - \ln \sqrt{1 + (4\pi D Z)^2} / (\sqrt{1 + (4\pi D Z)^2} - 1) = 1 - \ln (1/\cos \beta) / (1/\cos \beta - 1) \quad (2.3.35)$$

Užitím (2.3.11) je možno vyjádřit seskání vůči α_s . Platí

$$\delta = 1 - \ln \sqrt{1 + 4\pi \alpha_s^2 \ell \tilde{u}} / (\sqrt{1 + 4\pi \alpha_s^2 \ell \tilde{u}} - 1) \quad (2.3.36)$$

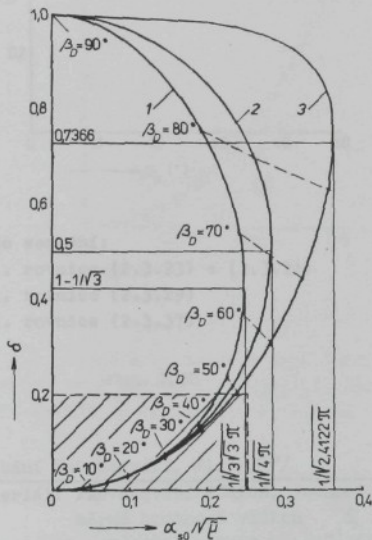
Mezi seskáním δ a koeficientem α_{s0} platí užitím (2.3.14) v (2.3.36)

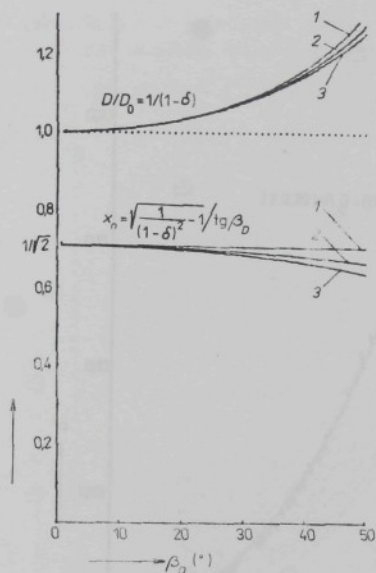
$$\delta = 1 - \ln \sqrt{1 + \frac{4\pi \alpha_{s0}^2}{\tilde{u}(1 - \delta)^3}} / (\sqrt{1 + \frac{4\pi \alpha_{s0}^2}{\tilde{u}(1 - \delta)^3}} - 1) \quad (2.3.37)$$

Výraz nelze pro δ ani α_{so} upravit do explicitního tvaru. Výpočet odpovídajících si hodnot δ , α_{so} lze však provést parametricky. Příпустné veličiny α_{so} jsou i zde omezeny a v mezním případě splňují podmínku $\ln \cos \beta_0 = (3 \cos \beta_0 - 3) / (1 - 3 \cos \beta_0)$. Z numerického řešení se získá $\beta_0 \leq 84,008435^\circ$, z (2.3.35) pak $\delta \leq 0,736638$ a z (2.3.11) a (2.3.14) konečně $\alpha_{so} \leq \sqrt{\pi} / (8,2412184)$. Pro nižší hodnoty α_{so} existují vždy dvě hodnoty δ , které vyhoví rovnici (2.3.37). Nižší z nich je modelem reálného seskání, vyšší se týká nevznikající, nestabilní formy uspořádání.

Výraz typu (2.3.35) zavedl do odborné literatury poprvé V.I. Budnikov /13/.

Porovnání hypotéz. Průběh seskání δ v závislosti na $\alpha_{so} / \sqrt{\pi}$ je pro případ ideálního modelu znázorněn na obr. 2.26. Graficky jsou vyneseny funkce: (2.3.23) při platnosti (2.3.24), dále (2.3.29) a konečně (2.3.37). Část tohoto grafu do hodnoty seskání $\delta = 0,20$ je ve zvětšeném měřítku vynesena na obr. 2.27.





Užito seskání:

- 1 ... rovnice (2.3.23) a (2.3.24)
- 2 ... rovnice (2.3.29)
- 3 ... rovnice (2.3.37)

obr. 2.28

Výpočty a experimentální výsledky.
Obecný okamžik procesu tvorby přístroje je určen vstupním zákrutem Z_0 vloženým do vstupní jemnosti $\bar{t}_0$, tj. též vstupním plošným Koschlinovým zákrutovým koeficientem α_{50} . V daném okamžiku zaujímají jednotlivá vlákna jistou polohu, kroucenému útvaru přísluší jisté hodnoty seskání δ , jemnosti T , zákrutu Z i průměru D .

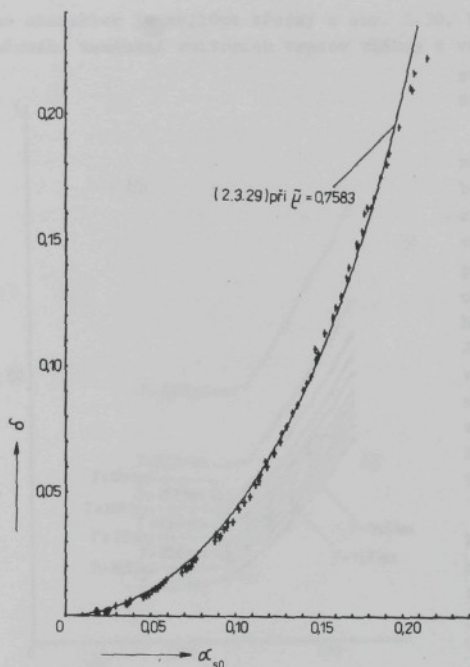
Dosavadní modelové vztahy zatím neumožňují řešit radiální průběh zaplňování μ a jeho vývoj v procesu tvorby. Tato charakteristika musí být do výpočtu dosazována, a to z jiných typů modelů, např. modelů zakrucování kontinua, z experimentálních a empirických poznatků, či dokonce ve variantě ideálního modelu formou předpokladu $\mu = \bar{\mu} = \text{konstanta}$.

Ideální model poměrně dobře zobrazuje zakrucování hedvábí. Jako příklad jsou v tab. 2.2 uvedeny experimentální hodnoty seskání zjištěné J. Markem a B. Neckářem /57/ u PAD hedvábí. Různé výchozí jemnosti $\bar{t}_0$ byly v tomto případě získány postupným odebráním vláken z jednotného

Seskání PAD hedvábí, dle /57/

Tab. 2.2

Materiál: PAD hedvábí PERLON, jemnost vláken $\lambda = 0,55 \text{ tex (5 den)}$										
měrná hmotnost vláken $Q = 1150 \text{ kg.m}^{-3}$										
Experiment: předpětí $0,0183 \text{ N.tex}^{-1}$ ($0,2 \text{ p/den}$); průměr z 10 měření										
$\bar{t}_0 (\text{tex})$	10,5	10	9,4	8,8	$\bar{t}_0 (\text{tex})$	11,1	8,3	7,7	7,2	6,6
$Z_0 (\text{m})$	(95 den)	(90 den)	(85 den)	(80 den)	$Z_0 (\text{m})$	(100 den)	(75 den)	(70 den)	(65 den)	(60 den)
200	0,0020	0,0017	0,0014	0,0019	300	0,0040	0,0024	0,0020	0,0021	0,0016
400	0,0063	0,0056	0,0048	0,0051	600	0,0147	0,0102	0,0087	0,0083	0,0075
600	0,0136	0,0125	0,0111	0,0111	900	0,0336	0,0233	0,0204	0,0191	0,0176
800	0,0238	0,0223	0,0199	0,0196	1200	0,0628	0,0437	0,0385	0,0362	0,0330
1000	0,0381	0,0355	0,0322	0,0308	1500	0,1081	0,0741	0,0660	0,0608	0,0551
1200	0,0576	0,0536	0,0487	0,0464	1800	0,1621	0,1147	0,1040	0,0946	0,0857
1400	0,0824	0,0771	0,0708	0,0663	2100	0,2182	0,1643	0,1492	0,1365	0,1246
1600	0,1145	0,1064	0,0972	0,0917	2400	-	0,2124	0,1966	0,1819	0,1681
1800	0,1500	0,1406	0,1290	0,1210	2700	-	-	-	0,2240	0,2114
2000	0,1863	0,1764	0,1643	0,1548	-	-	-	-	-	-
2200	-	-	-	0,1870	-	-	-	-	-	-



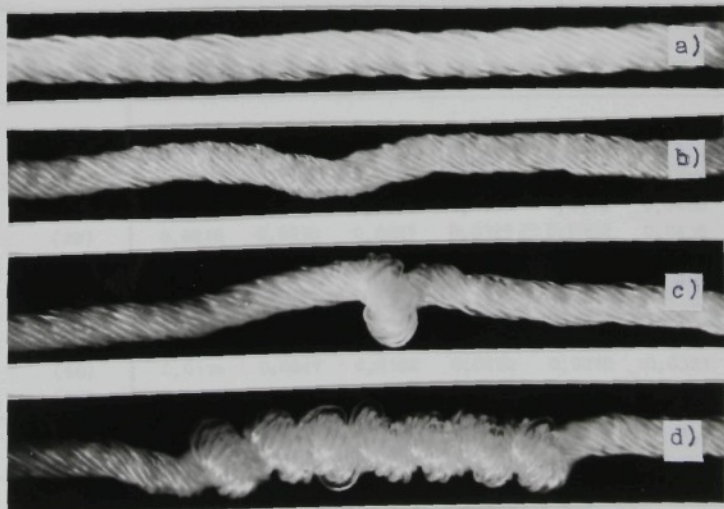
obr. 2.29

Z_0 , který bylo možno v dané řadě do útvaru skutečně vložit. Poté se již začal objevovat tzv. zákrut II. řádu. (Do české terminologie zavedli tento název J. Marko a B. Neckář za spolupráce J. Simona v r. 1967.)

materiálu 11,1 tex (100 den). Seskání se zajišťovalo měřením na zákrutoměru. Všechny experimentální hodnoty jsou v závislosti na koeficientu α_{50} vyneseny v obr. 2.29.

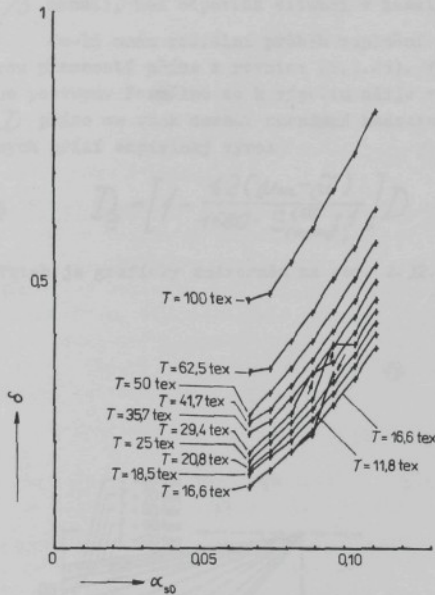
Pro srovnání je znázorněna též závislost (2.3.29), vypočtená při hodnotě $\bar{u} = 0,7582$. Shoda je zde zřejmá. Oproti výpočtu se teprve nad $\delta = 0,15$ objevuje náznak zpomalování nárůstu hodnot seskání, které je nad $\delta = 0,2$ již zřetelné. To patrně souvisí se „ztuhnutím“ vlákněné struktury při extrémně vysokých zákrutech. Z citované práce /57/ vyplývá i dobrá shoda průměrů D s výpočtem, při užití hodnoty zaplnění $\bar{u} = 0,7582$. Souhlas experimentálních a teoretických závislostí potvrzují experimentální výsledky jiných podobných prací, publikovaných A.V. Matukonišem /61/, A.V. Usenkem /113/ aj.

Svazek vláken však nelze zakrucovat až k teoreticky maximální hodnotě α_{50} . Poslední hodnoty v tab. 2.2 ukazují nejvyšší zákrut



obr. 2.30

Jeho charakter je nejlépe zřejmý z obr. 2.30. Vzniká pravděpodobně jako důsledek vzpěrného namáhání vnitřních vrstev vlákny z větších poloměrů. Okamžik jeho vzniku závisí do značné míry na předpětí při zakrucování.



anomální hodnoty

obr. 2.31

Podstatně složitější problémy přináší aplikace modelů souosých šroubovic na proces tvorby příze. Příklad experimentálních hodnot seskání, stanovených F.A. Afončikovem pro bavlněné příze, je podle /103/ uveden v tabulce 2.3. Na obr. 2.31 jsou tabelované hodnoty vyneseny v závislosti na α_{50} . Je zřejmé, že seskání těchto přízí závisí na jejich jemnosti. Dále tvar experimentálních křivek neodpovídá vztahům odvozeným pro ideální model. Předpoklady 5 a 6 formulované v úvodu této kapitoly zde prostě neplatí.

Zaplnění $\bar{\alpha}$ celé příze není konstantní, ale mění se s jemností a zákrutem podle vztahu (1.3.20) odvozeného v kap. 1.3.4. (V rovnici (1.3.20) je $\bar{\alpha}$ značeno pouze symbolem α . U bavlněných přízí je mezní zaplnění $\alpha_m = 0,8$, konstanta $M \approx 4$ mm.) Dosazením takto stanoveného $\bar{\alpha}$ se výpočet seskání dle (2.3.29) přiblíží experimentální skutečnosti, avšak stále ještě není dostatečně uspokojivý.

Seskání bavlněné příze podle F.A. Afončikova (citováno dle /103/)

Tab. 2.3

$T_0(\text{tex})$	$\alpha_{50}(-)$ (cm)	0,0670 (82)	0,0743 (91)	0,0816 (100)	0,0890 (109)	0,0963 (118)	0,1037 (127)	0,1110 (136)
100	(10)	0,0467	0,0480	0,0537	0,0600	0,0672	0,0742	0,0822
62,5	(16)	0,0332	0,0339	0,0391	0,0446	0,0507	0,0566	0,0638
50	(20)	0,0250	0,0293	0,0339	0,0391	0,0447	0,0508	0,0576
41,7	(24)	0,0236	0,0261	0,0306	0,0355	0,0410	0,0468	0,0534
35,7	(28)	0,0216	0,0239	0,0281	0,0329	0,0382	0,0438	0,0503
29,4	(34)	0,0179	0,0215	0,0254	0,0331**	0,0351	0,0408	0,0470
25	(40)	0,0163	0,0200	0,0237	0,0281	0,0386**	0,0386	0,0448
20,8	(48)	0,0149	0,0182	0,0219	0,0263	0,0314	0,0366	0,0326
18,5	(54)	0,0140	0,0173	0,0202	0,0244	0,0292	0,0345	0,0405
16,6	(60)	0,0116	0,0147	0,0182	0,0222	0,0270	0,0321	0,0379
11,8	(85)	0,0226	0,0147	0,0182	0,0215	0,0329**	-	-

*) $\alpha = \sum \alpha_i / \sqrt{m}$... tradičně užívaný Koechlinův zákrutový koeficient.
pro bavlnu platí $\alpha_{50} = \alpha \cdot 8,165 \cdot 10^{-4}$

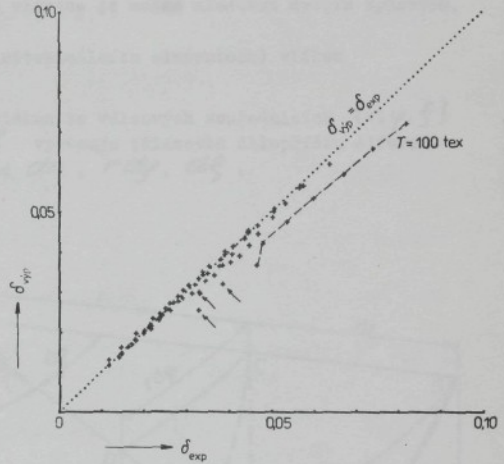
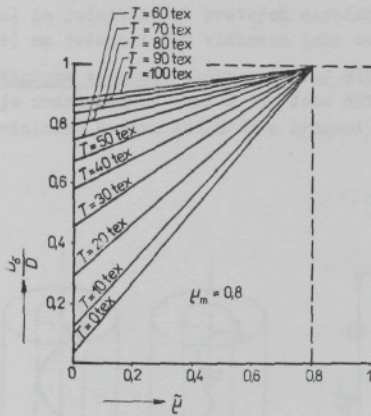
**) Anomální, z trendu experimentální řady vybočující hodnoty.

Radiální průběh zaplnění u totiž není v přízích konstantní. Na menších, vnitřních poloměrech je zaplnění velké, k okraji příze se zmenšuje. Proto je ve skutečnosti střední hodnota $\cos \beta$ definovaná zlomkem v (2.3.25) větší (střední hodnota úhlu β menší), než odpovídá situaci v ideálním modelu a seskání δ se zmenšuje.

Je-li znám radiální průběh zaplnění u , lze seskání příze vyčíslit s dobrou přesností přímo z rovnice (2.3.25). V opačném případě je vhodné užít empirického postupu. Formálně se k výpočtu užije vztahu (2.3.26). Místo skutečného průměru D příze se však dosadí zmenšená hodnota D_δ , pro niž autor stanovil u bavlněných přízí empirický výraz

$$D_\delta = \left[1 - \frac{1,2(\mu_m - \tilde{u})}{1180 \cdot S_{(mm^2)}^{1,88} + 1} \right] D = \left[1 - \frac{1,2(\mu_m - \tilde{u})}{126 \cdot 10^3 T_{(tex)}^{1,88} + 1} \right] D \quad (2.3.38)$$

Vztah je graficky znázorněn na obr. 2.32.



obr. 2.32

obr. 2.33

Při mezním zaplnění $\mu_m = 0,8$ a konstantě $M = 4 \text{ mm}$ bylo rovnicí (1.3.20) určeno zaplnění $\tilde{u}$, rovnicemi (1.3.7) a (1.3.5) při $\varrho = 1500 \text{ kg.m}^{-3}$ průměr D příze, rovnicí (2.3.38) průměr D_δ a jeho dosazením místo D do (2.3.26) seskání δ pro všechny příze z tab. 2.3. Vzájemné porovnání experimentálních a vypočtených hodnot seskání je znázorněno na obr. 2.33. Je zde patrná přijatelná shoda, s výjimkou nejhrubší příze 100 tex, kde patrně empirický výraz (2.3.38) již zcela neplatí.

2.3.2. MIGRACE VLÁKEN - VYMEZENÍ ZÁKLADNÍCH POJMŮ

Poznámka: Problematika migrace se vyskytuje jak v souvislosti s tvorbou, tak i při analýze struktury příze. V této kapitole jsou rozpracovány původní autorovy pojmy a souvislosti užívané v kap. 2 i kap. 3.

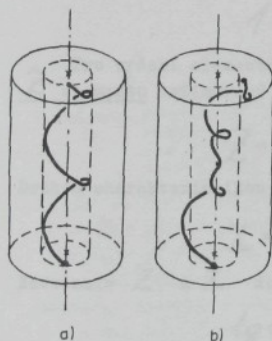
Již v době vzniku prvních modelů souosých šroubovic bylo autorům zřejmé, že nezobrazují tvorbu a strukturu zcela reálně. Otázky skutečného tvaru vláken v přízích se začaly studovat v prvé polovině tohoto století. Známé jsou práce N.T. Pavlova a V.K. Pejssachova / 84 /, / 87 / či M.M. Bělicina / 9 /, / 10 / nebo F.T. Peirce / 86 /. Pro odlišnost křivky reálného vlákna od šroubovice použil poprvé W.E. Morton / 64 / názvu migrace.

Složky migrace. Jev migrace je možno v pojetí autora nejobecněji definovat jako odlišnost prostorových křivek reálných vláken od šroubovice. Je znázorněn na obr. 2.34. U migrujícího vlákna není splněna alespoň jedna z rovnic (2.3.1), (2.3.2), které šroubovici popisují. Neplatí-li rovnice (2.3.1), má vlákno proměnlivou vzdálenost r od osy příze, existuje u něj radiální migrace. Neplatí-li rovnice (2.3.2), má vlákno v jednotlivých místech proměnnou hodnotu zákrutu Z a lze hovořit o zákrutové migraci. Obecně je migrace souhrnem obou složek. V ryze radiální či ryze zákrutové migraci se však uvažuje jen složka jediná.

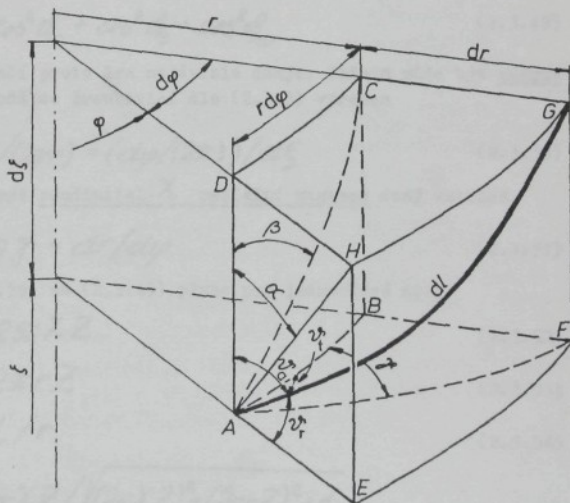
Geometrické vlastnosti vyplývající z migrace je možno sledovat dvojím způsobem, a to

- a) na jednotlivých krátkých úsecích (infinitesimálních elementech) vláken
- b) na jednotlivých vlákních jako celcích.

Migrace elementu vlákna. Obecný element vlákna ve válcových souřadnicích $\{r, \varphi, \xi\}$ je znázorněn na obr. 2.35. Jeho délka dl vymezuje tělesovou úhlopříčku diferenciálního kvádry ABCDEFGH s hranami o délce dr , $r d\varphi$, $d\xi$.



a) nemigrující
b) migrující



obr. 2.35

obr. 2.34

Průměty AH, AC, AF elementu AG do jednotlivých stěn svírají s příslušnými hranami úhly α , β , γ . Platí

$$\operatorname{tg} \alpha = dr/d\xi \quad (2.3.39)$$

$$\operatorname{tg} \beta = r \, dy/d\xi \quad (2.3.40)$$

$$\operatorname{tg} \gamma = dr/(r \, dy) \quad (2.3.41)$$

Poznamenejme, že výraz (2.3.40) je shodný s definicí (2.3.3) v modelu sousedých šroubovic. Samotný element AG svírá s hranami AE, AB, AD úhly ϑ_r , ϑ_ξ , ϑ_a , takže

$$\cos \vartheta_r = dr/dl \quad (2.3.42)$$

$$\cos \vartheta_\xi = r \, dy/dl \quad (2.3.43)$$

$$\cos \vartheta_a = d\xi/dl \quad (2.3.44)$$

Pro délku dl elementu AG konečně platí

$$dl = \sqrt{(dr)^2 + (r \, dy)^2 + (d\xi)^2} \quad (2.3.45)$$

Z posledních 7 rovnic vyplývají 4 nezávislé vazby mezi úhly

$$\operatorname{tg} \alpha = \operatorname{tg} \beta \cdot \operatorname{tg} \gamma \quad (2.3.46)$$

$$\operatorname{tg} \beta = \cos \vartheta_\xi / \cos \vartheta_a \quad (2.3.47)$$

$$\operatorname{tg} \gamma = \cos \vartheta_r / \cos \vartheta_\xi \quad (2.3.48)$$

$$1 = \cos^2 \vartheta_r + \cos^2 \vartheta_\xi + \cos^2 \vartheta_a \quad (2.3.49)$$

Pro určení elementu postačí proto dva nezávislé údaje. Jedním může být zákrut Z elementu definovaný ve shodě se šroubovicí dle (2.3.3) výrazem

$$Z = \operatorname{tg} \beta / (2\pi r) = (dy / (2\pi)) / d\xi \quad (2.3.50)$$

Druhou charakteristikou může být součinitel χ radiální migrace daný vztahem

$$\chi = r \operatorname{tg} \gamma = dr/dy \quad (2.3.51)$$

Zavedením Z a χ do (2.3.39) až (2.3.49) plyne pro jednotlivé úhly

$$\operatorname{tg} \alpha = 2\pi \chi Z \quad (2.3.52)$$

$$\operatorname{tg} \beta = 2\pi r Z \quad (2.3.53)$$

$$\operatorname{tg} \gamma = \chi / r \quad (2.3.54)$$

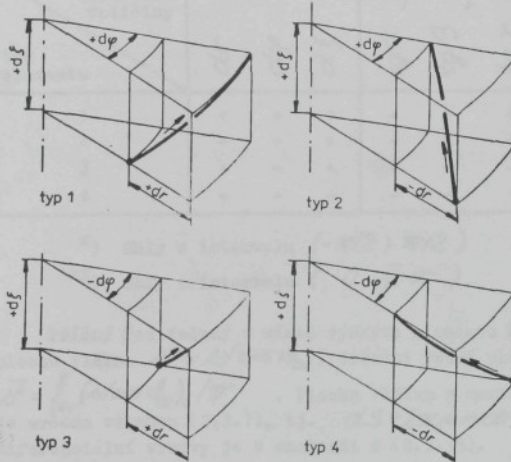
$$\cos \vartheta_r = 2\pi \chi Z / \sqrt{(2\pi \chi Z)^2 + (2\pi r Z)^2 + 1} \quad (2.3.55)$$

$$\cos \vartheta_\xi = 2\pi r Z / \sqrt{(2\pi \chi Z)^2 + (2\pi r Z)^2 + 1} \quad (2.3.56)$$

$$\cos \varphi_a = 1 / \sqrt{(2\pi r Z)^2 + (2\pi r Z)^2 + 1} \quad (2.3.57)$$

Počátečním bodem elementu se rozumí bod s nižší souřadnicí ξ - v obr. 2.35 bod A. Diferenciál $d\xi$ je proto vždy kladný. Diferenciály dr a $d\varphi$ však mohou být

obecně kladné i záporné. Existují tak 4 typy elementů s odlišnými znaménky veličin, dle obr. 2.36 a tab. 2.4. Zanedbat lze elementy, kde by bylo právě $dr = 0, d\varphi = 0$ či $d\xi = 0$.



obr. 2.36

Elementy typu 1 a 3 vystupují „ven“ k větším poloměrům. Naopak elementy 2 a 4 vstupují „dovnitř“. Je-li útvar kroucen v kladném smyslu úhlu φ , elementy 1 a 2 se stáčíjí ve směru a elementy 3 a 4 proti směru strojního zákrutu.

Přízi jednotkové délky lze pojímat jako soustavu nekonečného množství vláknenných elementů všech typů. Na poloměru r je ovšem počet ν elementů (průchodů) konečný.

Poznámka: Formulace „na poloměru r “ bude užívána ve smyslu „v diferenciální vrstvě mezi poloměry r a $r+dr$ “. Podobně „průchod vlákna poloměrem r “ bude užíván ve významu „element vlákna, ležící v diferenciální vrstvě mezi poloměry r a $r+dr$ “.

Skládá se z dílčích součtů $\nu_1, \nu_2, \nu_3, \nu_4$ průchodů typu 1,2,3,4. Je-li na každém poloměru počet průchodů „ven“ roven počtu průchodů „dovnitř“, platí $\nu_1 + \nu_3 = \nu_2 + \nu_4$ a migrace je vyvážená. Lze-li navíc na každém poloměru spárovat tamní průchody vláken tak, že k elementu s úhly α, β je přiřazen symetrický element s úhly $(-\alpha), \beta$, je migrace symetrická. Vyváženou a často i symetrickou migraci má většina běžně vyráběných přízí.

Při průchodu poloměrem r zanechávají vlákna v tamní diferenciální vrstvě elementy délky $(dl)_i, i = 1, 2, \dots, \sigma$. Střední délka elementů je určena vztahem $dl = \sum_{i=1}^{\sigma} (dl)_i / \nu$. Užitím (2.3.42) lze též psát

$$\bar{dl}/dr = \sum_{i=1}^{\sigma} |1/\cos \varphi_i| / \nu \quad (2.3.58)$$

Je-li σ plocha kolmého řezu každým vláknem, je objem všech elementů $dV = \nu \sigma dl$ a výraz $(u = dV / (2\pi r dr))$ určuje zaplnění diferenciální vrstvy.

$$u = v \cdot s (d\bar{l}/dr) / (2\pi r) = \frac{s}{2\pi r} \sum_{i=1}^n |1/\cos \vartheta_{ri}| \quad (2.3.59)$$

Pokud se do výpočtu zahrnou jen elementy jednoho typu (1,2,3 či 4) vzniknou analogicky parciální zaplnění u_1 , u_2 , u_3 nebo u_4 . Platí

$$u = u_1 + u_2 + u_3 + u_4 \quad (2.3.60)$$

Znaménka veličin pro 4 typy elementů

Tab. 2.4

typ elementu	znaménko veličiny			x_1	x_2	x_3	xx_1	xx_2	xx_3		
	dr	$d\varphi$	$d\bar{s}$	$\tan \alpha$	$\tan \beta$	$\tan \gamma$	$\cos \vartheta_{r1}$	$\cos \vartheta_{r2}$	$\cos \vartheta_{r3}$	Z	X
1	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
2	-	+	+	-	+	-	-	+	+	+	-
3	+	-	+	+	-	-	+	-	+	-	-
4	-	-	+	-	-	+	-	-	+	-	+

x_1) úhly z intervalu $(-\pi/2; \pi/2)$

xx_1) úhly z intervalu $(0; \pi)$

Příčný řez vedený v místě výskytu elementu kolmo k ose příze vytvoří řeznou plochu vlákna $S^* = S / \cos \vartheta_{ri}$. Střední řezná plocha vlákna na poloměru r je $\bar{S}^* = \sum_{i=1}^n (S / \cos \vartheta_{ri})_i / v$. Plocha vláken v mezikruží řezu diferenciální vrstvou je určena vztahem (2.3.7), tj. $dS = 2\pi r u dr$. Počet vláken v mezikruží diferenciální vrstvy je v analogii s (2.3.15).

$$dn = dS / \bar{S}^* = (2\pi r u dr / S) \cdot [v / \sum_{i=1}^n (1/\cos \vartheta_{ri})_i] \quad (2.3.61)$$

Celkový počet vláken v příčném řezu příze o průměru D lze vyjádřit vztahem

$$n = \int_{r=0}^{r=D/2} dn = \frac{2\pi}{S} \int_0^{D/2} \frac{v u r dr}{\sum_{i=1}^n (1/\cos \vartheta_{ri})_i} \quad (2.3.62)$$

Na základě hypotézy bilance délek (viz kap. 2.3.1) je možno vyjádřit též seskání

δ . Za předpokladu, že výchozí pramínek je tvořen soustavou paralelních vláken a úhrnná délka všech vláken se kroucením nemění, platí první vztah ve výrazu (2.3.25); odtud plyne

$$\delta = 1 - \frac{nS}{S} = 1 - \frac{2\pi}{S} \int_0^{D/2} \frac{v u r dr}{\sum_{i=1}^n (1/\cos \vartheta_{ri})_i} \quad (2.3.63)$$

kde S je substanční průřez příze.

Nezakroucený pramínek však obvykle obsahuje vlákna zvlněná a vzájemně propletená. Formálně jej lze považovat za „přízi“ v nezakrouceném stavu. „Seskání“ δ_0 takového pramínku vůči hypotetickému pramínku paralelních vláken je rovněž určeno výrazem (2.3.63), užijí-li se v něm jemu příslušející veličiny. Z hypotetického paralelního pramínku délky 1 tedy vzniká reálný pramínek délky $1 - \delta_0$ a posléze příze délky $1 - \delta$. Skutečné seskání δ^* je potom

$$\delta^* = 1 - (1 - \delta) / (1 - \delta_0) \quad (2.3.64)$$

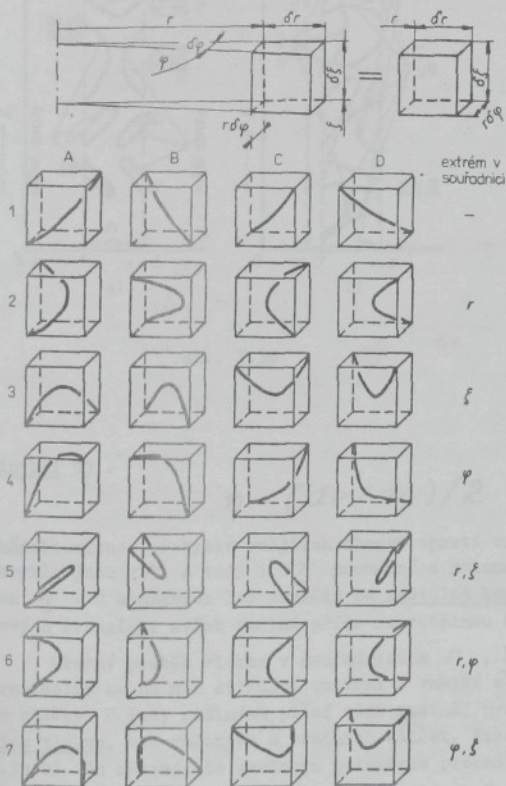
Hlavní trend směrově různorodých průchoďů vláken daným poloměrem je často třeba vyjádřit směrem jakéhosi průměrného - charakteristického elementu. Intuitivní představě pravděpodobně nejlépe vyhovuje vektorový průměr. V tomto případě je každý element ležící v diferenciální vrstvě považován za elementární vektor

$$d\vec{e} = [(dr)_i; r(dp)_i; (d\xi)_i] \quad ; \quad i=1,2,\dots,n$$

Sečtením všech elementárních vektorů vznikne součtový vektor $d\vec{e}_\Sigma = [\sum_{i=1}^n (dr)_i; r \sum_{i=1}^n (dp)_i; \sum_{i=1}^n (d\xi)_i]$ jehož směrem je definován i směr charakteristického elementu.

Provede-li se naznačený postup jenom se skupinou elementů jednoho typu (1,2,3 či 4 - viz obr. 2.36), bude směr charakteristického elementu vystihovat hlavní trend v této skupině.

Migrace celých vláken. Vláknko v přízi tvoří složitou prostorovou křivku. Každému bodu na ní přísluší válcové souřadnice r, φ, ξ a délka ℓ části vlákna od zvoleného počátku. Křivku vlákna lze popsat parametrickými rovnicemi $r=r(\ell), \varphi=\varphi(\ell), \xi=\xi(\ell)$. Podle průběhů těchto funkcí je možno rozlišit 28 variant úseků vláknenné křivky. Autorovo pojetí je znázorněno na obr. 2.37.



obr. 2.37

Skupinu 1 tvoří průběžné úseky, v nichž se nevyskytují extrémní body žádné z parametrických rovnic. Takové typy úseků jsou nejběžnější.

Skupinu 2 tvoří radiální obraty, tj. úseky v okolí extrému $dr/d\ell = 0$. Varianty 2A, 2B jsou vnitřní obraty („zevnitř“ - „dovnitř“), 2C a 2D jsou vnější obraty („zvenku“ - „ven“).

Ve skupině 3 jsou podélné kličky. Charakterizují průběh v okolí extrému $d\xi/d\ell = 0$. 3A a 3B jsou zpětné kličky, 3C a 3D jsou vratné kličky.

Skupina 4 shrnuje zákrutové oblouky v okolí extrémů $d\varphi/d\ell = 0$. 4A a 4B jsou odvratné oblouky (odvrací se od opačného směru zákrutu), 4C a 4D jsou přivratné oblouky.

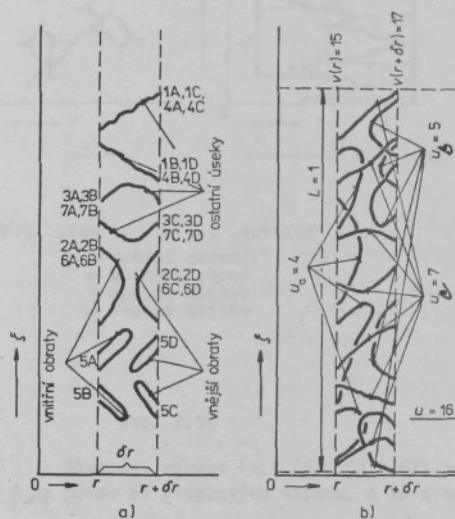
Skupina 5 je tvořena úseky vláken v okolí

„dvojitéž“ extrémů $dr/dl = d\xi/dl = 0$. Jsou to současně radiální obraty i podélné klíčky.

Ve skupině 6 jsou úseky v okolí „dvojitéž“ extrémů $dr/dl = d\xi/dl = 0$. Jsou současně radiálními obraty i zákrutovými oblouky. Podobně skupina 7 zahrnuje okolí „dvojitéž“ extrémů $d\xi/dl = d\rho/dl = 0$. Úseky jsou současně podélnými klíčkami i zákrutovými oblouky.

Vláknenné úseky je též možno sledovat jen z hlediska souřadnic r, ξ . Pak mnohé z nich splynou do jednoho typu, jak je uvedeno na obr. 2.38 a). Z hlediska

radiální migrace zasluhují zvláštní pozornosti vnitřní a vnější obraty. Vnitřní obraty procházejí $2x$ poloměrem r , vnější obraty procházejí $2x$ poloměrem $r + \delta r$ na obr. 2.38 b). Ostatní úseky procházejí $1x$ každým z obou poloměrů.



obr. 2.38

Nechť v přízi jednotkové délky v prostoru mezi dvěma dostatečně blízkými poloměry $r, r + \delta r$ leží celkem w vláknenných úseků, z nichž je u_w vnitřních obrátů, u_b vnějších obrátů a u_o ostatních úseků - obr. 2.38 b). Počet průchodů poloměrem r je $v(r) = 2u_w + u_o$, počet průchodů poloměrem $r + \delta r$ je $v(r + \delta r) = 2u_b + u_o$. Značí-li se $\delta v(r) = v(r + \delta r) - v(r)$, potom $\delta v(r)/2 = u_b - u_w$ vyjadřuje, o kolik je ve sledovaném prostoru více vnějších než vnitřních obrátů. Poměr $\delta v(r)/(2\delta r)$ je přebytek vnějších obrátů přepočtený na jednotkový interval poloměru. Přechodem od diferencí k diferenciálům vznikne charakteristika radiálních obrátů - obratový součinitel η .

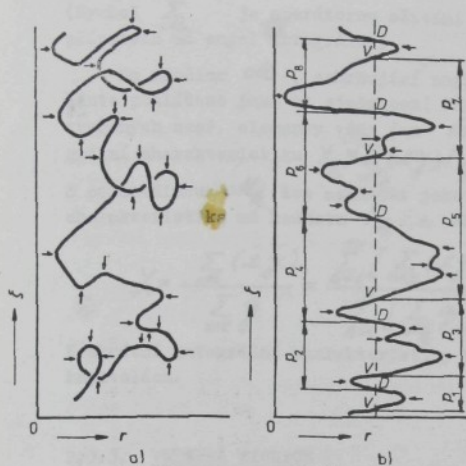
činitel η .

$$\eta = (dv/dr)/2$$

(2.3.65)

Charakterizuje přebytek vnějších obrátů oproti vnitřním obrátům na poloměru r . Obvykle jsou v a tedy i η proměnné s poloměrem. Jestliže však $\eta = \text{konst.}$, pak $\eta = 0$ a migraci lze označit za radiálně homogenní. Užívá se v některých modelových řešeních, avšak reálné příze se většinou značně odlišují.

Obecný průběh vlákna v souřadnicích r, ξ je znázorněn na obr. 2.39 a). Pravidelně se na něm střídají vnitřní a vnější obraty a nezávisle též zpětné a vratné klíčky. U řady reálných přízí však postačí uvažovat zjednodušený případ vzestupných vláken, bez zpětných a vratných klíčků. Vzestupné vlákno je zakresleno v obr. 2.39 b). Je zřejmé, že zvoleným poloměrem prochází pravidelně „ven“ a „dovnitř“. Mezi dvěma průchody stejného typu jsou znázorněny vzdálenosti $p_i, i = 1, 2, \dots$. Jejich střední hodnota p_v vystihuje průměrnou periodu vlákna a převrtná hodnota



V... „ven“ ; D... „dovnitř“

- vnější obrat
- ← vnitřní obrat
- ↓ zpětná klička
- ↑ vratná klička

obr. 2.39

$f_r = 1/p_r$ průměrnou frekvenci vláknů na daném poloměru. Veličina $2f_r$ pak vyjadřuje počet všech průchodů vlákna daným poloměrem přepočtený na jednotkovou délku příze.

V přízi, vytvořené z n nekonečných vláken, které mají na poloměru r frekvence $(f_r)_j$, $j = 1, 2, \dots, n$, připadá na jednotku délky celkový počet průchodů $v = \sum_{j=1}^n [2(f_r)_j]$. Frekvence migrace f je aritmetickým průměrem frekvencí jednotlivých vláken.

$$f = \sum_{j=1}^n (f_r)_j / n = v / (2n) \quad (2.3.66)$$

Její převrácená hodnota je periodou migrace p .

$$p = \frac{1}{f} = \frac{n}{\sum_{j=1}^n (f_r)_j} = \frac{n}{\sum_{j=1}^n (1/p_r)_j} = \frac{2n}{v} \quad (2.3.67)$$

Je harmonickým průměrem period jednotlivých vláken.

Platnost výrazů (2.3.66), (2.3.67) lze za dosti obecných předpokladů rozšířit i na příze ze staplových vláken, a to i takových, která nejsou uspořádána vzestupně.

Poznámka: Veličina v , a tedy i f a p jsou obecně závislé na poloměru r . Konstantní jsou jen v případě homogenní migrace ($v = \text{konst}$), doplněné obvyklou podmínkou $n = \text{konst}$.

Integrační charakteristika migrace. Smyslem studie migrace není element vlákna, nýbrž celá příze, případně některá její část. Pro vyjádření existujících migračních jevů jsou v takových útvarech užívány jisté globální charakteristiky, shrnující vhodným způsobem projevy jednotlivin - elementů vláken.

Přízi, diferenciální vrstvu, vlákno apod. lze považovat za množinu M vlákných elementů. Každému elementu příslušejí geometrické vlastnosti jimiž jsou souřadnice r , φ , z , křivce vlákna odpovídající diferenciály dr , $d\varphi$, dz , zavedené úhly α , β , γ atd. Charakteristikou X je zvolená vlastnost elementu, vyjádřená reálným číslem. Jiná zavedená vlastnost Y téhož elementu má smysl jeho váhy (významnosti). Za předpokladu, že

$$X = \sum_{M} (X Y) / \sum_{M} Y \quad (2.3.68)$$

má smysl, určuje X integrační charakteristiku množiny M , jako vážený aritmetický průměr charakteristik X jednotlivých elementů. Výraz

$$Y = \sum_{M} Y \quad (2.3.69)$$

je integrační váhou množiny M .

(Symbol $\sum_{\mathcal{M}}$ je operátorem sčítání přes všechny prvky množiny $\mathcal{M}$. V některých případech má smysl integrálu.)

Na množinu $\mathcal{M}$, zahrnující např. elementy všech vláken v přízi, může být často pohlíženo jako na sjednocení disjunktních podmnožin $\mathcal{M}_k$, $k = 1, 2, \dots$ tvořených např. elementy vždy jen k -tého vlákna příze. Každá $\mathcal{M}_k$ má integrální charakteristiku $X_k = \sum_{\mathcal{M}_k} (xy) / \sum_{\mathcal{M}_k} y$ a integrální váhu $Y_k = \sum_{\mathcal{M}_k} y$. S podmnožinou $\mathcal{M}_k$ lze nakládat jako s jakýmsi „makroprvkem“ množiny $\mathcal{M}$, jehož charakteristika má hodnotu X_k a váha hodnotu Y_k . Platí totiž

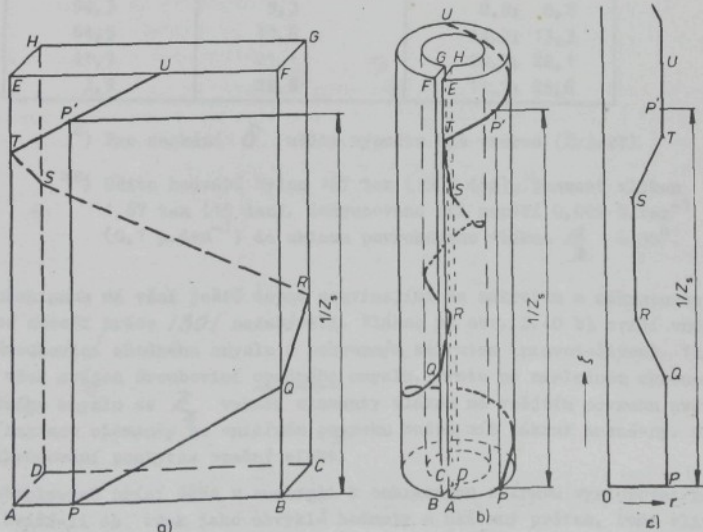
$$X = \frac{\sum_{\mathcal{M}} (xy)}{\sum_{\mathcal{M}} y} = \frac{\sum_{k=1}^n \left[\frac{\sum_{\mathcal{M}_k} (xy)}{\sum_{\mathcal{M}_k} y} \right] \sum_{\mathcal{M}_k} y}{\sum_{k=1}^n \sum_{\mathcal{M}_k} y} = \frac{\sum_{k=1}^n (X_k Y_k)}{\sum_{k=1}^n Y_k} \quad (2.3.70)$$

Konkrétní integrální charakteristiky budou postupně zaváděny a popsány v dalších kapitolách.

2.3.3. VNESENÁ MIGRACE

Prámínek vláken se přetváří v přízi a směrová uspořádanost vláken se zobrazuje v migraci. Lze ji do jisté míry ovlivňovat procesem tvorby, ve své podstatě je však předurčena použitým prámínkem. Může proto být nazvána vnesenou migrací.

