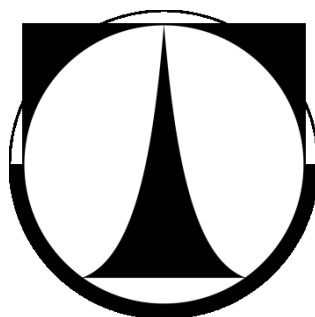


TECHNICKÁ UNIVERZITA V LIBERCI

FAKULTA STROJNÍ

Katedra energetických zařízení



**Aerodynamická optimalizace hnací trysky
ejektoru**

Doktorská disertační práce

Studijní program:

Studijní obor:

Zaměření:

P2301 Strojní inženýrství

3901V003 Aplikovaná mechanika

Mechanika tekutin a termodynamika

Doktorand:

Školitel:

Ing. Jan Kolář

doc. Ing. Václav Dvořák, Ph.D.

Liberec 2014

PODĚKOVÁNÍ

Děkuji svému školiteli, doc. Ing. Václavu Dvořákovi, Ph.D., za rady, konzultace, motivaci a podmínky, které pro tuto práci vytvořil.

Dále mé poděkování patří Ing. Martinu Luxovi, Ph.D. z experimentálního týmu Ústavu termomechaniky AVČR za profesionální pomoc při experimentech a prof. Ing. Pavlu Šafaříkovi, CSc. za připomínky i povzbuzení k další práci. Dále děkuji Jindřichu Pelíškovi za nezištnou pomoc s laděním zdrojového kódu algoritmu a korekturu práce.

Poděkování patří také oběma mým zaměstnavatelům, kteří mi svojí shovívavostí umožnili tuto disertační práci dokončit.

Největší dík patří ovšem mé ženě a dětem, kterým snad budu schopen vše vynahradit ...

Práce na této disertační práci a publikacích s ní spojených byla podpořena Grantovou agenturou České republiky prostřednictvím grantu P101/10/1709 „Trysky a difuzory pro ejektory“. Dále byla práce podpořena prostřednictvím SGS 2823 „Numerický a experimentální výzkum v energeticko-technologických procesech“.

ANOTACE

Aerodynamická optimalizace

Tato doktorská disertační práce shrnuje výsledky a postupy optimalizace nadzvukové hnací trysky vzduchového ejektoru provedené s cílem maximalizovat termodynamickou účinnost celého zařízení. Za účelem optimalizace byl navržen nový algoritmus, který využívá výpočetní mechaniky tekutin a evolučních algoritmů. Specifickou částí nového postupu je sub-algoritmus, který řadí generace jedinců evolučního postupu do orientované posloupnosti podle jejich vzájemné geometrické podoby. Zdrojový kód algoritmu je sestaven v jazyce C a pomocí uživatelských funkcí a maker je kompilován do programu Fluent. Obsahem práce je dále testování algoritmu i sub-algoritmu pomocí testovacích funkcí i vybraného problému. Je provedeno hodnocení a volba nejlepšího nastavení obou částí nového postupu. Zvolené nastavení je aplikováno na optimalizaci nadzvukové hnací trysky ejektoru, parametrizované pomocí sedmi volných parametrů, za účelem maximalizace termodynamické účinnosti celého ejektoru. S cílem minimalizovat odchylku simulací od reality je před vlastní optimalizací provedena analýza a porovnání numericky spočtených a experimentálně získaných proudových polí supersonického ejektoru. Je provedena volba optimálního nastavení numerického řešiče na kterou navazuje optimalizace ejektoru pro protitlaky (20, 30 a 40) kPa. Jsou provedeny rozborů proudových polí a průběhů směšování v ejektorech s optimalizovanou hnací tryskou a diskutovány jsou optimální parametry. Z uvedených poznatků jsou shromážděny výsledky a nové poznatky o novém algoritmu i optimalizovaných parametrech hnací trysky a jsou zformulovány závěry.

ANNOTATION

Aerodynamic optimization

This dissertation gathers results and methods of optimization of air-ejector supersonic primary nozzle. New optimization algorithm exploiting methods of computational fluid dynamics and evolutionary algorithms was developed. Exceptional part of the new algorithm is co called sub-algorithm, forming the adapted sequence of geometries (individuals) with respect to their shape-based similarity. The source code of the algorithm was written in C programming language and further compiled using user defined function into the software Fluent. Resulting code is further tested by several test-functions and simple real-world test case. Evaluation of both, evolutionary and sub-evolutionary algorithms are present and the best setting is picked out. This setting is applied to air-ejector supersonic driving nozzle optimization. Shape of the nozzle is driven by seven free parameters and the goal function is to maximize the thermodynamic ejector efficiency. Moreover, the aim is to describe optimal primary nozzle parameters. Matching of numerically computed and experimentally observed flow fields was carried out to minimize the error of numerically simulated ejector efficiency. Optimal solver setting is selected and applied to optimization procedure with various ejector back pressure (20, 30 and 40) kPa was applied for optimization procedure. Flow fields of optimized ejectors are analysed and optimal driving nozzle parameters are discussed. New results and knowledge about the new algorithm and optimal driving nozzle parameters are gathered and conclusions formulated.

PŘEDMLUVA

V počátcích vzniku této práce, tedy při dokončování magisterského studia, měl autor pouze povrchní a základní znalosti o problémech aerodynamické optimalizace. Během zpracování své diplomové práce (dále DP) s tématem „Návrh a optimalizace ejektoru pro nadzvukový aerodynamický tunel“ ovšem narazil na problematiku, která se ukázala být při aktuálních znalostech neřešitelná. Po rešeršních pracích a několika nesmělých pokusech o nasazení skutečného optimalizačního algoritmu na problém supersonických ejektorů v úvodu doktorského studia vyšlo najevo, že problém je mnohem hlubšího charakteru a pouhé spojení standardních nástrojů optimalizace a výpočetní mechaniky tekutin nebude v tomto případě dostačující. Autora k tomuto závěru vedl zejména fakt, že k dokončení a úspěšné konvergenci, byť jen jediné simulace ejektoru, bylo zapotřebí značného úsilí řešitele a značného strojního času. Později se ukázalo, že dlouhý výpočetní čas byl dán vlastnostmi ejekčního efektu. Ten se na hnaném proudu po prvotních rychlých a intenzivních změnách projevuje pouze velmi pozvolna. K úplnému řešení je proto zapotřebí velký počet iteračních kroků. Zároveň se objevují i problémy s nízkou stabilitou numerického řešiče. Objevují se i další četné problémy od komplikované tvorby výpočetní sítě, kterou bylo obtížné automatizovat, přes rozdílné nároky na nastavení řešiče v různých fázích výpočtu, po zdánlivě jednoduché vyhodnocení cílové funkce. Díky těmto i řadě jiných problémů se nasazení standardních algoritmů optimalizace, které vyžadují mnohonásobné opakování simulací, jevílo jako zcela iluzorní. Autor byl proto nucen použít nástroje aerodynamické a numerické optimalizace, CFD metod, dynamiky plynů, algebry, managementu mobilních dat a programování, které měl (a v dané chvíli i neměl) k dispozici. Jejich spojením vznikl nový nástroj, schopný řešit optimalizační problémy, které se dříve zdály řešitelné jen za cenu obrovských časových nároků. Optimalizační postup, jak je popsán v této práci, je vyvinut „na míru“ za účelem optimalizace nadzvukové hnací trysky ejektoru. Autor je si však plně vědom toho, že uvedený postup je zcela univerzální a řada uvedených úvah má obecnou platnost. Značnou část práce proto tvoří návrh a analýzy samotného postupu bez vazby na konkrétní problém a provedená optimalizace hnací trysky ejektoru je jen jednou z jeho možných aplikací.

Autor vyvinul maximální úsilí o faktickou i formální korektnost práce, přesto je velmi pravděpodobné, že se zejména ve formálních zápisech objeví menší nepřesnosti. Neformální část práce (návrh, kompletace a odladění kódu atd.) zabrala významnou část časového fondu vyhrazeného k dokončení práce a autor proto prosí čtenáře o shovívavost.

Autor si je vědom faktu, že většina odborné literatury týkající se dynamiky plynů a ejektorů pracuje s bezrozměrnými poměry tlaků délek. Přesto je v této práci často použito absolutních souřadnic. Je tomu tak zejména ze dvou důvodů:

- 1) Geometrické rozměry ejektoru ve svislém směru nejsou během výpočtů konstantou, ale proměnnými parametry. Použití relativních rozměrů by tak při vyhodnocování vedlo ke komplikovaným a zavádějícím výsledkům.
- 2) Značná část textu se odkazuje na zdrojový kód algoritmu optimalizace, který pracuje s absolutními souřadnicemi. Čtenáři je tak použitím absolutních souřadnic umožněna rychlejší orientace v problému, bez nutnosti přepočtu souřadnic.

SOUHRN

Předkládaná doktorská disertační práce shrnuje poznatky a výsledky studia optimalizace nadzvukové hnací trysky vzduchového ejektoru, které autor získal během doktorského studia v letech 2007–2014 na Katedře energetických zařízení Fakulty strojní, Technické univerzity v Liberci. Studium bylo do značné míry podpořeno znalostmi, které autor získal řešením optimalizačních problémů technické praxe ve výzkumně vývojovém oddělení Výpočty a modelování ve VÚTS v Liberci. Studium bylo dále podpořeno možností využít experimentálního zařízení laboratoře vysokých rychlostí Ústavu termomechaniky AVČR v Novém Kníně.

Práce je rozvržena do šesti kapitol. Kapitola **1. Úvod** je rozdělena na dva tematické celky. V podkapitole **1.1. Ejektory** jsou popsány základní principy činnosti a návrhu ejektorů a je uvedeno stručné shrnutí optimalizačních prací, které se týkaly nadzvukových ejektorů. Podkapitola **1.2.** je věnována optimalizačním metodám v mechanice tekutin. V kapitolách **2. Metody experimentu** a **3. Metody numerického řešení** jsou popsány metody, které byly pro optimalizaci hnací trysky ejektoru v rámci této práce využity. Metody experimentu se zabývají především šlírovou metodou, použitou k zobrazení proudového pole v supersonickém ejektoru a následnému výběru numerického řešení. Metody numerického řešení obsahují rozbor metody konečných objemů a diskutují zejména různé modely turbulentní vazkosti.

Výsledky vlastní práce jsou obsahem kapitol 4, 5 a 6. Kapitola **4. Nově navržený algoritmus** popisuje princip a prvky nového algoritmu. Ten je v dalších částech poměrně rozsáhle testován na několika testovacích funkcích i modelovém případě. Je provedena diskuse výsledků testování a volba optimálního nastavení jednotlivých operátorů, které jsou využity v další kapitole – **5. Optimalizace hnací trysky supersonického ejektoru**. Ta tvoří těžiště této práce. Je zde uvedena volba numerického řešení, způsob parametrizace problému i způsob řízení numerických simulací během optimalizace. Výsledky optimalizace jsou zpracovány do dvou podkapitol – **5.4. Výsledky optimalizace** a **5.5. Rozbor výsledků optimalizace z hlediska mechaniky tekutin**. Podkapitola **5.4.** se zabývá zejména statistickým vyhodnocením výsledků optimalizace, úspěšností algoritmu a vlivem jednotlivých volných parametrů na cílovou funkci. Podkapitola **5.5.** se soustředí na rozbor nejlepších řešení a uvádí analýzy fyzikálních dějů v optimalizovaných ejektorech. V obou podkapitolách jsou uvedeny výsledky optimalizace pro protitlaky (20, 30 a 40) kPa, je provedena diskuse a jsou formulovány závěry.

V závěrečné kapitole **6. Závěry doktorské disertační práce** jsou shromážděny výsledky a nové poznatky vyplývající z této práce a jsou zformulovány závěry pro rozvoj v oboru.

Součástí práce jsou i čtyři přílohy. Příloha 1 obsahuje kompletní zdrojový kód algoritmu. Přílohy 2, 3 a 4 obsahují kompletní výsledky optimalizačních výpočtů pro protitlaky (20, 30 a 40) kPa.

CÍLE DISERTAČNÍ PRÁCE

Cílem této práce je přispět k poznatkům o optimální konstrukci nadzvukové hnací trysky rovnoplochého ejektoru prostřednictvím optimalizačního algoritmu, který je schopný s využitím výpočetní mechaniky tekutin tuto optimální konstrukci nalézt. Úkoly disertační práce se dají shrnout do následujících bodů:

- 1) Navrhnout dostatečně efektivní a robustní algoritmus, který bude schopen nalézt globální optimum pro konstrukci dvourozměrné hnací trysky ejektoru. Tento algoritmus naprogramovat, implementovat, otestovat a naladit.
- 2) Provést volbu numerického řešení pro výpočet termodynamické účinnosti nadzvukových ejektorů. Za tímto účelem provést na dvourozměrném modelu supersonického ejektoru:
 - a) Experimenty za použití optických metod a pneumatických měření.
 - b) Analýzu numerického řešení s důrazem na volbu modelu turbulentní vazkosti.
- 3) Pro vhodně zvolené protitlaky provést optimalizaci nadzvukové hnací trysky ejektoru.
- 4) Provést rozbor optimálních parametrů a optimálních proudových polí. Analyzovat vliv jednotlivých parametrů na strukturu proudu a na účinnost ejektoru.
- 5) Zhodnotit dosažené výsledky doktorské disertační práce a získané poznatky využít k navržení dalšího rozvoje znalostí o optimální konstrukci ejektorů.

ZVOLENÉ METODY ŘEŠENÍ

Úkolem disertační práce je návrh a implementace algoritmu pro optimalizaci nadzvukové hnací trysky ejektoru a samotná její optimalizace. V zásadě jediný přístup, který umožňuje dosáhnout těchto cílů, vyžívá numerických simulací jako prostředku k vyčíslení cílové funkce. Proto byl proveden návrh algoritmu, který využívá specifických vlastností CFD metod jako je například možnost morfování výpočetní sítě. Zdrojový kód algoritmu byl sestaven v programovacím jazyce C a kompilován pomocí uživatelsky definovaných funkcí do programu Fluent. Toho je zároveň využito jako řešiče proudového pole. Za účelem vhodné volby parametrů numerických simulací bylo provedeno optické pozorování proudových polí supersonického ejektoru černobílou a barevnou šlírovou metodou a měření tlaku na stěně směšovací komory.

Optimalizovaná nadzvuková hnací tryska je parametrizována pomocí kubického splajnu řízeného sedmi nezávislými parametry, což dává algoritmu optimalizace dostatečnou volnost v řízení tvaru trysky. K řízení postupu směrem ke kvalitnějšímu řešení je zvolen genetický algoritmus, který je využíván i v další – specifické, části algoritmu.

"Dokonalosti je dosaženo, jestliže již nic dalšího nelze odebrat."

Yvon Chouinard

"... nelze sestrojít kvalitní inteligentní stroj na první pokus. K tomu je nutný proces učení více strojů s vyhodnocením kvality jejich učení ..."

A. M. Turing

OBSAH

Poděkování	ii
Anotace	iii
Předmluva	iv
Souhrn	v
Cíle disertační práce	vi
Zvolené metody řešení	vi
Citát	vii
Obsah	1
Použité značení	3
1. Úvod	9
1.1. Ejektory	9
1.1.1. Princip činnosti a aplikace	9
1.1.2. Účinnost ejektorů	11
1.1.3. Optimalizace ejektorů – současný stav	13
1.2. Optimalizační metody v mechanice tekutin	14
1.2.1. Základní pojmy optimalizace	14
1.2.2. Úskalí optimalizace ejektorů s nadzvukovým hnacím proudem	16
1.2.3. Složitost prohledávaného prostoru	17
1.2.4. Klasické optimalizační metody	18
1.2.5. Moderní prvky v optimalizaci	19
1.2.6. Význam morfování výpočetní sítě pro optimalizaci ejektorů	20
1.2.7. Genetické a mikro-genetické algoritmy (GA, μ GA)	23
2. Metody experimentu	25
2.1. Optické metody	25
2.1.1. Šlírová metoda	26
2.2. Převod numerických proudových polí do šlírového zobrazení	28
2.3. Pneumatická měření	30
2.4. Popis experimentu	31
2.4.1. Experiment na šlírovacím stroji <i>Zeiss-Jena 80</i> – černobílé zobrazení	32
2.4.2. Experiment na šlírovacím stroji AVČR v Novém Kníně – barevné zobrazení	33
3. Metody numerického řešení	34
3.1. Bilanční rovnice	34
3.2. Diskretizace	34
3.2.1. Diskretizace konvektivních a difuzních členů	36
3.3. Linearizace	37
3.4. Laminární model	38
3.5. RANS modely turbulentní vazkosti	38
3.5.1. Standardní model $k - \varepsilon$	40
3.5.2. Model $k - \varepsilon$ Realizable	40
3.5.3. Model $k - \varepsilon$ RNG	41
3.5.4. Standardní model $k - \omega$	41
3.5.5. Model $k - \omega$ SST	42
3.6. Řešič	44

3.6.1. „Pressure-based solver“ – oddělený řešič	45
3.6.2. „Pressure-based solver“ – sdružený řešič	46
3.7. Řízení a morfování výpočetní sítě	46
4. Nově navržený algoritmus optimalizace	48
4.1. Schéma nového algoritmu	49
4.2. Tvarová podobnost	51
4.3. Sub-evoluce, řazení geometrií do posloupnosti s minimální mutací	52
4.4. Evoluce	56
4.5. Testování na testovacích funkcích	58
4.5.1. Postupy testování	58
4.5.2. Unimodální funkce – neostré maximum	59
4.5.3. Multimodální Schwefelova testovací funkce	61
4.5.4. Testování algoritmu sub-evoluce (řazení geometrií)	65
4.6. Testování sub-algoritmu na případě supersonické trysky	69
5. Optimalizace nadzvukové hnací trysky ejektoru	72
5.1. Validace modelů turbulentní vazkosti	72
5.2. Parametry numerických simulací	81
5.2.1. Základní nastavení	81
5.2.2. Parametrizace geometrie	82
5.2.3. Morfování výpočetní sítě	82
5.2.4. Automatické řízení řešiče	83
5.2.5. Konvergence numerického řešení	84
5.3. Evoluční a sub-evoluční operátory	84
5.4. Výsledky optimalizace	85
5.4.1. Výsledky optimalizace při protitlaku $p_4 = 20 \text{ kPa}$	86
5.4.2. Výsledky optimalizace při protitlaku $p_4 = 30 \text{ kPa}$	92
5.4.3. Výsledky optimalizace při protitlaku $p_4 = 40 \text{ kPa}$	97
5.4.4. Závěry výsledků optimalizace	101
5.5. Rozbor výsledků optimalizace z hlediska mechaniky tekutin	102
5.5.1. Rozbor pro protitlak $p_4 = 20 \text{ kPa}$	103
5.5.2. Rozbor pro protitlak $p_4 = 30 \text{ kPa}$	108
5.5.3. Rozbor pro protitlak $p_4 = 40 \text{ kPa}$	112
5.5.4. Závěry rozboru výsledků z hlediska mechaniky tekutin	116
6. Závěry doktorské disertační práce	118
6.1. Výsledky v oboru optimalizace v mechanice tekutin	118
6.2. Výsledky v oboru výpočetní mechanika tekutin	120
6.3. Výsledky v oboru experimentální metody	120
6.4. Výsledky v oboru dynamika plynů	121
6.5. Možné cíle navazujících prací	122
Použitá literatura	123
Příloha 1 zdrojový kód použitého algoritmu	127
Příloha 2 – kompletní výsledky optimalizace, $p_4 = 20 \text{ kPa}$	134
Příloha 3 – kompletní výsledky optimalizace, $p_4 = 30 \text{ kPa}$	139
Příloha 4 – kompletní výsledky optimalizace, $p_4 = 40 \text{ kPa}$	142

Použité značení

Poznámka: zde neuvedené značení je popsáno přímo v textu. V případě, že text pracuje s tématem změny geometrie či funkce, je použit pojem „mutace“. Jedná-li se o změnu výpočetní sítě, je užíváno pojmu „morfování“.

a_p, a_{nb}	linearizované koeficienty	[-]
a_{nb}	koeficient sousedních buněk	[1]
a_x, a_y	podélná / svislá vzdálenost nožového břitu od opt. osy	[m]
A	průtočná plocha	[m ²]
$\vec{A}_f$	vektor stěny	[-]
b	koeficient pravé strany	[-]
B	počet buněk výpočetní domény	[1]
c	rychlost proudu na úrovni odtokové hrany	[m·s ⁻¹]
c_p	měrná tepelná kapacita za konstantního tlaku	[J·kg ⁻¹ ·K ⁻¹]
C	modelové konstanty	[-]
C	počet možných kombinací cest – kapitola 1.	[1]
C_{FL}	Courantovo-Frydrychovo-Lewyho číslo	[1]
	$C_{FL} = \frac{u_x \Delta t}{\Delta x} + \frac{u_y \Delta t}{\Delta y},$	
$C_{1\varepsilon}, C_{2\varepsilon}^*, C_{2\varepsilon}$	konstanty/funkce – vztah (43, 46)	[1]
C_μ	konstanta ve vztahu (40)	[1]
$\hat{D}$	celková mutační vzdálenost posloupnosti Sgeometrií	[m]
D_{avg}	průměrovaný mutační posuv kontrolního uzlu	[m]
$D_{avg,0}$	aritmetický průměr $D_{avg,0}$ v inicializační sub-generaci	<i>dle proměnné</i>
D_{o_s}	mutační vzdálenost posloupnosti v sub-algoritmu	[m]
D_ω	člen příčné difuze	[-]
$D(f_i)$	definiční obor funkce f_i	[-]
$D(c, c')$	mutační vzdálenost posloupnosti vektorů c, c'	<i>dle vektorů</i>
$D_E(c, c')$	vzdálenost posloupnosti v Euklidovské normě	<i>dle vektorů</i>
$D(f_i, f_{i-1})$	mutační vzdálenost funkcí f_i a f_{i-1}	<i>dle funkcí</i>
E^2, E^3	dvourozměrný/trojrozměrný Euklidovský systém	[-]
$ELITE$	velikost elitní skupiny ve vnějším algoritmu	[1]
$ELITE_S$	velikost elitní skupiny v sub-algoritmu	[1]
f	ohnisková vzdálenost – kapitola 2.	[m]
$f_s(x)$	funkce kubického splajnu	[-]
$\vec{f}(\vec{x})$	vektor cílových funkcí	[-]
f_{T1}	unimodální testovací funkce	[-]
f_{T2}	multimodální Schwefelova testovací funkce	[-]
F_1, F_2	přechodové funkce $k - \omega$ SST modelu	[-]
g_s	aktuální sub-generace	[1]
$\vec{g}(\vec{x})$	vektor vedlejších podmínek	[-]
G	počet generací vnějšního algoritmu	[1]
G_ω	člen generování ω	[1·s ⁻²]
$\tilde{G}_k$	produkce turbulentní kinetické energie	[m ² ·s ⁻³]
G_SUB	počet generací sub-algoritmu	[1]

h	měrná entalpie	$[\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2}]$
H	výška směšovací komory $H = 24 \text{ mm}$	$[\text{mm}]$
i	index prvku	$[1]$
k	turbulentní kinetická energie $k = \frac{1}{2}(\overline{u'^2} + \overline{v'^2} + \overline{w'^2})$	$[\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2}]$
k	počet cílových funkcí – kapitola 1	$[1]$
k	součinitel teplotní vodivosti – vztah (27)	$[\text{W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}]$
K	Gladstone-Daleova konstanta	$[\text{m}^3 \cdot \text{kg}]$
l	vzdálenost geometrického hrdla a výstupu trysky	$[\text{mm}]$
L	délka měřicího prostoru/dráha paprsku – kapitola 2.	$[\text{m}]$
m	pravděpodobnost mutace v sub-algoritmu	$[1]$
m_0, m_P	směrnice splajnu	$[\text{rad}]$
$\dot{m}_1$	hmotnostní tok hnacího proudu	$[\text{kg} \cdot \text{s}^{-1}]$
$\dot{m}_2$	hmotnostní tok hnaného proudu	$[\text{kg} \cdot \text{s}^{-1}]$
m_s	pravděpodobnost mutace v sub-algoritmu	$[1]$
M	Machovo číslo	$[1]$
M_t	korekce na stlačitelnost $(0; M_t^2 - M_{t0}^2)$, $M_t^2 = \frac{2k}{\kappa RT}$	$[1]$
n	index lomu prostředí – kapitola 2.	$[1]$
n	pořadí prvku	$[1]$
n_j	uzel výpočetní sítě ležící uvnitř domény	$[-]$
N	počet kontrolních bodů	$[1]$
N	počet měst v TSP problému – vztah (11)	$[1]$
N	počet vzorků při výpočtu korelačního koeficientu – vztah (73)	$[1]$
N	množina celých kladných čísel	$[-]$
N_f	počet sousedních buněk	$[1]$
o	aktuální občan	$[-]$
O	počet občanů v populaci	$[1]$
$\mathbf{O}$	vektorový chromozom jedince	$[-]$
o_s	aktuální sub občan	$[-]$
O_s	počet občanů v sub-populaci	$[1]$
$\mathbf{O}_s$	maticový chromozom jedince v sub-populaci	$[-]$
p	statický tlak	$[\text{Pa}]$
p'	korekce statického tlaku	$[\text{Pa}]$
p^*	odhadnutý statický tlak	$[\text{Pa}]$
p_0	klidový tlak	$[\text{Pa}]$
p_{sp}	parametr maticového chromozomu	<i>dle param.</i>
p^{new}	statický tlak v novém kroku	$[\text{Pa}]$
P	počet volných parametrů	$[1]$
PM	práh pravděpodobnosti mutace $PM \in \langle 0; 1 \rangle$	$[1]$
PM_s	práh pravděpod. mutace sub-algoritmu $PM_s \in \langle 0; 1 \rangle$	$[-]$
PKK	Perasonův korelační koeficient	$[-]$
q_o	hodnota jedince o na ruletovém kole	$[1]$
q_o_s	hodnota jedince na ruletovém kole v sub-algoritmu	$[1]$
r	měrná plynová konstanta	$[\text{J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}]$
r	náhodná hodnota mutace $r = \langle 0; 1 \rangle$, podkapitola 4.3.	$[1]$
$\mathbf{R}$	množina reálných čísel	$[-]$
R	univerzální plynová konstanta	$[\text{J} \cdot \text{kmol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}]$
Re	Reynoldsovo číslo $Re = (u \cdot d)/\nu$	$[1]$
$\mathbf{R}^2$	dvourozměrný prostor tvořený prvky z $\mathbf{R}$	$[-]$

R^K	reziduál rovnice kontinuity $R^K = \frac{\dot{m}_1 + \dot{m}_2 + \dot{m}_{out}}{\dot{m}_1 + \dot{m}_2}$	[1]
R^ϕ	reziduál veličiny ϕ , globální reziduál	dle veličiny
ROZSAH	rozsah generátoru náhodných čísel	[1]
s	měrná entropie	[J·kg ⁻¹ ·K ⁻¹]
Δs_u	nárůst entropie vlivem rozdílných rychlostí	[J·kg ⁻¹ ·K ⁻¹]
Δs_u	nárůst entropie vlivem rozdílných teplot	[J·kg ⁻¹ ·K ⁻¹]
S	měrný objemový zdroj dané veličiny – kapitola 3.	dle veličiny
S	počet jedinců (splajnů) k řazení – $S = O$	[1]
S_h	měrný zdroj entalpie	[m ² ·s ² ·kg ⁻¹]
S_M, S_u, S_v	měrný zdroj hybnosti – kapitola 3.	[kg·s ⁻¹ ·m ⁻²]
S_ϕ	měrný zdroj veličiny ϕ	dle veličiny
$S(x), s_p(x)$	předpis kubického splajnu	[-]
SP	selekční tlak $SP \in \langle 1; 2 \rangle$	[-]
t	čas	[s]
T	termodynamická teplota	[K]
T	konečný čas	[s]
u	rychlost ve směru x , není-li uvedeno jinak	[m·s ⁻¹]
$\mathbf{u}$	vektor rychlosti	[m·s ⁻¹]
u_τ	třecí rychlost	[m·s ⁻¹]
u', v', w'	okamžitá hodnota složky rychlosti	[m·s ⁻¹]
v	rychlost ve směru y , není-li uvedeno jinak	[m·s ⁻¹]
V	objem	[m ³]
w_i	uzel výpočetní sítě ležící na stěně – řídicí uzel	[-]
x	kartézská souřadnice	[m]
x	poloha na podélné souřadnici v ejektoru – kapitola 5.	[m]
x_n	poloha kontrolního uzlu n na ose x $x_n = x_0 + n \cdot \Delta x$	[m]
x_π	souřadnice x parametru π , $\pi \in (-1, 0, 1, \dots, P)$	[m]
x_{max}, x_{min}	maximum a minimum definičního oboru funkce na ose x	dle funkce
$\vec{x}$	vektor parametrizačního prostoru	[-]
$\vec{x}^*$	optimum	[-]
X	parametrizační prostor – kapitola 1.	[-]
Δx	krok ve směru souřadnice x při diskretizaci geometrie	[m, mm]
$X^*_{u_{prof}}$	bezrozměrná vzdálenost vyrovnaní rychlostního profilu od odtokové hrany, $X = (x - x_{exit})/H$	[-]
$X^*_{u_{konst, 20kPa}}$	bezrozměrná vzdálenost od odtokové hrany, kde dojde k zániku jádra proudu, optimální geometrie, hodnota protitlaku – kapitola 5., $X = (x - x_{exit})/H$	[-]
y	kartézská souřadnice	[m]
y^+	bezrozměrná vzdálenost od stěny $y^+ = \frac{yu_\tau}{\nu}$, $u_\tau = \sqrt{\frac{\tau_o}{\rho}}$	[-]
Y_k	člen disipace TKE – vztah (50)	[m ² ·s ⁻³]
Y	optimalizační prostor	
$\mathbf{w}, \mathbf{w}'$	polohový vektor	[-]
w	rychlost ve směru z , není-li uvedeno jinak	[m·s ⁻¹]
z	kartézská souřadnice	[m]

α	odklon světelného paprsku od normály – kapitola 2.	[rad]
α	celkový úhel rozevření trysky či difuzoru	[°]
α_p	pod-relaxační parametr	[1]
β	hybnostní součinitel $\beta = \frac{A \int_{(A)} c^2 dA}{\left(\int_{(A)} c dA\right)^2}$	[-]
δ_{ij}	Kroneckerovo delta $\delta_{ij} = 0; 1$	[1]
ε	úhel odklonu paprsku – kapitola 2. a podkapitola 5.1.	[°]
ε	disipace turbulentní kinetické energie $\varepsilon = -\frac{dk}{dt}$	[m ² ·s ⁻³]
η_{ej}	účinnost ejektoru	[%]
$\tilde{\eta}_{ej}$	účinnost ejektoru náhodně vybraného řešení	[%]
η_{ej}^*	účinnost ejektoru nejlepšího nalezeného řešení	[%]
$\eta_{SUB,g}$	efektivita sub-algoritmu v generaci g $\eta_{SUB,g} = \frac{\overline{D_{avg,0}}}{D_{avg,g}^*}$	[1]
κ	izoentropický exponent	[1]
μ	dynamická viskozita	[Pa·s]
μ_{eff}	efektivní viskozita $\mu_{eff} = \mu + \mu_t$	[Pa·s]
μ_t	turbulentní dynamická viskozita	[Pa·s]
ν	kinematická viskozita	[m ² ·s ⁻¹]
φ	rychlostní součinitel trysky	[1]
π	volný parametr	[-]
ρ	měrná hmotnost	[kg·m ⁻³]
$\rho_{X,Y}$	Pearsonův korelační koeficient – vztah (73)	[-]
σ	modelové konstanty	[-]
τ	tenzor normálového a tečného napětí	[Pa]
τ_o	pořadí jedince v orientované posloupnosti	[1]
τ_o	tečné napětí na stěně – kapitola 3.	[Pa]
ϕ	obecná veličina – kapitola 3.	dle veličiny
ψ_{max}	koeficient, $\psi_{max} = 0,484178$	[-]
ω	specifická disipace $\omega = \frac{\varepsilon}{k}$ – kapitola 3.	[s ⁻¹]
ω	poměr rychlostí – $\omega = \frac{u_2}{u_1}$ – kapitola 1., 5. a 6.	[1]
Γ	ejekční součinitel $\Gamma = \frac{\dot{m}_2}{\dot{m}_1}$	[1]
Γ_ϕ	difuzní koeficient veličiny ϕ	dle veličiny
Π	poměrný protitlak	[1]
θ_{21}	poměr klidových teplot $\theta_{21} = \frac{T_{02}}{T_{01}}$	[1]
Φ_1	modelová funkce/konstanta	[-]

Zkratky

ASG	„Adapted Sequence of Geometries“ – adaptovaná sekvence geometrií
AVČR	Akademie věd České republiky
CFD	„Computational Fluid Dynamics“ – výpočetní mechanika tekutin
DBS	„Density-based Solver“
DNS	„Direct Numerical Simulation“
DOE	„Design of Experiment“
ERX	„Edge Recombination Crossover“ – mechanismus křížení
EWT	„Enhanced Wall Treatment“ – blízko stěnové modelování
FPS	„Fitness Proportionate Selection“ – mechanismus selekce
GA, μ GA	Genetický algoritmus, Mikro-genetický algoritmus
KEZ	Katedra energetických zařízení
PBS	„Pressure-based Solver“
RANS	„Reynolds-Averaged-Navier-Stokes“
RBF	„Radial-Basis-Function“
RGB	„Red-Green-Blue“ – barevné spektrum
RNG $k - \varepsilon$	model turbulence „Renormalization group“ $k - \varepsilon$
RSM	„Reynolds Stress Model“
SIMPLE	„Semi-Implicit-Pressure-Linked Equations“
SST $k - \omega$	model turbulence „Shear Stress Transport“ $k - \omega$
SW	„Software“ – program
TKE	turbulentní kinetická energie
TSP	„Traveling Salesman Problem“ – problém obchodního cestujícího
TUL	Technická univerzita v Liberci
UDF	„User Defined Function“ – uživatelsky definované funkce SW Fluent

Indexy

*	nejlepší hodnota, odhadnutá hodnota v kapitole 3
'	týkající se okamžitého stavu
'	modifikovaná/korigovaná hodnota – vztah (69) a (70)
~	neoptimální hodnota
0	za podmínek vakua – kapitola 2.
01	klidový stav hnacího proudu, není-li uvedeno jinak
02	klidový stav hnaného proudu, není-li uvedeno jinak
03	klidový stav, stav na konci směšovací komory
04	klidový stav na výstupu z difuzoru, není-li uvedeno jinak
1	hnací proud, není-li uvedeno jinak
2	hnaný proud, není-li uvedeno jinak
3	stav na konci směšovací komory
4	stav na výstupu z difuzoru
ex	týkající se expanze
exit	výstup z hnací trysky, není-li uvedeno jinak
f	index stěny kontrolního objemu – kapitola 3.
G_{SUB}	poslední jedinec v sub-algoritmu (když $g = G_{SUB}$)
iz	izoentropický
i, j	index prvku
i, x	souřadnice x, prvku i
i, y	souřadnice y, prvku i

j,x	souřadnice x, prvku j
j,y	souřadnice y, prvku j
hr	týkající se geometrického hrdla
k	index geometrie k řazení v rámci sub-populace
ko	týkající se komprese
kr	kritický stav
M	směšovací bod
nb	sousední buňka
new	nová hodnota – vztah (70)
o	index občana v populaci
o_s	index občanů v sub-populaci
p	index volného parametru z oboru celých kladných čísel
SUB	týkající se sub-algoritmu
$T1, T2$	týkající se testovací funkce 1 a 2
x	směr kartézské souřadnice x
y	směr kartézské souřadnice y

Operátory

min	minimum
MAX	maximum
∂	parciální derivace
D	matematická derivace
d	diferenciál
∇	gradient
Δ	rozdíl
$\overline{\quad}$	aritmetický průměr
$ \quad $	absolutní hodnota

1. Úvod

Úvodní kapitola si klade za cíl popsat princip činnosti a metody návrhu ejektorů, přiblížit problémy spojené s jejich optimalizací a nalézt motivaci k řešení uvedených problémů. Kapitola je rozdělena do dvou tematických celků. Podkapitola 1.1. je věnována ejektorům. Podkapitola 1.2. se zabývá optimalizačními metodami v mechanice tekutin, jakožto nástroji, které je možné použít k optimalizaci ejektorů. Dále jsou v této podkapitole diskutovány problémy, které brání nasazení existujících metod a které vedly ke vzniku nového algoritmu.

1.1. Ejektory

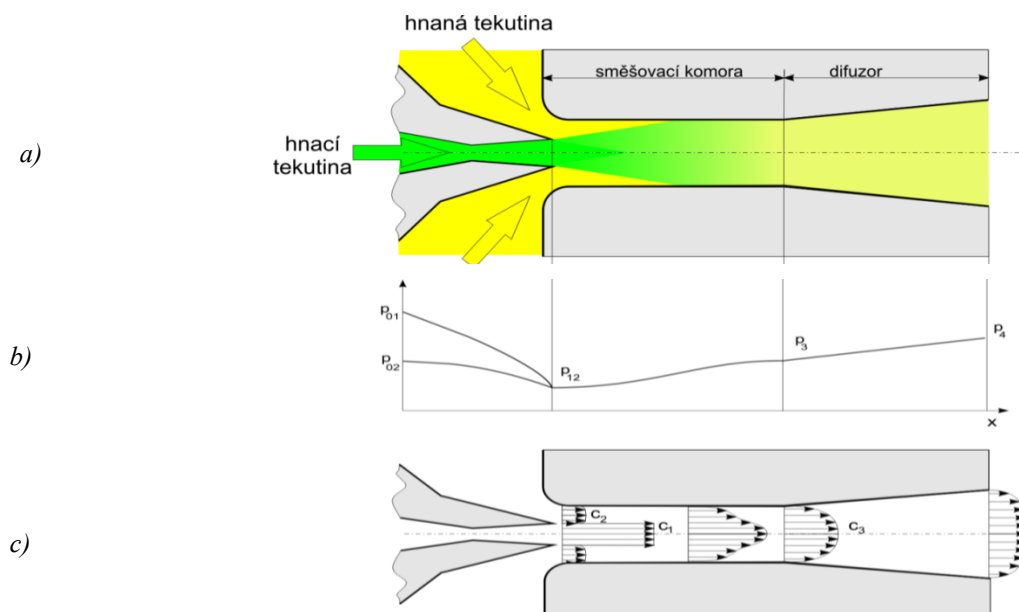
Tato podkapitola obsahuje úvod do problematiky ejektorů, zmiňuje možné aplikace a metody jejich návrhu a uvádí rešerši optimalizačních prací, vykonaných na ejektorech s nadzvukovým hnacím proudem.

1.1.1. Princip činnosti a aplikace

Ejektor je zařízení, v němž se využívá vysokotlaké médium k nasávání média o nižším tlaku. K sání média se přitom nepoužívá pohyblivých částí stroje, jako je tomu například u čerpadel či ventilátorů, ale ejekční efekt. Ten je založen na přímém přenosu energie od hnacího proudu k hnanému. Z uvedeného principu pak plynou největší výhody i nevýhody ejektorů. Výhodnou vlastností je absence jakýchkoliv pohyblivých dílů, těsnění či maziva, díky čemuž jsou ejektory relativně konstrukčně jednoduché, levné a zároveň se vyznačují vysokou provozní spolehlivostí. Výrazným nedostatkem ovšem je omezená účinnost, která i u velmi dobrých konstrukcí nepřesahuje 30 %. Ejektory se proto uplatní hlavně tam, kde je k dispozici dostatečné množství hnacího média, primárně určeného pro jiné účely a kde by pro výrobu a rozvod podtlaku bylo zapotřebí budovat nová zařízení a rozvody.

Na obr. 1 je uvedeno schéma uspořádání ejektoru s jeho základními částmi: přívodem a tryskou hnacího a hnaného média, směšovací komorou a difuzorem. Hnací proud před vstupem do ejektoru obsahuje tlakovou či tepelnou energii (případně obě), které se v primární (hnací) trysce zpracovávají na energii kinetickou. Po výstupu z primární trysky vstupuje hnací proud do směšovací komory, což je stěnami ohraničená oblast uzavřená ve směru kolmém na hlavní osu proudění a otevřená ve směru s proudem souhlasným. Hnací i hnaný proud tedy do směšovací komory může přitékat ve směru od hnací trysky, i z ní vytékat ven ve směru difuzoru. Hnací proud se po expanzi v hnací trysce vyznačuje nižším tlakem než okolí. Vlivem tlakových poměrů, ale i třecích sil a turbulence je do prostoru směšovací komory strháváno okolí a dochází tak k nasávání a expanzi hnaného proudu. Podle diagramu na obr. 1b) expandují oba (hnací i hnaný) proudy ze svých klidových tlaků p_{01} a p_{02} na hodnotu společného expanzního statického tlaku p_{12} . Ve směšovací komoře dochází k postupnému směšování obou proudů a k transportu hybnosti a jiných forem energie či chemických složek. Během procesu směšování část energie disipuje na energii tepelnou a část se při vhodných podmínkách mění na energii tlakovou. Zároveň podél směšovací komory dochází k postupnému vyrovnávání rychlostního profilu a růstu statického tlaku na hodnotu p_3 . Výsledný proud za komorou

vstupuje do difuzoru, kde je kinetická energie smíšeného proudu zpětně transformována na energii tlakovou. Výsledkem je růst statického tlaku až na hodnotu p_4 .

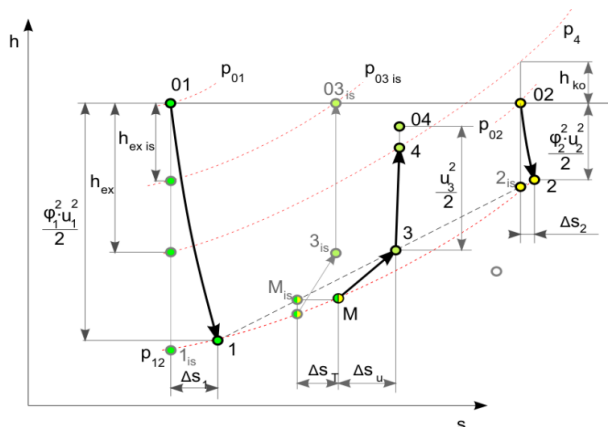


Obr. 1: K výkladu principu ejektoru; a) – schéma konstrukčního uspořádání, b) – průběhy statických tlaků podél směšovací komory, c) – vývoj rychlostních profilů při směšování.

Přestože ejektory nepatří mezi nejrozšířenější proudové stroje, lze v průmyslové praxi nalézt mnoho jejich aplikací a využití. Například v provozech, které jsou vybaveny rozvody tlakového vzduchu, je ejektorů užíváno jako zdroje podtlaku. Při tom se často využívá schopnosti ejektorů dosáhnout větších podtlaků, než je tomu v případě ventilátorů. V poslední době se často objevuje snaha o nasazení ejektorů ve strojním chlazení. Ejektor v chladicích systémech nahrazuje kompresor nasávající páry chladiva. Častou aplikací jsou ejektory užité jako čerpadla abrazivních a agresivních látek, kde by životnost mechanických pohyblivých dílů a jejich utěsnění byly velmi problematické. Objevují se i ejektory použité jako pohony aerodynamických tunelů. V tom případě je využito většinou inverzního uspořádání hnacích a hnaných trysek. Hnací trysky mají tvar štěrbinu po obvodu směšovací komory a nasávaný vzduch proudí sekundární tryskou v ose ejektoru [1]. Tohoto uspořádání se využívá i u pneumatického či hydraulického prohozu tkacích stavů. Sekundární tryskou v ose ejektoru je nasáván vzduch, ve kterém je unášen útek. Difuzor není v této aplikaci použit, jelikož je cílem dosáhnout na výstupu z ejektoru co možná nejvyšší kinetické energie. Základní konstrukční koncepce ejektorů rozlišujeme podle relativní polohy hnacího a hnaného proudu, tedy v závislosti na tom, zda je proud nasáván středem po obvodu směšovací komory tvarované hnací štěrbinou, či zda se v ose ejektoru nachází hnací tryska, jako je tomu na obr. 1. U obou koncepcí ejektorů může být použita rovnoplochá či rovnotlaká směšovací komora. Rovnoplochá komora se vyznačuje konstantním průřezem podél osy směšování, rovnotlaká komora umožňuje průběh směšování za konstantního statického tlaku. U supersonických ejektorů má proto rovnotlaká směšovací komora konvergentně-divergentní tvar [2, 3].

Pro snazší pochopení principu ejektorů je na obr. 2 uveden pracovní diagram entalpie-entropie. Uvedený diagram se vztahuje na konkrétní aplikaci v rámci této práce, kdy hnací vzduch měl před vstupem do ejektoru shodnou klidovou teplotu jako nasávané okolí, tj. $T_{01} = T_{02}$.

Oba proudy na obr. 2 expandují z klidových stavů 01 a 02 na společnou isobaru p_{12} . Uvažované expanzní děje jsou ztrátové a entropie proto během expanze narůstá. Získaná kinetická energie je tedy ponížena ztrátovými koeficienty φ . Na spojnici izoentropických bodů 1_{is} a 2_{is} se nachází ideální směšovací bod M_{is} . Jeho poloha se mění podél spojnice v závislosti na ejekčním součiniteli Γ . Skutečný směšovací bod M se nachází na izobare p_{12} a je posunut ve směru větší entropie vlivem ztrát způsobených nestejností teplot obou proudů. Směšování ve směšovací komoře, kde stoupá tlak na p_3 a roste entropie o Δs_u vlivem disipace energie, je zachyceno spojnici mezi body M a 3. Následné zbrzdění výsledného proudu v difuzoru je mezi body 3 a 4.



Obr. 2: Děje v ejektoru zobrazené v diagramu entalpie-entropie.

1.1.2. Účinnost ejektorů

Ejektory se v minulosti zabývala celá řada výzkumníků. Například *Porter* a *Squyers* [4] sestavili seznam více než 1600 citací a publikací týkajících se teorie a aplikací ejektorů, přičemž většina prvních metod výpočtů byla založena spíše na empirických znalostech. První skutečnou analýzu provedli *Keenan* a *Neumann* [5, 6], kteří uvažovali nejjednodušší formu ejektoru bez difuzoru s tzv. rovnoplochnou směšovací komorou, tedy s komorou o konstantním průřezu. Počítali proudění v ejektoru pomocí jednorozměrné rovnice kontinuity, hybnosti a energie sestavené pro případ adiabatického proudění ve směšovací komoře. Ačkoliv byla tato analýza velmi zjednodušená, shodovala se velmi dobře s experimenty [6]. Rovnice kontinuity je zde uvažována ve tvaru

$$u_1 \rho_1 A_1 + u_2 \rho_2 A_2 = u_3 \rho_3 A_3. \quad (1)$$

Rovnice změny hybnosti pro válcovou směšovací komoru nabývá tvaru

$$\dot{m}_1 u_1 + p_1 A_1 + \dot{m}_2 u_2 + p_2 A_2 = (\dot{m}_1 + \dot{m}_2) u_3 + p_3 (A_1 + A_2) \quad (2)$$

a rovnice energetická má formu

$$\dot{m}_1 \left(c_{p1} T_1 + \frac{u_1^2}{2} \right) + \dot{m}_2 \left(c_{p2} T_2 + \frac{u_2^2}{2} \right) = (\dot{m}_1 + \dot{m}_2) \left(c_{p3} T_3 + \frac{u_3^2}{2} \right). \quad (3)$$

Tyto rovnice se dají zjednodušit a lze z nich vyřešit stav výsledného proudu na konci směšování. Dále uvedené výsledné vztahy podle *Abramoviče* [7] platí při předpokladu shodného hnacího a hnaného média.

Z pohledu této práce je nejvýznamnějším parametrem ejektoru entalpická účinnost ejektoru η_{ej} , respektive ejekční součinitel Γ , který se ve vztahu pro účinnost ejektoru objevuje. Entalpická

účinnost dává do poměru měrnou kompresní práci získanou hnaným prostředím h_{ko} a měrnou expanzní práci vynaloženou hnacím prostředím h_{ex} podle vztahu

$$\eta_{ej} = \frac{\dot{m}_2 h_{ko}}{\dot{m}_1 h_{ex}} \cdot 100 [\%] = \frac{\dot{m}_2 \left(\frac{p_4}{p_{02}} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} - 1}{\dot{m}_1 \left(1 - \left(\frac{p_4}{p_{01}} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \right)} \frac{T_{02}}{T_{01}} \cdot 100 [\%]. \quad (4)$$

Ejekční součinitel je dán vztahem

$$\Gamma = \frac{\dot{m}_2}{\dot{m}_1} \quad (5)$$

a zásadním způsobem ovlivňuje všechny parametry směřování, jako například výslednou bezrozměrnou rychlost či teplotu proudu na konci směřování. Ve vztahu (4) se také objevuje hodnota p_4 , která má význam pracovního protitlaku na výstupu ejektoru. Je patrné, že s rostoucím p_4 roste i účinnost ejektoru. To je v závěru této práce zohledněno. Podrobně uvedené výsledné vztahy mohou být studovány v práci *Dvořáka* [8]. Účinnost spočtená podle vztahu (4) není podle mnoha autorů [9] korektní, jelikož nezahrnuje, mimo jiné, kinetickou energii proudu na výstupu z ejektoru. Například pro aplikaci ejektoru v oboru tkací techniky (hlavní tryska pneumatického prohozu) je velmi žádané, aby poměr hnacího a nasávaného množství byl co nejmenší a při tom je na výstupu z ejektoru vyžadována co možná nejvyšší kinetická energie proudu. Použití difuzoru, který zvyšuje entalpickou účinnost navýšením kompresní práce zpracováním části kinetické energie, je tedy v této aplikaci nežádoucí. Pro řadu aplikací je proto vhodné volit jiné kritérium účinnosti.

Pro účely této práce bude použita dnes již klasická formulace účinnosti podle vztahu (4), přičemž vzhledem ke konstantním hodnotám hnacího proudu, nasávaného okolí i protitlaku při optimalizaci, se cílová funkce omezí na pouhý poměr hmotnostních toků Γ podle vztahu (5). K návrhu ejektorů se používají i dvourozměrné metody, které jsou beze sporu schopné poskytnout podrobnější výsledky než jednorozměrné metody, ale je s nimi spojeno mnoho nevýhod. Zejména se vyznačují výraznější složitostí, jelikož vzhledem k jejich vícerozměrnosti musí brát v úvahu i jevy jako turbulence či rázové vlny. Jako první uvažovali vícerozměrné proudění *Goff* a *Coogan* [10], jejichž metoda byla založena převážně na experimentálně stanovených konstantách. Z pohledu této práce není takto pojatá dvourozměrná metoda významnou. Do dvourozměrných metod ovšem patří i návrh pomocí numerických simulací proudových polí. Jelikož jde o stěžejní část práce, je dvourozměrné numerické metodě věnována zvláštní kapitola. K návrhu trysek supersonických ejektorů se velmi často využívá i metody charakteristik, která předpokládá, že se veškeré tlakové vzruchy v nadzvukovém proudu šíří pouze v zasažené oblasti, která je ohraničená právě lineárními charakteristikami. Metoda umožňuje řešení proudění uvnitř navržených trysek včetně nevazkých interakcí nadzvukových proudů a rázových vln [11–16]. Velmi často je metoda charakteristik používána i k tvarové optimalizaci jednotlivých komponentů ejektorů, například trysek. Uvedená metoda ale nezahrnuje vliv vazkosti a nezachycuje samotné směřování. Proto je kombinována ve spojení s jednorozměrnou metodou návrhu jako její možné zpřesnění. Přestože metoda charakteristik je založená na řešení nevazkého proudění, byla vyvinuta její modifikace, jež bere v úvahu korekci na mezní vrstvu [14–17].

1.1.3. Optimalizace ejektorů – současný stav

Na účinnost ejektoru má vliv velké množství parametrů – fyzikální vlastnosti použitého média (molární hmotnost, vazkost, ...), konstrukční parametry ejektoru, jako jsou například tvar a pozice trysek, délka směšovací komory, tvar difuzoru, stav kontinua na vstupu do ejektoru (například tlak, termodynamická teplota, intenzita turbulence) a zřejmě další. V minulosti se *DeFrante* a *Hoerl* pokusili sestavit diagram pro optimální návrh ejektoru [18]. Tento diagram ale popisuje pouze velmi slabě optimální geometrii a spíše zachycuje trendy. Navíc pracuje s relativně malým rozsahem poměrů tlaků. Nelze jej tedy chápat jako komplexní nástroj k návrhu optimálních ejektorů. Asi nejbližší k zaměření této práce je výzkum *Quina*, *Jiminga* a *Guangminga*, kteří se ve své práci [19] pokusili optimalizovat supersonický ejektor s ohledem na víceúčelovou cílovou funkci prostřednictvím evolučních algoritmů. Omezili se ovšem pouze na relativní význam jednotlivých parametrů a konkrétní závěry týkající se optimálního designu nejsou uvedeny s konstatováním, že se jedná o velmi komplexní problematiku. Výzkumem vlivu základních geometrických parametrů ejektoru prostřednictvím metod CFD se zabýval *Zhu* [20]. Omezil se ovšem pouze na studium základních parametrů, jako je výstupní průměr hnací trysky a úhel konvergence směšovací komory (v případě, že není použita komora rovnoplochá). Přes malý počet parametrů se práce stala přínosnou, jelikož ukázala velmi výraznou citlivost výkonnosti ejektoru právě na zúžení směšovací komory. Teoretickým a numerickým rozborem proudění uvnitř rovnoplochého supersonického ejektoru se zabývali *Dutton* a *Mikkelsen* [21, 22]. Z jejich výsledků vychází celá řada autorů. Dílčí problematikou, jež dále ovlivňuje vlastnosti supersonických ejektorů, se zabýval *Chenn*, který studoval vliv rozměrů sekundárního hrdla u rovnotlakých směšovacích komor supersonických ejektorů na celkovou účinnost zařízení [1]. Vliv sekundárního hrdla studoval i *Bauer* [23]. *Kumaran* [24] se zabýval optimalizací supersonického ejektoru, který byl určen k testování raketových motorů ve velkých nadmořských výškách. Jako primárního média byl použit nitrogen.

