

VYSOKÁ ŠKOLA STROJNÍ A TEXTILNÍ V LIBERCI

Fakulta strojní

Katedra obrábění a montáže

Školní rok: 1990/91

ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

pro Janu J e l í n k o v o u

obor strojírenská technologie

Vedoucí katedry Vám ve smyslu zákona č. 172/1990 Sb. o vysokých školách určuje tuto diplomovou práci:

Název tématu: Stanovení funkčních vlastností pojistných podložek pro šrouby a matice.

Zásady pro vypracování:

1. Seznámení s problematikou pojišťování šroubových spojení a zhodnocení vlastností normovaných vějířovitých podložek ČSN 02 1745.
2. Navrhnout optimální rozměry a geometrii vějířovité podložky.
3. Ověřit navržený tvar podložky.
4. Závěry a doporučení pro výrobce.
5. Ekonomická úvaha.

V 68/91 S

VYSOKÁ ŠKOLA STROJNÍ A TEXTILNÍ
Ústřední knihovna
LIBEREC 1, STUDENTSKÁ 5
PSČ 461 17

KOM/OM

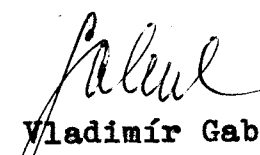
Rozsah grafických prací: dle potřeby
Rozsah průvodní zprávy: 40 - 60 stran
Seznam odborné literatury:

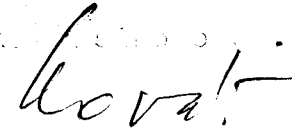
1. CHI-TEH WANG: Applited Elasticity. USA 1953.
2. FIALA, J. - SVOBODA, P.: Strojnické tabulky 2, SNTL Praha 1988.
3. REINER, R.: Studium funkčních vlastností pojišťovacích položek, (Diplomová práce).
4. Podklady ze závodu.

Vedoucí diplomové práce: Doc. Ing. Vladimír Gabriel, CSc.
Konzultant: Ing. Milan Duda - Šroubárna Turnov

Zadání diplomové práce: 31.10.1990
Termín odevzdání diplomové práce: 3.5.1991




Doc. Ing. Vladimír Gabriel, CSc.
Vedoucí katedry


Prof. Ing. Zdeněk Kovář, CSc.
Děkan

V Liberci

dne 31.10. 1990.

VYSOKÁ ŠKOLA STROJNÍ A TEXTILNÍ V LIBERCI

Fakulta strojní

Katedra obrábění a montáže

obor 23 - 07 - 8 - strojírenská technologie

zaměření obrábění a montáž

STANOVENÍ FUNKČNÍCH VLASTNOSTÍ POJISTNÝCH

PODLOŽEK PRO ŠROUBY A MATICE

KOM - OM - 712

Jana Jelínková

Vedoucí práce: Doc. Ing. Vladimír Gabriel, CSc.

Konzultant: Ing. Milan Duda

(s.p. Šroubárna Turnov)

Rozsah práce a příloh:	76
Počet stran:	59
Počet příloh:	17
Počet tabulek:	37
Počet obrázků:	14

Místopřísežné prohlášení:

" Místopřísežně prohlašuji, že jsem diplomovou práci vypracovala samostatně s použitím uvedené literatury."

V liberci, dne 30.4.1991

Podpis: Jana Jelínková



O B S A H

	str.
1. Úvod	4
2. Zadání	5
3. Teoretická část	8
3.a Řešení napětí a deformací pružné podložky	8
3.a.1 Formulace úlohy	8
3.a.2 Zjištění rovnice ohýbané kruhové desky	12
3.a.3 Řešení rovnice pro ohyb kruhové desky	22
3.a.4 Zjištění napětí v mezikruhové desce	35
3.b Ověření platnosti vztahů teoretické části určením tuhosti vějířovité podložky	46
4. Experimentální část - zkouška pro určení povolovacího momentu	51
5. Vyhodnocení měření	56
6. Závěr	57
7. Použitá literatura	59

SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ

r, v	polární souřadnice
a, b	poloměry prstence podložky
c	vnější poloměr podložky
s	střední šířka segmentu podložky
n	počet segmentů podložky
ϑ_i	poloviční úhel segmentu
M	zatěžující moment
h	tloušťka podložky
$\tau_{\max}$	max. smykové napětí ve středu šířky s
χ_e, χ_b	úhly pootočení průřezů segmentu na poloměrech b a c
J	moment tuhosti v krutu segmentu
k	celkový počet harmonických fcí v destičce
w	posunutí neutrálné roviny po deformaci
u, v	posunutí v radiálním nebo v tečném směru elementu vzdáleného o z od neutr. roviny
ϵ_r, ϵ_t	poměrná prodloužení
γ_{rt}	poměrný skos
G_r, G_t	normální napětí v radiálním a tečném směru
$\tau_{rt} = \tau_{tr}$	smyková napětí
E, G	materiálové konstanty
M_r, M_t, M_{rt}	momenty vztažené k délkovým jednotkám v tečném nebo radiálním směru
D	ohybová tuhost desky
Q_r, Q_t	posouvající síly
P	tlak
V_b	vertikální síla na poloměru b
$V(r, v)$	obecně vyjádřená vertikální síla
β	poměrná veličina vyjadřující podíl r/b
κ	poměrná veličina vyjadřující podíl a/b

G_1, G_2, τ	radiální, tečné a smykové napětí působící ve vzdálenosti $h/2$ od neutrálné roviny
$G_{red s}$	redukované napětí v segmentu na poloměru $\underline{b}$
$G_{red D}$	redukované napětí v mezikruhové desce na poloměru $\underline{b}$
C_n	tuhost podložky
F_o	osová síla
M_u	utahovací moment
M_{pu}	povolovací moment upravených podložek
M_{pn}	povolovací moment neupravených podložek

1) Ú V O D

V současné době se od strojírenské výroby požaduje, aby docházelo k maximální typizaci dílů ve všech odvětvích národního hospodářství. Typizované díly jsou vzájemně a rychle vyměnitelné, což představuje úsporu času i nákladů. Pro snadnou montáž a demontáž těchto dílů se používá šroubových spojení.

Šroubové spoje jsou samosvorné. Při utahování matice nebo šroubu vzniká mezi závity dostatečné tření a pnutí, které brání tomu, aby se spoj uvolnil. Nárazy a otřesy vzniklé provozem však způsobují chvilkové prodloužení šroubu. V tom okamžiku je matice na šroubu volná a může se povolit. Proto se k důkladnějšímu dotažení používá mezi maticí a dotahovaný díl podložek.

Podložky jsou buď ploché, jež jsou rovné a nepružní, anebo pružné, které zaručují stálé předpětí spoje a nedovolí, aby se matice či šroub povolil (plochá podložka tuto vlastnost nemá).

Pružné podložky zaručují, že se matice nepovolí a zůstane stále přitlačena k závitu. Proto se používají zvláště tam, kde vzniká neustálý pohyb jako např. v letectví, automobilovém průmyslu a ostatní strojírenské výrobě.

2) Z A D Á N Í

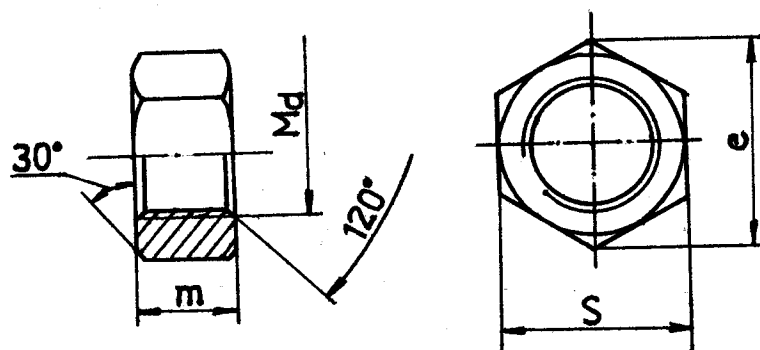
V závěru diplomové práce R. Reibera (1988) bylo řečeno, že vějířové podložky neplní funkci pojišťovacích podložek, protože vějířky jsou po dotažení mimo dosedací plochu matice.

Proto je tato diplomová práce zaměřena na stanovení takových rozměrů vějířovité podložky s vnějším ozubením, aby přesně dosedla na matici, aniž by vějířky přečnívaly. U podložek s vnitřním ozubením je tento požadavek splněn.

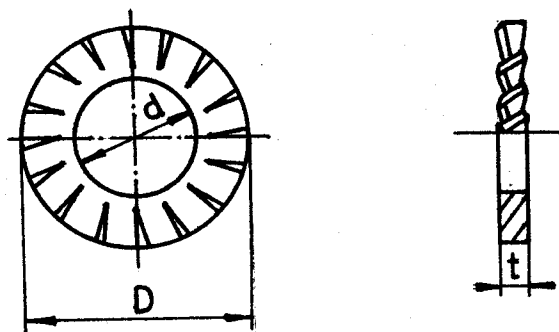
Dále je třeba navrhnout geometrii ozubení (vějířků) takovou, aby při utažení matice podložka neztrácela své pružné vlastnosti a nenastávaly v ní trvalé plastické deformace.

Úkol tedy spočívá v tom, upravit na základě ČSN 02 1401 (přesné šestihranné matice) rozměry vějířovitých podložek. Takto navržené podložky, jejichž vějířky budou přesně doléhat na dosedací plochu matice, se pak prakticky ověří a vyhodnotí se, jak se zlepšily jejich funkční vlastnosti oproti podložkám, jejichž vějířky vyčnívají po utažení mimo matici.

Porovnání průměru dosedací plochy matice a vnějšího průměru
vějířovité podložky:



ČSN 02 1401



ČSN 02 1745

Aby podložka správně dosedla na matici, musí platit, že $S \geq D$. Z porovnání norem ČSN 02 1401 a ČSN 02 1745 je však zřejmé, že $S < D$.

Tabulka porovnání D a S :

Md	S	D
M1,6	3,2	3,8
M2	4	4,5
M2,5	5	5,5
M3	5,5	6
M4	7	8
M5	8	9
M6	10	11
M8	13	14
M10	17 *	17
M12	19	22
M14	22 *	22
M16	24	27
M18	27	32
M20	30	32
M22	32	36
M24	36 *	36

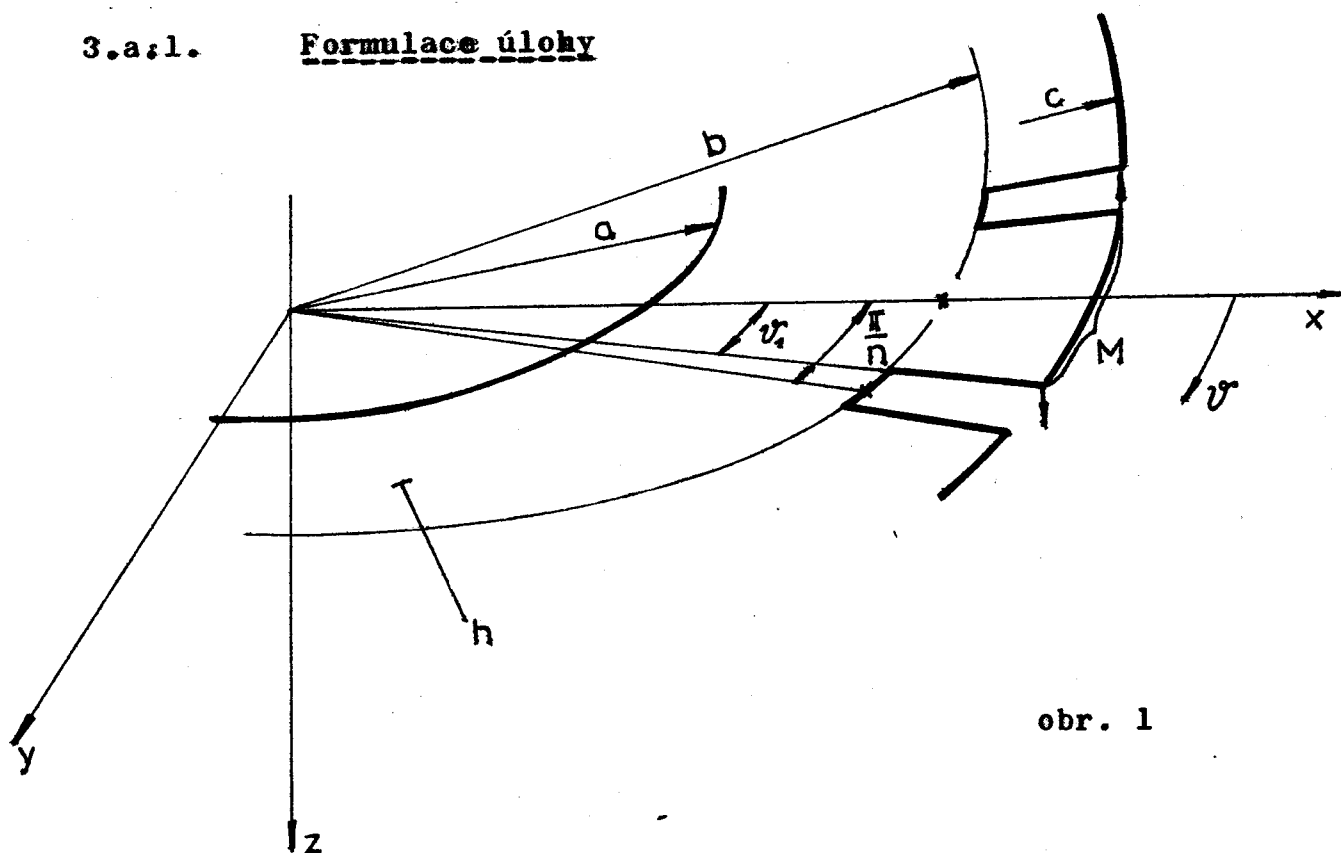
*... upravená norma

3) TEORETICKÁ ČÁST

Pro určení závislosti mezi geometrickými veličinami, silovým zatížením a stavem napjatosti vějířovité podložky je třeba provést rozbor napjatosti a deformace této podložky. Podložku rozdělíme na mezikruhovou desku a do ní vetknuté segmenty. Poměrně jednoduché řešení zkrucovaných segmentů lze převzít z literatury. Řešení ohýbané kruhové desky je obtížnější, neboť ji uvažujeme jako osově nesymetrický případ. Toto řešení není v dostupné literatuře uvedeno.