Vnesená pravidelná migrace. Tato varianta byla pozorována G.J. Ridigem /93/, který zakrcoval běžné textilní hedvábí a poté experimentálně analyzoval jeho strukturu. Nalezená migrace byla poměrně pravidelná a její perioda přibližně odpovídala převrácené hodnotě ochranného zákrutu, vloženého do hedvábí při jeho výrobě. Příčiny objasnili J.W.S. Hearle a O.N. Bose /30/.



obr. 2.40

Vyráběné hedvábí, opatřené malým ochranným zákrutem Z_s , odpovídá přibližně modelu souosých šroubovic. Průchodem podávací válečky a vodiči zakrucovacího stroje se však zplošňuje do formy stužky. Schematicky je úsek takové stužky s jedním povrchovým vláknem znázorněn na obr. 2.40 a). Vlastní zakrucování pak probíhá jako svinování stužky, popsané v kap. 2.2.4. Stočením stužky zploštělého hedvábí vznikne útvar na obr. 2.40 b). Vlákenné úseky typu PQ či TU z přední strany stužky přejdou na vnější povrch "trubky", úseky typu RS ze zadní strany budou ležet na vnitřní stěně. Úseky QR nebo TS vytvářejí přechody. Znázorněné vlákno migruje pravidelně mezi vnitřním a vnějším povrchem, jak dokládá i jeho průběh v souřadnicích r, ξ na obr. 2.40 c). Perioda vlákna p_r je právě výškou $1/Z_s$ jednoho ovinu ochranného zákrutu. Jak ochranný zákrut Z_s , tak i hodnota periody $p_r = 1/Z_s$ jsou společné všem vláknům hedvábí. Proto i výsledná perioda migrace je $p = p_r = 1/Z_s$.

Následným zkroucením se perioda migrace zmenší seskáním δ . Ve výsledné přízi potom platí

$$p = (1 - \delta) / Z_s \quad (2.3.71)$$

J.W.S. Hearle a O.N. Bose /30/ porovnali experimentální výsledky G.J. Ridinga /93/ s tímto výpočtem a našli dobrou shodu - viz tab. 2.5. Pouze u nízkých hodnot Z_s se zjišťuje anomálie způsobená jinými zároji migrace.

Periody migrace dle /30/, /93/

Tab. 2.5

Z_s /m ⁻¹ /	perioda migrace p /mm/	
	výpočet ^{x)} (2.3.71)	experimenty ^{xx)}
165,9	5,3	7,5; 10,4; 5,7
142,1	6,2	6,7; 7,9
122,5	7,2	7,3; 7,8
94,3	9,3	8,9; 8,2
64,5	13,6	14,3; 13,3
41,9	21,1	20,7; 22,1
3,9	22,6	11,7; 25,6

^{x)} Pro seskání δ užito výpočtu dle vzorce (2.3.27)

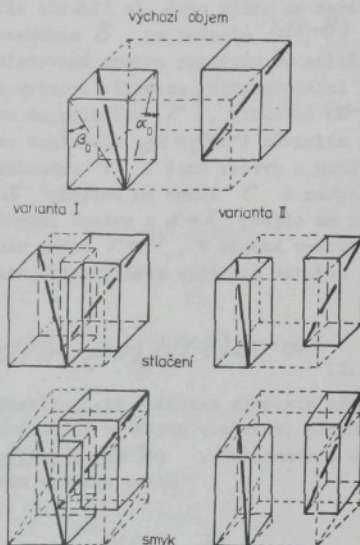
^{xx)} Užito hedvábí Nylon 167 tex (1500 den), jemnost vláken 1,67 tex (15 den). Zakrucováno při napětí 0,009 N.tex⁻¹ (0,1 p.den⁻¹) do sklonu povrchového vlákna $\beta \approx 38^\circ$.

Mechanismus má však ještě dopad související se zákrutem a zákrutovou migrací, kterým se autoři práce /30/ nezabývali. Vlákno na obr. 2.40 b) ovíjí vnější povrch trubky šroubovicí shodného smyslu s ochranným zákrutem (pravotočivou). Vnitřní povrch je však ovíjen šroubovicí opačného smyslu. Proto po následném zkroucení zákrutem shodného smyslu se Z_s vykáží elementy vláken na vnějším povrchu zvětšený zákrut, zatímco elementy na vnitřním povrchu budou mít zákrut zmenšený. Opačný smysl zakrucování poskytne opačný efekt.

U staplových přízí může v analogii k ochrannému zákrutu vystupovat zákrut přástu. Uvážili-li se však jeho obvyklé hodnoty a užívaný průtah, bude vliv tohoto mechanismu migrace zřejmě velmi malý.

Vnesená náhodná migrace. U příze je většinou výraznější náhodná varianta vnesené migrace. Směrová variabilita vláken v pramínku je obvykle důsledkem náhodných procesů, probíhajících při jeho vzniku. Přenesení do příze pak vznikne migrace se zřetelně náhodným charakterem.

Výchozí uspořádání se ovšem přetvořením pramínku v přízi mění. Příčinou jsou deformace vznikající při kroucení. Dvě krajní možnosti, rozpracované autorem, ilustruje obr. 2.41. Ve výchozím objemu jsou zakresleny dva vláknenné úseky. Kolem každého z nich je znázorněno okolí ve tvaru kvádru; zbývající část výchozího objemu je prázdná. Působením sil dochází k deformacím. Ve variantě I se veškerá deformace uskutečňuje sblížováním, prolínáním a posouváním myšlených kvádrů, obepínajících vláknenné úseky. Samy se však tyto kvádry nedeformují. V takto pojetém mechanismu deformace zůstávají směry (např. úhly α_0 , β_0) vláknenných úseků zachovány. Také jejich délka se stlačením ani zkosením výchozího objemu nemění. Naproti tomu varianta II předpokládá stejnoměrné stlačování a zkosení všech dílčích kvádrů. Pak se ovšem směry vláknenných úseků mění v závislosti na velikosti stlačení a smykové deformace. Rovněž délka úseků je proměnlivá.



obr. 2.41

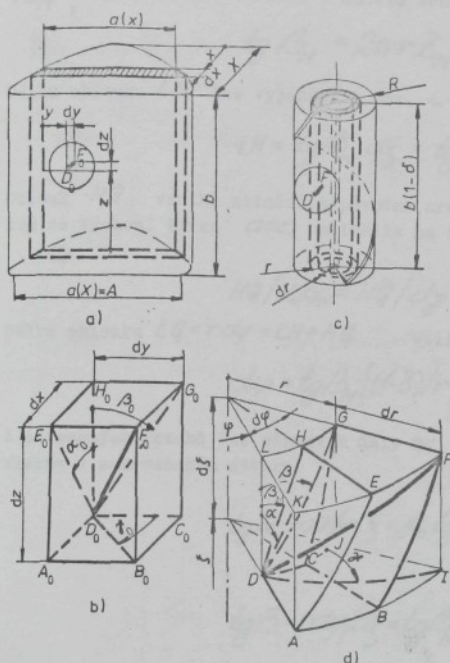
Má-li vláknenný útvar nízkou hodnotu zaplnění, jsou mezi vlákny velké prázdné meziprostory a existuje jen malý počet mezivláknenných kontaktů. V takovém případě bude pravděpodobně převládat mechanismus podle varianty I. Naproti tomu při vysokých hodnotách zaplnění a velkém počtu mezivláknenných kontaktů se uplatní spíše varianta II. Obecný případ deformace je nutno spatřovat v jistém kompromisu mezi oběma možnostmi.

Je zajímavé analyzovat důsledky svíjení stužky v podmínkách platnosti II. varianty deformování. Výchozí stužka délky b je znázorněna v obr. 2.42 a). Šířka $a = a(x)$ závisí u obecného profilu na vzdálenosti x od zadní části povrchu stužky. Tloušťka celé stužky je X a šířka ve vzdálenosti $x = X$ je označena $a(X) = A$. Ve všech místech se předpokládá konstantní zaplnění μ_0 . Objem vláken v označené diferenciální vrstvě je

$$dV(x) = \mu_0 a(x) b dx \quad (2.3.72)$$

Obecný element d_0 vláken ze sledované vrstvy, znázorněný ve zvětšení na obr. 2.42 b), vymezuje kvádr s hranami dx , dy , dz kde platí

$$\tan \alpha_0 = dx/dz \quad (2.3.73)$$



obr. 2.42

$$\operatorname{tg} \beta_0 = dy/dx \quad (2.3.74)$$

$$\operatorname{tg} \gamma_0 = dx/dy \quad (2.3.75)$$

Svinutím stužky vznikne útvar dle obr. 2.42 c). Jeho výška se zkrátí seskáním δ na hodnotu $b(1-\delta)$. Sledovaná vrstva pramínku se stlačí a vytvoří válcovou, diferenciální vrstvu na poloměru r , tloušťky dr , se zaplněním $\mu = \mu(r)$ závislým na poloměru r . Jiné vrstvy s menším x přejdou na menší r a naopak. Přední vrstva s $x = X$ přejde na poloměr příze $r = R$. V obecné vrstvě lze objem vláken vyjádřit vztahem

$$dV^*(r) = \mu(r) b(1-\delta) 2\pi r dr \quad (2.3.76)$$

Zůstávají-li vláknenné elementy při svinování ve svých vrstvách, platí $d\mu(x) = dV^*(r)$. Dosazením a úpravou vznikne vztah

$$dr = \frac{a(x)}{2\pi r(1-\delta)} \cdot \frac{d\mu}{\mu(r)} dx \quad (2.3.77)$$

Podobně též $\int_0^R d\mu(r) = \int_0^X dV^*(r)$, odkud plyne

$$2\pi(1-\delta) \int_0^R \mu(r) \cdot r \cdot dr = \mu_0 \int_0^X a(x) dx \quad (2.3.78)$$

Tato rovnice vzájemně přiřazuje proměnné r a x . Pro poslední vrstvu

platí ve tvaru

$$2\pi(1-\delta) \int_0^R \mu(r) r \cdot dr = \mu_0 \int_0^X a(x) dx \quad (2.3.79)$$

Vydělením posledních dvou rovnic se získá vztah

$$J(r) \cdot \int_0^X a(x) dx = \int_0^X a(x) dx \quad (2.3.80)$$

kde

$$J(r) = \int_0^R \mu(r) \cdot r \cdot dr / \int_0^R \mu(r) r \cdot dr \quad (2.3.81)$$

Výchozí element D_0F_0 se svinutím přetvoří na DF a výchozí kvádř z obr. 2.42 b) se přetvoří na kosý hranol v 2.42 d). Výška $d\xi$ je původní dx zkrácené následně seskáním δ .

$$d\xi = (1-\delta) dx \quad (2.3.82)$$

Měřítko Z_M , vložený do útvaru strojem, způsobil zkosení původní hrany $D_0 H_0$ o úhel β_M . Podle vztahu (2.3.3) z modelu souosých šroubovic

$$\operatorname{tg} \beta_M = 2\pi r Z_M \quad (2.3.83)$$

Délku oblouku LH lze vyjádřit z obr. 2.42 d).

$$LH = \operatorname{tg} \beta_M d\xi = \operatorname{tg} \beta_M (1-\delta) dx \quad (2.3.84)$$

Oblouk HG vznikl stlačením původní hrany, $H_0 G_0 = dy$, a to ve stejném poměru v jakém se výchozí šířka $a(x)$ stlačila na obvod $2\pi r$.

$$HG/H_0 G_0 = HG/dy = 2\pi r/a(x) \quad (2.3.85)$$

Délka oblouku $LG = r dy = LH + HG$. Užitím (2.3.84) a (2.3.85) vznikne

$$dy = \operatorname{tg} \beta_M [(1-\delta)/r] dx + [2\pi/a(x)] dy \quad (2.3.86)$$

Z odvozených vztahů lze stanovit úhly α , β charakterizující směr elementu vlákna v zakrouceném útvaru.

$$\operatorname{tg} \alpha = dr/d\xi = \mu_0 \operatorname{tg} \alpha_0 a(x) / [2\pi r (1-\delta)^2 \mu(r)] \quad (2.3.87)$$

$$\operatorname{tg} \beta = r dy/d\xi = \operatorname{tg} \beta_M + 2\pi r \operatorname{tg} \beta_0 / [(1-\delta) a(x)] \quad (2.3.88)$$

Veličiny $\operatorname{tg} \alpha_0$, $\operatorname{tg} \beta_0$ jsou náhodné proměnné se středními hodnotami $\overline{\operatorname{tg} \alpha_0}$, $\overline{\operatorname{tg} \beta_0}$ a směrodatnými odchylkami $\sigma_{\operatorname{tg} \alpha_0}$, $\sigma_{\operatorname{tg} \beta_0}$. Obvykle je možno předpokládat, že $\overline{\operatorname{tg} \alpha_0} = \overline{\operatorname{tg} \beta_0} = 0$. Pro střední hodnoty a směrodatné odchylky proměnných $\operatorname{tg} \alpha$, $\operatorname{tg} \beta$ platí pak z (2.3.87) a (2.3.88)

$$\overline{\operatorname{tg} \alpha} = 0 \quad (2.3.89)$$

$$\overline{\operatorname{tg} \beta} = \operatorname{tg} \beta_M \quad (2.3.90)$$

$$\sigma_{\operatorname{tg} \alpha} = \sigma_{\operatorname{tg} \alpha_0} a(x) \mu_0 / [2\pi r (1-\delta)^2 \mu(r)] \quad (2.3.91)$$

$$\sigma_{\operatorname{tg} \beta} = \sigma_{\operatorname{tg} \beta_0} \cdot 2\pi r / [(1-\delta) a(x)] \quad (2.3.92)$$

U stužky lichoběžníkového profilu je dle obr. 2.43

$$a(x) = A[(1-q/A) \cdot (x/X) + q/A] \quad (2.3.93)$$

a pro směrodatné odchylky lze v tomto případě odvodit výrazy

$$\sigma_{\operatorname{tg} \alpha} = \frac{\sigma_{\operatorname{tg} \alpha_0}}{(1-\delta)^{3/2}} \sqrt{\frac{A}{2\pi X}} \sqrt{\frac{\mu_0}{\tilde{u}}} \frac{1}{\sqrt{1+q/A}} \frac{\tilde{u}}{\mu(r)} \frac{\sqrt{(q/A)^2 + [1-(q/A)^2] J(r)}}{r/R} \quad (2.3.94)$$

$$\bar{\sigma}_{tg\beta} = \frac{\bar{\sigma}_{tg\beta_0}}{(1-\delta)^{3/2}} \sqrt{\frac{2\pi X}{A}} \sqrt{\frac{u_0}{\bar{u}}} \sqrt{1+q/A} \frac{r/R}{\sqrt{(q/A)^2 + [1-(q/A)^2] \cdot J(r)}} \quad (2.3.95)$$

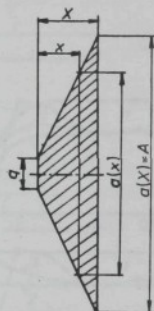
kde $\bar{u}$ označuje střední zaplnění celé příze podle (2.3.10).

Nejjednodušším případem je stužka trojúhelníkového profilu ($q=0$) svinutá do příze s konstantním zaplněním $u(r) = \bar{u}$. Podle (2.3.81) je nyní $J(r) = r^2/R^2$ a po dosazení vznikne

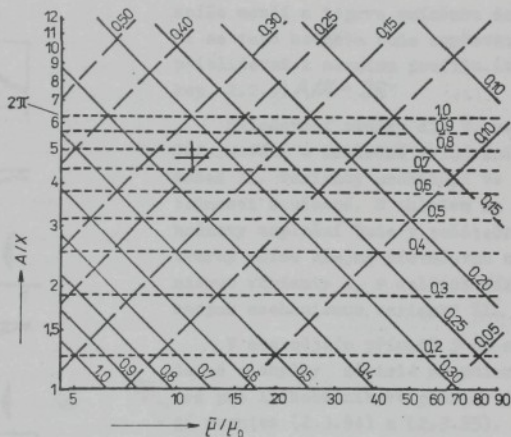
$$\bar{\sigma}_{tg\alpha} / \bar{\sigma}_{tg\beta} = \sqrt{A/(2\pi X)} \sqrt{u_0 / \bar{u}} / (1-\delta)^{3/2} \quad (2.3.96)$$

$$\bar{\sigma}_{tg\beta} / \bar{\sigma}_{tg\beta_0} = \sqrt{2\pi X/A} \sqrt{u_0 / \bar{u}} / (1-\delta)^{3/2} \quad (2.3.97)$$

Je zřejmé, že v tomto případě jsou směrodatné odchylky nezávislé na poloměru r . Rovnice jsou ilustrovány nomogramem na obr. 2.44.



obr. 2.43



— $\bar{\sigma}_{tg\beta} / \bar{\sigma}_{tg\beta_0} = \text{konst.}$
 --- $\bar{\sigma}_{tg\alpha} / \bar{\sigma}_{tg\alpha_0} = \text{konst.}$
 - - - $(\bar{\sigma}_{tg\alpha} / \bar{\sigma}_{tg\beta}) \cdot (\bar{\sigma}_{tg\beta_0} / \bar{\sigma}_{tg\alpha_0}) = \text{konst.}$
 zpracováno pro $1-\delta=1$, t.j. $\delta=0$

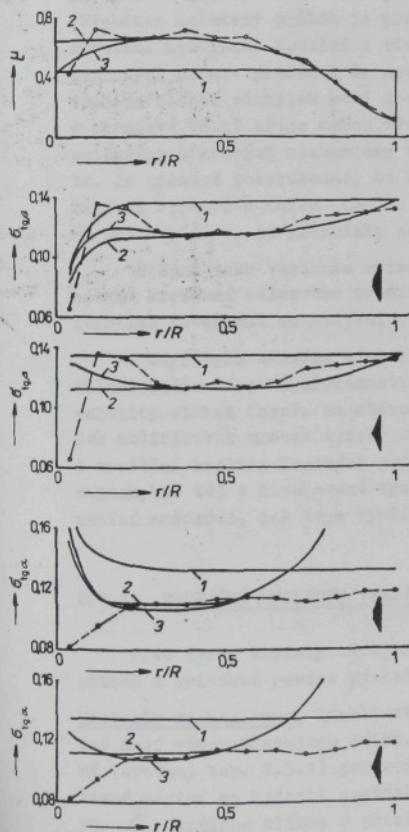
obr. 2.44

Následující příklad, vycházející z „rozumných“ hodnot proměnných, je v něm znázorněn křížkem. Nechť je výchozí $\bar{\sigma}_{tg\beta} = \bar{\sigma}_{tg\alpha_0} = \bar{\sigma}_{tg 25^\circ} = 0,466$. V bavlnářském typu příze je možno očekávat dle kap. 3.4.5 hodnoty $\bar{\sigma}_{tg\beta} = \bar{\sigma}_{tg 9^\circ} = 0,158$ a $\bar{\sigma}_{tg\alpha} = \bar{\sigma}_{tg 7^\circ} = 0,123$, takže $\bar{\sigma}_{tg\beta} / \bar{\sigma}_{tg\beta_0} = 0,340$, $\bar{\sigma}_{tg\alpha} / \bar{\sigma}_{tg\alpha_0} = 0,263$ a $(\bar{\sigma}_{tg\alpha} / \bar{\sigma}_{tg\beta}) \cdot (\bar{\sigma}_{tg\beta_0} / \bar{\sigma}_{tg\alpha_0}) = 0,775 \cdot 1 = 0,775$. Z předchozích rovnic či grafu pak plyne $A/X = 4,9$ a $u/u_0 = 11,2$. Je-li celkové zaplnění příze $\bar{u} = 0,45$, je pak $u_0 = 0,04$. Hodnoty A/X a zejména u_0 se však zdají vzhledem k reálným

— $A/X = 4,9$
 $\mu_0 = 0,04$
 - - - $A/X = 4,9$
 $\mu_0 = 0,02$
 - - - $A/X = 3,8$
 $\mu_0 = 0,02$
 - - - $A/X = 2,45$
 $\mu_0 = 0,02$



obr. 2.45



O experiment (příže 19,6 tex; 669 m^{-1} ;
 VSs: 0,16 tex; 40 mm

obr. 2.46

poměrům vysoké. Zaplnění pramínku by bylo možno spíše očekávat kolem hodnoty $\mu_0 = 0,02$. Vypočítaná hodnota 0,04 by pak odpovídala nikoliv výchozímu, ale již nějakým způsobem zdeformovanému - stlačenému pramínku. Při takto uvažovaném stlačování by ovšem musely zůstat zachovány výchozí úhly α_0, β_0 vláknenných elementů. To na rozdíl od dosud užívané představy odpovídá I. variantě deformování dle obr. 2.41. Přitom může, ale nemusí být zachován výchozí poměr A/X . Jak je znázorněno na obr. 2.45 lze všechny tři profily se zaplněním 0,02 stlačit do šrafovaného profilu s $\mu_0 = 0,04$. Je pravděpodobné, že výchozí profil obvyklých stužek bude mít hodnotu spíše menší a teprve zmíněnou deformací se tato hodnota bude zvyšovat a přibližovat k mezímu profilu. (viz kap. 2.2.4) $A/X = 2\pi$

Stlačování stužky dle I. varianty deformování a následné svinování podle zásad II. varianty probíhají ve skutečnosti současně. S ohledem na nízké hodnoty zaplnění bude v počáteční fázi tvorby příže zřejmě převažovat mechanismus varianty I, v dalších fázích naopak mechanismus varianty II.

V obecnějším případě jsou směrodatné odchylky závislé na poloměru r , což pro lichoběžníkové profily dokládají rovnice (2.3.94) a (2.3.95). Graficky zpracovaný příklad je společně s experimentálně zjišťovanými průběhy u jedné typické, klasicky předané příze z VSs vyneseno v obr. 2.46. Ve výpočtech byly uvažovány 3 alternativy radiálního průběhu zaplnění μ příže: typ 1 - v celém rozsahu poloměrů konstantní, typ 2 - ve vnějších vrstvách směrem k povrchu příže klesající a typ 3 - se sníženým zaplněním i v prostoru kolem osy. Profil stužky byl zvolen jednak trojúhelníkový a dále lichoběžníkový s $q/A = 0,05$. Experimentální hodnoty obou směrodatných odchylek jsou v tomto příkladě přibližně shodné (kolem 0,11 a 0,12), což vedlo k volbě parametru $A/X = 2\pi$. Absolutní velikost vypočtených směrodatných

odchylek vyplynula z užití $\sigma_{tg\alpha} = \sigma_{tg\beta} = 0,466$, $\tilde{u}/\tilde{u}_0 = 12$ a $\tilde{u} = 0,45$. Vlastní tvar křivek $\sigma_{tg\alpha}$ a $\sigma_{tg\beta}$ je však určen profilem stužky a radiálním průběhem zaplnění.

Trojúhelníkový profil poskytuje při konstantním zaplnění - typ 1 - očekávaný konstantní průběh obou směrodatných odchylek. Pokles zaplnění - typ 2 - vyvolává mírný růst $\sigma_{tg\beta}$, avšak poměrně prudký nárůst $\sigma_{tg\alpha}$. Podobně růst zaplnění v okolí osy - typ 3 - způsobuje obrácený charakter průběhu v této části.

Zvolený lichoběžníkový profil se promítá do tvaru křivek v osové oblasti. Způsobuje snížení $\sigma_{tg\beta}$, ale naopak zvýšení $\sigma_{tg\alpha}$. Křivka $\sigma_{tg\beta}$ typu 3 se nejvíce přibližuje experimentálnímu průběhu, neboť vykazuje i náznak extrému. Charakteristické experimentální maximum je ovšem zřetelně výraznější, zřejmě jako důsledek některých jiných, zatím ne dosti známých dějů, jež probíhají při tvorbě příze v její osové oblasti.

Radiální průběh $\sigma_{tg\alpha}$ je ve srovnání s trendem experimentálních výsledků odlišný. V osové oblasti je vypočtená závislost opačná - klesající. V okrajové oblasti sice roste, avšak růst je podstatně vyšší než odpovídá skutečnosti. (Výpočtem nalezený průběh je přitom v souladu se způsobem deformování v modelech kroucení kontinua. Souvisí s tím, že poměrné prodloužení ϵ_2 roste ze značné záporných hodnot prudce k 0; srovnej kap. 2.2.3 a 2.2.5, nebo obr. 2.11 a 2.23.) Příčina těchto odchylek není dosud spolehlivě známa. Zdá se však, že alespoň v okrajové části příze mohou být vypočtené hodnoty $\sigma_{tg\alpha}$ ve skutečnosti výrazně snižovány některými mechanismy vyrovnávání délek, o nichž se zmínjuje další kapitola. Je nicméně pozoruhodné, že korekční mechanismy ovlivňují významně jen radiální migraci spjatou s úhlem α , zatímco jejich vliv na migraci zákrutovou, tj. na úhel β , je prakticky zanedbatelný.

Stejně jako varianta svinuté stužky může být řešena i vnesená migrace při osovém kroucení válcového pramínku. Z důvodů uvedených v kap. 2.2.4 ji lze totiž formálně považovat za svíjení trojúhelníkové stužky s parametrem $A/X = 2\pi$.

I když byla ukázána závislost vnesené migrace na řadě parametrů, zůstává nejdůležitějším míra uspořádanosti vláken ve výchozím pramínku. Snaha po zvýšení paralelity vláken (např. na sběrném povrchu rotoru) je patrně neúčinnějším způsobem, jak modifikovat proces tvorby směrem k dosažení lepších vlastností příze. Vždyť i tradiční kvalita česaných přízí nespočívá jen v odstranění krátkých vláken, ale nepochybně též v dosahované vysoké uspořádanosti zakrucovaných pramínků. Zde se nabízí možnosti, jak lépe využívat a tím i šetřit textilní vlákennou surovinu.

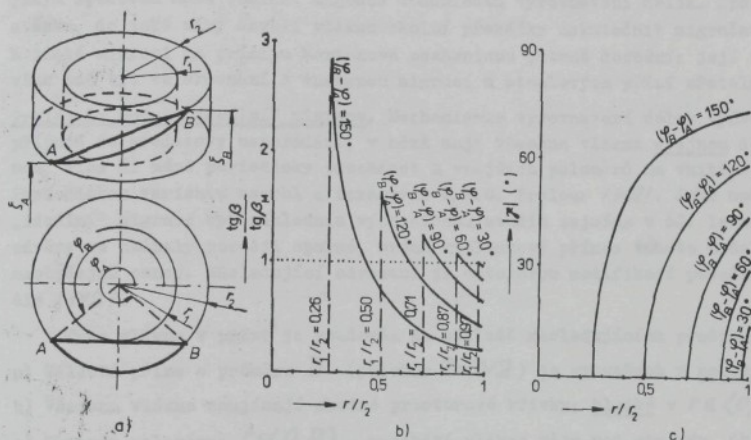
2.3.4. MIGRAČNÍ DŮSLEDKY VYROVNÁVÁNÍ DÉLEK

Prvé úvahy hledaly zdroj migrace v samotném procesu zakrucování. Vycházely přitom z kritické revize výsledků do té doby uvažovaného modelu souosých šroubovic.

Mortonův mechanismus. Idealizovaný výchozí pramínek je tvořen paralelními vlákny, jež mají všechna stejnou délku. Přechemem do soustavy šroubovic se jejich délky změní (srovnej kap. 2.3.1) poměrným prodloužením $\epsilon = [(1-\delta)/\cos\beta] - 1 = (1-\delta)/[1+(2\pi r/Z)^2] - 1$, ní (srovnej kap. 2.3.1) poměrným prodloužením $\epsilon = [(1-\delta)/\cos\beta] - 1 = (1-\delta)/[1+(2\pi r/Z)^2] - 1$, které závisí na hodnotě seskání δ a zákrutu Z , ale i na individuálním poloměru r každého vlákna v přízi. Ve vnějších vrstvách jsou vlákna napínána zatímco kolem osy příze se stlačují. V klasické představě šroubovicového modelu se délkové změny realizují deformací samotné hmoty vlákna.

Vlákna se však také snaží zaujmout jinou, pro ně výhodnější polohu. Z vnějších oblastí mají tendenci „protlačit“ se na menší poloměry, zatímco z osové oblasti příže naopak usilují, či se alespoň nebrání vytlačení na poloměry větší. Uskutečňuje-li se tento mechanismus, mění se poloha vlákna - vlákno migruje. Migrační pohyb je však brzděn pasivními odpory okolí. Dochází k němu jen v místech, kde je konfigurace okolních vláken příznivá. Z náhodného charakteru takových konfigurací ve struktuře příže vyplývá i náhodný charakter uvažované migrace.

Popsanou myšlenkovou koncepcí navrhl poprvé W.E. Morton /64/. Později byla analyzována pro příže se 7 a 19 vláken v řezu J.W.S. Hearlem a V.B. Merchantem /28/, J.W.S. Hearlem a B.C. Goswami /35/.



obr. 2.47

Citované práce se soustřeďují na migraci radiální. Lze však ukázat, že zmíněný mechanismus může ovlivnit i migraci zákrutovou. Idealizovaný případ je znázorněn v obr. 2.47 a). Oblouk AB představuje úsek vlákně šroubovice na poloměru r_2 , kde jsou oba krajní body okolím pevně fixovány. Napjaté vlákno se však snaží zaujmout kratší spojnici. V mezním případě vytvoří znázorněnou úsečku AB, popsanou v polárních souřadnicích r , φ , ξ rovnicemi

$$r = \sin(\varphi_B - \varphi_A) / [\sin(\varphi - \varphi_A) + \sin(\varphi_B - \varphi)] ; \varphi \in \langle \varphi_A, \varphi_B \rangle \quad (2.3.98)$$

$$\xi = \xi_B - \sin(\varphi_B - \varphi) / [\sin(\varphi - \varphi_A) + \sin(\varphi_B - \varphi)] ; \varphi \in \langle \varphi_A, \varphi_B \rangle \quad (2.3.99)$$

Přičemž mezi souřadnicemi ξ_A , ξ_B a zákrutem Z_M , vloženým do příže zákrucovacím zařízením, platí z (2.3.2) $\xi_B = \xi_A + (\varphi_B - \varphi_A) / (2\pi Z_M)$. Využitím derivací předchozích výrazů lze vyjádřit hodnoty $\tan \beta$, $\tan \beta'$ pro obecný element úsečky vlákna. Z definičních vzorců (2.3.40), (2.3.41) platí

$$\frac{\tan \beta}{\tan \beta_M} = \frac{\sin(\varphi_B - \varphi_A)}{\xi_B - \xi_A} \cdot \left(\frac{r_2}{r} \right)^2 = \frac{[\sin(\varphi - \varphi_A) + \sin(\varphi_B - \varphi)]^2}{(\varphi_B - \varphi_A) \cdot \sin(\varphi_B - \varphi)} \quad (2.3.100)$$

$$\tan \beta' = \frac{\cos(\varphi_B - \varphi) - \cos(\varphi - \varphi_A)}{\sin(\varphi - \varphi_A) + \sin(\varphi_B - \varphi)} \quad (2.3.101)$$

kde $\tan \beta_M = 2\pi r Z_M$ vyjadřuje sklon, jenž by mělo na poloměru r šroubové vlákno. Grafický průběh předchozích funkcí je pro různé hodnoty úhlového rozdílu $\beta_B - \beta_A$ vyneseno v obr. 2.47 b) a c). Úsečka vlákna probíhá spojitě v rozmezí poloměrů $r = r_2 \sin(\beta_B - \beta_A) / \{2 \sin[(\beta_B - \beta_A)/2]\}$ a r_2 . V okolí r_2 je $\tan \beta < \tan \beta_M$ takže ve srovnání se Z_M je zde zjišťován menší zákrut vlákených elementů. Kolem r_2 je situace opačná, zákrut elementů vlákna je větší než Z_M . Tento jev je zdrojem zákrutové migrace. Absolutní hodnota úhlu β je naproti tomu nulová právě na poloměru r_2 a směrem k r_2 vzrůstá. Radiální migrace se tak nezařetelněji projevuje v okolí poloměru r_2 .

Ačkoliv je popsání situace jen hrubou modelovou analogií, ukazuje názorně, jakým způsobem může vznikat migrace v důsledku vyrovnávání délek. Sporná je jen otázka, do jaké míry dovolí vlákna okolní překážky uskutečnit migrační pohyby. K jisté migraci na principu Mortonova mechanismu patrně dochází; její význam se však zdá být ve srovnání s vnesenou migrací u staplových přízí zřetelně menší.

Treloarův model „ideální“ migrace. Mechanismus vyrovnávání délek vyúsťuje v mezním případě do představy uspořádání, v němž mají všechna vlákna stejnou délku. Přitom musí více či méně periodicky procházet z vnějších poloměrů na vnitřní a zpět. Periodickou variantu navrhl a zpracoval L.R.G. Treloar (1921). Jeho model tzv. „ideální“ migrace byl základním východiskem studia zejména v 60. letech. Některé závěry se ukázaly později sporné, avšak myšlenkový přínos tohoto modelu byl přesto neobyčejně cenný. Následující odvození je autorovou modifikací původního postupu dle (112).

Tvar vlákna v přízi je studován na základě následujících předpokladů:

- Válcová příze o průměru D (poloměr $R = D/2$) je vytvořena z nekonečných vláken.
- Všechna vlákna zaujímají shodné prostorové křivky; hladké v $r \in (0, R)$.
- Obecným poloměrem $r \in (0, R)$ prochází vlákno vždy pod stejným úhlem β a se stejnou absolutní hodnotou úhlů α a β .

Podle předpokladu a) se uvažují staplová vlákna v přízi (myšleně) pospojovaná tak, aby vznikla vlákna nekonečná. Předpoklady b) a c) nahrazují náhodně odlišné průběhy jednotlivých vláken jistou „průměrnou“ křivkou. Křivka vlákna podle nich prochází od osy příze ($r = 0$) postupně všemi poloměry až na povrch ($r = R = D/2$), kde se obrací, vrací symetricky zpět k ose a takto pravidelně periodicky pokračuje. Délka příze, na které vlákno vystoupí od osy až na povrch a opět se vrátí k ose, je konstantní perioda p migrace. (Na délce $p/2$ projde vlákno od osy k povrchu příze a na stejné délce pak od povrchu k ose. Předběžně viz obr. 2.48.)

V délce jedné periody protne vlákno poloměr r celkem 2π ; jednou na cestě „ven“, podruhé při cestě „dovnitř“. Diferenciální vrstva mezi poloměry r a $r + dr$ o výšce jedné periody má objem $p \cdot 2\pi r \cdot dr$. Dvojnásobný průchod jednoho vlákna v ní zanechá délku $2dl$. Je-li β plocha přísného řezu vláknem a n počet vláken v řezu přízi, je objem vláken ve sledované vrstvě $n \cdot 2dl \cdot \beta$. Pro zaplnění μ diferenciální vrstvy nyní platí

$$\mu = (n \cdot 2dl \cdot \beta) / (p \cdot 2\pi r \cdot dr) = [n\beta / (p\pi r)] \cdot dl/dr \quad (2.3.102)$$

Poznámka: V této části se běžně užívají vztahy (2.3.39) až (2.3.46) vyplývající z kap. 2.3.2 a obr. 2.35. Dále je užíván výraz (2.3.53). V něm se vyskytuje i zákrut Z elementu vlákna, který však je podle předpokladu c) stejný pro všechny elementy na téže poloměru. (Hodnota Z může ovšem být na různých poloměrech různá.)

Platí dále

$$dr/dl = \cos \varphi_r = \operatorname{tg} \alpha / \sqrt{\operatorname{tg}^2 \alpha + \operatorname{tg}^2 \beta + 1} \quad (2.3.103)$$

Dosazením posledního výrazu do (2.3.102) lze vyjádřit základní rovnici tohoto modelu ve tvaru

$$\operatorname{tg}^2 \alpha = (1 + \operatorname{tg}^2 \beta) / (K^2 \operatorname{tg}^2 \beta - 1) \quad (2.3.104)$$

kde

$$K = \rho u / (2nsZ) = \rho u / [R\tilde{u}(1-\delta)2\pi RZ] \quad (2.3.105)$$

Prvá forma vyjádření K plyne přímo z úpravy. V druhé formě je pro výraz ns , jenž vyjadřuje vstupní substanční plochu S_0 pramínku paralelních vláken, užito podle obecně platných vztahů (2.3.12) a (2.3.9) $ns = S_0 = \pi R^2 \tilde{u} (1-\delta)$; $R = D/2$ je poloměr, $\tilde{u}$ celkové zaplnění a δ seskání příze.

Výraz (2.3.104) má smysl pouze pro $\operatorname{tg} \beta > 1/K$, tj. $r > ns / (\rho \tilde{u})$ či $r > R^2 \tilde{u} (1-\delta) / (\rho u)$.

Model „ideální“ migrace zavádí ještě další předpoklady:

d) Zákrut Z všech elementů vláken je konstantní.

e) Zaplnění u je ve všech místech příze konstantní.

Předpokladem d) se zanedbává zákrutová migrace a stejně jako v modelu souosých šroubovic platí

$$dy/d\xi = \operatorname{tg} \beta / r = 2\pi Z = \text{konstanta} \quad (2.3.106)$$

Zákrut Z každého elementu je shodný se zákrutem Z_m , uděleným přízi zakrucovacím zařízením. Předpoklad e) znamená, že každá diferenciální vrstva má zaplnění u shodné s celkovým zaplněním $\tilde{u}$ příze.

Pro veličinu K potom platí

$$K = \frac{\rho \tilde{u}}{2nsZ} = \frac{\rho}{R} \cdot \frac{1}{1-\delta} \cdot \frac{1}{2\pi RZ} = \frac{\rho}{R} \cdot \frac{1}{1-\delta} \cdot \frac{1}{\operatorname{tg} \beta_d} \quad (2.3.107)$$

kde β_d je úhlem β povrchového vlákna na poloměru $r = R = D/2$. Základní rovnice (2.3.104) je definovaná pro $\operatorname{tg} \beta > 1/K$, tj. též $r > R^2 (1-\delta) / \rho$ či

$r > R / (K \operatorname{tg} \beta_d)$. Úpravou (2.3.104) za užití (2.3.106) vznikne

$$d\xi = \frac{dr}{\operatorname{tg} \alpha} = \pm \sqrt{\frac{K^2 (2\pi rZ)^2 - 1}{(2\pi rZ)^2 + 1}} dr = \pm \sqrt{\frac{K^2 \operatorname{tg}^2 \beta - 1}{\operatorname{tg}^2 \beta + 1}} \cdot \frac{d(\operatorname{tg} \beta)}{2\pi Z} \quad (2.3.108)$$

Rovnice (2.3.106) a (2.3.108) tvoří soustavu dvou diferenciálních rovnic, popisujících prostorový tvar křivky vlákna. Znaménko „+“ platí pro části vlákna vystupující od osy k povrchu, znaménko „-“ pro části opačné. Průběh vlákna je v souřadnicích r, ξ schematicky znázorněn v obr. 2.48. Při jeho výpočtu je nezbytné užít numerické postupy, neboť integrace (2.3.108) vede k neúplnému eliptickému integrálu 2.druhu. Podle obr. 2.48 prochází první znázorněná část vlákna bodem $r = R / (K \operatorname{tg} \beta)$, $(\operatorname{tg} \beta = 1/K)$, $\xi = 0$ a dále bodem $r = R$, $(\operatorname{tg} \beta = \operatorname{tg} \beta_d)$, $\xi = \pi/2$.

Z (2.3.108) proto platí vztah

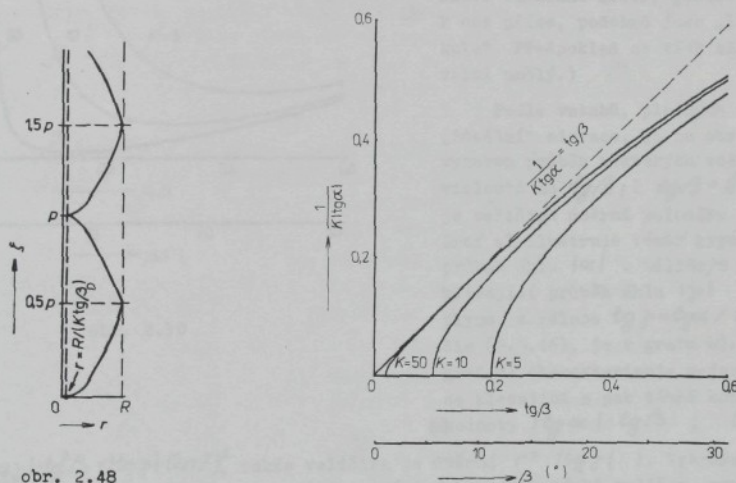
$$\int_0^{p/2} d\xi = \frac{p}{2} = \int_{R/(K \operatorname{tg} \beta)}^R \frac{dr}{\operatorname{tg} \alpha} = \int_{R/(K \operatorname{tg} \beta)}^R \frac{\sqrt{K^2 (2\pi r Z)^2 - 1}}{(2\pi r Z)^2 + 1} dr = \int_{1/K}^{\operatorname{tg} \beta} \frac{\sqrt{K^2 \operatorname{tg}^2 \beta - 1}}{\operatorname{tg}^2 \beta + 1} \frac{d(\operatorname{tg} \beta)}{2\pi Z} \quad (2.3.109)$$

jenž je východiskem k výpočtu seskání δ . Jsou-li u dané příze známé veličiny p , R a Z , lze vyhledat (opět numerickým výpočtem) hodnotu K vyhovující poslední rovnici a z (2.3.107) pak seskání vyjádřit. Je-li perioda $p \gg R$, je hodnota K značně velká a výraz $K^2 \operatorname{tg}^2 \beta - 1$ obsažený v (2.3.109) lze přibližně nahradit výrazem $K^2 \operatorname{tg}^2 \beta$.

Vznikne $p/2 = [1/(2\pi Z)] \cdot \int_0^{\operatorname{tg} \beta} (K \operatorname{tg} \beta / \sqrt{\operatorname{tg}^2 \beta + 1}) d(\operatorname{tg} \beta)$.

Integrací se po úpravě nakonec získá $\delta = \operatorname{tg}^2(\beta_0/2)$, což je rovnice (2.3.27), odvozená též pro model sousedých šroubovic.

Obtíže spjaté s nezbytností užívat speciální numerické postupy přiměly L.R.G. Treloara /112/ k vypracování přibližného řešení. Základní rovnice (2.3.104) poskytuje průběhy, znázorněné v obr. 2.49. Pro velké hodnoty K je sledovaná závislost



obr. 2.48

obr. 2.49

jen málo zakřivená a v oblasti nepříliš velkých hodnot $\operatorname{tg} \beta$ ji lze nahradit přímkou $1/(K \operatorname{tg} \alpha) = \pm \operatorname{tg} \beta$. Ještě lepší aproximace vznikne, zamění-li se K vhodnější konstantou K' , takže platí přibližně

$$d\xi/(K' dr) = 1/(K' \operatorname{tg} \alpha) = \pm \operatorname{tg} \beta \quad ; \quad K' = \text{konstanta} \quad (2.3.110)$$

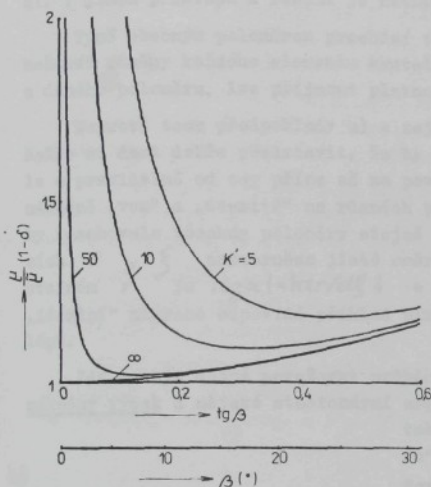
Konstanta K' se obvykle volí z podmínky zachování původní periody migrace. Požaduje se, aby vláknem procházející bodem $r=0$, $\xi=0$ procházelo též bodem $r=R$, $\xi=p/2$. Integrací (2.3.110) v daných mezích vznikne $(1/K') \int_0^{p/2} d\xi = p/(2K') = \int_0^{\operatorname{tg} \beta} dr = \int_0^{\operatorname{tg} \beta} 2\pi r Z dr = \pi R^2 Z$. Odtud

$$K' = (p/R) \cdot [1/(2\pi R Z)] = (p/R) / \operatorname{tg} \beta_0 = K(1-\delta) \quad (2.3.111)$$

Rovnice (2.3.110) s konstantou (2.3.111) je v rámci výchozích předpokladů jen přibližně platným vztahem. Pokud by měla platit přesně, bylo by nutné odstoupit od předpokladu e), připustit $\mu \neq \bar{\mu}$. V uvedeném případě by totiž platil dosazením

$\tan \alpha \approx (2.3.110)$ do $(2.3.103)$, $(2.3.103)$ do $(2.3.102)$ a užitím dříve odvozených vztahů $(2.3.106)$, $(2.3.111)$ a $m\delta = \pi R^2 \tilde{u} \cdot (1-\delta)$ vztah

$$(\alpha/\tilde{u})(1-\delta) = \sqrt{1/(K'\tan\beta)^2 + \tan^2\beta + 1} \quad (2.3.112)$$

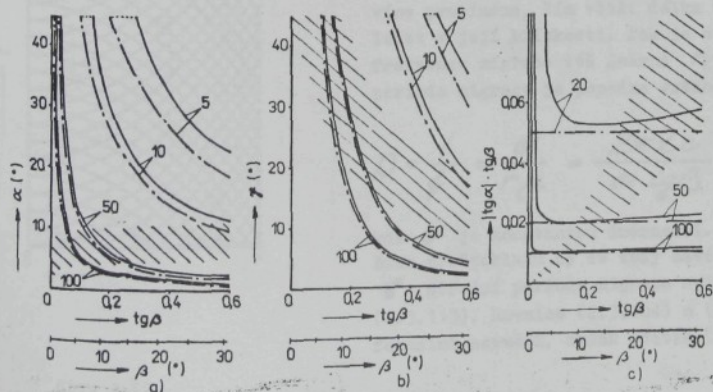


obr. 2.50

Grafický průběh je v obr. 2.50 vyjádřen pro několik hodnot K' . Je zde znovu zřejmé, že pro dostatečně velkou periodu p migrace (velké K') a nepřiliš velkou intenzitu zákrutu (nevelké $\tan\beta$) je předpoklad e) $(\alpha=\tilde{u})$ přibližně splněn. Výrazné difference se objeví jen v oblasti kolem osy, kde není základní vztah $(2.3.104)$ definován. (V přesném řešení modelu navrhuje Treloar uvažovat v této oblasti vláknenné úseky, jdoucí kolmo k ose příze, podobně jako „loukotě kola“. Předpoklad se však zdá být velmi umělý.)

