# TECHNICKÁ UNIVERZITA V LIBERCI FAKULTA STROJNÍ

# HABILITAČNÍ PRÁCE

# Numerická podpora výroby výlisků z plechu

## Numerical support to sheet stampings production

**Pavel Solfronk** 

# TECHNICKÁ UNIVERZITA V LIBERCI FAKULTA STROJNÍ

Katedra strojírenské technologie Oddělení tváření kovů a plastů

## Numerická podpora výroby výlisků z plechu

## Numerical support to sheet stampings production

HABILITAČNÍ PRÁCE

Ing. Pavel Solfronk, Ph.D.

### Rozsah práce a příloh:

Počet stran:	234
Počet obrázků:	201
Počet tabulek:	15
Počet příloh:	0

#### Anotace

Předkládaná habilitační práce poskytuje hlubší informace o možnostech využití numerického modelování technologických procesů hlubokého tažení ocelových plechů a materiálů ze slitin hliníku. Pro numerické simulace procesu tažení plechů byl využíván software PAM-STAM 2G. Definice okrajových podmínek, způsob získávání vstupních dat a stanovení vlivu výpočtového modelu na přesnost numerické simulace byly zkoumány na jednoduchém výtažku rotačního tvaru. Měřítkem pro posouzení kvality výpočtu metodou konečných prvků bylo vzájemné porovnání rozložení deformace na experimentálně zhotoveném výlisku a výlisku získaného numerickou simulací. Pro experimentální zjištění velikosti a rozložení deformace na výlisku byla použita metoda bezkontaktní analýzy deformace systémem Atos.

V rámci řešení habilitační práce byla dále řešena problematika výroby olejové vany, která je představitelem výlisků nepravidelného tvaru. Cílem uvažované změny bylo nahrazení současně používaného ocelového plechu slitinou hliníku. Změna tvářeného materiálu představovala v tomto případě výrazný technologický zásah do výroby daného dílu. S podporou numerického modelování procesu tažení v prostředí PAM-STAMP 2G bylo vytvořeno několik variantních řešení možného způsobu výroby. Problematika vhodného nastavení technologických parametrů při změně použitého materiálu výlisku byla vyřešena technologií tažení s proměnnou přidržovací silou.

Poznatky a závěry formulované při výzkumu tažení jednoduché rotační nádoby a výlisku nepravidelného tvaru byly využity při numerické simulaci bočnice vozu Škoda Roomster. V technologii tažení plechů patří tento výlisek k nejsložitějším výrobkům a je typickým představitelem velkoplošného výlisku nepravidelného tvaru v automobilovém průmyslu. Na základě experimentálního zjištění rozložení deformace na výlisku bočnice vozu Roomster byla provedena verifikace numerické simulace. Po ověření korektního nastavení numerické simulace byly následně vytvořeny úlohy pro zjištění vlivu změny přidržovací síly na průběh lisování a změny mechanických vlastností tvářeného materiálu na průběh lisování.

Pro ucelený pohled na složitou problematiku tažení výlisků nepravidelných tvarů byla v poslední části řešení habilitační práce provedena materiálová analýza zpracovávaného hlubokotažného plechu. Na základě provedených analýz byly formulovány závěry a předpoklady o možných důvodech snížení plasticity zkoumaného materiálu.

#### Summary

Submitted habilitation thesis gives deeper information about the possibilities of using numerical simulation for the deep-drawing technological processes for steel sheets and materials from aluminium alloys. For numerical simulations of the sheet drawing process the software PAM-STAMP 2G was used. Definition of the boundary conditions, method for obtaining input data and determination of computational model influence on the accuracy of numerical simulation were investigated by means of a stamping with a simple cylindrical shape. Mutual comparison of strain distribution on the experimentally prepared stamping and stamping obtained with the help of numerical simulation. For experimental determination of strain amount and distribution on the stamping a contact-less deformation analysis method by means of the system Atos was used.

In the frame of the habilitation thesis were also solved problems of the production of an oil sump as a representative of stampings with irregular shape. The aim of the considered change was the substitution of the presently used steel sheet by an aluminium alloy. In this case such a change of the formed material meant a great technological impact on the production of this part. With the support of the drawing process numerical simulation in the environment of the PAM-STAMP 2G were created several variant solutions of a possible production method. The problem with the setting of suitable technological parameters when changing the used stamping material was solved by using drawing technology with a variable blank-holding force.

Findings and conclusions discovered during the research of the drawing process for both simple cylindrical cup and a stamping with irregular shape were used for the Škoda Roomster side-plate numerical simulation. Within the sheet drawing technology such a stamping belongs to the most complicated and is a typical example of large-sized stampings with irregular shape in the automotive industry. Based upon the experimentally determined strain distribution on such Škoda Roomster side-plate, the verification of numerical simulation was carried out. To prove the correct setting of numerical simulation were subsequently prepared cases for evaluating both the effect of the blank holding force change and the effect of the change of the properties of the drawn material on the stamping process

To have an integrated look at this difficult problem of drawing of stampings with an irregular shape was in the last part of the submitted habilitation thesis carried out a material analysis of the processed deep-drawing sheet. Based upon the performed analysis were made conclusions and presumptions about possible reasons for lowered plasticity of the tested material.

#### Poděkování:

V první řadě bych chtěl poděkovat své manželce Iloně za trpělivost a pochopení v průběhu vypracování mé habilitační práce.

Dále bych chtěl poděkovat doc. Ing. Mirko Královi, CSc. a Ing. Lubomíru Rolečkovi, kteří mně poskytli cenné rady a připomínky při vypracování habilitační práce. Poděkování patří i zesnulému prof. Ing. Viktoru Mikešovi, CSc., který orientoval mé první odborné kroky.

#### <u>Obsah</u>

1	Úvod1		
2	Základy	technologie tažení výlisků z plechu	4
	2.1 Taž	ení jednoduchých válcových výtažků	4
	2.2 Vý	isky nepravidelného tvaru	8
	2.3 Cha	rakteristika výlisků karosářského typu	9
3	Materiál	y používané pro stavbu karoserie automobilu	14
	3.1 Hlu	bokotažné materiály	
	3.1.1	Hlubokotažné plechy z ocelí uklidněných hliníkem	
	3.1.2	IF oceli	17
	3.1.3	IF oceli s BH efektem	
	3.2 Pev	nostní materiály	
	3.2.1	Mikrolegované oceli (HSLA ocele)	
	3.2.2	Dvoufázové ocele (DP ocele)	
	3.2.3	Oceli s transformačně indukovanou plasticitou (TRIP ocele)	
	3.2.4	TWIP ocele	29
	3.2.5	Vícefázové ocele (CP ocele)	
	3.2.6	Martenzitické ocele (MS ocele)	
	3.3 Net	zelezné kovy	34
	3.3.1	Slitiny hliníku	34
	3.3.2	Slitiny hořčíku	37
4	Fotogram	nmetrie	40
	4.1 His	torickcý vývoj Fotogrammetrie	41
	4.2 Ma	tematický základ fotogrammetrie	43
	4.3 Vy	ovnání bloku projekčního svazku	45
	4.4 Fot	ogrammetrie ve strojírenství	45
	4.4.1	Bezkontaktní optický systém PONTOS	46
	4.4.2	Bezkontaktní optický systém ARGUS	48
	4.4.3	Bezkontaktní optický systém ARAMIS	51
5	Analýza	tvářecích procesů z hlediska výpočtu napětí a deformace	56
	5.1 Me	toda řešení pomocí diferenciálních rovnic rovnováhy	57
	5.2 Nu	nerické řešení pomocí metody konečných prvků	63
	5.2.1	Fyzikální a numerické modelování plošného tváření	63
	5.2.2	Základní pojmy mechaniky kontinua	65
	5.2.2.	Popis kinematiky kontinua	65
	5.2.2.	2 Míry deformace tělesa	66
	5.2.2.	3 Míry napjatosti	
	5.2.2.	4 Konjugovanost tenzorů napětí a deformace	71
	5.2.3	Přehled základních rovnic mechaniky poddajných těles	72
	5.2.3.	I Zákon zachování hmoty	72
	5.2.3.	2 Zákon zachování hybnosti	73
	5.2.3.	3 Zákon zachování momentu hybnosti	73
	5.2.3.	4 Zákon zachování energie	74
	5.2.3.	5 Rovnice kompatibility	74
	5.2.3.	5 Konstitutivní vztahy	75
	5.2.3.	7 Počáteční podmínky	75
	5.2.4	Základy metody konečných prvků	
	5.2.5	Konstitutivní vztah elastoplastického anizotropního materiálu	77
	5.2.5.	Odvození obecného konstitutivního modelu elastoplastického materiálu s kombinovaným modelem zpevnění	77
	5.2.5.	2 Matice elastoplastického chování C <sup>ep</sup> pro potřeby numerické simulace plošného tváření	80

	5.2.6	Podmínka plasticity dle Vegtera	
	5.2.6	1 Matematická formulace podmínky plasticity dle Vegtera	
	5.2.6	2 Parciální derivace nezávislých proměnných	
	5.2.6	3 Určování parciálních derivací podle Bezierova parametru μ a cosinu c	
	5.2.7	Numerická integrace elastoplastických konstitutivních vztahů	
	5.2.8	Popis deformace skořepiny – Mindlinova hypotéza	
	5.2.9	Popis kontaktu s třením	
	5.2.10	Pohybové rovnice tuhého tělesa podrobeného vazbám	
	5.2.1	0.1 Popis polohv a orientace tuhého tělesa	
	5.2.1	0.2 Pohyboyé roynice pro tubé těleso	
	5.2.11	Numerické řešení pohybových rovnic, časová diskretizace	97
6	Cíle ha	vilitační práce	101
0	61 Vo	Iha materiálů pro prováděné experimenty	103
7	Charakt	eristika materiálu DC 05 ZE 75/75 BP	104
,	7 1 St	tická zkoněka tahem	
	711	Anrovimace pracovního diagramu materiálu DC 05	
	7.1.1	Apolíza razlažaní deformana namoní svetému Aramis	
	7.1.2	Analyza toztozeni deformace pomoci systemu Araniis	
	7.2 ZK	Die in teste leiderstelielien erminischen	
	7.2.1	Princip testu nydrostatickým vypinanim	
	7.2.2	výsledký merení materialu DC 05	
	7.3 Di	agram meznich přetvoření materiálu DC 05	
	7.3.1	Metoda méření a definice mezniho stavu	
	7.3.2	Naměřené hodnoty DMP materialu DC 05	
	7.4 Tr	bologické zkoušky materiálu DC 05	
	7.4.1	Metoda měření	
	7.4.2	Naměřené hodnoty koeficientu tření materiálu DC 05	
	7.5 Di	skuze k naměřeným materiálovým charakteristikám	
8	Charak	eristika materiálu EN AW 5754	
	8.1 Sta	tická zkouška tahem	
	8.1.1	Aproximace pracovního diagramu materiálu EN AW 5754	
	8.1.2	Analýza rozložení deformace pomocí systému Aramis	
	8.2 Zk	ouška hydrostatickým vypínáním materiálu EN AW 5754	
	8.3 Di	agram mezních přetvoření materiálu EN AW 5754	
	8.4 Tr	bologické zkoušky materiálu EN AW 5754	
	8.5 Di	skuze k naměřeným materiálovým charakteristikám	
9	Numeri	cká simulace tažení výlisku rotačního tvaru z materiálu DC 05	
	9.1 Str	učná charakteristika programu PAM STAMP 2G	
	9.2 Ge	ometrická definice procesu tažení výlisku rotačního tvaru	
	9.3 M	teriálová definice plechu DC 05	
	9.3.1	Podmínka plasticity dle Hilla	
	9.3.2	Podmínka plasticity dle Vegtera	
	9.4 De	finice technologických podmínek	
	9.5 Si	nulace tažení výlisku rotačního tvaru z materiálu DC 05	
	9.5.1	Výsledky numerické simulace mat. DC 05 – model Hill 48	
	9.5.2	Výsledky numerické simulace mat. DC 05 – model Vegter	
	9.6 Ex	perimentální tažení výlisku rotačního tvaru	
	9.7 Po	rovnání experimentálních měření a výsledků získaných z MKP pro materiál DC 05	
	9.7.1	Rozložení deformace na výlisku	
	9.7.2	Porovnání cípatosti výlisku	
	9.7.3	Porovnání tažných sil	
	9.8 Di	skuze výsledků měření materiálu DC 05	

10 Nu	nerická simulace tažení výlisku rotačního tvaru z materiálu EN AW 5754	
10.1	Geometrická definice procesu tažení výlisku z materiálu EN AW 5754	
10.2	Materiálová definice plechu EN AW 5754	
10.2.1	Podmínka plasticity dle Hilla	
10.2.2	Podmínka plasticity dle Vegtera	
10.3	Definice technologických podmínek	
10.4	Simulace tažení výlisku rotačního tvaru z materiálu EN AW 5754	
10.4.1	Výsledky numerické simulace mat. EN AW 5754 – model Hill 48	
10.4.2	Výsledky numerické simulace mat. EN AW 5754 – model Vegter	
10.5	Experimentální tažení výlisku rotačního tvaru z materiálu EN AW 5754	
10.6	Porovnání experimentálních měření a výsledků získaných MKP pro materiál EN AW 5754	
10.6.1	Rozložení deformace na výlisku	172
10.6.2	Porovnání cípatosti	
10.6.3	Porovnání tažných sil	
10.7	Diskuze výsledků měření materiálu EN AW 5754	
11 Nu	nerická simulace výroby výlisku nepravidelného tvaru	
11.1	Charakteristika výlisku nepravidelného tvaru	
11.2	Numerická simulace procesu tažení pro materiál DC 05	
11.2.1	Geometrická defínice úlohy	
11.2.2	Materiálová definice plechu DC 05	
11.2.3	Simulace procesu výroby výlisku z materiálu DC 05	
11.2.4	Experimentální zjištění deformace na výlisku olejové vany z materiálu DC 05	
11.2.5	Verifikace numerické simulace tažení výlisku z materiálu DC 05	
11.3	Numerická simulace procesu tažení pro materiál EN AW 5754	
11.3.1	Materiálová definice plechu EN AW 5754	
11.3.2	Simulace tažení olejové vany z materiálu EN AW 5754 při stávajících technologických podmínkách	
11.3.3	Simulace tažení olejové vany z materiálu EN AW 5754 - velikost přidržovací síly 150 kN	
11.3.4	Simulace tažení olejové vany z materiálu EN AW 5754 – velikost přidržovací síly 100 kN	
11.3.5	Simulace tažení olejové vany z materiálu EN AW 5754 – proměnná velikost přidržovacího tlaku	
11.4	Experimentální výroba výlisku olejové vany z materiálu EN AW 5754	
11.5	Diskuze k výsledkům měření výlisku olejové vany	
12 Nu	nerická simulace velkoplošných výlisků nepravidelného tvaru v sériové výrobě	
12.1	Tvar činných ploch nástroje	
12.2	Materiálová definice plechu DC 06	195
12.3	Definice technologických podmínek	
12.4	Výsledky numerické simulace tažení bočnice vozu Roomster	
12.5	Verifikace numerické simulace	197
12.6	Simulace vlivu změny mechanických vlastností	
12.7	Simulace vlivu přidržovacího tlaku	
12.8	Diskuze k naměřeným hodnotám	
13 Ma	teriálová analýza plechu DC 06	
13.1	Rozbor chemického složení	
13.2	Hodnocení stavby zrn	
13.3	Chemické mikroanalýzy	
13.3.1	Hodnocení mikročistoty	
13.3.2	Jemné interkrystalické precipitáty	
13.3.3	Deskovité precipitáty v povrchové vrstvě	
13.3.4	Analýza povrchové vrstvy	
13.4	Diskuze k materiálovým analýzám plechů DC 06	223
14 Záv	ěr	
15 Sez	nam použité literatury	

### Seznam použitých zkratek a symbolů

Označení	Rozměr	Význam
А	%	tažnost
b	m	šířka
В	1	levý Cauchyho tenzor deformace
С	1	konstanta úměrnosti
c <sub>d</sub>	$m s^{-1}$	rychlost šíření napěťové vlny
С	1	pravý Cauchyho tenzor deformace
С	Pa	tenzor elastických konstant
C <sup>ep</sup>	Ра	tenzor elastoplastických vlastností
C <sup>ep</sup>	Pa	matice elastoplastického chování
C	1	matice tlumení
<sup>t</sup> C		aktuální konfigurace
${}_{0}^{t}C$		referenční konfigurace
D	s <sup>-1</sup>	tenzor rychlosti deformace
<sup>r</sup> D	s <sup>-1</sup>	rotovaný tenzor rychlosti deformace
D		Jacobiho matice vazeb
eiik	1	Levi-Civitův tenzor
E	1	Lagrangeův tenzor deformace
E'	1	Almanasiho tenzor deformace
Е	Pa	Youngův modul pružnosti
F	1	Deformační gradient
F	$N m^{-1}$	intenzita obiemových sil
F	$Pa^2$	funkce plasticity
F	1	parametr Hillovy podmínky plasticity
F <sub>n</sub>	Ν	přidržovací síla
G	1	parametr Hillovy podmínky plasticity
G	1	Greenův tenzor deformace
h,	m	tloušťka v i-tém uzlu
Ĥ	1	parametr Hillovy podmínky plasticity
H <sub>n</sub>	Pa	modul zpevnění
I	1	jednotkový tenzor
i	1	Jacobián
u	mm	pole posuvu
K	J	kinetická energie
К	$N m^{-1}$	matice tuhosti
L	s <sup>-1</sup>	gradient rychlosti deformace
L	1	parametr Hillovy podmínky plasticity
M	kg	matice hmotnosti
n	1	exponent deformačního zpevnění
р	Ра	přidržovací tlak
q		vektor zobecněných posuvů
r	1	součinitel normálové anizotropie
r	1	polohový vektor v kartézkých souřadnicích
R	1	tenzor rotace(spin)
S	Pa	deviátor napětí
S	Pa	2. Piolův-Kirchhofův tenzor napětí, transformační matice

S		směrodatná odchylka výběru
U	1	pravý tenzor
U	J	vnitřní energie
V	m, m s <sup>-1</sup>	složka posuvu, rychlost posuvu
W	m	složka posuvu
W	1	tenzor rychlosti rotace
X	mm	poloha částice kontinua v aktuální konfiguraci
X	mm	poloha částice kontinua v referenční konfiguraci
Y	l	tenzor zahrnujici anizotropni chovani
α	1	unei nadíl blazmích nanětí
a	1	
C <sub>ij</sub>	1	Kroneckerovo delta
$\partial$	m	průmět vektoru
3	1	poměrná deformace
3	1	infinitesimální tenzor deformace
ε <sup>e</sup>	1	elastická část infinites. tenzoru deformace
ε <sup>p</sup>	1	plastická část infinites. tenzoru deformace
ε <sub>i</sub>	1	intenzita poměrné deformace
ε <sub>p</sub>	1	kumulativní plastická deformace
3	1	logaritmický tenzor deformace v referenční konfiguraci
φ		pole veličiny
φ	1	natočení, logaritmická deformace
Φ		funkční hodnoty v uzlech
$\lambda_i$		i-té vlastní číslo
λ		Lagrangeův multiplikátor
μ	1	součinitel tření
ν	1	Poissonovo číslo
σ	Pa	skutečné, Cauchyho napětí
$^{r}\sigma$	Pa	korotovaný tenzor napětí
${}^{\rm GN}\dot{\sigma}$	Pa s <sup>-1</sup>	Greenova-Naghdiova rychlost tenzoru napětí
<sup>ا</sup> ن	$Pa s^{-1}$	Jaumannova rychlost tenzoru napětí
°م	$Pa s^{-1}$	Oldreova rychlost tenzoru napětí
Ţr.	$Pa s^{-1}$	Truesdellova rychlost tenzoru napětí
τ	Pa	1 Piolův-Kirchhofův tenzor napětí
(i)	s <sup>-1</sup>	vlastní frekvence
∇u	1	materiálový gradient posuvu
$\overline{\nabla}$ u	1	prostorový gradient positvu
X.V.Z	m	globální kartézské souřadnice
ξ.η.ζ	m	lokální kartézské souřadnice
r.s.t	1	izoparametrické souřadnice
Ψ, θ, φ1		Eulerovy úhly 313
MKP		metoda konečných prvků
KMP		křivka mezních přetvoření
KSP		Katedra strojírenské technologie
		=

## 1 ÚVOD

V současné době můžeme sledovat neustále se zvyšující poptávku na kvalitu výrobků při současném zachování nízké cenové hladiny. Tyto protichůdné požadavky tržního prostředí nutí výrobce ve všech odvětvích strojírenského průmyslu inovovat své technologické postupy a zpracovávat nové progresivní materiály se specifickými užitnými vlastnostmi. Snaha o zefektivnění všech etap výroby přináší nutnost využití informačních technologií a softwarového inženýrství ve strojírenské výrobě.

Potřeba získávání většího počtu informací o zkoumaném objektu vedla již před více než padesáti lety ve strojírenství a dalších příbuzných oborech k tomu, že vedle teorie a zkušeností vyvstala přirozená potřeba zdokonalování návrhu strojů a zařízení a ověřování jejich funkce přímo na zkoumaném objektu či na jeho modelu. Inženýrské úlohy tak vznikaly jako důsledek působení systému "objekt-člověk-vnější prostředí" a jejich cílem bylo zdokonalování objektu. Důležitou etapou řešení problému byla tedy analýza daného problému. Při provádění této analýzy je možno v zásadě postupovat třemi způsoby:

- Provedení experimentu na reálném objektu tento postup je velice málo efektivní z důvodu časové náročnosti, ve většině případů také není možné zkoumat větší počet variant a měnit požadované technologické parametry, reálný objekt mnohdy nebývá fyzicky dostupný.
- Vytvoření matematického modelu v případě teoretické analýzy se úloha nejdříve matematicky formuluje, tj. vytvoří se matematický model a následné řešení se realizuje na počítači.
- Vytvoření fyzikálního modelu tento postup se zakládá na zabezpečení shodných hodnot určujících kritérií pro model a zkoumaný objekt, kdy se využívá mechanické a geometrické podobnosti testovaného modelu a objektu. Pro určující sledované veličiny se předpokládá podobnostní chování modelu a objektu. Proces sledování je třeba uskutečnit v několika úrovních složitosti, kdy se přechází od jednodušších testů k složitějším. Tento způsob je vhodný pro jednoduché úlohy. [27]

Cesta přímého experimentu, která je oproti matematickému modelování nepoměrně zdlouhavější a nákladnější, se volí tehdy, není-li znám dostatečný matematický popis daného procesu nebo je tento popis příliš složitý. Vhodným doplňkem řešení inženýrské úlohy je závěrečné změření vybraných parametrů konstrukce a jejich srovnání s výsledky provedené



analýzy. Tímto způsobem se získává zkušenost pro další řešení obdobných experimentálních úloh.

S prudkým rozvojem a nástupem počítačů do průmyslové praxe dochází k uplatnění výpočetních metod a ke kvalitativně vyššímu stupni modelování technologických procesů, kdy počítače vystupují v roli modelu, na němž lze simulovat i takové procesy, které by na reálném díle byly za provozních podmínek proveditelné velmi obtížně nebo vůbec ne. Při matematické formulaci se uvažují rovnice matematické fyziky. Obtížnost řešení pak roste jednak při parciálních diferenciálních rovnicích a jednak při rovnicích nelineárních, které jsou analyticky prakticky neřešitelné. Z toho tedy vyplývá nutnost použít metody numerické matematiky. Jednou z takových metod je náhrada diferenciálních rovnic rovnicemi diferenčními bez dalšího fyzikálního přiblížení. Tento tzv. diferenciální přístup k řešení problémů je založen na řešení spojitosti a rovnováhy v celém tělese. V roce 1943 matematik Courant použil při řešení průhybu desky filosofii rozdělení oblasti na malé prvky. Na základě tohoto přístupu pak v roce 1956 vypracoval Turner a kol. obecné algoritmy pro řešení úloh pružnosti. Nový výpočetní přístup známý jako metoda konečných prvků (Finite Element Method) byl do technické praxe uveden Cloughem asi v roce 1960. Tato metoda řeší úlohy za pomoci dělení zkoumané oblasti na konečné elementy (prvky) na rozdíl od klasických metod, kdy pracujeme s krychličkou o nekonečně malých rozměrech. Zpočátku šlo o tzv. "inženýrský přístup", tj. rozdělená oblast se chápala jako mechanický systém vzájemně propojených konstrukčních prvků. Později bylo ukázáno na obecnější přístup na základě variačního principu a tato metoda začala být aplikována i v jiných výše uvedených technických disciplínách. Variační princip byl použit již na počátku 20. století, kdy jej použil Ritz pro přibližné řešení diferenciálních rovnic. Rozdíl je pouze v tom, že Ritz řešil celou oblast (nebo lépe, hledal řešení nad celou oblastí), zatímco MKP pracuje s elementem určité (konečné) velikosti, s čímž souvisí nutnost určení velkého počtu neznámých veličin. Metoda konečných prvků je z tohoto důvodu primárně určena pro výkonné počítače. Nároky na paměť a rychlost počítače rostou s typem řešené úlohy. Pro řešení jednoduchých skořepinových konstrukcí postačí stolní kalkulátor, větší úlohy lze řešit na PC. V současnosti se dává přednost grafickým pracovním stanicím, které jsou schopné řešit obrovské úlohy (tisíce prvků) v přijatelném čase.

Řešení metodou konečných prvků si rozhodně nečiní nárok na to být jedinou univerzální metodou a lze předpokládat, že s rostoucí úrovní poznání bude tato metoda modifikována, či úplně nahrazena, novým přístupem pro řešení daných úloh ve všech vědních oborech. Nástup této metody však automaticky neznamená zavržení analytických metod



řešení, které jsou v mnohém nezastupitelné (např. pro jednoduché strojní celky obdržíme výsledky daleko rychleji a ve více variantách).

Předkládaná práce je zaměřena na shrnutí nejdůležitějších výsledků a poznatků v oblasti tváření výlisků z plechů, které jsem získal za dobu mého působení na katedře strojírenské technologie, dříve katedry tváření kovů a plastů, TU v Liberci. Vypracování habilitační práce si klade za cíl poskytnout hlubší informace o možnostech využití numerických metod jako podpory při návrhu technologických operací tažení plechů a poskytnout metodické informace pro technology a konstruktéry v této oblasti.



# 2 ZÁKLADY TECHNOLOGIE TAŽENÍ VÝLISKŮ Z PLECHU

Tváření plechu se používá pro výrobu kovových součástí ve všech průmyslových oborech. Velký význam této technologie v průmyslové výrobě souvisí s tím, že umožňuje zhotovení součástí nejrůznějších tvarů, rovinných nebo prostorových, jakož i součástí nejrůznějších velikostí. Výhodou takto zhotovených součástí je kvalitní povrch, vysoká přesnost předepsaných rozměrů a poměrně vysoká tuhost při minimální váze součásti. V případě tváření za studena se také dociluje zvýšení meze kluzu, meze pevnosti a meze únavy v závislosti na stupni přetvoření [23].

Požadovaná změna tvaru a rozměrů výchozího materiálu vznikne účinkem vnějších sil, které způsobí plastickou deformaci některé nebo převážné části objemu tvářené součásti. Plasticky přetvořená oblast může být obklopena elasticky deformovanou oblastí nebo ohraničena elasticky deformovanými a nedeformovanými oblastmi, které ovlivňují průběh deformace v sousední plastické oblasti. Při tváření plechů je tloušťka stěny zpravidla malá ve srovnání s ostatními rozměry tvářené součásti, takže změna tloušťky stěny je mnohem menší než změny rozměrů plasticky přetvořené oblasti v obou zbývajících směrech.

Při klasifikaci technologie tažení plechů můžeme v odborné literatuře nalézt různé přístupy pro toto rozdělení. Nejčastější rozdělení vychází z teploty tváření, použitého stroje pro vyvození síly, rychlosti tažení, tažení pevným, či nepevným tažníkem (tažení kapalinou, pryží) atd.. Předkládaná práce se nezabývá speciálními způsoby technologie tažení plechů a je převážně orientována na problematiku tažení výlisků z hlubokotažných materiálů při tváření za studena. Tento způsob zpracování plechů zaujímá dominantní místo v oblasti plošného tváření kovů.

### 2.1 TAŽENÍ JEDNODUCHÝCH VÁLCOVÝCH VÝTAŽKŮ

Tažení jednoduchých válcových výtažků je takový technologický způsob tváření, při kterém se v jednom nebo v několika tazích vyrobí z rovného přístřihu plechu duté těleso. Tento technologický proces se nazývá hluboké tažení. Nástroj pro výrobu těchto výlisků tvoří tři základní části nazývané v odborné terminologii jako tažník, tažnice a přidržovač. Primární tvářecí síla je vyvozována na povrch plechu prostřednictvím stroje a způsobuje trvalou plastickou deformaci materiálu za účelem vzniku výrobku (výtažku). Princip výroby jednoduchých válcových nádob je patrný z obr. 2.1.1 a obr. 2.1.2, kde jsou vidět i základní konstrukční prvky tvořící tažný nástroj. Při výrobě výtažků vznikají v tvářeném materiálu



radiální tahová napětí způsobující vtahování plechu do tažnice. Důsledkem pěchování materiálu najdeme v tangenciálním (obvodovém) směru tlakovou napjatost způsobující zvlnění plechu v oblasti příruby. Pro eliminaci tohoto nežádoucího jevu, kdy vzniká nestabilita tenké vrstvy plechu důsledkem tlakových napětí, se používá u tažných nástrojů přidržovač, který je součástí každého tažného nástroje pro hluboké tažení. Vzhledem k tomu, že vhodnou volbou technologických podmínek (velikost přidržovací síly, způsob mazání, tvar přidržovače atd.) lze i jednoduše ovlivňovat proces tažení, je tento konstrukční prvek důležitou součástí tažných nástrojů. V zásadě se používají dva základní typy přidržovačů. V prvním případě se jedná o pevný přidržovač, kdy je nastavena konstantní vzdálenost (vůle) mezi plochou přidržovače a čelní plochou tažnice. Velikost zvlnění plechu je pak úměrná nastavené mezeře mezi přidržovačem a tažnicí. Se zmenšující se vůlí dochází k nárůstu přidržovací síly. Ve druhém případě je tok materiálu ovlivňován velikostí přidržovací síly působící na přidržovač – silově ovládaný přidržovač. Tato síla je nejčastěji vyvozena pomocí pružin, hydraulických nebo pneumatických válců popř. jejich vzájemnou kombinací. Výhodou těchto silově ovládaných přidržovačů je jejich snadné ovládání a řízení. Nevýhodou je vyšší pořizovací cena oproti nástrojům s pevným přidržovačem. Oba uvedené typy přidržovačů nacházejí uplatnění ve výrobě a je možno je i vhodně vzájemně kombinovat. [5]



Obr. 2.1.1. Tažení s pevným přidržovačem







Oproti složitějším výlisků je změna tvaru v těchto jednoduchých případech tažení dosahována převážně posuvem materiálu přes tažný rádius. Při dodržení stanovených technologických postupů se u tohoto typu tažení výrazně nemění výchozí tloušťka materiálu. Za předpokladu dodržení mechanických vlastností tvářeného materiálu lze příčinu vzniku případných neshodných výtažků hledat v chybném nastavení velikosti přidržovací síly, kdy nastavení malé přidržovací síly vede ke vzniku vln v oblasti přidržovače a vzniku trhliny v oblasti tažného rádiusu (viz. obr. 2.1.3a). Nastavení vysoké přidržovací síly vede k nárůstu tažné síly a vzniku trhliny v oblasti dna výtažku (viz. obr. 2.1.3b). Oba případy vzniku mezního stavu při tažení výlisku rotačního tvaru jsou vidět na obr. 2.1.3. [12] [32]







Rozměry válcového výtažku jsou dány průměrem tažníku a rozměrem přístřihu plechu (polotovaru). Při výpočtu průměru přístřihu lze s určitým zjednodušením vycházet z rovnosti ploch výtažku (výrobku) a přístřihu plechu (polotovaru). Velikost průměru přístřihu plechu je tak určujícím rozměrem pro hloubku (výšku) válcového výtažku. Hloubku tažení však nelze libovolně zvyšovat. S rostoucím průměrem přístřihu plechu se zvyšuje napětí v oblasti stěny výtažku a roste tažná síla. Tažení z přístřihu, kdy dojde k překročení meze pevnosti tvářeného materiálu a v oblasti přechodu dna a stěny výtažku vznikne trhlina, se nazývá mezní stupeň tažení *K*, resp. koeficient tažení *m*, určený vztahem:

$$K_{\max} = \frac{D_{p\max}}{d_t}$$
; resp.  $m = \frac{1}{K_{\max}}$  (1)

kde: D<sub>pmax</sub> je maximální průměr přístřihu plechu

dt je průměr tažníku

V oblasti přechodu dna a stěny výtažku najdeme i maximální ztenčení plechu při tažení (s < s<sub>0</sub>). V oblasti dna výtažku vlivem tření mezi tažníkem a tvářeným materiálem nedochází prakticky k deformaci materiálu a tloušťka materiálu je přibližně shodná s původní hodnotou (s  $\approx$  s<sub>0</sub>). V oblasti přidržovače dochází vlivem tlakových obvodových napětí k nárůstu tloušťky materiálu (s > s<sub>0</sub>) a je třeba tento fakt brát v úvahu při konstrukci nástroje pro tažení (návrhu tažných vůlí). Schéma napjatosti a změna tloušťky stěny při tažení válcových výtažků jsou patrné z obr.2.1.4. [27]



Obr. 2.1.4 Napjatost při tažení rotačně symetrických výtažků



## 2.2 VÝLISKY NEPRAVIDELNÉHO TVARU

V průmyslové praxi se nejčastěji setkáváme s výlisky obecného tvaru, kdy tvar budoucího výlisku určují prostorové křivky a plochy. Funkční části nástroje jsou, podobně jako u nástrojů pro válcové výtažky, tažník, tažnice a přidržovač. Plocha přidržovače je ve většině případů tvořena jednoduchou rovinnou plochou. Tento typ výtažků se zhotovuje na jeden nebo více tahů v postupných na sebe navazujících operacích. Kontura tvaru přístřihu koresponduje s tvarem výrobku a je tvořena jednoduchými geometrickými prvky. Nejčastěji se v těchto případech lze setkat s obdélníkovým a lichoběžníkovým tvarem přístřihu. Eliminace zvlnění přístřihu plechu v oblasti přidržovače a regulace posuvů materiálu do nástroje je realizována vyvozením přidržovací síly, popř. použitím brzdné lišty v kombinaci s přidržovačem. Výlisky tohoto typu mají většinou uzavřený tvar bez technologických otvorů a změna tvaru přístřihu plechu je docilována převážně posuvem materiálu z oblasti přidržovače do nástroje. K vypínání materiálu dochází v omezené míře a soustřeďuje se především na vytvoření prolisů, nebo změnu rádiusů při kalibraci výlisku. Výrobek tohoto typu je znázorněn na obr. 2.2.1, kde je vidět výlisek z programu Škoda Auto Motorsport.



Obr.2.2.1. Výlisek nepravidelného tvaru



### 2.3 CHARAKTERISTIKA VÝLISKŮ KAROSÁŘSKÉHO TYPU

V současné době v celosvětovém měřítku dominantní místo v oblasti zpracování plechů zaujímá automobilový průmysl. Jedná se především o jednotlivé díly karoserie, které ovšem představují z výrobního hlediska jedny z nejsložitějších výrobků. Tažení výlisků nepravidelných tvarů, jejichž klasickým představitelem jsou výlisky karosářského typu, představuje z technologického hlediska širokou problematiku výrazně se odlišující od problematiky hlubokého tažení jednoduché rotační nádoby. Jde převážně o výlisky složitých prostorových tvarů při jejichž výrobě se uplatňují, na rozdíl od hlubokého tažení, jak posuvy, tak i vypínání tvářeného materiálu. Výlisky nepravidelných tvarů je možné z hlediska jejich prostorového tvaru rozdělit do dvou základních skupin:

- Ploché výlisky, při jejichž vzniku se uplatňuje převážně vypínání a méně posuvy.
- Výlisky se složitým prostorovým tvarem a s velkou hloubkou tažení, při jejichž vzniku se uplatňuje především posuv materiálu a méně vypínání.

Vzhledem k tomu, že se jedná o výlisky nepravidelných tvarů, jejichž tvar se mění v závislosti na konstrukci a tvaru karoserie, je nutno vždy znovu řešit základní otázky technologie tažení daného dílu. Řešením často nebývají ani teoretické výpočty, ani doposud získané praktické zkušenosti. Při globálním pohledu na uvedenou problematiku, jako na systém vzájemného působení mnoha faktorů, se ukáže její náročnost. Základní faktory ovlivňující řešenou problematiku jsou:

- 1. Tvářený materiál-plech.
- 2. Navržený tvar výlisku a nástřihu.
- 3. Vzájemná interakce nástroj-plech.
- 4. Funkce soustavy stroj-nástroj.

Výtažek je tvořen ve většině případů křivočarými plochami a jeho obrys je nepravidelný a složitý. Při vzniku těchto výlisků se uplatňují přetvoření jak posuvem (přes tažnou hranu tažnice), tak vypínáním kdy je deformace výlisku (změna tvaru) realizována ztenčením plechu. Tyto dva způsoby jsou krajní polohy přetvoření plechu, ke kterým dochází při výrobě výlisku. Nutno podotknout, že při praktickém lisování se oba tyto mezní případy objevují současně se vzájemným proměnným podílem, v závislosti na tvaru výlisku a technologických podmínek tažení. Pro daný typ výlisku je pak důležité zvolit vhodný podíl posuvů a vypínání. Při tažení hlubšího výlisku je nutné uvolnit plech z oblasti přidržovače a snížit tím podíl vypínání, aby byl zajištěn dostatek materiálu pro vytvoření požadovaného



tvaru výlisku. Důsledkem takového zásahu je menší zpevnění materiálu. Pro mělké výtažky je vhodnější posuv materiálu do tažnice více brzdit. Při tomto způsobu tváření dojde k většímu přetvoření, tím i k většímu zpevnění materiálu a plocha výlisku pak bude mít větší pevnost. Intenzivní brzdění však může způsobit nárůst tahového napětí, které může překročit mez pevnosti materiálu a způsobit vznik trhliny. Z úvahy vyplývá důležitost optimální volby poměru posuvu a vypínání pro konkrétní výlisek.

Obrys výtažku je ve většině případů nepravidelný a složitý. Složitými prostorovými plochami je tvořena nejen pracovní část tažníku a tažnice, ale i přidržovače. Stavy napjatosti a přetvoření jsou na výlisku rozloženy nerovnoměrně a materiál je tak při výrobě podroben komplexnímu přetvoření, které zahrnuje jak hluboké tažení a vypínání, tak i ohýbání a opětovné rovnání, rozšiřování a lemování. Schémata stavů napjatosti a přetvoření uplatňující se při tažení výlisků nepravidelných tvarů jsou na obr.2.3.1. [27]

	napjatost	přetvoření
1	$\sigma_2$	$\varphi_{2}   \sigma_{2}   > \sigma_{1} $ $\varphi_{2}   \sigma_{2}   > \sigma_{1} $ $\varphi_{2}   \sigma_{2}   = -\sigma_{1} $ $\varphi_{2}   \sigma_{2}   \sigma_{1}   \sigma_{2}   \sigma_{1} $
2		$\varphi_2 \qquad \qquad$
3	$\sigma_2$	$\varphi_{2} \xrightarrow{\varphi_{1}} \sigma_{2} < \frac{\sigma_{1}}{2} \qquad \qquad$
4	$\sigma_2$ $\sigma_1 = \sigma_2$	$\varphi_2$ $\varphi_1 = \varphi_2 = -\frac{\varphi_3}{2}$





Příklady uvedených stavů napjatosti a přetvoření, které se uplatňují při tažení výlisků karosářského typu, lze vidět na obrázku obr.2.3.2., kde je vidět výlisek pátých dveří Škoda Octavia a na obr. 2.3.3. kde je vidět výlisek bočnice vozu Škoda Fabia Combi.



Obr.2.3.2. Výlisek pátých dveří Škoda Octavia, představitel výlisku karosářského typu



Obr.2.3.3. Výlisek bočnice vozu Škoda Fabia Combi, představitel výlisku karosářského typu



- Oblast A. Uplatňují se zde především posuvy s ohybem a narovnáním za tažnou hranou. Stavy napjatosti a přetvoření jsou blízké variantě 2 na obr.2.3.1.
- Oblast B. Podmínky tažení jsou zde podobné jako při hlubokém tažení rotačních nádob, tzn. převládají posuvy. Stavy napjatosti a přetvoření pod přidržovačem odpovídají variantě 1, za tažnou hranou a na boční stěně odpovídají variantám 2 popřípadě 3
- Oblast C. Jde o tvarově složitou oblast, kde v důsledku omezeného styku plechu s nástrojem v průběhu tažení (zejména v počáteční fázi tažení) a při stavech napjatosti odpovídající variantě 1, může dojít k ztrátě stability a vzniku vln
- Oblast D. V těchto oblastech výlisku s místními prolisy jednoznačně převládá vypínání za podmínek odpovídajících variantám 3 a 4 na obr. 2.3.1
- Oblast E. Oblast technologických otvorů. V této oblasti dochází k rozšiřování otvorů a na vnitřním okraji tohoto otvoru je jednoosý stav napjatosti odpovídající variantě 2 na obr.2.3.1.

K technologickým zvláštnostem tažení výlisků nepravidelných tvarů patří i to, že plocha výlisku je mnohem větší než plocha která se nachází v oblasti přidržovače. Tuto skutečnost je možno považovat za určující z hlediska volby technologických podmínek tažení. Další specifické zvláštnosti tažení výlisků karosářského typu je možno shrnout v těchto bodech:

- K přetvoření plechu dochází za působení převážně tahových napětí, tlaková napětí se objevují především v oblasti přidržovače. V prvních fázích tažení se však tlaková napjatost může objevit i mimo přidržovač a může způsobit nežádoucí vznik vln.
- Pro získání kvalitního výlisku bez vln je třeba v oblasti přidržovače nebo tažné hrany plech intenzivně brzdit. Intenzita brzdění je zpravidla po obvodě výlisku proměnná.
- Velké rozměry výlisku a členitost jeho tvaru často neumožňuje ovlivnit průběh tažení v oblasti přidržovače a je proto nutné použít technologické otvory a prolisy v nástřihu.
- 4. Úspěšné tažení lze zajistit i vhodným tvarem plochy přidržovače, lisovací polohou v nástroji a často je i nutné seskupení výlisků.



5. Konečná úprava tažného nástroje a volba technologických podmínek je prováděna v rámci tzv. zapracování nástroje, kdy je stanoven i definitivní tvar a rozměry nástřihu včetně volby jakosti zpracovávaného plechu.

Obecně lze konstatovat, že doplňkové technologické zásahy mají přispět k vytvoření příznivějšího stavu napjatosti a stupně přetvoření v kritických místech výtažku, čímž se docílí vyššího využití tvárnosti daného materiálu a celkové zvýšení efektivnosti tažení. Nerespektování již zmíněných zvláštností při tažení výlisků karosářského typu může vést k narušení bezproblémového tažení a lze předpokládat vznik zmetků, které se projevují v následujících podobách:

- Lokalizace přetvoření, která vede v nejvíce přetvořené oblasti výlisku k tvárnému lomu v důsledku vyčerpání plasticity materiálu,
- Porušení výlisku, vznik trhliny, způsobené překročením pevnosti materiálu v tahu mimo ohnisko přetvoření,
- 3. Zvlnění plechu jako projev nestability při působení tlakových napětí,
- 4. Výskyt povrchových vrásek, zadírání při styku plechu s nástrojem, otlaky, otřepy, vyboulení, propadliny, atd.
- 5. Nedodržení tvarové a rozměrové přesnosti

Za nejzávažnější lze označit případy vzniku trhlin na výliscích. Výlisek je však lisovatelný v případě, že jsou vyřešeny všechny uvedené problémy. Pro analýzu kritických oblastí výlisku se často používá metoda povrchových deformačních sítí s jejíž pomocí se určí velikost přetvoření ve sledované oblasti a tyto hodnoty se porovnávají s mezními hodnotami přetvoření zachycenými formou diagramu mezních přetvoření. Možnostem analýzy deformace tvářeného výlisku a metodice určování mezních stavů deformace hlubokotažných plechů bude v předkládané práci věnována zvláštní kapitola.

# 3 MATERIÁLY POUŽÍVANÉ PRO STAVBU KAROSERIE AUTOMOBILU

Zvyšující se požadavky zákazníků na kvalitu a užitné vlastnosti automobilů nutí výrobce zavádět nové výrobní postupy a inovovat stávající technologie. Tato opatření řadí automobilový průmysl k nejdynamičtěji se rozvíjející oblasti strojírenského průmyslu. Jedním z klíčových směrů vývoje a inovací je konstrukce a stavba karoserie automobilu. Stavba karoserie prošla od svého vzniku obrovským vývojem a vedle svých užitných vlastností měla od svého počátku za svůj primární cíl ochranu pasažérů. Mezi neméně důležité vlastnosti můžeme dále zařadit vzhled resp. design karoserie. Všechny tyto požadavky dnes vystupují do popředí společně s ekologií provozu automobilu a hlavní měrou se tak podílejí na úspěšnosti konkrétního automobilu na trhu. [20]

Ze stručného výčtu vlastností karoserie je zřejmé, že současná karoserie automobilu musí splňovat mnohdy protichůdné požadavky. Jedním z dnešních hlavních cílů je snižování celkové hmotnosti automobilu při zachování vysokých standardů bezpečnosti pro posádku, kvality, životnosti a také vzhledové atraktivity pro zákazníka. Úspory hmotnosti karoserie automobilu dosahujeme nejen vývojem konstrukce karoserie, což můžeme vidět na například na obrovském vývojovém skoku, když se karoserie stala samonosnou a odpadla tak nutnost výroby těžkého rámu vozidla, ale také vývojem použitých materiálů pro samotnou stavbu karoserie. Z celkové hmotnosti tvoří karoserie automobilu 30% až 40% a je neustále v centru pozornosti vývojových center všech předních výrobců automobilů.

Trend snižování hmotnosti by nemohl být uskutečněn bez iniciace vývoje na poli materiálového inženýrství. Dnešní materiály se v mnohém liší od původních materiálů v počátcích automobilové éry. Původní dřevo a běžně používanou ocel dnes nahradily moderní materiály s přesným chemickým složením a cílenými fyzikálně-mechanickými vlastnostmi. V konstrukci karoserie automobilu najdeme dnes vedle základního ocelového materiálu i slitiny hliníku, hořčíku, různé polymerní materiály, kompozity vyztužené různými vlákny a další průmyslové materiály. Přes všechny své nesporné výhody se však tyto alternativní materiály nedokázaly prosadit v tak velkém měřítku jako oceli. Omezujícím důvodem pro jejich širší uplatnění je vysoká cena těchto materiálů.[21]

Praktické výsledky dokazují, že i při použití běžně dostupných ocelových materiálů a vhodné konstrukci karoserie vozidla lze docílit poměrně značné úspory hmotnosti. V současnosti existuje několik způsobů jak dosáhnout dobré tuhosti karoserie při zachování přijatelné hmotnosti. První typ konstrukce je charakterizován prostorovým rámem vyrobeným



z tvarově složitých uzavřených profilů za použití různých technologií spojování jednotlivých uzavřených profilů, vyráběných často extruzí. Tento typ využívá i rozmanité materiály pro stavbu rámu a mezi běžně používané konstrukční prvky patří i poměrně drahé slitiny hliníku spojované pomocí speciálních upínek, svařováním, pájením či lepením. Své místo zde také nacházejí uzavřené, vysoce tuhé profily, zhotovené technologií hydroformingu nebo technologií protlačování. Na takto vyrobený rám jsou postupně připevněny povrchové díly automobilu. Příklad takové konstrukce je patrný z obr. 3.1. [20]



Obr. 3.1.Moderní typ rámové konstrukce karoserie automobilu

Druhý typ karoserie tvoří též prostorový rám, který však doplňuje nosná podlahová platforma a z části i tzv. pohledové díly karoserie. Tento typ rámu je až na výjimky celý vyroben převážně z výlisků z tenkých ocelových plechů, které jsou navzájem spojeny svařováním v kombinaci s lepením. Příklad takové konstrukce karoserie je patrný z obr. 3.2..



Obr. 3.2.Moderní typ rámové konstrukce karoserie automobilu s podvozkovou platformou



Kritické partie karoserie jsou navíc v současnosti doplněny nosníky (výztuhami) ze speciálně k tomu určených ocelí. Tato kombinace materiálů dovoluje použití tenkých hlubokotažných matriálů pro pohledové díly a dává tak značný prostor pro design vozu. Výroba výztuh se realizuje za studena nebo za tepla a použité materiály patří převážně do skupiny označované jako pevnostní materiály. V závislosti na chemickém složení a tepelném zpracování dostáváme pro jednotlivé skupiny pevnostních materiálů charakteristické materiálové vlastnosti, které se však z hlediska deformačních charakteristik odlišují od hlubokotažných materiálů určených pro povrchové díly vozidla. Materiály náležející do specifické skupiny pevnostních materiálů mají rozhodující vliv na celkovou tuhost karoserie a z ní vyplývající bezpečnosti pro pasažéry. Deformační schopnost pevnostních materiálů při tváření za studena je založena na přítomnosti tvrdých obtížně tvářitelných fází vedle měkkých a dobře tvářitelných fází. Při použití technologie tváření za tepla je možno vyrobit i poměrně složité tvary výlisku, kde je zvýšení mechanických vlastností tvářeného materiálu dosaženo tepelným zpracováním. Vzhledem k vysoké ceně takto vyrobených výlisků je snaha se této technologii tváření za tepla vyhnout a využívat takové materiály, které jsou alespoň částečně tvářitelné za studena. Stručný přehled materiálů používaných v konstrukci automobilu je uveden v následujících kapitolách.

### 3.1 HLUBOKOTAŽNÉ MATERIÁLY

### 3.1.1 Hlubokotažné plechy z ocelí uklidněných hliníkem

Historie tenkých hlubokotažných materiálů, které umožňovaly poměrně snadné dosažení žádaného tvaru výlisku, sahá hluboko do minulého století. Užívaly se nejčastěji za studena válcované plechy z ocelí uklidněných hliníkem, které se donedávna používaly v největší míře pro stavbu karoserie. Tyto materiály mají ve struktuře velmi nízký obsah intersticiálně rozpuštěného uhlíku, řádově stovky ppm. Chemická čistota jim zaručuje konzistentní mechanické vlastnosti a v kombinaci s jejich výbornou tvářitelnost jsou předurčeny pro tvarově složité výlisky, na které jsou kladeny vysoké nároky i z hlediska povrchových vlastností. Pro zvýšení pevnosti se tyto ocele legují fosforem (tzv. refosforizované ocele), nebo mikrolegují Mn, Si, Al, V, Ti apod. (mikrolegované ocele). Z hlediska svého chemického složení a čistoty není tento typ ocelí pro hluboké tažení vhodný pro nanášení ochranných zinkových vrstev metodou žárového pozinkování. Při průchodu důsledkem stárnutí materiálu, které je doprovázeno změnou mechanických vlastností a tyto materiály tak nejsou schopny dosáhnout vyššího stupně tvářitelnosti než zaručuje skupina

Pavel Solfronk



označovaná jako DDQ (Deep Drawing Quality). Hlubokotažné materiály uklidněné hliníkem jsou svými mechanickými vlastnostmi vhodné pro výrobu tvarově méně náročných výlisků. Pro výrobu extrémně tvarově a rozměrově náročných výlisků byly vyvinuty oceli bez intersticií, tzv. IF ocele. [3]

### 3.1.2 IF oceli

Zvyšující se nároky na design vozidla v kombinaci s požadavky na korozní odolnost nutí výrobce automobilů používat takové typy materiálů, které zaručují bezproblémovou lisovatelnost tvarově složitých pohledových dílů karoserie. Z důvodů popsaných v předchozí kapitole neumožňují oceli uklidněné hliníkem tato vysoká kritéria hlubokotažnosti splnit.

Základní charakteristikou IF ocelí (Interstitials Free Steel), od kterého pochází i dnes již běžně používaný název, je velmi nízký obsah intersticiálně rozpuštěného uhlíku a dusíku (řádově desítky ppm) v základní feritické struktuře. Absence výrazného množství intersticiálních vad propůjčuje těmto ocelím výbornou tvářitelnost při poměrně nízkých mechanických hodnotách. Zamezení přítomnosti intersticiálně rozpuštěných prvků uhlíku a dusíku je dosaženo pomocí mikrolegování niobem či titanem, popř. kombinací obou prvků. Přítomnost Nb a Ti podporuje vznik stabilních karbonitridů (TiCN, NbCN) ve kterých jsou vázány původně intersticiálně rozpuštěné atomy uhlíku a dusíku. Snížením obsahu uhlíku a dusíku ve formě tuhého roztoku docílíme výrazného zlepšení plastických vlastností oceli. Množství legujících prvků Nb a Ti je neustále zkoumáno pro dosažení optimálního vyvážení mezi pevností a tvářitelností plechu. Praktické výsledky ukazují, že mnohem výhodnější je legování Nb či kombinací Nb a Ti. Ovšem množství Nb má vliv na velikost zrna (viz. obr. 3.1.2.1), na stárnutí oceli a také zvyšuje rekrystalizační teplotu. Důsledkem je vyšší energetická náročnost při výrobě (vyšší žíhací teploty).



Obr. 3.1.2.1. Vliv niobu na velikost zrna [52]



Výsledné mechanické vlastnosti IF ocelí jsou závislé na obsahu dalších legujících prvků způsobujících zpevnění tuhým roztokem (např. Mn, P), množství a disperzitě (rozptýlení) precipitátů, velikosti feritického zrna a také na úběru při hladícím válcováním. Tento úběr má velmi významný vliv na tvářitelnost, jelikož je prováděn za studena. Má za následek zpevnění a vznik deformační struktury, které snižují tvářitelnost. Příklad využití materiálu z IF oceli pro výlisek karosářského typu spolu s uvedením mechanických vlastností je vidět na obr. 3.1.2.2.



Obr. 3.1.2.2. Příklad využití IF oceli v konstrukci karoserie automobilu

Plechy z IF ocelí zaujímají dominantní místo pro výrobu tzv. pohledových dílů karoserie a jejich výrobou se zabývají všichni významní výrobci tenkých ocelových plechů. V Evropě se jedná především o firmy Arcelor Mittal, Salzgiter Stahl GmbH, Voest Alpine Eurostahl GmbH a ThyssenKrupp AG.

### 3.1.3 IF oceli s BH efektem

Nevýhodou klasických IF ocelí je z hlediska tuhosti lisovaného dílu jejich nízká mez kluzu. U výlisků, kde převážná část výlisku vykazuje jen minimální deformaci a požadavky na zvýšenou deformační schopnost jsou jen lokálního charakteru, představuje tato nevýhoda IF ocelí značný problém. Z důvodů lokálních požadavků na vysokou deformaci je technologicky nutné použít materiál s vysokou schopností k přetvoření. Při splnění tohoto

- 18 -



požadavku pak plochy s malou deformací vykazují nedostatečnou tuhost. Klasickým příkladem jsou výlisky kapoty a střechy automobilu. Pro eliminaci tohoto nežádoucího jevu byly vyvinuty IF ocele vykazující BH efekt. Tyto oceli kombinují vysokou tvárnost během procesu lisování s dosažením vyšších mechanických vlastností při procesu vypalování povrchového laku karoserie (Bake Hardening effect).

Hlubokotažné materiály s BH efektem byly vyvinuty tak, aby mez kluzu byla co nejnižší a při teplotách vypalování laku karoserie došlo k navýšení meze kluzu pro zajištění dostatečné tuhosti především povrchových panelů, u kterých se tak zvyšuje odolnost proti vtlačení tzv. dent resistant. Během zpracování laku karoserie dojde k opětovnému blokování pohybu dislokací uvolněných z intersticiálních atmosfér během plastické deformace mechanismem zpětné difůze především atomů uhlíku nebo dusíku. Velikost BH efektu je z hlediska chemického složení závislá na obsahu uhlíku, manganu a síry. Dále závisí na historii tváření (válcování) za studena a na parametrech rekrystalizačního žíhání. Podle výše uvedených vlivů může dojít ke zvýšení meze kluzu o 30 až 80 MPa. Z hlediska BH efektu rozlišujeme dva základní typy ocelí pro výrobu plechů.

První možnost pro dosažení BH efektu v materiálu je vyrobení ultra nízko-uhlíkové oceli s mírným přebytkem uhlíku. Tento postup výroby klade velmi vysoké nároky na kvalitu technologického výrobního postupu. V oceli se záměrně snižuje obsah legujících prvků titanu a niobu, které přispívají velkou měrou ke stabilizaci uhlíku, aby část uhlíku zůstala intersticiálně rozpuštěna ve feritické matrici i po válcování za tepla a nebyla navázána na vznikající karbidy titanu a niobu. Přítomnost intersticiálně rozpuštěného uhlíku v feritické matrici během výroby materiálu způsobuje částečnou degradaci materiálu již v průběhu technologického procesu výroby. Oproti konvenčním IF ocelím je částečná degradace materiálu s BH efektem příčinou nižšího koeficientu normálové anizotropie a exponentu deformačního zpevnění, což zabraňuje dosažení maximálních hodnot hlubokotažnosti. U takto dosaženého BH efektu často není možné použít následné žárové pokovování či jiné tepelné zpracování tenkého plechu.

Při druhém výrobním postupu se využívá celková stabilizace uhlíku niobem nebo titanem a to i po válcování za studena. Uhlík potřebný pro tvorbu BH efektu se získává rozpouštěcím žíháním karbidonitrických precipitátů při teplotách pod Ac<sub>3</sub> na kontinuální žíhací lince s následným dostatečně rychlým ochlazováním. Ačkoliv se po aplikaci žíhání nejedná o čistě IF ocel jsou dosahovány výborné plastické vlastnosti. Dosahované velikost vytvrzení (BH efektu) závisí na žíhací teplotě, časové prodlevě na žíhací teplotě a také na rychlosti následného ochlazení, s vyšší teplotou a s vyšší rychlostí ochlazování získáme



výraznější BH efekt. Výroba těchto ocelí je energeticky náročnější něž u ocelí se zvýšeným obsahem C, ovšem u tohoto způsobu výroby lze snadněji zařadit žárové pokovování materiálu. Možnost vytváření následných ochranných povlaků metodou žárového pokovení je důvod neustále se zvyšujícího podílu těchto ocelí oproti prvnímu typu ocelí s BH efektem. Princip výroby materiálu s BH efektem při zvýšeném obsahu niobu a titanu je patrný z obr. 3.1.3.1.