Z výsledků uvedených prací lze vyvodit závěry, že u supersonických ejektorů je rovnoplochá směšovací komora výhodnější, bereme-li za cíl zvýšení nasávaného hmotnostního toku, zatímco rovnotlaká směšovací komora umožňuje dosáhnout vyššího statického tlaku na výstupu z ejektoru. Zároveň se ukazuje velmi výrazná citlivost účinnosti ejektoru na úhlu kontrakce zužující se části komory. Funkce závislosti účinnosti na úhlu kontrakce má tedy velmi ostré maximum, kterého je velmi komplikované dosáhnout. Optimalizací zejména směšovací komory subsonických ejektorů se zabýval *Dvořák* [25–27]. Rozbor režimů supersonického ejektoru byl proveden rovněž *Dvořákem* [28] a v minulosti supersonické ejektory zkoumal i *Fabri* [29].

1.2. Optimalizační metody v mechanice tekutin

Tato podkapitola obsahuje v úvodu upřesnění pojmů oboru optimalizace, se kterými tato práce dále v textu nejčastěji pracuje. Problémy, kterým je nutné čelit při optimalizaci ejektorů s nadzvukovým hnacím proudem a důvody, které zabraňují nasazení existujících postupů na optimalizaci supersonického ejektoru a které vedly na formulaci nového optimalizačního postupu, jsou diskutovány v následující podkapitole. Dále je diskutována komplexnost prohledávaného prostoru, jelikož tato přímo ovlivňuje náročnost řešeného problému a zmíněn je i důvod, proč není možná existence jediného univerzálně úspěšného optimalizačního algoritmu. Nově navržený optimalizační postup v sobě kombinuje řadu komponent (viz kapitola 4.) z již existujících postupů a je proto vhodné použít komponenty uvést i v jejich původní formě. V navazujících podkapitolách jsou proto uvedeny metody optimalizace, které jsou dnes již běžně používány a lze je tedy nazvat klasickými, i jednotlivé metodiky spojené s nasazením optimalizačních algoritmů, které mohou jejich běh významně ovlivnit, přestože netvoří ucelený algoritmus. K rozvoji těchto postupů v posledních letech dochází v souvislosti s rozšířením aplikace výpočetní mechaniky tekutin, *CFD* a překotným vývojem optimalizačních postupů. Vedle klasických metod, které jsou aplikovatelné jak ve spojení s experimentálním vyhodnocením cílové funkce tak při použití výpočetní mechaniky, vznikají metody speciální, určené výhradně pro spojení s numerickými simulacemi. Tyto metody totiž často využívají veličiny, které není možné experimentálně získat, případně využívají charakteristických vlastností numerických simulací, které se při experimentálním postupu vůbec neobjevují. Jejich popisu je věnována další podkapitola. Zvláštní podkapitola je věnována genetickým algoritmům, jelikož tvoří významnou součást této práce. Zvláštní podkapitola je věnována úvaze o základních benefitech morfovaní výpočetní sítě ve výpočetní mechanice tekutin a tomu, jakým způsobem je možné tyto výhody využít ve spojení s optimalizačními algoritmy. Vliv je demonstrován na konkrétním případě morfované geometrie ze závěru této práce. Uvedené poznatky jsou dále použity pro tvorbu nového algoritmu v kapitole 4.

1.2.1. Základní pojmy optimalizace

Vzhledem k tomu, že pojem optimalizace je v této práci často zmiňován, je vhodné jej definovat a citovat specifické vlastnosti, které jsou nutné pro práci s ním.

Optimalizace

Optimalizace je proces, jenž vede k minimalizaci vektoru cílových funkcí

$$\vec{f}(\vec{x}) = (f_1(\vec{x}), f_2(\vec{x}), \dots, f_k(\vec{x})) \in Y, \quad (6)$$

který je závislý na vektoru optimalizačních proměnných

$$\vec{x} = (x_1, x_2, \dots, x_p) \in X \quad (7)$$

s ohledem na vedlejší podmínky

$$\vec{g}(\vec{x}) = (g_1(\vec{x}), g_2(\vec{x}), \dots, g_m(\vec{x})) \leq 0, \quad (8)$$

kde X je parametrizačním prostorem a Y je optimalizačním prostorem.

Mluvíme-li o globálních a lokálních optimalizačních metodách, je jejich zařazení závislé na schopnosti nalezení globálního, či pouze lokálního optima v rámci parametrizačního prostoru.

Globální optimum

Globálním optimem (extrémem) nazveme bod $\vec{x}^* \in X$, pokud

$$\forall \vec{x} \in X, \vec{x} \neq \vec{x}^* \text{ platí, že } f_i(\vec{x}^*) \leq f_i(\vec{x}), i \in 1, 2, \dots, k. \quad (9)$$

Lokální optimum

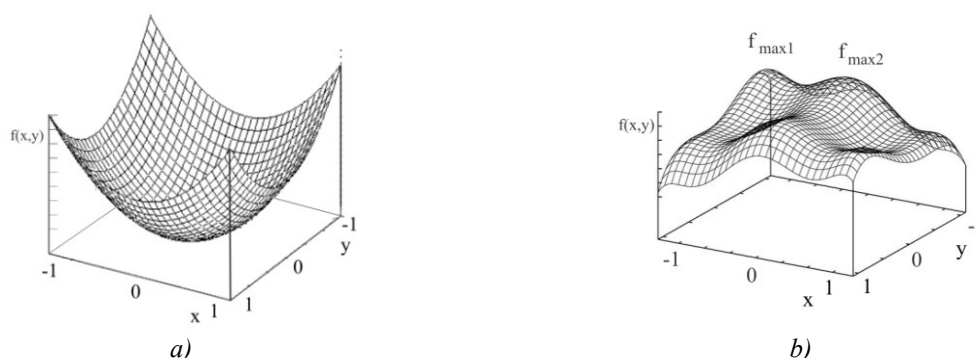
Lokálním optimem (extrémem) nazveme bod $\vec{x}^* \in X$, pokud pro okolí bodu $O(\vec{x}^*)$ platí

$$\forall \vec{x} \in O(\vec{x}^*), \vec{x} \neq \vec{x}^* \text{ platí, že } f_i(\vec{x}^*) \leq f_i(\vec{x}), i \in 1, 2, \dots, k. \quad (10)$$

Cílová funkce

Cílovou funkcí rozumíme takovou funkci, jejíž optimalizace (nalezení maxima či minima) povede k nalezení optimálních hodnot jejich argumentů (nezávislých proměnných). Na každou cílovou funkci lze nahlížet jako na geometrický problém, v jehož rámci se hledá nejnížší (minimum) či nejvyšší (maximum) pozice na ploše ležící v (N+1) rozměrném prostoru, pro kterou se používá výraz „hyperplocha“ či „prostor možných řešení“ daného problému. Počet dimenzí N je dán počtem optimalizovaných argumentů (nezávisle proměnných) cílové funkce. Má-li například optimalizovaná funkce pět nezávislých parametrů, pak se hledá extrém na šestiřozměrné ploše, kde šestým rozměrem je hodnota návratové (cílové) funkce.

Nejjednodušší formou cílové funkce je funkce unimodální, která obsahuje jeden globální extrém. Pro řešení úloh s takovou cílovou plochou je vhodný v podstatě jakýkoliv optimalizační algoritmus, jelikož nehrozí uvíznutí algoritmu na lokálním extrému. Složitějším případem jsou multimodální cílové funkce, které obsahují nejen větší množství lokálních extrémů, ale i mohou obsahovat i více globálních extrémů se stejnou hodnotou cílové funkce. Na obr. 3a) je uveden příklad unimodální sférické funkce (první De Jongova testovací funkce). Na obr. 3b) je ukázka obecné multimodální funkce, která obsahuje dva shodné extrémy $f_{\max 1}$ a $f_{\max 2}$.



Obr. 3: K výkladu cílových funkcí, a) – unimodální sférické funkce (první De Jongova testovací funkce), b) – multimodální funkce s více extrémy.

Odhad modálnosti cílové funkce před samotnou optimalizací je pro následnou volbu optimalizačního algoritmu kritickým. Například použitím jednoduchých gradientních metod na multimodální problém by algoritmus mohl uvíznout v kterémkoliv z lokálních extrémů bez naděje na jeho opuštění. Vzhledem k těmto vlastnostem označujeme takové metody jako lokální.

1.2.2. Úskalí optimalizace ejektorů s nadzvukovým hnacím proudem

Optimalizace v oboru mechaniky tekutin obecně je poněkud specifickou oblastí, která je v porovnání s konstrukční, topologickou či numerickou optimalizací zpravidla významně náročnější na čas potřebný na vyčíslení hodnoty cílové funkce jednoho řešení. K problémům optimalizační procedury se dále připojují úskalí spojená se samotnými numerickými simulacemi. Tyto problémy optimalizace v obecné mechanice tekutin jsou pro případ aerodynamiky nadzvukových rychlostí doplněny dalšími, která komplikují, či v mnohých případech přímo zabraňují, využití existujících algoritmů. Mezi hlavní úskalí spojené s tématem této práce patří:

1) Časová náročnost vyčíslení cílové funkce

Vzhledem k fyzikální podstatě dějů uvnitř nadzvukových ejektorů se jedná o úlohu, která ve svém řešení zahrnuje značné gradienty veličin. K dobrému zachycení těchto gradientů je zapotřebí velmi kvalitní, jemná a rozsáhlá výpočetní síť. To ve svém důsledku vede na prodloužení doby výpočtu. Není výjimkou, že i na velmi výkonných výpočetních stanicích a při značných zjednodušeních (2D geometrie) je čas potřebný na vyčíslení cílové funkce v jednom bodě parametrizačního prostoru řádově desítky hodin. Problém časové náročnosti v případě ejektorů dále umocňuje velmi pomalé projevování se ejekčního efektu, kdy po relativně rychlém vývoji struktury hnacího proudu dochází k ustálení v nasávaném proudovém poli až po řádově delší době. Není výjimkou, že u nasávaného množství nedojde k ustálení ani po 300 000 iteračních krocích, při jinak relativně „agresivním“ nastavení řešiče.

2) Problém se stabilitou řešení a konvergencí

Tento problém je typickým pro optimalizaci v případě transsonických a supersonických rychlostí, kde se v rámci jednoho řešení vyskytuje jak oblast proudového pole s rychlostí $M < 1$, tak i oblast s rychlostí $M > 1$. Takový proud obsahuje diskontinuity ve formě rázových vln a oblasti subsonických rychlostí reprezentovaných eliptickým typem rovnic a supersonické oblasti, které jsou určeny hyperbolickým typem rovnic. Poloha těchto regionů není známa „a priori“ a značně komplikuje samotný výpočet i jeho stabilitu. Oblasti vysokých rychlostí, které nejsou zasaženy žádnou ze skokových změn proudu, lze označit za laminární. Oproti tomu se v ejektoru objevují i oblasti, kde efekty turbulence nejen že nejsou zanedbatelné, ale dokonce místně struktuře proudu dominují. Výpočet nasávaného množství je navíc na přesnosti modelování turbulence přímo závislý a efekt turbulence nelze proto zanedbat, přestože značná část výpočetní oblasti leží v oblasti s laminárním prouděním.

Uvedené problémy komplikují či přímo zabraňují nasazení běžných optimalizačních postupů na problém optimalizace nadzvukové hnací trysky supersonického ejektoru a vyžádaly si tvorbu algoritmu, vytvořeného přímo pro daný problém. Nový postup má eliminovat nutný počet iteračních kroků a zajistit stabilitu řešení tak, aby bylo možné výpočty ve větší míře automatizovat. K uvedeným problémům se navíc připojují další obecné problémy, které vzhledem k jejich závažnosti nelze přehlížet.

3) Počet optimalizačních proměnných

Komplexnost optimalizovaných geometrií zpravidla neumožňuje významnější snížení počtu parametrů (nezávisle proměnných), které by dostatečně přesně definovaly geometrii a přitom poskytovaly dostatečnou volnost optimalizačnímu algoritmu. Náročnost úlohy roste s mocninou počtu volných parametrů

4) Použití vhodného fyzikálního a matematického modelu

Mnoho problémů mechaniky tekutin není dosud korektně vyřešeno do té míry, aby dostatečně přesně reprezentovalo fyzikální podstatu problému a zároveň umožňovalo mnohonásobné použití v optimalizačních procedurách. Proto se dopouštíme řady zjednodušení a aproximací (modelování turbulence, přechod do turbulence atd.), které vnášejí do řešení chybu. Je otázkou konkrétního problému, zda je pro danou aplikaci tato chyba přijatelná či nikoliv. Volba fyzikálního i matematického modelu přitom může silně ovlivnit polohu hledaného optima.

5) Superpozice náhodné chyby na cílovou funkci

Vlivem změn geometrie, její diskretizace, numerických chyb při operacích s reálnými čísly a plovoucí čárkou a jiným, je na skutečnou hodnotu cílové funkce superponována chyba, která je jen velmi obtížně vyčíslitelná.

1.2.3. Složitost prohledávaného prostoru

I v odborných kruzích panuje často přesvědčení, že všechny úlohy optimalizace se dají spočítat, máme-li k dispozici dostatečný výpočetní výkon a účinný algoritmus. Některé problémy ovšem algoritmicky řešit nelze, či je jejich řešení krajně náročné a to z důvodu jejich samotné podstaty [30]. Nejtypičtějším příkladem je známý problém obchodního cestujícího – „*Traveling Salesman Problem*“ – TSP [31]. Tento problém má významnou pozici v této práci a je proto vhodné se na něj podrobněji zaměřit. Jedná se o úlohu, v níž musí obchodní cestující procestovat množinu N měst a to co v nejkratším čase, nebo s co nejmenší celkovou dráhou. Podmínkou je, že každé město musí být alespoň jednou navštíveno. Problém se dá vizualizovat pomocí grafů [32]. Například na obr. 4 je uveden příklad nejlepší a nejhorší možné cesty mezi sedmi městy.



Obr. 4: Obchodní cestující se sedmi městy, a) – nejlepší trasa, b) – nejhorší trasa.

Trajektorii cestujícího v dvourozměrném *Euklidovském* prostoru představuje sekvence bodů o souřadnicích $[x, y]$. Počet všech možných cest je v případě symetrického problému (cesta

z města A do města B je stejně dlouhá v obou směrech) podle teorie kombinatoriky určen ze vztahu

$$C = \frac{(N-1)!}{2}. \quad (11)$$

Jak je možné poznat ze vztahu (11), množství možných kombinací velmi rychle narůstá s rostoucím počtem měst. S uvedeným problémem souvisí i třídy řešených problémů. Podle časové náročnosti lze řešené problémy neformálně rozdělit na dva základní typy:

- 1) Polynomiální – řešitelný v čase polynomiálně závislém na rozměru úlohy.
- 2) Npolynomiální – neřešitelný v čase polynomiálně závislém na rozměru úlohy.

1.2.4. Klasické optimalizační metody

Mezi základní metody optimalizace využívané v aerodynamice, které dnes již lze nazvat klasickými, patří přímé a gradientní metody. Jejich ucelený přehled lze nalézt v práci *Sládka* [33]. Tyto metody do značné míry čerpají z metod numerické optimalizace, jejichž ucelený přehled lze nalézt v publikaci *Bonnanse* [34]. Značné obliby se v praxi těší i některé jednodušší formy evolučních algoritmů. Jejich podrobným popisem se v českém jazyce zabývá zejména *Hynek* v publikaci [35] a *Zelinka* [36, 37].

Roztřídění optimalizačních metod lze učinit podle celé řady kritérií. Například *Sládek* ve své práci využívá dělení podle druhu zachyceného extrému, způsobu výběru bodů z parametrizačního prostoru a označení skupiny algoritmů. Naproti tomu například *Vesterstrom* a *Riget* [38] používají dělení na tradiční (exaktní) a heuristické (přibližné) metody. Další možné uspořádání uvádí *Zelinka* [36, 37]. Autorovi je nejbližší dělení metod, uvedené v tab. 1.

Tab. 1: Rozdělení optimalizačních metod.

Druh zachyceného extrému	Výběr bodů z parametrického prostoru	Skupina algoritmů	Příklady metod
Lokální	Deterministický	Přímé	Simplexová metoda Hookova-Jeevesova metoda Roosenbrokova metoda
		Gradientové	Newtonova metoda Metoda největšího spádu
	Stochastický	Stochastické	Monte Carlo
	Globální	Evoluční (stochasticky heuristický)	Bodová strategie
Strategie populace			Genetické algoritmy
Hybridní			Náhrada cílové funkce

Důvodem, proč potřebujeme mít k dispozici celou řadu algoritmů, je neexistence univerzálně úspěšného algoritmu. O tomto problému pojednává tzv. „*No Free Lunch*“ teorém. V něm se velmi stručně řečeno tvrdí, že neexistuje algoritmus, který by dokázal všechny problémy řešit lépe, než ostatní. I proto je při řešení nové úlohy třeba volit algoritmus nejlépe vyhovující danému problému. Podrobněji je tato problematika uvedena ve zprávě *D. H. Wolperta* [39].

1.2.5. Moderní prvky v optimalizaci

Tato podkapitola neuvádí žádný konkrétní optimalizační algoritmus, ale spíše diskutuje metodiku řešení úloh, které jsou v současnosti rozšířeny zejména ve sféře komerčního využití metod CFD, kde se tyto postupy a kombinace jednotlivých přístupů opakovaně osvědčily. Ve všech případech citovaných v této podkapitole se jedná o postupy implementovatelné do celé řady algoritmů. Například podkapitoly „Robustní parametrizace“ a „Morfující výpočetní síť“ pojednávají o možnosti manipulace s geometriemi problému tak, aby byla pro algoritmus optimalizace co nejrobustnější a nejefektivnější. Manipulace s výpočetní sítí byla v minulosti zařazována do celku s vyčíslením cílové funkce jako pouhá nutná diskretizace objemu, předcházející samotnému numerickému řešení proudového pole. Dnes se ukazuje, že vhodným způsobem manipulovaná geometrická a diskretizovaná data mohou výrazným způsobem přispět k zefektivnění běhu samotných optimalizačních algoritmů.

Trendem posledních let se stávají i metody vyvinuté přímo producenty komerčních CFD programů. Tyto metody jsou vždy optimalizovány pro možnosti daného softwarového balíku. Je jich proto celá řada a vykazují mnoho specifických vlastností. Jejich cílem je zejména jednoduchá formulace problému uživatelem a robustnost samotného postupu optimalizace. Výsledkem je například metoda parametrizace úlohy v nástroji „*RBF Morph*“ pomocí „*Bounding Box*“ fy. ANSYS. Poměrně důležitým prvkem optimalizačních úloh se stává také citlivostní analýza parametrů, která umožňuje nalezení parametrů s největší/nejmenší odezvou cílové funkce a následné zredukování počtu dimenzí parametrického prostoru. Řadu publikací na toto téma napsal například *Most* a *Will* [40]. Přístup, jenž kombinuje citlivostní analýzu a náhradu cílové funkce pomocí náhradní plochy, je dnes často označován jako DOE tedy „*Design of Experiment*“. Jako další odvětví optimalizace by mohl být jmenován přístup s použitím metamodelu, který co možná nejvěrněji nahrazuje komplexní a náročný reálný problém a následná optimalizace je prováděna na zredukovaném problému. V posledních letech dochází i k rozvoji a průmyslové implementaci metody „přidružených rovnic“, které jsou připojeny k základním CFD rovnicím během výpočtu. Souhrnně se systém přidružených rovnic a jejich řešič nazývá „*Adjoint solver*“ [41–44]. Výhodou tohoto přístupu je poměrně malá přidaná náročnost výpočtu oproti ostatním optimalizačním metodám. V odborné literatuře se velmi často objevuje také tzv. „*Multi-Objective Optimization*“, tedy optimalizace s více než jednou cílovou funkcí. Řešením problému pak není jedno řešení geometrie, nýbrž soubor řešení nazývaný „*Pareto fronta*“. Užitečnou publikací k tomuto tématu je kniha, jejímž autorem je *Breitkopf* [45]. Vzhledem k překotnému vývoji v oboru optimalizačních úloh jsou velmi hodnotnými zdroji informací mezinárodní konference na toto téma, jako například *Optimization and Stochastic Days*, *Computer Aided Optimum Design in Engineering*, *World Congress on Structural and Multidisciplinary Optimization*, *Engineering Optimization* a jiné.

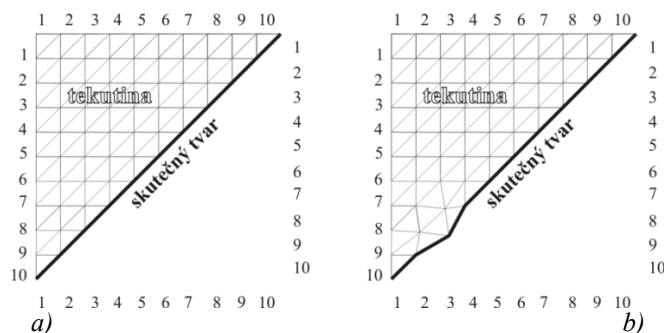
Adjoint solver

Velmi slibnou metodou, přímo určenou pro spojení s výpočetní mechanikou tekutin, je tzv. „*Adjoint solver*“. Jedná se o specializovaný nástroj, který překračuje rozsah analýzy poskytované standardním proudovým řešičem tím, že poskytuje údaje o citlivosti „tekutinového“ systému. Postup *Adjoint* řešičů spočívá ve standardním výpočtu proudového pole, kdy je ke všem řešeným rovnicím připojena sada *Adjoint* rovnic, jejichž přesný tvar závisí

na konkrétním řešení [43]. Jejich vyhodnocení bývá ve srovnání s řešením soustavy bilančních rovnic velmi rychlé a nenáročné a samotný výpočet tak řádově neprodlužují. Například v práci [42] bylo ukázáno, že pro 2D problémy bylo navýšení potřebné paměti vlivem přidružených rovnic o 38 % oproti standardnímu řešení proudového pole a výpočetní čas dosáhl přibližně dvojnásobku. Výsledkem řešení je vektorové pole na optimalizovaném povrchu, jež nám dává informaci o vlivu posuvu sledovaného uzlového bodu či plochy na cílovou funkci. Zápornou stránkou přístupu je, že *Adjoint* řešič není schopen určit velikost vektoru deformace sledovaného uzlu, pouze hodnotí relativní vliv posunu v rámci všech sledovaných uzlů (gradient cílové funkce při deformaci geometrie). Nelze jej tedy přímo využít pro přímý výpočet souřadnice bodu optimalizačního prostoru, kam by se měl algoritmus posunout v dalším kroku. Nepřímé použití vypočtených gradientů k výpočtu změny parametru se přesto v mnoha aplikacích používá [44]. Kladnou stránkou je naopak určení vlivu posuvu všech uzlů, které tvoří sledovaný povrch či těleso.

Morfuující výpočetní síť

K morfování kritických oblastí během postupu *Adjoint* řešičů je nejvhodnější využít tzv. morfování, které se využívá pro aktualizaci výpočetní sítě. V tomto přístupu je počáteční geometrie diskretizována tak, že veškeré okrajové uzlové body výpočetní sítě leží na povrchu, který tvoří geometrii problému. Modifikace na aktuální řešený tvar se pak děje prostřednictvím posunů těchto okrajových uzlů. V závislosti na použitém algoritmu, požadavků na síť a velikosti posuvů dojde k posuvu i sousedních uzlů tak, aby byla udržena kvalita výpočetní sítě, jak je uvedeno na obr. 5.

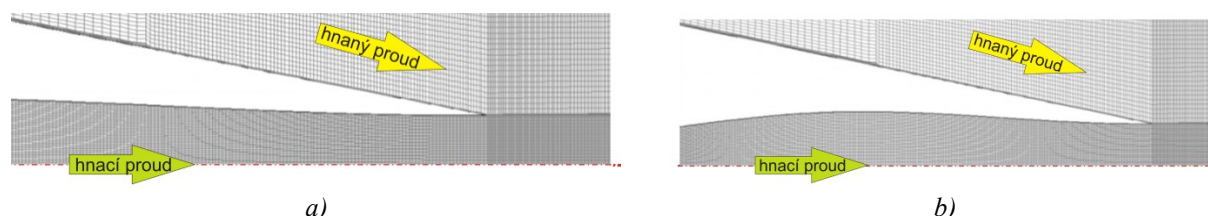


Obr. 5: Morfování výpočetní sítě po změně tvaru problému, a) – původní síť, b) – zmorfovaná síť.

1.2.6. Význam morfování výpočetní sítě při optimalizaci ejektorů

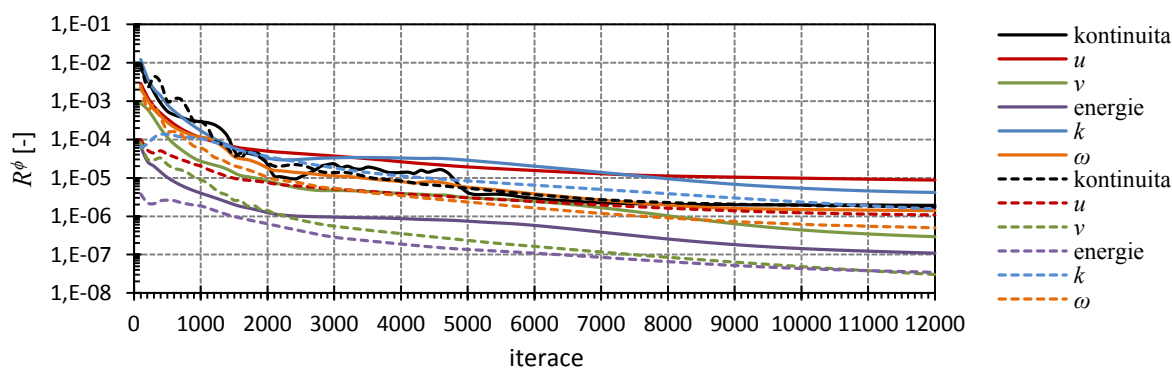
Pokud je k vyčíslení cílové funkce v rámci libovolného optimalizačního algoritmu využito nástrojů výpočetní mechaniky tekutin, založené na metodě konečných objemů, je možné se při mnohačetném volání cílové funkce (simulací) vyhnout náročné tvorbě výpočetní sítě nové varianty morfováním sítě předešlého řešení (případně jiného). Během morfování zůstává zachována topologie sítě, počet kontrolních uzlů a buněk a dochází pouze k jejich relativnímu pohybu. Vzhledem k zachování buněk samotných lze při morfování s výhodou zachovat veškeré spočtené veličiny proudového pole i pro nové řešení. Jinými slovy, řešení na nové (zmorfované) výpočetní síti je kvalitně inicializováno kompletním výsledkem předchozího kroku. Vhodnost uvedeného postupu je ověřena na testovacím problému mutace tvaru

nadzvukové hnací trysky ejektoru, který je typický pro tuto práci. Morfováním výpočetní sítě při vhodných parametrech vznikne síť velmi podobná síti výchozí. Při dobrém nastavení tak dostáváme síť se vzájemně velmi podobnou kvalitou. Je tak možné považovat výchozí podmínky výpočtu přibližně za shodné. Nevhodným morfováním naopak může dojít k výraznému relativnímu pohybu kontrolních uzlů, což může vést na síť s velmi špatnou kvalitou. Ukázka původní a zmorfované výpočetní sítě s dobrým nastavením morfování je uvedena na obr. 6. Jedná se detail okolí odtokové hrany hnací trysky dvourozměrného ejektoru ze závěru této práce.



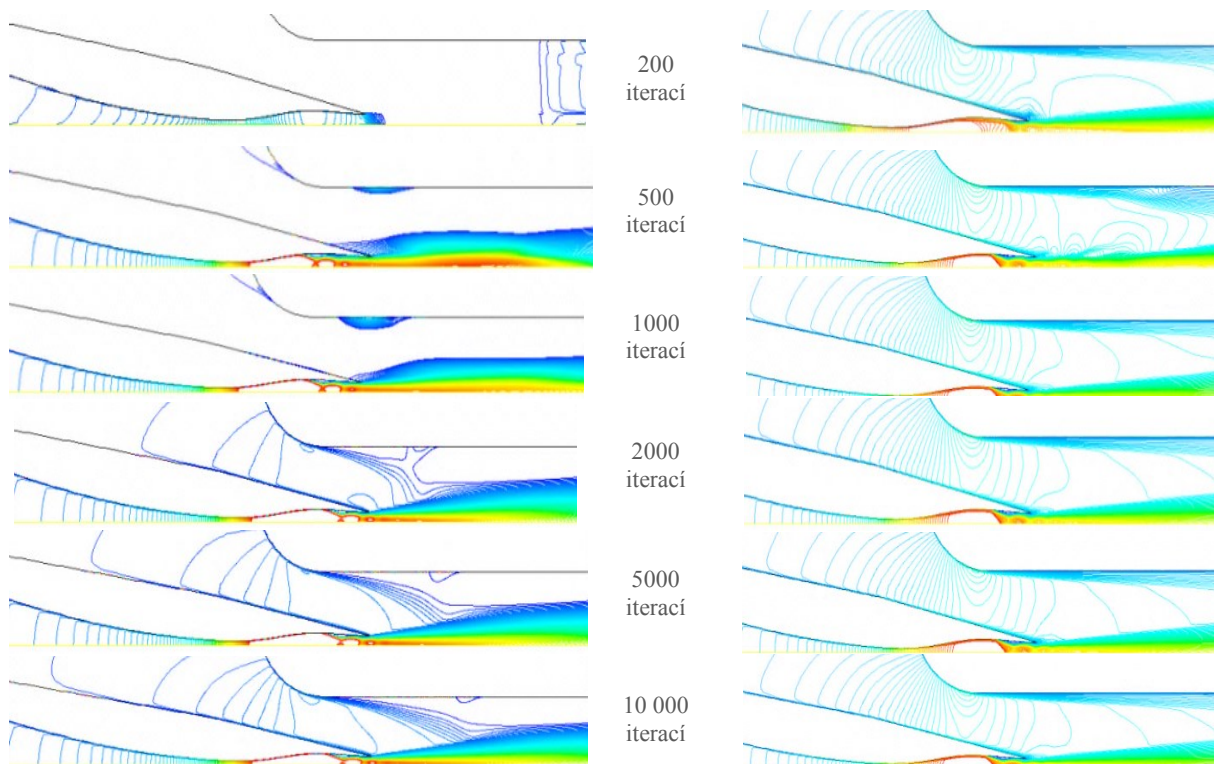
Obr. 6: Detail výpočetní sítě dvourozměrného symetrického ejektoru v blízkosti odtokové hrany nadzvukové hnací trysky, a) – původní síť, b) – síť po zmorfování.

Zachováním veličin z předchozího kroku dojde ke zrychlení iteračního postupu nového řešení. Vliv morfování na rychlost iteračního postupu CFD výpočtu je ilustrován na obr. 7. Zobrazeny jsou průběhy reziduí bilančních rovnic [44] pro oba přístupy – klasickou inicializaci proudového pole na konstantní hodnoty vypočtené z okrajové podmínky hnacího vstupu a inicializaci zachováním hodnot z předchozího řešení – po morfování. Z obr. 7 je patrná rychlejší konvergence, ke které dojde v případě inicializace zachováním veličin z předchozího kroku. Například ke konvergenci řešení vodorovné složky rychlosti – u na hodnotu reziduí $1E-6$ dojde po klasické inicializaci až po 8000 iteracích, při zachování veličin je stejné hodnoty rezidua dosaženo po 2000 iteračních krocích. Časová úspora z toho plynoucí je zřejmá. Míra zrychlení postupu je samozřejmě dána vzájemnou podobou navazujících řešení. Tato myšlenka tvoří jeden ze základních prvků nového algoritmu, formulovaného v kapitole 4.

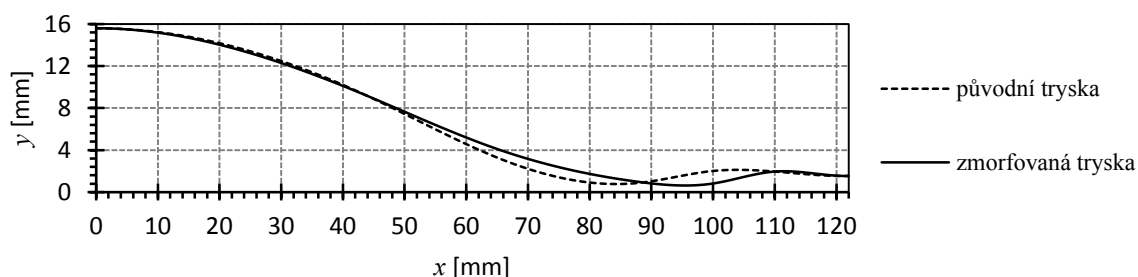


Obr. 7: Iterační postup výpočtu, spojitě – průběhy po standardní inicializaci, přerušované – průběhy po zachování hodnot z předešlého řešení (morfování).

Rozdíl v postupu řešení je zvláště patrný z obrazů rychlostí uvnitř výpočetní domény. V případě simulování ejekčního jevu totiž platí, že po vyvinutí primárního proudu dochází k reakci nasávaného proudu (sání) jen velmi pozvolna a potřebný počet iteračních kroků tak řádově narůstá. To má za následek zvýšení nároků na výpočetní čas. Zachováním veličin lze tuto dobu výrazně zkrátit, jak plyne z obr. 7 a 8. Původní i zmorfovaný tvar symetrické dvourozměrné trysky, užité pro ilustraci postupu řešení na obr. 7 a 8, jsou uvedeny na obr. 9.



Obr. 8: Isokontury podélné složky rychlosti u ($0 \div 500$) $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ v různé fázi iteračního postupu, levý sloupec – inicializované řešení, pravý sloupec – morfováním zachovány hodnoty původního řešení.



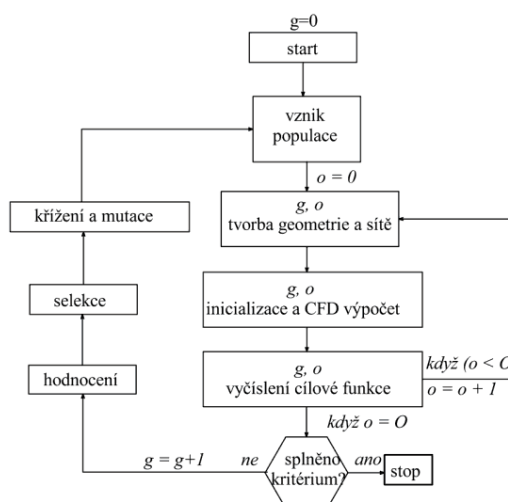
Obr. 9: Původní a zmorfovaný tvar symetrické poloviny dvourozměrné hnací trysky supersonického ejektoru.

Z obr. 7 a 8 navíc vyplývá problém, který je již zmíněn v podkapitole 1.2.2. – totiž že ejekční efekt se na sekundárním proudu projevuje velmi pomalu. Potřebný počet iterací ke konvergenci úlohy tak roste. Uvedme příklad změny podélné rychlosti hnaného proudu v pokročilé fázi výpočtu – například po pěti tis. iteracích. Změny rychlosti v rámci jednoho iteračního kroku výpočtu jsou v této fázi velmi malé a v relativním srovnání s lokální rychlostí téměř zanedbatelné. Výsledkem je nízký reziduál bilanční rovnice pro podélnou složku rychlosti R^u , podle kterého by mohlo být usuzováno na uspokojivé řešení. Z obr. 8. je ovšem patrné, že plně vyvinutého sekundárního proudu nebylo zdaleka dosaženo. Z toho plyne fakt, že na uspokojivé řešení nelze usuzovat jen na základě hodnot globálních reziduálů (podrobněji viz podkapitola 5.5.). Jak je výše popsáno, nelze na rychlost iteračního postupu usuzovat pouze podle průběhu reziduálů na obr. 7 a kladný vliv zachování veličin je tak mnohem výraznější, než z tohoto obrázku vyplývá.

1.2.7. Genetické a mikro-genetické algoritmy (GA, μ GA)

Z pohledu této práce zaujímá významné místo genetický algoritmus (GA), který pracuje s pojmy *Darwinovy* teorie, z níž principiálně vychází. Algoritmus byl poprvé představen *J. Hollandem* v jeho publikaci *Adaption in Natural and Artificial Systems* v roce 1975 [48]. V této práci se jedná ovšem spíše o první nasazení evoluční strategie ve spojení s výpočetní technikou. Za duchovní otce evolučních výpočetních technik lze označit matematiky *A. M. Turinga* a *N. A. Barriceliho*, kteří již v období okolo konce druhé světové války s evoluční strategií pracovali.

Princip algoritmu je zřejmý z obr. 10. V inicializačním kroku je zpravidla náhodně generována nultá populace individuí, kdy každý jedinec reprezentuje jeden řešený problém (geometrii). Namísto náhodného generování může být využito některého z deterministických způsobů tvorby jedinců, například metodou *Latin-Hypercube* [49], jejímž cílem je co nejlepší vzorkování zvoleného prostoru.



Obr. 10: Schéma genetického algoritmu při využití CFD metody k hodnocení jedinců.

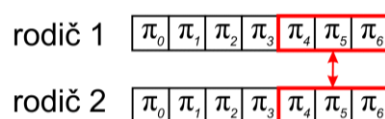
Vznik nulté generace nebývá nijak komplikovaný. Komplikovanější je však způsob kódování individuí. Při kódování se jedná o zápis jedince do obdoby chromozomu, který nese veškeré informace o svém majiteli a to prostřednictvím užitě syntaxe. V této práci je použito kódování do chromozomu prostřednictvím reálných čísel, které nabývají přímo hodnot optimalizačních parametrů. Výsledný chromozom má pak tvar uvedený na obr. 11.

gen	0	1	2	3	4	5	6
chromozom jedince	π_0	π_1	π_2	π_3	π_4	π_5	π_6

Obr. 11: Ilustrace chromozomu jedince použitého v této práci.

Tento chromozom následně zastupuje jedince ve všech operacích GA a je na něj v průběhu optimalizace (evoluce) aplikována celá řada operátorů a postupů, jako je selekce, křížení a mutace, které simulují procesy v přírodě. Prakticky to znamená, že například mutace jedince se děje prostřednictvím zmutování části jedincova chromozomu. V publikovaných pracích je využívána celá řada způsobů kódování jedince. Například binárním kódem či reálnými čísly. Prozatím tedy předpokládejme, že máme k dispozici rozsáhlou množinu chromozomů, jež reprezentuje nultou generaci jedinců. V dalším kroku je provedeno ohodnocení všech

občanů – napříč celou populací. K ohodnocení kvality jedince je využíváno cílové funkce. V této fázi tedy dochází k jejímu volání a probíhají všechny nutné kroky k jejímu vyčíslení (CFD výpočet, vyhodnocení atd.). V okamžiku, kdy má algoritmus k dispozici hodnocení kompletní populace, je aplikován mechanismus selekce. Mechanismů výběru jedince je opět celá řada, jmenujme například výběr pomocí ruletového kola – „*Fitness Proportionate Selection*“ – FPS či turnajový mechanismus. Principem selekce je zohlednění kvalitních jedinců před jedinci slabými. Takto vybraní členové populace se dále účastní křížení a výsledkem čehož je potomek, či několik potomků. Mechanismů křížení je velké množství a pro různé druhy problémů vykazují odlišnou účinnost. Například pro řešení TSP problému se jako nejúčinnější ukazuje tzv. křížení hran – „*Edge Recombination Crossover*“ – ERX. Jednou z nejjednodušších forem křížení je křížení jednobodové, kdy je zvolen gen, od kterého jsou všechny následující geny rodičů vzájemně zaměněny podle obr. 12.



Obr. 12: Mechanismus křížení rodičovských chromozomů – jednobodové křížení.

Na vzniklé jedince je následně s určitou mírou pravděpodobnosti aplikován další evoluční operátor – mutace. Následkem této operace je povětšinou náhodně mutován, tedy změněn, jedincův chromozom či gen. V praxi bývá operátor mutace aplikován s jistou mírou pravděpodobnosti, PM , často okolo 1 %. Ve většině případů se jedná o PM jednotlivého genu chromozomu. Výsledná PM celého jedince je proto odvislá i od délky chromozomu. Bez operace mutace často algoritmus uvízne v lokálním optimu. Je tomu tak proto, že během evoluce není možné udržet dostatečně rozmanitý genofond populace. V případě příliš silné mutace dochází naopak k degeneraci populací a je ztracena cenná informace o kvalitních jedincích. Stejný princip platí u všech zmíněných genetických operátorů. Pro vznik dostatečně efektivního GA je proto vhodné provést důkladné testování a ladění jeho genetických operátorů. To se většinou provádí na ověřených testovacích funkcích, jejichž charakter (modálnost) se shoduje s očekávaným charakterem řešeného problému.

Vzhledem k heuristické povaze většiny z evolučních operátorů se jedná o algoritmus globální. V průběhu let byla vyvinuta celá řada modifikací evolučních algoritmů, většinou s cílem zvýšit jejich účinnost pro daný problém [50]. Jmenujme za všechny např. simulované žihání. V této práci je využito GA jako nástroje pro řešení problému obchodního cestujícího v mechanismu adaptace sekvence geometrií. Navíc je využito formální shody kódu adaptace sekvence a evolučního algoritmu (viz dále). Zdrojového kódu GA je tak vícenásobně využito v různých částech algoritmu. Obvyklé počty jedinců v populacích u GA dosahují $5 \cdot P$ až $10 \cdot P$, kde P je počet volných parametrů. Ve výsledku se jedná u snadno vyčíslitelných cílových funkcí o stovky až tisíce jedinců. U problémů, které se vyznačují náročným vyčíslením cílové funkce, není optimalizace s takto rozsáhlou populací realizovatelná. Proto vznikla zvláštní skupina genetických algoritmů, která pracuje s mikro-velikostí populace. Takové algoritmy jsou označovány μ GA a pracují již s populacemi o třech jedincích [51]. Tato práce nejčastěji pracuje s počtem jedinců 10 až 30. Takový počet jedinců řadí použitý algoritmus spíše do skupiny μ GA.

2. Metody experimentu

V této kapitole jsou popsány metody experimentu užité pro verifikaci numerických simulací vzduchového ejektoru s nadzvukovým hnacím proudem. Jedná se o šlírovou metodu vizualizace proudění plynů a pneumatická měření. Dále je uvedena metoda převodu numericky vypočtených proudových polí do šlírového zobrazení, která byla sestavena za účelem jejich kvalitnějšího vzájemného porovnání.

2.1. Optické metody

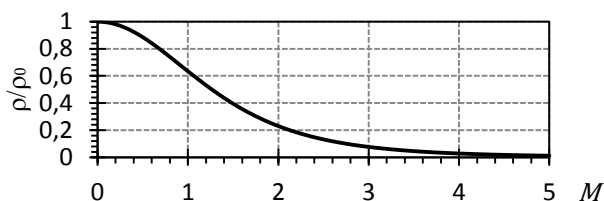
Optické metody pozorování jsou založeny na principu ohybu světelných paprsků, procházejících skrze pozorované kontinuum, a využívají přirozených změn optických vlastností spojených s prouděním stlačitelných tekutin. Ke změně optických vlastností dochází v souvislosti se změnou hustoty prostředí. Tato změna je v našem případě způsobena pohybem kontinua (vzduchu) vyšší rychlostí, při které se již projevuje vliv stlačitelnosti. Proto nám tyto metody umožní vidět zejména takové jevy, jako jsou rázové vlny nebo smykové vrstvy. Souhrnně jsou optické metody pozorování založeny na dvou fyzikálních principech [14]:

- 1) Proudění stlačitelných tekutin je spojeno se změnou místní hustoty.
- 2) Rychlost světla závisí na hustotě prostředí, v důsledku čehož se světelný paprsek procházející hustotní změnou lomí nebo ohýbá.

Odklon světelného paprsku procházejícího měřicím prostorem, ve kterém je v délce L přítomen souřadnicový gradient statické hustoty $d\rho/dy$ je podle výše uvedených principů dán vztahem

$$\Delta\alpha = -\frac{L}{n}K \frac{d\rho}{dy}. \quad (12)$$

Ze vztahu (12) je zjevné, že úhel odklonu paprsku je přímo úměrný první derivaci hustoty. V rychle proudícím plynu jsou změny hustoty (tedy derivace) dostatečně velké na to, aby se pozorovaný odklon stal dostatečným pro optické zachycení. Jako příklad si na obr. 13 uveďme izoentropickou závislost poměru hustot na *Machově* čísle pro ideální plyn s izoentropickým koeficientem $\kappa = 1,4$ (vzduch). Z něj je zřejmé, že oblasti nízkých *Machových* čísel ($M < 0,5$) budou optickými metodami hůře postižitelné, zatímco oblasti transsonických a supersonických rychlostí, které se vyznačují velkou změnou poměrů hustot, způsobí výraznější změny optických vlastností a budou tak snadněji pozorovatelné [51–55].



Obr. 13: Závislost izoentropického poměru hustot vzduchu na *Machově* čísle [14].

Jako další příklad lze uvést pozorování rázové vlny. Jelikož obvyklý charakteristický rozměr, na kterém dochází ke vzniku tlakového gradientu (tloušťka rázové vlny), se pohybuje okolo 10^{-6} m, je při rázových vlnách dosaženo značného gradientu hustoty a rychlosti světla. Je tak možné rázové vlny optickými metodami dobře zachytit.

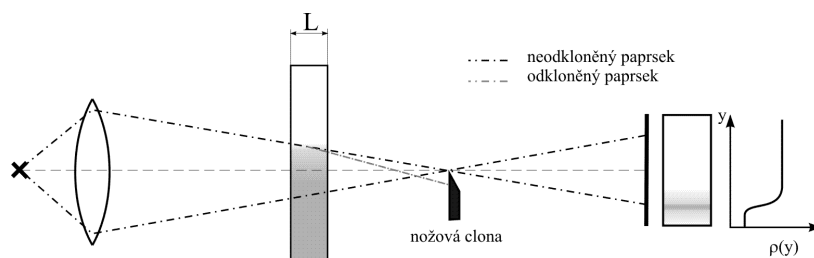
Jak již bylo uvedeno, leží těžiště využití optických metod v oblasti vysokorychlostního proudění. Z vysokých hodnot Machova čísla plynou pro optické metody i další nesporné výhody při srovnání s ostatními přístupy. Zavedením jakékoliv hmotné sondy do nadzvukového proudu totiž dojde k vybuzení rázové vlny a změně proudového pole. Měřená data jsou tak značně zkreslena. Sonda samotná je navíc vystavena riziku poškození či destrukce aerodynamickými účinky proudícího kontinua. Proto jsou optické metody pozorování jedním ze základních pilířů experimentů na zařízeních s velmi vysokými rychlostmi. Uvedených výhod využívají zejména dvě nejrozšířenější metody optických pozorování a měření:

- 1) Šlírová metoda.
- 2) Interferometrická metoda.

V následujícím textu je věnována pozornost zejména šlírové metodě, jelikož tato byla v práci použita pro experimentální ověření numerických výsledků. Interferometrická je zmíněna pouze okrajově jako možný způsob kvantifikace optických pozorování v navazujících pracích [52].

2.1.1. Šlírová metoda

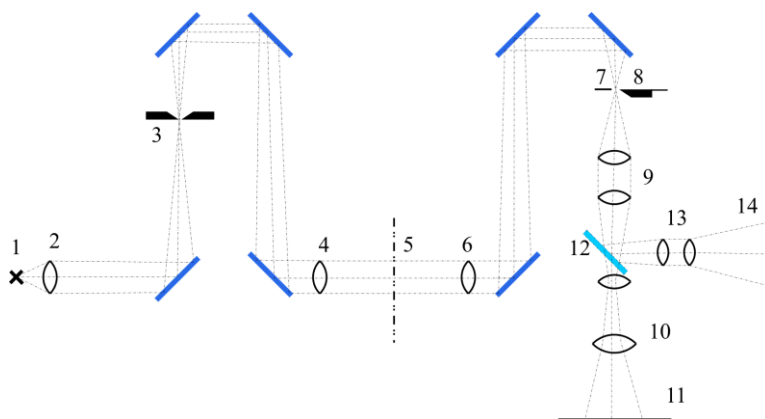
Nejčastěji se clonkových šlírových metod využívá jen pro získání základních poznatků o proudění, hlavně o rázových vlnách, oblastech expanze, úplavu a mezní vrstvě, tedy souhrnně o oblastech s velkým gradientem hustoty. Základní uspořádání vychází z principu *Teoplerova* [53, 54].



Obr. 14: Základní schéma uspořádání šlírové metody s jednou hlavní čočkou.

Pro šlírovou metodu, jejíž základní schéma je uvedeno na obr. 14, se používá intenzivního zdroje světla o malých rozměrech, který je umístěn v ohniskové rovině první čočky. V řadě zařízení je zdroj větších rozměrů promítán kondensorem na štěrbinu ležící v ohnisku první čočky, přičemž průsvitnou plochu této štěrbiny považujeme za zdroj. Zkoumanou oblastí (měřicím prostorem) pak prochází svazek paprsků. V případě, že pozorovaná oblast neobsahuje změny hustoty, protnou se všechny paprsky v ohnisku čočky a pokračují na stínítko. To je v takovém případě rovnoměrně osvětlené. Umístíme-li do roviny ohniska nožovou clonku (břit) a uvažujeme-li zároveň výskyt změny hustoty v měřicím prostoru, jak je naznačeno na obr. 14, pak dojde k ohybu paprsku procházejícího poruchou a následně k jeho dopadu na nožovou clonu. Místo na stínítku, kam původně dopadal neoříznutý paprsek, nyní zůstává neosvětleno a je tedy tmavší, jak je naznačeno na obr. 14 vpravo spolu s odpovídajícím průběhem hustot. Změnou polohy nožové clony se mění množství i druh oříznutých paprsků. Pokud například otočíme clonu na obr. 14 a přibližujeme jí svisle shora dolů k optické ose, jsou nejprve oříznuty neodkloněné paprsky, zatímco paprsky odkloněné mohou dopadnout na stínítko. Výsledný obraz by pak měl podobu negativu k uvedenému zobrazení.

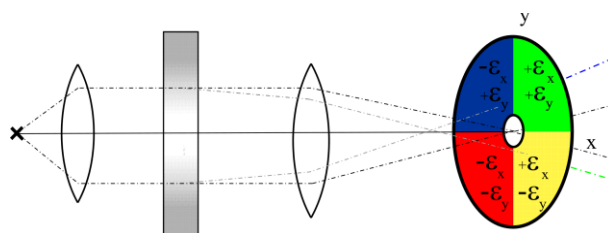
Z principu je možná i kvantifikace obrazových dat, například měřením zčernění obrazu. V praxi se toto využití ale příliš nevyskytuje. Většina šlírovacích zařízení používá výrazně komplikovanější konstrukci než je na obr. 14., zejména je pak využíváno paralelního svazku paprsků vstupujícího do měřicího prostoru. To dále zpřesňuje pozorování. Takového uspořádání je užito na šlírovacím stroji *Zeiss-Jena 80* [55], které je v této práci využíváno na část optických pozorování. Jeho optické schéma je uvedeno na obr. 15.



Obr. 15: Schéma přístroje pro clonkovou metodu Zeiss-Jena [53, 55]; 1 – oblouková lampy, 2 – kondensor, 3 – šlírovací štěrba v ohnisku první hlavní čočky 4, 5 – vyšetřovaná vrstva, 6 – druhá hlavní čočka, 7 – obrazová ohnisková rovina druhé hlavní čočky, 8 – nožová clonka (břit), 9 a 10 – objektivы zobrazující zvolenou rovinu 5 ve vyšetřované vrstvě na matnici 11, nebo na snímáči digitálního fotoaparátu, 12 – sklopné zrcátko umožňující odraz paprsků přes objektiv 13 na stínítko 14 pro vizuální pozorování.

Uspořádání optické osy přístroje do U za pomoci rovinných zrcadel nemá principiální význam. Dosáhne se tím však mnohem menších rozměrů přístroje a větší tuhosti rámu.

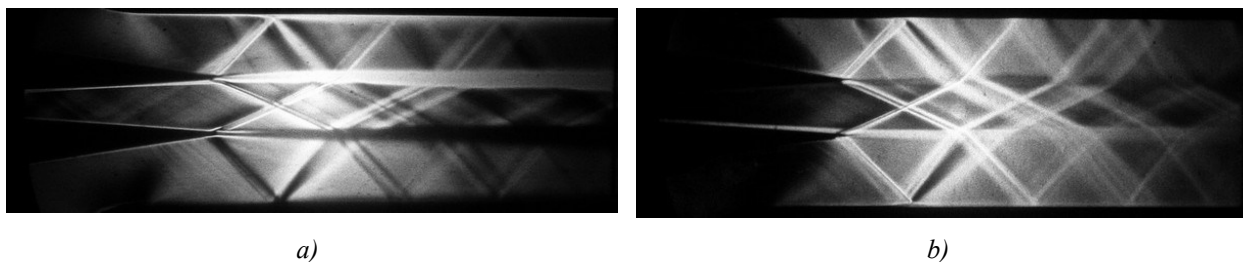
Základní schéma, uvedené na obr. 14, pracuje se změnou hustoty pouze v jednom směru. Reálné pozorované oblasti jsou však přirozeně třírozměrné. Vliv třetího rozměru se snažíme při experimentech co možná nejlépe eliminovat podmínkou konstantního průřezu podél dráhy neodkloněných paprsků. Stále ovšem zůstávají dvě dimenze, v rámci kterých může k odklonu paprsku dojít. K vyřešení tohoto problému lze použít několik opatření. Namísto nožové clony lze například použít barevný filtr podle obr. 16, který zachytí odklon paprsků do více směrů.