Podle vztahů, platných v modelu „ideální“ migrace, je na obr. 2.51 vynesena průběh některých veličin v závislosti na $\tan\beta$; ($\tan\beta = 2\pi rZ$ je veličina úměrná poloměru r). Graf a) ilustruje téměř hyperbolický průběh úhlu $|\alpha|$. Odlišným způsobem klesající průběh úhlu $|\gamma|$, který plyne z relace $\tan\gamma = \tan\alpha / \tan\beta$ dle $(2.3.46)$, je v grafu b). Konečně graf c) charakterizuje nejprve prudce klesající a pak téměř konstantní hodnoty $|\tan\alpha| \cdot \tan\beta$; $(|\tan\alpha| \cdot \tan\beta =$

$= |\tan\gamma| \cdot \tan^2\beta = |\tan\gamma| \cdot (2\pi rZ)^2$, takže veličina je úměrná $r^2 \cdot |\tan\gamma|$). Vyšrafované plochy znázorňují oblast a trend průběhu středních hodnot těchto veličin, experimentálně zjišťovaný (zejména metodou VSOP - viz kap. 3.4.5) u obvyklých typů přízí.



obr. 2.51

— rov. $(2.3.104)$; - - - - - rov. $(2.3.110)$

Je zřejmé, že shoda teorie s experimentem je v tomto případě minimální. Model ideální migrace realitu příze prakticky nevystihuje. K tomuto poznatku však dospěl autor po rozvinutí experimentálních metod a vyhodnocovacích postupů potřebných pro analýzu struktury příze. Ve své době byla „ideální“ migrace jedinou teoretickou koncepcí, jež konečnou správně formulovala hlavní pojmy a problémy.

Ekvidistantní migrace. Konstanta K z modelu „ideální“ migrace je dle (2.3.105) funkcí periody P , zaplnění μ a zákrutu Z . Uvedené veličiny jsou podle předpokladů a) až e) konstanty, společné pro všechny elementy všech vláken v přízi. V jiném přístupu k řešení je nutné dřívější předpoklady modifikovat.

Týmž obecným poloměrem prochází vlákna pod různými úhly. Připustí-li se však možnost záměny každého elementu skutečného vlákna jistým „průměrným“ elementem z daného poloměru, lze přijmout platnost předpokladu c).

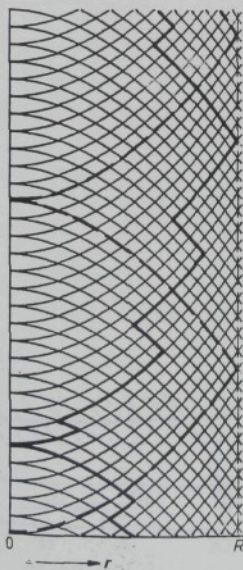
Naproti tomu předpoklady a) a zejména b) se zdají být velmi problematické. Nelze si dost dobře představit, že by vlákno, dokonce každé vlákno, procházelo stále a pravidelně od osy příze až na povrch a zpět. Spíše se bude obracet více méně náhodně „ven“ a „dovnitř“ na různých poloměrech. Není ani důvod předpokládat, že by zasahovalo všechny poloměry stejně frekventovaně. Na obr. 2.52 je v souřadnicích r, ξ znázorněno jisté směrové pole, odpovídající předpokladu c) (na stejném r je $|\tan \alpha| = |dr/d\xi| = \text{konst.}$). Ve srovnání s čárkovaným vláknem „ideální“ migrace odpovídá příklad plně vytaženého vlákna skutečnosti nepochybně lépe.

Zdá se být možné považovat průběh každého vlákna v souřadnicích r, ξ za náhodný výsek z nějaké stacionární ergodické náhodné funkce $r = r(\xi)$. Pokud se taková funkce nazve průběhem „nekonečného vlákna“ v souřadnicích r, ξ , lze přijmout formulaci předpokladu a). Nekonečné vlákno může procházet různými poloměry s různou střední frekvencí f migrace.

Každý poloměr r určuje uvnitř příze válcovou plochu, jejíž velikost A je tomuto poloměru úměrná; V jednotkové délce příze je $A = 1.2\pi r$. Souhrnná délka vláknenných úseků v bezprostředním okolí sledované plochy je úměrná její velikosti A a zaplnění μ , tj. úměrná součinu $A\mu$ či jen $r\mu$. Je možno předpokládat, že zmíněná plocha bude tím více protínána, čím větší délka vláken bude ležet v její blízkosti. Pak je ovšem střední frekvence migrace též úměrná $r\mu$ a střední perioda migrace je popsána vztahem

$$P = \frac{1}{f} = \frac{c}{r\mu} = \frac{2\pi Zc}{\mu \tan \beta} \quad (2.3.113)$$

kde c je konstantou úměrnosti. Místo dřívějšího předpokladu b) se tedy zavádí předpoklad b*) Střední perioda migrace splňuje podmínku (2.3.113). Rovnice (2.3.104) a (2.3.105) se formálně nezmění, avšak užitím (2.3.113) platí



$$K \operatorname{tg} \beta = \pi c / (m s) = c / [R^2 \tilde{u} (1 - \delta)] \quad (2.3.114)$$

$$\operatorname{tg}^2 \alpha = (1 + \operatorname{tg}^2 \beta) / [(\frac{\pi c}{m s})^2 - 1] = (1 + \operatorname{tg}^2 \beta) / [(\frac{c}{R^2 \tilde{u} (1 - \delta)})^2 - 1] \quad (2.3.115)$$

Z (2.3.103) dále plyne

$$dr/dl = \cos \vartheta_r = \pm m s / (\pi c) = \pm R^2 \tilde{u} (1 - \delta) / c = \pm \text{konst.} \quad (2.3.116)$$

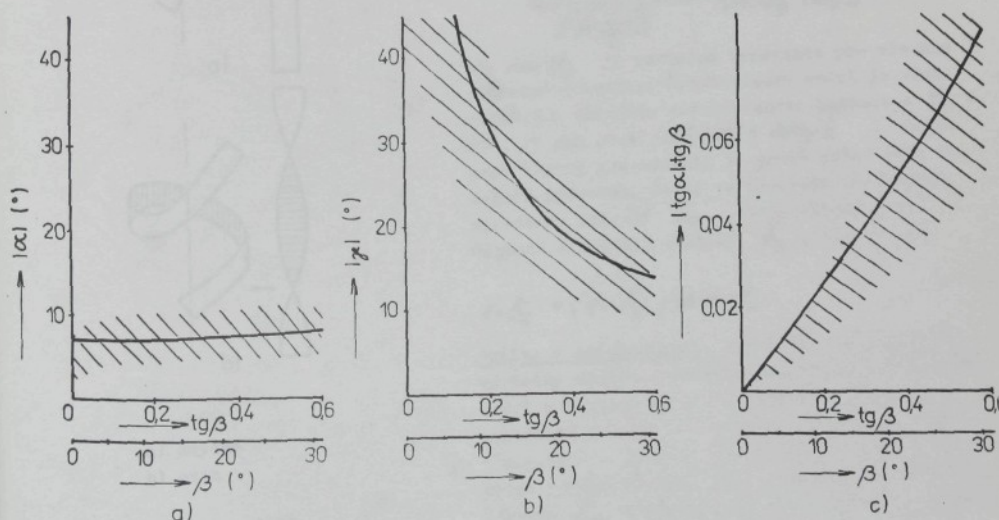
Poslední rovnice ukazuje, že vlákenné úseky zanechávají v diferenciálních vrstvách stejné šířky dr stále stejnou délkou dl . Autor disertace proto v [72] nazval popsanou koncepci modelem ekvidistantní migrace.

Veličina c je v odvozených vztazích konstantou. U různých přízí se ovšem může měnit v závislosti na charakteru použitých vláken a technologie, vlivem zákrutu i jemnosti. Je charakteristikou „migrační aktivity“ vláken v přízi.

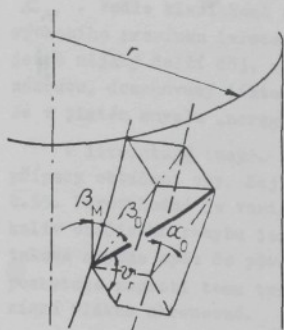
Je zajímavé, že odvozené výrazy neobsahují s výjimkou p proměnnou u . Dřívější předpoklad e) ($\mu \tilde{u}$) může být případně zaveden, je však vzhledem ke sledovaným úhlům irelevantní. Obvykle je též užíván předpoklad d).

Průběh některých veličin je pro případ $\vartheta_r = 83^\circ$ vyneseno v obr. 2.53. Na rozdíl od modelu „ideální“ migrace (viz obr. 2.51) je zde patrná dobrá shoda trendů vypočtených a experimentálně zjišťovaných závislostí.

Model ekvidistantní migrace byl odvozen spíše z hlediska vyrovávání délek. Vyjadřuje však také vnesenou náhodnou migraci vznikající za podmínky platnosti I. varianty deformování z obr. 2.41. V tomto případě zůstávají při všech deforma-



obr. 2.53



obr. 2.54

cích nedotčeny myšlené kvádry, obepínající vlá-
kenné úseky. Takový kvádr se umístí v přízi
způsobem naznačeným v obr. 2.54, zachováváje
přitom výchozí úhly α_0 , β_0 . (Jen se
pootočí o úhel β_M , v důsledku zákrutu Z_M
vloženého do příze strojem.) Také úhel ϑ_r ,
pro který zde platí $\tan \vartheta_r = 1/(\tan \alpha_0 \cos \beta_0)$,
je závislý jen na výchozích úhlech α_0 , β_0 .

Je možno předpokládat, že ve výchozím neza-
lroučeném pramínku vláken jsou vláknenné úseky
různých směrů rozmístěny nezávisle na jejich
poloze. Pak bude v přízi na každém poloměru
stejně rozložení výskytu různých úhlů α_0 ,
 β_0 , stejné rozložení úhlů ϑ_r i stejná
střední hodnota veličiny $\cos \vartheta_r$. Nahradí-
li se ve smyslu předpokladu c) reálné elementy
vláken „průměrnými“, je $\cos \vartheta_r$ těchto elemen-
tů (totiž střední hodnota $\cos \vartheta_r$ reálných
elementů) konstanta. To však je dle (2.3.116)
definicí ekvidistantní migrace.

Výpočet seskání je v ekvidistantní migraci
podobný jako u modelu sousých šroubovic. Z defi-
ničních rovnic úhlů je $d\xi/dl = \cos \vartheta_w =$
 $= \cos \vartheta_r / \tan \alpha$ a zavedením vztahu (2.3.115)
s (2.3.116) vznikne

$$\cos \vartheta_w = \frac{d\xi}{dl} = \frac{\cos \vartheta_r}{\tan \alpha} =$$

$$= \frac{\cos \vartheta_r \cdot \sqrt{1/\cos^2 \vartheta_r - 1}}{\sqrt{1 + \tan^2 \beta}} = \sin \vartheta_r \cos \beta$$

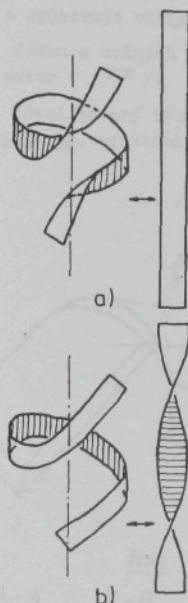
(2.3.117)

kde $\sin \vartheta_r$ je společná konstanta pro všechny
vláknenné elementy. Šroubovicový model je však
zvláštním případem ekvidistantní migrace s $\vartheta_r =$
 90° . (V něm platí $d\xi/dl = \cos \beta$). Odvo-
zení vzorce pro seskání je proto možné vést ob-
dobným způsobem. Je-li ve šroubovicovém model
vypočteno seskání δ_H , vede ekvidistantní
migrace k hodnotě seskání δ_E , dle vztahu

$$1 - \delta_E = (1 - \delta_H) \sin \vartheta_r$$

(2.3.118)

Smyčky a pseudozákrut. Autorovy experimentální
výsledky studia směrového uspořádání vláknenných
úseků v klasických i rotorových přízích doku-
mentované v kap. 3,4,5, proti všem tradičním
předpokladům ukázaly, že průměrný sklon k ose
příze (průměrný úhel β) neodpovídá hodnotám
zákrutu Z_M vloženého do příze strojem. Zejména
na vnitřních poloměrech byl průměrný úhel β
větší než hodnota β_M očekávaná dle vztahu



a) smyčka
b) ovin

obr. 2.55

$tg\beta_M = 2\pi r Z_M$. Ve shodě s tímto pozorováním se experimentálně zjistilo, že většina vláken obtáčí jednotkovou délkou osy příze vícekrát, než odpovídá zákrutu Z_M . Vedle klasického mechanismu vzniku zákrutu vzájemným pootáčením průřezů výchozího pramínku (vřetenem, rotorem apod.) musí tedy probíhat při tvoření příze ještě nějaký další děj, způsobující obtáčení osy vláknem kolem osy příze. Přírůstek zákrutu, dosahovaný tímto dějem, není přímým projevem vkládané torzní deformace. Je v jistém smyslu „neregulérním“ zákrutem - pseudozákrutem.

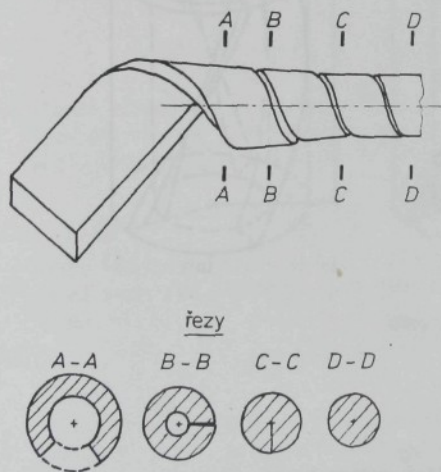
V literatuře (např. G.V. Sokolov /103/) se obvykle poukazuje na dva možné případy obtáčení osy. Nejlépe je lze znázornit na plochem vlákně (pásku) - obr. 2.55. Porozuhodná je varianta a), nazvaná smyčka, která může vzniknout bez jakéhokoli otáčivého pohybu jen prostým osovým stlačením vlákná. Vytažením přechází taková smyčka zpět do původního nezakrouceného vlákná. Vzájemné pootáčení průřezů poskytuje naproti tomu tradiční ovin (obr. 2.55 b)), jehož osovým vytažením se získá vlákno zakroucené.

Krutné orgány vkládají do vláken příze jen oviny. Při tvoření příze však mohou vznikat z mnoha geometrických a mechanických příčin také smyčky, které jsou pak zdrojem pseudozákrutů.

Zdá se, že předpoklad tvorby smyček může uspokojivě vysvětlit experimentální výsledky. Prostřednictvím smyček se patrně vlákno v daném okamžiku vyrovnává s přebytkem své délky. Obecně mohou vznikat jako provo- i levotočivé. Avšak torze, která vznikla ve vlákně vkládáním ovinů, se zčásti rozšiřuje i do úseků budoucích smyček a způsobuje vznik především smyček shodného směru se zákrutem.

Jednu z možných forem vzniku „přebytečné“ délky tvořící posléze smyčku zpracoval autor v /77/.

Idealizovaný výchozí pramínek konstantního zaplnění je uvažován jako soustava paralelních, prakticky neroztažených vláken. Jeho zakrucování je znázorněno v obr.2.56.



obr. 2.56

Dochází při něm nejprve k ohybu pramínku (řez A-A), dále k jeho uzavření (řez B-B), vymizení vnitřní dutiny (řez C-C) a dokroucení do konečného stavu (řez D-D). Zákrut je v důsledku deformační setrvačnosti ukládán do zakrucovaného útvaru postupně, v průběhu celého děje.

Situaci je nejprve vhodné analyzovat v podmínkách, které nepřibližují k mechanickým důvodům, způsobujícím nekonstantní radiální průběh zaplnění v přízi. V takových podmínkách by mohl sledovaný děj probíhat podle schématu na obr.2.57. Prvá deformace stužky, odpovídající předchozímu řezu A-A, je na obr. 2.57 a). Zákrut sledovaného útvaru je v tomto okamžiku Z_1 , jeho výška je σ . Vlákná tvoří šroubovicové křivky, ležící mezi vnitřním poloměrem r_{min} a vnějším poloměrem r_{max} . Sklon obecného vlákná na poloměru r k ose útvaru je popsán úhlem β_1 , při čemž podle (2.3.3) platí

$$\operatorname{tg} \beta_1 = 2\pi r_1 Z_1 \quad (2.3.119)$$

Délka l_1 obecného úseku vlákna je

$$l_1 = r / \cos \beta_1 = r \sqrt{1 + (2\pi r_1 Z_1)^2} \quad (2.3.120)$$

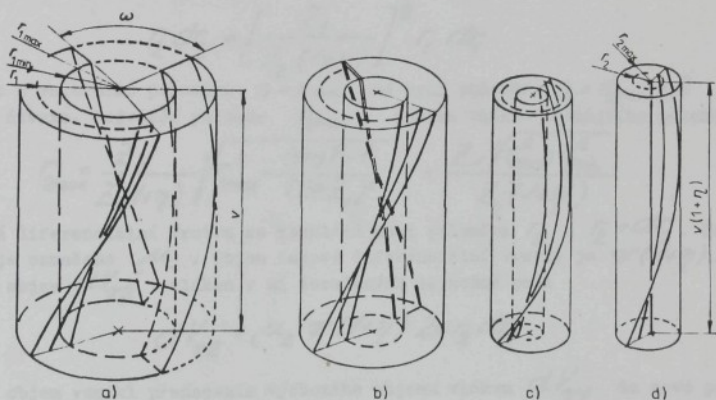
Na vnitřním poloměru je nejkratší délka

$$l_{1\min} = r / \cos \beta_{1\min} = r \sqrt{1 + (2\pi r_{1\min} Z_1)^2} \quad (2.3.121a)$$

Na vnějším poloměru je naopak největší délka

$$l_{1\max} = r / \cos \beta_{1\max} = r \sqrt{1 + (2\pi r_{1\max} Z_1)^2} \quad (2.3.121b)$$

Předpokládá se, že právě až do okamžiku znázorněného v obr. 2.57 a) jsou potřebné délky vláknenných úseků zajišťovány vzájemnými proklazy vláken, jež proběhnou působením minimálních sil a ponechávají celému útvaru prakticky původní, konstantní hodnotu zaplnění μ_1 .



obr. 2.57

Obecná diferenciální vrstva mezi poloměry r_1 a $r_1 + dr_1$ má objem $r \cdot 2\pi r_1 \cdot dr_1$. Stužka se však nachází jen v její části o velikosti $1 - \omega / (2\pi)$. Objem této části diferenciální vrstvy je tedy $[1 - \omega / (2\pi)] r \cdot 2\pi r_1 \cdot dr_1$ a při konstantní hodnotě zaplnění μ_1 je v ní obsažen objem dV_{r_1} vláken.

$$dV_{r_1} = [1 - \omega / (2\pi)] \mu_1 r \cdot 2\pi r_1 \cdot dr_1 \quad (2.3.122)$$

V následující fázi dochází postupně k naběhnutí dalších zákrutů, uzavření stužky (obr. 2.56, řez B-B) a vymizení vnitřní dutiny (řez C-C) za současné změny osově délky útvaru. V celé této fázi se předpokládá, že výchozí délky vláknenných úseků zůstávají trvale neproměnné. Předpoklad vyjadřuje takovou úroveň mezivláknenných třecích sil, která zabranuje dalším prokluzům.

Děje, které ve skutečnosti probíhají současně, jsou po částech znázorněny na obr. 2.57 b), c), d). Schéma b) ilustruje uzavření stužky do formy jakési "trubky". Vložení dalšího zákrutu se sice vnější i vnitřní průměr zmenšuje - obr. c), dutina však stále přetrvává. Pro její uzavření je třeba útvar protáhnout z původní délky v na délku $l_{\min}$ - obr. d). Teprve potom přejde vlákno z vnitřního poloměru $r_{\min}$ do osy a dutina se uzavře. Poměrné prodloužení η útvaru je určeno vztahem

$$1 + \eta = l_{\min} / v = 1 / \cos \beta_{\min} = \sqrt{1 + (2\pi r_{\min} Z_1)^2} \quad (2.3.123)$$

Vlákno na obecném poloměru r_2 bude mít délku

$$l_2 = v(1 + \eta) / \cos \beta_2 = v(1 + \eta) \sqrt{1 + (2\pi r_2 Z_2)^2} \quad (2.3.124)$$

kde Z_2 je zákrutem útvaru na obr. 2.57 d). Podle předpokladu o neproměnné délce vláken je však $l_1 = l_2$, což při užití (2.3.120) a (2.3.124) vede k výrazům

$$r_2 = \frac{Z_1}{Z_2(1 + \eta)} \sqrt{r_1^2 - \frac{(1 + \eta)^2 - 1}{(2\pi Z_1)^2}} = \frac{Z_1 \sqrt{r_1^2 - r_{\min}^2}}{Z_2(1 + \eta)} \quad (2.3.125)$$

$$r_2 dr_2 = \left[\frac{Z_1}{Z_2(1 + \eta)} \right]^2 r_1 dr_1 \quad (2.3.126)$$

Vlákno z vnitřního poloměru $r_1 = r_{\min}$ má nyní poloměr $r_2 = r_{2\min} = 0$; leží v ose útvaru. Největší poloměr $r_{2\max}$ zaujme vlákno z vnějšího poloměru

$$r_{2\max} = \frac{Z_1}{Z_2(1 + \eta)} \sqrt{r_{\max}^2 - \frac{(1 + \eta)^2 - 1}{(2\pi Z_1)^2}} = \frac{Z_1 \sqrt{r_{\max}^2 - r_{\min}^2}}{Z_2(1 + \eta)} \quad (2.3.127)$$

Obecná diferenciální vrstva se rozkládá mezi poloměry r_2 a $r_2 + dr_2$. Její zaplnění je označeno μ_2 . Objem takové diferenciální vrstvy je $v(1 + \eta) 2\pi r_2 dr_2$ a pro objem dV_{r2} vláken v ní dosažených je možné psát

$$dV_{r2} = \mu_2 v(1 + \eta) 2\pi r_2 dr_2 \quad (2.3.128)$$

Tento objem vznikl přenesením výchozího objemu vláken dV_{r1} do nové polohy. Platí tedy $dV_{r1} = dV_{r2}$, což užitím (2.3.122), (2.3.126) a (2.3.128) poskytuje vztah

$$\mu_2 = \mu_1(1 + \eta) [1 - \omega / (2\pi)] Z_2^2 / Z_1^2 \quad (2.3.129)$$

Z předchozí rovnice je zřejmé, že i po přechodu do stavu dle obr. 2.57 c) je zaplnění μ_2 ve všech vrstvách stejně. Neproměnnost zaplnění je však hlavním nedostatkem doposud formulovaného modelu. Mechanické důvody reálnou existenci takového útvaru nepřipouštějí. Zaplnění vnitřních vrstev je ve skutečnosti vysoké a podle pravidel silové rovnováhy jeho hodnota směrem k povrchu klesá.

Mekonstantní průběh zaplnění, odpovídající mechanickým zákonitostem, lze docílit radiálním přemístěním hmoty vláken. Každou obecnou diferenciální vrstvu je nutno přesunout z výchozího poloměru r_2 na nový, obvykle menší poloměr r_3 - obr. 2.58. Nepohyblivá zůstávají jen vlákna na povrchu ($r_2 = r_{2max}$) a vlákno v ose ($r_2 = 0$). Tím vznikne z původního neproměnného zaplnění μ_2 průběh zaplnění $\mu_3 = \mu_3(r_3)$. Objem vláken ve výchozím válci s poloměrem r_2 byl $v(1+\eta)\pi r_2^2 \mu_2$. Tentýž objem je nyní soustředěn uvnitř válce s poloměrem r_3 a je v tomto případě roven hodnotě $v(1+\eta) \int_0^{r_3} \mu_3 2\pi r_3 dr_3$. Z ekvivalence obou výrazů plyne

$$r_2 = \sqrt{2 \int_0^{r_3} \mu_3 r_3 dr_3 / \mu_2} \quad (2.3.130)$$

Povrchová vrstva $r_2 = r_{2max}$ se uvažuje jako nepohyblivá, takže i její $r_3 = r_{2max}$ a z (2.3.130)

$$r_{2max} = \sqrt{2 \int_0^{r_{2max}} \mu_3 r_3 dr_3 / \mu_2} \quad (2.3.131)$$

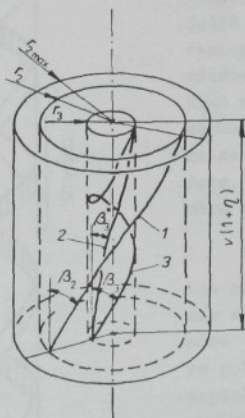
Z posledních dvou rovnic vznikne vztah

$$r_2 = r_{2max} \sqrt{\int_0^{r_3} \mu_3 r_3 dr_3 / \int_0^{r_{2max}} \mu_3 r_3 dr_3} \quad (2.3.132)$$

Přiřazující každému posunutému poloměru r_3 výchozí hodnotu r_2 .

Úsek vlákna, znázorněný v obr. 2.58 jako "1", leží ve výchozí poloze na poloměru r_2 a pro jeho délku l_2 platí vztah (2.3.124). Úsek se však přesune na poloměr r_3 . Geometrie šroubovice vyžaduje na tomto poloměru průběh označený "2", jehož délka l_3^* je analogicky k l_2 dána výrazem

$$l_3^* = v(1+\eta) / \cos \beta_3^* = v(1+\eta) / \sqrt{1 + (2\pi r_3 Z_2)^2} \quad (2.3.133)$$



obr. 2.58



obr. 2.59

Je-li $r_3 < r_2$, je $l_3^* < l_2$ a rozdíl $(l_2 - l_3^*) > 0$ vyjadřuje přebytek délky, jenž nelze do útvaru tradičním způsobem vměstnat.

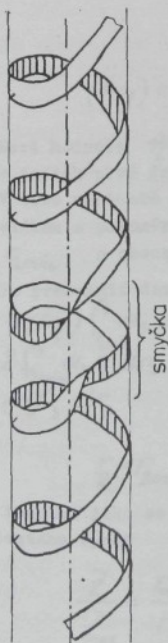
Přebytek délky se ovšem neprojeví teprve v protaženém zakrouceném a uzavřeném útvaru, v němž byl formálně odvozen. Realizuje se postupně v celém procesu, znázorněném na obr. 2.57 a) až d). Jeho základ je položen již v okamžiku, kdy je stužka vláken ještě otevřená a kolem osy je velká dutina. Navíc lze předpokládat, že vlákno přesouvá svůj přebytek délky podél osy zpět do počátečních fází, kde je více volného prostoru. Přebytek délky zde může „vyhřeznout“ na povrch pramínku ve formě smýčky, jak je znázorněno na obr. 2.59. Tento děj dále podporuje neparalelita vláken ve výchozím pramínku. Znázorněná smýčka může být uložena do mezery mezi boční stěny stužky, později na sebe přilehnoucí, nebo do otevřené dutiny útvaru. Při zakrucování ji mohou uchopit okolní vlákna a svým působením rozšířit, stlačit či přenést na jiné poloměry. Bližší experimentální analýza mnoha existujících možností nebyla dosud uspokojivě provedena. V [77] se zavádí zjednodušující předpoklad, podle něhož leží „průměrná“ smýčka společně s oviny na poloměru r_3 - obr. 2.58, úsek „3“ vlákna. Smýčky a oviny způsobují výsledné obtáčení vlákna kolem osy; představu charakterizuje pro případ plochého vlákna obr. 2.60.

Přidáním smýček se původní zákrut Z_2 vlákna zvětší na hodnotu Z_3 . Délka úseku „3“ vlákna z obr. 2.58 bude analogicky k (2.3.124) popsána výrazem

$$l_3 = \frac{r(1+\eta)}{\cos \beta_3} = r(1+\eta) \sqrt{1 + (2\pi r_3 Z_3)^2} \quad (2.3.134)$$

Podle předpokladu o neproměnné délce vláken je vzniklá hodnota Z_3 právě taková, že platí $l_2 = l_3$. Užitím (2.3.124), (2.3.134) a (2.3.132) pak vznikne

$$Z_3/Z_2 = r_2/r_3 = (r_{2\max}/r_3) \sqrt{\int_0^{r_3} u_3 r_3 dr_3 / \int_0^{r_{2\max}} u_3 r_3 dr_3} \quad (2.3.135)$$



obr. 2.60

Poslední rovnice ukazuje, že ačkoliv byl krutným orgánem vložen do útvaru zákrut Z_2 , má vlákno na poloměru r_3 zákrut $Z_3 \neq Z_2$.

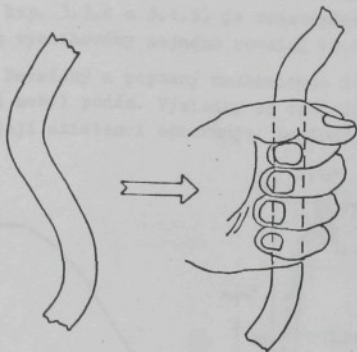
Doposud vložený zákrut Z_2 je obecně menší než celkový, krutným orgánem udílený zákrut Z_M . Aby vznikla konečná příze (obr. 2.56, řez D-D), musí být ještě uložen rozdíl $Z_M - Z_2$. Předpokládá se, že dokroucení probíhá podle obvyklých pravidel zkrutu homogenní válcové tyče (čímž se současně opouští dosavadní předpoklad neproměnné délky vláken; v řešení se zanedbává seskání vznikající při dokroucení). Zákrut každého vlákna se dokroucením zvětší o $Z_M - Z_2$ a jeho konečná hodnota Z bude $Z = Z_3 + Z_M - Z_2$. Při zavedení poměru

$$q = Z_2/Z_M \quad (2.3.136)$$

lze psát vztah $Z/Z_M = (Z_3/Z_2)q + (1-q)$. Dokroucením změní vlákna poněkud své poloměry. Z obecného poloměru r_3 přejdou na poloměr r , z poloměru $r_{2\max}$ na poloměr $r_{\max}$. V důsledku toho se změní i hodnoty zaplnění. Místo $u_3 = u_3(r_3)$ bude v diferenciální vrstvě na poloměru r zaplnění $u = u(r)$. Přibližně je možno předpokládat, že hodnoty poloměrů r budou přímo úměrné poloměrům r_3 , tedy $r = \alpha r_3$, kde α = konstanta.

Pro zaplnění z toho plyne $u(r) = u_3(r_3) / \alpha^2$. Poměr Z_3/Z_2 určený (2.3.135) lze tak vyjádřit pomocí nových proměnných u a r a pro poměr Z/Z_M vznikne výsledný vztah

$$Z/Z_M = (Z_3/Z_2)q + (1-q) = (r_{\max}/r) \sqrt{\int_{r_{\min}}^r u r dr / \int_{r_{\min}}^{r_{\max}} u r dr \cdot q + (1-q)} \quad (2.3.137)$$



obr. 2.61

Obecnější forma výrazu vznikne zahrnutím zvláštního způsobu chování vláken v okolí osy útvaru. Uzavíracím vnitřní dutiny (obr. 2.57 a) až c)) jsou úseky vláken, jež leží na jejím povrchu, ze všech stran stále více objímány a svírány okolními vlákny. Dochází tak k vyrovňování jejich zakřivení, podobně jako když se rukou sevře ohnutá pružná tyč - obr. 2.61. Jeden či několik takových úseků vláken se posléze umístí v samotném středu příze. Ostatní „regulérní“ úseky vláken z vnitřního poloměru dutiny již nemohou přejít vytažením - obr. 2.57 d) - až do osy, nýbrž pouze na nějaký minimální poloměr $r_{2\min} > 0$. V tomto případě je poměrné osové prodloužení η menší než dle (2.3.123) a je popsáno vztahem

$$(1+\eta) = \cos \beta_{2\min} / \cos \beta_{1\min} = \sqrt{[1 + (2\pi r_{\min} Z_1)^2] / [1 + (2\pi r_{2\min} Z_2)^2]} \quad (2.3.138)$$

Nová hodnota η neovlivňuje platnost navazujících výrazů (2.3.125) až (2.3.127) v jejich prvé formě vyjádření. Analogický vztah platí nyní i mezi $r_{\min}$ a $r_{2\min}$. V této variantě jsou při radiálním přemísťování vlákených úseků nepohyblivá právě vlákna z poloměrů $r_{2\max}$ a $r_{2\min}$. Objem vláken v meziválcovém prostoru mezi $r_{2\min}$ a obecným r_2 je před přesunutím $v(1+\eta) \pi (r_2^2 - r_{2\min}^2) u_2$.

Po přesunutí diferenciální vrstvy z r_2 na r_3 je tentýž objem popsán vztahem

$$v(1+\eta) \int_{r_{2\min}}^{r_3} u_3 2\pi r_3 dr_3 \quad \text{z ekvivalence obou výrazů plyne} \quad r_2^2 - r_{2\min}^2 = 2 \int_{r_{2\min}}^{r_3} u_3 r_3 dr_3$$

a speciálně pro vnější okrajovou vrstvu $r_{2\max}^2 - r_{2\min}^2 = 2 \int_{r_{2\min}}^{r_{2\max}} u_3 r_3 dr_3$

z obou rovnic se pak získá

$$r_2 = r_{2\max} \sqrt{(1 - r_{2\min}^2 / r_{2\max}^2) \int_{r_{2\min}}^{r_3} u_3 r_3 dr_3 / \int_{r_{2\min}}^{r_{2\max}} u_3 r_3 dr_3 + r_{2\min}^2 / r_{2\max}^2} \quad (2.3.139)$$

Podobně jako se dospělo k odvození rovnice (2.3.137), vznikne užitím posledního vztahu výraz

$$\frac{Z}{Z_M} = \frac{r_{\max}}{r} \sqrt{\frac{(1 - r_{\min}^2 / r_{\max}^2) \int_{r_{\min}}^r u r dr}{\int_{r_{\min}}^{r_{\max}} u r dr} + \frac{r_{\min}^2}{r_{\max}^2} \cdot q + (1-q)} \quad (2.3.140)$$

jenž určuje hodnotu Z/Z_M v rozmezí poloměrů $r \in \langle r_{\min}, r_{\max} \rangle$.

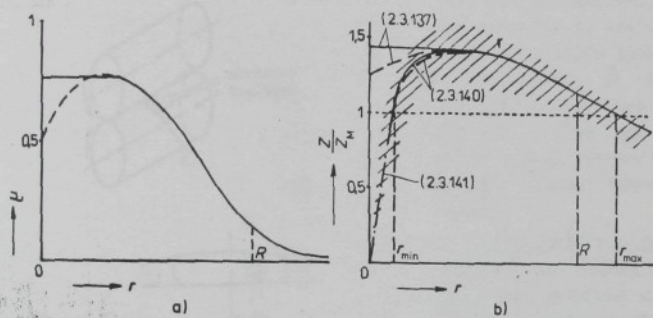
Pro poloměry $r < r_{\min}$ není poměr definován. Uváží-li se, že v těsném prostoru kolem osy příze se vyskytují dle principu z obr. 2.61 zejména rovnoběžné vláknenné úseky, lze v osové oblasti doplnit předchozí vztah empirickou rovnicí

$$Z/Z_M = r/r_{\min} \quad ; \quad r \in (0, r_{\min}) \quad (2.3.141)$$

Příklad grafických průběhů závislosti Z/Z_M na r je ukázán na obr. 2.62.

Dvě varianty radiálního průběhu zaplnění užité ve výpočtech jsou na obr. a). Pro $q = 1$, $r_{\max} = 1,19R$, $r_{\min} = 0,41R$ (kde $R = D/2$ je poloměr příze) jsou závislosti vyneseny v obr. b). Oblast experimentálně zjišťovaných závislostí (viz kap. 3.3.4 a 3.4.5) je znázorněna šrafovaně. Experimentální výsledky jsou dobře vystihovány zejména rovnicí (2.3.140) a (2.3.141).

Navržený a popsáný mechanismus tvorby smyček je hypotézou, jejíž přímý důkaz dosud nebyl podán. Výsledky se však dobře shodují s experimentálními zkušenostmi, což její existenci opravňuje. Logická konstrukce této hypotézy není v rozporu



obr. 2.62

s ostatními poznatky. Na první pohled se zdá být v jistém protikladu vznik přebytku délky a napínání vláken, které vyplynulo z analýzy mechanikou kontinua. Přebytek délky a smyčky se však utvářejí v prvních fázích děje v prostoru s odolnějším a otevřenějším uspořádáním vláken.

zatímco konečné zpevnění a sevření struktury je i s příslušnými mechanickými důsledky výsadou spíše posledních fází celého děje.

V každém případě je experimentálně nastolený problém pseudozákrutu novou otázkou, která si v budoucnu zaslouží další analýzy.

Vyrovňování navlnění vláken. Doposud popsané mechanismy přinášely zesložititní stavby příze, spojené se vznikem a rozšiřováním migrace. Existuje však i děj, jenž stavbu příze zjednodušuje a přibližuje ji k šroubovicovému modelu.

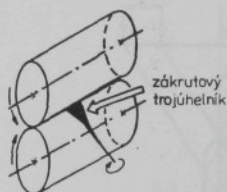
Nedokonale směrová uspořádanost vláken ve výchozím pramínku se přenáší do příze jako vnesená migrace. Vlákenné úseky jsou zohýbány, zkadeřeny a jinak prostorově zdeformovány. Lze na nich pozorovat jisté navlnění. V některých fázích zakrucování však dochází, zejména na větších poloměrech, k protahování vláknenných úseků formou prokluzů nebo napínání vláken. Pro dané vlákno je často výhodné uskutečnit takové protažení na vrub vyrovňování jeho původně navlněného tvaru. Důsledkem je snížení efektu migrace a přiblížení tvaru vláknenného úseku k mezí představě šroubovice.

Vyrovňování navlnění se vzhledem k pasivním odporům, vyvozeným okolím uvažovaného vlákna, snadněji uskutečňuje při nižších hodnotách zaplnění. Tuto myšlenku navrhl U. Liebscher / 55 / využít pro zvýšení kvality rotorových přízí. Příze částečně rozkrucoval, poté poněkud protahoval a opět zakroutil do původní výše zákrutu. Experimenty ukázaly zlepšení uspořádanosti vláken v přízi a jako důsledek i zvýšení pevnosti.

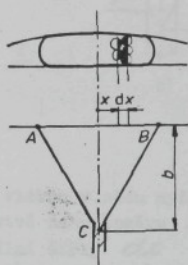
Existenci mechanismu vyrovnávání navlnění naznačují také experimentální výsledky analýzy příčných řezů zejména rotorových přízí, provedené B. Neckářem a L. Švehlovou / 80 /.

2.3.5. TVORBA PŘÍZE A ZDROJ MIGRACE V ZÁKRUTOVÉM TROJÚHELNÍKU

Příze se nejčastěji vyrábí spřádáním na přetencovém dopřádacím stroji. Přechodem mezi zónou protahování a zónou zakrucování je svěrná linie výstupního páru válečků průtažného ústrojí. Přechod vláken z nezakrouceného pramínku do zakroucené příze je provázen charakteristickým geometrickým uspořádáním, nazývaným tradičně zákrutový trojúhelník. Znázorněn je na obr. 2.63. Celkový vzhled charakte-



a)



b)

c)

rizuje obr. a), schéma průřezu pramínkem v místě svěrné linie je v obr. b) a tvar zákrutového trojúhelníku je naznačen na obr. c). Zákrutový trojúhelník ABC je rovnoramenný; jeho osa symetrie je tvořena osou příze. K nejvýznamnějším dějům dochází v okolí vrcholu C, ve vzdálenosti b od svěrné linie. Zde probíhá některá z forem zakrucování „v bodě“ dle tab. 2.1 za kap. 2.1. Obvykle se předpokládá sousedé zakrucování asymetrického pramínku nebo vyosené zakrucování z jednoho či dvou svazků.

Zákrutový trojúhelník vzniká přiváděním jednotlivých vláken k vrcholu C. Ve svěrné linii tvoří pramínek vláken plochý pásek s proměnlivou hustotou materiálu. Rozložení materiálu napříč pásku je obvykle symetrické, s maximem v osové oblasti. Vláčna procházející ve vzdálenosti x diferenciálním úsekem dx v něm zanechají černě vyznačené části ploch svých příčných řezů. Souhrnná plocha dA černě vyznačených částí charakterizuje množství materiálu ve sledovaném diferenciálním úseku a poměr dA/dx je pak mírou množství materiálu ve vzdálenosti x .

obr. 2.63

Vznik příze dle modelu sousých šroubovic.

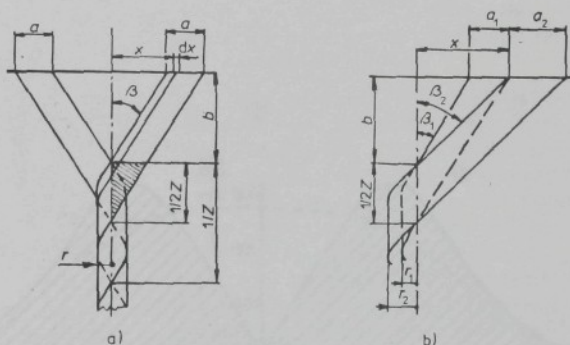
Osovým zakrucováním asymetrického pramínku vznikne příze bez migrace, tj. příze dle modelu sousých šroubovic, jen při splnění mnoha podmínek. Většinou však nelze potřebné podmínky prakticky splnit a to je impulsem ke vzniku migrace. Teoretické podmínky tvorby šroubovicové geometrie jsou tak východiskem k pochopení mechanismů migračních dějů, jak vyplývá z následujícího autorova řešení.

Za vrcholem zákrutového trojúhelníku vzniká zakroucený útvar se zákrutem Z , jenž přiřazuje vztahem $\tan \beta = 2\pi r Z$ (rovnice 2.3.3) každému poloměru právě jednu hodnotu úhlu β sklonu vlákna k ose příze. (Při quasistatickém řešení je $Z = Z_M$ zákrutem, který vkládá do příze dopřádací stroj. V dynamickém řešení však může být v důsledku deformační setrvačnosti materiálu $Z < Z_M$). Dále má na poloměru r zakroucený útvar určitou hodnotu zaplnění μ . Ta určuje množství vláken, tvořících na daném poloměru šroubovice.

Na druhé straně je však pro úhel β rozhodující poloha vlákna v zákrutovém trojúhelníku a pro hodnotu zaplnění množství vláken v jeho jednotlivých místech.

Situaci charakterizuje obr. 2.64 a). Silně vytažené vlákno vychází v místě x ze své linie a postupuje pod úhlem β na odpovídající poloměr r zakrouceného útvaru. Ostatní vlákna, ukládající se pod úhlem β na poloměr r , jsou rovnoměrně rozložena v symetrické dvojici myšlených „pásků“ označené šíře a . Z vyšrafovaného trojúhelníku plyne $\operatorname{tg} \beta = 2\pi r Z$, což společně s $\operatorname{tg} \beta = 2\pi r Z$ poskytuje výraz

$$a = \pi r \quad (2.3.142)$$



obr. 2.64

Počet vláken v obou myšlených „páscích“ odpovídá počtu dn vláken v diferenciální vrstvě na poloměru r ; je vyjádřen dříve odvozeným vztahem (2.3.16). Z diferenciální šířky du svěrné linie vychází proto do diferenciální vrstvy na poloměru r celkem $du = (dn/2a) \cdot du$ vláken. Užitím (2.3.16), (2.3.142) a výrazu $\cos \beta = 1/\sqrt{1+\operatorname{tg}^2 \beta} = 1/\sqrt{1+(2\pi r Z)^2}$ vznikne

$$du = \frac{1}{s} \cdot \frac{a dr dx}{\sqrt{1+(2\pi r Z)^2}} \quad (2.3.143)$$

kde s označuje plochu příčného řezu vláknem. Z místa x však vychází vlákna na více poloměrů zakrouceného útvaru. To dokumentuje obr. 2.64 b), na němž jsou zakresleny dva mezní „pásky“, procházející místem x . Jak je zřejmé, vychází z místa x vlákna pod úhly od β_1 až po β_2 a ukládají se na poloměry od r_1 až po r_2 . Z geometrických poměrů plyne $\operatorname{tg} \beta_1 = 2\pi r_1 Z = |x|/[b+1/(2Z)]$ a $\operatorname{tg} \beta_2 = 2\pi r_2 Z = |x|/b$. (Absolutní hodnota $|x|$ je ve výrazech užita s ohledem na osovou symetrii znázorněné situace.) Odtud

$$r_1 = |x|/(2\pi b Z + \pi) \quad (2.3.144)$$

$$r_2 = |x|/(2\pi b Z) \quad (2.3.145)$$

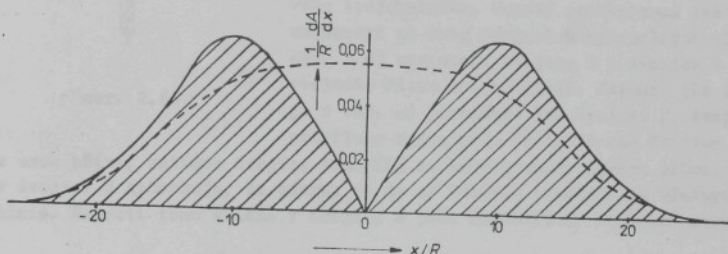
Celkový počet vláken, vycházející z diferenciálu du svěrné linie je tedy $dm = \int_{r_1}^{r_2} du$, plocha těchto vláken je $dA = s dm$. Dosazením (2.3.143) až

(2.3.145) vznikne po úpravě

$$dA/dx = \int_{|x|/(2\pi bZ)}^{|x|/(2\pi bZ)} \left(\frac{u}{\sqrt{1+(2\pi rZ)^2}} \right) dr \quad (2.3.146)$$

Již dříve bylo ukázáno, že dA/dx charakterizuje množství vlákenného materiálu v místě x pramínku, sevřeného svěrnou linií. Pramínek vláken, který má v zakrouceném útvaru vytvořit soustavu sousedých šroubovic, musí proto mít svou hmotu rozloženu dle rovnice (2.3.146).