3.a Řešení napětí a deformací pružné podložky

3.a:1. Formulace úlohy



obr. 1

a, b ... poloměry prstence
 c vnější poloměr podložky
 n počet segmentů podložky
 φ_1 poloviční úhel segmentu
 M moment přenášený na segment podložky (zatěžující moment)
 h tloušťka podložky

Podložku rozdělíme na prstenec a do něj vetknutých n segmentů. Při určování napětí a deformace jednotlivého segmentu uvažujeme tento segment jako zkrucované prizmatické těleso o délce $c - b$ a obdélníkovém průřezu $h \times s$, kde:

$$s = 2 \cdot \varphi_1 \cdot \frac{b + c}{2} = \varphi_1 \cdot (b + c)$$

Maximální smykové napětí $\tau_{\max}$, které působí v polovině délky s je dáno řadou [3] :

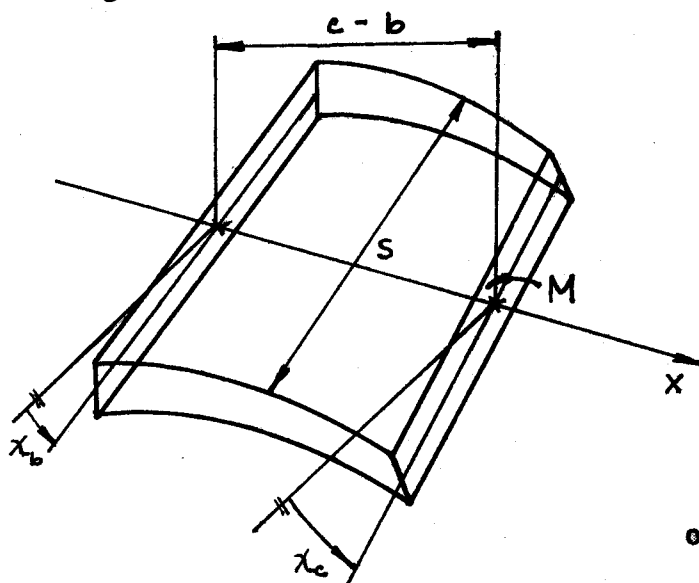
$$\tau_{\max} = \frac{M \cdot h}{J} \cdot \left[1 - \frac{8}{\pi^2} \sum_{j=0}^{\infty} \frac{1}{(2j+1)^2 \cdot \cos h \cdot \frac{(2j+1)\pi \cdot s}{2h}} \right]$$

$$J = h^3 \cdot s \cdot \left(\frac{1}{3} - \frac{64}{\pi^5} \cdot \frac{h}{s} \cdot \operatorname{tg} h \cdot \frac{\pi \cdot s}{2h} \right)$$

Úkolem je zjistit deformaci na mezi kluzu při určitém zatížení podložky. V našem případě je touto deformací úhel pootočení průřezu segmentu na poloměru c .

Úhel pootočení průřezů segmentu na poloměrech $\underline{b}$ a $\underline{c}$ je:

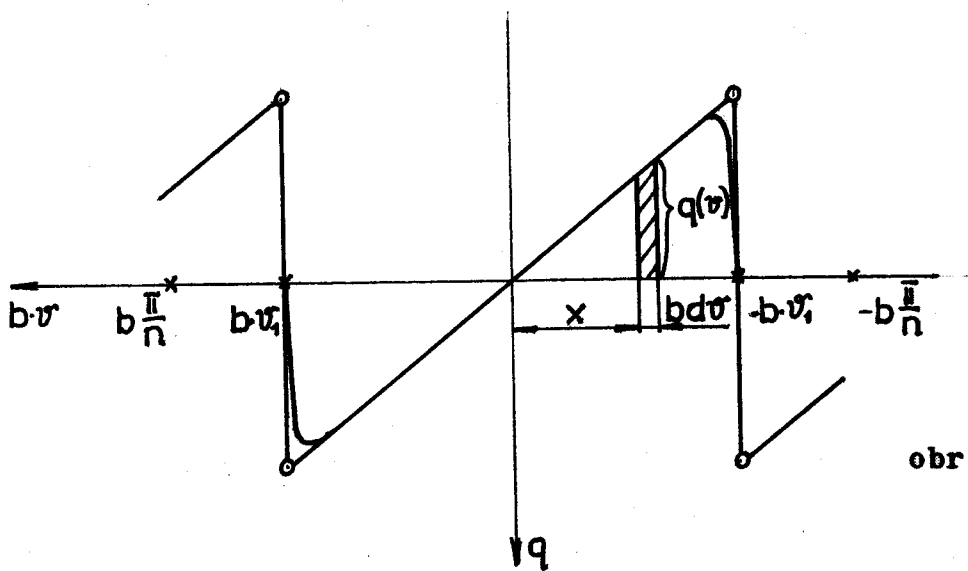
$$\chi_c - \chi_b = M \cdot \frac{c - b}{G J} \quad (1)$$



obr. 2

Úhel χ_b deformace v místě vetknutí segmentu (poloměr b) určíme řešením prstence zatíženého v místech vetknutí silovými účinky staticky ekvivalentními momentům M .

Zjišťování zatížení $q(\vartheta)$ na poloměru $\underline{b}$:



obr. 3

$$M = \int_{-v_1}^{v_1} q(v) \cdot b \cdot dv \cdot b \cdot v = b^2 \int_{-v_1}^{v_1} q(v) \cdot v \cdot dv$$

Tvar fce $q(v)$ v místech vetknutí není znám. Lze však předpokládat, že bude blízký lineárnímu průběhu $q(v) = C$.

Určení $q(v)$:

$$1) \quad v \in (-v_1, v_1)$$

$$q(v) = \frac{3M}{2b^2 v_1^3} \cdot v$$

$$2) \quad v \in \left\langle -\frac{\pi}{n}, -v_1 \right\rangle, v \in \left\langle v_1, \frac{\pi}{n} \right\rangle$$

$$q(v) = 0$$

Funkci $q(v)$ rozvineme v geometrickou řadu v intervalu $\langle 0, 2\pi \rangle$

Podle Fourierova rozkladu [2] je:

$$q(v) = \sum_{i=1}^{\infty} g_{in} \cdot \sin in v \quad (2)$$

$$g_{in} = \frac{n}{\pi} \cdot \frac{3M}{b^2 v_1^3} \cdot \left[\frac{\sin in v_1}{(in)^2} - \frac{v_1}{in} \cdot \cos in v_1 \right]$$

kde: $i \dots$ počet fcí, jejichž součet se blíží ideálnímu lineárnímu průběhu fce $q(v)$ v 1 segmentu
 $in = k \dots$ celkový počet harmonických fcí v destičce

3.a.2. Zjištění rovnice ohýbané kruhové desky (rovnice závislosti deformace desky na jejím zatížení)

Vycházíme z rozboru zatížení elementu desky.

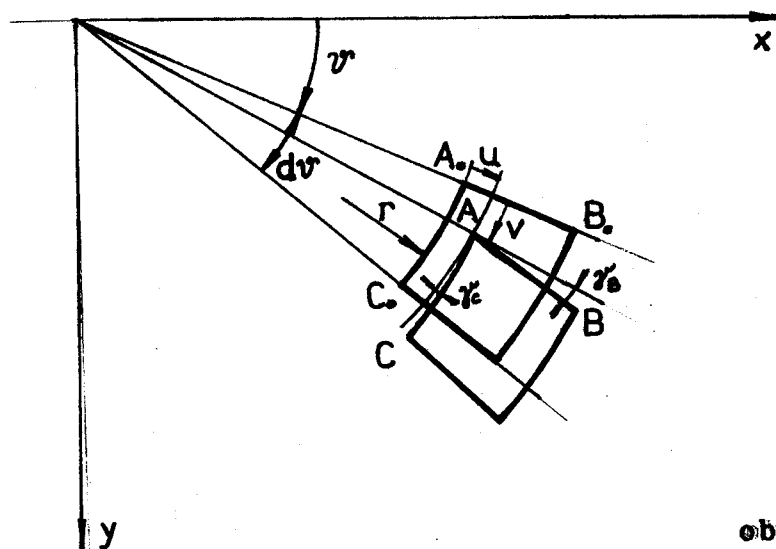
Tloušťka h kruhové desky je malá vzhledem k jejím ostatním rozměrům. Střední (neutrální) rovina pólí vzdálenost h .

Předpoklady pro řešení:

- 1) Normála nedeformované plochy zůstává normálou i po deformaci
- 2) Složka napětí G_z rovnoběžná s osou desky je zanedbatelná vůči ostatním složkám napětí
- 3) Neutrální plocha desky nepřenáší napětí

Označení:

r, φ ... polární souřadnice
 w posunutí neutrálné roviny po deformaci
 u, v posunutí v radiálním nebo v tečném směru
elementu vzdáleného o z od neutrálné roviny



obr. 4

$$(1 + \varepsilon_r) \cdot dr = u + dr + \frac{\partial u}{\partial r} \cdot dr - u$$

$$\varepsilon_r = \frac{\partial u}{\partial r} \quad (3)$$

$$(1 + \varepsilon_t) \cdot r \cdot dv = v + (r + u) \cdot dv + \frac{\partial v}{\partial r} \cdot dr - v$$

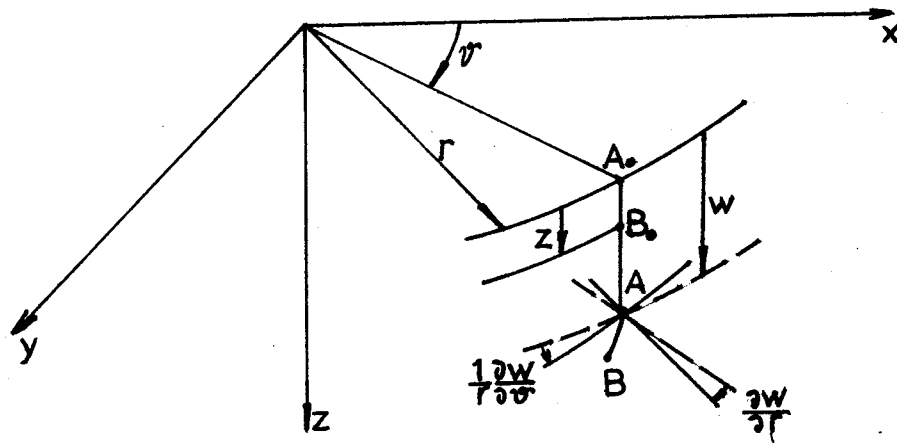
$$\varepsilon_t = \frac{u}{r} \cdot \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial v}{\partial r} \quad (4)$$

$$\left(\frac{v}{r} + \gamma_B \right) \cdot dr = v + \frac{\partial v}{\partial r} \cdot dr - v$$

$$\gamma_c \cdot r \cdot dv = u + \frac{\partial u}{\partial r} \cdot dr - u$$

$$\gamma_{re} = \gamma_B + \gamma_c = \frac{\partial v}{\partial r} - \frac{v}{r} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial u}{\partial r} \quad (5)$$

Posunutí neutrální roviny:



obr. 5

$$A (r, r\vartheta, w)$$

$$B \left(r - z \cdot \frac{\partial w}{\partial r}, r\vartheta - z \cdot \frac{\partial w}{r \partial \vartheta}, w + z \right)$$

$$u = -z \cdot \frac{\partial w}{\partial r}, \quad v = -\frac{z}{r} \cdot \frac{\partial w}{\partial \vartheta}$$

(6)

(7)

Po dosazení výrazů 6, 7 do rovnic 3, 4, 5 získáme výrazy pro poměrná prodloužení ϵ_r a ϵ_t a skos γ_{rt} ve vzdálenosti z od neutrální roviny

$$\epsilon_r = -z \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial r^2} \quad (8)$$

$$\epsilon_t = -z \cdot \left[\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial \vartheta^2} \right] \quad (9)$$

$$\gamma_{rt} = -2z \cdot \left[\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial r \partial \vartheta} - \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial w}{\partial \vartheta} \right] \quad (10)$$

Podle Hookova zákona pro dvojsovou napjatost platí:

$$\varepsilon_r = \frac{1}{E} (\sigma_r - \nu \sigma_t) \quad (11)$$

$$\varepsilon_t = \frac{1}{E} (\sigma_t - \nu \sigma_r) \quad (12)$$

$$\gamma_{rt} = \frac{1}{G} \tau_{rt} = \frac{2(1+\nu)}{E} \tau_{rt} \quad (13)$$

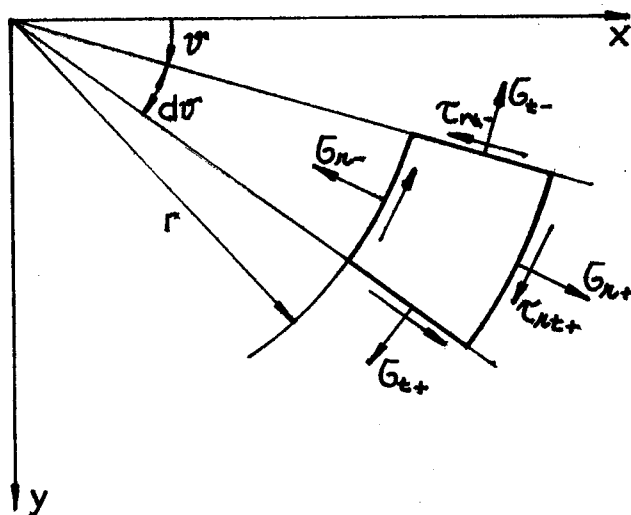
σ_r, σ_t ... normální napětí v radiálním a tečném směru
 $\tau_{rt} = \tau_{tr}$... smyková napětí
 E, G, ν ... materiálové konstanty

Ze vztahů 8 - 13 plyne:

$$\sigma_r = \frac{E}{1-\nu^2} (\varepsilon_r + \nu \varepsilon_t) = -\frac{z E}{1-\nu^2} \left[\frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \nu \left(\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial \varphi^2} \right) \right] \quad (14)$$

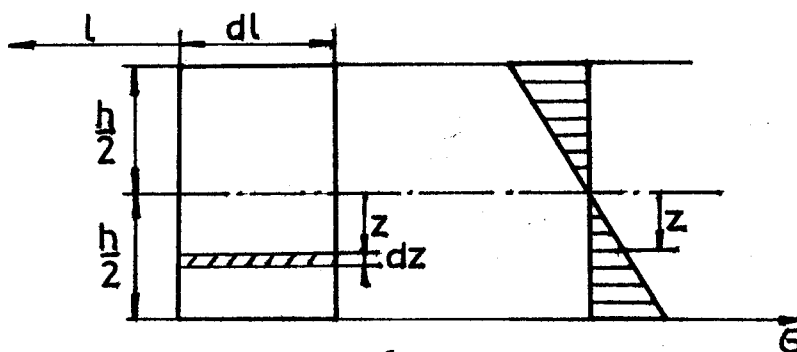
$$\sigma_t = \frac{E}{1-\nu^2} (\varepsilon_t - \nu \varepsilon_r) = -\frac{z E}{1-\nu^2} \left[\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial \varphi^2} + \nu \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial r^2} \right] \quad (15)$$

$$\tau_{rz} = \frac{E}{2 \cdot (1 + \nu)} \cdot \gamma_{rz} = \frac{-z \cdot E \cdot (1 - \nu)}{1 - \nu^2} \cdot \left[\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial r \partial \nu} - \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial w}{\partial \nu} \right] \quad (16)$$



obr. 6

Na obr. 6 jsou znázorněna napětí působící ve vzdálenosti z od neutrální plochy. Jejich výslednými účinky podél tloušťky h jsou momenty M_r , M_t , M_{rt} , vztahené k délkovým jednotkám v tečném nebo radiálním směru.