Obr. 16: Schéma šlírovací metody s barevným filtrem.

Barevný filtr zobrazí směr odklonu změnou barvy paprsků. Výhodou tohoto přístupu je eliminování difrakce světla, ke které může dojít na hraně nožové clony a možnost zachytit gradientu hustoty ve všech směrech najednou na jeden snímek a to bez nutnosti změny nastavení stroje, jako v případě klasické nožové clony. Aby nedošlo k barevným odchylkám, je nutné použít jako zdroj bílé světlo. Měřením odstínu barevných odkloněných paprsků lze kvantifikovat ohyb paprsků. V takovém případě je nutné použít jednorozměrný barevný filtr [55, 56].

Nasazení klasické šterbiny a nožového břitů má ale i několik výhod. Například přesným odečtem polohy oproti optické ose stroje lze přesně odečíst odklon ořezávaných paprsků, čehož lze dále využít k výpočtu hustoty (viz navazující podkapitoly). Dále je možné rotovat šlírovací šterbinou i nožovým břitem okolo optické osy a měnit tak citlivost na změnu hustoty v různých směrech. Největší citlivosti je logicky dosaženo při natočení šterbiny a břitů kolmo na gradient hustoty. Jako příklad lze na obr. 17 uvést šlírové zobrazení proudového pole supersonického ejektoru při různém natočení a poloze clonky a nože.



Obr. 17: Ukázka citlivosti šlírového obrazu stroje Zeiss-Jena 80 na natočení šlírovací šterbiny a nožového břitů, a) – vodorovná poloha clony, zachyceny jsou zejména gradienty ve svislém směru (mezní a smykové vrstvy), b) – svislá poloha clony, zachyceny jsou zejména gradienty ve vodorovném směru. Experiment na TU v Liberci.

2.2. Převod numerických proudových polí do šlírového zobrazení

Za účelem validace numerických simulací je v této práci využito pneumatických měření na stěně směšovací komory a grafických porovnání proudových polí, získaných pozorováním na barevném a černobílém šlírovacím stroji, s obrazy hustot obdrženy z numerických simulací. Aby bylo porovnání numerických a experimentálních výsledků co nejvěrohodnější, je vhodné jednotlivé výsledky převést do přímo porovnatelných veličin. Nabízí se možnost převést šlírové obrazy na pole hustot pomocí odečtu lokálního zabarvení či ztmavení obrazu a teoretických vztahů. Tato metoda je ovšem velmi komplikovaná a navíc se vyznačuje značnou nejistotou. Proto byl zvolen opačný přístup, kdy za pomoci teoretických vztahů byla numerickými výpočty určená pole hustot převedená na hodnoty zobrazované šlírovacím strojem. Jelikož šlírové zobrazení z principu reaguje na změnu místní hustoty odchylkou paprsků, jsou i numerická pole hustot pomocí teoretických vztahů převedeny na pole odchylek. Odvození těchto vztahů je uvedeno dále.

Index lomu plynu definovali *Gladstone* a *Dale* jako funkci jeho hustoty a popsali jej vztahem

$$K\rho = (n - 1). \quad (13)$$

Známe-li index lomu plynu [57], může být spočtena jeho hustota a naopak. Tato vlastnost tvoří základy optických metod pozorování plynů a par.

Nyní předpokládejme kartézský souřadný systém s osou z , totožnou s optickou osou šlírového stroje. Dále předpokládáme svazek paralelních paprsků vstupující do měřicího prostoru paralelně s touto osou z . Po průchodu poruchou uvnitř prostoru budou paprsky ve směru x odkloněny o úhel daný vztahem

$$\varepsilon_x = \int_0^L \frac{1}{n_0} \frac{\partial n}{\partial x} dz. \quad (14)$$

Ve směru y je situace analogická, tedy odklon do směru y je dán vztahem

$$\varepsilon_y = \int_0^L \frac{1}{n_0} \frac{\partial n}{\partial y} dz. \quad (15)$$

Detailnější popis a odvození vztahů lze nalézt v publikaci [54]. Cílem převodu je simulace šíření světelných paprsků skrze numericky spočtená proudová pole, a proto je třeba propojit rovnice (13–15) s hodnotami numericky predikovaného proudu. V případě „*pressure-based*“ řešiče, který byl použit pro numerické simulace (viz podkapitola 3.6.) je v případě ideálního plynu hustota spojena s tlakem stavovou rovnicí ideálního plynu. Za předpokladu velmi malé změny tak můžeme gradient hustoty definovat jako

$$\frac{dp}{dT} = \frac{1}{rT}, \quad (16)$$

kde r je individuální plynová konstanta a T lokální termodynamická teplota. Z výsledků numerických simulací získáme gradient tlaku dp/dx a dp/dy . Užitím vztahu

$$\frac{dp}{dx} = \frac{dp}{dx} \frac{dp}{dp} = \frac{dp}{dp} \frac{dp}{dx} \quad (17)$$

pak můžeme definovat souřadnicově orientovaný gradient hustoty jako

$$\frac{dp}{dx} = \frac{1}{rT} \frac{dp}{dx}. \quad (18)$$

Tento vztah nám umožňuje vzájemný přepočítání gradientu tlaku a hustoty při použití „*pressure-based*“ řešiče. Vztah (18) užijeme jako substituci do vztahu pro výpočet odklonu paprsku (21). Ten je odvozen na základě následujících úvah. Index lomu je spojen se změnou hustoty vztahem

$$\frac{\rho}{\rho_0} = \frac{(n-1)}{(n_0-1)}, \quad (19)$$

kde n_0 je index lomu pro vzduch s klidovou hustotou ρ_0 . Dále lze odvodit vztah

$$\frac{dn}{dx} = \frac{n_0-1}{\rho_0} \frac{d\rho}{dx}. \quad (20)$$

Dosazením do vztahů (14) a (15) lze pak získat výsledný vztah pro přepočítání souřadnicově orientovaného gradientu hustoty na odklon ve směru x

$$\varepsilon_x = \int_0^L \frac{1}{n_0} \frac{n_0-1}{\rho_0} \frac{d\rho}{dx} dz, \quad (21)$$

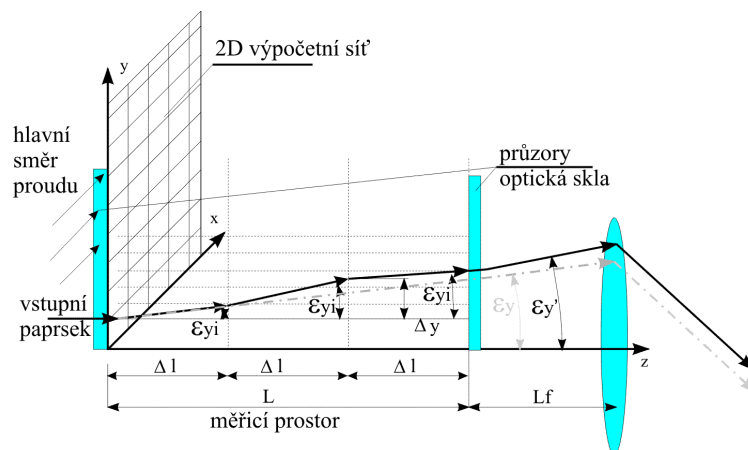
Analogicky lze psát rovnice do ostatních směrů souřadného systému. V rovnici (21) má L význam hloubky testovaného prostoru. Při aerodynamickém experimentu je obvykle požadováno, aby hloubka měřicího prostoru byla dostatečná k eliminaci vlivu třetího rozměru (vliv mezní vrstvy na průzorech atd.). Oproti tomu, nejpřesnější způsob jak zachytit gradient hustoty podle vztahu (21) je minimalizovat L a to vzhledem k tomu, že paprsek, který prostoupí oblastí významného gradientu, může být ohnut natolik, že při dostatečně dlouhé dráze vstoupí do oblasti s odlišným gradientem hustoty. Výsledný pozorovaný odklon pak nabývá zavádějících hodnot. Schéma problému je uvedeno na obr. 18. Vliv optických skel na výstupu paprsku z měřicího prostoru může být zanedbán, je-li úhel ε před vstupem do skla průzoru dostatečně malý. Pro aplikaci integrální rovnice (21) na numerická data za účelem výpočtu výsledného odklonu je nutné tuto rovnici diskretizovat.

Diskretizovaný tvar rovnice odklonu je pak

$$\varepsilon_{x'} = \sum_{i=1}^m \left(\frac{1}{n_{i-1}} \frac{n_{i-1}-1}{\rho_{i-1}} \left(\frac{d\rho}{dx} \right)_i \Delta l \right) a \quad (22)$$

$$\varepsilon_{y'} = \sum_{i=1}^m \left(\frac{1}{n_{i-1}} \frac{n_{i-1}-1}{\rho_{i-1}} \left(\frac{d\rho}{dy} \right)_i \Delta l \right), \quad (23)$$

kde $m = L/\Delta l$ je počet intervalů, na které je při diskretizaci rozdělena hloubka měřicího prostoru a index $i-1$ značí hodnoty v předešlém intervalu. Hodnoty $(d\rho/dx)_i$ a $(d\rho/dy)_i$ mají význam gradientu hustoty v místě, kde se právě nachází konec stopovaného paprsku.



Obr. 18: Lom paprsku světla při vstupu do oblasti s různým gradientem hustoty. Schéma diskretizace jeho dráhy při výpočtu výsledného odklonu ve směru y na základě numericky simulovaných dat.

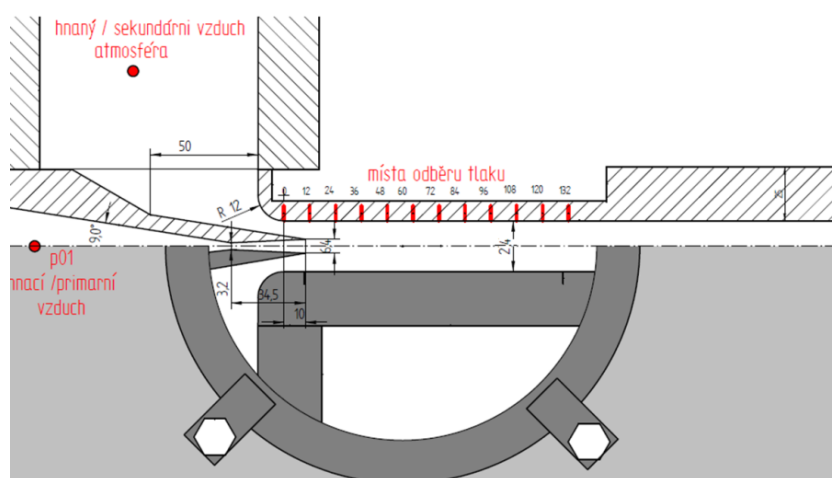
2.3. Pneumatická měření

Pneumatická měření se v rámci této práce soustředí zejména na zjišťování průběhu statického tlaku na stěně směšovací komory ejektoru a na měření klidových tlaků před tryskou hnací i hnanou. Klidový tlak před sekundární (hnanou) tryskou je roven tlaku atmosférickému, jehož měření je možné bez zkreslení způsobeného prouděním. Klidový tlak před hnací tryskou je měřen v místě, kde je poměr lokálního průřezu k průřezu hrdla trysky $A / A_{hr} = 20$. Rozdíl mezi statickým a klidovým tlakem tedy lze v tomto případě považovat za zanedbatelný a měřený tlak před hnací tryskou lze považovat za klidový [14, 15].

U měření tlaků na stěně směšovací komory je cílem získat lokální hodnoty statických tlaků proudu. Sondy odběrů tlaku jsou vyvrtány do stěny kolmo na hlavní směr proudu. Statický tlak je tak odebírán přímo z povrchu stěny z oblasti laminární podvrstvy, přičemž je využito Prandtlůva předpokladu, že tlak na kolmici k obtékanému povrchu je v mezní vrstvě konstantní, tedy platí, že $\partial p / \partial y = 0$ (předpokládejme hlavní směr proudu ve směru osy x). Tlak změřený odběrem na stěně tak lze považovat za tlak vně mezní vrstvy. K měření byly v rámci práce využity tlakové snímače Kulite XT-190, jejichž vlastní frekvence je okolo 10 kHz. Lze je tedy využít i na měření velmi rychlých dějů, čehož je v rámci práce částečně využito.

2.4. Popis experimentu

V této práci je experimentu užito zejména jako prostředku pro validaci numerických simulací, které jsou dále hlavním nástrojem při optimalizaci hnací trysky ejektoru. Vzhledem k předchozím zkušenostem s režimy zkoumaného ejektoru a použitému klidovému tlaku hnacího vzduchu, $p_{01} = 398 \text{ kPa}$, je velmi pravděpodobné, že mnoho vyšetřovaných režimů sekundární trysky bude ležet na hranici rychlosti zvuku, či ji dokonce překračovat. Supersonický ejektor, který je brán za výchozí stav optimalizace, umožňuje dosáhnout subsonických i supersonických režimů hnaného proudu a představuje tak kvalitní prostředek pro validaci numerických simulací. Obdobné režimy jsou totiž očekávány i u ověřovaných návrhů v průběhu samotné optimalizace. Experimentální zařízení je navíc na Katedře energetických zařízení Technické univerzity v Liberci plně k dispozici z předešlých prací [28]. Schéma dvourozměrného, rovině symetrického ejektoru je na obr. 19.



Obr. 19: Schéma dvourozměrného experimentálního supersonického ejektoru.

Tryska hnacího vzduchu je navržena jako nadzvuková, s poloviční výškou hrdla 1,6 mm a výstupním polovičním rozměrem 3,2 mm. Poměr průřezů je tak $(A / A_{hr})_1 = 2$. Tomu odpovídá výstupní izoentropické *Machovo* číslo $M_{1iz} = 2,197$. Hnaný vzduch vstupuje do směšovací komory o poloviční výšce 12 mm místním zúžením nad hnací tryskou, kterým vzniká v kanále hnaného proudu geometrické hrdlo. To umožňuje dosáhnout nadzvukového proudění i u hnaného proudu. Geometrické hrdlo hnaného proudu má rozměr 6,95 mm a výška výstupního průřezu hnané trysky je 8,8 mm. Poměr průřezů tedy je $(A / A_{kr})_2 = 1,257$, čemuž odpovídá výstupní izoentropické *Machovo* číslo $M_{2iz} = 1,609$. Směšovací komora o konstantním průřezu má celkovou výšku 24 mm a délku 300 mm. Za směšovací komorou navazuje difuzor (není uveden na obr. 19) s polovičním úhlem rozšíření 4° a délce 195 mm. Jeho poloviční výstupní výška je 24 mm. Hloubka měřicího prostoru (třetí rozměr ejektoru) je 80 mm.

Experimentální vyšetřování provedené na uvedeném zařízení zahrnuje následující aktivity:

- 1) Pneumatická měření statických tlaků na stěně směšovací komory.
- 2) Černobílé zobrazení proudového pole na šlírovacím stroji *Zeiss-Jena 80 TU* v Liberci s různým natočením šlírovací šterbiny a nožové clonky.
- 3) Barevné zobrazení proudového pole na šlírovacím stroji *AVČR* v Novém Kníně.

2.4.1. Experiment na šlírovacím stroji Zeiss-Jena 80 – černobílé zobrazení

Experimentální vyšetřování proudového pole, zachyceného pouze v odstínech šedé a černé barvy, bylo provedeno v laboratořích katedry Energetických zařízení Technické univerzity v Liberci na šlírovacím stroji *Zeiss-Jena 80*. Hlavní výhodou tohoto zařízení je zejména možnost natočení clonkového břítu a možnost měření jeho přesné polohy vůči optické ose stroje. Může tak být přesně spočten úhel odklonu paprsků, který je břítem ořezáván na základě vztahů

$$\varepsilon_x = \tan^{-1} \left(\frac{a_x}{f} \right), \varepsilon_y = \tan^{-1} \left(\frac{a_y}{f} \right), \quad (24)$$

kde a_x, a_y jsou přesné polohy nožového břítu odečtené ze stupnice šlírovacího stroje při svislém, resp. vodorovném natočení břítu a $f = 1200 \text{ mm}$ je ohnisková vzdálenost šlírovacího objektivu. Experimentem zjištěná poloha břítu pro oba směry je $a_x = a_y = 10,2 \text{ mm}$, což vede na odklon oříznutých paprsků $\varepsilon_y = \varepsilon_x = 0,5^\circ$. Této vlastnosti je využito pro přímé porovnání numerických a experimentálně zjištěných proudových polí, kdy jsou hodnoty odklonů numericky spočtených polí oříznuty shodně s experimentem na hodnotách $\varepsilon_y = \varepsilon_x = 0,5^\circ$. Lze tak například graficky přímo porovnávat polohu smykových vrstev či rázových vln, bez jejich další podrobnější specifikace.

Popišme si nyní realizovaný experiment. Do prostoru laboratoří je z akumulčních zásobníků o celkovém objemu 18 m^3 přiveden stlačený vzduch, který je před vstupem do primární trysky ejektoru regulován na tlak $p_{01} = 398 \text{ kPa}$. Hnaný vzduch je nasáván z prostoru laboratoře s tlakem $p_{02} = 98 \text{ kPa}$. Tlak hnacího vzduchu je monitorován piezoresistivním snímačem a převodníkem *Dewetron* s výstupem do PC. Tlaky před vstupem do ejektoru tak mohou být zpětně kontrolovány. Výstup ejektoru je opatřen potrubím o průměru 160 mm , kolmým na směr hlavního proudění, které odchyluje výstupní proud ejektoru od rámu šlírovacího stroje. Výsledný obraz byl objektivem promítán přímo na CCD snímač digitálního fotoaparátu formátu $\frac{3}{4}$. Rychlost uzávěrky fotoaparátu při snímání byla určena na $1/160 \text{ s}$. Schéma zařízení, použitého k zobrazení černobílých šlířů, je uvedeno na obr. 15 a celý experiment bez instalovaného fotoaparátu je na obr. 20.



Obr. 20: Experiment na šlírovacím stroji Zeiss-Jena 80 na TU v Liberci.

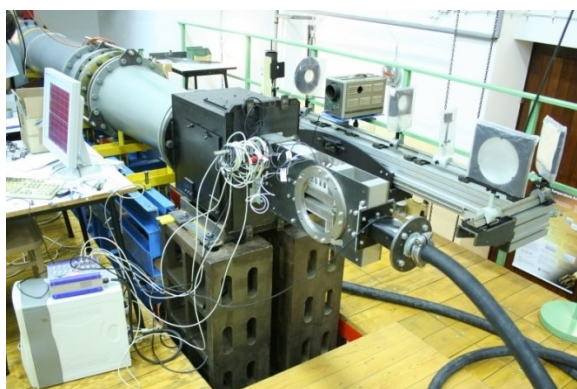
2.4.2. Experiment na šlírovacím stroji AVČR v Novém Kníně – barevné zobrazení

Výzkum pomocí černobílých snímků a měření polohy clonkového břitu byl doplněn barevným zobrazením proudových polí. Cílem bylo doplnit informace o proudové struktuře za pomoci jejího detailnějšího zachycení a eliminace případné chyby vzniklé pozorováním na jednom zařízení. Experiment byl proveden na pracovišti Ústavu termomechaniky Akademie věd České republiky v Novém Kníně. Oproti experimentu popsánemu v předchozí podkapitole je na výstup ejektoru zařazeno sání aerodynamického tunelu. Tato konfigurace umožňuje dosáhnout na výstupu z ejektoru podtlaku oproti atmosféře. Je tak možné sledovat i režimy se zápornou účinností ejektoru. Tyto režimy nejsou v rámci předkládané práce vyhodnoceny.

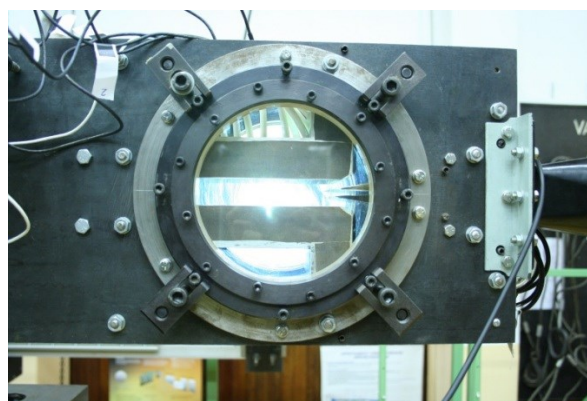
Namísto šlírovací štěrby a nožové clonky je pro experiment s barevným zobrazením použito bodového zdroje světla a barevného filtru podle obr. 16. Zdrojem bílého světla je jiskrový výboj ze zvlášť upravených elektrod. Oproti stroji *Zeiss-Jena* nejsou optické elementy zařízení umístěny v jednom rámu, nýbrž jsou ukotveny na dvou paralelních lavicích. Je tak možné nastavit větší ohniskové vzdálenosti jednotlivých optických členů a jejich zkreslení díky tomu dosahuje nižších hodnot. Snímání obrazu je realizováno promítáním paprsků na CCD snímač plnoformátového digitálního fotoaparátu s velikostí snímacího polička 36 x 36 mm. Schéma optického zařízení i celé instalace experimentu je v souladu s prací [28].

Ejektor je během měření osazen sadou snímačů *Kulite*, které s krokem 1/2 000 s snímají statické tlaky na stěně směšovací komory (obr. 19) i klidový tlak před vstupem do ejektoru.

Hnací vzduch je před ejektor přiveden z tlakové nádrže v prostorách laboratoře. Přiváděný tlak není nijak regulován, ale jeho hodnoty jsou nepřetržitě zapisovány. Snímání obrazů je prováděno frekvencí přibližně 0,5 Hz a čas otevření uzávěrky fotoaparátu je synchronizován se snímáním tlaků. Pokles tlaku v nádrži z 6 bar na cca 1,5 bar trval přibližně 200 s. Série měření byla třikrát opakována. K vyhodnocení pro tuto práci byl vybrán snímek s klidovým tlakem hnacího vzduchu $p_{01} = 398,2 \text{ kPa}$. Vzhledem k vysoké frekvenci snímání tlaků bylo provedeno průměrování hodnot a výsledné hodnoty jsou průměrem za 0,01 s v okolí času otevření uzávěrky.



a)



b)

Obr. 21: Experiment na šlírovacím stroji v laboratoři Akademie věd v Novém Kníně, a) – celkový pohled, b) – detail ejektoru s osazenými snímači tlaku.

3. Metody numerického řešení

Tato kapitola popisuje prostředky a postupy použité k numerickému modelování proudění v experimentálním i optimalizovaném ejektoru. K numerickým simulacím byl ve všech případech použit komerční program Fluent a ačkoliv v průběhu let bylo použito mnoha verzí tohoto programu, pro závěrečné fáze optimalizace a ladění numerických výpočtů byla použita verze 14.5 [46].

V posledních letech se objevuje relativně velké množství prací, kde bylo k optimalizaci ejektorů všech typů využito výpočetní mechaniky tekutin. Přitom je často dosahováno dobré shody s experimentem. Například *Watanawanavet* ve své práci [9] uvádí, že odchylka vypočtené a změřené účinnosti ejektoru nepřesáhla $\Delta\eta_{ej} = 3 \%$.

Numerické řešení je založeno na metodě konečných objemů – „*Finite Volume Method*“ – FVM [58]. Ta zahrnuje následující kroky:

1. Definice výpočetní oblasti (domény) a její rozdělení do kontrolních objemů s využitím výpočetní sítě.
2. Integrace základních rovnic v kontrolních objemech a vytvoření soustavy algebraických rovnic pro neznámé jako je rychlost, tlak, teplota a další skalární veličiny (diskretizace).
3. Linearizace diskretizovaných rovnic a iterativní řešení výsledné soustavy lineárních rovnic k výpočtu závislých proměnných.

Definici výpočetní domény a její prostorovou diskretizaci lze provést standardním síťováním, nebo za pomoci morfující sítě, jak je popsáno v podkapitole 5.2.3. Pro každý kontrolní objem vzniklý síťováním je třeba sestavit soustavu bilančních rovnic. Metoda konečných objemů je založena na řešení bilančních rovnic každého kontrolního objemu uvnitř domény. Tyto rovnice jsou popsány v podkapitole 3.1. Bilanční rovnice jsou dále při řešení doplněny o konstituční vztahy. V okamžiku, kdy je k dispozici ucelená soustava rovnic sestavených pro všechny kontrolní objemy domény, je nutné tuto soustavu diskretizovat. Způsob diskretizace je uveden v podkapitole 3.2. Vzniklou soustavu je nutné převést na soustavu linearizovanou, na kterou lze uplatnit známé metody numerické lineární algebry a je možné ji řešit, jak je popsáno v podkapitole 3.3. V případě, že uvažujeme pouze laminární proudění, je uvedený postup kompletní (nikoliv úplný do detailu). V případě, že uvažujeme v modelovaném proudu turbulenci, je nutné její vliv zahrnout do bilančních rovnic [59]. K tomu slouží v této práci výhradně modely turbulentní vazkosti, popsané v podkapitole 3.5. Jejich validace pro případ proudění v supersonickém ejektoru je součástí této práce.

3.1. Bilanční rovnice

Metoda konečných objemů, FVM, je založena na soustavě bilančních rovnic, které popisují stav kontinua uvnitř každého z kontrolních objemů výpočetní domény. Soustava zahrnuje následující zákony zachování:

- 1) **Hmoty** (rovnice kontinuity). Nestacionární, trojdimenzionální rovnice kontinuity pro stlačitelné proudění má tvar

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} = 0. \quad (25)$$

2) **Hybnosti** pro složky rychlosti. Zákon zachování hybnosti pro složku x v E^3 má tvar

$$\rho \frac{Du}{Dt} = \frac{\partial(-p + \tau_{xx})}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} + S_{Mx}. \quad (26)$$

Analogicky lze psát i rovnice pro ostatní složky.

3) **Energie**. Při výpočtu stlačitelného proudění je nutné energetickou rovnici uvažovat a je často reformulována do rovnice zachování entalpie

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho h_0)}{\partial t} + \text{div}(\rho h_0 \mathbf{u}) \\ = \text{div}(k \text{ grad } T) + \frac{\partial p}{\partial t} \\ + \left[\frac{\partial(u\tau_{xx})}{\partial x} + \frac{\partial(u\tau_{yx})}{\partial y} + \frac{\partial(u\tau_{zx})}{\partial z} + \frac{\partial(v\tau_{xy})}{\partial x} + \frac{\partial(v\tau_{yy})}{\partial y} + \frac{\partial(v\tau_{zy})}{\partial z} \right. \\ \left. + \frac{\partial(w\tau_{xz})}{\partial x} + \frac{\partial(w\tau_{yz})}{\partial y} + \frac{\partial(w\tau_{zz})}{\partial z} \right] + S_h. \end{aligned} \quad (27)$$

Uvedená soustava je v případě ideálního plynu doplněna o konstituční vztahy, např. rovnici stavovou.

3.2. Diskretizace

FVM je založená na převodu bilančních rovnic do algebraické podoby. Převod se uskutečňuje integrací uvedených základních rovnic přes každý kontrolní objem. Výsledkem je diskrétní rovnice zachování veličiny v tomto kontrolním objemu. Postup diskretizace si ukážeme na příkladu transportní rovnice obecné veličiny ϕ . Pro libovolný objem V je integrální tvar této rovnice

$$\int_V \frac{\partial \rho \phi}{\partial t} dV + \oint \rho \phi \vec{u} \cdot d\vec{A} = \oint \Gamma_\phi \nabla \phi \cdot d\vec{A} + \int_V S_\phi dV, \quad (28)$$

kde ρ je hustota, $\vec{u}$ je vektor rychlosti, $\vec{A}$ vektor plochy, Γ_ϕ difúzní koeficient pro veličinu ϕ , $\nabla \phi$ gradient veličiny ϕ a S_ϕ měrný objemový zdroj veličiny ϕ . Rovnice (28) platí pro každý kontrolní objem nebo buňku ve výpočetní oblasti. Diskretizace rovnice (28) vede na rovnici

$$\frac{\partial \rho \phi}{\partial t} V + \sum_f^{N_f} \rho_f \vec{u}_f \phi_f \cdot \vec{A}_f = \sum_f^{N_f} \Gamma_\phi \nabla \phi_f \cdot \vec{A}_f + S_\phi V, \quad (29)$$

kde N_f je počet sousedních buněk, ϕ_f je hodnota veličiny ϕ prostupující stěnou f , $\rho_f \vec{u}_f \phi_f \cdot \vec{A}_f$ je hmotnostní tok skrze stěnu, $\vec{A}_f$ je vektor stěny f , $\nabla \phi_f$ je gradient veličiny ϕ na stěně f a V je objem buňky. Tato rovnice bude obecně nelineární a obsahuje neznámou skalární veličinu ϕ ve středu buňky, stejně jako neznámé hodnoty v okolních buňkách a hodnoty toků stěnou f způsobené konvekcí a difuzí. Způsob diskretizace těchto konvektivních a difuzních členů může výrazně ovlivnit dosažený výsledek.

3.2.1. Diskretizace konvektivních a difuzních členů

Obecně ve všech případech, kde proudění tekutiny hraje významnou roli, musí být do výpočtů zahrnut vliv konvekce. Difuze je vždy přirozenou a nedílnou součástí konvekce a problémy tohoto typu proto vždy zahrnují kombinovanou konvekci i difuzi. Základním rozdílem mezi těmito dvěma mechanismy ovšem spočívá ve směru šíření transportních veličin. Zatímco difuzní proces ovlivňuje rozložení transportní veličiny podél gradientu ve všech směrech, konvekce ovlivňuje pouze oblasti ve směru proudu.

Konvekční transport obecné skalární proměnné ϕ závisí na velikosti a směru lokální rychlosti. Obecně hodnota rychlosti není v okamžiku výpočtu známá a její výpočet je součástí celého výpočetního procesu. Konkrétní transportní rovnice pro každý komponent rychlosti může být odvozena z obecné transportní rovnice nahrazením proměnné ϕ příslušným komponentem rychlosti (u, v, w). Každý komponent rychlosti se pak objevuje v každé rovnici zachování hybnosti a zároveň musí odpovídat rovnici kontinuity. Uveďme příklad stacionárního dvourozměrného laminárního proudění. Rovnice zachování hybnosti ve směru kartézské osy x je pak dána rovnicí

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho uu) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho vu) = \frac{\partial}{\partial x}\left(\mu \frac{\partial u}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\mu \frac{\partial u}{\partial y}\right) - \frac{\partial p}{\partial x} + S_u. \quad (30)$$

Ve směru kartézské osy y má rovnice zachování hybnosti tvar

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho uv) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho vv) = \frac{\partial}{\partial x}\left(\mu \frac{\partial v}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\mu \frac{\partial v}{\partial y}\right) - \frac{\partial p}{\partial y} + S_v. \quad (31)$$

Řešení soustavy rovnic zachování hybnosti musí navíc splňovat rovnici kontinuity definovanou jako

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho u) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v) = 0. \quad (32)$$

Řešení uvedené soustavy rovnic přichází s následujícími základními problémy:

- 1) Neznámé konvektivní (nelineární) členy v rovnicích.
- 2) Všechny tři rovnice jsou propojeny, jelikož každý rychlostní komponent se objevuje současně ve všech rovnicích, zatímco tlak se objevuje v obou rovnicích zachování hybnosti a z uvedených rovnic pro něj neplyne žádný transportní vztah.

Problémy spojené s nelinearitami obsaženými v rovnicích a s propojením tlak-rychlost jsou v této práci řešeny použitím iterativní strategie řešení algoritmu SIMPLE, případně sdruženým výpočtem tlaku a rychlosti. Jedná se o jeden z kritických problémů numerické simulace ejektorů s nadzvukovým hnacím proudem. Tato problematika je proto podrobněji diskutována v podkapitole 3.6. Problém neznámých konvektivních toků skrze hranici kontrolní buňky přímo plyne ze základních rovnic zachování. Pro vyčíslení úplné bilance proměnné je nutné zahrnout i tok transportní veličiny skrze hraniční plochy buněk, jak je ukázáno v předchozím textu. K výpočtu jejich toku je nutné provést prostorovou diskretizaci konvektivních členů, jelikož při užití metody konečných objemů jsou uchovávány spočtené proměnné v centru kontrolních buněk a na jejich hranicích je hodnota a gradient proměnné neznámou.

Mějme případ, kdy položíme hodnotu na hranici buňky rovnu hodnotě v centru buňky situované proti směru proudu. Takové schéma se nazývá jako „upwind“ schéma prvního řádu. Ve většině případů se vyznačuje dobrou stabilitou a konvergencí řešení a je akceptovatelné zejména pokud

je hlavní směr proudu zarovnan se směrem výpočetní sítě. Pro použití strukturované sítě zarovnané se směrem proudu existuje i další neméně závažný důvod. Hlavní nevýhodou „upwind“ schématu totiž je, že v případě nedodržení zmíněné podmínky produkuje chybné výsledky. Použití schématu v těchto problémech má za následek distribuci transportní veličiny i do buněk, které by měly zůstat neovlivněny. Distribuce se tak jeví jako způsobená difuzí a je proto označována za falešnou difuzi. Testovací úlohy v řadě případů ukázaly, že v případech proudění s vysokými *Reynoldsovými* čísly může falešná difuze vést na fyzikálně nereálné výsledky [58]. Hlavní nevýhodou prvního řádu diskretizace konvektivních a difuzních toků je zvýšená chyba při numerické diskretizaci. V případech, kdy je ve většině výpočetní domény směr proudu souhlasný se směrem výpočetní sítě, dosahuje numerická difuze přirozeně nízkých hodnot a použití prvního řádu přesnosti dále nezpůsobí významnou ztrátu přesnosti řešení [46]. Pokud jsou použita „upwind“ schémata vyšších řádů, je pro aproximaci konvektivních a difuzních členů použit polynom vyššího řádu. Vždy ovšem s majoritním vlivem buněk situovaných proti směru toku ve vyšetřované buňce. Jelikož je v supersonických ejektorech ve většině kontrolních objemů dosažena rychlost pohybu vzduchu více než $M = 1$, lze problematiku zařadit do oblasti vysokých *Reynoldsových* čísel. Pro tento typ problémů je známo několik doporučení ohledně diskretizace konvektivních a difuzních členů. Obecně není doporučeno užití schématu „central differencing“, jelikož toto při výpočtu toku transportní veličiny na hranici kontrolního objemu přiřazuje stejnou váhu hodnotám z buněk, které hranici přiléhají. Je zjevné, že při pohybu tekutiny vysokou rychlostí, bude mít výraznější vliv objem situovaný ve směru proti proudu vzhledem k aktuální poloze. Proto je v těchto případech vhodnější použít „upwind“ schémat.

3.3. Linearizace

Soustava nelineárních rovnic je linearizována tak, aby vznikl systém rovnic pro závislé veličiny v každé výpočtové buňce. Řešením výsledného lineárního systému jsou pak aktualizovány vlastnosti tekutiny v proudovém poli. Způsoby, jakými může být soustava rovnic linearizována, jsou buď implicitní, nebo explicitní. Použijeme-li implicitní schéma, dostaneme pro každou výpočtovou buňku N rovnic, kde N je počet závislých proměnných. Například linearizací sdružené rovnice kontinuity, hybnosti ve směrech x, y, z a energie dostaneme soustavu rovnic pro neznámé p, u, v, w, T . Linearizace přitom proběhne tak, že pro danou proměnnou použijeme vztahy, které obsahují jak známé, tak neznámé hodnoty této veličiny v okolních buňkách. To znamená, že každá neznámá se objeví ve více rovnicích v soustavě a všechny tyto rovnice musí být vyřešeny najednou, abychom dostali hodnoty neznámých. Zkráceně, implicitní schéma řeší proměnné (p, u, v, w, T) ve všech buňkách současně. Použijeme-li explicitní schéma, je každá rovnice soustavy linearizována explicitně. To stejně jako u implicitního schématu vytvoří N rovnic pro každou výpočtovou buňku. U explicitního schématu jsou však pro výpočet neznámé použity pouze již existující hodnoty. Každá neznámá se tak objeví jen v jedné rovnici soustavy a rovnice pro neznámou v každé buňce můžeme vyřešit samostatně. Explicitní schéma řeší výpočet proměnných (p, u, v, w, T) v každé buňce samostatně. Diskretizovaná rovnice (29) obsahuje neznámou skalární veličinu ϕ ve středu buňky, stejně jako neznámé hodnoty v okolních buňkách. Tato rovnice bude obecně nelineární.

Linearizovaný tvar lze psát jako

$$a_P \phi = \sum_{nb} a_{nb} \phi_{nb} + b, \quad (33)$$

kde index nb označuje okolní buňky, a_P, a_{nb} jsou linearizované koeficienty pro ϕ a ϕ_{nb} . Podobná rovnice může být napsána pro každou buňku výpočetní sítě. Výsledkem je soustava algebraických rovnic. Pro skalární rovnice řeší program Fluent tuto lineární soustavu implicitní *Gaussovou-Seidlovou* eliminací.

3.4. Laminární model

K odvození bilančních rovnic kontrolních objemů je třeba vyslovit předpoklad o druhu proudění, jelikož ten ovlivňuje způsob transportu bilancované veličiny. V současnosti v případě numerických simulací rozlišujeme proudění laminární a turbulentní (případně přechodové). Laminární proud je hladký, stálý, deterministický a stacionární. Tato situace typicky nastává při $Re < 100$. Přenos energie v tekutině je zprostředkován pouze molekulární interakcí. V případě laminárního modelu je v programu Fluent řešena klasická soustava *Navierových-Stokesových* rovnic, případně rovnice energetická. Pro tuto soustavu není třeba žádný speciální přístup ani přidání členy k uzavření soustavy. V této práci je sledováno chování laminárního modelu v případě modelování proudění uvnitř supersonického ejektoru. Turbulentní proud oproti tomu je náhodný, chaotický, nedeterministický a vzhledem k fluktuacím nezbytně nestacionární. Turbulentní proudění je popisováno časově průměrovanými veličinami. Průměrování a způsoby uzavření soustavy průměrovaných rovnic jsou uvedeny v následující podkapitole.

3.5. RANS modely turbulentní vazkosti

V této práci byly k odvození bilančních rovnic kontrolních objemů použity – s výjimkou laminárního modelu – výhradně *Navierovy-Stokesovy* rovnice, pro které je použito *Reynoldsovo* průměrování – „*Reynolds Averaged Navier-Stokes Equations*“ – RANS. Zákony zachování a konstituční vztahy sestavené pro kontrolní buňku tvoří v případě turbulentního proudění uzavřenou soustavu rovnic a je třeba tuto soustavu nějakým způsobem uzavřít, čímž se umožní její řešení. V problémech technické praxe se nejčastěji používají modely turbulentní vazkosti, jinak také modely turbulence, které prostorový turbulentní transport veličin převádějí na působení turbulentní vazkosti (*Boussinesqova* hypotéza). Jelikož je přístupů k modelování turbulentní vazkosti celá řada, je v této práci věnována zvláštní podkapitola volbě optimálního modelu turbulentní vazkosti a jsou uvedeny teoretické základy všech užitých.

Základní myšlenkou RANS rovnic je statistický přístup. V turbulentním proudění může být podle *Reynoldse* [60] obecná časově proměnná veličina $\phi(t)$ popsána součtem časově průměrované $\bar{\phi}$ a flukтуаční $\phi'(t)$ složky jako

$$\phi(t) = \bar{\phi} + \phi'(t). \quad (34)$$

Základní RANS rovnice mohou být s využitím středování psány ve vektorovém tvaru jako

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho u_i) = 0 \quad (35)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho u_i) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_i u_j) = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right] + \frac{\partial}{\partial x_j} (-\rho \overline{u'_i u'_j}). \quad (36)$$

kde $i, j = 1, 2, 3$ značí směry x, y a z . Oproti okamžité rovnici zde nalezneme dodatečný člen $(-\rho \overline{u'_i u'_j})$ nazývaný *Reynoldsova* zdánlivá napětí. Připomeňme, že *Reynoldsova* napětí jsou úměrná toku hybnosti vyvolanému turbulentními víry. Po rozepsání tohoto členu získáme šest dodatečných členů *Navierovy-Stokesovy* rovnice: Tři normálová napětí

$$\tau_{xx} = -\rho \overline{u'^2}, \quad \tau_{yy} = -\rho \overline{v'^2}, \quad \tau_{zz} = -\rho \overline{w'^2} \quad (37)$$

a tři tečná napětí

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = -\rho \overline{u'v'}, \quad \tau_{xz} = \tau_{zx} = -\rho \overline{u'w'}, \quad \tau_{yz} = \tau_{zy} = -\rho \overline{v'w'}. \quad (38)$$

Vzhledem k těmto novým členům jsou k vyřešení RANS rovnic potřebné další rovnice, které rozšířenou soustavu uzavřou. Dnes se nejčastěji k uzavření soustavy používá algebraických a jedno či dvourovnicových modelů, které byly sestaveny na základě podobnostních úvah provedených pro turbulentní viskozitu. Ta se objevuje při aplikaci *Boussinesqovi* hypotézy na RANS rovnice. Hypotéza předpokládá, že turbulentní transport hybnosti může být modelován použitím turbulentní viskozity. Výsledkem předpokladů je, že tenzor *Reynoldsových* napětí τ_{ij} je určen vztahem

$$\tau_{ij} = (-\rho \overline{u'_i u'_j}) = 2\mu_t \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \rho k \delta_{ij}, \quad (39)$$

kde μ_t je turbulentní viskozita a $\delta_{ij} = 1$ pro $i = j$ a $\delta_{ij} = 0$ pro $i \neq j$. Tento vztah předpokládá, že turbulence je izotropní, tj. *Reynoldsova* napětí jsou úměrná střední rychlosti deformace. Jinými slovy, poměr mezi *Reynoldsovými* napětími a střední rychlostí deformace je stejný ve všech směrech. To platí pouze tehdy, pokud je produkce turbulentní kinetické energie zhruba v poměru s její disipací. Modely, využívající tuto hypotézu, se nazývají modely turbulentní vazkosti. V této práci jsou použity modely turbulentní vazkosti, které rozšiřují soustavu maximálně o dvě transportní rovnice. Tento přístup je výpočetně únosným a jeho vlastnosti se v řadě problémů velmi osvědčily. V této práci jsou porovnávány následující modely turbulentní vazkosti:

- 1) Standardní model $k - \varepsilon$.
- 2) Model $k - \varepsilon$ Realizable.
- 3) Model $k - \varepsilon$ RNG.
- 4) Model $k - \omega$ SST.

Alternativou k uvedeným modelům je „*Reynolds Stress Model*“ – RSM. Izotropie turbulence není v tomto případě předpokládána a díky tomu tento model lépe popisuje fyzikální podstatu dějů, je ale rovněž mnohem komplexnější a výpočtově náročnější. Právě proto s ním není v této práci uvažováno a je uveden jen pro porovnání. Samostatnou kapitolu by zaujímal řešení pohybových rovnic přímou numerickou simulací – „*Direct Numerical Simulation*“ – DNS. Tato metoda ovšem vyžaduje velmi hustou výpočetní síť, zejména v blízkosti stěn. Počet uzlů sítě je úměrný $Re^{9/4}$, takže nároky na síť se rychle zvyšují s rostoucím *Reynoldsovým* číslem [59]. Proto není použití této metody pro optimalizaci v rámci této práce uvažováno a je uvedena spíše pro posouzení jejich schopností simulovat problém nadzvukového ejektoru.

3.5.1. Standardní model $k - \varepsilon$

Jednorovnicové modely používají algebraický *Rottův* vztah pro délkové měřítko, které je závislé na vzdálenosti od stěny. To komplikuje jeho použití ve složitějších 2D a plně trojrozměrných úlohách. Vhodnějším je namísto délkového měřítka použít veličinu, která se získá řešením transportní rovnice, jako například disipace $-\varepsilon$. Tak dostaneme dvourovnicový model $k - \varepsilon$. Namísto užití *Rottova* vztahu k určení ε jako je tomu v jednorovnicových modelech, je tohoto vztahu v modelech dvourovnicových užito k určení délkového měřítka. Turbulentní vazkost je tedy dána vztahem

$$\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon}. \quad (40)$$

Transportní rovnice pro turbulentní kinetickou energii k , je určena vztahem

$$\rho \frac{Dk}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + \mu_t S^2 - \rho \varepsilon, \quad (41)$$

kde $\mu_t S^2$ je produkce turbulentní kinetické energie a S je určeno vztahy

$$S^2 = 2S_{ij}S_{ij}, \quad S_{ij} = \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i}. \quad (42)$$

Transportní rovnice pro disipaci turbulentní kinetické energie je

$$\rho \frac{D\varepsilon}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] + \frac{\varepsilon}{k} (C_{1\varepsilon} \mu_t S^2 - \rho C_{2\varepsilon} \varepsilon). \quad (43)$$

V obou rovnicích figurují modelové konstanty $\sigma_k, \sigma_\varepsilon, C_{1\varepsilon}, C_{2\varepsilon}$, které byly určeny na základě jednoduchých případů proudění, či numerickou optimalizací. Podle *Patela, Rodiho* a *Shaurerera* [61] se většinou používají hodnoty $\sigma_k = 1,0$; $\sigma_\varepsilon = 1,3$; $C_{1\varepsilon} = 1,44$; $C_{2\varepsilon} = 1,92$. Standardní model byl navržen pro vysoká *Reynoldsova* čísla, což znamená, že musí být modifikován k použití blízko u stěny. Do transportní rovnice pro k bývají přidávány další členy, např. produkce vlivem vztlakových sil nebo vlivem stlačitelnosti. Standardní $k - \varepsilon$ model je robustní a ekonomický pro velké množství typů proudění. Mezi jeho slabiny patří v mnoha případech přílišná difúze a výpočet silně zakřiveného proudění. Jednou z největších nevýhod je pak neschopnost výpočtu šíření osově symetrického proudu. Jako snaha vylepšit slabé stránky standardního modelu turbulence $k - \varepsilon$, vznikly varianty „*Renormalization Group*“ a „*Realizable*“.

3.5.2. Model $k - \varepsilon$ Realizable

„*Realizable*“ $k - \varepsilon$ model – Rke – používá stejnou rovnici pro k jako standardní model (41). Na rozdíl od něho se ale modelová konstanta C_μ stává funkcí k, ε , střední rychlosti a úhlové rychlosti. Rovněž rovnice pro ε je modifikována pro lepší zachycení přenosu energie, neboť je založena na transportní rovnici pro fluktuace

$$\rho \frac{D\varepsilon}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i} \right] + C_1 S \rho \varepsilon - C_2 \frac{\rho \varepsilon^2}{k + \sqrt{\nu \varepsilon}}, \quad (44)$$

Kde se konstanty C_1 a C_2 určují pomocí vztahů

$$C_1 = \max \left[0,43 \frac{\eta}{\eta + 5} \right], \eta = S \frac{k}{\varepsilon}, C_2 = 1,0. \quad (45)$$

Termín „*Realizable*“ (splnitelný) v názvu modelu znamená, že model splňuje jistá matematické omezení *Reynoldsových* napětí, které se shodují s fyzikální podstatou turbulentního proudění [62]. Zbylé dva $k - \varepsilon$ modely toto nesplňují. Jak již bylo řečeno C_μ v rovnici pro turbulentní viskozitu (40) již není konstanta ale funkce. Díky těmto modifikacím vykazuje model „*Realizable*“ $k - \varepsilon$ mnohem lepší výsledky než standardní model. Je výhodný pro komplexní proudění s velkými rychlostmi deformace, jako jsou oblasti zpětného proudění, rotace, odtržení a proudění pod silným tlakovým gradientem. Jednou z největších výhod tohoto modelu je jeho schopnost správně předpovědět šíření osově symetrického a rovinného proudu.

3.5.3. Model $k - \varepsilon$ RNG

Toto vylepšení standardního modelu bylo odvozeno pomocí tzv. renormalizační teorie grup. Tato teorie poskytuje analytický předpis pro turbulentní *Prandtlova* čísla. Rovnice pro k je podobná standardnímu modelu, hlavní rozdíl je v dodatečném členu transportní rovnice disipace ε ,

$$\rho \frac{D\varepsilon}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\alpha_\varepsilon \mu_{eff} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right) + \frac{\varepsilon}{k} (C_{1\varepsilon} \mu_t S^2 - \rho C_{2\varepsilon}^* \varepsilon), \quad (46)$$

kde je standardní člen $C_{2\varepsilon}$ (původně konstanta v rovnici (43)) zaměněn za $C_{2\varepsilon}^*$, které je dále funkcí $C_{2\varepsilon}$ podle vztahu

$$C_{2\varepsilon}^* = C_{2\varepsilon} + \frac{C_\mu \rho \eta^3 \left(1 - \frac{\eta}{\eta_0} \right)}{1 + \beta \eta^3}, \eta = S \frac{k}{\varepsilon}, \quad (47)$$

kde η_0 a β jsou koeficienty, $\mu_{eff} = \mu + \mu_t$. Pro velké rychlosti deformace ($\mu > \eta_0$) je disipace zvýšena a dochází k redukci turbulentní kinetické energie a μ_t . Oproti variantě standard je tak výrazně zlepšena přesnost při proudění s velkými deformacemi a se zakřivenými proudnicemi. S využitím tohoto modelu již lze modelovat rotující proudění. Stejně jako u standardního modelu je možné do rovnice pro k přidat produkci vlivem vztlačkových sil a stlačitelnosti.

3.5.4. Standardní model $k - \omega$

Přesto, že $k - \varepsilon$ patří mezi nejrozšířenější a relativně osvědčené modely turbulentní vazkosti, byla vyvinuta další skupina modelů, která namísto rychlosti disipace ε jako turbulentního délkového měřítka využívá specifickou rychlost disipace definovanou vztahem

$$\omega = \frac{\varepsilon}{k}. \quad (48)$$

Z toho plyne upravený vztah pro turbulentní vazkost

$$\mu_t = \rho \frac{k}{\omega}. \quad (49)$$

Tato modifikace byla provedena s cílem odstranit nevýhody plynoucí z průběhu ε v blízkosti stěny. V řadě prací bylo dále provedeno mnoho modifikací $k - \omega$ modelu [63–65].

Modifikace, kterou definoval *Kok* je uvedena v dalším textu. Standardní model je použitelný pro proudění ve volných smykových vrstvách. Oproti $k - \varepsilon$ modelům má lepší výsledky pro proudění v mezních vrstvách.

3.5.5. Model $k - \omega$ SST.

Charakteristikou vlastností $k - \omega$ SST modelu je, že oproti ostatním uvedeným modelům uvažuje transport turbulentních smykových napětí. Odtud tedy plyne jeho název „*Shear Stress Transport*“ – SST. Tento model byl v dalším textu vybrán jako nejvhodnější pro výpočet ejektorů s nadzvukovým hnacím proudem a proto si ho uvedeme podrobněji.

Turbulentní kinetická energie k a specifická rychlost disipace ω pro SST modifikaci $k - \omega$ jsou získány z následujících transportních rovnic

$$\rho \frac{Dk}{Dt} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho k u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\Gamma_k \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) + \tilde{G}_k - Y_k + S_k, \quad (50)$$

$$\rho \frac{D\omega}{Dt} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho \omega u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\Gamma_k \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right) + G_\omega - Y_\omega + S_\omega + D_\omega. \quad (51)$$

V těchto rovnicích $\tilde{G}_k$ reprezentuje produkci turbulentní kinetické energie způsobenou středním gradientem proudu, určenou vztahem

$$\tilde{G}_k = -\rho \overline{u'_i u'_j} \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \quad (52)$$

a G_ω reprezentuje generování ω , vypočtené vztahem

$$G_\omega = \alpha \frac{\omega}{k} G_k. \quad (53)$$

V případě nasazení modelu $k - \omega$ pro vysoká *Reynoldsova* čísla platí rovnost

$$\alpha = \alpha_\infty = 1. \quad (54)$$

Další člen v rovnici (50) reprezentuje disipaci turbulentní kinetické energie způsobenou turbulencí a hodnota je dána vztahem

$$Y_k = \rho \beta^* f_{\beta^*} k, \text{ kde } f_{\beta^*} = 1 \quad (55)$$

Pak je tedy,

$$Y_k = \rho \beta^* k \omega, \text{ kde } \beta^* = \beta_i^* [1 + \zeta^* F(M_t)] \text{ a } \beta_i^*. \quad (56)$$

Opět pro případ vysokých *Reynoldsových* čísel platí rovnost

$$\beta_i^* = \beta_\infty^*. \quad (57)$$

V rovnici (56) má $F(M_t)$ význam korekce na vliv stlačitelnosti. Tento člen je velmi důležitým při výpočtu supersonického proudění, jelikož v případě vysokorychlostního proudění vzduchu vždy musí být brána v úvahu stlačitelnost a člen $F(M_t)$ tak dále zpřesňuje model. Program Fluent umožňuje zahrnutí i vyjmutí tohoto členu z výpočtů. Pro všechny výpočty supersonického ejektoru byla korekce na stlačitelnost použita. Tvar korekčního členu je dán vztahem

$$F(M_t) = \begin{cases} 0 & M_t \leq M_{t0} \\ M_t^2 - M_{t0}^2 & M_t > M_{t0} \end{cases}, \text{ kde} \quad (58)$$

$$M_t^2 = \frac{2k}{\kappa RT}. \quad (59)$$

Vztahy (58) a (59) mají za následek, že v oblastech s nízkou turbulentní kinetickou energií není korekce aplikována.