Příklad závislosti dA/dx na x je uveden na obr. 2.65 v poměrných hodnotách; (hodnoty byly vztaheny k poloměru R příze. Při výpočtu byl užit radiální průběh zaplnění u příze, znázorněný plnou čarou v obr. 2.62 a) a hodnoty $2\pi RZ = \tan 20^\circ$, $bZ = 2,5$.



obr. 2.65

Výsledné rozložení hmoty vláken napříč příváděného pramínku se výrazně odlišuje od reálných případů na prstencových doprďadacích strojích. Ty vedou spíše k typu průběhu znázorněnému v obr. 2.65 čárkovaně. Vypočtený průběh by snad bylo možné do určité míry napodobit příváděním dvou samostatných pramínků těsně vedle sebe do svěrné linie. Některé pokusy tohoto typu skutečně naznačují lepší uspořádaní vláken v přízi.

Migrační mechanismus vyrovnávání objemů. Kdyby se vlákna z reálného pramínku ukládala na jednotlivé poloměry dle odpovídajícího úhlu β , byl by objem materiálu rozložen po poloměru příze fyzikálně nepřijatelným způsobem. Pro vyrovnání objemových disproporcí musí být mnohá vlákna přemístěna na jiné poloměry tak, aby mohlo vzniknout fyzikálně oprávněné radiální rozložení zaplnění. To však znamená, že taková vlákna jsou ukládána pod jiným úhlem β , než odpovídá modelu sousedých šroubovic. Nevyhnutelným důsledkem je zákrutová migrace.

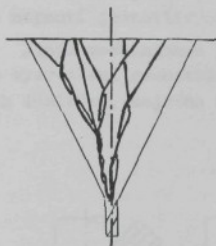
Vlákno, které se ukládá na nějaký poloměr pod „nesprávným“ úhlem, je však zdrojem dalších nesrovnalostí. Je-li β menší než odpovídá vztahu $\tan \beta = 2\pi rZ$, vlákno se kroucením postupně „vytočí“ před oblast vrcholu do prostoru zákrutového trojúhelníku a tam má snahu přejít mezi vlákna, jež budou uložena na menší poloměry. Je-li naopak β větší, vzdaluje se postupně místo prvního styku vlákna se zakrouceným útvarem od vrcholu trojúhelníku a vlákno má tendenci

zařadit se do skupiny, jdoucí na větší poloměry. Důsledkem je migrace radiální.

Na vhodném poloměru nemůže tedy vlákno setrvat z důvodů objemových a na ostatních poloměrech nemůže setrvat z důvodů úhlových. V této variantě zakrucování jsou vlákna odsouzena k trvalým migračním pohybům.

Obvykle se předpokládá, že zdrojem migrace je vnesená neparalelita výchozího pramínku a mechanismus vyrovnávání délek. V analyzované variantě zakrucování by však docházelo k migraci, i kdyby byl pramínek ve svěrné linii dokonale paralelní a poskytoval vláknům potřebné délky.

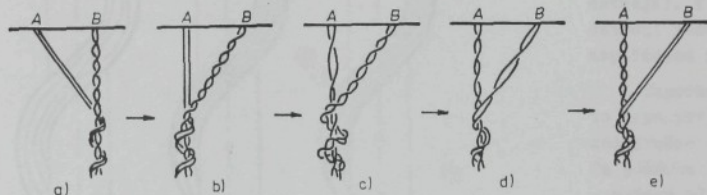
Předkrucování vláken. Vedle přímočaře jdoucích vláken se v zákrutovém trojúhelníku vyskytují také průběhy, znázorněné v obr. 2.66. Krutný moment zde proniká dovnitř zákrutového trojúhelníku a předběžně zakrucuje malé svazky vláken. Ty se jako předkrucené celky mohou ukládat do vytvářené příze podobně jako při výrobě skané nitě. Vlákna pak netvoří šroubovice, ale jiné křivky, projevující se mj. i efektem migrace.



obr. 2.66

Předkrucování může být důsledkem několika příčin. Jednou z nich je kolísání napnutí ve vláknech zákrutového trojúhelníku. Takový mechanismus lze nejlépe znázornit na dvou dvojicích nekonečných vláken. Na obr. 2.67 vystupují dvojice A a dvojice B ze stále stejného místa svěrné linie. Napnutí při zakrucování je v obr. a) přenášeno jen dvojicí B, dvojice A je prakticky nenapjatá. Proto je osa dvojice B shodná

s osou příze, zatímco dvojice A nabíhá do zakrouceného útvaru šikmo. Krutný moment v dvojici B způsobuje, že zákrut je do ní vkládán okamžitě po výstupu ze svěrné linie. Naproti tomu vlákna v dvojici A jsou rovnoběžná, vzájemně nezakroucená.



obr. 2.67

Popsaný stav je stabilní, může existovat neomezenou dobu a tvoří ze všech vláken soustavu souosých šroubovic.

Situace se však změní, přeneseme-li se napnutí z dvojice B na dvojici A, která v důsledku toho přejde do osy útvaru - obr. b). V prvých okamžicích je jádro příze vytvářeno dvojicí nezakroucených vláken a je obtáčeno z dřívějšíka předkrucenou dvojicí B. V dalších fázích procesu se stav mění. Torzní moment se ve dvojici A přenáší po celé délce jejího volného úseku, jehož zákrut začne postupně narůstat - obr. c). Do osové oblasti přichází stále více zakroucená dvojice A - obr. d), až se za dostatečně dlouhou dobu hodnota jejího zákrutu ustálí na úrovni zákrutu

příže - obr. e). Opačný proces probíhá ve dvojici B, jejíž volný úsek není nadále přikrucován. Zákruty, které jsou v něm obsaženy, se postupně spotřebovávají při ovíjení jádra - obr. c). Tím klesá velikost překroucení - obr. d), až se ustálí forma paralelní dvojice vláken - obr. e).

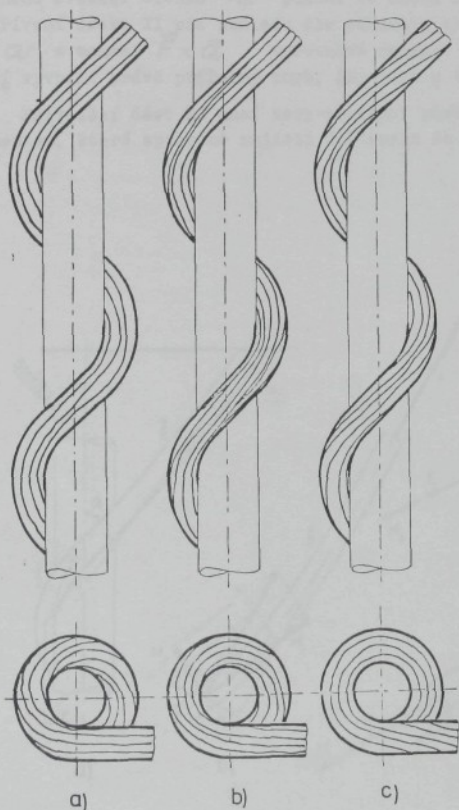
Koncový stav dle obr. e) je opět stabilní a stejně jako počáteční stav v obr. a) vede k soustavě souosých šroubovic. Přechodové formy - obr. b) a d) - jsou však zdrojem radiální a zákrutové migrace. Pokud by bylo napnutí v poměrně rychlém sledu střídavě přenášeno z dvojice A na B a zpět, nedocházelo by ke vzniku ustálených stavů. Obě dvojice by trvale oscillovaly mezi situacemi na obr. c) a d). (Tento princip je využit v technologii SIROFILUN.)

Ve složitějších podmínkách probíhá podobný jev i v zákrutovém trojúhelníku, kde napnutí jednotlivých vláken v důsledku mnoha náhodných příčin neustále kolísá.

Jiným mechanismem předkrucování se experimentálně zabýval P. Kroupa /54/. Pro vysvětlení geometrických jevů popsaných v citované práci a pro objasnění jejich důsledků, zejména migračních, navrhnul autor následující modelovou koncepci.

Základní představa vychází z analýzy ovíjení válce (jenž nahrazuje ostatní materiál příže) svazkem nekonečných vláken. Předpokládá se, že svazek má přibližně kruhový průřez a do místa ovíjení přichází pod napětím z podávacího zařízení, schopného přenosu sil a momentů (např. z posledního páru válečků průtažného ústrojí). V podávacím ústrojí jsou vlákna uspořádána paralelně.

Experimenty tohoto typu potvrzují děje, znázorněné na obr. 2.68. Na počátku ovíjení - schema a) - se přivádí svazek rovnoběžných vláken, jenž podle principu minima energie přechází do ovinu tak, že se deformuje jenom ohybově. Jednotlivá vlákna svazku se umísťují znázorněným způsobem, vzdálenost každého vlákna od osy válce je proměnlivá. S každým ovinem se však do svazku vkládá

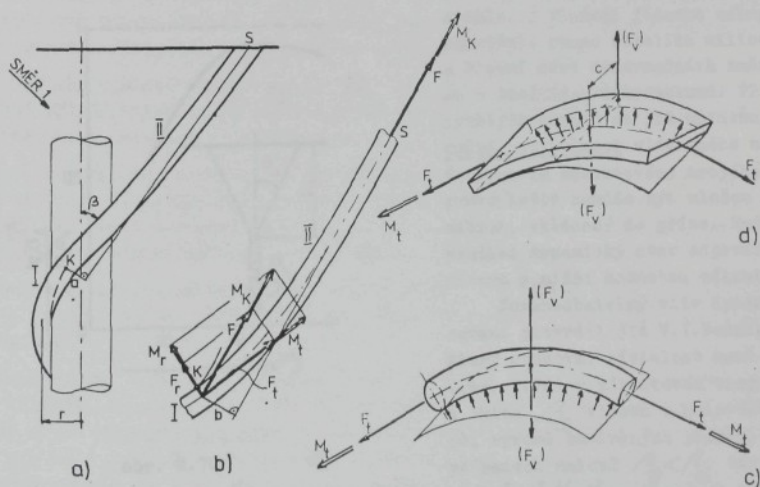


obr. 2.68

i jistá torzní deformace. Na počátku se vkládá celá do příváděcí části svazku, neboť ta klade zanedbatelný odpor. Tak se postupně vytvářejí přechodové stavy dle schematu b). V příváděcí části svazku počet zákrutů stoupá. V ovinech se jeho vlivem zpomaluje proměna vzdáleností jednoho každého vlákna od osy válce. Posléze se ustaluje stav dle schematu c). V příváděcí části se zákrut stabilizuje na určité hodnotě. Do ovinů přechází tento svazek vláken tak, že jednotlivá vlákna tvoří soustavu „paralelních“ šroubovic, které mají společně s válcem jedinou osu.

Silové poměry ustáleného stavu jsou zjednodušeně znázorněny v obr. 2.69. Úsek I na schematu a) je tvořen oviny svazku na válci. Úsek II mezi bodem K prvního kontaktu a bodem S svěru příváděcího ústrojí tvoří příváděcí část svazku. Pohled směrem 1 je na schematu b). V bodě S působí síla F a torzní moment M_K . Podle své ohybové tuhosti je příváděcí část II poněkud zakřivena. V ose svazku nad bodem K působí proto na část I nejen síla F a torzní moment M_K , ale i ohybový moment $F \times b$. Složka F_r síly F způsobuje osové pnutí v ovinech. Složka F_r téže síly působí radiálně (směr binormální šroubovice) a je kompenzována reakcí válcové podložky. Složka M_K momentu M_K musí být právě tak velká, aby vyvolala potřebnou torzi šroubovice vlákného svazku. Složka M_r působí ve směru radiálním, což způsobuje mírné zakřivení úseku II při pohledu dle schematu a). Vznikne totiž znázorněné rameno a a moment $F \times a$ vyrovnává moment M_r . Konečně ohybový moment $F \times b$ musí vyvolat právě potřebný ohyb, plynoucí z 1. křivosti šroubovice.

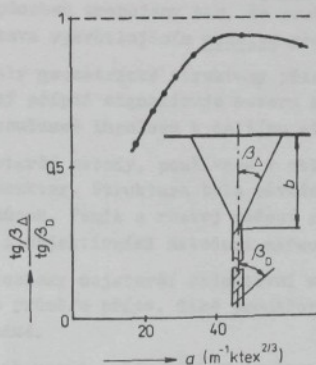
Příváděcí část II musí tedy „povinně“ působit na úsek I ohybovým a torzním momentem, které společně zajistí deformaci do dané šroubovice. Ohybový moment se



obr. 2.69

ve všech praktických případech ustavuje průhybem části II v pohledu dle schématu b). Torzní moment bývá ovšem zajišťován dvojím způsobem. Na obr. 2.69 c) a d) jsou zjednodušeně zakresleny elementy svazku vláken z okolí bodu K . (Sleduje se pouze důsledek osové síly F_z a krutného momentu M_z .) Svazek přibližně kruhového průřezu je ve schématu c). Dvojice osových sil F_z působí ve styku s válcem výslednicí F_z . Reakční spojitě zatížení rezultuje do síly F_z opačného směru. Shodné působíště akční a reakční síly nevede ke vzniku žádného dalšího momentu; proto musí být torzní moment M_z na obou stranách elementu. Torzní moment a tím i zákrut se pak vyskytují i v celé příváděcí části II; ta je výrazně předkroucena. Jiná situace vznikne v případě plochého pásku - schema d). Také zde působí dvojice osových sil F_z výslednicí F_z na povrch válce, a to v rovině osy pásku. Torzní tuhost pásku způsobuje jeho snahu „zdvihnout se“ naznačeným způsobem (jde vlastně o zmenšení torzní deformace). Reakční spojitě zatížení proto působí zejména na hraně svazku. Výslednice akčních a reakčních sil dávají moment (ve schématu $F_z \cdot C$), který vyvolává torzní moment šroubovice M_z . Na pravé straně znázorněného elementu a tím i v celém příváděcím úseku II postačuje působit pouze tahovou silou. (Tato varianta vysvětluje, proč se nepozoruje předkroucování při navíjení plochého pásku na válcový trn.)

V obvyklých případech mají svazky vláken vznikající v zákrutovém trojúhelníku příze spíše kruhový průřez a jsou tedy předkroučovány zákrutem, který odpovídá šroubovici ovinů. Je ovšem nutné zdůraznit, že po přechodu do ovinu tvoří vláknasvazku ideálně soustavu sousedních šroubovic - tedy útvar bez migrace (srovnej obr. 2.68 c)). S migrací však jistě souvisí náhodné výkyvy popsaného mechanismu. Lze si snadno představit, že v důsledku nevelkých anomálií v délkách vláken, v ohybových a torzních tuhostech apod. dojde při přechodu z příváděcí části do šroubovice ovinu k částečnému pootočení svazku a tím k přechodu vláken na jiné poloměry. Tak může vznikat migrace nepochybně snázeji, než např. mechanismem Mortonovým.



obr. 2.70

Dynamika kroucení zákrutového trojúhelníku. Přeměna materiálu z výchozího pramínku do příze probíhá neobyčejně rychle. K vložení jednoho zákrutu je zapotřebí pouze několika milisekund a hlavní část deformačních změn proběhne v desítkách mikrosekund. Při tak rychlých dějích se již uplatňuje deformační setrvačnost vláknenného materiálu. Ve vrcholu zákrutového trojúhelníku proto ještě nemůže být uložen veškerý zákrut, ukládaný do příze. Bude zde vznikat dynamický stav odpovídající útvaru s nižší hodnotou zákrutu.

Nezanedbatelný vliv dynamiky zakrucování potvrdil již V.I. Budnikov /14/, který studoval závislost mezi úhlem β_2 (obr. 2.70) v zákrutovém trojúhelníku a úhlem β_3 vláken v hotovém produktu při výrobě bavlněných přástů. Ve všech případech našel $\beta_2 < \beta_3$. Závislost poměru $\text{tg} \beta_2 / \text{tg} \beta_3$ na Phrixově zákrutovém koeficientu α je patrná z grafu na obr. 2.70. U přízí bude tento poměr

s ohledem na větší jemnost a tím i větší zakřivení vláken zřejmě ještě menší.

3.1. V Z N I K A H O D N O C E N Í S T R U K T U R Y P Ř Í Ž E

Strukturální údaj je podle kap. 1.1 informací o části celku. Soubor strukturálních údajů vztažených k jednotlivým částem příže bývá souhrnně nazýván struktura příže. Obecně zahrnuje geometrické vlastnosti i další údaje zejména fyzikální povahy, vyjadřuje geometrické uspořádání i vzájemné spolupůsobení vláken v přízi. Struktura příže popisuje konečný stav, dosažený procesem tvorby. Tvorba struktury jednoznačně předurčuje.

Zdálo by se, že popis struktury je implicitně obsažen v zákonitostech tvorby a není třeba jej samostatně rozvádět. Strukturální tematika má však některé osobité zvláštnosti. Experimentální metody sledování struktury hotové, v čase neproměnné příže se značně odlišují od metod studia proměnlivých útvarů, vyskytujících se v jednotlivých okamžicích tvorby. Metodami výzkumu struktury se zjišťují i skutečnosti, které stávající představy o tvorbě příže nepředpokládaly a nedokáží je zatím uspokojivě vysvětlit. Strukturální poznatky mají význam při uplatňování příže v textilních výrobcích. Je-li příže již vyrobena, přestávají být užitečné informace o její předchozí tvorbě, zatímco struktura příže ovlivňuje navazující výrobu a výsledné vlastnosti plošných textilií. Struktura příže má své vlastní problémy i ve formální stránce. Tentýž jev lze vyjádřit různým způsobem, zavést a užívat různé veličiny odlišující se vhodností pro další využití, názorností popisu apod. Existence "struktury příže" jako samostatné tematiky je tedy oprávněná.

Nejsoustavnější je struktura příže zpracovávána ve své geometrické tematice. Tzv. geometrická struktura příže je i hlavní náplní této kapitoly. Praktický význam má soubor vhodně vybraných podstatných rysů struktury příže, jenž dovoluje vytvářet si určitou zásadní geometrickou představu. Jsou-li v ní jednotlivé poznatky nerozporným způsobem propojeny tak, že současně respektují i obecné přírodovědné zákony, je představa vysvětlujícím modelem geometrické struktury příže.

Modely geometrické struktury příže by měly být logickým vyústěním modelů tvorby. Opačný případ signalizuje mezeru nebo rozpor v systému současných poznatků, jenž je současně impulsem k dalšímu studiu.

Nejstarší metody, používané v oblasti geometrické struktury příže, měly subjektivní charakter. Struktura byla původně sledována jen lidskými smysly, bez jakýchkoliv pomůcek. Vznik a rozvoj měření a měřicí techniky postupně umožnily vyhodnocovat přízi i objektivními metodami měření délek, ploch objemů a úhlů.

Historicky nejstarší objektivní metody zahrnovaly měření délky, hmotnosti, zákrutu a průměru příže. Také proměřování mikroskopických obrazů příže je poměrně dlouho známé.

Rozsah metod, užívaných v současné době zahrnuje ještě hmotovou nestejnoměrnost, slabá a silná místa a nopky a někdy též měření chlupatosti. Na výzkumných pracovištích byly ovšem vyvinuty speciální objektivní metody a zařízení, umožňující většinou pracně, ale zato poměrně podrobně měřit mnohé detailní stránky geometrické struktury. Metody bezprostředního zjišťování délek, ploch, objemů a úhlů v geometrické struktuře příže tvoří skupinu přímých metod, založených nejčastěji na optickém principu. Snadnější lze získat obrazy vnější struktury, zachycující jen vlákna ve vnějších vrstvách příže. Komplikovanější je pořízení obrazů vnitřní struktury.

Aby se dalo vlákno, které prochází vnitřkem příze sledovat, musí být okolní materiál nějakým způsobem odstraněn. Překrývající vlákna lze odstranit fyzicky (řezy, výbrusy). Jiný způsob spočívá v jejich optickém „odstranění“. V tomto případě nutno již na počátku předání opticky odlišit ta vlákna, která budou později v přízi sledována; bývají nazývána značená vlákna. V absorpční variantě se pak ostatní materiál „zprůhlední“ vhodnou volbou imersní kapaliny a druhu záření. V emisní variantě vyzařují značená vlákna v přízi záření, které dobře proniká okolním materiálem.

Získávané obrazy vnitřní i vnější struktury příze je třeba vyhodnotit. Objektívni vyhodnocování naráželo v minulosti na značné obtíže. Teprve rozvinutá přístrojová technika vybavená automatizačními prvky a navazující výpočetní technika činí metody ve větší míře prakticky použitelnými.

Snaha obejít náročnost a zdoluhavost prací předchozího typu vede k ideji zařízení, které by se nezabývalo postupným měřením jednotlivých detailů struktury, ale dokázalo by zahrnout „najednou“ všechny vlivy do výsledných charakteristik. Takové integrální metody by bylo možné používat i v provozních podmínkách vřádelen. Až se svažují různá řešení (např. měření směrového rozložení vláken v přízi některými difrakčními metodami či zjišťování distribuce poru aplikací některých metod poro-simetrických) není problém zatím vyřešen.

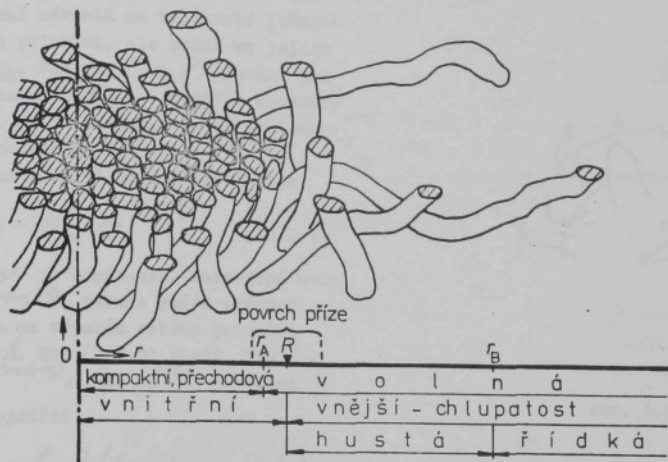
3.2. GEOMETRICKÁ STRUKTURA VNĚJŠÍCH VRSTEV PŘÍZE

3.2.1. OBLASTI PŘÍZE

Kolem osy příze je vláknenný materiál silně stlačen, vlákna k sobě přiléhají a v mnoha místech se navzájem dotýkají. Hodnota zaplnění obvykle odpovídá kompaktní struktuře, soustava stěsnaných vláken působí téměř monolitním dojmem. Materiál z této oblasti patří nepochybně k „nosné“ podstatě příze. S rostoucím p oměrem zaplnění klesá postupně až do prostoru, kde se jen tu a tam vyskytne osamocený konec vlákna. Tato oblast již nepochybně přísluší k vnějšímu „obalu“ příze.

Textilní odborníci odedávna počítávali kvalitativní rozdíl mezi strukturou „nosných“ a „obalových“ vrstev a intuitivně předpokládali existenci jistého rozhraní mezi nimi. Exaktní vymezení hraničního poloměru je však problematické. Původní kvalita „nosné“ struktury totiž přechází do nové kvality v „obalové“ sféře plynule. Je výhodné zavést některé poloměry jako charakteristiky struktury příze. Na nich však nedochází k žádným skokovým změnám. Definice takových poloměrů jsou založené pouze na dohodnuté a dodržované úmluvě.

Na obr. 3.1 je schematicky znázorněna část úseku příze. Poloměr R_A ležící v úrovni zaplnění $\mu = 0,227$ symbolizuje rozhraní mezi přechodovou a volnou strukturou. Nedaleko R_A leží tzv. poloměr příze R . Definuje se tak, aby co nejlépe vyjádřil intuitivně pociťované kvalitativní rozhraní mezi „nosnou“ a „obalovou“ částí. Body s poloměrem $r < R$ přísluší vnitřní oblasti příze a struktura v tomto prostoru je vnitřní strukturou příze. Při $r > R$ se analogicky jedná o vnější oblast či oblast chlupatosti a vnější strukturu příze. Typické rysy vnitřní a vnější struktury se od sebe výrazně liší, přechod v okolí poloměru R je však plynulý. V některých případech je vhodné speciálně sledovat přechodové formy v prostoru kolem rozhraní obou oblastí. Přechodový prostor je obvykle pojímán jako sféra povrchu příze.



obr. 3.1

Ve vnější oblasti se vyskytují rozmanité tvary převážně nenapjatých úseků vláken, velký podíl prostoru je vyplněn vzduchem, hustota mezivláčenných kontaktů je velmi nízká a vláčenné úseky se do značné míry chovají navzájem nezávisle. Alternativní název - oblast chlupatosti - je zde zcela oprávněný. Na poloměrech $r > r_B$ je již tak nízká koncentrace hmoty, že jednotlivé vláčenné úseky mají minimální možnost navzájem se setkat. Je to oblast izolovaných „chlupů“, oblast řídké chlupatosti. Mezi poloměry R a r_B v oblasti husté chlupatosti je hustota mezivláčenných kontaktů sice malá, ne však zanedbatelná.

3.2.2. OBLAST HUSTÉ CHLUPATOSTI, POLOMĚR A PRŮMĚR PŘÍZE

V oblasti husté chlupatosti lze mezi dvěma obecnými poloměry r_B a r pozorovat rozmanité tvary vláčenných úseků, znázorněné na obr. 3.2. Oba poloměry protíná jen úsek typu 1. Konec vláken typu 2 či 3 a obraty typu 4 a 5 protínají jen jeden z těchto poloměrů. Nestejný počet úseků v jednotlivých typových skupinách 2 až 5 způsobuje rozdíly v počtu průchodů vláken sledovanými poloměry. V následujícím textu je popsán autorův model tohoto jevu.

Počet průchodů vláken poloměrem. V přízi konečné délky projdou vlákna poloměrem r_B celkem m_1 krát, jiným poloměrem r pak m krát. Hodnota poměru m/m_1 závisí na volbě poloměrů r_B a r ; je jejich funkcí $C(r_B, r)$. Vztah mezi m_1 a m je pak možno uvažovat ve formě

$$m = m_1 C(r_B, r)$$

(3.2.1)

kde pro $C(r, r)$ musí platit $C(r, r) \geq 0$. V části husté chlupatosti je možno zjednodušeně předpokládat, že změna počtu průchodů vláken není závislá na velikosti jednotlivých poloměrů, ale pouze na jejich rozdílu. Pak je $C(r, r)$ funkcí jen argumentu $r - r_1$. V dodatku autorovy práce [82] je ukázáno, že za uvedeného předpokladu je $C(r, r) = e^{c(r-r_1)}$ a výraz (3.2.1) má konkrétní tvar

$$m = m_1 \cdot e^{c(r-r_1)} \quad (3.2.2)$$

kde c je konstanta. Poloviční hodnotu $m/2$ nabude počet průchodů vláken na nějakém větším poloměru $r^* = r + h$. Dle (3.2.2) platí $m/2 = m_1 e^{c(r+h-r_1)} = m e^{ch}$. Odtud lze vyjádřit

$$h = \ln 2 / (-c) \quad (3.2.3)$$

Konstanta h je vhodnou charakteristikou změny počtu průchodů s poloměrem. Zvětší-li se libovolný poloměr o h , sníží se počet průchodů vláken právě na polovinu. Veličina h je poloměrovým intervalem polovičního úbytku průchodů vláken. (Analogicky se ve fyzice zavádí „poločas rozpadu“ u radioaktivních látek apod.)

Po vyjádření c z (3.2.3) nabude rovnice (3.2.2) tvaru

$$m = m_1 \cdot e^{(-\ln 2)(r-r_1)/h} = m_1 \cdot 2^{(r-r_1)/h} \quad (3.2.4)$$

K jejímu numerickému využití je nutno znát interval h polovičního úbytku a počet m_1 průchodů vláken na nějakém poloměru r_1 .

Zaplnění. V přízi délky l prochází diferenciální vrstvou mezi poloměry r a $r+dr$ celkem m vláknenných elementů. V oblasti chlupatosti je možno pro zjednodušení považovat jejich střední délku dl za úměrnou šířce dr vrstvy, nezávisle na poloměru. Pak $dl/dr = K = \text{konstanta}$.

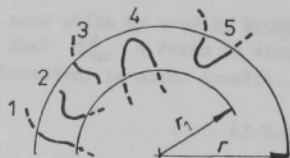
Pro zaplnění u ve sledované diferenciální vrstvě platí $u = (m dl s) / (2\pi r dr l)$; s je plocha příčného řezu vláknem. Po dosazení vznikne

$$u = [m_1 K s / (2\pi r_1)] \cdot 2^{(r-r_1)/h} \quad (3.2.5)$$

Na poloměru $r = r_1$ je zaplnění $u = u_1$, takže z posledního výrazu $u_1 = m_1 K s / (2\pi r_1)$. Užitím v (3.2.5) vznikne konečný výraz

$$u = u_1 \cdot (r/r_1) \cdot e^{(-\ln 2)(r-r_1)/h} = u_1 (r/r_1) 2^{(r-r_1)/h} \quad (3.2.6)$$

Pro numerický výpočet je nutno znát interval h a zaplnění u_1 na nějakém poloměru r_1 .



obr. 3.2

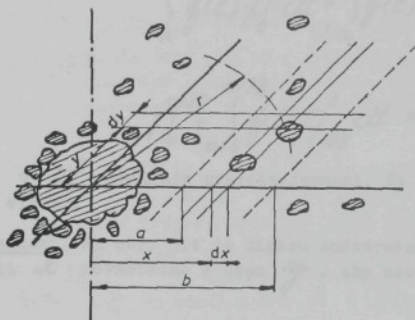
Pravděpodobnosti výskytu vláken. Ve vnější oblasti příze je zaplnění u funkcí poloměru r . Jsou-li v rovině příčného řezu - obr. 3.3 - zavedeny pravoúhlé souřadnice x, y je

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} \quad (3.2.7)$$

a zaplnění $u = u(r) = u(x, y)$.

Řezné plochy válcových vláken rovnoběžných s osou příze by tvořily kruhy s poloměrem d vlákna. Vláknko je však zešikmeno o úhel ϑ_w a řezem je elipsa s plochou $\pi d \cdot (d / \cos \vartheta_w) / 4$. Pro zjednodušení je možno označit

$$d_E = d / \sqrt{\cos \vartheta_w} \quad (3.2.8)$$



obr. 3.3

a považovat střední hodnotu tohoto efektivního průměru za konstantní veličinu d^* . Reálný řez vláknem je tak nahrazován kruhovou řeznou plochou myšleného vlákna rovnoběžného s osou příze, jehož průměr je d^* .

Celková plocha řezů všech vláken ve vnější oblasti příze je nadále označena S_E . Počet n_E vláknenných řezů v této oblasti je

$$n_E = 4 S_E / (\pi d^{*2}) \quad (3.2.9)$$

Průměrná plocha vláknenných řezů obsažená v elementární ploše o velikosti $dx dy$ je $u(x, y) \cdot dx dy$ a střední „počet“ vláken v ní je $dn_E = 4 u dx dy / (\pi d^{*2})$. Konkrétní rozmístění vláken je ovlivněno náhodnými ději. Pravděpodobnost, že náhodně vybrané vlákno protíná element $dx dy$ je $dn_E / n_E = u dx dy / S_E$ (Výraz „vlákno protíná“ či „vlákno leží“ je užíván ve smyslu „střed řezu vlákna protíná či leží.“) Pravděpodobnost, že takové vlákno leží v diferenciálním proužku šíře dx je pak $dq_1 = (dx / S_E) \cdot \int_0^a u(x, y) dy$. Pravděpodobnost, že alespoň 1 vlákno leží v diferenciálním proužku, je $dq(x) = n_E dq_1$. Odtud plyne

$$dq(x) = f(x) dx \quad (3.2.10)$$

kde

$$f(x) = [4 / (\pi d^{*2})] \int_0^a u(x, y) dy \quad (3.2.11)$$

Pravděpodobnost, že jedno náhodně vybrané vlákno leží v pruhu mezi $x=a$ a $x=b$; je $\int_a^b dq_1$. S pravděpodobností $(1 - \int_a^b dq_1)$ pak vlákno v tomto pruhu neleží. Pravděpodobnost p_a^b že ani jedno ze všech n_E vláken

v uvažovaném pruhu neleží, je $p_a^b = (1 - \int_{x=a}^{x=b} dq_1)^{m_0}$, což vede na tvar

$$p_a^b = \left(1 - \int_a^b \left[\int_{-\infty}^{\infty} u(x, y) dy \right] dx / S_e \right)^{4S_e / (\pi d^2 \epsilon)} \quad (3.2.12)$$

Není-li interval (a, b) příliš široký, lze připustit, že $\int_a^b \left[\int_{-\infty}^{\infty} u(x, y) dy \right] dx \ll S_e$ a výraz (3.2.12) je možno vyjádřit ve tvaru

$$p_a^b = e^{-\int_a^b f(x) dx} \quad (3.2.13)$$

kde $f(x)$ je dáno v (3.2.11). Pro funkci p_a^b z (3.2.13) platí následující vztahy

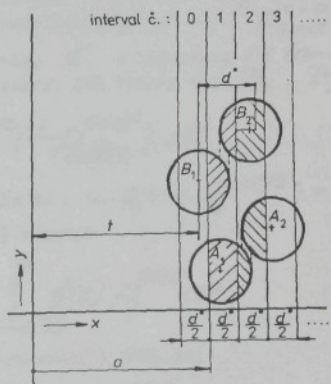
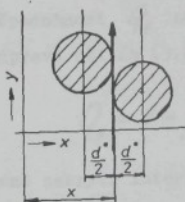
$$p_a^b \cdot p_b^c = p_a^c \quad (3.2.14)$$

$$\int_a^b f(t) \cdot p_t^b dt = \int_a^b f(t) p_a^t dt = 1 - p_a^b \quad (3.2.15)$$

$$p_a^{a+\delta} + \int_{a+\delta}^{a+\delta} f(t) p_{t-\delta}^t dt = p_{a-\delta}^{a+\delta} + \int_{a-\delta}^a f(t) p_t^{t+\delta} dt \quad (3.2.16)$$

Výraz $1 - p_a^b$ označuje pravděpodobnost, že v pruhu od $x=a$ do $x=b$ leží alespoň jedno vlákno.

Přehlednost. Na obr. 3.4 je šipkou znázorněn světelný paprsek, procházející ve vzdálenosti x rovnoběžně s osou y . Aby nebyl pohlcen, nesmí v intervalu $x \pm d/2$



obr. 3.4

obr. 3.5

ležet střed žádného vlákna. Pravděpodobnost P volného průchodu tohoto paprsku je, jak bylo odvozeno, určena výrazem

$$P = P_{x-d^{*}/2}^{x+d^{*}/2} \quad (3.2.17)$$

Velikost P určuje též podíl paprsků, které projdou ve zmíněné vzdálenosti x ; vyjadřuje průhlednost příze v místě x . Funkci $f(x)$ lze vyjádřit z (3.2.11) zavedením (3.2.6) s (3.2.7) a užitím substituce $y = x \tan \alpha$ ve tvaru

$$f(x) = \frac{d_1 n_1^2}{\pi a^{*2}} \int_0^{\pi/2} e^{-\frac{x \ln 2}{h \cos \alpha}} \cdot \frac{d\alpha}{\cos \alpha} \quad (3.2.18)$$

Z rovnice (3.2.17) vznikne užitím (3.2.13) s (3.2.18) a integrací podle x tvar

$$-\ln P = \frac{h d_1 n_1^2}{\pi a^{*2} \ln 2} \left[\int_0^{\pi/2} e^{-\frac{(x-d^{*}/2) \ln 2}{h \cos \alpha}} d\alpha - \int_0^{\pi/2} e^{-\frac{(x+d^{*}/2) \ln 2}{h \cos \alpha}} d\alpha \right] \quad (3.2.19)$$

Integrály v posledních dvou rovnicích je možno dobře numericky vyčíslit.

Zakrytí intervalů. Na obr. 3.5 jsou počínaje hodnotou $x = a$ znázorněny intervaly šíře $d^{*}/2$, označené požadovanými čísly 0, 1, 2, 3, ... Každý interval se považuje za zakrytý právě tehdy, neprojde-li jím světelný paprsek rovnoběžný se směrem y .

Interval č. 1 může být zakryt dvojím způsobem. Postačuje, leží-li v něm střed alespoň jednoho vlákna - např. A_1 . Pravděpodobnost takového jevu je $1 - p_a^{a+d^{*}/2}$. Nevznikne-li uvedený případ, může být ještě interval zakryt vlákny typu B_1, B_2 ze sousedních intervalů. V intervalu č. 1 neleží střed ani jednoho vlákna s pravděpodobností $p_a^{a+d^{*}/2}$. Pravděpodobnost, že alespoň jedno vlákno má střed v proužku šíře dt ve vzdálenosti $x = t$ je dle (3.2.10) $f(t) dt$. Pravděpodobnost, že v rozmezí $x \in (t, a)$ neleží střed žádného vlákna je p_t^{t+a} . Výraz $f(t) p_t^{t+a} dt$ pak označuje pravděpodobnost, že ve vzdálenosti $x = t$ existuje střed vlákna B_1 a toto vlákno je zleva nejbližší hranici $x = a$. Aby byl interval č. 1 zakryt, musí současně střed alespoň jednoho vlákna typu B_2 ležet v rozmezí $x \in (a+d^{*}/2, t+d^{*})$, což nastane s pravděpodobností $1 - p_{a+d^{*}/2}^{t+d^{*}}$.

Popsaná situace pak musí nastat alespoň pro jedno t z intervalu $t \in (a-d^{*}/2, a)$. Pravděpodobnost Q_1^* , že interval č. 1 bude zakryt jen vlákny typu B_1, B_2 je proto

$$Q_1^* = p_a^{a+d^{*}/2} \int_{a-d^{*}/2}^a f(t) p_t^{t+a} (1 - p_{a+d^{*}/2}^{t+d^{*}}) dt \quad (3.2.20)$$

Výsledná pravděpodobnost Q_1 zakrytí intervalu č. 1 je $Q_1 = (1 - p_a^{a+d^{*}/2}) + Q_1^*$.

Po dosazení a úpravě užitím (3.2.14), (3.2.15) vznikne

$$Q_1 = 1 - p_a^{a+d^{*}/2} - \int_{a-d^{*}/2}^a f(t) p_t^{t+d^{*}} dt \quad (3.2.21)$$

Pro současné zakrytí intervalů č. 1 a 2 existují 3 možnosti:

- a) v každém z obou intervalů leží střed nejméně jednoho vlákna
- b) v intervalu č. 1 leží střed nejméně jednoho vlákna, v intervalu č. 2 neleží střed žádného vlákna
- c) v intervalu č. 1 neleží střed žádného vlákna, v intervalu č. 2 leží střed nejméně jednoho vlákna.

Pokud v žádném z obou intervalů neleží střed nějakého vlákna, nemohou být současně

zakryté. V okolí $x = a + d^{*1/2}$ totiž projde světelný paprsek bez zábran.

Pravděpodobnost možnosti a) je $(1 - P_a^{a+d^{*1/2}})(1 - P_a^{a+d^{*1/2}})$.

V možnosti b) musí být interval č. 2 zakryt dvojicí vláken typu A_1, A_2 . Pravděpodobnost Q_2^* , že interval č. 2 bude zakryt jen vlákny typu A_1, A_2 je v analogii k (3.2.20).

$$Q_2^* = P_a^{a+d^{*1/2}} \int_a^{a+d^{*1/2}} f(t) P_t^{a+d^{*1/2}} (1 - P_{a+d^{*1/2}}^{t+d^{*1/2}}) dt \quad (3.2.22)$$

(Ve výrazu (3.2.20) je třeba užít místo a hodnotu $a + d^{*1/2}$.) V této situaci ovšem jistě leží vlákno A_1 v intervalu č. 1. Výraz (3.2.22) je proto pravděpodobností celé možnosti b).

V možnosti c) musí být interval č. 1 zakryt jen vlákny typu B_1, B_2 . Pak ovšem střed vlákna B_2 leží jistě v intervalu č. 2. Výraz Q_1^* určený vztahem (3.2.20) je tedy i pravděpodobností celé možnosti c).

Pravděpodobnost $Q_{1,2}$ současného zakrytí intervalů č. 1 a 2 je $Q_{1,2} = (1 - P_a^{a+d^{*1/2}})(1 - P_{a+d^{*1/2}}^{a+d^{*1/2}}) + Q_1^* + Q_2^*$. Úpravou a užitím (3.2.14), (3.2.15) vznikne

$$Q_{1,2} = 1 - P_a^{a+d^{*1/2}} - \int_a^{a+d^{*1/2}} f(t) P_t^{t+d^{*1/2}} dt = Q_1 - \int_a^{a+d^{*1/2}} f(t) P_t^{t+d^{*1/2}} dt \quad (3.2.23)$$

Podmíněná pravděpodobnost $V_{2/1}$ zakrytí intervalu č. 2 za předpokladu, že je zakrytý interval č. 1 je

$$V_{2/1} = 1 - \frac{\int_a^{a+d^{*1/2}} f(t) P_t^{t+d^{*1/2}} dt}{1 - P_a^{a+d^{*1/2}} - \int_a^{a+d^{*1/2}} f(t) P_t^{t+d^{*1/2}} dt} \quad (3.2.24)$$

Poslední výraz lze snadno zobecnit. Užije-li se v něm místo a hodnota $a + (i-2)d^{*1/2}$, $i=2,3,\dots$, vznikne podmíněná pravděpodobnost $V_{i/(i-1)}$ zakrytí i -tého intervalu za předpokladu, že je zakryt interval $i-1$. Pravděpodobnost, že je zakryto k po sobě jdoucích intervalů počínaje $x=a$, tj. pravděpodobnost zakrytí v rozmezí $x \in (a, a + kd^{*1/2})$, může být nyní popsána výrazem

$$U(a, k) = \begin{cases} Q_1 & \text{pro } k=1 \\ Q_1 \cdot \prod_{i=2}^k V_{i/(i-1)} & \text{pro } k=2,3,\dots \end{cases} \quad (3.2.25)$$

U všech známých přízí je jejich vnitřní oblast zaplněna vlákněným materiálem do té míry, že je vlastně neprůhledná. Zvolí-li se např. $a = a_0$ v místech, kde průhlednost nepřesahuje hodnotu $P = 0,005$, pak $U(a_0, k)$ vyjadřuje prakticky pravděpodobnost, že od osy příze až po $x = a_0 + kd^{*1/2}$ neprojde žádný paprsek. Výraz

$$F(k) = 1 - U(a_0, k) \quad (3.2.26)$$

je naopak pravděpodobností, s jakou světelný paprsek projde v nějakém místě $x < a_0 + kd^{*1/2}$. Jinak řečeno, $F(k)$ vyjadřuje pravděpodobnost, že průchod prvního světelného paprsku nastává blíže než ve vzdálenosti $x = a_0 + kd^{*1/2}$. $F(k)$ je hodnotou distribuční funkce rozložení vzdáleností $x = a_0 + kd^{*1/2}$ průchodu paprsků.

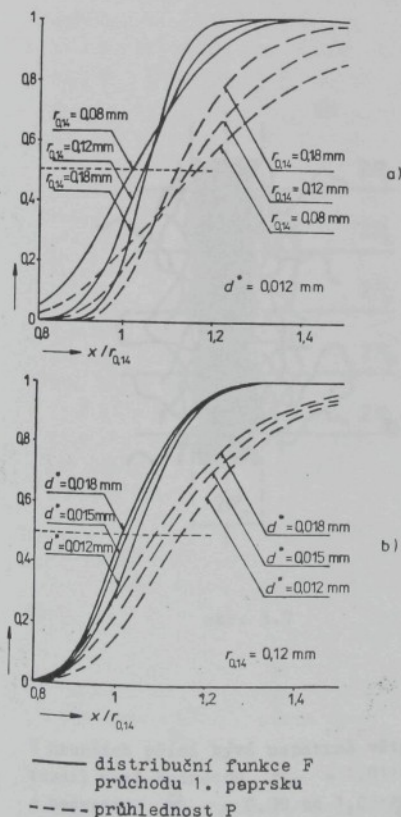
Číselně lze hodnoty $F(k)$ vyjadřovat metodami numerické integrace. Je nutno vyjít z definičních vztahů (3.2.11) a (3.2.13) při užití (3.2.6). S výhodou lze využít úpravu vedoucí k (3.2.18) a (3.2.19). Odvozený tvar distribuční funkce $F(k)$ je však jen přibližný. V provedených úvahách se totiž zanedbávala skutečnost, že

v zakrytých intervalech se „spotřebuje“ jistý počet vláken, které pak již nejsou k dispozici pro zakrývání intervalů dalších. Funkce $F(k)$ bude proto ve skutečnosti inklinovat s rostoucím k k vyšším hodnotám.

Poznámka: Hodnoty distribuční funkce $F(k)$ se uvedenými vztahy mohou počítat jen pro přirozená k , tj. pro k s krokem $k \cdot d^*/2$. Ačkoliv je možné odvodit i výrazy platné pro necelá k , prakticky postačuje stanovit $F(k)$ v mezipolohách interpolačně.