Obr. 3.1.3.1. Princip výroby materiálu s BH efektem při zvýšeném obsahu niobu a titanu [52]

V automobilovém průmyslu se u požadovaných dílů dosahuje BH efektu v procesu lakování karoserie vozidla. Výlisky však nejsou lakovány jednotlivě, ale jako technologický celek karoserie vozidla vytvořený různými metodami spojování jednotlivých výlisků (převážně bodové odporové svařování, pájení, lepení, laserové svařování atd.). K nárůstu mechanických hodnot u výlisků vykazujících BH efekt dochází v časovém intervalu cca 20 minut při teplotě zhruba 180°C. Nežádoucím průvodním jevem doprovázejícím tuto změnu mechanických vlastností je tvarová nestabilita výlisků projevující se torzí a rozměrovou dilatací. Vysoké nároky kladené na celkový vzhled karoserie vozidla a přísné rozměrové normy jsou důvodem snahy o snižování podílu materiálů vykazujících BH efekt v konstrukci karoserie automobilu. Pro některé charakteristické výlisky jsou však tyto materiály v současné době nezastupitelné. Princip vzniku BH efektu je patrný z obr. 3.1.3.2. a obr. 3.1.3.3. [52] [3]



Obr. 3.1.3.2. Princip vzniku BH efektu



Obr. 3.1.3.3. Princip vzniku BH efektu

Jak již bylo uvedeno v předchozích odstavcích, na velikost BH efektu má vedle chemického složení a historie výroby plechu vliv i velikost deformace při výrobě výlisku. Na BH efektu se největší měrou podílí volné atomy intersticiálně rozpuštěného uhlíku v feritické matrici blokující pohyb dislokací. Počet těchto volných atomů uhlíku je však z hlediska tváření konečný. Při výrobě výlisku nové volné atomy uhlíku nevznikají, ani nezanikají. Ve struktuře nedeformovaného materiálu, který neprošel operací tváření, je dostatečný počet volných atomů uhlíku, ale relativně malý počet dislokací. Při následném tepelném procesu se z důvodu blokace malého množství dislokací BH efekt výrazně neprojevuje. Při vysoké deformaci materiálu je ve struktuře značný počet dislokací, ale vzhledem k omezenému počtu

Pavel Solfronk

atomů uhlíku nedochází k intenzivní blokaci jednotlivých dislokací. BH efekt se tak při následném tepelném procesu výrazně neprojevuje a z hlediska nárůstu mechanických vlastností má větší význam deformační zpevnění. V oblasti malých deformací (do cca 5%) nacházíme optimální vyvážení mezi počtem dislokací ve struktuře a počtem atomů volného uhlíku. Při následném tepelném zatížení dochází k v tomto rozsahu deformací k nejvyššímu nárůstu mechanických hodnot díky BH efektu. Při použití materiálů vykazující BH efekt je třeba si tento fakt uvědomit a při návrhu technologie výroby výlisku je nutné zajistit minimální deformaci na výlisku. Pokud tato minimální deformace (většinou 3% redukce tloušťky) není dodržena, nemusí kombinace deformačního zpevnění a BH efektu po tepelném procesu zajistit dostatečnou tuhost výlisku. Příklad změny velikosti BH efektu v závislosti na deformaci je vidět na obr. 3.1.3.4.



Obr. 3.1.3.4. Závislost BH efektu na velikosti deformace mat. HX 180BD, tl. 0,8 mm



V automobilovém průmyslu nejběžněji používané materiály pro stavbu karoserie (nízkouhlíkové, žárově pokovené ocele) se dělí dle normy DIN EN 10327 na 7 kvalitativních skupin označovaných jako:

- DX51D Materiály pro ohýbání
- DX52D Materiály pro tažení
- DX53D Materiály pro hluboké tažení
- DX54D Materiály pro speciální hluboké tažení
- DX55D Materiály pro speciální hluboké tažení (oceli s ochrannou vrstvou Al-Si)
- DX56D Materiály pro extra hluboké tažení
- DX57D Materiály pro super hluboké tažení

### 3.2 PEVNOSTNÍ MATERIÁLY

Dle nařízení Evropského parlamentu a Rady (ES) č. 443/2009 by měly emise CO<sub>2</sub> ve výfukových plynech osobních automobilů do roku 2012 klesnout u 65 % nových vozů v průměru na 120 g/km. V roce 2013 má tento podíl stoupnout na 75 %. Do roku 2015 by se měl tento limit postupně rozšířit na všechny nové automobily. Dlouhodobým cílem by mělo být snížení emisí CO<sub>2</sub> na 95 g/km do roku 2020. V současnosti se emise pohybují kolem 158 g/km. Toto nařízení vyvolává tlak na výrobce automobilů k redukci emisí oxidu uhličitého u nově vyvíjených vozů. Velký potenciál v úspoře CO<sub>2</sub> tak představují alternativní pohony automobilů, které se však z důvodů vysoké ceny doposud málo uplatňují na trhu.

Současným trendem při snaze o dodržení výše uvedené směrnice je používat materiály snižující hmotnost karoserie automobilu. Z materiálů na bázi Fe se jedná především o vysokopevnostní ocele (HSS – High Strength Steel) nebo ultra vysokopevností ocele (UHSS – Ultra-High Strength Steel). Využití těchto materiálů umožňuje snižovat tloušťku materiálu při zachování tuhosti výlisku. Omezujícím faktorem při využití těchto materiálů je jejich omezená deformační schopnost v závislosti mechanických vlastnostech. U materiálů s mezí pevnosti do 500 MPa se dosahuje vyvážených pevnostních a deformačních vlastností kombinací jednotlivých mechanismů zpevnění a to zejména pomocí zpevnění tuhého roztoku, precipitační, deformační a transformační zpevnění. Nevýhodou těchto mechanismů zpevnění je jejich aplikace na celý objem materiálu. S rostoucí pevností klesá výrazně deformační schopnost materiálů.

Výše uvedené nevýhody částečně odstraňují moderní typy pevnostních materiálů založených na vícefázovém strukturním zpevnění. Tyto ocele vykazují vyšší deformační

schopnost a hlubokotažnost. Vícefázové struktury se obvykle dosahuje kombinací tepelného zpracování a řízeného válcování.

### 3.2.1 Mikrolegované oceli (HSLA ocele)

HSLA oceli (High Strength Low Alloy Steel) nebo-li mikrolegované oceli, jsou navrhovány tak, aby poskytli vyšší fyzikálně-mechanické vlastnosti dle konkrétních požadavků. Oceli nelze brát za běžné legované oceli, jelikož požadované specifické vlastnosti jsou dosahovány kombinací velmi malého množství legujících prvků. Vedle uhlíku, přítomného nejčastěji v obsahu 0,05-0,5% a manganu s obsahem menším jak 2%, se jedná o legující prvky Cr, Ni, Mo, Cu, N, V, Nb, Ti, Zr. Obsah těchto jednotlivých doprovodných legur nepřesahuje 0,1% a ve struktuře vytváří různé kombinace zpevnění. [41] Vzájemná kombinace zpevnění tuhého roztoku, precipitace jemných karbidů a strukturního zpevnění poskytuje možnost dosažení velkého rozsahu fyzikálně-mechanických vlastností HSLA ocelí. Rozsah meze kluzu se díky těmto legujícím prvkům může pohybovat v rozmezí 300 až 830 MPa s dobrou tvářitelností v celém rozsahu mechanických hodnot. Neméně významný vliv na vlastnosti HSLA ocelí má i termomechanické zpracování pro dosažení specifické mikrostruktury s velmi jemnou strukturou a distribucí jednotlivých složek. [51] Oproti ocelím využívající zpevnění pomocí vícefázové struktury mají HSLA ocele méně výhodný poměr meze kluzu a meze pevnosti, který může dosahovat až hodnoty 0,9. Příklad použití HSLA ocele při konstrukci automobilu je vidět na obr. 3.2.1.1.



Obr. 3.2.1.1. Příklad použití HSLA ocele při konstrukci automobilu.



Dvoufázové ocele (DP ocele- Dual Phase Steel) patří do skupiny vícefázových ocelí jejichž mechanické vlastnosti jsou založeny na využití kombinace rozdílných strukturních fází, jejich obsahu, velikosti a distribuce v základní feritické matrici. DP ocele jsou nízko uhlíkové ocele na bázi Mn-Si tvořené základní měkkou feritickou matricí s obsahem tvrdé martenzitické fáze, která je ve struktuře ve formě malých ostrůvků v základní matrici. Dále jsou DP ocele legovány prvky jako je Cr, V, Ni a to ať už jednotlivě, nebo v jejich kombinaci, pro zlepšení kalitelnosti a dosažení optimálního poměru mezi tažností a pevností. Uhlík podporuje nejen tvorbu martenzitu, ale také zpevňuje ferit ve formě tuhého roztoku nebo jej můžeme využít pro BH efekt. DP oceli mají ve své základní feritické matrici obsaženo 20% až 70% malých ostrůvků martenzitu (bainitu – pro výlisky tvářené vypínáním). Obecně lze říci, že objem tvrdé fáze má přímý vliv na fyzikálně-mechanické vlastnosti matriálu. Fáze martenzit tak obecně zvyšuje mechanické vlastnosti oceli. Při výrobě DP ocelí vzniká ve struktuře vnitřní pnutí zapříčiněné probíhající fázovou přeměnou austenitu na martenzit, která se projevuje jako zpevnění materiálu. Toto zpevnění má značný vliv na počáteční chování pod působícím napětím resp. významně ovlivňuje mez kluzu. Mez kluzu DP ocelí je tak nejen určena obsahem a rozložením martenzitických ostrůvků ve feritické matrici, ale také vzniklým pracovním zpevněním. Přítomnost feritu zaručuje nízkou mez kluzu a dobrou deformační schopnost. Martenzit zaručuje zvýšené pevnostní hodnoty. Poměr jednotlivých strukturních fází propůjčuje těmto ocelím široké rozpětí mechanických vlastností pohybující se v rozsahu 400 - 1000 MPa a lze je tak tzv. "šít na míru" konkrétnímu dílu. Na obr. 3.2.2.1. můžeme vidět schematicky znázorněnou strukturu dvoufázové ocele. [52] [3]



Obr. 3.2.2.1. Struktura dvoufázové ocele. [52]

Oproti HSLA ocelím mají DP ocele výhodnější poměr meze kluzu a meze pevnosti, který dosahuje hodnoty 0,7. Vysoký exponent deformačního snižuje riziko vzniku lokálního ztenčení stěny výlisku a tvorbě trhliny v tomto místě. Odlišný průběh deformačního chování



materiálů HSLA ocele a DP ocele je patrný z průběhů křivek získaných ze statické zkoušky tahem na obr. 3.2.2.2.



Obr. 3.2.2.2. Porovnání křivek ze statické zkoušky tahem - materiály HSLA a DP ocele [52]

Charakteristických vlastností obou typů materiálu se často využívá pro výrobu výztuh automobilu zaručujících bezpečnost při bariérových testech. Příklad sestavy uchycení předního nárazníku tvořené deformačním členem z HSLA oceli a výztuhy nárazníku z DP oceli je vidět na obr. 3.2.2.3.



Obr. 3.2.2.3. Příklad sestavy uchycení předního nárazníku


### 3.2.3 Oceli s transformačně indukovanou plasticitou (TRIP ocele)

Tento typ ocelí se označuje jako TRIP ocele (TRansformation Induced Plasticity – transformačně indukovaná plasticita) jejich struktura je tvořena feritem, bainitem a menším množstvím zbytkového nepřeměnného austenitu. Obsah zbytkového austenitu se pohybuje běžně okolo 5 až 10% i více, ostatní fáze jako martenzit a bainit jsou zastoupeny v různém množství. Transformace zbytkového austenitu na martenzit je aktivována až během následné deformace při tváření. Odtud tedy plyne samotné označení TRIP ocelí. Schematické znázornění struktury TRIP oceli je vidět na obr. 3.2.3.1.



Obr. 3.2.3.1. Schematické znázornění struktury TRIP oceli [51]

TRIP oceli obecně obsahují více uhlíku než DP oceli (obsah uhlíku může být vyšší než 1%) a výroba tohoto typu ocelí vyžaduje velmi precizní kontrolu deformačně-tepelného cyklu na válcovací trati. Prováděná izotermická bainitická přeměna při tepelném zpracování brání precipitaci karbidů a způsobuje nasycení zbývajícího austenitu uhlíkem. Při takto vysokém obsahu uhlíku se dosahuje nižší teploty martenzit finish než je teplota okolí a z toho vyplívá stabilizace austenitu. Pro zabránění precipitace karbidů při bainitické přeměně a stabilizace zbytkového austenitu se přidávají legující prvky Mn, Si a Al. Stupeň deformace potřebný pro aktivaci přeměny austenitu na martenzit je dán množstvím uhlíku ve zbytkovém austenitu. Při nižším obsahu uhlíku je transformace aktivována již během procesu tváření čímž roste koeficient deformačního zpevnění. Naopak při vyšším obsahu uhlíku nedojde k aktivaci přeměny během tváření výlisku, ale například až při následné deformaci při nárazu automobilu, což dovoluje pohlcení velkého množství energie. Vlastnosti těchto ocelí je předurčují pro nasazení na specifické díly karoserie, jedná se především tzv. deformační elementy, které mají za úkol pohltit velké množství energie při nárazu vozidla. Přeměna austenitu na martenzit v průběhu plastické deformace je příčinou velikého exponentu



deformačního zpevnění u těchto typů ocelí, který je odlišuje od ostatních typů pevnostních materiálů. Příklad využití TRIP ocele v konstrukci automobilu je vidět na obr. 3.2.3.2.



Obr. 3.2.3.2. Příklad využití TRIP ocele v konstrukci automobilu.

Dosahované mechanické vlastnosti TRIP ocelí jsou 700 MPa při více jak 28% tažnosti. Příklad mechanických vlastností pevnostních materiálů spolu se schematickou přeměnou austenitu na martenzit je vidět na obr. 3.2.3.3.



Obr. 3.2.3.2. Příklad mechanických vlastností pevnostních materiálů [39]

#### 3.2.4 TWIP ocele

Materiály označované jako TWIP (Twinning Induced Plasticity) jsou jednou z novinek, která vyplývá z požadavků zpracovatelů plechů na materiály o vysokých hodnotách pevnosti a tažnosti spolu s nízkou měrnou hmotností. Takovéto materiály obsahují prvky stabilizující austenit (převážně Mn nebo méně často Ni). Austenitické ocele složené z vhodné kombinace Fe-Mn-Al-Si vykazují mechanické a technologické vlastnosti, které jsou vhodné pro vývoj a konstrukci nových typů pevnostních materiálů a zároveň jsou schopné redukovat měrnou hmotnost výrobku. [40]

Přidáváním manganu do Fe-Al ocelí se mění základní feritická struktura. Při koncentraci manganu okolo 5÷10% dochází ke vzniku duplexní  $\alpha/\gamma$  struktury. Dosáhne-li hodnota koncentrace manganu zhruba 20÷30%, při současné odpovídající koncentraci Al s určitým množstvím uhlíku, je austenitická  $\gamma$ -fáze plně stabilizovaná. Přidáváním Si do vysoce Mn-Al legovaných ocelí se destabilizuje austenit a klesá tak energie vrstevné chyby, což má za následek následnou martenzitickou přeměnu. Dochází k tzv. TRIP efektu a nebo se zvětšuje podíl tvorby dvojčatění ( $\gamma \rightarrow \gamma$ TWIN), což nazýváme jako TWIP efekt. Záleží na vzájemném poměru prvků Mn, Al a Si ve struktuře ocelí, které ovlivňují velikost energie vrstevné chyby (SFE – Stacking Fault Energy). Jestliže je energie vrstevné chyby  $\gamma < 20$ mJ/m<sup>2</sup> je upřednostněn TRIP efekt, při  $\gamma > 20$  mJ/m<sup>2</sup> je potlačena fázová přeměna a dochází k dvojčatění - TWIP efekt [44].V důsledku této skutečnosti nastává v materiálu mechanické dvojčatění spolu se zvyšující se deformací, které probíhá zároveň s deformací skluzem. Schematické znázornění deformace TRIP a TWIP ocelí je patrné z obr. 3.2.4.1.



Obr. 3.2.4.1. Schematické znázornění deformace TRIP a TWIP ocelí [53].



Mechanizmus dvojčatění umožňuje dosáhnout extrémně vysokých hodnot deformace při pokojové teplotě při současných vysokých mechanických hodnotách. TWIP efektu lze za určitých podmínek dosáhnout u hlubokotažných ocelí i u pevnostních plechů a to je z pohledu zpracovatelů v automobilovém průmyslu řadí do popředí zájmu. Příklad deformace materiálu s TWIP efektem je vidět na obr. 3.2.4.2 [42].



Obr. 3.2.4.2 Příklad deformace materiálu s TWIP efektem



Tyto vícefázové ocele (CP - Complex Phase) dosahují svých fyzikálně-mechanických vlastností pomocí tzv. strukturního zpevnění, kdy základní struktura je tvořena z velmi jemné feritické matrice společně s větším obsahem tvrdých fází a také z velmi jemných precipitátů. Rozdílná tvrdost a disperzita spolu s velikostí a obsahem jednotlivých složek v základní feritické matrici je příčinou vysokých mechanický vlastností. Legující prvky jsou podobné jako u DP a TRIP ocelí společně s vyžitím malých množství niobu, titanu nebo vanadu pro dosažení jemných a tvrdých precipitátů. Absence austenitické přeměny na martenzit, tak jako je tomu u TRIP ocelí, je důsledek nižšího koeficientu deformačního zpevnění. U CP ocelí je vzhledem k jejich mechanickým vlastnostem, kdy pevnost v tahu dosahuje více jak 800 MPa, zaručena dobrá tvářitelnost a zároveň velmi dobrá rozměrová stálost výlisků. CP oceli vykazují vysokou schopnost absorpce energie společně s vysokou zbytkovou deformační kapacitou, čehož se využívá pro výlisky bezpečnostních výztuh. Struktura CP ocele je vidět na obr. 3.2.5.1. [3]



Obr. 3.2.5.1. Struktura vícefázové ocele [53]

### 3.2.6 Martenzitické ocele (MS ocele)

Tento druh ocelí (MS ocele - Martensite Steels) svojí podstatou dosahuje značně vysokých pevnostních hodnot, jejich tažnost je však velmi omezená. V tomto případě se totiž jedná o využití martenzitické struktury jako složky, která zajistí dosažení vysokých hodnot pevnosti. Jejich základem jsou feriticko-perlitické ocele, kde se pomocí snížení válcovací teploty získává feriticko-bainitickou strukturu s pevností až 650 MPa. Neustálým zvyšováním rychlosti ochlazování a naopak zvyšováním deformace při válcování lze výsledně dosáhnout převážně martenzitické struktury s malým obsahem feritické fáze. Pevnost takové struktury je



závislá na poměru martenzitické a feritické fáze a může dosahovat pevnosti až 1400 MPa. Velkou nevýhodou těchto druhů ocelí jsou však jejich omezené plastické vlastnosti. Deformační schopnost materiálu při tváření za studena zajišťuje pouze feritická fáze, která je ovšem ve struktuře zastoupena v malé míře. Výsledná míra tažnosti je tedy dána procentuálním podílem obsahu feritu v martenzitické základní struktuře. Schematické znázornění struktury martenzitických ocelí je vidět na obr. 3.2.6.1. [50], [18]



Obr. 3.2.6.1. Schematické znázornění struktury martenzitických ocelí [53]

I přes značné mechanické vlastnosti lze tyto speciální typy ocelí v omezené míře lisovat za studena a zhotovovat výlisky jednoduchých tvarů. Jedná se především o vysoko pevnostní výztuhy tvaru "U" vyráběné za studena. Bezpečnostní výztuhy složitějších tvarů, kde je požadavek na dosažení maximálních pevnostních hodnot již nelze vyrábět technologií tváření za studena. U těchto typů výlisků se dává přednost tváření za tepla, kdy materiál vykazuje dobré deformační schopnosti a zvýšení mechanických vlastností se dociluje pomocí kalení přímo v tažném nástroji. Chemické složení těchto ocelí umožňuje získat martenzitickou strukturu i při poměrně malých ochlazovacích rychlostech, kdy nástroj pro tváření je opatřen systémem chladících kanálů a po každém zhotovení výlisku následuje proces chlazení výlisku. Nejedná se tedy o přímý kontakt chladícího média s tvářeným materiálem, ale k chlazení dochází důsledkem přestupu tepla mezi výliskem a chlazenou plochou nástroje. Materiály pro takový typ výroby za tepla jsou legovány kromě uhlíku i bórem, manganem, křemíkem, chromem, molybdenem a dalšími prvky. Schematické znázornění procesu výroby výlisků z vysoce pevnostních materiálů za tepla je vidět na obr. 3.2.6.2., kde jsou uvedeny dva nejčastěji používané způsoby výroby. U prvního typu je proveden ohřev materiálu na tvářecí teplotu, následuje proces tváření a proces chladnutí. U tvarově složitých výlisků, kdy není z důvodu snížené pevnosti materiálu za tepla, možné lisovat na jednu operaci, je nutné před ohřevem provést předlisování tvaru výlisku za studena a následně lisování dokončit v druhém tahu za tepla.





Obr. 3.2.6.2. Proces výroby výlisků z vysoce pevnostních materiálů za tepla

Z hlediska následných mechanických vlastností a odolnosti proti cyklickému zatížení vykazují výlisky zhotovené technologií tváření za tepla vyšší kvalitu než výrobky zhotovené technologií tváření za studena. I přes tento fakt se v průmyslové praxi z důvodu nižších výrobních nákladů dává přednost technologii tváření za studena. Příklad využití vysoko pevnostních materiálů v konstrukci automobilu je vidět na obr. 3.2.6.3.



Obr. 3.2.6.3. Příklad využití vysoko pevnostních materiálů v konstrukci automobilu



Grafické porovnání mechanických vlastností jednotlivých typů ocelí používaných pro stavbu karoserie vozidla je vidět ve formě grafů závislosti napětí a deformace na obr. 3.2.6.4.



Obr. 3.2.6.4. Grafické porovnání mechanických vlastností jednotlivých typů ocelí

### 3.3 NEŽELEZNÉ KOVY

Využití materiálů s nízkou měrnou hmotností je další z možností jak snížit hmotnost karoserie automobilu. V průmyslové praxi se dostávají do popředí zájmu především slitiny hliníku a hořčíku, které oproti slitinám na bázi železa mají výrazně nižší hustotou. Jejich masivnímu nasazení do průmyslové výroby v oblasti lisovaných dílů brání vyšší cena těchto materiálů a limitující mechanické vlastnosti slitin Al a Mg, zvláště pak nízký Youngův modul pružnosti. [21]

#### 3.3.1 Slitiny hliníku

Hliník je třetím nejvíce zastoupeným prvkem v zemské kůře a podle posledních dostupných údajů tvoří zhruba 8% zemské kůry. Z hlediska automobilového průmyslu je jeho nejvýznamnější vlastností nízká hustota (čistý hliník 2698 kg/m<sup>3</sup>). Z důvodu nízkého Youngova modulu pružnosti (E=69 GPa) však nemůže být tato vlastnost plně využita. Pro zachování dostatečné tuhosti je nutné kompenzovat nízký modul pružnosti vyšší tloušťkou materiálu a úspora hmotnosti oproti ocelovým výliskům není v přímém poměru jejich vzájemných hustot. S ohledem na cenu hliníku na světových trzích je cena automobilových



sestav zhruba 2x vyšší, než cena shodných sestav vyrobených z ocelových plechů. Při nákupu tak značného množství slitin Al, který je nutný pro výrobu automobilů je problémem i značné kolísání ceny hliníku na světových trzích. Zajištění stability dodávek slitin Al v požadované kvalitě a množství vyžaduje zvolení dobré strategie při výběru a nalezení více dodavatelů zaručujících danou kvalitu. V nárůstu ceny sestav na zhruba dvojnásobek oproti ocelím je obsažena i modifikace výrobních technologických procesů, zvláště pak svařování, spojování za studena a změny v procesu lakování. Z důvodu nižších mechanických hodnot a vyšší inklinaci k procesům degradace slitin Al je nevýhodou i nutná častější kontrola, popř. výměna bezpečnostních prvků. Kontrola a oprava uvedených prvků vyžaduje vytvoření sítě specializovaných pracovišť (autorizovaných servisů) s patřičným technickým vybavením. Je patrné, že přechod na výrobu výlisků ze slitin Al není pro výrobce automobilů jednoduchým rozhodnutím a vyžaduje dlouhodobou koncepční přípravu. Výše uvedené aspekty se promítají i do konečné ceny produktu, která hraje klíčovou roli v jeho uplatnění na trhu. Výhody slitin Al lze shrnout do následujících bodů:

- Nízká hustota
- Vysoká korozní odolnost
- Stabilní dodavatelská základna
- Snadná recyklovatelnost

Nevýhodou slitin hliníku je:

- Vysoké kolísání ceny hliníku na světových trzích
- Nižší tvářitelnost oproti ocelím
- Obtížnější svařitelnost oproti ocelím

V současné době jsou slitiny hliníku pro tváření označovány podle ČSN EN 573-1 až 3. Tyto normy platí pro tvářené výrobky a ingoty určené ke tváření a stanovuje označování písmeny EN AW (EN -Evropská norma, A - hliník, W - tvářený) a čtyřmi číslicemi. V čtyřmístném číselném označení udává první ze čtyř číslic skupinu slitin, podle hlavních slitinových prvků. Pro tváření výlisků se nejčastěji využívá skupina materiálů začínajících číslicemi 5xxx a 6xxxx. Skupina 5xxx jsou slitiny na bázi Al-Mg. Slitiny označované jako 6xxx jsou na bázi Al-Mg-Si.

Relativně příznivá cena slitin hliníku spadajících do skupiny 5xxx z nich vytváří tradiční skupinu slitin určených pro tváření. Cena těchto slitin je ve srovnání s ocelí přibližně 3x vyšší. Chemické složení slitin třídy 5xxx je příčinou vytváření hrubých Lüdersových čar (vrásek) v oblasti meze kluzu při plastické deformaci. S rostoucí deformací dochází ke vzniku



jemných Lüdersových čar projevujících se zvrásněním povrchu plechu. V prvním případě na mezi kluzu mluvíme o Lüdersových čarách typu "A", v průběhu deformace mluvíme o Lüdersových čarách typu "B". Oba tyto případy degradují kvalitu povrchu a v případě následného nanášení laku je třeba tyto povrchové vady mechanicky odstranit např. broušením povrchu plechu. Výlisky z této skupiny slitin Al nejsou vhodné pro pohledové části automobilu.

Oproti slitinám skupiny 5xxx vykazují slitiny 6xxx vyšší základní mechanické hodnoty a umožňují ve většině případů využití BH efektu po tepelném zatížení při vypalování laku karoserie automobilu. I přes vyšší cenu (5x vyšší jak ocelové pozinkované plechy) jsou slitiny 6xxx v Evropě majoritní skupinou využívanou pro tváření v automobilovém průmyslu. Tato skupina materiálů disponuje velmi dobrou hlubokotažností, odolností proti vtlačení (dent resistance) a vysokou kvalitou povrchu po tváření. Vysoká kvalita povrchu po tváření je zajištěna chemickým složením, potlačujícím vznik Lüdersových čar, a vhodnou drsností povrchu plechu (obvykle Ra =  $1 \div 1,5 \mu m$ ). Takto zhotovené výlisky vykazují vynikající pohledové vlastnosti po lakování a jsou určeny pro pohledové části vozu. [20]

Charakteristický průběh statické zkoušky tahem pro slitinu EN AW 5754 a EN AW 6016 je vidět na obr. 3.3.1.1, kde je patrný vznik Lüdersových čar u slitiny EN AW 5754.



Obr. 3.3.1.1. Průběh statické zkoušky tahem pro slitiny hliníku



V současné době se slitiny hliníku z důvody vyšší ceny výlisků a ostatních komponent využívají u zavedených firem specializujících se na výrobu luxusních vozů vyšší cenové kategorie. Příklad využití slitin hliníku v konstrukci automobilu je patrný z obr. 3.3.1.2.



Obr. 3.3.1.2. Využití slitin hliníku v konstrukci automobilu Audi RS4.

### 3.3.2 Slitiny hořčíku

Faktory, které limitují využívání metod tváření pro zpracování hořčíkových slitin, jsou rázu materiálového a ekonomického. Ve stavbě automobilů lze tvářené hořčíkové slitiny uplatnit na prvky karoserie či nosič přístrojové desky. Podobně jako u slitin Al je v konstrukci automobilu významnou vlastností hořčíku jeho měrná hmotnost 1738 kg/m<sup>3</sup> (při teplotě 20°C), která je oproti oceli 4,5krát menší a oproti hliníku pak 1,5krát menší. Podobně jako u slitin Al je problémem nízký Youngův modul pružnosti v tahu, který je u hořčíku přibližně 5x menší (E=42 GPa) a je třeba tuto skutečnost brát na zřetel při konstrukci výlisku.

Hořčík a slitiny hořčíku krystalizují v hexagonální těsně uspořádané mřížce (HCP – hexagonal close-packed) z čehož vyplývá jeho omezená deformační schopnost za studena. Principiální rozdíl mezi tvářením hořčíkových slitin, tvářením ocelí a hliníkem je proto v použití teploty tváření. Ačkoliv je hořčíkové plechy možné tvářet i za pokojové teploty, z důvodů dosažení požadovaných tvarů se více používá technologie tváření za zvýšené teploty. V důsledku nedostatku skluzových systémů je hořčíkový plech špatně tvářitelný za studena, kdy se skluz realizuje pouze v bazálních rovinách. Od teploty 225 °C probíhá skluz i v pyramidálních rovinách [2]. Pro materiály s hexagonální těsně uspořádanou mřížkou (HCP – hexagonal close-packed) je primární skluzový směr  $\langle 11\overline{2}0 \rangle$ , jelikož tento směr je nejhustěji obsazen atomy [10]. Aktivní skluzová rovina však závisí na hodnotě poměru os.



Pro ideální hodnotu poměru c/a = 1,633 je bazická rovina také rovinou skluzovou. Pro poměr os menší něž je ideální hodnota však bazická rovina není nejhustěji obsazenou rovinou a pozorují se proto jiné skluzové roviny. Zde se jedná např. o Zr (c/a = 1,593) nebo Ti (c/a = 1,587). Pro hořčík platí poměr c/a = 1,623 (tedy přibližně roven ideální hodnotě) a za pokojové teploty se pozoruje skluz pouze na bazické rovině. Při teplotách nad 250°C však dochází u hořčíku ke skluzu také v rovinách { $10\overline{11}$ } a lze tedy tímto způsobem dosahovat značně vyšší plastické deformace. Pro deformaci kovů s hexagonální mřížkou je dále důležitý mechanismus dvojčatění, který v těchto mřížkách má nejsnadnější průběh. Dvojčatění v kovech a jejich slitinách s HCP mřížkou lze pozorovat na poměrně velkém počtu rozdílných rovin. Jeden běžný způsob dvojčatění mnoha HCP kovů je pomocí roviny { $10\overline{12}$ }. Jedna ze tří možných nastavení těchto rovin je vyobrazena na obr. 3.3.2.1. Je zřejmé, že dvojčatění nastane v rovině { $10\overline{12}$ } a směru ( $\overline{1011}$ ), kde je výsledné smykové napětí největší. Pro bližší vysvětlení jsou na obr. 3.3.2.1. ukázány úhlové poměry mezi nepřetvořenou rovinou { $10\overline{12}$ }, bazální rovinou a rovinou boku hranolu. [25]



Obr. 3.3.2.1. Znázornění rovin dvojčatění v HCP mřížce

Plechy z hořčíkových slitin, stejně jako jiné slitiny s hexagonální krystalovou mřížkou, jsou z důvodu vzniku dodatečných skluzových rovin od cca. 200°C (viz. obr. 3.3.2.2.) více zpracovatelné za zvýšené teploty [13], díky tomu je plastické deformace dosahováno snadněji. Tento proces je obvyklý i v praxi. Výrobní zařízení použité pro výrobu výlisků z hořčíkových plechů je shodné jako pro výrobu z ostatních kovových materiálů. Odlišné jsou požadavky na nářadí a vlastní proces lisování a to právě z důvodu výroby za zvýšené teploty. [2]



Obr. 3.3.2.2. Vznik dodatečných skluzových rovin u HCP při tváření za tepla

Základním problémem při tváření plechů za zvýšené teploty je ohřev materiálu a udržení vhodného rozmezí tvářecích teplot po celou dobu tváření. Dalším úskalím může být vlastní konstrukce tvářecího nástroje a dodržení technologických podmínek tažení (mazání, rychlost tažníku, tažná vůle atd.). V případě ohřevu nástřihu je nutné vzít v úvahu rychlé ochlazování tenkých plechů a to je důvod častého ohřevu přímo v nástroji. Toho lze dosáhnout buď přímým ohřevem, nebo speciální konstrukcí tvářecích nástrojů s temperací činných ploch. V případě plechů s větší tloušťkou je možné použít ohřev v peci nebo indukční ohřev. Rozhodujícím faktorem tvářitelnosti slitin hořcíku je dosažení požadované teploty tváření.

### **4 FOTOGRAMMETRIE**

Jednou z cest jak snižovat náklady na vývoj a výrobu produktů je zavádění inovativních metod numerických simulací a virtuálních prototypů samotných výrobků, či celých technologických sestav. Za předpokladu znalosti dostatečně přesných okrajových podmínek lze pomocí těchto metod predikovat chování konstrukčních celků a optimalizovat tak jejich samotný návrh bez potřeby nákladné výroby fyzického prototypu. Dochází k výraznému zkrácení časů potřebných ve vývojové fázi, což je např. v automobilovém průmyslu jedna ze zásadních věcí pro uplatnění na trhu. Daný technologický postup vytvářený ve virtuálním prostředí numerické simulace je však nutné na některých úrovní konfrontovat s reálnými testy. [9] K výpočtu je nutná znalost fyzikálních charakteristik materiálu a definovat dostatečně přesný matematický model chování materiálu v dané technologické operaci. U složitých numerických výpočtů se oprávněnost zvoleného postupu řešení většinou verifikuje na jednodušší úloze, kde jsou již známé experimentální výsledky, nebo je tento experiment v několika variantách realizován. Pro tyto účely slouží různé měřící systémy, a to jak konvenční, využívající fyzických senzorů, tak také optické bezkontaktní systémy. Smyslem konvenčních metod je aplikace různých typů senzorů na zkoumanou oblast konstrukce, což s sebou nese několik nevýhod. Snímaná veličina je nejčastěji převáděna na napěťový nebo proudový signál, který je odesílán elektrickým vodičem ke zpracování. Podle složitosti úlohy je v těchto případech nutná instalace různého počtu elektrických vodičů, které mohou ovlivňovat průběh měření. Instalace a kabeláž senzorů je navíc často náročná jak časově, tak i prostorově. Většinu těchto nevýhod řeší použití optických měřících systémů využívajících principů fotogrammetrie ke snímání a vyhodnocení polohy bodů. Měření probíhá bezkontaktně za pomocí kamer a libovolného počtu měřících bodů. Tyto body svou nízkou hmotností ( $\leq 0,1g$ ) a snadnou aplikovatelností neovlivňují, na rozdíl od senzorů, většinu konstrukcí a lze je uplatnit i v tak náročných oblastech měření jako je např. chování v aerodynamickém tunelu. Tyto metody pak dále umožňují simultánní zisk mnohem více informací o pohybu a poloze jednotlivých bodů, něž to bylo možné při použití senzorů. Při aplikaci těchto měřících metod v praxi je však častým problémem porovnání naměřených výsledků z fyzického objektu s virtuálními modely. Hlavní úlohu v těchto případech hraje co možná nejvěrnější vztažení reálné geometrie na geometrii v CAD a jiných systémech. [34]

Pod pojmem fotogrammetrie rozumíme všeobecné metody, které jsou schopny získat z jednoho či více snímků nepřímou metodou informace o tvaru a poloze objektu, který je na



snímku zachycen. Fotogrammetrii je tedy možné uplatnit v zásadě všude, kde lze požadovaný objekt vyfotografovat a následně vyhodnotit. [34]

### 4.1 HISTORICKCÝ VÝVOJ FOTOGRAMMETRIE

Historický vývoj fotogrammetrie sahá k samotnému počátku fotografie (Niepce a Daguerre – 1839). Krátce po objevu fotografie byly provedeny první na sobě nezávislé techniky měření pomocí snímku francouzským důstojníkem Laussedatem (1851, "Métrophotographie") a německým architektem Albrechtem Meydenbaurem (1858, "Messbildungverfahren", "Photogrammetrie"). Meydenbauer využil fotografie k měření fasád, které do té doby představovalo často velmi riskantní ruční práci. K tomuto účelu sestrojil vlastní kameru o snímkovacím formátu 40x40 cm, kde jako nosič fotografické emulze použil skleněné desky (viz. obr. 4.1.1.). Na příkaz pruské vlády vytvořil v rozmezí let 1885-1909 archiv o velikosti přibližně 16 000 obrázků významných architektonických staveb. Některé z těchto obrázků se zachovaly dodnes a jsou významným svědkem své doby. Meydenbauer vyvinul současně první grafické metody k vyhodnocení snímků, pomocí kterých sestavoval plány fasád budov. [43]





Obr. 4.1.1. Albrecht Meydebauer (1886) a jeho kamera pro fotogrammetrii

Pokračovateli Meydenbauera byli Porro (Itálie, 1895) a Koppe (Německo, 1896), kteří nezávisle na sobě vyvinuli metodu fototeodolitu, která umožňovala přímé měření úhlu snímku pro snadnější řešení fotogrammetrických úloh. K dalšímu rozvoji fotogrammetrických metod přispěli Paganini (1884 – mapování Alp) a Finsterwalder, který se věnoval analytickému řešení. V tomto období se fotogrammetrie používala výhradně k topografickým účelům a k měřením budov. Na sklonku 19. století se objevily první návrhy a také první konstrukce



stereoskopických zařízení. Zasloužili se o to pánové Stolze (1893, Princip prostorových měřících značek), Hauck (1894, Vývoj kartografického měřícího stereo zařízení) a zejména Pulfrich (1901, Zeiss Jena), který je autorem prvního stereokomparátoru, který je vidět na obr. 4.1.2. Díky tomuto zařízení bylo možno zaměřit souřadnice snímku [34].



Obr. 4.1.2. První stereokomparátor dle návrhu Pulfricha

V letech 1909-1911 vznikl první stereoautograf (Orel-Zeiss), který umožňoval kontinuální zachycení topografických vrstevnic. V meziválečných letech probíhal další vývoj, který přinesl vznik řady pokrokových zařízení jako systém využívající optické projekce (Multiplex), opticko-mechanického principu (Weiss, Stereoplanigraph M-C8) atd. Po druhé světové válce začala nasazením elektronických počítačů fáze analytické fotogrammetrie. K jejímu rozvoji přispěli například Schmidt a Schut (USA 1953-1958, Porovnání analytických řešení). Od šedesátých let začíná vlna nasazení nových programů (např. Ackermann 1964, Brown 1967), které později sloužily jako základ komerčních produktů. Tyto programy dovolovaly nejen snímání obrázků z libovolných pozic, ale také simultánní výpočet kalibračních dat použitých kamer. Počátkem osmdesátých let se oblast použití fotogrammetrie výrazně rozšířila a zároveň zesílilo použití nových opto-elektrických obrazových senzorů. Rozvoj výpočetní techniky umožňoval zpracování digitalizovaných snímků, a to především automatickou identifikaci a měření bodů ve snímcích. Zpočátku k tomu byly používány analogové kamery s rozlišením 780x580 pixelů, ze kterých se snímek digitalizoval a následně vyhodnotil v reálném čase (Real-time fotogrammetrie). Mezi první online systémy s více snímky patřil např. v roce 1987 Haggrém. Objevily se také automatické monokompaktory s vysokou přesností, které v kombinaci s kamerami o vysokém rozlišení sloužily zejména v průmyslových odvětvích. Rozšířením systému o analytické plotry bylo umožněno např. měření karosérií v automobilovém průmyslu. Požadavky na zvýšení rozlišení kamer potom dále vedly k vývoji kamer, které umožňovaly rozlišení snímku statického objektu až



6000x4500 pixelů. Na počátku 90 let již existovaly digitální kamery s akceptovatelným rozlišením, které umožňovaly přímé použití snímku bez nutnosti zpracování fyzického snímku. Vedle klasického off line pojetí se rozmáhalo použití online systémů, a to jak stacionárních, tak mobilních měřících stanic. Objevilo se kódování měřících bodů, umožňující plně automatickou identifikaci a vyhodnocení. Užitím kombinací fotogrammetrických metod bylo umožněno měřit stále větší objemy. V dnešní době je vedle neustálého zdokonalování snímací a vyhodnocovací techniky také trend integrace těchto systémů do oblasti specifického použití. To se týká především implementace CAD dat, datových a informačních systémů, řízení produkce, analýza kvality, 3D vizualizace atd. [34].

### 4.2 MATEMATICKÝ ZÁKLAD FOTOGRAMMETRIE

K popisu projekce objektu na rovinu snímku se nejčastěji zavádí tzv. model kamery, kdy fotogrammetrie využívá principů paprskové optiky. Měřící bod  $P(X_P, Y_P, Z_P)$ , jeho obraz  $p(x_p, y_p)$  v rovině snímku B a střed projekce O(Xo, Yo, Zo) leží na jedné projekční přímce. Toto zobrazení je patrné z obr. 4.2.1. [38]



Obr. 4.2.1. Model kamery (rovina snímku B je kvůli lepší názornosti zrcadlena)



TU v Liberci Katedra strojírenské technologie

В	rovina snímku
c	ohnisková vzdálenost
х, у	souřadný systém snímku
<i>х</i> <sub><i>H</i></sub> , <i>у</i> <sub><i>H</i></sub>	souřadnice ohniska v rovině snímku
<i>х</i> <sub>Р</sub> , у <sub>Р</sub>	souřadnice měřeného bodu P promítnutého do roviny snímku
X, Y, Z	souřadný systém objektu
X*, Y*, Z*	pomocný souřadný systém
$X_O, Y_O, Z_O$	souřadnice středu promítání v souřadném systému objektu
$X_P, Y_P, Z_P$	souřadnice měřícího bodu P v souřadném systému objektu

Vztah mezi souřadnicemi bodu P v souřadném systému objektu a souřadném systému snímku lze vyjádřit takto:

$$\begin{bmatrix} X_p \\ Y_p \end{bmatrix} = \frac{-c}{Z_p^*} \begin{bmatrix} X_p^* \\ Y_p^* \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x_H \\ y_H \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} dx \\ dy \end{bmatrix}$$
[2]

kde:

$$\begin{bmatrix} X_p^* \\ Y_p^* \\ Z_p^* \end{bmatrix} = R \begin{bmatrix} X_p - X_0 \\ Y_p - Y_0 \\ Z_p - Z_0 \end{bmatrix}$$
[3]

 $X_p^*$ ,  $Y_p^*$ ,  $Z_p^*$  souřadnice bodu P v pomocném souřadném systému

*dx, dy* zkreslení objektivu

R

## matice rotace

Ohnisková vzdálenost c, souřadnice ohniska ( $x_H$ ,  $y_H$ ) a koeficienty popisující zkreslení objektivu (dx, dy) nazýváme parametry *vnitřní orientace snímku*. Souřadnice středu promítání ( $X_O, Y_O, Z_O$ ) a matice rotace R závisejí na poloze kamery v globálním souřadném systému a proto je nazýváme parametry *vnější orientace kamery*. Matice R je ortogonální maticí rotace a můžeme ji vyjádřit tímto tvarem:

$$R = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix}$$
[4]

Habilitační práce



### 4.3 VYROVNÁNÍ BLOKU PROJEKČNÍHO SVAZKU

Princip svazkového vyrovnání se používá při určení neznámých souřadnic bodu a zároveň k určení parametrů uspořádání a detekce snímku. Vyžaduje nejméně dva snímky z odlišných pozic s částečným překryvem pozorované oblasti Měřící bod musí být tedy viděn alespoň ve dvou snímcích, aby bylo možné vytvořit dostatečný počet rovnic vedoucích k určení jeho pozice. Souřadnice snímku společně se středem promítání určují svazky projekčních paprsků tak jak je vidět na obr. 4.3.1. [38]



Obr 4.3.1. Určení souřadnic měřených bodů *Pi* vyrovnáním svazků projekčních paprsků z různých rovin snímků *Bi* 

### 4.4 FOTOGRAMMETRIE VE STROJÍRENSTVÍ

Principy fotogrammetrie mají velmi široké využití a pronikly i do strojírenství, kde se pomocí optických metod měření zrychluje, zjednodušuje a zkvalitňuje například výroba prototypů, příprava výroby a kontrola. Optických systémů lze ve strojírenství využívat ke zjišťování kinematických i rozměrových veličin. Pomocí kinematických veličin lze poté odvodit stavy napjatosti, deformační chování materiálu nebo zjistit pohybové charakteristiky. Měření rozměrů zase poslouží pro převedení předmětů do digitální podoby a tvorbu modelů. Pro neustále rostoucí nároky je důležité, aby optická digitalizace splňovala určité základní požadavky jako je rychlost, přesnost měření, nenáročnost na obsluhu, snadná přemístitelnost nebo záznam ve vysokém rozlišení. Tyto požadavky velice dobře splňují výrobky německé



firmy GOM GmbH, která se zabývá vývojem optické měřící techniky. Optické systémy vyvíjené uvedenou firmou byly využity v rámci řešení předkládané práce a z tohoto důvodu jim je věnována v následujících kapitolách stručná pozornost. Pro oblast tváření kovů jsou nejčastěji využívány bezkontaktní optické měřící systémy PONTOS, ARGUS a ARAMIS, jenž se užívají k deformačním nebo pohybovým analýzám v procesech tváření. Pro analýzu ploch je určen systém ATOS umožňující 3D skenování ploch a jejich převod do CAD systémů.

### 4.4.1 Bezkontaktní optický systém PONTOS

Systém Pontos je optický bezkontaktní 3D měřící systém využívající výše popsaných principů stereo fotogrammetrie. Je schopen analyzovat, vyhodnotit a dokumentovat deformace objektu, pohyby těles a dynamické chování měřených objektů [38]. Pontos umožňuje precizní dynamickou detekci polohy libovolného počtu referenčních bodů v prostoru, které jsou aplikovány na měřený objekt. Systém digitálních kamer snímá změnu polohy bodů v čase a software potom vyhodnotí a porovná 3D souřadnice jednotlivých bodů. Pro lepší viditelnost při vysokých frekvencích snímání (až 100 kHz), kdy se úměrně zkracuje čas otevření závěrky kamery, se využívá reflexních měřících bodů. Při těchto vysokých frekvencí snímání objektu je nutné zajistit dostatečné osvětlení sledovaného objektu. Pro rozměrné objekty je tento požadavek velmi obtížně dosažitelný. Standardně používané osvětlení při měření systémem Pontos zajišťují dva kruhově umístěné blesky kolem objektivu, které synchronně s pořizovací frekvencí snímků zajišťují dostatečné osvětlení v okamžiku otevření clony. Body mohou být samolepící nebo magnetické a jsou aplikovány na povrch objektu nebo na jeho okolí. Bezkontaktní systém Pontos je vidět na obr. 4.4.1.



Obr. 4.4.1. Bezkontaktní optický systém Pontos pro sledování dynamických dějů [54]



Výhody systému Pontos oproti konvenčním zařízením měřícím změnu polohy jsou:

- Jednoduchá příprava vzorku (odpadá složitá montáž senzorů posunutí a jejich kabeláže), lehké měřící značky nemají vliv na měřený objekt.
- Snímkovací frekvence nezávislá na počtu značek
- Synchronní záznam analogového signálu z dalších snímačů
- > Lhostejnost k okolním vlivům jako vibrace a změny osvětlení
- > Snadné přizpůsobení na různé měřící objemy a úlohy

Příklady možných aplikací:

- Dynamické chování komponent, vibrační analýzy
- $\succ$  Crash testy
- Verifikace numerických simulací

Příklady aplikací systému PONTOS jsou vidět na obr. 4.4.1.1 a obr. 4.4.1.2. [54]



Obr. 4.1.1.1. Náraz při 25 km/hod (a-vektor deformací, b-trajektorie sledovaných bodů)



Obr. 4.1.1.2. Deformace křídla v aerodynamickém tunelu



### 4.4.2 Bezkontaktní optický systém ARGUS

Analýza deformace pomocí systému Argus vychází z konvenční metody zjišťování rozložení deformace na výlisku metodou deformačních sítí. Tato metoda je známá již řadu desítek let a poskytuje poměrně spolehlivé výsledky v oblasti analýzy výlisků. Při této metodě jsou na povrch výlisku nanášeny (ve většině případů) kruhové elementy deformační sítě o známé velikosti. Při lisování se kruhové elementy deformují spolu s tvářeným materiálem ve směru hlavních napětí. Podle intenzity deformace vznikají eliptické elementy s různou délkou hlavních os. Velikost deformace v jednotlivých směrech je úměrná změně počátečního rozměru deformační sítě. Pro plošnou analýzu deformace výlisku je třeba zajistit naměření značného počtu elementů, což u velkoplošných výlisků představuje v praxi značnou časovou zátěž.

Bezkontaktní optický měřící systém Argus byl vyvinut pro 3D analýzu deformace výlisků pomocí fotogrammetrie. Systém umožňuje rychlou kontrolu nastavení technologického procesu tváření pomocí analýzy deformace výlisku. Rychlá deformační analýza umožňuje případnou korekci technologických parametrů, popř. změnu tvaru lisovacího nářadí. Vizualizace mapy deformací na povrchu výlisku odhalí kritická místa výlisku z hlediska nepřípustného ztenčení plechu nebo oblastí s velmi malou deformací.

Oproti systému Pontos je systém Argus vybaven pouze jednou digitální kamerou s CCD čipem. Rozlišení kamery je rozhodujícím faktorem pro volbu deformační sítě a přesnost deformační analýzy u tvarově složitých tvarů. Prostorový obraz snímaného objektu je tvořen skládáním jednotlivých snímků, které zachycují sledované těleso z různých míst. Systém Argus vyhodnocuje tvarovou změnu výlisku oproti původnímu nedeformovanému stavu a není potřeba snímat průběh změn nepřetržitě. Ke zpracování naměřených dat pro vyhotovení analýz deformace slouží výpočetní jednotka. [54]

Pro obrazovou analýzu deformace budoucího výlisku je nutné vytvořit na povrchu deformovaného objektu síť bodů, které mají pravidelné uspořádání se zvolenou roztečí. Oproti konvenční metodě, kdy se používá kruhová síť, je pro systém Argus určena ortogonální síť bodů, kdy vzdálenost jednotlivých bodů je volena s ohledem budoucí zakřivení analyzovaných ploch po deformaci. Čím má sledovaná plocha menší poloměry zaoblení, tím je třeba volit menší počáteční vzdálenost deformační sítě. Nejčastěji používané rozteče deformační sítě se pohybují v rozmezí 1 až 6 mm. S klesající vzdáleností roste počet zpracovávaných dat a zvyšuje se požadavek na rozlišení snímaného obrazu. Deformační síť se na povrchu plechu vytváří nejčastěji metodou elektrochemického leptání. Tato metoda



poskytuje dostatečně kontrastní a přesnou síť vyhovující následnému obrazovému zpracování. Pro materiály s ochrannými povlaky zinku, fosfátu a dalšími typy povlaků je třeba používat i speciální elektrolyty zajišťující vytvoření kontrastní deformační sítě. Hloubka elektrochemického leptání musí být dostatečná z hlediska zajištění čitelnosti deformační sítě i po tvářecím procesu a zároveň nesmí významně ovlivňovat technologický proces tváření. Příklad deformační sítě pro konvenční analýzu deformace a analýzu systémem Argus je vidět na obr. 4.2.2.1.



Obr. 4.2.2.1. Tvar deformační sítě (a-konvenční analýza, b-analýza systémem Argus)

Po vytvoření deformační sítě na měřeném objektu je nutné provést měření počátečního stavu, kdy je snímán povrch plechu s nedeformovanou sítí. V případě zajištění stability procesu vytváření deformační sítě na povrchu vzorku není nutné tento krok provádět pro každý vzorek. Systém při tomto měření zjišťuje pouze počáteční rozteč měřených bodů a při používání stejného síta pro elektrochemické leptání je tato hodnota prakticky shodná. Po zhotovení deformační sítě lze provést vlastní proces tváření, kdy se společně s objektem deformuje i množina bodů vyleptaná na jeho povrchu. Po dokončení tvářecího procesu lze uskutečnit vlastní snímání objektu. Stejně jako ostatní optické systémy se před snímáním musí provést kalibrace systému. Ke kalibraci se v tomto případě používají tzv. kalibrační kamenů, které se rozmisťují po okraji snímaného vzorku. Na povrchu kalibračních kamenů jsou znázorněny reflexní body. Označení kalibračnímu bodů. Tyto body je systém Argus schopen detekovat. Z předem definované polohy (vzdálenosti) kalibračních bodů na kamenech systém vytváří kalibraci. Snímaný objekt s rozmístěnými kalibračními kameny je vidět na obr. 4.2.2.2. Při vlastním pořizování jednotlivých snímků je nutné dodržovat



vzájemné překrytí po sobě následujících snímků. Dostatečné překrytí jednotlivých snímků je dosaženo v okamžiku, kdy na těchto snímcích systém identifikuje minimálně 3 shodné jedinečné kalibrační body. Souřadnice těchto 3 shodných bodů určují jednoznačně vzájemnou polohu obou pořízených snímků.



Obr. 4.2.2.2. Snímaný objekt s rozmístěnými kalibračními kameny a tyčinkami

Z pořízených snímků jsou pomocí analýzy obrazu (image processingu) vypočteny 3D souřadnice bodů mřížky. Vzdálenost mezi body mřížky definuje laterální distorzi a na základě metody zachování konstantního objemu je vypočteno rozložení hlavní, vedlejší deformace a redukce tloušťky. Výsledné rozložení deformace na výlisku je zobrazeno na 3D modelu jako barevná mapa deformací. Příklad výsledku analýzy systémem Argus je vidět na obr. 4.2.2.3.



Obr. 4.2.2.3. Příklad výsledku analýzy systémem Argus.



Volba rozteče deformační sítě určuje u systému Argus přesnost měření a prakticky i velikost nejmenší oblasti, kterou je systém schopen analyzovat. Podobně jako u konvenční analýzy pomocí kruhových deformačních kruhových sítí, zjišťujeme průměrnou deformaci mezi dvěma sousedními body (nebo průměrnou deformaci po délce eliptického elementu). Pokud je vysoký gradient deformace mezi těmito dvěma body, nejsme schopni průběh deformace popsat. Problém nastává především u lokálních nestabilit v oblasti mezních stavů deformace nebo u složitých prostorových tvarů (např. malé poloměry zaoblení výlisku). Problematické využití systému Argus v oblasti mezních deformací je vidět na obr. 4.2.2.4, kdy je patrné lokální ztenčení materiálu a nedostatečný počet měřených bodů v této oblasti, resp. poškození deformační sítě vlivem značné deformace.



Obr. 4.2.2.4. Limitující možnosti systému Argus (a - malý počet bodů deformační sítě, b - poškození deformační sítě vlivem velké deformace)

### 4.4.3 Bezkontaktní optický systém ARAMIS

Bezkontaktní optický systém pro analýzu deformace Aramis využívá, podobně jako systém Pontos, principy stereo fotogrammetrie. Je využíván pro podrobný výzkum lokálních deformací s vysokou přesností nebo k měření rychlých dynamických dějů. Vysoká přesnost výsledků napomáhá k lepšímu pochopení deformačních charakteristik materiálů při dimenzování součástek, výpočtech stability nebo při optimalizacích procesu tváření. Ke snímání statických i dynamických dějů je využito dvou digitálních CCD kamer s vysokým stupněm rozlišení a frekvencí pořizovaných snímků. Synchronizaci obou kamer zajišťuje spouštěcí jednotka, tzv. trigger box. Podle potřeby se nejčastěji systém kamer upevňuje na stativ, tak jak je vyobrazeno na obr. 4.4.3.1. V závislosti na frekvenci pořizovaných snímků je třeba pro získání dostatečně přesných výsledků nutné zajistit odpovídající intenzitu osvětlení.





Obr. 4.4.3.1. Konfigurace bezkontaktního optického systému Aramis

Systém Aramis kombinuje výhody stereo fotogrammetrie, využívané systémem Pontos, a výhody použití povrchových deformačních sítí, využívaných u systému Argus. Tím však podobnost všech těchto systému končí. Pro zajištění vysoké přesnosti analýzy deformace i v rozměrově velmi malých oblastech využívá systém Aramis speciálního typu deformační sítě, tzv. patternu. Tato deformační sít? (pattern) je vytvářena na povrchu vzorku ze dvou kontrastních barev (nejčastěji bílá a černá) a má, na rozdíl od deformační sítě u systému Argus, stochastické (náhodné) uspořádání. Náhodné uspořádání deformační sítě je dáno zcela jiným přístupem k obrazové analýze při vyhodnocení měření u obou systémů. Při tvorbě patternu je snaha zamezit tvorbě příliš velkých černých, nebo bílých oblastí. Vyhovující vzhled patternu je znázorněna na obr. 4.4.3.2. a pro jeho vytvoření lze použít několika metod. Nejčastěji se používá metoda nanesení bílého podkladu formou nástřiku a po částečném zaschnutí se nanáší druhá vrstva černé barvy.



Obr. 4.4.3.2. Vyhovující vzhled patternu pro analýzu deformace systémem Aramis

Podobně jako u ostatních typů deformační sítě nesmí pattern ovlivňovat sledovaný proces přetvoření, musí být pro dané rozlišení kamer dostatečně čitelný a kontrastní. Dalším nutným požadavkem je shodná deformace patternu a sledovaného materiálu. Při nedodržení tohoto požadavku z důvodu ztráty přilnavosti patternu k povrchu testovaného vzorku dochází ke zkreslení výsledku měření. Se zmenšující se analyzovanou plochou a s rostoucím požadavkem na přesnost výpočtu je třeba vytvářet jemnější pattern a zvyšovat rozlišení kamer pro obrazový záznam.

Před vlastním měřením je třeba provést kalibraci systému, která se provádí pomocí kalibrační destičky. Velikost kalibrační destičky se řídí velikostí sledovaného objektu a požadované přesnosti měření. Podobně jako u systému Argus je na kalibrační destičce znázorněno množství jedinečných kódovaných bodů jejichž poloha a vzdálenosti jsou známé. Z pořízených snímků kalibrační destičky z různých pohledů vypočítává systém měřící objem a chybu měření. Měřící objem je prostor v kterém je nutné se pohybovat při měření. Kalibrační destička pro objem cca 150mm x 100mm x 80 mm při měření systémem Aramis je vidět na obr. 4.4.3.3.