obr. 7

$$M_r = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_r \cdot z \cdot dz$$

$$M_t = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_t \cdot z \cdot dz$$

$$M_{rt} = - \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \tau_{rt} \cdot z \cdot dz$$

Po integraci a zavedení ohybové tuhosti desky

$$D = \frac{E h^3}{12 (1 - \nu^2)}$$

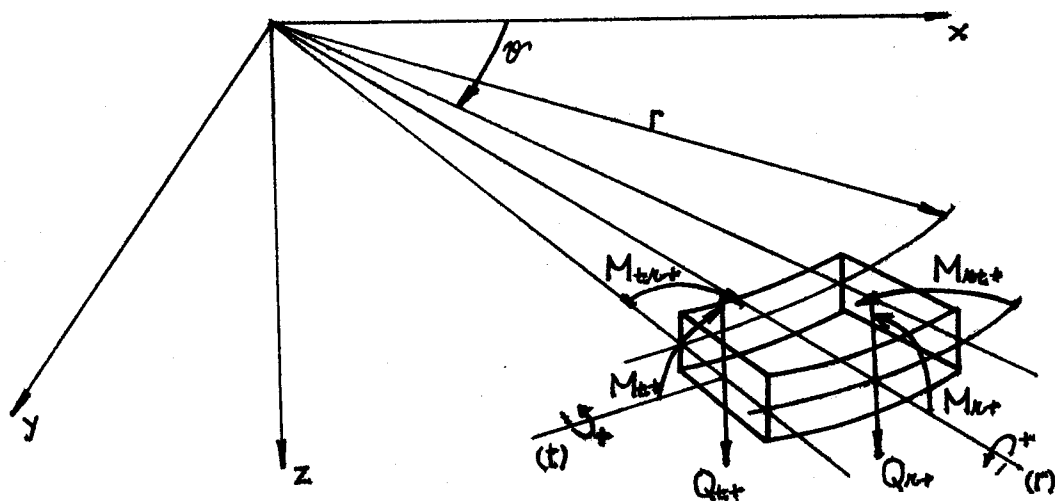
jsou tyto momenty:

$$M_r = - D \cdot \left[\frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \nu \cdot \left(\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial \varphi^2} \right) \right] \quad (17)$$

$$M_t = - D \cdot \left[\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial \varphi^2} + \nu \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial r^2} \right] \quad (18)$$

$$M_{rt} = M_{tr} = (1 - \nu) \cdot D \cdot \left[\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial r \partial \varphi} - \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial w}{\partial \varphi} \right] \quad (19)$$

Společně s těmito momenty působí na plochu $z = -\frac{h}{2}$ tlak p a posouvající síly Q_r a Q_t . Tyto účinky působící na element desky musí být v rovnováze.



obr. 8

Momentová podmínka k ose r:

$$(Q_{t+} + Q_{t-}) \cdot dr \cdot \frac{r \, dv}{2} + (M_{t-} - M_{t+}) \cdot dr + M_{rt+} \cdot (r + dr) \cdot dv -$$

$$- M_{rt-} \cdot r \cdot dv + (M_{tr+} + M_{tr-}) \cdot dr \cdot \frac{dv}{2} = 0$$

$$Q_t = \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial M_t}{\partial v} + \frac{\partial M_{rt}}{\partial r} + \frac{M_{rt}}{r} + \frac{M_{tr}}{r} = 0$$

$$Q_t = \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial M_t}{\partial v} - \left(\frac{\partial M_{rt}}{\partial r} + 2 \frac{M_{rt}}{r} \right) \quad (20)$$

Momentová podmínka k ose t:

$$\begin{aligned}
 & - Q_{r+} \cdot (r + dr) d\vartheta \cdot \frac{dr}{2} - Q_{r-} \cdot r d\vartheta \cdot \frac{dr}{2} + M_{r+} \cdot (r + dr) \cdot d\vartheta - \\
 & - M_{r-} \cdot r d\vartheta + (-M_{tr+} + M_{tr-}) \cdot dr - (M_{t+} + M_{t-}) \cdot dr \cdot \frac{d\vartheta}{2} = 0
 \end{aligned}$$

$$- Q_r + \frac{\partial M_r}{\partial r} + \frac{\partial M_r}{\partial r} - \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial M_{tr}}{\partial \vartheta} - \frac{M_t}{r} = 0$$

$$Q_r = \frac{\partial M_r}{\partial r} + \frac{M_r - M_t}{r} - \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial M_{tr}}{\partial \vartheta} \quad (21)$$

Složková podmínka v ose z:

$$p \cdot r \cdot d\vartheta \cdot dr + Q_{rt} \cdot (r + dr) \cdot d\vartheta - Q_{r-} r d\vartheta + (Q_{t+} - Q_{t-}) dr = 0$$

$$p + \frac{\partial Q_r}{\partial r} + \frac{Q_r}{r} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial Q_t}{\partial \vartheta} = 0 \quad (22)$$

Do vztahů 20 a 21 dosadíme výrazy 17 - 19 a získáme následující výrazy pro posouvající síly Q_r a Q_t :

$$Q_r = -D \cdot \frac{\partial}{\partial r} \cdot \left[\frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \vartheta^2} \right] \quad (23)$$

$$Q_t = - \frac{D}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial \vartheta} \cdot \left[\frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial \vartheta^2} \right] \quad (24)$$

Tyto výrazy dosadíme do rovnice 22 a získáme řídící rovnici pro nesymetricky zatíženou kruhovou desku: [3]

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial^2}{\partial \vartheta^2} \right) \cdot \left[\frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial \vartheta^2} \right] = \frac{p}{D} \quad (25)$$

Tuto rovnici dále řešíme za účelem vyjádření posunutí neutrálné roviny w , pomocí něhož zjistíme úhel pootočení průřezu segmentu .

Pro vyřešení této rovnice zavedeme okrajové podmínky:

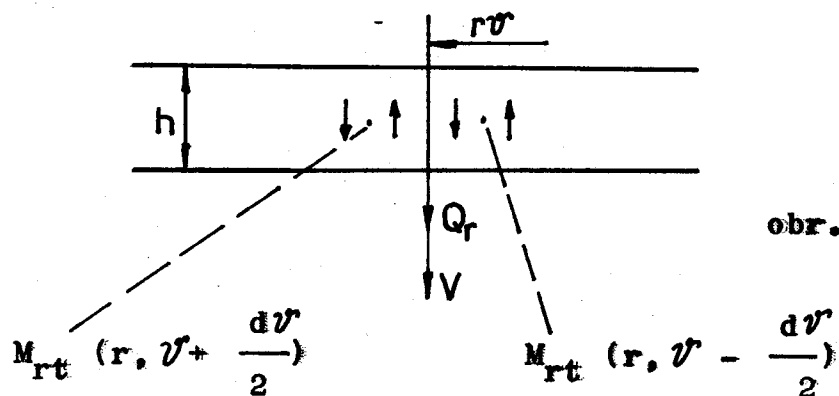
$$a) \quad M_r(a, \vartheta) = 0 \quad V(a, \vartheta) = 0$$

$$b) \quad M_r(b, \vartheta) = 0 \quad V(b, \vartheta) = V_b(\vartheta) = q(\vartheta)$$

$$V_b(\vartheta) = \sum_k^{\infty} g_k \cdot \sin k \vartheta$$

Pro vyjádření vertikální síly hledáme ještě jednu rovnici.

V tečné rovině zavedeme působící vertikální sílu $\underline{Y}$ staticky ekvivalentní silovým účinkům v této rovině [3] .



obr. 9

$$V = Q_r + \frac{1}{r \cdot dv} \left[M_{rt} - \frac{\partial M_{rt}}{\partial v} \cdot \frac{dv}{2} - \left(M_{rt} + \frac{\partial M_{rt}}{\partial v} \cdot \frac{dv}{2} \right) \right]$$

$$V = Q_r - \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial M_{rt}}{\partial v}$$

Po dosazení vztahů 19 a 23 do této rovnice je:

$$V = - \frac{D}{r} \cdot \left[\frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 w}{\partial v^2} \right] - D \cdot \frac{1 - \nu}{r}$$

$$+ \frac{\partial}{\partial v} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial^2 w}{\partial r \partial v} - \frac{1}{r^2} \frac{\partial w}{\partial v} \right]$$

$$V = - D \cdot \left[\frac{\partial^2 w}{\partial r^3} + \frac{2 - \nu}{r^2} \cdot \frac{\partial^3 w}{\partial r \partial v^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial r^2} - \frac{3 - \nu}{r^3} \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial v^2} - \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial w}{\partial r} \right] \quad (26)$$

3.a3. Řešení rovnice pro ohyb kruhové desky

Prstenec pružné podložky není při utahování šroubu zatížen tlakem p v rovině kolmé k ose. Silové účinky se na prstenec vnáší pouze vetknutím segmentů na poloměru $\underline{b}$. Toto zatížení prstence vyjadřuje vztah (2):

$$q(\vartheta) = \sum_{i=1}^{\infty} g_{in} \cdot \sin in \vartheta$$

Tomuto zatížení odpovídá deformace neutrálné roviny, jejíž průběh lze napsat ve tvaru řady:

$$w(r, \vartheta) = \sum_{k=0}^{\infty} w_k(r, \vartheta)$$

nebo:
$$w(r, \vartheta) = \sum_{k=0}^{\infty} \underbrace{w_k(r)}_{R_k(r)} \cdot \underbrace{\sin k\vartheta}_{\theta_k(\vartheta)}$$

Podle [3] je deformace w rovna součinu funkcí obou nezávislých souřadnic (polární souřadnice r, ϑ).

Pro k -tý člen Fourierovy řady tedy platí:

$$w_k(r, \vartheta) = R_k(r) \cdot \theta_k(\vartheta)$$

Pro určitý člen Fourierovy řady $\underline{k}$ řešíme rovnici pro ohyb kruhové desky.

Tlak p na desku nepůsobí, pravá strana rovnice se tedy rovná nule:

$$\left(\frac{\partial}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial}{\partial v^2} \right) \left[\frac{\partial^2 w_k}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial w_k}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial^2 w_k}{\partial v^2} \right] = 0$$

Provedením vzájemných parciálních derivací rovnici upravíme. Vychází:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial^4 w_k}{\partial r^4} + \frac{2}{r} \cdot \frac{\partial^3 w_k}{\partial r^3} - \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial^2 w_k}{\partial r^2} + \frac{1}{r^3} \cdot \frac{\partial w_k}{\partial r} + \\ & + \frac{\partial}{\partial v^2} \left(\frac{1}{r^4} \cdot \frac{\partial^2 w_k}{\partial v^2} + \frac{4}{r^4} w_k - \frac{2}{r^3} \cdot \frac{\partial w_k}{\partial r} + \frac{2}{r^2} \cdot \frac{\partial^2 w_k}{\partial r^2} \right) = 0 \end{aligned}$$

w_k rozepíšeme pomocí fci R_k a Θ_k :

$$\begin{aligned} & \left[R_k^{IV}(r) + \frac{2}{r} R_k^{III}(r) - \frac{1}{r^2} R_k^{II}(r) + \frac{1}{r^3} R_k^I(r) \right] \cdot \Theta_k(v) + \\ & + \left[\frac{4}{r^4} R_k(r) - \frac{2}{r^3} R_k^I(r) + \frac{2}{r^2} R_k^{II}(r) \right] \cdot \Theta_k^{(II)}(v) + \\ & + \frac{1}{r^4} R_k(r) \cdot \Theta_k^{(IV)}(v) = 0 \end{aligned} \quad (27)$$

Zatížení má sinusový průběh, proto lze usoudit, že sinusový průběh bude mít i deformace. Lze předpokládat:

$$\theta_k(\varphi) = \sin(k\varphi)$$

$$\theta_k^{(II)}(\varphi) = -k^2 \sin(k\varphi)$$

$$\theta_k^{(IV)}(\varphi) = k^4 \sin(k\varphi)$$

Rovnici 27 vydělíme výrazem $\sin(k\varphi)$:

$$\begin{aligned} R_k^{IV}(r) + \frac{2}{r} R_k^{III}(r) - \frac{1}{r^2} R_k^{II}(r) + \frac{1}{r^3} R_k^I(r) - \\ - k^2 \cdot \left[\frac{4}{r^4} R_k(r) - \frac{2}{r^3} R_k^I(r) + \frac{2}{r^2} R_k^{II}(r) \right] + \\ + k^4 \frac{1}{r^4} R_k(r) = 0 \end{aligned}$$

Po úpravě:

$$\begin{aligned} R_k^{IV}(r) + \frac{2}{r} R_k^{III}(r) - \frac{1 + 2k^2}{r^2} R_k^{II}(r) + \frac{1 + 2k^2}{r^3} R_k^I(r) + \\ + \frac{k^2(k^2 - 4)}{r^4} R_k(r) = 0 \end{aligned} \quad (28)$$

Tato rovnice je Eulerova typu, substitucí $r = e^\xi$ přejde
v rovnici s konstantními koeficienty

$$R_k(r) = \gamma(\xi)$$

$$r \cdot R_k^I(r) = \frac{d\gamma}{d\xi}$$

$$r^2 \cdot R_k^{II}(r) = \frac{d^2\gamma}{d\xi^2} - \frac{d\gamma}{d\xi}$$

$$r^3 \cdot R_k^{III}(r) = \frac{d^3\gamma}{d\xi^3} - 3 \frac{d^2\gamma}{d\xi^2} + 2 \frac{d\gamma}{d\xi}$$

$$r^4 \cdot R_k^{IV}(r) = \frac{d^4\gamma}{d\xi^4} - 6 \frac{d^3\gamma}{d\xi^3} + 11 \frac{d^2\gamma}{d\xi^2} - 6 \frac{d\gamma}{d\xi}$$

Po dosazení těchto vztahů do rovnice 28 získáme rovnici:

$$\frac{d^2\gamma}{d\xi^4} - 4 \frac{d^3\gamma}{d\xi^3} + 2 \cdot (2 - k^2) \cdot \frac{d^2\gamma}{d\xi^2} + 4 \cdot k^2 \cdot \frac{d\gamma}{d\xi} + k^2 \cdot (k^2 - 4) \cdot \gamma = 0$$

$$\Rightarrow \gamma = A_k \cdot e^{k\xi} + B_k \cdot e^{-k\xi} + C_k \cdot e^{(k+2)\xi} + D_k \cdot e^{(-k+2)\xi}$$

S ohledem na substituci $r = e^\xi$ vyplyne, že:

$$R_k(r) = W_k(r) = A_k \cdot r^k + B_k \cdot r^{-k} + C_k \cdot r^{k+2} + D_k \cdot r^{-k+2}$$

Vztah pro deformaci neutrálné osy:

$$w(r, \vartheta) = \sum_{k=0}^{\infty} (A_k \cdot r^k + B_k \cdot r^{-k} + C_k \cdot r^{k+2} + D_k \cdot r^{-k+2}) \cdot \sin k\vartheta$$

Pro výpočet integračních konstant A_k až D_k použijeme okrajových podmínek na str. 20. Moment M_r vyjádříme podle vztahu 17 a vertikální sílu podle vztahu 26.