Poloměr a průměr příze. Poloměr R příze je dohodnutým způsobem stanovená veličina, používaná ve smyslu rozhraní mezi vnitřní a vnější oblastí příze. Jeho dvojnásobek $D = 2R$ je průměr příze.

Pro určení R či D byly navrženy laboratorní postupy založené na různých principech. Nejstarší varianty pracovaly s posuvnými a mikrometrickými měřidly. Doporučovalo se např. měřit průměr „indikačními hodinkami“ při malém přítlaku. Vtipná varianta popisovaná S. Marschikem [59] spočívá v navinutí mnoha ovinů příze hustě vedle sebe na válec a změření jeho volného průměru i průměru nití ovinutého. Rozdíl obou hodnot je dvojnásobkem průměru příze. V této variantě se přítlačná síla měřidla rozkládá na mnoho nití, jež jsou tak méně stlačovány.



obr. 3.6

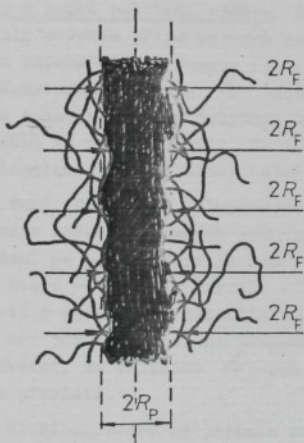
Nedefinované příčné deformace příze jsou hlavním problémem všech kontaktních metod měření. Bezkontaktní metody založené většinou na pozorování příze ve svazku rovnoběžných světelných paprsků tento nedostatek odstraňují. R či D se v nich stanovuje buď na podkladě hodnot průhlednosti, nebo z polohy prvního průchozího paprsku. Příklady výpočtem stanovených závislostí P a F jsou uvedeny v obr. 3.6. Výpočet se opíral o vztahy (3.2.17) a (3.2.26) při užití (3.2.6) a (3.2.13). Ve všech znázorněných případech byla užitá hodnota intervalu polovičního úbytku $r_0 = 0,013$ mm, častá u běžných typů bavlnářských přízí. Symbol $r_{0.14}$ označuje poloměr r , na němž je zaplnění $cu = 0,14$ a funkční hodnoty jsou vyneseny v závislosti na poměrné hodnotě $x/r_{0.14}$. V grafu a) lze sledovat vliv poloměru $r_{0.14}$ při konstantní hodnotě efektivního průměru d^* vláken. Z grafu b) je zřejmý vliv d^* při neproměnné hodnotě $r_{0.14}$.

Pokud se poloměr $R = R_p$ příze definuje na podkladě průhlednosti, je obvykle vyjadřován hodnotou x v místě, kde je $P = 0,5$, tj. kde prochází právě polovina světelného toku. V příkladech na obr. 3.6 se hodnota R_p pohybuje okolo $1,1 \cdot r_{0.14}$.

až $1,15 \cdot r_{0,14}$. Hrubší příze (velké $r_{0,14}$) a hrubší vlákna (velké d^*) inklinují k menším hodnotám, jemnější příze a vlákna k hodnotám větším. Odpovídající zaplnění na poloměru R_p se pohybuje dle (3.2.6) kolem 0,045 až 0,075, při čemž hrubší příze a hrubší vlákna inklinují k vyšším hodnotám a naopak.

Definuje-li se poloměr $R = R_F$ příze na základě průchodů prvních paprsků, je nutno vycházet z distribuční funkce F jejich rozložení. O místě $\mathcal{K}$, kde je $F(\mathcal{K}) = 0,5$ platí, že právě v polovině případů projde první světelný paprsek v menší vzdálenosti. Takové $\mathcal{K}$ je mediánem vzdálenosti prvních světelných paprsků od osy příze, a protože funkce F je přibližně symetrická kolem bodu $F(\mathcal{K}) = 0,5$, je medián prakticky roven aritmetickému průměru. Poloměr R_F příze lze definovat jako aritmetický průměr vzdáleností $\mathcal{K}$, ve kterých procházejí první světelné paprsky. V příkladech na obr. 3.6 se R_F pohybuje v rozmezí okolo $1,01 \cdot r_{0,14}$ až $1,05 \cdot r_{0,14}$. Odpovídající zaplnění je dle (3.2.6) asi 0,08 až 0,13. K větším hodnotám $R_F / r_{0,14}$ a nižším hodnotám zaplnění inklinují příze hrubší (větší $r_{0,14}$) a příze vyrobené z jemnějších vláken. Poloměr R_F tvoří asi 85% až 90% poloměru R_p .

Experimentálně lze poloměry R_p či R_F vyhodnocovat ze zvětšených průmětů příze, jak je schematicky znázorněno v obr. 3.7. Metoda používaná v SVÚT



obr. 3.7

zobrazuje přízi na matnici projekčního mikroskopu v 50 až 100 násobném zvětšení. Pak je možno i běžnými délkovými měřidly odečítat v mnoha místech rozměry $D_F = 2R_F$ a posléze z nich stanovit aritmetický průměr. Čárkovane znázorněné linie průhlednosti $P = 0,5$ lze objektivně určit vhodným fotometrickým zařízením - viz např. J. Kašpárek /44/. Ukazuje se však, že zaškolný pracovník laboratoře je s uspokojivou přesností a reprodukovatelností schopen stanovit je i subjektivně. Vzdálenost mezi těmito liniemi pak určuje průměr $D_p = 2R_p$ zobrazeného úseku příze.

Laboratorní výsledky dlouhodobě zjišťované v SVÚT potvrzují závěry nalezené v obr. 3.6 z vypočtených teoretických křivek. Poměr R_F / R_p se skutečně pohybuje kolem 0,85 až 0,9. Experimentálně stanovený poloměr R_F leží obvykle v těsném okolí $r_{0,14}$.

U hrubších přízí bývá nepatrně větší, u jemnějších přízí i poněkud menší. Nevelký rozdíl mezi hodnotou $R_F = 1,01 \cdot r_{0,14}$ až $1,05 \cdot r_{0,14}$ nalezenou z obr. 3.6 a hodnotou $R_F = 0,98$ až $1,03 \cdot r_{0,14}$ zjišťovanou experimentálně může být dobře vysvětlen dříve zmíněnou nepřesností teoretického odvození funkce F .

Na základě dosavadních zkušeností se zdá, že R_F vystihuje lépe než R_p intuitivně pociťované rozhraní mezi vnitřní a vnější oblastí příze. Průměru $D_F = 2R_F$

také dobře odpovídají vztahy odvozené v kap. 1.

Poznámka: Nutno podotknout, že popsané konkrétní souvislosti se týkají okruhu bavlňářských přízí, pro něž byly vypočteny grafy na obr. 3.6. V jiných případech mohou platit i jiné poměry.

3.2.3. PRŮBĚHY VLÁKEN, HRANICE A OBLAST ŘÍDKÉ CHLUPATOSTI

Vnější oblast příže je možno experimentálně sledovat metodami pro zjišťování průběhu zaplnění u (kap. 3.3. a 3.4.) a to až do poloměru, kde přibližně $u = 0,01$. Tato vzdálenost nebývá ve srovnání s poloměrem R příže větší než $R + 0,05$ mm až $R + 0,1$ mm. Na větších poloměrech se vyskytují vlákna tak řídká, že je třeba užít jiných metod.

Měření chlupatosti. Speciální postupy, vypracované pro měření chlupatosti, jsou obvykle založeny na zjišťování počtu vláken, procházejících místy, vzdálenými nejméně několik desetin milimetrů od povrchu příže. Stručný přehled používaných zařízení uvádí např. A. Barella a A.M. Manich / 8 /.

Nejméně prozkoumané však zůstávají oblasti, vzdálené asi 0,05 až 0,4 mm od povrchu příže. Sem nezasahují s potřebnou přesností ani metody měření radiálního průběhu zaplnění, ani metody měření chlupatosti. A právě v tomto prostoru dochází zřejmě k některým důležitým změnám v zákonitostech struktury vnější oblasti.

Změny v počtu průchodů vláken. V kap. 3.2.2. byl pro oblast husté chlupatosti v okolí povrchu příže odvozen počet m průchodů vláken obecným poloměrem r ve tvaru exponenciální funkce (3.2.4), která uspokojivě vystihuje experimentální výsledky. Konstantní hodnota h intervalu polovičního úbytku závisí na použitém materiálu a technologii a pohybuje se řádově kolem 0,01 mm. Bližším rozбором naměřených výsledků se však zjistilo, že hodnota h ve funkci (3.2.4) není zcela neproměnná. S poloměrem r většinou velmi mírně, avšak s určitým zrychlením přirůstá.

Také při měření chlupatosti v prostorech značně vzdálených od povrchu příže vykazuje počet vláknenných průchodů s přirůstajícím poloměrem exponenciální pokles. Poukázal na něj A. Barella / 6 / nebo K.P.R. Pillay / 89 /. Experimentálním průběhům, které našli A. Barella / 7 / či K.P.R. Pillay / 89 / však vyhovuje rovnice (3.2.4) s intervalem polovičního úbytku h v úrovni 0,3 až 0,7 mm, což je hodnota asi 50x větší než na povrchu příže. Podrobnější analýzou experimentálních dat lze ukázat, že veličina h není zcela neproměnná, ale mírně, zpomalujícím se způsobem přirůstá.

Rovnice, která by popsala počet m vláknenných průchodů v širokém rozsahu poloměrů, musí proto obsahovat proměnnou veličinu h intervalu polovičního úbytku. Původní vztah (3.2.4) lze jinak vyjádřit zápisem

$$m = m_0 e^{-\ln 2 \cdot \int_0^r (1/h) dr} \quad (3.2.27)$$

Uvedený tvar je obecnou formou závislosti m na r i pro případ, kdy $h \neq \text{konst.}$ Z derivace (3.2.27) plyne výraz

$$h = -\ln 2 \cdot m / (dm/dr) \quad (3.2.28)$$

použitelný pro sledování průběhu veličiny h z experimentálně zjišťované závislosti $m = m(r)$. Bohužel, dříve zmíněný nedostatek experimentálních údajů přibližně z prostoru poloměrů $r \in (R + 0,05 \text{ mm}; R + 0,4 \text{ mm})$ nedovoluje určit průběh h v této důležité oblasti. Příčiny vedoucí ke změnám h nejsou doposud dostatečně známy a zasluhovaly by si podrobnějšího studia.

Z experimentálních výsledků, nalezených metodami zjišťování zaplnění přibližně pro $r < R + 0,05$ mm a metodami měření chlupatosti přibližně pro $r > R + 0,4$ mm je možno navrhnout empirickou funkci pravděpodobného průběhu h např. tvarem

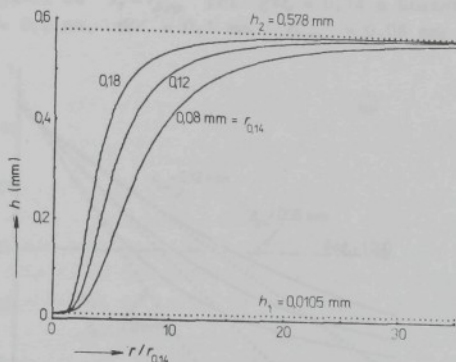
$$h = 1 / \left[\frac{k}{2 \ln 2 \cdot (x \sqrt{x^2 + kq} + x^2 + kq)} + \frac{1}{h_2} \right] \quad (3.2.29)$$

kde

$$x = (r - r_{0,14} - u) / 2 \quad (3.2.30)$$

$$q = h_1 h_2 / [(h_1 - h_2) \ln 2] \quad (3.2.31)$$

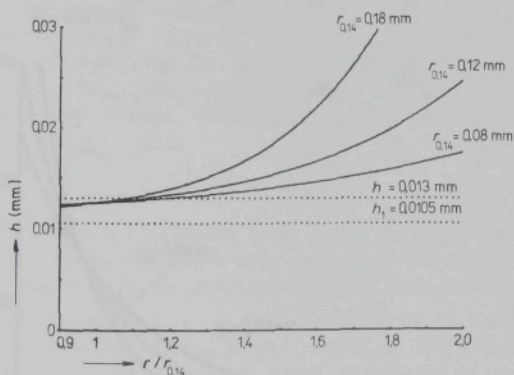
Veličina $r_{0,14}$ označuje poloměr se zaplněním $u = 0,14$, veličiny h_1, h_2, u, k jsou empirické



a)

k jsou empirické konstanty s rozměrem délky. Navržená funkce (2.3.29) limituje pro velmi malá r (přesněji pro $r \rightarrow -\infty$) k hodnotě $h = h_1$, naopak pro velká r , ($r \rightarrow \infty$) se blíží k $h = h_2$. Příklad průběhu funkce

h je pro hodnoty
 $h_1 = 0,0105$ mm,
 $h_2 = 0,578$ mm,
 $k = 0,2$ mm,
 $u = 0,1$ mm a
 $r_{0,14} = 0,08$ mm; $0,12$ mm;
 $0,18$ mm vyneseno v obr.



b)

3,8 a). Funkce h zde tvoří rostoucí S-křivky. Poznamenejme, že konstanta k souvisí se strmostí S-křivky. Pro $k \rightarrow 0$ platí $h = h_1$ až do hodnoty $x = 0$ a poté funkce skokem přejde na $h = h_2$. Konstanta u souvisí s polohou strmé části křivky vzhledem k $r_{0,14}$. Průběhy v rozmezí $r/r_{0,14} \in (0,9; 2,0)$ jsou zvětšeny v obr. 3.8 b). Je vidět, že dříve užitá hodnota $h = 0,013$ mm přijá-

obr. 3.8

telně aproximuje nynější průběhy v okolí $r/r_{0,14} = 1$.

Výraz $-\ln 2 \cdot \int (1/h) dr$ vede po dosazení (3.2.29) s (3.2.30) a provedení integrace na tvar

$$-\ln 2 \cdot \int (1/h) dr = k / (x + \sqrt{x^2 + kq}) + x (2 \ln 2 / h_2) + c \quad (3.2.32)$$

kde c je integrační konstanta.

Počet m průchodů vláken poloměrem r je dle obecného vztahu (3.2.27) dán nyní výrazem

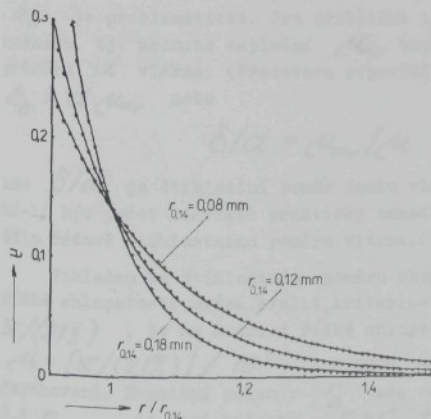
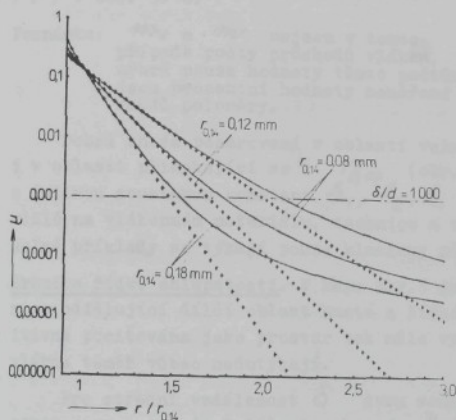
$$m = m_1 \cdot e^{\left\{ \frac{k}{x + \sqrt{x^2 + kq}} - \frac{k}{x_1 + \sqrt{x_1^2 + kq}} - (x - x_1) \frac{2 \ln 2}{h_2} \right\}} \quad (3.2.33)$$

kde x a q jsou určeny vztahy (3.2.30), (3.2.31), x_1 je hodnota x při $r = r_1$. Ve zvláštním případě, je-li $h_1 = h_2 = h$ je $q = \infty$ a vztah (3.2.33) se ztotožní s rovnicí (3.2.4).

Pro zaplnění u platí ze stejné úvahy, která vedla ke vzniku rovnice (3.2.6) tvar

$$u = u_1 \frac{r_1}{r} \cdot e^{\left\{ \frac{k}{x + \sqrt{x^2 + kq}} - \frac{k}{x_1 + \sqrt{x_1^2 + kq}} - (x - x_1) \frac{2 \ln 2}{h_2} \right\}} \quad (3.2.34)$$

Použije-li se $r_1 = r_{0,14}$ při $u_1 = 0,14$ a hodnoty $h_1 = 0,0105$ mm, $h_2 = 0,578$ mm, $k = 0,2$ mm, $w = 0,1$ mm, $r_{0,14} = 0,08$ mm; $0,12$ mm; $0,18$ mm, vzniknou průběhy



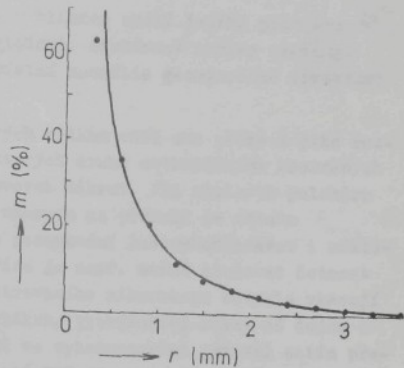
obr. 3.9

zaplnění, znázorněné plnou čarou v semilogaritmickém grafu na obr. 3.9 a). Čárkovaně je zde vyznačen průběh dle rovnice (3.2.6) při $h = 0,013$ mm = konst. Charakter funkcí (3.2.34) a (3.2.6) v rozmezí $r = 0,9 \cdot r_{0,14}$ až $r = 1,5 \cdot r_{0,14}$ lze detailně posoudit z obr. 3.9 b). Na velkých poloměrech jsou rozdíly v hodnotách obou funkcí značné, do $r = 1,5 \cdot r_{0,14}$ je však možno považovat oba typy průběhů za prakticky stejné. Odvození poloměru a průměru příze, užívající v předešlé kapitole rovnici (3.2.6), zůstává proto i nadále v platnosti.

Vztah (3.2.33) je též možno přibližně porovnat s výsledky měření A. Bareilly / 7 /. V citované práci se mj. uvádějí údaje o rozložení konců vláken bavlněných klasicky předěných přízí v relativní (pro-

centní) formě. Připustí-li se, že v oblastech značně vzdálených od povrchu příze protínají koncové části vláken každý poloměr jen 1x, a dále, že smyčky vláken mají

přibližně stejné rozložení jako konce a protínají každý poloměr před svým obrátem právě $2x$, pak je rozložení konců v tomto prostoru úměrné rozložení počtu všech vláknenných průchodů jednotlivými poloměry. Pro srovnávací výpočet rovnice (3.2.33) se jako v předchozích případech užilo $k_1 = 0,0105$ mm, $k_2 = 0,578$ mm, $k = 0,2$ mm, $w = 0,1$ mm a vzhledem k jemnostnímu rozsahu přízí zkoumaných v práci / 7 / byla odhadnuta hodnota $r_1 = r_{0,14} = 0,10$ mm. Zavedeli se ještě $m_1 = 5,71 \cdot 10^5$ vznikne závislost m na r , znázorněná společně s experimentálními hodnotami dle / 7 / v obr. 3.10.



obr. 3.10

Poznámka: m_1 a m nejsou v tomto případě počty průchodů vláken, nýbrž pouze hodnoty těchto počtů úměrné. Jedná se o stejnou úměru, s jakou jsou procentní hodnoty naměřené $\sqrt{77/77}$ úměrné počtu všech vláknenných průchodů poloměry.

Dobrá shoda pozorovaná v oblasti velmi vzdálené od povrchu příze (obr. 3.10) i v oblasti přimykající se k $r_{0,14}$ (obr. 3.9 b) vznikla použitím navržených rovnic s jedinou soustavou konstant k_1, k_2, k, w . Hodnoty konstant budou ovšem závislé na vláknenném materiálu, technice a technologii výroby příze. Zde uvedené číselné příklady se týkají pouze klasicky předených bavlněných přízí mykaných.

Hranice řídké chlupatosti. V kap. 3.2.1 je na obr. 3.1 naznačena poloměrem r_B hranice oddělující dílčí oblast husté a řídké chlupatosti. Řídká chlupatost je intuitivně pocítována jako prostor tak málo vyplněný vláknenným materiálem, že se zde vlákna téměř vůbec nedotýkají.

Pro střední vzdálenost δ dvou sousedních kontaktů na vlákně byla v kap. 1.2.2 odvozena rovnice (1.2.26), dle které $\delta = k_2 / \mu$. Experimentální určení konstanty k_2 je problematické. Jen přibližně lze vyjít z úvahy, že v případě nejvyššího možného, tj. mezního zaplnění $\mu_{\max}$ bude střední vzdálenost δ řádově odpovídat průměru d vlákna. (Představa odpovídá obr. 1.5 c) v kap. 3.2.1.) Pak by platilo $k_2 = d \mu_{\max}$ nebo

$$\delta/d = \mu_{\max} / \mu \quad (3.2.35)$$

kde δ/d je štíhlostní poměr úseku vlákna vytnutého dvěma sousedními kontakty. Má-li být počet kontaktů prakticky zanedbatelný, je třeba, aby se δ/d přibližilo řádově štíhlostnímu poměru vlákna. (tab. 1.2 v kap. 1.2).

Vzhledem ke štíhlostnímu poměru obvyklých textilních vláken je pro hranici řídké chlupatosti možné zvolit kritérium $\delta/d = 10^3$. Užije-li se pro $\mu_{\max} = \mu_{\max}^{\text{max}} = \pi / (2\sqrt{3})$, je na hranici řídké chlupatosti zaplnění dle (3.2.35) ve výši

$\mu = [\pi / (2\sqrt{3})] / 10^3 = 0,0009$. Na obr. 3.9a) je tato úroveň znázorněna šerchovaně. Hraniční poloměr r_B zde odpovídá hodnotám v rozmezí $1,5 r_{0,14}$ až $2,1 r_{0,14}$, tj. asi hodnotě $r_B = r_{0,14} + 0,09$ mm. Protože $r_{0,14}$ odpovídá přibližně poloměru R příze, je možné u bavlnářských přízí uvažovat oblast řídké chlupatosti v prostoru poloměrů $r > R + 0,09$ mm. Zbývá připomenout, že hraniční poloměr r_B leží bohužel v experimentálně nejméně dostupné oblasti, kam společlivě nezasahuje ani soudobé metody hodnocení radiálního průběhu zaplnění, ani metody měření chlupatosti.

3.2.4. VLÁKNA NA PVRCHU PŘÍZE

Vlákna, která leží na povrchu příze, tj. v blízkém okolí jejího poloměru R , lze ještě dobře sledovat přímými optickými metodami. Získávané obrazy umožňují vyhodnocovat jak typické zákonitosti, tak i místní anomálie geometrické struktury v této oblasti.

Často se měří úhel β_D sklonu povrchových vláken vůči ose příze a jeho rozptyl. Obzvláště významný je tento postup u některých druhů netradičních kroucených přízí, u nichž nelze obvyklými metodami stanovit zákrut. Při znalosti poloměru R příze je totiž možné odhadnout hodnotu zákrutu na povrchu ze vztahu $Z = \tan \beta_D / (2\pi R)$. Na základě přímého pozorování lze vyhodnocovat i některé osobité zvláštnosti povrchu. U rotorové příze je např. možné sledovat četnost a geometrickou strukturu ovinků. Obrazy z rastrovacího mikroskopu obvykle ukazují jisté šroubovitě navinuté „shluky“ několika vláken, vytvářející někdy až dojem šroubovicově „rozbrázděného“ povrchu příze. Ač ve vyhodnocování povrchů zatím převažují subjektivní popisné metody, jsou nalézané informace cennou součástí poznání geometrické struktury přízí.

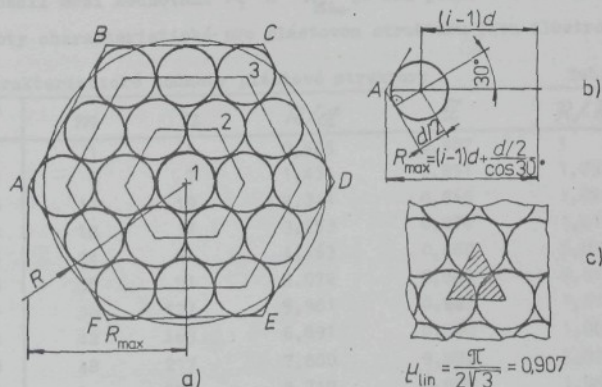
3.3. GEOMETRICKÁ STRUKTURA V PŘÍČNÝCH ŘEZECH

3.3.1. IDEALIZOVANÉ PŘÍČNÉ ŘEZY

Snaha pochopit zákonitosti reálných řezů vedla v minulosti ke vzniku idealizovaných modelů. Řezná plocha každého vlákna se v nich obvykle uvažuje jako kruh s průměrem d a předpokládá se nějaké pravidelné těsné uspořádání těchto kruhů.

E.R. Schwarz /98/, /99/ analyzoval dvě základní formy idealizovaných řezů: „uzavřenou“ formu šestiúhelníkového uspořádání, známou jako plástová struktura, a otevřenou formu uspořádání v kruzích, označovanou jako struktura válcová.

Plástová struktura. Plástová struktura, znázorněná na obr. 3.11 a) je nejtěsnějším uspořádáním. Vlákna jsou v ní sestavena do šestiúhelníkových vrstev. V 1. vrstvě je jediné středové vlákno. Každá další obecně z -tá vrstva, $z = 2, 3, \dots$,



obr. 3.11

obsahuje $m = 6(i - 1)$ vláken. Řez obsahující jen první vrstvu má jediné vlákno. Obecně řez, obsahující i vrstev, $i = 1, 2, \dots$, má celkem $3i^2 - 3i + 1 = n$ vláken. Z uvedeného vztahu vyplývá též

$$i = 1/2 + \sqrt{n/3 - 1/12} \quad (3.3.1)$$

Vlákno ve vrcholu A šestiúhelníku, znázorněné na obr. 3.11 b), má svůj střed ve vzdálenosti $2d$, obecně pak $(i-1) \cdot d$ od osy útvaru. Od vrcholu A je střed vzdálen o $(d/2) / \cos 30^\circ$ takže vzdálenost vrcholu A od osy útvaru je $R_{\max} = (i-1)d + d/(2 \cos 30^\circ)$. Plocha šestiúhelníku $ABCDEF$ je $S = 3R^2 \cos 30^\circ$. Kruh o stejné ploše má poloměr $R = \sqrt{S/\pi}$. Dosazením předchozích vztahů vznikne rovnice

$$R/d = [(i-1) + 1/(2 \cos 30^\circ)] \sqrt{(3 \cos 30^\circ)/\pi} \quad (3.3.2)$$

nebo užitím (3.3.1)

$$R/d = \left[\sqrt{\frac{n}{3}} - \frac{1}{12} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2 \cos 30^\circ} \right] \cdot \sqrt{\frac{3 \cos 30^\circ}{\pi}} \quad (3.3.3)$$

Takto zavedené R je možno považovat za poloměr idealizované příze s plástovou strukturou. Pro její střední zaplnění $\tilde{u}$ platí

$$\tilde{u} = n(\pi d^2/4)/S = n/(2R/d)^2 \quad (3.3.4)$$

Platnost vztahů (3.3.3) a (3.3.4) lze rozšířit i pro n , jež neodpovídají podle (3.3.1) celočíselné hodnotě i . Pak vyjadřují obecně platnou závislost poloměru a zaplnění na počtu vláken v příčném řezu

Plástová struktura je s výjimkou okrajů tvořena opakující se jednotkou rovnostranného trojúhelníku, znázorněného na obr. 3.11 c). Jeho zaplnění, odvozené již v kap. 1.2.2, činí $u = u_{\lim} = \pi/(12\sqrt{3}) = 0,907$. Příze se zaplněním $\tilde{u} = u_{\lim}$ obsahující n vláken v řezu, by měla poloměr $R_{\lim}$ a platilo by $[n \cdot (\pi d^2/4)] / (\pi R_{\lim}^2) = u_{\lim}$. Odtud plyne

$$R_{\lim}/d = \sqrt{n/(4u_{\lim})} \quad (3.3.5)$$

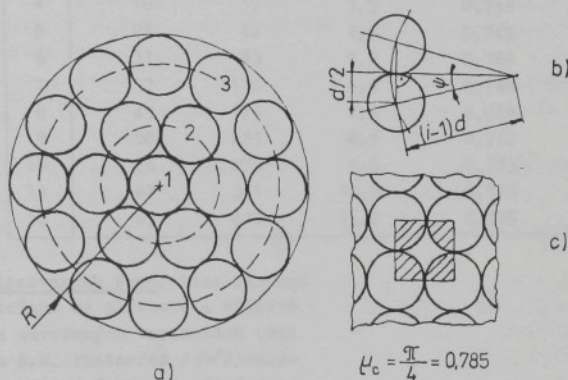
Nevelký rozdíl mezi hodnotami R a $R_{\lim}$ je dán pouze vlivem okrajů příze.

Hodnoty charakteristické pro plástovou strukturu jsou ilustrovány v tab. 3.1.

Charakteristické hodnoty plástové struktury Tab. 3.1

i	m	n	R/d	$\tilde{u}$	$R/R_{\lim}$
1	1	1	0,525	0,907	1
2	6	7	1,434	0,851	1,032
3	12	19	2,344	0,865	1,024
4	18	37	3,253	0,874	1,019
5	24	61	4,163	0,880	1,015
6	30	91	5,072	0,884	1,013
7	36	127	5,981	0,887	1,011
8	42	169	6,891	0,890	1,009
9	48	217	7,800	0,892	1,008
10	54	271	8,710	0,893	1,008
11	60	331	9,619	0,894	1,007
12	66	397	10,528	0,895	1,007

Válcová struktura. Válcová struktura je znázorněna na obr. 3.12 a). Vlákna zde tvoří kruhové vrstvy, přičemž v každé z nich je obsažen jejich maximálně umístitelný počet. První vrstva obsahuje jediné vlákno, jehož střed leží na poloměru $r=0$. Střed vlákna obecně i -té vrstvy, $i = 1, 2, \dots$, leží na poloměru $r = (i-1) \cdot d$. Dvě nejtěsněji k sobě přimknuté, tj. dotýkající se vlákna i -té vrstvy jsou znázorněna na obr. 3.12 b). Pro úhel ψ zde platí $\psi = \arcsin \{ (d/2) / [d(i-1)] \} = \arcsin [1/(2i-2)]$.



obr. 3.12

Nejmenší úhlová vzdálenost středů 2 vláken je 2ψ a počet m vláken umístitelných do i -té vrstvy je dán celou částí čísla $360^\circ / (2\psi)$. Platí vztah

$$m = \text{int} \{ 180^\circ / \arcsin [1/(2i-2)] \}; \quad i = 2, 3, \dots \quad (3.3.6)$$

Symbol *int* je užít ve smyslu „celá část čísla“; tedy např. *int* 12,602 = 12; *int* 18,762 = 18 atp. Sečtením m ze všech vrstev vznikne celkový počet n vláken v příčném řezu.

Poloměr R příze s válcovou strukturou je vyjádřen prostřednictvím vztahu

$$R/d = j - 1/2 \quad (3.3.7)$$

kde $j = 1, 2, \dots$, označuje pořadové číslo poslední vrstvy. Pro střední zaplnění $\bar{\mu}$ platí shodně s plástovou strukturou obecně platný výraz (3.3.4). Konfigurace vláken válcové struktury připomíná na větších poloměrech čtvercové uspořádání v obr. 3.12 c). V tomto případě tvoří opakující se strukturální jednotka čtverec o straně d s plochou d^2 , obsahující úhrnnou plochu $\pi d^2/4$ vláken. Jeho zaplnění je $\mu_c = (\pi d^2/4) / d^2 = \pi/4 = 0,785$.

Poznámka: Vlákna v i -té vrstvě leží mezi poloměry $(i-1/2) \cdot d$ a $(i+1/2) \cdot d$. Plocha tohoto mezikruží je $\pi(i+1/2)^2 d^2 - \pi(i-1/2)^2 d^2 = \pi d^2 (2i-2)$. Užijeme-li se v (3.3.6) místo 180° hodnota π v radiánech, zanedbá se celá část (symbol *int*) a přibližně se položí $\arcsin [1/(2i-2)] \approx 1/(2i-2)$, je možno vyjádřit počet vláken v i -té vrstvě přibližným vztahem $m = \pi(2i-2)$. Zaplnění i -té vrstvy by pak mělo hodnotu $(\pi d^2/4) \cdot [\pi(2i-2)] / [\pi d^2 (2i-2)] = \pi/4 = \mu_c$.

Příze se zaplněním $\bar{\mu} = \mu_c$, obsahující n vláken v řezu by měla poloměr R_c a platilo by $n(\pi d^2/4) / (\pi R_c^2) = \mu_c$. Odtud

$$R_c/d = \sqrt{n/(4\mu_c)} \quad (3.3.8)$$

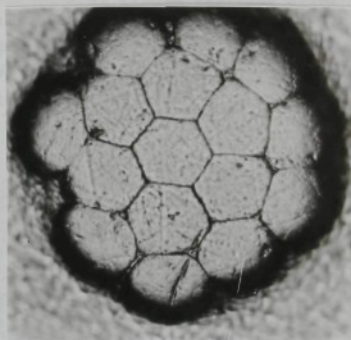
Hodnoty charakteristické pro válcovou strukturu jsou uvedeny v tab. 3.2. Je zde mj. patrný i velmi malý rozdíl mezi poloměry R a R_c .

Charakteristické hodnoty válcové struktury

Tab. 3.2

i	m	n	R/d	$\tilde{u}$	R/R_c
1	1	1	0,5	1	0,886
2	6	7	1,5	0,778	1,005
3	12	19	2,5	0,760	1,017
4	18	37	3,5	0,755	1,020
5	25	62	4,5	0,765	1,013
6	31	93	5,5	0,769	1,011
7	37	130	6,5	0,769	1,011
8	43	173	7,5	0,769	1,011
9	50	223	8,5	0,772	1,009
10	56	279	9,5	0,773	1,008
11	62	341	10,5	0,773	1,008
12	69	410	11,5	0,775	1,007

Užití idealizovaných řezů. Idealizované modely, založené na plástové a válcové struktuře a odvozených variantách (viz K.B. Iyer a R.M. Phatarfod /41/) nalézají dobré uplatnění hlavně při řešení některých otázek struktury a vlastností hladkého zakrouceného hedvábí. Studie, které zpracovali K.B. Iyer a R.M. Phatarfod /41/, J. Marko a B. Neckář /57/ a mnozí další tuto praktickou použitelnost dokládají. Příklad experimentálně získaného příčného řezu zakrouceným hedvábím, pořízený J.Markem /58/, dokumentuje na obr. 3.13 blízkost skutečnosti k idealizovaným modelům. Bohužel, u přízí ze staplového materiálu nelze plástový ani válcový model dost dobře využít. Řezy takovými přízemi mají odlišný charakter. Idealizované řezy se zde mohou uplatnit jen jako srovnávací „měřítko“, jako mezní, prakticky nedosažitelné uspořádání.



obr. 3.13

3.3.2. EXPERIMENTÁLNÍ METODY POŘÍZOVÁNÍ PŘÍČNÝCH ŘEZŮ

Laboratorní postupy pro získávání příčných řezů přízí využívají většinou preparčních metod klasické, případně rastrovací mikroskopie. Uspořádání vláken v přízi je potřebné nejprve fixovat. Teprve pak je možno nit příčně řezat. Pro pozorování v dopadajícím světle postačí vložit do zorného pole mikroskopu jedinou řeznou plochu. Pro pozorování v procházejícím světle se však musí odříznout z příze velmi tenký plátek a umístit do imersní kapaliny mezi dvě mikroskopická sklíčka. To klade vysoké požadavky na kvalitu předchozí fixace vláken v pojicím materiálu. Metoda dopadajícího světla je z tohoto hlediska snazší. Přináší však problémy, spjaté

noži na klasickém mikrotomu. Mikrořezy se přiloží na podložní sklíčko, zakápnou xylenem a překryjí krycím sklíčkem. (Xylen rozpouští voskové části preparátu a je současně imersní kapalinou.) Příklad řezu pořízeného touto metodou ilustruje obr. 3.14.

Popsaný postup umožňuje získat v poměrně krátkém čase množství dostatečně kvalitních a vyhodnocování schopných příčných řezů příže.

3.3.3. VYHODNOCOVÁNÍ PŘÍČNÝCH ŘEZŮ; METODA SECANT

Geometrické poměry v obrazech jednotlivých příčných řezů je možno objektivně analyzovat proměřováním pozorovaných vzdáleností, ploch a úhlů. Z těchto možností vychází i metoda SECANT, vypracovaná autorem a popsaná v /78/, /80/.

Primární vyhodnocení. Obraz řezu nebývá leckdy jednoduchý a jeho správnou interpretaci zajišťuje stále nejlépe lidské oko. Potřebné zvětšení se získává buď průmětem preparátu na matnici projekčního mikroskopu nebo dodatečnou projekcí filmového negativu mikroskopického řezu. Dále je nutno zavést v obrazu souřadný systém, např. systém pravouhlých souřadnic X, Y .

Pro popis řezu příže by bylo nejspříhodnější proměřit kontury všech vláken. Takový postup by však byl neúměrně pracný. V metodě SECANT se proto vyhledávají jen středy vlákených řezů (ve smyslu těžiště). Jejich poloha se stanovuje subjektivním odhadem. Změření a zaznamenávání souřadnic středů vlákených řezů provádí vhodné zařízení automaticky.

Poznámka: V SVÚT se používá přístroj DIGIMET /121/ vlastní konstrukce.

Osa příže a polární souřadnice. Stanovení průsečíku osy příže s rovinou jejího příčného řezu je vždy do jisté míry problematické a zatížené empirickými prvky. V metodě SECANT se vychází z hypotézy těžiště vytvořeného z „převážné“ většiny vláken. Z úvah, vedoucích k určení osy příže, je vhodné vyloučit malý počet těch vláken, jež jsou příliš vzdálena od shluku ostatních.

V řezu příží je obecně n vláken se středy (X_i, Y_i) ; $i=1, 2, \dots, j, \dots, n$. Kvadrát vzdálenosti mezi i -tým a j -tým středem je $(X_i - X_j)^2 + (Y_i - Y_j)^2$. Aritmetický průměr kvadrátů vzdáleností j -tého středu od všech ostatních je $\bar{\rho}_j^2 = \sum_{i \neq j} [(X_i - X_j)^2 + (Y_i - Y_j)^2] / (n-1)$. Po úpravě

$$\bar{\rho}_j^2 = (\bar{X}^2 + X_j^2 - 2X_j\bar{X} + \bar{Y}^2 + Y_j^2 - 2Y_j\bar{Y}) \cdot n / (n-1) \quad (3.3.9)$$

kde $\bar{X}^2 = \sum_{i=1}^n X_i^2 / n$, $\bar{X} = \sum_{i=1}^n X_i / n$, $\bar{Y}^2 = \sum_{i=1}^n Y_i^2 / n$, $\bar{Y} = \sum_{i=1}^n Y_i / n$.

Hodnotu $\bar{\rho}_j^2$ lze použít jako kritérium odlehlosti j -tého vlákna od ostatních a na jeho základě vyloučit např. 10% nejodlehlejších středů. Aritmetické průměry X_0 a Y_0 z odpovídajících souřadnic středů zbývajících vláken určují jejich těžiště $O \equiv (X_0, Y_0)$, považované za průsečík osy příže s rovinou sledovaného příčného řezu. Vzdálenost středu i -tého vlákna od osy je

$$r_i = \sqrt{(X_i - X_0)^2 + (Y_i - Y_0)^2} \quad (3.3.10)$$

Průvodič z bodu O do i -tého středu vlákna svírá s osou pořadnic úhel

$$\varphi_i = \left(\arccos \frac{X_i - X_0}{r_i} \right) \cdot \frac{Y_i - Y_0}{|Y_i - Y_0|} \quad (3.3.11)$$

kde pro případ $V_i = V_0$, se druhý činitel klade roven 1. Dvojice r_i, φ_i tvoří polární souřadnice i - tého středu vlákna s pólem O v ose příže.

Radiální rozložení ploch a zaplnění. Kolem středu každého vlákna se rozprostírá jeho řezná plocha. V metodě SECANT se vychází z modelové konstrukce.

Nejjednodušším případem je idealizované válcové vlákno, rovnoběžné s osou příže. Jeho řezná plocha je tvořena kruhem o průměru d vlákna. Leží-li střed na poloměru r_i , zasahuje kruhová plocha poloměry v rozmezí $r_i \pm d/2$. Na obr. 3.15 je kruhová řezná plocha vlákna protnuta obecným poloměrem r . Pro znázorněný úhel ψ platí z kosinové věty v trojúhelníku OSU

$$\cos \psi = [r^2 + r_i^2 - (d/2)^2] / (2rr_i) \quad (3.3.12)$$

Hodnota x^* je určena výrazem

$$x^* = r \cos \psi \quad (3.3.13)$$

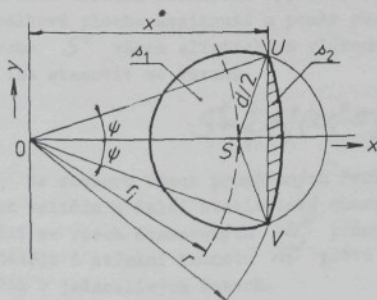
Pro plochu S_2 kruhové úseče lze psát

$$S_2 = (\pi r^2 2\psi) / (2\pi) - x^* (r \sin \psi) = r^2 (\psi - \sin \psi \cos \psi) \quad (3.3.14)$$

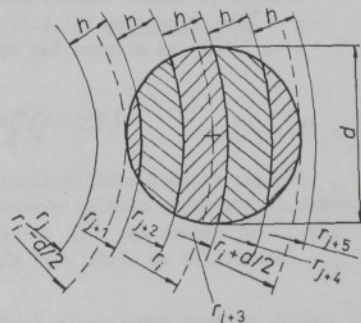
Pro plochu S_1 pak platí

$$S_1 = 2 \int_{r_i - d/2}^{x^*} \sqrt{\left(\frac{d}{2}\right)^2 - (x - r_i)^2} dx = (x^* - r_i) \sqrt{\left(\frac{d}{2}\right)^2 - (x^* - r_i)^2} + \quad (3.3.15)$$

$$\left(\frac{d}{2}\right)^2 \arcsin \frac{x^* - r_i}{(d/2)} + \frac{\pi d^2}{8}$$



+



obr. 3.15

obr. 3.16

Plocha $S(r) = S_1 + S_2$ silně vytažené části je za užití předchozích rovnic určena vztahem

$$S(r) = (r \cos \psi - r_i) \sqrt{\left(\frac{d}{2}\right)^2 - (r \cos \psi - r_i)^2} + \left(\frac{d}{2}\right)^2 \arcsin \frac{r \cos \psi - r_i}{d/2} + r^2 (\psi - \sin \psi \cos \psi) + \frac{\pi d^2}{8} \quad (3.3.16)$$

kde ψ plyne z (3.3.12).

Rozložení plochy vlákného řezu po poloměrech lze sledovat zavedením soustavy třídních intervalů ve formě mezikruží s konstantní šířkou h . Obecně j -tý třídní interval, $j = 1, 2, \dots$, je vymezen dolním poloměrem $r_{j-1} = h(j-1)$ a horním poloměrem $r_j = h j$. Na obr. 3.16 je znázorněn kruhový vláknový řez, zasahující do 5 třídních intervalů s pořadovými čísly $j+1$ až $j+5$. Ve třídě $j+1$ zanechává řez plochu $S(r_{j+1})$. Ve třídě $j+2$ zanechává plochu $S(r_{j+2}) - S(r_{j+1})$ atd., až ve třídě $j+5$ je plocha $S(r_i + d/2) - S(r_{j+4}) = \pi d^2/4 - S(r_{j+4})$. Naznačeným postupem je možno užitím (3.2.16) rozdělit plochu každého kruhového řezu vlákna do zavedených třídních intervalů.

Tvoří-li válcová vlákna křivky podle šroubovicového modelu, jsou jejich řezy elipsami. Vlákno se středem na poloměru r_i poskytuje elipsu o ploše $\pi d^2/(4 \cos \beta_i)$ kde dle (2.3.3) platí $\tan \beta_i = 2\pi r_i Z$. (Srovnej kap. 2.3.1, obr. 2.25 a.) Ve srovnání s kruhem je plocha elipsy zvětšena součinitelem $1/\cos \beta_i$, závislým na poloměru r_i středu vlákného řezu a zákrutu Z příze.

Rozmístění plochy elipsy do třídních intervalů vede na obtížnější zpracovatelné matematické vztahy. V přibližném řešení postupuje výpočet stejně jako u kruhových řezných ploch, avšak místo původního vztahu (3.3.16) se užívá jako modifikace

$$S^*(r) = S(r)/\cos \beta_i = S(r) \sqrt{1 + (2\pi r_i Z)^2} \quad (3.3.17)$$

Poznámka: V rozdělení ploch do třídních intervalů vznikne jen zanedbatelně malá nepřesnost a souhrnná plocha je teoreticky zcela přesná. Jen nepatrnou nepřesnost vnáší do vyhodnocování dokonce i zanedbání profilů běžných textilních vláken.

Významné rozdíly mohou vzhledem k výpočtu způsobit skutečné sklony vláken vůči ose příze, ovlivněné vedle zákrutu i všemi formami migrace. Na tyto rozdíly je nutno pamatovat při interpretaci výsledků.

Po rozdělení eliptických řezů všech vláken do třídních intervalů je možno v každém třídním mezikruží vyjádřit součtovou vláknennou plochu. Snadno se vyčíslí i celková plocha mezikruží a poměr obou ploch je dle (1.2.12) zaplněním u_j^* . Plocha S^* všech eliptických vláknenných řezů vznikne buď prostým sečtením, nebo ji lze stanovit ze vztahu

$$S^* = \sum_j (u_j^* (\pi r_j^2 - \pi r_{j-1}^2)) = 2\pi h^2 \sum_j u_j^* (j - 1/2) \quad (3.3.18)$$

Ze souboru všech proměřených řezů příze lze stanovit střední hodnoty uvažovaných veličin a další statistické charakteristiky. V každém třídním intervalu je možno určit ze všech stanovených u_j^* průměr u_j^* , z hodnot S^* pak průměr S^* . Lze vyjádřit i střední hodnotu $\bar{n}$ počtu vláken v příčném řezu přízi ze zjištěných počtů v jednotlivých řezech.