2			-	-																				
•							2																	
•	•																							
•	•	•	•	•																				
•	•	•	•	•		4	•	•				-												
						e.	•	•	•	•	•	e.,	•		•	•		6	•	•		-	-	•
																		•	•	•				•
									÷.			\$												
																		a b						
											-	NUT		140	•									
									-			-												
															*				-					
-																								
						-		-	-									-						
												e.,						e.						
							•			•							1							
							•		•	•	•		•	•		•	4	13	1	n	IT			
•	•			•	•	•		•							•	•		•		0			0	1

Obr. 4.4.3.3. Kalibrační destička při měření systémem Aramis

Při vlastním měření je sledovaný děj snímám synchronně dvěma kamerami s frekvencí snímání odpovídající rychlosti probíhajícího děje. Pro každý časový okamžik vzniká dvojice snímků charakterizující analyzovaný proces tváření. Vlastní vyhodnocení deformace probíhá odlišně od systému Argus. Při vyhodnocení je každý pořízený obrazový záznam (snímek) rozdělen na velmi malé oblasti tzv. fazety, jejichž velikost je dána počtem pixelů. Velikost fazety je definována uživatelem a lze ji měnit i v průběhu vyhodnocení experimentu. Uživatel definuje velikost fazety a překrytí jednotlivých fazet. Pro názornost je rozdělení obrazu na fazety znázorněno na obr. 4.4.3.4, kde jsou znázorněny dvě fazety o velikosti 14 pixelů s překrytím 7 pixelů (25% překrytí plochy fazety).





Obr. 4.4.3.4. Rozdělení obrazu na fazety o velikosti 14 pixelů s překrytím 7 pixelů.

Pro každou z fazet systém vypočítává poměr bílé a černé barvy a přiřazuje této fazetě číselnou hodnotu určující stupeň šedi. Každá takto identifikovaná fazeta je pro systém jedinečný bod, který bude následně využit pro analýzu deformace. Je třeba si uvědomit, že při rozlišení kamery pouze 2 MPx se jedná při uvažované velikosti 14 Px s překrytím 25% o počet převyšující 10 tisíc bodů. V následujícím snímku je tento postup opakován s tím rozdílem, že software provádí korelaci polohy každého z identifikovaných bodů předchozího snímku na snímku následujícím. Systém vyhledává změnu polohy fazety vůči těmto snímkům. Vzhledem k tomu, že při takto velkém počtu fazet není přiřazené číslo určující stupeň šedi jedinečné, je nutné změnu polohy jednotlivých fazet po sobě následujících snímků provádět s dostatečně jemným krokováním. Velikost deformace mezi jednotlivými snímky by neměla přesáhnout 3%. Při nedostatečné frekvenci snímkování systém "ztrácí" fazety a není schopen jejich identifikace mezi jednotlivými snímky. Korelace jednotlivých snímků a identifikace bodů vyžaduje použití výkonné výpočetní jednotky a z důvodu značného počtu bodů je i časově náročná. Značný počet bodů deformační sítě na každém snímku umožňuje provádět velmi podrobnou analýzu deformace v oblastech mezních stavů i v plochách tvarově



velmi složitých. Příklady využití systému Aramis pro analýzu deformace jsou vidět na obr. 4.4.3.5.



Obr. 4.4.3.5. Příklady využití systému Aramis pro analýzu deformace (a – statická zkouška tahem, b – hydrostatická zkouška)

# 5 ANALÝZA TVÁŘECÍCH PROCESŮ Z HLEDISKA VÝPOČTU NAPĚTÍ A DEFORMACE

Při výpočtu napětí a deformace u tvářeného tělesa má na výsledek rozhodující vliv správná volba metody řešení tohoto problému. Ve vztahu k dané tvářecí operaci je třeba volit tu metodu výpočtu, která se svými předpoklady a zjednodušeními co nejvíce blíží skutečnosti. Z důvodu značné složitosti celého procesu tváření se však teoretický výpočet často liší od skutečnosti. Jedna z nejčastěji používaných metod výpočtu je metoda řešení diferenciálních rovnic rovnováhy s použitím podmínek plasticity.

Zdokonalení tvářecího postupu mnohdy předpokládá navržení vhodné úpravy tvářecích podmínek, např. změnu stupně přetvoření při jedné tvářecí operaci, změnu deformační rychlosti, změnu mazání, změnu geometrie tvářecího nástroje nebo volbu jiného výchozího materiálu, popřípadě jeho vhodnou povrchovou úpravu. Při stanovení tvářecích podmínek nových tvářecích postupů dnes již nevystačíme s dosavadními empirickými metodami, založenými na extrapolaci předchozích praktických zkušeností. Vzhledem k tomu, že konečná kvalita tvářeného výrobku je ovlivněna velkým množstvím faktorů, je třeba kombinovat praktické zkušenosti s teoretickým rozborem uvažovaného tvářecího postupu. S ohledem na vliv všech zúčastněných vlivů je přesný teoretický výpočet deformace a napjatosti tvářené součásti velmi obtížný. Z těchto důvodů se zavádějí určité zjednodušující předpoklady, které se mohou pro jednotlivé tvářecí operace značně lišit. Výsledek výpočtu je tím cennější, čím víc se přiblíží skutečnému postupu, tj. čím větší byl počet uvažovaných tvářecích faktorů.

Teoretický rozbor tvářecího postupu při zvolené kombinaci tvářecích faktorů se zaměřuje především na:

- určení přetvárných sil, jejichž znalost je nutná pro správné navržení tvářecího stroje a nástroje,
- určení přípustného stupně přetvoření při jedné tvářecí operaci, které má vliv na počet operací při zhotovování dané součásti,
- snížení případné zmetkovitosti vlivem nedodržení předepsaných rozměrových tolerancí, kvality povrchu, mechanických vlastností v určitých místech výrobku a velikosti zbytkových napětí.

Při výpočtech napjatosti plasticky přetvořené oblasti se zpravidla vychází ze základních rovnic teorie plasticity. Ze složkových podmínek rovnováhy daného objemového elementu lze odvodit diferenciální rovnice rovnováhy, jež obsahují hledané složky napjatosti.

- 56 -



Tyto rovnice lze vyjádřit v kartézských, cylindrických nebo sférických souřadnicích, přičemž volba vhodných souřadnic záleží na tvaru plasticky přetvořené oblasti. Řešení složitých diferenciálních rovnic rovnováhy je spojeno s velkými matematickými obtížemi a je poměrně časově náročné. S masivním nasazením výpočetní techniky ve strojírenském průmyslu je dnes již zcela běžné, že k řešení těchto úloh se využívá numerická simulace založená na metodě konečných prvků.

# 5.1 METODA ŘEŠENÍ POMOCÍ DIFERENCIÁLNÍCH ROVNIC ROVNOVÁHY

Metoda řešení úloh pomocí diferenciálních rovnic rovnováhy s použitím podmínek plasticity je v teorii tváření, z důvodu poměrné jednoduchosti a názornosti, jednou z nejrozšířenějších. Umožňuje získání výsledků pomocí přímé integrace diferenciálních rovnic.

Jako příklad výpočtu je zde uveden výpočet napětí a deformace při tažení cylindrických výtažků z kruhového přístřihu při použití přidržovače s konstantní přítlačnou silou.

Při radiálním tažení výstřižku z dokonale plastického materiálu vypočítáme napjatost příruby za předpokladu, že třecí síly ve stykových plochách s tažnicí a přidržovačem neovlivní celkové rozložení napětí. Radiální napětí  $\sigma_r$ , napětí ve směru normály  $\sigma_z$  a tangenciální napětí  $\sigma_{\theta}$  můžeme pak považovat za napětí hlavní. Kontaktní tlakové napětí  $\sigma_z$ , vyvozené přítlačnou silou F<sub>p</sub>, je zpravidla malé ve srovnání s tahovým radiálním napětím  $\sigma_r$ a tlakovým tangenciálním napětím  $\sigma_{\theta}$ . Největší tangenciální napětí vznikne na okraji příruby, kde také vznikne největší přírůstek tloušťky. Celá přítlačná síla pak působí na úzkém mezikruží na okraji příruby. Přítlačné síle F<sub>p</sub> přísluší třecí síla 2 µ F<sub>p</sub>, směřující proti směru posuvu okraje příruby. Tato třecí síla vyvodí na okraji příruby radiální napětí [23]:

$$(\sigma_{\rm r})_{\rm r=b} = \frac{\mu F_{\rm p}}{\pi b h} . \tag{8}$$

Během tažení se zmenšuje poloměr každého objemového elementu z počáteční hodnoty  $r = r_0$  na konečnou hodnotu r = a, rovnou poloměru otvoru tažnice. Při zmenšení počátečního poloměru okraje příruby  $b_0$  na okamžitý poloměr b se zmenší počáteční poloměr daného objemového elementu  $r_0$  na okamžitý poloměr r. Z podmínky stálosti objemu prstence mezi počátečním poloměrem okraje příruby  $b_0$  a počátečním poloměrem daného objemového elementu  $r_0$ vyplývá vztah



$$r = \sqrt{r_0^2 + b^2 - b_0^2}$$

Napjatost v přírubě můžeme vypočítat za předpokladu konstantní tloušťky a předpokladu, že tření je tak malé, že můžeme zanedbat kontaktní smykové napětí ve stykových plochách příruby s tažnicí a přidržovačem. Na daný objemový element na poloměru r pak působí napětí znázorněná na obr.5.1.1.



Obr. 5.1.1. Napětí v objemovém elementu příruby při radiálním tažení

Ze složkové podmínky rovnováhy vnitřních sil v radiálním směru vyplývá diferenciální rovnice rovnováhy

$$dR - Td\Theta = 0, \qquad (10)$$

kde  $R = \sigma_r hrd\Theta$  je radiální síla,  $T = \sigma_{\theta} hdr$  je tangenciální síla a  $dR = d(\sigma_r hr)d\Theta = \sigma_r hr\left(\frac{d\sigma_r}{\sigma_r} + \frac{dh}{h} + \frac{dr}{r}\right)d\Theta$  je přírůstek radiální síly na dráze. Dosazením do

vztahu (10) dostáváme diferenciální rovnici rovnováhy

$$0 = \operatorname{hrd}\sigma_{\mathrm{r}} + \sigma_{\mathrm{r}}\mathrm{r}\mathrm{d}\mathrm{h} + \sigma_{\mathrm{r}}\mathrm{h}\mathrm{d}\mathrm{r} - \sigma_{\theta}\mathrm{h}\mathrm{d}\mathrm{r} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\mathrm{r}}(\mathrm{h}\sigma_{\mathrm{r}}) + \frac{\mathrm{h}(\sigma_{\mathrm{r}} - \sigma_{\theta})}{\mathrm{r}}, \qquad (11)$$

rovnici dále upravíme na tvar

$$r\frac{d\sigma_{r}}{dr} + \sigma_{r}\frac{r}{h}\frac{dh}{dr} + \sigma_{r} - \sigma_{\theta} = 0.$$
(12)

Vztah mezi radiálním napětím  $\sigma_r$ a tangenciálním napětím  $\sigma_{\theta}$ je určen Huberovou-Misesovou-Henckyho podmínkou plastičnosti

$$\sigma_{\rm r}^2 - \sigma_{\rm r} \sigma_{\theta} + \sigma_{\theta}^2 = \sigma_{\rm i}^2 = \sigma_{\rm k}^2.$$
(13)

#### Pavel Solfronk

(9)



Přírůstky hlavních deformací  $d\varphi_r = d(\frac{dr}{dr_0})$ ,  $d\varphi_{\theta} = \frac{dr}{dr_0}$ ,  $d\varphi_z = \frac{dh}{h}$  určíme z Lévyho-

Misesových rovnic

$$\frac{\mathrm{d}\varphi_{\mathrm{r}}}{\sigma_{\mathrm{r}} - \sigma_{\mathrm{s}}} = \frac{\mathrm{d}\varphi_{\theta}}{\sigma_{\theta} - \sigma_{\mathrm{s}}} = \frac{\mathrm{d}\varphi_{\mathrm{z}}}{\sigma_{\mathrm{z}} - \sigma_{\mathrm{s}}} = \mathrm{d}\omega \tag{14}$$

a z podmínky zachování objemu

$$d\varphi_{\rm r} + d\varphi_{\theta} + d\varphi_{\rm z} = 0, \tag{15}$$

kde d $\varphi_{r}$ , d $\varphi_{\theta}$ , d $\varphi_{z}$  jsou přírůstky hlavních deformací,  $\sigma_{1}' = \sigma_{r} - \sigma_{s}$ ,  $\sigma_{2}' = \sigma_{\theta} - \sigma_{s}$ ,  $\sigma_{3}' = \sigma_{z} - \sigma_{s}$ jsou deviátorové složky napětí,  $\sigma_{s} = \frac{1}{3}(\sigma_{r} + \sigma_{\theta} + \sigma_{z})$ je normálné oktaedrické napětí. Po

dosazení přejdou Lévyho-Misesovy rovnice na tvar

$$d\varphi_{\rm r} = \frac{2}{3} d\omega \bigg[ \sigma_{\rm r} - \frac{1}{2} (\sigma_{\theta} + \sigma_{\rm z}) \bigg], \ d\varphi_{\theta} = \frac{2}{3} d\omega \bigg[ \sigma_{\theta} - \frac{1}{2} (\sigma_{\rm z} + \sigma_{\rm r}) \bigg],$$
$$d\varphi_{\rm z} = \frac{2}{3} d\omega \bigg[ \sigma_{\rm z} - \frac{1}{2} (\sigma_{\rm r} + \sigma_{\theta}) \bigg].$$
(16)

Sečtením kvadrátů pravých a levých stran obdržíme

$$\mathrm{d}\varphi_{\mathrm{i}} = \frac{2}{3}\sigma_{\mathrm{i}}\mathrm{d}\omega \quad , \tag{17}$$

kde  $\sigma_i$  je intenzita napětí a d $\varphi_i$  je přírůstek intenzity deformace. Odtud vyplývá materiálový koeficient

$$d\omega = \frac{3}{2} \frac{d\varphi_i}{\sigma_i}.$$
 (18)

Pro rovinnou napjatost  $\sigma_z = 0$  z druhé a třetí rovnice (16) vypočítáme poměr

$$\frac{\mathrm{d}\varphi_{z}}{\mathrm{d}\varphi_{\theta}} = \frac{\mathrm{d}\mathrm{h}/\mathrm{h}}{\mathrm{d}\mathrm{r}/\mathrm{r}} = \frac{\sigma_{\mathrm{r}} + \sigma_{\theta}}{\sigma_{\mathrm{r}} - 2\sigma_{\theta}},\tag{19}$$

z rovnice (15) vyplývá diferenciální rovnice

$$\frac{\mathrm{dh}}{\mathrm{h}} = \frac{\sigma_{\mathrm{r}} + \sigma_{\theta}}{\sigma_{\mathrm{r}} - 2\sigma_{\theta}} \frac{\mathrm{dr}}{\mathrm{r}} \,. \tag{20}$$

Dosazením za dh/h z rovnice (20) do diferenciální rovnice (12) obdržíme

$$0 = r\frac{d\sigma_{r}}{dr} + \sigma_{r}\left(1 + \frac{\sigma_{r} + \sigma_{\theta}}{\sigma_{r} - 2\sigma_{\theta}}\right) - \sigma_{\theta} = r\frac{d\sigma_{r}}{dr} + 2\frac{\sigma_{r}^{2} - \sigma_{r}\sigma_{\theta} + \sigma_{\theta}^{2}}{\sigma_{r} - 2\sigma_{\theta}} = r\frac{d\sigma_{r}}{dr} + \frac{2\sigma_{i}^{2}}{\sigma_{r} - 2\sigma_{\theta}}.$$
 (21)

Z rovnice (13) určíme  $4\sigma_i - 3\sigma_r^2 = \sigma_r^2 - 4\sigma_r\sigma_\theta^2 + 4\sigma_\theta^2 = (\sigma_r - 2\sigma_\theta)^2$  a po dosazení do rovnice (21) se tato rovnice zjednoduší na tvar

Pavel Solfronk



$$r\frac{d\sigma_{\rm r}}{dr} + \frac{2\sigma_{\rm i}^2}{\pm\sqrt{4\sigma_{\rm i}^2 - 3\sigma_{\rm r}^2}} = 0.$$
<sup>(22)</sup>

Pro dokonale plastický materiál, tj. pro  $\sigma_i = \sigma_k$  = konst., obdržíme integrací vztah

$$\frac{\sigma_{\rm r}}{2}\sqrt{1-\frac{3\sigma_{\rm r}^2}{4\sigma_{\rm k}^2}} + \frac{\sigma_{\rm k}}{\sqrt{3}}\arcsin(\frac{\sqrt{3}}{2}\frac{\sigma_{\rm r}}{\sigma_{\rm k}}) = -\sigma_{\rm k}\ln{\rm r} + {\rm C}.$$
(23)

Integrační konstantu C vypočítáme z okrajových podmínek. Při radiálním tažení bez tření bude  $\sigma_r = 0$  pro r = b. Odtud vyplývá integrační konstanta a po jejím dosazení do (23) dostáváme

$$\frac{\sigma_{\rm r}}{2}\sqrt{1-\frac{3\sigma_{\rm r}^2}{4\sigma_{\rm k}^2}+\frac{\sigma_{\rm k}}{\sqrt{3}}}\arcsin(\frac{\sqrt{3}}{2}\frac{\sigma_{\rm r}}{\sigma_{\rm k}})=\sigma_{\rm k}\ln\frac{{\rm b}}{{\rm r}}.$$
(24)

Při tažení se třením vypočítáme integrační konstantu z okrajové podmínky  $\sigma_r = \frac{\mu F_p}{\pi bh}$  pro r =b.

Z rovnice (20) můžeme vypočítat radiální napětí  $\sigma_r$  daného objemového elementu s počátečním poloměrem r<sub>0</sub>, známe-li jeho okamžitý poloměr r a okamžitý poloměr příruby. Příslušné tangenciální napětí  $\sigma_{\theta}$  vypočítáme z rovnice (13). Tloušťku h na poloměru r určíme dosazením vypočítaných napětí  $\sigma_r$ ,  $\sigma_{\theta}$  do rovnice (20). Integrací obdržíme

$$\ln\frac{h}{h_0} = \int_{r_0}^{r} \frac{\sigma_r + \sigma_{\theta}}{\sigma_r - 2\sigma_{\theta}} \frac{dr}{r} = \left(\frac{\sigma_r + \sigma_{\theta}}{\sigma_r - 2\sigma_{\theta}}\right)_s \ln\frac{r}{r_0}, \ h = h_0 \left(\frac{r}{r_0}\right)^{\left(\frac{\sigma_r + \sigma_{\theta}}{\sigma_r - 2\sigma_{\theta}}\right)}_s .$$
(25)

Střední hodnota zlomku  $(\frac{\sigma_r + \sigma_{\theta}}{\sigma_r - 2\sigma_{\theta}})_s$  je určena hodnotami napětí  $\sigma_r$ ,  $\sigma_{\theta}$  v daném objemovém

elementu během jeho posuvu z počátečního poloměru r<sub>0</sub> na okamžitý poloměr r.

Rovnice (24), určující radiální napětí příruby při daném stupni přetvoření, platí jen pro dokonale plastický materiál a je poměrně složitá. Její další nevýhoda je, že napětí  $\sigma_r$  zde není vyjádřeno explicitní funkcí parametru b/r, případně parametru r<sub>0</sub>/r. Vztahy pro napětí  $\sigma_r$ ,  $\sigma_\theta$ vyjádřené parametrem r<sub>0</sub>/r, lze odvodit pomocí přibližné Huberovy-Misesovy-Henckyho podmínky plastičnosti pro rovinnou napjatost

$$\sigma_{\rm r} - \sigma_{\theta} = \beta \sigma_{\rm k} \,, \tag{26}$$

kde koeficient  $\beta$  je určen sečnou Misesovy elipsy, nahrazující její oblouk. Střední hodnota tohoto koeficientu je  $\beta \approx 1,1$ .



Při zhotovování výtažku z nedokonale plastického materiálu vyjádříme křivku zpevnění funkcí  $\sigma_i = H(\varphi_i)$ . Radiální deformace  $\varphi_r$  je malá ve srovnání s tangenciální deformací  $\varphi_{\theta}$ . Intenzitu deformace  $\varphi_i$  pak můžeme nahradit tangenciální deformací

$$\varphi_{\theta} = -\ln\frac{r}{r_0} = \ln\frac{r_0}{r} \,. \tag{27}$$

Křivka zpevnění je pak určena funkcí

$$\sigma_{i} = H(\ln\frac{r_{0}}{r}) = \sigma_{k}.$$
<sup>(28)</sup>

Rovnice (22) pak přejde na tvar

$$\sigma_{\rm r} - \sigma_{\theta} = \beta H(\ln \frac{r_0}{r}).$$
<sup>(29)</sup>

Dosazením za  $(\sigma_r - \sigma_{\theta})$  do rovnice (7) obdržíme diferenciální rovnici rovnováhy

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}r}(\mathrm{h}\sigma_{\mathrm{r}}) = -\frac{\mathrm{h}}{\mathrm{r}}\beta\mathrm{H}(\mathrm{ln}\frac{\mathrm{r}_{0}}{\mathrm{r}}) \tag{30}$$

Pro řešení této rovnice je třeba vyjádřit proměnnou tloušťku příruby h jako funkci parametru  $r_0/r$ . Tuto funkci lze s použitím Lévyho-Misesovy rovnice pro deformační rychlost odvodit z radiální rychlosti posuvu daného objemového elementu a po vyjádření má tvar [23]

$$\frac{\mathrm{dh}}{\mathrm{h}} = \frac{2\sigma_{\mathrm{r}} - \beta \mathrm{H}(\ln\frac{\mathrm{r}_{0}}{\mathrm{r}})}{2\beta \mathrm{H}(\ln\frac{\mathrm{r}_{0}}{\mathrm{r}}) - \sigma_{\mathrm{r}}} \frac{\mathrm{dr}}{\mathrm{r}}, \qquad \qquad \ln\frac{\mathrm{h}}{\mathrm{h}_{0}} = \int_{\mathrm{r}_{0}}^{\mathrm{r}} \frac{2\sigma_{\mathrm{r}} - \beta \mathrm{H}(\ln\frac{\mathrm{r}_{0}}{\mathrm{r}})}{2\beta \mathrm{H}(\ln\frac{\mathrm{r}_{0}}{\mathrm{r}}) - \sigma_{\mathrm{r}}} \frac{\mathrm{dr}}{\mathrm{r}}. \tag{31}$$

Známe-li funkci  $\sigma_k = H(\ln \frac{r_0}{r})$ , můžeme vypočítat numerickou integrací rovnic (30) a (31), pro libovolný stupeň přetvoření b/b<sub>0</sub>, tloušťku h a napětí  $\sigma_r$  v libovolném místě příruby. Napětí  $\sigma_{\theta}$  vypočítáme z rovnice (22).

Přibližné hodnoty napětí  $\sigma_r$ ,  $\sigma_{\theta}$  při tažení výstřižku z dokonale plastického materiálu lze vypočítat za předpokladu, že změna tloušťky příruby neovlivní její celkovou napjatost. Rovnice (30) se pak zjednoduší na tvar

$$\frac{\mathrm{d}\sigma_{\mathrm{r}}}{\mathrm{d}\mathrm{r}} = -\frac{1}{\mathrm{r}}\beta \mathrm{H}(\mathrm{ln}\frac{\mathrm{r}_{\mathrm{0}}}{\mathrm{r}})\,. \tag{32}$$

Pro dokonale plastický materiál, tj.pro  $\sigma_k$ = konst., určíme integrací rovnice (32) radiální napětí  $\sigma_r$ 

$$\sigma_{\rm r} = -\beta \sigma_{\rm k} \ln r + C. \tag{33}$$

Pavel Solfronk

Integrační konstantu C vypočítáme z okrajové podmínky  $\sigma_r = \frac{\mu F_p}{\pi b h}$  pro r=b. Po dosazení do rovnice (33) a z podmínky plasticity (26) dostáváme vztahy pro výpočet  $\sigma_r$ ,  $\sigma_{\theta}$ 

$$\sigma_{\rm r} = \beta \sigma_{\rm k} \ln \frac{\rm b}{\rm r} + \frac{\mu F_{\rm p}}{\pi b \rm h}, \qquad \sigma_{\theta} = -\beta \sigma_{\rm k} (1 - \ln \frac{\rm b}{\rm r}) + \frac{\mu F_{\rm p}}{\pi b \rm h}. \tag{34}$$

Při zhotovování výrobku nelze zanedbávat přídavná napětí  $\Delta \sigma_r$ , příslušná plastickému ohybu a plastickému narovnání na okraji tažné hrany a přídavná napětí příslušná tření podél tažné hrany. V každém objemovém elementu příruby, který se posouvá podél tažné hrany, změní se meridiánový poloměr křivosti střední vrstvy z původní hodnoty  $R_s = \infty$  na hodnotu  $R_s = R_T + \frac{h}{2}$ , kde  $R_T$  je poloměr tažné hrany. Okraj příruby se tedy ohýbá vlivem ohybového momentu M, při současném působení tahových napětí. Zanedbáme-li vliv deformačního zpevnění a účinek tahových napětí, bude vnější ohybový moment M, vztažený na jednotku délky, rovný

$$M_1 = \sigma_k \frac{h^2}{4} \,. \tag{35}$$

Ohyb rovinného proužku o úhel d $\gamma$  vyžaduje přídavnou deformační práci

 $M_1 d\gamma = \sigma_k \frac{h^2}{4} d\gamma$ , kterou můžeme vyjádřit také pomocí přídavného radiálního napětí  $\Delta \sigma_r$ . Účinkem tohoto přídavného napětí se posune objemový element z počáteční polohy 1 do polohy 2, viz. obr. 5.1.2. Z rovnosti práce vnitřního a vnějšího ohybového momentu dostaneme vztah

$$\Delta \sigma_{\rm r} h R_{\rm s} d\gamma = \sigma_{\rm k} \frac{h^2}{4} d\gamma \,. \tag{36}$$

Vztah pro výpočet přídavného napětí  $\Delta \sigma_r$  potřebné k ohybu a narovnání kolem tažné hrany se středním poloměrem R<sub>s</sub> se vypočítá dle vztahu

$$\Delta \sigma_{\rm r} = \frac{\sigma_{\rm k}}{2} \frac{\rm h}{\rm R_{\rm T} + \frac{\rm h}{2}} \,. \tag{37}$$

Vliv tření podél tažné hrany vyjádříme koeficientem  $e^{\alpha\mu}$ , kde  $\alpha$  je úhel ohybu. Pro zaoblenou tažnou hranu s kruhovým obrysem platí  $\alpha = 90^{\circ}$ . Celkové tahové napětí na okraji cylindrické stěny výtažku je tedy rovné celkovému radiálnímu napětí na poloměru r = a, kde a je poloměr otvoru tažnice. Vztah pro výpočet tohoto napětí má tvar
#### TU v Liberci Katedra strojírenské technologie

$$(\sigma_{\rm r})_{\rm r=a} = \left[\beta\sigma_{\rm k}\ln\frac{b}{a} + \frac{\mu F_{\rm p}}{\pi bh} + \frac{\sigma_{\rm k}}{2}\frac{h}{R_{\rm T}} + \frac{h}{2}\right]e^{\alpha\mu}.$$
(38)



Obr. 5.1.2. Ohyb materiálu v oblasti tažné hrany

Z výše uvedených vztahů je vidět, že použití výpočtu napětí a deformace materiálu pomocí metody diferenciálních rovnic rovnováhy s použitím podmínek plasticity je poměrně složité a při výpočtu se často používá zjednodušujících předpokladů, které více či méně ovlivňují přesnost výpočtu.

S rozvojem výpočetní techniky a současně s její cenovou dostupností se v současné době používají ve strojírenství numerické metody výpočtu založené na metodě konečných prvků. Nespornou výhodou těchto metod je možnost řešení značně složitých nelineárních úloh, mezi které patří i úlohy z oblasti plošného tváření.

# 5.2 NUMERICKÉ ŘEŠENÍ POMOCÍ METODY KONEČNÝCH PRVKŮ

# 5.2.1 Fyzikální a numerické modelování plošného tváření

Fyzikální jevy jsou obecně velmi složité, a proto se pro jejich analýzu volí určité, zpravidla zjednodušující, předpoklady. Zvolené předpoklady jsou buď vypozorovány z experimentu nebo plynou z obecně přijímaných teorií. Při analýze výsledků pak nesmíme zapomínat na oblast platnosti vytvořené teorie. V praxi nastává mnoho chyb plynoucích z použití teorie, aniž by byla splněna oprávněnost pro možnost jejího použití. Nezastupitelnou



úlohu při fyzikálním a matematickém modelování hraje experiment. Možné schéma interakcí při modelování je na obr. 5.2.1.1. Z experimentu plynou některé zákonitosti a předpoklady, které je zpravidla možné použít jako zpětnou vazbu na teorii, popř. je použít při numerické simulaci. [14]



Obr. 5.2.1.1: Souvislosti fyzikálního a matematického modelování s fyzikálním experimentem [27]

Procesy plošného tváření jsou z pohledu termodynamiky procesy nevratné, dissipativní, nestacionární a nelineární. V průběhu tváření dochází k interakci deformačního, napěťového a teplotního pole. V dalším výkladu se bude předpokládat, že vliv tepelných efektů je zanedbatelný na pole napětí a deformací při tváření za studena. Plošné tváření je specifické svým schématem napjatosti , které lze s dostatečnou přesností považovat za rovinnou napjatost. Plošné tváření řadíme mezi nelineární fyzikální procesy. Nelinearita se u plošného tváření projevuje takto:

- Velké posuvy a natočení bodů zkoumaného tělesa.
- Velké deformace.
- Nelineární elastoplastické chování tělesa (vliv deformačního zpevnění).
- Směrová závislost mechanických vlastností (anizotropie materiálu).
- U velkých deformací lokální plastické deformace s nukleací porušení a s následným tvárným lomem.
- Problematika kontaktu s anizotropním třením.
- Při velkých rychlostech tváření nelze zanedbat vliv setrvačných a gyroskopických účinků.

Tyto vlivy je třeba brát v úvahu při sestavování fyzikálního a matematického modelu pro potřeby plošného tváření.



Při fenomenologickém pohledu na přetváření těles, tedy bez zkoumání struktury a jejího vlivu na chování tělesa, se využívá poznatků mechaniky kontinua. Mechanika kontinua pohlíží na těleso jako na spojité prostředí. V mechanice poddajných těles se používá Lagrangeův popis kontinua, sleduje se pohyb částice kontinua X v čase t, tj. x = x(X,t).

# 5.2.2 Základní pojmy mechaniky kontinua

#### 5.2.2.1 Popis kinematiky kontinua

Obecný pohyb poddajného tělesa se skládá z pohybu tělesa jako tuhého celku (unášivý translační pohyb a relativní sférický pohyb) a z přetvoření tělesa

$$\boldsymbol{x}\left(\boldsymbol{X},t\right) = \boldsymbol{x}_{nedef}\left(\boldsymbol{X},t\right) + \boldsymbol{x}_{def}\left(\boldsymbol{X},t\right). \tag{39}$$

Při znalosti vektorového pole polohového vektoru částice kontinua X v aktuální konfiguraci x (X, t) a v referenční konfiguraci x (X,  $t_0$ ) lze zjistit veškeré informace o přetvoření [16]. Nechť jsou dány dvě nekonečně blízké částice kontinua v referenční konfiguraci x ( $X_A$ ,  $t_0$ )  $\equiv X_A$ , x ( $X_B$ ,  $t_0$ )  $\equiv X_B$  a jim odpovídající částice v aktuální konfiguraci x ( $X_A$ , t)  $\equiv x_A$ , x ( $X_A$ , t)  $\equiv x_B$ . Vzájemná poloha částic  $X_A$  a  $X_B$  je v referenční konfiguraci dána vektorem dX

$$d\mathbf{X} = \mathbf{X}_B - \mathbf{X}_A \tag{40}$$

a v aktuální konfiguraci je vzájemná poloha částic  $x_A$  a  $x_B$  dána vektorem dx

$$d\boldsymbol{x} = \boldsymbol{x}_B - \boldsymbol{x}_A \tag{41}$$

Dalším důležitým pojmem v mechanice kontinua je deformační gradient definovaný

$$F_{ij} = \frac{\partial x_i}{\partial X_j}.$$
(42)

Po zavedení F<sub>ij</sub> lze nalézt relaci

$$d\mathbf{x} = \mathbf{F} \, d\mathbf{X} \,, \tag{43}$$

odvození a předpoklady viz [14]. Posuv částic mezi referenční a aktuální konfigurací u se vypočte

$$\boldsymbol{u} = \boldsymbol{x} - \boldsymbol{X} \,, \tag{44}$$

Analogickou veličinou k deformačnímu gradientu F je materiálový gradient posuvů definovaný vztahem

$$\nabla \boldsymbol{u} = \frac{\partial u_i}{\partial X_i},\tag{45}$$

a prostorový gradient posuvu

TU v Liberci Katedra strojírenské technologie

$$\bar{\nabla} \boldsymbol{u} = \frac{\partial u_i}{\partial x_i},\tag{46}$$

Pomocí definice posuvu lze dokázat, že platí vztah mezi gradienty posuvu a deformačním gradientem

$$\nabla \boldsymbol{u} = \boldsymbol{F} - \boldsymbol{I} \,, \tag{47}$$

$$\bar{\nabla} \boldsymbol{u} = \boldsymbol{F} + \boldsymbol{I} \,, \tag{48}$$

kde I je jednotkový tenzor. Vztah mezi elementárním objemem  $dV_0$  v referenční konfiguraci a dV v aktuální konfiguraci je

$$dV = j V_0, \tag{49}$$

kde  $j = \det F$ .

Vztah mezi elementárním obsahem  $dS_0$  v referenční konfiguraci a dS v aktuální konfiguraci je

$$d\mathbf{S} = j \, \mathbf{F}^{-T} d\mathbf{S}_{\boldsymbol{\theta}}. \tag{50}$$

#### 5.2.2.2 Míry deformace tělesa

Změnu velikosti a tvaru tělesa označujeme jako deformaci tělesa a zjišťujeme ji pomocí posuvů jednotlivých částic tělesa. Posunutí je míra vyjádřená v jednotkách délky. Tato veličina však neříká sama o sobě nic o tom, zda jsou posuvy malé nebo velké. Pro získání představy o velikosti deformace je zapotřebí posuvy vztahovat na celkové rozměry tělesa. Tímto způsobem se získají bezrozměrné veličiny, které se nazývají přetvoření, deformace.

Při definici měr přetvoření se musí vycházet z požadavků, aby míry přetvoření nebyly závislé na volbě souřadného systému a nebyly ovlivněny pohybem tělesa jako tuhého celku, tj. byly objektivní [16]. Jedna z možností jak definovat míru přetvoření je založena na porovnání rozdílu infinitesimálních vzdáleností dvou částic v aktuální konfiguraci  ${}^{t}C$  a v referenční konfiguraci  ${}^{t_{0}}C$ . Nechť dX je vzájemná poloha částic  $X_{A}$  a  $X_{B}$  v referenční konfiguraci  ${}^{t_{0}}C$  a dx je vzájemná poloha částic v aktuální konfiguraci délek se použije Pythagorova věta

$$dx = ||dx|| = (dx_i \cdot dx_i)^{\frac{1}{2}},$$
(51)

$$dX = ||dX|| = (dX_i \cdot dX_i)^{\frac{1}{2}}.$$
(52)



Habilitační práce

Za pomocí vztahu (43) se určí relace mezi kvadráty infinitesimálních vzdáleností dvou částic v aktuální konfiguraci  ${}^{t}C$  a v referenční konfiguraci  ${}^{t_{0}}C$ 

$$d\mathbf{x}^{T} \cdot d\mathbf{x} = (\mathbf{F} \, d\mathbf{X})^{T} \cdot \mathbf{F} \, d\mathbf{X} = d\mathbf{X}^{T} \, \mathbf{F}^{T} \, \mathbf{F} \, d\mathbf{X}, \tag{53}$$

a obdobně

$$d\mathbf{X}^{T} \cdot d\mathbf{X} = (F^{-1} d\mathbf{x})^{T} \cdot F^{-1} d\mathbf{x} = d\mathbf{x}^{T} F^{-T} F^{-1} d\mathbf{x}.$$
(54)

Zaveď me dále tzv. pravý Cauchyho tenzor deformace C, pro který platí

$$\boldsymbol{C} = \boldsymbol{F}^T \cdot \boldsymbol{F},\tag{55}$$

levý Cauchyho tenzor deformace **B**, pro který platí

$$\boldsymbol{B} = \boldsymbol{F} \, \boldsymbol{F}^{T}, \tag{56}$$

a Greenův tenzor deformace G

$$\boldsymbol{G} = \boldsymbol{F}^{-T} \boldsymbol{F}^{-1} \,. \tag{57}$$

S využitím vztahů (53) a (54) se určí rozdíl velikosti délek infinitesimálních vzdáleností dvou částic v aktuální konfiguraci C a v referenční konfiguraci C

$$dx^{2} - dX^{2} = dX^{T} [F^{T} \cdot F - I] dX,$$
(58)

$$dx^{2} - dX^{2} = dx^{T} \left[ I - F^{-T} \cdot F^{-1} \right] dx.$$
(59)

Tenzory v závorkách (58) a (59) se označí

$$2 \cdot \boldsymbol{E} = \boldsymbol{F}^T \boldsymbol{F} - \boldsymbol{I}, \tag{60}$$

$$2 \cdot \mathbf{E}' = \mathbf{I} - \mathbf{F}^{-T} \mathbf{F}^{-1}$$
(61)

a nazvou se Lagrangeův tenzor deformace E a Almanasiho tenzor deformace E'. Lagrangeův a Almanasiho tenzor deformace mají tedy tvar

$$\boldsymbol{E} = \frac{1}{2} (\boldsymbol{F}^T \boldsymbol{F} - \boldsymbol{I}), \tag{62}$$

$$\boldsymbol{E}' = \frac{1}{2} (\boldsymbol{I} - \boldsymbol{F}^{-T} \boldsymbol{F}^{-1}).$$
(63)

Pomocí gradientu deformace F se odfiltruje z obecného pohybu diferenciálního objemu částice složka příslušející translaci tělesa jako tuhého celku. Jedná se tedy o složku pohybu, která nemění vzájemné polohy částic. Deformační gradient F lze rozložit pomocí pravostranné, resp. levostranné polární dekompozice na součin ortogonálního tenzoru rotace (spinu) R a symetrického, pozitivně definitního pravého, resp. levého tenzoru ryzí deformace (protažení) U, resp.V

$$\boldsymbol{F} = \boldsymbol{R} \cdot \boldsymbol{U} = \boldsymbol{V} \boldsymbol{R} \,, \tag{64}$$

Kde pro ortogonální tenzor rotace  $\boldsymbol{R}$  platí  $\boldsymbol{R} \boldsymbol{R}^{T} = \boldsymbol{I}.$ 



Tímto způsobem se podařilo rozdělit zbylou část pohybu na rotaci a čistou deformaci. Tenzor U popisuje protažení před rotací a tenzor V popisuje protažení po rotaci.

Lagrangeův tenzor deformace E a Almanasiho tenzor deformace E'se nechají také vyjádřit pomocí gradientů posuvu

$$\boldsymbol{E} = \frac{1}{2} \Big( \nabla \boldsymbol{u} + (\nabla \boldsymbol{u})^T + (\nabla \boldsymbol{u})^T \nabla \boldsymbol{u} \Big), \tag{66}$$

$$\boldsymbol{E}' = \frac{1}{2} \left( \bar{\nabla} \boldsymbol{u} + \left( \bar{\nabla} \boldsymbol{u} \right)^T - \left( \bar{\nabla} \boldsymbol{u} \right)^T \bar{\nabla} \boldsymbol{u} \right).$$
(67)

Pokud jsou přetvoření malá, tj. platí pro složky gradientů posuvu

$$\left\|\frac{\partial u_i}{\partial X_j}\right\| <<1 \quad \text{a} \quad \left\|\frac{\partial u_i}{\partial x_j}\right\| <<1,$$

potom lze Lagrangeův a Almanasiho tenzor deformace linearizovat do tvaru

$$\varepsilon = \frac{1}{2} \left( \nabla \boldsymbol{u} + \left( \nabla \boldsymbol{u} \right)^T \right), \text{ resp.} \qquad \varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial X_j} + \frac{\partial u_j}{\partial X_i} \right), \tag{68}$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}' = \frac{1}{2} \left( \bar{\nabla} \boldsymbol{u} + \left( \bar{\nabla} \boldsymbol{u} \right)^T \right), \text{ resp.} \qquad \boldsymbol{\varepsilon}'_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right), \tag{69}$$

kde tenzoru  $\varepsilon$  se říká infinitesimální (Lagrangeův) tenzor deformace vztažený na referenční konfiguraci  ${}^{t_0}C$  (někdy tenzor malých deformací) a tenzoru  $\varepsilon'$  se říká infinitesimální (Almanasiho) tenzor deformace vztažený na aktuální konfiguraci  ${}^{t}C$ .

Při Lagrangeově popisu, tj. x = x(X,t), je rychlost částice

$$\boldsymbol{v} = \dot{\boldsymbol{x}} = \frac{\partial \boldsymbol{x}}{\partial t} \,. \tag{70}$$

Pro další úvahy se zavede gradient rychlosti

$$\boldsymbol{L} = \operatorname{grad} \boldsymbol{v} = \frac{\partial \boldsymbol{v}}{\partial \boldsymbol{x}} \,. \tag{71}$$

Časová derivace gradientu deformace  $\dot{F}$  je za použití vztahu (71)

$$\dot{F} = \frac{\partial F}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial x}{\partial X} \right) = \frac{\partial}{\partial X} \left( \frac{\partial x}{\partial t} \right) = \frac{\partial v}{\partial X} \cdot \frac{\partial x}{\partial X} = L \cdot F \quad .$$
(72)

Ze vztahu (72) lze určit gradient rychlosti L

$$\boldsymbol{L} = \dot{\boldsymbol{F}} \cdot \boldsymbol{F}^{-1}. \tag{73}$$

Gradient rychlosti se dále rozloží na symetrickou a asymetrickou část

$$\boldsymbol{L} = \boldsymbol{D} + \boldsymbol{W},\tag{74}$$

kde **D** je tenzor rychlosti deformace

$$\boldsymbol{D} = \frac{1}{2} \left( \boldsymbol{L} + \boldsymbol{L}^{\mathrm{T}} \right), \tag{75}$$

a kde *W* je tenzor rychlosti rotace (tenzor spinu, tenzor vířivosti)

$$\boldsymbol{W} = \frac{1}{2} \left( \boldsymbol{L} - \boldsymbol{L}^T \right). \tag{76}$$

Tenzor rychlosti deformace D se rovná rychlosti deformace  $\dot{\varepsilon}$ . V referenční konfiguraci  $t_0 C$  se definuje zpětně rotovaný tenzor rychlosti deformace

$$\mathbf{T} \boldsymbol{D} = \boldsymbol{R} \boldsymbol{D} \boldsymbol{R}^{\mathrm{T}} \,. \tag{77}$$

Pro úplnost je třeba ještě uvést vztahy pro rychlost Lagrangeova tenzoru rychlosti deformace

$$\dot{\boldsymbol{E}} = \boldsymbol{F}^T \boldsymbol{D} \boldsymbol{F} \tag{78}$$

a rychlost Almanasiho tenzoru deformace

$$\dot{\boldsymbol{E}}' = \boldsymbol{D} - \boldsymbol{E}'\boldsymbol{L} - \boldsymbol{L}^T \boldsymbol{E}'$$
(79)

Důležitou mírou přetvoření je logaritmický tenzor deformace vztažený k referenční konfiguraci  ${}^{t_0}C$ 

$$\mathcal{E} = \ln U = \frac{1}{2} \ln C \,, \tag{80}$$

a logaritmický tenzor deformace vztažený k aktuální konfiguraci  ${}^{t}C$ 

$$\boldsymbol{\mathcal{E}}' = \ln \boldsymbol{V} = \frac{1}{2} \ln \boldsymbol{B} \,. \tag{81}$$

Tyto dva tenzory jsou mezi sebou vázány vztahem

$$\boldsymbol{\mathcal{E}}' = \boldsymbol{R} \boldsymbol{\mathcal{E}} \boldsymbol{R}^{\mathrm{T}} \,. \tag{82}$$

Rychlost logaritmického tenzoru deformace  $\dot{\mathcal{E}}$  se vypočte podle schématu

$$\dot{\mathcal{E}} = D_{ij}$$
 pro  $i = j$ 

$$\dot{\mathcal{E}} = {}^{r} D_{ij} \qquad \text{pro } i \neq j; \ \lambda_{i} = \lambda_{j} \text{ přes i, j se nesčítá}$$
$$\dot{\mathcal{E}} = \frac{2\lambda_{i}\lambda_{j}ln(\lambda_{i} / \lambda_{j})}{\lambda_{i}^{2} - \lambda_{j}^{2}} D_{ij} \qquad \text{pro } i \neq j; \ \lambda_{i} \neq \lambda_{j}, \qquad (83)$$

kde  $\lambda_i$ ,  $\lambda_j$  jsou vlastní hodnoty tenzoru U a V, platí  $\lambda$  (U) =  $\lambda$  (V). [19] [30].



#### 5.2.2.3 Míry napjatosti

Na těleso působí síly, které se rozdělují podle způsobu působení na vnější a vnitřní. Vnější síly lze dále rozdělit na síly objemové a síly povrchové. Vnitřní síly zajišťují soudržnost tělesa.

Objemové síly jsou charakterizovány intenzitou objemových sil **f**. Celkový silový účinek objemových sil je síla  $\int_{V} \mathbf{f} dV$  a moment  $\mathbf{M} = \int_{V} (\mathbf{r} \times \mathbf{f}) dV$ . Příkladem objemových sil jsou síly gravitační a síly setrvačné.

Povrchové síly jsou charakterizovány silou působící na infinitesimální povrch tělesa a jsou charakterizovány intenzitou povrchových sil **t**. Celkový silový účinek povrchových sil je síla  $\int_{V} \mathbf{t} d\mathbf{S}$  a moment  $\mathbf{M} = \int_{V} (\mathbf{r} \times \mathbf{t}) d\mathbf{S}$ .

Skutečný (Cauchyho) vektor napětí je definován vztahem

$$\mathbf{t}_{\mathbf{Cauchy}} = {}_{t}^{t} \mathbf{t} = \lim_{\Delta S \to 0} \frac{\Delta \mathbf{F}}{\Delta S}, \qquad (84)$$

kde  $\Delta \mathbf{F}$  je výslednice sil působících na okamžitou plochu  $\Delta S$ , která v limitě přechází na bod. Vztah mezi skutečným vektorem napětí a tenzorem skutečného (Cauchyho) napětí je vyjádřen Cauchyho vztahem

$${}^{t}_{t}t_{i} = {}^{t}_{t}\sigma_{ij}{}^{t}n_{j}, \qquad (85)$$

kde je <sup>*t*</sup>**n** normála charakterizující orientaci plošky  $\Delta S$ . Dále bude písmenem  $\sigma$  označováno Cauchyho napětí.

Pro přehlednost jsou uvedeny další míry napětí [16], [19].

1. Piola-Kirchhoffův tenzor napětí  $\tau$  je skutečné napětí  $\sigma$  vztažené na referenční plochu

$$\tau = j \boldsymbol{F}^{-1} \boldsymbol{\sigma} \,. \tag{86}$$

2. Piola-Kirchhoffův tenzor napětí S je skutečné napětí  $\sigma$  přeneseno z aktuální konfigurace na referenční konfiguraci

$$\boldsymbol{S} = \boldsymbol{j}\boldsymbol{F}^{-1}\boldsymbol{\sigma}\boldsymbol{F} \,. \tag{87}$$

Korotované napětí je definováno

$$^{r}\boldsymbol{\sigma}=\boldsymbol{R}^{T}\boldsymbol{\sigma}\boldsymbol{R}\,.$$
(88)

Pro ucelení celého problému jsou zde ještě uvedeny definice rychlostí napětí:

1. Jaumannova rychlost napětí je definována vztahem

$$^{J}\dot{\sigma} = \dot{\sigma} - W_{\sigma} - \sigma W^{T}$$
(89)



a má fyzikální význam rychlosti napětí vnímanou pozorovatelem unášeným s bodem, k němuž se vztahuje a současně s ním rotuje.

2. Greenova-Naghdiova rychlost napětí je časová změna korotovaného napětí a má tvar

$$^{GN}\dot{\sigma} = \dot{\sigma} + \boldsymbol{W}^{T}\boldsymbol{\sigma} + \boldsymbol{\sigma}\boldsymbol{W}.$$
(90)

3. Oldroova rychlost napětí

$${}^{O}\dot{\sigma} = \dot{\sigma} - \boldsymbol{L}\boldsymbol{\sigma} - \boldsymbol{\sigma}\boldsymbol{W}^{T}.$$
(91)

4. Truesdellova rychlost napětí

$${}^{Tr}\dot{\sigma} = \dot{\sigma} + tr(\boldsymbol{L})\boldsymbol{\sigma} - \boldsymbol{L}\boldsymbol{\sigma} - \boldsymbol{\sigma}\boldsymbol{L}^{T}, \qquad (92)$$

kde tr( $\boldsymbol{L}$ ) =  $L_{ii}$ .

#### 5.2.2.4 Konjugovanost tenzorů napětí a deformace

Tenzory napětí a deformace jsou konjugované, pokud je výsledkem jejich skalárního součinu práce. Pro skalární součin lze také využít tenzor napětí a tenzor rychlosti deformace. Pokud je jejich skalárním součinem výkon, říkáme, že tyto veličiny jsou výkonově konjugované.

Mechanická práce povrchových a objemových sil v okamžité konfiguraci  ${}^{t}C$  je rovna

$${}^{t}W = \int_{{}^{t}S}{}^{t}t_{i}{}^{t}u_{i}d^{t}S + \int_{{}^{t}V}{}^{t}f_{i}{}^{t}u_{i}d^{t}V.$$
(93)

Použitím Cauchyho vztahu  ${}_{t}^{t}t_{i} = {}_{t}^{t}\sigma_{ii}{}^{t}n_{i}$  a Greenovy věty se získá

$${}^{t}W = \int_{{}^{t}S}{}^{t}\sigma_{ij}{}^{t}n_{j}{}^{t}u_{i}d^{t}S + \int_{{}^{t}V}{}^{t}f_{i}{}^{t}u_{i}d^{t}V = \int_{{}^{t}V}\left[\frac{\partial\left({}^{t}_{t}\sigma_{ij}{}^{t}u_{i}\right)}{\partial x_{j}} + {}^{t}_{t}f_{i}{}^{t}u_{i}\right]d^{t}V$$
(94)

$${}^{t}W = \int_{{}^{t}V} \left[ {}^{t}_{t}\sigma_{ij} \frac{\partial^{t}u_{i}}{\partial x_{j}} + \left( \frac{\partial^{t}_{t}\sigma_{ij}}{\partial x_{j}} + {}^{t}_{t}f_{i} \right)^{t}u_{i} \right] d^{t}V.$$
(95)

Vztah v závorce v rovnici (95) představuje levou část rovnice rovnováhy a je tedy pro nulové setrvačné síly rovna nule. Využitím symetrie tenzoru napětí může být mechanická práce vypočtena jako skalární součin skutečného napětí a infinitesimálního tenzoru deformace v okamžité konfiguraci <sup>t</sup>C

$${}^{t}W = \int_{{}^{t}V}{}^{t}\sigma_{ij}{}^{t}u_{i,j}d^{t}V = \int_{{}^{t}V}{}^{t}\sigma_{ij}{}^{t}\mathcal{E}_{ij}d^{t}V.$$
(96)

Tenzor skutečného napětí a infinitesimálního přetvoření jsou veličiny energeticky konjugované. Podobně pro mechanický výkon platí

$${}^{t}\dot{W} = \int_{{}^{t}_{V}}{}^{t}\sigma_{ij}{}^{t}\dot{u}_{i,j}d^{t}V = \int_{{}^{t}_{V}}{}^{t}\sigma_{ij}{}^{t}L_{ij}d^{t}V = \int_{{}^{t}_{V}}{}^{t}\sigma_{ij}\left({}^{t}D_{ij} + {}^{t}W_{ij}\right)d^{t}V.$$
(97)

Pavel Solfronk

Teoretická část



Skalární součin symetrického tenzoru skutečného napětí  ${}_{i}^{t}\sigma_{ij}$  a antisymetrického tenzoru rychlosti rotace  ${}^{t}W_{ij}$  je roven nule. Potom vztah (97) přejde do tvaru

$${}^{t}\dot{W} = \int_{{}^{t}V}{}^{t}\sigma_{ij}{}^{t}D_{ij}d^{t}V .$$
(98)

Tenzor skutečného napětí  ${}_{t}^{t}\sigma_{ij}$  je výkonově konjugován s tenzorem rychlosti deformace  ${}^{t}D_{ij}$ . V následujícím přehledu jsou uvedeny příklady energeticky, resp. výkonově konjugovaných dvojic měr přetvoření a napětí [16].

Míra přetvoření		Míra napětí	Skalární součin
$\mathcal{E}_{ij}$	- infinitesimální tenzor	$\sigma_{ij}$ - skutečné napětí	práce
$D_{ij}$	- rychlost deformace	$\sigma_{\scriptscriptstyle ij}$ - skutečné napětí	výkon
$L_{ij}$	- gradient rychlosti	$\sigma_{\scriptscriptstyle ij}$ - skutečné napětí	výkon
$E_{ij}$	- Lagrangeův tenzor	<i>S<sub>ij</sub></i> - druhý Piola-Kirc	hhoff práce
$\dot{E}_{ij}$	- rychlost Lagrangeova tenzoru	<i>S<sub>ij</sub></i> - druhý Piola-Kirc	hhoff výkon
$\dot{F}_{ij}$	- rychlost deformačního gradientu	$ au_{ij}$ - první Piola-Kirch	nhoff výkon
$\nabla u_{ij}$	- gradient rychlosti posuvu	$ au_{ij}$ - první Piola-Kirch	nhoff výkon
$\mathcal{E}_{ij}$	<ul> <li>logaritmický tenzor</li> </ul>	$^{r}T = \alpha_{ijkl}R_{mk}\sigma_{mn}R_{nl}$	práce
$\dot{\mathcal{E}}_{_{ij}}$	- rychlost logaritmického tenzoru	$^{r}T = \alpha_{ijkl}R_{mk}\sigma_{mn}R_{nl}$	výkon

#### 5.2.3 Přehled základních rovnic mechaniky poddajných těles

#### 5.2.3.1 Zákon zachování hmoty

Zákon zachování hmoty představuje rovnost hmotnosti tělesa m v referenční konfiguraci <sup> $t_0$ </sup> C a v aktuální konfiguraci <sup>t</sup> C

$$m = \int_{V_0}{}^0 \rho \, d^0 V = \int_{V_0} \rho \, dV \,, \tag{99}$$

kde  ${}^{0}\rho$ , resp.  $\rho$  je hustota v referenční, resp. v aktuální konfiguraci. Pomocí pravidla o substituci v integraci [12] platí

$$\int_{V} \rho(\mathbf{x}, t) dV = \int_{V_0} \rho(\mathbf{x}(\mathbf{X}, t)) |j| d^0 V, \qquad (100)$$

kde *j* je Jacobián transformace definovaný



$$j = \det F, \qquad j > 0, \quad F_{ij} = \frac{X_i}{X_j}.$$
 (101)

Výsledný tvar bilance hmotnosti pro Lagrangeův popis kontinua je porovnáním integrandů (99), (100)

$${}^{0}\rho = \left| j \right| \rho \,. \tag{102}$$

#### 5.2.3.2 Zákon zachování hybnosti

Na těleso o objemu V, ohraničené povrchem S působí objemové síly popsané intenzitou objemových sil **f** a povrchové síly **t** vztažené na jednotku plochy. Podle druhého Newtonova zákona je časová změna hybnosti rovna výslednici vnějších sil působících na těleso

$$\frac{D}{Dt} \int_{V} \rho \mathbf{v} dV = \int_{S} \mathbf{t} dS + \int_{V} \mathbf{f} dV.$$
(103)

Za použití Cauchyho vztahu a Gaussovy věty pro převod integrálu se odvodí rovnice rovnováhy

$$\int_{V} \rho \frac{D\mathbf{v}}{Dt} dV = \int_{V} \frac{\partial \sigma^{T}}{\partial \mathbf{x}} dV + \int_{V} \mathbf{f} dV, \qquad (104)$$

po složkách v lokálním tvaru

$$\rho \ddot{\mathbf{x}}_i = \frac{\partial \sigma_{ji}}{\partial x_j} + f_i, \tag{105}$$

což jsou rovnice rovnováhy v aktuální konfiguraci <sup>t</sup>C.

Rovnice rovnováhy v referenční konfiguraci je pomocí 1. Piola-Kirchhoffova tenzoru napětí  $\tau$  [16]

$${}^{0}\rho\ddot{x}_{i} = \frac{\partial\tau_{ij}}{\partial^{0}x_{j}} + {}^{0}f_{i}, \qquad (106)$$

a rovnice rovnováhy pomocí 2. Piola-Kirchhoffova tenzoru napětí $\tau$ 

$${}^{0}\rho\ddot{\mathbf{x}}_{i} = \frac{\left(\partial S_{jr}F_{ir}\right)}{\partial^{0}\mathbf{x}_{j}} + {}^{0}f_{i}.$$
(107)

#### 5.2.3.3 Zákon zachování momentu hybnosti

Aplikováním 2. impulzové věty pro těleso zatížené objemovými a povrchovými silami

$$\frac{D}{Dt} \int_{V} (\mathbf{r} \times \rho \mathbf{v}) dV = \int_{V} (\mathbf{r} \times \mathbf{t}) dV + \int_{V} (\mathbf{r} \times \mathbf{f}) dV, \qquad (108)$$

je



Pro těleso z nepolárního materiálu a pro statický příklad, tj. časová změna momentu hybnosti je rovna nule, plyne symetrie tenzoru skutečného napětí  $\sigma$ . V dynamických úlohách se musí symetrie skutečného tenzoru napětí postulovat, tzv. Boltzmannův axiom. [16]

#### 5.2.3.4 Zákon zachování energie

Zákon zachování energie představuje bilanci energetické soustavy. Pro mechanickou uzavřenou soustavu je zákon zachování energie vyjádřen pomocí časových derivací následovně

$$\dot{U} + \dot{K} + \dot{G} = P + \dot{Q}, \tag{109}$$

kde  $\dot{U}$  je časová změna vnitřní energie,  $\dot{K}$  je časová změna kinetické energie,  $\dot{G}$  je časová změna polohové energie, P je přivedený výkon a  $\dot{Q}$  je časová změna přivedeného tepla.