Po úpravě je:

$$\begin{aligned} M_r(r, \vartheta) = -D \cdot \sum_k \left\{ k \cdot (k-1) \cdot (1-\nu) \cdot A_k r^{k+2} + k \cdot (k+1) \cdot \right. \\ \cdot (1-\nu) \cdot B_k r^{-k-2} + (k+1) \cdot [k \cdot (1-\nu) + 2 \cdot (1+\nu)] \cdot \\ \cdot C_k r^k + (k-1) \cdot [k \cdot (1-\nu) - 2 \cdot (1+\nu)] \cdot \\ \left. \cdot D_k r^{-k} \right\} \cdot \sin k \cdot \vartheta \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V(r, \vartheta) = -D \cdot \sum_k k \cdot \left\{ -k \cdot (k-1) \cdot (1-\nu) \cdot A_k r^{k-3} + k \cdot (k+1) \cdot \right. \\ \cdot (1-\nu) \cdot B_k r^{-k-3} + (k+1) \cdot [-k \cdot (1-\nu) + 4] \cdot \\ \left. \cdot C_k r^{k-1} + (k-1) \cdot [k \cdot (1-\nu) + 4] \cdot D_k r^{-k-1} \right\} \cdot \sin k \cdot \vartheta \end{aligned}$$

Na vnitřním poloměru $\underline{a}$ je: $M_r(a, \nu) = 0$

$$V(a, \nu) = 0$$

tedy:

$$\begin{aligned} & k \cdot (k-1) \cdot (1-\nu) \cdot A_k \cdot a^{k-2} + k \cdot (k+1) \cdot (1-\nu) \cdot B_k \cdot a^{-k-2} + \\ & + (k+1) \cdot [k \cdot (1-\nu) + 2 \cdot (1+\nu)] \cdot C_k \cdot a^k + \\ & + (k-1) \cdot [k \cdot (1-\nu) - 2 \cdot (1+\nu)] \cdot D_k \cdot a^{-k} = 0 \end{aligned} \quad (29)$$

$$\begin{aligned} & -k \cdot (k-1) \cdot (1-\nu) \cdot A_k \cdot a^{k-2} + k \cdot (k+1) \cdot (1-\nu) \cdot B_k \cdot a^{-k-2} + \\ & + (k+1) \cdot [-k \cdot (1-\nu) + 4] \cdot C_k \cdot a^k + (k-1) \cdot [k \cdot (1-\nu) + 4] \cdot \\ & \cdot D_k \cdot a^{-k} = 0 \end{aligned} \quad (30)$$

Vnější poloměr $\underline{b}$ je zatížen pouze účinkem vetknutí segmentů podle vztahu 2. Okrajové podmínky $M_r(b, \nu) = 0$

$$V(b, \nu) = q(\nu)$$

vedou k rovnicím:

$$\begin{aligned} & k \cdot (k-1) \cdot (1-\nu) \cdot A_k \cdot b^{k-2} + k \cdot (k+1) \cdot (1-\nu) \cdot B_k \cdot b^{-k-2} + \\ & + (k+1) \cdot [k \cdot (1-\nu) + 2 \cdot (1+\nu)] \cdot C_k \cdot b^k + \\ & + (k-1) \cdot [k \cdot (1-\nu) - 2 \cdot (1+\nu)] \cdot D_k \cdot b^{-k} = 0 \end{aligned} \quad (31)$$

$$\sum_k -k \cdot (k-1) \cdot (1-\nu) \cdot A_k \cdot b^{k-2} + k \cdot (k+1) \cdot (1-\nu) \cdot B_k \cdot b^{-k-2} +$$

$$+ (k+1) \cdot [-k \cdot (1-\nu) + 4] \cdot C_k \cdot b^k + (k-1) \cdot [k \cdot (1-\nu) + 4] \cdot D_k \cdot b^{-k} \Big\} \cdot$$

$$\sin k \cdot \nu = \sum_k \frac{-b \cdot g_k}{D \cdot k} \sin k \cdot \nu \quad (32)$$

Řešením soustavy rovnic 29 - 32 získáme integrační konstanty

$A_k - D_k$:

$$A_k = - \frac{g_k \cdot a^2 \cdot b^{-k+1}}{2 \cdot D \cdot K \cdot k^2 \cdot (k-1) \cdot (1-\nu)} \cdot \alpha_k$$

$$B_k = \frac{g_k \cdot a^2 \cdot b^{k+1}}{2 \cdot D \cdot K \cdot k^2 \cdot (k+1) \cdot (1-\nu)} \cdot \beta_k$$

(33)

$$C_k = - \frac{g_k \cdot b^{-k+1}}{2 \cdot D \cdot K \cdot k \cdot (k+1)} \cdot \gamma_k$$

$$D_k = - \frac{g_k \cdot b^{k+1}}{2 \cdot D \cdot K \cdot k \cdot (k-1)} \cdot \delta_k$$

Kde:

$$K_k = (k^2 - 1) \cdot (1-\nu)^2 \cdot (1-x^2)^2 + [2 \cdot (1+\nu) + 1-\nu]^2 \cdot (1-x^{-2k+2}) \cdot (1-x^{2k+2})$$

$$\alpha_k = [4 \cdot (1 + \nu)^2 + 2 \cdot (k + 1) \cdot (1 - \nu^2) + k \cdot (1 - \nu)^2] x^{2k} - \\ - [8 \cdot (1 + \nu) + k^2 (1 - \nu)^2] x^2 - (k - 1) \cdot [2 \cdot (1 - \nu^2) - \\ - k \cdot (1 - \nu)^2]$$

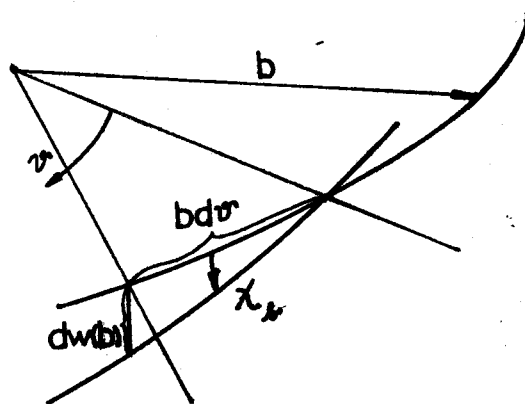
$$\beta_k = [4 \cdot (1 + \nu)^2 - 2 \cdot (k - 1) \cdot (1 - \nu^2) - k \cdot (1 - \nu)^2] x^{2k} - \\ - [8 \cdot (1 + \nu) + k^2 (1 - \nu)^2] x^2 + (k + 1) \cdot [2 \cdot (1 - \nu^2) + \\ + k \cdot (1 - \nu)^2]$$

(34)

$$\gamma_k = -[2 \cdot (1 + \nu) + 1 - \nu] x^{2k+2} + (k + 1) \cdot (1 - \nu) \cdot x^2 + \\ + 2 \cdot (1 + \nu) - k \cdot (1 - \nu)$$

$$\delta_k = -[2 \cdot (1 + \nu) + 1 - \nu] x^{2k+2} - (k - 1) \cdot (1 - \nu) \cdot x^2 + \\ + 2 \cdot (1 + \nu) + k \cdot (1 - \nu)$$

Známe-li integrační konstanty, známe také $w(r, \nu)$.
Pak již lze určit úhel sklonu χ_k v místě vetknutí segmentu
do prstence (obr. 2)



obr. 10

$$\chi_k = \frac{1}{b} \cdot \frac{\partial w(b, \nu)}{\partial \nu} \bigg|_{\nu=0}$$

$$\operatorname{tg} \chi_k = \chi_k = \frac{dw(\nu)}{b \cdot d\nu} \bigg|_{\nu}$$

$$\chi_k = \frac{1}{b} \sum_k k \cdot (A_k \cdot b^k + B_k \cdot b^{-k} + C_k \cdot b^{k+2} + D_k \cdot b^{-k+2})$$

Na základě vypočtených integračních konstant je χ_k :

$$\chi_k = \frac{b^2}{D} \cdot \sum_k \frac{g_k}{K \cdot k} \cdot \left\{ x^4 \cdot (1 - \nu) + 2x^2(1 + \nu) - \frac{3 + \nu}{(1 - \nu) \cdot (k^2 - 1)} \cdot \right.$$

$$\cdot [k^2 \cdot (1 - \nu) - x^4(3 + \nu) + x^{-2k+2} \cdot (1 + \nu + 2k) +$$

$$\left. + x^{2k+2} \cdot (1 + \nu - 2k) \right]$$

přičemž $x = \frac{a}{b}$

Zjištěné χ_μ dosadíme do rovnice 1 a vypočteme hledané χ_c .

Podářilo se tak určit průběhy napětí a deformací v mezikruhové desce a úhel χ_μ , který je shodný s pootočením segmentu v místě jeho vetknutí do mezikruhové desky.

Zjednodušením výrazu na str. 30 získáme vztah:

$$\chi_\mu = \frac{b^2}{D} \sum_k \frac{g_k \cdot (1 + \nu + 2k)}{k \cdot (3 + \nu) \cdot (1 - \nu) \cdot (k^2 - 1)}$$

S použitím vztahu 2 je:

$$\chi_\mu = \frac{3 \cdot n \cdot M}{E \cdot D \cdot \nu_i^3 (3 + \nu) \cdot (1 - \nu)} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1 + \nu + 2in}{(in)^4} \left[\frac{\sin in \nu_i}{in} - \nu_i \cos in \nu_i \right]$$

Pro podložky, jejichž segmenty se dotýkají, je $\nu_i = \frac{\pi}{n}$

$$\chi_\mu = \frac{3 \cdot M}{D \cdot (3 + \nu) \cdot (1 - \nu)} \left(\frac{n}{E} \right)^3 \sum_{i=1}^{\infty} (-1)^{i+1} \cdot \frac{1 + \nu + 2in}{(in)^4}$$

Po dosazení ohybové tuhosti desky je:

$$\chi_\mu = \frac{36 \cdot M \cdot (1 + \nu)}{E \cdot h^3 \cdot (3 + \nu)} \left(\frac{n}{E} \right)^3 \sum_{i=1}^{\infty} (-1)^{i+1} \cdot \frac{1 + \nu + 2in}{(in)^4}$$

Příklad:

Podložka Ø 12:

$$a = 6,5; \quad b = 9,4; \quad c = 11; \quad n = 14; \quad h = 1,2;$$

$$E = 2,06 \cdot 10 \text{ MPa}; \quad \nu = 0,3; \quad \sigma_{kt} = 350 \text{ MPa}$$

Střední šířka segmentu:

$$s = \frac{\bar{l}}{n} \cdot (b + c) = \frac{\bar{l}}{14} \cdot (9,4 + 11) = 4,6 \text{ mm}$$

Moment tuhosti v krutu segmentu:

$$J = h \cdot s^3 \cdot \left(\frac{1}{3} - \frac{64}{\pi^5} \cdot \frac{h}{s} \cdot \operatorname{tgh} \frac{\pi s}{2 \cdot h} \right)$$

$$J = 1,2 \cdot 4,6^3 \cdot \left(\frac{1}{3} - \frac{64}{\pi^5} \cdot \frac{1,2}{4,6} \cdot \operatorname{tgh} \frac{\pi \cdot 4,6}{2 \cdot 1,2} \right) = 2,210 \text{ mm}$$

Zatěžující moment určíme tak, aby se redukované napětí ve středu segmentu rovnalo spodní hranici meze kluzu v tahu materiálu

$$\tau_{\max} = \frac{\sigma_{kt}}{2} = 175 \text{ MPa}$$

$$\tau_{\max} = \frac{M \cdot h}{J} \left[1 - \frac{8}{\pi^2} \sum_{j=0}^{\infty} \frac{1}{(2j+1)^2 \cdot \cosh \frac{(2j+1)\pi s}{2h}} \right]$$

$$175 = \frac{M \cdot 1,2}{2,210} \left[1 - \frac{8}{\pi^2} \left(\frac{1}{1^2 \cdot \cosh \frac{\pi \cdot 3,2}{1,2}} + \frac{1}{3^2 \cdot \cosh \frac{3\pi \cdot 3,2}{1,2}} + \dots \right) \right]$$

$$M = 322,43 \text{ Nm}$$

$$\chi_c - \chi_b = M \cdot \frac{(c-b)2(1+\nu)}{EJ}$$

$$\chi_c - \chi_b = 322,43 \cdot \frac{1,6 \cdot 2,6}{2,06 \cdot 10^5 \cdot 2,210}$$

$$\chi_c - \chi_b = 0,296 \cdot 10^{-2} \text{ rad}$$

Podle vztahu na str. 31 je χ_b :

$$\chi_b = \frac{36 \cdot M \cdot (1+\nu)}{E \cdot h \cdot (3+\nu)} \left(\frac{n}{\pi} \right)^3 \sum_{i=1}^{\infty} (-1)^{i+1} \frac{1+\nu+2in}{(in)^4}$$

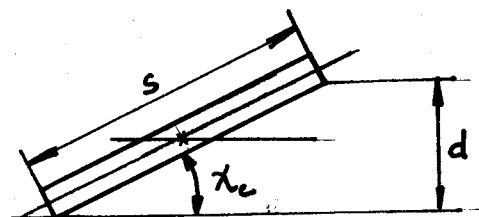
$$\chi_b = \frac{36 \cdot 322,43 \cdot 1,3}{2,06 \cdot 10^5 \cdot 1,2^3 \cdot 3,3} \cdot \left(\frac{14}{\pi} \right)^3 \left[\frac{1,3+28}{14} + \frac{1,3+56}{28} + \dots \right]$$

$$\chi_b = 0,077 \cdot 10^{-2} \text{ rad}$$

$$\chi_c = 0,373 \cdot 10^{-2} \text{ rad}$$

Deformace podložky na mezi kluzu:

$$d = s \cdot \sin \chi_c = 4,6 \cdot \sin 0,214^\circ = 0,017 \text{ mm}$$



I při působení zatížení na mezi kluzu je tomu odpovídající deformace vějířovité podložky tak malá, že se segmenty nemohou srovnat do roviny. Z toho lze usoudit, že vějířky budou stále plnit svou funkci a není tedy třeba měnit úhel jejich natočení.