Charakteristiky k_s a k_n . Úhrnná plocha S^* všech eliptických řezných plošek vláken v průměrném příčném řezu přízi bude v případě, kdy reálná příze odpovídá modelu sousedních šroubovic, shodná se substančním průřezem S , jehož hodnotu lze zjistit z jemnosti příze a měrné hmotnosti vláken. Naproti tomu špatně uspořádaná, intenzivně migrující vlákna budou často výrazně skloněná a řezná rovina je oproti výpočetním předpokladům protne v protáhlejší, plošně větší elipse. Pak ovšem bude

$S > \bar{S}^*$. Veličina

$$k_s = \bar{S}^* / S \quad (3.3.19)$$

dovoluje porovnat skutečné uspořádání vláken s uspořádáním do šroubovic.

V průměru je velikost řezné plochy jednoho vlákna ve skutečné přízi $1/k_s$ násobkem hodnoty, uvažované dle modelu šroubovic. Také zaplnění $\bar{u}_j^*$ v jednotlivých třídních intervalech neodpovídá při $k_s \neq 1$ skutečnosti. Pripustí-li se pro zjednodušení, že migrační jevy ovlivňují všechny třídní intervaly ve stejné míře, je skutečné zaplnění $\bar{u}_j$ dáno výrazem

$$\bar{u}_j = \bar{u}_j^* / k_s \quad (3.3.20)$$

Pokud by byla „příze“ tvořena jen soustavou vláken rovnoběžných s její osou, odpovídal by počet $\bar{n}$ vláken v průměrném příčném řezu hodnotě poměrné jemnosti τ (viz kap. 1.3.3, rovnice (1.3.3)) a substanční průřez by byl určen výrazem $S = \tau \cdot \pi d^2 / 4$. Počet $\bar{n}$ vláken v příčném řezu skutečnou přízí bude ovšem menší. Řezná (totiž eliptická) plocha každého vlákna bude proti kruhu zvětšena sklonem, způsobeným jak zákrutem, tak i migračními jevy. Je-li průměrná velikost skutečné řezné plochy jednoho vlákna $\bar{S}_E$, je substanční plocha $S = \tau \cdot \pi d^2 / 4 = \bar{n} \bar{S}_E$. Veličina

$$k_m = \bar{n} / \tau = (\pi d^2 / 4) / \bar{S}_E \quad (3.3.21)$$

charakterizuje skutečný počet vláken v příčném řezu příze v poměru k počtu, který by musel mít stejně jemný svazek paralelních vláken. Pokud by všechna vlákna svírala s osou příze úhel $\vartheta_{wi} = \vartheta_s = \text{konst.}$, platilo by $\bar{S}_E = (\pi d^2 / 4) / \cos \vartheta_s$ a vztah (3.3.21) by mohl být vyjádřen ve tvaru

$$\vartheta_s = \arccos k_m = \arccos (\bar{n} / \tau) \quad (3.3.22)$$

Takto definovaný úhel ϑ_s je ekvivalentním úhlem sklonu vláken.

3.3.4. PRAKTICKÉ VYUŽITÍ, VÝSLEDKY A DISKUSE

Analýza geometrické struktury příze z příčných řezů je prakticky dobře proveditelná a poskytuje řadu cenných informací.

Příklady výsledků. Dosahované výsledky ilustrují příklady několika jednokomponentních přízí bavlnářského typu, vypřádaných na prstencových a rotorových strojích. V tab. 3.3 jsou dokumentovány údaje o materiálech, přízích a vyčísleny hodnoty nalezenných charakteristik. Obr. 3.17 znázorňuje hodnoty zaplnění $\bar{u}_j$, vynesené na středních poloměrech $(r_{j-1} + r_j) / 2 = R (j - 1/2)$ třídních intervalů. Stejně grafy jsou pro příze č. 1 a 2 zakresleny plnou čarou v obr. 3.18 a). V třídních intervalech bylo zaplnění stanoveno nezávisle ještě odlišnou metodou, nazvanou autorem VSOP (viz kap. 3.4.4 a 3.4.5). Takto nalezené hodnoty a jejich průběhy jsou znázorněny čárkovaně. Poměry $(\bar{u}_j(\text{SECANT}) / \bar{u}_j(\text{VSOP}))$ jsou pak vyneseny pro obě příze v obr. 3.18 b).

Diskuse. Soubor 8 bavlnářských přízí uvedený v tab. 3.3 vznikl běžnými technologickými postupy, pouze příze č. 5 a 6 byly záměrně vyrobeny s extrémně vysokým zákrutem.

Výsledky nalezené metodou SECANT

Tab. 3.3

Poř. číslo příze	1	2	3	4	5	6	7	8
MATERIÁL								
druh	VSs	VSs	Diolen 12	Tesil 12	Tesil 12	Diolen 12	VSs	VSs
délka l (mm)	40	40	32	38	38	32	34	34
jemnost t (tex)	0,16	0,16	0,17	0,17	0,17	0,17	0,145	0,145
měr.hmotnost ρ (kg.m ⁻³)	1500	1500	1360	1360	1360	1360	1500	1500
průměr vlákna ¹⁾ d (μm)	11,7	11,7	12,6	12,6	12,6	12,6	11,1	11,1
PŘÍZE								
typ výpředu ²⁾	P	BD	BD	BD	BD	BD	BD	A
jemnost T (tex)	19,6	19,2	20,1	21,5	20,5	35,5	34,6	37,6
zákrut ³⁾ Z (m ⁻¹)	669	784	812	747	1150	784	561	407
zákr.koef ⁴⁾ a (m ⁻¹ .ktex)	48,6	56,2	60,0	57,7	86,2	84,7	59,6	45,7
subst.průřez ⁵⁾ S (mm ²)	0,01307	0,01280	0,01478	0,01578	0,01509	0,02613	0,02307	0,02508
pom.jemnost ⁶⁾ τ (-)	121,0	118,5	118,2	126,2	120,7	209,3	238,6	259,5
VYHODNOCENÍ								
poč.hodnocených řezů (-)	61	58	60	61	60	57	60	60
šířka tř.int. k (mm)	0,008	0,008	0,008	0,008	0,008	0,010	0,010	0,010
plocha S^* (mm ²)	0,01255	0,01078	0,01224	0,01298	0,01314	0,02304	0,01988	0,02184
stř.poč.vl. $\bar{n}$ (-)	115,7	97,0	93,6	99,8	96,4	170,1	196,8	221,7
směr. odch. σ_n (-)	14,5	12,6	12,0	14,7	13,8	21,9	20,6	24,0
var. koef. σ_n (%)	12,5	13,0	12,8	14,8	14,3	12,9	10,5	10,8
charakteristika k_s (-)	0,961	0,842	0,828	0,823	0,871	0,882	0,882	0,8708
charakteristika k_m (-)	0,956	0,818	0,791	0,790	0,798	0,813	0,824	0,854
ekvival. úhel sklonu θ_S (°)	17,0	35,1	37,6	37,7	37,0	35,6	34,4	31,3

¹⁾ dle rovnice (1.2.3)

²⁾ P - prstencová, BD - rotorová BD 200 S (Elitex), A - rotorová Autocoro (Schlafhorst)

³⁾ u rotorových strojní zákrut

⁴⁾ dle rovnice (1.3.15)

⁵⁾ dle rovnice (1.3.1)

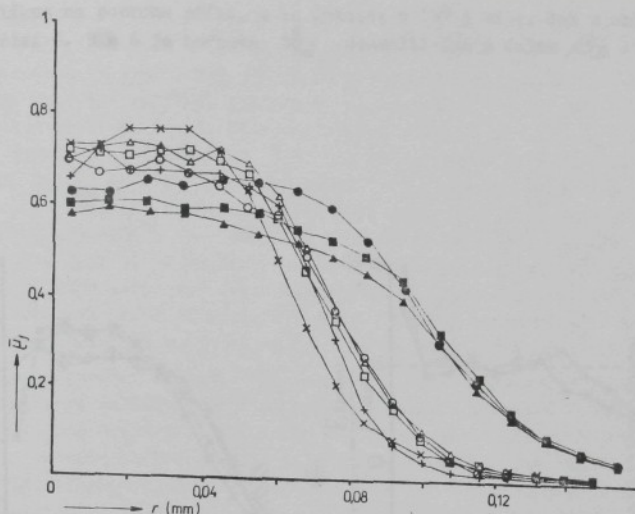
⁶⁾ dle rovnice (1.3.3)

Vedle citovaných autorů metody spolupracovali na získání experimentálních výsledků S.M. Ishtiaque, J. Draslarová, A. Kamyšev.

U prstencové příze č. 1 se charakteristiky k_s a k_m odlišují o méně než 5% od 1. Hodnota k_m a z ní plynoucí θ_S odpovídají přibližně modelu souosých šroubovic.

Poznámka: V případě šroubovicového modelu platí dle (3.3.21) a (2.3.26), (1.3.3) vztah $k_m = 1 - \delta$. Seskání δ se vypočte rovnicí (2.3.26). Příze č. 1 má $R = D/2 \pm 0,09$ mm, zákrut $Z = 0,669$ mm⁻¹, takže $\delta = 0,0334$, $k_m = 0,966$ a $\theta_S = 15^\circ$.

V prstencových přízích z VSs jsou vlákna poměrně dobře uspořádána, migrační jevy nejsou výrazné. Příčinou dobrého uspořádání, pozorovaného i u prstencových přízí z jiných materiálů, je patrně paralelizační efekt průtažného ústrojí. Prámínek takto paralelisovaných vláken vytváří přízi, přibližující se do určité míry soustavě šroubovic. Počet vláken v příčném řezu je zde možné přibližně vyjádřit poměrnou jemností τ .



Pořadová čísla přízí dle tabulky 3.3 :

+ ... 1 ; x ... 2 ; O ... 3 ; Δ ... 4 ;

□ ... 5 ; ● ... 6 ; ▲ ... 7 ; ■ ... 8

obr. 3.17

Jiné závěry poskytují příze rotorové. U přízí č. 2 až 7, vypředených na rotorových strojích typu BD, se pohybuje charakteristika k_m bez ohledu na materiál, jemnost i zákrut kolem hodnoty 0,81.

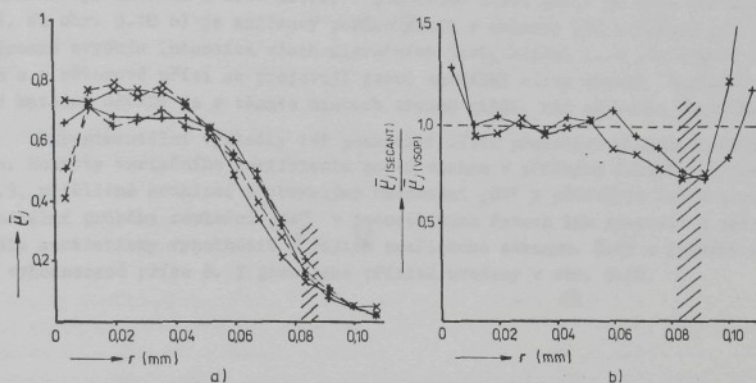
Poznámka: Toto tvrzení obecně neplatí. Hodně zobloučovaná, jemně navlněná či jinak přirozeně zakřivená vlákna k_m snižují. Např. u bavlny lze uvažovat k_m kolem hodnoty 0,75. V těchto případech se však snižuje k_m i u přízí přestencových.

Příze č. 8, vypředená na rotorovém stroji Autocoro, má k_m nepatrně vyšší. V příčném řezu rotorovými přízemi je tedy o 15 až 19% vláken méně, než odpovídá obvykle užívanému výpočtu podle poměrné jemnosti φ a u některých (např. bavlněných) vláken bývá tento "úbytek" ještě výraznější. Příčinou je velký sklon vláken, vzniklý vedle zákrutu zejména výraznou neuspořádaností celé struktury - výraznou radiální i zákrutovou migrací. Vliv zákrutu zde není nejdostatečnější. To dokládají charakteristiky k_s , které by v případě souosých šroubovic nabývaly hodnoty 1. Ve skutečnosti je k_s ve srovnání s k_m větší u běžně kroucených přízí jen o přibližně 4% a pouze u extrémně zakroucených přízí č. 5 a 6 o asi 9%.

Zajímavé je posoudit vliv zákrutu na hodnoty k_m a k_s , např. srovnáním přízí č. 4 a 5. Bylo by možné předpokládat, že s přírůstajícím zákrutem se budou vlákna více zešíkmat a v důsledku toho bude k_m klesat. Pozoruje se však, že k_m se s přibývajícím zákrutem nemění. To znamená, že větší zešíkmení vláken zákrutem je patrně kompenzováno snižující se migrací, jak je schematicky znázorněno v obr. 3.19. Nelze ovšem vyloučit ani osové protažení vláken.

Neuspořádanost vláken ve struktuře rotorových přízí názorně dokumentuje úhel β_s . U přízí č. 2, 3, 4 a 7, 8 překračují jeho hodnoty úhel β_D sklonu šroubovi-

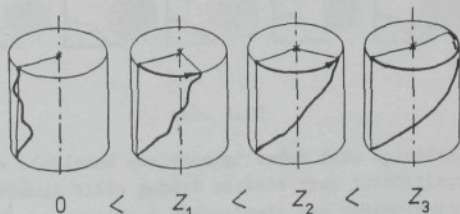
cového vlákna na povrchu příze, a to dokonce o 10° i více. Jen u extrémně zakroucených přízí č. 5 a 6 je hodnota γ_s srovnatelná s úhlem β_D .



/// oblast poloměru příze

obr. 3.18

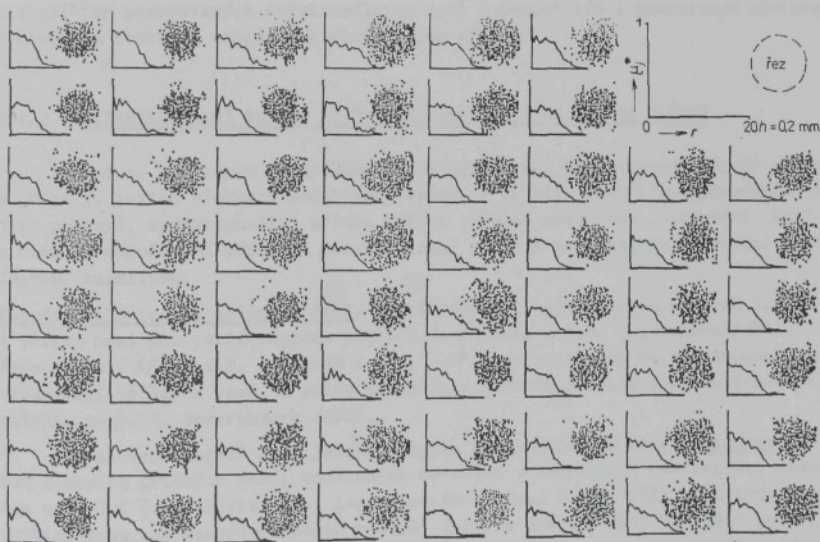
Radiální průběhy zaplnění, získané dle (3.3.20) a dokumentované v obr. 3.17, odpovídají zákonitostem tvorby přízí, popsaným v kap. 2.2. Je zajímavé, že extrémně zakroucené příze (např. č. 5) se svým průběhem příliš neliší od přízí „normálně“ kroucených. Potvrzují se tak nelineární zákonitosti stlačování („dosednutí“ materiálu), analyzované v kap. 1.2.2 a kap. 2.2.2. Obr. 3.17 dokládá i charakteristický rozdíl v radiálním průběhu zaplnění prstencových a rotorových přízí. Zaplnění prstencové příze č. 1, ačkoliv je méně zakroucená, klesá směrem k povrchu prudčeji, než je tomu u rotorové příze č. 2. Takový rozdíl byl pozorován často i u jiných materiálů a souvisí zřejmě s vlivem uspořádanosti vláken na mechanické parametry vlákenného svazku.



obr. 3.19

Použitá rovnice (3.3.20) vychází ze zjednodušujícího předpokladu, že $\bar{u}_g^*$ je na všech poloměrech příze úměrné skutečnému zaplnění $\bar{u}_g$. Společnou konstantou úměrnosti je právě $1/k_g$. Užitý předpoklad lze prověřit, je-li nezávisle zjištěno skutečné zaplnění jinou metodou. Na obr. 3.18 a) jsou porovnány průběhy zaplnění u přízí č. 1 a 2, stanovené metodou SECANT na základě rovnice (3.3.20) a dále stanovené metodou VSOP. Vzájemné poměry znázorňuje obr. 3.18 b). V malém prostoru kolem osy a na druhé straně ve vnější oblasti příze jsou pozorovány poměrně velké rozdíly, způsobené odlišností experimentální přípravy vzorků a primárního vyhodnocení u obou metod. V podstatné části příze je však shoda přijatelná. Na obr. 3.18 b) je zajímavý pokles grafů v oblasti pod povrchem příze. Zde se výrazně zvyšuje intenzita všech migračních jevů, vlákna jsou stále hůře uspořádána a v rotorové přízi se projevují ještě anomální vlivy ovinků. Zaplnění stanovené metodou SECANT je v těchto místech zřejmě nižší, než odpovídá skutečnosti.

Experimentální výsledky též poskytují dílčí představu o nestejnoměrnosti příze. Hodnoty variačního koeficientu počtů vláken v příčných řezech, uvedené v tab. 3.3, přibližně souhlasí s obvyklými hodnotami "CV" z přístroje Zellweger-Uster. Radiální průběhy zaplnění $\bar{u}_g^*$ v jednotlivých řezech lze posoudit a případně dále statisticky vyhodnotit z jejich grafického záznamu. Řezy a průběhy zaplnění z vyhodnocené příze č. 7 jsou jako příklad uvedeny v obr. 3.20.



obr. 3.20

Informace získávané analýzou příčných řezů zpřesňují naše znalosti pravidel struktury. Umožňují blíže popsat osobité rysy jednotlivých přízí, určit specifické vlivy vláknenného materiálu i technologie pro optimalizaci výroby. Kupř. v dalším rozvoji techniky a technologie rotorových přízí je nepochybně třeba zaměřit úsilí na lepší uspořádání vláken, která jsou velmi nepravidelně uložena nejen na povrchu rotorové příze, ale v celém jejím průřezu. Známá nižší pevnost a omezená horní hranice vypřadatelné jemnosti jsou jen odrazem nedokonalých poměrů strukturálních.

3.4. PROSTOROVÉ USPOŘADÁNÍ VLÁKEN

3.4.1. MOŽNOSTI IDEALIZOVANÝCH MODELŮ

Geometrická struktura zahrnuje ve svém celku tvar vláken a jejich vzájemné uspořádání v trojrozměrném prostoru příze. Skutečné geometrické vztahy jsou poměrně složité. Vyplynou z řady zákonitých, ale i náhodných dějů, probíhajících při tvorbě příze; ovlivňují je vlastnosti užitého materiálu, techniky a technologie.

Potřeba vystihnout hlavní zákonitosti struktury vedla k formulaci některých idealizovaných modelů, vzniklých na podkladě zjednodušených pohledů na vytváření příze. Takové modely vyjadřují poznatky a představy o tvorbě i struktuře současně.

Nejstarší, nejrozšířenější a nejjednodušší je model souosých šroubovic. Je zvláštním případem obecnějšího modelu tzv. „ideální“ migrace i modelu ekvidistantní migrace; existuje však i mnoho dalších variant. Problematice modelového vyjádření tvarů a vzájemného uspořádání vláken v přízi byla věnována kap. 2.3.

Používané modelové představy vystihují skutečné poměry v různé míře. Zatím se nepodařilo vypracovat jednotný model, jenž by zobrazoval strukturu staplových přízí obecně, úplně a správně. Rozhodující význam má stále experimentální studium struktury konkrétních přízí. To ovšem na druhé straně poskytuje jen fakta bez jejich vnitřních souvislostí. Nejeфекtivnější je zřejmě spojení soudobých experimentálních a modelových možností a znalostí do celku, který umožňuje postupně vysvětlit příčiny pozorovaných strukturálních jevů a dospět tím k praktickým závěrům z hlediska tvorby i vzhledem k vlastnostem příze.

3.4.2. EXPERIMENTÁLNÍ METODY ZJIŠŤOVÁNÍ PROSTOROVÝCH KŘIVEK VLÁKEN

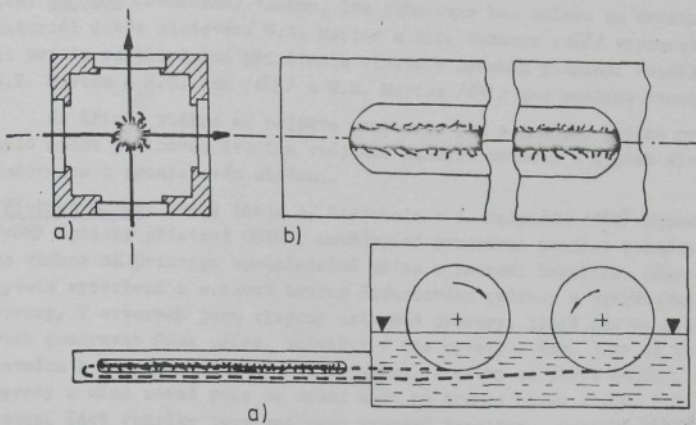
Základním problémem experimentálního zjišťování prostorových křivek vláken v přízi je jejich překrytí ostatními vlákny. V průběhu doby byly vypracovány dva typy postupů, zpřístupňující křivku vlákna přímému optickému pozorování. Prvý z nich je založen na příčných řezech, druhý využívá možnosti zprůhlednění příze imersní kapalinou.

Metoda posloupnosti příčných řezů. První studie o prostorových tvarech vláken v přízi, mezi něž patří zejména práce N.T. Pavlova a V.K. Pejsachova /84/, V.K. Pejsachova /87/ a N.M. Bělicina /9/, /10/ byly založeny na vyhodnocení posloupnosti příčných řezů. V principu stejnou metodou pracují i někteří soudobí autoři, např. J. Sparrenborn /105/.

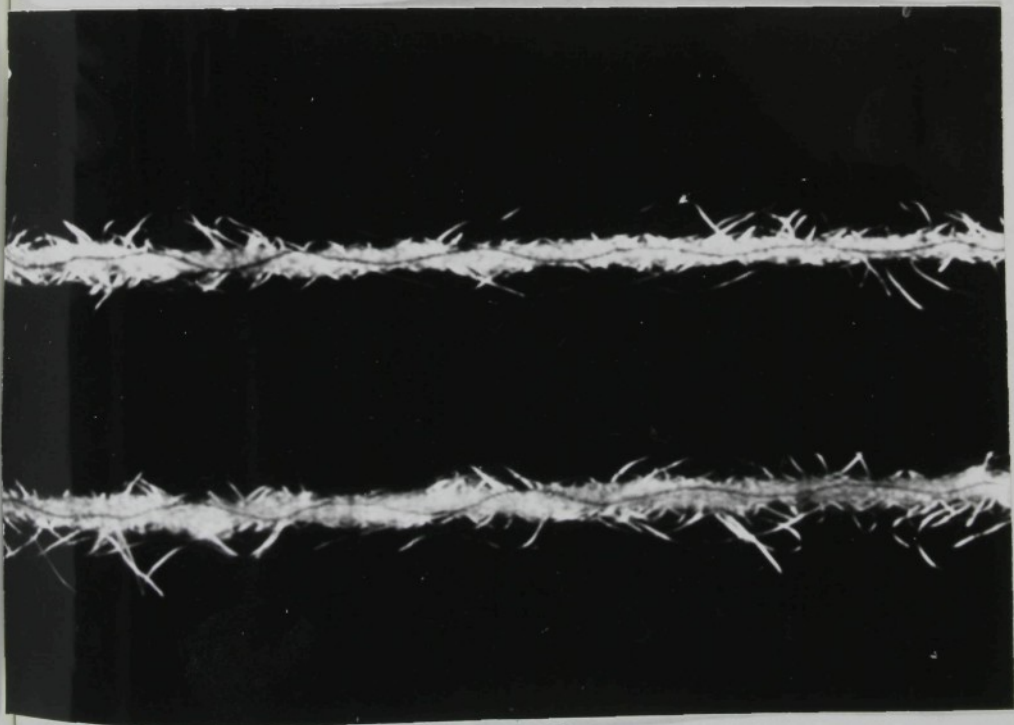
V uvažované metodě se z jednoho vzorku příze pořizuje celá posloupnost za sebou jdoucích příčných řezů, vzdálených navzájem o konstantní vzdálenost. Jsou-li dva sousední řezy blízko sebe, lze u každého vlákna dobře určit, v kterém bodě protíná jeho osa sousední řeznou rovinu. Autorce práce /105/ se takto podařilo zrekonstruovat křivky všech 62 bavlněných vláken (příze 8,2 tex), vyskytujících se v jednom 6,2 mm dlouhém úseku příze. Vzdálenost (tloušťku) řezů volila 0,01 mm.

Metoda poskytuje poměrně nejlépejší představu o geometrické struktuře příze, vyžaduje však obrovské množství řezů. Např. v /105/ muselo být pro jediný úsek příze délky pouze 6,2 mm pořizeno a vyhodnoceno 620 fotografií.

Metoda zprůhlednění. Ačkoliv jsou mnohá textilní vlákna vytvořena z opticky čirého materiálu, je z nich vyrobená příze neprůhledná. Světelné paprsky se totiž lámou



obr. 3.21



obr. 3.22

a rozptylují na rozhraní vlákno - vzduch. Ponoří-li se však taková příze do imersní kapaliny, jejíž index lomu se shoduje s indexem lomu vlákenného materiálu, vznikne opticky homogenní soustava s průhlednou přízí. Pokud je v pozorovaném místě zapředené znečištěné (obarvené) vlákno, lze jeho tvar bez ohledu na ostatní (průhledný) materiál dobře sledovat. W.E. Morton a R.J. Summers /62/ vypracovali a poprvé užili metodu zprůhlednění při studiu vláken v nykaném pramenu. Později ji použili W.E. Morton a K.C. Yen /63/ a W.E. Morton /64/ pro analýzu tvarů vláken v přízích.

Na křivku vlákna se nejprve usuzovalo jen z jednoho jejího průmětu. Později bylo možné pořizovat dvojice vzájemně kolmých průmětů a z nich získat všechny informace o prostorovém uložení.

Přístroj OMEST. Podle ideje A. Stejskala a J. Kašpárka /106/ zkonstruoval A. Stejskal /107/ optický přístroj OMEST, umožňující pozorovat dvojici kolmých průmětů značeného vlákna na principu zprůhlednění příze v imersní kapalině. Jádrem zařízení je kyveta vytvořená z ocelové trubky čtvercového průřezu s vyfrézovanými podélnými otvory. V otvorech jsou vlepeny skleněné průzory, jimiž lze ve dvou kolmých směrech pozorovat úsek příze, umístěný v ose kyvety - obr. 3.21 a) b). Kyveta je připevněna k vaničce s převíjecími cívkami. Z cívký se příze odvíjí, prochází osou kyvety a mimo zorné pole se vrací zpět na druhou cívku - obr. 3.21 c). Kyveta a spodní část vaničky jsou naplněny imersní kapalinou. Optická část přístroje zobrazuje kolmé průměty pozorovaného úseku příze buď v 20 násobném zvětšení vedle sebe na matnici, nebo v 2,5 násobném zvětšení na filmový negativ.

Převíjením příze za současného sledování obrazů na matnici se nalezne místo obsahující značené vlákno. Poté se pohyb příze zastaví a průměty se vyhodnotí buď přímo z matnice, nebo se zaznamenají na filmový negativ.

Zařízení umožňuje pracovat podle potřeby s normálním nebo polarizovaným světlem. Příklad dvojice kolmých průmětů příze se značeným vláknem, pořízený v polarizovaném světle je na obr. 3.22.

Příze se značenými vlákny. Metodou zprůhlednění nelze analyzovat příze z běžné výroby. K výpředu se užívá zvlášť připravený materiál, obsahující malé množství značených, nejlépe černě obarvených vláken.

V přízi jemnosti T z vláken jemnosti t by měl podíl černé komponenty činit dle autorovy zkušenosti asi $(40 \frac{t_{(tex)}}{T_{(tex)}}) \%$. Podstatný vliv má stejnoměrné rozmístění a dokonalé ojednocení značených vláken.

Možnosti zprůhlednění imersní kapalinou. Imersní kapalinou se zprůhlední jen příze vyrobené z opticky stejnorodých materiálů. Orientační hodnoty indexů lomu některých vláken a kapalin dle /76/ jsou uvedeny v tab. 3.4. Doporučovanou imersí bývá zejména metylsalicilát.

Problémy při zprůhlednění přináší opticky cizorodé příměsi, které obraz znejasňují i zcela zatemňují. Vyskytují se u vláken přírodních i chemických. Některé z nich je možno odstranit vhodnou preparací přízových vzorků. Např. tuky, vosky, pektiny a ostatní látky obsažené na vláknech bavlny se odstraní preparací v $ZnCl_2$ dle /95/, nebo postupy podobnými merceraci. Úspěšné bývají i extrakce v organických rozpouštědlech. V chemických vláknech je neodstranitelnou cizorodou látkou zejména matovací prostředek. Dobře je možno analyzovat příze z vláken lesklých. Zprůhlednit většinou nelze příze polyesterové. Příčinou je výrazný dvojlom PES vláken. Také směsové příze způsobují značné problémy.

Jinak velmi efektivní metoda zprůhlednění je tedy značně omezena optickými vlastnostmi použitého materiálu. Nejlepší výsledky dává u lesklých vláken viskozových a polyamidových.

Indexy lomu některých vláken a imersních kapalin
dle / 76 /

Tab. 3.4

Materiál		Index lomu ¹⁾
VLÁKNA	bavlna	1,532
	vlna	1,547
	len	1,528
	VS	1,519-1,523
	PAD	1,526
	PES	1,537
IMERSE	furfurol	1,526
	chlorbenzen	1,525
	metyl jodistý	1,529
	benzyl cianistý	1,521
	metylsalicilát	1,538
	benzaldehyd	1,545

¹⁾ Ve směru kolmém k podélné ose vlákna.

3.4.3. METODY VYHODNOCOVÁNÍ A JEJICH VÝSLEDKY

Křivky průmětů značených vláken jsou zaznamenány fotografiemi nebo ve formě souřadnic mnoha bodů. Podobně se zaznamenávají i prostorové křivky vláken z posloupnosti příčných řezů.

Pro vyhodnocení takových záznamů vzniklo během doby mnoho metod. Patrně nejstarší je metoda stanovení koeficientu migrace dle W.E. Mortona /63/. Hodnocení koeficientu zapředení podle J. Kašpárka /45/ sehrálo významnou roli při vývoji rotorových přizí. Značně rozšířená je metoda výpočtu střední polohy vláken, směr. odchylky a intenzity (radiální) migrace vypracovaná J.W.S. Hearlem a kol. /34/. V jiné (lineární) variantě ji užili B. Neckář a J. Hyková /75/ nebo J. Sparrenborn /105/. Metody dynamické statistiky používal pro vyhodnocení G. Riding /93/, /94/. Z teorie markovských procesů vyšli A.S. Abhiraman a W. George /1/. Vyhodnocení směrových a hustotních charakteristik vláken v přizi z hlediska jejich radiálního průběhu navrhli a použili B. Neckář /71/, B. Neckář a A. Kovářová /76/.

Koeficient zapředení. Vlákno délky l_p zaujímá v přizi složitou křivku, schématicky znázorněnou v obr. 3.23 a). Plně vytažené kličky, smyčky a odstávající konce leží ve vnější oblasti a nepodílí se na některých vlastnostech přize (např. na pevnosti). Ani čárkované znázorněné části sevřené ve vnitřní oblasti se však neuplatňují ve vlastnostech v plné míře. Zdvojené konce, uzlíky i prosté zešíkmení snižují míru využití vlákna v přizi. Vhodnou charakteristikou vlákna může být poměr součtu $\sum f_i$ osových průmětů částí ležících ve vnitřní oblasti přize a celkové délky l_p vlákna.

Zjednodušenou variantu takové charakteristiky vycházející jen z obrazu jednoho průmětu navrhl J. Kašpárek /45/, /95/ - obr. 3.23 b). Místo skutečné délky l_p vlákna se užívá délka l_p jeho průmětu. Místo hodnot f_i se zjišťují délky $\xi_{p,i}$, v nichž leží průměty úseků vlákna uvnitř průmětu („stínu“) přize.

Veličinu

$$K_F = \frac{\sum \xi_{p,i}}{l_p} \quad (3.4.1)$$

nazval J. Kašpárek /95/ koeficientem zapředení.

Pro šroubovicové vlákno z poloměru r se zákrutem Z lze K_F stanovit teoretickým výpočtem, jak ukázal autor v /82/. Průmět tohoto vlákna je v souřadnicích ξ, η popsán harmonickou funkcí s periodou $1/Z$; např. funkcí $\eta = r \sin(2\pi Z \xi)$. Úsek průmětové křivky v rozsahu jedné periody má délku

$$l_p = \int_0^{1/Z} \sqrt{1 + (d\eta/d\xi)^2} \cdot d\xi = 4r \cdot E(\sin^2 \beta, \pi/2) / \sin \beta \quad (3.4.2)$$

kde $E(\sin^2 \beta, \pi/2) = \int_0^{\pi/2} \sqrt{1 - \sin^2 \beta \sin^2 x} \, dx$ je úplný eliptický integrál 2.druhu.

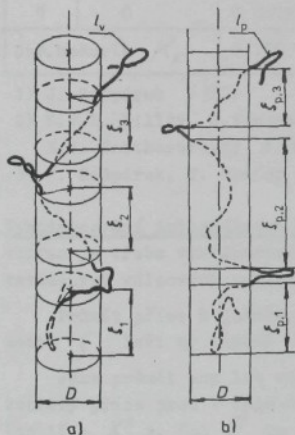
Pro úhel β platí $\tan \beta = 2\pi r Z = \text{konst.}$ Leží-li šroubovicové vlákno ve vnitřní oblasti příze, je $K_F = (1/Z) / l_p$, nebo po úpravě

$$K_F = \cos \beta \cdot (\pi/2) / E(\sin^2 \beta, \pi/2) \quad (3.4.3)$$

Hodnoty vypočtené posledním vztahem ilustruje tab. 3.5.

Hodnoty K_F dle (3.4.3) Tab. 3.5

$\beta(^{\circ})$	K_F	$\cos \beta$
0	1	1
5	1,0	1,0
10	0,99	0,98
15	0,98	0,97
20	0,97	0,94
25	0,95	0,91
30	0,93	0,87
35	0,90	0,82
40	0,86	0,77
45	0,82	0,71



obr. 3.23

tržní hodnotu koeficientu K_F zapředení a vypracoval vzhledové etalony průmětů typických vláken každé třídy (viz např. /95/). Pozorované průměty se pak zařazují do tříd podle subjektivního porovnání s etalony.

V tab. 3.6 jsou uvedeny některé výsledky, zjištěné J. Kašpárkem /95/, K.P.R. Pillayem a kol. /90/, J. Kašpárkem a P. Ursínym /46/. Nejvyšší hodnoty K_F dosahují příze česané. Prstencové dopřádané příze mykané mají K_F nižší a ještě nižší úroveň je typická pro příze rotorové.

Je zajímavé, že v práci /90/ jsou zjišťované hodnoty K_F vyšší než v /95/ či /46/. Rozdíl je patrně způsoben nějakou diferencí v metodě vyhodnocování, např. jiným subjektivním postojem při posuzování vláken vzhledem k etalonům.

Výsledky experimentálního hodnocení K_F

Tab. 3.6

PŘÍZE		ba	ba	ba	ba	ba	ba	VSs	VSs
vláknenný materiál typ x)		C	C	P	P	R	R	P	R
jemnost (tex)		31,4	29,5	32,2	29,5	31,3	29,5	24,8	25,7
zákrut (m ⁻¹)		750	-	758	-	871	-	510	536
REL. ČETNOST KOEFL. ZAPŘEDENÍ		1)	2)	1)	2)	1)	2)	3)	3)
třída č.	třídní hodnota K_F								
0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0,95	0,0503	0,165	0,0216	0,115	0	0,060	0,0279	0
2	0,90	0,3704	0,600	0,1593	0,445	0,0224	0,160	0,1138	0,0019
3	0,80	0,3389	0,070	0,4552	0,210	0,1577	0,455	0,2514	0,0096
4	0,63	0,1340	0,045	0,1908	0,090	0,3574	0,080	0,1956	0,3488
5	0,40	0,0355	0,045	0,0688	0,050	0,2765	0,085	0,1477	0,2331
6	0,20	0,0404	0,030	0,0364	0,020	0,0837	0,075	0,1198	0,2023
7	0,08	0,0177	0,020	0,0354	0,040	0,0565	0,035	0,0699	0,1233
8	0,02	0,0049	0,025	0,0128	0,030	0,0166	0,045	0,0220	0,0193
9	0	0,0079	0	0,0197	0	0,0292	0,005	0,0519	0,0617
Stř.hodnota K_F		0,760	0,807	0,686	0,762	0,504	0,668	0,542	0,373

1) J. Kašpárek / 95/

2) K.P.R. Pillay, N. Viswanathan,
M.S. Parthasarathy / 90/

3) J. Kašpárek, P. Ursiny / 46/

x) C ... česaná, prstencově dopřádaná

P ... mykaná, prstencově dopřádaná

R ... rotorová

Vyhodnocování integrálních charakteristik. Průběh složitých prostorových křivek vláken je třeba vyhodnocovat vzhledem k ose příze, obvykle ztotožňované s osou ξ zaváděných válcových souřadnic r (poloměr), φ (úhel), ξ - srovnej s kap.2.3.2.

Průmět příze s jedním vyznačeným vláknem je na obr. 3.24 a). V obecné vzdálenosti ξ leží na vlákně bod, zobrazený v bodu P .

Jako průmět osy lze volit např. přímku A^* , definovanou tak, že obě krajové kontury příze jsou v celé délce pozorovaného úseku od ní v průměru stejně vzdáleny (totiž o X^*). Bod P je od této osy vzdálen o X^* . Ze dvou kolmých průmětů (veličiny příslušející některému z těchto průmětů jsou v dalším textu opatřovány indexy 1 nebo 2) plynou odpovídající vzdálenosti X_1^* a X_2^* , určující poloměr $r = [(X_1^*)^2 + (X_2^*)^2]^{1/2}$ bodu vlákna. Poloměr R příze je vhodně definovat výrazem $R = (X_1^* + X_2^*) / 2$. Pak platí $r/R = 2[(X_1^*)^2 + (X_2^*)^2]^{1/2} / (X_1^* + X_2^*)$.

Podobný postup užíli např. autor / 70/ či J. Sparrenborn / 105/.

V jiné metodě se vychází z bodů B a C , ležících na konturách příze právě ve vzdálenosti ξ - 3.24 a). Střed A úsečky BC je považován za bod osy příze v místě ξ a X' za vzdálenost bodu P od ní. Poměr r/R se definuje ze 2 kolmých průmětů vztahem $r/R = [(X_1'/X_1')^2 + (X_2'/X_2')^2]^{1/2}$. Podobně postupovali např. J.W.S. Hearle / 34/, B.S. Gupta / 24/ a další autoři, vycházející z manchesterské školy.

Úhlová souřadnice φ vyplývá u první metody ze vztahu $\cos \varphi = X_1^* / r$, u druhé pak je $\cos \varphi = (X_1' / X_1') / (r/R)$.

V extrémních $E_I, E_{II}, \dots$ křivky vlákného průřezu je odpovídající vzdálenost $\mathcal{K}^*$ či $\mathcal{K}'$ přímo poloměrem r . V těchto místech tedy postačuje k jeho určení pouze jeden průmět.

Boďum na vláknenných křivkách je možno přiřazovat nějakou vlastnost $y = y(r, \varphi, f)$, např. $y = (r/R)^2$, $y = dr/d\xi$ aj. a popisovat geometrickou strukturu střední hodnotou typu $I = \int y d\xi / \int d\xi$ - obr. 3.24 b). Tato veličina je ve smyslu kapitoly 2.3.2 integrální charakteristikou.

Poznámka: I je průměr "vážený" průměty $d\xi$ vláknenných elementů do osy ξ . B. Neckář a J. Hyková 1.751 jej nazývají integrální ξ -charakteristikou. V autorově práci 7.827 je ukázána obecnější definice, vyhovující i přeloženým vláknům, kličkám, smyčkám, uzlíkům a jiným složitějším křivkám. Pro názornost se však nyní výklad omezuje jen na vzestupná vlákna, procházející každou souřadnicí ξ jen 1x.

Přibližné řešení modelu "ideální" migrace dle L.R.G. Treloara [112], popsané v kap. 2.3.4, vede ke vztahu (2.3.110), z něhož užitím (2.3.111), (2.3.39), (2.3.53) plyne

$$(r/R)^2 = \pm 2\xi/p + C \quad (3.4.4.)$$

kde p je perioda migrace a C vhodná integrační konstanta. Tato závislost je vynesena plnou čarou v obr. 3.24 c). Ve svých úvahách z ní vyšli J.W.S. Hearle, B.S. Gupta a V.B. Marchant [29]. Jími navržené charakteristiky migrace jsou při označení $y = (r/R)^2$ definovány následujícím způsobem:

- 1) střední poloha vlákna

$$\bar{y} = \int_{\Omega} y d\xi / \int_{\Omega} d\xi \quad (3.4.5)$$

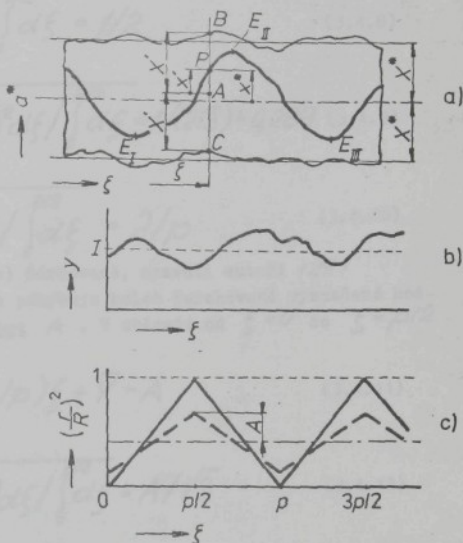
- 2) směrodatná odchylka migrace

$$D = \sqrt{\int_{\Omega} (y - \bar{y})^2 d\xi / \int_{\Omega} d\xi} \quad (3.4.6)$$

3. intenzita migrace

$$J = \sqrt{\int_{\Omega} (dy/d\xi)^2 d\xi / \int_{\Omega} d\xi} \quad (3.4.7)$$

V předchozích výrazech je oblastí integrace Ω interval na ose ξ , do něhož se sledované vlákno promítá. Každému vlákně tak přísluší veličiny $\bar{y}$, D , J a jejich průměrná hodnota pak charakterizuje strukturu celé příze. V případě "ideální" migrace lze bez újmy na obecnosti volit v (3.4.4) znaménko +, konstantu $C = 0$



obr. 3.24

a integrovat v mezích od $\xi=0$ do $\xi=p/2$. Tak se nalezne

$$\bar{V} = \int_0^{p/2} (2/p) \xi d\xi / \int_0^{p/2} d\xi = 1/2 \quad (3.4.8)$$

$$D = \sqrt{\int_0^{p/2} (2\xi/p - 1/2)^2 d\xi / \int_0^{p/2} d\xi} = 1/(2\sqrt{3}) \approx 0,289 \quad (3.4.9)$$

$$J = \sqrt{\int_0^{p/2} (2/p)^2 d\xi / \int_0^{p/2} d\xi} = 2/p \quad (3.4.10)$$

Obecnější průběh, znázorněný v obr. 3.24 c) čárkovane, nazvali autoři /29/ neúplnou migrací; křivka $(r/R)^2$ se zde pohybuje kolem čerchované vyznačené hodnoty $\bar{V}$ pouze v rozmezí amplitudy migrace A . V oblasti od $\xi=0$ do $\xi=p/2$ je

$$y = (r/R)^2 = (4A/p)\xi + \bar{V} - A \quad (3.4.11)$$

Pro neúplnou migraci proto platí

$$D = \sqrt{\int_0^{p/2} (4A\xi/p - A)^2 d\xi / \int_0^{p/2} d\xi} = A/\sqrt{3} \quad (3.4.12)$$

$$J = \sqrt{\int_0^{p/2} (4A/p)^2 d\xi / \int_0^{p/2} d\xi} = 4A/p \quad (3.4.13)$$

Z posledních dvou vztahů lze vyjádřit

$$p = 4\sqrt{3} D/J \quad (3.4.14)$$

Stanoví-li se hodnoty D a J na podkladě experimentů, je takto definované p ekvivalentní periodou migrace.

Je třeba připomenout, že veličiny $\bar{V}$ a D jsou bezrozměrné, zatímco $1/J$ má rozměr délky.

Typické hodnoty, nalezené některými autory zejména u bavlnářských přízí, uvádí tab. 3.7. Popsaným postupem vyhodnotili poprvé svá měření J.W.S. Hearle a B.S. Gupta /31/. Vlivem parametrů předení na dosahované hodnoty $\bar{V}$, D , J studovali B.S. Gupta a D.S. Hamby /22/ a B.S. Gupta /23/ posléze formuloval některé regresně získané závislosti. Výtah z dalších výsledků B.S. Gupty /24/, uvedený rovněž v tab. 3.7, dobře dokumentuje vliv jemnosti a zákrutového koeficientu.