Pro mechanické uzavřené soustavy s uvažováním jen mechanických veličin je bilance energie

$$\dot{U} + \dot{K} + \dot{G} = P, \qquad (110)$$

kde

$$\dot{U} = \int_{V} \sigma_{ij} D_{ij} dV, \qquad (111)$$

$$\dot{K} = \frac{D}{Dt} \int_{V} \frac{1}{2} \rho v_i v_i dV, \qquad (112)$$

$$\dot{G} = \int_{V} \rho \mathbf{g}_{i} v_{i} dV , \qquad (113)$$

$$P = \int_{S} t_{i} v_{i} dS + \int_{V} f_{i} v_{i} dV + \sum_{i} F_{i} v_{i} + \sum_{i} M_{i} \dot{\phi}_{i} , \qquad (114)$$

kde  $F_i$ , resp.  $M_i$ jsou osamělé síly resp. momenty a  $\dot{\phi}_i$ jsou rychlosti natočení.

#### 5.2.3.5 Rovnice kompatibility

Lagrangeův, Almanasiho, popř. infinitesimální tenzor přetvoření má šest složek, které se určí z pole posunutí u. Pokud je pole posuvu spojité i se svými parciálními derivacemi , lze složky měr přetvoření určit jednoznačně. [16]

V inverzním problému, tj. z pole měr deformací určit pole posuvů, je to složitější. Pomocí šesti rovnic definující míru přetvoření je úlohou určit tři funkce složek posuvu. Aby řešení bylo jednoznačné je nutné, aby složky měr přetvoření splnily tzv. rovnice kompatibility deformací. Pro tenzor infinitesimálních deformací mají rovnice kompatibility tvar



$$e_{jmn} \frac{\partial}{\partial X_n} \left( \frac{\partial \varepsilon_{im}}{\partial X_l} - \frac{\partial \varepsilon_{lm}}{\partial X_i} \right) = 0 \quad , \tag{115}$$

kde  $e_{imn}$  je Levi-Civitův tenzor deformace. [24]

#### 5.2.3.6 Konstitutivní vztahy

V předchozích kapitolách byly zmíněny rovnice které platí pro obecné kontinuum. Soustavu těchto rovnic doplňují konstitutivní rovnice, tedy vztahy, které zohledňují odezvu konkrétního materiálu na určitou situaci. Mezi nejznámější modely odezvy tělesa patří např. model elastického, hyperelastického, elastoplastického, viskoelastoplastického chování materiálu.

Tvářený materiál v procesech plošného tváření se považuje za elastoplastický anizotropní materiál. Pro tento výpočtový model chování materiálu se konstitutivním vztahem rozumí závislost míry napětí a míry deformace. Pokud se použije tenzor skutečného napětí  $\sigma$  a infinitesimální tenzor deformace  $\varepsilon$ , jako konjugované míry napětí a deformace, rozumí se konstitutivním vztahem závislost  $F(\sigma_{ii}, \varepsilon_{ii}) = 0$ .

#### 5.2.3.7 Počáteční podmínky

Pro úplnost formulace úloh mechaniky poddajných těles se rovnice rovnováhy, zákon zachování energie, konstitutivní rovnice a rovnice kompatibility musí doplnit geometrickými a statickými okrajovými podmínkami. Geometrická okrajová podmínka má tvar

$$u_i = \overline{u}_i, \tag{116}$$

statická okrajová podmínka má tvar

$$\sigma_{ij}n_j = \bar{t}_i, \tag{117}$$

kde  $\overline{u}_i$ jsou předepsané posuvy na povrchu  $S_u$  a  $\overline{t}_i$ jsou předepsané povrchové síly na povrchu  $S_t$ . Pro dynamickou, nestacionární úlohu je dále nutné předepsat počáteční podmínky

$$\boldsymbol{u}(t=0) = \overline{\boldsymbol{u}}_0 \tag{118}$$

$$\dot{\boldsymbol{u}}(t=0) = \overline{\dot{\boldsymbol{u}}}_0. \tag{119}$$



# 5.2.4 Základy metody konečných prvků

Problematika metody konečných prvků jako přibližné numerické metody řešení parciálních diferenciálních rovnic je značně komplikovaná. Diskretizace metodou konečných prvků se provádí pokrytím oblasti jednoduchými geometrickými útvary, kterým se říká konečné prvky. Pokrytí se realizuje tak, aby nevznikly žádné umělé dutiny a prvky jsou spojovány jen několika hraničními body – uzly. Hlavní myšlenka metody konečných prvků je založena na aproximaci veličiny  $\varphi$  pomocí funkčních hodnot veličiny v uzlech  $\Phi$ . [33] Aproximace se realizuje jako lineární kombinace tvarových funkcí

 $\varphi = \mathbf{N}\Phi$ .

(120)

Tato spojitá oblast s nekonečným počtem částic kontinua se nahradí diskrétním prostředím s konečným počtem stupňů volnosti, hovoříme o tzv. diskretizaci oblasti. V mechanice poddajných těles se při řešení deformační variantou metody konečných prvků aproximuje pole posuvu u

$$\boldsymbol{u} = \mathbf{N}\mathbf{q},\tag{121}$$

kde  $\mathbf{q}$  jsou zobecněné posuvy a  $\mathbf{N}$  je matice tvarových funkcí, která je funkcí prostorových souřadnic. Za předpokladu, že matice tvarových funkcí není funkcí času, je aproximováno pole rychlostí a zrychlení

$$\dot{u} = \mathbf{N}\dot{\mathbf{q}} \,, \tag{122}$$

$$\ddot{u} = \mathbf{N}\ddot{\mathbf{q}} \,, \tag{123}$$

Tenzor infinitesimální deformace reprezentován vektorem  $\underline{\varepsilon} = [\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z, \gamma_{yx}, \gamma_{xz}, \gamma_{xy}]^T$ se určí z

$$\underline{\varepsilon} = \mathbf{B}\mathbf{q} \,, \tag{124}$$

Napjatost je charakterizována vektorem  $\underline{\sigma} = [\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{yx}, \tau_{xz}, \tau_{xy}]^T$ 

Odvození rovnice rovnováhy se provede za pomoci principu virtuálních prací. Předpokládáme lineární případ a malé posuvy a přetvoření. Energetická bilance s uvažováním pouze mechanických veličin je podle (109)

$$\delta K + \delta U = \delta P \,, \tag{125}$$

po rozepsání

$$\int_{V} \delta \boldsymbol{u}^{T} \rho \ddot{\boldsymbol{u}} dV + \int_{V} \delta \underline{\boldsymbol{\varepsilon}}^{T} \underline{\boldsymbol{\sigma}} dV = \int_{V} \delta \boldsymbol{u}^{T} \mathbf{f} dV + \int_{S} \delta \boldsymbol{u}^{T} \mathbf{t} dS + \delta \boldsymbol{u}^{T} \underline{\mathbf{F}} \,.$$
(126)

kde  $\underline{\mathbf{F}}$  je vektor singulárních zobecněných sil. Po diskretizaci a úpravě přejde (126) na

$$\delta \mathbf{q}^{T} \Big| \int_{V} \rho \mathbf{N}^{T} \mathbf{N} \ddot{\mathbf{q}} dV + \int_{V} \mathbf{B}^{T} \underline{\sigma} dV - \int_{V} \mathbf{N}^{T} \mathbf{f} dV - \int_{S} \mathbf{N}^{T} \mathbf{f} dS - \underline{\mathbf{F}} \Big| = 0, \qquad (127)$$

Pavel Solfronk



Rovnice (127) musí platit pro libovolné  $\partial \mathbf{q}$ , po přeznačení a zahrnutí členu reprezentující tlumení je výsledná pohybová rovnice

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{F}^{ext} - \mathbf{F}^{int}, \tag{128}$$

kde

M je matice hmotnosti

 $\mathbf{F}^{int} \text{ jsou vnitřní síly} \qquad \int_{V} \mathbf{B}^{T} \underline{\sigma} dV$ 

 $\mathbf{F}^{ext}$  jsou vnější síly  $\int_{V} \mathbf{N}^{T} \mathbf{f} dV + \int_{S} \mathbf{N}^{T} \mathbf{t} dS + \mathbf{F}$ 

 $\int_{V} \rho \mathbf{N}^{T} \mathbf{N} dV$ 

#### 5.2.5 Konstitutivní vztah elastoplastického anizotropního materiálu

# 5.2.5.1 Odvození obecného konstitutivního modelu elastoplastického materiálu s kombinovaným modelem zpevnění

Cílem této kapitoly je odvodit vztah mezi konjugovanými mírami napětí a mírami deformace popisující chování elastoplastického materiálu. Mírou napětí je zvolen tenzor skutečných napětí  $\sigma$  a mírou přetvoření je zvolen tenzor infinitesimálního přetvoření  $\varepsilon$ .

Překročí-li napětí určitou hodnotu, pak po odlehčení zůstanou v materiálu trvalé plastické deformace. Po odlehčení vymizí pouze vratné elastické deformace, které se řídí Hookovým zákonem. Dále se předpokládá explicitní nezávislost deformací na čase a rychlosti zatěžování. Z principu vzniku plastických deformací u kovových materiálů nejsou tyto deformace závislé na středním napětí  $\sigma_H$ 

$$\sigma_H = \frac{1}{3}\sigma_{ii}.$$
 (129)

Rozhodující vliv na rozvoj plastické deformace má deviátor napětí s<sub>ij</sub> definovaný

$$s_{ij} = \sigma_{ij} - \sigma_H \delta_{ij} \,, \tag{130}$$

kde  $\delta_{ij}$  je Kroneckerovo delta. Pokud složky deviátoru napětí  $s_{ij}$  popř.  $\sigma_{ij}$  vyhovují podmínce plasticity  $F(s_{ij}) = 0$ , popř.  $F(\sigma_{ij}) = 0$  mohou vznikat plastické deformace. Je-li F < 0, je materiál v elastickém stavu. Stav F > 0 je nepřípustný. Geometrickým obrazem podmínky plasticity  $F(\sigma_{ij}) = 0$  v prostoru napětí  $\sigma_{ij}$ , popř.  $s_{ij}$  je plocha plasticity. Funkce F se nazývá funkce plasticity.

U reálných materiálů dochází ke zpevnění, tj. k další deformaci je zapotřebí zvýšit napětí. Pro popis deformačního zpevnění se využívají různé matematické modely



deformačního zpevnění. Základními modely jsou modely izotropního zpevnění, kinematického zpevnění a jejich vzájemná kombinace [19] [49]. Model izotropního zpevnění je reprezentován rozpínáním plochy plasticity a mění se tedy okamžitá mez kluzu, která je charakterizována parametrem  $\kappa$ . Parametr  $\kappa$  je funkcí kumulativní plastické deformace  $\varepsilon_n$ 

$$\varepsilon_p(t) = \int_0^t \dot{\varepsilon}_p(\tau) d\tau = \int_0^t \sqrt{\frac{2}{3}} Y_{ijkl} \dot{\varepsilon}_{ij}^p \dot{\varepsilon}_{kl}^p} d\tau , \qquad (131)$$

kde tenzor  $Y_{ijkl}$  zahrnuje anizotropní chování materiálu. Při numerickém přírůstkovém výpočtu jsou jednotlivé tenzory infinitesimálního přetvoření vztažené na jinou konfiguraci, proto se musí místo kumulativní plastické deformace  $\varepsilon_p$  zavést logaritmická kumulativní plastická deformace  $\mathcal{E}_p$  definovaná vztahem

$$\boldsymbol{\mathcal{E}}_{p}(t) = \int_{0}^{t} \dot{\boldsymbol{\mathcal{E}}}_{p}(\tau) d\tau = \int_{0}^{t} \sqrt{\frac{2}{3}} Y_{ijkl} \dot{\boldsymbol{\mathcal{E}}}_{ij}^{p} \dot{\boldsymbol{\mathcal{E}}}_{kl}^{p}} d\tau \doteq \sum_{m=0}^{n} \sqrt{\frac{2}{3}} Y_{ijkl} \left(\Delta \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{ij}^{p}\right)_{m} \left(\Delta \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{kl}^{p}\right)_{m}} \Delta t_{m} .$$
(132)

Při experimentálním zjišťování se logaritmická kumulativní plastická deformace  $\mathcal{E}_p$ určuje pomocí intenzity logaritmických plastických deformací  $\varphi_i^p$ .

Kinematickému modelu odpovídá posuv plochy plasticity. Nejjednodušším modelem kinematického zpevnění je model Pragerův, kdy se mezní plocha posouvá ve směru vektoru znázorňující plastickou deformaci. Posuv plochy plasticity je možné tedy určit jako  $\alpha_{ij} = c \varepsilon_{ij}^{p}$ , kde c je konstanta úměrnosti.

Pro malé deformace platí tzv. aditivní zákon

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = \dot{\varepsilon}^e_{ij} + \dot{\varepsilon}^p_{ij}. \tag{133}$$

Pro elastické deformace se předpokládá platnost Hookova zákona ve tvaru

$$\dot{\sigma}_{ij} = C_{ijkl} \dot{\varepsilon}^e_{kl} \quad , \tag{134}$$

kde C je tenzor čtvrtého řádu a nazývá se tenzor elastických konstant. Tenzor C má pro obecný elastický materiál 21 konstant [19]. Pro plastické deformace se předpokládá zákon tečení ve tvaru

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^{p} = \lambda \frac{\partial \boldsymbol{g}}{\partial \sigma_{ij}},\tag{135}$$

kde *g* je plastický potenciál a  $\lambda$  je plastický multiplikátor pro který platí  $\lambda \ge 0$ . Po vyjádření elastických deformací z (133) a dosazení do (134) se získá rovnice

$$\dot{\sigma}_{ij} = C_{ijkl} \left( \dot{\varepsilon}_{kl} - \lambda \frac{\partial g}{\partial \sigma_{kl}} \right).$$
(136)

Pavel Solfronk



Rychlost kumulativního plastického přetvoření je vhodné vyjádřit pomocí vztahu (135)

$$\dot{\varepsilon}_{p} = \lambda \sqrt{\frac{2}{3} Y_{ijkl}} \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \sigma_{ij}} \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \sigma_{kl}} \,. \tag{137}$$

Pro další úpravy je nutné vynásobit rovnici (136) výrazem  $\frac{\partial f}{\partial \sigma_{ii}}$ 

$$\frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \dot{\sigma}_{ij} = \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} C_{ijkl} \left( \dot{\varepsilon}_{kl} - \lambda \frac{\partial \boldsymbol{g}}{\partial \sigma_{kl}} \right).$$
(138)

Funkci plasticity lze s uvažováním kombinace izotropního a kinematického modelu zpevnění přepsat na tvar

$$F(\sigma_{ij},\varepsilon_{ij}^{p},\varepsilon_{p}) = f(\sigma_{ij}-c\varepsilon_{ij}^{p}) - \kappa(\varepsilon_{p}).$$
(139)

Vznikají-li plastické deformace je funkce plasticity *F* rovna nule a také platí podmínka konzistence  $\dot{F} = 0$ 

$$\frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \dot{\sigma}_{ij} - \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} c \dot{\varepsilon}_{ij}^{p} - \frac{\partial \kappa}{\partial \varepsilon_{p}} \dot{\varepsilon}_{p} = 0.$$
(140)

Dosazením z (135), (137) a porovnáním (140) s (138) se dostane rovnice

$$\frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} C_{ijkl} \left( \dot{\varepsilon}_{kl} - \lambda \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \sigma_{kl}} \right) = c \lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \sigma_{ij}} + \lambda \frac{\partial \kappa}{\partial \varepsilon_p} \sqrt{\frac{2}{3} Y_{ijkl}} \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \sigma_{ij}} \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \sigma_{kl}} , \qquad (141)$$

z této rovnice lze vyjádřit plastický multiplikátor  $\lambda$ 

$$\lambda = \frac{\frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} C_{ijkl} \dot{\varepsilon}_{kl}}{\frac{\partial \kappa}{\partial \varepsilon_p} \sqrt{\frac{2}{3}} Y_{ijkl} \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \sigma_{ij}} \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \sigma_{kl}} + c \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \sigma_{ij}} + \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \sigma_{ij}} - \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \sigma_{kl}}.$$
(142)

a dosazením (142) do (136) se určí konečný vztah mezi $\dot{\sigma}$  a  $\dot{\varepsilon}$ 

$$\dot{\sigma}_{ij} = \begin{pmatrix} C_{ijkl} - \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} C_{ijkl} \frac{\partial g}{\partial \sigma_{kl}} \\ \frac{\partial \kappa}{\partial \varepsilon_{p}} \sqrt{\frac{2}{3} Y_{ijkl}} \frac{\partial g}{\partial \sigma_{ij}} \frac{\partial g}{\partial \sigma_{kl}} + c \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \frac{\partial g}{\partial \sigma_{ij}} + \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} C_{ijkl} \frac{\partial g}{\partial \sigma_{kl}} \end{pmatrix} \dot{\varepsilon}_{kl}.$$
(143)

Pro větší přehlednost se zavádí tenzor čtvrtého řádu s názvem tenzor elastoplastických vlastností  $C^{ep}$ , jehož složky jsou

$$C_{ijkl}^{ep} = C_{ijkl} - \frac{C_{ijkl}}{\frac{\partial \kappa}{\partial \varepsilon_p} \sqrt{\frac{2}{3} Y_{ijkl}} \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \sigma_{ij}} \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \sigma_{kl}}} + c \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \sigma_{ij}} + \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} C_{ijkl} \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \sigma_{kl}}}, \qquad (144)$$

Pavel Solfronk

Teoretická část



Po zavedení  $C^{ep}$  lze závislost tenzoru rychlosti napětí  $\dot{\sigma}$  a tenzoru rychlosti deformace  $\dot{\varepsilon}$  přepsat do hledaného vztahu

$$\dot{\sigma} = C^{ep} \dot{\varepsilon} \,. \tag{145}$$

# 5.2.5.2 Matice elastoplastického chování *C<sup>ep</sup>* pro potřeby numerické simulace plošného tváření

Při numerické simulaci plošného tváření je možno zavést určitá zjednodušení [14]:

- 1. Asociativní zákon tečení, tj. g = f.
- 2. Izotropní zpevnění, c = 0.
- 3. Hillova podmínka plasticity ve tvaru  $F = f \kappa = 0$

$$f = \frac{1}{2(F+G+H)} \left[ F(\sigma_y - \sigma_z)^2 + G(\sigma_z - \sigma_x)^2 + H(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 2L\tau_{yz}^2 + 2M\tau_{zx}^2 + 2N\tau_{xy}^2 \right]$$
  

$$\kappa = \frac{1}{3}\sigma_i^2(\varphi_i^p), \text{ modul zpevnění } H_p = \frac{\partial\sigma_i}{\partial\varphi_i^p},$$

kde F, G, H, L, M, N jsou parametry Hillovy podmínky plasticity.

4. Intenzita napětí ve tvaru

$$\sigma_i^2 = \frac{3}{2} \frac{\left[F\left(\sigma_y - \sigma_z\right)^2 + G\left(\sigma_z - \sigma_x\right)^2 + H\left(\sigma_x - \sigma_y\right)^2 + 2L\tau_{yz}^2 + 2M\tau_{zx}^2 + 2N\tau_{xy}^2\right]}{F + G + H}$$

5. Matice elastických konstant pro ortogonální materiál

$$C = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & 0 & 0 & 0 \\ c_{12} & c_{22} & c_{23} & 0 & 0 & 0 \\ c_{13} & c_{23} & c_{33} & 0 & 0 & 0 \\ c_{12} & c_{22} & c_{23} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{66} \end{bmatrix}.$$

6. Rovinná napjatost je popsaná vektorem napětí  $\underline{\sigma}$  a vektorem deformace  $\underline{\varepsilon}$ 

$$\underline{\sigma} = [\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}]^T, \quad \underline{\varepsilon} = [\varepsilon_x, \varepsilon_y, \gamma_{xy}]^T.$$

Pro tyto předpoklady a označení je výsledná elastoplastická matice popisující vztah mezi  $\dot{\sigma}$  a  $\dot{\varepsilon}$ 

$$\underline{\dot{\sigma}} = \underline{C}^{ep} \underline{\dot{\varepsilon}}, \tag{146}$$

$$\underline{C}^{ep} = \begin{bmatrix} \overline{c}_{11} - \frac{\overline{s}_{1}^{2}}{\overline{s}} & sym. \\ \overline{c}_{12} - \frac{\overline{s}_{1}\overline{s}_{1}}{\overline{s}} & \overline{c}_{12} - \frac{\overline{s}_{2}\overline{s}_{2}}{\overline{s}} \\ - \frac{\overline{s}_{1}\overline{s}_{6}}{\overline{s}} & - \frac{\overline{s}_{2}\overline{s}_{6}}{\overline{s}} & \overline{c}_{66} - \frac{\overline{s}_{6}^{2}}{\overline{s}} \end{bmatrix},$$
(147)

kde

$$\begin{split} \overline{c}_{11} &= c_{11} - \frac{c_{13}c_{13}}{c_{33}}, \quad \overline{c}_{12} = c_{12} - \frac{c_{13}c_{23}}{c_{33}}, \quad \overline{c}_{22} = c_{22} - \frac{c_{33}c_{23}}{c_{33}}, \quad \overline{c}_{66} = c_{66} \\ \overline{s}_1 &= \overline{c}_{11}\sigma'_x + \overline{c}_{12}\sigma'_y, \quad \overline{s}_2 = \overline{c}_{12}\sigma'_x + \overline{c}_{22}\sigma'_y, \quad \overline{s}_6 = 2\overline{c}_{66}\tau'_{xy}, \\ \overline{s} &= \frac{4}{9}\sigma_i^2 H_p + \overline{s}_1\sigma'_x + \overline{s}_2\sigma'_y + 2\overline{s}_6\tau'_{xy}, \\ \sigma'_x &= \frac{H(\sigma_x - \sigma_y) + G(\sigma_x - \sigma_z)}{F + G + H}, \quad \sigma'_y = \frac{F(\sigma_y - \sigma_z) + H(\sigma_y - \sigma_x)}{F + G + H}, \quad \tau'_{xy} = \frac{N\tau_{xy}}{F + G + H} \\ r_0 &= \frac{H}{G}, \quad r_{90} = \frac{H}{F}, \quad r_{45} = \frac{2N - (F + G)}{2(F + G)}, \quad \frac{N}{G} = \left(\frac{1}{2} + r_{45}\right) \left(1 + \frac{r_0}{r_{90}}\right), \end{split}$$

kde *r*<sub>0</sub>, *r*<sub>45</sub>, *r*<sub>90</sub> jsou součinitele normálové anizotropie.

Rychlost deformace  $\dot{\varepsilon}_z$  kolmé na rovinu xy je možné vypočítat podle vztahu

$$\dot{\varepsilon}_z = \dot{\varepsilon}_z^e + \dot{\varepsilon}_z^p \,, \tag{148}$$

kde

$$\dot{\varepsilon}_{z}^{p} = -\left(\sigma_{x}' + \sigma_{y}'\right) \frac{\overline{s}_{1}\dot{\varepsilon}_{x} + \overline{s}_{2}\dot{\varepsilon}_{y} + \overline{s}_{6}\dot{\gamma}_{xy}}{\overline{s}}$$
$$\dot{\varepsilon}_{z}^{e} = d_{13}\left(\overline{c}_{11}\dot{\varepsilon}_{x} + \overline{c}_{12}\dot{\varepsilon}_{y}\right) + d_{23}\left(\overline{c}_{12}\dot{\varepsilon}_{x} + \overline{c}_{22}\dot{\varepsilon}_{y}\right),$$

kde  $d_{13}$  a  $d_{13}$  jsou složky tenzoru  $C^{-1}$ .

Deformaci  $\varepsilon_z$  je možné využít k výpočtu aktuální tloušť ky materiálu t

$$t = \int_{-\frac{t_0}{2}}^{\frac{t_0}{2}} \varepsilon_z dz \,. \tag{149}$$

#### 5.2.6 Podmínka plasticity dle Vegtera

Formulace podmínky plasticity dle Vegtera je založena na principu začlenění a využití více experimentálně měřitelných dat do definice této podmínky. Toto kritérium je stanoveno pro obecné směry hlavních napětí, které nemusí být totožné se směrem anizotropie plechu. Příklady možných typů experimentálních zkoušek využitelných pro definici podmínky plasticity je vidět na obr. 5.2.6.1.





Obr. 5.2.6.1. Příklady možných typů experimentálních zkoušek využitelných pro definici podmínky plasticity dle Vegtera [49]

Vhodnou orientací souřadného systému lze potlačit smykové složky napětí a napjatost v daném místě je definována pouze pomocí složek normálného napětí  $\sigma_1$  a  $\sigma_2$ . Úhel  $\Theta$  vyjadřuje vzájemné natočení hlavních napětí a zvoleného souřadného systému. Princip rovinného zatížení elementu je patrný z obr. 5.2.6.2. a jednotlivé složky napjatosti lze vyjádřit vztahy:

$$\sigma_1 = \frac{\sigma_{xx} + \sigma_{yy}}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_{xx} - \sigma_{yy}}{2}\right)^2 + \sigma_{xy}^2}$$
(150)

$$\sigma_2 = \frac{\sigma_{xx} + \sigma_{yy}}{2} - \sqrt{\left(\frac{\sigma_{xx} - \sigma_{yy}}{2}\right)^2 + \sigma_{xy}^2}$$
(151)



Obr. 5.2.6.2. Znázornění souřadného systému při rovinném zatížení

Pro matematický popis podmínky plasticity procházející experimentálně zjištěnými referenčními body je použita kvadratická Bezierova křivka, která je vidět na obr. 5.2.6.3. Tato parametricky určená křivka umožňuje vytvoření hladké plochy plasticity s plynulými přechody v referenčních bodech.

- 82 -





Obr. 5.2.6.3. Bezierova křivka procházející referenčními body A a C

Body A a C jsou experimentálně zjištěné referenční body definující plochu plasticity. Tečné přímky k Bezierově křivce procházející těmito referenčními body určuje deformační vektor. Průsečík těchto tečen je určující pro tvar Bezierovy křivky a nazýváme ho řídícím bodem. I přes to, že křivka tímto řídícím bodem neprochází, je na tomto bodu tvarově závislá. Souřadnice  $\sigma_1$  a  $\sigma_2$  libovolného bodu na Bezierově křivce jsou dány parametrem  $\mu$  a polohou řídícího bodu *B* (vektory deformace). Na obr. 5.2.6.4. je vidět část křivky definující podmínku plasticity, kdy souřadnice bodu *BI* vyjadřují napětí na mezi kluzu při dvouosém (biaxiálním) zatížení vzorku. Poloha bodu UN je přechod mezi pružným a plastickým stavem (mez kluzu) při jednoosém zatížení (uniaxiální zatížení) a bod PS určuje mez kluzu při tzv. rovinné deformaci (plane strain point). Body a resp. b jsou průsečíky tečny procházející bodem PS s tečnou procházející bodem UN resp. BI. Zavedením pomocného parametru  $\alpha$ , který nabývá hodnoty v rozmezí 0 až 1, lze určit polohu bodu PS (viz. obr. 5.2.6.4.). Poloha bodu PS je experimentálně velmi obtížně zjistitelná a z tohoto důvodu se velmi často volí při definici podmínky plasticity hodnota  $\alpha_{PS}$  =0,5. S podobným problémem se setkáváme při experimentálním zjištění polohy bodu SH charakterizující čistý smyk (viz. obr. 5.2.6.1). Při určení polohy tohoto bodu SH se vychází z předpokladu symetrie podmínky plasticity a parametr  $\alpha_{SH}$  nabývá, stejně jako u plane strain, hodnoty  $\alpha_{SH} = 0.5$ . V případě určení polohy těchto bodů experimentálního není třeba odhad pomocného parametru α provádět a podmínka plasticity dle Vegtera prochází přímo těmito zjištěnými body.





Obr. 5.2.6.4. Definice rovinného přetvoření pomocí parametru a

#### 5.2.6.1 Matematická formulace podmínky plasticity dle Vegtera

Při využití Bezierovy křivky pro definici podmínky plasticity lze funkční vztah vyjádřit pomocí:

$$\phi + \sigma_f = \frac{\sigma_i}{f_i(\mu, c)} \tag{152}$$

kde:

$$f_i(\mu, c) = A_i(c) + 2\mu \cdot (B_i(c) - A_i(c)) + \mu^2 \cdot (A_i(c) + C_i(c) - 2B_i(c))$$
  
$$c = \cos(2\theta)$$

 $\mu$  = Bezierův parametr,  $0 \le \mu \le 1$ 

*A*, *B*, *C*, jsou vektory formulující ve dvou dimenzionálním napěťovém prostoru  $(\sigma_1 a \sigma_2)$  podmínku rovinné napjatosti  $(\sigma_3=0)$ 

 $\sigma_f$  je referenční mez kluzu při jednoosém zatížení ve směru válcování.

Podmínka plasticity je zcela závislá na výše uvedených 3 parametrech, ale z důvodu vzájemné provázanosti parabolických funkcí není jednoznačně určena. Plocha plasticity je popisována jako jednotlivé části Bezierovy křivky ovlivněné řídícím bodem B a procházející referenčními body *A* a *C*. Celková plocha plasticity je zkonstruována pomocí 4 kvadrantů vyjadřujících různé stavy napjatosti. Mezi jakoukoliv částí funkce plasticity je vyžadována spojitost první derivace. Vektor deformace odvozen následujícím způsobem:

$$d\varepsilon_{ij} = d\lambda \frac{\partial \phi}{\partial \sigma_{ij}} \tag{153}$$

Pavel Solfronk

Habilitační práce

TU v Liberci Katedra strojírenské technologie

$$\frac{\partial \phi(\sigma_1, \sigma_2, \theta)}{\partial \sigma_{ij}} = \frac{\partial \phi}{\partial \sigma_1} \cdot \frac{\partial \sigma_1}{\partial \sigma_{ij}} + \frac{\partial \phi}{\partial \sigma_2} \cdot \frac{\partial \sigma_2}{\partial \sigma_{ij}} + \frac{\partial \phi}{\partial \cos(2\theta)} \frac{\partial \cos(2\theta)}{\partial \sigma_{ij}}$$
(154)

$$\frac{\partial \phi}{\partial \sigma_{ij}} = \begin{cases} \frac{\partial \phi}{\partial \sigma_{xx}} \\ \frac{\partial \phi}{\partial \sigma_{yy}} \\ \frac{\partial \phi}{\partial \sigma_{zz}} \end{cases} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \sigma_{1}}{\partial \sigma_{xx}} & \frac{\partial \sigma_{2}}{\partial \sigma_{xx}} & \frac{\partial \cos(2\theta)}{\partial \sigma_{xx}} \\ \frac{\partial \sigma_{1}}{\partial \sigma_{yy}} & \frac{\partial \sigma_{2}}{\partial \sigma_{yy}} & \frac{\partial \cos(2\theta)}{\partial \sigma_{yy}} \\ \frac{\partial \sigma_{1}}{\partial \sigma_{xy}} & \frac{\partial \sigma_{2}}{\partial \sigma_{xy}} & \frac{\partial \cos(2\theta)}{\partial \sigma_{xy}} \\ \frac{\partial \phi}{\partial \sigma_{xy}} \end{bmatrix} \cdot \begin{cases} \frac{\partial \phi}{\partial \sigma_{1}} \\ \frac{\partial \phi}{\partial \sigma_{2}} \\ \frac{\partial \phi}{\partial \cos(2\theta)} \\ \frac{\partial$$

$$[D] = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}(1 + \cos(2\theta)) & \frac{1}{2}(1 - \cos(2\theta)) & \frac{\sin^{2}(2\theta)}{\sigma_{1} - \sigma_{2}} \\ \frac{1}{2}(1 - \cos(2\theta)) & \frac{1}{2}(1 + \cos(2\theta)) & -\frac{\sin^{2}(2\theta)}{\sigma_{1} - \sigma_{2}} \\ \sin(2\theta) & -\sin(2\theta) & -\frac{2\sin(2\theta)\cos(2\theta)}{\sigma_{1} - \sigma_{2}} \end{bmatrix}$$
(156)

$$[D] = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}(1+c) & \frac{1}{2}(1-c) & \frac{s^2}{\sigma_1 - \sigma_2} \\ \frac{1}{2}(1-c) & \frac{1}{2}(1+c) & -\frac{s^2}{\sigma_1 - \sigma_2} \\ s & -s & -\frac{2sc}{\sigma_1 - \sigma_2} \end{bmatrix}$$
(157)

kde:  $s = \sin(2\theta)$  a  $c = \cos(2\theta)$ 

Nezávisle proměnné ve výše uvedených vztazích jsou dvě hlavní napětí  $\sigma_1$  a  $\sigma_2$  a úhel  $\Theta$  mezi materiálovými osami a směry hlavních napětí.

#### 5.2.6.2 Parciální derivace nezávislých proměnných

Podmínku plasticity (152) lze přepsat do následujících vztahů:

$$\sigma_{1} = f_{1}(\mu, c) \cdot (\phi + \sigma_{f})$$

$$\sigma_{2} = f_{2}(\mu, c) \cdot (\phi + \sigma_{f})$$
(158)

Diferenciací hlavního napětí  $\sigma_1$  dostáváme:

$$\frac{\partial \sigma_{1}}{\partial \sigma_{1}} = 1 = \frac{\partial f_{1}(\mu, c)}{\partial \sigma_{1}} \cdot (\phi + \sigma_{f}) + \frac{\partial (\phi + \sigma_{f})}{\partial \sigma_{1}} \cdot f_{1}(\mu, c)$$

$$\frac{\partial \sigma_{2}}{\partial \sigma_{1}} = 0 = \frac{\partial f_{2}(\mu, c)}{\partial \sigma_{1}} \cdot (\phi + \sigma_{f}) + \frac{\partial (\phi + \sigma_{f})}{\partial \sigma_{1}} \cdot f_{2}(\mu, c)$$
(159)

Pavel Solfronk

Teoretická část



Vzhledem k tomu, že referenční mez kluzu  $\sigma_f$  není funkcí hlavních napětí  $\sigma_1$  a  $\sigma_2$ , dojde k vymizení této složky v parciálních derivacích. Po rozepsání parciálních derivací dostáváme vztah:

$$1 = \left\{ \frac{\partial f_1(\mu, c)}{\partial \mu} \cdot \frac{\partial \mu}{\partial \sigma_1} + \frac{\partial f_1(\mu, c)}{\partial c} \cdot \frac{\partial c}{\partial \sigma_1} \right\} \cdot \left(\phi + \sigma_f\right) + \frac{\partial \phi}{\partial \sigma_1} \cdot f_1(\mu, c)$$
$$0 = \left\{ \frac{\partial f_2(\mu, c)}{\partial \mu} \cdot \frac{\partial \mu}{\partial \sigma_1} + \frac{\partial f_2(\mu, c)}{\partial c} \cdot \frac{\partial c}{\partial \sigma_1} \right\} \cdot \left(\phi + \sigma_f\right) + \frac{\partial \phi}{\partial \sigma_1} \cdot f_2(\mu, c)$$
(160)

Protože *c* je nezávisle proměnná, je vztah  $\partial c / \partial \sigma_1$  roven nule a rovnice (160) přecházejí na:

$$1 = \frac{\partial f_1(\mu, c)}{\partial \mu} \cdot \frac{\partial \mu}{\partial \sigma_1} \cdot (\phi + \sigma_f) + \frac{\partial \phi}{\partial \sigma_1} \cdot f_1(\mu, c)$$
  
$$0 = \frac{\partial f_2(\mu, c)}{\partial \mu} \cdot \frac{\partial \mu}{\partial \sigma_1} (\phi + \sigma_f) + \frac{\partial \phi}{\partial \sigma_1} \cdot f_2(\mu, c)$$
 (161)

Z druhé rovnice (161) vyplývá:

$$\frac{\partial \mu}{\partial \sigma_1} \cdot \left( \phi + \sigma_f \right) = \frac{-\frac{\partial \phi}{\partial \sigma_1} \cdot f_2(\mu, c)}{\frac{\partial f_2(\mu, c)}{\partial \mu}}$$

Pomocí substituce tento výsledek dosadíme do první rovnice (161):

$$1 = \frac{\partial f_{1}(\mu,c)}{\partial \mu} \cdot \frac{-\frac{\partial \phi}{\partial \sigma_{1}} \cdot f_{2}(\mu,c)}{\frac{\partial f_{2}(\mu,c)}{\partial \mu}} + \frac{\partial \phi}{\partial \sigma_{1}} \cdot f_{1}(\mu,c) = \frac{-\frac{\partial \phi}{\partial \sigma_{1}} \cdot f_{2}\frac{\partial f_{1}}{\partial \mu}}{\frac{\partial f_{2}}{\partial \mu}} + \frac{\frac{\partial \phi}{\partial \sigma_{1}} \cdot f_{1}\frac{\partial f_{2}}{\partial \mu}}{\frac{\partial f_{2}}{\partial \mu}}$$
$$\Rightarrow \frac{\partial \phi}{\partial \sigma_{1}} = \frac{\frac{\partial f_{2}}{\partial \mu}}{f_{1}\frac{\partial f_{2}}{\partial \mu} - f_{2}\frac{\partial f_{1}}{\partial \mu}}$$
(162)

Pomocí podobné procedury, nebo přeindexovnáním získané rovnice dostáváme:

$$\frac{\partial \phi}{\partial \sigma_2} = \frac{\frac{\partial f_1}{\partial \mu}}{f_2 \frac{\partial f_1}{\partial \mu} - f_1 \frac{\partial f_2}{\partial \mu}} = \frac{-\frac{\partial f_1}{\partial \mu}}{f_1 \frac{\partial f_2}{\partial \mu} - f_2 \frac{\partial f_1}{\partial \mu}}$$
(163)



Stále je však hledán výraz  $\partial \phi / \partial c$ . Po rozepsání funkčního vzatu pro podmínku plasticity můžeme začít tuto funkci derivovat.

$$\sigma_{1} = f_{1}(\mu, \cos(2\theta)) \cdot (\phi + \sigma_{f})$$
  
$$\sigma_{2} = f_{2}(\mu, \cos(2\theta)) \cdot (\phi + \sigma_{f})$$

$$\Rightarrow \frac{\partial \sigma_1}{\partial c} = 0 = \frac{\partial f_1}{\partial c} (\phi + \sigma_f) + \frac{\partial (\phi + \sigma_f)}{\partial c} \cdot f_1 = \frac{\partial f_1}{\partial c} \cdot (\phi + \sigma_f) + \frac{\partial \phi}{\partial c} \cdot f_1$$
$$\Rightarrow \frac{\partial \sigma_2}{\partial c} = 0 = \frac{\partial f_2}{\partial c} (\phi + \sigma_f) + \frac{\partial (\phi + \sigma_f)}{\partial c} \cdot f_2 = \frac{\partial f_2}{\partial c} \cdot (\phi + \sigma_f) + \frac{\partial \phi}{\partial c} \cdot f_2$$
(164)

Ze vztahu (164) dostáváme:

$$\begin{pmatrix} \phi + \sigma_f \end{pmatrix} = \frac{-\frac{\partial \phi}{\partial c} \cdot f_1}{\frac{\partial f_1}{\partial c}} = \frac{-\frac{\partial \phi}{\partial c} \cdot f_2}{\frac{\partial f_2}{\partial c}} \Longrightarrow \frac{\partial \phi}{\partial c} \cdot f_1 \cdot \frac{\partial f_2}{\partial c} = \frac{\partial \phi}{\partial c} \cdot f_2 \cdot \frac{\partial f_1}{\partial c}$$

$$\Rightarrow f_1 \cdot \frac{\partial f_2}{\partial c} = f_2 \cdot \frac{\partial f_1}{\partial c}$$

$$(165)$$

Rozšířením výrazu (165) dostáváme výsledek:

$$f_{1} \cdot \left(\frac{\partial f_{2}}{\partial c}\Big|_{\mu} + \frac{\partial \mu}{\partial c} \cdot \frac{\partial f_{2}}{\partial \mu}\Big|_{c}\right) = f_{2} \cdot \left(\frac{\partial f_{1}}{\partial c}\Big|_{\mu} + \frac{\partial \mu}{\partial c} \cdot \frac{\partial f_{1}}{\partial \mu}\Big|_{c}\right)$$

$$\Rightarrow \frac{\partial \mu}{\partial c} \left(f_{1}\frac{\partial f_{2}}{\partial \mu}\Big|_{c} - f_{2}\frac{\partial f_{1}}{\partial \mu}\Big|_{c}\right) = f_{2}\frac{\partial f_{1}}{\partial c}\Big|_{\mu} - f_{1}\frac{\partial f_{2}}{\partial c}\Big|_{\mu}$$

$$\Rightarrow \frac{\partial \mu}{\partial c} = \frac{f_{2}\frac{\partial f_{1}}{\partial c}\Big|_{\mu} - f_{1}\frac{\partial f_{2}}{\partial c}\Big|_{\mu}}{f_{1}\frac{\partial f_{2}}{\partial \mu}\Big|_{c} - f_{2}\frac{\partial f_{1}}{\partial \mu}\Big|_{c}}$$
(166)

Indexování u parciálních derivací určuje, která proměnná je považována za konstantu v příslušné parciální derivaci. Již dříve byl odvozen vztah (164).

$$\frac{\partial \sigma_i}{\partial c} = 0 = \frac{\partial f_i}{\partial c} \left( \phi + \sigma_f \right) + \frac{\partial \phi}{\partial c} \cdot f_i$$
(167)

Přeskupením (167) a použitím rovnice (152) dostáváme:

$$\frac{\partial \phi}{\partial c} = -\frac{\frac{\partial f_i}{\partial c} \left(\phi + \sigma_f\right)}{f_i} = -\frac{\frac{\partial f_i}{\partial c} \cdot \left(\frac{\sigma_i}{f_i}\right)}{f_i} = -\frac{\sigma_i}{f_i^2} \cdot \frac{\partial f_i}{\partial c}$$
(168)

Pavel Solfronk

Teoretická část



Uvědomíme-li si, že  $f_i$  je funkcí  $\mu$  a c, kde c je samo funkcí, můžeme (168) přepsat na:

$$\frac{\partial \phi}{\partial c} = -\frac{\sigma_i}{f_i^2} \cdot \left( \frac{\partial f_i}{\partial c} \Big|_{\mu} + \frac{\partial \mu}{\partial c} \cdot \frac{\partial f_i}{\partial \mu} \Big|_{c} \right)$$
(169)

Substitucí výrazu  $\partial \mu / \partial c$ . z rovnice (166) do rovnice (169) dostáváme:

$$\frac{\partial \phi}{\partial c} = -\frac{\sigma_i}{f_i^2} \cdot \left( \frac{\partial f_i}{\partial c} \Big|_{\mu} + \frac{f_2 \frac{\partial f_1}{\partial c} \Big|_{\mu} - f_1 \frac{\partial f_2}{\partial c} \Big|_{\mu}}{f_1 \frac{\partial f_2}{\partial \mu} \Big|_c} - f_2 \frac{\partial f_1}{\partial \mu} \Big|_c} \cdot \frac{\partial f_i}{\partial \mu} \Big|_c \right)$$
(170)

Konečný vztah může být zapsán jako:

$$\frac{\partial \phi}{\partial c} = \frac{-\frac{\sigma_i}{f_i^2} \cdot \left( \left( f_1 \frac{\partial f_2}{\partial \mu} \Big|_c - f_2 \frac{\partial f_1}{\partial \mu} \Big|_c \right) \frac{\partial f_i}{\partial c} \Big|_{\mu} \right) - \left( \left( f_1 \frac{\partial f_2}{\partial c} \Big|_{\mu} - f_2 \frac{\partial f_1}{\partial c} \Big|_{\mu} \right) \frac{\partial f_i}{\partial \mu} \Big|_c \right)}{f_1 \frac{\partial f_2}{\partial \mu} \Big|_c - f_2 \frac{\partial f_1}{\partial \mu} \Big|_c}$$
(171)

Výraz (171) lze zapsat úsporněji pomocí nahrazení hodnot indexů kde i=1 nebo 2 a díky skutečnosti (napětí  $\sigma_I/f_I = \sigma_i/f_i = \sigma_i/f_i$ ) můžeme přeskupit poměr  $\sigma_i/f_i$  a dostáváme (172):

$$\frac{\partial \phi}{\partial c} = \frac{\frac{\sigma_i}{f_i} \cdot \left(\frac{\partial f_2}{\partial c}\Big|_{\mu} \cdot \frac{\partial f_1}{\partial \mu}\Big|_{c} - \frac{\partial f_1}{\partial c}\Big|_{\mu} \cdot \frac{\partial f_2}{\partial \mu}\Big|_{c}\right)}{f_1 \frac{\partial f_2}{\partial \mu}\Big|_{c} - f_2 \frac{\partial f_1}{\partial \mu}\Big|_{c}}$$
(172)

Závěrečné parciální derivace jsou sumarizovány jako:

$$\frac{\partial \phi}{\partial \sigma_1} = \frac{\frac{\partial f_2}{\partial \mu}}{f_1 \frac{\partial f_2}{\partial \mu} - f_2 \frac{\partial f_1}{\partial \mu}}$$
(173)

$$\frac{\partial \phi}{\partial \sigma_2} = \frac{-\frac{\partial f_1}{\partial \mu}}{f_1 \frac{\partial f_2}{\partial \mu} - f_2 \frac{\partial f_1}{\partial \mu}}$$
(174)

$$\frac{\partial \phi}{\partial c} = \frac{\frac{\sigma_i}{f_i} \cdot \left(\frac{\partial f_2}{\partial c}\Big|_{\mu} \cdot \frac{\partial f_1}{\partial \mu}\Big|_{c} - \frac{\partial f_1}{\partial c}\Big|_{\mu} \cdot \frac{\partial f_2}{\partial \mu}\Big|_{c}\right)}{f_1 \frac{\partial f_2}{\partial \mu}\Big|_{c} - f_2 \frac{\partial f_1}{\partial \mu}\Big|_{c}}$$
(175)



Všimneme si, že ve všech rovnicích se vyskytují stejné výrazy ve jmenovateli. Směr normály je důležitý, zatímco jeho velikost je bezvýznamná. Z tohoto důvodu je může být tento výraz z rovnic vypuštěn.

Sumarizací finálních výsledků parciálních derivací (155) dostáváme:

$$\frac{\partial \phi}{\partial \sigma_{ij}} = \begin{cases} \frac{\partial \phi}{\partial \sigma_{xx}} \\ \frac{\partial \phi}{\partial \sigma_{yy}} \\ \frac{\partial \phi}{\partial \sigma_{zz}} \end{cases} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \sigma_{1}}{\partial \sigma_{xx}} & \frac{\partial \sigma_{2}}{\partial \sigma_{xx}} & \frac{\partial \cos(2\theta)}{\partial \sigma_{xx}} \\ \frac{\partial \sigma_{1}}{\partial \sigma_{xy}} & \frac{\partial \sigma_{2}}{\partial \sigma_{yy}} & \frac{\partial \cos(2\theta)}{\partial \sigma_{yy}} \\ \frac{\partial \sigma_{1}}{\partial \sigma_{xy}} & \frac{\partial \sigma_{2}}{\partial \sigma_{xy}} & \frac{\partial \cos(2\theta)}{\partial \sigma_{xy}} \end{bmatrix} \cdot \begin{cases} \frac{\partial \phi}{\partial \sigma_{1}} \\ \frac{\partial \phi}{\partial \sigma_{2}} \\ \frac{\partial \phi}{\partial \cos(2\theta)} \end{cases} = \frac{1}{f_{1}\frac{\partial f_{2}}{\partial \mu} - f_{2}\frac{\partial f_{1}}{\partial \mu}} \begin{bmatrix} \frac{1}{2}(1+c) & \frac{1}{2}(1-c) & \frac{s^{2}}{\sigma_{1}-\sigma_{2}} \\ \frac{1}{2}(1-c) & \frac{1}{2}(1+c) & -\frac{s^{2}}{\sigma_{1}-\sigma_{2}} \\ s & -s & -\frac{2sc}{\sigma_{1}-\sigma_{2}} \end{bmatrix} \cdot \begin{cases} \frac{\partial f_{2}}{\partial \mu} \\ \frac{\partial f_{1}}{\partial \mu} \\ \frac{\partial f_{1}}{\partial \mu} \\ \frac{\partial f_{2}}{\partial \mu} \\ \frac{\partial f_{1}}{\partial \mu} \\ \frac{\partial f_{1}}{\partial \mu} \\ \frac{\partial f_{2}}{\partial \mu} \\ \frac{\partial f_{1}}{\partial \mu} \\ \frac{\partial f_{1}}{\partial \mu} \\ \frac{\partial f_{2}}{\partial \mu} \\ \frac{\partial f_{1}}{\partial \mu} \\ \frac{\partial f_{2}}{\partial \mu} \\ \frac{\partial f_{2}}{\partial \mu} \\ \frac{\partial f_{2}}{\partial \mu} \\ \frac{\partial f_{1}}{\partial \mu} \\ \frac{\partial f_{2}}{\partial \mu} \\ \frac{\partial f_{2}}{\partial \mu} \\ \frac{\partial f_{1}}{\partial \mu} \\ \frac{\partial f_{2}}{\partial \mu} \\ \frac{\partial f_{1}}{\partial \mu} \\ \frac{\partial f_{2}}{\partial \mu} \\ \frac{\partial f_{2}}{\partial \mu} \\ \frac{\partial f_{1}}{\partial \mu} \\ \frac{\partial f_{2}}{\partial \mu} \\ \frac{\partial f_{1}}{\partial \mu} \\ \frac{\partial f_{2}}{\partial \mu} \\ \frac{\partial$$

Poloha biaxiálního bodu  $\sigma_1 = \sigma_2$  připouští více řešení. Z důvodu problému se singularitou je nutno definovat úhel 0° ve směru válcování při známém poměru deformace. Ve skutečnosti je biaxiální rovnovážný stav napětí nezávislý na směru napětí a existuje tedy jen jeden stav přetvoření.

#### 5.2.6.3 Určování parciálních derivací podle Bezierova parametru µ a cosinu c

Derivace  $f_i$  podle  $\mu$  může být snadno určena z rovnice (152)

$$\frac{\partial f_i}{\partial \mu}\Big|_c = 2 \cdot \left(B_i(c) - A_i(c)\right) + 2\mu \cdot \left(A_i(c) + C_i(c) - 2B_i(c)\right)$$
(177)

Derivace  $f_i$  podle  $c = cos(2\Theta)$  je značně komplikovanější:

$$f_{i}(\mu, c) = A_{i}(c) + 2\mu \cdot (B_{i}(c) - A_{i}(c)) + \mu^{2} \cdot (A_{i}(c) + C_{i}(c) - 2B_{i}(c))$$
  
=  $(1 - \mu^{2}) \cdot A_{i}(c) + 2\mu \cdot (1 - \mu) \cdot B_{i}(c) + \mu^{2} \cdot C_{i}(c)$  (178)

$$\frac{\partial f_i}{\partial c}\Big|_{\mu} = \left(1 - \mu^2\right) \cdot \frac{\partial A_i(c)}{\partial c} + 2\mu \cdot (1 - \mu) \cdot \frac{\partial B_i(c)}{\partial c} + \mu^2 \frac{\partial C_i(c)}{\partial c}$$
(179)

Derivace složek v základních bodech je poměrně snadná. Projevuje se v ní výsledek cosinové interpolace. Řídící bod nemůže být určen tak jednoduše derivován z cos interpolace



ze známých (naměřených) hodnot. Není totiž ještě zajištěna spojitost první derivace mezi dvěma sousedními oblastmi Bezierovy interpolace. Ta může být zajištěna, jestliže provedeme cosinovou interpolaci vektorů přetvoření společně se základními body. Řídící bod je pak vyjádřen pomocí základních bodů a vektorů přetvoření v základních bodech.

$$B(c) = \frac{1}{\rho_{C}(c) - \rho_{A}(c)} \left( \begin{bmatrix} -\rho_{A}(c) & -\rho_{A}(c) \cdot \rho_{C}(c) \\ 1 & \rho_{C}(c) \end{bmatrix} \cdot C(c) - \begin{bmatrix} -\rho_{C}(c) & -\rho_{A}(c) \cdot \rho_{C}(c) \\ 1 & \rho_{A}(c) \end{bmatrix} \cdot A(c) \right)$$
(180)

Uvědomme si, že vektor *B* byl v rovnici (180) vyjádřen s oběma součástmi  $B_1$  a  $B_2$ . Derivace *B* podle *c* vede k složitému výrazu.

$$\frac{\partial B(c)}{\partial c} = \frac{-\frac{\partial \rho_{c}(c)}{\partial c} + \frac{\partial \rho_{A}(c)}{\partial c}}{\left(\rho_{c}(c) - \rho_{A}(c)\right)^{2}} \left( \begin{bmatrix} -\rho_{A}(c) & -\rho_{A}(c) \cdot \rho_{c}(c) \\ 1 & \rho_{c}(c) \end{bmatrix} \cdot C(c) - \begin{bmatrix} -\rho_{c}(c) & -\rho_{A}(c) \cdot \rho_{c}(c) \\ 1 & \rho_{A}(c) \end{bmatrix} \cdot A(c) \right) \\
+ \frac{1}{\rho_{c}(c) - \rho_{A}(c)} \left( \begin{bmatrix} -\frac{\rho_{A}(c)}{\partial c} & -\left(\rho_{A}(c) \cdot \frac{\rho_{c}(c)}{\partial c} + \rho_{c}(c) \frac{\rho_{A}(c)}{\partial c} \right) \\ 0 & \frac{\rho_{c}(c)}{\partial c} \end{bmatrix} \cdot C(c) \\
- \begin{bmatrix} -\frac{\rho_{c}(c)}{\partial c} & -\left(\rho_{A}(c) \cdot \frac{\rho_{c}(c)}{\partial c} + \rho_{c}(c) \frac{\rho_{A}(c)}{\partial c} \right) \\ 0 & \frac{\rho_{A}(c)}{\partial c} \end{bmatrix} \cdot A(c) \\
+ \frac{1}{\rho_{c}(c) - \rho_{A}(c)} \left( \begin{bmatrix} -\rho_{A}(c) & -\rho_{A}(c) \cdot \rho_{c}(c) \\ 1 & \rho_{c}(c) \end{bmatrix} \cdot \frac{\partial C(c)}{\partial c} - \begin{bmatrix} -\rho_{c}(c) & -\rho_{A}(c) \cdot \rho_{c}(c) \\ 1 & \rho_{A}(c) \end{bmatrix} \cdot \frac{\partial A(c)}{\partial c} \right) \\$$
(181)

Derivace vektoru deformace  $\rho_A(c)$  a  $\rho_C(c)$  jsou závislé na řídícím bodu a pro charakteristické body vychází:

- čistý smyk  $\rho(c) = -1$
- jednoosé zatížení  $\rho(c) = \rho_{UN}(c)$
- rovinné zatížení  $\rho(c) = 0$

rovnovážné biaxiální zatížení 
$$\rho(c) = \frac{\rho_{bi} \cdot \cos(\varphi)^2 + \sin(\varphi)^2}{\rho_{bi} \cdot \sin(\varphi)^2 + \cos(\varphi)^2} = \frac{(\rho_{bi} + 1) + (\rho_{bi} - 1) \cdot c}{(\rho_{bi} + 1) - (\rho_{bi} - 1) \cdot c}$$
 (182)

# 5.2.7 Numerická integrace elastoplastických konstitutivních vztahů

Elastoplastické vztahy jsou většinou formulovány ve tvaru

$$\dot{\sigma} = C^{ep}(\sigma)\dot{\varepsilon}, \qquad (183)$$

což je soustava šesti nelineárních diferenciálních rovnic pro napětí. V mnoha algoritmech pro elastoplastickou analýzu se nejprve určí přírůstek infinitesimálního tenzoru deformace  $\Delta \varepsilon$  a úkolem je nalézt ekvivalentní přírůstek napětí  $\Delta \sigma$ .

Pro numerickou integraci elastoplastických konstitutivních vztahů je možné použít např. metodu prediktor-korektor, sečnou metodu, zobecněné metody-zobecněnou metodu lichoběžníkovou metodu nebo zobecněnou obdélníkovou metodu [16].

# 5.2.8 Popis deformace skořepiny – Mindlinova hypotéza

Při plošném tváření můžeme z výpočtového hlediska plech považovat za skořepinu. Skořepina je prvek plošného charakteru, jehož jeden rozměr je podstatně menší než zbývající dva. Střední plocha je geometrickým místem bodů, půlící tloušťku skořepiny. Tvarově složité výlisky s malými poloměry zaoblení  $r_{min}$ , které jsou srovnatelné s tloušťkou h, tj. platí  $h/r_{min} \approx 1$ , se považují za tlustostěnné skořepiny. U těchto skořepin nelze zanedbat normálové napětí kolmé ke střední ploše skořepiny, ani nelze zanedbat zprohýbání normál ke střední ploše v důsledku smykových napětí, tj. neplatí Kirchhoffova hypotéza, což má za následek nelineární rozložení napětí po tloušťce materiálu. Důsledkem těchto skutečností jsou velmi komplikované výpočtové vztahy. [29]

Pro možnost řešení složitých úloh tlustostěnných skořepin se zavádějí zjednodušení. Zavádí se předpoklad o chování normál, tzv. Mindlinova hypotéza – normály ke střednici zůstávají i po deformaci kolmé, ale nemusí být kolmé k zdeformované střednici. Z tohoto předpokladu plyne konstantní průběh zkosu po tloušťce materiálu. Dalším zjednodušením je předpoklad o napjatosti, kde se předpokládá rovinná napjatost v rovině skořepiny.

Souřadnice libovolného bodu lze vyjádřit

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^{n} N_i(r,s) \frac{1-t}{2} \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \end{bmatrix}_d + \sum_{i=1}^{n} N_i(r,s) \frac{1+t}{2} \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \end{bmatrix}_h,$$
(184)

kde  $[x_i, y_i, z_i]_h^T$ , resp.  $[x_i, y_i, z_i]_d^T$  jsou souřadnice bodů ležící na horní resp. na dolní ploše skořepiny,  $N_i$  jsou interpolační polynomy,  $r, s, t \in (-1, 1)$ . Další možné vyjádření libovolného bodu je na obr.5.2.8.1.





Obr.5.2.8.1. Skořepinový bilineární čtyřuzlový prvek

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \mathbf{r}_s + \Delta \mathbf{r} = \sum_{i=1}^n N_i(r, s) \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \end{bmatrix}_s + \sum_{i=1}^n N_i(r, s) t \frac{h_i}{2} \mathbf{v}_{\zeta i}, \qquad (185)$$

kde  $[x_i, y_i, z_i]_s^T$  jsou souřadnice bodů ležících na střednici,  $\mathbf{v}_{\zeta i}$  je vektor směřující od dolního bodu skořepiny k hornímu bodu a má jednotkovou délku.