SST $k - \omega$ model je založen jak na standardním $k - \omega$ modelu, tak na standardním $k - \varepsilon$. Aby bylo toto propojení možné, byl $k - \varepsilon$ model transformován do rovnic založených na ω . To vedlo ke vzniku členu příčné difuze v transportní rovnici pro ω a vzniku dvou funkcí F_1 a F_2 , které jsou navrženy tak, aby splňovaly podmínky pro hladký přechod od modelu $k - \omega$ k standard $k - \varepsilon$. Člen příčné difuze má tvar

$$D_\omega = 2(1 - F_1)\rho\sigma_{\omega,2} \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j}. \quad (60)$$

Disipační člen $\omega - Y_\omega$ v rovnici (51) je definován jako

$$Y_\omega = \rho\beta f_\beta \omega^2, \quad \text{kde } f_\beta = 1. \quad (61)$$

Pak platí, že

$$Y_\omega = \rho\beta\omega^2, \text{ kde} \quad (62)$$

$$\beta_i = F_1\beta_{i,1} + (1 - F_1)\beta_{i,2}. \quad (63)$$

První ze dvou přechodových funkcí má tvar

$$F_1 = \tanh(\Phi_1^4), \text{ kde} \quad (64)$$

$$\Phi_1 = \min \left[\max \left(\frac{\sqrt{k}}{0,09\omega y}, \frac{500\mu}{\rho y^2 \omega} \right), \frac{4\rho k}{\sigma_{\omega,2} D_\omega^+ y^2} \right], \quad (65)$$

kde y je vzdálenost k nejbližší stěně a

$$D_\omega^+ = \left[2\rho \frac{1}{\sigma_{\omega,2}} \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j}, 10^{-10} \right]. \quad (66)$$

Tato úprava zajišťuje, že $F_1 \rightarrow 0$ pro $y^+ > 70$ a ve vazké podvrstvě $F_1 = 1$.

Druhá přechodová funkce má tvar

$$F_2 = \tanh(\Phi_2^4), \text{ kde} \quad (67)$$

$$\Phi_2 = \max \left(2 \frac{\sqrt{k}}{\beta_\infty^* \omega y}, \frac{500\nu}{\omega y^2} \right). \quad (68)$$

Ve velké vzdálenosti od stěny opět platí, že funkce $F_1 = 1$. Z výše uvedeného rozboru a na základě četných experimentů [65] lze určit nejvhodnější modelové konstanty $\sigma_{k,1}$, $\sigma_{\omega,1}$, $\sigma_{k,2}$, $\sigma_{\omega,2}$, a_1 , $\beta_{i,1}$, $\beta_{i,2}$, α_∞^* , α_∞ , α_0 , β_∞^* , R_β , R_k , R_ω , ζ^* , M_{t0} . Podle výsledků testů [59, 65] dává SST model velmi dobrou shodu s experimentem nejen pro profily střední rychlosti a průběh součinitele tření, ale i pro profily turbulentního smykového napětí. To je případ supersonického ejektoru, jehož účinnost je na smykovém napětí mezi hnacím a hnaným proudem přímo závislá. I proto byl tento model po testování v podkapitole 5.1. zvolen jako stěžejní pro tuto práci.

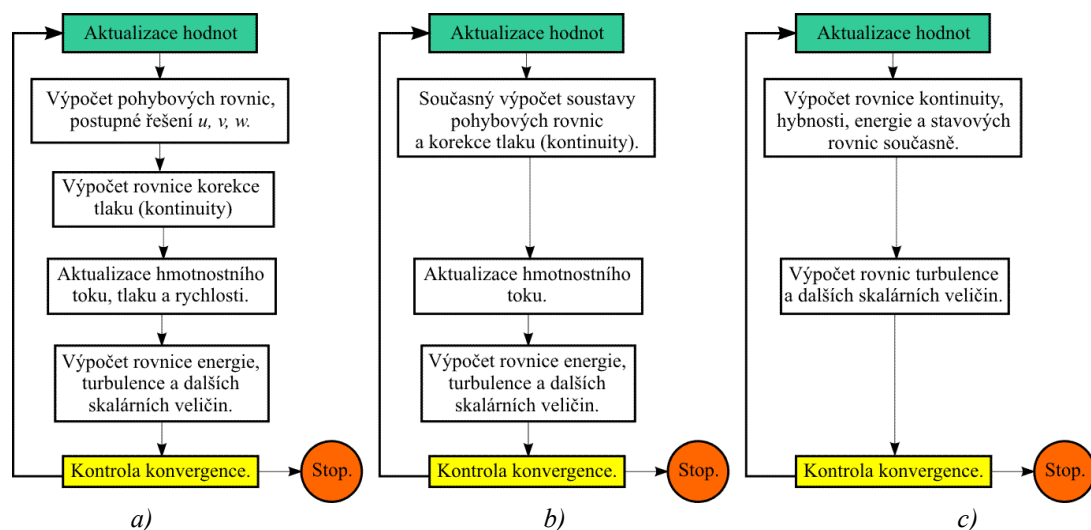
3.6. Řešič

V programu Fluent jsou k dispozici dva typy numerických řešičů:

- 1) „*pressure-based solver*“ – PBS,
- 2) „*density-based solver*“ – DBS.

Z hlediska historického vývoje byl „*pressure-based solver*“, ve své původní formě vyvinut zejména pro proudění nestlačitelných tekutin. V případě, že je jako kontinuum uvažován vzduch, je PBS primárně určen pro proudění rychlostmi, kde ještě není významný vliv stlačitelnosti, tj. $M < 0,1$. Pro opačné druhy proudění, kde vliv stlačitelnosti hraje významnou roli, je určen DBS. V současné době jsou obě metody přeformulovány a lze je použít pro větší rozsahy rychlostí. Obě uvedené metody jsou založeny na výpočtu rychlostního pole z pohybové rovnice. V DBS je následně z rovnice kontinuity vypočteno pole hustot a tlakové pole je určeno řešením stavové rovnice. V PBS je oproti tomu tlak, či korekce tlaku, získán manipulací s pohybovou rovnicí a rovnicí kontinuity. V případě obou metod vypočítá program bilanční rovnice pro hmotu, hybnost a případně energii či další skalární veličiny turbulence. Schéma postupu obou řešičů je na obr. 22.

Z hlediska optimalizačních výpočtů v oblastech vysokých rychlostí je kritickým požadavkem stabilita řešení. Zároveň je cílem snížení doby konvergence řešení. Jelikož jsou tyto požadavky částečně protichůdné, je třeba věnovat značnou pozornost všem faktorům, které stabilitu i rychlost řešení ovlivní. Jedním z nejvýraznějších činitelů ovlivňujících stabilitu výpočtů je právě způsob sdruženého výpočtu tlakových a rychlostních polí. I když je v dnešní době celá řada algoritmů, z nichž některé mohou výrazně urychlit konvergenci řešení, vede podle autorových zkušeností urychlení konvergence simulací ejektorů s nadzvukovým proudem na snížení stability řešení, což je v průběhu optimalizace nepřijatelné. Během velkého množství testovacích úloh se prokázala velmi malá stabilita DBS, přestože tento měl pro daný druh proudění dosahovat lepších výsledků, než PBS. Proto je v této práci od použití DBS upuštěno a pro optimalizační výpočty je kombinováno více modifikací PBS.



Obr. 22. Schémata postupu řešení; a) – oddělený „*pressure-based solver*“, b) – sdružený „*pressure-based solver*“, c) – „*density-based solver*“ [46].

3.6.1. „Pressure-based solver“ – oddělený řešič

„Pressure-based solver“ (oddělený řešič, PBS) používá algoritmy patřící do tzv. projekčních metod. V těchto metodách je řešena rovnice korekce tlaku, která je vyjádřena z rovnice kontinuity a pohybové. Je možné použít buď algoritmus „segregated“ – oddělený – jehož schéma je na obr. 22a) nebo algoritmus „coupled“ – sdružený – uvedený na obr. 22b). Z oddělených algoritmů je popsán iterativní algoritmus SIMPLE, jelikož je v této práci nevíce používaným.

V algoritmu s odděleným řešením jsou základní rovnice pro proměnné u, v, w, p, T, k, ω a další řešeny postupně, tj. odděleně jedna po druhé. Při řešení je daná rovnice vždy vyjádřena z ostatních. Každá iterace se skládá z těchto kroků popsaných na obr. 22a):

1. Jsou aktualizovány hodnoty veličin podle současného stavu řešení. Pokud výpočet právě začal, jsou nastaveny inicializační hodnoty.
2. Řeší se pohybové rovnice, jedna po druhé.
3. Vypočítá se rovnice korekce tlaku s využitím již získaného rychlostního pole a hmotnostního toku.
4. Upraví se hmotnostní tok, tlak a rychlostní pole s využitím výsledků kroku 3.
5. Jsou řešeny rovnice pro další skalární veličiny (veličiny turbulence, energie a další).
6. Proběhne kontrola konvergence soustavy rovnic.

Tyto kroky se opakují, dokud není dosaženo podmínky konvergence. Tento algoritmus je méně náročný na velikost paměti, neboť je nutné držet v paměti jednu rovnici po druhé. Konvergence řešení je ale díky oddělenému výpočtu rovnic pomalejší. Tento algoritmus byl přesto v práci použit při optimalizacích, neboť oproti jiným poskytuje výrazně vyšší stabilitu, čehož je využíváno zejména v počáteční fázi každého výpočtu (viz podkapitola 5.2.4.).

Algoritmus SIMPLE

Oddělený „pressure-based“ řešič používá k určení vztahu mezi tlakem a rychlostí respektive ke korekci tlaku algoritmus SIMPLE. Zkratka vznikla z prvních písmen sousloví „Semi-Implicit Method for Pressure Linked Equations“. Algoritmus vyvinul *Pantakar* a *Spalding* již v roce 1972 a jeho základní procedurou je proces odhadu a korekce. Pro inicializaci výpočetního procesu s využitím SIMPLE je odhadnuto tlakové pole p^* a diskretizované rovnice zachování hybnosti jsou řešeny s využitím tohoto odhadu s cílem získat rychlostní komponenty u^* a v^* (v E^2). Dále definujeme korekci tlaku p' jako diferenci mezi správným a odhadnutým řešením tlaku, takže

$$p = p^* + p'. \quad (69)$$

Analogicky je postupováno při řešení rychlostních komponent. V plně konvergovaném řešení platí rovnost $p^* = p$. Bohužel, vzhledem k nelinearitám v soustavě rovnic, podléhá rovnice korekce tlaku divergenci, pokud není během iterativního procesu použita určitá míra pod-relaxace a nový tlak je tak určen pomocí vztahu

$$p^{new} = p^* + \alpha_p p', \quad (70)$$

kde α_p je pod-relaxační faktor tlaku. Jestliže je hodnota $\alpha_p = 1$, je odhadnuté tlakové pole p^* korigováno hodnotou p' . Bohužel korekce hodnotou p' v okamžiku, kdy je odhad p^* vzdálený

od správného řešení, vede velmi často na nestabilní řešení. Bude-li naopak hodnota $\alpha_p = 0$, pak nedojde k žádné korekci. Analogicky jako v případě tlaku je pod-relaxační faktor použit při výpočtu všech veličin. Problematika uspokojivě rychlého a zároveň stabilního řešení je proto i problémem volby vhodného pod-relaxačního faktoru.

3.6.2. „Pressure-based solver“ – sdružený řešič

Oproti předchozímu algoritmu, varianta PBS „coupled“ řeší sdružený systém rovnic, který zahrnuje pohybovou rovnici a rovnici kontinuity založenou na „pressure-based“ řešiči. Ve výsledku jsou ve sdruženém řešiči kroky 2 a 3 odděleného řešiče nahrazeny jedním krokem, ve kterém je sdružený systém rovnic řešen. Zbývající rovnice jsou řešeny odděleně stejně jako v případě „segregated“ řešiče. Vzhledem k tomu, že jsou rovnice kontinuity a hybnosti řešeny sdruženě, je míra konvergence řešení oproti oddělenému algoritmu zlepšena. Vyrůstá ale přibližně dvakrát nárok na operační paměť, jelikož obě sdružené rovnice je nutné držet v paměti po dobu jejich řešení. Algoritmus sdruženého řešiče byl v této práci použit v pokročilé fázi iteračního postupu jednotlivých simulací, kdy dochází k velmi malým změnám řešených veličin v rámci jednoho iteračního kroku. Oproti „segregated“ algoritmu totiž sdružený řešič zahrnuje „Courantovo-Fridrichovo-Lewyho“, C_{FL} číslo, které je v E^2 určeno vztahem

$$C_{FL} = \frac{u\Delta t}{\Delta x} + \frac{v\Delta t}{\Delta y}, \quad (71)$$

kde Δx a Δy jsou rozměry výpočetní sítě a u, v jsou rychlosti v kontrolní buňce. Změnou hodnoty C_{FL} je umožněna kontrola nad vzdáleností mezi jednotlivými časovými vrstvami stacionárního výpočtu. Při vyšší hodnotě C_{FL} je proto oproti „segregated“ algoritmu výrazně urychlen postup řešení. Rizikem plynoucím z rychlého postupu je snížení stability řešiče. Proto je vhodné při výpočtech ejektorů s nadzvukovým hnacím proudem použít „coupled“ algoritmu se zvýšenou hodnotou C_{FL} až ve fázi výpočtu, kdy dochází k velmi pozvolným změnám jako je například urychlování sekundárního proudu hnacím proudem (při již vyvinuté struktuře hnacího proudu). K dostatečně přesnému výpočtu nasávaného množství je podle testovacích případů v případě „segregated“ algoritmu nutné cca 300 000 iteračních kroků. Použitím „coupled“ algoritmu s postupným nárůstem C_{FL} až na $C_{FL} = 5$ je počet iterací snížen na méně než 10 000.

3.7. Řízení a morfování výpočetní sítě

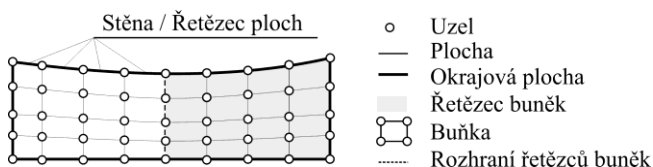
Deformace výpočetní domény spojená s morfováním sítě hraje v novém algoritmu významnou roli. I když lze postup nového algoritmu aplikovat i v případě zcela nezávislého síťování každé varianty řešení, je maximální úspory výpočetního času dosaženo při postupném morfování výpočetní sítě bez přídavného generování sítí nových. K využití tohoto principu je nutné mít pod kontrolou geometrii a topologii problému a způsob morfování výpočetní sítě.

Kontrola nad výpočetní sítí je v SW Fluent umožněna uživatelem definovanými funkcemi, UDF, které se kompilují přímo v grafickém či textovém rozhraní programu. UDF využívají programovací jazyk C a vlastní makro jazyk [46], který zpřístupňuje jednotlivé části jádra

programu. Bohužel forma komunikace a zpřístupněné proměnné jsou velmi omezené. Nelze tedy funkce UDF chápat jako možnost neomezené kontroly zdrojového kódu řešiče.

Během tvorby inicializační geometrie a výpočetní sítě je uživatelem definována topologie problému. Této dále využívají všechna makra UDF funkcí. Například makra pro deformace sítě se vždy odvolávají na stejnou část domény, které přísluší přidělené identifikační číslo – ID, či pointer. Ty mohou obsahovat odkaz na proměnnou typu:

- 1) Uzel / „Node“.
- 2) Kontrolní plocha / „Face“.
- 3) Řetězec ploch / „Face Thread“.
- 4) Kontrolní buňka / „Cell“.
- 5) Řetězec buněk / „Cell Thread“.
- 6) Doména / „Domain“.



Obr. 23: K názvosloví a topologii výpočetní sítě.

Ukázky uvedených datových typů v E^2 jsou uvedeny na obr. 23. ID, je v rámci kódu manipulováno jako pointer. Dále se lze po řetězcích („Thread“) pohybovat pomocí cyklů. Například pohyb po všech uzlech stěny s definovaným ID je možný následovným sledem příkazů:

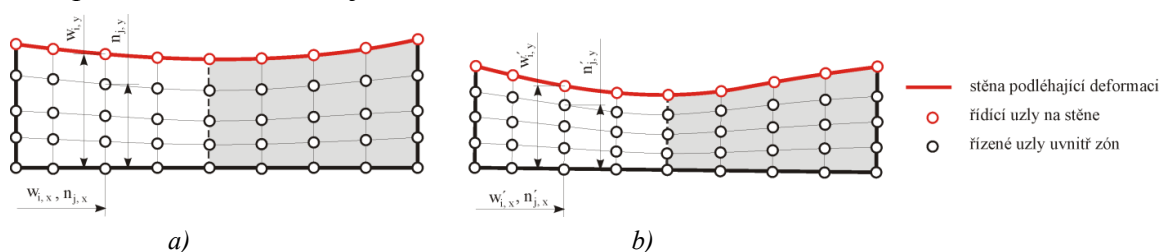
- 1) najdi pointer *p pro zónu s číslem ID,
- 2) proved' smyčku přes všechny kontrolní plochy zóny s *p,
- a) proved' smyčku přes všechny uzly plochy.

Je zjevné, že je velmi vhodné již při definování topologie výpočetní sítě brát na zřetel způsob řízení tvaru v průběhu numerických a optimalizačních výpočtů. Právě proto je vhodné využít dělení výpočetní domény na jednotlivé zóny (řetězce buněk) jak je naznačeno na obr. 23

Aby bylo možné zachovat topologii výpočetní sítě a při tom změnit vnější tvar jednotlivých zón, je potřebné tzv. morfovat výpočetní síť. Při morfování dochází k pohybu uzlů výpočetní sítě, přičemž jejich počet i relativní uspořádání jsou zcela zachovány. Pro morfování je v této práci použito takzvaného pružinového způsobu řízení pohybu uzlů, přičemž uzly na rovině symetrie ejektoru jsou nehybné. Při morfování uzlu n_j je nejprve nalezen uzel na stěně $w_{i,j}$, což je řídicí uzel, který má ze všech uzlů na stěně nejbližší souřadnici x uzlu – $n_{j,x}$. Vzhledem k použití strukturované sítě čtyřbokých elementů je rozdíl jejich x -ových souřadnic roven pouze diskretizační chybě. Dále je zjištěna stará svislá souřadnice morfovaného uzlu – $n_{j,y}$ a původní svislá souřadnice uzlu na stěně – $x_{i,y}$. Nová poloha morfovaného uzlu je pak vypočtena ze vztahu

$$n'_{j,y} = w'_{i,y} \frac{w_{i,y}}{n_{j,y}}. \quad (72)$$

Stejný postup je aplikován pro všechny uzly deformované zóny. Schéma přístupu morfování pomocí pružinové deformace je uvedeno na obr. 24.



Obr. 24: Schéma morfování výpočetní sítě, a) – původní výpočetní síť, b) – zmorfovaná výpočetní síť.

4. Nově navržený algoritmus optimalizace

Tato kapitola popisuje nově navržený algoritmus i jeho základní myšlenky jako je idea tvarové podobnosti a řazení geometrií do posloupnosti. Dále je zde provedeno jeho testování na unimodální a multimodální testovací funkci a je proveden test sub-algoritmu řazení na případě supersonické trysky. Cílem je otestovat algoritmus sub-evoluce a získat přehled o vlivu sub-evolučních operátorů před nasazením na optimalizaci nadzvukové hnací trysky ejektoru. Poměrně rozsáhlé testování je provedeno i proto, aby případné chyby a nedokonalosti v nastavení algoritmu nebylo nutné odstraňovat během optimalizace ejektoru, kdy by tento proces trval řádově delší dobu a byl by značně neefektivní.

V předchozím textu bylo ukázáno, že je vhodné pro nově řešenou variantu využít již existující výpočetní síť i na ní spočtených dat a využít je pro inicializaci nové varianty. Proces přeměny výpočetní sítě nazýváme morfováním. Z uvedeného lze dále vyvodit úvahu, že bude-li změna původní a zmorfované výpočetní sítě pouze infinitezimální, bude i čas potřebný na konvergenci nového řešení velmi krátký. Logicky lze očekávat, že s rostoucí rozdílností po sobě následujících geometrií, bude narůstat i čas potřebný na konvergenci řešení (počet iteračních kroků). Nabízí se proto idea řadit geometrie do posloupnosti tak, aby za sebou navazovaly vždy jen tvarově velmi podobná řešení. Pak by i celková iterační doba všech řešení dosahovala minima. Takto upravená posloupnost parametrů (či jimi určených geometrií) se nazývá adaptovaná sekvence geometrií, či adaptovaná posloupnost, „*Adapted Sequence of Geometries*“ – ASG. Slabinou této myšlenky je fakt, že na počátku optimalizační procedury není známo, kterými body parametrizačního prostoru algoritmus projde a nelze tedy řadit geometrie a priori před začátkem optimalizace ani během ní. Existují ovšem dva přístupy, ve kterých je myšlenka řazení aplikovatelná:

- 1) citlivostní analýza,
- 2) genetické algoritmy.

První oblastí, kde lze s výhodou využít myšlenky řazení geometrií je citlivostní analýza – „*Sensitivity Analysis*” – SA. Citlivostní, či robustnostní analýza se s výhodou využívá pro určení míry korelace mezi změnou sledovaného parametru (nezávisle proměnné) a odezvou cílové funkce. Dnes pravděpodobně nejčastěji používanou hodnotou pro určení míry korelace je *Pearsonův* korelační koeficient, *PKK*. Ten určuje vliv parametru X na výsledek Y pomocí vztahu (73)

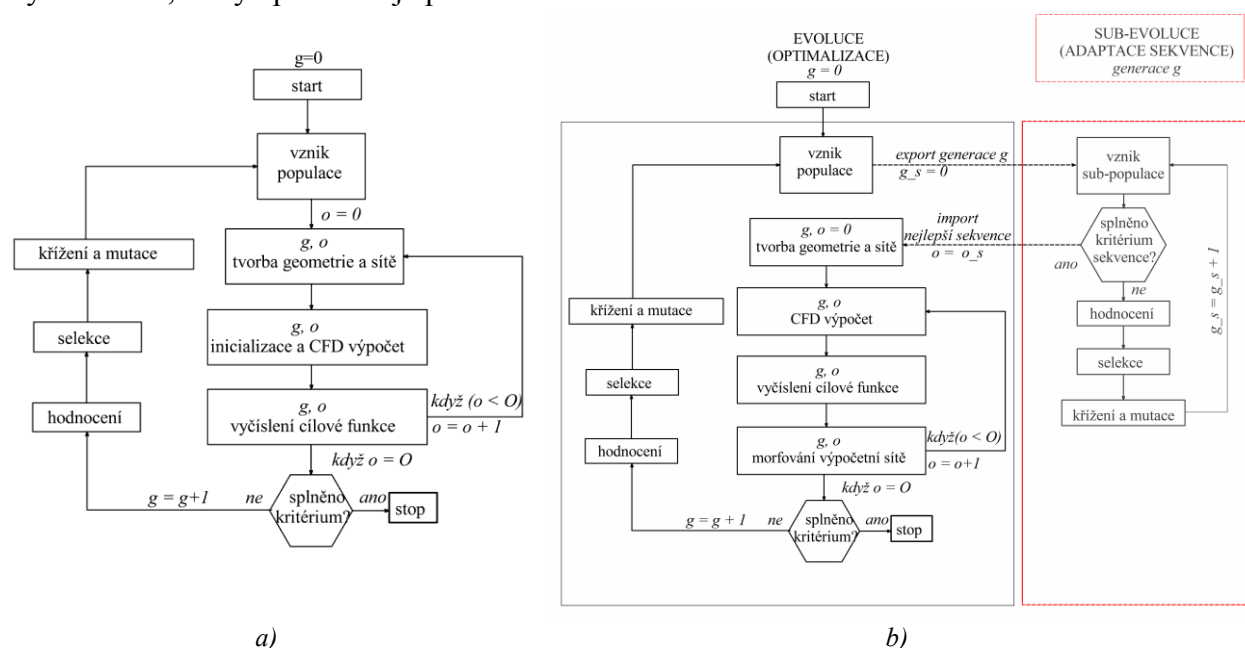
$$PKK = \rho_{X,Y} = \frac{\sum_{i=1}^N (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^N (X_i - \bar{X})^2} \sqrt{\sum_{i=1}^N (Y_i - \bar{Y})^2}} \quad (73)$$

Hodnota koeficientu nabývá hodnot $\rho_{X,Y} \in \langle -1; 1 \rangle$. Při $\rho_{X,Y} = \pm 1$ je dosažena maximální míra korelace a jednotková změna parametru X vyvolá jednotkovou odezvu Y . Kladná hodnota má význam přímo úměrné vazby mezi X a Y , záporná má význam úměry nepřímé. Při $\rho_{X,Y} = 0$ není mezi proměnnou a výslednou hodnotou žádná vazba. Na počátku citlivostní analýzy je nutné stejně jako při optimalizaci definovat parametrizační prostor. Dále je prostor vzorkován, tj. dojde k výběru určeného počtu bodů z parametrizačního prostoru. Pro vzorkování je v současnosti k dispozici velké množství algoritmů. Příkladem velmi triviálního přístupu je metoda „*Monte Carlo*“, kdy k výběru parametrů dochází prakticky

stochastickým či pseudo-stochastickým způsobem. Výhodou této metody je, že vzorkované hodnoty jsou v definičních oborech parametrů zastoupeny s četností přibližně odpovídající *Gaussovu* rozdělení. Tato vlastnost je vítanou pro další vyhodnocení dat za pomoci *Pearsonova* koeficientu. Jednou z nejpoužívanějších a nejúspěšnějších metod vzorkování parametrizačního prostoru, je metoda nazývaná „*Latin Hypercube*“ [49]. Díky vzorkování je tedy již před počátkem prvního volání cílové funkce jasné, kterými body prostoru algoritmus projde a je možné přistoupit k jejich řazení do posloupnosti podle jakéhokoliv kritéria. I když je citlivostní analýza považována za součást optimalizačních postupů, není optimalizačním algoritmem, tedy postupem vedoucím na nalezení optima. Výsledků analýzy lze využít například k zúžení množiny volných parametrů, kdy parametry se zanedbatelným vlivem na cílovou funkci jsou z následné optimalizace vypuštěny [40]. Citlivostní analýzu lze proto chápat jako určitý předstupeň optimalizace, který umožňuje úspěšně řešit problémy o mnoha dimenzích. V této práci je citlivostní analýza užito pouze ke statistickému vyhodnocení jednotlivých generací evolučního postupu optimalizace hnací trysky supersonického ejektoru. Druhou oblastí optimalizace, kde lze využít myšlenku řazení, je genetický algoritmus. Během evoluce počátečních řešení vznikají celé populace bodů optimalizačního prostoru, ve kterých je nutné vyčíslit cílovou funkci a pro které – a to je velmi významné – známe od doby zformování generace i přesnou podobu každého individua. Na myšlence využít řazení geometrií, které jsou takovými individui aktuální populace, je postaven nový algoritmus, který je diskutován v navazujícím textu.

4.1. Schéma nového algoritmu

Genetický algoritmus (GA) s adaptací sekvence geometrií neboli občanů (ASG) je založen na principu běžného GA, do kterého je navíc pro každou nově formovanou generaci vnořen cyklus ASG, který optimalizuje pořadí občanů.



Obr. 25: Schéma optimalizace pomocí, a) – klasického GA, b) – GA + ASG.

Řazení lze provést na základě celé řady kritérií. Pro tuto práci je vybráno kritérium geometrické podobnosti. Jinými slovy, individua v nově vzniklé populaci jsou seřazeny tak, že spolu sousedí vždy co možná navzájem nejpodobnější jedinci – geometrie. Princip řazení je vysvětlen v následujících podkapitolách a schéma celého algoritmu je uvedeno na obr. 25. Jelikož optimalizačním i řadícím algoritmem je algoritmus evoluční, jsou z důvodu jejich jednoznačného rozlišení v následujícím textu používány pojmy evoluce a sub-evoluce – řazení. Důležitým faktorem je, že vnitřním algoritmem (sub-evolucí) není nijak omezen rozsah a kvalita vnějšího algoritmu. Parametry vnějšího postupu tedy lze volit zcela pouze podle generální povahy řešeného problému, stejně jako by tomu bylo bez použití sub-algoritmu tvorby posloupnosti. Na obr. 25a) je uveden příklad klasického GA, který umožňuje přímé srovnání s novým algoritmem s vnořenou adaptací sekvence občanů uvedenou na obr. 25b). Obecně se nový algoritmus vyznačuje vlastnostmi typickými pro klasický GA, tedy schopností nalézt globální optimum při správně nastavených parametrech. Stejně tak se objevuje i riziko konvergence řešení do lokálního extrému. Velikost populací běžných GA často dosahuje stovek, zřídka až tisíců jedinců. Bohužel, tak velké množství individuí vede na neudržitelnou výpočetní náročnost úlohy. Tento problém, mimo jiných, vedl na úvahu, zda je možné namísto rozměrné populace použít značně redukováný počet individuí v rámci jedné generace. V některých pracích [51] bylo demonstrováno, že populace alespoň tří individuí je dostačující ke konvergenci evoluce. Tento počet je ovšem opravdu velmi extrémním. Jestliže se evoluce účastní pouze maximálně několik desítek jedinců, je genetický algoritmus nazýván mikro genetickým – μ GA. Při optimalizaci, spojené s řazením individuí, není cílem využít co nejmenší populace, jelikož tím dochází ke značnému zředění posloupnosti individuí a mezi jednotlivými geometriemi je pak příliš výrazný přechod (velká mutační vzdálenost). Tím může být narušena základní myšlenka nového algoritmu, která vychází z precedentu malé deformace mezi jednotlivými geometriemi a z toho plynoucího velmi rychlého řešení na nově definované geometrii. Optimální zahuštění optimalizačního prostoru jedinci je závislé na jeho velikosti, absolutní velikosti geometrie a velikosti změny proudového pole se změnou geometrie. Pro testovací případy supersonické trysky byla vyhodnocena nejvhodnější velikost populace v řádech desítek individuí. Jde tedy o populaci, kterou nelze zcela jednoznačně považovat za mikro malou.

Celý zdrojový kód, který řídí evoluční, sub-evoluční a morfovací výpočty a operace je zkompileován v jazyce C s využitím maker, která jsou definována v programu FLUENT. Makra jsou použita pro zásahy a komunikaci se zdrojovým kódem řešiče, zatímco C-kód je využíván zejména na evoluční výpočty. Pro přenos dat z a do algoritmu sub-evoluce slouží jednoduché textové – *.txt soubory, které v sobě nesou veškeré nutné parametry. Do textových souborů je zapisován i průběh evoluce a sub-evoluce jednotlivých generací.

4.2. Tvarová podobnost

Nově navržený algoritmus pracuje s tvarovou podobností geometrií, podle které je následně populace geometrií řazena do adaptované posloupnosti. Uvedené pojmy nejsou běžně používané a všeobecně známé a je proto na místě je blíže definovat.

Na geometrii dvojrozměrného problému optimalizace se můžeme mimo jiné dívat i jako na trajektorii bodu v čase [66, 67]. Pro účely dalšího zpracování v databázích a uložení dat je v takovém případě kontinuální pohyb bodu zaznamenáván po diskrétních časových úsecích. Trajektorie bodu je pak aproximována většinou po částech lineární funkcí spojující koncové body posloupnosti polohových vektorů. Otázka tvarové podobnosti geometrií tak může být jednoduše převedena na otázku podobnosti dvou trajektorií a naopak [68–70].

Většina databází, pracujících s časovou sérií dat (posloupností polohových vektorů) používá pro analýzu tvarové podobnosti *Euklidovskou* vzdálenost. Mějme v $\mathbf{R}^2$ dvě sekvence dat c , c' definované jako dvě posloupnosti polohových vektorů.

$$c = \langle \mathbf{w}_1, \mathbf{w}_2, \dots, \mathbf{w}_N \rangle \in \mathbf{R}^2 \text{ a } c' = \langle \mathbf{w}_1', \mathbf{w}_2', \dots, \mathbf{w}_N' \rangle \in \mathbf{R}^2, \text{ kde } N \in \mathbf{N}. \quad (74)$$

Pak podobnost, respektive vzdálenost posloupností vektorů, lze definovat například jako

$$D(c, c') = \|(\mathbf{w}_1 - \mathbf{w}_1')\| + \dots + \|(\mathbf{w}_N - \mathbf{w}_N')\|. \quad (75)$$

Popřípadě je možné využít *Euklidovské* normy a rovnici (75) přepsat pro případ v $\mathbf{R}^2$ na tvar

$$D_E(c, c') = \sum_{n=1}^N \sqrt{(\mathbf{w}_n - \mathbf{w}_n')^2}. \quad (76)$$

V literatuře lze nalézt velké množství dalších kritérií a definic pro určení podobnosti dvou geometrických obrazců či těles. V našem případě máme již jasně definovanou geometrii – a to evolučním algoritmem zformovaného jedince. Budeme-li schopni jeho tvar dostatečně přesně popsat posloupností polohových vektorů, lze na tvarovou podobu jedinců nahlížet jako na podobu trajektorií a je možné na problém geometrické podoby užít vztahy (74) až (76). Optimalizační problémy se ve velké většině případů parametrizují. Tedy geometrie, která je objektem řešení, je řízena několika parametry z oboru reálných čísel, které geometrii jednoznačně určují. Přesněji: mějme konečný počet P řídicích parametrů

$$\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_P \in R, \quad (77)$$

pak lze obecnou geometrii ve dvourozměrném souřadném systému E^2 definovat jako graf funkce určené vztahem

$$y_i = f_i(x, \pi_1, \pi_2, \dots, \pi_P), \text{ pro } \forall x \in D(f_i), \text{ kde } P \in \mathbf{N}. \quad (78)$$

Parametrem může být např. koeficient polynomu splajnu atd. Z vlastností funkcí plyne, že známe-li funkční předpis a souřadnici x , pak lze jednoznačně určit funkční hodnotu y (souřadnici polohového vektoru). Tato vlastnost nám umožňuje prakticky libovolnou volbu polohových vektorů. Ty lze s výhodou využít právě při výpočtu podobnosti geometrií. Diskretizujme geometrii s krokem Δx . Pak všechny x -ové souřadnice polohových vektorů – x_n jsou určeny vztahem

$$x_n = x_0 + n \cdot \Delta x, \quad \text{kde } n \in \mathbf{N}, x_n \in D(f). \quad (79)$$

Souřadnice y jsou pak dány funkčním předpisem a hodnotou x_n .

Na x_0 nahlížíme jako na výchozí polohu diskretizace. Vzhledem k libovolné volbě Δx lze s výhodou využít jeho stejné hodnoty pro všechny geometrie. Výpočet geometrické podobnosti posloupností vektorů $c, c' - D(c, c')$ pak lze převést na rovnici (80), tedy na pouhé odčítání funkčních hodnot y po krocích Δx . Rovnice (75) tak nabyde jednoduchého tvaru

$$D(f_i, f_{i-1}) = \sum_{n=1}^{n=N} |f_i(x_n) - f_{i-1}(x_n)|, \quad (80)$$

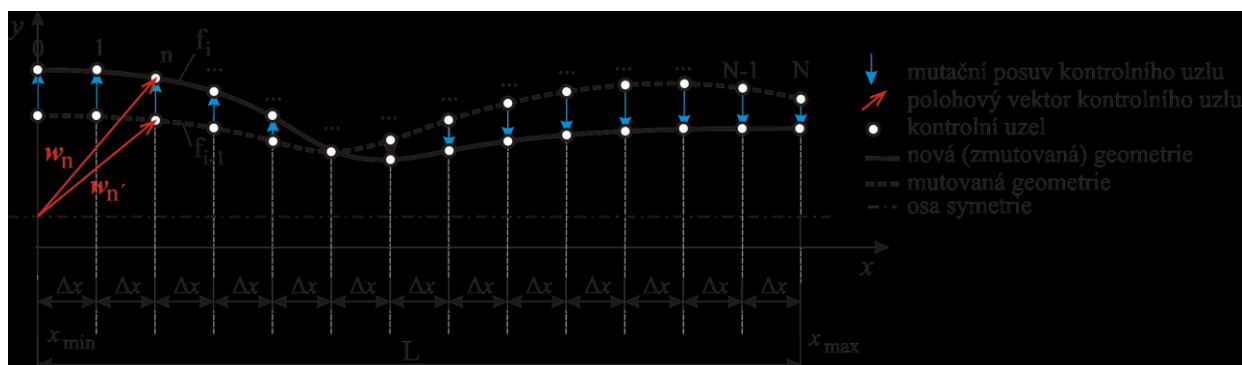
kde N je počet intervalů vzniklých diskretizací geometrie krokem Δx . Zároveň říkáme, že souřadnice $f_i(x_n)$ a $f_{i-1}(x_n)$ jsou kontrolní souřadnice zmutované a původní geometrie. Pokud je tato souřadnice souřadnicí uzlu výpočetní sítě, nazýváme jej kontrolním uzlem. Čím nižší hodnota D pro dané funkce je dosažena, tím je považujeme za podobnější. Zároveň říkáme, že i mutační vzdálenost mezi nimi s klesající hodnotou D klesá.

Výše uvedenou otázku podobnosti dvou křivek (geometrií, funkcí ...) lze dále rozšířit na problém nalezení posloupnosti definované množiny S křivek, přičemž hledaná posloupnost má vykazovat nejmenší součet mutačních vzdáleností mezi sousedními křivkami a zároveň má obsahovat všech S křivek. Problémem je pak nalezení posloupnosti s minimální možnou celkovou mutační vzdáleností geometrií (funkcí), určenou vztahem

$$\hat{D} = \sum_{i=1}^{i=S} D(f_i, f_{i-1}) = \sum_{i=1}^{i=S} \sum_{n=1}^{n=N} |f_i(x_n) - f_{i-1}(x_n)|. \quad (81)$$

Funkce f_i a f_{i-1} mají význam sousedů v posloupnosti. Nalezení posloupnosti (sekvence) geometrií, pro kterou je $\hat{D}$ minimální, je úkolem pro vnořený optimalizační sub-algoritmus.

Schéma problému výpočtu mutační vzdálenosti dvou geometrií je uvedeno na obr. 26. Zde jsou obrysové tvary původní a zmutované trysky prostorově diskretizovány strukturovanou sítí s krokem Δx , čímž na obrysu geometrií vznikají kontrolní uzly, u kterých počítáme mutační posuv. Zobrazeny jsou i polohové vektory w, w' , které odpovídají zvoleným souřadnicím x_n .



Obr. 26: K výkladu výpočtu mutační vzdálenosti geometrií.

4.3. Sub-evoluce, řazení geometrií do posloupnosti s minimální mutací

V předchozí podkapitole je diskutována celková mutační vzdálenost sekvence geometrií, která má být využita jako hodnotící kritérium při řazení geometrií do posloupnosti tak, aby mutace mezi sousedy v posloupnosti dosahovala minimálních hodnot. K nalezení posloupnosti s co nejmenší mutační vzdáleností ze všech možných variant je určen sub-evoluční algoritmus. Předpona „sub“ je použita pro jednoznačné rozlišení od algoritmu, jež vede na zlepšení cílové

funkce optimalizace. Další rozdíl oproti vnějšímu algoritmu spočívá v tom, že úkolem sub-algoritmu je seřadit předem určenou množinu geometrických tvarů podle jejich vzájemné podoby. Touto množinou je nově zformovaná generace jedinců vnějšího algoritmu. Za tímto účelem je po vzniku nové generace do algoritmu sub-evoluce z vnějšího algoritmu předán seznam geometrií, které mají být v nadcházejícím evolučním kroku hodnoceny. Tento seznam se stává tzv. „super-rodíčem“, z něhož jediného je generována celá inicializační sub-populace. Ta vzniká pouze z chromozomů, jež obsahuje super-rodíč a to náhodnou záměnou pořadí chromozomů. Zatímco v případě vnějšího algoritmu má chromozom občana řádkový tvar, chromozom sub-občana nabývá maticového tvaru. Jeden sub-občan totiž reprezentuje sled geometrií, jejichž chromozom má řádkový tvar. Sub-občan s nejlepším hodnocením svého chromozomu je na konci sub-evoluce navrácen zpět do evoluce a to v okamžiku před voláním morfování sítě a numerickým výpočtem. Protože, jak je v podkapitole 1.2.3. zmíněno, je problém adaptace sekvence geometrií identický s problémem obchodního cestujícího, lze na něj aplikovat identické postupy řešení, volit obdobné genetické mechanismy a čerpat z velkého počtu publikací na toto téma. Dále jsou uvedeny nejdůležitější prvky sub-algoritmu užívané v této práci.

Kódování – Jelikož algoritmus vnější i vnořený po dobu svého běhu pracuje s individui, které jsou reprezentovány jejich chromozomy, je jednou z klíčových otázek volba kódování individuí. Význam volby kódování lze ilustrovat na příkladu infinitezimální změny chromozomu, který je veden v binárním kódu. Například už pouhá změna jediného bitu v kódu $(11010110)_2 = 214$ má za následek kód $(10010110)_2 = 150$. Do problému je tak vnášena další významná nelinearita závislosti odezvy na vzruchu a genetický algoritmus tak klame sám sebe. V této práci je používáno výhradně kódování reálnými čísly o hodnotě volného parametru. V případě hledání optimální sekvence má pak chromozom jednoho občana tvar maticového chromozomu $\mathbf{O}_S$ o rozměrech $(S \times P)$, kde má každý z S řádků matice význam jedné geometrie a hodnoty v P sloupcích jsou parametry těchto geometrií.

$$\mathbf{O}_S = \begin{bmatrix} \pi_{1,1} & \cdots & \pi_{1,P} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \pi_{S,1} & \cdots & \pi_{S,P} \end{bmatrix}, \text{ kde } \forall \pi_{i,j} \in R. \quad (82)$$

Problémem maticového kódování je vysoký nárok na paměť v případě, že pracujeme se značnou velikostí sub-populace. V paměti počítače je totiž nutné držet minimálně dvě sub-generace o mnoha sub-občanech, z nichž každý sub-občan zabírá v paměti velikost minimálně $B = S \cdot P \cdot m$, kde m je velikost datového typu použitého pro uchování hodnot parametru v paměti. Velikost m je mimo datového typu odvislá i od použité architektury systému počítače. Pro datový typ „float“, ve kterém je uchovávána hodnota parametrů v použitém kódu, při použití 32 bitové architektury systému je velikost 4 bajty. S velikostí maticového chromozomu jsou dále spojeny velikosti ostatních genetických operátorů, které aplikujeme na občany během sub-evoluce. Proto náročnost na paměť poměrně výrazně roste s velikostí sub-populace. Optimální počet sub-občanů je proto vhodné zvolit tak, aby nedocházelo ke zbytečnému zahlcení paměti počítače. Otázka volby optimální velikosti sub-populace pro optimalizaci supersonického ejektoru je řešena ve zvláštní podkapitole této práce.

Hodnocení – Jedinci jsou vybráni pro další reprodukci na základě jejich ohodnocení. Lépe hodnocený jedinec má vyšší šanci na další reprodukci. Stejný princip platí i v případě sub-evoluce, z čehož plyne, že je i nutné sub-občany kvalitativně ohodnotit. K ohodnocení kvality jednotlivých sub-občanů (posloupností geometrií) je využíván vztah (81), který určuje celkovou mutační vzdálenost $\hat{D}_{o_s}$ sub-občana o_s .

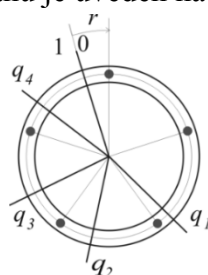
Selekce – Selekcce, stejně jako ve vnějším algoritmu, určuje občany, kteří se účastní další reprodukce. Po hodnocení máme k dispozici mutační vzdálenost $\hat{D}_{o_s}$ každého sub-občana. Dále se pro každého sub-občana o_s vypočte hodnota ruletového kola q_{o_s} , která ohraničuje velikost výseče na selekčním ruletovém kole pro S řazených sub-občanů podle vztahu

$$q_{o_s} = q_{o_s-1} + \frac{\left(\frac{\sum_1^S \hat{D}_{o_s}}{\hat{D}_{o_s}}\right)}{\sum_1^O \left(\frac{\sum_1^S \hat{D}_{o_s}}{S}\right)}, \text{ kde } q_0 = 0, q_{o_s+1} = 1. \quad (83)$$

Hodnota sub-občana na ruletovém kole tedy dává v normalizované formě do poměru celkovou mutační vzdálenost aktuálního sub-občana a celkovou mutační vzdálenost celé sub-populace. Čím nižší mutační vzdálenosti $\hat{D}_{o_s}$ je dosažena, tím větší výseč na ruletovém kole je pro sub-občana vyhrazena (tedy má větší šanci na výběr). Z uvedených vztahů plyne, že všechna hodnocení se nacházejí v intervalu $\langle 0; 1 \rangle$. Selekcce individuí ze sub-populace k další reprodukci je založena na principu ruletového mechanismu s pravděpodobností výběru úměrnou ohodnocení jedince. V literatuře je tento přístup označován jako „*fitness proportionate selection*”. Občan o_s je v tomto mechanismu vybrán pro další reprodukci, jestliže náhodně generované reálné číslo $r = \langle 0; 1 \rangle$ je takové, že

$$q_{o_s-1} < r \leq q_{o_s}. \quad (84)$$

To si lze představit tak, že kulička reprezentovaná hodnotou r padne právě do výseče sub-občana o_s . Příklad volby pro pět občanů je uveden na obr. 27.



Obr. 27: Příklad selekce individuí na základě „*fitness proportionate selection*” pro mikro populaci o pěti občanech.

Selekce rodičů je prováděna do té doby, než počet vybraných jedinců nedosáhne dvojnásobek počtu jedinců v sub-populaci. To je dáno způsobem křížení rodičů, při němž vzniká ze dvou rodičů pouze jeden potomek.

Křížení – Mechanismem genetických algoritmů, který zajišťuje vznik potomků je křížení. V této práci je pracováno s metodou zvanou hranové křížení – „*Edge Recombination Crossover*” – ERX, který je považován za nejúspěšnější z operátorů křížení pro úlohu obchodního cestujícího [31]. Jelikož je problém obchodního cestujícího identický s problémem

řazení do posloupnosti, je tento operátor použit i v sub-evolučním cyklu. Zvláštností tohoto přístupu je skutečnost, že ze dvou rodičů vzniká pouze jeden potomek, jehož chromozom v sobě po částech kombinuje chromozom otce a matky. Při tvorbě potomka hraje významnou roli tzv. hranová tabulka, která každé geometrii připisuje seznam jeho sousedů vyskytujících se v rodičovských individuích. Například pro posloupnosti (1, 2, 3, 4, 5, 6) a (5, 6, 3, 1, 4, 2) má hranová tabulka následující podobu.

Tab. 2: *Příklad hranové tabulky*

geometrie	sousedé
1	2, 3, 4, 6
2	1, 3, 4, 5
3	1, 2, 4, 6
4	1, 2, 3, 5,
5	2, 4, 6
6	1, 3, 5

Nyní se začne postupně vytvářet nová posloupnost tak, že mezi geometriemi s nejmenším počtem sousedů se náhodně zvolí jedna geometrie a vyškrtne se ze seznamu sousedů v hranové tabulce. Opakováním tohoto postupu vyčerpáme celý seznam sousedů a dojde ke vzniku nové posloupnosti. Popsaný operátor křížení s rekombinací hran, ERX, byl dále zdokonalen využitím poněkud opomíjené informace, že některé geometrie by se v seznamu sousedů měly správně vyskytovat dvakrát, protože se toto sousedství vyskytuje v obou rodičovských chromozomech [31].

Mutace – Mutace zajišťuje udržení dostatečně rozmanitého genofondu a je do sub-algoritmu zavedena tak, že pro každého nově vzniklého potomka, obsaženého v chromozomu O_s je náhodně generováno číslo $r = \langle 0; 1 \rangle$, pokud pro r platí, že $r \leq m_s$, dojde k záměně celého řádku za řádek, jehož číslo je opět náhodně generováno. Jinými slovy s pravděpodobností m_s je zaměněna každá geometrie posloupnosti. Náhodnost výběru je v této práci zajištěn rutinou implementovanou do jazyka C [73]. Tato rutina se při každém výběru inicializuje okamžitým časem systému, který se navíc překóduje do binárního kódu, takže je vyloučeno heuristické ovlivnění náhodného výběru. Funkce `rand()` generuje celé číslo v rozsahu $1-ROZSAH$.

Elitismus – Elitismus umožňuje zachovat nejlepší posloupnosti z existující sub-populace beze změn i pro příští generaci sub-evoluce. Cílem je neztratit při křížení kvalitní chromozom dobře seřazeného jedince. I při křížení a mutaci dvou poměrně kvalitních jedinců by totiž mohlo dojít k poškození genetické informace a ztrátě kvality jedince. Zároveň se aplikací elitismu zabrání poklesu hodnocení nejlepšího řešení v průběhu evoluce. Nebezpečím oproti tomu ale je přílišný vliv elitní skupiny, jelikož takto nastavený algoritmus není schopen opustit oblast lokálního extrému a hrozí degenerace celé populace. Je tak totiž potlačena rozmanitost genetického kódu. Vliv počtu elitních jedinců v *ELITE* a *ELITE_S* skupině je ověřován na testovacích funkcích dále v této práci.

4.4. Evoluce

V předchozí podkapitole byl popsán sub-evoluční algoritmus, jehož cílem je seřadit individua v populaci tak, aby byla omezena náročnost numerických výpočtů na minimum. Sub-algoritmus nezasahuje do té části výpočtů, která vede přímo k evoluci hodnot cílové funkce. To je úkolem tzv. vnějšího evolučního algoritmu. Princip evoluce je popsán již v předchozích kapitolách, dále je proto věnován prostor konkrétním mechanismům, které přímo charakterizují vlastnosti použitého algoritmu.

Kódování – V podkapitole věnované kódování jedinců v rámci sub-populace byl zmíněn význam volby kódování pro evoluční algoritmus. Pro vnější evoluční algoritmus platí stejná omezení a předpoklady. Navíc je třeba zajistit homogenitu chromozomů ve vnitřní i vnější části kódu, aby bylo zabráněno nechtěné degeneraci chromozomů během jejich předávání mezi vnější a vnitřní částí kódu. Z těchto důvodů je použit intuitivní tvar řádkového chromozomu s reálnými hodnotami parametrů. Výsledný řádkový chromozom má pak následující tvar

$$\mathbf{O} = (\pi_1, \pi_p, \dots, \pi_P), \text{ kde } \forall \pi_p \in R \text{ a } P \in N. \quad (85)$$

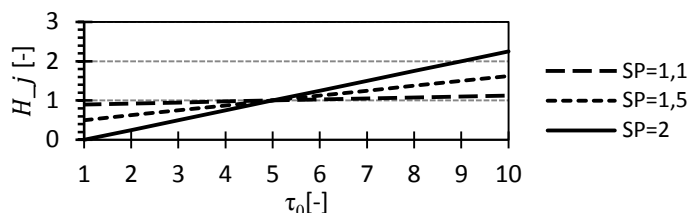
Hodnocení a selekce – Hodnocení jedince je způsobem jak vybrat individua pro další reprodukci. Nejjednodušší je hodnocení přímo pomocí hodnotící funkce, která je zároveň funkcí cílovou. Zde ovšem musí být brán zřetel na povahu cílové funkce, na její absolutní hodnotu i očekávaný rozptyl v rámci jedné populace. Například budeme-li hledat optimální teplotu pro funkci stroje, přičemž očekávaný rozptyl je pouze několik °C a použijeme-li zároveň k hodnocení absolutní termodynamickou teplotu, bude rozdíl hodnocení jedinců velmi zanedbatelný a i ta nejhorší řešení budou mít při selekci téměř stejnou šanci na reprodukci jako je tomu v případě nejlepších jedinců. Opačným, ale stejně nebezpečným případem je příliš velká dominance několika jedinců, která potlačuje pestrost genetického kódu populace a populace degeneruje. Způsobem, jak se vyhnout citovaným obtížím, je hodnocení podle pořadí, jež jedinci zaujímají po seřazení podle jejich hodnocení cílovou funkcí. Tímto způsobem, který se nazývá „Rank Fitness“, je možné udržet dostatečně silný selekční tlak i v případech, kdy jsou hodnocení jedinců vzájemně téměř identická.

Selekční tlak ovlivňuje ohodnocení individua před výběrem k reprodukci v závislosti na pořadí, které jedinec zaujímá v aktuální generaci, kde všechny jedince seřadíme vzestupně podle hodnot cílové funkce. Nejlepší jedinec je tedy v případě hledání maxima poslední v pořadí. Ohodnocení q_o , jež přísluší danému jedinci při vstupu do ruletové selekce, je pak dáno vztahem

$$q_o = 2 - SP + 2(SP - 1) \frac{\tau_o - 1}{O - 1}, \text{ kde} \quad (86)$$
$$SP \in (1; 2) \in R, \quad \tau_o \in (1, 2, \dots, (O - 1)), \quad O \in N.$$

O má význam počtu občanů v jedné generaci, jinými slovy jde o počet geometrií, které jsou v jedné generaci vyhodnocovány. τ_o má význam pořadí jedince v orientované posloupnosti individuí, seřazené podle nejnižšího ohodnocení. Takto volené hodnocení je lineární a jeho průběh je uveden na obr. 28. Pro tuto práci bylo zvoleno uvedené hodnocení, jelikož podle prvních testů je rozdíl účinnosti ejektorů během optimalizace velmi významný. Při výběru rodičů tak lepší jedinci dostali přidělenou příliš velkou pravděpodobnost výběru a populace příliš brzo zmutovala právě za těmito jedinci. Nebylo tedy možné udržet dostatečnou diversitu

populace a postup algoritmu degradoval na pouhé náhodné prohledávání lokálního optima. Linearizace hodnocení jedinců je tedy cestou k udržení dostatečného selektivního tlaku po celou dobu trvání evoluce. Hodnocení individuí pro další reprodukci podle pořadí v sobě na druhou stranu skrývá nebezpečí, že jinak velmi podobná individua budou mít při velmi vyrovnané populaci značně rozdílné ohodnocení, což opět může vést ke snížení rozmanitosti genetického kódu a předčasnému zmutování populace. Vzhledem k výše uvedenému není problém nadhodnocení individuí pro zamýšlené použití v této práci hrozbou.