Předmětem analýz byly i příze rotorové. J.W.S. Hearle, P.R. Lord a N. Senturk /36/ pro ně našli téměř 10x menší směrodatnou odchylku migrace D , což přisuzují osobitému způsobu jejich tvorby. Odlišné hodnoty publikovali K.P.R. Pillay, N. Viswanathan a M.S. Parthasarathy /90/. U rotorových přízí zjistili též menší D , ale v hodnotách souměřitelných s přízí prstencovou. Dále našli na rozdíl od všech předchozích autorů několikanásobně větší úroveň intenzity migrace J , přičemž jimi stanovené hodnoty jsou vyšší u přízí rotorových.

Veličiny $\bar{V}$, D , J lze za jistých podmínek získat z údajů pořízených metodou VSOP, postupem uvedeným v autorově práci /82/. B. Neckář a J. Hyková tak našli hodnoty $\bar{V}$ a J , uvedené v práci /75/. Řádová velikost intenzity migrace J zde dobře souhlasí s výsledky práce /90/. Zdá se, že dřívější autoři, kteří našli nízké hodnoty J , nezahrnovali do svých výsledků oscilaci vlákených křivek, která se vyskytuje na krátkých délkách.

Experimentálně stanovené hodnoty migračních charakteristik
 $\bar{Y}$, D , J .

Tab. 3.7

Materiál	Příze	Jennost T (tex)	Zákr. koef. α ($m^2/kte\dot{x}^{2/3}$)	$\bar{Y}$	D	J (m^2)	Literární pramen; poznámka
VSs 38 mm 0,17 tex	P	24 24 24	34 49 97	0,33 0,37 0,40	0,16 0,18 0,20	100 190 460	lit. /31/
VSs 40 mm 0,17 mm	P	39 39 39	73 73 73	0,54 0,59 0,47	0,25 0,22 0,22	308 230 253	3500 ¹⁾ 5500 ¹⁾ lit./22/ 7500 ¹⁾
VSs 51 mm 0,22 tex	P	120 120 118 118 41 41 40 38 16 16 16	63 83 106 131 53 71 88 105 60 83 87	0,48 0,47 0,40 0,53 0,61 0,53 0,55 0,58 0,58 0,53 0,58	0,17 0,19 0,23 0,19 0,21 0,24 0,24 0,21 0,26 0,26 0,26	95 134 257 216 164 276 298 406 359 461 543	lit. /24/
VSs 37 mm 0,17 tex	P R R ²⁾	130 63 52	135 114 97	0,37 0,40 0,43	0,19 0,043 0,025	- - -	lit. /36/
VSs 38 mm; 0,17 tex R	P	33,8 33,8	- -	0,54 0,44	0,32 0,24	1110 1520	lit. /90/
ba 27,2 mm; 0,17tex R	P R	33,8 33,8	- -	0,75 0,72	0,29 0,27	1550 1730	
VSs 38 mm 0,17 tex	R	48 51 41 46 43 30 30 27 28	63 77 59 72 77 61 66 63 70	0,47 0,36 0,39 0,40 0,49 0,51 0,50 0,51 0,43	- - - - - - - - -	1380 1170 1330 1390 1690 2060 2340 2590 2350	³⁾ lit. /75/
juta	J	207 207 207	41 62 72	0,91 0,87 0,85	0,17 0,19 0,22	45 55 101	lit. /108/

P ... bavlnářský typ, prstencová

R ... bavlnářský typ, rotorová

J ... klasické uspořádání juty

1) otáčky vřeten za min; přád. napětí trvale 0,4 N

2) experim. rotorový stroj s průt. válečky

3) vypočteno z výsledků metody VSOP

Popisováním způsobem byly sledovány i jiné typy přízí. Jako příklad jsou v tab. 3.7 uvedeny výsledky dosažené dle D. Sura a A.C. Chakravartyho [108] u přízí jutových.

Východiskem k formulaci charakteristik $\bar{V}$, D a J byl model ideální migrace, vykazující lineární vazbu mezi $(r/R)^2$ a ξ . Ukázalo se však, že prostorové křivky skutečných vláken v přízi jej ani v náznaku nepřipomínají. Realitě bližší se zdá být spíše model ekvidistanční migrace, popsany v kap. 2.3.4. Jeho rovnice (2.3.115) je možno zapsat ve formě

$$dr/d\xi = \operatorname{tg} \alpha = \pm \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \beta} / C \quad (3.4.15)$$

Poznámka: Bez bližšího odkazu se nyní užívají vztahy (2.3.39) až (2.3.50), zavedené v kap. 2.3.2.

kde $C = \{c/[R^2 \bar{u}(1-\delta)]\}^2 - 1$ = konstanta. Dle (2.3.16) po zavedení C je

$$dr/dl = \cos \vartheta_r = \pm 1/\sqrt{C+1} \quad (3.4.16)$$

a platí též

$$d\xi/dl = \cos \vartheta_\xi = (d\xi/dr) \cdot (dr/dl) = \sqrt{C}/[\sqrt{C+1} \cdot \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \beta}] \quad (3.4.17)$$

U většiny přízí se hodnota $\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \beta} = 1/\cos \beta$ příliš neliší od 1, např. při $\operatorname{tg} \beta = 20^\circ$ je $1/\cos \beta = 1,06$. Podle (3.4.15) je potom přibližně $dr/d\xi = \pm \text{konst.}$ a vztah mezi souřadnicemi r a ξ je po částech lineární. Příklad je znázorněn na obr. 3.25.

Analogicky k dřívějším veličinám $\bar{V}$, D , J definuje autor následující integrální charakteristiky:

1) Střední poloměr vláken

$$r_E = \int_{\omega} r d\xi / \int_{\omega} d\xi \quad (3.4.18)$$

či s přihlédnutím k poloměru R příze střední polohu vláken

$$r_E/R = \int_{\omega} (r/R) d\xi / \int_{\omega} d\xi \quad (3.4.19)$$

2) Směrodatnou odchylku poloměru

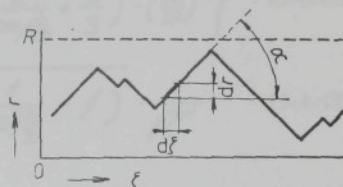
$$\sigma_E = \sqrt{\int_{\omega} (r - r_E)^2 d\xi / \int_{\omega} d\xi} \quad (3.4.20)$$

nebo směrodatnou odchylku polohy

$$\sigma_E/R = \sqrt{\int_{\omega} [(r/R) - (r_E/R)]^2 d\xi / \int_{\omega} d\xi} \quad (3.4.21)$$

a samozřejmě též variační koeficient poloměru

$$v_E^* = 100 \sigma_E / r_E = 100 (\sigma_E / R) / (r_E / R) \quad (3.4.22)$$



obr. 3.25

3) Intenzitu migrace

$$tg \alpha_E = \sqrt{\int_{\omega} (dr/d\xi)^2 d\xi / \int_{\omega} d\xi} = \sqrt{\int_{\omega} tg \alpha d\xi / \int_{\omega} d\xi} \quad (3.4.23)$$

a vzhledem k rovnici (2.3.52) též střední součinitel migrace

$$\chi_E = tg \alpha_E / (2\pi Z) \quad (3.4.24)$$

4) Je rovněž vhodné vyjadřovat střední zákrut vláken

$$Z_E = \int_{\omega} [dy / (2\pi d\xi)] d\xi / \int_{\omega} d\xi = \int_{\omega} [tg \beta / (2\pi r)] d\xi / \int_{\omega} d\xi \quad (3.4.25)$$

Na rozdíl od dříve popsaných charakteristik $\bar{\nu}$, D , J se ve výrazech (3.4.18) až (3.4.25) uvažuje souhrnná integrační oblast ω , zahrnující křivky všech vláken dohromady.

V ideálním případě splňují tvary vláken podmínky ekvidistantní migrace, zaplnění ω je na každém poloměru rovné zaplnění $\tilde{\omega}$ příze ($\mu = \tilde{\mu} = \text{konst.}$) a zákrut Z je konstantní. Pak se vláken vyskytují jen na poloměrech $re \in (0, R)$ a procházejí určitým poloměrem stále pod stejnými úhly $|\alpha|, \beta, \vartheta_a$.

V takto ideálním případě lze posléze vypočítat střední polohu vláken ve formě výrazu

$$E/R = \frac{\cos \beta_D}{1 - \cos \beta_D} \frac{1}{2tg \beta_D} \left(\frac{t_1 \beta_D}{\cos \beta_D} - \ln |tg \beta_D + \frac{1}{\cos \beta_D}| \right) \quad (3.4.26)$$

Směrodatná odchylka polohy vede podobně ke vztahu

$$\sigma_E/R = \left\{ \frac{\cos \beta_D}{1 - \cos \beta_D} \frac{1}{tg^2 \beta_D} \left(\frac{1}{3 \cos^3 \beta_D} - \frac{1}{\cos \beta_D} + \frac{2}{3} \right) - \left(\frac{E}{R} \right)^2 \right\}^{1/2} \quad (3.4.27)$$

Pro intenzitu migrace vznikne

$$tg \alpha_E = \sqrt{\frac{\cos \beta_D}{1 - \cos \beta_D} \cdot \frac{1}{3} \left(\frac{1}{\cos^3 \beta_D} - 1 \right) \cdot \frac{1}{\sqrt{C}}} \quad (3.4.28)$$

a pro střední zákrut vláken se nalezne

$$Z_E = Z \quad (3.4.29)$$

Charakteristiky pro ideální případ ekvidistantního modelu jsou uvedeny v tab. 3.8, v závislosti na úhlu sklonu β_D vláken na povrchu příze. V rozmezí obvyklých úhlů β_D jsou téměř neproměnné.

V ekvidistantním modelu jsou frekvence a perioda migrace veličiny proměnné s poloměrem. Z (2.3.113) a výrazu pro C za rovnici (3.4.15) plyne pro frekvenci vztah

$$f = r\mu / [\sqrt{C+1} R^2 \tilde{\mu} (1-\delta)] \quad (3.4.30)$$

V modelu, kde je $\mu = \tilde{\mu} = \text{konst.}$ může být střední frekvence migrace vyjádřena vztahem

$$f_E = \int_0^R f d\xi / \int_0^R d\xi = \left[\int_0^R r d\xi / \int_0^R d\xi \right] / [\sqrt{C+1} R^2 (1-\delta)] = f_E / [\sqrt{C+1} R^2 (1-\delta)] \quad (3.4.31)$$

Vedle poloměru R příze a seskání δ je v posledním výrazu též konstanta C .

Vyjádří-li se z (3.4.28), lze psát

$$f_E = \frac{r_E \operatorname{tg} \alpha_E}{R^2(1-\delta) \sqrt{\frac{\cos \beta}{1-\cos \beta} - \frac{1}{3} \left(\frac{1}{\cos \beta} - 1 \right)^2 + \operatorname{tg}^2 \alpha_E}} = \frac{r_E \sin \alpha_E}{R^2(1-\delta)} \quad (3.4.32)$$

Užije-li se (3.4.32) pro obecnou strukturu příze, lze f_E považovat za ekvivalentní frekvenci migrace a ρ za ekvivalentní periodu migrace.

Charakteristiky migrace pro ideální případ ekvidistantního modelu

Tab. 3.8

β (°)	r_E/R (-)	G_E/R (-)	φ_E (%)	$\sqrt{E} \operatorname{tg} \alpha_E$ (-)	Z_E/Z (-)
0	2/3	1/(2√2)	60/(2√2)	1	
5	0,666	0,236	35,4	1,00	
10	0,666	0,236	35,4	1,01	
15	0,664	0,236	35,5	1,02	
20	0,663	0,236	35,7	1,03	
25	0,660	0,237	35,9	1,05	
30	0,657	0,237	36,1	1,08	
35	0,653	0,238	36,5	1,11	
40	0,647	0,239	36,9	1,16	
45	0,643	0,240	37,3	1,21	

Příklady reálných výsledků jsou uvedeny v tab. 3.9. Souhrn ro. ových přízí, sledovaných v 75%, dosahuje v průměru $r_E/R = 0,61$, $G_E/R = 0,7$ a $\varphi_E = 44\%$.

Experimentální hodnoty migračních charakteristik

Tab. 3.9

Materiál - příze	T	Z_M	a	$2R$	β	r_E	$\frac{r_E}{R}$	G_E	$\frac{G_E}{R}$	φ_E	$\operatorname{tg} \alpha_E$	f_E	ρ_E	Z_E	$\frac{Z_E}{Z_M}$
	(dex)	(m ⁻¹)	(m ⁻¹ tex ^{2/3})	(μm)	(°)	(μm)	(-)	(μm)	(-)	(%)	(-)	(m ⁻¹)	(mm)	(m ⁻¹)	(-)
VSs, 38 mm 0,17 tex rotorová (dle 75/1)	48	479	63	283	23	89	0,63	39	0,28	44	0,130	527	1,9	655	1,37
	51	563	77	289	27	80	0,55	35	0,24	44	0,136	59	2,2	772	1,37
	41	499	59	261	22	75	0,57	35	0,26	47	0,124	02	2,0	734	1,47
	46	561	72	246	23	71	0,58	32	0,26	45	0,119	5.0	2,0	755	1,35
	43	624	77	217	23	70	0,65	29	0,27	41	0,124	673	1,5	854	1,37
	30	630	61	196	21	65	0,66	27	0,27	42	0,134	839	1,2	883	1,40
	30	683	66	184	22	60	0,65	26	0,28	43	0,143	927	1,1	967	1,42
	27	702	63	183	22	57	0,62	25	0,27	44	0,149	930	1,1	865	1,23
	28	762	70	176	23	55	0,62	24	0,27	44	0,155	921	1,1	979	1,28
						57		22		39	0,206				
ba, 35 mm česaná (dle 105/1) ¹⁾	8,2	1000	41	-	-	(46) ²⁾	-	(16) ²⁾	-	(35) ³⁾	(0,175) ²⁾	-	-	-	-
						(67) ³⁾		(28) ³⁾		(42) ³⁾	(0,233) ³⁾				

1) Hodnoty zpracovány z grafických výsledků, uvedených v textu citované přednášky pro jeden 6,2 mm dlouhý úsek příze.

2) Pouze vlákna, která procházela celou délkou 6.2 mm jednoho sledovaného úseku příze.

3) Jen vlákna, která mají ve sledovaném úseku příze konec.

4) Ve výpočtu dle (3.4.22) užito $\delta = 0$.

Tyto charakteristiky vystihují rozmístění hmoty vláken po poloměru. Ve srovnání s teoretickým výpočtem (tab. 3.8) je hodnota G_E/R poněkud nižší a naopak G_E/R a variační koeficient V_E vyšší, což dokumentuje větší soustředění hmoty vláken na malých poloměrech.

Poznámka: Uvažuje-li se pro jednoduchost např. lineární pokles zaplnění typu $u = u_0(1-r/R)$, nalezne se při malých R výpočtem $G_E/R = 1/2$, $G_E/R = (3/10 - (1/2)^2)^{1/2} = 0,224$ a $V_E = 45\%$.

Vlastní migraci však popisuje zejména její intenzita $tg \alpha_E$. (Z hodnot tab. 3.9 pro rotorové příze plyne jistá závislost na jemnosti a zákrutovém koeficientu. Autor stanovil lineární regresi (korel. koef. 0,77) empirický vztah $tg \alpha_E = -1,1 \cdot 10^{-3} T_{(tek)} + 5,1 \cdot 10^{-4} d_{(m)}^{2/3} + 0,143$). V tabulce 3.9 jsou uvedeny též hodnoty $tg \alpha_E$, plynoucí z výsledků měření J. Sparrenbornové /105/. Řádová shoda s hodnotami dle /75/ je zde zřejmá. K podobným hodnotám by zřejmě vedla i měření v práci /90/, soudě podle blízkosti hodnot J v tab. 3.7.

Zajímavé výsledky poskytuje poměr středního zákrutu Z_E vláken a zákrutu Z_M vloženého do příze strojem. Až by bylo možné očekávat $Z_E/Z_M = 1$, pohybují se zjištěné hodnoty kolem 1,35. Znamená to, že vlákna obtáčení osu příze více, než by bylo možné na první pohled očekávat. Vysvětlení nabízí tvorba smyček a pseudozákrut, popsané v kap. 2.3.4.

3.4.4. ANALÝZA STRUKTURY METODOU VSOP

Pro vyhodnocení geometrické struktury příze z prostorových křivek vláken byla autorem vyvinuta metoda VSOP [„Vnitřní Struktura Omestem sledované Příze“]. V původní verzi /68/, /70/ se sledoval pouze radiální průběh zaplnění. Později /71/, /76/, /77/ byla metoda zdokonalena a zahrnuto do ní vyhodnocení směrového uspořádání vláken. Postupně byla prostudována řada klasických a rotorových přízí /71/, /74/ a dílčí výsledky publikovány např. v /72/, /73/, /77/.

Experimentální část a primární vyhodnocení. Metoda pracuje se značenými vlákny, jejichž dvojice vzájemně kolmých průmětů se zaznamenávají na filmový negativ v přístroji OMEST.

Pro vlastní vyhodnocení je možné použít jen značená vlákna či jejich úseky, vyskytující se ve sledované přízi osamoceně. Ve shlucích více vláken nelze průmět dobře odlišit. Z podobných důvodů nemohou být do vyhodnocení zařazeny také přeložené konce vláken a různé typy smotků a uzlíků. Pro získání reprodukovatelných výsledků je podle dosavadních zkušeností třeba zpracovat prostorové křivky asi 60 vláken příze.

Filmový negativ se dvěma vzájemně kolmými průměty značeného vlákna je promítán^{x)} na matnici projekčního zařízení v poloze, v níž průměty leží rovnoběžně s osou N matnice - obr. 3.26. Kolmice K ose N , vzájemně vzdálené o konstantu δ , symbolizují myšlené příčné řezy přízi. i -tá kolmice protíná první průmět značeného vlákna ve vzdálenosti x_i a druhý průmět ve vzdálenosti y_i od osy N . Od prvního řezu je vzdálena $K_i = (z-1)\delta$. Trojice souřadnice (x_i, y_i, K_i) určuje polohu jednoho bodu značeného vlákna v prostoru. Užitím soustavy kolmic se popsaným způsobem nalézá množina bodů, které charakterizují prostorový průběh křivky značeného vlákna v souřadnicích x, y, K matnice.

^{x)} Zvětšení na negativu je 2,5. Zvětšení, užívané při projekci bývá voleno 100. Celkové zvětšení je pak $2,5 \cdot 100 = 250$. Příze s průměrem $D = 0,2$ mm se v tomto případě promítne do šíře 5 cm, průměr vlákna $d = 0,01$ mm do 2,5 mm.

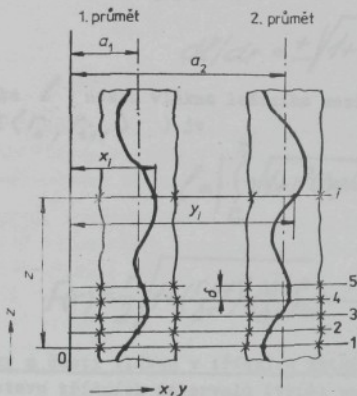
Průměty osy příže jsou v metodě VSOP určovány přímkami, procházejícími „uprostřed“ mezi konturami příže. (V poslední variantě metody VSOP se průměty osy definují regresními přímkami stanovenými z bodů označených na konturách křížkem.) Jsou-li průměty osy příže rovnoběžné s osou $\mathcal{K}$ a leží ve vzdálenostech a_1, a_2 , lze souřadnice bodů značeného vlákna převést do soustavy válcových souřadnic r, φ, ξ (osa ξ leží v ose příže) vztahy

$$r_i = \sqrt{(x_i - a_1)^2 + (y_i - a_2)^2} \quad (3.4.33)$$

$$\left. \begin{aligned} \varphi_i &= \arccos[(x_i - a_1)/r_i] \cdot [(y_i - a_2)/|y_i - a_2|]; y_i \neq a_2 \\ \xi_i &= \arccos[(x_i - a_1)/|x_i - a_1|]; y_i = a_2 \end{aligned} \right\} \quad (3.4.34)$$

$$\xi_i = \mathcal{K}_i \quad (3.4.35)$$

Není-li osa příže rovnoběžná s osou $\mathcal{K}$, je třeba pootočit původní souřadný systém do nového systému $\mathcal{K}', y', \xi'$, jehož osa $\mathcal{K}'$ bude s osou příže rovnoběžná. Jednotlivé body značeného vlákna musí pak být před převodem do válcových souřadnic nejprve vyjádřeny v nových souřadnicích $\mathcal{K}', y', \xi'$. Z obrazu na matnici se souřadnice potřebných bodů odečítají a zaznamenávají.



obr. 3.26

Poznámka:

V SVÚT je používáno zařízení DIGIMET /121/ - viz kap. 3.3.3. Zvětšená projekce filmového negativu ve skutečnosti mnohonásobně přesahuje rozměry matnice; s negativem je proto třeba pohybovat. V SVÚT byl k tomuto účelu zkonstruován křížový mikrometrický stolek s přesným automatickým posuvem.

Pro dostatečně přesné ztvárnění prostorové křivky vlákna je třeba mít k dispozici poměrně velké množství bodů. Prakticky se osvědčilo volit $\delta = 0,1 \text{ mm}$.

Výpočetní rekonstrukce vlákna. Pro výpočetní rekonstrukci prostorové křivky vlákna je nutno interpolovat její průběh mezi každou dvojicí po sobě jdoucích proměřených bodů (r_i, φ_i, ξ_i) a $(r_{i+1}, \varphi_{i+1}, \xi_{i+1})$. Je výhodné použít lineární interpolační vztahy. Lineární varianta odpovídá koncepci ekvidistantní migrace. (V minulosti /72/ byla použita též kvadratická závislost

mezi r a ξ , vycházející z modelu „ideální“ migrace. Dosahované výsledky se však prakticky nezměnily.) Vztahy lze vyjádřit ve tvaru

$$\xi - \xi_i = (\Delta\xi/\Delta r)(r - r_i) \quad (3.4.36)$$

$$\varphi - \varphi_i = (\Delta\varphi/\Delta\xi)(\xi - \xi_i) \quad (3.4.37)$$

kde je užito

$$\Delta r = r_{i+1} - r_i = \text{konst.} \quad (3.4.38)$$

$$\left. \begin{aligned} \Delta \varphi &= \varphi_{i+1} - \varphi_i + 2\pi ; (\varphi_{i+1} - \varphi_i) \leq -\pi \\ \Delta \varphi &= \varphi_{i+1} - \varphi_i ; (\varphi_{i+1} - \varphi_i) \in (-\pi, \pi) \\ \Delta \varphi &= \varphi_{i+1} - \varphi_i - 2\pi ; (\varphi_{i+1} - \varphi_i) > \pi \end{aligned} \right\} \quad (3.4.39)$$

$$\Delta \xi = \xi_{i+1} - \xi_i = \text{konst.} \quad (3.4.40)$$

Poznámka: Jsou-li body na vlákně křivce měřeny dostatečně blízko sebe, např. v myšlených řezech vzdálených o $\delta = 0,1$ mm, je možno předpokládat, že úhlová vzdálenost dvou po sobě jdoucích bodů bude menší než π - viz rovnice (3.4.39).

Derivováním interpolačních rovnic vznikne

$$\operatorname{tg} \alpha = dr/d\xi = \Delta r/\Delta \xi = \text{konst.} \quad (3.4.41)$$

$$\operatorname{tg} \beta / r = d\varphi/d\xi = \Delta \varphi/\Delta \xi = \text{konst.} \quad (3.4.42)$$

a z (2.3.45) pak plyne

$$dl/dr = \pm \sqrt{1 + r^2 (\Delta \varphi/\Delta r)^2 + (\Delta \xi/\Delta r)^2} \quad (3.4.43)$$

Délka ℓ úseku vlákna ležícího mezi poloměry r_a , r_b (pokud $r_a \in \langle r_i, r_{i+1} \rangle$, $r_b \in \langle r_i, r_{i+1} \rangle$) je

$$\ell = \left| \int_{r_a}^{r_b} \sqrt{1 + r^2 (\Delta \varphi/\Delta r)^2 + (\Delta \xi/\Delta r)^2} dr \right| = \left| F(r_b) - F(r_a) \right| \quad (3.4.44)$$

kde

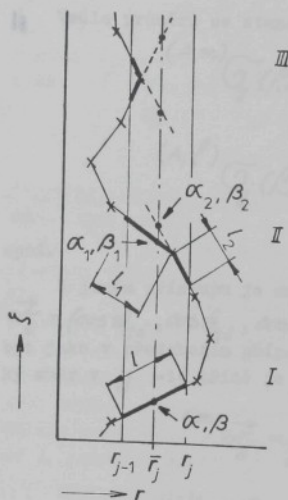
$$F(r) = \frac{r}{2} \sqrt{1 + \left(\frac{r \Delta \varphi}{\Delta r} \right)^2 + \left(\frac{\Delta \xi}{\Delta r} \right)^2} + \frac{1 + \left(\frac{\Delta \xi}{\Delta r} \right)^2}{\frac{\Delta \varphi}{\Delta r}} \ln \frac{\left| \frac{r \Delta \varphi}{\Delta r} \right| + \sqrt{1 + \left(\frac{r \Delta \varphi}{\Delta r} \right)^2 + \left(\frac{\Delta \xi}{\Delta r} \right)^2}}{\frac{\Delta \varphi}{\Delta r}} \quad (3.4.45)$$

Úseky a části vláken v třídních intervalech. Kolem osy příze zavádí metoda VSOP soustavu třídních intervalů (tříd) poloměru. j -tý třídní interval $j = 1, 2, 3, \dots$, je vymezen prostorem mezi válci s poloměry $r_{j-1} = h(j-1)$ a $r_j = h j$, šířka h všech třídních intervalů je konstantní. Obvykle je vhodné volit ji jako 1/10 až 1/15 poloměru příze R . Střed $\bar{r}_j$ j -tého intervalu (třídní hodnota) je definován výrazem $\bar{r}_j = (r_{j-1} + r_j)/2 = h(j-1/2)$.

Na zrekonstruované křivce vlákna lze vypočítat body, ve kterých křivka přechází hranice třídních intervalů. Úseky vlákna mezi nimi leží vždy jen v jednom z intervalů.

Křivky všech proměřených vláken zanechají v každé třídě jistý soubor vláknenných úseků, který charakterizuje geometrickou strukturu v těchto místech.

V obr. 3.27 je v souřadnicích r , ξ znázorněna zrekonstruovaná křivka vlákna, procházející ve třech silně vytažených úsecích j -tou třídou. Křížky označují změřené body a spojující úsečky interpolované průběhy. Úsek typu I neobsahuje žádný proměřený bod; sestává z jediné hladké části. Z rovnic (3.4.41) až (3.4.45) lze vypočítat jak jeho délku ℓ , tak i úhly α , β se kterými prochází středem



obr. 3.27

třídy. Velikost „počet úseků“ odpovídající tomuto jednomu úseku je přirozeně $m = 1$.

Na úseku typu II leží jeden měřený bod, který jej dělí do dvou částí délky l_1 , l_2 . První část prochází středem třídy a lze určit úhly α_1 , β_1 . Druhá část ovšem poloměrem $\bar{r}_j$ neprochází. Hodnoty úhlů α_2 , β_2 se proto stanovují pro střed třídy z čárkovane znázorněné extrapolace. „Počet úseků“ se pro svou prvou část definuje velikostí $m_1 = l_1 / (l_1 + l_2)$, pro druhou část $m_2 = l_2 / (l_1 + l_2)$. (Celkově opět $m = m_1 + m_2 = 1$.) Podobně se zpracovává úsek typu III (zde se extrapolují obě části) i další typy, případně složené i z více vláknenných částí.

V j -té třídě se vyhodnocením všech měřených vláken získá soubor k vláknenných částí, označených indexy $i = 1, 2, \dots, k$. Každá část má délku l_i , „počet úseků“ m_i , úhly α_i , β_i a definičními přepočty dle (2.3.46) až (2.3.49) též úhly δ_i , $\delta_{\tau,i}$, $\delta_{\theta,i}$, $\delta_{a,i}$ (viz též obr. 2.35).

Vyhodnocování struktury touto metodou předpokládá, že prostorové rozmístění značených vláken vystihuje uspořádání veskeré vláknenné hmoty příze a opírá se proto o nalezené soubory vláknenných částí v jednotlivých třídách.

Zaplnění. Souhrnná délka vláknenných částí obsažených v j -té třídě je $L_j = \sum_{i=1}^k l_i$. Celková délka všech proměřených vláken pak je $\sum_j L_j$. Mají-li vlákna plochu S příčného řezu a měrnou hmotnost ρ , je jejich hmotnost $\rho S \sum_j L_j$. Proměřená vlákna byla získána z úseku délky a příze o jemnosti T . Hmotnost všech vláken v tomto úseku byla Ta . Podíl hmotnosti měřených (značených) vláken na celkové hmotnosti příze je pak $c = \rho S \sum_j L_j / (Ta)$.

V j -té třídě je hmotnost proměřených vláknenných částí $\rho S L_j$. V téže třídě je hmotnost všech (i neznačených) vláknenných částí $\rho S L_j / c$ a jejich objem je $S L_j / c$. j -tá třída má v úseku příze délky a celkový objem $2\pi \bar{r}_j h a$. Zaplnění j -té třídy je tak

$$U_j = \frac{S L_j / c}{2\pi \bar{r}_j h a} = \frac{T}{2\pi \rho h \sum_j L_j} \cdot \frac{L_j}{\bar{r}_j} = \frac{T}{2\pi \rho h^2 \sum_j L_j} \cdot \frac{L_j}{(j-1/2)} \quad (3.4.46)$$

Charakteristické úhly. Směrovou stránku průchodů vláken j -tou třídou je vhodné popsat charakteristickými (středními) úhly.

Je možné vyhodnocovat vážené aritmetické průměry úhlů, kde ve významu statistické váhy jsou použity „počty úseků“ m_i , nebo délky l_i . V j -té třídě lze např. definovat z úhlů β_i průměry

$$^{(A,m)}\beta_j = \sum_{i=1}^k m_i \beta_i / \sum_{i=1}^k m_i \quad (3.4.47)$$

$$^{(A,l)}\beta_j = \sum_{i=1}^k l_i \beta_i / \sum_{i=1}^k l_i \quad (3.4.48)$$

Poznámka: Horní, v závorce uvedený index, obsahuje symbol A pro aritmetický průměr a m či ℓ pro označení způsobu vážení.

Analogické charakteristiky lze tvořit z úhlů α_i , γ_i , $\varphi_{1,i}$, $\varphi_{2,i}$, $\varphi_{a,i}$.
Vedle průměrů se stanovují také směrodatné odchylky. Např. z úhlů β_i

$${}^{(A,m)}\sigma_j(\beta) = \left[\sum_{i=1}^k m_i (\beta_i - {}^{(A,m)}\beta_j)^2 / \sum_{i=1}^k m_i \right]^{1/2} \quad (3.4.49)$$

$${}^{(A,\ell)}\sigma_j(\beta) = \left[\sum_{i=1}^k \ell_i (\beta_i - {}^{(A,\ell)}\beta_j)^2 / \sum_{i=1}^k \ell_i \right]^{1/2} \quad (3.4.50)$$

apod.

V jiném přístupu je směr i -té části vlákna vyjádřen jednotkovým vektorem $\vec{w}_i = (\cos \varphi_{1,i}, \cos \varphi_{2,i}, \cos \varphi_{a,i})$ - (srovnej s obr. 2.35), jehož významnost může být jako v předchozím případě vyjádřena hodnotou m_i nebo ℓ_i . Charakteristický směr v j -té třídě je možno definovat jednotkovým vektorem

$${}^{(m)}\vec{w}_j = \sum_{i=1}^k m_i \vec{w}_i / \left| \sum_{i=1}^k m_i \vec{w}_i \right| \quad (3.4.51)$$

$${}^{(\ell)}\vec{w}_j = \sum_{i=1}^k \ell_i \vec{w}_i / \left| \sum_{i=1}^k \ell_i \vec{w}_i \right| \quad (3.4.52)$$

Úhly odpovídající ${}^{(m)}\vec{w}_j$ či ${}^{(\ell)}\vec{w}_j$ mají význam vektorů ve stanovených průměrech v j -té třídě. V tomto smyslu jsou např. složky ${}^{(m)}\vec{w}_j$ přímo kosiny vektorových průměrů ${}^{(V,m)}\varphi_{1,j}$, ${}^{(V,m)}\varphi_{2,j}$, ${}^{(V,m)}\varphi_{a,j}$, z nichž je možno d. finičními rovnicemi (2.3.46) až (2.3.48) určit i vektorové průměry ${}^{(V,m)}\alpha_j$, ${}^{(V,m)}\beta_j$, ${}^{(V,m)}\gamma_j$.

Poznámka: Symbol V značí vektorově stanovený průměr, m či ℓ vyjadřuje způsob zvažování významnosti. Ve vektorových průměrech vztahy (2.3.46) až (2.3.48) platí; neplatí však pro průměry aritmetické.

Délkou vážené vektorové průměry ${}^{(V,\ell)}\varphi_{1,j}$, ..., ${}^{(V,\ell)}\varphi_{a,j}$ vylyvají pak analogicky z vektoru ${}^{(\ell)}\vec{w}_j$.

Frekvence a perioda migrace. Délka průmětu značeného vlákna do osy příže je absolutní hodnotou rozdílů ξ -souřadnic jeho prvního a posledního proměřovaného bodu. (Vlákno nebo jeho část proměřovaná metodou VSOP nesmí obsahovat uzlíky, „háčky“ apod.)

Sečtením těchto délek od všech proměřených vláken vznikne úhrnná délka osového průmětu ξ^* .

Z výpočetně rekonstruovaných prostorových křivek lze určit celkový počet m_j^* průchoďů všech analyzovaných vláken středem $\vec{r}_j$ -té třídy. (Prakticky je m_j^* téměř shodné s $m_j = \sum_{i=1}^k m_i$.) Na jednotkové délce příže prochází tedy vlákno poloměrem $\vec{r}_j$ v průměru m_j^*/ξ^* krát. Je-li v příčném řezu příže n vláken, je poloměr $\vec{r}_j$ protínán v jednotkové délce příže všemi vlákny celkem

$$v_j = n m_j^* / \xi^* \quad (3.4.53)$$

krát. Podle dříve uvedených vztahů (2.3.66) a (2.3.67) je pak na $\vec{r}_j$ frekvence migrace

$$f_j = v_j / (2n) = m_j^* / (2\xi^*) \quad (3.4.54)$$

a perioda migrace

$$P_j = 2n/\sigma_j = 2\xi^*/m_j^* \quad (3.4.55)$$

Lze ještě poznamenat, že výraz $\sum_j L_j / 5^*$ vyjadřuje průměrnou délku vlákna, umístěnou v jednotkové délce příze. Je-li střední plocha příčného řezu každým vláknem α a měrná hmotnost Q , pak v jednotkové délce příze jemnosti T je délka všech vláken $T/(Q\alpha)$. Počet vláken v příčném řezu příze je určen výrazem

$$n = [T/(Q\alpha)] / [\sum_j L_j / 5^*] = T\xi^* / (Q\alpha \sum_j L_j) \quad (3.4.56)$$

Hypotéza náhradní příze. V třídních intervalech se vyskytují 4 směrové typy vláken - ných částí, zavedené v kap. 2.3.2 (obr. 2.36 a tab. 2.7). Z vláknenných částí jednoho typu lze v každé třídě samostatně vyhodnocovat dílčí zaplnění a průměrné úhly. (Postupy vyhodnocení aritmetických nebo vektorových průměrů ani způsoby vážení dle ℓ či m se nemění; v úvahu se však berou jen vláknenné části jednoho typu a ostatní se zanedbávají.) Hodnota dílčího zaplnění typem 1 bývá u většiny přízí stejná jako hodnota dílčího zaplnění typem 2; podobně je tomu i mezi typy 3 a 4. Také absolutní hodnoty průměrných úhlů α , β , γ zjišťované v jednotlivých typech vykazují podobnou shodu. Průměrné úhly α , β , γ stanovené bez ohledu na typovou příslušnost ze všech vláknenných částí dané třídy, jsou pak rovný 0, průměrný úhel φ_j je roven $\pi/2$.

Vláknenné části typu 1 a 3 je vhodné sloučit do skupiny A (směřující „ven“ z příze), části typu 2 a 4 do skupiny B (směřující „dovnitř“ příze). V obvyklých případech lze skupinu B považovat za „zrcadlový“ obraz skupiny A a to odpovídá zavedenému pojmu symetrické migrace.

V symetrické migraci je užitečné přisoudit každé vláknenné části místo skutečných úhlů α_i , β_i , γ_i úhly $|\alpha_i|$, $|\beta_i|$, $|\gamma_i|$ a teprve poté vyhodnocovat průměrné úhly v třídních intervalech. Výsledky charakterizují průměrný směr ve skupině A, jenž je současně „zrcadlově“ obráceným průměrným směrem skupiny B.

Poznámka: Takto stanovené průměrné úhly α , β , γ jsou opatřovány značkou absolutní hodnoty u základního symbolu. Např. $|\alpha|$ je vektorově určený průměrný úhel α , nalezený v j -té třídě, vážený délkou, získaný při výše zmíněné změně úhlů jednotlivých vláknenných částí.

V symetrické migraci umožňují tímto způsobem pořízené vektorové průměry úhlů zredukovat složitou strukturu příze na zjednodušený model. V něm se uvažuje, že všechny vláknenné části mají ve středu $\bar{r}_j$ j -té třídy úhly $(\varphi_r)_j = {}^{(ve)}|\varphi_r|_j$ nebo $(\varphi_r)_j = \pi - {}^{(ve)}|\varphi_r|_j$, $(\varphi_a)_j = {}^{(ve)}\varphi_{a,j}$, $(\varphi_b)_j = {}^{(ve)}\varphi_{b,j}$ a úhly $(\alpha)_j$, $(\beta)_j$, $(\gamma)_j$ dopočtené z definičních vztahů (2.3.46) až (2.3.48). Samozřejmě se předpokládá, že právě polovina vláknenných průchodů poloměrem $\bar{r}_j$ má $(\varphi_r)_j < \pi/2$ (jdou směrem „ven“ - skupina A) a druhá polovina má $(\varphi_r)_j > \pi/2$ (jdou směrem „dovnitř“ - skupina B). Na poloměru $\bar{r}_j$ se ještě zavádí zaplnění, jehož hodnota je shodná se zaplněním u_j j -té třídy skutečné příze. Popsanou představou je definována náhradní příze.

V náhradní přízi jednotkové délky je poloměr $\bar{r}_j$ protínán všemi vlákny celkem v_j krát, přičemž dle (2.3.59) platí

$$v_j = u_j \cdot 2\pi \bar{r}_j \cdot |\cos(\varphi_r)_j| / \alpha \quad (3.4.57)$$

V příčném řezu diferenciální vrstvou náhradní příze, ležící mezi poloměry $\bar{r}_j$ a $\bar{r}_j + dr$, je diferenciální počet vláken

$$(dn)_j = [u_j \cdot 2\pi \bar{r}_j \cdot \cos(\varphi_r)_j / \alpha] dr \quad (3.4.58)$$

Spojité radiální průběhy. Na radiální průběh strukturálních veličin se dá usuzovat z hodnot, zjištěných ve středech $\bar{r}_j$ všech třídních intervalů. Vhodnými numerickými (interpolačními, regresními apod.) postupy lze dospět ke spojitým radiálním funkcím, derivacím i integrálům a z nich pak vyhodnocovat další informace. (U strukturálních veličin je nyní třeba vynechávat index j třídního intervalu a uvažovat je jako spojité funkce poloměru r . Místo $\bar{r}_j$ je pak třeba psát r .) Tak např. derivováním veličiny φ , vyhodnocené z (3.4.53), lze vyjádřit radiální průběh obrátového součinitele $\eta = (dr/dr)/2$, jenž byl definován v kap. 2.3.2 rovnicí (2.3.65).

Zajímavé souvislosti poskytuje náhradní příze. Počet vláken v jejích příčném řezu je dán integrací z (3.4.58). Integrovat je třeba přes všechny poloměry $r \leq R_{max}$ kde $\mu \neq 0$. Pak

$$n = (2\pi/s) \int_0^{R_{max}} \mu r \cos \varphi_r dr \quad (3.4.59)$$

Radiální průběh obrátového součinitele se nalezne užitím (3.4.57).

$$\eta = (dr/dr)/2 = (\pi/s) d(\mu r |\cos \varphi_r|)/dr \quad (3.4.60)$$

z (3.4.57) a (2.3.67) lze vyjádřit

$$\cos^2 \varphi_r = [ns/(p\pi\mu r)]^2 \quad (3.4.61)$$

Z posledního výrazu plyne pro periodu migrace

$$p = ns/(\pi\mu r |\cos \varphi_r|) \quad (3.4.62)$$

Berou-li se v náhradní přízi v úvahu jen vláknenné úseky skupiny A (směřující „ven“), je směr průchodů vláken definován na každém poloměru jednotkovým vektorem $\vec{w} \equiv (\cos \varphi_r, \cos \varphi_\theta, \cos \varphi_\phi)$, jehož složky jsou kladné. Zaplnění od vláken skupiny A je ve všech místech polovinou $(\mu/2)$ celkového zaplnění. Malou jednotkovou ploškou postavenou kolmo ke směru $\vec{w}$ prochází směrem „ven“ $1 \cdot (\mu/2)/s$ vláken. Početní hustotu a směr těchto vláknenných úseků lze na poloměru r souhrnně vyjádřit vektorem $\vec{u} = [\mu/(2s)] \cdot \vec{w}$.

V každém bodě prostoru je definován právě jeden takový vektor, takže $\vec{u}$ určuje jisté vektorové pole. Hodnota divergence $\nabla \cdot \vec{u}$ vyjadřuje v tomto případě přírůstek počtu vláken skupiny A v jednotkovém objemu sledované náhradní příze.

Poznámka: Jedná se o analogii rovnice kontinuity při ustáleném toku nestlačitelné kapaliny. Výraz $\mu/(2s)$ je paralelou hodnoty rychlosti proudění a směru proudění. Na tuto paralelu upozornil I. Dogu [129].

Podle autorova odvození uvedeného v práci [82] platí pro divergenci vektoru vztah

$$\nabla \cdot \vec{u} = \eta/(2\pi r) \quad (3.4.63)$$

kde η je obrátovým součinitelem náhradní příze, vyjádřeným v (3.4.60).

Sledovanou úvahu lze zobecnit i nad rámec náhradní příze. Veličina $\eta/(2\pi r)$ si totiž zachovává svůj smysl přírůstek počtu vláken skupiny A v objemové jednotce i tehdy, užije-li se pro stanovení $\eta = (dr/dr)/2$ hodnot φ , určených podle (3.4.53) pro skutečnou přízi se symetrickou migrací.

Výpočetní program. Vyhodnocovací část metody VSOP stanovuje všechny uvedené charakteristiky a provádí i další doplňkové výpočty. Rozsah získaných výsledků je značný a umožňuje posoudit geometrickou strukturu příze z mnoha různých hledisek.

V SVÚT Liberec byl vypracován výpočetní program „VSOP-3“, který stanovuje v každém z 20. intervalů poloměru hodnoty více než 400 veličin. Určují se průměry aritmetické i vektorové, vážené délkou i počtem úseků, z původních i absolutních hodnot, vyhodnocují se goniometrické a další funkce úhlů, charakteristiky zaplnění a počtu vláknenných průchodů atd., vše samostatně pro úseky typu 1,2,3,4 i všech-ny typy dohromady. Výpočetní program „VSOP-3-GRAFY“ zpracovává výsledky do téměř 50 grafů, v nichž znázorňuje přes 250 radiálních průběhů různých veličin.

3.4.5. VÝSLEDKY METODY VSOP

Značně rozsáhlý soubor informací, který je vyhodnocován u každé příze, zde může být ilustrován jen několika typickými výsledky. (Detailní výsledky jsou zčásti uvedeny v / 74 / a v interních materiálech SVÚT.) V grafech na obr. 3.28 je doložena struktura 3 přízí ze stejné vláknenné suroviny - lesklé VSs, 0,16 tex, 40 mm. V příkladech je užita mykaná, prstencově dopřádaná příze, vyrobená bavlnářskou technologií, s jemností $T = 36,8$ tex a zákrutem $Z_M = 497 \text{ m}^{-1}$, dále rotorová příze ze stroje BD 200, $T = 38,3$ tex, $Z_M = 517 \text{ m}^{-1}$ a konečně vlnářskou technologií vyrobená mykaná prstencová příze $T = 101$ tex, $Z_M = 372 \text{ m}^{-1}$. Prvé dvě příze mají srovnatelnou jemnost i zákrut.