Za předpokladu zanedbatelného zkrácení vektoru  $\mathbf{v}_i = h_i \mathbf{v}_{\zeta i}$  lze aproximovat posuv libovolného bodu skořepiny pomocí posuvu bodu na střednici  $\mathbf{u}_{is} = [u_{is}, v_{is}, w_{is}]^T$  a pomocí natočení  $\Theta_{\xi i}, \Theta_{\eta i}$  kolem lokálních os  $\mathbf{v}_{\xi i}, \mathbf{v}_{\eta i}$  v lokálním souřadném systému

$$\begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^{n} N_i(r, s) \begin{bmatrix} u_{is} \\ v_{is} \\ w_{is} \end{bmatrix}_s + \sum_{i=1}^{n} N_i(r, s) t \frac{h_i}{2} \begin{bmatrix} \mathbf{v}_{\xi i} - \mathbf{v}_{\eta i} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Theta_{\xi i} \\ \Theta_{\eta i} \end{bmatrix}.$$
(186)

Interpolační funkce pro bilineární čtyřúhelníkový prvek jsou

$$N_{1} = \frac{1}{4}(1+r)(1+s)$$
$$N_{2} = \frac{1}{4}(1-r)(1+s)$$
$$N_{3} = \frac{1}{4}(1-r)(1-s)$$

Pavel Solfronk



$$N_4 = \frac{1}{4} (1+r)(1-s).$$
(187)

Lokální souřadnicový systém (obr. 5.2.8.2) se může pro čtyřúhelníkový element s bilineární aproximací volit například takto

$$\mathbf{v}_{\xi} = \frac{\mathbf{r}_{12}}{|\mathbf{r}_{12}|},\tag{188}$$

$$\mathbf{v}_{\zeta} = \frac{\mathbf{r}_{13} \times \mathbf{r}_{24}}{|\mathbf{r}_{13} \times \mathbf{r}_{24}|},\tag{189}$$

$$\mathbf{v}_{\eta} = \mathbf{v}_{\zeta} \times \mathbf{v}_{\xi} \,. \tag{190}$$

Deformace v lokálním souřadném systému pro rovinnou napjatost se určí podle vztahu

$$\underline{\varepsilon}' = \begin{bmatrix} \varepsilon_{\xi} \\ \varepsilon_{\eta} \\ \gamma_{\xi \eta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial u_{\xi}}{\partial \xi} \\ \frac{\partial u_{\eta}}{\partial \eta} \\ \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_{\xi}}{\partial \xi} + \frac{\partial u_{\eta}}{\partial \eta} \right) \end{bmatrix}.$$
(191)

Deformace lze vyjádřit pomocí globálních zobecněných posuvů uzlů

$$\underline{\varepsilon}' = \mathbf{B}\mathbf{q}\,,\tag{192}$$

kde  $\mathbf{q}^T = [\mathbf{q}_1^T, \mathbf{q}_2^T...\mathbf{q}_1^T, ..., \mathbf{q}_N^T]^T$  je vektor zobecněných posuvů,  $\mathbf{q}_i^T = [u_{is}, v_{is}, w_{is}, \Theta_{\xi i}, \Theta_{\eta i}]^T$ , N je počet uzlů.

Matice hmotnosti **M** pro těleso složené ze čtyřuzlových skořepinových prvků s bilineární aproximací je diagonální. Této vlastnosti matice hmotnosti **M** se využívá při numerické simulaci řešení pohybové rovnice explicitním schématem.



Obr. 5.2.8.2. Volba lokálního souřadného systému



# 5.2.9 Popis kontaktu s třením

Pokud se dvě reálná tělesa stýkají, působí na sebe silami a to ve směru normály normálovou silou  $\mathbf{F}_n$  a v tečné rovině tečnou silou  $\mathbf{F}_t$ . Při uvažování pouze mechanických veličin musí pro dvě tělesa v kontaktu platit tyto podmínky:

- 1. Geometrické podmínky  $V^1 \cap V^1 = 0$  a  $S^1 \cap S^1 \neq 0$ , tj.  $\mathbf{x}^1 = \mathbf{x}^2$  a  $\mathbf{n}^1 = -\mathbf{n}^2$ .
- 2. Kinematické podmínky  $\dot{\mathbf{u}}^1 \mathbf{n}^1 + \dot{\mathbf{u}}^2 \mathbf{n}^2 = 0$ .
- 3. Platnost rovnice kompatibility obou těles.
- 4. Rovnováha jednotlivých těles.
- 5. Platnost principu akce a reakce, tj.  $\mathbf{F}^1 = -\mathbf{F}^2$ , kde  $\mathbf{F} = \mathbf{F}_n + \mathbf{F}_t$ .
- 6. Platnost konstitutivních vztahů, tj. vztah mezi  $\mathbf{F}_n$ ,  $\mathbf{F}_t$  (např. Coulombův model).

Pro řešení kontaktních úloh se nejčastěji využívají metody:

- 1. pomocných vazebných podmínek, tzv. gap elementy.
- 2. Lagrangeových multiplikátorů  $\lambda$ .
- 3. Barierových funkcí.
- 4. Přídavných pružin a sestavení tangenciální matice tuhosti pro kontakt  $\mathbf{K}_{c}$ , která se zahrne do celkové matice tuhosti **K**.

Pro vyhledávání prvků, které jsou v kontaktu, se často používá tzv. vyhledávací algoritmus Master-Slave. Jedno těleso se považuje za Master a jeho geometrií vstupující do algoritmu jsou stěny. Druhé těleso je označováno jako Slave a rozhodující jsou plochy uzlů, tzv. Slave uzlů *S* (obr.5.2.9.1). [24]



Obr.5.2.9.1. Vyhledávací algoritmus Master-Slave



Průmět rádius vektoru definující polohu Slave uzlu *S* do normály **n** Master prvku je např. vyjádřen podle

$$\boldsymbol{\delta} = \left(\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_{\boldsymbol{\delta}}\right)^T \mathbf{n} \,. \tag{193}$$

Pokud platí:

 $\delta > 0$  Slave uzel není v kontaktu s Master prvkem

 $\delta = 0$  Slave uzel leží na Master prvku

 $\delta < 0$  Slave uzel je v penetraci s Master prvkem, tělesa jsou v kontaktu [49]

#### 5.2.10 Pohybové rovnice tuhého tělesa podrobeného vazbám

V procesu plošného tváření navzájem interagují tělesa, např. přístřih a tažník, přístřih a tažníce atd.. Tato tělesa jsou ve vzájemném kontaktu a navzájem se ovlivňují. Je nutné popsat jednoznačně polohu, orientaci jednotlivých těles a pro tato tělesa sestavit pohybové rovnice. Tělesa charakterizující části tvářecího nástroje lze ve většině případů považovat za tuhá tělesa.

#### 5.2.10.1 Popis polohy a orientace tuhého tělesa

V kinematice se obecný prostorový pohyb tuhého tělesa rozkládá základním rozkladem na unášivý posuvný pohyb referenčního bodu  $\Omega$ a na relativní sférický pohyb kolem referenčního bodu  $\Omega$ . Volné těleso konající obecně prostorový pohyb má 6 stupňů volnosti, 3 posuvné a 3 sférické. Unášivý pohyb je plně popsán třemi rovnicemi popisující prostorový pohyb referenčního bodu  $\Omega$ 

$$\mathbf{r}_{\Omega}(t) = [x_{\Omega}(t), y_{\Omega}(t), z_{\Omega}(t)]^{T}$$
(194)

a relativní sférický pohyb je popsán např. Eulerovými úhly 313

$$\Phi_i(t) = \left[\psi(t), \mathcal{G}(t), \varphi(t)\right]^T, \tag{195}$$

kde význam jednotlivých úhlů je

rotace kolem osy  $\zeta$  o úhel  $\psi(t)$ , tzv. precese

rotace kolem osy  $\xi$  o úhel  $\vartheta(t)$ , tzv. nutace

následná rotace kolem osy  $\zeta$  o úhel  $\varphi(t)$ , tzv. vlastní rotace

Nechť  $\mathbf{r}_M$  je polohový vektor libovolného bodu M v prostoru tělesa . Polohu bodu M tělesa v základním souřadném prostoru 0(xyz) lze vyjádřit vztahem

$$\mathbf{r}_{M} = \mathbf{r}_{\Omega} + \mathbf{S} \,\mathbf{r}_{M},\tag{196}$$



kde **S** je transformační matice z prostoru tělesa  $\Omega(\zeta \eta \xi)$ do základního souřadného prostoru 0(xyz). Pro Eulerovy úhly je transformační matice S

$$S = \begin{bmatrix} c \psi c \varphi - s \psi c \vartheta s \varphi & -c \psi s \varphi - s \psi c \vartheta s \varphi & s \psi s \vartheta \\ s \psi c \varphi + c \psi c \vartheta s \varphi & -s \psi s \varphi + c \psi c \vartheta c \varphi & -c \psi s \vartheta \\ s \vartheta s \varphi & s \vartheta c \varphi & c \vartheta \end{bmatrix},$$
(197)

kde  $s \equiv \sin c = \cos c$ 

Rychlost bodu M je s využitím neměnnosti vektoru  $\mathbf{r}_M$  v prostoru tělesa dána vztahem

$$\dot{\mathbf{r}}_{M} = \dot{\mathbf{r}}_{\Omega} + \dot{\mathbf{S}}\mathbf{r}_{M} \,. \tag{198}$$

#### 5.2.10.2 Pohybové rovnice pro tuhé těleso

Pohybové rovnice pro těleso podrobeného vazbám jsou popsány Lagrangeovými rovnicemi smíšeného typu [21]

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial E_k}{\partial \dot{\mathbf{q}}_t} - \frac{\partial E_k}{\partial \dot{\mathbf{q}}_t} = \mathbf{Q} - \frac{\partial G}{\partial \mathbf{q}_t} + \sum_{k=1}^r \lambda_k \frac{\partial f}{\partial \mathbf{q}_t} \,. \tag{199}$$

Pokud se zvolí  $\ddot{\mathbf{q}}_t = [\ddot{\mathbf{r}}_s^T, \dot{\omega}_t]$ , kde  $\ddot{\mathbf{r}}_s$  je zrychlení těžiště tělesa a  $\dot{\omega}_t$  je úhlové zrychlení v prostoru tělesa, jsou pohybové rovnice ve tvaru

$$\begin{bmatrix} \mathbf{m}\mathbf{I}_{3} & \mathbf{0} & \mathbf{D}_{r} \\ \mathbf{0} & \mathbf{J}_{t} & \mathbf{D}_{\omega} \\ \mathbf{D}_{r} & \mathbf{D}_{\omega} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{r}}_{s} \\ \dot{\omega}_{t} \\ -\lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{p}_{1} - \mathbf{m}g \\ \mathbf{p}_{2} - \omega_{t} \times \mathbf{J}_{t}\omega_{t} \\ \mathbf{p}_{3} \end{bmatrix},$$
(200)

kde

*m* je hmotnost tělesa,

 $\mathbf{J}_t$  tenzor setrvačnosti v prostoru tělesa

 $\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2$  jsou zobecněné síly od vnějších sil  $\mathbf{F}$  a momentů  $\mathbf{M}$ 

 $\mathbf{D}_r, \mathbf{D}_\omega$  je Jacobiho matice vazeb,

 $\lambda$  Lagrangeovy multiplikátory

**p**<sub>3</sub> je levá strana rovnic vazeb.

Rovnice (133) se musí doplnit rovnicemi vazeb f = 0 v počtu r a Eulerovými kinematickými rovnicemi. Vazbovými rovnicemi se v modelování pohybů činných částí nástroje může rozumět vynucený pohyb nebo zastavení tělesa. [19] [16] [14]



# 5.2.11 Numerické řešení pohybových rovnic, časová diskretizace

Chování tělesa je popsáno pohybovými rovnicemi. Tyto rovnice jsou obecně pro diskretizované systémy nelineární obyčejné diferenciální rovnice 2. řádu

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{F}^{ext} - \mathbf{F}^{int} = \mathbf{F}^{res} , \qquad (201)$$

kde **M** je matice hmotnosti soustavy, **C** je matice tlumení soustavy, **q** je neznámý vektor uzlových zrychlení, **q** je neznámý vektor uzlových rychlostí,  $\mathbf{F}^{ext}$  je vektor vnějších uzlových sil,  $\mathbf{F}^{int}$  je vektor vnitřních uzlových sil.

Cílem algoritmů pro řešení dynamických úloh je splnění pohybové rovnice, nikoliv spojitě, ale diskrétně v časových intervalech. V časovém intervalu $\langle 0, t_{max} \rangle$  jsou známy hodnoty hledaných veličin v časech  $0, \Delta t, 2\Delta t, 3\Delta t, \dots, t$  a hledají se hodnoty v časech  $t + \Delta t, t + 2\Delta t, t + 3\Delta t, \dots, t_{max}$ , kde  $\Delta t$  je časový krok, který se může během výpočtu měnit. Je mnoho časových schémat pro řešení rovnice (201), nejčastěji používaná schémata jsou tzv. implicitní a explicitní schéma řešení.

Implicitní schéma řešení vychází ze znalosti posuvů, rychlostí a zrychlení v čase  $t_n$ . Při výpočtu implicitním řešení je nutno invertovat matici hmotnosti a matici tuhosti, což je procedura, která je u větších úloh časově náročná. Na druhou stranu je výhodou, že časový krok při řešení je 100x až 1000x delší než u explicitního schéma řešení. Tato metoda se proto často používá pro výpočet statických a quasi-statických dějů, pro jednoduché namáhání a mírně nelineární chování. Implicitní metoda je vhodná v případě, že není požadováno přesné řešení, ale rychlost, s jakou jsou dosaženy výsledky. Rychlost řešení implicitních řešičů je dosažena na úkor přesnosti výsledků a to buď použitím velkých prvků, které nemohou dostatečně přesně aproximovat geometrii výlisku, volbou velkých časových kroků nebo použitím membránových prvků namísto skořepinových apod.

Explicitní metoda je výhodnější v případě, že časový krok řešení musí být bezpodmínečně malý, zejména z důvodů přesného popisu vysoce nelineárních dějů, jako je např. pružně-plastické chování materiálu přístřihu plechu při hlubokém tažení tvarově složitějších výlisků. Vzhledem k tomu, že v této práci je pro simulace tažení výlisku používán software PAM-STAMP 2G, který pro výpočet používá explicitní schéma řešení, bude dále podrobněji popsáno explicitní schéma řešení [19].

Explicitní schéma vychází z pohybových rovnic zapsaných v čase t

 ${}^{t}\mathbf{M}^{t}\ddot{\mathbf{q}}+{}^{t}\mathbf{C}^{t}\dot{\mathbf{q}}={}^{t}\mathbf{F}^{ext}-{}^{t}\mathbf{F}^{int}={}^{t}\mathbf{F}^{res},$ 

(202)



čili vektor uzlových zrychlení  ${}^{t}\ddot{\mathbf{q}}$  v čase t je

$${}^{t}\ddot{\mathbf{q}} = {}^{t}\mathbf{M}^{-1} \Big( {}^{t}\mathbf{F}^{ext} - {}^{t}\mathbf{F}^{int} - {}^{t}\mathbf{C}^{t}\dot{\mathbf{q}} \Big),$$
(203)

Klasickou ukázkou explicitní metody je metoda centrálních diferencí, která časové derivace **\vec{q}, \vec{q}** nahradí centrálními diferencemi [33]

$${}^{i}\ddot{\mathbf{q}} = \frac{1}{\Delta t^{(i+1)}} \left( {}^{\left(i+\frac{1}{2}\right)}\dot{\mathbf{q}} + {}^{\left(i-\frac{1}{2}\right)}\dot{\mathbf{q}} \right), \tag{204}$$

$${}^{i}\dot{\mathbf{q}} = \frac{2}{\Delta t^{(i+1)} + \Delta t^{i}} \left( {}^{\left(i+\frac{1}{2}\right)} \mathbf{q} + {}^{\left(i-\frac{1}{2}\right)} \mathbf{q} \right).$$
(205)

V čase  $t + \frac{\Delta t}{2}$ , tj. v kroku  $i + \frac{1}{2}$  se počítají hodnoty rychlosti  $\dot{\mathbf{q}}$  a čase  $t + \Delta t$ , tj. v kroku i + 1probíhá výpočet napětí  $\sigma$ , posuvů  $\mathbf{q}$  a zrychlení  $\ddot{\mathbf{q}}$ . Protože při výpočtu zrychlení  ${}^{t}\ddot{\mathbf{q}}$  dle rovnice (201) je nutné znát vektor rychlosti  ${}^{t}\dot{\mathbf{q}}$ , který ještě není znám, upraví se (201) na tvar

$${}^{i}\ddot{\mathbf{q}} = {}^{i}\mathbf{M}^{-1} \left( {}^{i}\mathbf{F}^{ext} - {}^{i}\mathbf{F}^{int} - {}^{i}\mathbf{C}^{i-\frac{1}{2}}\dot{\mathbf{q}} \right),$$
(206)

Toto explicitní schéma není "samostartovací", ale musí se zadat hodnoty  ${}^{0}\mathbf{q}, {}^{0}\dot{\mathbf{q}}, {}^{-\frac{1}{2}}\dot{\mathbf{q}}$  a napětí  ${}^{0}\sigma$ .

Výpočtové schéma pak může nabýt tvaru:

- 1. Výpočet napětí  ${}^{0}\sigma$ , vnitřních  ${}^{0}\mathbf{F}^{int}$  a vnějších sil  ${}^{0}\mathbf{F}^{ext}$ , matice hmotnosti  ${}^{0}\mathbf{M}$ , matice tlumení  ${}^{0}\mathbf{C}$  a časových kroků  $\Delta t^{(0)}$ ,  $\Delta t^{(1)}$ .
- 2.  ${}^{0}\ddot{\mathbf{q}} = {}^{0}\mathbf{M}^{-1} \Big( {}^{0}\mathbf{F}^{res} {}^{0}\mathbf{C}^{0}\dot{\mathbf{q}} \Big).$
- 3.  $\frac{1}{2}\dot{\mathbf{q}} = \frac{-1}{2}\dot{\mathbf{q}} + \frac{\Delta t^{(1)} + \Delta t^{(0)}}{2} \ddot{\mathbf{q}}$ .

4. 
$${}^{1}\mathbf{q}={}^{0}\mathbf{q}+\Delta t^{(1)\frac{1}{2}}\dot{\mathbf{q}}$$
.

- 5. Výpočet  ${}^{1}\sigma$ ,  ${}^{1}\mathbf{F}^{int}$ ,  ${}^{1}\mathbf{F}^{ext}$ ,  ${}^{1}\mathbf{M}$ ,  ${}^{1}\mathbf{C}$ ,  $\Delta t^{(2)}$ .
- $6. \quad {}^{1}\ddot{\mathbf{q}} = {}^{1}\mathbf{M}^{-1} \left( {}^{1}\mathbf{F}^{res} {}^{1}\mathbf{C}^{\frac{1}{2}}\dot{\mathbf{q}} \right).$
- 7.  $\frac{3}{2}\dot{\mathbf{q}} = \frac{1}{2}\dot{\mathbf{q}} + \frac{\Delta t^{(2)} + \Delta t^{(1)}}{2}^{1}\ddot{\mathbf{q}}$ .


- 8.  ${}^{2}\mathbf{q}={}^{1}\mathbf{q}+\Delta t^{(2)\frac{3}{2}}\dot{\mathbf{q}}$ .
- 9. Výpočet  ${}^{2}\sigma$ ,  ${}^{2}\mathbf{F}^{int}$ ,  ${}^{2}\mathbf{F}^{ext}$ ,  ${}^{2}\mathbf{M}$ ,  ${}^{2}\mathbf{C}$ ,  $\Delta t^{(3)}$ .

Výpočet napětí  ${}^{i+1}\sigma$  a vnitřních sil  ${}^{i+1}\mathbf{F}^{int}$  se může provést podle schématu:

- 1. Výpočet gradientu rychlosti  $^{i+\frac{1}{2}}L$  v integračních bodech.
- 2. Rozklad  $^{i+\frac{1}{2}}L$  na  $^{i+\frac{1}{2}}W$  a  $^{i+\frac{1}{2}}D$ .
- 3. Výpočet kumulativního plastického přetvoření  $^{i+\frac{1}{2}}\varepsilon_p$ .
- 4. Výpočet Jaumannovy rychlosti napětí  ${}^{i+\frac{1}{2}J}\dot{\sigma} = {}^{i+\frac{1}{2}}C^{ep}{}^{i+\frac{1}{2}}D$ .
- 5. Výpočet rychlosti Cauchyho skutečného napětí {}^{i+1}\dot{\sigma} = {}^{i+\frac{1}{2}J} \dot{\sigma} + {}^{i+\frac{1}{2}} W^{i} \sigma + {}^{i} \sigma {}^{i+\frac{1}{2}} W.
- 6. Aktualizace napětí {}^{i+1}\sigma = {}^{i}\sigma + \Delta t^{(i+1)}{}^{i+\frac{1}{2}}\dot{\sigma}.
- 7. Aktualizace geometrie.
- 8. Výpočet vektoru lokálních vnitřních sil <sup>*i loc*</sup>  $\mathbf{F}^{\text{int}} = \int_{V_{i,j}}^{i+1} \mathbf{B}^{i+1} \sigma d^{i+1} V$ .
- 9. Sestavení globálního vektoru vnitřních sil  ${}^{i}\mathbf{F}^{int}$ .

Při tváření se vždy řeší kontaktní úloha. Z tohoto důvodu se musí algoritmus výpočtu upravovat. Vnější síly  $\mathbf{F}^{ext}$  působící na materiál lze rozdělit na síly od vnějších sil a na síly vznikající od kontaktu těles. Protože nejsou známé kontaktní síly (normálové a třecí) a není známá ani plocha ve které se tělesa stýkají, musí výpočet probíhat iteračně mezi kroky 1 a 5 explicitního schématu. Iterační výpočet probíhá tak dlouho, až je splněna rovnováha těles, platí princip akce a reakce, platí třecí konstitutivní rovnice, jsou splněny geometrické podmínky (není průnik mezi tělesy) a jsou splněny kinematické podmínky.

Explicitní schéma je efektivní pokud matice hmotnosti **M** je diagonální. Inverze diagonální matice je triviální záležitost. Explicitní schéma je pouze podmíněně stabilní. Mez stability je přibližně rovna času průchodu elastické vlny nejmenším prvkem. Pro metodu centrálních diferencí je časový kritický krok pro lineární netlumenou soustavu roven

$$\Delta t_{krit} = \frac{2}{\omega_{\max}}, \qquad (207)$$



kde  $\omega_{\text{max}}$  je maximální vlastní frekvence. Protože výpočet vlastní frekvence je časově značně náročný a u nelineárních úloh se vlastní frekvence mění s časem, je tento přístup značně neefektivní. Bylo dokázáno [33], že maximální vlastní frekvence soustavy je omezena max. vlastní frekvencí všech sestávajících prvků  $\omega_{\text{max}}^{elementy}$ 

$$\Delta t = \frac{2}{\omega_{\max}^{elementy}}.$$
(208)

V praktické implementaci volby časového kroku je výhodnější tento výpočet časového kroku

$$\Delta t = \min\left(\frac{L_e}{c_d}\right),\tag{209}$$

kde  $L_e$  je charakteristický rozměr prvku a  $c_d$  je rychlost šíření elastické vlny

$$c_d = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \,. \tag{210}$$

Z předchozích kapitol je zřejmá výhoda použití metody konečných prvků při analýze deformace v předvýrobní fázi výlisku. Touto metodou výpočtu je možné získat představu o rozložení deformace a napětí již v počáteční etapě navrhování tvaru a rozměru výlisku. Metoda konečných prvků umožňuje teoretické řešení procesu tváření tvarově složitých a rozměrných výlisků, mezi které patří výlisky karosářského typu a zároveň umožňuje použít poměrně složité matematické vztahy pro podmínky plasticity testovaných materiálů.

Obecně lze říct, že snahou výrobců simulačních programů je získat teoretické vztahy, které charakterizují chování materiálů při sledovaném ději. V oblasti plošného tváření proto vědecká pracoviště, výrobci a v poslední době i zpracovatelé plechu zaměřily svůj výzkum v oblasti:

- > zpřesňování podmínek plasticity pro anizotropní materiály
- kinematické modely zpevnění pro anizotropní materiály (použití pro tzv. crash testy)
- výzkum tribologických dějů při tažení karosářských výlisků se zaměřením na materiály se zvláštní morfologií povrchu

# 6 CÍLE HABILITAČNÍ PRÁCE

TU v Liberci

Numerická podpora návrhu výrobních postupů je neodmyslitelnou součástí všech oblastí průmyslové praxe. Tlak na minimalizaci nákladů přináší maximální využití výpočetní techniky ve všech úrovních konstrukčních a technologických procesů probíhajících v průběhu návrhu a vlastního zhotovení daného produktu. Snahou specializovaných firem zabývající se vývojem a distribucí software pro modelování různých technologických procesů je vytvořit model tzv. virtuální továrny, kdy lze všechny výrobní procesy vytvářet ve virtuálním prostředí při minimálních požadavcích na korekci pomocí prováděných experimentálních měření. S ohledem na značný počet technologií využívaných při výrobě většiny finálních výrobků je nutným požadavkem vzájemná kompatibilita jednotlivých systémů a přejímání výsledků z jednotlivých úrovní virtuální továrny. I přes značný pokrok v jednotlivých oblastech modelování technologických procesů je tento uvažovaný model virtuální továrny zatím ve svých počátcích a přenos dat s uspokojivými výsledky mezi jednotlivými technologiemi se ukazuje značně komplikovaný. Při hlubší analýze jednotlivých výrobní etap stále nalézáme otázky vyžadující podrobný výzkum a definici dané problematiky. V oblasti sériové výroby je k těmto otázkám třeba připojit i otázky stability výrobního procesu z hlediska požadovaných výrobních vstupů, obsluhy, nastavení strojního vybavení a další. Je třeba si uvědomit, že numerické simulace technologických procesů jsou prostředkem pro zefektivnění práce, ale nemohou poskytnout odpovědi na veškeré otázky související s danou problematikou. Stále se ukazuje jako nejefektivnější řešení výrobních problémů vyvážené využití výsledků získaných vzájemnou kombinací numerických simulací a prováděných experimentálních měření.

Vzhledem k složitosti podmínek tažení a k ne zcela objasněnému působení mnoha faktorů při tažení výlisků karosářského typu, bude pozornost této práce zaměřena na možnosti využití numerických metod při tažení výlisků nepravidelných tvarů. Předkládaná práce si neklade za cíl posoudit všechny faktory vstupující do tohoto složitého procesu. Snahou je poskytnout hlubší informace o možnostech využití numerických metod jako podpory při návrhu technologických operací tažení plechů a poskytnout metodické informace pro technology a konstruktéry v této oblasti.

V oblasti numerických simulací a experimentální analýzy tvářecích procesů je v předkládané práci využíváno laboratorního a softwarové vybavení katedry strojírenské technologie TU v Liberci. V obou případech je využíváno špičkových produktů předních světových firem. Při analýze deformace byly využívány bezkontaktní systémy firmy GOM GmbH a pro numerické simulace byl využíván software PAM STAMP 2G firmy



ESI Group. Dostupnost těchto systémů a softwarových produktů na TU v Liberci byl jediný důvod pro tuto volbu. Na trhu lze nalézt obdobné konkurenční produkty se srovnatelnými parametry. Cíle experimentální části předkládané habilitační práce lze tedy shrnout do následujících bodů:

- Experimentální zjištění mechanických vlastností testovaných materiálů a definice materiálových výpočtových modelů v prostředí PAM STAMP 2G pro zvolené materiály.
- Testování vlivu výpočtového modelu na výsledek numerické simulace při tažení výlisku rotačního tvaru.
- Využití numerické simulace při návrhu technologického postupu výroby výlisku nepravidelného tvaru ze slitiny hliníku.
- Možnosti využití numerických metod v sériové výrobě velkoplošných výlisků (analýza vlivu změny mechanických vlastností plechu, vliv rozložení přidržovací síly na výlisku).
- Detekce možných strukturních anomálií tvářeného plechu způsobujících vznik neshodných výlisků při lisování velkoplošného výlisku nepravidelného tvaru vozu Škoda Roomster.

Řešení a diskuse jednotlivých bodů habilitační práce jsou uvedeny v následujících kapitolách.



# 6.1 VOLBA MATERIÁLŮ PRO PROVÁDĚNÉ EXPERIMENTY

Pro plánované experimenty a praktické ověření výsledků experimentu v praxi byly zvoleny dva odlišné typy materiálů používané pro tažení výlisků. V prvním případě se jednalo o běžně zpracovávaný ocelový, elektrolyticky pozinkovaný, hlubokotažný materiál na bázi IF oceli (viz. kap. 3.1.2.). V druhém případě se jednalo o slitinu na bázi Al-Mg. Specifikace použitých materiálů pro experimentální část habilitační práce je následující:

1. Hlubokotažný ocelový plech

DC 05 ZE 75/75 BP (označení dle EN 10152)

výrobce Voest Alpine Eurostahl GmbH

jmenovitá tloušťka 0,8 mm (tolerance rozměrů dle EN 10 143)

v textu dále označován jako DC 05

Vysvětlení označení:

- D ploché ocelové výrobky k tváření,
- C způsob válcování (za studena),
- 05 jakost oceli,
- ZE povrchová úprava (elektrolyticky pozinkováno),
- 75/75 tloušťka pozinkované vrstvy (g/m<sup>2</sup>)
- B jakost povrchu,
- P dodatečná povrchová úprava (fosfátováno).
- 2. Slitina na bázi Al-Mg (AlMg3)

EN AW 5754 H111

jmenovitá tloušťka 0,8 mm

V textu dále označována jako AlMg3

Vysvětlení označení:

- EN Evropská norma,
- A hliník
- W tvářené výrobky
- 5xx skupina s hlavním legujícím prvkem Mg
- H111 žíhaný materiál s mírným deformačním zpevněním

Hodnocení mechanických vlastností testovaných materiálů je uvedeno v následujících kapitolách.



# 7 CHARAKTERISTIKA MATERIÁLU DC 05 ZE 75/75 BP

## 7.1 STATICKÁ ZKOUŠKA TAHEM

Pro stanovení základních materiálových charakteristik testovaných materiálů byla použita statická zkouška tahem. S ohledem na budoucí využití experimentálně získaných dat pro definici materiálového modelu v numerických simulacích, byly tyto zkoušky provedeny pro vzorky odebrané ve směrech 0°, 15°, 30°, 45°, 60°, 75° a 90° vůči směru válcování. Z důvodu eliminace materiálových anomálií byly určované hodnoty materiálových charakteristik stanoveny vždy ze souboru 8 měřených vzorků.

Tvar a rozměry zkušebních tyčí jsou v souladu s EN ISO 6892-1 (dříve EN 10002-1). Zkušební vzorky byly zhotoveny frézováním a následným broušením na konečný rozměr vzorku. Rovněž metodika provedení zkoušky je v souladu s výše uvedenou normou EN ISO 6892-1

Zkouška tahem byla provedena na stroji TIRAtest 2300 s použitím vyhodnocení naměřených dat pomocí software Labtest, který vyhodnocuje všechny základní mechanické hodnoty testovaného materiálu ( $R_{p0,2}$ ,  $R_m$ ,  $A_{80mm}$ ,  $A_g$ ). Pro hlubokotažný materiál DC05 byl součinitel normálové anizotropie **r** byl stanoven v souladu s EN 10130:1991 při hodnotě deformace  $\varepsilon = 20\%$ .

Důležitou materiálovou charakteristikou definující deformační chování plechu při tváření je exponent deformačního zpevnění **n** a míra přetvárné pevnosti **C.** Obě tyto konstanty určují tvar křivky zpevnění a lze je stanovit dle:

- > EN 10130:1991 v intervalu deformací  $\varepsilon = 10\%$  až 20%
- > ČSN 420436 v intervalu deformací  $\varepsilon = 5\%$  až Ag.

Hodnoty základních mechanických vlastností pro materiál DC 05 byly získány výše popsaným způsobem provedením statické zkoušky tahem na zařízení modernizovaném zařízení TIRA Test 2300 a výsledky jednotlivých zjišťovaných veličin jsou uvedeny v tab.7.1.1., kde jsou uvedeny střední hodnoty sledovaných charakteristik (výběrové průměry) a směrodatné odchylky výběru s. Smluvní diagramy ze statické zkoušky tahem testovaného materiálu DC 05 pro jednotlivé směry odebrání jsou zachyceny na obr.7.1.1.





Obr. 7.1.1. Průběhy statické zkoušky tahem pro materiál DC 05

Směr	<b>R</b> <sub>p0,2</sub> [MPa]	<b>R</b> m [MPa]	A <sub>80mm</sub> [%]	<b>Ag</b> [%]	r [-]
	S	S	S	S	S
	164,2	276,4	47,1	25,7	1,917
0°					
	0,314	0,416	0,114	0,107	0,016
15°	166,2	282,5	44,9	24,9	1,822
13	0,369	0,318	0,119	0,117	0,013
30°	172,4	288,0	43,8	24,00	1,601
50	0,412	0,324	0,057	0,069	0,009
45°	174,9	289,8	41,3	24,31	1,476
тЈ	0,347	0,321	0,110	0,097	0,012
60°	175,2	286,9	45,5	23,38	1,671
00	0,458	0,419	0,172	0,123	0,017
75°	169,1	277,4	43,8	23,44	2,168
75	0,463	0,378	0,069	0,097	0,006
00°	166,7	273,2	44,1	22,94	2,254
70	0,259	0,378	0,116	0,096	0,011

Tabulka 7.1.1. Tabulka mechanických hodnot materiálu DC 05, jmenovitá tl. 0,8 mm

## 7.1.1 Aproximace pracovního diagramu materiálu DC 05

Vzájemná závislost napětí a deformace získaná pomocí statické zkoušky tahem představuje množinu naměřených bodů, jejichž využití je pro numerické simulace značně problematické. Pro definici materiálového chování je nutné vycházet ze závislosti skutečné napětí - logaritmická (skutečná) deformace, kterou lze získat využitím zákona zachování objemu a jednoduchého přepočtu z množiny naměřených dat. Pro numerické simulace je výhodné tuto závislost napětí a deformace popsat (aproximovat) matematickou funkcí. V oblasti rozvinutých plastických deformací se v současnosti dává nejčastěji přednost aproximaci pracovního diagramu pomocí Hollomonova aproximačního vztahu definovaného rovnicí:

$$\sigma = C \cdot \varphi^n \tag{210}$$

kde: *C* je koeficient monotónního zpevnění

*n* je exponent deformačního zpevnění

Jak již bylo uvedeno v kapitole 7.1., pro materiál DC 05 byl výpočet aproximačních konstant pracovního diagramu proveden dle:

> EN 10130:1991 v intervalu deformací  $\varepsilon = 10\%$  až 20%

 $\blacktriangleright$  ČSN 420436 v intervalu deformací  $\varepsilon$  = 5% až Ag.

Příklad výpočtu aproximačních konstant pro materiál DC 05 dle EN 10130:1991 je vidět na obr. 7.1.1.1.



Obr. 7.1.1.1. Příklad výpočtu aproximačních konstant dle EN 10130:1991 pro materiál DC 05



Příklad výpočtu aproximačních konstant pro materiál DC 05 dle ČSN 420436 je vidět na obr. 7.1.1.2.



Obr. 7.1.1.2. Příklad výpočtu aproximačních konstant dle ČSN 420436 pro materiál DC 05

Tento postup výpočtu aproximačních konstant byl aplikován na všechny měřené vzorky a výsledné hodnoty jsou uvedeny v tab. 7.1.1.1, kde jsou uvedeny střední hodnoty sledovaných charakteristik (výběrové průměry) a směrodatné odchylky výběru s.

Směr	dle EN 10	130:1991	dle ČSN 420436		
	C [MPa]	n [-]	C [MPa]	n [-]	
	S	S	S	S	
00	481,61	0,2233	481,95	0,2234	
V	1,214	0,0022	2,156	0,0017	
15°	492,06	0,2231	493,14	0,2241	
13	1,964	0,0011	2,147	0,0021	
30°	496,90	0,2163	499,58	0,2192	
50	3,159	0,0027	2,781	0,0023	
45°	495,97	0,2107	499,74	0,2148	
73	1,743	0,0016	1,129	0,0020	
60°	488,44	0,2077	492,21	0,2118	
00	1,963	0,0022	2,143	0,0024	
75°	475,13	0,2114	477,74	0,2143	
15	3,161	0,0025	2,852	0,0023	
90°	468,35	0,2122	471,73	0,2160	
70	2,452	0,002	2,194	0,0019	

Tabulka 7.1.1.1.	Exponenty deformačního zpevnění <b>n</b> a míry přetvárné pevnosti <b>C</b>
	mat. DC 05, tl. 0,8 mm



Aproximační konstanty **C** a **n** v Hollomonově vztahu (210) jsou, spolu s koeficientem normálové anizotropie **r**, běžně používaným měřítkem pro vyjádření kvality materiálu a jeho vhodnosti pro hluboké tažení. Z důvodu objektivního porovnání více testovaných materiálů se získávání uvedených konstant řídí závaznou normou (viz. kap. 7.1.). Je třeba si však položit otázku, zda je tento způsob aproximace křivky zpevnění vhodný pro definici matematického modelu deformačního chování materiálu využívaného při numerických simulacích tváření. Na obr. 7.1.1.3. jsou vidět dva průběhy křivky zpevnění pro materiál DC 05, kdy v prvním případě se jedná o experimentálně zjištěnou křivku zpevnění a ve druhém případě o křivku zpevnění definovanou funkčním vztahem (210). Z obr. 7.1.1.3. je patrné, že zvolený funkční vztah (210) poměrně kvalitně aproximuje oblast rozvinutých plastických deformací od cca 5% deformace. Se zmenšující se hodnotou deformace se vzájemný rozdíl naměřených a aproximovaných hodnot prudce zvyšuje. Zvolený způsob aproximace dle (210) tedy není vhodný pro oblast malých deformací.



Obr. 7.1.1.3. Příklad porovnání aproximační křivky s naměřenými hodnotami pro mat. DC 05

Výše popsaný problém aproximace pracovního diagramu v oblasti malých deformací lze vyřešit posunem křivky o tzv. ofsetovou deformaci, kdy aproximační křivka neprotíná počátek souřadného systému, ale protíná osu napětí. Původní aproximační vztah dle Hollomona (210) přechází na vztah (211), který je označován jako aproximační vztah dle Swifta-Krupkowskeho:



$$\sigma = C \cdot (\varphi + \varphi_0)^n$$

#### kde: $\varphi_0$ je ofsetová deformace

Do výpočtu aproximačních konstant nutných pro definici vztahu (211) byla zahrnuta oblast dat daných normou EN 10130:1991, resp. ČSN 420436. Vypočítané hodnoty aproximačních konstant vztahu (211) jsou uvedeny v tab.7.1.1.2, kde jsou uvedeny, podobně jako v předchozích případech, střední hodnoty sledovaných charakteristik (výběrové průměry) a směrodatné odchylky výběru s. Grafické znázornění přístupu k aproximaci křivky přetvárné pevnosti dle vztahu Swifta-Krupkowského (211) je patrné z obr. 7.1.1.4.



Obr. 7.1.1.4. Grafické znázornění aproximace dle vztahu Swift-Krupkowsky

mat. DC 05, tl. 0,8 mm						
Směr	dle EN 10130:1991			dle ČSN 420436		
	C [MPa]	n [-]	φ <sub>0</sub> [-]	C [MPa]	n [-]	φ <sub>0</sub> [-]
	S	S	S	S	S	S
0°	486,73	0,2350	0,00756	482,59	0,2246	0,00061
V	1,452	0,0015	0,00021	1,369	0,0007	0,00016
15°	486,17	0,2342	0,00657	491,60	0,2213	-0,00136
15	1,963	0,0017	0,00019	2,471	0,0022	0,00029
30°	504,32	0,2329	0,01103	494,87	0,2110	-0,00402
50	1,639	0,002	0,00024	2,015	0,0018	0,00023
15°	496,43	0,2117	0,00067	492,12	0,2017	-0,00660
чJ	2,178	0,0015	0,00023	1,658	0,0016	0,00039
60°	489,68	0,2104	0,00189	485,15	0,1996	-0,00606
00	2,541	0,0019	0,00024	2,139	0,0021	0,00023
75°	476,82	0,2152	0,00261	471,16	0,2026	-0,00577
15	2,582	0,0023	0,00036	2,369	0,0014	0,00018
90°	470,40	0,2169	0,00322	464,72	0,2035	-0,00608
70	1,856	0,0014	0,00026	2,365	0,0016	0,00023

Tabulka 7.1.1.2.Aproximační konstanty dle vzahu Swift-Krupkowsky,<br/>mat. DC 05, tl. 0,8 mm

Pavel Solfronk



Pro definici materiálového modelu při výpočtu metodou konečných prvků je důležité najít funkci popisující v dostatečné přesnosti co největší oblast naměřených dat. S ohledem na výše uvedené skutečnosti byl pro vyhodnocení statické zkoušky tahem zvolen přístup, kdy je pro výpočet aproximačních konstant využívána aproximace dle Swift-Krupkowského (211) a oblast dat v které jsou vypočítávány aproximační konstanty je volena tak, že spodní hranice výběru dat je mez kluzu a horní hranice výběru dat je mez pevnosti (homogenní tažnost) materiálu. Grafické porovnání obou přístupů pro nalezení aproximačních konstant do vztahu (211) je patrné z obr. 7.1.1.5, kde je vidět naměřená křivka zpevnění materiálu DC 05 a dvě aproximační křivky dle Swift-Krupkowského lišící se výběrem oblasti dat, kde byl výpočet proveden. Křivka označovaná jako Swift-Krupkowsky, která respektuje oblast dat od meze kluzu do meze pevnosti je nazývána jako Swift-Krupkowsky-MKP a tato aproximace je dále využívána pro definici materiálového modelu (křivek zpevnění) při výpočtu metodou konečných prvků. Takto vypočtené aproximační konstanty jsou uvedené v tabulce 7.1.1.3, kde jsou uvedeny střední hodnoty sledovaných charakteristik (výběrové průměry) a směrodatné odchylky výběru s.



Obr. 7.1.1.5. Grafické porovnání aproximačních křivek zpevnění materiálu DC 05



	Oblast dat $R_{p0,2}$ - $R_m$				
Směr	C [MPa]	n [-]	φ₀ [-]		
	S	S	S		
0°	486,73	0,2350	0,00756		
U	1,423	0,0014	0,00025		
15°	502,66	0,2397	0,00614		
15	1,786	0,002	0,00029		
30°	504,32	0,2329	0,01103		
50	1,454	0,0023	0,00024		
45°	509,26	0,2296	0,00535		
т <i>.</i>	2,189	0,0026	0,00027		
60°	502,09	0,2271	0,00553		
	2,263	0,0013	0,00031		
75°	476,82	0,2152	0,00261		
	1,965	0,0019	0,00024		
90°	470,40	0,2169	0,00322		
	2,369	0,0021	0,00019		

**Tabulka 7.1.1.3.**Aproximační konstanty dle vzahu Swift-Krupkowsky-MKP,<br/>mat. DC 05, tl. 0,8 mm

#### 7.1.2 Analýza rozložení deformace pomocí systému Aramis

Pro eliminaci možných materiálových anomálií, které by měly případný vliv na průběh deformace při tažení výlisků, byly vzorky plechu při statické zkoušce tahem paralelně snímány bezkontaktním systémem Aramis (viz. kap. 4.4.3.). Uspořádání pracoviště při měření je vidět na obr. 7.1.2.1.



Obr. 7.1.2.1. Uspořádání pracoviště při měření tahové zkoušky systémem ARAMIS



Na testované vzorky plechu byl nanesen pattern umožňující následnou podrobnou plošnou deformační analýzu vzorku systémem Aramis. Vzorky opatřené tímto patternem byly upnuty do zkušebního zařízení TIRA Test 2300 a snímány frekvencí 6 Hz až do okamžiku porušení vzorku (okamžik ukončení zkoušky). Pořízený obrazový záznam byl následně vyhodnocen softwarem, který je součástí systému Aramis. Na obr. 7.1.2.2. je vidět vzorek testovaného materiálu s naneseným patternem na povrchu plechu. Z důvodu úspory výpočtového času systém umožňuje rozdělit pořízené snímky na oblasti, kde uživatel vyžaduje provedení deformační analýzy a oblasti, kde se výpočet nevyžaduje. Definuje se tzv. maska výpočtu. Maska výpočtu (oblasti, kde se výpočet nevyžaduje) je pro všechny snímky shodná a na snímcích je vyznačena modrým pozadím (viz. obr. 7.1.2.2.). Uživatel masku definuje pouze na prvním snímku a na ostatních snímcích již probíhá automaticky. Oblasti ohraničené zelenými čtverci na obr. 7.1.2.2. jsou tzv. fazety definující výpočtový bod. Vzhledem k značnému počtu bodů podílejících se na výpočtu je znázorňována každá 5 fazeta. Červené body určují tzv. startovací fazety (body), které slouží jako referenční body na každém pořízeném snímku a na rozdíl od ostatních fazet, musí být pro systém čitelné v každém analyzovaném snímku. Systém požaduje definici minimálně jednoho startovacího bodu. Pro zvýšení přesnosti a stability výpočtu je však vhodné vytvořit min. 2-3 startovací body.



Obr. 7.1.2.2. Vzorek testovaného materiálu s naneseným patternem, startovacími body (červené) a výpočtovými fazetami (zelené).

Po nadefinování všech parametrů nutných pro výpočet je spuštěna vlastní procedura obrazové analýzy. Po ukončení výpočtu získáváme pro každou dvojici pořízených snímků 3D souřadnice bodů (fazetek) na sledovaném objektu, rychlosti posuvu, rozložení deformace v analyzované ploše, směry vektorů deformace, hodnoty ztenčení a další. Na obr. 7.1.2.3. až 7.1.2.5. jsou ukázány základní možnosti využití analýzy deformace systémem Aramis, kdy na zkoumaný vzorek byly po výpočtu virtuálně umístěny 3 body (Stage Point), které jsou vázány na konkrétní fazetu (bod) na povrchu vzorku a umožňují získávat informace o daném bodu



v závislosti na pořízených snímcích. První bod byl umístěn do oblasti porušení vzorku (oblast lokálního ztenčení materiálu). Druhý bod byl umístěn do oblasti vzniku nestability (oblast difúzního ztenčení- oblast "krčku") a třetí bod byl umístěn do oblasti homogenní deformace. Podélnou osou zkušebního vzorku byl dále veden pomyslný řez, který je na snímcích znázorněn červenými body. Umístění jednotlivých bodů a podélného řezu na zkušebním vzorku je patrné z obr. 7.1.2.3., kdy je znázorněn stav deformace testovaného materiálu těsně před vznikem lomu.



Obr. 7.1.2.3. Umístění jednotlivých sledovaných bodů a podélného řezu na vzorku.

Rozložení deformace v podélném řezu před vznikem lomu je patrné z obr. 7.1.2.4. a rozvoj deformace v jednotlivých sledovaných bodech v závislosti na čase je patrné z obr. 7.1.2.5.







Obr. 7.1.2.5. Rozvoj deformace v jednotlivých sledovaných bodech

Z grafického vyjádření rozvoje deformace všech 3 sledovaných bodů lze poměrně snadno určit okamžik vzniku difúzní a lokální nestability. V oblasti homogenních deformací je deformace všech sledovaných bodů shodná. Okamžik ukončení homogenní plastické deformace vzorku, počátek difúzní nestability, se na obr. 7.1.2.5. projevuje oddělováním křivek charakterizující body 0 a 1 od křivky charakterizující bod 2. Oblast vzniku lokální nestability se projevuje v prezentované závislosti na obr. 7.1.2.5. vzájemným oddělováním křivek 0 a 1. Je patrné, že v poslední fázi před vznikem lomu se deformace materiálu koncentruje pouze do oblasti lokálního ztenčování a body 1 a 2 již nevykazují žádný nárůst deformace. Při analýze všech snímků pořízených systémem Aramis nebyly prokázány žádné materiálové anomálie.

## 7.2 ΖΚΟυŠΚΑ ΗΥDROSTATICKÝM VYPÍNÁNÍM MAT. DC 05

Pro definici přesnějšího výpočtového materiálového modelu nazývaného Vegter je třeba definovat chování materiálu při biaxiálním zatížení vzorku. Pro tento test se používají dvě základní metody zjišťování závislosti napětí a deformace. V prvním případě se jedná o kompresní test vzorku, který je nejčastěji využíván u vzorků s objemovým charakterem, kdy žádný rozměr vzorku výrazně nepřevyšuje ostatní rozměry. Tento požadavek je pro testování plechů obtížně splnitelný a je nutné použít metodu lepení jednotlivých vrstev plechu. Přítomnost lepidla ovlivňuje smykové chování jednotlivých vrstev a je nutné korigovat výsledky měření. V druhém případě se využívá pro stanovení závislosti napětí a deformace zkouška hydraulického vypínání (tzv. Bulge test). Tento test je pro plošné vzorky (plechy)



využíván častěji než uvedený první způsob měření z důvodu jednoduchého zpracování dat a přesných výsledků s minimální citlivostí na podmínky zkoušky. Z výše uvedených důvodů je zkouška hydrostatickým vypínáním využívána v předkládané práci pro stanovení materiálových charakteristik plechu při biaxiálním zatížení.

#### 7.2.1 Princip testu hydrostatickým vypínáním

Deformace testovaného materiálu při tzv. Bulge testu je vyvozena tlakem kapaliny působící na jedné straně měřeného vzorku. Současně se změnou tvaru vzniká ve stěně měřeného vzorku napětí  $\sigma_1$  a  $\sigma_2$ , které je až do okamžiku porušení vzorku v rovnováze s působícím tlakem kapaliny. Z membránové teorie lze poměrně jednoduše odvodit vztah (212), nazývaný též Laplaceova rovnice rovnováhy, určující hledané velikosti hlavních napětí:

$$\frac{\sigma_1}{R_1} + \frac{\sigma_2}{R_2} = \frac{p}{t}$$
(212)  
kde:  $\sigma_1 a \sigma_2$  napětí působící ve stěnách elementu  
 $R_1, R_2$  poloměry zakřivení elementu  
 $p$  tlak kapaliny působící na ploše elementu  
 $t$  - okamžitá tloušťka elementu

Pro kruhovou tažnici jsou napětí  $\sigma_1$  a  $\sigma_2$  a poloměry  $R_1$  a  $R_2$  shodné a rovnice (212) přechází na tvar:

$$\frac{\sigma}{R} = \frac{p}{2t} \tag{213}$$

Stanovení velikosti napětí ve stěně sledovaného vzorku je poměrně jednoduchá záležitost. Obtíže při experimentu však může činit zjišťování deformace vzorku pro příslušný tlak kapaliny. Za určitých zjednodušujících předpokladů lze ze známých rozměrů tažnice a výšky vzorku tuto deformaci vypočítat. Nejpřesnějším řešením pro určování deformace vzorku je však metoda deformační sítě nanesené na povrch tvářeného vzorku. Pro tyto účely je výhodné využít systém Aramis umožňující kontinuální sledování povrchu tvářeného plechu. Vzhledem k tomu, že se jedná o optický systém citlivý na čistotu čoček, bylo nutné vyřešit riziko kontaminace optické soustavy kamer kapalinou použitou při testu. V okamžiku vzniku trhliny je možné sledovat nežádoucí jev, kdy je kapalina pod vysokým tlakem vytlačována úzkou štěrbinou směrem ke kamerám. Tento problém byl vyřešen přidáním ochranného skla před



objektivy kamer, tak jak je vidět na obr. 7.2.1.1. Při správné kalibraci a volbě vhodného osvětlení se přesnost měření při tomto uspořádání systému Aramis nijak nesnižuje.



Obr. 7.2.1.1. Uspořádání systému Aramis při tzv. Bulge testu

## 7.2.2 Výsledky měření materiálu DC 05

Experimentální zjišťování křivky zpevnění pomocí hydrostatické zkoušky vypínáním bylo provedeno na katedře strojírenské technologie, která disponuje patřičným vybavením pro tuto zkoušku. Postup při vlastním měření byl následující. Vzorek plechu o poloměru 165 mm s naneseným patternem pro analýzu deformace systémem Aramis byl sevřen mezi spodní a horní přidržovač na hydraulickém lisu CBA 300/63 silou 1500 kN (viz. obr 7.2.1.1.). Tato přidržovací (upínací) síla je dostačující pro zajištění hydraulické těsnosti při provádění experimentu. Tlak kapaliny na spodní stranu měřeného vzorku byl vyvozen hydraulickým agregátem s PID regulací umožňující velmi přesné nastavení požadovaného tlaku. Nárůst tlaku se prováděl v krocích po 1 MPa až do okamžiku vzniku trhliny na měřeném vzorku. Pro zjištění deformace vzorku byl průběh zkoušky po celou dobu provádění testu snímán optickým systémem Aramis s frekvencí snímkování 6 Hz. Uspořádání pracoviště při realizaci hydrostatické zkoušky vypínáním je vidět na obr. 7.2.2.1.

Pro výpočet napětí ve stěně měřeného vzorku dle vztahu (213) je nutná znalost hydraulického tlaku v kapalině, okamžité tloušťky plechu a geometrie testovaného materiálu odpovídající tomuto tlaku. Nezávisle proměnná v této zkoušce je nastavovaný tlak v kapalině.



Závisle proměnné jsou velikosti hlavních deformací (tloušťka materiálu) a geometrie testovaného vzorku (poloměr zakřivení vzorku). Veškeré hodnoty potřebné pro výpočet dle vztahu (213) jsou tak při využití systému Aramis měřitelné a není třeba využívat při výpočtu křivky zpevnění sledovaného materiálu zjednodušujících předpokladů.



Obr. 7.2.2.1. Uspořádání pracoviště při realizaci hydrostatické zkoušky vypínáním

Příklad analýzy (výpočtu) deformace na povrchu testovaného vzorku pomocí systému Aramis je vidět na obr. 7.2.2.2.. Tak jak bylo vysvětleno v kap. 7.1., i v tomto případě byl na povrchu vzorku definován bod (Stage point) a pomyslný řez v kterém je sledován rozvoj deformace v čase. Hodnoty získaných deformací jsou využity pro výpočet ve vztahu (213).



Obr. 7.2.2.2. Příklad výpočtu deformace pomocí systému Aramis při tzv. Bulge testu



Poslední neznámou ve vztahu (213) je poloměr zakřivení vzorku pro jednotlivé tlaky při hydrostatické zkoušce vypínáním. Tuto hledanou hodnotu lze jednoduše získat výpočtovou procedurou přímo v software Aramis, kdy je analyzovaná plocha vzorku (část kulové výseče viditelná na obr. 7.2.2.3.) aproximována kulovou plochou. Poloměry této kulové plochy pro jednotlivé snímky lze exportovat jako datový výstup ze software Aramis. Princip výpočtu poloměru zakřivení vzorku je patrné z obr. 7.2.2.3.



Obr. 7.2.2.3. Princip výpočtu poloměru zakřivení vzorku při tzv. Bulge testu

Při znalosti všech potřebných hodnot pro výpočet je možné vypočítat dle vztahu (213) velikost napětí ve stěně vzorku a ze systému Aramis je možné získat hodnoty deformace. Z takto stanovených hodnot je sestrojena křivka zpevnění při biaxiálním zatížení materiálu DC 05. Výsledek měření je vidět na obr. 7.2.2.4.



Obr. 7.2.2.4. Křivka zpevnění mat. DC 05 při biaxiálním zatížení



## 7.3 DIAGRAM MEZNÍCH PŘETVOŘENÍ MATERIÁLU DC 05

Při lisování souvisí ztráta stability procesu tváření s vyčerpáním schopnosti libovolného elementu plechu přenášet tvářecí sílu. Ve smyslu definice plastičnosti závisí mezní stupeň přetvoření daného plechu i na stavu napjatosti v průběhu tažení. S myšlenkou využití zjištěných hodnot hlavních normálných přetvoření pro stanovení diagramů mezních přetvoření přišli (dále DMP) Keeler (1965) a Goodwin (1968), kdy byl poprvé představen DMP jako závislost největšího přetvoření (Major strain) na nejmenším přetvoření (Minor strain). [7] [8] Velikost mezních deformací je dána nejen plastičností plechu, ale je i výrazně závislá na způsobu definování mezního stavu. Za ten lze považovat na jedné straně dosažení meze pevnosti materiálu, na druhé straně je to porušení plechu tvárným lomem. K určení DMP je proto nutné získat množství hodnot mezních přetvoření v rozsahu příslušných stavů napjatosti pro zvolenou definici mezního stavu v daném intervalu. Modelovat různé stavy napjatosti lze experimentálně či početně, je-li vytvořen matematický model chování příslušného materiálu. Podle DMP lze hodnotit plastické vlastnosti dvou porovnávaných materiálů, či využít tento diagram ke komplexní analýze přetvoření výlisku. V oblasti tváření plechů je DMP jedním ze základních nástrojů pro analýzu tvářecích procesů a problematiku související se způsobem měření, definicí mezního stavu a dalších najdeme v mnoha odborných publikacích.

Předkládaná práce při tvorbě diagramu mezních přetvoření testovaných materiálů vychází z normy ISO/DIS 12004-2 [48] a neklade si za cíl diskuzi ke způsobu a vyhodnocení měření.

#### 7.3.1 Metoda měření a definice mezního stavu

Pro určení diagramu mezních přetvoření byla zvolena metoda vypínání tvarových přístřihů polokulovým tažníkem o průměru 100 mm. Tato metoda označovaná jako Nakajima test je dlouhodobě využívána na katedře strojírenské technologie TU v Liberci pro tvorbu diagramu mezních a metodika provádění a vyhodnocení zkoušky je dostatečně ověřena [7].

S ohledem na rovnoměrné pokrytí požadovaného intervalu stavů přetvoření mezními hodnotami přetvoření bylo použito 11-ti různých tvarů přístřihů. Šířka přístřihu b se měnila v rozmezí 30 mm až 210 mm (kruhový přístřih). Geometrie přístřihů určující charakteristické body v DMP jsou vidět na obr. 7.3.1.1.. Pro jednotlivé deformační stopy bylo zhotoveno vždy 5 vzorků. Vlastní DMP je pak tedy získán ze souboru 55 vzorků.

Zkušební zařízení pro vypínání tvarových zkušebních těles se skládá ze speciálního nástroje umístěného na hydraulickém dvojčinném lisu CBA 300/63, kde nástřihy pevně



sevřené v oblasti příruby jsou vypínány polokulovým tažníkem o průměru 100 mm. Ke sledování procesu plastického přetvoření byl využit opět optický systém Aramis . Kritériem pro ukončení zkoušky byl vznik trhliny na testovaném vzorku.



Obr. 7.3.1.1. Geometrie přístřihů určující charakteristické body v DMP

Vstupní data pro vyhodnocení diagramu mezních přetvoření jsou průběhy hlavních logaritmických deformací  $\varphi_1$  (Major strain) a  $\varphi_2$  (Minor strain) v řezu procházejícím trhlinou u každého testovaného vzorku. Příklad vyhodnocení deformace na vzorku o šířce b=30 mm (viz. obr. 7.3.1.1) je vidět na obr. 7.3.1.2. Průběhy hlavních logaritmických deformací  $\varphi_1$  (Major strain) a  $\varphi_2$  (Minor strain) v řezu (na obr. 7.4.1.2. - Section 0) procházejícím trhlinou je vidět na obr. 7.3.1.3.