3.a.4. Zjištění napětí v mezikruhové desce

Pro vyjádření napjatosti v desce upravíme integrační konstanty A_k až D_k (viz str. 28). Dále zavedeme poměrnou veličinu $\rho = \frac{r}{b}$

Podle vztahu na str. 26 je vertikální síla $V(r, \vartheta)$ staticky ekvivalentní účinkům v tečné rovině určena svými složkami V_k

$$V_k = \sum_k V_k$$

$$V_k = D \cdot k \cdot \left\{ k \cdot (k-1) \cdot (1-\nu) \cdot A_k \cdot r^{k-3} - k \cdot (k+1) \cdot (1-\nu) \cdot B_k \cdot r^{-k-3} - (k+1) \cdot [-k \cdot (1-\nu) + 4] \cdot C_k \cdot r^{k-1} - (k-1) \cdot [k \cdot (1-\nu) + 4] \cdot D_k \cdot r^{-k-1} \right\} \cdot \sin k\vartheta$$

$$V_k = \frac{g_k}{2 K_k} \cdot \left\{ -a^2 \cdot b^{-k+1} \cdot \alpha_k \cdot r^{k-3} - a^2 \cdot b^{k+1} \cdot \beta_k \cdot r^{-k-3} + b^{-k+1} \cdot [-k \cdot (1-\nu) + 4] \cdot \gamma_k \cdot r^{k-1} + b^{k+1} \cdot [k \cdot (1-\nu) + 4] \cdot \delta_k \cdot r^{-k-1} \right\} \cdot \sin k\vartheta$$

$$V_k = \frac{-g_k}{2 K_k} \cdot \left\{ \alpha_k x^2 \cdot \rho^{k-3} + \beta_k x^2 \cdot \rho^{-k-3} + \right. \\ \left. + \gamma_k [k \cdot (1 - \nu) - 4] \cdot \rho^{k-1} - \delta_k [k \cdot (1 - \nu) + 4] \cdot \rho^{-k-1} \right\} \cdot \sin k\vartheta \quad (35)$$

Pro radiální, tečné a smykové napětí ve vzdálenosti $\frac{h}{2}$ od neutrálné roviny použijeme označení:

$$G_1 = G_r \left(\frac{h}{2} \right) \quad G_2 = G_t \left(\frac{h}{2} \right) \quad \tau = \tau_{rt} \left(\frac{h}{2} \right)$$

Tato napětí jsou určena svými složkami

$$G_1 = \sum_k G_{1k} \quad G_2 = \sum_k G_{2k} \quad \tau = \sum_k \tau_k$$

$$G_{1k} = \frac{3 \cdot g_k \cdot b}{h^2 \cdot K_k \cdot k} \cdot \left\{ \alpha_k x^2 \cdot \rho^{k-2} - \beta_k x^2 \cdot \rho^{-k-2} + \right. \\ \left. + \gamma_k [k \cdot (1 - \nu) + 2 \cdot (1 + \nu)] \cdot \rho^k + \right. \\ \left. + \delta_k [k \cdot (1 - \nu) - 2 \cdot (1 + \nu)] \cdot \rho^{-k} \right\} \cdot \sin k\vartheta \quad (36)$$

$$G_{2k} = \frac{-3 \cdot g_k \cdot b}{h^2 \cdot K_k \cdot k} \cdot \left\{ \alpha_k x^2 \cdot \rho^{k-2} - \beta_k x^2 \cdot \rho^{-k-2} + \right. \\ \left. + \gamma_k [k \cdot (1 - \nu) - 2 \cdot (1 + \nu)] \cdot \rho^k + \right. \\ \left. + \delta_k [k \cdot (1 - \nu) + 2 \cdot (1 + \nu)] \cdot \rho^{-k} \right\} \cdot \sin k\vartheta \quad (37)$$

$$\tau_k = \frac{3 \cdot g_k \cdot b}{h^2 K_k \cdot k} \cdot \left\{ \alpha_k \cdot x^2 \cdot \rho^{k-2} + \beta_k \cdot x^2 \cdot \rho^{-k-2} + \right. \\ \left. + \gamma_k \cdot (1 - \nu) \cdot k \cdot \rho^k - \delta_k \cdot (1 - \nu) \cdot k \cdot \rho^{-k} \right\} \cdot \cos k \cdot \vartheta \quad (38)$$

Vertikální síla a napětí na poloměrech

$$a \dots \rho = x$$

$$b \dots \rho = 1 \quad \text{jsou:}$$

$$V_k(x, \vartheta) = 0$$

$$V_k(1, \vartheta) = g_k \cdot \sin k \vartheta$$

$$G_{1k}(x, \vartheta) = 0$$

$$G_{1k}(1, \vartheta) = 0$$

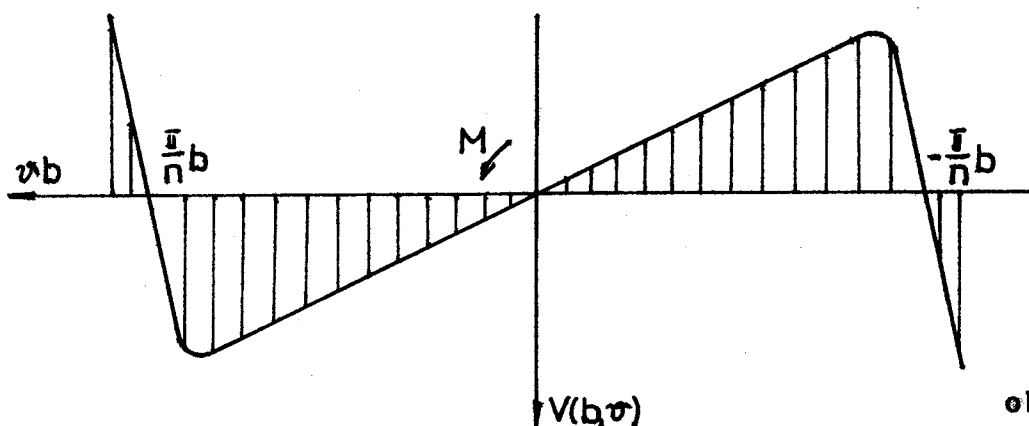
$$G_{2k}(x, \vartheta) = \frac{-12 \cdot g_k \cdot b}{h^2 K_k \cdot k} \cdot (1 + \nu) \cdot \left\{ [k \cdot (1 - \nu) + 2 \cdot (1 + \nu)] x^{k+2} + \right. \\ \left. + [k \cdot (1 - \nu) - 2 \cdot (1 + \nu)] x^k - [k \cdot (1 - \nu) - 4] x^{-k+2} - \right. \\ \left. - [k \cdot (1 - \nu) + 4] x^{k+2} \right\} \cdot \sin k \vartheta \quad (39)$$

$$G_{2k}(1, \vartheta) = \frac{-12 \cdot g_k \cdot b}{h^2 K_k \cdot k} \cdot (1 + \nu) \cdot \left\{ [1 - \nu + 2 \cdot (1 + \nu)] x^{-2k+2} - \right. \\ \left. - [1 - \nu + 2 \cdot (1 + \nu)] x^{2k+2} + 2 \cdot k \cdot (1 - \nu) \cdot \right. \\ \left. \cdot (1 - x^2) \right\} \cdot \sin k \vartheta \quad (40)$$

$$\tau_k(x, v) = \frac{12 \cdot g_k \cdot b}{h^2 \cdot K_k \cdot k} \cdot (1 - x^2) \cdot \left\{ [k \cdot (1 - \nu) + 2 \cdot (1 + \nu)] \cdot x^k - \right. \\ \left. - [k \cdot (1 - \nu) - 2 \cdot (1 + \nu)] \cdot x^k \right\} \cdot \cos k \cdot v \quad (41)$$

$$\tau_k(1, v) = \frac{6 \cdot g_k \cdot b}{h^2 \cdot K_k \cdot k} \cdot \left\{ [1 - \nu + 2 \cdot (1 + \nu)] \cdot (1 + \nu) \cdot \right. \\ \cdot (x^{2k+2} + x^{2k+2}) - k^2 \cdot (1 - \nu)^2 \cdot (1 - x^2)^2 + \\ \left. + 2 \cdot (1 + \nu) \cdot (1 - \nu - 4x^2) \cdot x^2 \right\} \cdot \cos k \cdot v \quad (42)$$

Dále určíme amplitudy g_k harmonických složek vertikální síly V na poloměru b . Budeme se zabývat pouze případem, kdy segmenty pérové podložky vetknuté do mezikruhové desky na poloměru b nejsou odděleny výraznou mezerou.



obr. 11

Uvedený průběh $V(b, \nu)$ vyjádříme řadou:

$$V(b, \nu) = C \cdot \sum_{i=1}^I \frac{(-1)^{i-1}}{i} \cdot \sin(in \nu)$$

Konstanta C závisí na momentu vnášeném jednotlivým segmentem do desky

$$\begin{aligned} M &= b^2 \int_{-\frac{\pi}{n}}^{\frac{\pi}{n}} V(b, \nu) \cdot \nu \cdot d\nu = \\ &= b^2 \cdot C \cdot \sum_{i=1}^I \frac{(-1)^{i-1}}{i} \cdot \int_{-\frac{\pi}{n}}^{\frac{\pi}{n}} \nu \cdot \sin(in \nu) \cdot d\nu \end{aligned}$$

$$M = b^2 \cdot C \cdot \frac{2\pi}{n^2} \sum_{i=1}^I \frac{1}{i^2}$$

$$C = \frac{M n^2}{2\pi \cdot b^2 \cdot \sum_{i=1}^I \frac{1}{i^2}}$$

Amplitudy harmonických složek vertikální síly tedy jsou:

$$g_k = g_{in} = C \cdot \frac{(-1)^{i-1}}{i} = \frac{M \cdot n^2}{2\pi \cdot b^2 \sum_{i=1}^I \frac{1}{i^2}} \cdot \frac{(-1)^{i-1}}{i}$$

Rozvoj $V(b, \nu)$ omezíme pouze na několik prvních členů.

Pro $I = 3$ je

$$\sum_{i=1}^3 \frac{1}{i^2} = \frac{49}{36}$$

$$V(b, \nu) = \frac{18 \cdot M \cdot n^2}{49 \cdot \bar{U} \cdot b^2} \cdot \sum_{i=1}^3 \frac{(-1)^{i-1}}{i} \cdot \sin(in \cdot \nu) \quad (44)$$

Dosazením vztahu 43 do rovnic 36, 37, 38 získáme následující vztahy pro napjatost kruhové desky na její spodní části:

$$\begin{aligned} G_1(\rho, \nu) = & \frac{-54 \cdot n \cdot M}{49 \cdot \bar{U} \cdot b \cdot h^2} \sum_{i=1}^3 \frac{(-1)^i}{i^2 \cdot K_{in}} \cdot \left\{ \alpha_{in}^2 \cdot \rho^{in-2} - \right. \\ & - \beta_{in}^2 \cdot \rho^{-in-2} + \gamma_{in} \cdot [in \cdot (1 - \nu) + 2 \cdot (1 + \nu)] \cdot \rho^{in} + \\ & \left. + \delta_{in} \cdot [in \cdot (1 - \nu) - 2 \cdot (1 + \nu)] \cdot \rho^{-in} \right\} \cdot \sin(in \cdot \nu) \end{aligned} \quad (45)$$

$$\begin{aligned} G_2(\rho, \nu) = & \frac{54 \cdot n \cdot M}{49 \cdot \bar{U} \cdot b \cdot h^2} \cdot \sum_{i=1}^3 \frac{(-1)^i}{i^2 \cdot K_{in}} \cdot \left\{ \alpha_{in}^2 \cdot \rho^{in-2} - \right. \\ & - \beta_{in}^2 \cdot \rho^{-in-2} + \gamma_{in} \cdot [in \cdot (1 - \nu) - 2 \cdot (1 + \nu)] \cdot \rho^{in} + \\ & \left. + \delta_{in} \cdot [in \cdot (1 - \nu) + 2 \cdot (1 + \nu)] \cdot \rho^{-in} \right\} \cdot \sin(in \cdot \nu) \end{aligned} \quad (46)$$

$$\tau(\rho, \nu) = \frac{-54 \cdot n \cdot M}{49 \cdot \pi \cdot b \cdot h^2} \cdot \sum_{i=1}^3 \frac{(-1)^i}{i^2 \cdot K_{in}} \cdot \left\{ \alpha_{in}^2 \cdot \rho^{in-2} + \right. \\ \left. + \beta_{in}^2 \cdot \rho^{-in-2} + in \cdot (1 - \nu) \cdot [\gamma_{in} \rho^{in} - \delta_{in} \rho^{-in}] \right\} \cdot \cos(in \cdot \nu)$$

Extrémní stav napjatosti lze očekávat na vnějším poloměru $r = b$, tj. $\rho = 1$. Jelikož $G_1(1, \nu) = 0$, můžeme vyjádřit redukované napětí podle Mohrova vztahu

$$G_{red}(1, \nu) = \sqrt{G_2^2(1, \nu) + 4 \tau^2(1, \nu)}$$

$$G_{red}(1, \nu) = \frac{54 \cdot n \cdot M}{49 \cdot \pi \cdot b \cdot h^2} \cdot \left\{ \left[\sum_{i=1}^3 \frac{(-1)^i}{i^2 \cdot K_{in}} \left(\alpha_{in}^2 \cdot (\alpha_{in} - \beta_{in}) + \right. \right. \right. \\ \left. \left. + in \cdot (1 - \nu) \cdot (\gamma_{in} + \delta_{in}) - 2 \cdot (1 + \nu) \cdot (\gamma_{in} - \delta_{in}) \right) \cdot \sin(in \nu) \right]^2 + 4 \cdot \left[\sum_{i=1}^3 \frac{(-1)^i}{i^2 \cdot K_{in}} \cdot \right. \\ \left. \cdot \left(\alpha_{in}^2 (\alpha_{in} + \beta_{in}) + in \cdot (1 - \nu) \cdot (\gamma_{in} - \delta_{in}) \right) \cdot \cos(in \nu) \right]^2 \right\}^{\frac{1}{2}}$$