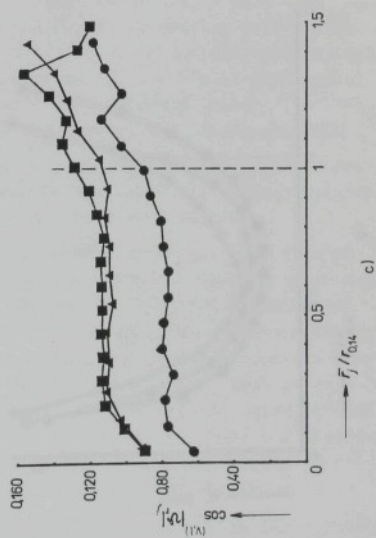
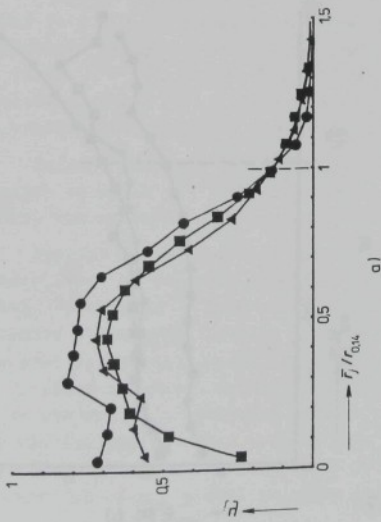
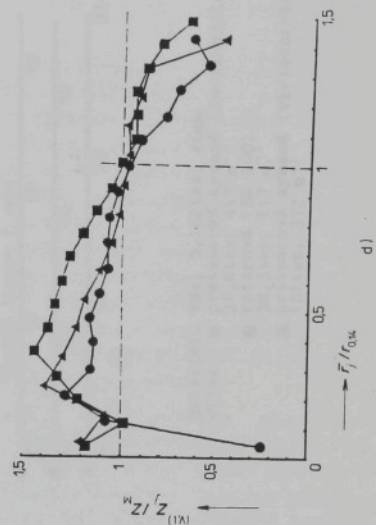
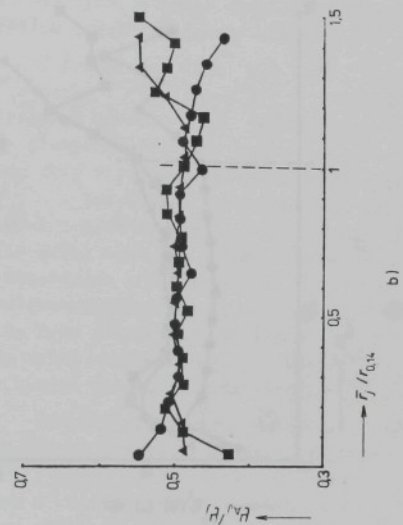
Strukturální veličiny jsou vyneseny v závislosti na poměru $\bar{g}/r_{qm}$. Poloměry $\bar{r}_g$ jsou středy jednotlivých třídních intervalů, r_{qm} označuje poloměr, na němž dosahuje zaplnění hodnoty $u = 0,14$. Dle kap. 3.2.2. je r_{qm} dobrým odhadem poloměru příze $R = D/2$.

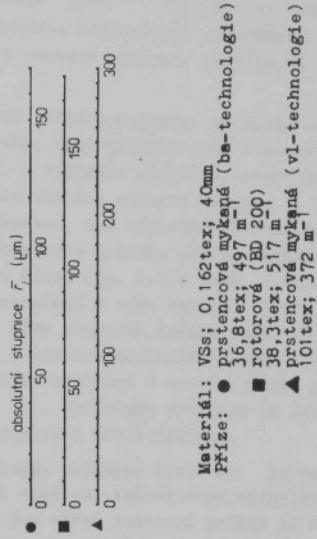
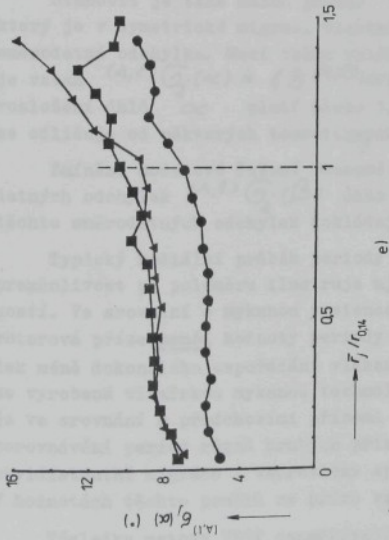
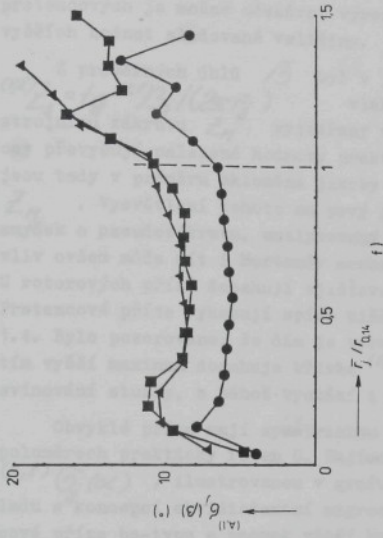
Graf a) zobrazuje radiální průběh zaplnění. Maxima křivek dosahují u příze rotorové a vlnářské hodnoty kolem 0,7, u příze prstencové ba-typu 0,8. Vyšší hodnota nepřekvapuje, uváží-li se, že zde byl užit zákrut v úrovni příze rotorové, tj. asi o 20% vyšší, než je obvyklé. Pokles křivek směrem k povrchu je u obou prstencově dopřádaných přízí strmější než u příze rotorové. To odpovídá i výsledkům z analýzy příčných řezů (kap. 3.3.4). Směrem k ose příze hodnoty zaplnění klesají. Pokles je méně výrazný u prstencových přízí a velmi zřetelný u příze rotorové. Tento jev by nasvědčoval výraznému mechanismu svinování stužky u rotorové příze, v menší míře však i u přízí prstencových (srovnej kap. 2.2.5). Podobný pokles našli též T.S. Hickie a M. Chaikin /12/ technikou příčných řezů u česaných vlněných přízí, na druhé straně však výsledky získané metodou SECANT (kap. 3.3.4., obr. 3.17) takový pokles nezaznamenaly. Zatím nelze rozhodnout, která metoda správněji vystihuje osovou oblast přízí.

Poznámka: Po zvážení možných zdrojů nepřesností se autor domnívá, že metoda VSOP pokles zaplnění v osové oblasti spíše zdůrazňuje, zatímco metoda SECANT jej ve svých výsledcích naopak potlačuje. Nejpravděpodobněji zmíněný pokles u přízí vskutku existuje, byť patrně v menší míře než vykazuje metoda VSOP.

Graf b) ilustruje zaplnění $u_{A, \beta}$ vláknennými úseky skupiny A (směřujícími „ven“) v poměru k celkovému zaplnění u_g v každém třídním intervalu. Ve vnitřních oblastech všech 3 přízí je tento poměr prakticky konstantní, rovný hodnotě 0,5. Znamená to, že na všech poloměrech právě polovina hmoty vláken směřuje „ven“, zatímco druhá polovina směřuje „dovnitř“ příze. Podobně by bylo možno ukázat, že střední hodnota úhlů β či úhlů $|\alpha|$, vyhodnocené samostatně z vláknenných úseků směřujících „ven“ a „dovnitř“ příze, jsou si v každé třídě navzájem prakticky rovny. U těchto typů přízí je migrace vždy průkazně symetrická.

Hodnoty $\cos(\psi)/|dr/dz|$, vynesené v grafu c), charakterizují absolutní hodnoty derivací $|dr/dz|$, se kterými vlákna procházejí středy třídních intervalů. Jak je zřejmé, jsou téměř konstantní v celé vnitřní oblasti všech 3 sledovaných přízí;





Materiál: VŠs; 0,162tex; 40mm
 Příze: ● prstencová mykána (ba-technologie)
 36,8tex; 497 m
 ■ rotorová (BD 20q)
 38,3tex; 517 m
 ▲ prstencová mykána (vl-technologie)
 101tex; 372 m

obr. 3.28

výraznější růst lze pozorovat jen v malých prostorech kolem osy a povrchu. Znázorněné průběhy, typické pro všechny prstencové a rotorové příze, ukazují, že střední směr průchodu vláken jednotlivými poloměry dobře odpovídá modelu ekvidistantní migrace, zpracovanému v kap. 2.3.4. Prstencová příze vyrobená bavlnářskou technologií je poměrně dobře uspořádaná, a proto její hodnoty $\cos(\alpha) | \alpha |_j$ jsou nižší. Naproti tomu u přízí rotorových a vlnářskou mykanou technologií pořízených přízí prstencových je možné očekávat výraznější vliv vnesené migrace, promítající se do vyšších hodnot sledované veličiny.

Z průměrných úhlů β byl v jednotlivých třídách stanoven průměrný zákrut ${}^{(1,2)}Z_j = \tan(\beta_j / (2\pi r_j))$ vláknenných úseků. Jeho hodnoty jsou v poměru ke strojnímu zákrutu Z_M vyjádřeny v grafu d). S výtinkou malého prostoru kolem osy převyšují nalezené hodnoty prakticky v celé vnitřní oblasti hodnotu 1. Vláknina jsou tedy v průměru skloněna jakoby větším zákrutem, než odpovídá vložené hodnotě Z_M . Vysvětlení tohoto na prvý pohled neobvyklého průběhu nabízí mechanismus smýček a pseudozákrutu, analyzovaný v poslední části kap. 2.3.4 (obr. 2.62). Dílčí vliv ovšem může mít i Mortonův mechanismus, naznačený v téže kapitole (obr. 2.47). U rotorových přízí dosahují zjišťovaná maxima vždy značných hodnot (asi 1,3 až 1,6). Prstencové příze vykazují spíše nižší hodnoty s maximem nejčastěji kolem 1,2 až 1,4. Bylo pozorováno, že čím je výraznější pokles zaplnění v osové oblasti příze, tím vyšší maximum dosahuje křivka ${}^{(1,2)}Z_j / Z_M$. Společnou příčinou je patrně svinování stužky, z něhož vychází i koncepce smýček a pseudozákrutu.

Obvyklé příze mají symetrickou migraci, takže průměrný úhel α je na všech poloměrech prakticky roven 0. Zajímavé je však sledovat směrodatnou odchylku ${}^{(1,2)}G_j(\alpha)$, ilustrovanou v grafu e). Její jen mírně rostoucí průběh je v souladu s koncepcí ekvidistantní migrace. Nižší hodnoty zjišťované u mykané prstencové příze ba-typu a naopak větší hodnoty u dalších dvou přízí odpovídají rozdílné míře vnesené náhodné migrace, popsané v kap. 2.3.3 (obr. 2.46).

Stanovit je také možno průměr ${}^{(1,2)}|\alpha|_j$ z absolutních hodnot úhlů α , který je v symetrické migraci vlastně lineární odchylkou. Má podobný průběh jako směrodatná odchylka. Mezi oběma veličinami se nezávisle na poloměru obvykle zjišťuje vztah ${}^{(1,2)}G_j(\alpha) \approx 1,3 {}^{(1,2)}|\alpha|_j$. Připomeňme, že pro případ normálního rozložení úhlů α platí místo 1,3 součinitel 1,25. Nalezený průběh ${}^{(1,2)}|\alpha|_j$ se odlišuje od některých teoretických úvah, uvedených např. M.T. Ziedmanem /28/.

Zmíněné modelové řešení vnesené náhodné migrace vysvětluje také průběh směrodatných odchylek ${}^{(1,2)}G_j(\beta)$ úhlů β , znázorněný v grafu f). Nemalé hodnoty těchto směrodatných odchylek dokládají též závažnost zákrutové migrace.

Typický radiální průběh periody migrace je vynesen v grafu g). Její výrazná proměnlivost po poloměru ilustruje mj. nesoulad modelu „ideální“ migrace se skutečností. Ve srovnání s mykanou prstencovou přízí ba-typu má přibližně stejná jemná rotorová příze menší hodnoty periody migrace, což lze chápat jako přirozený důsledek méně dokonalého uspořádání vláken. Nejdelší periodu migrace má prstencová příze vyrobená vlnářskou mykanou technologií. Je však současně hrubší, její poloměr R je ve srovnání s předchozími přízemi asi o 60% větší. Ukazuje se, že bezprostřední porovnávání period různě hrubých přízí není příliš vhodné. Výstižnější a z hlediska ekvidistantní migrace i teoreticky správnější je srovnávat navzájem poměry p/R . V hodnotách těchto poměrů se příze vlnářská velmi sblíží s přízí rotorovou.

Výsledky metody VSOP zanedbávají existenci přeložených vláken, uzlíků a jiných tvarových zvláštností, jež nemohly být při dané úrovni experimentální techniky pozaty do vyhodnocování. Ve světle tohoto omezení je nutno vidět i závěry, které z výsledků vyplývají.

Část E

ZAVĚRY PRO REALIZACI
VE SPOLEČENSKÉ PRAXI
A PRO DALŠÍ ROZVOJ VĚDY

1. ZÁVĚRY PRO REALIZACI VE SPOLEČENSKÉ PRAXI

Jádro disertační práce je soustředěno v části D a čtenář si jistě vytvořil vlastní názor na možnosti využití dosažených výsledků. Podle vyhlášky č. 64/77 Sb. je však autor povinen zpracovat své stanovisko k této věci ve zvláštní části práce.

Hlavní teoretické a experimentální poznatky, které jsou uvedeny v disertaci, souvisejí především s rozvojem vědeckého poznání. Mnohé z nich je však možno využít i v oblastech praktických. Praxe je cílevědomým jednáním, jehož společenskost plyne ze společenské povahy mezilidské komunikace, dělby práce, apod. Pojem společenské praxe - vyhl. č. 64/77 Sb. - je tedy značně široký a není v silách autora jej zcela postihnout, stanovit všechny závěry, k nimž publikované poznatky vedou či k jejichž stanovení mohou přispět.

V oblasti výroby lze znalost tvorby a struktury příze uplatnit především v samotném předení. Specifickým problémem je např. volba vhodných zákrutů, neboť náklady na dopřádání tvoří asi polovinu veškerých nákladů v přádelně a zákrut současně předurčuje zpracovatelnost příze i některé užitné vlastnosti výsledné textilie. Přesnější metody stanovení zákrutu jsou vyloženy v kap. 1.3.4. Pro bavlnářské příze se na základě těchto poznatků zpracovává ve spolupráci SVÚT Liberec a GŘBP Hradec Králové soubor konkrétních podkladů, které vycházejí z potřeb VHH bavlnářského průmyslu a umožňují zdokonalit přípravu výroby v bavlnářských přádelnách. Vedle „většího pořádku“ v používaných zákrutech jde mj. také o problematiku dokonalejšího hodnocení a ovlivňování jakosti přízí.

Soustava výpočtů průměrů, zaplnění a dalších souvisejících charakteristik, založená na autorově řešení, je zabudována jako nedílná součást komplexu technicko-technologických, ekonomických a cenových propočtů bavlnářských tkanin („výrobní předpis“) v programech výpočetního střediska Orgatexu. Tak jsou výsledky realizovány v rámci působnosti celé VHH. Průměry příze jsou dále k dispozici odborníkům z oblasti přípravy výroby, desinátorům a cenařům ve všech podnicích VHH prostřednictvím materiálů, zpracovaných a vydaných na základě požadavků GŘBP.

Poznatky této disertace lze ovšem aplikovat i v dalších VHH. V pletářském průmyslu půjde především o využití ve výpočetním navrhování konstrukce základních typů pletenin. Autorovy metody pro stanovení geometrických vlastností příze se ukázaly užitečné např. v systému navrhování zátažných úpletů, který byl v SVÚT vypracován na požadavek VHH pletářského průmyslu. V oblasti lnářského průmyslu byly některé poznatky využity při řešení problematiky dynamické únosnosti tkanin z n.p. Technolen, určených k výrobě lehátek. Některé drobnější práce aplikačního rázu naznačují, že nalezené poznatky lze využít i v průmyslu vlnářském, a to v oblastech obdobných jako u průmyslu bavlnářského, ale i při řešení některých speciálních problémů. (Tak např. problematika vlastností lepicích oděvních vložek souvisí mj. i se zde odvozenými statistickými zákonitostmi povrchových vrstev příze, apod.)

Tvorba a struktura příze se odráží především ve vlastnostech přízí. Mnohé souvislosti jsou již známy (některé zpracoval i autor v / 82 /) a jsou využívány v prvých praktických pokusech o exaktní projektování textilií. Širšímu uplatnění zatím brání mj. i současný nedostatek malé výpočetní techniky, především osobních počítačů. Teprve od přímého kontaktu výrobního odborníka se softwareově dobře vybaveným malým počítačem lze očekávat kvalitativně vyšší úroveň praktického využití stávajících teoretických poznatků.

Exaktní přístup k řízení výroby příze se nemůže obejít bez pokroku v textilním zkoušebnictví. Z tématického hlediska této disertace považuje autor za potřebné roz-

šířit možnosti provozního měření některých strukturálních a strukturu ovlivňujících vlastností příze. Vlákenný materiál přicházející do přádelny by měl být zkoušen nejen z hlediska jeho délky a jemnosti, ale např. též z hlediska stlačovací závislosti; jde zejména o experimentální stanovení k_p ze vztahu (1.2.43), což je důležitá charakteristika spradatelnosti.

V podmínkách provozních zkoušek by mělo v budoucnu být možné měřit také průměr příze a jeho kolísání, neboť průměr, či lépe zaplnění patří k důležitým jakostním charakteristikám, které zatím žel praxe nesleduje. Z podobných důvodů by bylo užitečné měřit též skutečný počet vláken v průřezu příze - viz kap. 3.3.3. (Pro rychlé a spolehlivé provozní měření však zatím chybí vhodný měřicí princip.)

Výsledky disertace lze realizovat také v novém či modifikovaném vyhodnocování experimentálních dat, pořizovaných v provozech běžnými zkušebními metodami. Při faktické znalosti (a normativním zakotvení) některých parametrů materiálů a technologií (měrné hmotnosti vláken, konstant K a M v rovnici (1.3.47)) lze např. jen z běžně naměřených hodnot jemnosti vláken t a jemnosti příze T , zákrutu příze Z , pevnosti vláken F_v a příze F vyhodnotit řadu charakteristik s „netradiční“ výpovědní schopností. Jsou to zejména: substanční průřez S a substanční průměr D_s , poměrná jemnost T/t (tradiční „počet vláken“), řada zákrutových koeficientů (Phrixův α , Koechlinův α , plošný Koechlinův α_s , zobecněný α_x charakterizující intenzitu zákrutu, nebo α_{red} vystihující úhel β_{red} , nebo α_u pro posouzení zaplnění), dále zákrutový poměr (naměřeného zákrutu a zákrutu vypočteného pro úroveň „osnovního“ kroucení - viz např. tab.1.10), střední zaplnění $\bar{\alpha}$, průměr D a redukovaný průměr D_{red} , intenzita zákrutu z a povrchový úhel β a úhel β_{red} , ekvivalentní průměr mezivláknenných pórů α_p , samozřejmě poměrná pevnost F/T a využití substanční pevnosti $F/(F/T)$, ale také napětí na mezi pevnosti F/S a charakteristika pevnosti v plošné textilií F/D (proporcionální pevnosti např. tkaniny po osnově či útku). Mnohé z těchto projevů příze by bylo třeba postupně zahrnout do státních a oborových norem, zkušebnických i norem jakosti.

Poznámka: V praktickém používání je současně třeba ustálit terminologii a zvyklosti v užívaných fyzikálních rozměrech u nových veličin.

Výsledky disertace lze využít též v oblasti výzkumu a vývoje. V první řadě se jedná o nové typy přízí a nové principy předání. V této souvislosti byly využívány autorem vypracované náročnější metody vlastního sledování struktury nových druhů přízí a závěry, plynoucí z provedených teoretických analýz tvorby a struktury.

Značná pozornost byla věnována přízím rotorovým, vypřádaným na čs. strojích řady BD 200.

V současnosti probíhá v ČSSR vyhledávací výzkum dalších způsobů netradičního předání. Metoda hodnocení příčných řezů byla použita např. pro podrobnější poznání struktury frikčně předaných přízí, sledovaných ve VÚB Ústí n. Orli. Tak bylo možné kvantitativně charakterizovat známé „špatné“ uspořádání vláken.

Širší využití poznatků si vyžádaly také svazkové příze tryskového doprání. Informace o podílu a charakteru jádra a pláště těchto přízí, stanovené z radiálního rozložení strukturálních veličin (metoda VSOP) i znalost struktury a variability v příčných řezech (metodou SECANT) se promítly ve výzkumných a vývojových pracích KVÚ Elitex.

Také při výzkumu ovíjených přízí typu Rotona bylo užito řady poznatků popsanych v této disertaci. Jde především o analýzu zaplnění, analýzu tahových křivek napětí - - prodloužení a strukturální vztahy nutné pro vývoj postupů výpočetního projektování mechanických vlastností elastických variant přízí Rotona. Tyto výsledky a souvislosti byly vypracovány na základě požadavků plynoucích z potřeb ředitelského kolektivu v ÚZCHV Česká Třebová. Tam jsou také dále využívány při řešení výzkumných úkolů.

Metody vypracované v disertaci jsou vhodné i pro netradiční porovnání přízí vyrobených na tuzemském a zahraničním zařízení. Bylo provedeno např. strukturální porovnání rotorových přízí ze strojů typu BD 200 a stroje Autocoro, nebo svazkových přízí ze zařízení Penns a Murrata, obojí pro potřeby zejména KVÚ Elitex.

Jiný směr využití poznatků disertace se dotýká výzkumu vlastností textilních útvarů a vývoje postupů pro jejich projektování. Z tohoto hlediska se výsledky uplatňují zejména v činnosti SVÚT Liberec. Optimalizace konstrukce textilií, která se v SVÚT již delší dobu provádí, a která využívá mj. i výsledky autora (zejména z oblasti příčných rozměrů a zaplnění), se ukázala jako jedna z ekonomicky nejefektivnějších činností textilního výzkumu.

O autorovy vědeckovýzkumné práce projevily zájem i zahraniční výzkumné ústavy. V rámci programu dvoustranné spolupráce SVÚT s partnerskými pracovišti zemí RVHP byly vybrané výsledky předány k dalšímu využití do NDR, PLR, RSR, BLR. Autorovy práce o struktuře příze zaujaly výzkumný ústav FIFT v NDR do té míry, že v letech 1978 až 1980 byl uskutečněn s SVÚT společný výzkumný program, zaměřený na vybrané strukturální souvislosti vlastností příze.

Dosavadní zkušenosti ukazují, že výsledky disertace mohou být na úseku výzkumu a vývoje užitečným přínosem. Způsob a míra jejich vhodné aplikace jsou ovšem závislé na cílech (realizačních výstupech) konkrétních úkolů; bez jejich znalosti nelze využití blíže upřesnit.

Jiná možnost uplatnění je spjata s činností prognostickou. Objektivní znalosti textilních útvarů, a tedy i příze, jsou trvalé, platné i pro budoucnost. Proto dokonalejší poznání jedinečného charakteru struktury příze umožňuje reálněji předvídat budoucí vývoj. Autorovy výsledky se v tomto smyslu promítly do prognostických studií zpracovaných v SVÚT Liberec a zčásti též ve VÚB Ústí n. Orł. (Např. ze specifiky rozhraní kompaktní a přechodové struktury vyplynula nezbytnost vyrábět i v budoucnu textilní útvary se zaplněním 0,4 až 0,5.)

Součástí realizace ve společenské praxi je též výuka nových poznatků v odborném školení. Z hlediska tematiky disertace autor zejména oceňuje, že vybrané výsledky jeho práce se staly předmětem výuky na textilní fakultě VŠT Liberec a byly zpracovávány do učebních textů této vysoké školy. Některé výsledky jsou přednášeny také na zahraničních vysokých školách, např. v Indian Institute of Technology, Delhi (zejména struktura příze v příčném řezu) na Technische Hochschule Karl-Marx-Stadt (strukturální řešení sráživosti příze, problémy projektování přízí).

2. ZÁVĚRY PRO DALŠÍ ROZVOJ VĚDECKÉHO POZNÁNÍ

Snaha přispět k rozvoji vědeckého poznání tvorby a struktury příze vedla autora v průběhu řady let k postupnému zpracovávání dílčích souvislostí a problémů, z nichž některé jsou popsány v předložené disertaci. Závěry řešení byly uvedeny a teoreticky i experimentálně doloženy v příslušných místech textu a nebylo by účelné je opakovat. Zpracované řešení však poskytuje v jistém smyslu i nový celkový pohled na přízi, nabízí modifikovanou představu o tom, co to příze vlastně je a jakým způsobem vzniká. V hlavní části D disertace je souhrnný pohled poněkud zastřen řadou nezbytných detailů řešení. Autor proto považuje za prospěšné charakterizovat jej v rámci této kapitoly.

- A) Výchozí forma textilního útvaru je pramínek (stužka) vláken.
1. Pramínek je vytvořen z vláknenného materiálu určitých vlastností. Vedle tradičních (jemnost, délka, apod.) je důležitá zejména schopnost materiálu „být stlačován“. V ní sehrává podstatnou roli tuhost vláken a praktická nestlačitelnost jejich objemu.
 2. Vláčna v pramínku jsou uspořádána s jistou mírou orientace do podélného směru. Nashromážděná vlákna tvoří výchozí profil pramínku.
- B) Z pramínku vzniká příze různými způsoby zakrucování (sousedě symetrické, asymetrické, vyosené z jednoho či více pramínků; v „bodě“ nebo v „délce“). Uplatňují se i přechody mezi nimi.
1. Základní představou zůstává zakrucování válcového svazku vláken. Různé skutečné případy se mu přibližují.
 2. V zákrutovém trojúhelníku (prsten, dopř. stroj) nedochází k prostému zakrucování válcového svazku. Rozdíl mezi dodávanými a potřebnými vlákny co do jejich počtu a sklonu způsobuje nestabilitu polohy vláken. Společně se šířením torzního momentu vede k „předkrucování“.
 3. Zakrucování probíhá často formou „svíjení stužky“. Vedle napětí při zakrucování má podstatný význam profil výchozí stužky, který ovlivňuje strukturu příze kolem její osy. Při svíjení se uplatňuje deformační setrvačnost vláken. V osové dutině vznikají v prvních fázích zakrucování jisté smyčky, tvořící základ pro vznik „pseudozákrutu“.
- C) Při tvoření příze vznikají silové účinky s deformačními projevy.
1. Zjednodušená představa „šroubovicové příze vcelku“ poskytuje silové a deformační souvislosti, z nichž vyplývá:
 - a) střední zaplnění příze. Jeho řádová hodnota odlišuje příze od ostatních vláknenných útvarů. Roste s jemností a zákrutem příze. Je výrazně podmíněno stlačovacími schopnostmi vláken (viz bod A 1).
 - b) průměr příze. Jeho hodnota je přímým důsledkem zaplnění.
 - c) „doporučený zákrut“ příze. U různě jemných přízí je zákrut srovnatelný, jsou-li ve vláknech zachována stejná pnutí (což vede ke stejným úhlům povrchových vláken). U různých technologií (česaná, mykaná, rotorová) je pro stejně jemnou přízi srovnatelný ten zákrut, který zajišťuje stejné zaplnění.
 - d) seskání zákrutem. V běžných oblastech poskytují různé teoretické přístupy prakticky shodné hodnoty. V povrchových vrstvách příze dochází k prokluzům vláken a tím ke snižování seskání. Maximální seskání je omezeno vznikem zákrutu II. řádu.
 2. Z řešení které je založeno na předpokladech mechaniky kontinua a které respektuje vnitřní rozložení sil a deformací v tělese příze vyplývá
 - a) Vláčna ve vnějších vrstvách prokluzují. Slouží však k vytváření iniciačního tlaku, který zvyšuje třecí síly. Vrstvy na středních poloměrech svírají přízi nejúčinněji. Kolem osy příze má materiál charakter jakéhosi „výplňku“.
 - b) Oblast prokluzů zasahuje poměrně hluboko do nitra příze.
 - c) Napětí ve směru normály a binormály šroubovice jsou svými hodnotami velmi blízká; jsou však jen zlomkem napětí tangenciálního.
 - d) „Svíjení stužky“ vede k odlišným mechanickým poměrům ve vnitřní části příze. Vzniká jakási částečná „klenba“ která brání dalšímu stlačování vláken (snížení zaplnění v okolí osy příze). Významný vliv sehrává profil stužky (viz bod A 2, B 3).
- D) Tvorba příze se promítá do geometrického uspořádání vláken v přízi. Vláčna se odlišují od šroubovicového „ideálu“, migrují. Migrace vzniká různými způsoby.

1. Napjatá vnější vlákna se protlačují ke středu příze, nenapjatá vnitřní vlákna jsou vytlačována k povrchu (Mortonův mechanismus). Vzniká radiální i zákrutová migrace, děj je značně omezen mezivlákněným třením.
 2. Nejvýznamnějším zdrojem migrace je vnesení náhodného uspořádání vláken z pramínku do příze. Zakrucováním se výchozí struktura jen poněkud modifikuje v závislosti na profilu svíjené stužky (viz bod A 2, B 3).
 3. Migrace odvozená z průchodu vláken všemi poloměry (v literatuře rozšířená Treloarova „ideální migrace“) je teoretickým modelem jevu, který v přízi nevzniká, není v ní pozorován.
 4. Výskytu vláken přibližně odpovídá model „ekvidistantní migrace“.
 5. Ve vnitřních oblastech příze je migrace ovlivněna tvorbou smyček a „pseudozákrutem“ (viz bod B 3). Migrační důsledky mají i děje, probíhající při zakrucování v zákrutovém trojúhelníku (viz bod B 2).
- Poznámka: Zákonitosti seskání zákrutem jsou rovněž ovlivňovány migrací; důsledky však nebývají velké a lze je většinou pominout.
- E) Ve výsledné přízi se všechny děje její tvorby zobrazí v konečné formě uspořádání vláken, tj. v geometrické struktuře příze.
1. Uspořádání vláken ve vnějších vrstvách příze
 - a) má statistický charakter. Vede k přibližně exponenciálnímu poklesu hmoty vláken s poloměrem.
 - b) určuje průměr příze jako místo se střední úrovní jisté formy „průhlednosti“ okraje příze.
 - c) vede k rozdělení vnějšího prostoru na oblast husté chlupatosti (asi do dvojnásobku průměru příze) a oblast řídké chlupatosti. Na rozhraní oblastí pravděpodobně vznikají kvalitativní změny struktury.
 2. Uspořádání vláken v příčném řezu příze
 - a) umožňuje stanovit radiální rozložení zaplnění. Obvyklý průběh tvoří typickou S-křivku.
 - b) umožňuje určit střední počet vláken v průřezu. U prstencového předení činí 95%, u rotorového 80% tradiční hodnoty plynoucí z poměru jemnosti příze a vláken. Pozorované hodnoty jsou odrazem míry neuspořádanosti vláken.
 3. Uspořádání prostorových křivek vláken v přízi
 - a) umožňuje charakterizovat strukturu speciálními veličinami (koef. zapředění dle Kašpárka, integračními charakteristikami dle Hearle, jejich lineárními variantami apod.). Pozorování anglosaských autorů jsou zřejmě zatížena systematickou chybou (příliš velký krok měření na vlákně).
 - b) umožňuje komplexní vyhodnocení hustotního a směrového rozložení vláken popsanou metodou VSOP.

SEZNAM LITERATURY

- / 1/ Abhiraman,A.S.-George,W., Text.Res.J.,44, 1974, s.736.
- / 2/ Bajájuk,P.V., Těkst.prom., č. 3, 1949, s.15.
- / 3/ Baljasov,P.D.: Sžatije těkstilnych volokon v mase i tehnologija těkstilnovo proizvodstva. Moskva 1975.
- / 4/ Balls,W.L.: Studies of quality in cotton. London 1928.
- / 5/ Benke,K.H., Faserforsch. u. Textiltechn., 8, 1957, s.280.
- / 6/ Barella,A., Bull.Inst.text.de France, 10, 1956, s.55.
- / 7/ Barella,A., J.Text. Inst., 62, 1971, s.702.
- / 8/ Barella,A.-Manich,A., Referát na 27. Maďarské text. konf., Budapest 1982.
- / 9/ Bělicin.N.M., Těkst. prom. č.7, 1948. s. 22.
- /10/ Bělicin,N.M.: Struktura chlopčatobumažnoj prjaži ... (Doktorská disertace.) Moskva 1949.-Mosk.text.Inst.
- /11/ Besset,M.C., Ind.Text., č.737, 1948.
- /12/ Braschler,E.: Die Festigkeit von Baumwollgespinsten. Zürich 1935.
- /13/ Budnikov,V.I. et al.: Osnovy prjaděnija, Časť 2.Moskva 1945.
Německy: Grundlagen des Spinnens. Band 2. Berlin 1955.
- /14/ Budnikov,V.I., Nauč.-Issled. trudy Mosk.Text.Inst., T.10, 1948, s. 29.
- /15/ Budnikov,V.I.: Process děleniia v mehaničeskom prjaděni. Moskva 1965.
- /16/ Cheng,C.C.-White,J.L.-Duckett,K.E., Text.Res.J.,44, 1974, s. 798.
- /17/ Eggert,M.-Eggert,J., In: Mark,H.: Beiträge zur Kenntnis der Wolle und ihre Bearbeitung. Berlin 1925.
- /18/ Fučík,F.: Technologická encyklopedie textilní. Svazek II. Díl I. Ovčí vlna. Brno 1948.
- /19/ Gegeuff,M.C., Bull.Soc.Ind.de Mulhouse, Avril 1907, s.153.
- /20/ Goswami,B.C.-Martindale,J.G.-Scardino,F.L.: Textile Yarns. New York, London, Sydney, Toronto 1977.
- /21/ Gracie,P.S., J. Text. Inst., 51, 1960, s. T271.
- /22/ Gupta,B.S.-Hamby,D.S., Text. Res. J., 39, 1969,s.55.
- /23/ Gupta,B.S., Text. Res. J.,40,1970,s.15.
- /24/ Gupta,B.S., Text. Res. J., 42, 1972, s.181.
- /25/ Gusev,V.E.-Usenko,V.A.: Prjaděniie chimičeskovo štapelnovo volokna, Moskva 1964.
- /26/ Hearle,J.W.S., J. Text. Inst., 49, 1958, s.T389.
- /27/ Hearle,J.W.S.-El Behery, H.M.A.E., J. Text. Inst., 51,1960, s. T164.
- /28/ Hearle,J.W.S.-Merchant,V.B., J.Text. Inst., 53, 1962,s. T537.
- /29/ Hearle,J.W.S.-Gupta,B.S.-Merchant,V.B., Text. Res.J., 35, 1965, s. 329.
- /30/ Hearle,J.W.S.-Bose,O.N., Text.Res.J., 35,1965,s.693.
- /31/ Hearle,J.W.S.-Gupta,B.S., Text. Res. J., 35,1965,s.788.
- /32/ Hearle,J.W.S.-Bose,O.N., J. Text. Inst., 57,1966, s. T294.
- /33/ Hearle,J.W.S.-Bose,O.N., J. Text. Inst., 57,1966,s. T308.
- /34/ Hearle,J.W.S.-Grosberg,P.-Backer,S.: Structural mechanics of fibers, yarns, and fabrics. Vol. 1. New York, London, Sydney, Toronto 1969.

- /35/ Hearle, J.W.S.-Goswami, B.C., Text. Res. J., 40, 1970, s.598.
- /36/ Hearle, J.W.S.-Lord, P.R.-Senturk, N., J. Text. Inst., 63, 1972, s.605
- /37/ Hennig, H.J., Mell. Textilber., 19, 1938, s.229.
- /38/ Hladík, V. et al.: Textilní vlákna. Praha 1970.
- /39/ Höschl, C.: Pružnost a pevnost. (Uč.text. Vys. šk. stroj.) Liberec 1960.
- /40/ Howell, H.G.-Mieszkis, K.W.-Tabor, D.: Friction in textiles. London 1959.
- /41/ Iyer, K.B.-Phatarfod, R.M., J.Text. Inst., 56, 1965, s.T225.
- /42/ Ježek, H.-Neckář, B.-Kovářová, A.: Studie vybraných vlastností pojených textilií. (Výzk. zpráva SV 1-4/81) Liberec, Stát. výzk. ústav text. 1981.
- /43/ Johansen, O.: Handbuch der Baumwollspinnerei, Rohweberei und Fabrikanlagen. 1. Bd. Leipzig 1930.
- /44/ Kašpárek, J.: Geometrický model vnějšího tvaru bezvřetenové bavlněné příze. In: Sborník věd. prací Vys. šk. stroj. a text. Liberec 1969, s. 285.
- /45/ Kašpárek, J.: Comparison of internal structures of carded, combed and break-spun cotton yarns. In: SIRTEC 1969. Paris, Inst. text. de France 1969, s. 249.
- /46/ Kašpárek, J.-Ursíny, P., Textil, 32, 1977, s.42.
- /47/ Koch, P.A.-Wagner, E.: Textile Prüfungen. Bd. IB. 8. ed. Wuppertal-Elbersfeld 1966.
- /48/ Koldinský, O.: Inter. mater. Stát. výzk. ústavu text., Liberec 1981.
- /49/ Kolundžić, B., Text. Ind., 13, 1965, s. 251.
- /50/ Komori, T.-Makishima, K., Text. Res. J., 47, 1977, s.13.
- /51/ Korickij, K.I.: Osnovy projektirovaniija svojstv prjaži. Moskva 1963.
- /52/ Korickij, K.I.: Inženěrnoje projektirovaniije tškstilnych matėrialov. Moskva 1971.
- /53/ Korn, G.A.-Korn, T.M.: Mathematical handbook for scientists and engineers. New York 1968. Rusky: Spravočnik po matėmatike. Moskva 1973.
- /54/ Kroupa, P., Kandidátská dis. práce, Vys. šk. stroj. a text., Liberec, 1985.
- /55/ Liebscher, U., Referát na 25. Maďarské text. konf., Budapest 1979.
- /56/ Malinowska, K., Práce, Inst. Wlok., 29, 1979.
- /57/ Marko, J.-Neckář, B., Věda a výzk. v text. prům., č.11, 1970, s.29.
- /58/ Marko, J.: Tvarování nepřevým zákrutem. Experimentální část. (Výzk. zpráva FIXACE 7-03.) Liberec, Vys. šk. stroj. a text. 1971.
- /59/ Marschik, S.: Physikalisch-technische Untersuchungen von Gespinsten und Geweben. Wien 1904.
- /60/ Marschik, S., Mschr. Text. Ind., 1912, s.56.
- /61/ Matukonis, A.V.: Strojenije i mehaničeskije svojstva nėodnorodnyh nitėj. Moskva 1971.
- /62/ Morton, W.E.-Summers, R.J., J. Text. Inst., 40, 1949, s.F106.
- /63/ Morton, W.E.-Yen, R.J., J. Text. Inst., 43, 1952, s. T60.
- /64/ Morton, W.E., Text. Res. J., 26, 1956, s.325.
- /65/ Müller, E., Civiling., 26, 1880, s. 137.
- /66/ Müller, E.: Handbuch der Spinnerei. Berlin 1892.

- /67/ Neckář, B.: Struktura a vlastnosti bavlněné příze mykané. (Výzkumná zpráva S 72-IX.71.) Liberec, Stát. výzk. ústav text. 1971.
- /68/ Neckář, B.: Fyzikální model vnitřní struktury příze. (Kandidátská disertace.) Liberec, Vys. šk. stroj. a text., 1975.
- /69/ Neckář, B.: Příze z pohledu mechaniky kontinua. In: Výpočetní navrhování a hodnocení textilií. Liberec 1975, s. 193.
- /70/ Neckář, B., Text. Res. J., 46, 1976, s. 545.
- /71/ Neckář, B.: Fyzikální model ... Část 3: Měření a vyhodnocování struktury příze. (Výzk. zpráva K-07-X/77.) Liberec, Stát. výzk. ústav text. 1977.
- /72/ Neckář, B., Textil, 34, 1979, s.87. 130.
- /73/ Neckář, B., Technol. text. Prom., č. 6, 1979, s. 25.
- /74/ Neckář, B.-Soni, M.K.: Fyzikální model ... Část 6: Bezvrátenová příze BD 200 z viskosových vláken. (Výzk. zpráva PT 2-XI/79.) Liberec, Stát. výzk. ústav text. 1979.
- /75/ Neckář, B.-Hyková, J.: Fyzikální model ... Část 7: Integrální charakteristiky a cesta modelového řešení struktury příze. (Výzk. zpráva PT 1-V/80.) Liberec, Stát. výzk. ústav text. 1980.
- /76/ Neckář, B.-Dušek, Z.-Kovářová, A.: Morfologická diagnostika textilních útvarů. (Výbor z výzk. prací, sv. 4.) Liberec, Stát. výzk. ústav text. 1980.
- /77/ Neckář, B.-Kovářová, A.: Struktura příze. (Výbor z výzk. prací, sv. 3) Liberec, Stát. výzk. ústav text. 1980.
- /78/ Neckář, B.-Švehlová, L.: Optické možnosti diagnostiky textilních struktur. Část 2. (Výzk. zpráva SV 4-IX/81.) Liberec, Stát. výzk. ústav text. 1981.
- /79/ Neckář, B.: Příčné rozměry a tahová křivka přízí. (Výzk. zpráva SV 10-XII/81.) Liberec, Stát. výzk. ústav text., 1981.
- /80/ Neckář, B.-Švehlová, L., Textil, 38, 1983, s. 124.
- /81/ Neckář, B.: Průměry bavlnářských přízí. Doporučené postupy pro navrhování a hodnocení textilií. Svazek č. 1. Liberec, Stát. výzk. ústav text. 1986.
- /82/ Neckář, B.: Příze. Tvorba - struktura - vlastnosti. Stát. náklad. tech. lit. Praha /v tisku/
- /83/ Obuch, I.G., Chl. bum. Prom., č. 1-2, 1936.
- /84/ Pavlov, N.T.-Pejsachov, V.K., Těkst. prom., č. 9-10, 1946, s.17.
- /85/ Peirce, F.T., In: 3-rd E.C.G.C. Conf., 1938, s. 138.
- /86/ Peirce, F.T., Text. Res. J., 17, 1947, s.123.
- /87/ Pejsachov, V.K.: Struktura chlopčatobumažnoj prjaži. (Kandidátská disertace.) Moskva 1947.-Mosk. Text. Inst.
- /88/ Pikovskij, G.J.: Těkstil buduščego. Moskva 1977. Česky: Textil budoucnosti. Praha 1977.
- /89/ Pilley, K.P.R., Text. Res. J., 34, 1964, s. 663.
- /90/ Pilley, K.P.R.-Viswanathan, N.-Parthasarathy, M.S., Text. Res. J., 45, 1975, s. 366.
- /91/ Piller, B.-Trávníček, Z.: Syntetická vlákna, 1. díl. Praha 1956.
- /92/ Piller, B. et al.: Syntetická vlákna. Výroba a zpracování tvarovaných přízí. Praha 1967.

- / 93/ Riding, G.J., J. Text. Inst., 55, 1964, s. T9.
- / 94/ Riding, G.J., J. Text. Inst., 56, 1965, s. 489.
- / 95/ Rohlena, V. et al.: Bezvřetenové předení. Praha 1974.
- / 96/ Salaba, J.: Geometrie a vlastnosti staplových přízí. (Kandidátská disertace.) Liberec, Vys. šk. stroj. a text. 1975.
- / 97/ Schwarz, E.R., J. Text. Inst., 24, 1933, s. T105.
- / 98/ Schwarz, E.R.: Textiles and the microscope. New York 1934.
- / 99/ Schwarz, E.R., Text. Res. J., 31, 1951, s. 125.
- / 100/ Sevosťjanov, A.G., Technol. text. Prom., č. 4, 1971, s. 10.
- / 101/ Simon, J.: Teorie předení. Díl 3. (Už. text. Vys. šk. stroj. a text.) Liberec 1958.
- / 102/ Simon, J.: Přádelnictví. (Už. text Vys. šk. stroj. a text.) Liberec 1964.
- / 103/ Sokolov, G.V.: Voprosy teorij kručeniya voloknistych materijalov. Moskva 1957.
- / 104/ Sommer, H. et al.: Handbuch der Werkstoffprüfung. 5. Bd. Prüfung der Textilien. Berlin, Göttingen, Heidelberg 1960.
- / 105/ Sparrenbor, J., Referát na 25. Maďarské text. konf. (Plný text přednášky.) Budapest 1979.
- / 106/ Stejskal, A.-Kašpárek, J., Pat. ČSSR 117179.
- / 107/ Stejskal, A., Jemná Mech. Opt., 11, 1968, s. 377.
- / 108/ Sur, D.-Chakravarty, A.C., J. Text. Inst., 66, 1975, s. 180.
- / 109/ Švehlová, L.: Optické možnosti diagnostiky textilních struktur. Část 1. (Výzk. zpráva PT 2-XI/80.) Liberec, Stát. výzk. ústav text. 1980.
- / 110/ Treloar, L.R.G., J. Text. Inst., 47, 1956, s. T348.
- / 111/ Treloar, L.R.G.-Hearle, J.W.S., J. Text. Inst., 53, 1962, s. T446.
- / 112/ Treloar, L.R.G., J. Text. Inst., 56, 1965, s. T359.
- / 113/ Usenko, V.A.: Šelkokručeniye. Moskva 1969.
- / 114/ Vorošilov, V.A., Bull. IVNITI, č. 10-11, 1938.
- / 115/ Wegener, W.-Kühnel, A.: Ein Model für die Anordnung der Elementarfäden in einem gedrehten Faden. Köln 1967.
- / 116/ White, J.L.-Cheng, C.C.-Spruiell, J.E.: Some aspects of mechanics of continuous filament twisted yarns ... In: Appl. Polym. Symp., č. 27, 1975, s. 275.
- / 117/ Wyk, C.M. van, J. Text. Inst., 37, 1946, s. T285.
- / 118/ Zert, A., Mell. Textilber., 28, 1947, s. 329.
- / 119/ Żurek, W.: Struktura przędzy. Warszawa 1971.
- / 120/ Mayers Konversations-Lexikon. 5. ed. Leipzig, Wien 1897.
- / 121/ Přístroj DIGIMET. (Interní materiály.) Liberec, Stát. výzk. ústav. text. 1980. (Viz. též A.O.ČSSR 216573.).
- / 122/ Interní norma Inst. Wlok., č. 2.1.2.1 A-C, F-H, Lodž.

/123/ ČSN 80 0001.

/124/ ČSN 80 0034.

/125/ ČSN 80 0000.

/126/ ČSN 80 2120.

/127/ Hickie, T.S.-Chaikin, M., J.Text. Inst., 65, 1974, s.433.

/128/ Ziedman, M.I., Text. Res. J., 49, 1979, s. 118.

/129/ Dogů, I., Text.Res. J., 42, 1972, s.726.