Obr. 28: Závislost hodnocení jedince na pořadí v mikro populaci o deseti jedincích a selekčním tlaku SP.

Selekce – Jako mechanismu selekce vnějšího algoritmu je opět použito opakované ruletové volby. Mechanizmu selekce je tedy shodný se selekcí v sub-populaci. Vzhledem k použitému operátoru křížení je ovšem prováděna volba stejného počtu rodičů, jako je jedinců v populaci. Z jednoho páru rodičů totiž křížením vzniká právě jeden pár potomků.

Křížení – Jak již plyne z textu výše, je možné experimentovat s nejrůznějšími operátory křížení. Kromě obecných operátorů, nevázaných na volbu kódování, existují i operátory svázané s daným typem chromozomu jedince. Jednou z nejobecnějších verzí křížení je jednobodové křížení. Během něj je náhodně vytipován gen otce a matky a genetické řetězce obou rodičů se okolo tohoto genu symetricky zamění. Dojde tedy ke zkřížení okolo jednoho bodu chromozomu, jak je uvedeno na obr. 12. Například v případě, že je chromozom tvořen parametry kubického splajnu, jenž definuje tvar trysky, je volen parametr π_p , od kterého vlevo zůstávají parametry trysky zachovány a vpravo jsou nahrazeny za tvar druhého z rodičů. Druhý jedinec je formován analogicky pouze se zaměněnými částmi chromozomu.

Mutace – Mutace nově vzniklého potomka je do algoritmu evoluce zavedena tak, že pro každý parametr π_p z chromozomu O , je náhodně generováno číslo $r = \langle 0; 1 \rangle$ a pokud pro takto generovanou hodnotu platí, že $r \leq m$, dojde ke změně parametru π_p na hodnotu, která je náhodně generovaná v rozmezí omezujících podmínek parametru. Zaměňovaný parametr tedy může nabýt jakékoliv hodnoty ze svého definičního oboru.

Elitismus – Stejně jako v sub-algoritmu je ve vnějším algoritmu použito možnosti zachovat nejlepší jedince beze změn i do nadcházející generace. Množství kopírovaných jedinců je určeno hodnotou *ELITE*. Vliv nastavení této hodnoty je sledované v nadcházejících kapitolách. Překopírováním skupiny *ELITE* ze zanikající generace do nové dojde mimo jiné i k opakování numerické simulace pro shodné geometrie, vždy ale v rámci jiné generace. Tato opakování jsou dále použita pro přímé porovnání výsledků, kontrolu odchylek a eliminaci chyby numerických simulací. Elitismu je tedy ve vnějším algoritmu využíváno i jako nástroje pro kontrolu chyby superponované na numerickém řešení.

4.5. Testování na testovacích funkcích

Tato podkapitola se zaměřuje na zevrubné testování celého nově formulovaného algoritmu i na testy jeho jednotlivých genetických operátorů. Na unimodální funkci je testováno nejlepší nastavení selekčního tlaku (*SP*) a pravděpodobnosti mutace (*PM*). Na multimodální modifikované *Schwefelově* funkci je pak testován zejména vliv velikosti populace na efektivitu postupu hledání optima. Na případě supersonické trysky je pak testováno chování sub-algoritmu při nasazení na reálný geometrický problém.

4.5.1. Postupy testování

Pro testování optimalizačních algoritmů se používají dva různé postupy. V prvním obvykle vycházíme z již existujících příkladů, které byly řešeny jinými algoritmy. Výsledky právě testovaného algoritmu pak srovnáváme s výsledky již existujícími. Druhý způsob spočívá v tom, že se použije množina testovacích funkcí, které obsahují funkce s různými vlastnostmi, jako je nelinearita, různé patologie, typu rovina okolo extrému apod. Využíváme při tom fakt, že díky známému analytickému předpisu testovací funkce můžeme snadno určit pozici i hodnotu globálního extrému. Zároveň jsou tyto funkce výpočetně levné, což vede k výraznému urychlení postupu testovaného algoritmu oproti reálným podmínkám, kdy vyčíslení ohodnocující funkce trvá řádově hodiny či dny. V této podkapitole jsou použity dvě testovací funkce s různými vlastnostmi. Pro každou funkci je uveden její popis, její vzhled ve třírozměrném *Euklidovském* prostoru a hodnota a pozice globálního maxima. Většina nejznámějších testovacích funkcí (první až čtvrtá *De Jongova* testovací funkce, *Rastriginova* funkce, *Schwefelova* funkce, *Griewankova* atd. [35, 36]) je určena k testování hledání minima, zatímco program algoritmu optimalizace hnací trysky ejektoru je upraven na hledání maxima. Proto jsou obvyklé testovací funkce modifikovány.

Smyslem nasazení testovacích funkcí je jak ověření funkčnosti algoritmu a kódu, tak i odladění hodnot genetických operátorů. Jedná se zejména o hodnoty evolučních operátorů mutace (pravděpodobnost mutace) a selekce. Testování je doplněno o test velikosti populace. Mikro velikost populace byla ve všech případech stanovena na devět občanů (mimo případy ověřování vlivu velikosti populace). Součástí testování je i ověření funkčnosti tzv. sub-evoluce, tedy řazení geometrií do orientované posloupnosti. Je tedy sledováno a vyhodnocováno její chování.

Testování na všech funkcích v následujících podkapitolách bylo provedeno v sedmírozměrném parametrickém prostoru, tedy počet volných parametrů optimalizace byl stanoven na sedm ($P = 7$). Pro každý z P parametrů byl určen definiční obor (omezující podmínka ve smyslu definice (8)) tak, že

$$\begin{aligned} x_i &\in (0, 5) \quad \forall i = (1, 2, \dots, P). \text{ Pro unimodální funkci.} \\ x_i &\in (0, 500) \quad \forall i = (1, 2, \dots, P). \text{ Pro multimodální funkci.} \end{aligned} \quad (87)$$

V následujících podkapitolách je sledován evoluční vývoj parametrů po generacích tak, že v rámci jednotlivých generací je posloupnost občanů dána výsledkem sub-evoluce (řazení) geometrií. Zároveň je sledován vývoj hodnot nejlepšího a průměrného řešení během evoluce.

V dalším textu je používán termín „nalezení optima“, či „nalezené optimum“. Tyto termíny neoznačují nalezení přesné geometrické souřadnice polohy optima, ale spíše mají význam nalezení řešení přijatelně od něj vzdáleného. Odborná literatura povětšinou pracuje s akceptovatelnou procentuální odchylkou hodnoty cílové funkce, kdy je další pokračování optimalizace krajně neefektivní. Tento stav dále v této práci poněkud nepřesně označujeme za nalezení optima a hodnota tolerované odchylky je určena na 5 %.

4.5.2. Unimodální funkce – neostré maximum

První testovací funkcí nového algoritmu je funkce sférického povrchu, která se vyznačuje neostrým maximem. Původní sférická funkce byla upravena za účelem záměny minima na maximum negací. Pro kladné funkční hodnoty v celém sledovaném oboru je navíc k hodnotě přičtena konstanta a výsledný tvar je

$$f_{T1} = \sum_{i=1}^P (-x_i^2 + 25), \quad (88)$$

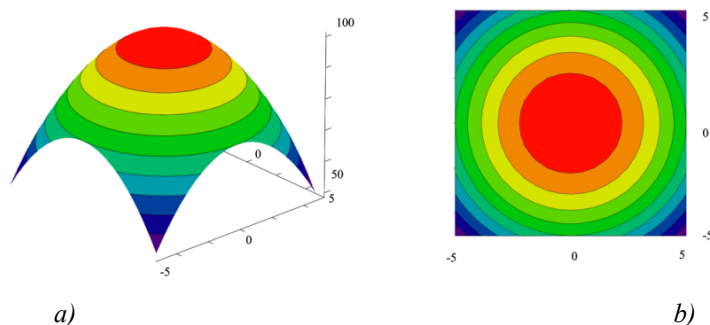
kde P je počet dimenzí parametrického prostoru (volných parametrů). Globální maximum funkce leží v počátku souřadného systému a jeho hodnota je určena rovnicí

$$MAX_{T1} = 25 \cdot P. \quad (89)$$

Poloha globálního maxima v P -rozměrném prostoru E^P je dána vektorem

$$(x_1, x_2, \dots, x_P) = (0, 0, \dots, 0). \quad (90)$$

Grafické zobrazení této funkce v E^3 při $P = 2$ je uvedeno na obr. 29.



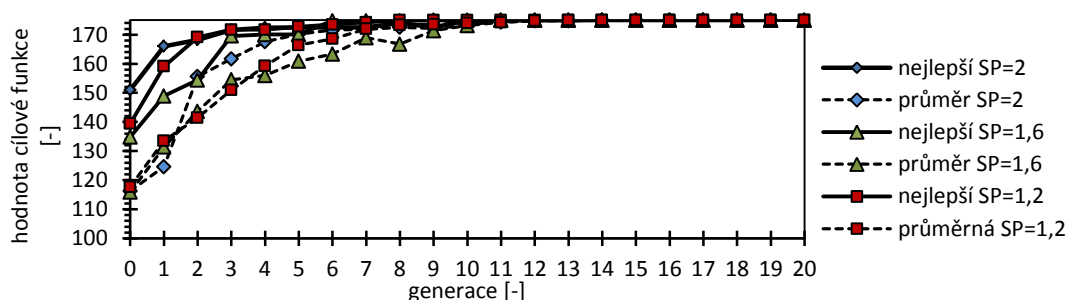
Obr. 29: Unimodální testovací funkce, a) – zobrazení v E^3 , b) – kontury funkčních hodnot.

Uvedená unimodální funkce se vyznačuje plochým (sférickým) okolím globálního maxima. Předpokládá se tedy, že přesné dohledání polohy optima bude pro algoritmus obtížnější, než v případě ostrého maxima. Testování nastavení SP je provedeno pro tři hodnoty $SP = (1,2; 1,6; 2)$ při jinak shodném nastavení algoritmu ($PM = 0,1; S = 9; ELITE = 1$). Operátor mutace je testován na hodnotách $PM = (0,05; 0,1; 0,3)$ při hodnotě $SP = 1,6$. Výsledky chování algoritmu při různých nastaveních genetických operátorů jsou uvedeny na obr. 30 a 31. Jako nejlepší občan v rámci jedné generace je vyhodnocen jedinec, pro něhož platí, že jeho ohodnocení cílovou funkcí je vyšší, než ohodnocení všech ostatních jedinců v generaci. Pro stanovení průměrného ohodnocení byl použit aritmetický průměr jedinců v rámci konkrétní generace.

Níže jsou uvedeny grafy evoluce hodnot unimodální testovací funkce pro různá nastavení genetických operátorů. Uváděné hodnoty jsou dány průměrováním třech nezávislých běhů programu při jinak shodném nastavení. Motivací bylo získání statisticky relevantnějších dat, než by tomu bylo v případě jediného běhu.

Selekční tlak

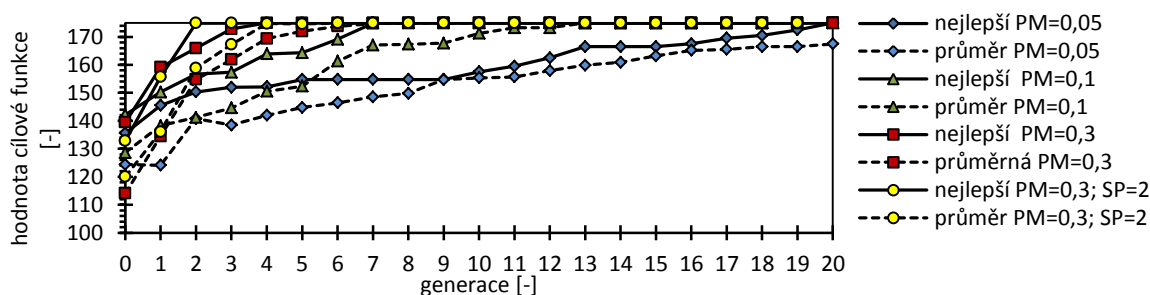
Průměrované výsledky evoluce pro tři běhy jsou na obr. 30. Z uvedených průběhů je patrný rychlejší postup evoluce v počátečních generacích. Pak ale dojde k výraznému zpomalení postupu, což je patrně dané náročnějším prohledáváním plochého okolí maxima. Zatímco v prvních generacích je vliv SP významnější, s postupem evoluce vliv selekce mizí. To je zřejmě dané vyčerpáním genetického fondu mikro-populace. I přes průměrování třech nezávislých běhů je patrná výrazně lepší hodnota inicializační populace pro selekční tlak $SP = 2$. Tato výhodná výchozí pozice má zajisté vliv na rychlý postup evoluce této varianty. I přes takto výhodnou výchozí pozici však nedosahuje selekční tlak $SP = 2$ nejlepších výsledků a dá se říci, že úspěšnějšími jsou spíše nižší hodnoty SP . Rozdíl mezi výsledky je ovšem minimální. U všech nastavení došlo k nalezení optima do konce 11. generace. Všechna nastavení lze tedy považovat za schopná unimodální problém s plochým maximem řešit.



Obr. 30: Evoluce hodnot unimodální testovací funkce. Nejlepší a průměrná hodnota pro různá nastavení selekčního tlaku SP při pravděpodobnosti mutace $PM = 0,1$.

Pravděpodobnost mutace

Z výsledků unimodální funkce na obr. 31 je patrný velmi silný vliv pravděpodobnosti mutace, PM na efektivitu algoritmu. Nejrychlejší konvergence bylo dosaženo při $PM = 0,3$ a to již po 4. generaci. Snížením hodnoty PM se snižuje i efektivita algoritmu, nicméně i nejhorší nastavení $PM = 0,05$ nalezne optimum do konce 20. generace. Zjevný je ovšem velmi pomalý postup zejména po prvních generacích. Zkřížením dvou nejvyšších hodnot PM a SP dojde k dalšímu zlepšení a optimum je nalezeno již po 2 generacích. Nejlepší jedinci a průměrné hodnoty po 20 generacích jsou uvedeny v tab. 3. Z ní je patrné, že chyba nalezeného maxima dosahuje pouze zanedbatelných hodnot v řádech setin. Pro hledání optima na unimodální testovací funkci s plochým maximem byl proto algoritmus shledán velmi účinným a to zejména při kombinaci $PM = 0,3$ a $SP = 2$.



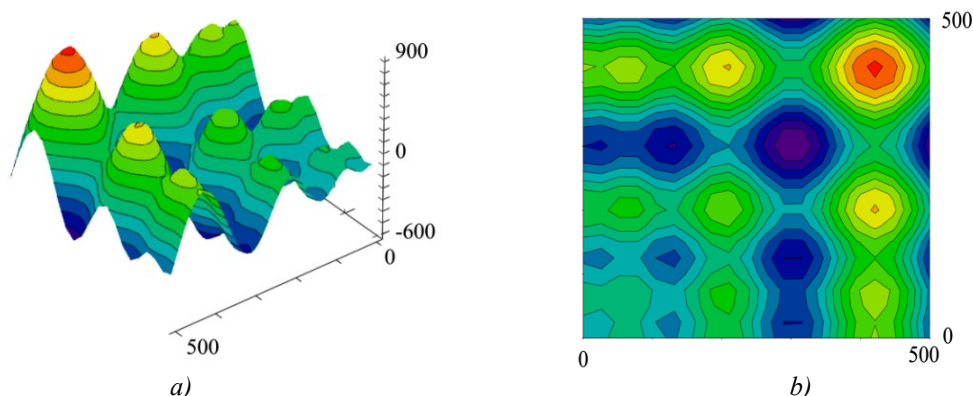
Obr. 31: Evoluce nejlepší a průměrné hodnoty na unimodální testovací funkci při různých nastavení pravděpodobnosti mutace PM a selekčního tlak $SP = 1,6$ a 2 .

Tab. 3: Tabulka výsledků evoluce na unimodální funkci po 20 generacích. Skutečná hodnota optima $MAX_{f_{T1}} = 175$. Aritmeticky průměrované hodnoty třech běhů algoritmu.

po 20 generacích	$S = 10;$ $ELITE = 1; PM = 0,1$			$S = 10;$ $ELITE = 1; SP = 1,6$			$S = 10; ELITE = 1;$ $SP = 2$
	$SP = 2$	$SP = 1,6$	$SP = 1,2$	$PM = 0,05$	$PM = 0,1$	$PM = 0,3$	$PM = 0,3$
nejlepší	174,99	174,99	174,98	174,96	174,98	174,98	174,98
průměr	174,98	174,98	174,96	167,44	174,95	174,96	174,94

4.5.3. Multimodální Schwefelova testovací funkce

Jako testovací případ multimodálního problému byla vybrána Schwefelova testovací funkce jejíž grafické zobrazení v E^3 je uvedeno na obr. 32



Obr. 32: Modifikovaná Schwefelova testovací funkce, a) – zobrazení v E^3 , b) – kontury funkčních hodnot.

Tato funkce byla stejně jako funkce unimodální upravena pro hledání maxima změnou záporné hodnoty na kladnou. V případě této multimodální funkce bylo pro statisticky korektnější vyhodnocení úspěšnosti algoritmu nutné zvýšit počet průměrovaných běhů pro vyhodnocení úspěšnosti algoritmu na deset. Vzhledem k mikro-velikosti populace má totiž zásadní vliv na postup řešení rozložení občanů v nulté generaci, která vzniká náhodnou inicializací. Jestliže je inicializační občan „zaset“ v okolí globálního maxima, není algoritmus nucen prohledávat komplikovaný prostor a překonávat řadu lokálních extrémů, což je značně zdlouhavý proces. V řadě případů dojde dokonce k uvíznutí algoritmu v okolí těchto extrémů. Schwefelova funkce upravená pro hledání maxima v oboru kladných čísel je formulovaná vztahem

$$f_{T2} = \sum_{i=1}^P (x_i \sin(\sqrt{|x_i|}) + 500), \quad (91)$$

kde P je počet dimenzí parametrického prostoru (počet volných parametrů) a $\sqrt{|x_i|}$ je dosazeno v obloukové míře. Hodnota globálního maxima je určena rovnicí

$$MAX_{T_2} = (418,966 + 500) \cdot P. \quad (92)$$

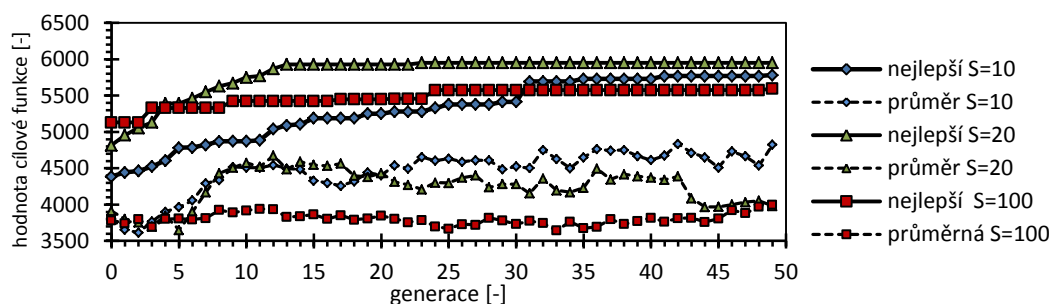
Globální maximum pro testovací případ, kdy $P = 7$, nabývá hodnoty $MAX_{T_2} = 6432,762$. Poloha maxima v P -rozměrném prostoru E^P je dána vektorem

$$(x_1, x_2, \dots, x_P) = (420,969; 420,969; \dots; 420,969). \quad (93)$$

Velikost populace

V předchozím unimodálním případě byla i mikro-populace dostatečně rozsáhlá, aby na unimodální funkci bylo dosaženo optima během několika málo generací evolučního vývoje. Jelikož *Schwefelova* testovací funkce vykazuje mnohem složitější chování než je tomu u unimodálních funkcí, nelze předpokládat tak přímý a rychlý postup evoluce jako v předchozích případech. Vzhledem ke komplikovanosti cílové funkce již hraje významnou roli bohatost genetického kódu, který máme k dispozici v počátku evoluce. Proto počet jedinců zásadně ovlivňuje efektivitu celého algoritmu. Ze základních úvah o evoluci plyne, že s rostoucím počtem individuí máme k dispozici bohatší genetický kód. S počtem individuí ovšem roste i počet volání cílové funkce, který velmi prodlužuje celkovou dobu optimalizace. Proto je vhodné velikost populace minimalizovat. Z těchto důvodů bylo provedeno porovnání efektivitu algoritmu pro tři různé velikosti populací, kdy $S = (10; 20; 100)$.

Vyhodnocení sledovaných velikostí populací jsou uvedeny na obr. 33 a 34. Zde uvedené grafy jsou upraveny tak, že hodnota zobrazeného minima na svislé ose je 3500, což odpovídá posunu danému modifikací na funkci kladnou. Jedná se tedy o „falešnou“ hodnotu funkce.

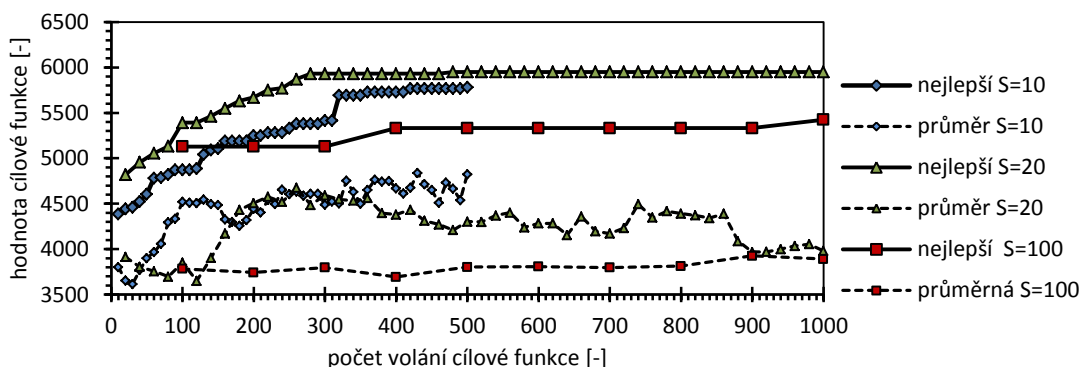


Obr. 33: Evoluce hodnot multimodální testovací funkce. Nejlepší a průměrná hodnota pro různé počty individuí v mikro populaci. Hodnocení po ukončených generacích. Pravděpodobnost mutace $PM = 0,1$, $SP = 1,6$.

Z obr. 33 je patrné několik závislostí. Nejzřejmější je závislost nejlepší hodnoty nalezené během nulté (inicializační) generace na velikosti populace. Vzhledem k nahodilosti, se kterou algoritmus v této počáteční fázi pracuje, je úspěšnost nulté generace záležitostí statistické pravděpodobnosti. V souladu s očekáváními je i konfrontace populací o velikosti 10, resp. 20 individuí. Větší úspěšnosti je v prvních fázích běhu dosaženo u populace s dvaceti členy. Pak je ale pravděpodobně vyčerpán potenciál genofondu individuí a další postup algoritmu je již velmi pomalý, daný pravděpodobně pouze operátorem mutace a jím způsobeným náhodným prohledáváním parametrického prostoru. Optimum není do sledovaného počtu generací nalezeno ani pro jeden řešený případ. Neznámou je chování varianty s populací čítající největší počet jedinců. Je jen dohadem názor, že je genofond obsažený v takto rozsáhlé populaci příliš komplikovaný, aby jej bylo možné během pouhých několika sledovaných

generací zkombinovat do lepšího řešení. Nejlépe hodnocenou velikostí populace je tedy z pohledu hodnocení evolučního postupu počet individuí $S = 20$.

Z hlediska náročnosti optimalizace není kritickým počet nutných generačních změn, ale počet volání cílové funkce, jelikož každé takové volání představuje nárůst doby optimalizace řádově hodiny až dny. Navíc s každým počtem volání cílové funkce roste pravděpodobnost zkolabování numerických simulací během hodnocení a nutnost jejich opakování a manuálního zásahu do běhu optimalizace. Proto je nutné porovnání efektivity algoritmu ve vztahu k počtu volání cílové funkce. Tato závislost je uvedena na obr. 34.



Obr. 34: Nejlepší a průměrná hodnota během evoluce na multimodální testovací funkci pro různé počty individuí v mikro populaci jako funkce počtu volání cílové funkce, $PM = 0,1$; $SP = 1,6$.

Z uvedeného srovnání již není patrná tak výrazná dominance efektivity populace o velikosti $S = 20$. Nicméně tato velikost populace přesto dosahuje nejlepších výsledků. Při nasazení algoritmu na optimalizaci hnací trysky ejektoru se vzhledem k omezené době numerických výpočtů předpokládá počet volání cílové funkce do hodnoty 300 až 500. Jelikož ani v jednom případě není dosaženo globální maximum, nejsou bez významu ani hodnoty nejlepších řešení a jejich vzdálenost od hledané polohy optima, které jsou proto uvedeny v tab. 4. Z té je zřejmé, že po padesáti sledovaných generacích je vždy alespoň jeden parametr od optima značně vzdálen. Potvrzuje se tedy domněnka, že evoluce do globálního optima komplikované funkce jakou je *Schweffelova* testovací funkce, bude pro mikro-populace v několika málo generacích velmi nepravděpodobná.

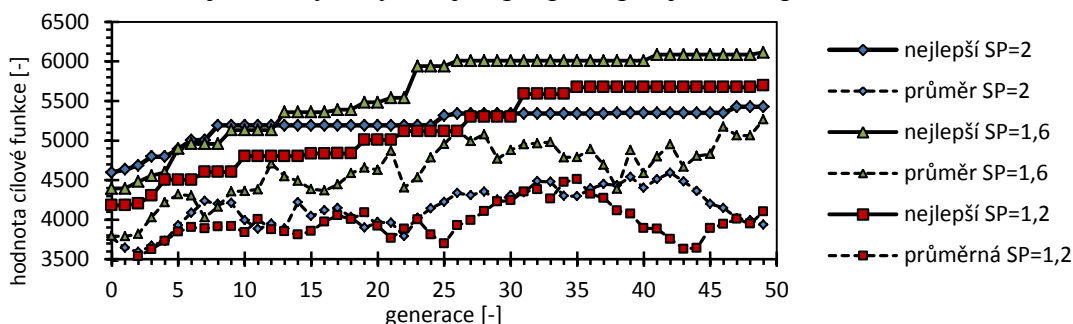
Tab. 4: Optimální hodnoty parametrů modifikované *Schweffelovy* funkce a nalezené hodnoty parametrů s nejlepším hodnocením po 50 generacích. Porovnání různých počtů jedinců v populaci – S .

	π_0 [-]	π_1 [-]	π_2 [-]	π_3 [-]	π_4 [-]	π_5 [-]	π_6 [-]	hodnota [-]
optimum	420,97	420,97	420,97	420,97	420,97	420,97	420,97	6432,76
S	poloha nejlepšího nalezeného řešení							hodnota [-]
10	405,10	415,58	420,15	120,05	441,90	456,04	366,40	5782,67
20	430,90	404,59	408,60	174,32	431,56	444,55	433,06	5951,42
100	440,10	208,20	410,55	457,65	386,75	200,65	402,60	5595,72

Selekční tlak

V předchozím textu byla pro multimodální problémy jako nejvhodnější stanovena populace o 20 občanech. Proto je i nejlepší hodnota genetických operátorů selekce a mutace hledána pro velikost populace $S = 20$. Ověřovány byly shodně s předchozími podkapitolami tři hodnoty selekčního tlaku $SP = (1,2; 1,6; 2,0)$. Výsledky evolucí pro tři průměrované běhy jsou uvedeny na obr. 35. Pro tyto evoluce bylo použito nastavení $PM = 0,1$ a $ELITE = 1$. Hodnoty SP

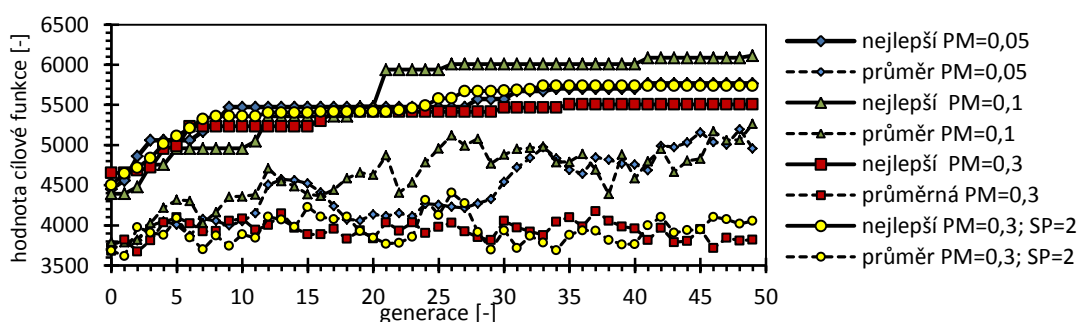
vykazují relativně rovnoměrný vliv po dobu všech sledovaných padesáti generací evoluce a postup evoluce je po celou tuto dobu přibližně rovnoměrný. Nejeфекtivnějšího běhu na počátku evoluce je dosaženo zejména při selekčním tlaku $SP = 20$ a $SP = 1,6$. Hodnota $SP = 1,2$ naproti tomu prokazuje nejlepší postup v druhé polovině sledované evoluce a to i přes nejhorší výchozí hodnoty. Nelze tedy jednoznačně určit nejvhodnější nastavení SP na multimodálních funkcích. Pokud by přesto měla být některá hodnota vybrána, lze volit některé z vyšších hodnot SP , jelikož tyto vykazují lepší postup zejména v první části evoluce.



Obr. 35: Evoluce nejlepší a průměrné hodnoty na multimodální testovací funkci pro různé nastavení selekčního tlaku při pravděpodobnosti mutace $PM = 0,1$; počtu jedinců $S = 20$ a $ELITE = 1$.

Pravděpodobnost mutace

Ověřovány byly tři hodnoty pravděpodobnosti mutace $PM=(0,05; 0,1; 0,3)$. Výsledky evolucí pro tři průměrované běhy jsou uvedeny na obr. 34.



Obr. 36: Evoluce nejlepší a průměrné hodnoty na multimodální funkci pro různé nastavení pravděpodobnosti mutace PM při selekčním tlaku $SP = 1,6$; počtu jedinců $S = 20$ a $ELITE = 1$.

Z uvedených výsledků je patrné, že ani v jednom ověřovaném případě nedojde k nalezení optima do generace 50. Navíc účinnost evoluce postupem času výrazně klesá. Z vyhodnocení dále plyne, že do přibližně 20. generace je průběh evoluce přibližně shodný při všech hodnotách mutačního operátoru. Pouze $PM = 0,1$ vykazuje poněkud pomalejší postup než je tomu v ostatních případech. Naproti tomu je ale právě tato hodnota PM neúspěšnější při dalším postupu. Z prezentovaných výsledků tedy nelze vyvodit jednoznačný závěr o výhodách jednotlivých variant. Hodnota kombinovaného nastavení $SP = 2$ a $PM = 0,3$ dosahuje jak relativně rychlého postupu v počáteční fázi evoluce (do generace 8), tak i největšího zlepšení v navazující části. Prakticky identických výsledků ale dosahuje i varianta s $PM = 0,05$. Tato podobnost hodnot na opačném konci ověřovaného intervalu jen podtrhuje zřejmě malý vliv operátoru mutace pro multimodální problémy, na které je použita mikro-velikost populace.

4.5.4. Testování algoritmu sub-evoluce (řazení geometrií)

Úkolem sub-evolučního algoritmu je seřadit předem určené geometrie tak, aby výsledná orientovaná posloupnost vykazovala co možná nejlepší podobu za sebou navazujících geometrií. Motivací k takovému konání je úvaha uvedená v úvodu této práce. Totiž, že při využití morfující výpočetní sítě klesá počet iterací numerického výpočtu na zmorfované síti se zlepšující se podobou navazujících geometrií (síti). Geometrie vzniklé ze „super-rodíče“ je nutné seřadit do posloupnosti a seřazený chromozom nejlepšího sub-jedince navrátit zpět vnějšímu algoritmu k provedení evolučních výpočtů. Zbytek sub-populace návratem nejlepšího jedince nevratně zaniká. Do algoritmu sub-evoluce importované geometrie jsou určeny množinou parametrů a předpisem funkce, který určuje způsob promítání z parametrického prostoru do oblasti funkčních hodnot. V testovacím případě je tento předpis dán funkcí kubického splajnu. Výsledná geometrie je tedy definována souřadnicemi řídících bodů splajnu.

Sub-evoluční algoritmus disponuje dvěma charakteristickými vlastnostmi, které jej odlišují od algoritmu vnější evoluce:

- 1) Sub-evoluce pracuje pouze s hodnotami parametrů, jež jí poskytne vnější optimalizační algoritmus. Nelze tedy například aplikovat operátor mutace k mutaci parametru (chromozomu) na zcela libovolnou hodnotu.
- 2) Vyčíslení cílové funkce (vzdálenost geometrií) je vzhledem k analytickému předpisu relativně výpočetně levné.

Tyto uvedené vlastnosti nám umožňují například významně vyšší počet volání cílové funkce. Není nutné se tedy omezit na sub-populace o mikro-velikosti, jako je tomu v případě vnějšího algoritmu. I počet sub-generačních obměn může v algoritmu sub-evoluce dosahovat výrazně vyšších hodnot. Oproti tomu je velikost sub-populace limitována hlavně nároky na operační paměť. V testovacím případě bylo vzhledem k paměťovým omezením výpočetní stanice možné dosáhnout sub-populace o počtu 400 občanů. S takovýmto počtem lze dosáhnout mnoha tisíců sub-generačních obměn za cenu několika minut strojního času. Z těchto důvodů není v této podkapitole testována velikost sub-populace. Její velikost namísto toho byla pro všechny testovací případy stanovena na maximální možnou hodnotu $O_S = 400$.

Přes popsání rozdílů je stejně jako vnější algoritmus i vnitřní algoritmus řazení algoritmem evolučním, který na řešená individua aplikuje genetické operátory selekce, křížení a mutace. Optimální nastavení hodnot těchto operátorů je ověřováno v této podkapitole. Závislou proměnnou, která může mít vliv na efektivitu sub-algoritmu, je také velikost populace ve vnějším algoritmu. Jelikož tato udává počet geometrií (splajnů), které je nutné řadit, jde o přímé ovlivňování algoritmu sub-evoluce. Je proto ověřen i vliv počtu řazených geometrií. Všechny prezentované výsledky, stejně jako v předchozích testovacích případech, reprezentují aritmeticky průměrovaná data třech nezávislých běhů. Při každém běhu sub-algoritmu v reálném nasazení je do procesu řazení předávána množina geometrií, která se v průběhu vnější evoluce přirozeně obměňuje. Výchozí podmínky pro každý běh jsou proto rozdílné. Aby bylo možné přímé porovnání vlivu jednotlivých proměnných, bylo nutné zajistit, aby vstupní data pro každý běh zůstala zachována. Proto byla algoritmu sub-evoluce při každém běhu

namísto originálních dat poskytnuta neměnná vstupní data z tab. 5. Tato tabulka má povahu matice a reprezentuje chromozom „super-rodice“ sub-evoluce, ze kterého je následně celá sub-populace generována. Rozsah i počet volných parametrů pro testovací případ byl zachován ze *Schwefelovy* testovací funkce, tedy $P = 7$ a $\forall \pi_p \in (0, 500)$. Seřazené geometrie „super-rodice“ se po ukončení sub-evoluce navrací zpět vnějšímu algoritmu k provedení evolučních výpočtů a zbytek sub-populace návratem nejlépe seřazeného jedince nevratně zaniká. Testovací chromozom „super-rodice“ byl vygenerován pro maximální počet 30 řazených geometrií. Pro nižší počty byla z tohoto chromozomu použita pouze adekvátní horní část. Tím je zajištěna maximální shoda vstupních chromozomů i při různých počtech jedinců.

Tab. 5: Testovací chromozom „super-rodice“ vstupujícího do sub-evoluce.

parametr poloha x [mm]	π_0 0	π_1 44	π_2 66	π_3 88	π_4 100	π_5 110	π_6 122
0	487,013	159,840	293,207	321,678	256,244	370,629	326,174
1	223,776	363,636	328,671	303,696	152,348	213,287	415,584
2	200,300	312,687	393,107	318,182	132,867	295,205	94,406
3	473,027	10,999	468,032	153,347	168,831	161,339	307,193
4	358,641	471,528	485,514	331,668	267,233	66,933	3,996
5	182,318	419,580	158,342	29,970	259,241	27,473	131,868
6	496,004	469,031	249,750	69,431	485,015	204,296	273,227
7	334,166	496,004	21,479	377,622	14,486	103,397	219,780
8	399,600	201,998	199,301	209,790	137,363	432,068	120,879
9	360,639	298,202	39,960	222,777	160,340	97,403	466,034
10	321,678	256,244	370,629	326,174	487,013	159,840	293,207
11	303,696	152,348	213,287	415,584	223,776	363,636	328,671
12	318,182	132,867	295,205	94,406	200,300	312,687	393,107
13	153,347	168,831	161,339	307,193	473,027	10,999	468,032
14	331,668	267,233	66,933	3,996	358,641	471,528	485,514
15	29,970	259,241	27,473	131,868	182,318	419,580	158,342
16	69,431	485,015	204,296	273,227	496,004	469,031	249,750
17	377,622	14,486	103,397	219,780	334,166	496,004	21,479
18	209,790	137,363	432,068	120,879	399,600	201,998	199,301
19	222,777	160,340	97,403	466,034	360,639	298,202	39,960
20	159,840	293,207	321,678	256,244	370,629	326,174	487,013
21	363,636	328,671	303,696	152,348	213,287	415,584	223,776
22	312,687	393,107	318,182	132,867	295,205	94,406	200,300
23	10,999	468,032	153,347	168,831	161,339	307,193	473,027
24	471,528	485,514	331,668	267,233	66,933	3,996	358,641
25	419,580	158,342	29,970	259,241	27,473	131,868	182,318
26	469,031	249,750	69,431	485,015	204,296	273,227	496,004
27	496,004	21,479	377,622	14,486	103,397	219,780	334,166
28	201,998	199,301	209,790	137,363	432,068	120,879	399,600
29	298,202	39,960	222,777	160,340	97,403	466,034	360,639

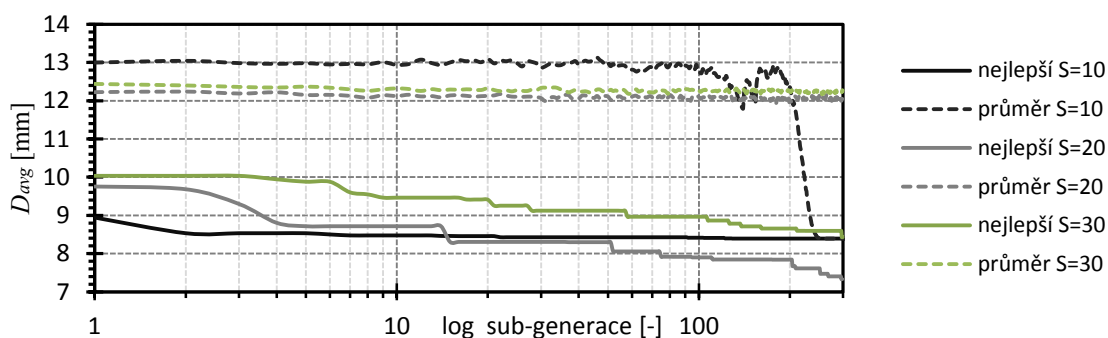
Data řazení je nutné za účelem porovnatelnosti variant převést do univerzálního formátu. Vyhodnocován je tedy namísto celkové mutační vzdálenosti $\hat{D}$ průměrný mutační posuv kontrolních uzlů, D_{avg} , definovaný vztahem

$$D_{avg} = \frac{\hat{D}}{S \cdot (N + 1)}, \quad (94)$$

kde N je počet kontrolních bodů geometrie vzniklých dělením krokem Δx (může souhlasit se souřadnicemi strukturované sítě) a S je počet řazených geometrií (splajnu).

Velikost populace

Vliv velikosti chromozomu super-rodice, tedy počtu řazených geometrií, na úspěšnost řazení jednotlivých řádků chromozomu do orientované posloupnosti, je ukázán na obr. 37. Pro lepší porovnatelnost postupu evoluce jednotlivých variant je vodorovná osa uvedena v logaritmických souřadnicích.



Obr. 37: Sub-evoluce průměrného mutačního posuvu na testovacím chromozomu různé velikosti.

Z výsledků je patrná mírně odlišná výchozí hodnota nejlepšího i průměrného jedince pro různé velikosti řazeného chromozomu. To je dáno nahodilostí generovaných chromozomů sub-populace. Z levé části grafu je zřejmá úspora vzdálenosti mutace, která plyne již jen z vytvoření nulté sub-generace a výběru nejlepšího jedince z ní. Průměrná hodnota mutace v nulté sub-generaci totiž ukazuje na hodnotu mutační vzdálenosti, které by bylo nejpravděpodobněji dosaženo při náhodném pořadí geometrií. Tedy jde přibližně o hodnotu, které by dosáhly standardní algoritmy bez aplikace řazení. Jelikož je to nejpravděpodobnější výchozí bod pro řazení, je celková efektivita řazení definována jako poměr průměrné mutační vzdálenosti v nulté sub-generaci $\overline{D_{avg,0}}$ a nejlepší nalezené hodnotě v aktuální generaci g_s sub-evoluce D_{avg,g_s}^*

$$\eta_{SUB,g} = \frac{\overline{D_{avg,0}}}{D_{avg,g_s}^*} \quad (95)$$

Tab. 6 ukazuje vypočtenou efektivitu řazení pro jednotlivé spočtené varianty.

Tab. 6: Hodnoty mutačního posuvu kontrolních uzlů v nulté a poslední (G_{SUB}) sub-generaci a odpovídající účinnosti sub-algoritmu.

S	$\overline{D_{avg,0}}$	$D_{avg,0}^*$	$D_{avg,G_{SUB}}^*$	$\eta_{SUB,0}$	$\eta_{SUB,G_{SUB}}$
10	12,998	8,944	8,394	0,688	0,646
20	12,225	9,755	7,332	0,798	0,600
30	12,440	10,035	8,430	0,807	0,678

Z tab. 6 i grafu na obr. 37 je zřejmé, že již jen samotným náhodným generováním většího množství variant posloupností (v tomto případě 400) a výběrem nejlepšího jedince, dojde ke zmenšení průměrného posuvu na přibližně 75 % původní hodnoty, přičemž největšího zlepšení je dosaženo při populaci čítající 10 jedinců. Zde se nejlepší posuv v inicializační sub-generaci pohybuje pod hranicí 70 % původní hodnoty. Obecně lze z výsledků v tab. 6 i grafu na obr. 37 vyvodit závěr, že se stoupající velikostí populace klesá účinnost pouhého generování inicializační populace, ale oproti tomu stoupá význam následné sub-evoluce. To je zjevně dáno počtem variant, které je možné z daného počtu jedinců vytvořit.

Pro $S = 10$ je počet možných posloupností $S! = 3\,628\,800$, zatímco pro $S = 30$ je $S! = 3,2652528598 \cdot 10^{32}$. Dalším poznatkem plynoucím z obr. 37 je, že nalezení optima do konce 300. sub-generace, je možné pouze pro nejmenší vyšetřovanou velikost populace, kdy $S = 10$. Jinými slovy, zcela optimálně lze seřadit maximálně deset geometrií.

Nalezená optimální posloupnost je zapsána zpět do chromozomu „super-rodice“ a navracena do vnější evoluce. Příklad upraveného chromozomu pro $S = 10$ je uveden v tab. 7.

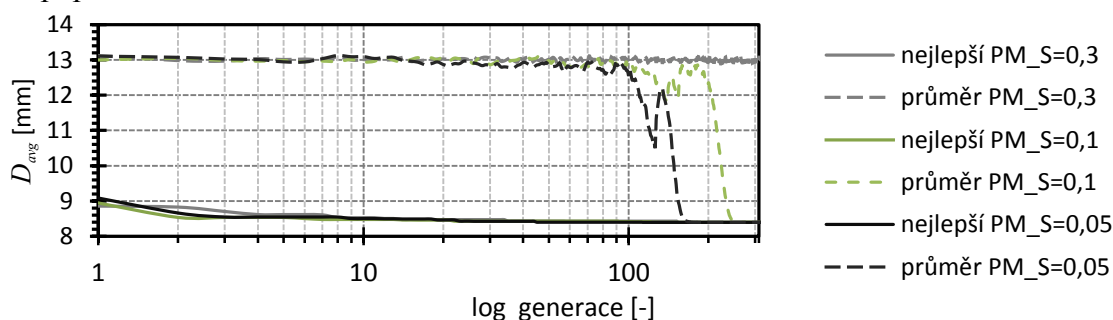
Tab. 7: Řazením upravený chromozom super-rodice o velikosti $S=10$ před návratem do vnější evoluce.

parametr poloha x[mm]		π_0 0	π_1 44	π_2 66	π_3 88	π_4 100	π_5 110	π_6 122
poloha y [mm]	7	334,166	496,004	21,479	377,622	14,486	103,397	219,780
	9	360,639	298,202	39,960	222,777	160,340	97,403	466,034
	6	496,004	469,031	249,750	69,431	485,015	204,296	273,227
	5	182,318	419,580	158,342	29,970	259,241	27,473	131,868
	4	358,641	471,528	485,514	331,668	267,233	66,933	3,996
	2	200,300	312,687	393,107	318,182	132,867	295,205	94,406
	8	399,600	201,998	199,301	209,790	137,363	432,068	120,879
	0	487,013	159,840	293,207	321,678	256,244	370,629	326,174
	1	223,776	363,636	328,671	303,696	152,348	213,287	415,584
	3	473,027	10,999	468,032	153,347	168,831	161,339	307,193

Pravděpodobnost mutace

Operátor mutace je v rámci sub-evoluce jediným genetickým operátorem, který lze zcela nezávisle na sub-algoritmu měnit. Ostatní operátory, jako selekce a křížení (ERX), pracují bez volitelných proměnných. Proměnnou, která není zařazována přímo mezi genetické operátory, ale má na postup sub-evoluce přímý vliv je velikost skupiny *ELITE*, tedy počet jedinců, kteří přecházejí do další generace bez změn.

Vliv operátoru mutace byl shodně jako pro vnější algoritmus ověřován pro tři konkrétní hodnoty, konkrétně pro $PM_S = (0,05; 0,1; 0,3)$. Průměrovány byly opět tři nezávislé běhy algoritmu. Výsledky jsou uvedeny na obr. 38. Všechny varianty byly řešeny s velikostí populace $S = 10$ velikostí sub-populace $O_S = 400$, velikostí skupiny elitních jedinců sub-populace $ELITE_S = 10$.

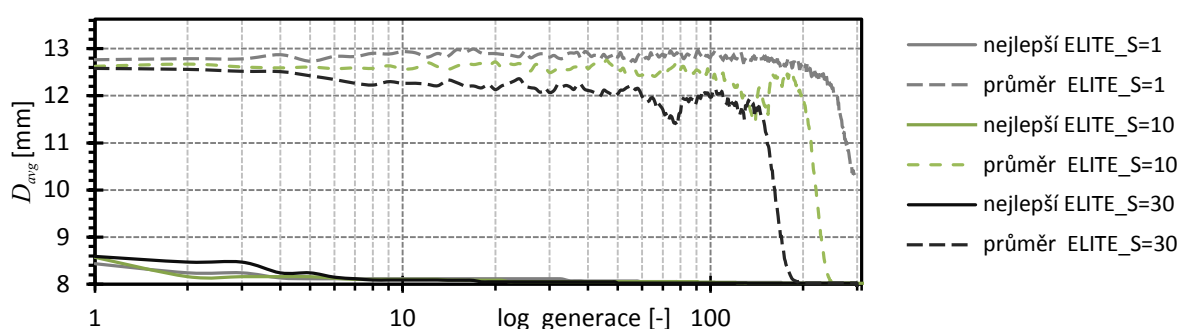


Obr. 38: Sub-evoluce na testovacím chromozomu „super-rodice“ s různými hodnotami pravděpodobnosti mutace $PM_S = (0,05; 0,1; 0,3)$.

Z výsledků je patrný relativně pomalý postup sub-evoluce k lepším hodnotám, nicméně do konce 300. generace je optimum nalezeno pro všechny řešené případy. Všechny varianty vykazují podle obr. 38 podobný postup evoluce, snad jen variantu $PM_S = 0,3$ by bylo možné označit za méně úspěšnou. Nejrychlejšího nalezení optima s následným zmutováním celé populace směrem k nejlepšímu řešení je dosaženo pro $PM_S = 0,05$.

Velikost elitní skupiny

Elitní skupina sdružuje nejlépe hodnocené jedince na sklonku každé generace, kteří beze změny svých chromozomů přechází do nové generace. Mimo jiné je tak zaručeno zachování nejlepšího nalezeného řešení v průběhu sub-evoluce a nemůže tak dojít k evoluci nejlepší hodnoty směrem k horším řešením. Skupina elitních jedinců má za úkol zachovat kvalitní genetickou informaci v nezměněném stavu pro příští generace. Nebezpečím volby nevhodné velikosti elitní skupiny je možnost přílišné degenerace genetického kódu před nalezením globálního optima. Proto je vhodné ověřit nastavení velikosti elitní skupiny i v rámci sub-evoluce. Pro všechny výpočty uvedené v tomto porovnání byla použita velikost sub-populace $O_S = 400$, pravděpodobnost mutace $PM_S = 0,1$ a počet řazených geometrií $S = 10$. Výsledky uvedené na obr. 39 jsou průměrované hodnoty třech nezávislých běhů algoritmu.



Obr. 39: Sub-evoluce na testovacím chromozomu „super-rodice“ s různými velikostmi $ELITE_S = (1, 10, 30)$.

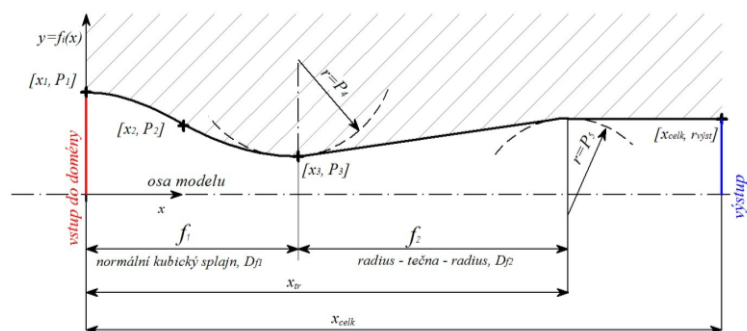
Stejně jako pro operátor mutace ukazuje velikost skupiny elitních jedinců sub-populace $ELITE_S$ pouze velmi omezený vliv na postup evoluce. Optima bylo dosaženo pro všechny testované varianty. Postup evoluce je u všech řešení velmi podobný. Lze tedy volit v kteroukoliv z uvedených hodnot velikosti skupiny elitních jedinců.

4.6. Testování sub-algoritmu na případě supersonické trysky

Cílem testování na případě supersonické trysky je získání přehledu o chování a významu sub-algoritmu tvorby sekvence geometrií v reálném problému. Není proto testován celý algoritmus evoluce, ale namísto toho je generována pouze nultá generace občanů, která následně podléhá řazení a vyčíslení cílové funkce. Po kompletaci výpočtů celé nulté generace je postup ukončen, je vybrána nejlepší varianta a je provedeno vyhodnocení.

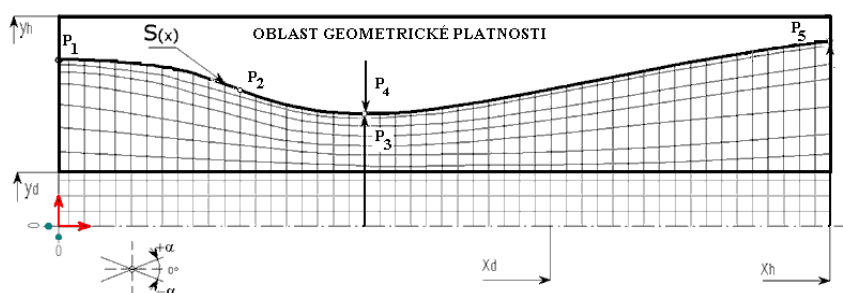
Případ supersonické trysky byl vybrán jako testovací úloha pro příbuznost k řešenému problému ejektoru a pro relativní geometrickou jednoduchost. Cílová funkce je CFD metodami navíc díky jednoduché výpočetní doméně relativně rychle vyčíslitelná. Podle obr. 40, byla při parametrizaci problému geometrie rozdělena na část, jejíž tvar je řízen normálním kubickým splajnem a na část řízenou kruhovými výsečemi a tečnou, jež výseče spojuje. Délka trysky byla uvažována konstantní. Pro maximální urychlení výpočtu byla výpočetní doména omezena pouze na objem uvnitř trysky a 50 mm dlouhou oblast, která navazuje na výstup z trysky. Pro diskretizaci dvourozměrné, osově symetrické výpočetní oblasti byla použita strukturovaná síť čítající 200 000 čtyřbokých elementů. Soustava RANS rovnic je doplněna o dvou-rovnicový model turbulentní vazkosti $k-\omega$ SST a stavovou rovnicí ideálního plynu. Pro diskretizaci

konvektivních a difuzních členů bylo použito „upwind“ schéma druhého řádu. Sdružení výpočtu rychlosti a tlaku je realizováno pomocí metody SIMPLE. Linearizovaná soustava rovnic je řešena *Gaussovou-Seidlovou* iterativní metodou. Řešené případy byly řešeny do úplné konvergence všech bilančních rovnic. Na vstupu trysky byla definována okrajová podmínka celkového klidového tlaku $p_{01} = 498 \text{ kPa}$, na výstupu je určena podmínka absolutního statického tlaku $p_2 = 50 \text{ kPa}$.