Abychom určili úhel, kde $G_{red}(1, \nu)$ nabývá maxima, zjednodušíme předchozí vztah. Jelikož $\alpha < 1$ a $k > 10$, uplatní se ve výrazech $K_k, \alpha_k, \beta_k, \gamma_k, \delta_k$ především členy obsahující činitele $\alpha^{-2k}, \alpha^{-2k+2}$

$$\frac{\alpha_k^2(\alpha_k - \beta_k) + k(1 - \nu)(\gamma_k + d_k) - 2(1 + \nu)(\gamma_k - d_k)}{K_k} =$$

$$= \frac{4(1 + \nu) + 2(k + 1)(1 - \nu^2) + k(1 - \nu)^2 - k(1 - \nu)(3 + \nu) + 2(1 + \nu)(3 + \nu)}{-(3 + \nu)^2} =$$

$$= \frac{-4(1 + \nu)^2 + 2(1 - \nu^2) + 2(1 + \nu)(3 + \nu) + k[2(1 - \nu^2) + (1 - \nu)^2 - (1 - \nu)(3 + \nu)]}{(3 + \nu)^2} =$$

$$= \frac{-4(1 + \nu)(3 + \nu)}{(3 + \nu)^2} - 4 \cdot \frac{1 + \nu}{3 + \nu}$$

$$\frac{\alpha_k^2(\alpha_k + \beta_k) + k(1 - \nu)(\gamma_k - d_k)}{K_k} =$$

$$= \frac{4(1 + \nu)^2 + 2(k + 1)(1 - \nu^2) + k(1 - \nu)^2 - k(1 - \nu)(3 + \nu)}{-(3 + \nu)^2} = -2 \cdot \frac{1 + \nu}{3 + \nu}$$

$$G_{\text{red}}(1, \nu) = \frac{216 \cdot n \cdot M}{49 \cdot \pi \cdot b \cdot h^2} \cdot \frac{1 + \nu}{3 + \nu} \cdot \left\{ \left[\sum_{i=1}^3 \frac{(-1)^i}{i} \cdot \sin(\text{in } \nu) \right]^2 + \left[\sum_{i=1}^3 \frac{(-1)^i}{i^2} \cdot \cos(\text{in } \nu) \right]^2 \right\}^{\frac{1}{2}}$$

V intervalu $\langle -\frac{\pi}{n}, \frac{\pi}{n} \rangle$ bude $G_{\text{red}}(1, \nu)$ sudou fci úhlu ν a postačí sledovat průběh druhé odmocniny v tomto výrazu.

$$\text{pro } \nu = \frac{\pi}{n} \cdot \xi, \quad \xi \in \langle 0, 1 \rangle$$

$$S(\xi) = \left\{ \left[\sum_{i=1}^3 \frac{(-1)^i}{i^2} \cdot \sin(i \pi \xi) \right]^2 + \left[\sum_{i=1}^3 \frac{(-1)^i}{i^2} \cdot \cos(i \pi \xi) \right]^2 \right\}^{\frac{1}{2}}$$

$S(\xi)$ nabývá maximální hodnoty pro $\xi = 1$

Redukované napětí tedy nabývá maxima pro $\rho = 1$, $\nu = \pm \frac{\pi}{n}$

$$G_{\text{max D}} = G_{\text{red}}(1, \pm \frac{\pi}{n}) = 2 \cdot |\tau(1, \pm \frac{\pi}{n})|$$

$$G_{\text{max D}} = \frac{108 \cdot n \cdot M}{49 \cdot \pi \cdot b \cdot h^2} \cdot \left\{ \sum_{i=1}^3 \frac{1}{i^2 \cdot K_{in}} \cdot \left[\alpha^2(\alpha_{in} + \beta_{in}) + i m(1 - \nu) \cdot (\gamma_{in} - \delta_{in}) \right] \right\}$$

$$G_{\text{max D}} = \frac{6 \cdot (1 + \nu) \cdot n \cdot M}{\pi (3 + \nu) \cdot b \cdot h^2}$$

Toto napětí porovnáme s maximálním redukovaným napětím v segmentu na poloměru $\underline{b}$:

$$G_{\text{red S}} = 2 \cdot |\tau_{\text{max}}|$$

$$G_{red S} = \frac{2 M}{h^2 S} \cdot \frac{1 - \frac{8}{\pi^2} \sum_{j=0}^{\infty} \frac{1}{(2j+1)^2 \cosh \frac{(2j+1) \cdot \pi \cdot s}{2 \cdot h}}}{\frac{1}{3} - \frac{64}{\pi^5} \cdot \frac{h}{s} \cdot \operatorname{tg} h \cdot \frac{\pi \cdot s}{2 h}}$$

$$G_{red S} = \frac{3 \cdot n \cdot M}{\pi \cdot b \cdot h^2} \cdot \frac{1 - \frac{8}{\pi^2} \sum_{j=0}^{\infty} \frac{1}{(2j+1)^2 \cosh \frac{(2j+1) \cdot \pi^2 b}{n \cdot h}}}{1 - \frac{96 \cdot n \cdot h}{\pi^6 b} \cdot \operatorname{tg} h \cdot \frac{\pi^2 b}{n \cdot h}}$$

$$G_{red S} = \frac{3 n M}{\pi \cdot b \cdot h^2}$$

Protože $G_{red S} > G_{red D}$, je pro pevnost podložky rozhodující maximální napětí vyvolané momentem M v segmentu před místem jeho vetknutí do mezikruhové desky. Dále je z tvaru výrazu pro $G_{max D}$ zřejmý malý vliv šíře b - a mezikruhové části podložky. Z těchto výsledků vyjdeme při návrhu

změn rozměrů podložek pro šrouby M_{12} a M_{16} .

Podle ČSN 02 17 45 jsou vnější průměry těchto podložek $\phi 22$ resp. $\phi 27$ větší než odpovídající šíře klíče 19 mm resp. 24 mm. Toto negativně ovlivňuje pojistný účinek uvedených podložek. Zmenšíme-li vnější průměry podložek na $\phi 19$ resp. $\phi 24$ a ponecháme-li šířku mezikruží $b - a = 1,5$ mm jako u M_{10} , lze očekávat zlepšení pojistného účinku bez zvýšeného namáhání podložky.

Původní rozměry dle ČSN 02 17 45, rozměr b změřen:

M 10:	$a = 5,25$	$b = 6,75$	$c = 8,5$	$n = 14$	$h = 1,0$
M 12:	$a = 6,5$	$b = 9,4$	$c = 11,0$	$n = 14$	$h = 1,2$
M 16:	$a = 8,5$	$b = 11,25$	$c = 13,5$	$n = 18$	$h = 1,5$

Nové rozměry vyplývající z podmínky, aby vnější podložky 2c byl roven rozevření klíče:

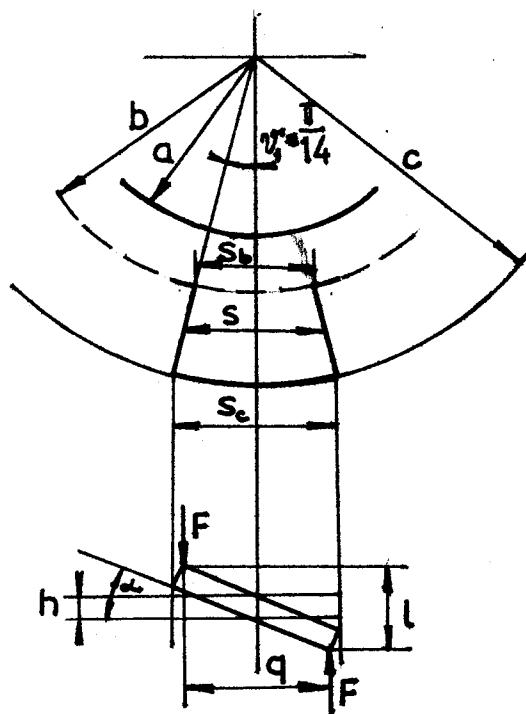
M 10 ... 17	M 12 ... 19	M 16 ... 24 mm			
M 10:	$a = 5,25$	$b = 6,75$	$c = 8,5$	$n = 14$	$h = 1,0$
M 12:	$a = 6,5$	$b = 8,0$	$c = 9,5$	$n = 14$	$h = 1,2$
M 16:	$a = 8,5$	$b = 10,0$	$c = 12,0$	$n = 18$	$h = 1,5$

3.b Ověření platnosti vztahů teoretické části určením tuhosti vějířovité podložky

- Upravená podložka M 12

$a = 6,5$ $b = 8$ $c = 9,5$ $h = 1,2$ $n = 14$

(materiál 11 700.21 $G_{Pl} = 700-850$ MPa $G_{kt} = 350-390$ MPa)



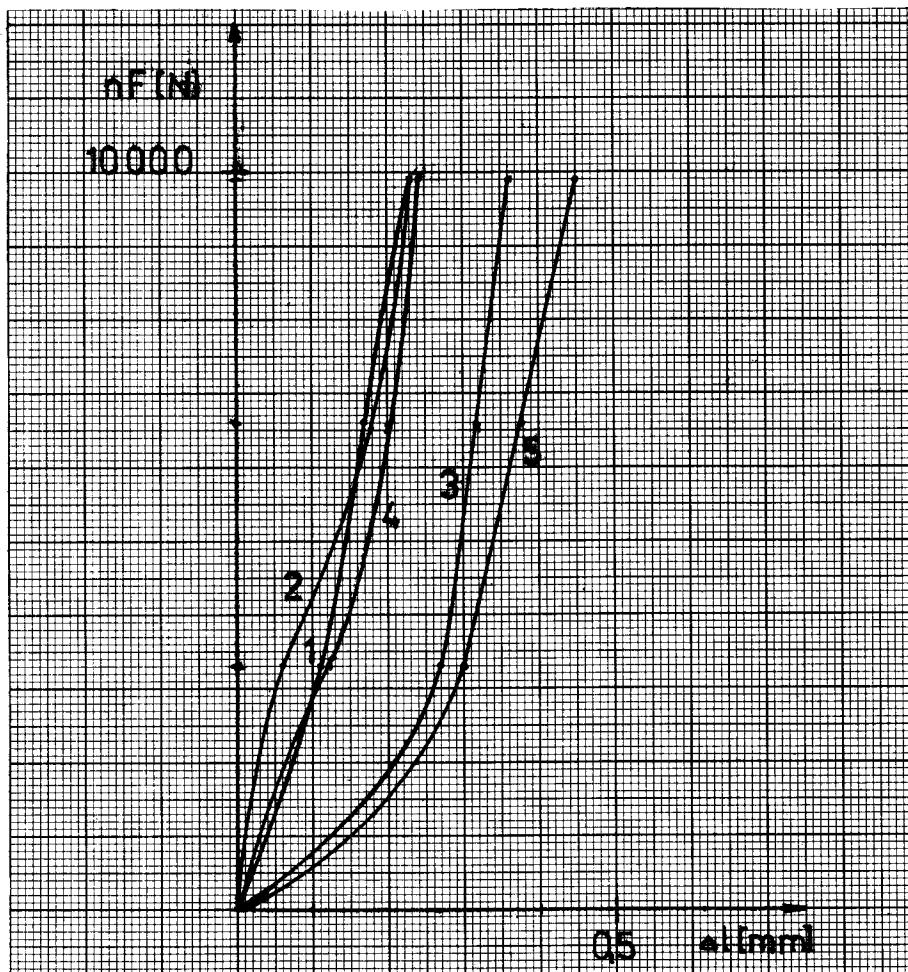
obr. 12

Určení tuhosti podložky experimentálně:

- měřeny byly veličiny $n F$, $l_0 - l = \Delta l$

tab.a	Δl [mm]				
nF [N]	1	2	3	4	5
3290	0,11	0,06	0,27	0,12	0,30
6580	0,17	0,18	0,32	0,20	0,375
9870	0,23	0,23	0,36	0,24	0,45

Naměřené hodnoty vyjádříme graficky:



Tuhost podložky určuje poměr $\frac{n F}{\Delta l} = c_n$:

Vzhledem k výrobním odchylkám míry l_0 (pro $F = 0$) dojde k postupnému zatěžování jednotlivých segmentů. Z měření vyplývá, že při síle $n F = 3290 \text{ N}$ jsou u vzorků 1; 3; 5 zatíženy všechny segmenty (u vzorků 2; 4 teprve při $n F = 6580 \text{ N}$).

Střední hodnota deformace $\overline{\Delta l}$ odpovídající změně zatížení $n F$ z 6580 na 9870 N je:

$$\overline{\Delta l} = \frac{0,06 + 0,05 + 0,04 + 0,04 + 0,075}{5} = 0,053 \text{ mm}$$

$$e_n = \frac{9870 - 6580}{0,053} \doteq 62\,075,5 \text{ N/mm}$$

Určení tuhosti podložky analytickým řešením její deformace:

Střední šířka segmentu:

$$s = \frac{\pi}{n} \cdot (b + c) = \frac{\pi}{14} \cdot (8 + 9,5) = 3,9 \text{ mm}$$

Moment tuhosti v krutu segmentu:

$$J = h^3 \cdot s \cdot \left(\frac{1}{3} - \frac{64}{\pi^5} \cdot \frac{h}{s} \operatorname{tgh} \frac{\pi \cdot s}{2 \cdot h} \right)$$

$$J = 1,2^3 \cdot 3,9 \left(\frac{1}{3} - \frac{64}{\pi^5} \cdot \frac{1,2}{3,9} \operatorname{tgh} \frac{\pi \cdot 3,9}{2 \cdot 1,2} \right) = 1,8128 \text{ mm}^4$$

Poddajnost segmentu v krutu:

$$\frac{\chi_c - \chi_b}{M} = \frac{c - b}{GJ} = \frac{9,5 - 8}{7,9 \cdot 10^4 \cdot 1,8128} = 1,0474 \cdot 10^{-5} \text{ }^{-1}$$

Poddajnost prstence v ohybu:

$$\frac{\chi_b}{M} = \frac{36 \cdot (1 + \nu)}{E \cdot h^3 \cdot (3 + \nu)} \cdot \left(\frac{n}{\pi} \right)^3 \sum_{i=1}^{\infty} (-1)^{i+1} \frac{1 + \nu + 2in}{(in)^4}$$

$$\frac{\chi_b}{M} = \frac{36 \cdot 1,3}{2,06 \cdot 10^5 \cdot 1,2^3 \cdot 3,3} \cdot \left(\frac{14}{\pi} \right)^3 \cdot \left[\frac{1,3 + 28}{14^4} - \frac{1,3 + 56}{28^4} + \frac{1,3 + 84}{42^4} - \dots \right]$$

$$\frac{\chi_b}{M} = 2,4165 \cdot 10^{-6} \text{ N mm}^{-1}$$

Poddajnost pružně vetknutého segmentu:

$$\frac{\chi_c}{M} = 1,28905 \cdot 10^{-5} \text{ N mm}^{-1} = \frac{1}{c_M}$$

Rameno silové dvojice s momentem M:

$$\frac{M}{F} = q = S_c \cos \alpha = 2c \cdot \sin \frac{\pi}{n} \cos \alpha$$

$$q = 2 \cdot 9,5 \cdot \sin \frac{\pi}{14} \cos \frac{\pi}{6} = 3,7 \text{ mm}$$

Deformace na okraji segmentu Δl :

$$\Delta l = q \chi_c = q \cdot \frac{M}{c_M} = q^2 \cdot \frac{F}{c_M}$$

Tuhost podložky c_n :

$$c_n = \frac{n F}{\Delta l} = \frac{n F}{q^2 F} c_M = \frac{n}{q^2} c_M = \frac{14}{3,7^2 \cdot 1,28905 \cdot 10^{-5}}$$

$$c_n = 79\,333 \text{ N/mm}$$

Naměřená hodnota $c_n = 62\,075,5 \text{ N/mm}$ je o 22% nižší než hodnota získaná výpočtem. Tento rozdíl může být způsoben jednak kontaktními deformacemi v působišti sil F , jednak lokálními plastickými deformacemi v průběhu měření.