Obr. 7.3.1.3. Příklad průběhu hlavních logaritmických deformací  $\phi_1$  a  $\phi_2$  u vzorku o šířce b=30 mm, mat DC 05

Průběh deformace znázorněný na obr. 7.3.1.3. charakterizuje stav materiálu těsně před vznikem trhliny. Z hlediska deformace materiálu se jedná o silně nestabilní děj, který je způsobený vznikem difúzního a lokálního ztenčení materiálu. Z tohoto pohledu nelze naměřenou hodnotu plastické deformace považovat za mezní přetvoření přípustné pro výrobu výlisků. Definice mezního stavu materiálu dle ISO/DIS 12004-2 vychází z předpokladu, že v okolí trhliny vzniká nestabilní oblast, která se již významně nepodílí na procesu přetvoření vzorku (výlisku) a tuto oblast je třeba z výsledku měření eliminovat. Eliminace této nepřípustné deformace a určení oblasti s lokální nestabilitou je provedeno prostřednictvím druhé derivace průběhu deformace v podélném řezu (viz. obr. 7.3.1.4.).



Obr. 7.3.1.4.. Eliminace oblasti s lokální nestabilitou pomocí derivace průběhu deformace.



Druhá derivace průběhu deformace určí polohu inflexních bodů této funkce a deformace mezi těmito inflexními body je považována za nestabilní oblast a není do výpočtu mezního přetvoření zahrnuta. Tímto způsobem je vyřešena eliminace nestabilní oblasti, není však definována vzdálenost od místa vzniku trhliny, která bude ještě uvažována při výpočtu mezního přetvoření. Podobně jako jsme eliminovali z výpočtu extrémně vysokou deformaci v oblasti lokálního ztenčení, není možné zahrnou do výpočtu mezního stavu deformace velikost přetvoření v příliš veliké vzdálenosti od místa trhliny. Při výpočtu tedy nepracujeme s daty charakterizující celý naměřený průběh deformace ve sledovaném řezu (viz. obr. 7.3.1.3.), ale jen jeho část. Průběh deformace ve sledovaném řezu po eliminaci nestabilní oblasti je vidět na obr. 7.3.1.5..



Obr. 7.3.1.5. Průběh deformace ve sledovaném řezu po eliminaci nestabilní oblasti.

Parametr *w* definující vzdálenost od nestabilní oblasti, která bude zahrnuta do výpočtu mezního stavu deformace materiálu je definován pomocí vztahu (214):

$$w = 10 \cdot (1 + \frac{\varphi_{2m}}{\varphi_{1m}}), \tag{214}$$

kde: w je vzdálenost od nestabilní oblasti, kde bude probíhat výpočet mezních přetvoření

$$\varphi_{1m} = \frac{1}{2} \cdot (\varphi_{1l} + \varphi_{1r}), \quad \varphi_{2m} = \frac{1}{2} \cdot (\varphi_{2l} + \varphi_{2r}), \quad (215)$$



Po definici oblasti výpočtu je touto částí průběhu deformace proložena inverzní parabola dle vztahu (216),

$$y = \frac{1}{A \cdot x^2 + B \cdot x + C},\tag{216}$$

kde: A, B, C jsou parametry inverzní paraboly,

která určuje maximální, resp. minimální hodnotu hledané mezní deformace. Takto vypočítané hodnoty deformací stanovují souřadnici bodu v diagramu mezních přetvoření. Výpočet hodnot mezních přetvoření z naměřeného průběhu deformace je patrný z obr. 7.3.1.6.



Obr. 7.3.1.6. Princip výpočtu hodnot mezních přetvoření z naměřeného průběhu deformace

## 7.3.2 Naměřené hodnoty DMP materiálu DC 05

Experimentální zjištění a vyhodnocení diagramu mezních přetvoření materiálu DC 05 bylo provedeno v souladu s výše uvedenou normou ISO/DIS 12004-2. Pro jednotlivé stavy napjatosti byly pomocí systému Aramis naměřeny průběhy deformace z kterých se, dle výše přijaté definice mezního stavu, vypočítaly hodnoty mezních deformací. Souřadnice takto vypočítaných bodů tvoří diagram mezních přetvoření testovaného materiálu. Na obr. 7.3.2.1. je vidět experimentálně zjištěný DMP pro materiál DC 05. Charakteristický průběh mezních přetvoření pro tento hlubokotažný materiál lze rozdělit na tzv. levou a pravou větev DMP. Bod, který rozděluje DMP na levou a pravou větev je bod s minimální hodnotou  $\varphi_1$ . Z hlediska následného zpracování experimentu a práce s daty při výpočtech je výhodné naměřené hodnoty aproximovat regresní funkcí, kdy tato funkce s dostatečnou přesností popisuje chování sledované veličiny. Pro definici regresní funkce charakterizující průběh mezního stavu deformace v levé a pravé části DMP se nejčastěji používá polynom druhého řádu (217). Tento postup je použit i při zpracování dat naměřených mezních deformací matriálu DC 05.

$$\varphi_{1k} = A\varphi_{2k}^{2} + B\varphi_{2k} + C \tag{217}$$

kde: A, B, C jsou regresní koeficienty polynomické funkce



Obr. 7.3.2.1. Experimentálně zjištěný diagram mezních přetvoření, mat. DC 05, tl. 0,8 mm

# 7.4 TRIBOLOGICKÉ ZKOUŠKY MATERIÁLU DC 05

## 7.4.1 Metoda měření

Pro hodnocení tribologických vlastností plechů, konzervačních a technologických mazadel bylo na katedře strojírenské technologie Technické univerzity v Liberci ve spolupráci s ŠKODA AUTO a.s. Mladá Boleslav vyvinuto jednoúčelové testovací zařízení SOKOL 400 umožňující testovat materiály při různých technologických podmínkách. Principem tribologického testu je protahování měřeného vzorku mezi zkušebními čelistmi ovládanými hydraulickým obvodem. Konstantní velikost přítlačné síly zajišťuje hydraulický ventil s PID regulací s frekvencí otevírání 10 kHz. Při protahování zkoumaného materiálu (pásku plechu) o šířce 45 mm je zaznamenávána pomocí tenzometrického snímače velikost síly potřebná pro posuv materiálu při daných technologických podmínkách (rychlost posuvu, velikost kontaktního tlaku, použité mazivo, teplota atd.). Rozměry funkční plochy čelistí jsou 40x78 mm. Protahovaná délka pásku se standardně volí 100 mm. Princip tribologického testu je patrný z obr. 7.4.1.1.



Obr. 7.4.1.1. Princip tribologického testu.

Výsledkem provádění tribologického testu je diagram závislosti síla – posuv, který slouží jako podklad pro vyhodnocení tribologických vlastností soustavy testované mazivotestovaný substrát-nástroj, případně pro zjištění koeficientu tření. Charakteristický průběh tažné síly v závislosti na posuvu materiálu je vidět na obr. 7.4.1.2. Kritériem pro hodnocení tribologických vlastností materiálu jsou charakteristické body na průběhu naměřené síly. Při



daných technologických podmínkách je hodnocení tribologickcých vlastností soustavy tvářený materiál-mazivo-nástroj poměrně značně komplikovaná záležitost. V předkládané práci jsou prezentovány testy pouze pro orientační stanovení koeficientu tření použitých materiálů s cílem využití těchto výsledků v další části habilitační práce při numerických simulacích procesu tažení.

Při hodnocení vlastností mazadel a testovaných materiálů jsou zohledňovány následující charakteristiky (viz obr. 7.4.1.2.):

- ➢ F<sub>max</sub> − maximální velikost síly, které bylo dosaženo při zkoušce,
- F<sub>h</sub> maximální velikost síly, které bylo dosaženo po protažení 30 mm pásku (ustálená část diagramu),
- F<sub>min</sub> minimální velikost síly, které bylo dosaženo po protažení 30 mm pásku (ustálená část diagramu),
- F<sub>s</sub> střední velikost síly v ustálené oblasti měření,





Obr. 7.4.1.2. Charakteristický průběh tažné síly v závislosti na posuvu materiálu.

Jak je vidět z obr. 7.4.1.2. není naměřená síla konstantní a je nutné při výpočtu koeficientu tření zohlednit určitou metodiku výpočtu. V předkládané práci bylo postupováno



tak, že určující silou pro výpočet koeficientu tření je maximální velikost síly naměřené v ustálené části pracovního diagramu (F<sub>h</sub>- viz obr. 7.4.1.2.). Koeficient tření je pak vypočítán dle vztahu:

$$\mu = \frac{F_{\rm h}}{2Q} \tag{218}$$

kde:

je největší síla, které bylo dosaženo v ustálené části pracovního diagramu,  $F_h$ 

Q je normálová přítlačná síla. [4]

#### 7.4.2 Naměřené hodnoty koeficientu tření materiálu DC 05

S ohledem na další využití experimentálního měření koeficientu tření při numerických simulacích byly technologické podmínky testu voleny tak, aby co nejlépe demonstrovaly reálné procesy probíhají při tažení plechů. Pro tribologické testy bylo zvoleno mazivo Anticorit Pl3802-39LV v množství  $1.5g\pm0.2$  g/m<sup>2</sup>. Jedná se o prací olej běžně používaný v automobilovém průmyslu při výrobě výlisků z plechu. Teplota při testu byla volena 40°C, kdy tato teplota je standardně používanou teplotou pro testy mazadel. Kontaktní tlaky při kterých bylo provedeno testování koeficientu tření byly voleny v rozmezí 2 ÷ 8 MPa. Zvolený rozsah kontaktních tlaků plně pokrývá běžně používané kontaktní tlaky nastavované v oblasti přidržovače při hlubokém tažení výlisků z plechů. Rychlost posuvu byla volena 1 mm s<sup>-1</sup>. Při těchto rychlostech, dosahovaných v oblasti dolní úvratě tvářecích strojů, jsou tribologické podmínky v nástroji nejhorší. I přes to, že neexistují závazné normy pro testování hlubokotažných materiálů v automobilovém průmyslu, je tato zvolená rychlost posuvu 1 mm s<sup>-1</sup> dnes již běžně uznávaným standardem, kdy se projevují výrazně rozdíly mezi jednotlivými mazivy, popř. testovanými materiály. Pro každou kombinaci nastavených technologických parametrů bylo provedeno vždy 10 měření. Z naměřených hodnot byly vypočítány hodnoty koeficientů tření dle (218) a takto získané hodnoty byly zaznamenány do tabulky 7.4.2.1 kde jsou uvedeny střední hodnoty sledovaných charakteristik (výběrové průměry) a směrodatné odchylky výběru s. Grafické vyjádření naměřených hodnot koeficientu tření je patrné z obr. 7.4.2.1.

Tabulka 7.4.2.1         Naměřené hodnoty koeficientu tření materiálu	u DC 05,	tl.0,8mm
----------------------------------------------------------------------	----------	----------

	Kontaktní tlak [MPa]			
	2	4	6	8
Koeficient tření	0,0914	0,0896	0,0875	0,0847
Směrodatná odchylka	0,00082	0,00061	0,00053	0,00032





Obr. 7.4.2.1. Průběh koeficientu tření pro materiál DC 05, mazivo AC PL 3802-39LV

# 7.5 DISKUZE K NAMĚŘENÝM MATERIÁLOVÝM CHARAKTERISTIKÁM

Z naměřených materiálových vlastností je patrné, že testovaný materiál DC 05 je velmi homogenní hlubokotažný plech na bázi IF oceli. Napěťové charakteristiky ze statické zkoušky tahem nevykazují žádné anomálie. Smluvní meze kluzu ve všech testovaných směrech v kombinaci s vysokými hodnotami exponentu deformačního zpevnění  $\mathbf{n}$  a koeficientu normálové anizotropie  $\mathbf{r}$  poukazují na výbornou hlubokotažnost materiálu DC 05.

Naměřený koeficient tření vykazuje v rozsahu měřených tlaků mírně klesající tendenci. Stabilita koeficientu tření je důsledek povrchové úpravy testovaného materiálu (elektrolyticky pozinkovaný a fosfátovaný materiál). Při zohlednění směrodatné odchylky měření lze považovat koeficient tření tohoto materiálu při zvolených technologických podmínkách prakticky za konstantní. I přes toto zjednodušení při zadávání technologických podmínek při numerických simulacích si je autor vědom složité problematiky tribologických poměrů v tažném nástroji. Této problematice se autor věnoval v [26].



# 8 CHARAKTERISTIKA MATERIÁLU EN AW 5754

## 8.1 STATICKÁ ZKOUŠKA TAHEM

Při zjišťování základních mechanických hodnot materiálu EN AW 5754 bylo postupováno analogicky jako u materiálu DC 05. Provádění a vyhodnocení statické zkoušky tahem je popsáno v kap. 7.1. Vzhledem k nižší tažnosti materiálu EN AW 5754 byl koeficient normálové anizotropie  $\mathbf{r}$  u této slitiny zjišťován při hodnotě deformace 15%. Příklad průběhu statické zkoušky tahem pro směr odebrání vzorku 0° je vidět na obr. 8.1.1.. Pro přehlednost je v tomto grafu uveden pouze výsledek statické zkoušky tahem ve směru 0°.



Obr. 8.1.1. Příklad průběhu statické zkoušky tahem pro mat. EN AW 5754 – směr 0°.

Jak je patrné z obr. 8.1.1., slitina AlMg3 (EN AW 5754) vykazuje při zatěžování tzv. Lüdersovu prodlevu na mezi kluzu. Z tohoto důvodu není pro tento materiál určována smluvní mez kluzu  $R_{p0,2}$ , ale horní  $R_{eH}$  a dolní  $R_{eL}$  mez kluzu. Základní mechanické hodnoty zjištěné pomocí statické zkoušky tahem jsou zaznamenány v tabulce 8.1.1., kde jsou uvedeny střední hodnoty sledovaných charakteristik (výběrové průměry) a směrodatné odchylky výběru **s.** Při pohledu na obr. 8.1.1. lze s rostoucí deformací vzorku sledovat kmitání měřené síly. Tento děj, nazývaný někdy Lüdersovy čáry typu "B" je dán chemickým složením slitiny, kdy deformace tvářeného materiálu neprobíhá homogenně, ale pomocí tzv. skluzových pásů. V oblasti vznikajících skluzových pásů je výrazně vyšší deformace než v jejich



bezprostředním okolí. Vznik skluzových pásů a nehomogenní deformace se u těchto slitin projevuje špatnou vzhledovou kvalitou a tyto slitiny nejsou vhodné k aplikaci na pohledové výlisky určené k lakování (viz. kap. 3.3.1.).

Směr	<b>R</b> <sub>eL</sub> [MPa]	<b>R</b> ен [MPa]	<b>R</b> <sub>m</sub> [MPa]	A <sub>80mm</sub> [%]	$A_{g}$ [%]	r [-]
	S		S	S	S	S
0°	117,0	120,1	230,7	18,8	17,3	0,651
U	1,121	2,474	1,411	0,416	0,236	0,019
15°	116,2	119,8	228,5	20,9	18,9	0,622
15	2,161	1,632	1,523	0,523	0,412	0,022
30°	115,2	118,3	224,9	22,5	19,9	0,733
50	1,963	1,745	1,026	0,236	0,361	0,025
45°	116,3	119,4	222,1	23,9	21,9	0,759
7.7	2,005	1,896	1,526	0,241	0,396	0,016
60°	117,0	120,3	222,0	24,3	21,3	0,778
00	2,321	1,361	0,974	0,302	0,248	0,018
75°	117,9	123,1	222,7	23,8	20,7	0,701
15	1,964	1,026	0,941	0,429	0,412	0,021
90°	118,9	123,7	222,2	22,5	19,2	0,661
70	2,963	2,147	1,214	0,415	0,375	0,011

Tabulka 8.1.1.Tabulka naměřených mechanických hodnot materiálu EN AW 5754tl.0,8mm

#### 8.1.1 Aproximace pracovního diagramu materiálu EN AW 5754

V kap. 7.1.1 je proveden rozbor možností aproximace pracovního diagramu získaného pomocí statické zkoušky tahem. Z důvodů, které jsou uvedeny v kap. 7.1.1. je pro numerické simulace procesu tváření, kde bude naměřených výsledků ze statické zkoušky tahem využito, výhodné tuto aproximaci provádět dle vztahu označovaného jako Swift-Krupkowsky (211). Rozsah dat, která budou zahrnuta do výpočtu aproximačních konstant je oblast dat v rozmezí meze kluzu až meze pevnosti testovaného materiálu. Zvolený postup je diskutován v kap. 7.1.1 a opakován pro všechny měřené směry odebrání vzorků. Způsob aproximace pracovního diagramu ze statické zkoušky tahem, kdy je výpočet aproximačních konstant proveden v rozsahu od meze kluzu do meze pevnosti je v grafech nazýván Swift-Krupkowsky-MKP a hodnoty takto získaných aproximačních konstant jsou pro všechny testované směry uvedeny v tabulce 8.1.1.1., kde jsou uvedeny střední hodnoty sledovaných charakteristik (výběrové průměry) a směrodatné odchylky výběru s. Grafické znázornění příkladu výpočtu aproximačních konstant definující vztah (211) je patrný z obr. 8.1.1.1. Vzájemné porovnání naměřených dat ze statické zkoušky tahem a hodnot získaných aproximačním vztahem (211) je vidět na obr. 8.1.1.2.



Obr. 8.1.1.1. Příklad výpočtu aproximačních konstant pro materiál EN AW 5754.



Obr. 8.1.1.2. Porovnání naměřených dat a hodnot z aproximace.

TU v Liberci



	Swift-Krupkowsky				
Směr	C [MPa]	n [-]	φ₀ [-]		
	S	S	S		
٥°	427,15	0,2522	-0,00444		
V	3,481	0,0016	0,0068		
15°	426,77	0,2606	-0,00204		
15	2,348	0,0021	0,0023		
30°	419,98	0,2642	-0,00137		
50	3,145	0,0018	0,0074		
15°	412,64	0,2615	-0,00109		
+Ј	3,457	0,0023	0,0029		
60°	407,90	0,2564	-0,00178		
00	3,419	0,0021	0,0017		
75°	406,62	0,2522	-0,00292		
15	2,856	0,0013	0,0026		
90°	410,33	0,2567	-0,00209		
	3,198	0,0023	0,0016		

# Tabulka 8.1.1.1.Aproximační konstanty dle vzahu Swift-Krupkowsky-MKP,<br/>mat. EN AW 5754, tl. 0,8 mm

#### 8.1.2 Analýza rozložení deformace pomocí systému Aramis

Podobně jako při testování materiálu DC 05 byla i zde provedena analýza deformace v ploše vzorku pomocí systému Aramis. Po vyhodnocení měření byl na vzorku vytvořen virtuální bod (Stage Point 0) v kterém je sledován rozvoj deformace v závislosti na čase a podélný řez znázorňující průběh deformace v tomto řezu (Section 0). Pomocí těchto dvou sledovaných charakteristik lze poměrně dobře definovat deformační chování materiálu při statické zkoušce tahem. Na obr. 8.1.2.1 až 8.1.2.4 je vidět rozložení hlavní deformace  $\varphi_1$  v ploše měřeného vzorku a průběh deformace v řezu (Section 0) u vybraných deformačních stavů. Zelená čára určuje polohu Stage Pointu v daném snímku. Celý snímaný průběh statické zkoušky tahem představuje 274 pořízených dvojic snímků a z důvodu rozsahu jsou prezentovány jen ukázky možností analýzy deformace systémem Aramis. Na obr. 8.1.2.1 je vidět plošné rozložení deformace  $\varphi_1$  v oblasti meze kluzu. I přes to, že se jedná o oblast s velmi malou deformací, lze již sledovat vznik skluzových pásů. Prezentovaný snímek na obr. 8.1.2.2 charakterizuje oblast rozvinutých plastických deformací a obr. 8.1.2.3 deformační stav materiálu těsně před vznikem trhliny. Poslední snímek na obr. 8.1.2.4 je okamžik vzniku trhliny. Na všech snímcích je patrné výrazné nehomogenní chování materiálu při deformaci.





Obr. 8.1.2.1. Rozložení deformace  $\varphi_1$  na zkušebním vzorku v oblasti meze kluzu.



Obr. 8.1.2.2. Rozložení deformace φ<sub>1</sub> na zkušebním vzorku v oblasti rozvinutých plastických deformací.



Obr. 8.1.2.3. Rozložení deformace  $\varphi_1$  na zkušebním vzorku těsně před vznikem trhliny.



Obr. 8.1.2.4. Rozložení deformace  $\varphi_1$  na zkušebním vzorku v okamžiku vzniku trhliny.

Nehomogenní deformace, jako důsledek vzniku skluzových pásů, u slitiny EN AW 5754 (AlMg3), je dobře viditelná na obr. 8.1.2.5, kde je zachycen rozvoj deformace ve zvoleném bodě (Stage Point 0). Poloha tohoto bodu na měřeném vzorku je pro lepší orientaci vyznačena zelenou barvou.


Obr. 8.1.2.5. Rozvoj deformace ve zvoleném bodě (Stage Point 0).

Z průběhu deformace ve zvoleném bodě v závislosti na čase (v závislosti na pořízených snímcích) zachyceném na obr. 8.1.2.5. je jasně patrné nehomogenní chování materiálu EN AW 5754 (AlMg3), kdy k nárůstu deformace ve zvoleném bodě dochází vždy ve skocích. Okamžik nárůstu deformace v tomto sledovaném bodě je vždy okamžik průchodu skluzového pásu touto oblastí. Do okamžiku průchodu dalšího skluzového pásu lze považovat deformaci v tomto sledovaném místě za konstantní.

# 8.2 ZKOUŠKA HYDROSTATICKÝM VYPÍNÁNÍM MATERIÁLU EN AW 5754

Při provádění zkoušky hydrostatickým vypínáním materiálu EN AW 5754 bylo postupováno stejně jako v případě testování materiálu DC 05. Princip zkoušky, metodika provádění a vyhodnocení zkoušky jsou popsány v kap. 7.2. Výpočet napětí ve stěně tvářeného materiálu je proveden dle vztahu (213) a veškeré hodnoty potřebné pro výpočet jsou zjišťovány analogicky jako při testování materiálu DC 05. Na obr. 8.2.1 je vidět rozložení deformace u testovaného materiálu EN AW 5754 (AlMg3) v oblastech malých deformací za mezí kluzu a průběh deformace ve zvoleném řezu. Podobně jako u statické zkoušky tahem je i zde vidět nehomogenní chování tohoto materiálu při tváření. Na obr. 8.2.2 je vidět deformační stav materiálu těsně před vznikem trhliny a průběh deformace ve zvoleném řezu.

Habilitační práce TU v Liberci Katedra strojírenské technologie [log.] 0.035 Stage point 1 V +0.028 log. Section 0 0.032 0.030 0.027 0.0352 0.0320 0.025 0.0300 0.0280 8 0.0260 0.022 0.0240 0.0220 0.020 0.0200 0.0180 0.017 0.0155 0.00 7.50 15.00 22.50 30.00 37.50 45.00 52.50 60.00 67.50 76.47 Section length [mm] 0.015 Stage 177

Obr. 8.2.1. Rozložení deformace u testovaného materiálu EN AW 5754 při tzv. Bulge testu v oblasti meze kluzu.



Obr. 8.2.2. Rozložení deformace u testovaného materiálu EN AW 5754 při tzv. Bulge testu těsně před vznikem trhliny.

Z naměřených a vypočítaných hodnot byla sestrojena křivka závislosti napětí na deformaci při biaxiálním zatížení materiálu EN AW 5754. Pro definici matematické funkce popisující deformační chování materiálu EN AW 5754 při biaxiálním zatížení byl volen aproximační vztah (211). Naměřené hodnoty spolu s aproximačním vztahem charakterizující deformační chování materiálu EN AW 5754 při biaxiálním zatížení jsou vidět na obr. 8.2.3.



Obr. 8.2.3. Křivka zpevnění materiálu EN AW 5754 (AlMg3) při biaxiálním zatížení.



# 8.3 DIAGRAM MEZNÍCH PŘETVOŘENÍ MATERIÁLU EN AW 5754

Při zjišťování diagramu mezních přetvoření materiálu EN AW 5754 bylo postupováno analogicky jako u materiálu DC 05. Provádění zkoušky, definice mezního stavu materiálu a vyhodnocení experimentálních měření pro zhotovení diagramu mezních přetvoření je popsáno v kap. 7.3. Experimentálně zjištěný diagram mezních přetvoření materiálu EN AW 5754 je vidět na obr. 8.3.1.



Obr. 8.3.1. Experimentálně zjištěný diagram mezních přetvoření materiálu EN AW 5754.

### 8.4 TRIBOLOGICKÉ ZKOUŠKY MATERIÁLU EN AW 5754

Při provádění tribologického testu materiálu EN AW 5754 bylo postupováno stejně jako v případě testování materiálu DC 05. Princip zkoušky, metodika provádění a vyhodnocení zkoušky jsou popsány v kap. 7.4. Technologické podmínky byly voleny shodné jako v případě testování materiálu DC 05, tj. teplota 40°C, kontaktní tlak  $2\div 8$  MPa, rychlost posuvu 1 mm/s, mazivo prací olej Anticorit PL 3802-39LV v množství  $1,5\pm0,2$  g/m<sup>2</sup> Výsledkem měření jsou koeficienty tření pro jednotlivé technologické podmínky, které jsou zaznamenány v tabulce 8.4.1, kde jsou uvedeny střední hodnoty sledovaných charakteristik (výběrové průměry) a směrodatné odchylky výběru **s**. Grafické vyjádření hodnot koeficientů tření a jejich průběh v závislosti na velikosti kontaktního tlaku je vidět na obr. 8.4.1.



Habilitační	práce
-------------	-------

		5		
	Kontaktní tlak [MPa]			
	2	4	6	8
Koeficient tření	0,0742	0,0712	0,0692	0,0714
Směrodatná odchylka	0,00044	0,00052	0,00027	0,00046





Obr. 8.4.1. Průběh koeficientu tření pro materiál EN AW 5754, mazivo AC PL 3802-39LV

# 8.5 DISKUZE K NAMĚŘENÝM MATERIÁLOVÝM CHARAKTERISTIKÁM

Z naměřených materiálových charakteristik je patrné, že materiál EN AW 5754 vykazuje při deformaci nehomogenní chování. Důsledkem vzniku skluzových pásů dochází k lokalizaci deformace a nižší celkové tažnosti materiálu. I přesto je tento materiál používán jako slitina hliníku určená k tváření nepohledových výlisků z plechů. Podobně jako u materiálu DC 05 byly provedeny všechny materiálové testy potřebné k definici materiálového modelu při numerických simulacích procesu tváření. Z důvodu výrazné meze kluzu s tzv. Lüdersovou prodlevou nedosahuje aproximace pracovního diagramu ze statické zkoušky tahem v oblasti malých deformací takové přesnosti jako u hlubokotažného materiálu DC 05. Celková korelace naměřených dat a aproximované křivky je však pro výpočet metodou konečných prvků dostačující.

# 9 NUMERICKÁ SIMULACE TAŽENÍ VÝLISKU ROTAČNÍHO TVARU Z MATERIÁLU DC 05

Výhodou numerické simulace procesu tažení plechu je možnost analýzy deformace již ve fázi konstrukce výlisku či nástroje. Pro tyto účely bylo vyvinuto již značné množství rozmanitých matematických modelů zpracovaných do podoby více či méně univerzálních software řešících problematiku lisovatelnosti plechových výrobků. Nejsložitější modely pracují na bázi metody konečných prvků používajících ke své činnosti pracovních stanic. Všechny tyto nástroje slouží k řešení problematiky lisování na různých úrovních.

Numerické simulace tažení výlisku se uplatňují zejména v automobilovém průmyslu, kde se setkáváme se stále složitějšími tvary s vysokými požadavky na kvalitu a rychlost inovací. Dosavadní metody práce v předvýrobních etapách jsou však v podstatě stále založeny z větší části na zkušenostech a znalostech získaných řešením předchozích úkolů. Tvarová složitost výrobků, zavádění nových materiálů do výroby, snaha o minimální zmetkovitost, ekologie výroby atd., to všechno jsou problémy při jejichž řešení se v současné době stále více uplatňují numerické simulace procesu tažení. Simulace poskytuje již v předvýrobní etapě cenné informace o plastickém toku materiálu, nebezpečí vzniku trhlin, zvlnění, velikosti odpružení, atd.. Tyto informace umožňují realizovat vhodné zásahy a změny v technologii výroby již ve fázi její přípravy a včas umožňují optimalizovat tvar výlisku, tvar nástřihu a jeho orientaci, technologické podmínky tažení, technologické zásahy do konstrukce nástroje apod.. Takový postup vede k významnému poklesu nákladů při náběhu lisování, zlepšení možnosti řízení a kvality procesu lisování, časovým úsporám při inovacích a ve svých důsledcích vede k významnému zvyšování konkurenceschopnosti finálního produktu.

V současné době existuje celá řada programů na bázi metody konečných prvků, které se využívají k řešení nelineárních úloh, jaké představuje i tažení plechu. Tato technologie v podstatě zahrnuje kombinaci tří typů nelineárního chování:

- geometrické (velké tvarové změny),
- > materiálové (nelineární zpevňování plechu při plastickém přetvoření),
- okrajových podmínek (proměnný kontakt plechu s nástrojem).

V těchto úlohách není napětí přímo úměrné ani deformaci, ani zatěžování. Závislost síly na dráze nástroje je také nelineární. Rovněž zde nelze uplatnit princip superpozice. Řešení těchto úloh je tak nesrovnatelně složitější než běžných lineárních úloh. Dále je nutno vzít



v úvahu, že numerická simulace je ve své podstatě jen metodou přibližné analýzy a poskytuje jen tak přesné výsledky, jak kvalitní se podaří určit základní prvky řešení, jako je:

- model úlohy (vhodná diskretizace pro daný problém)
- > model chování materiálu (včetně přijatých předpokladů)
- > popis zatěžování a specifikace okrajových podmínek
- algoritmus vlastního řešení

Skutečností je, že současné obecné programy na bázi metody konečných prvků nejsou schopny uspokojivě řešit úlohy tažení plechových výlisků. S ohledem na výše stanovená kritéria je zřejmé, že úspěšná simulace je zajištěna pouze použitím vysoce specializovaných programů, mezi které patří především PAM STAMP 2G, AUTOFORM, OPTRIS, DYNA-3D atd.. V předkládané práci je pro simulace procesu tažení výlisku využíváno jednoho z nejrozšířenějších programů v automobilovém průmyslu, PAM STAMP 2G.

## 9.1 STRUČNÁ CHARAKTERISTIKA PROGRAMU PAM STAMP 2G

Programový soubor PAM STAMP 2G je specializovaný CAE software pro simulaci plošného tváření technologiemi hlubokého tažení, ohýbání, lisování do pryže a hydroformingu, speciální materiálový model umožňuje provést i simulaci thermoformingu plastů a kompozitních materiálů. Program umožňuje volit libovolnou kinematikou pohybu tvářecích nástrojů (lisování jednočinné, dvojčinné, trojčinné, ale i ohýbání trubek, apod.).

Předpoklady a matematické algoritmy použité při řešení tvářecích operací pomocí programu PAM STAMP 2G jsou následující:

- Lagrangeova formulace 3D geometrie
- diskretizace metodou konečných prvků, deformační metoda konečných prvků
- dynamická relaxace
- explicitní časové schéma (metoda centrálních diferencí) pro řešení pohybové rovnice, řízená velikost časového kroku
- Newtonova-Raphsonova metoda pro odpružení
- plech diskretizován trojúhelníkovými nebo čtyřúhelníkovými skořepinovými prvky
- Mindlinova teorie skořepin, zobecněné posuvy deformace střednice a natočení normál
- > podintegrované skořepinové prvky s bilineární aproximací
- rovinná napjatost v rovině plechu



- činné plochy nástroje nedeformovatelné, diskretizace trojúhelníkovými nebo čtyřúhelníkovými prvky
- velké deformace, velké rotace
- model elastoplastického materiálu založeného na různých podmínkách plasticity, asociativním zákonu tečení a anizotropním modelu zpevnění
- > možnost zahrnout zpevnění materiálu vlivem rychlosti deformace
- Coulombův model tření s konstantním součinitelem tření
- kontaktní vyhledávací algoritmus Master-Slave, plech Slave, nedeformovatelné části nástroje v kontaktech Master, zahrnutí okamžité tloušťky skořepiny v kontaktních podmínkách
- adaptivní přesíťování.

Nezbytně nutnou podmínkou pro definici numerické simulace procesu tažení je znalost geometrie všech činných ploch nástroje a přístřihu plechu. Jak již bylo uvedeno v předchozích kapitolách, většina společností zabývajících se vývojem software pro numerické simulace technologických procesů, dodává ucelený soubor softwarových produktů v kterých je zpravidla implementován i modul pro optimalizaci činných ploch nástroje. Stejný přístup k numerickým simulacím procesu tažení plechů zastává i firma ESI Group, která vyvinula pro návrh nástrojů softwarový produkt PAM-DIEMAKER. U složitých výlisků, které karosářské velkoplošné výlisky bezesporu jsou, je vzájemná provázanost konstrukčního a technologického návrhu tvaru výlisku nezbytnou nutností.

Ve fázi konstrukčního návrhu tvaru nástroje převládá požadavek na dodržení designového zadání tvaru výlisku a činné plochy nástroje jsou modelovány v CAD systémech (dnes především sw CATIA V5 a Pro Engineer). Snahou je do těchto CAD software implementovat základní moduly návrhu tvaru nástrojů (např. PAM-DIEMAKER) a eliminovat tak možné zásadní konstrukční chyby. V této fázi návrhu tvaru nástroje jsou prováděné rychlé a přibližné analýzy lisovatelnosti (např. v PAM-Quik STAMP), bez požadavku na dodržení všech technologických vstupů, s cílem verifikace zvoleného konstrukčního řešení. Z hlediska konstrukčního návrhu je tento postup opakován až do okamžiku dosažení výsledného řešení. Správnost výsledného konstrukčního řešení tvaru nástroje je následně ověřována podrobnou analýzou celého procesu tažení prostřednictvím numerické simulace (např. v PAM STAMP 2G). Při této analýze je již respektován co největší počet reálných technologických parametrů vstupujících do procesu tažení a v případě kladného výsledku je možné přistoupit k výrobě nástroje. V případě negativního výsledku analýzy procesu tažení je nutná korekce tvaru nástroje a celý postup se opakuje.



# 9.2 GEOMETRICKÁ DEFINICE PROCESU TAŽENÍ VÝLISKU ROTAČNÍHO TVARU

Laboratoř tváření kovů katedry strojírenské technologie TU v Liberci disponuje tažným nástrojem s hydraulicky ovládaným přidržovačem pro výrobu výlisku rotačního tvaru o průměru 80 mm. Z důvodu porovnání experimentálně získaných výsledků měření a výsledků získaných pomocí numerické simulace byl tento výlisek zvolen pro provádění testů.

V prostředí CATIA V5 byly vytvořeny plošné modely jednotlivých funkčních částí tažného nástroje a exportovány do formátu \*.igs, který je jedním z vhodných vstupních geometrických formátů do software PAM STAMP 2G. Vzhledem k tomu, že import funkčních ploch nástrojů probíhá vždy jednotlivě, je nutné dodržovat při tvorbě geometrických ploch v prostředí CAD systému shodný souřadný systém pro všechny tyto plochy. Software PAM STAMP 2G umožňuje jednoduché transformace geometrické sítě, ale není primárně určen pro složité zpracování CAD dat, tak jako jiné specializované CAD software. Toto je třeba si při tvorbě ploch nástroje uvědomit a již od začátku konstrukce nástroje postupovat v jednotném souřadném systému.

Plošné modely tažníku, tažnice a přidržovače ve formátu \*.igs byly jednotlivě importovány do PAM STAMP 2G. Software PAM STAMP 2G má integrovaný modul DeltaMESH, který provede diskretizaci ploch trojúhelníkovými nebo čtyřúhelníkovými skořepinovými prvky. U tvarově složitějších modelů je doporučováno využít specializovaný software pro tvorbu konečno prvkové sítě a takto vytvořenou síť importovat do PAM STAMP 2G. V našem případě se jednalo o tvarově velmi jednoduchý případ a postupováno bylo cestou automatického převodu \*.igs formátu pomocí DeltaMESH. Jedním ze základních parametrů, které uživatel definuje při diskretizaci importované plochy je maximální velikost konečno prvkové sítě a max. hodnota velikosti úhlu, který svírají normály sousedních elementů. Těmito základními parametry je pak definována velikost výpočtové sítě a počet elementů na tvarově složitých plochách (přechodech ploch). Je doporučováno volit takové parametry konečno prvkové sítě na nástrojích, aby bylo minimálně 5 elementů v přechodových oblastech (zaoblení tažných hran atd. ). Na obr. 9.2.1 jsou vidět funkční plochy nástroje pro tažení výlisku rotačního tvaru po importu a diskretizaci ploch konečno prvkovou sítí. Na detailu v obr. 9.2.1 je vidět zaoblení tažné hrany, kdy přechod mezi oběma plochami tvoří 6 elementů deformační sítě (bíle vyznačené). Je tak splněna podmínka minimálního počtu 5-ti elementů v přechodové oblasti. Každý z importovaných elementů sítě má svojí normálu určující horní a spodní plochu elementu. Před vlastním výpočtem je vhodné



orientovat všechny elementy daného objektu jedním směrem. Standardně se orientace elementů deformační sítě volí tak, aby normály směřovaly k tvářenému plechu. Princip orientace jednotlivých normál na funkčních plochách je patrný z obr. 9.2.2.



Obr. 9.2.1 Funkční plochy nástroje v prostředí PAM STAMP 2G.



Obr. 9.2.2. Orientace jednotlivých normál elementů na funkčních plochách.



## 9.3 MATERIÁLOVÁ DEFINICE PLECHU DC 05

### 9.3.1 Podmínka plasticity dle Hilla

Přechod do plastické stavu a deformační chování tvářeného materiálu je v software PAM STAMP 2G definován podmínkou plasticity a křivkou zpevnění. Vzhledem k silně anizotropnímu charakteru materiálů pro plošné tváření umožňuje software výběr z několik anizotropních podmínek plasticity používaných při řešení úloh tváření kovů. V předkládané práci bude pro materiálovou definici využita Hillova anizotropní podmínka plasticity (viz. kap. 5.2.5) a podmínka plasticity dle Vegtera (viz. kap. 5.2.6).

Při volbě materiálového modelu pro testovaný plech DC 05 dle Hillovy podmínky plasticity bylo třeba vyplnit do materiálové karty tyto základní údaje:

- Youngův modul pružnosti (E=197 GPa)
- > Poissonova konstanta ( $\mu$ =0,3)
- > Měrná hmotnost ( $\rho$ =7 800 kg/m<sup>3</sup>)

Pro definici deformačního chování materiálu dle Hillovy podmínky plasticity je nutná znalost koeficientů normálové anizotropie ve směrech 0°, 45°, 90° a křivky deformačního zpevnění materiálu. Definice materiálu DC 05 v prostředí PAM STAMP 2G využívá již provedených experimentálních měření, která jsou deklarována v kapitole 7, kde jsou zaznamenány v tabulce 7.1.1. hodnoty naměřených koeficientů normálové anizotropie pro materiálu DC 05. Pro definici křivky zpevnění je využito aproximačního vztahu označovaného jako Swift-Krupkowsky (211) a diskutovaného v kapitole 7.1.1. V tabulce 7.1.1.3 jsou uvedeny zjištěné hodnoty aproximačních koeficientů pro jednotlivé testované směry. Vzhledem k tomu, že materiálový model využívající Hillovu podmínku plasticity není schopen rozlišit různé křivky zpevnění pro jednotlivé testované směry, je do tohoto modelu zadána křivka zpevnění jako průměrná hodnota z naměřených parametrů. Křivka zpevnění materiálu DC 05 je definována v tomto výpočtovém modelu vztahem:

 $\sigma = 493.2 \cdot (\varphi + 0.00592)^{0.2281} \tag{219}$ 

Změnu mechanických vlastností při vyšších deformačních rychlostech lze při materiálové definici zohlednit Strain rate modelem. Tento model se však, na rozdíl od simulace crash testů, pro běžně používané rychlosti tváření v numerických simulacích procesu tažení nevyužívá. Na obr. 9.3.1.1. je vidět materiálová definice materiálu DC 05 v prostředí PAM STAMP 2G.



Material 🔀	Curve plotter : Material	
Name DC 05 HAB	2243 <b>* . : :</b> * . : : : : : : : : : : : : : : : : : :	
Type Standard steel	Curves:	
Mechanics		
Parameters		
E 197. Ü 0.3 ρ 7.8Ε-6		
Plasticity law		
	General Definition Operator	
I Ito-Goya plasticity KC	Mode: Krupkowsky law	
Anisotropic Criticitopic		
	$\sigma = K \cdot (\varepsilon_0 + \varepsilon_p)^n$	
Non-associated plasticity: Experimental	Eps0: 0.00592	
Defined in hardening curve	К: 0.4932 п: 0.2281	
	Signa saturation	
	Max:	
-	0.2	
Matfem failure criterium     0 forming limit curve(s)	Apply Reset	
Hardening curve		
Definition Krupkowsky law		.8 0.9
Name DC_05_HAB HC		
Kinematic model Parameters		_
Strain rate model Parameters		
OK		

Obr. 9.3.1.1. Materiálová definice materiálu DC 05 v prostředí PAM STAMP 2G.



### 9.3.2 Podmínka plasticity dle Vegtera

Podmínka plasticity dle Vegtera je diskutována v kap. 5.2.6 a vychází z experimentálně naměřených hodnot deformačního chování materiálu při různých stavech napjatosti. Pro zjištění všech parametrů pro základní variantu modelu je potřeba provést tyto mechanické zkoušky:

- Tahovou zkoušku (1)
- Plane Strain test (2)
- Bulge test (vypínání) (3)
- Shear test (smyk) (4)

Výsledky získané vše uvedenými testy definují charakteristické body na ploše plasticity  $\sigma_1$ - $\sigma_2$ , tak jak je vidět na obr. 9.3.2.1. Koeficient normálové anizotropie naměřený pro daný charakteristický bod dále definuje normálu tečny procházející tímto bodem. Matematické odvození je uvedeno v kap. 5.2.6. Konstrukce plochy plasticity pomocí normál v charakteristických bodech je patrná z obr. 9.3.2.1.



Obr. 9.3.2.1. Konstrukce plochy plasticity dle Vegtera pomocí normál v charakteristických bodech. [49]

Jak již bylo uvedeno v kap. 5.2.6, je pro matematický popis podmínky plasticity procházející experimentálně zjištěnými referenčními body použita kvadratická Bezierova křivka. Tato parametricky určená křivka umožňuje vytvoření hladké plochy plasticity s plynulými přechody v referenčních bodech. Tato křivka prochází jen svým prvním a posledním řídícím bodem, ostatní body ovlivňují pouze výsledný tvar této křivky. Ukázka definice podmínky plasticity pomocí Beziérových křivek je vidět na obr. 9.3.2.2.





Obr. 9.3.2.2. Ukázka definice podmínky plasticity pomocí Beziérových křivek. [49]

Je patrné, že definice materiálového modelu dle Vegtera je experimentálně a časově poměrně náročná záležitost a je třeba provést více zkoušek pro různé stavy napjatosti. Z tohoto důvodu byl vytvořen odlehčený model, označovaný jako Vegter Lite, kde pro sestavení modelu stačí z experimentálního měření získat daleko méně parametrů. Pro získání této varianty modelu postačuje provést jen statickou zkoušku tahem a Bulge test. Princip konstrukce podmínky plasticity dle Vegter Lite je patrný z obr. 9.3.2.3. Výsledky tahových zkoušek je možné provádět pro libovolný počet směrů a takto získané výsledky deformačních charakteristik zohlednit při konečno prvkovém výpočtu. Z časových důvodů a experimentálních možností na KSP byl tento model zvolen pro numerický výpočet metodou konečných prvků. Statická zkoušky byla provedena pro 7 směrů.



Obr. 9.3.2.3. Princip konstrukce podmínky plasticity dle Vegter Lite.



Mezi zjištěnými body se poté realizuje interpolace pomocí Nurb křivky. Jedná se o křivku, jejíž tvar závisí na poloze řídících bodů, uzlovém vektoru a váhách řídících bodů. Nurb křivky se řadí do skupiny interpolačních křivek, které obecně neprocházejí svými řídícími body, ale tyto body mají vliv na výsledný tvar křivky. Pokud je váha řídícího bodu kladná, je křivka k tomuto místu lokálně přitahována, v opačném případě je naopak odpuzována. Váhový faktor tedy určuje zploštění části křivky. Hodnoty váhového faktoru závisí na používaném materiálu. Vliv váhového faktoru na tvar podmínky plasticity je patrný z obr. 9.3.2.4.



Obr. 9.3.2.4. Vliv váhového faktoru na tvar podmínky plasticity [45]

Při definici materiálové karty je možné v prostředí PAM STAMP 2G vybírat z několika materiálových modelů. Jak již bylo uvedeno v předchozí kapitole, definice označovaná jako Hill 48 je základní podmínkou plasticity. Pro přesné výpočty a materiály se specifickými mechanickými vlastnostmi jsou určeny složitější výpočtové modely. V položce "Special steel or Aluminium" je pak možná volba jedné z pokročilejších definic podmínek plasticity (Hill 90, Barlat 91 a Corus-Vegter). Softwarově nejnáročnější je výpočet dle Barlatovy podmínky plasticity. Tento výpočet je cca 5x časově náročnější, než standardní výpočet dle Hillovy podmínky plasticity (Hill 48). V případě požadavku na přesnější výpočet se dává dnes přednost modelu označovaného jako Corus-Vegter a tento model bude využit i v předkládané práci. Pro usnadnění materiálové definice dle modelu Corus-Vegter je v prostředí PAM STAMP 2G vytvořena materiálová karta s možností definice parametrů potřebných pro výpočet podmínky plasticity dle tohoto modelu. Na obr. 9.3.2.5 je tato materiálová karta zobrazena. Při využití této uživatelsky jednoduché definice je nutná znalost všech hodnot napětí a koeficientů normálové anizotropie z experimentálních testů, tak jak je graficky znázorněno na obr. 9.3.2.2. Mez kluzu ve směru 0°je brána vždy jako referenční a



ostatní meze kluzu jsou vyjádřeny jako poměr k této referenční mezi kluzu. Vytvoření tohoto modelu je časově i technicky velmi náročné. V předkládané práci je využit model označovaný jako Vegter Lite (viz. obr. 9.3.2.4), kde pro definici postačuje provedení testů pomocí statické zkoušky tahem a biaxiálního testu pomocí hydrostatické zkoušky vypínáním. Nevýhodou tohoto postupu je nutnost vytvoření uživatelské definice (uživatelské karty) modelu Vegter Lite, která vyžaduje již poměrně pokročilé softwarové znalosti uživatele. Výhodou je možnost zadávání naměřených hodnot pro více jak 3 směry. Této možnosti bylo využito a materiálový model byl definován pro všech 7 měřených směrů, tak jak je vidět na obr. 9.3.2.5.

Material 23	I User-defined attribute	53
Name       DC_05_vegter         Type       Special steel or Alumnium         Mechanics       Themail   Metallurgy           Parameters       •         E       •         Plasticity law       •         Corus-Vegter yield locus       •         Gruniaxial       •         Johne       •         Gruniaxial       •         Corus-Vegter-Lite       Interpolation         Inter/Hynowy, consultamothyle, com       •         Matter addres citerum       •         Parameters       •         Hardening curve       •         Definiton       • <td><pre>prove the set of the set of</pre></td> <td></td>	<pre>prove the set of the set of</pre>	
Kinematic model Parameters  Strain rate model Parameters	1         -         100           Proder shares take.         1         1.0 and Rayes takes.	<b>♦</b> = ₪
oxa)	b)	Cancel

Obr. 9.3.2.5. Materiálové karty pro DC 05 definující modely "Vegter" (a) a "Vegter Lite"(b).



Obr. 9.3.2.6. Porovnání podmínek plasticity pro materiál DC 05



## 9.4 DEFINICE TECHNOLOGICKÝCH PODMÍNEK

Dalším krokem při nastavení numerické simulace procesu tažení je definice technologických podmínek a kinematiky pohybu nástroje. Pro nastavení korektních okrajových podmínek je nutná znalost velikosti přidržovacího tlaku a koeficientu tření mezi jednotlivými činnými plochami a tvářeným plechem. Tyto parametry určující tažné podmínky v nástroji nemusí být konstantní, ale lze je měnit v závislosti na čase, nebo na hloubce tažení. Velikost koeficientu tření je možné měnit i v ploše tvářeného plechu a zohlednit tak odlišné tribologické podmínky vlivem mazání plechu technologickým mazivem. Pro jednoduché úlohy se však koeficient tření určuje jako konstanta. Software PAM STAMP 2G umožňuje volbu libovolné kinematiky jednotlivých částí tažného nástroje. V úlohách, kdy se nevyužívá model zohledňující vliv rychlosti deformace (Strain rate model), se nastavuje rychlost pohyblivých částí tažného nástroje opět jako konstanta.

Pro uživatelsky jednodušší definici celého technologického procesu tažení je v software vytvořeno makro, které pomáhá s rychlou definicí zvoleného technologického procesu. V tomto makru uživatel přiřadí pozice jednotlivým činným plochám nástroje, určí velikost přidržovací síly, vybere materiálovou kartu a stanoví souřadný systém pro numerickou simulaci. Podrobné nastavení procesu lze provést v kartě "Objects attributes". Základní definice procesu pomocí makra a karta s podrobnou uživatelskou definicí jsou vidět na obr. 9.4.1.







Hodnoty technologických parametrů zadávaných do numerické simulace tažení rotační nádoby byly následující:

- Velikost přidržovacího tlaku 23,24 kN odpovídá běžně používané hodnotě
   4 MPa kontaktního tlaku mezi přidržovačem a tvářeným plechem (pr. 165 mm)
- Koeficient tření mezi jednotlivými činnými částmi nástroje a plechem byl volem jako konstanta o hodnotě 0,09. Velikost koeficientu tření byla měřena pro testovaný plech DC 05 v kombinaci s mazivem AC PL 3802-39LV v kap.7.4.2.
- Průměr přístřihu 165 mm
- > Rychlost posuvu přidržovače a tažníku byla volena 10 mm/s.

# 9.5 SIMULACE TAŽENÍ VÝLISKU ROTAČNÍHO TVARU Z MATERIÁLU DC 05

Po ukončení definice celého procesu v prostředí PAM STAMP byl spuštěn výpočet pro obě nadefinované úlohy. Obě úlohy se shodují geometrií nástrojů, v tvaru a rozměru přístřihu a v nastavení technologických parametrů. Rozdíl u obou úloh je v materiálové definici tvářeného plechu DC 05. V prvním případě byl volen základní výpočtový model Hill 48 a v druhém případě byl volen pokročilý výpočtový model Vegter (viz. kap. 9.3). Výsledky numerické simulace jsou uvedeny v následujících kapitolách.

#### 9.5.1 Výsledky numerické simulace mat. DC 05 – model Hill 48

Vzájemná shoda experimentálně získaných hodnot a hodnot z numerické simulace byla provedena pomocí analýzy deformace ve zvoleném řezu výlisku. Rovina řezu byla volena shodně se směrem válcování a jako kritérium pro porovnání shodnosti bylo sledováno rozložení hlavní (Major) a vedlejší (Minor) deformace po délce tohoto řezu. Dalším měřítkem posouzení shody výsledků numerické simulace a experimentu byl průběh a velikost tažné síly při lisování.

Důsledkem anizotropního chování materiálu při tváření je tzv. cípatost výlisku projevující se nestejnou výškou výlisku. S rostoucí anizotropií materiálu se cípatost výlisku zvyšuje. Kontura okraje a výška výtažku v jednotlivých bodech jsou jednoduše měřitelné hodnoty reálně zhotoveného výtažku, které jsou dalším vhodným ukazatelem shodnosti výsledků prováděných testů. Na obr. 9.5.1.1 je vidět tvar výlisku, rozložení hlavní  $\varphi_1$  (Major)



a vedlejší  $\phi_2$  (Minor) deformace v ploše výlisku. Na obr. 9.5.1.2 je vidět řez a průběh hlavní a vedlejší deformace v tomto řezu.



Obr. 9.5.1.1. Rozložení hlavní (Major) a vedlejší (Minor) deformace na výlisku, mat. DC 05, model Hill.



Obr. 9.5.1.2. Rozložení hlavní ( $\phi_1$ ) a vedlejší ( $\phi_2$ ) deformace ve zvoleném řezu.



Pro porovnání cípatosti výlisku je nutné získat souřadnice bodů tvořících konturu okraje výlisku zhotoveného experimentálně a pomocí numerické simulace. V prostředí PAM STAMP 2G byla pomocí detekce volných hran vytvořena křivka okraje výlisku a tato křivka exportována jako datový soubor ve formátu \*.asc. Kontura (výška) okraje výlisku je patrná z obr. 9.5.1.3.



Obr. 9.5.1.3. Kontura (výška) okraje výlisku získaná pomocí MKP (model Hill)

Průběh tažné síly získaný z numerické simulace při použití "modelu Hill" je vidět na obr. 9.5.1.4.



Obr. 9.5.1.4. Průběh tažné síly získaný z numerické simulace při použití "modelu Hill".



### 9.5.2 Výsledky numerické simulace mat. DC 05 – model Vegter

Při vyhodnocení výsledků numerické simulace pro model Vegter bylo postupováno stejně jako u modelu Hill. Na obr. 9.5.2.1 je vidět tvar výlisku, rozložení hlavní  $\varphi_1$  (Major) a vedlejší  $\varphi_2$  (Minor) deformace v ploše výlisku. Na obr. 9.5.2.2 je vidět řez a průběh hlavní a vedlejší deformace v tomto řezu.



Obr. 9.5.2.1. Rozložení hlavní (Major) a vedlejší (Minor) deformace na výlisku, mat. DC 05, model Vegter



Obr. 9.5.2.2. Rozložení hlavní ( $\phi_1$ ) a vedlejší ( $\phi_2$ ) deformace ve zvoleném řezu.

Kontura (výška) okraje výlisku získaná pomocí MKP pro model Vegter je vidět na obr. 9.5.2.3.



Obr. 9.5.2.3. Kontura (výška) okraje výlisku získaná pomocí MKP (model Vegter).

Průběh tažné síly získaný z numerické simulace při použití "modelu Vegter" je vidět na obr. 9.5.2.4.



Obr. 9.5.2.4. Průběh tažné síly získaný z numerické simulace při použití "modelu Vegter".



## 9.6 EXPERIMENTÁLNÍ TAŽENÍ VÝLISKU ROTAČNÍHO TVARU

Pro zjištění vlivu výpočtového modelu na přesnost numerické simulace bylo třeba provést experimentální zhotovení výlisku a stanovit parametry určené pro porovnání. Experiment byl realizován v prostorách lisovny kovů KSP TU v Liberci na klikovém lisu LU 160, kde je instalovaný nástroj pro výrobu výlisků rotačního tvaru. Konstrukce nástroje pro hluboké tažení umožňuje pomocí tenzometrického snímače monitorizaci průběhu tažné síly s frekvencí snímání dat 10 kHz. Uspořádání pracoviště v prostorách KSP při tažení výlisku rotačního tvaru je vidět na obr. 9.6.1.



Obr. 9.6.1. Uspořádání pracoviště v prostorách KSP při tažení výlisku rotačního tvaru.

S ohledem na to, že pro analýzu deformace na výlisku byla zvolena metoda deformačních sítí, bylo nutné před vlastním lisováním tuto deformační sít nanést na plech. Volena byla ortogonální síť bodů s roztečí 3 mm nanesená metodou elektrochemického leptání. Přístřih plechu a výlisek s nanesenou deformační sítí je vidět na obr. 9.6.2.



Obr. 9.6.2. Přístřih plechu a výlisek s nanesenou deformační sítí.



Analýza deformace výtažku z plechu se prováděla pomocí bezkontaktního systému Argus. Princip metody je popsán v kap. 4.4.2. Na obr. 9.6.3. je ukázka pořizování snímků pro obrazovou analýzu systémem Argus, kde jsou vidět kalibrační kameny a tyčinky pro sestavení celkového prostorového tvaru výlisku.



Obr. 9.6.3. Ukázka pořizování snímků pro obrazovou analýzu systémem Argus.

Po nasnímání sledovaného objektu je proveden výpočet deformace a vizualizace výsledků ve formě 3D souřadnic analyzovaných bodů, které tvoří plochu výtažku a mapy deformací na povrchu analyzovaných ploch. Příklad výsledku experimentálního měření deformace na výlisku rotačního tvaru je vidět na obr. 9.6.4. Podobně jako u numerických simulací je i zde možnost deformační analýzy v řezech popř. ve sledovaných bodech.



Obr. 9.6.4. Příklad výsledku experimentálního měření deformace na výlisku rotačního tvaru pomocí systému Argus (a-Major strain, b-Minor strain).



Průběh deformace na experimentálně zhotoveném výlisku ve zvoleném řezu (Section 0) je vidět na obr. 9.6.5.



Obr. 9.6.5. Průběh deformace na experimentálně zhotoveném výlisku ve zvoleném řezu.

Velikost tažné síly byla zjišťována tenzometrickým snímačem KAF 500 kN při frekvenci snímání dat 10 kHz. Naměřený průběh tažné síly zjištěný při výrobě výlisku rotačního tvaru z materiálu DC 05 je vidět na obr. 9.6.6.



Obr. 9.6.6. Naměřený průběh tažné síly při tažení výlisku z materiálu DC 05.



# 9.7 POROVNÁNÍ EXPERIMENTÁLNÍCH MĚŘENÍ A VÝSLEDKŮ ZÍSKANÝCH Z MKP PRO MATERIÁL DC 05

#### 9.7.1 Rozložení deformace na výlisku

Porovnání experimentálně zjištěného rozložení deformace a výsledků získaných z MKP pro materiál DC 05 je provedeno ve formě srovnávacích grafů deformace, kde jsou zachyceny výsledky rozložení deformace pro oba testované výpočtové modely (model Hill a Vegter) a experiment. Grafické znázornění výsledků prováděných testů je vidět na obr. 9.7.1.1. a obr. 9.7.1.2.



Obr. 9.7.1.1. Grafické znázornění rozložení hlavní (Major) deformace, mat. DC 05.



Obr. 9.7.1.2. Grafické znázornění rozložení vedlejší (Minor) deformace, mat. DC 05

### 9.7.2 Porovnání cípatosti výlisku

V kapitole 4.4.2. byly uvedeny omezující faktory pro analýzu deformace systémem Argus. Systém výpočtu deformace v jednotlivých bodech neumožňuje korektní výpočet v oblastech blízkých okrajům výlisku. Z tohoto důvodu systém Argus při analýze deformace a vytváření prostorového tvaru výlisku nezobrazuje konturu okraje výlisku, kde má být provedeno měření cípatosti výlisku. Vady při analýze deformace v okrajových oblastech výtažku jsou patrné z obr. 9.6.4. Parametr určující cípatost výlisku, v našem případě výška výlisku, bylo tedy nutné měřit pomocí digitálního úchylkoměru (viz. obr. 9.7.2.2). Porovnání cípatosti z experimentálně naměřených hodnot a výsledků numerické simulace je vidět na obr.9.7.2.1.