Obr. 40: Parametrizace testovacího případu supersonické trysky a popis geometrie funkcemi f_1 a f_2 .

Pro tento případ testování byli jedinci nulté generace tvořeni vzorkováním parametrického prostoru pomocí jednoduché metody konečných diferencí. Každý parametr je proto zastoupen svou horní a dolní mezí a hodnotou ze středu intervalu, tedy celkem třemi hodnotami. Ze vzorkovaných hodnot je dále kombinací sestavena matice všech možných geometrií. Ta definuje nultou (inicializační) populaci jedinců, na kterou je dále aplikováno řazení (sub-evoluce) a navazující hodnocení cílovou funkcí CFD metodou. Jelikož nevhodnou velikostí parametrů lze získat značně deformovanou geometrii bez dalšího významu pro optimalizaci, je vzniklá matice kombinací podrobena kontrole na kvalitu geometrie. V tomto případě byla ke kontrole určena obdélníková oblast, definovaná délkou trysky, minimální dovolenou hodnotou poloměru geometrie $y_d = 10 \text{ mm}$ a maximálním poloměrem stanoveným na $y_h = 30 \text{ mm}$. Tvary, jež přesahují mimo tuto oblast, by byly uznány za neplatné. V daném případě bylo kladně testováno všech $3^5 = 243$ trysek. Schéma problému je na obr. 41.



Obr. 41: K popisu funkce kontroly geometrické platnosti generovaných geometrií. Geometrie zasahující mimo oblast platnosti jsou zavrženy.

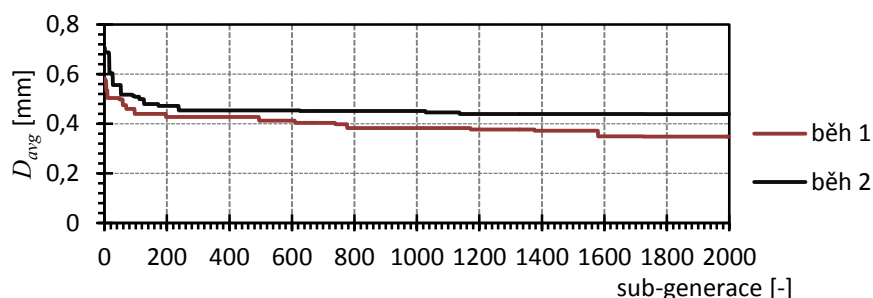
V souladu se schématem algoritmu, uvedeném na obr. 25b), bylo po inicializaci první generace 243 jedinců provedeno řazení sekvence geometrií trysek. Postup sub-evoluce lze studovat na obr. 42. Zobrazeny jsou dva na sobě nezávislé běhy. Výpočetní doba evolučního algoritmu do dosažení maximálního počtu 2000 generací byla přibližně 200 s na jednom jádru osobního počítače s procesorem o pracovním taktu 2,7 GHz a 3 GB RAM paměti typu DDRII. Počet

jedinců v sub-populaci dosahoval 400. Doba standardního numerického výpočtu pro každého z těchto jedinců byla určena opakováním třech nezávislých simulací náhodně vybraných ze vzorkované množiny. V komerčním softwaru Fluent 6.3.2 a na stejné stanici jako byla provedena sub-evoluce, bylo dosaženo časů v rozmezí 2,5 až 4 hod do úplné konvergence řešení. Jednoduchým výpočtem lze stanovit přibližnou dobu, která by byla potřebná ke konvergenci všech 243 variant při výpočtu klasickým přístupem: $t_1 \cong 243 \cdot 3 = 729 \text{ hod}$. V tomto časovém úhrnu není započtena doba na tvorbu nové geometrie a její síťování. Lze tedy předpokládat čas celkově se blížící 1000 hod. Jde tedy o přibližně čtyřicet dní trvající proces.

Tab. 8: *Tabulka parametrů pro tvorbu všech kombinací vzorkovaných parametrů trysky.*

$\pi_1 [\text{mm}]$	22	24	26
$\pi_2 [\text{mm}]$	18	20	22
$\pi_3 [\text{mm}]$	10,8	11,2	11,6
$\pi_4 [\text{mm}]$	10	30	50
$\pi_5 [\text{mm}]$	10	30	50

$x_1 = 0 \text{ mm}, x_2 = 20 \text{ mm}, x_3 = 40 \text{ mm}, x_{tr} = 80 \text{ mm}, r_{výst} = 12,5 \text{ mm}.$



Obr. 42: *Evoluce průměrného posuvu kontrolního uzlu při morfování sítě supersonické trysky.*

Doba výpočtu všech 243 variant při využití algoritmu řazení a morfování sítě dosáhla 72 hod. K této době je nutné připočíst dobu potřebnou pro tvorbu inicializační geometrie a její síťování – přibližně 1 hodiny – a dobu potřebnou na adaptaci sekvence prostřednictvím evolučního algoritmu – cca 0,1 hodiny. Výsledkem je tedy časová náročnost $t_{ASG} = 73,1 \text{ hodin}$. To odpovídá přibližně 8 % času, který by byl zapotřebí při klasickém přístupu.

Zápornou vlastností nového algoritmu bezesporu je vliv morfované sítě na výsledek numerických simulací. Morfovaná síť bude jistě vykazovat jiný stupeň numerické difuze i schopnosti zachytit sledované děje než síť původní. V daném problému ale nedosahují geometrické změny mezi jednotlivými variantami takových rozměrů, aby bylo nutné kvalitu sítě dodatečně kontrolovat. Na obhajobu tohoto přístupu lze dále uvést, že ani v případě separátní tvorby nové výpočetní sítě pro každou geometrii nelze zajistit jejich stoprocentní identitu.

Závěrem testovací fáze lze tedy konstatovat, že navržený sub-algoritmus řazení geometrií je schopen zlepšit průměrný posuv kontrolního uzlu geometrie trysky přibližně na poloviční hodnotu a následně je tak možné snížit čas potřebný na numerickou simulaci na zlomek původních hodnot, přičemž je při vyhodnocení nutné mít na zřeteli rozdílnost výpočetních sítí zejména v extrémních hodnotách parametrů.

5. Optimalizace nadzvukové hnací trysky ejektoru

Tato kapitola shrnuje všechny kroky provedené v souvislosti s optimalizací nadzvukové hnací trysky, za účelem maximalizace entalpické účinnosti ejektoru, definované vztahem (4). Použitá optimalizační metoda a její algoritmus jsou popsány ve 4. kapitole. Volba nejlepšího modelu turbulentní vazkosti pro numerické simulace při optimalizaci je uvedena v podkapitole 5.1. Geometrii ejektoru, její parametrizaci a nastavením a řízením řešiče se zabývá podkapitola 5.2. Evoluční a sub-evoluční operátory použité při optimalizaci jsou krátce shrnuty v podkapitole 5.3. Výsledky optimalizace vyhodnocené zejména statistickými prostředky jsou uvedeny v podkapitole 5.4. Výsledky optimalizace a rozbor optimalizovaných řešení podle hledisek mechaniky tekutin jsou uvedeny v podkapitole 5.5. Podkapitoly zpracovávající výsledkovou část jsou vždy rozděleny do podkapitol podle řešených protitlaků.

5.1. Validace modelů turbulentní vazkosti

Optimalizační proces je přirozeně velmi senzitivní k hodnotám cílové funkce. Chybným vyčíslením její návratové hodnoty by algoritmus dosáhl nesprávných, či nereálných výsledků. Proto je třeba věnovat značnou péči tomu, aby hodnoty cílové funkce co nejlépe odpovídaly realitě. Jelikož je v případě optimalizace hnací trysky ejektoru k výpočtu cílové hodnoty užito prostředků CFD, je vhodné se zaměřit na očekávanou kvalitu jejich výstupních dat. Klíčovým parametrem cílové funkce účinnosti ejektoru je nasávané množství, které je mimo jiné velmi silně ovlivňováno použitým modelem turbulentní vazkosti. Proto se následující podkapitola zaměřuje právě na jeho validaci a to prostřednictvím experimentů na supersonickém ejektoru, jehož schéma a základní rozměry jsou uvedeny na obr. 19. Tento případ byl vybrán proto, že experimentální zařízení je na TUL plně k dispozici, přičemž detailní popis dějů v různých provozních režimech uvedeného ejektoru byl v minulosti zpracován *Dvořákem* [28]. Zároveň je tento ejektor brán jako výchozí stav optimalizace, který zahrnuje proudové jevy, očekávané i u optimalizovaných variant. Validace numerického řešení je provedena porovnáním obrazů proudových polí ze šlírových snímků a numerických simulací (obr. 44–46). Optická pozorování byla doplněna odběrem statického tlaku na stěně směšovací komory, který je rovněž konfrontován s výsledky simulací. Numerické simulace byly provedeny v programu Fluent na shodné, tj. strukturované výpočetní síti o základních rozměrech buňky $(0,1 \times 0,1) \text{ mm}$. Tato síť byla v blízkosti stěny zjemněna na hodnotu $y^+ \cong 1$. Souhlasně s touto hodnotou bylo použito tzv. stěnové modelování – „*Enhanced Wall Threatment*“ (u modelů, které to umožňují). Pro všechna řešení byl použit sdružený výpočet tlaku a rychlosti s $C_{FL} = 1$ a řešič založený na výpočtu tlaku. Okrajové podmínky klidového tlaku byly stanoveny souhlasně s experimentem. Intenzita turbulence byla na vstupu hnacího vzduchu stanovena na 3 %, na sání vzhledem ke vstupu přímo z atmosféry 1 %. Jako fyzikální model tekutiny byl použit stlačitelný ideální plyn s vazkostí, která je funkcí *Shutherlandova* vztahu [46]. Okrajové podmínky výpočtu odpovídají obr. 51 (vyjma pohyblivých stěn), rozměry ejektoru mohou být odvozeny z obr. 19. Validovány jsou následující modely turbulentní vazkosti: $k - \varepsilon$ Realizable, $k - \varepsilon$ RNG, $k - \omega$ SST, RSM a laminární model, jež nezahrnuje vliv turbulence. Vzhledem k režimům ejektoru, kdy hnací i hnaný proud dosahují nadzvukových rychlostí, platí plně předpoklad vysokého Re . Tento předpoklad umožňuje soustředit vliv

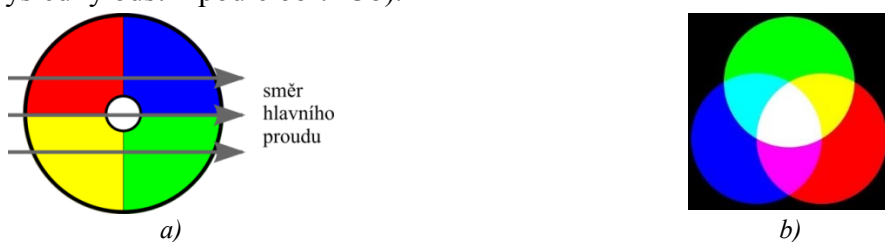
vazkosti do úzké oblasti v blízkosti stěn, kde v důsledku okrajové podmínky proudění vazké tekutiny vznikají vazké gradienty rychlosti – oblasti mezních vrstev. Oblastmi s obdobnými vlastnostmi jsou dále smykové vrstvy a rázové vlny. V proudovém poli tak vznikají dvě rozdílné oblasti – oblast, v níž se významně uplatňuje vazkost a oblast, kde lze účinky vazkosti zcela zanedbat [71]. Tekutina je v obou oblastech stejná, se stejnou vazkostí, ale ta se zde neuplatňuje proto, že gradienty rychlosti jsou nevýrazné. Z rozborů vysokorychlostního proudění víme, že nadzvukové oblasti se vyznačují téměř konstantní rychlostí (pokud není tato oblast narušena např. charakteristikou, rázovou vlnou atd.). To lze vztáhnout i na simulované děje v ejektoru.

Výsledky experimentů jsou s numerickými výsledky konfrontovány ve třech variantách:

První variantou je porovnání, kdy je na šlírovacím stroji *Zeiss-Jena* nožový břit natočen do vertikální polohy a paprsky ohnuté do směru záporné osy x (proti směru proudění) jsou nožovým břitem oříznuty. Pak jsou oblasti podélné expanze znázorněny tmavým odstínem (záporný gradient hustoty) oblasti podélné komprese odstínem světlým (kladný gradient hustoty). Tyto výsledky jsou uvedeny na obr. 44.

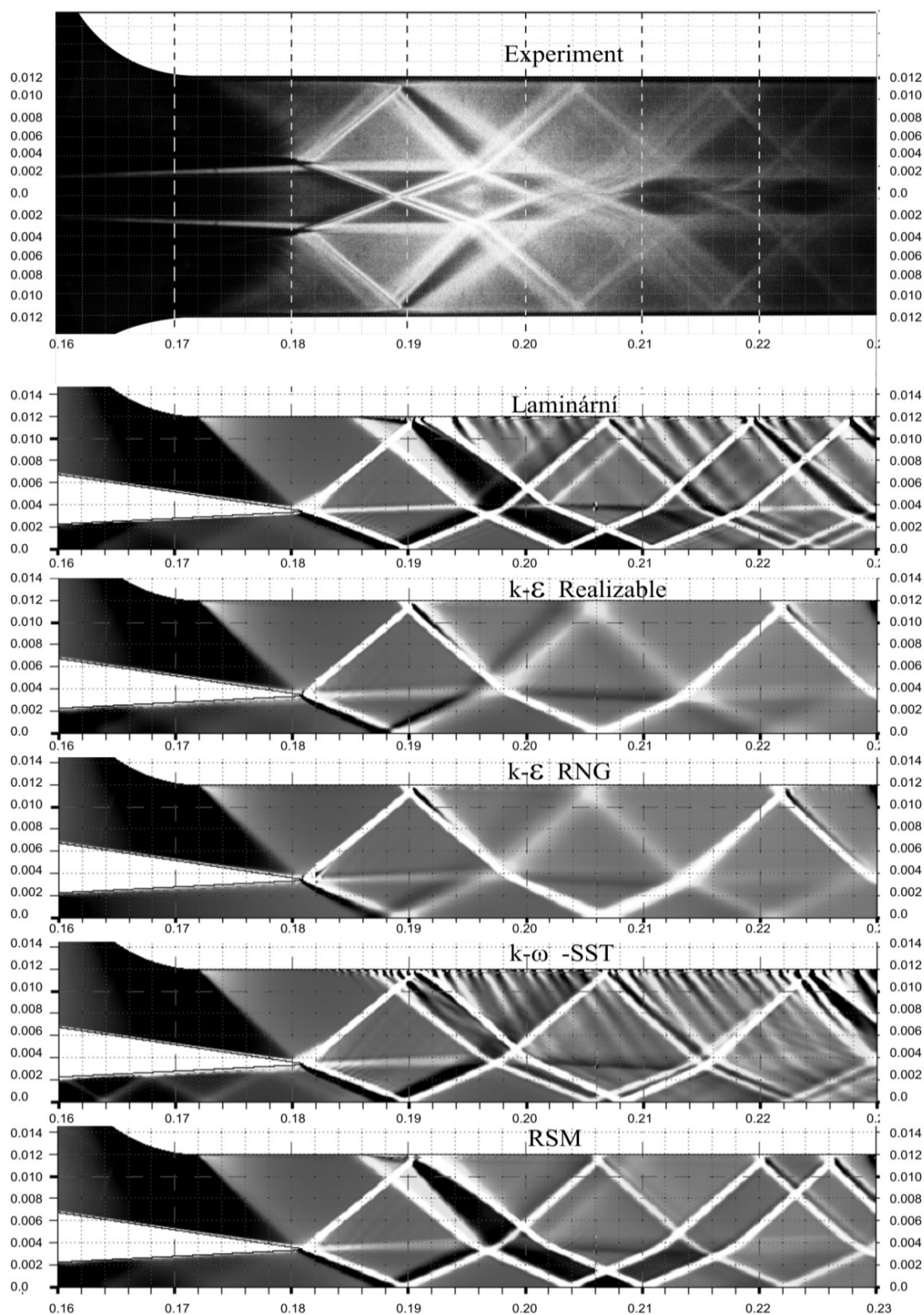
Druhou variantou – uvedenou na obr. 45 – je porovnání s černobílými šlírovými snímky při horizontálním natočení břitu. Zachyceny jsou tak zejména gradienty hustot ve svislém směru (mezní a smykové vrstvy). Pro odklon do směru y na obr. 45 v horní části snímku platí, že tmavé pravoběžné vlny jsou vlny expanzní a tmavé levoběžné vlny jsou vlny kompresní. Světlé levoběžné vlny jsou expanzní a světlé pravoběžné vlny kompresní. V dolní části šlírového snímku je princip inverzní.

Třetí porovnávanou variantou je porovnání se šlírovým snímkem pořízeným přes barevný filtr. Ten je uveden na obr. 43 a je rozdělen na segmenty následovně: levý horní segment – červená, pravý horní segment – modrá, levý dolní segment – žlutá, pravý dolní segment – zelená. Korelace natočení hlavního směru proudění a souřadnic barevného filtru má za následek zbarvení pozorovaného pole. Výsledný barevný odstín je dán jak základními barvami filtru, tak i vlastnostmi aditivního míchání barev, kde smícháním jednotlivých barev RGB spektra získáme výsledný odstín podle obr. 43b).

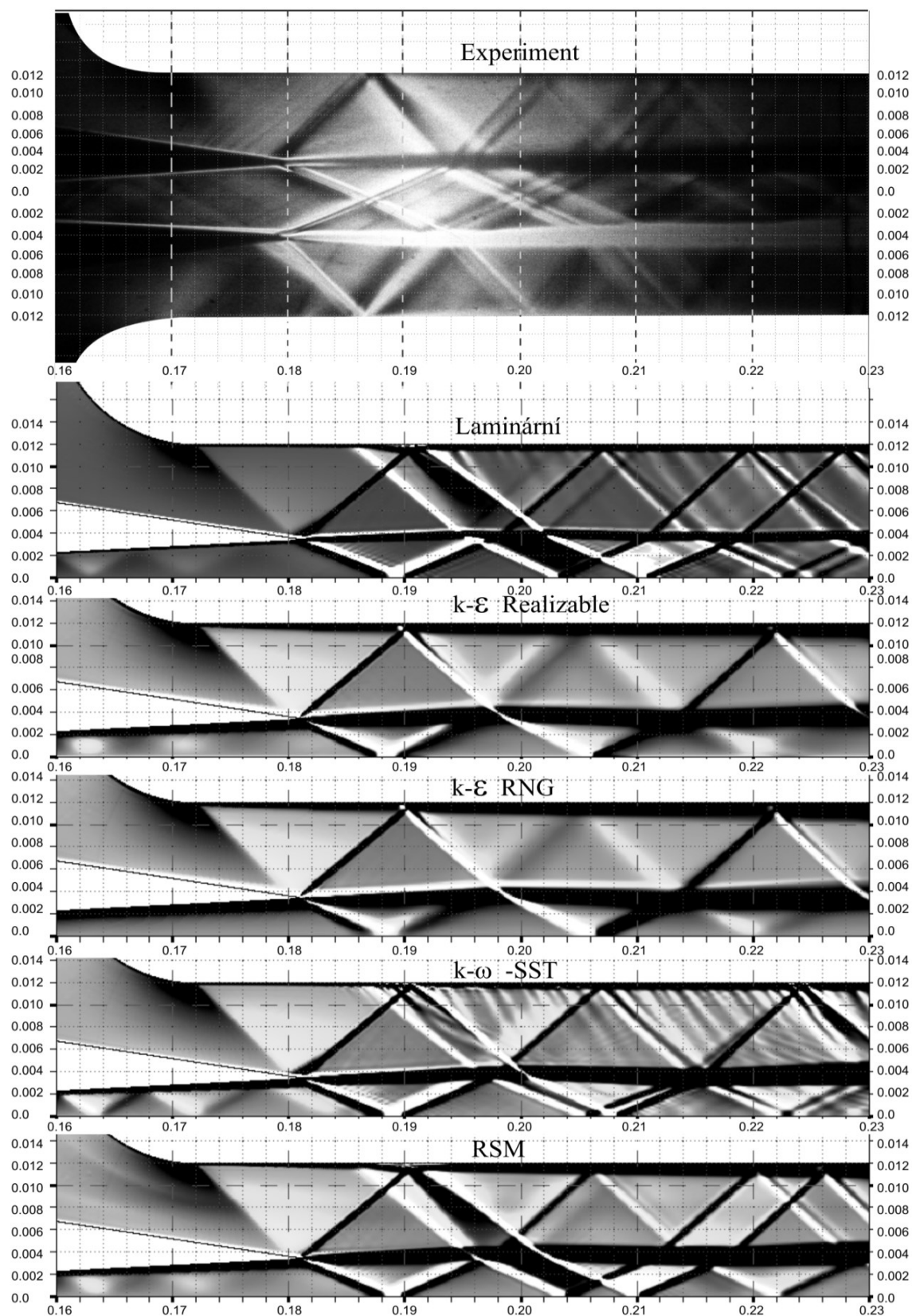


Obr. 43: K výkladu barevného šlírového snímku, a) – použitý barevný filtr a jeho orientace vzhledem k hlavnímu směru proudu, b) – aditivní míchání barev RGB spektra.

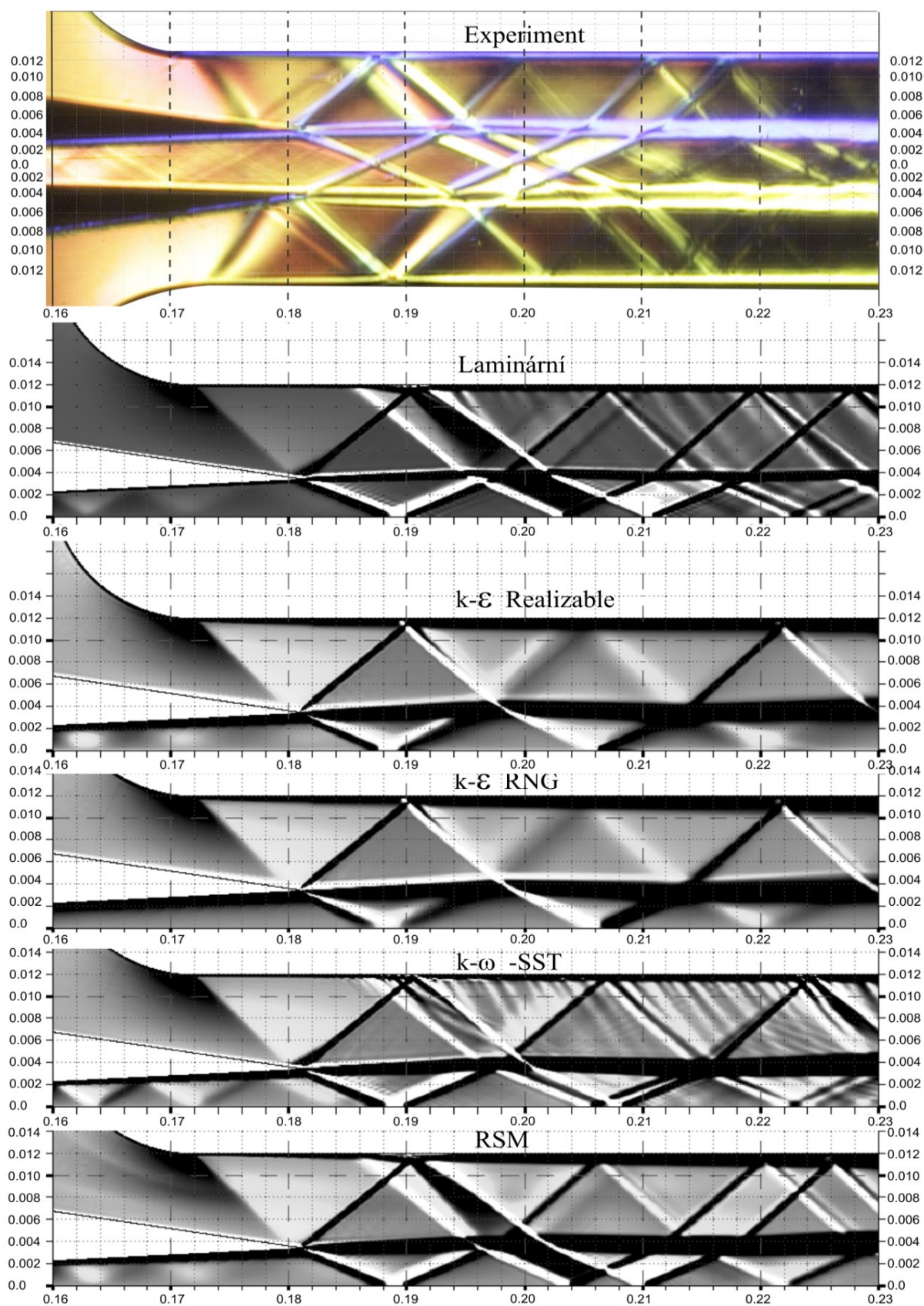
Ve výsledku jsou svislé gradienty hustoty zachyceny v horní části snímku modro-červeně (výsledná fialová), ve spodní části žluto-zeleně (výsledná žluto-zelená). V horní části snímku rozhoduje o tom, zda je oblast zbarvena do modra či do červená, směr podélného gradientu hustoty. Proto je oblast expanze na horní části snímku zbarvena více do odstínů červené, oblast komprese do modra. Na spodní straně snímku je oblast expanze zbarvená do žluta. Oblasti komprese jsou v horní části snímku zbarveny do modra ve spodní části do zelená. Na obr. 44–46 jsou uvedeny porovnání šlírových snímků a numericky vypočtených polí, převedených metodou z podkapitoly 2.2. do černobílého šlírového zobrazení.



Obr. 44: Výsledky převodu numericky vypočtených polí do šlírového zobrazení a porovnání s černobílým šlírovým snímkem s nožovou clonkou ve vertikální pozici – zobrazení podélných gradientů hustoty. Maximální úhel vychýlení $\varepsilon_x = 0,5^\circ$. Polohové souřadnice [m].



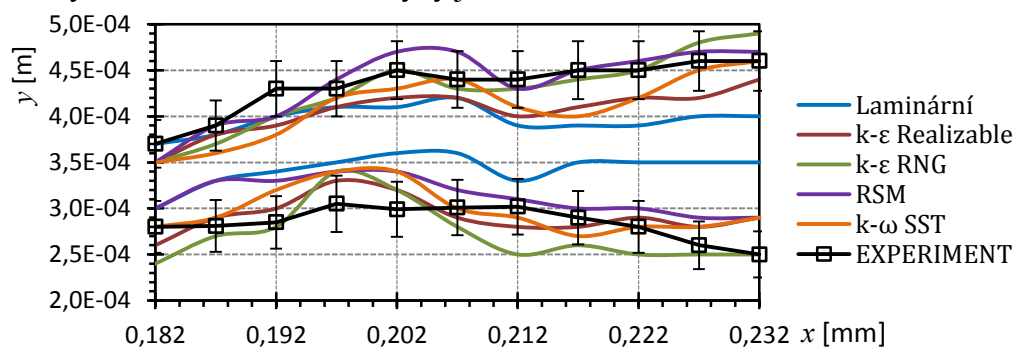
Obr. 45: Výsledky převodu numericky vypočtených polí do šlirového zobrazení a porovnání s černobílým šlirovým snímkem s nožovou clonkou v horizontální pozici – zobrazení svislých gradientů hustoty. Maximální úhel vychýlení $\varepsilon_y = 0,5^\circ$. Polohové souřadnice [m].



Obr. 46: Výsledky převodu numericky vypočtených polí do šlírového zobrazení (svislé gradienty) a porovnání s barevným šlírovým snímkem. Maximální úhel vychýlení $\varepsilon_y = 0,5^\circ$. Polohové souřadnice [m].

Popis a porovnání proudové struktury nelze začít jinde než u hnacího proudu. Zejména na barevném šlírovém snímku je možné pozorovat šíření slabých rázových vln v rozšiřující se části hnací trysky, které byly zformovány kompresními vlnami, vzniklými odrazem expanzních vln od zvukové čáry. Tyto rázové vlny jsou zachyceny pouze modelem $k - \omega$ SST. Ostatní modely je zachycují jen ve velmi omezené míře. V hnaném proudu je za aerodynamickým hrdlem viditelná oblast expanze na zakřivené části stěny směšovací komory. Tato oblast je rozdělena slabou rázovou vlnou, která se formuje z kompresních vln. Počátek vlny je všemi modely zachycen přibližně ve stejném místě a s porovnatelnou intenzitou. Rozdíl všech výsledků simulací oproti experimentu ale můžeme pozorovat v místě dopadu této rázové vlny na spodní stranu hnané trysky. Zatímco při experimentu dochází k přiblížení rázové vlny ke stěně mezi souřadnicemi $x = (0,176 \div 0,178) \text{ m}$, všechny numerické modely zachycují tuto polohu velmi blízko samotné odtokové hrany, tedy okolo souřadnice $x = 0,180 \text{ m}$. To může být způsobeno několika faktory. Pokud zanedbáme vliv odlišných geometrií, přichází v úvahu zejména nestejná lokální rychlost proudění, či vznik odtržení mezní vrstvy v místě počátku této vlny. Oblast odtržení nelze identifikovat na žádném ze snímků.

Struktura proudu za výstupem hnací trysky je ovlivněna zejména interakcí hnacího a hnaného proudu, při které dochází ke vzájemnému odklonu proudů, tak aby došlo k vyrovnání jejich směrů i tlaků. To je možné jen za předpokladu vzniku smykové vrstvy a šikmých rázových vln v obou proudech. Vznik rázových vln je předpovězen prakticky všemi prověřovanými modely shodně, jelikož je existence rázových vln v této části dána zejména vztahy pro dynamiku plynů a nikoliv turbulencí. V hnacím proudu rázové vlně předchází vlna expanzní. Rozhraní mezi oběma proudy je tvořeno smykovou vrstvou. Ta dominuje celé struktuře uvnitř směšovací komory a po celé délce komory lze pozorovat její postupné rozšiřování. Experiment s břitem natočeným do vodorovného směru byl čtyřnásobně opakován a z každého ze snímků byla po maximálním zvětšení v pravidelných vzdálenostech odečítána zobrazená tloušťka smykové vrstvy. Pro tyto účely byly vnější hranice smykové vrstvy v jednotlivých řezech určeny jako místa s největším gradientem intenzity dopadajícího světla, vždy při stejné poloze nožového břitu ($a_y = 10,2 \text{ mm}$). Stejně byly vyhodnocovány i smykové vrstvy numericky simulované. Porovnání výsledků včetně odhadu chyby je uvedeno na obr. 47.

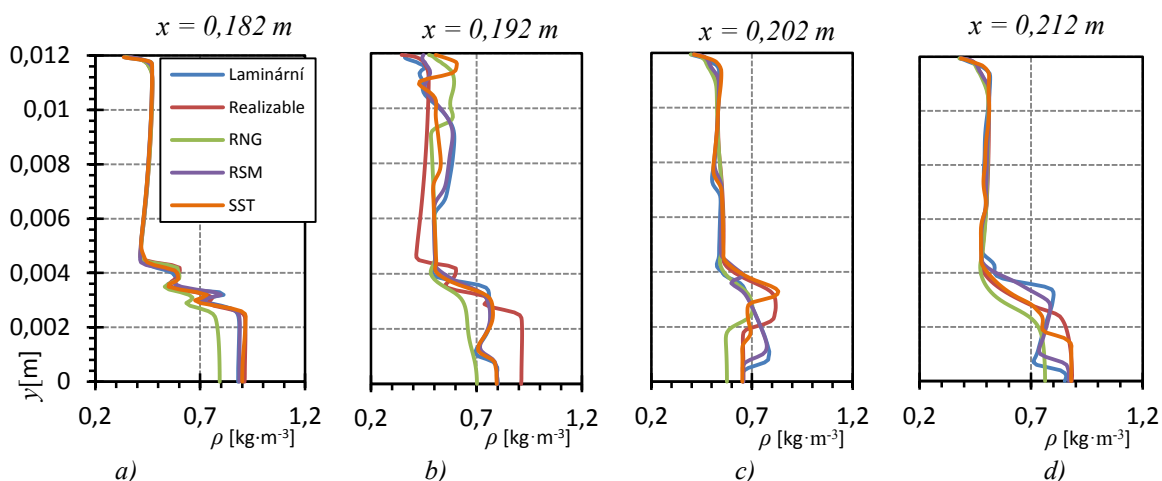


Obr. 47: Experimentálně a numericky zjištěné polohy smykové vrstvy v supersonickém ejektoru. Odečet ze šlírových obrazů pro svislý odklon paprsků při $\varepsilon_y = 0,5^\circ$.

Z porovnání je zřejmé, že laminární model velmi silně podhodnocuje tloušťku smykové vrstvy a predikuje ji jako přibližně konstantní podél celého sledovaného intervalu. K transportu hybnosti mezi jednotlivými vrstvami proudu dochází z podstaty modelu pouze prostřednictvím fyzikální vazkosti proudu. Vzhledem k neexistenci turbulence v tomto modelu je to očekávaný

výsledek, který ovšem neodpovídá realitě. Ostatní modely turbulentní vazkosti vykazují velmi podobné výsledky a rozdíly mezi nimi jsou na hranici chyby vyhodnocení, nelze tedy mezi nimi stanovit nejlepší ani nejhorší variantu.

Zejména na barevném šlírovém snímku je v oblasti smykové vrstvy patrná podoblast velmi tmavých odstínů, která začíná přímo na odtokové hraně a je viditelná přibližně do souřadnice $x = 0,22 \text{ m}$. Jedná se o úplav za odtokovou hranou hnací trysky. Vzhledem k výšce směšovací komory má tato oblast poměrnou délku $\Delta y / H \cong 2$. V oblasti smykové vrstvy, která se v horní části snímku zbarvuje fialovým odstínem, znamená tmavá oblast, že hustota klesá. Zatímco ve výsledcích experimentů je oblast klesající hustoty z obou stran ohraničena oblastí hustoty stoupající, je ve výsledcích numerických simulací pozorovatelný pouze jediný přechod z oblasti s klesající hustotou do oblasti, kde hustota ve svislém směru roste. Tato oblast s kladným gradientem je predikována všemi modely, ale její délka se velmi liší. Pro lepší porovnání jsou na obr. 48 uvedeny profily statických hustot v různých vzdálenostech od počátku modelu. Označení podélné polohy je shodné s obr. 44–46.



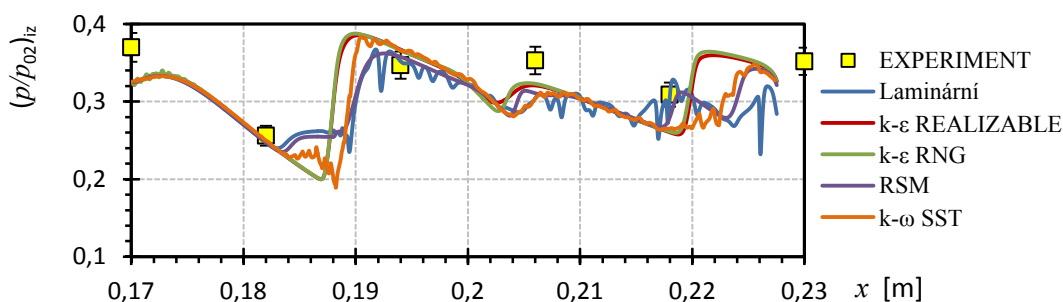
Obr. 48: Příčné profily statických hustot ve směšovací komoře (poloha odtokové hrany $x = 0,180 \text{ m}$).

Nejdelší oblast kladného gradientu hustoty ve směru y ve smykové vrstvě je pozorovatelná v modelu $k - \varepsilon$ RNG. Z výsledků je patrná značná shoda všech modelů s výjimkou právě $k - \varepsilon$ RNG v řezu, který se nachází 2 mm od odtokové hrany ($x = 182 \text{ mm}$). Všechny modely predikují ve smykové vrstvě i oblast opačných gradientů. Dále po proudu se mimo $k - \varepsilon$ RNG odchyluje od ostatních modelů i $k - \varepsilon$ Realizable. Model $k - \omega$ SST vykazuje velmi podobné chování jako model laminární a RSM. V poloze $x = 0,202 \text{ m}$ se chování všech modelů vyrovnává zejména v hnané části proudu. Oblast hnacího proudu je ovlivněna zejména silnými rázovými vlnami, které se touto oblastí šíří. Stejně tak je tomu i v posledním sledovaném řezu.

Šíření rázových případně expanzních vln směšovací komorou tvoří nejvýznamnější rozdíl mezi porovnávanými modely turbulentní vazkosti. Z výsledků na obr. 44–46 a 48 je patrné, že zejména modely $k - \varepsilon$ predikují velmi rychlý zánik rázové vlny, která se šíří nejprve hnacím proudem a která po průchodu protiběžné vlny velmi rychle ztrácí na intenzitě, až téměř zaniká. Ostatní modely zachycují šíření rázových i expanzních vln poměrně dobře, i když s mírnými vzájemnými rozdíly. Oblasti nadzvukového proudění ohraničené rázovými a expanzními vlnami a smykovými a mezními vrstvami lze považovat za oblasti konstantní rychlosti i tlaku. Proto v těchto oblastech zachycuje šíření rázových vln laminární model minimálně stejně

kvalitně jako modely uvažující turbulenci. V porovnání s modely $k - \varepsilon$ je dokonce v laminárním modelu šíření rázových vln zachyceno podrobněji. Pravděpodobně se tak děje pro nadhodnocení členu turbulentní kinetické energie u $k - \varepsilon$ modelů.

Dalším bodem, který výrazným způsobem rozděluje sledované modely, je odtržení mezní vrstvy po dopadu hlavní rázové vlny šířící se od odtokové hrany hnaným proudem. Po interakci vlny s mezní vrstvou dochází ke vzniku výrazného adverzního gradientu tlaku v mezní vrstvě a dochází k jejímu odtržení. Tlakový gradient se šíří subsonickou částí mezní vrstvy i proti směru proudu. V místě, kde se mezní vrstva začíná odchylovat od stěny, musí supersonický proud reagovat odklonem, což je možné jen za vzniku kompresních tlakových poruch. Jejich sčítáním se formuje další rázová vlna. Zatímco laminární, RSM, i $k - \omega$ SST zachycují odtržení i vznik této vlny, modely $k - \varepsilon$ její vznik vůbec nepředpovídají. K odtržení mezní vrstvy dochází při vzniku kladného gradientu tlaku na stěně – tedy $\partial p / \partial x > 0$ – průběh tlaku na stěně směřovací komory tedy může poskytnout informaci o podmínkách pro odtržení. Zároveň lze z průběhu tlaku usuzovat na postup směřování. Proto je tlak na stěně směřovací komory pro jednotlivé modely turbulentní vazkosti uveden na obr. 49.

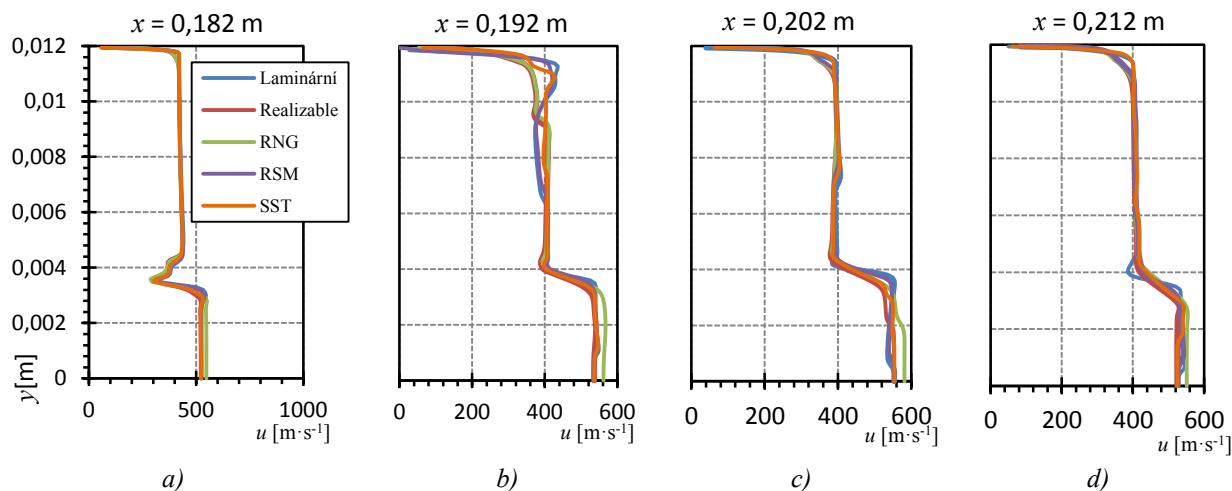


Obr. 49: Průběhy poměrů tlaků p/p_{02} na stěně směřovací komory – porovnání experimentu a výsledků numerických simulací.

Na průběh směřování lze dále usuzovat i podle tvaru rychlostních profilů napříč směřovací komorou. Tyto profily v různých vzdálenostech od počátku modelu jsou uvedeny na obr. 50. Polohy řezů souhlasí se souřadnicemi ve vyhodnocení šlirových obrazů. Z rychlostních profilů ihned za odtokovou hranou trysky, uvedených na obr. 50a) lze rozeznat oblast proudu, který je pomalejší oproti hnanému i hnacímu proudu. Jedná se o již zmíněný úplav. Tato oblast náhlého poklesu rychlosti poměrně velmi rychle mizí a v dalších řezech ji už nelze pozorovat. Při vzájemném porovnání chování jednotlivých modelů turbulentní vazkosti jsou patrné jen velmi malé rozdíly.

Validaci modelů turbulentní vazkosti pro případ supersonických režimů ejektoru lze shrnout do následujících bodů: Laminární model velmi dobře zachycuje šíření rázových vln i jejich vznik, včetně případu vzniku rázové vlny po odtržení mezní vrstvy na stěně směřovací komory, nicméně smyková vrstva je velmi podhodnocena a lze předpokládat, že tento parametr bude mít velmi významný vliv na nasávané množství. Modely $k - \varepsilon$ Realizable a $k - \varepsilon$ RNG predikují přesněji šířku smykové vrstvy, nicméně nedokáží zachytit odtržení mezní vrstvy po interakci s rázovou vlnou. Při šíření rázových vln od odtokové hrany dochází k jejich předčasnému zeslabení a zániku. To může mít opět velmi výrazný vliv na predikované nasávané množství. Modely $k - \omega$ SST a RSM dobře zachycují šířku smykové vrstvy i šíření rázových vln, včetně jejich interakcí s mezní vrstvou a následné odtržení. Model $k - \omega$ SST vykazuje značně nehladký průběh tlaku na stěně směřovací komory. Při experimentálním vysokofrekvenčním

snímání tlaku na stěně komory bylo prokázáno, že u statického tlaku dochází k oscilacím hodnot v řádech několika kPa a to s frekvencí v řádech kHz. Nejedná se proto o zcela stacionární děj a model $k - \omega$ SST má pravděpodobně tendenci tyto nestacionarity zachytit, což se při numerických simulacích projevuje oscilací tlaku i reziduálů v průběhu řešení.



Obr. 50: Profily podélné rychlosti v různých řezech směřovací komorou. Poloha odtokové hrany $x = 0,180$ m.

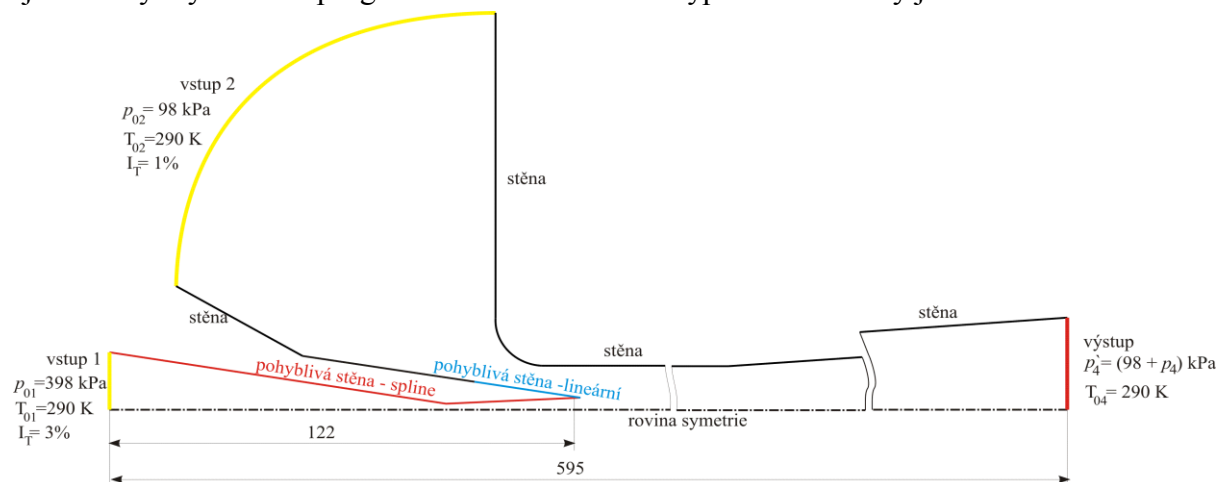
Během optimalizace bude jistě optimalizační algoritmus prověřovat i návrhy se subsonickými režimy sekundární trysky. Způsoby modelování turbulence v subsonických režimech ejektorů studoval Dvořák ve své práci [8], který ověřoval vliv stejných modelů turbulentní vazkosti jako předkládaná práce a zároveň ověřoval vliv různých hodnot y^+ . Modely vazkosti byly ověřovány měřením účinnosti ejektoru, profilů střední rychlosti, profilů flukтуаční složky rychlosti a průběhů tlaků na stěně směřovací komory. Výsledkem práce bylo konstatování, že žádný z modelů neodpovídá bezvýhradně naměřeným výsledkům, nicméně mezi prověřovanými se vyskytují značné rozdíly. Jednorovnicové a laminární modely výrazně podhodnocovaly směřování a vypočtená účinnost ejektoru byla nereálně nízká. Všechny modely odvozené od $k - \varepsilon$ naopak výrazně nadhodnocovaly účinnost. Poměrně dobrou shodu s experimentem vykazují modely $k - \omega$ SST a RSM. Oba se ovšem potýkají s mírnými problémy s konvergencí. Model RSM se navíc vyznačuje téměř dvojnásobným nárokem na výpočetní čas oproti $k - \omega$ SST. Závěry pro subsonické režimy se prakticky shodují se závěry odvozenými v této práci a zároveň souhlasí s teoretickými vlastnostmi jednotlivých modelů. Proto byl pro nadcházející optimalizaci supersonického ejektoru zvolen model $k - \omega$ SST.

5.2. Parametry numerických simulací

Tato podkapitola shrnuje základní nastavení numerických simulací, popisuje parametrizaci geometrie a způsob morfování výpočetní sítě. Uveden je i způsob automatického řízení řešiče během optimalizace a metody hodnocení konvergence. Uvedeno je i shrnutí genetických operátorů, užitých pro optimalizaci.

5.2.1. Základní nastavení

Ke všem numerickým simulacím, užitým při optimalizaci nadzvukové hnací trysky ejektoru v rámci této práce, byl použit program Fluent ve verzi 14.5. Dvourozměrný poloviční model ejektoru byl vytvořen v programu Gambit. Schéma výpočetní domény je na obr. 51.

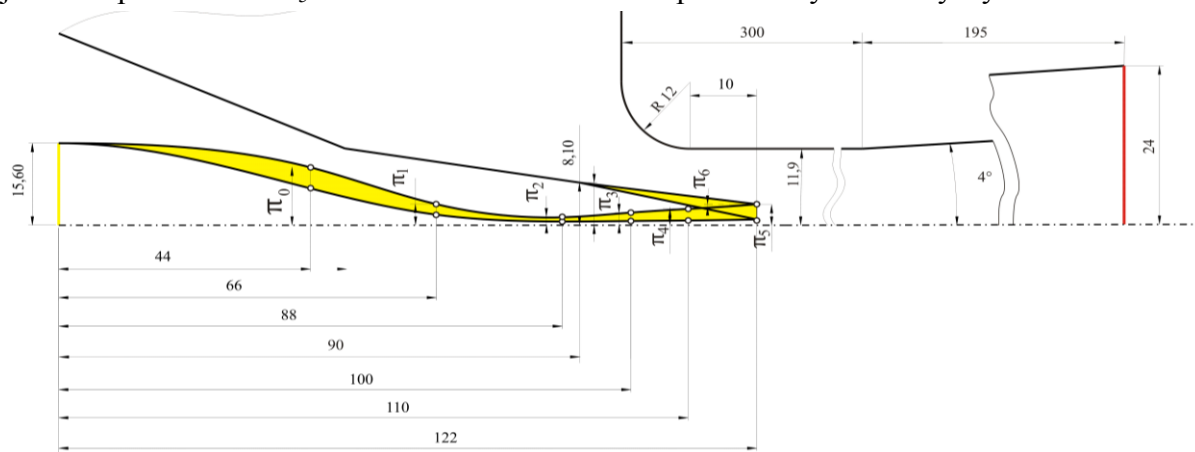


Obr. 51: Schéma výpočetní domény a okrajové podmínky optimalizačních výpočtů.

Objem směšovací komory a hnací trysky je diskretizován pomocí čtyřbokých elementů se základním poměrem výšky a šířky stran $l/h = 1/1$ a charakteristickým rozměrem 0,1 mm. Blíže ke stěně je výška buněk snižována za účelem dosažení hodnoty $y^+ \cong 1$. Ve větší vzdálenosti od odtokové hrany trysky (zejména v difuzoru) je za účelem snížení počtu kontrolních objemů použit gradient délkového rozměru elementu. Maximální poměr stran buněk je přesto v rámci celého modelu $l/h < 10$. V sací části ejektoru je použito základního rozměru buněk 0,3 mm. Celkový počet elementů dosáhl $5 \cdot 10^5$. Pro všechny simulace byl v souladu se závěry uvedenými v předchozích podkapitolách použit stacionární „pressure-based“ řešič. K diskretizaci všech konvektivních a difuzních členů bylo použito „upwind“ schéma druhého řádu. Hodnoty pod-relaxačních parametrů byly řízeny podle podkapitoly 5.2.4. Jako pracovní médium byl uvažován vzduch s vlastnostmi ideálního stlačitelného plynu, jehož vazkost je funkcí Shutherlandova vztahu [46]. Z principu stlačitelného proudění plyne nutnost doplnění bilančních rovnic o rovnici energetickou. Pro uzavření RANS rovnic byl po vyhodnocení z předešlé podkapitoly vybrán model turbulentní vazkosti $k - \omega$ SST. Veškeré okrajové podmínky výpočtu jsou patrné z obr. 51. Zde je plnou černou barvou zobrazena okrajová podmínka pevné stěny. Červeně a modře jsou odlišeny stěny, které podléhají deformaci při morfování výpočetní sítě – tj. jejich tvar je optimalizován. Zbytek ejektoru zůstává neměnný. Jedná se tedy o optimalizaci hnací trysky pro danou geometrii sání, směšovací komory a difuzoru. Hodnoty protitlaků $p_4 = (20, 30, 40) \text{ kPa}$ jsou přičítány k tlaku okolí 98 kPa a na výstupu z difuzoru je tak definován tlak p_4 .

5.2.2. Parametrizace geometrie

Každá geometrie, která má být optimalizována, musí být odpovídajícím způsobem parametrizována. Během parametrizace je zpravidla geometrie problému aproximována funkcí a několika proměnnými parametry, jenž mají co nejvěrněji daný problém popisovat. Tato práce je zaměřena na optimalizaci hnací trysky ejektoru. Ta je parametrizována pomocí kubického splajnu, řízeného sedmi nezávislými parametry π a konstantní hodnotou výšky a sklonu sání trysky v místě vstupu. Parametrizací hnací trysky je částečně ovlivněna i sekundární tryska, jelikož s parametrem π_5 dochází i ke změně sklonu spodní stěny hnané trysky.



Obr. 52: Parametrizace a základní rozměry vstupní části supersonického ejektoru. Žlutě označená přibližná optimalizační oblast určená rozsahem parametrů.

Takto provedená parametrizace má za cíl dát algoritmu dostatečnou volnost k řízení tvaru i rozměrů hnací části ejektoru. Vzhledem k tomu, že tlak na vstupu do ejektoru je pro optimalizaci uvažován konstantní – $p_{01} = 398 \text{ kPa}$, je změna rozměrů hrdla hnací trysky jedinou možností, jak lze ovlivnit hmotnostní tok hnacího vzduchu a tím přímo ovlivnit účinnost ejektoru. Změna tvaru jistě ovlivní i expanzi a ztrátové děje v samotné trysce i rázové jevy a jejich interakce dále ve směšovací komoře ejektoru. Kompenzačním pohybem stěny zóny 2 (viz obr. 53) navíc dochází ke změně rozměrů aerodynamického hrdla hnaného proudu. Vzhledem k nadkritickým poměrům při některých režimech ejektoru se pak změna rozměru hrdla pojí se změnou hmotnostního toku hnaného proudu.