Pro názornost určíme max. smykové napětí ve středu šířky s segmentu při nejnižší síle

$$F = \frac{3290}{14} = 235 \text{ N}$$

$$M = q \cdot F = 3,7 \cdot 235 = 869,5 \text{ N mm}$$

$$\tau_{\max} = \frac{M h}{J} \cdot \left[1 - \frac{8}{\pi^2} \cdot \sum_{j=0}^{\infty} \frac{1}{(2j+1)^2 \cosh \frac{(2j+1) \cdot \pi \cdot s}{2h}} \right]$$

$$\tau_{\max} = \frac{869,5 \cdot 1,2}{1,8128} \cdot \left[1 - \frac{8}{\pi^2} \cdot \sum_{j=0}^{\infty} \frac{1}{(2j+1)^2 \cosh \frac{(2j+1) \cdot \pi \cdot 3,9}{2 \cdot 1,2}} \right]$$

$$\tau_{\max} = 570 \text{ MPa}$$

Byl proveden důkaz toho, že i při působení nejnižší síly $F_n = 3290 \text{ N}$ docházelo u podložek k překročení meze kluzu.

4)

EXPERIMENTÁLNÍ ČÁST

Podle návrhu nových rozměrů vějířovitých podložek uvedeného v teoretické části na str. 45 jsme upravili velikost vnějšího průměru těchto podložek. Takto upravené podložky nyní prakticky ověříme a vyhodnotíme, jak se změnilы hodnoty povolovacího momentu při zatěžování těchto podložek oproti podložkám neupraveným.

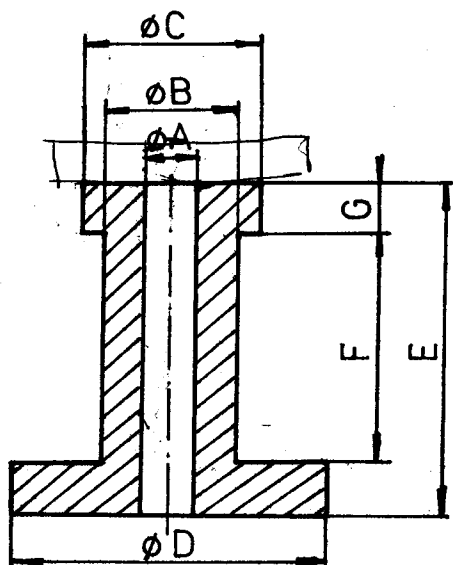
Zkouška pro určení povolovacího momentu

Zkušební materiál:

- vějířovité podložky ČSN 11 700.21 ϕ 12 a ϕ 16 mm; šrouby IMBUS M12 a M16 délky 65 mm.
- Materiál šroubů je 8G.

Přístroje a zařízení pro měření:

Pro zkoušení vějířovitých podložek byl vyroben přípravek z oceli 11 600.1

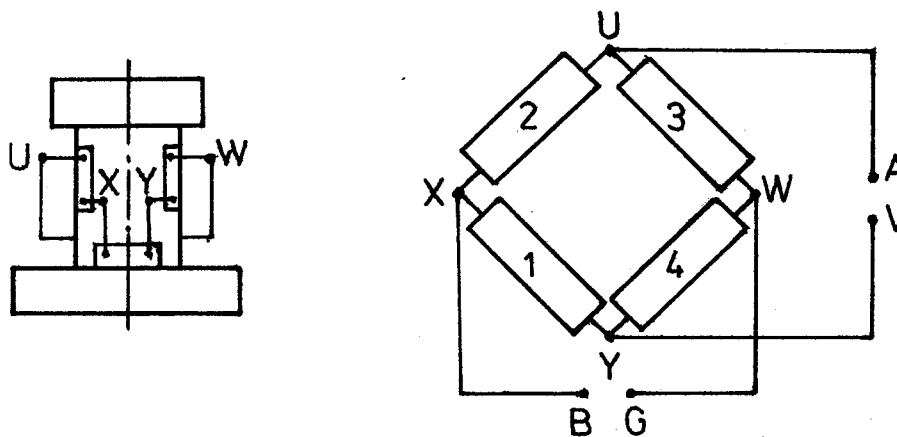


obr. 13

tab. b

	podložka	
	Ø 12	Ø 16
A	12,5	16,5
B	18,2	24,1
C	26,0	34,0
D	45,0	45,0
E	45,0	45,0
F	35,0	35,0
G	3 ,0	3,0

Na tomto přípravku jsou nalepeny 4 tenzometry zapojené dle schematu:



obr. 14

Pro měření byla použita měřicí aparatura TDA - 3
(ZP 5/341/391 - Mikrotechna Praha), milivoltmetr
(v. č. 293210, 15mm = 150Ω), siloměr (1mm $\hat{=}$ 3,294 kN),
2 momentové klíče TONA typ TMK 20.

Cejchování přípravku:

Výstupy A - V, B - G připojíme k měřicí aparatuře
TDA-3.

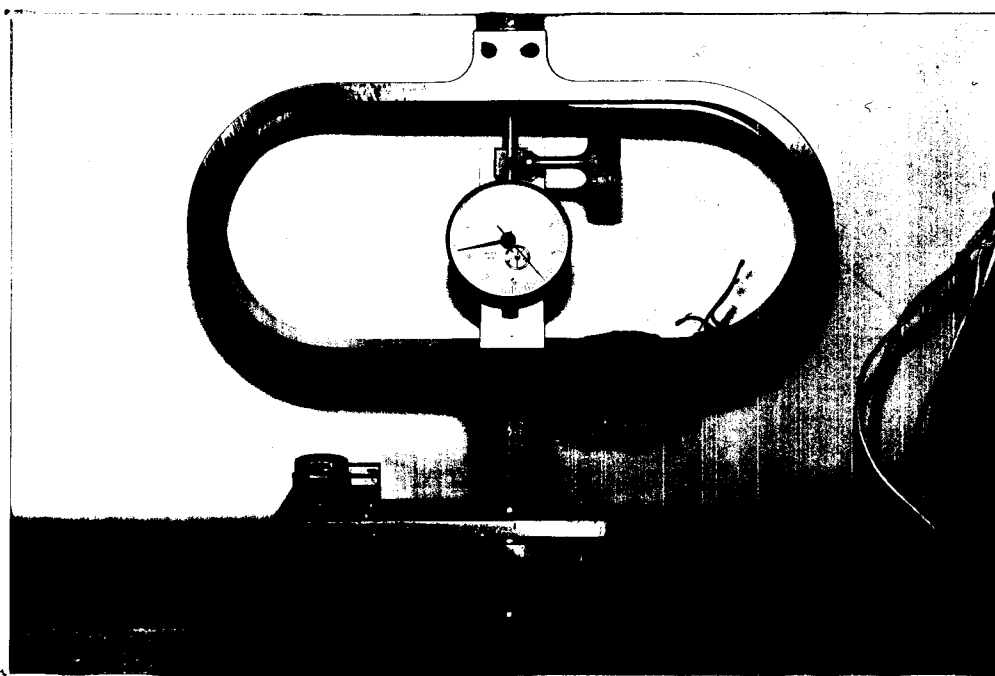
Před cejchováním zjistíme hodnotu maximální osově
síly, kterou lze zatěžovat šroub a jí odpovídající
výchylku na úchylkoměru. Pro předběžný výpočet uvažu-
jeme mez pevnosti v tahu šroubu $\sigma_s = 500 \text{ MPa}$

$$F_{o \text{ max}} = \sigma_s \cdot S_j \qquad F_o = 0,7 F_{o \text{ max}}$$

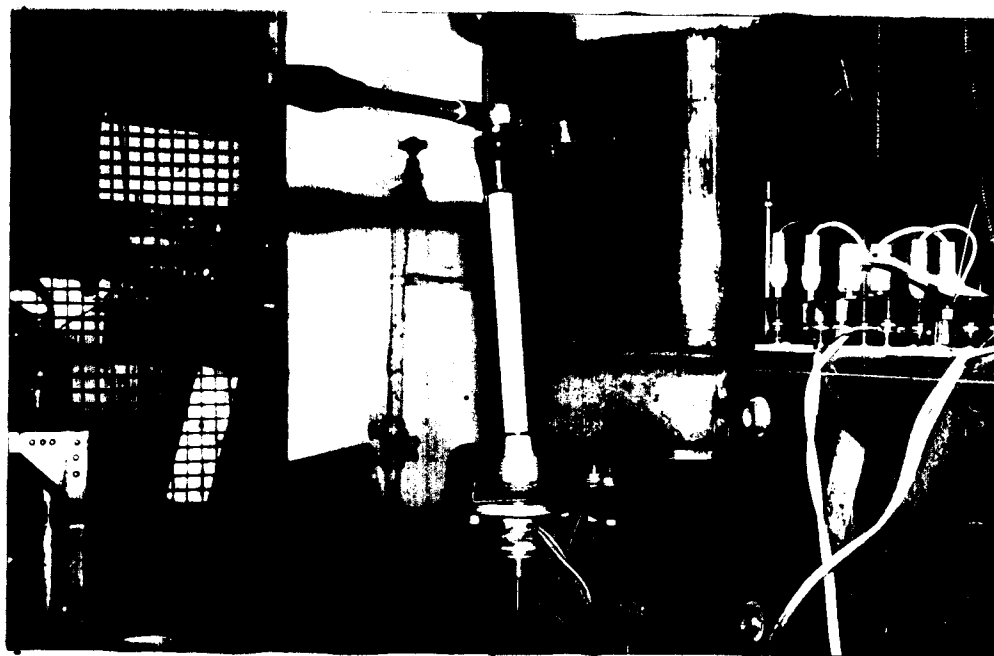
tab.e

	Šroub		
	ø 8	ø 12	ø 16
$F_{o \text{ max}} [\text{N}]$	16084	36191	64339
$F_o [\text{N}]$	11259	25333	45037
$S_j [\text{mm}^2]$	32,169	72,383	128,679

Při vlastním cejchování působíme na přípravek
sílou vyvozenou přes siloměr a hodnoty stlačení ode-
čítáme na úchylkoměru. Těmto hodnotám odpovídají hod-
noty napětí na milivoltmetru.



Cejchování - siloměr



Měření povolovacího momentu

Zjištěné cejchovní závislosti:

- Pro oba přípravky na měření vějířovitých podložek $\varnothing$ 12 mm i $\varnothing$ 16 mm platí:

$$3 \text{ mm} \sim 10 \text{ KN} \sim 4,5 \text{ mV}$$

Vlastní měření:

Do přípravku zasuneme šroub, na druhý konec vložíme měřenou podložku a zajistíme maticí. Na aparatuře TDA - 3 nastavíme konstantu měř. přístroje a provedeme vynulování milivoltmetru. Utahování provádíme na 50, 75, 90, a 100% max. utahovacího momentu, který je volen pro materiál šroubu 8G. Do tabulky zapíšeme výchylku na milivoltmetru. Pak momentovým klíčem spoj povolíme a hodnotu povolovacího momentu zapíšeme do tabulky.

tab.d

$M_x [\text{Nm}]$	$\varnothing$ 8	$\varnothing$ 12	$\varnothing$ 16
50% M_{max}	11,3	37,3	82,0
75% M_{max}	16,95	55,95	123,75
90% M_{max}	20,3	67,1	148,0
100% M_{max}	22,6	74,6	165,0

5)

V Y H O D N O C E N Í M Ě Ř E N Í

tab. 8

	M_u [Nm]	šroub suchý			šroub mazaný		
		M_{pn} [Nm]	M_{pu} [Nm]	ΔM_p [Nm]	M_{pn} [Nm]	M_{pu} [Nm]	ΔM_p [Nm]
$\varnothing 12$	37,3	33,6	34,6	1,0	30,2	32,4	2,2
	55,9	51,4	52,2	0,8	47,0	49,6	2,6
	67,1	65,4	66,4	1,0	62,4	62,8	0,4
	74,6	71,8	72,4	0,6	70,4	72,4	2,0
$\varnothing 16$	82,5	69,4	76,0	6,6	65,2	72,0	6,8
	123,7	108,6	122,8	14,2	98,4	104,8	6,4
	148,5	139,0	148,8	9,8	117,6	124,2	6,6
	165,0	147,6	150,6	3,0	139,0	140,4	1,4

V tabulce jsou uvedeny hodnoty povolovacích momentů M_p při utahování upravených a neupravených vějířovitých podložek šroubem suchým resp. mazaným. ΔM_p vyjadřuje rozdíl mezi povolovacím momentem upravených podložek M_{pu} a povolovacím momentem podložek neupravených M_{pn} . Z tabulky je zřejmé, že při použití upravených podložek dochází ke zvýšení povolovacího momentu oproti neupraveným podložkám a to jak pro podložky $\varnothing 12$ mm, tak pro podložky $\varnothing 16$ mm. Úprava vnějšího průměru vějířovitých podložek se tedy osvědčila. Došlo k nárůstu povolovacího momentu a tedy ke zlepšení pojišťovacího účinku těchto podložek.

6) Z Á V Ě R

V této diplomové práci byl vytvořen matematický model vějířovité podložky, který umožňuje rozbor napětí a deformací. Jeho řešením byly získány vztahy pro výpočet napětí a deformací mezikruhové části podložky. Na základě rozboru těchto výsledků byly navrženy podložky s menším vnějším poloměrem c a s menším poloměrem vetknutí b .