Obr.9.7.2.1. Porovnání cípatosti materiálu DC 05.



Obr.9.7.2.2. Měření cípatosti na výlisku pomocí úchylkoměru



### 9.7.3 Porovnání tažných sil

Dalším parametrem pro určení vlivu výpočtového modelu na přesnost numerické simulace je porovnání tažných sil. Na obr. 9.7.3.1. je vidět porovnání velikosti a průběhu tažných sil při reálném tažení a výsledků získaných z MKP pro oba testované výpočtové modely.



Obr. 9.7.3.1. Průběhy tažných sil pro materiál DC 05.

## 9.8 DISKUZE VÝSLEDKŮ MĚŘENÍ MATERIÁLU DC 05

Porovnání vlivu výpočtového modelu na přesnost numerické simulace byla testována na jednoduchém výtažku rotačního tvaru o průměru 80 mm. Výlisek tohoto typu byl vybrán z důvodu strojního a nástrojového vybavení dílen tváření kovů, katedry strojírenské technologie. Z výsledků numerických simulací rozložení deformace na výlisku je patrné, že vetší shody s experimentálním měřením bylo dosaženo při použití výpočtového modelu Vegter. Trendy rozložení deformace u obou konečno prvkových výpočtů jsou podobné, ale u výpočtu dle Vegtrovy podmínky plasticity dochází k větší korelaci experimentálně naměřených hodnot deformace a výsledků numerické simulace (viz. obr. 9.7.1.1. a obr. 9.7.1.1). Oproti skutečnosti konečno prvkový výpočet dle Hillovy podmínky plasticity nadsazuje maximální hodnotu plastického přetvoření na výlisku. Přesnější výsledky numerické simulace při použití modelu Vegter dokumentuje i tvarová shoda, jejímž měřítkem je výška a cípatost výlisku způsobená anizotropií materiálu. Pro získání představy o



výsledcích provedených testů byly do tabulky 9.8.1. vyneseny hodnoty minimální, maximální a průměrné výšky výtažku.

Výpočtový model	Výška výlisku h [mm]			Tažná síla [kN]	
	h <sub>min.</sub>	h <sub>max.</sub>	Δh	h <sub>střední</sub>	F <sub>max.</sub>
Hill 48	65,16	73,60	8,44	68,85	64,1
Vegter	73,50	75,59	2,09	74,54	62,1
Experiment	72,65	77,01	4,36	74,79	63,2

**Tabulka 9.8.1.**Naměřené hodnoty výšky výlisku a tažné síly materiálu DC 05.

Z tabulky 9.8.1 je patrné, že při použití modelu Vegter je střední hodnota výšky výtažku prakticky shodná se skutečně naměřenými hodnotami. Rozdíl je v tomto případě pouze v cípatosti výlisku, kdy model Vegter cípatost výlisku snižuje. Výška výtažku stanovená výpočtem dle Hillovy podmínky plasticity je oproti skutečnému výlisku menší a cípatost výlisku výrazně vyšší, tak jak vidět z obr.9.7.2.1 a tabulky 9.8.1. Výsledek konečno prvkového výpočtu koresponduje s použitou podmínkou plasticity. U modelu Hill 48 je materiálová definice omezena pouze na 3 směry a materiál tak při svém deformačním chování vykazuje silně anizotropní chování projevující se vyšší cípatostí a většími rozdíly v deformaci na jednotlivých místech výlisku. Definice modelu Vegter vychází z naměřených mechanických hodnot pro 7 směrů odebrání vzorků a lépe popisuje deformační chování materiálu v průběhu zatížení.

Porovnáním průběhů tažných sil zachycených na obr. 9.7.3.1 a maximálně dosažených hodnot tažné síly (viz. tab. 9.8.1.) docházíme ke konstatování, že výpočtový model nemá na výsledek velikosti tažné síly zásadní vliv. Rozdíly mezi jednotlivými hodnotami je v řádu procent, což je zanedbatelný rozdíl.



# 10 NUMERICKÁ SIMULACE TAŽENÍ VÝLISKU ROTAČNÍHO TVARU Z MATERIÁLU EN AW 5754

Při numerické simulaci tažení rotačního výlisku z materiálu EN AW 5754 bylo postupováno analogicky jako u materiálu DC 05. Z důvodu rozsahu práce zde budou uvedeny pouze rozdíly oproti nastavení konečno prvkového výpočtu, které je prezentováno v kapitole 9 pro materiál DC 05.

# 10.1 GEOMETRICKÁ DEFINICE PROCESU TAŽENÍ VÝLISKU Z MATERIÁLU EN AW 5754

Geometrická definice je shodná s nastavením úlohy prezentované v kap. 9.2.

## 10.2 MATERIÁLOVÁ DEFINICE PLECHU EN AW 5754

### 10.2.1 Podmínka plasticity dle Hilla

Podobně jako v předchozí úloze s materiálem DC 05 bude i pro materiál EN AW 5754 využita pro materiálovou definici Hillova anizotropní podmínka plasticity (viz. kap. 5.2.5) a podmínka plasticity dle Vegtera (viz. kap. 5.2.6).

Při volbě materiálového modelu pro testovaný plech EN AW 5754 dle Hillovy podmínky plasticity bylo třeba vyplnit do materiálové karty tyto základní údaje:

- > Youngův modul pružnosti (E=69 GPa)
- ➢ Poissonova konstanta (µ=0,34)
- > Měrná hmotnost ( $\rho=2.700 \text{ kg/m}^3$ )

Pro definici deformačního chování materiálu dle Hillovy podmínky plasticity je nutná znalost koeficientů normálové anizotropie ve směrech 0°, 45°, 90° a křivky deformačního zpevnění materiálu. Definice materiálu EN AW 5754 v prostředí PAM STAMP 2G využívá již provedených experimentálních měření, která jsou deklarována v kapitole 8, kde jsou zaznamenány v tabulce 8.1.1. hodnoty naměřených koeficientů normálové anizotropie pro materiálu EN AW 5754. Pro definici křivky zpevnění je využito aproximačního vztahu označovaného jako Swift-Krupkowsky (211) a diskutovaného v kapitole 7.1.1. V tabulce 8.1.1.1 jsou uvedeny zjištěné hodnoty aproximačních koeficientů pro jednotlivé testované směry. Vzhledem k tomu, že materiálový model využívající Hillovu podmínku plasticity není schopen rozlišit různé křivky zpevnění pro jednotlivé testované směry, je do



tohoto modelu zadána křivka zpevnění jako průměrná hodnota z naměřených parametrů. Křivka zpevnění materiálu EN AW 5754 je definována v tomto výpočtovém modelu vztahem:  $\sigma = 410,3 \cdot (\phi + 0,00771)^{0.2547}$  (220)

Na obr. 10.2.1.1 je vidět materiálová definice materiálu EN AW 5754 v prostředí PAM STAMP 2G.



Obr. 10.2.1.1. Definice materiálu EN AW 5754 v prostředí PAM STAMP 2G.

#### 10.2.2 Podmínka plasticity dle Vegtera

Tak jak bylo diskutováno v kapitole 9.3.2. je v předkládané práci využit model označovaný jako Vegter Lite (viz. obr. 9.3.2.4), kde pro definici postačuje provedení testů pomocí statické zkoušky tahem a biaxiálního testu pomocí hydrostatické zkoušky vypínáním. Stejně jako v případě materiálu DC 05 byla i u slitiny hliníku EN AW 5754 vytvořena materiálová karta, která zohledňuje experimentální měření pro všech 7 měřených směrů odebrání vzorků. Materiálová karta EN AW 5754 definující model Vegter Lite je vidět na obr.10.2.2.1.



er-defined cards	
andatory cards	
Nanuació y Caros Neuroversion 2004 NALYSTS EXPLICIT	
ITLE / E 510520530540550560570580	
510520530540550560570580	
ATER / 3109 109 2.72E-06 0 0 0	
# BLANK AUXVAR1 AUXVAR2 AUXVAR3 AUXVAR4 AUXVAR5 AUXVAR6 QVM THERMAL	
TITLE	
# E SIGMA_Y NUE PLA_FLAG HGM HGW HGQ As	
69.0KRUPK 0.33 3 0. 0. 0. 0.	
0.4547 0.005727 0.2895 0.	
#PSLNpMAX STRAT1 STRAT2 RELIM BLANK EPREF	
# STRAT3 STRAT4 STRAT5 STRAT6 EWK-Nr BLANK ZHI <del>f</del> 0	
0. 0. 0. 0. 0. 0.10 0.	
2109	
<i>a</i>	
510520530540550560570580 510520530540550560570580	
EGTER/ 2109 0	
VEGTER AUXILIARY DEFINITION - FORMAT 1	
AME Vegter 7 smeru fitovany na Krupkowski model	
NGLE 0.0	
ND_ANGLE	
NGLE 15.0 98737 0.66131 1.06212 0.47418 0.60233	
ND_ANGLE	
.97519 0.73288 1.06938 0.48331 0.58809	
ND_ANGLE NGLE 45.0	
96474 0.75884 1.05321 0.51432 0.56448	
ND_ANGLE 60.0	
.96421 0.77741 1.05386 0.51393 0.54717 ND_ANGLE	
NGLE 75.0 96646 0 70129 1 05072 0 51562 0 55188	
ND_ANGLE	
NGLE 90.0 .96495 0.66068 1.04775 0.51412 0.54173 N.ANGLE	
ND_VEGTER	
ART / 15HELL 3109	
4ME blank 0.0	
10 7	
0 1 0 0	
NU_PART	
	•
Ide ranne defined in the carde -	
del objects Ids:	÷ =
Id of object 'Blank'	
Id of object Taznice_kelimek	
to or object, prior zonac	

Obr. 10.2.2.1 Materiálová karta pro EN AW 5754 definující model Vegter Lite.

Grafické vyjádření použitých podmínek plasticity pro materiál EN AW 5754 je vidět na obr. 10.2.2.2.



Obr. 10.2.2.2. Grafické vyjádření použitých podmínek plasticity pro materiál EN AW 5754.



## **10.3 DEFINICE TECHNOLOGICKÝCH PODMÍNEK**

Technologické podmínky při tažení výlisku z materiálu EN AW 5754 byly shodné s podmínkami při tažení výlisku z materiálu D 05. Jediným rozdílným parametrem je pouze hodnota koeficientu tření, která dle provedených tribologických testů pro materiál EN AW 5754 (viz. kap. 8.4.) činila 0,07. Hodnoty technologických parametrů zadávaných do numerické simulace tažení rotační nádoby z materiálu EN AW 5754 byly tedy následující:

- Velikost přidržovacího tlaku 23,24 kN odpovídá běžně používané hodnotě 4 MPa kontaktního tlaku mezi přidržovačem a tvářeným plechem.
- Koeficient tření mezi jednotlivými činnými částmi nástroje a plechem byl volem jako konstanta o hodnotě 0,07. Velikost koeficientu tření byla měřena pro testovaný plech EN AW 5754 v kombinaci s mazivem AC PL 3802-39LV v kap.8.4.
- Průměr přístřihu 165 mm
- Rychlost posuvu přidržovače a tažníku byla volena 10 mm/s.



# 10.4 SIMULACE TAŽENÍ VÝLISKU ROTAČNÍHO TVARU Z MATERIÁLU EN AW 5754.

Po ukončení definice celého procesu v prostředí PAM STAMP byl spuštěn výpočet pro obě nadefinované úlohy. Obě úlohy se shodují geometrií nástrojů, v tvaru a rozměru přístřihu a v nastavení technologických parametrů. Rozdíl u obou úloh je v materiálové definici tvářeného plechu EN AW 5754. V prvním případě byl volen základní výpočtový model Hill 48 a v druhém případě byl volen pokročilý výpočtový model Vegter (viz. kap. 10.2). Výsledky numerické simulace jsou uvedeny v následujících kapitolách.

#### 10.4.1 Výsledky numerické simulace mat. EN AW 5754 – model Hill 48

Vzájemná shoda experimentálně získaných hodnot a hodnot z numerické simulace byla provedena stejně jako v případě materiálu DC 05 tzn. pomocí analýzy deformace ve zvoleném řezu výlisku, průběhu a velikosti tažné síly při lisování a cípatosti výlisku. Na obr. 10.4.1.1 je vidět výsledek numerické simulace tažení výlisku rotačního tvaru z materiálu EN AW 5754 s rozložením hlavní  $\varphi_1$  (Major) a vedlejší  $\varphi_2$  (Minor) deformace v ploše výlisku.



Obr. 10.4.1.1. Výsledek numerické simulace tažení výlisku rotačního tvaru z materiálu EN AW 5754

Z výsledku numerické simulace je patrné, že v oblasti přechodu stěny a dna výtažku dochází v průběhu tažení ke ztrátě stability výpočtu, projevující se zborcením elementů deformační sítě vlivem vysoké deformace. Ztráta stability je doprovázena ukončením posuvu



plechu z oblasti přidržovače do tažnice. Deformace výlisku se od tohoto okamžiku lokalizuje pouze do přechodové oblasti stěny a dna výtažku. Posuv tažníku způsobuje nestabilní rozvoj deformace přesahující plastické možnosti materiálu a nastává porušení výtažku v této přechodové oblasti. V konečno prvkovém výpočtu je ztráty stability procesu tažení doprovázena poklesem síly viditelným na průběhu tažné síly. V průběhu tažné síly je okamžik počátku nestabilního stavu vyznačen červenou čarou a je vidět na obr. 10.4.1.2.



Obr. 10.4.1.2. Průběh tažné síly s vyznačeným počátkem nestabilního stavu (červená čára).

Z výsledku numerické simulace procesu tažení pro materiál EN AW 5754 při použití modelu Hill 48 je patrné, že výlisek pro dané technologické podmínky nebude lisovatelný.

### 10.4.2 Výsledky numerické simulace mat. EN AW 5754 – model Vegter

Při vyhodnocení výsledků numerické simulace pro model Vegter bylo postupováno stejně jako v předchozích případech u materiálu DC 05, kde bylo vyhodnocováno rozložení hlavní  $\varphi_1$  (Major) a vedlejší  $\varphi_2$  (Minor) deformace v ploše výlisku, dále pak průběh deformace v řezu a cípatost výlisku. Na obr. 10.4.2.1 je vidět rozložení deformace a tvar výlisku získaný při numerické simulace materiálu EN AW 5754 (model Vegter). Volba polohy řezu a rozložení deformace ve zvoleném řezu je vidět na obr. 10.4.2.2.



Obr. 10.4.2.1. Rozložení hlavní (Major) a vedlejší (Minor) deformace na výlisku, mat. EN AW 5754, model Vegter



Obr. 10.4.2.2. Rozložení hlavní ( $\phi_1$ ) a vedlejší ( $\phi_2$ ) deformace ve zvoleném řezu, mat. EN AW 5754.


Na rozdíl od materiálu DC 05, kde byl řez veden ve směru válcování, byl u materiálu EN AW 5754 veden řez pod úhlem 45° vzhledem ke směru válcování. Volba polohy tohoto řezu je dána maximálními hodnotami deformace v tomto směru.

Kontura (výška) okraje výlisku získaná pomocí MKP při simulaci tažení výlisku z materiálu EN AW 5754 (model Vegter) je vidět na obr. 10.4.2.3.



Obr. 10.4.2.3. Kontura okraje výlisku získaná pomocí MKP (model Vegter), mat. EN AW 5754.

Průběh tažné síly získaný z numerické simulace tažení materiálu EN AW 5754 (model Vegter) je vidět na obr. 10.4.2.4.







# 10.5 EXPERIMENTÁLNÍ TAŽENÍ VÝLISKU ROTAČNÍHO TVARU Z MATERIÁLU EN AW 5754

Při zhotovení výlisku z matriálu EN AW 5754 bylo postupováno obdobně jako u materiálu DC 05. Pro porovnání shodnosti výsledků numerické simulace a experimentu jsou voleny stejné parametry, které byly uvedeny v kapitole 9.6. Pro zjištění rozložení deformace na výlisku byl použit systém Argus. Porovnání výsledků měření lze nalézt v následujících kapitolách.

# 10.6 POROVNÁNÍ EXPERIMENTÁLNÍCH MĚŘENÍ A VÝSLEDKŮ ZÍSKANÝCH MKP PRO MATERIÁL EN AW 5754

#### 10.6.1 Rozložení deformace na výlisku

V případě použití modelu Hill 48 při numerické simulaci tažení výlisku rotačního tvaru nebylo dosaženo zhotovení výlisku. Dle numerické simulace docházelo v oblasti přechodu stěny a dna výtažku k porušení výlisku. Reálné lisování však při daných technologických podmínkách prokázalo možnost výroby daného výtažku z materiálu EN AW 5754. Výsledky numerické simulace dle výpočtového modelu Hill 48 se tak z tohoto pohledu jeví jako chybné a nemá význam je dále porovnávat. Porovnání rozložení deformace na experimentálně zhotoveném výlisku a výsledků získaných z MKP pro materiál EN AW 5754 je tak provedeno ve formě srovnávacích grafů pouze pro výpočtový model Vegter. Grafické znázornění výsledků prováděných testů je vidět na obr. 10.6.1.1. a obr. 10.6.1.2.



Obr. 10.6.1.1. Grafické znázornění rozložení hlavní (Major) deformace, mat. EN AW 5754.





Obr. 10.6.1.2. Grafické znázornění rozložení vedlejší (Minor) deformace, mat. EN AW 5754.

#### 10.6.2 Porovnání cípatosti

Porovnání cípatosti z experimentálně naměřených hodnot a výsledků numerické simulace pro model Vegter je vidět na obr. 10.6.2.1.



Obr. 10.6.2.1. Porovnání cípatosti materiálu EN AW 5754.



#### 10.6.3 Porovnání tažných sil

Dalším parametrem pro určení vlivu výpočtového modelu na přesnost numerické simulace je porovnání tažných sil. Na obr. 10.6.3.1. je vidět porovnání velikosti a průběhu tažných sil při reálném tažení materiálu EN AW 5754 a výsledků získaných z MKP pro výpočtový model Vegter.



Obr. 10.6.3.1. Průběhy tažných sil pro materiál EN AW 5754.

## 10.7 DISKUZE VÝSLEDKŮ MĚŘENÍ MATERIÁLU EN AW 5754

Slitina hliníku EN AW 5754 má ve srovnání s materiálem DC 05 nižší plastické schopnosti. I přes tuto skutečnost byly voleny technologické podmínky shodné s podmínkami při lisování hlubokotažného materiálu DC 05. Reálná výroba výlisku rotačního tvaru na klikovém lisu LU 160 prokázala možnost výroby výlisku z materiálu EN AW 5754 bez vzniku trhlin na výlisku. Stav tažení výlisku, který byl vyvozen volbou technologických podmínek, je však na hranici lisovatelnosti uvedené slitiny hliníku EN AW 5754. S ohledem na výsledky numerických simulací materiálu DC 05, kdy bylo dosaženo lepších výsledků při volbě modelu Vegter, se při modelování procesu tažení slitiny EN AW 5754 daly očekávat větší rozdíly ve výsledcích při volbě rozdílných výpočtových modelů (model Hill 48 a Vegter).

Při materiálové definici plechu EN AW 5754 pomocí podmínky plasticity dle Hilla došlo při výpočtu MKP k nestabilnímu stavu konečno prvkové sítě v oblasti přechodu dna a stěny výtažku projevující se zborcením elementů deformační sítě vlivem vysoké deformace. Tyto elementy výpočtové sítě ztrácejí schopnost přenášet tažnou sílu do oblasti přidržovače a



proces tažení plechu je ukončen. Následuje lokalizace deformace a porušení plechu. Z pohledu numerické simulace je tento výlisek nelisovatelný. Konfrontace tohoto zjištění s výsledkem numerické simulace při použití modelu Vegter přináší naprosto odlišné výsledky. Tato simulace byla ukončena korektním způsobem, tzn. bylo dosaženo požadované hloubky tažení bez ztráty stability výpočtové sítě. Výlisek je z tohoto pohledu lisovatelný. Vzhledem k tomu, že experimentální výroba výlisku byla úspěšná, je výsledek numerické simulace dle Vegterovy podmínky plasticity považován za korektní řešení. V této konkrétní úloze výpočtový model Hill 48 poskytl nekorektní výsledky. Porovnáním rozložení deformace na experimentálně zhotoveném výlisku a výlisku z numerické simulace (model Vegter) je patrné, že průběhy i velikosti deformací vykazují vysokou shodu (viz. obr. 10.6.1.1 a obr. 10.6.1.2). Velmi přesné výsledky numerické simulace při použití modelu Vegter pro materiál EN AW 5754 dokumentuje i tvarová shoda, jejímž měřítkem je výška a cípatost výlisku způsobená anizotropií materiálu. Pro získání představy o výsledcích provedených testů byly do tabulky 10.7.1 vyneseny hodnoty minimální, maximální a průměrné výšky výtažku.

Výpočtový model	Výška výlisku h [mm]				Tažná síla [kN]
	h <sub>min.</sub>	h <sub>max.</sub>	Δh	h <sub>střední</sub>	F <sub>max.</sub>
Hill 48	-	-	-	-	-
Vegter	71,75	74,32	2,57	73,05	58,3
Experiment	70,63	74,76	4,13	72,6	60,1

<b>Tabulka 10.7.1</b> N	Naměřené hodnoty výšky	výlisku a tažné síly	v materiálu EN AW 5754.
-------------------------	------------------------	----------------------	-------------------------

Z tabulky 10.7.1 je patrné, že při použití modelu Vegter je střední hodnota výšky výtažku prakticky shodná se skutečně naměřenými hodnotami. Rozdíl je v tomto případě pouze v cípatosti výlisku, kdy model Vegter cípatost výlisku snižuje. Dosažené výsledky potvrzují oprávněnost doporučení využívat pro materiály se specifickými mechanickými vlastnostmi složitější modely definující s větší přesností podmínku plasticity těchto materiálů. Jak ukazují výše prezentované výsledky měření, volba výpočtového modelu může mít i zcela zásadní charakter na výsledek numerické simulace.

Porovnáním průběhů tažných sil zachycených na obr. 10.6.3.1 a maximálně dosažených hodnot tažné síly (viz. tab. 10.7.1) zjišťujeme jejich zanedbatelné rozdíly.



# 11 NUMERICKÁ SIMULACE VÝROBY VÝLISKU NEPRAVIDELNÉHO TVARU

V předcházejících kapitolách byl na jednoduchém výtažku rotačního tvaru prokázán vliv výpočtového modelu na přesnost numerické simulace a ukázána možnost využití numerických simulací pro analýzu deformace. V následujících kapitolách budou tyto poznatky aplikovány a rozšířeny při návrhu výroby výlisku nepravidelného tvaru.

## 11.1 CHARAKTERISTIKA VÝLISKU NEPRAVIDELNÉHO TVARU.

Výlisek nepravidelného tvaru (olejová vana) na kterém budou demonstrovány možnosti a využití numerických simulací procesu tažení je součástí výrobního programu Škoda Motorsport. Tvar výlisku je vidět na obr. 11.1.1.



Obr. 11.1.1. Olejová vana - výlisek nepravidelného tvaru z programu Škoda Motorsport.

Motivem výběru tohoto výlisku pro následné testy a numerické simulace procesu tažení byl požadavek na změnu materiálu výlisku s cílem úspory hmotnosti. Změna materiálu spočívala v nahrazení standardně používaného plechu DC 05 za slitinu hliníku EN AW 5754. Vzhledem k prakticky kusové výrobě těchto výlisků pro program Škoda Motorsport byl jedním ze základních požadavků, při uvažované změně materiálu, minimální zásah do konstrukce stávajícího nástroje. Stávající výlisek z materiálu DC 05 je lisován na dvojčinném hydraulickém lisu s konstantní přidržovací silou 200 kN.



# 11.2 NUMERICKÁ SIMULACE PROCESU TAŽENÍ PRO MATERIÁL DC 05

V případech, kdy je možnost výsledky numerické simulace procesu tažení verifikovat na základě provedených reálných experimentů, je tato možnost ve většině případů využívána. Verifikací zvoleného postupu při numerické simulaci snižujeme významným způsobem riziko možných chyb v následných variantních řešeních daného problému. Tento postup byl zvolen i v případě řešení problematiky změny materiálu u výlisku nepravidelného tvaru (viz. obr. 11.1.1.), kdy prvním krokem bylo vytvoření konečno prvkového výpočtu stávajícího stavu a verifikace numerické simulace na základě provedeného experimentu.

## 11.2.1 Geometrická definice úlohy

Jak již bylo řečeno v kapitole 9, pro definici úlohy procesu tažení je nezbytnou podmínkou znalost tvaru činných ploch. V případě simulace výlisku olejové vany byly známé CAD data činných ploch nástrojů ve formátu \*.STEP. Pomocí software CATIA V5 byla provedena konverze těchto dat na formát \*.igs, který je vhodným vstupním formátem pro software PAM STAMP 2G.

Tvary činných ploch tažného nástroje po importu CAD dat a diskretizaci ploch v prostředí PAM STAMP 2G jsou vidět na obr. 11.2.1.1.





#### 11.2.2 Materiálová definice plechu DC 05

Materiálová karta s definicí mechanických vlastností hlubokotažného plechu DC 05 v prostředí PAM STAMP 2G byla vytvořena již při simulaci výlisku rotačního tvaru. S ohledem na získané výsledky řešení v předchozích částech habilitační práce, byl pro konečno prvkový výpočet tažení výlisku olejové vany využit pouze přesnější výpočtový model dle Vegterovy podmínky plasticity. Kompletní zpracování měření mechanických vlastností hlubokotažného plechu DC 05 je uvedeno v kapitole 7. V kapitole 9.3 je pak popis definice materiálové karty dle výpočtového modelu Vegter.

#### 11.2.3 Simulace procesu výroby výlisku z materiálu DC 05

Okrajové podmínky pro nastavení simulace výroby výlisku olejové vany vycházejí z naměřených hodnot uvedených v kapitole 7 a ze skutečných technologických výrobních parametrů při lisování výlisku z materiálu DC 05. Na základě měření provedených v kapitole 7 byla volena hodnota koeficientu tření mezi jednotlivými částmi tažného nástroje a plechem 0,09. Velikost přidržovací síly byla volena v numerické simulaci ve shodě s reálným lisováním, tj. 200 kN.

Výsledek numerické simulace pro materiál DC 05 je vidět na obr. 11.2.3.1, kde je grafické vyjádření rozložení hlavní (Major) deformace na výlisku zjištěného konečno prvkovým výpočtem v prostředí PAM STAMP 2G. Kritériem pro verifikaci numerické simulace je predikce kritických míst výlisku s určením velikosti deformace v těchto místech.



Obr. 11.2.3.1. Rozložení hlavní deformace na výlisku z materiálu DC 05 zjištěné z MKP.



Z rozložení deformace na výlisku jsou patrná dvě kritická místa v oblasti přechodu dna a stěny výtažku. Z důvodu snadnější identifikace při následném porovnání výsledků s provedenými experimenty jsou oblasti kritických míst zjištěné pomocí MKP označeny písmeny A a B (viz. obr. 11.2.3.1). Hodnoty maximálních deformací v kritických místech výlisku z materiálu DC 05 zjištěné numerickou simulací jsou uvedeny v tabulce 11.2.5.1.

Pro komplexní posouzení lisovatelnosti daného dílu je nejčastěji využíván diagram mezních přetvoření, který vyjadřuje maximální plastické schopnosti materiálu při různých stavech napjatosti v souladu s přijatou definicí mezního stavu. Problematika diagramů mezních přetvoření byla diskutována v kapitole 7.3. Definice mezního stavu, způsob měření a vyhodnocení při zjišťování diagramu mezních přetvoření materiálu DC 05 je podrobně popsáno v kapitole 7.3.2. Výsledky měření diagramu mezních přetvoření materiálu DC 05 prezentované v kapitole 7.3.2 (viz. obr. 7.3.2.1) byly využity při posouzení lisovatelnosti výlisku olejové vany. Naměřený diagram mezních přetvoření materiálu DC 05 byl importován do prostředí PAM STAMP 2G a provedeno vyhodnocení lisovatelnosti. Grafické znázornění velikosti deformace jednotlivých elementů výpočtové sítě a jejich poloha v diagramu mezních přetvoření je vidět na obr. 11.2.3.2.



Obr. 11.2.3.2. Grafické znázornění rozložení deformace na výlisku olejové vany v diagramu mezních přetvoření, materiál DC 05.

Z grafického vyjádření polohy jednotlivých elementů výpočtové sítě v diagramu mezních přetvoření je patrné, že maximální hodnoty deformace v kritických oblastech výlisku

Pavel Solfronk



olejové vany leží v pásmu mezních přetvoření a existuje reálné nebezpečí vzniku trhlin. Souřadnice žádného z bodů však neleží nad křivkou mezních přetvoření (vyznačena žlutou plnou čarou) a lze předpokládat lisovatelnost výlisku s vysokým rizikem vzniku trhliny. Předpoklady formulované na základě výsledků numerické simulace potvrzuje i průběh reálné výroby výlisků, který vykazuje vysoké procento zmetkovitosti. Vzhledem ke kusové výrobě výlisků v programu Škoda Motorsport však představuje tento fakt zanedbatelný problém.

# 11.2.4 Experimentální zjištění deformace na výlisku olejové vany z materiálu DC 05

Pro experimentální zjištění deformace na výlisku olejové vany byl využit bezkontaktní systém pro analýzu deformace Argus. Princip metody je popsán v kap. 4.4.2. Systém pro 3D obrazovou analýzu využívá ortogonální sítě elektrochemicky leptaných bodů na povrchu sledovaného tělesa. V tomto případě byla volena ortogonální sít bodů s roztečí 3 mm. Na obr. 11.2.4.1 je ukázka pořizování snímků olejové vany pro obrazovou analýzu systémem Argus, kde jsou vidět kalibrační kameny a tyčinky pro sestavení celkového prostorového tvaru výlisku.



Obr. 11.2.4.1. Analýza deformace na výlisku olejové vany z materiálu DC 05 systémem

Argus



Po nasnímání sledovaného objektu je proveden výpočet deformace a vizualizace výsledků ve formě 3D souřadnic analyzovaných bodů, které tvoří plochu výtažku a mapy deformací na povrchu analyzovaných ploch. Výsledek experimentálního měření deformace na výlisku olejové vany je vidět na obr. 11.2.4.1.



Obr. 11.2.4.1. Rozložení hlavní deformace na reálném výlisku z materiálu DC 05.

## 11.2.5 Verifikace numerické simulace tažení výlisku z materiálu DC 05

Zvoleným kritériem pro verifikaci numerické simulace tažení výlisku z materiálu DC 05 byla predikce kritických míst výlisku a určení velikosti deformace v těchto místech. Z porovnání výsledku numerické simulace prezentovaného na obr. 11.2.3.1 a experimentálně zjištěných hodnot deformace znázorněných na obr. 11.2.4.1 je patrná shoda predikce vzniku kritických míst výlisku. Velikosti deformace v těchto kritických místech výlisku jsou uvedeny v tabulce 11.2.5.1. a rozdíly mezi hodnotami experimentálně naměřenými hodnotami a výsledky získanými z MKP je cca 7%. Z tohoto pohledu lze nastavení úlohy tažení výlisku olejové vany v prostředí PAM STAMP 2G a výsledky získané tímto způsobem považovat za relevantní.

**Tabulka 11.2.5.1**Hodnoty velikosti deformace v kritických místech výlisku, mat. DC 05.

	Oblast A		Oblast B	
	φ1[-]	φ <sub>2</sub> [-]	<b>φ</b> <sub>1</sub> [-]	φ <sub>2</sub> [-]
МКР	0,357	0,059	0,321	0,024
Experiment	0,334	0,051	0,302	0,021



# 11.3 NUMERICKÁ SIMULACE PROCESU TAŽENÍ PRO MATERIÁL EN AW 5754

V předchozích kapitolách byl uveden postup při verifikaci numerické simulace procesu tažení výlisku z materiálu DC 05. Cílem veškerých těchto kroků bylo nalezení optimálního nastavení konečno prvkového výpočtu úlohy tažení olejové vany a možnost využití tohoto nastavení při variantních řešeních v okamžiku přechodu na nový materiál EN AW 5754.

#### 11.3.1 Materiálová definice plechu EN AW 5754

Materiálová karta s definicí mechanických vlastností slitiny EN AW 5754 v prostředí PAM STAMP 2G byla vytvořena již při simulaci výlisku rotačního tvaru. S ohledem na získané výsledky řešení v předchozích částech habilitační práce, byl pro konečno prvkový výpočet návrhu tažení výlisku olejové vany z materiálu EN AW 5754 využit pouze přesnější výpočtový model dle Vegterovy podmínky plasticity. Kompletní zpracování měření mechanických vlastností plechu EN AW 5754 je uvedeno v kapitole 8. V kapitole 10.2.2 je pak popis definice materiálové karty dle výpočtového modelu Vegter.

## 11.3.2 Simulace tažení olejové vany z materiálu EN AW 5754 při stávajících technologických podmínkách

Nejjednodušším možným výrobním řešením při požadavku na změnu použitého materiálu je prostá záměna současně zpracovávaného materiálu DC 05 za nový materiál EN AW 5754 při zachování technologických podmínek. S ohledem na odlišný charakter a rozdílné plastické schopnosti obou materiálů nelze očekávat lisovatelnost daného dílu a výsledek má spíše demonstrativní charakter. Výsledek numerické simulace při zachování stávajících technologických podmínek (konstantní přidržovací síla 200 kN) je prezentován na obr. 11.3.2.1, kde je vidět rozložení hlavní deformace (Major) na výlisku z materiálu EN AW 5754. Stejně jako u materiálu DC 05 byl i u plechu ze slitiny EN AW 5754 experimentálně zjištěn diagram mezních přetvoření (viz. kap. 8.3., obr. 8.3.1). Do takto získaného diagramu mezních přetvoření byly vyneseny deformační souřadnice elementů výpočtové deformační sítě. Na základě tohoto zpracování dat lze usuzovat na lisovatelnost daného výlisku při zvolených technologických podmínkách. Na obr. 11.3.2.2 je vidět grafické



znázornění deformační analýzy z výsledků numerické simulace výroby olejové vany při použití materiálu EN AW 5754.



Obr. 11.3.2.1. Rozložení hlavní deformace (Major) na výlisku z materiálu EN AW 5754.



Obr. 11.3.2.2. Grafické znázornění rozložení deformace na výlisku olejové vany v diagramu mezních přetvoření, materiál EN AW 5754.



Z obr. 11.3.2.1. je patrné, že vypočítané deformace na výlisku olejové vany při použití materiálu EN AW 5754 leží nad křivkou mezních přetvoření (vyznačena plnou žlutou čarou) a vzhledem k poloze značného počtu deformačních bodů nad touto křivkou je jisté, že výlisek nebude při takto zvolených technologických podmínkách lisovatelný.

Cílem následujících kroků je nalezení takových technologických podmínek, které povedou ke zhotovení výlisku. Tento požadavek vychází z předpokladu, že výlisek z materiálu EN AW 5754 je při dané tvarové složitosti lisovatelný. Není vyloučeno, že výsledky následných testů povedou k závěru, že tvarová složitost neumožňuje výrobu výlisku z požadovaného materiálu a za daných podmínek je tento díl nelisovatelný. Výhodou numerických simulací technologických procesů je možnost provádění virtuálních variantních řešení daného problému.

## 11.3.3 Simulace tažení olejové vany z materiálu EN AW 5754 - velikost přidržovací síly 150 kN

V předcházející kapitole byla simulace tažení olejové vany z materiálu EN AW 5754 provedena při technologických podmínkách používaných při tažení výlisku olejové vany z materiálu DC 05. Natavení těchto technologických podmínek vedlo při lisování ke vzniku trhliny na výtažku. Při snížení přidržovací síly se dá předpokládat snížení deformace na výlisku. Z tohoto důvodu byla numerická simulace provedena pro nastavení konstantní přidržovací síly o velikosti 150 kN. Výsledek rozložení deformace na výlisku a zobrazení deformačních bodů v diagramu mezních přetvoření materiálu EN AW 5754 je vidět na obr. 11.3.3.1.







Změna velikosti přidržovací síly vedla k žádanému efektu poklesu deformace v kritických oblastech výlisku. Efekt snižování velikosti deformace při změně velikosti přidržovací síly je dobře patrný při porovnání obr. 11.3.2.2. a obr. 11.3.3.1, kde je rozložení deformace na výlisku znázorněné v diagramu mezních přetvoření. I přes pozitivní efekt zvoleného postupu snižování velikosti přidržovací síly vykazuje výpočet deformace na výlisku vyšší hodnoty než jsou reálně dosažitelné. Deformační souřadnice některých elementů výpočtové sítě leží nad křivkou mezních přetvoření. Výlisek nebude při těchto podmínkách opět vyrobitelný a je třeba nalézt takové opatření, které povede k dalšímu snížení velikosti deformace na výlisku.

Negativním sekundárním jevem snižování přidržovací síly je ztráta stability tenké vrstvy plechu důsledkem obvodových tlakových napětí, projevující se zvlněním plechu. Zvýšené vlnění plechu po obvodu výtažku je patrné z obr. 11.3.3.1. Z důvodu použití výlisku v programu Škoda Motorsport nebyl požadavek na vzhledovou kvalitu výlisku. Zvlnění v oblasti příruby nemá pro funkci výtažku význam a je z tohoto pohledu akceptovatelné. Detail zvlnění v oblasti rohu výtažku je vidět na obr. 11.3.3.2.



Obr. 11.3.3.2. Detail zvlnění v oblasti rohu výtažku olejové vany z materiálu EN AW 5754, přidržovací síla 150 kN.



## 11.3.4 Simulace tažení olejové vany z materiálu EN AW 5754 – velikost přidržovací síly 100 kN

Dalším variantním řešením při snaze o pokles velikosti deformace na výlisku olejové vany z materiálu EN AW 5754 je opětovné snížení velikosti přidržovací síly. Pro prezentovanou variantu byla přidržovací síla snížena na hodnotu 100 kN. Výsledek rozložení deformace na výlisku a zobrazení deformačních bodů v diagramu mezních přetvoření materiálu EN AW 5754 je vidět na obr. 11.3.4.1.



Obr. 11.3.4.1. Simulace tažení olejové vany z mat. EN AW 5754, přidržovací síla 100 kN.

Oproti počáteční testované variantě (přidržovací síla 200 kN) došlo důsledkem změny velikosti přidržovací síly u výlisku olejové vany k významnému poklesu velikosti přetvoření. Z diagramu mezních přetvoření je vidět, že ani tento pokles velikosti přidržovací síly však nepřinesl požadovaný stav, kdy ve všech místech výlisku leží deformace pod čarou mezních přetvoření. Při detailním pohledu na rozložení velikosti deformace na výlisku zjišťujeme určité rozdíly v lokalizaci kritických míst s nejvyšší deformací na výlisku. Oproti předchozím variantám, kdy bylo kritické místo v přechodu dna a stěny výtažku, tak jak je vidět na obr. 11.2.4.1, je u této zkoumané varianty kritickým místem zvlnění v oblasti příruby, kde nacházíme nejvyšší hodnoty deformace. Z detailu zvlnění v rohu výlisku (viz. obr. 11.3.4.2) je patrné, že snižováním velikosti přidržovací síly až na hodnotu 100 kN došlo k již nepřípustnému zvlnění výlisku zasahujícího do mezery mezi tažníkem a tažnicí. Výsledkem tohoto zvlnění plechu je pravděpodobné utržení plechu. Stojíme tak před problémem nalezení takové velikosti přidržovací síly, která bude dovolovat posuv plechu do nástroje a nezpůsobí



vysokou deformaci a současně zabrání tvorbě zvlnění plechu. Důsledkem obou těchto stavů je nežádoucí vznik trhliny na výlisku. Z provedených numerických simulací je patrné, že tyto protichůdné požadavky nelze při použití konstantní přidržovací síly uspokojivě vyřešit.



Obr. 11.3.4.2. Detail zvlnění v oblasti rohu výtažku olejové vany z materiálu EN AW 5754, přidržovací síla 100 kN.

# 11.3.5 Simulace tažení olejové vany z materiálu EN AW 5754 – proměnná velikost přidržovacího tlaku

Řešením problematiky popsané v předchozí kapitole je adaptivní velikost přidržovací síly u nástroje pro hluboké tažení výlisku olejové vany. Definice průběhu přidržovací síly vycházela z provedených předchozích numerických simulací, kdy k posuvu plechu do nástroje pro testovaný materiál EN AW 5754 dochází při malých přidržovacích silách a v konečné fázi tažení je potlačení tvorby vln dosaženo zvýšením přidržovací síly. Z důvodu rozsahu práce nebudou prezentovány všechny uvažované varianty výpočtu, ale jen finální verze vedoucí k získání výlisku v požadované kvalitě Z možných způsobů zvýšení přidržovací síly v konečné fázi lisování se jako nejlepší ukázala varianta kontinuálního navyšování přidržovací síly v závislosti na hloubce tažení. Skoková změna velikosti přidržovací síly přinášela problémy s lokalizací deformace na výlisku a nebyla dále uvažována. Pro stanovení vhodného průběhu přidržovací síly tak bylo třeba odladit její počáteční velikost, okamžik nárůstu přidržovací síly definovaný hloubkou tažení a koncovou velikost přidržovací síly. Celkem bylo testováno 15 variant průběhů přidržovací síly.



obr. 11.3.5.1 je vidět zjištěný průběh přidržovací síly v závislosti na hloubce tažení výlisku, který vede ke zhotovení výlisku olejové vany z materiálu EN AW 5754 v požadované kvalitě. Hloubka tažení výlisku 66 mm. V okamžiku ukončení tažení je velikost přidržovací síly 260 kN. Rozložení deformace na výlisku a zobrazení deformačních bodů v diagramu mezních přetvoření materiálu EN AW 5754 je vidět na obr. 11.3.5.2.



Obr. 11.3.5.1 Průběh přidržovací síly v závislosti na hloubce tažení výlisku při tažení výlisku olejové vany z materiálu EN AW 5754.



Obr. 11.3.5.2. Simulace tažení olejové vany z mat. EN AW 5754, adaptivní přidržovací síla.



I přes snahu o nastavení takových technologických podmínek, kdy deformace výlisku spadá do oblasti pod křivkou mezních přetvoření, se tohoto výsledku nepodařilo dosáhnout. Lze očekávat, že výlisek z materiálu EN AW 5754 bude lisovatelný s vysokým rizikem vzniku neshodných výrobků, popř. nebude lisovatelný vůbec.

## 11.4 EXPERIMENTÁLNÍ VÝROBA VÝLISKU OLEJOVÉ VANY Z MATERIÁLU EN AW 5754.

Ve spolupráci se Škoda Auto a.s. byl na katedře strojírenské technologie zkonstruován nástroj pro hluboké tažení umožňující adaptivní změnu přidržovací síly v závislosti na hloubce tažení. Požadovanou sílu na přidržovač vyvozují hydraulické válce připojené k hydraulickému agregátu s PID regulací umožňující velmi přesné nastavení pracovního tlaku. Agregát je ovládán pomocí PC a lze libovolně definovat průběh zátěžné síly na přidržovači. Nástroj pro hluboké tažení výlisku olejové vany umístěný na hydraulickém lisu CBA 300/63 a hydraulický agregát je vidět na obr. 11.4.1.



Obr. 11.4.1. Nástroj pro hluboké tažení výlisku olejové vany umístěný na hydraulickém lisu CBA 300/63 a hydraulický agregát.

Nastavený průběh přidržovacího tlaku při reálném lisování vycházel z hodnot zjištěných MKP. Průběh reálného lisování plně odpovídal předpovědi stanovené na základě výpočtu metodou konečných prvků. Výlisky z materiálu EN AW 5754 vykazovaly zhruba



40% zmetkovitost a pro sériovou výrobu by nebyl tento výsledek akceptovatelný. Požadovaný počet kusů pro program Škoda Motorsport však byl nalisován. Je třeba si uvědomit, že v prvních fázích řešení se výlisek olejové vany z materiálu EN AW 5754 jevil jako naprosto nelisovatelný a stanoveného cíle bylo dosaženo až s pomocí konečno prvkového výpočtu v prostředí PAM STAMP 2G.

# 11.5 DISKUZE K VÝSLEDKŮM MĚŘENÍ VÝLISKU OLEJOVÉ VANY

V předchozích kapitolách byly na výlisku olejové vany ukázány možnosti využití numerických simulací při návrhu technologického postupu výroby výlisku nepravidelného tvaru. Tento výlisek byl standardně vyráběn z materiálu DC 05 a požadavek na změnu materiálu DC 05 za EN AW 5754 představuje pro výlisek olejové vany zásadní zásah do technologie výroby. Bez možnosti modelování tohoto procesu metodou konečných prvků je optimalizace procesu velmi problematická. Snaha o nastavení technologických podmínek (velkosti přidržovacího tlaku) na stávajícím strojním zařízení metodou pokus – omyl nevedla k stanovenému výsledku. Výsledky numerické simulace procesu tažení olejové vany prokázaly nutnost použití technologie tažení s proměnnou přidržovací silou. Výsledkem prováděných výzkumů v oblasti tažení výlisků nepravidelných tvarů je konstrukce nástroje se systémem řízení umožňující realizovat požadovanou změnu přidržovacího tlaku na výlisku v průběhu tažení s dosažením maximálního využití plastických vlastností materiálu. Metoda tažení s proměnnou přidržovací silou je zvláště výhodná pro zpracování materiálů se specifickými užitnými vlastnostmi a technické řešení tohoto problému je chráněno užitným vzorem. V současné době pokračuje na katedře strojírenské technologie výzkum v této oblasti s cílem rozšíření systému řízení nástroje o zpětnou vazbu v podobě měření tažné síly.

# 12 NUMERICKÁ SIMULACE VELKOPLOŠNÝCH VÝLISKŮ NEPRAVIDELNÉHO TVARU V SÉRIOVÉ VÝROBĚ

Tažení karosářských výlisků nepravidelných tvarů představuje z technologického hlediska širokou problematiku výrazně se odlišující od problematiky hlubokého tažení jednoduché rotační nádoby. Vzhledem k tomu, že se jedná o výlisky nepravidelných tvarů, jejichž tvar se mění v závislosti na konstrukci a tvaru karoserie, je nutno vždy znovu řešit základní otázky technologie tažení daného dílu. Při globálním pohledu na uvedenou problematiku, jako na systém vzájemného působení mnoha faktorů, se ukáže její náročnost.

Problematika velkého počtu technologických vstupů do procesu tažení se projevuje až v okamžiku sériové výroby výlisků, kdy dochází k jejich vzájemné interaci. Z nejvýznamnějších můžeme jmenovat:

- Tvářený materiál nejvíce se projevují mechanické vlastnosti, kvalita a stav povrchu plechu, způsob nanášení a typ ochranné vrstvy plechu, atd.
- Tvářecí nástroj kvalita a stav povrchu, způsob povrchové úpravy, atd.
- Nastavení technologických parametrů nastavení velikosti přidržovacích sil, kalibračních sil, tvar a ustavení přístřihu plechu do nástroje, atd.
- Tribologické podmínky při tažení volba maziva, způsob nanášení maziva, mazací plán na nástřihu, teplota atd.
- Nastavení stroje přesnost polohování beranu, kvalita vedení, tuhost stroje, rozměrová přesnost upínacích částí stroje atd.

U takto složitého problému je prakticky nemožné na všechny výše uvedené faktory brát zřetel již v předvýrobní etapě a je jasné, že v procesu sériové výroby musí nutně docházet k problémům. Při řešení těchto problémů je numerická simulace procesu tažení jedním z rychlých a efektivních prostředků na získávání informací o dané problematice. Vyvážené využití výsledků získaných vzájemnou kombinací numerických simulací a prováděných experimentálních měření spolu s praktickými zkušenostmi pracovníků lisovny se ukazuje jako nejefektivnější řešení výrobních problémů. V následujících kapitolách budou ukázány možnosti využití numerických metod v sériovém výrobním procesu lisování velkoplošných karosářských dílů. Pro ukázku využití výsledků konečno prvkových výpočtů a analýzy v podmínkách sériového lisování byl vybrán výlisek bočnice vozu Škoda Roomster vyráběného z materiálu DC06 ZE 50/50 BPO (označení dle EN 10152).



## 12.1 TVAR ČINNÝCH PLOCH NÁSTROJE

Jak již bylo řečeno v předchozích kapitolách, pro vytvoření modelu konečno prvkového výpočtu je jednou ze základních podmínek geometrická znalost činných ploch nástroje. Pro definici těchto ploch se nejčastěji používají CAD data vytvořená při konstrukci nástroje. Je třeba si položit otázku, zda je tento postup zcela správný. Každý skutečný výrobní proces, a tedy i výroba vlastního nástroje, pracuje s určitou chybou, nepřesností. Při výrobě rozměrově velikých a tvarově složitých činných ploch nástrojů pro tažení výlisků karosářského typu lze určité nepřesnosti očekávat. Z tohoto důvodu nebyly pro vytvoření definiční úlohy tažení metodou konečných prvků použity CAD data z konstrukce nástroje, ale CAD data ploch reálného nástroje získaných skenováním povrchu nástrojů. Skenování činných ploch nástroje pro výrobu bočnice vozu Škoda Roomster je vidět na obr. 12.1.1. Pro skenování ploch nástroje byl použit systém Atos firmy GOM GmbH.



Obr. 12.1.1. Skenování činných ploch nástroje pro výrobu bočnice vozu Škoda Roomster.

Z naskenovaných dat byly vytvořeny CAD plochy skutečných nástrojů a tyto pak použity do numerických simulací v prostředí PAM STAMP 2G. Příklady porovnání požadovaného tvaru nástroje definovaného CAD daty z konstrukce nástroje a tvaru skutečných činných ploch nástroje pro výrobu bočnice vozu Roomster jsou vidět na obr. 12.1.2 až 12.1.5. Z naměřených hodnot je patrný rozdíl mezi požadovanými a skutečně naměřenými hodnotami. Je však nutné přihlédnout k přesnosti měření systému Atos, kdy pro takto rozměrné a tvarově složité plochy může být chyba ±0,05 mm. I při respektování uvedené přesnosti měření však přesto vidíme z naměřených výsledků rozdíly v tvaru přesahující několik milimetrů.





Obr. 12.1.2. Porovnání skutečných a teoretických rozměrů tažnice pro výrobu bočnice vozu Roomster



Obr. 12.1.3. Porovnání skutečných a teoretických rozměrů tažníku pro výrobu bočnice vozu Roomster





Obr. 12.1.4. Porovnání skutečných a teoretických rozměrů vnějšího přidržovače pro výrobu bočnice vozu Roomster



Obr. 12.1.5. Porovnání skutečných a teoretických rozměrů vnitřních přidržovačů pro výrobu bočnice vozu Roomster

CAD data charakterizující skutečné plochy nástrojů byly načteny do prostředí PAM STAMP 2G. Vzhledem k velikosti ploch se jedná o krok, který již značně zatěžuje hardware výpočetní stanice. Pro představu o počtu výpočtových uzlů je na obr. 12.1.6 znázorněna plocha tažnice po diskretizaci ploch. Jedná se o cca 800 000 elementů, z kterých se skládá povrch tažnice.





Obr. 12.1.6. Plocha tažnice po diskretizaci ploch v prostředí PAM STAMP 2G.

## 12.2 MATERIÁLOVÁ DEFINICE PLECHU DC 06

Z důvodu vysokého nároku na výpočetní čas, byla pro materiálovou definici hlubokotažného plechu DC 06, z kterého je vyráběna bočnice vozu Škoda Roomster, volena jednodušší Hillova podmínka plasticity. Při definici materiálového modelu pro testovaný plech DC 06 bylo postupováno analogicky jako u materiálu DC 05 popsaného v kapitole 9.3. Z důvodu rozsahu práce nebudou uváděna všechna experimentální měření nutná pro charakteristiku materiálu DC 06. Do materiálové karty v software PAM STAMP 2G byly vyplněny tyto základní údaje:

- Youngův modul pružnosti (E=197 GPa)
- ➢ Poissonova konstanta (µ=0,3)
- > Měrná hmotnost ( $\rho$ =7 800 kg/m<sup>3</sup>)

Pro definici křivky zpevnění materiálu DC 06 bylo využito aproximačního vztahu označovaného jako Swift-Krupkowsky (211) a diskutovaného v kapitole 7.1.1. Křivka zpevnění materiálu DC 06 je definována v tomto výpočtovém modelu vztahem:

$$\sigma = 481.3 \cdot (\varphi + 0.0073)^{0.2382} \tag{221}$$

Hodnoty koeficientů normálové anizotropie pro materiál DC 06 byly zjištěny v souladu s EN 10130:1991 při hodnotě deformace  $\varepsilon = 20\%$  a do materiálové karty dosazeny zjištěné hodnoty ( $r_0 = 1,871$ ,  $r_{45} = 1,652$ ,  $r_{90} = 2,268$ ).



## 12.3 DEFINICE TECHNOLOGICKÝCH PODMÍNEK

Definice technologických podmínek tažení bočnice vozu Roomster vyžaduje znalost rozložení velikosti přidržovací síly na jednotlivých částech přidržovače. Strojní vybavení lisovny Škoda Auto a.s. umožňuje rozdělení přidržovače na 4 segmenty silově nezávisle ovládané. Rozložení obvodové přidržovací síly zadávané do numerické simulace v prostředí PAM STAMP 2G je vidět na obr. 12.3.1.



Obr. 12.3.1. Rozložení obvodové přidržovací síly při tažení výlisku bočnice vozu Roomster

V software PAM STAMP 2G lze na tvářeném výlisku definovat oblasti s různou hodnotou koeficientu tření. Této možnosti bylo využito i při simulaci tažení bočnice vozu Roomster. V místech přístřihu plechu, kde dochází k přimazávání tvářeného materiálu technologickým mazivem, byl koeficientu tření snížen na hodnotu 0,08. V ostatních oblastech plechu byla volena hodnota tření 0,1. Rozložení koeficientu tření je dáno tzv. mazacím obrazcem, kde jsou vyšrafována místa na přístřihu plechu s nanášeným technologickým mazivem. Mazací obrazec je vidět na obr. 12.3.2. Autor si je vědom určitého zjednodušení složité problematiky tribologických poměrů v tažném nástroji, ale není cílem této práce je podrobně zkoumat. Problematikou tribologie při tažení výlisků nepravidelných tvarů se autor podrobně věnoval např. [26].



Obr. 12.3.2. Mazací obrazec pro přístřih plechu na výrobu bočnice vozu Roomster.



# 12.4 VÝSLEDKY NUMERICKÉ SIMULACE TAŽENÍ BOČNICE VOZU ROOMSTER

Po sestavení výpočtové úlohy byla provedena numerická simulace procesu tažení výlisku bočnice vozu Roomster. Na obr. 12.4.1 je prezentována ukázka výsledků numerické simulace, kde je vidět ztenčení materiálu při tažení. Podrobnější výsledky budou prezentovány v následujících kapitolách.



Obr. 12.4.1. Ztenčení materiálu DC 06 při tažení bočnice vozu Roomster.

### 12.5 VERIFIKACE NUMERICKÉ SIMULACE

Podobně jako bylo postupováno u výlisku olejové vany, je i zde možnost verifikace výsledků numerické simulace pomocí experimentálního zjišťování deformace na výlisku. Deformace na velkoplošném výlisku byla zjišťována bezkontaktním systémem Argus. Pro analýzu deformace je nutné nanesení bodů deformační sítě na povrch tvářeného plechu. Z důvodu tvarové členitosti výlisku a požadavku na vysokou přesnost prováděné analýzy deformace byla volena ortogonální síť bodů s roztečí 2 mm nanášená na povrch plechu metodou elektrochemického leptání. Velikost síta pro zhotovení deformační sítě má rozměr formátu A3 a pro nasíťování celého přístřihu je nutné postup nanášení přes síto několikrát opakovat. V případě bočnice vozu Roomster se jednalo o 40 sítí formátu A3. Při leptání deformačních bodů je důležité dodržovat určité mezery mezi jednotlivými plochami nasíťovaných bodů. Tímto se vyhneme problémům při automatickém skládání prostorového obrazu při vyhodnocení deformace systémem Argus. Překrývající se síť bodů je problematické vyhodnotit. V místech, kde není síť nanesena je oblast bez možnosti následné analýzy deformace a je třeba na tento fakt brát zřetel při návrhu rozmístění jednotlivých deformačních sítí. Výlisek s nanesenou deformační sítí je vidět na obr. 12.5.1.





Obr. 12.5.1. Výlisek bočnice vozu Roomster s nanesenou deformační sítí.

Po odlisování bočnice vozu Roomster jsou pořízeny snímky pro obrazovou analýzu deformace. V případě takto rozměrného výlisku bylo nasnímáno přes 600 snímků. Následným krokem je výpočet deformace a vizualizace výsledků ve formě 3D souřadnic analyzovaných bodů, které tvoří plochu výtažku a dále pak mapy deformací na povrchu analyzovaných ploch. Příklad výsledku experimentálního měření deformace na výlisku bočnice vozu Roomster je vidět na obr. 12.5.1.



Obr. 12.5.1. Experimentální zjištění ztenčení výlisku bočnice vozu Roomster.



Verifikace numerické simulace byla provedena na základě porovnání shody výsledků z MKP a experimentálních hodnot rozložení deformace ve zvolených řezech v kritických oblastech výlisku. Zvolené oblasti výlisku pro verifikaci jsou vidět na obr. 12.5.1. Jedná se o oblast předního sloupku (1 - oblast "A" sloupku), oblast středového sloupku (2 - oblast "B" sloupku) a oblast zadních dveří (3 – oblast). Porovnání výsledků deformace pro jednotlivé kritické partie výtažku je vidět na následujících obrázcích.



Obr. 12.5.2. Porovnání numerické simulace a experimentálních hodnot v oblasti "A" sloupku (a – MKP – Pam Stamp 2G, b – experiment - Argus).



Obr. 12.5.3. Ztenčení materiálu po délce řezu v oblasti "A" sloupku.





Obr. 12.5.4. Porovnání numerické simulace a experimentálních hodnot v oblasti "B" sloupku (a – MKP – Pam Stamp 2G, b – experiment - Argus).



Obr. 12.5.5. Porovnání numerické simulace a experimentálních hodnot v oblasti zadních dveří (a – MKP – Pam Stamp 2G, b – experiment - Argus).



Obr. 12.5.6. Ztenčení materiálu po délce řezu v oblasti "B" sloupku a zadních dveří.