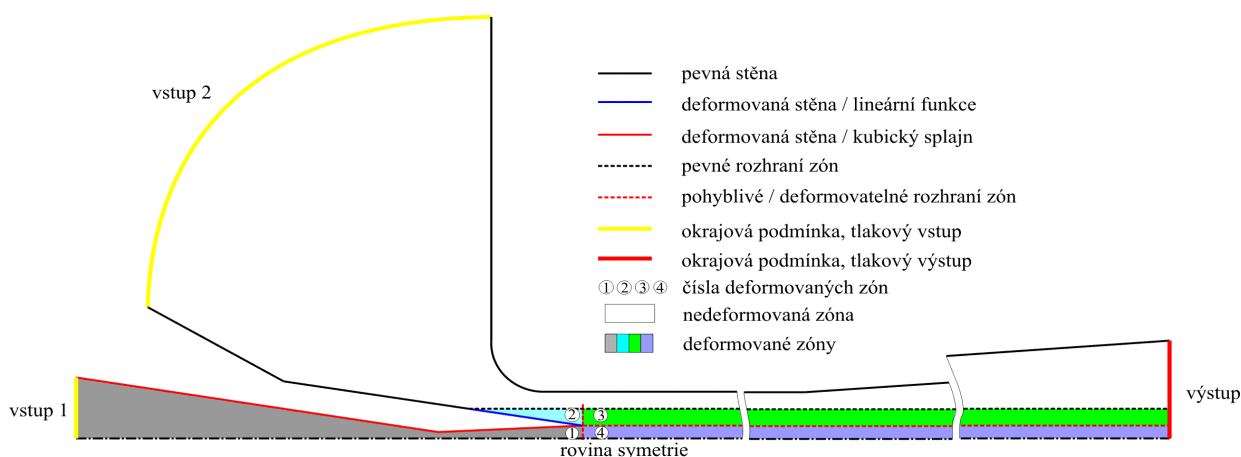
Ostatní geometrie ejektoru zůstává během optimalizace neměnná, jedná se tedy o optimalizaci hnací trysky pro danou geometrii ejektoru.

5.2.3. Morfování výpočetní sítě

V předchozím textu bylo pro řízení tvaru hnací trysky ejektoru zvoleno několik funkčních závislostí, jenž řídí geometrii problému. Důsledkem toho je vhodné rozdělit výpočetní doménu do několika zón podle toho, na jakém funkčním předpisu závisí morfování jejich okrajových částí:

- 1) Zóna 1, mutovaná pomocí řídicí kubické splajny.
- 2) Zóna 2, mutovaná pomocí řídicí lineární funkce.
- 3) Zóna 3 mutovaná konstantní hodnotou, která je ovlivněná velikostí parametru π_5 .
- 4) Zóna 4 o konstantní výšce definované výškou výstupu z hnací trysky – parametrem π_5 .

Kubickým splajnem řízený tvar ovlivňuje zejména zónu 1, ale i zóny přilehlé výstupu hnací trysky. Na změnu výšky ústí trysky je totiž nutné reagovat odpovídající změnou výšky celé zóny 4 a 3. Jejich rozměry jsou podél osy x konstantní (proměnné s rozměrem π_6). Zóna 2 přiléhá ústí trysky na své spodní straně a nedeformovatelné zóně na straně horní. Musí proto kompenzovat pohyb trysky a nepřenášet jej na okolní zóny. Proto byla na stěnu přilehlou hnací trysce (modře označená) definována lineární funkce polohy podél osy x . Maximální posuv morfovaného uzlu je tedy dosažen na hraně ústí trysky a směrem k počátku (vlevo) postupně klesá až do nulové hodnoty posuvu.



Obr. 53: Schéma rozdělení zón ve výpočetní doméně supersonického ejektoru.

5.2.4. Automatické řízení řešiče

Aby byl výpočet všech variant během optimalizace dostatečně stabilní při zachování udržitelné doby výpočtu, byl definován příkazový skript, který spouští jednotlivá řešení automaticky a zároveň během výpočtu automaticky modifikuje matematické modely řešení. K modifikaci dochází po předem definovaném počtu iteračních kroků.

V první fázi výpočtu jednotlivé varianty byl vždy použit algoritmus SIMPLE, který poskytuje dostatečnou stabilitu řešení. Jelikož po morfování výpočetní sítě dochází k velmi rychlým a výrazným změnám ve struktuře primárního i sekundárního proudu, je stabilita řešení v této fázi klíčovým problémem. Vedle změny algoritmu je proto nutné ponížít i pod-relaxační parametry pro všechny řešené rovnice o přibližně 30 %.

V dalších fázích výpočtu je již algoritmus SIMPLE velmi neefektivní, jelikož ejekční efekt primárního proudu se na nasávaném množství projevuje jen velmi zvolna a k postupu řešení dochází velmi pomalu. Užití algoritmu SIMPLE by tak vedlo na neúnosnou dobu řešení. Proto je v další fázi nahrazen algoritmem COUPLED, který volbou C_{FL} umožňuje kontrolu nad rychlostí postupu řešení. Vzhledem k nižší stabilitě tohoto algoritmu i postupující fázi výpočtu je vhodné hodnotu C_{FL} zvyšovat postupně v několika krocích (0,1; 1; 5). Sled příkazů je do zdrojového skriptu nakopírován do celkového počtu opakování, který převyšoval zamýšlený počet volání simulací.

5.2.5. Konvergence numerického řešení

Během optimalizace je numerickému řešení jednoznačně definován počet iteračních kroků, které musí řešič učinit, aby došlo k vyhodnocení cílové funkce, tedy k vyhodnocení hmotnostních toků. Počet těchto kroků byl před spuštěním optimalizací pečlivě testován, nicméně přesto je nutné průběžně kontrolovat, zda vypočtená data disponují potřebnou kvalitou. K tomu bylo využito dvou nástrojů:

- 1) Monitorování globálních reziduálů.
- 2) Monitorování hmotnostních toků.

Při nedosažení kvalitativního kritéria byt' jen jediného z hodnocených aspektů, je využito systému řazení jedinců před selekcí. Nekvalitně numericky spočtený jedinec je vždy postaven až na konec řady hodnocených individuí a je mu tedy dána nejmenší možná pravděpodobnost účasti na další evoluci. Tedy je dané řešení považováno za nejhorší bez ohledu na spočtenou hodnotu cílové funkce a pro tohoto jedince je definováno $\tau_o = 1$.

Prvním kritériem kvality řešení je reziduál R^ϕ . Reziduál vypočtený při použití „pressure-based“ řešiče má význam nerovnováhy pravé a levé strany bilancované rovnice po sečtení přes všechny výpočetní buňky. Posuzování na konvergenci na základě bezrozměrných reziduů je velmi obtížné, zejména v případech, kdy není známá žádná hodnota ϕ , se kterou by rezidua mohla být porovnávána. Proto je v této práci využito tzv. globálního měřítka reziduálů obecné veličiny ϕ , který je založen na porovnání s tokem ϕ skrze výpočetní oblast podle vztahu

$$R^\phi = \frac{\sum_B |\sum_{nb} a_{nb} \phi_{nb} + b - a_P \phi_B|}{\sum_B |a_P \phi_B|} \quad (96)$$

Za dostatečně kvalitní řešení je pro účely této práce považováno takové, kde hodnoty vypočtených reziduálů klesnou alespoň pod 10^{-5} pro všechny rovnice s výjimkou rovnice kontinuity. Ta je monitorována dále uvedenou metodou.

Po každém iteračním kroku je řešičem exportována hodnota hmotnostních toků vzduchu hnacího $\dot{m}_1$, hnaného $\dot{m}_2$ a vytékajícího z domény (difuzoru) $\dot{m}_{out}$. Tyto hodnoty jsou využity jak pro hodnocení cílové funkce řešené varianty, tak pro kontrolu kvality vypočtených dat. Podmínkou kvality je maximální přípustná chyba rovnice kontinuity určená vztahem

$$R^K = \frac{\dot{m}_1 + \dot{m}_2 + \dot{m}_{out}}{\dot{m}_1 + \dot{m}_2} \leq 0,01. \quad (97)$$

V případě vyšší hodnoty je příslušná varianta zařazena na konec pořadí jedinců pro selekci do další evoluce.

5.3. Evoluční a sub-evoluční operátory

Pro všechny optimalizační běhy s rozdílnými protitlakem (20, 30, 40) kPa byly evoluční a sub-evoluční operátory vybrány na základě výsledků testování v podkapitolách 4.5. a 4.6. a souhrnně jsou uvedeny v tab. 9.

Tab. 9: Nastavení evolučních a sub-evolučních operátorů.

	jedinců, S [-]	selekční tlak, SP [-]	PM [-]	$ELITE$ [-]	max. generací [-]
evoluce	19/29	1,5	0,1	2	10/12
sub-evoluce	400	-	0,1	10	2000/1000

5.4. Výsledky optimalizace

V dalším textu jsou uvedeny výsledky optimalizace hnací trysky ejektoru při protitlacích za ejektorem $p_4 = (20, 30, 40) \text{ kPa}$. Motivací je formulovat závislost optimálních parametrů geometrie hnací trysky na protitlaku. V této podkapitole je proveden zejména statistický rozbor dosažených výsledků, rozbor výsledků z hlediska mechaniky tekutin jsou uvedeny ve zvláštní podkapitole 5.5.

S ohledem k omezeným kapacitám výpočetní techniky nebylo možné spustit všechny výpočty paralelně a optimalizace jednotlivých protitlaků byly spouštěny postupně. Po ukončení výpočtů prvního protitlaku $p_4 = 20 \text{ kPa}$ bylo rozhodnuto o mírné modifikaci genetických operátorů algoritmu. Například genetický algoritmus při vyšších protitlacích pracuje s počtem jedinců sníženým z 29 na 19.

Uvažovaný ejektor je dvourozměrný a rovinně symetrický, proto jsou všechny dále uváděné hmotnostní toky vztaženy na jednotkový třetí rozměr a jednu symetrickou polovinu ejektoru. Uvažovaný třetí rozměr – hloubka ejektoru – je 1 m.

Ejektorem nasávaný hmotnostní tok má pro všechny řešené varianty horní limitní hodnotu danou stavem, kdy nasávané množství je tak velké, že se v hrdle sekundární trysky vyskytne kritické proudění. V hrdle trysky tak dochází k aerodynamickému ucpání a je dosažena maximální hustota hmotnostního toku hrdlem. Ta je za dané klidové teploty a tlaku prostředí konstantní a tedy nezávislá na tlaku dále po proudě. Nasávaný hmotnostní tok tedy navýšením sacího výkonu ejektoru nelze dále zvýšit a při kritických podmínkách v hrdle trysky je hmotnostní tok dán *Fliegerovým* vztahem

$$\dot{m}_2 = A_{2,kr} p_{02} \sqrt{\frac{2}{r T_0}} \psi_{max}, \text{ kde pro } \kappa = 1,4 \text{ je } \psi_{max} = 0,484178. \quad (98)$$

Atmosférické podmínky nasávaného vzduchu byly stanoveny na $p_{02} = 98\,000 \text{ Pa}$ a $T_0 = 290 \text{ K}$. Rozměr hrdla – A_2 – je během optimalizace proměnný v nepřímé úměře s parametrem π_5 a mění se od $A_2 = (6,51 \times 1000) \text{ mm}^2$ až do $A_2 = (8,14 \times 1000) \text{ mm}^2$. Maximální nasávaný hmotnostní tok se tak pohybuje v závislosti na rozměru hrdla v intervalu $\dot{m}_2 = (1,5061 \div 1,8832) \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}$. Uvedené vztahy a hodnoty berou v úvahu pouze nevazké izentropické proudění a nerespektují např. možné zúžení efektivního průřezu hrdla trysky vlivem mezní vrstvy a jejího odtržení. Efektivní průtočný průřez A_{2ef} tak bude v případě vazkého proudění menší a hmotnostní tok hrdlem bude omezen na nižších hodnotách než v případě izentropického proudění.

K velmi podobné situaci dochází i v případě hnací trysky. Klidový tlak před hnací tryskou je stanoven na $p_{01} = 398\,000 \text{ Pa}$ a teplota na $T_1 = 293 \text{ K}$. U primární trysky je rozměr hrdla důsledkem tvaru řídicího splajnu. Parametr π_2 má definované nejnižší hodnoty svých mezí ze všech geometrických parametrů a lze tak předpokládat, že právě on bude definovat rozměr hrdla. Vlivem kombinace s ostatními volnými parametry ovšem může dojít ke vzniku geometrického hrdla i mimo polohu π_2 a rozměr hrdla tak nemusí odpovídat přímo velikosti π_2 . Testováním bylo zjištěno, že možný tok hnacího vzduchu je při daných mezích volných parametrů v intervalu $\dot{m}_{1,max} = (0,35 \div 1,41) \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}$.

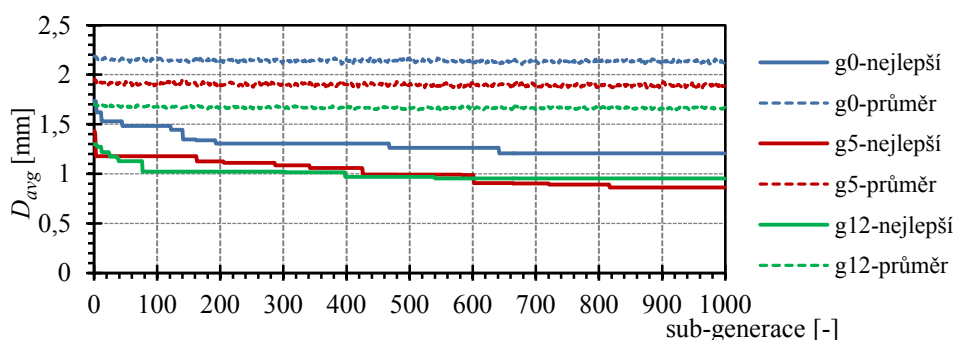
5.4.1. Výsledky optimalizace při protitlaku $p_4 = 20 \text{ kPa}$

Během optimalizace hnací trysky při protitlaku za ejektorem $p_4 = 20 \text{ kPa}$ bylo spočteno 377 variant hnací trysky v 13 generacích evolučního vývoje při populaci o 29 jedincích. Jednalo se o 800 hod (33 dní) trvající proces. Výpočetní doba jednoho řešení při klasickém přístupu dosahuje přibližně 20 hod. Ve výsledku byl tedy celkový výpočetní čas nasazením nového algoritmu snížen přibližně na 10 %.

Při optimalizaci pro protitlak $p_4 = 20 \text{ kPa}$ byla velikost všech sub-generací stanovena na 400 jedinců a počet sub-generačních obměn byl omezen na 1000. Kompletní výsledky evoluce jsou součástí přílohy č. 2. Vybrané sub-evoluce jsou hodnoceny v následujícím textu.

Sub-evoluce

Postup sub-evoluce (řazení geometrií) je uveden na obr. 54. Zde jsou evoluce hodnoty D_{avg} definované vztahem (94) zobrazeny pro tři vybrané řadící procesy, které předcházejí generacím 0, 5 a 12. Tedy se jedná o první a poslední spočtené generace a o vybraný běh ze středu evoluce.



Obr. 54: Sub-evoluční vývoj průměrného mutačního posuvu kontrolního uzlu pro vybrané generace evolučního algoritmu při protitlaku $p_4 = 20 \text{ kPa}$.

Patrné je zejména postupné snižování průměrného mutačního posuvu se stoupající generací evoluce. Z toho lze usuzovat, že algoritmus s postupující evolucí vytváří geometrie, které jsou si vzájemně stále podobnější. To lze pozorovat i z tab. 10, kde s rostoucí generací dochází k poklesu průměrného mutačního posuvu v seřazené posloupnosti ($D_{avg,1000}^*$) až přibližně do šesté generace. Nejstrmějšího poklesu je dosahováno v rámci prvních 100 sub-generací, kde je potenciál k řazení největší. Přesto ani další postup nemá zcela zanedbatelný význam. Strojní čas nutný na řazení 29 geometrií prostřednictvím 400 sub-jedinců v 1000 sub-generacích dosahuje cca 60 s, což je zanedbatelná hodnota oproti samotnému výpočtu proudového pole (cca 5 hod). Proto byl pro ostatní protitlaky zvýšen maximální počet sub-generací na 2000. Motivací bylo získat lepší posloupnost geometrií za cenu minimálního navýšení strojního času.

Tabulka 10 ukazuje, že efektivita řazení se pro všechny generace pohybuje okolo hodnoty $\eta_{SUB} = 0,5$. Lze tedy prohlásit, že ve všech částech evolučního postupu je vzájemná podobnost v numerických výpočtech navazujících geometrií přibližně dvakrát lepší, než by tomu bylo bez vnořeného sub-algoritmu. Tedy jak by tomu bylo ve standardním evolučním algoritmu. Na vlastnosti řazení lze usuzovat i podle vývoje hodnot optimalizačních parametrů na obr. 58. Zde jsou parametry zobrazeny v pořadí, v jakém byly použity ke tvorbě geometrie

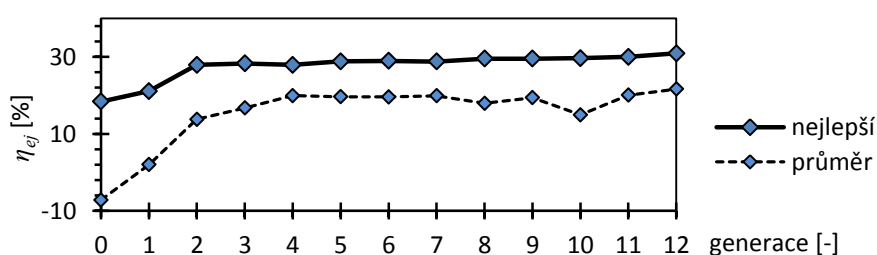
a numerickým simulacím. Z průběhů aktuálních hodnot jednotlivých parametrů je zřejmé, že dominantní roli pro řazení hraje zejména parametr π_0 (rozměr subsonické části trysky). Dominance je patrná zejména z toho, že hodnoty π_0 v rámci jedné generace (29 jedinců) vytváří hladší graf, než je tomu v případě ostatních parametrů. To je dáno absolutní velikostí π_0 i velikostí geometrické oblasti, kterou tento parametr ovlivňuje.

Tab. 10: Nejlepší a průměrné hodnoty mutačního posuvu kontrolního uzlu [mm] při protitlaku $p_4 = 20$ kPa; na počátku (0) a na konci (1000) sub-evoluce a efektivita sub-evoluce v jednotlivých generacích η_{SUB} .

generace [-]	$D_{avg,0}^*$	$\overline{D_{avg,0}}$	$D_{avg,1000}^*$	$\overline{D_{avg,1000}}$	η_{SUB}
0	1,727	2,188	1,206	2,132	0,551
1	1,571	1,968	1,079	1,909	0,548
2	0,956	1,904	0,900	1,862	0,472
3	1,179	1,630	0,891	1,599	0,547
4	1,367	1,918	0,857	1,864	0,447
5	1,430	1,955	0,862	1,884	0,441
6	1,342	1,653	0,638	1,599	0,386
7	1,273	1,696	0,851	1,639	0,502
8	1,296	1,673	0,847	1,644	0,506
9	1,233	1,591	0,843	1,547	0,530
10	1,249	1,681	0,819	1,568	0,487
11	1,244	1,526	0,822	1,496	0,539
12	1,298	1,700	0,953	1,671	0,561

Evoluce

Evoluce cílové funkce účinnosti ejektoru – definované vztahem (4) – při pracovním protitlaku $p_4 = 20$ kPa je uvedena na obr. 55. Z něj je zřejmé, že průměrná účinnost ejektoru u inicializační populace byla záporná, což znamená, že u jedinců nulté generace bylo průměrné ejektorem nasávané množství záporné. Nejlepší hodnota účinnosti v počáteční generaci dosahovala $\eta_{ej} = 18,4$ %. Postupnou evolucí se tato hodnota zvyšovala až na nejlepší hodnotu $\eta_{ej}^* = 30,9$ %, nalezenou v poslední řešené generaci $g = 12$. Evolucí došlo i k významnému zlepšení průměrné hodnoty generace, kdy průměrná účinnost v poslední generaci činila $\eta_{ej} = 21,6$ %.



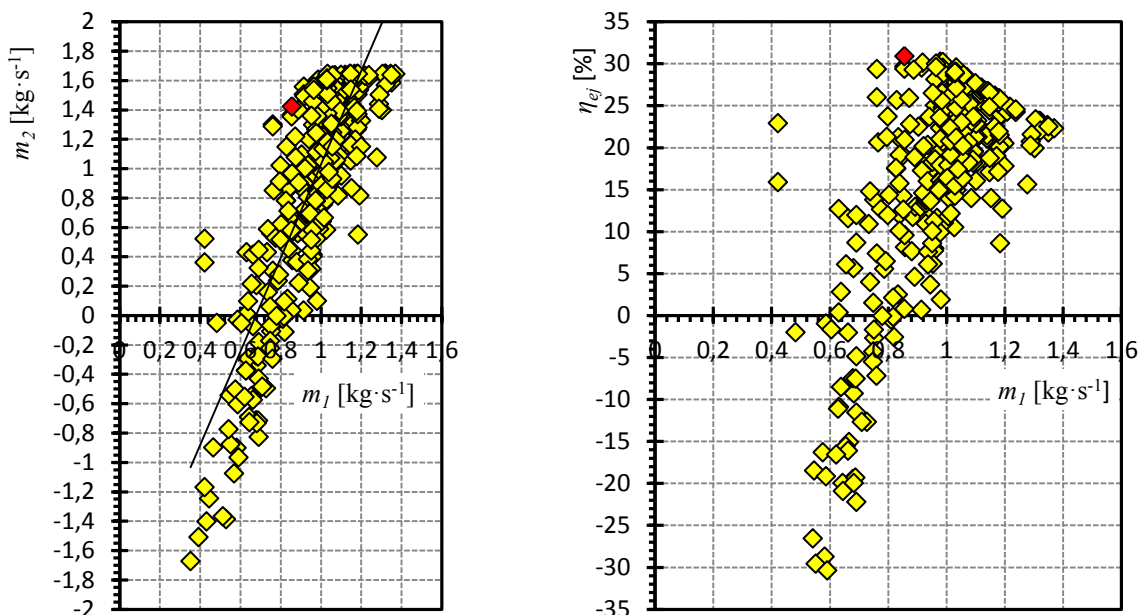
Obr. 55: Evoluční vývoj nejlepší a průměrné hodnoty účinnosti ejektoru při protitlaku $p_4 = 20$ kPa.

Z průběhu evoluce na obr. 55 je zřejmé, že k velmi efektivní evoluci docházelo zejména během prvních dvou generací, další evolucí se již účinnost ejektoru téměř nezvýšila. K nalezenému optimu se tedy algoritmus dokázal přiblížit velmi rychle. To vedlo k domněnce, že řešený problém nebude dosahovat výrazné multimodálnosti a pro řešení dalších protitlaků bude možné snížit počet jedinců v jedné generaci na 19. Motivací je snížit celkovou časovou náročnost optimalizace při zachování schopností algoritmu.

Kompletní výsledky 377 řešených jedinců jsou uvedeny v příloze 2. Zpracování výsledků do grafické podoby je uvedeno na obr. 56. Uvedeny jsou závislosti nasávaného hmotnostního

toku a účinnosti ejektoru na hmotnostním toku hnacího vzduchu. Z obr. 56a) je patrné, že nejvyššího nasávaného množství – přibližně $\dot{m}_2 = 1,65 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}$ – je dosaženo pro větší množství variant. To vede na domněnku aerodynamického ucpání sekundární trysky, nicméně to se dále v textu nepotvrzuje. Při hledání závislosti mezi $\dot{m}_2$ a $\dot{m}_1$ se nabízí lineární spojnice trendu, které vede na rovnici

$$\dot{m}_{2, 20kPa} = 3,2 \cdot \dot{m}_1 - 2,2 [\text{kg} \cdot \text{s}^{-1}]. \quad (99)$$



Obr. 56: Závislosti pro všechny spočtené varianty při $p_4 = 20 \text{ kPa}$, a) – nasávaného množství $\dot{m}_2$ na průtoku hnacího vzduchu $\dot{m}_1$, b) – účinnosti ejektoru na průtoku hnacího vzduchu $\dot{m}_1$. Červeně nejlepší řešení.

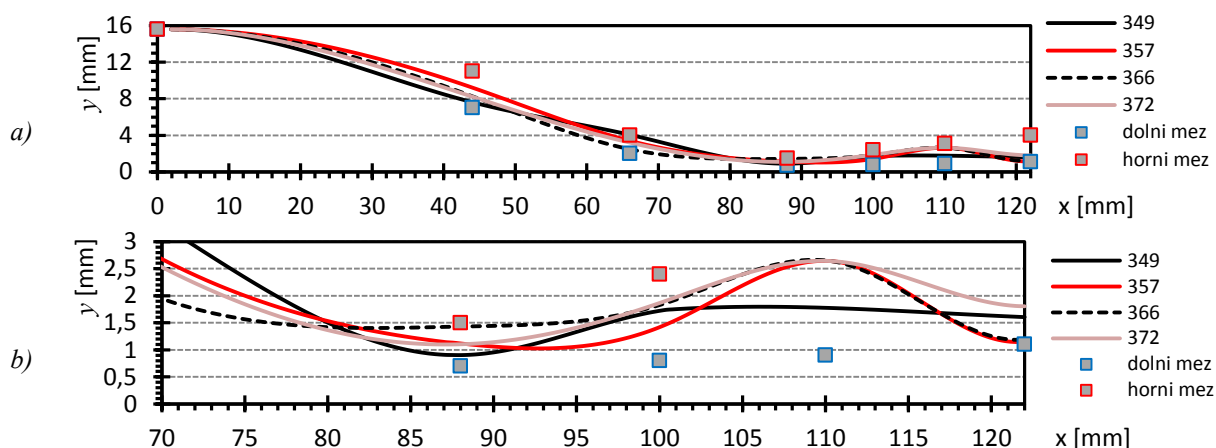
Role parametrů

Z kompletních výsledků poslední generace je vyselektována skupina geometrií s vypočtenou účinností vyšší než 25 % a jejich výsledky jsou uvedeny v tab. 11. Z té lze pro protitlak 20 kPa vyvodit následující závěry týkající se rolí jednotlivých parametrů. Hodnota π_6 , představující směrnicí výstupního úhlu hnací trysky je pravděpodobně nejoptimálnější okolo hodnoty $\pi_6 \cong 0,03$. Se zřetelem na velikost spočtené odchylky lze ale volit hodnoty v rozsahu $(0,008 \div 0,06)$ bez výrazného vlivu na ztrátu účinnosti. Parametr π_5 , který udává velikost výstupního průřezu trysky je pravděpodobně nejvýhodnější okolo hodnoty $\pi_5 \cong 1,52 \text{ mm}$. Velikost odchylky ale ukazuje na možný rozptyl $\pi_5 = (1,2 \div 1,8) \text{ mm}$. Parametr π_4 , řídící tvar trysky uprostřed divergentní části trysky, nabývá nejlepších hodnot nejpravděpodobněji v okolí hodnoty $\pi_4 \cong 2,6 \text{ mm}$. Poměrně překvapivý je fakt, že ve všech případech (s výjimkou geometrie 6, kde se v oblasti π_4 tvoří geometrické hrdlo hnací trysky), je rozměr π_4 větší než rozměr přilehlých parametrů π_3 a π_5 . Tryska zde tedy netvoří kontinuálně divergentní tvar, ale v místě parametru π_4 dojde k rozšíření průřezu a směrem k ústí se průtočný průřez opět zužuje. Značná velikost odchylky, která figuruje v tab. 11 je dána zejména hodnotami π_4 u geometrií číslo 5 a 6. Bez jejich započtení je odchylka π_4 rovna nule. Druhým parametrem, jenž řídí tvar divergentní části trysky, je π_3 . Jeho pravděpodobně nejvýhodnější hodnoty leží v okolí $\pi_3 \cong 1,6 \text{ mm}$ v rozmezí hodnot $\pi_3 = (1,3 \div 1,9) \text{ mm}$. V některých případech (geometrie 17) spoluvytváří tento parametr geometrické hrdlo hnací trysky, pokud tomu tak není,

spolu-definuje rozšiřující se část trysky. Parametr π_2 měl podle předpokladů řídit rozměry geometrického hrdla hnací trysky. To se potvrzuje ve většině případů i po provedení optimalizace. Jeho průměrná hodnota ve skupině nejlepších řešení je $\pi_2 = 1,2 \text{ mm}$. Rozptýl okolo této hodnoty je relativně malý, přesněji $\pi_2 = (1 \div 1,45) \text{ mm}$. Parametry π_0 a π_1 , které řídí rozměry konvergentní části trysky, dosahují ve skupině nejlepších řešení relativně malé odchylky. Z toho lze usuzovat, že pro zužující se část trysky lze definovat optimální tvar v užším intervalu, než je tomu v případě ostatních částí trysky. V tab. 12 se nicméně ukazuje velmi slabý vliv těchto parametrů na účinnost ejektoru. Nejlepší hodnoty parametrů se nalézají v intervalech $\pi_1 = (2,5 \div 3,5) \text{ mm}$ a $\pi_0 = (7,7 \div 9,3) \text{ mm}$. Pro protitlak 20 kPa nebyla optimalizací dosažena žádná z definovaných mezí volných parametrů a nejlepší hodnoty se pohybují přibližně uprostřed optimalizačního prostoru. Tvary hnacích trysek, které dosahují největších účinností ejektoru, jsou uvedeny na obr. 56. Uvedena je i varianta, která dosahuje největšího nasávaného množství (jedinec 366).

Tab. 11: Výběr geometrií hnací trysky, které dosahují účinností ejektoru nad 25 % při protitlaku $p_4 = 20 \text{ kPa}$.
Průměrné hodnoty směřodatné odchylky a relativní odchylky vztažené na hodnoty parametrů.

		$x \text{ [mm]}$	44	66	88	100	110	122	122				
		dolní mez [mm]	7,0	2,0	0,7	0,8	0,9	1,1	0,0 [-]				
		horní mez [mm]	11,0	4,0	1,5	2,4	3,1	4,0	0,1 [-]				
jedinec	g	geom.	π_0	π_1	π_2	π_3	π_4	π_5	π_6	$\dot{m}_1$	$\dot{m}_2$	η_{ej}	
[-]	[-]	[-]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[-]	[kg s ⁻¹]	[kg s ⁻¹]	[%]	
349	12	1	7,42	3,96	0,91	1,74	1,63	1,49	0,01	0,86	1,420	30,90	
350	12	2	7,61	3,28	1,11	1,46	2,64	1,18	0,024	0,953	1,359	26,48	
352	12	4	8,54	3,10	1,11	1,68	2,64	1,81	0,009	1,034	1,507	27,08	
353	12	5	8,93	3,16	1,48	1,22	1,26	1,18	0,024	1,059	1,633	28,65	
354	12	6	8,54	3,10	1,11	1,86	0,97	1,81	0,009	0,888	1,400	29,26	
357	12	9	8,94	3,28	1,11	1,46	2,64	1,17	0,057	0,965	1,536	29,56	
359	12	11	10,12	2,39	1,43	1,46	2,64	1,81	0,009	1,182	1,643	25,84	
360	12	12	10,12	2,39	1,43	1,86	2,64	1,81	0,095	1,157	1,601	25,71	
365	12	17	8,94	2,70	1,25	1,17	2,64	1,20	0,050	0,872	1,218	25,93	
366	12	18	7,96	2,39	1,43	1,86	2,64	1,20	0,050	1,148	1,645	26,58	
371	12	23	7,96	3,10	1,11	1,90	2,64	1,81	0,050	1,030	1,600	28,86	
372	12	24	7,96	3,10	1,11	1,90	2,64	1,81	0,009	1,030	1,607	28,98	
průměr [mm]			8,58	2,99	1,21	1,63	2,30	1,52	0,031				
odchylka [mm]			0,84	0,44	0,17	0,25	0,60	0,30	0,030				
relativní odchylka [%]			8,90	11,69	14,31	16,57	29,55	12,14	53,21				



Obr. 57: Výběr geometrií hnacích trysek, které dosahují nejvyšších účinností ejektoru a největšího nasávaného množství (366) při protitlaku $p_4 = 20 \text{ kPa}$, a) – celkový tvar, b) – detail oblasti výstupu z trysky.

Hodnota sekundárního toku nebyla cílovou funkcí optimalizace, přesto se ji pokusme alespoň částečně vyhodnotit. Z obr. 56 plyne, že větší počet řešení dosáhlo přibližně shodného

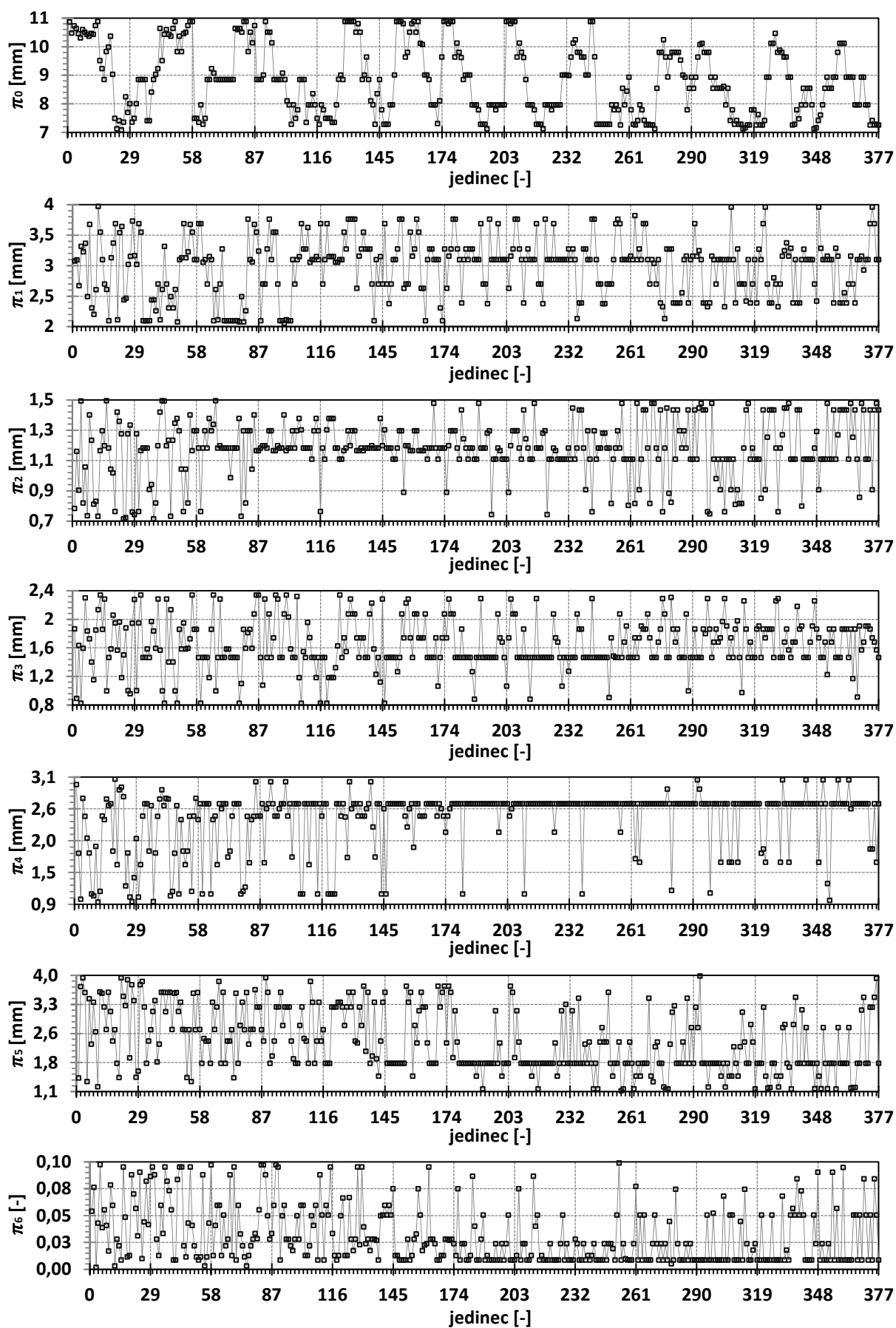
nasávaného množství na úrovni $\dot{m}_2 \cong 1,645 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}$. Z toho lze usuzovat, že dosažené nasávané množství je limitní a v hrdle hnané trysky dochází k aerodynamickému ucpání. Při rozboru proudového pole se ovšem ukázalo, že v oblasti hrdla hnaného proudu dosahuje *Machovo* číslo přibližně $M = 0,8$. Množství nasávaného vzduchu tak není limitováno rozměry hrdla.

Míra korelace změny volného parametru hnací trysky a účinností ejektoru je vyhodnocena pomocí *Pearsonova* korelačního koeficient – *PKK* – definovaného vztahem (73). Hodnoty *PKK* jsou spočtené vždy pro jednotlivé generace a jsou uvedeny v tab. 12.

Tab. 12: *Pearsonův korelační koeficient účinnosti ejektoru a volných parametrů hnací trysky během evoluce a jeho průměrná hodnota a směrodatná odchylka při protitlaku $p_4 = 20 \text{ kPa}$.*

generace [-]	PKK [-]						
	π_0	π_1	π_2	π_3	π_4	π_5	π_6
0	0,01	0,03	0,55	-0,08	0,51	-0,06	-0,06
1	0,15	0,12	0,45	-0,11	0,43	-0,27	-0,05
2	-0,42	0,29	0,45	0,17	0,46	-0,21	-0,02
3	0,17	0,06	0,64	0,10	0,09	-0,25	-0,04
4	0,21	0,15	-0,23	-0,01	0,26	-0,78	-0,23
5	-0,33	0,55	0,40	-0,46	-0,03	-0,68	-0,40
6	0,00	0,06	0,39	0,12	-0,15	-0,37	-0,22
7	-0,16	0,15	0,51	0,22	-0,08	-0,42	-0,22
8	-0,09	0,14	0,51	-0,07	-0,19	-0,11	-0,17
9	-0,16	-0,08	0,43	-0,35	0,62	-0,33	-0,65
10	-0,09	0,39	0,53	-0,10	0,40	-0,02	-0,29
11	-0,20	0,18	0,50	-0,31	-0,13	-0,12	0,10
12	0,19	-0,09	0,32	0,40	-0,23	-0,25	0,08
průměr	-0,06	0,15	0,42	-0,04	0,15	-0,30	-0,17
odchylka	0,19	0,17	0,20	0,23	0,29	0,22	0,20

Nejvýraznější záporný *PKK* je obdržen pro rozměr ústí trysky. Zmenšení ústí hnací trysky má tedy výrazný vliv na zvýšení účinnosti ejektoru. Pro to lze nalézt několik vysvětlení. Prvním pozitivním vlivem je snížení rozdílu rychlostí hnacího a hnaného proudu ($u_1 - u_2$) na odtokové hraně trysky, ke kterému dojde zmenšením π_5 , tedy snížením nadzvukové rychlosti hnacího proudu. Mnoho autorů přitom považuje snížení rozdílu rychlostí za klíč ke zvýšení účinnosti ejektorů [9]. Druhým vlivem může být snížení úhlu odtokové hrany trysky, který s klesajícím rozměrem hnacího ústí klesá. Podle očekávání je největší průměrné hodnoty *PKK*, tedy největšího vlivu na účinnost, dosaženo u parametrů π_2 a π_5 , které řídí rozměr geometrického hrdla a rozměr ústí hnací trysky. Oproti tomu velmi malý vliv na účinnost mají parametry v subsonické části trysky π_0 a π_1 . Zanedbatelným se dále ukazuje vliv parametru π_3 , i když v rámci některých generací vykazuje vliv velmi výrazný. Parametr π_4 vykazuje ve své průměrované hodnotě relativně nízkou korelaci s účinností, ale to je dáno zejména rozložením hodnot π_4 v rámci generací $g = 4 \div 12$, kde je velmi vysoká četnost výskytu jedné hodnoty π_4 , což lze pozorovat z obr. 58. V takových případech výpočet *PKK* selhává, jelikož pro jeho určení se předpokládá přibližně normální distribuce nezávislých proměnných. Za určující lze proto považovat pouze hodnoty v rámci prvních třech až čtyřech generací, kde je dosažena velmi vysoká míra korelace $PKK_{\pi_4} = 0,45$. Parametr π_4 tedy prokazuje spíše výrazný vliv na účinnost ejektoru. Ze zobrazení evoluce parametrů na obr. 58 lze dále mimo jiné pozorovat soustředění pozornosti algoritmu na parametry vykazující nejlepší řešení.



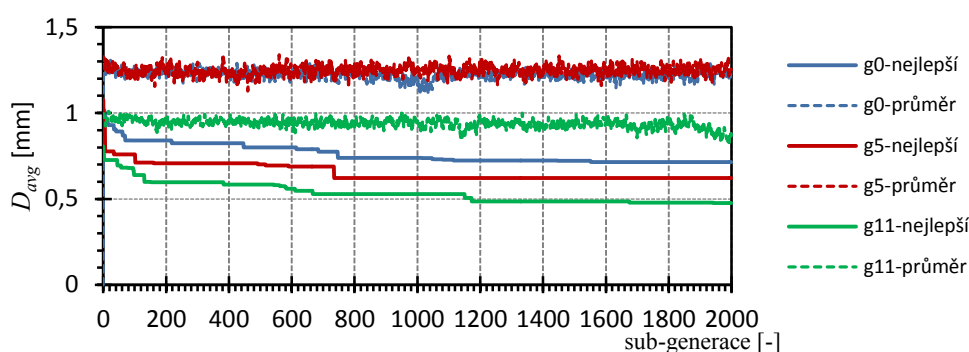
Obr. 58: Vývoj volných parametrů hnací trysky během evoluce při protitlaku $p_4 = 20$ kPa.

5.4.2. Výsledky optimalizace při protitlaku $p_4 = 30 \text{ kPa}$

Během optimalizace hnací trysky při protitlaku za ejektorem $p_4 = 30 \text{ kPa}$ bylo spočteno 228 variant hnací trysky ve 12 generacích evolučního vývoje. Jednalo se o 500 hod (21 dní) trvající proces. Výpočetní doba jednoho řešení při klasickém přístupu je přibližně 25 hod. Ve výsledku byl tedy celkový výpočetní čas nasazením nového algoritmu snížen přibližně na 8,5 % běžného času. Protitlak $p_4 = 30 \text{ kPa}$ byl chronologicky řešen a dokončen jako druhý z celé série. Hodnoty použitých evolučních a sub-evolučních operátorů odpovídají tab. 9. Kompletní výsledky evoluce jsou součástí přílohy č. 3.

Sub-evoluce

Vybrané postupy sub-evoluce pro generace 0, 5 a 11 jsou uvedeny na obr. 59. Opět lze pozorovat snižující se průměrný mutační posuv kontrolního uzlu s postupující vnější evolucí. V jednotlivých generacích se tedy s postupující evolucí objevují stále podobnější geometrie.

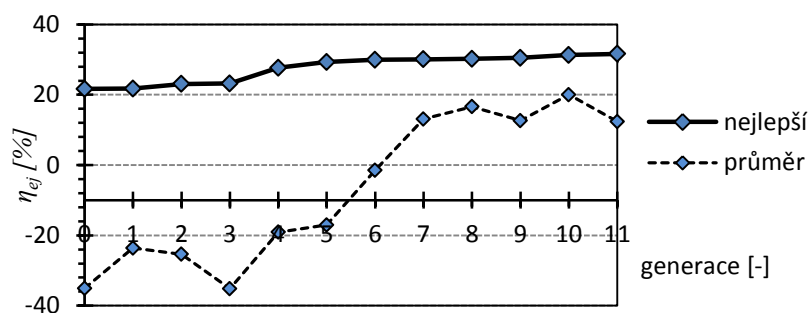


Obr. 59: Sub-evoluční vývoj průměrného mutačního posuvu kontrolního uzlu pro vybrané generace evolučního algoritmu při protitlaku $p_4 = 30 \text{ kPa}$.

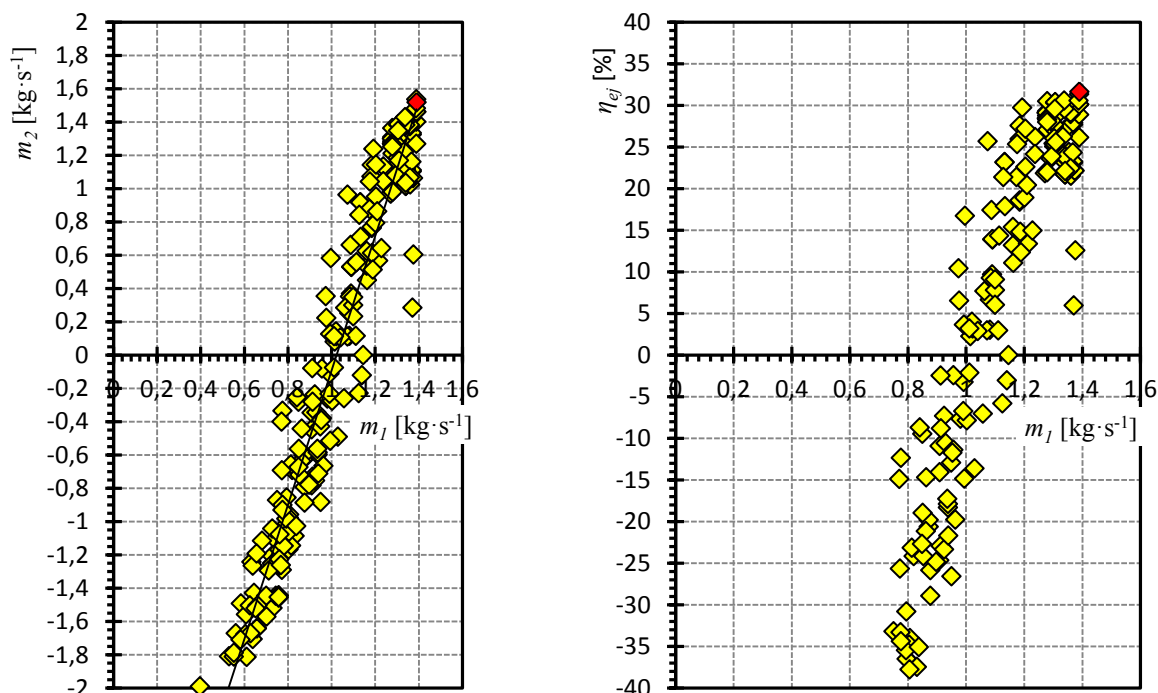
Průměrná efektivita pro všechny generace řazení je $\eta_{SUB} = 0,51$. Opět tedy platí, že seřazená posloupnost vykazuje přibližně dvakrát lepší podobu navazujících geometrií, než by tomu bylo v případě posloupnosti náhodné.

Evoluce

Evoluce cílové funkce byla vzhledem k velmi pomalému dalšímu postupu zastavena na konci generace číslo 11 a je uvedena na obr. 60. Průměrná účinnost ejektoru v náhodně generované inicializační populaci dosahovala záporných hodnot. V rámci populace se tedy objevovala řada geometrií, se kterými nebylo dosaženo kladných nasávaných množství. Oproti tomu nejlepší řešení dosahovalo účinnosti na úrovni 21 %. Další evolucí docházelo již jen k velmi pozvolnému zlepšení. Nejlepší řešení z nulté generace tak zřejmě dosahuje značné kvality. Na konci generace číslo 7 pak dochází k nalezení řešení, které se v dalším postupu mění spíše důsledkem nepřesnosti numerických simulací, jelikož rozdíly mezi účinností jednotlivých variant jsou již menší, než odchylka výpočtů opakovaných na jednom jedinci. Nejlepší nalezené řešení dosahuje $\eta_{ej} = 32,6 \%$ a průměrná hodnota v poslední generaci je na úrovni 15 %. Grafické zpracování závislosti nasávaného hmotnostního toku a účinnosti ejektoru na hmotnostním toku hnacího vzduchu pro všechny řešené jedince je uvedeno na obr. 61.



Obr. 60: Evoluční vývoj nejlepší a průměrné hodnoty účinnosti ejektoru při protitlaku $p_4 = 30$ kPa.



Obr. 61: Závislosti pro všechny spočtené varianty při $p_4 = 30$ kPa, a) – nasávaného množství $\dot{m}_2$ na průtoku hnacího vzduchu $\dot{m}_1$, b) – účinnosti ejektoru na průtoku hnacího vzduchu $\dot{m}_1$. Červeně nejlepší řešení.

Z uvedeného grafu na obr. 61 a tabulky v příloze 3 lze určit maximální hmotnostní tok nasávaného vzduchu $\dot{m}_2 = 1,635 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}$. Hmotnostní tok nasávaný ejektorem, při kterém může dojít k aerodynamickému ucpání sekundární trysky, je v úvodu podkapitoly stanoven v intervalu $\dot{m}_{2,max} = (1,506 \div 1,8832) \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}$. Stejně jako v případě protitlaku 20 kPa tak vzniká domněnka vzniku aerodynamické ucpání sekundární trysky. I v případě 30 kPa se ale rozбором proudění tato domněnka nepotvrzuje. Při bližším prozkoumání grafu lze konstatovat, že kladných nasávaných množství je dosaženo až pro řešení, jejichž hmotnostní tok hnacího vzduchu dosahuje přibližně $1 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}$. Pod tuto hodnotu není žádné řešení schopné přemoci odpor protitlaku. Přesto, již po velmi malém navýšení nad tuto hodnotu, dokáže hnací proud protitlak výrazně překonat a objevují se varianty řešení, které dosahují až 17 % účinnosti. Lineární spojnici trendu definovaná závislost mezi $\dot{m}_2$ a $\dot{m}_1$ vede na rovnici

$$\dot{m}_{2, 30kpa} = 4 \cdot \dot{m}_1 - 4,1 [\text{kg} \cdot \text{s}^{-1}]. \quad (100)$$

Graf 61a) je omezen z pravé strany maximálním tokem hnacího vzduchu $\dot{m}_1 \cong 1,4 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}$. To je dané dosažením maximálního rozměru hrdla hnací trysky, omezeného danými mezemi. To je ukázáno i v dalším textu.

Role parametrů

Soustředíme pozornost na hodnoty geometrických parametrů hnací trysky vybraných nejlepších řešení z poslední generace. Ty jsou uvedeny v tab. 13, kde shledáváme, že se jedná o vzájemně velmi odlišné geometrie. Výška výstupu z trysky se dokonce pohybuje v rozmezí $\pi_5 = (1,4 \div 2,2) \text{ mm}$. Podobná situace se objevuje i u ostatních parametrů s výjimkou π_1 a π_2 , které naopak zaujímají téměř konstantní hodnotu na své horní mezi, nebo v její bezprostřední blízkosti. Algoritmus projevuje zjevnou snahu tuto část trysky dále rozšířit. Směrnice tečny výstupu z trysky, parametr π_6 , se ve všech případech pohybuje v okolí hodnoty $\pi_6 \cong 0,015$. Dochází tedy ke snižování úhlu mezi hnacím a hnaným proudem, nicméně tato hodnota je stále vzdálena od minimální meze a nedochází ke snížení úhlu interakce na minimum. Rozměr výstupu z hnací trysky je nejvyrovnanějším parametrem a je identický pro všechny sledované varianty. Také rozměr hrdla, přibližně daný velikostí π_2 , je pro všechny uvedené varianty téměř identický. Pravděpodobně tak byl nalezen optimální poměr rozměrů hrdla a ústí trysky. Stejně jako v případě protitlaku 20 kPa nabývají π_3 a π_4 u řady kvalitních řešení větších hodnot než π_5 . Podrobnější rozbor vlivu parametrů na η_{ej} pomocí Pearsonova koeficientu je uveden v tab. 14.

Tab. 13: Výběr geometrií hnací trysky, které při protitlaku $p_4 = 30 \text{ kPa}$ dosahují účinnosti ejektoru nad 25 %.
Průměrné hodnoty směrodatné odchylky a relativní odchylky vztahované na hodnoty parametrů.