Upravené podložky byly měřeny z hlediska jejich funkce, tj. velikosti povolovacího momentu. Rovněž byla zjišťována i tuhost podložky, která pak byla porovnána s teoretickým řešením.

Teoretické řešení odpovídalo zjištěným hodnotám tuhosti podložky s přijatelnou odchylkou 22%. Navržená úprava rozměrů podložek se prokázala jako vhodná. Povolovací moment u upravených podložek vzrostl. Úprava přinese rovněž ekonomické úspory vyplývající ze snížení spotřeby materiálu na výrobu těchto podložek. Použitím nového nástroje na vysekávání vějířovitých podložek z pásového plechu a zkrácením posuvu pásu při výrobě dojde u podložek $\varnothing 16$ mm k úspoře výchozího materiálu, která činí 12%. Při spotřebě 31 918 kg výchozího materiálu ročně a ceně 12,87 Kčs za 1 kg materiálu činí tato úspora 49 294 Kčs/rok. U podložek $\varnothing 12$ mm je úspora výchozího materiálu 11%. Při spotřebě 25 000 kg materiálu za 1 rok a ceně 13,38 Kčs za 1 kg materiálu vychází úspora 40 140 Kčs/rok.

Na základě uvedených údajů tedy výrobci doporučuji používat upravených podložek nejen pro zlepšení jejich

funkčních vlastností, ale také pro značné úspory výchozího materiálu, jež pro podložky $\varnothing$ 12 mm a $\varnothing$ 16 mm v souhrnu činí 89 434 Kčs/rok.

Poněvadž u vějířovitých podložek jde o normalizované součásti, návrh nových rozměrů musí s.p. Šreubárna Turnov předat Úřadu pro normalizaci a měření. Po odsouhlasení návrhu rozměrů schvalovacím řízením může dojít ke změně normy ČSN 02 1745.

Závěrem děkuji pracovníkům katedry obrábění a montáže, zvláště pak doc. Ing. V. Gabrielovi, CSc. za podnětné rady a připomínky při vypracování této diplomové práce. Za spolupráci na daném úkolu děkuji Ing. M. Dudovi ze s.p. Šreubárna Turnov.

7)

P O U Ž I T Á L I T E R A T U R A

- [1] VÁVRA, P.: Strojnické tabulky, SNTL, Praha, 1984.
- [2] BARTSCH, H.: Matematické vzorce, SNTL, Praha, 1983.
- [3] CHI-TEH WANG : Applited Elasticity, USA 1953.
- [4] REINER, R.: Studium funkčních vlastností pojišťovacích
podložek, (diplomová práce, 1988).
- [5] HÁJEK, E.: Pružnost a pevnost I, skriptum ČVÚT Praha,
1984.
- [6] KOLEKTIV AUTORŮ: Pružnost a pevnost II, skriptum ČVÚT
Praha, 1985.
- [7] Podklady ze závodu

SEZNAM TABULEK V PŘÍLOZE

tab.č.		str.
1 - 4	podložka Ø 12, neupravená, suchý šroub	61-62
5 - 8	podložka Ø 12, upravená, suchý šroub	63-64
9 - 12	podložka Ø 12, neupravená, mazaný šroub	65-66
13 - 16	podložka Ø 12, upravená, mazaný šroub	67-68
17 - 20	podložka Ø 16, neupravená, suchý šroub	69-70
21 - 24	podložka Ø 16, upravená, suchý šroub	71-72
25 - 28	podložka Ø 16, neupravená, mazaný šroub	73-74
29 - 32	podložka Ø 16, upravená, mazaný šroub	75-76

tab.1

Ø 12	M = 50% M _{max} = 37,3 Nm		
	suchý šroub		neupravené
č. m.	U mV	F _o N	M _p Nm
1	4,0	8772	32
2	4,3	9430	34
3	4,2	9211	35
4	3,6	7895	32
5	4,4	9649	35
Průměrná hodnota		8991,4	33,6

tab.2

Ø 12	M = 75% M _{max} = 55,95 Nm		
	suchý šroub		neupravené
č. m.	U mV	F _o N	M _p Nm
1	5,0	10965	50
2	5,0	10965	53
3	4,8	10526	56
4	5,0	10965	48
5	4,8	10526	50
Průměrná hodnota		10789,4	51,4

tab.3

$M = 90\% M_{\max} = 67,1 \text{ Nm}$ $\varnothing 12$ suchý šroub neupravené			
č. m.	U mV	F _o N	M _p Nm
1	5,8	12719	67
2	6,6	14474	65
3	6,9	15132	66
4	6,7	14693	65
5	6,9	15132	64
Průměrná hodnota		14430,0	65,4

tab.4

$M = 100\% M_{\max} = 74,6 \text{ Nm}$ $\varnothing 12$ suchý šroub neupravené			
č. m.	U mV	F _o N	M _p Nm
1	7,6	16667	73
2	7,7	16886	73
3	8,0	17544	70
4	7,8	17105	71
5	7,4	16228	72
Průměrná hodnota		16886,0	71,8

tab.5

Ø 12		M = 50% M _{max} = 37,3 Nm	
		suchý šroub	upravené
č. m.	U mV	F _o N	M _p Nm
1	5,4	11842	35
2	5,0	10965	33
3	4,7	10307	34
4	5,0	10965	35
5	5,2	11404	36
Průměrná hodnota		11096,6	34,6

tab.6

Ø 12		M = 75% M _{max} = 55,95 Nm	
		suchý šroub	upravené
č. m.	U mV	F _o N	M _p Nm
1	5,8	12719	48
2	7,1	15570	55
3	6,8	14912	54
4	6,5	14225	55
5	6,2	13597	49
Průměrná hodnota		14204,6	52,2

tab.7

$\varnothing 12$	$M = 90\% M_{\max} = 67,1 \text{ Nm}$ suchý šroub upravené		
č. m.	U mV	F _o N	M _p Nm
1	8,5	18641	67
2	8,6	18860	66
3	8,8	19298	67
4	8,6	18860	65
5	8,3	18202	67
Průměrná hodnota		18772,2	66,4

tab.8

$\varnothing 12$	$M = 100\% M_{\max} = 74,6 \text{ Nm}$ suchý šroub upravené		
č. m.	U mV	F _o N	M _p Nm
1	9,0	19737	73
2	9,5	20834	73
3	10,0	21930	71
4	9,8	21491	71
5	10,2	22369	74
Průměrná hodnota		21272,2	72,4

tab.9

$\varnothing 12$	$M = 50\% M_{\max} = 37,3 \text{ Nm}$ mazaný šroub neupravené		
č. m.	U mV	F _o N	M _p Nm
1	5,9	12939	30
2	5,5	12062	32
3	5,3	11623	30
4	5,9	12939	32
5	5,4	11842	27
Průměrná hodnota		12281,0	30,2

tab.10

$\varnothing 12$	$M = 75\% M_{\max} = 55,95 \text{ Nm}$ mazaný šroub neupravené		
č. m.	U mV	F _o N	M _p Nm
1	9,6	21053	42
2	9,0	19737	49
3	9,0	19737	51
4	8,8	19298	49
5	8,8	19298	44
Průměrná hodnota		19824,6	47

tab.11

Ø 12	M = 90% M _{max} = 67,1 Nm		
	mazaný šroub neupravené		
č. m.	U mV	F _o N	M _p Nm
1	10,5	23027	60
2	9,5	20834	64
3	10,6	23246	66
4	10,4	22807	60
5	9,8	21491	62
Průměrná hodnota		22281,0	62,4

tab.12

Ø 12	M = 100% M _{max} = 74,6 Nm		
	mazaný šroub neupravené		
č. m.	U mV	F _o N	M _p Nm
1	10,9	23904	70
2	11,0	24123	72
3	10,8	23684	69
4	11,0	24123	70
5	11,0	24123	71
Průměrná hodnota		23991,4	70,4

tab.13

Ø 12	M = 50% M _{max} = 37,3 Nm		
	mazaný šroub		upravené
č. m.	U mV	F _o N	M _p Nm
1	6,3	13816	30
2	6,5	14255	33
3	6,4	14035	32
4	6,4	14035	32
5	6,8	14912	35
Průměrná hodnota		14210,6	32,4

tab.14

Ø 12	M = 75% M _{max} = 55,95 Nm		
	mazaný šroub		upravené
č. m.	U mV	F _o N	M _p Nm
1	9,2	20176	50
2	8,8	19298	48
3	9,6	21053	52
4	10,4	22807	49
5	10,4	22807	49
Průměrná hodnota		21228,2	49,6

tab.15

Ø 12		M = 90% M _{max} = 67,1 Nm mazaný šroub upravené	
č. m.	U mV	F ₀ N	M _p Nm
1	11,0	24123	62
2	11,8	25877	60
3	12,2	26755	63
4	12,2	26755	64
5	11,7	25658	65
Průměrná hodnota		25833,6	62,8

tab.16

Ø 12		M = 100% M _{max} = 74,6 Nm mazaný šroub upravené	
č. m.	U mV	F ₀ N	M _p Nm
1	12,6	27632	74
2	13,0	28509	73
3	12,8	28070	73
4	12,8	28070	72
5	13,6	29825	70
Průměrná hodnota		28421,2	72,4

tab.17

Ø 16	M = 50% M _{max} = 82,5 Nm		
	suchý šroub neupravené		
č. m.	U mV	F ₀ N	M _p Nm
1	5,5	12062	68
2	5,3	11623	68
3	5,8	12719	69
4	5,6	12281	72
5	5,2	11404	70
Průměrná hodnota		12017,8	69,4

tab.18

Ø 16	M = 75% M _{max} = 123,75 Nm		
	suchý šroub neupravené		
č. m.	U mV	F ₀ N	M _p Nm
1	8,0	17544	104
2	7,9	17325	108
3	7,6	16667	112
4	7,8	17105	116
5	8,2	17983	103
Průměrná hodnota		17324,8	108,6

tab.19

$M = 90\% M_{\max} = 148,5 \text{ Nm}$ $\varnothing 16$ suchý šroub neupravené			
č. m.	U mV	F _o N	M _p Nm
1	8,6	18860	140
2	7,6	16667	134
3	9,0	19737	144
4	7,8	17105	140
5	8,6	18860	137
Průměrná hodnota		18245,8	139,0

tab.20

$M = 100\% M_{\max} = 165 \text{ Nm}$ $\varnothing 16$ suchý šroub neupravené			
č. m.	U mV	F _o N	M _p Nm
1	11,0	24123	150
2	10,6	23246	148
3	10,8	23684	139
4	11,2	24562	146
5	10,4	22807	155
Průměrná hodnota		23684,4	147,6

tab.21

Ø 16	M = 50% M _{max} = 82,5 Nm		
	suchý šroub upravené		
č. m.	U mV	F _o N	M _p Nm
1	6,3	13816	64
2	7,0	15351	78
3	5,8	12719	72
4	6,9	15132	78
5	7,0	15351	88
Průměrná hodnota		14473,8	76,0

tab.22

Ø 16	M = 75% M _{max} = 123,75 Nm		
	suchý šroub upravené		
č. m.	U mV	F _o N	M _p Nm
1	8,4	18421	118
2	8,8	19298	122
3	10,0	21930	134
4	9,2	20176	120
5	9,0	19737	120
Průměrná hodnota		19912,4	122,8

tab. 23

$\varnothing$ 16	$M = 90\% M_{\max} = 148,5 \text{ Nm}$ suchý šroub upravené		
č. m.	U mV	F_o N	M_p Nm
1	12,2	26755	144
2	12,2	26755	154
3	12,2	26755	142
4	11,0	24123	148
5	12,2	26755	156
Průměrná hodnota		26228,6	148,8

tab. 24

$\varnothing$ 16	$M = 100\% M_{\max} = 165 \text{ Nm}$ suchý šroub upravené		
č. m.	U mV	F_o N	M_p Nm
1	12,6	27632	150
2	14,0	30702	149
3	11,6	25439	139
4	13,8	30263	158
5	14,0	30702	157
Průměrná hodnota		28847,6	150,6

tab. 25

Ø 16	M = 50% M _{max} = 82,5 Nm		
	mazaný šroub neupravené		
č. m.	U mV	F _o N	M _p Nm
1	7,0	15351	58
2	7,1	15570	62
3	7,3	16009	68
4	7,5	16448	66
5	7,6	16667	72
Průměrná hodnota		16009,0	65,2

tab. 26

Ø 16	M = 75% M _{max} = 123,75 Nm		
	mazaný šroub neupravené		
č. m.	U mV	F _o N	M _p Nm
1	10,0	21930	100
2	9,6	21053	92
3	10,0	21930	96
4	10,4	22807	104
5	10,0	21930	100
Průměrná hodnota		21930,0	98,4

tab.27

$\emptyset$ 16	$M = 90\% M_{\max} = 148,5 \text{ Nm}$ mazaný šroub neupravené		
č. m.	U mV	F_o N	M_p Nm
1	11,2	24562	120
2	11,6	25439	114
3	12,2	26755	112
4	12,4	27193	120
5	12,8	28070	122
Průměrná hodnota		26403,8	117,6

tab.28

$\emptyset$ 16	$M = 100\% M_{\max} = 165 \text{ Nm}$ mazaný šroub neupravené		
č. m.	U mV	F_o N	M_p Nm
1	14,0	30702	138
2	14,2	31141	140
3	14,6	32018	138
4	15,0	32895	136
5	14,8	32456	143
Průměrná hodnota		31842,4	139,0

tab.29

ø 16	M = 50% M _{max} = 82,5 Nm		
	mazaný šroub upravené		
č. m.	U mV	F _o N	M _p Nm
1	8,0	17544	68
2	7,7	16886	72
3	8,0	17544	76
4	7,7	16886	72
5	8,0	17544	72
Průměrná hodnota		17280,8	72,0

tab.30

ø 16	M = 75% M _{max} = 123,75 Nm		
	mazaný šroub upravené		
č. m.	U mV	F _o N	M _p Nm
1	10,6	23246	106
2	11,4	25000	100
3	11,6	25439	110
4	11,8	25877	104
5	12,0	26316	104
Průměrná hodnota		25175,6	104,8

tab.31

Ø 16	M = 90% M _{max} = 148,5 Nm mazaný šroub upravené		
č. m.	U mV	F _o N	M _p Nm
1	13,0	28509	120
2	14,0	30702	126
3	14,4	31579	124
4	13,8	30263	129
5	14,4	31579	122
Průměrná hodnota		30526,4	124,2

tab.32

Ø 16	M = 100% M _{max} = 165 Nm mazaný šroub upravené		
č. m.	U mV	F _o N	M _p Nm
1	16,0	35088	144
2	14,4	31579	137
3	16,0	35088	138
4	14,4	31579	140
5	15,5	33992	143
Průměrná hodnota		33465,2	140,4