Při porovnání experimentálně naměřených hodnot a výsledků numerické simulace jsou vidět určité rozdíly ve výsledcích. Největší rozdíly ve velikosti deformace jsou v oblasti kritických míst výlisku s nejvyšší deformací. Jedny z možných vysvětlení příčin rozdílů jsou:

- Volba jednoduššího výpočtového modelu Hill 48. Testy v předchozích kapitolách prokázaly vyšší shodu numerické simulace a experimentu při použití složitějšího výpočtového modelu Vegter.
- Simulace řešena pro jedno ideální ustavení přístřihu plechu vzhledem k nástroji a s tím související jednu variantu deformace přístřihu vlivem gravitace při zakládání nástřihu do nástroje. Ve skutečnosti středění nástřihu při lisování nezaručuje stejnou polohu přístřihů plechu v celé lisovací dávce a umožňuje určité posuny plechu vzhledem k nástroji před vlastním lisování.
- Stav povrchu nástroje. Možné zadírání povrchové zinkové vrstvy.
- > Nepřesnost měření systémem Argus v oblastech přechodů ploch.

U takto složitých výpočtových úloh, kde nelze postihnout množství faktorů podílejících se na procesu tažení, není dokonalá shoda simulace s měřením reálného výlisku prakticky možná. Dosažené výsledky z numerické simulace lisování bočnice vozu Škoda Roomster lze považovat za velmi kvalitní a je vidět, že simulace procesu tažení umožňuje se značnou přesností zkoumat nejen konečný výsledek, ale i průběh děje. V dalších kapitolách budou nastíněny výsledky variantních numerických simulací lisování bočnice vozu Škoda Roomster zachycující vlivy kolísání mechanických vlastností tvářeného materiálu, tloušťky plechu a nastavení technologických parametrů.



## 12.6 SIMULACE VLIVU ZMĚNY MECHANICKÝCH VLASTNOSTÍ

Materiál DC 06, z kterého je vyráběna bočnice vozu Roomster, je hlubokotažný materiál na bázi IF oceli vyznačující se vysokou čistotou a stabilitou chemického složení. Výroba plechů, podobně jako ostatní technologické procesy, je však zatížena množstvím vstupních parametrů ovlivňující konečný výsledek procesu. Z tohoto důvodu ani u IF ocelí nelze předpokládat naprosto stejné mechanické vlastnosti a při podrobnějším zkoumání zjistíme, že mechanické vlastnosti plechů z IF ocelí se liší nejen ve směru délky, ale i ve směru šířky svitku plechu. Vedle chemického složení lze za hlavní důvody změny mechanických vlastností označit především vlastní proces válcování, tepelné zpracování svitku plechu, způsob nanášení ochranných vrstev atd.. Mechanické vlastnosti hlubokotažných materiálů definuje norma ČSN EN 10152, která určuje horní a spodní mez sledovaného parametru. Pro posouzení vlivu mechanických vlastností na výsledek lisování bočnice vozu Roomster je výhodné využít možností poskytující virtuální výpočet metodou konečných prvků. V tabulce 12.6.1 je zachyceno rozmezí mechanických hodnot pro materiál DC 06 dané normou ČSN EN 10152.

Tabulka 12.6.1Mechanické vlastnosti materiálu DC 06 dané normou ČSN EN	10152
------------------------------------------------------------------------	-------

DC06 ZE50/50 BPO					
<b>R</b> <sub>p0,2</sub> [MPa]	<b>R</b> m [MPa]	A <sub>80mm</sub> [%]	n <sub>s</sub> [-]	r <sub>s</sub> [-]	
120 ÷ 190	270 ÷ 350	min. 37	min. 0.200	min. 1.8	

Vliv mechanických vlastností na průběh lisování bočnice vozu Roomster byl zjišťován pomocí 4 variant numerické simulace, kdy každá tato varianta reprezentuje určitou kombinaci mechanických vlastností tvářeného materiálu, které vycházejí z dovolené tolerance mechanických hodnot. Při definici jednotlivých variantních řešení se vycházelo z předpokladu:

 Mez kluzu a mez pevnosti jsou na dolní dovolené hranici (označení simulace ND-norma dolní mez)

$$R_{p0,2}$$
 = 120 MPa  
 $R_m$  = 270 MPa

 $A_{g} = 23 \%$ 

Aproximační vztah definující křivku zpevnění:

 $\sigma_{ND} = 460.6 \cdot (\varphi + 0.00158)^{0.209}$ 



 Mez kluzu a mez pevnosti jsou na horní dovolené hranici (označení simulace NH-norma horní mez)

 $R_{p0,2}$  = 190 MPa  $R_m$  = 350 MPa

 $A_{g} = 23 \%$ .

Aproximační vztah definující křivku zpevnění:

 $\sigma_{_{NH}} = 598,1 \cdot (\varphi + 0,00441)^{0,211}$ 

Mez kluzu je na dolní hranici, mez pevnosti je na horní dovolené hranici (označení simulace ReD-RmH)

 $R_{p0,2} = 120 \text{ MPa}$  $R_m = 350 \text{ MPa}$  $A_g = 23 \%$ 

Aproximační vztah definující křivku zpevnění:

 $\sigma_{\text{Re}D-RmH} = 596,5 \cdot (\varphi + 0,00044)^{0,207}$ 

Mez kluzu je na horní hranici, mez pevnosti je na dolní dovolené hranici (označení simulace ReH-RmD)

$$R_{p0,2} = 190 \text{ MPa}$$
  
 $R_m = 270 \text{ MPa}$   
 $A_g = 23 \%$   
Aproximační vztah definující křivku zpevnění:  
 $\sigma_{\text{ReH-RmD}} = 464.8 \cdot (\varphi + 0.01914)^{0.226}$ 

Pro uvedené kombinace mechanických hodnot je nutné v software PAM STAMP 2G dle aproximačního vztahu Swift-Krupkowsky (211) definovat křivku zpevnění. Vzhledem k tomu, že se jedná o hypotetické mechanické hodnoty a nejsou k dispozici skutečné naměřené hodnoty, je nutné aproximační konstanty ve vztahu (211) odhadnout. Pro tento odhad byl vytvořen jednoduchý program pro výpočet těchto konstant. Výpočet konstant vychází z předpokladu, že tvar křivky zpevnění pro hlubokotažné materiály je dán mezí kluzu, mezí pevnosti a velikostí homogenní deformace.

Stanovení vlivu kolísání mechanických hodnot materiálu DC 06 na výsledek lisování bočnice vozu Roomster je provedeno porovnáním rozložení deformace ve zvolených řezech. Na obr. 12.6.1 je vidět výlisek bočnice vozu Roomster s vyznačením sledovaných řezů.





Obr. 12.6.1. Výlisek bočnice vozu Roomster s vyznačením sledovaných řezů.



Ztenčení materiálu v řezu 1

Obr. 12.6.2. Ztenčení materiálu v řezu 1 výlisku bočnice vozu Roomster.



Obr. 12.6.3. Detail A - ztenčení materiálu v řezu 1 výlisku bočnice vozu Roomster.





Obr. 12.6.4. Detail B - ztenčení materiálu v řezu 1 výlisku bočnice vozu Roomster.



Délka řezu 2 [mm]

Obr. 12.6.5. Ztenčení materiálu v řezu 2 výlisku bočnice vozu Roomster.



Obr. 12.6.6. Detail A - ztenčení materiálu v řezu 2 výlisku bočnice vozu Roomster.





Obr. 12.6.7. Ztenčení materiálu v řezu 3 výlisku bočnice vozu Roomster.

Posouzení vlivu mechanických hodnot na rozložení deformace v ploše výlisku bočnice vozu Roomster bylo provedeno na základě 11 provedených řezů. Z důvodu rozsahu práce je na předchozích obrázcích prezentována pouze část výsledků variantních řešení numerických simulací.

## 12.7 SIMULACE VLIVU PŘIDRŽOVACÍHO TLAKU

Vedle změny mechanických vlastností se na průběhu lisování dále výrazně projevuje nastavení technologických podmínek při lisování. Pro každý nástroj jsou v procesním listu zaznamenány hodnoty velikosti přidržovacích sil, které jsou nastavovány v okamžiku výměny nástroje a rozběhu série lisování. V případě nedodržení požadované kvality výlisků je častým jevem zásah do procesních technologických parametrů, kdy dochází ke změně parametrů přidržovacích sil. Touto změnou lze významným způsobem proces tažení výlisku ovlivnit. Rozhodnutí o změně parametrů přidržovací síly je ve většině případů závislé na kvalifikaci obsluhy (seřizovače) a opírá se o jeho dlouholeté zkušenosti. Možnosti ovlivnění technologického procesu tažení výlisku bočnice vozu Roomster pomocí změny velikosti přidržovací síly bude ukázáno v následujících úlohách. Za referenční úlohu je považováno nastavení přidržovací síly uvedené v procesní kartě. Další dvě variantní úlohy simulované pomocí metody konečných prvků v prostředí PAM STAM 2G uvažují zvýšení a snížení

Habilitační práce


přidržovací síly o 20% oproti referenčnímu nastavení. Na obr. 12.7.1. jsou uvedeny hodnoty referenčních sil spolu se zvýšenou, resp. sníženou velikostí přidržovací síly.



Obr. 12.7.1. Velikosti přidržovacích sil.

Pro porovnání vlivu přidržovacího tlaku byla opět volena metoda srovnání průběhu deformace ve zvolených řezech výliskem bočnice vozu Roomster, které jsou vidět na obr. 12.6.1.



Obr. 12.7.2. Ztenčení materiálu v řezu 1 bočnice vozu Roomster - vliv přidržovací síly.



Obr. 12.7.3. Detail A - Ztenčení materiálu v řezu 1 bočnice vozu Roomster.

(vliv přidržovací síly).



Obr. 12.7.4. Ztenčení materiálu v řezu 2 bočnice vozu Roomster – vliv přidržovací síly.





Obr. 12.7.5. Ztenčení materiálu v řezu 2 bočnice vozu Roomster - vliv přidržovací síly.



Obr. 12.7.6. Rozložení deformace nad středovým sloupkem vozu Roomster.



## 12.8 DISKUZE K NAMĚŘENÝM HODNOTÁM

Jak bylo ukázáno v předchozích kapitolách, přípravě numerické simulace lisování bočnice vozu Škoda Roomster v oblasti zjišťování vstupních materiálových dat a definici celého procesu byla věnována nadstandardní pozornost se snahou o získání co nejpřesnějších výsledků. Cílem této části habilitační práce bylo zjištění možností při využití numerických simulací v tak složitém procesu jako je tažení výlisků karosářského typu. Na základě výsledků, které poukázaly na složitost celého procesu, byly formulovány závěry a doporučení.

Numerická simulace spolehlivě detekuje kritická místa na výlisku z hlediska deformací a ztráty stability vlivem zvlnění plechu. Charakter rozložení deformace zjištěný MKP je ve shodě s provedeným experimentem a trendy rozvoje deformace na výlisku jsou totožné. Problémem je absolutní velikost deformací v kritických oblastech výlisku. Z obr. 12.5.3. a obr. 12.5.6. je patrný rozdíl mezi experimentálně naměřenou hodnotou deformace a výsledkem z numerické simulace, který podhodnocuje reálný stav. V místech, kde se vypočítaná velikost přetvoření na výlisku blíží křivce mezních přetvoření, je pak možno při reálném lisovní očekávat vznik trhliny. Řešením je snížení experimentálně zjištěné křivky mezních přetvoření o určitou bezpečnost. Tento postup je běžně užíván v praxi. S ohledem na definici přijatého mezního stavu, která je podrobně uvedena v kapitole 7.3, je tento postup však značně diskutabilní. Z podstaty metodiky zjišťování diagramu mezních přetvoření je ve výsledku měření již určitá bezpečnost při lisování zajištěna důsledkem eliminace nestabilních stavů deformace (viz. kap. 7.3). V okamžiku posunu takto zjištěné křivky mezních přetvoření o 15% (někdy i 30%) ztrácí experimentální zjišťování této křivky smysl. Z tohoto pohledu je pak i problematické definovat rozdíl mezi jednotlivými jakostmi plechu určenými pro extrémně hluboké tažení, kdy skutečné naměřené minimální rozdíly v mechanických vlastnostech jsou následně potlačeny snížením o bezpečnost lisování. V praxi je pak často využívána metoda, kdy se návrh výlisku provádí pro nižší jakost materiálu (např. DC 05) a v případě výrobních problémů je nahrazen jakostí vyšší (např. DC 06). U tvarově nejsložitějších výlisků, kam patří všechny výlisky bočnic automobilu, kdy je výlisek již navrhován z materiálů nevyšších jakostí, tuto možnost ztrácíme a správný návrh výrobního postupu pak nabývá na významu. Vzhledem k malému počtu těchto výlisků v konstrukci automobilu se jeví jako daleko výhodnější řešení, kdy jsou v procesu návrhu tvaru výlisku a nástroje využívány v plné míře možnosti numerických simulací s cílem dosažení co nejpřesnějších výsledků i za cenu zvýšení výpočtové a časové náročnosti této etapy. Definice



těchto úloh by měla vycházet ze složitějších výpočtových modelů s respektováním co největšího počtu měřitelných vstupních parametrů.

V další části habilitační práce byl zkoumán vliv kolísání mechanických vlastností a velikosti přidržovací síly na průběh lisování. Z výsledků je patrné, že kolísání mechanických vlastností ovlivňuje výsledek lisování významným způsobem. Výraznější vliv na výsledek lisování má hodnota meze pevnosti. Hodnota velikosti meze kluzu neovlivňuje proces lisování významnějším způsobem. Nižší hodnota meze pevnosti pozitivně ovlivňuje proces lisování bočnice vozu Roomster v oblasti střešního rádiusu "B" sloupku. V této tvarově jednoduché části výlisku je častým probléme vznik propadliny způsobený nedostatečnou deformací. Při použití materiálu s nižší mezí pevnosti dochází v tomto místě ke zvýšení deformace. U tohoto konkrétního výlisku je zvýšení deformace v oblasti "B" sloupku žádoucí jev. S použitím materiálu o nižší mezi pevnosti se zároveň eliminuje výrazné zvlnění v oblasti "A" sloupku a v místě prolisu pro spodní pant dveří v místě "B" sloupku. Numerická simulace prokázala jednoznačný pozitivní vliv při použití materiálu na spodní hranici meze pevnosti, který povoluje daná norma ČSN EN 10152 pro materiál DC 06.

Výzkum v oblasti nastavení velikosti přidržovací síly prokázal největší vliv na oblast "B" sloupku v místě střešního zaoblení, kde dochází v okamžiku zvýšení velikosti přidržovací síly k nárůstu deformace. V této oblasti výlisku se jedná, jak již bylo řečeno, o pozitivní efekt. Zvýšená velikost přidržovací síly však prakticky zamezuje posuvu plechu do nástroje v této oblasti a deformace plechu je realizována pouze vypínáním plechu. Dochází tak nestabilnímu procesu, při kterém je velmi obtížné odhadnout okamžik lokalizaci deformace za brzdnou lištou nástroje a vznik trhliny. Zvýšenou deformaci lze pozorovat také v oblasti spodního uchycení dveří u "B" sloupku. Efekt snížení velikosti přidržovací síly nepřinesl žádný pozitivní efekt. Snížením velikosti přidržovací síly se pouze zvyšuje náchylnost ke zvlnění plechu. Velikost deformace na výlisku výrazně neovlivňuje. Z výsledků je patrné, že v okamžiku seřizování nástroje a nastavování technologických parametrů na výrobní lince nemá smysl snižovat velikost přidržovací síly oproti referenčnímu nastavení.



# 13 MATERIÁLOVÁ ANALÝZA PLECHU DC 06

V předchozích kapitolách habilitační práce byla nastíněna otázka stability materiálového vstupu do procesu lisování a na výsledcích analýz deformace prokázán jeho vliv na výrobu výlisku. V průběhu řešení habilitační práce byl zaznamenán případ, kdy svitek plechu, deklarovaný výrobcem jako materiál o jakosti DC 06, nebyl pro výrobu bočnice vozu Škoda Roomster použitelný. Opakované testy mechanických vlastností a kvality povrchové vrstvy neprokázaly žádné anomálie a materiál splňoval veškerá kritéria daná normou ČSN EN 10152. Z důvodu snahy o nalezení příčin praskání výlisků bočnice vozu Roomster byly ve spolupráci s Dopravní fakultou Univerzity Pardubice provedeny materiálové analýzy tohoto materiálu ve srovnání s materiálem, který byl bez problému lisovatelný. Oba testované materiály DC 06 byly rozlišeny písmenem "D" (dobrý) a písmenem "S" (špatný). Následně prezentované výsledky chemických a materiálových analýz, na základě kterých byly formulovány závěry, vycházejí ze spolupráce TU v Liberci, Škoda Auto a.s. a Doc. Ing. Evy Schmidové, Ph.D. z Univerzity Pardubice, která je autorem prováděných materiálových analýz [47].

## 13.1 ROZBOR CHEMICKÉHO SLOŽENÍ

Analýza chemického složení materiálů označených jako DC 06 "D" a DC 06 "S" byla provedena na výchozích vzorcích plechu bez deformace. Výsledky chemického složení obou materiálů jsou vidět v tabulce 13.1.1 a tabulce 13.1.2.

С	Mn	Si	Р	S	Cr	Ni	Cu	Мо	V
<0,01	0,07	<0,01	0,006	0,005	0,01	0,02	0,01	<0,01	<0,01
Al	Nb	Ti	В	02	N2				
0,060	<0,01	0,08	<0,0005	0,0024	0,0026				

**Tabulka 13.1.1**Chemické složení materiálu DC 06 "D" [hm.%]

**Tabulka 13.1.2** 

Chemické složení materiálu DC 06 "S" [hm.%]

С	Mn	Si	Р	S	Cr	Ni	Cu	Мо	V
<0,01	0,15	<0,01	0,014	0,008	0,02	0,02	0,02	<0,01	<0,01
Al	Nb	Ti	В	02	N2				
0,070	<0,01	0,06	<0,0005	0,0029	0,0047				

Pavel Solfronk



Složení odpovídá titanem stabilizované oceli s redukovaným obsahem intersticiálů. Ze srovnání vyplývá vyšší podíl některých prvků u materiálu s horší plasticitou. V možném negativním vlivu na plasticitu se jedná především o obsah manganu, fosforu a dusíku. I při zjištěných rozdílech v chemickém složení je u obou materiálů obsah intersticiálního dusíku dle obecně přijímaných kritérií dostatečně vázán na hliník a titan. Obsah manganu a fosforu není při zjištěném množství limitující pro výrazné ovlivnění plastických schopností.

### 13.2 HODNOCENÍ STAVBY ZRN

Hodnocení stavby zrn se u testovaných materiálů provádělo obrazovou analýzou (systém AnalySiS DOCU Olympus) pomocí tvarových parametrů a měření plochy zrn. Z důvodu vysoké čistoty hranic zrn u IF ocelí byly použity metalografické snímky po plošném leptání. Hodnocené výbrusy byly orientovány kolmo na směr válcování plechu a měření tvaru zrn bylo prováděno při 500 násobném zvětšení s vyloučením zrn s nedostatečným kontrastem. Hodnocení stavby zrn bylo provedeno v hloubce 0,4 mm pod povrchem (střed tloušťky plechu). Vysoká hodnota rozptylu u provedených měření je způsobena heterogenitou stavby zrn. Vyhodnocení výchozí stavby zrna u srovnávaných materiálů je vidět v tabulce 13.2.1, kde jsou uvedeny jednotlivé použité parametry pro hodnocení stavby zrn (parametr kulatosti, prodloužení a obecně tvarového faktoru) a obr. 13.2.1 a obr. 13.2.2.



Obr. 13.2.1. Struktura materiálu DC 06 "D"





Obr. 13.2.2. Struktura materiálu DC 06 "D"

"S"
,

	Sledovaná veličina						
Materiál	Plocha Kulatost		Prodloužení	Tvarový faktor			
	[µm <sup>2</sup> ]	[-]	[-]	[-]			
DC 06 "D"	145,61	0,43	1,53	0,69			
DC 06 "S"	137,08	0,36	1,66	0,67			

#### 13.3 CHEMICKÉ MIKROANALÝZY

Při zhotovování metalografických výbrusů pro sledování stavby zrn byla u materiálu DC 06 "S" zjištěna nehomogenita v tvaru a velikosti zrn v povrchové vrstvě plechu. Tato vrstva je velmi dobře viditelná z obr. 13.3.1. Vzhledem k tomu, že srovnávací plech DC 06 "D" tuto nehomogenitu nevykazoval, zaměřily se následné zkoušky na identifikaci této oblasti. Metalografický výbrus charakterizující tvar a velikost zrn po tloušť plechu byl rozdělen do 3 vrstev označených písmeny "A", "B" a "C". Jednotlivé vrstvy jsou vidět na obr. 13.3.1. Podrobné chemické analýzy vybraných oblastí byly provedeny metodou energiové elektronové mikroanalýzy, kdy pro zvýraznění jemných precipitátů v základní matrici bylo použito jemné plošné leptání výbrusů. Leptání umožnilo zároveň sledování



pozice fází v rámci zrn. U velice jemných precipitátů (pod 1µm) došlo i u bodových analýz k zásahu do matrice. Základní typy precipitátů s odlišnou mírou vlivu na plasticitu materiálu v oblasti "A" jsou vidět na obr. 13.3.2.



Obr. 13.3.1. Velikost zrn v materiálu DC 06 "S" a vyznačení sledovaných vrstev.



Obr. 13.3.2. Základní typy precipitátů v povrchové vrstvě "A" materiálu DC 06 "S" (1-primární inkluze, 2-interkrystalické deskovité precipitáty, 3-jemné interkrystalické precipitáty)





Obr. 13.3.3. Přechodová vrstva v materiálu DC 06 "S"



Obr. 13.3.4. Středová vrstva materiálu DC 06 "S".

#### 13.3.1 Hodnocení mikročistoty

Jako výchozí byly provedeny bodové mikroanalýzy typických inkluzí u obou jakostí materiálu DC 06 ("D" a "S"). V obou testovaných materiálů byl zjištěn nízký výskyt nitridů, resp. karbonitridů titanu a komplexních oxidů převážně na bázi hliníku, v menším zastoupení s podílem křemičitanů. Tyto "primární" inkluze byly typické svou komplexní stavbou a při použití dané analytické metody i dobře rozlišitelné. Častá byla kombinace Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> a TiCN. V případě kombinace se sulfidy tyto nečistoty vznikaly jako obálka oxidických jader vměstků, působících jako nukleační zárodky. Morfologie inkluzí byla ovlivněna výrobou plechu, kdy téměř výlučně křehké a neplastické fáze byly rozdrobeny ve směru válcování. Samostatné sulfidické inkluze nebyly zjištěny. Příklad bodové EDX mikroanalýzy je vidět na obr.13.3.1.1. Posouzení vzájemných rozdílů ve vlastnostech sledovaných materiálů bylo provedeno na základě více jak 50 bodových EDX mikroanalýz a na základě těchto měření bylo konstatováno, že nebyl zjištěn podstatný rozdíl v sortimentu nebo výskytu inkluzí u srovnávaných materiálů DC 06 "D" a DC 06 "S".



#### 13.3.2 Jemné interkrystalické precipitáty

Vzhledem k řešenému problému rozdílné plastické schopnosti zkoumaných materiálů byly chemické mikroanalýzy přednostně zaměřeny na jemné precipitáty, které mají u IF ocelí podstatně výraznější vliv na plasticitu než primární inkluze. U obou jakostí hodnocených materiálů byl zjištěn plošný výskyt precipitátů s rozměry pod 1 µm. Distribuce těchto fází byla interkrystalická, bez tendence vazby na hranice zrn u všech testovaných vzorků. Na obr. 13.3.2.1 je vidět typická distribuce a morfologie těchto precipitátů u obou srovnávaných materiálů DC 06 ("D" a "S"). Pro zviditelnění případných souvislostí se stavbou zrn byla tato fotodokumentace provedena na snímcích materiálů po plošném leptání.



Obr. 13.3.2.1. Typická distribuce a morfologie precipitátů u DC 06 ("D" a "S").

S výjimkou malého podílů jemných nitridů titanu z provedených mikroanalýz vyplývá, že tyto jemné sekundární fáze jsou převážně typu sulfidů titanu. Tento závěr byl potvrzen analýzami v celé základní sadě vzorků. Síra byla zjištěna rovněž jako součást rozměrnějších primárních inkluzí titanu, většinou v komplexu s hliníkem. Z morfologie těchto částic lze předpokládat, že síra je zde vázaná na Ti v obálce hlinitanů tak jak je patrné z příkladu mikroanalýzy EDX na obr. 13.3.2.2. Okolní kompaktní precipitáty rozměrů cca 0,5µm byly téměř výlučně na uvedené bázi Ti-S, v některých případech s malým podílem manganu nebo hliníku.





Obr. 13.3.2.2. Příklad mikroanalýzy EDX u materiálu DC 06 "S".

#### 13.3.3 Deskovité precipitáty v povrchové vrstvě

Podstatný rozdíl v precipitačních procesech u obou srovnávaných materiálů byl zjištěn v povrchové vrstvě plechů, kdy u materiálu DC 06 "S" byly v této vrstvě detekovány specifické fáze. Metalograficky bylo pozorováno oboustranné povrchové pásmo o tloušťce cca 70 µm s odlišným sortimentem i charakterem precipitátů. Detail povrchové vrstvy materiálu DC 06 "S" je vidět na obr. 13.3.3.1. V kontrastu s tím u sady vzorků jakosti "D" nebyl tento efekt zjištěn. Z tohoto důvodu se další metalografické analýzy přednostně zaměřily na dokumentaci tohoto pásma, kdy byl sledován tvar a charakter distribuce vyskytujících se fází. Provedené zkoušky prokázaly v této oblasti precipitaci jemných deskovitých (fóliových) fází po hranicích feritických zrn (viz. obr.13.3.3.2), které jsou lemovány pásmem velice jemných precipitátů (viz 13.3.3.3). Vzhledem k velikosti těchto deskovitých částí a vybavení pracoviště nebylo možné provést jejich samostatnou chemickou analýzou.





Obr. 13.3.3.1. Detail podpovrchové vrstvy materiálu DC 06 "S".



Obr.13.3.3.2. Precipitace jemných deskovitých (fóliových) fází po hranicích zrn v oblasti "B"





Obr. 13.3.3.3. Pásmo jemných precipitátů lemující deskovité fáze.

#### 13.3.4 Analýza povrchové vrstvy

Vzhledem k uvažované souvislosti výskytu interkrystalických fází a jakosti povrchové úpravy byly v daném místě provedeny chemické mikroanalýzy zinkového povlaku. Cílem analýz bylo nalezení případných rozdílů chemického složení subvrstev povlaku u srovnávaných jakostí materiálů DC 06 "S" a "D". U materiálu jakosti "S" byly analýzy galvanické povrchové vrstvy zaměřeny na oblasti zjištěného výskytu interkrystalických fází. Analýzou obou materiálů bylo prokázáno typické chemické složení pro plech s fosfátovou vrstvou na povrchu zinkového ochranného povlaku (v daném rozlišení chemicky homogenní). Příklad analýzy chemického složení povrchové vrstvy materiálu DC 06 "D" je vidět na obr. 13.3.4.1.

Odlišnosti obou povrchových vrstev testovaných materiálů DC 06 "D" a "S" lze nalézt v jejich homogenitě. V kontrastu s výsledky analýz materiálu jakosti "D" byly u materiálu "S" zjištěny oblasti s odlišným uspořádáním povrchové vrstvy. V oblastech s defektní stavbou povrchové vrstvy byly zjištěny izolované objemy zinkových fází v hloubce řádově 10µm pod povrchem. Bezprostředně povrchová vrstva byla tvořena feritem, bez evidované přítomnosti fosforu. Podpovrchové defektní objemy na bázi zinku tvořily izolované ostrůvky s difúzí



zinku do okolní matrice. Defektní podpovrchové objemy zinku u materiálu DC 06 "S" jsou vidět na obr. 13.3.4.2.



Obr. 13.3.4.1. Příklad analýzy chemického složení povrchové vrstvy materiálu DC 06 "D".



Obr. 13.3.4.2. Defektní podpovrchové objemy zinku u materiálu DC 06 "S".

# 13.4 DISKUZE K MATERIÁLOVÝM ANALÝZÁM PLECHŮ DC 06

Chemické složení obou testovaných materiálů DC 06 "D" a "S" odpovídá titanem stabilizované oceli s redukovaným obsahem intersticiálů. Ze srovnání obou jakostí vyplývá mírně zvýšený obsah Mn a P (N) u oceli jakosti "S". Uvedené prvky u tohoto typu oceli přispívají ke zpevnění materiálu, ale ve zjištěném obsahu nelze považovat tento vliv za zásadní. Ve struktuře testovaných materiálů DC 06 "D" a "S" byl zjištěn výskyt nečistot převážně typu TiN (TiCN), Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> a komplexů typu Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>-TiN o rozměrech 5 až 15µm, které však představují typický sortiment nečistot IF ocelí stabilizovaných titanem. Z hlediska možné snížení plasticity materiálu nemají tyto nečistoty zásadní vliv. Podstatně výraznější negativní vliv na plasticitu materiálu, než zjištěný výskyt inkluzí, má výskyt jemných precipitátů typu sulfidů a karbosulfidů titanu, jejichž přítomnost prokázaly u obou materiálů chemické mikroanalýzy. U všech pozorovaných precipitátů (rovněž u výskytu karbidů a nitridů) byla zjištěna nahodilá interkrystalická distribuce bez tendence vyloučení v reakci na strukturu (jako je mezifázové, interkrystalické nebo krystalograficky orientované vyloučení s intenzivnějším degradačním vlivem na plasticitu). Rovněž u tohoto typu fází však nebyl pozorován významný rozdíl v sortimentu nebo obsahu mezi srovnávanými jakostmi materiálů.

Jako významnější rozdíl v rámci hodnocených parametrů byl zjištěn výskyt deskovitých (fóliových) precipitátů ve vrstvě cca do 80 µm, symetricky po obou stranách plechu z materiálu jakosti "S". Z provedených chemických analýz, které prokázaly přítomnost zinku v těchto anomáliích, byl vyvozen vznik intermetalických fází na bázi Fe-Zn. Z doplňujících plošných analýz galvanické vrstvy (volného povrchu a na metalografických výbrusech) byly zjištěny lokální poruchy ve skladbě subvrstev ochranného povlaku materiálu jakosti "S". V těchto oblastech docházelo ke tvorbě mikroobjemů s vysokým obsahem zinku v podpovrchové vrstvě. Vznik deskovitých precipitátů lze pak spojovat s difuzí zinku po hranicích zrna z oblastí defektních podpovrchových mikroobjemů, podporovanou nízkým obsahem intersticiálů na těchto hranicích. Výskyt intermetalických deskovitých fází na bázi Fe-Zn v podpovrchových vrstvách u materiálu DC 06 "S" lze považovat za rozhodující rozdíl z hlediska negativního vlivu na plasticitu tohoto materiálu oproti referenčnímu materiálu DC 06 "D".

Habilitační práce

# 14 ZÁVĚR

Předkládaná práce poskytuje hlubší informace teoretického i experimentálního charakteru v oblasti numerických simulací technologického procesu tažení plechů. Pozornost byla věnována jak problematice získávání vstupních materiálových dat a jejich zpracování z pohledu numerických simulací, tak i vlastní definici konečno prvkového výpočtu a možnostem využití v průmyslové praxi. Jednotlivé typy výlisků, na kterých jsou demonstrovány možnosti využití numerických simulací tažení, představují široký průřez výrobní technologií tažení plechů. S ohledem na stále se zvyšující podíl zpracování neželezných kovů byly pro experimentální testy vybrány dva charakteristické materiály představující zástupce dvou nejrozšířenějších skupin materiálů. V prvním případě se jednalo o běžně zpracovávaný hlubokotažný ocelový plech DC 05. V druhém případě se jednalo o slitinu hliníku AlMg3 (EN AW 5754). Pro numerické simulace technologie tažení plechu byl využíván špičkový software PAM STAMP 2G, který je součástí programového vybavení katedry strojírenské technologie TU v Liberci.

S přihlédnutím k tomu, že plechy určené pro hluboké tažení vykazují silnou anizotropii mechanických vlastností, je jedním ze základních předpokladů pro korektní výpočet technologického procesu tažení (metodou konečných prvků) volba vhodného výpočtového modelu, který s dostatečnou přesností charakterizuje deformační chování tvářeného materiálu. Stanovení vlivu výpočtového modelu na přesnost numerické simulace bylo prováděno na jednoduchém výtažku rotačního tvaru na základě rozložení deformace na výlisku, tvaru výlisku a velikosti tažné síly. Pro oba testované materiály byl při konečno prvkovém výpočtu volen standardně používaný anizotropní model označovaný jako Hill 48 a nově vyvíjený výpočtový model označovaný jako Vegter. Při definici podmínky plasticity jsou v prvním případě (model Hill 48) zohledňovány pouze průměrné mechanické vlastnosti a hodnoty normálové anizotropie materiálu ve třech směrech. Druhý uvažovaný výpočtový model (model Vegter) umožňuje zohlednění mechanických vlastností a velikosti koeficientu normálové anizotropie v libovolném počtu směrů (v předkládané habilitační práci byly mechanické hodnoty zjišťovány pro 7 směrů odebrání vzorků).

Z výsledků prováděných experimentů a numerických simulací pro materiál DC 05 je patrné, že větší vzájemné tvarové shody výlisku, rozložení deformace a velikosti tažné síly je dosaženo při použití výpočtového modelu Vegter. I přes uvedené zjištění lze však i výsledky získané z výpočtového modelu Hill 48 pro materiál DC 05 považovat za vyhovující. Zcela



odlišné výsledky řešení metodou konečných prvků poskytují oba testované modely při simulaci tažení výlisku rotačního tvaru u slitiny hliníku AlMg3 (EN AW 5754). Reálné lisování v prostorách katedry strojírenské technologie TU v Liberci prokázalo možnost výroby výlisku rotačního tvaru z materiálu AlMg3 na klikovém lisu LU 160 bez vzniku trhlin na výlisku. Stav napjatosti a velikosti deformace při tažení výlisku, který byl vyvozen volbou technologických podmínek, je však na hranici lisovatelnosti uvedené slitiny hliníku EN AW 5754 a toto se výrazně projevilo při numerické simulaci v prostředí PAM STAMP 2G. Při volbě materiálového modelu označovaného jako Hill 48 došlo při výpočtu MKP k nestabilnímu stavu konečno prvkové sítě v oblasti přechodu dna a stěny výtažku projevující se zborcením elementů deformační sítě vlivem vysoké deformace. Důsledkem tohoto jevu je ztráta schopnosti tvářeného materiálu přenášet tažnou sílu do oblasti přidržovače a proces tažení plechu je ukončen. Následuje lokalizace deformace a porušení plechu. Při volbě výpočtového modelu Hill 48 pro materiál AlMg3 není tedy z pohledu numerické simulace výlisek lisovatelný. Konfrontace tohoto zjištění s výsledkem numerické simulace při použití modelu Vegter přináší naprosto odlišné výsledky. Tato simulace byla ukončena korektním způsobem, tzn. bylo dosaženo požadované hloubky tažení bez ztráty stability výpočtové sítě. Velmi přesné výsledky numerické simulace při použití modelu Vegter pro materiál EN AW 5754 dokumentuje i vzájemná tvarová shoda, průběh a velikost deformace na reálném výlisku. Podrobná diskuze k získaným výsledkům experimentálních testů a numerických simulací výlisku rotačního tvaru je uvedena v kap. 9.8 a kap.10.7. Tvarovou a deformační analýzou výlisků rotačního tvaru pro oba testované materiály byl v rámci vypracování habilitační práce prokázán vliv výpočtového modelu na přesnost konečno prvkového výpočtu procesu tažení. Obecně lze konstatovat, že nově vyvíjený model označovaný jako Vegter vykazuje vyšší přesnost výpočtu z hlediska rozložení a velikosti deformace na výlisku a stabilita numerického výpočtu je zajištěna i v oblastech mezních stavů deformace tvářeného materiálu. Oproti modelu Hill 48 je nevýhodou zhruba třetinový nárůst výpočtového času. Závěry a poznatky získané při simulaci jednoduchého výlisku rotačního tvaru byly následně využity při analýze možností výroby výlisku nepravidelného tvaru.

Motivací pro další výzkum v oblasti možností využití numerických simulací procesu tažení výlisků z plechu byl požadavek na změnu tvářeného materiálu při výrobě výlisku olejové vany, který je představitelem již poměrně složitého výtažku nepravidelného tvaru. Požadovaná změna předpokládala nahrazení standardně používaného ocelového plechu DC 05 alternativní slitinou hliníku AlMg3. Rozdílná deformační schopnost obou materiálů



představovala pro výlisek olejové vany zásadní problém a nutný zásah do technologie výroby. Snaha o nastavení technologických podmínek (velkosti přidržovacího tlaku, způsob mazání) na stávajícím strojním zařízení metodou pokus – omyl nevedla k požadovanému výsledku a bylo nutné využít možností, které poskytuje modelování tohoto procesu metodou konečných prvků. S ohledem na již získané poznatky a výsledky analýz při numerické simulaci tažení výlisku rotačního tvaru byly pro výlisek olejové vany definovány variantní řešení nastavení technologických podmínek a tyto jednotlivé úlohy následně simulovány. Výsledky numerické simulace výroby výlisku olejové vany prokázaly nutnost použití technologie tažení s proměnnou přidržovací silou. Na základě těchto zjištění v oblasti výzkum tažení výlisků nepravidelných tvarů byl v rámci řešení předkládané habilitační práce proveden konstrukční návrh nástroje se systémem řízení umožňující realizovat požadovanou změnu přidržovacího tlaku na výlisku v průběhu tažení při dosažení maximálního využití plastických vlastností materiálu. Tato metoda tažení s proměnnou přidržovací silou je zvláště výhodná pro zpracování materiálů se specifickými užitnými vlastnostmi z neželezných slitin. V oblasti ochrany duševního vlastnictví je zvolené technické řešení chráněno užitným vzorem jehož původcem je autor předkládané habilitační práce. Využití numerických simulací v kombinaci s nástrojem s proměnnou přidržovací silou umožnilo realizaci požadované změny materiálu výlisku olejové vany.

Tažení karosářských výlisků nepravidelných tvarů představuje z technologického hlediska širokou problematiku výrazně se odlišující od problematiky hlubokého tažení jednoduché rotační nádoby. Vzhledem k tomu, že se jedná o výlisky nepravidelných tvarů, jejichž tvar se mění v závislosti na konstrukci a tvaru karoserie, je nutno vždy znovu řešit základní otázky technologie tažení daného dílu. Při globálním pohledu na uvedenou problematiku, jako na systém vzájemného působení mnoha faktorů, se ukáže její náročnost. Pro řešení výše uvedených problémů je dnes již neodmyslitelnou součástí každého návrhu technologie výroby velkoplošného výlisku karoserie jeho numerická simulace. V okamžiku návrhu výroby výlisků však nelze zachytit problematika velkého počtu technologických vstupů do procesu tažení, které se projevují až v okamžiku sériové výroby výlisků, kdy dochází k jejich vzájemné iteraci. U takto složitého problému je pak prakticky nemožné na všechny faktory brát zřetel již v předvýrobní etapě a je jasné, že v procesu sériové výroby musí nutně docházet k problémům. Při řešení těchto problémů je numerická simulace procesu tažení jedním z rychlých a efektivních prostředků na získávání informací o dané problematice. Vyvážené využití výsledků získaných vzájemnou kombinací numerických simulací a prováděných experimentálních měření spolu s praktickými zkušenostmi pracovníků lisovny



se ukazuje jako nejefektivnější řešení výrobních problémů. V rámci řešení habilitační práce byla při sériovém lisování bočnice vozu Škoda Roomster prokázána možnost efektivního využití numerických metod při řešení problémů spojených s výrobou velkoplošných karosářských dílů. Cílem této části habilitační práce bylo zjištění možností při využití numerických simulací v tak složitém procesu jako je tažení výlisků karosářského typu. Z důvodu zajištění vysoké přesnosti a spolehlivosti získávaných dat z konečno prvkového výpočtu byla v rámci řešení habilitační práce věnována maximální pozornost definici numerické úlohy, kdy veškerá potřebná vstupní data byla měřena (materiálová definice, technologické podmínky, geometrie nástroje atd.). Podrobný popis definice výpočtové úlohy je uveden v předchozích kapitolách. Na základě prováděného výzkumu bylo možné formulovat závěry předkládané práce v oblasti využití numerických simulací tažení velkoplošných karosářských výlisků. Numerická simulace velkoplošného výlisku vozu Škoda Roomster pomocí software PAM STAMP 2G poměrně spolehlivě detekuje kritická místa z hlediska deformací a ztráty stability vlivem zvlnění plechu. Charakter rozložení deformace zjištěný MKP je ve shodě s provedeným experimentem a trendy rozvoje deformace na výlisku jsou totožné. Problémem je absolutní velikost deformací v kritických oblastech výlisku, kdy numerická simulace podhodnocuje reálný stav. V místech, kde se vypočítaná velikost přetvoření (pomocí MKP) na výlisku blíží křivce mezních přetvoření, je pak možno při reálném lisovní očekávat vznik trhliny. Možným řešením je prakticky běžně využívaný postup, kdy je experimentálně zjištěná křivka mezních přetvoření snížena o určitou bezpečnost. S ohledem na definici přijatého mezního stavu, která je podrobně uvedena v kapitole 7.3, je tento postup však značně diskutabilní. Z podstaty metodiky zjišťování diagramu mezních přetvoření je ve výsledku měření již určitá bezpečnost při lisování zajištěna důsledkem eliminace nestabilních stavů deformace. V okamžiku posunu takto zjištěné křivky mezních přetvoření o 15% (někdy i 30%) ztrácí experimentální zjišťování této křivky smysl. Z tohoto pohledu je pak i problematické definovat rozdíl mezi jednotlivými jakostmi plechu určenými pro extrémně hluboké tažení, kdy skutečné naměřené minimální rozdíly v mechanických vlastnostech jsou následně potlačeny snížením o bezpečnost lisování. V praxi je pak často využívána metoda, kdy se návrh výlisku provádí pro nižší jakost materiálu (např. DC 05) a v případě výrobních problémů je nahrazen jakostí vyšší (např. DC 06). U tvarově nejsložitějších výlisků, kam patří všechny výlisky bočnic automobilu, kdy je výlisek již navrhován z materiálů nejvyšších jakostí, tuto možnost ztrácíme a správný návrh výrobního postupu pak nabývá na významu. Vzhledem k malému počtu těchto, z hlediska složitosti a velikosti, extrémních výlisků v konstrukci automobilu se



jeví jako daleko výhodnější řešení, kdy jsou v procesu návrhu tvaru výlisku a nástroje využívány v plné míře možnosti numerických simulací s cílem dosažení co nejpřesnějších výsledků i za cenu zvýšení výpočtové a časové náročnosti této etapy. Na základě prováděných analýz v rámci řešení habilitační práce doporučuji při definici těchto složitých úloh využívat pokročilých výpočtových modelů s respektováním co největšího počtu měřitelných vstupních parametrů. I přes značnou časovou náročnost v oblasti získávání vstupních dat do těchto úloh lze předpokládat rychlý návrat vložených finančních prostředků v okamžiku zavedení výlisku do sériové výroby.

V další části habilitační práce byl zkoumán vliv kolísání mechanických vlastností a velikosti přidržovací síly na průběh lisování. Z výsledků prováděných analýz je patrné, že kolísání mechanických vlastností tvářeného materiálu ovlivňuje výsledek lisování významným způsobem. Výraznější vliv na výsledek lisování má hodnota meze pevnosti, kdy nižší hodnota meze pevnosti zvyšuje deformaci a zabraňuje vzniku propadlin v oblasti střešního rádiusu "B" sloupku a současně eliminuje výrazné zvlnění v oblastech "A" sloupku a v místě prolisu pro spodní pant dveří "B" sloupku. Numerická simulace prokázala jednoznačný pozitivní vliv při použití materiálu na spodní hranici meze pevnosti, který povoluje daná norma ČSN EN 10152 pro materiál DC 06.

Výzkum v oblasti nastavení velikosti přidržovací síly prokázal největší vliv na oblast "B" sloupku v místě střešního zaoblení, kde dochází v okamžiku zvýšení velikosti přidržovací síly k nárůstu deformace. V této oblasti výlisku se jedná, jak již bylo řečeno, o pozitivní efekt. Zvýšená velikost přidržovací síly však prakticky zamezuje posuvu plechu do nástroje v této oblasti a deformace plechu je realizována pouze vypínáním plechu. Dochází tak nestabilnímu procesu, při kterém je velmi obtížné odhadnout okamžik lokalizaci deformace za brzdnou lištou nástroje a vznik trhliny. Zvýšenou deformaci lze pozorovat také v oblasti spodního uchycení dveří u "B" sloupku. Efekt snížení velikosti přidržovací síly nepřinesl žádný pozitivní efekt. Snížením velikosti přidržovací síly se pouze zvyšuje náchylnost ke zvlnění plechu. Velikost deformace na výlisku výrazně neovlivňuje. Z výsledků je patrné, že v okamžiku seřizování nástroje a nastavování technologických parametrů na výrobní lince nemá smysl snižovat velikost přidržovací síly oproti referenčnímu nastavení.

Pro získání uceleného pohledu na problematiku tažení velkoplošných výlisků nepravidelného tvaru byla v poslední části řešení habilitační práce věnována částečná pozornost otázkám materiálového vstupu do procesu lisování. Impulzem pro vypracování této části předkládané práce byl pokus o zpracování svitku plechu DC 06 při výrobě bočnice vozu Škoda Roomster. I přes splnění všech sledovaných parametrů daných normou ČSN EN 10152



nebyl tento svitek v sériové výrobě lisovatelný. Následné podrobné materiálové analýzy prokázaly určité anomálie ve struktuře sledovaného materiálu, kdy byl po obou stranách plechu v hloubce cca 80 µm ve struktuře zjištěn výskyt deskovitých (fóliových) precipitátů. Z provedených chemických analýz, které prokázaly přítomnost zinku v těchto anomáliích, byl vyvozen vznik intermetalických fází na bázi Fe-Zn. Z doplňujících plošných analýz galvanické vrstvy byly dále zjištěny lokální poruchy ve skladbě subvrstev ochranného zinkového povlaku, kdy v těchto oblastech docházelo ke tvorbě mikroobjemů s vysokým obsahem zinku v podpovrchové vrstvě. Vznik deskovitých precipitátů lze pak spojovat s difuzí zinku po hranicích zrna z oblastí defektních podpovrchových mikroobjemů, která je podporována nízkým obsahem intersticiálů na těchto hranicích. Lze se domnívat, že výskyt intermetalických deskovitých fází na bázi Fe-Zn v podpovrchových vrstvách u sledovaného materiálu DC 06 následně negativně ovlivňuje plasticitu materiálu při výrobě výlisku. Z hlediska materiálové stability v sériovém procesu lisování, kdy je svitek plechu kontrolován za pomocí běžně měřitelných parametrů daných normou, není možné tento druh vady vstupního materiálu prakticky odhalit. S největší pravděpodobností se v tomto konkrétním případu jednalo o tzv. "opravovaný svitek", který byl po finální povrchové úpravě znovu převálcován a žíhán. V okamžiku splnění všech běžně měřitelných parametrů je reklamace těchto svitků plechu značně komplikovaná a případné poskytování informací o průběhu výroby daného svitku plechu není v zájmu výrobce.

Snahou autora předkládané habilitační práce je nastínění možností využití moderních výpočtových metod v procesu návrhu a výroby velkoplošných výlisků a zároveň může být námětem pro další výzkum v této oblasti.

Experimentální část



## **15 SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY**

- ASHBY, Michael F. 2005. *Materials Selection in Mechanical Design, Third Edition*.
  S.I.: Butterworth-Heinemann. ISBN 0750661682.
- [2] AVEDESIAN, M. M. 1999. *Magnesium and Magnesium Alloys (ASM Specialty Handbook)*. Illustrated edition. S.I.: ASM International. ISBN 0871706571.
- BILLY, Josef. Trendy vývoja ocelových plechov pre ľahké automobilové konštrukcie.
  *Hutnické listy.* 1999, roč. LIV, č. 3/1999, s. 19-25. ISSN 0018-8069
- [4] BLAŠKOVIČ, Pavel. 1990. *Tribológia*. Bratislava: Alfa.
- [5] BOLJANOVIC, Vukota. 2004. Sheet Metal Forming Processes and Die Design. S.1.: Industrial Press, Inc. ISBN 0831131829.
- [6] BUCHAR, Zdeněk. Diagramy mezních přetvoření tenkých ocelových plechů. Liberec,
  1987. Disertační práce, VŠST Liberec, Fakulta strojní.
- [7] BUCHAR, Zdeněk. Komplexní analýza přetvoření výlisků nepravidelných tvarů.
  Liberec, 1996. Habilitační práce, VŠST Liberec, Fakulta strojní.
- [8] BUNGE, H. J., K. PÖHLANDT, A. E. TEKKAYA a D. BANABIC. 2010. Formability of Metallic Materials: Plastic Anisotropy, Formability Testing, Forming Limits. Softcover reprint of hardcover 1st ed. 2000. S.I.: Springer. ISBN 3642087507.
- [9] ERNE, O., H. FRIEBE a K. GALANULIS. Is it possible to replace conventional displacement and acceleration sensor technology? Solution methods using optical 3D measuring technology. Fahrzeugversuch Methoden und Verfahren, Expert Verlag, 2006. ISBN-13: 978-3-8169-2579-8
- [10] HERTZBERG, Richard W. 1995. Deformation and Fracture Mechanics of Engineering Materials. 4. S.I.: Wiley. ISBN 0471012149.
- [11] HOSFORD, William F. a Robert M. CADDELL. 2007. *Metal Forming: Mechanics and Metallurgy*. 3. S.l.: Cambridge University Press. ISBN 0521881218.
- [12] HU Jack, Z. MARCINIAK a J. DUNCAN, ed. 2002. Mechanics of Sheet Metal Forming, Second Edition. 2. S.I.: Butterworth-Heinemann. ISBN 0750653000.
- [13] KAINER, K.U. Magnesium Eigenschaften, Anwendungen, Potenziale. WILEY-VCH Verlag gmbH, Germany 2003, ISBN: 3-527-30570-X
- [14] KANÓCZ, Alexander. 1995. *Metoda konečných prvků v mechanice poddajných těles*.
  Praha: České vysoké učení technické. ISBN 80-01-01283-2.
- [15] MANG, Theo a Wilfried DRESEL, ed. 2007. Lubricants and Lubrication. 2nd, Completely Revised and Extended Edition. S.I.: Wiley-VCH. ISBN 3527314970.



- [16] MARŠÍK, František. 1999. Termodynamika kontinua. Praha: Academia. ISBN 80-200-0758-X.
- [17] MICHNA, Štefan. 2008. Technologie a zpracování kovových materiálů. Děčín: s.n.
  ISBN 978-80-89244-38-6.
- [18] NEWBY, John R., B. A. NIEMEIER a A. K SCHMIEDER. 1982. Formability of Metallic Materials- 2000 A.D. First Edition. S.I.: American Society for Testing and Materials. ISBN 0803144806.
- [19] OKROUHLÍK, Miloslav. 1997. *Mechanika poddajných těles, numerická matematika a superpočítače*. Praha: Ústav termomechaniky AV ČR. ISBN 80-85918-33-1.
- [20] OXFORD, Geoffrey Davies Fellow Institute of Materials Msc University of. 2012. Materials for Automobile Bodies, Second Edition. 2. S.I.: Butterworth-Heinemann. ISBN 0080969798.
- [21] POLMEAR, Ian. 2005. Light Alloys, Fourth Edition: From Traditional Alloys to Nanocrystals. 4. S.I.: Butterworth-Heinemann. ISBN 0750663715.
- [22] POHLANDT, Klaus. 1989. *Materials Testing for the Metal Forming Industry*. S.l.: Springer-Verlag. ISBN 0387506519.
- [23] PRIMUS, František. *Teorie tváření plechu a trubek*. Praha: Vydavatelství ČVUT, 1980.
- [24] SLUZALEC, Andrzej. 2010. Theory of Metal Forming Plasticity: Classical and Advanced Topics. Softcover reprint of hardcover 1st ed. 2004. S.I.: Springer. ISBN 3642073700.
- [25] SOBOTKA, Jiří. 2008. Hodnocení mechanických vlastností nových vysokopevnostních materiálů. Liberec, 2008. Disertační práce, TU v Liberci, Fakulta strojní. ISBN 978-80-7372-441-2.
- [26] SOLFRONK, Pavel. 2004. Vliv morfologie povrchu plechu na rozvoj deformace při tažení výlisků z plechu. Disertační práce, TU v Liberci, Fakulta strojní.
- [27] SPIŠÁK, Emil. 2000. Matematické modelovanie a simulácia technologických procesov-tahanie. Typo Press Košice. ISBN 80-7099-530-0
- [28] SUCHY, Ivana. 2005. Handbook of Die Design. 2. S.I.: McGraw-Hill Professional. ISBN 0071462716.
- [29] ŠUBRT, Ladislav. 1987. *Teorie desek a skořepin*. Praha: České vysoké učení technické.
- [30] TALBERT, Samuel H. a Betzalel AVITZUR. 1996. *Elementary Mechanics of Plastic Flow in Metal Forming*. 1. S.I.: Wiley. ISBN 0471960039.



- [31] TMĚJ, Jaroslav a Viktor Mikeš. 1981. *Teorie tváření*. Liberec: Vys. škola stroj. a textil.
- [32] TSCHÄTSCH, Heinz. 2010. *Metal Forming Practise: Processes Machines Tools*. Softcover reprint of hardcover 1st ed. 2006. S.l.: Springer. ISBN 3642069770.
- [33] VITÁSEK, Emil. 1987. Numerické metody. Praha: Nakladatelství techn. lit.
- [34] VOLEK, Aleš. 2008. *Metodika ustavení souřadného sytému pro optické měřící zařízení pontos*. VÚT Brno, Fakulta strojního inženýrství, ústav konstruování.
- [35] AN, Y., H. VEGTER, L. CARLESS a M. LAMBRIKS. 2011. A novel yield locus description by combining the Taylor and the relaxed Taylor theory for sheet steels. *International Journal of Plasticity*, roč. 27, č. 11, s. 1758–1780. Dostupné z <u>http://www.sciencedirect.com</u>.
- [36] AN, Yuguo a Henk VEGTER. 2005. Analytical and experimental study of frictional behavior in through-thickness compression test. *Journal of Materials Processing Technology*, roč. 160, č. 2, s. 148–155. Dostupné z <u>http://www.sciencedirect.com</u>.
- [37] AN, Y.G., H. VEGTER a J. HEIJNE. 2009. Development of simple shear test for the measurement of work hardening. *Journal of Materials Processing Technology*, roč. 209, č. 9, s. 4248–4254. Dostupné z <u>http://www.sciencedirect.com</u>.
- [38] BEHRING, D., J. THESING, H. BECKER, R. ZOBEL. Optical measuring techniques for the determination and visualization of 3D displacements in crash investigations. Society of Automotive Engineers (SAE), 2001. 03-B55
- [39] BOUAZIZ, O a N GUELTON. 2001. Modelling of TWIP effect on work-hardening. Materials Science and Engineering: A, roč. 319–321, č. 0, s. 246–249. Dostupné z <u>http://www.sciencedirect.com</u>.
- [40] CHEN, Z., H. CAI., S. LI, X. ZHANG, F. WANG a Ch. TAN. 2007. Analysis of crystallographic twinning and slip in fcc crystals under plane strain compression. *Materials Science and Engineering: A*, roč. 464, č. 1–2, s. 101–109. Dostupné z <u>http://www.sciencedirect.com</u>.
- [41] GORNI, Antonio Augusto a Paulo Roberto MEI. 2004. Austenite transformation and age hardening of HSLA-80 and ULCB steels. *Journal of Materials Processing Technology*, roč. 155–156, č. 0, s. 1513–1518. Dostupné z <u>http://www.sciencedirect.com</u>.
- [42] GRÄSSEL, O, L KRÜGER, G FROMMEYER a L.W MEYER. 2000. High strength Fe-Mn-(Al, Si) TRIP/TWIP steels development properties application.



International Journal of Plasticity, roč. 16, č. 10–11, s. 1391–1409. Dostupné z <u>http://www.sciencedirect.com</u>.

- [43] JÖRG Albertz. Albrecht Meydenbauer Pioneer of photogrammetric documentation of the cultural heritage. Technical University of Berlin, Photogrammetry and Cartography, Proceedings 18th International Symposium CIPA 2001, Potsdam (Germany), September 18 - 21, 2001
- [44] MENG, L., P. YANG, Q. XIE, H. DING a Z. TANG. 2007. Dependence of deformation twinning on grain orientation in compressed high manganese steels. *Scripta Materialia*, roč. 56, č. 11, s. 931–934. Dostupné z <u>http://www.sciencedirect.com</u>.
- [45] VEGTER, Henk a A.H. VAN DEN BOOGAARD. 2006. A plane stress yield function for anisotropic sheet material by interpolation of biaxial stress states. *International Journal of Plasticity*, roč. 22, č. 3, s. 557–580. Dostupné z <u>http://www.sciencedirect.com</u>.
- [46] YOON, J. H., O. CAZACU, J. W. YOON a R. E. DICK. 2010. Earing predictions for strongly textured aluminum sheets. *International Journal of Mechanical Sciences*, roč. 52, č. 12, s. 1563–1578. Dostupné z <u>http://www.sciencedirect.com</u>.
- [47] SCHMIDOVÁ, Eva a Pavel ŠVANDA. Strukturní a fázové analýzy materiálu ve vztahu k plasticitě. Výzkumná zpráva č. KMMČS 72-DF/2011. Pardubice, 2011. Univerzita Pardubice, Dopravní fakulta Jana Pernera.
- [48] ISO 12004-2:2008. Metallic materials -- Sheet and strip -- Determination of forminglimit curves -- Part 2: Determination of forming-limit curves in the laboratory. International Organization for Standardization. Dostupné z: http://www.iso.org/iso/iso\_catalogue/catalogue\_tc/catalogue\_detail.htm?csnumber=43 621
- [49] ESI GROUP. *PAM-STAMP 2: Reference manual*, Software Company of ESI Group, Paris 2012.
- [50] THYSSENKRUPP. *Lasertechnik* [online]. 2011 [cit. 2011-10-15]. Dostupné z http://www.thyssenkrupp-lasertechnik.de
- [51] ATEAM. Vysocepevné mikrolegované ocele [online]. 2011 [cit. 2011-02-10].
  Dostupné z <u>http://www.ateam.ic.cz/hsla\_prednaska.pdf</u>
- [52] WORLDAUTOSTEEL. *Seel types* [online]. 2010 [cit. 2010-04-11]. Dostupné z http://www.worldautosteel.org/steel-basics/steel-types/

- [53] KEYTOMETALS. Multi Phase Twinning-Induced Plasticity (TWIP) Steel [online].
  2011 [cit. 2011-08-18]. Dostupné z
  http://www.keytometals.com/page.aspx?ID=CheckArticle&site=kts&NM=207
- [54] MCAE. *3D měření deformací* [online]. 2012 [cit. 2012-01-11]. Dostupné z http://www.mcae.cz