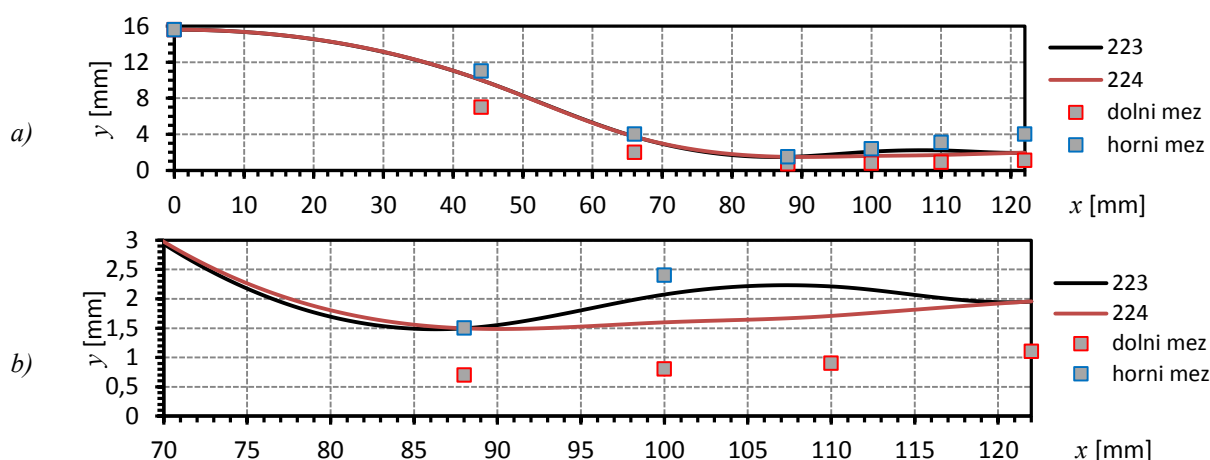
	$x \text{ [mm]}$	44	66	88	100	110	122	122				
	dolní mez [mm]	7,0	2,0	0,7	0,8	0,9	1,1	0,0 [-]				
	horní mez [mm]	11,0	4,0	1,5	2,4	3,1	4,0	0,1 [-]				
jedinec [-]	$g \text{ [-]}$	geom [-]	$\pi_0 \text{ [mm]}$	$\pi_1 \text{ [mm]}$	$\pi_2 \text{ [mm]}$	$\pi_3 \text{ [mm]}$	$\pi_4 \text{ [mm]}$	$\pi_5 \text{ [mm]}$	$\pi_6 \text{ [-]}$	$\dot{m}_1 \text{ [kg s}^{-1}\text{]}$	$\dot{m}_2 \text{ [kg s}^{-1}\text{]}$	$\eta_{ej} \text{ [%]}$
212	11	3	7,31	3,73	1,46	1,47	1,44	1,69	0,013	1,306	1,347	29,53
216	11	7	8,71	3,73	1,46	1,47	1,44	2,19	0,015	1,280	1,250	27,98
220	11	11	9,66	3,73	1,48	1,47	1,44	1,69	0,012	1,310	1,168	25,54
221	11	12	9,66	3,75	1,50	2,07	1,26	1,95	0,017	1,177	1,041	25,33
223	11	14	10,02	3,75	1,50	2,07	2,21	1,95	0,017	1,390	1,535	31,64
224	11	15	10,02	3,75	1,50	1,60	1,71	1,96	0,017	1,388	1,630	33,58
225	11	16	10,02	3,78	1,50	1,43	2,23	1,40	0,013	1,205	1,143	27,17
průměr			9,34	3,75	1,49	1,66	1,68	1,83	0,015			
odchylka			0,93	0,02	0,02	0,27	0,37	0,24	0,002			
relativní odchylka [%]			10,37	0,62	1,50	16,70	18,3	9,33	4,79			

Tab. 14: Pearsonův korelační koeficient účinnosti ejektoru a volných parametrů hnací trysky během evoluce a jeho průměrná hodnota a směrodatná odchylka při protitlaku $p_4 = 30 \text{ kPa}$.

generace [-]	PKK [-]						
	π_0	π_1	π_2	π_3	π_4	π_5	π_6
0	0,07	0,12	0,56	0,24	-0,20	-0,22	-0,14
1	0,15	0,15	0,63	0,37	0,07	-0,25	-0,25
2	-0,07	0,41	0,79	0,16	-0,36	-0,16	0,07
3	0,15	0,72	0,82	0,01	0,22	0,11	-0,04
4	0,03	0,31	0,96	0,05	-0,36	-0,21	-0,33
5	-0,15	0,53	0,89	0,15	-0,17	-0,35	0,18
6	-0,38	0,50	0,94	-0,27	-0,43	-0,27	-0,17
7	-0,33	0,43	0,81	0,64	-0,33	-0,08	-0,17
8	0,01	0,44	0,88	0,30	-0,17	-0,12	-0,03
9	0,54	-0,03	0,96	0,24	0,15	0,15	0,16
10	0,50	0,35	0,86	0,47	-0,07	0,10	0,22
11	0,17	0,33	0,70	0,22	-0,22	0,01	0,04
průměr	0,06	0,35	0,82	0,22	-0,16	-0,11	-0,04
odchylka	0,27	0,19	0,12	0,22	0,20	0,16	0,17

Nejvýraznější roli podle tohoto způsobu vyhodnocení hraje parametr π_2 , který vykazuje téměř maximální vazbu s účinností ejektoru, $PKK_{\pi_2} = 0,82$. Odchylna vyhodnocované množiny je $PKK_{\pi_2} = \mp 0,12$, z čehož lze usuzovat na velmi vyrovnaný vliv tohoto parametru po celou dobu evoluce. Přímá úměra mezi π_2 a cílovou funkcí znamená, že navýšením hodnoty π_2 dojde k růstu účinnosti. Z tab. 14 dále plyne relativně silná vazba cílové funkce s π_1 . To je dáno zřejmě tím, že π_1 i π_2 se podílejí na tvarování konvergentní části, která přechází v hrdlo trysky. Role ostatních parametrů jsou nejednoznačné a v průběhu evoluce se jejich vliv mění. Nelze tedy stanovit všeobecné pravidlo, které by vystihovalo jejich vztah k cílové funkci.

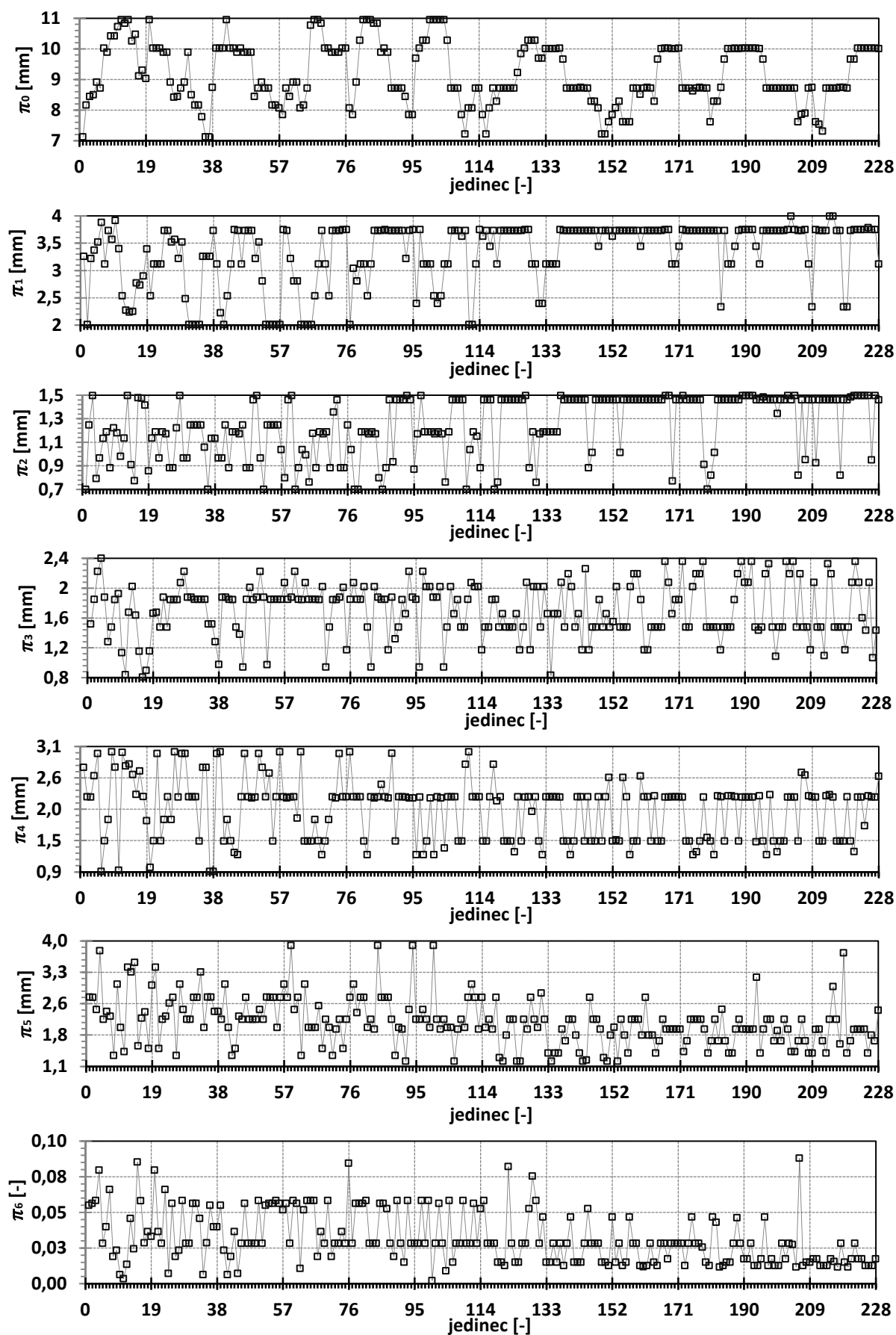
Nejintuitivnější představu o hodnotách nejlepších geometrických parametrů poskytuje grafické zobrazení tvarů hnací trysky pro dva nejúčinnější jedince 223 a 224 na obr. 62. Tito jedinci dosahují zároveň maximálního nasávaného hmotnostního toku.



Obr. 62: Výběr geometrií hnacích trysek s nejlepší účinností ejektoru při protitlaku $p_4 = 30$ kPa, a) – celkový tvar, b) – detail oblasti výstupu z trysky.

Z grafu na obr. 62, nebo porovnáním parametrů jedinců v tab. 13 je zřejmé, že konvergentní části hnací trysky jsou si navzájem velmi podobné. Stejně tak výstupní rozměr trysky a směrnice tečny v místě výstupu. Rozdíl ale lze nalézt v části mezi hrdlem a výstupem. Zatímco geometrie 223 se za hrdlem rozšiřuje a dále k výstupu opět zužuje, tvar 224 je plně konvergentně-divergentní. Rozměry hrdla obou řešení jsou velmi podobné.

Z grafů vývoje volných parametrů během evoluce při protitlaku 30 kPa na obr. 63 lze vyvodit následující závěry. Proměnná π_0 neprodělala evoluci do žádného dominantního intervalu. Opakem je chování π_1 a π_2 , u kterých je jasně patrný evoluční vývoj (zejména po 100. jedinci) do velmi úzkého intervalu blízko horních mezí. Parametr π_2 se dokonce vyvíjí přímo ke své horní mezí. U ostatních proměnných je patrné zúžení genotypu zejména u π_5 a to do okolí 1,8 mm a π_6 do okolí hodnoty 0,015. Gen obsahující π_4 zaujímá ke konci evoluce zejména dvě hodnoty. První se nalézá v okolí $\pi_4 \cong 1,5$ mm, což je řešení obsahující typický konvergentně-divergentní tvar trysky a druhá okolo $\pi_4 = 2,2$ mm, což je řešení s rozšířením a opětovným zúžením divergentní části. Všechny zmíněné evoluční změny odpovídají hodnotám, které jsou součástí chromozomu nejlepších jedinců uvedených na obr. 62 a v tab. 13. Z obr. 63 lze kromě evolucí parametrů vyčíst i informace o řazení jedinců. Zde je opět nejmarkantnější seřazení posloupnosti jedinců podle parametru π_0 , pro který je evoluční graf v rámci jednotlivých generací nejvíce vyhlazen.



Obr. 63: Vývoj volných parametrů hnací trysky během evoluce při protitlaku $p_4 = 30$ kPa.

5.4.3. Výsledky optimalizace při protitlaku $p_4 = 40 \text{ kPa}$

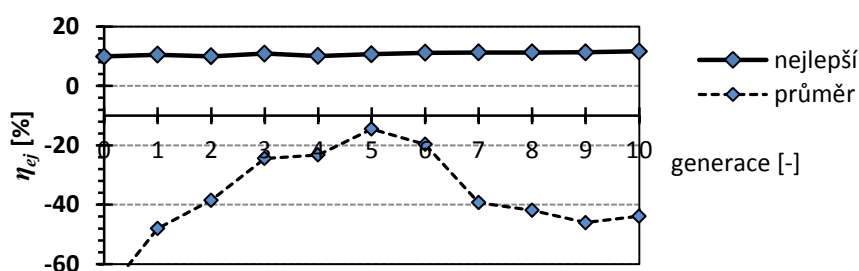
Optimalizační výpočty při 40 kPa byly ukončeny na konci generace číslo 10, jelikož nedocházelo k dalšímu zlepšování cílové funkce a zároveň algoritmus zjevně narazil na meze volných parametrů. Nejlepší řešení se v mírných obměnách opakovalo již od inicializační generace a další evoluce nebyla efektivní. Celkově bylo evolucí ověřeno 209 jedinců v 11 generacích za výpočetní čas 460 hod. Při použití standardního přístupu je v případě protitlaku 40 kPa k výpočtu jednoho řešení zapotřebí přibližně 25 hod. Použitím navrženého algoritmu se tedy čas optimalizace snížil na 8,9 %.

Sub-evoluce

Shodně se závěry z předcházejících podkapitol se ukazuje, že postupnou evolucí se jedinci v rámci generace stávají v průměru podobnějšími, což vede ke snížení průměrné mutační vzdálenosti. Průměrná efektivita řazení všech generací dosahuje $\eta_{SUB} = 0,48$.

Evoluce

Evoluce byla zastavena na konci generace 10, jelikož nejlepší řešení se s mírnými obměnami opakovalo již od inicializační generace, kde nejlepší řešení dosahovalo účinnosti $\eta_{ej} = 10 \%$. Další evolucí došlo jen k velmi malé změně na chromozomu nejlepšího řešení a dokonce v rámci poslední generace se nejlepší řešení z inicializační generace objevuje mezi dvěma nejlepšími jedinci. Na obr. 64 můžeme pozorovat evoluci účinnosti nejlepších jedinců. V některých generacích nejlepší účinnost dokonce mírně klesá, přestože je díky elite kopírování nejlepší jedinec zachován i v navazující generaci. Tato anomálie pochází z nejednoznačnosti numerických simulací a lze tak usuzovat na nejistotu vyhodnocování cílové funkce. Ve všech případech dosahoval rozdíl v účinnosti stejného chromozomu (jedince) maximálně $\Delta\eta_{ej} = 2 \%$.

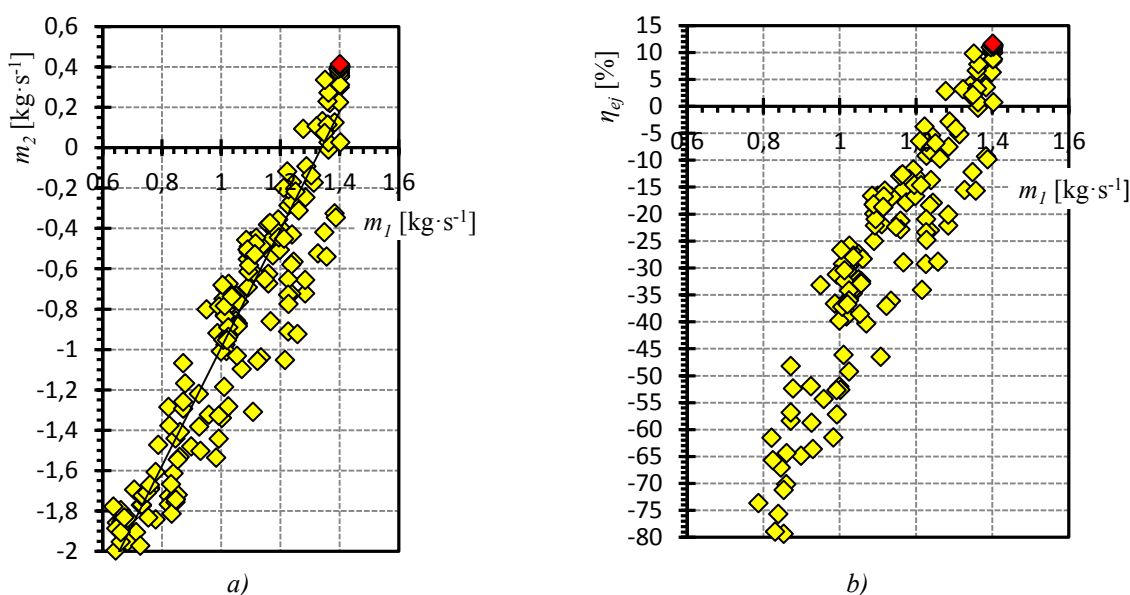


Obr. 64: Evoluční vývoj nejlepších a průměrných hodnoty účinnosti ejektoru při protitlaku $p_4 = 40 \text{ kPa}$.

Nejlepší řešení na konci evoluce dosahuje účinnosti ejektoru $\eta_{ej}^* = 11,5 \%$. Průměrné hodnoty přes počáteční evoluci směrem ke kladným hodnotám nevykazují jednoznačnou zlepšující se tendenci. Kompletní výsledky všech 209 řešených geometrií, kterými algoritmus během deseti-generační evoluce prošel, jsou obsaženy v příloze 4. Grafické zpracování těchto dat je na obr. 65. Z obr. 65a) je zřejmé, že několik variant řešení dosáhlo během evoluce maximálního toku hnací tryskou. To je dáno zvýšenými nároky na spotřebu hnacího vzduchu při zvýšeném protitlaku. Lze vyslovit domněnku, že s rostoucím hnacím množstvím by dále rostlo i množství nasávané. Množina řešení na obr 65a) při průměrování vykazuje opět přibližně lineární vazbu mezi nasávaným a hnacím hmotnostním tokem a to podle rovnice

$$\dot{m}_{2, 40kPa} = 2,92 \cdot \dot{m}_1 - 3,9 [\text{kg} \cdot \text{s}^{-1}]. \quad (101)$$

K nasátí kladného množství dochází až nad hodnotou hnacího toku přibližně $1,33 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}$.



Obr. 65: Závislosti pro všechny spočtené varianty při $p_4 = 40 \text{ kPa}$, a) – nasávaného množství $\dot{m}_2$ na průtoku hnacího vzduchu $\dot{m}_1$, b) – účinnosti ejektoru na průtoku hnacího vzduchu $\dot{m}_1$. Červeně nejlepší řešení.

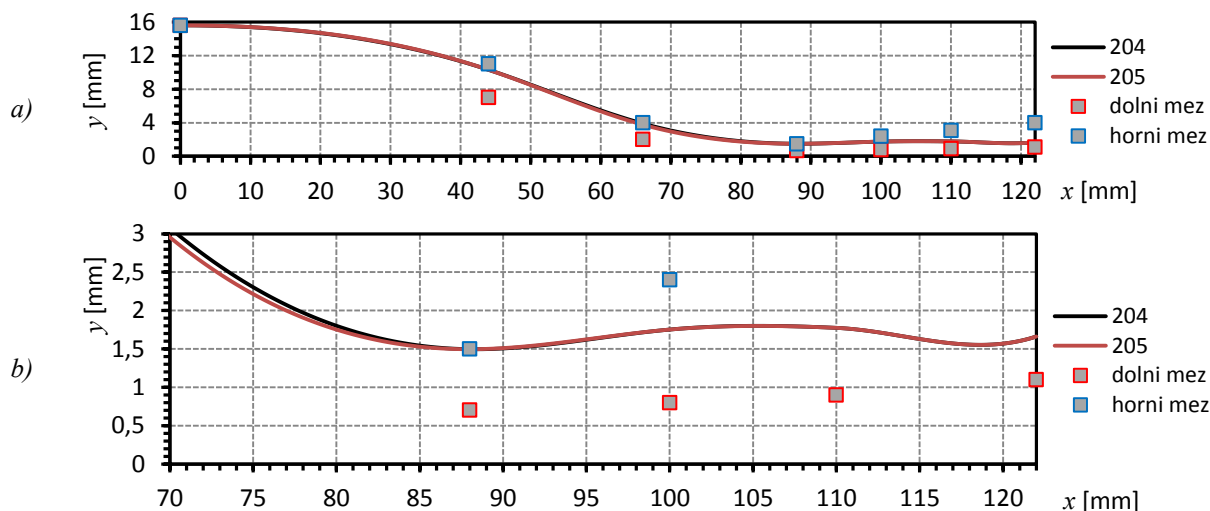
Role parametrů

Z poslední generace je vybrána skupina jedinců, jejichž účinnost dosahuje kladných hodnot a jejichž výsledky jsou uvedeny v tab. 15. Z ní lze vyvodit závěry, že všechna nejlepší řešení přicházejí s maximálním, či téměř maximálním rozměrem hrdla hnací trysky – parametrem π_2 . Jelikož jedinci 204 a 205 dosahují výrazně vyšší účinnosti než ostatní v tab. 15, je vhodné se při rozboru soustředit zejména na ně. Oba obsahují shodné tvarování nadzvukové části trysky se zúžením před výstupem a liší se pouze subsonickou částí. Tomu odpovídá i velmi podobná účinnost obou jedinců, kde je vzájemný rozdíl již pod hranicí nejistoty numerických simulací. Porovnáním tvarově velmi podobných jedinců 202, 203 a 205 docházíme k poznání, že se liší pouze hodnotou π_4 (pomineme-li minimální rozdíl v π_1) a přesto se jejich kvalita značně liší. Hodnoty $\pi_4 = 2,565 \text{ mm}$, či $\pi_4 = 1,534 \text{ mm}$ jsou zjevně příliš extrémní a optimum je v okolí $\pi_4 \cong 1,775 \text{ mm}$, kdy je dosažena maximální účinnost.

Tab. 15: Výběr geometrií hnací trysky, které při protitlaku $p_4 = 40 \text{ kPa}$ dosahují účinnosti ejektoru nad 0 %. Průměrné hodnoty směrodatné odchylky a relativní odchylky vztažené na hodnoty parametrů.

x [mm]			44	66	88	100	110	122	122			
dolní mez [mm]			7,0	2,0	0,7	0,8	0,9	1,1	0,0 [-]			
horní mez [mm]			11,0	4,0	1,5	2,4	3,1	4,0	0,1 [-]			
jedinec	g	geom.	π_0	π_1	π_2	π_3	π_4	π_5	π_6	$\dot{m}_1$	$\dot{m}_2$	η_{ei}
[-]	[-]	[-]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[-]	[kg·s ⁻¹]	[kg·s ⁻¹]	[%]
198	10	8	9,18	2,927	1,497	1,753	1,775	1,662	0,082	1,363	0,272	7,84
199	10	9	10,30	2,927	1,497	1,753	2,224	1,662	0,041	1,360	0,113	3,27
202	10	12	10,30	3,903	1,497	1,753	2,565	1,662	0,071	1,349	0,072	2,10
203	10	13	10,30	3,770	1,497	1,753	1,534	1,662	0,071	1,351	0,336	9,77
204	10	14	10,30	3,903	1,497	1,753	1,775	1,662	0,071	1,402	0,408	11,45
205	10	15	10,30	3,770	1,497	1,753	1,775	1,662	0,071	1,401	0,414	11,63
průměr			10,11	3,533	1,497	1,753	1,941	1,662	0,068			
odchylka			0,417	0,432	0,000	0,000	0,346	0,000	0,012			
relativní odchylka [%]			4,63	14,41	0,00	0,00	17,30	0,00	24,97			

Grafické porovnání tvarů hnací trysky – reprezentovaných nejlepšími jedinci 204 a 205 – je uvedeno na obr. 66. Z něj je patrná jejich vzájemná podoba, kterou lze rozeznat i z tab. 15.



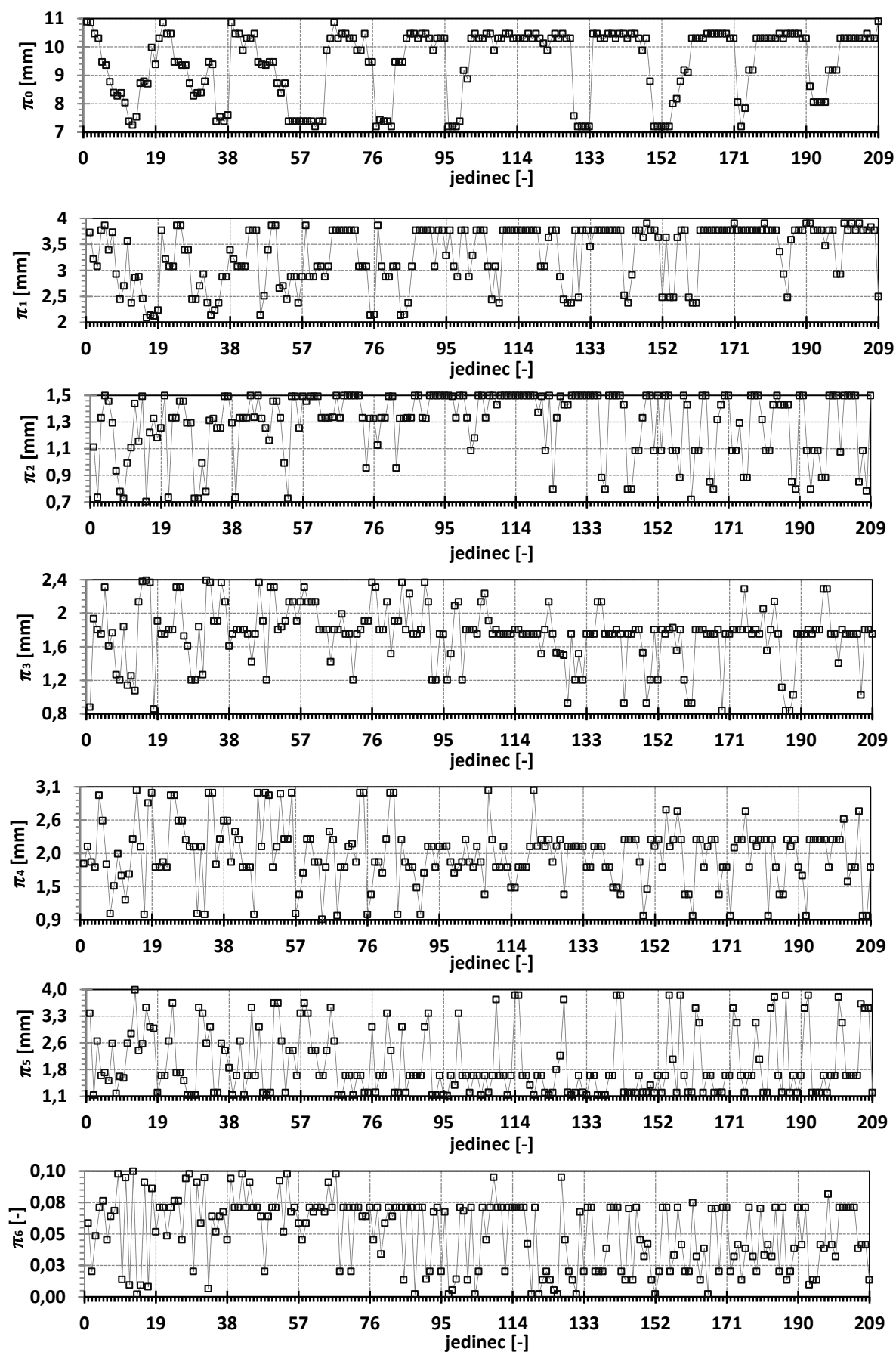
Obr. 66: Výběr geometrií hnacích trysek s nejlepší účinností ejektoru při protitlaku $p_4 = 40$ kPa, a) – celkový tvar, b) – detail oblasti výstupu z trysky.

Statistické zpracování vypočtených dat prostřednictvím *PKK* je uvedeno v tab. 16. I zde se projevuje dominantní vliv π_2 a ukazuje se silná přímá vazba mezi rozměrem hrdla a účinností ejektoru. Dalším vlivným parametrem je π_1 , který zejména v prvních generacích, kde je distribuce v parametrickém prostoru přibližně rovnoměrná, vykazuje silnou vazbu s účinností. Je to pravděpodobně dáno tím, že spolu s π_2 a π_3 definují okolí hrdla hnací trysky. Vliv π_3 ovšem není tak jednoznačný jako u π_1 a π_2 . Poměrně významný vliv lze pozorovat i u π_6 a to zejména u posledních generací evolučního vývoje. Zlepšením ostatních parametrů do oblasti optima dojde patrně k růstu relativního významu jinak málo významného parametru – úhlu rozevření ústí trysky – π_6 .

Tab. 16: Pearsonův korelační koeficient účinnosti ejektoru a volných parametrů hnací trysky během evoluce a jeho průměrná hodnota a směrodatná odchylka při protitlaku $p_4 = 40$ kPa.

generace [-]	PKK [-]						
	π_0	π_1	π_2	π_3	π_4	π_5	π_6
0	-0,03	0,47	0,77	0,00	-0,01	-0,18	0,09
1	-0,09	0,56	0,84	0,39	0,57	-0,18	0,17
2	-0,01	0,52	0,77	-0,06	0,11	0,06	0,10
3	-0,19	0,36	0,48	-0,32	0,41	-0,10	0,22
4	-0,05	0,46	0,47	-0,48	0,21	-0,26	-0,21
5	0,03	0,45	0,46	-0,03	-0,09	-0,13	-0,14
6	0,03	0,09	0,75	0,20	-0,08	0,10	0,11
7	-0,09	0,25	0,80	0,02	-0,23	0,20	0,37
8	-0,25	0,05	0,81	0,40	0,18	-0,11	0,27
9	0,08	-0,17	0,68	0,41	0,10	-0,10	0,40
10	0,18	-0,29	0,93	0,00	0,09	-0,41	0,36
průměr	-0,04	0,25	0,71	0,05	0,11	-0,10	0,16
odchylka	0,12	0,28	0,16	0,27	0,22	0,16	0,19

Kompletní přehled evoluce je graficky zpracován do obr. 67 a je součástí přílohy 4. Z obr. 67 lze ještě výrazněji než v předchozích případech rozeznat vyhlazení grafu pro π_0 , které je dané řazením jedinců.



Obr. 67: Vývoj volných parametrů hnací trysky během evoluce při protitlaku $p_4 = 40$ kPa.

5.4.4. Závěry výsledků optimalizace

Třemi nezávislými běhy navrženého optimalizačního algoritmu při odlišných okrajových podmínkách (protitlacích) bylo potvrzeno, že nový algoritmus dosahuje při optimalizaci hnací trysky ejektoru výrazné úspory strojního času. Ve srovnání se standardním evolučním algoritmem bylo použitím řazení geometrií a morfováním výpočetní sítě dosaženo úspory 90 % původního času. Průměrná efektivita řazení geometrií všech optimalizací dosáhla $\eta_{SUB} = 0,51$. Po řazení jsou si tedy navazující geometrie posloupnosti přibližně dvakrát podobnější. Během vyčíslení cílové funkce celkového počtu 814 jedinců (CFD simulací) navíc nedošlo ani k jednomu pádu řešiče. Ve všech případech vedla optimalizace na zlepšení cílové funkce účinnosti ejektoru. Navržený algoritmus tak jednoznačně prokázal svoje schopnosti a opodstatněnost užití.

Z vyhodnocení sub-evolučního algoritmu je zřejmé výrazné zlepšení geometrické podoby sousedních jedinců v posloupnosti po seřazení. Průměrná efektivita řazení dosahuje $\eta_{SUB} \cong 0,5$. Negativním výsledkem je, že byl prokázán dominantní vliv na řazení u parametrů π_0 a π_1 . Geometrie hnacích trysek jsou tak seřazeny zejména podle tvaru subsonické části, přičemž je ukázáno, že větší vliv na chod ejektoru mají spíše parametry nadzvukové části trysky. Význam řazení je tak v tomto případě mírně omezen. Sub-algoritmus řazení přesto prokázal svůj význam, jelikož jeho spojením s morfováním výpočetní sítě byl celkový čas provedených optimalizací snížen řádově na 10 % obvyklých časů.

Závěrem statistického vyhodnocení výsledků optimalizace lze konstatovat, že zejména geometrické parametry hrdla a parametry nadzvukové části hnací trysky mají velmi významný vliv na účinnost ejektoru a to u všech ověřovaných protitlaků. Účinnost ejektoru je ovšem ovlivněna více faktory než pouhými základními rozměry a poměry, jako jsou poměry průřezů hnací trysky, poměry rychlostí hnaného a hnacího proudu ω a ostatní podobnostní kritéria jako *Reynoldsovo* číslo. V předchozím textu je totiž prokázáno, že významnou roli hraje samotné tvarování nadzvukové části hnací trysky. To může být důvodem, proč se v současnosti nedaří přenést výsledky zjištěné na konkrétním ejektoru na ejektory i jen mírně odlišné konstrukce. Při návrhu nového ejektoru totiž bývá zvykem dodržet zejména uvedené základní poměry ω , A_{exit}/A_{hr} , či Re , přičemž na vlastní tvarování hnací trysky není příliš brán zřetel. Geometrické parametry subsonické části nadzvukové hnací trysky prokazují pouze velmi nízký vliv na účinnost ejektoru a významnějšího vlivu dosahují pouze parametry formující oblast hrdla trysky.

Pro pochopení fyzikálních souvislostí, které zapříčiňují popsany vliv jednotlivých parametrů a mají za následek popsané chování, je dále v textu proveden rozbor získaných výsledků podle hledisek mechaniky tekutin.

5.5. Rozbor výsledků optimalizace z hlediska mechaniky tekutin

V dalším textu je proveden rozbor dějů ve vybraných hnacích tryskách a ejektorech s důrazem na hlediska mechaniky tekutin (dynamiky plynů). V předchozí podkapitole jsou ukázány tvary evolučním algoritmem optimalizovaných hnacích trysek. Tyto tvary se neshodují s obecnou představou o ideální nadzvukové trysce (navržené například metodou charakteristik). Lze tak vyslovit otázku, zda je algoritmus při daném způsobu parametrizace geometrie schopen navrhnout skutečně ideální trysky, nebo toho schopen není a nalezený tvar pouze prezentuje snahu se tomuto řešení přiblížit. Proto byla pro všechny protitlaky metodou charakteristik navržena hnací tryska o stejném rozměru hrdla a výstupu jako tryska optimalizovaná. Pro návrh byl použit program, který v minulosti vznikl na katedře energetických zařízení TU v Liberci v rámci diplomové práce [75]. Metodou charakteristik navržené varianty jsou dále označovány jako „char“ a jejich výsledky jsou porovnány s optimalizovaným řešením. Dodržením rozměrů hrdla a výstupního průřezu je zajištěna maximální podoba absolutních hodnot i poměrů hmotnostních toků Γ a poměrů rychlostí hnacího a hnaného proudu. Rozdíl účinností u porovnávaných ejektorů tak lze přičítat pouze vlivu tvarování hnací trysky. Tvar navržené hnací trysky byl dále co nejpřesněji aproximován kubickým splajnem použitým v této práci. Takto aproximované varianty jsou v textu označovány jako „char“. Během aproximace bylo zjištěno, že použitá parametrizace geometrie neumožňuje zcela přesně dosáhnout navrženého tvaru. Odchylka svislé souřadnice parametrizované geometrie od geometrie navržené metodou charakteristik je však po celé délce hnací trysky menší než 2 %, což autor považuje za přijatelnou nepřesnost. Porovnání variant s optimalizovanou a „char“ tryskou je v dalším textu doplněno vybraným řešením, které dosahuje stejný hmotnostní tok hnacího vzduchu při nižší účinnosti ejektoru. Do tab. 17 jsou vybrány hnací trysky, které je dosahují při daném protitlaku nejlepších účinností ejektoru. Tvary těchto trysek jsou zobrazeny na obr. 68.

Tab. 17: *Tabulka nejlepších řešení nalezených během optimalizace.*

p_4 [kPa]	jed. [-]	g [-]	geom. [-]	π_0 [mm]	π_1 [mm]	π_2 [mm]	π_3 [mm]	π_4 [mm]	π_5 [mm]	π_6 [-]	$\dot{m}_1$ [kg·s ⁻¹]	$\dot{m}_2$ [kg·s ⁻¹]	η_{ej} [%]
20	349	12	1	7,415	3,957	0,906	1,738	1,630	1,489	0,009	0,855	1,424	30,9
30	224	11	15	10,017	3,750	1,498	1,600	1,710	1,957	0,017	1,388	1,630	33,6
40	205	10	15	10,301	3,770	1,497	1,753	1,775	1,662	0,071	1,401	0,414	11,6

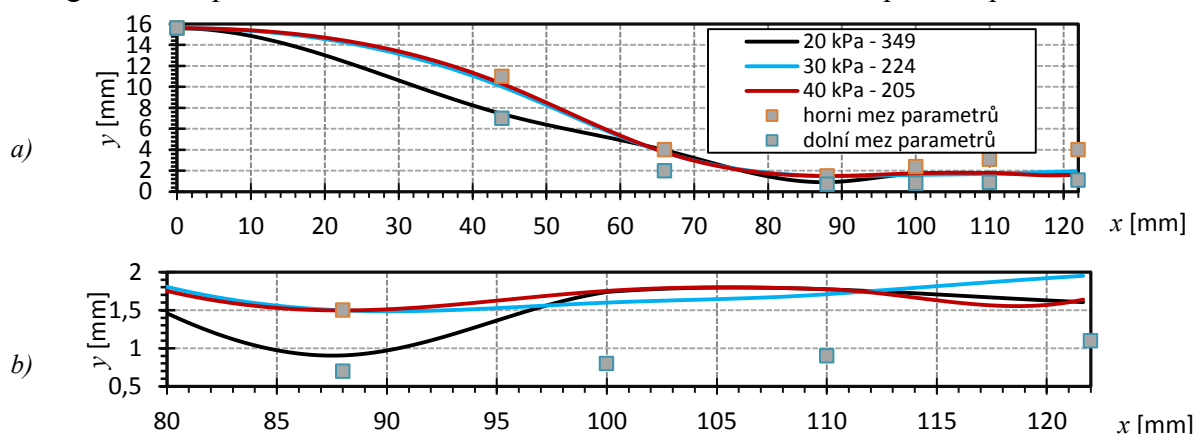
Na první pohled je překvapivé zvětšení průřezu trysky mezi plánovaným hrdlem ($x = 88 \text{ mm}$) a výstupem z trysky ($x = 122 \text{ mm}$), tedy v místech, kde byl očekáván monotónně divergentní tvar. Toto rozšíření lze identifikovat na obr. 68b) a to u trysek pro protitlaky 20 a 40 kPa. Tryska pro protitlak za ejektorem 30 kPa má za hrdlem monotónně divergentní tvar.

Přes značně rozdílné tvary nejučinnějších jedinců, lze nalézt tendence v chování geometrických parametrů v závislosti na protitlaku a to zejména pro poloviční úhel rozšíření/zúžení hnací trysky na výstupu $\alpha/2$, poměrné rozšíření průřezu trysky A_{exit}/A_{hr} a vzdálenost výstupu trysky od geometrického hrdla. Uvedené výsledky jsou sumarizovány v tab. 18.

Tab. 18: *Úhel rozšíření (+) a zúžení (-) trysky před výstupním průřezem, vzdálenost hrdla od výstupu, poměr průřezů a Machovo číslo u optimalizovaných hnacích trysek jako funkce protitlaku p_4 .*

p_4 [kPa]	$\alpha / 2$ [°]	l [mm]	A_{exit}/A_{hr}	$M_{exit, iz}$
20	-0,5	34	1,643	1,967
30	1	30	1,304	1,662
40	3,2	4	1,106	1,385

Z výsledků se zdá, že se stoupajícím pracovním protitlakem ejektoru hnací tryska zkracuje svoji divergentní část při současném nárůstu úhlu rozevření a zmenšování poměru průřezů.



Obr. 68: Výběr geometrií hnacích trysek, pro které je dosaženo nejlepší účinnosti ejektoru při protitlácích $p_4 = (20, 30, 40)$ kPa a meze parametrů, a) – celkový tvar, b) – detail oblasti výstupu z trysky.

V předchozím textu je zmíněna geometrická rozdílnost nejlepších řešení hnací trysky pro jednotlivé protitlaky a je nalezeno tendenční chování základních optimalizovaných rozměrů hnací trysky. Tyto závěry jsou v dalším textu podpořeny rozborů pro jednotlivé protitlaky.

5.5.1. Rozbor pro protitlak $p_4 = 20$ kPa

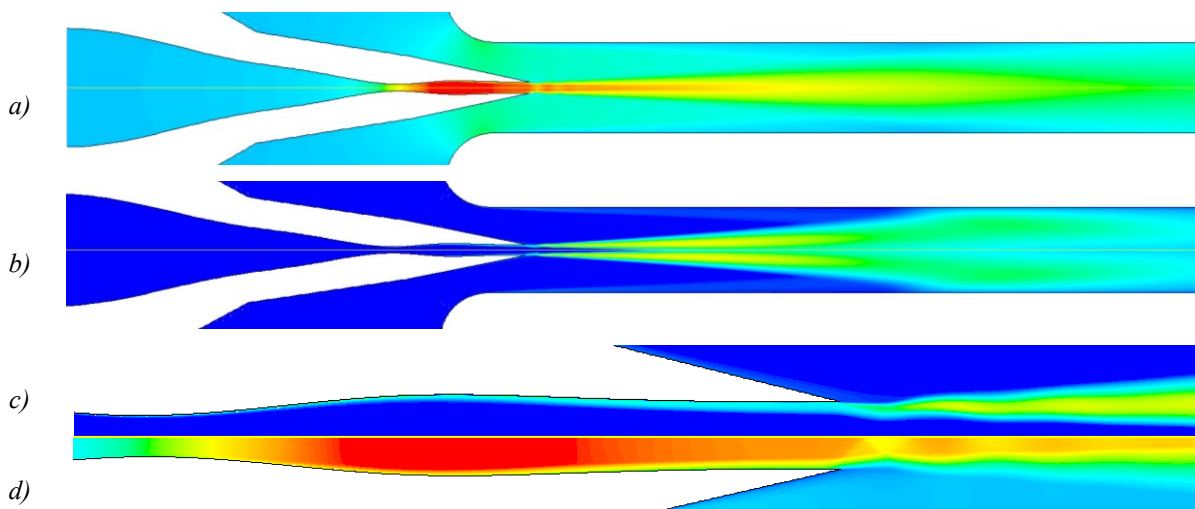
V této podkapitole je proveden rozbor nejúčinnějšího řešení nalezeného při pracovním protitlaku ejektoru 20 kPa (jedinec 349) a jeho porovnání s řešením, které dosahuje při jen velmi málo rozdílném hmotnostním toku hnacího vzduchu nižší účinnosti ejektoru (jedinec 374). Zvláštním porovnávaným řešením, které nepochází z evolučních výpočtů, je varianta „char“ s hnací tryskou, která byla navržena pomocí metody charakteristik tak, aby hmotnostní tok hnacího vzduchu dosahoval přibližně stejné hodnoty jako optimalizovaná varianta. V tab. 19 jsou uvedeny všechny nejdůležitější parametry porovnávaných variant. Cílem tohoto porovnání je objasnit, zda tryska optimalizovaná z hlediska aerodynamických dějů, které se v ní odehrávají, je zároveň optimální z hlediska směšovacích procesů v ejektoru.

Tab. 19: Parametry hnacích trysek pro protitlak $p_4 = 20$ kPa, které jsou porovnávány v textu.

p_4 [kPa]	jed. [-]	g [-]	geom. [-]	π_0 [mm]	π_1 [mm]	π_2 [mm]	π_3 [mm]	π_4 [mm]	π_5 [mm]	π_6 [-]	$\dot{m}_1$ [kg·s ⁻¹]	$\dot{m}_2$ [kg·s ⁻¹]	η_{ej} [%]
20	349	12	1	7,415	3,957	0,906	1,738	1,63	1,489	0,009	0,855	1,424	30,9
20	374	12	26	7,415	3,957	0,906	1,738	1,858	3,207	0,009	0,853	0,578	12,6
20	char	-	-	8,32	3,05	0,91	0,981	1,4355	1,495	0,000	0,835	0,975	22,1

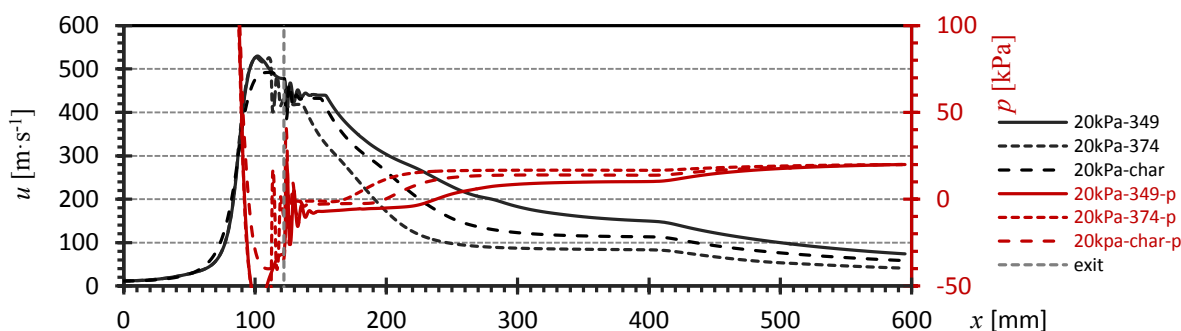
Na obr. 69 jsou uvedeny obrazy proudových polí v ejektoru pro jedince s největší účinností. Z celkového obrazu pole podélné složky rychlosti na obr. 69a) je zřejmé, že hnací proud po výstupu z optimalizované trysky drží poměrně dlouhou dobu úzký profil, což může být pozorováno i z rychlostních profilů na obr. 73a) a průběhu rychlostí v ose ejektoru na obr. 70 a 71. Na výstupu z hnací trysky, kde má proud rychlost $u_{exit} \cong 450 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, se objevuje šikmá rázová vlna, která se odrazem od rozhraní hnacího a hnaného proudu dále šíří hnacím proudem. V hnacím proudu se tak střídají oblasti komprese a expanze. Za touto oblastí navazuje jádro hnacího proudu o přibližně konstantní rychlosti. Tu si primární proud udržuje do vzdálenosti 30 mm ($x \cong 150 \text{ mm}$) od odtokové hrany. To odpovídá bezrozměrné vzdálenosti

$X_{u_{konst,20kPa}}^* \cong 30/24 = 1,25$. Za koncem jádra hnacího proudu následuje strmější pokles rychlosti, který při postupném zmírňování strmosti pokračuje až k výstupu z difuzoru.



Obr. 69: Obrazy proudění v ejektoru s hnací tryskou optimalizovanou pro protitlak $p_4 = 20$ kPa (jedinec 20kPa-349), a) – celkové pole podélné složky rychlosti $((-100 \div 500) \text{ m}\cdot\text{s}^{-1})$ v oblasti $x = (0 \div 300) \text{ mm}$, b) – celkové pole turbulentní kinetické energie $((0 \div 5000) \text{ m}^2\cdot\text{s}^{-2})$ v oblasti $x = (0 \div 300) \text{ mm}$, c) – detail turbulentní kinetické energie v okolí odtokové hrany hnací trysky $((0 \div 5000) \text{ m}^2\cdot\text{s}^{-2})$, d) – detail Machova čísla $(0 \div 2)$.

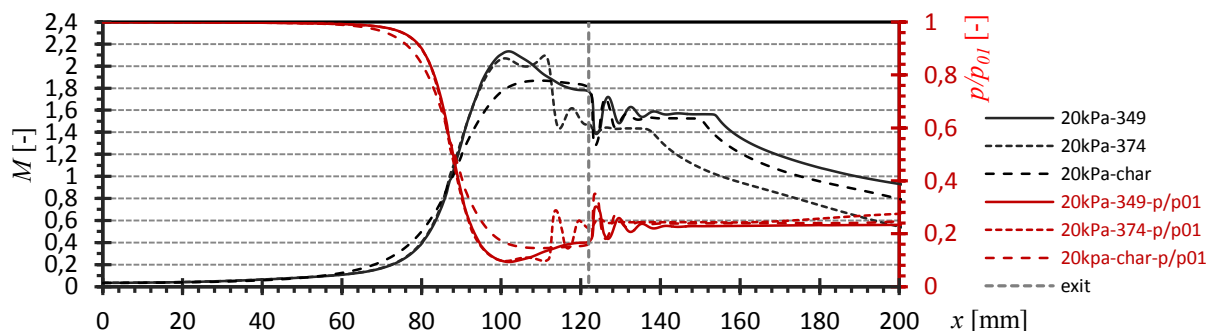
Porovnáme-li s pomocí obr. 70 průběhy rychlostí a statických tlaků podél roviny symetrie ejektoru pro hnací trysku optimalizovanou (20kPa-349), průměrně účinnou (20kPa-374) a navrženou metodou charakteristik (20kPa-char) docházíme k závěru, že nejlepší řešení se vyznačuje nejpomalejším poklesem rychlosti a zároveň i nejpomalejším vzestupem statického tlaku podél roviny symetrie ejektoru. Zároveň lze podle tab. 19 odečíst, že čím menší strmost poklesu rychlosti podél osy ejektoru, tím vyšší entalpické účinnosti ejektoru je dosaženo. Tento závěr byl mimo rozsah této práce ověřen u všech jedinců řešených v rámci posledních dvou generací. U průběhu statického tlaku je situace analogická, zde však jde o růst.



Obr. 70: Průběh podélné složky rychlosti a statického tlaku (vedlejší osa) v ose ejektoru pro nejlepší nalezené řešení trysky (20kPa-349), „neoptimální“ řešení trysky (20kPa-374) a trysku navrženou metodou charakteristik (20kPa-char) při protitlaku $p_4 = 20$ kPa. Poloha odtokové hrany (exit) $x = 122 \text{ mm}$.

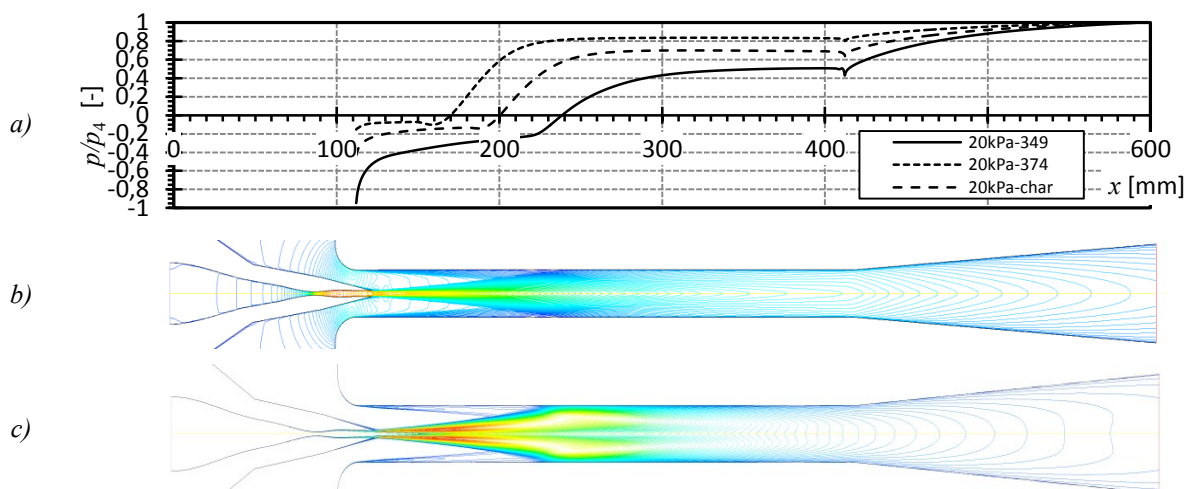
Rozbor proudění uvnitř samotné hnací trysky a bezprostředně za jejím výstupem je uveden na obr. 71. Je zřejmé, že se proud na výstupu z hnací trysky pro všechny porovnávané varianty nachází v přeexpanzovaném stavu. Na výstupu z trysek 349 a „char“ se tak objevují relativně silné šikmé rázové vlny. U varianty 374 se dokonce rázová vlna nachází uvnitř samotné trysky. Přes výrazně pře expandovaný stav hnacího proudu, který je dán mimo jiné převzatým poměrem průřezů, je u „char“ hnací trysky zjevný výrazně hladší a příznivější průběh rychlostí

i poměrů tlaků, než je tomu v ostatních případech. Optimalizovaná tryska přes shodný poměr průřezů dosahuje na výstupu mírně nižší rychlosti (a Machova čísla) než „char“ varianta.



Obr. 71: Průběh Machova čísla (hlavní osa) a poměrů tlaků (vedlejší osa) v ose hnací trysky a směšovací komory pro nejlepší nalezené řešení (20kPa-349), „neoptimální“ řešení (20kPa-374) a trysku navrženou metodou charakteristik (20kPa-char) při protitlaku $p_4 = 20$ kPa. Poloha odtokové hrany (exit) $x = 122$ mm.

U optimalizované varianty dosahuje jádro hnacího proudu (za oblastí komprese a expanze) nejvyšších hodnot rychlostí a Machova čísla. Rychlost v tomto místě dosahuje u optimalizované hnací trysky $u = 432 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Rozdíl mezi variantami 20kPa-349 a 20kPa-char je však minimální. Dále ve směšovací komoře se ale rozdíl mezi těmito variantami postupně zvětšuje. To je jistě dané i průběhem směšování. Na ten lze usuzovat mimo jiné i z průběhu poměrů tlaků na stěně směšovací komory na obr. 72a).



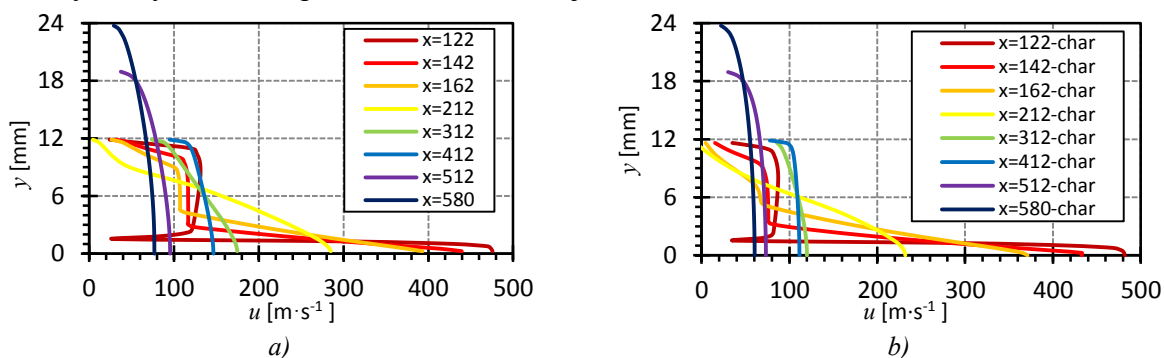
Obr. 72: K dějům ve směšovací komoře při protitlaku $p_4 = 20$ kPa, a) – průběhy poměru tlaků na stěně směšovací komory, b) – kontury podélné složky rychlosti ($-100 \div 500 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$) pro nejlepšího jedince, c) – kontury turbulentní kinetické energie ($0 \div 4000 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$) pro nejlepšího jedince (20kPa-349).

Z obr. 72a) jsou patrné tři oblasti intenzivního nárůstu statického tlaku. K ilustraci příčin tohoto chování jsou výsledky doplněny o kontury podélné rychlosti a turbulentní kinetické energie na obr. 72b) respektive 72c). První nárůst statického tlaku se nachází v oblasti počátečního směšování, což je oblast před místem kontaktu smykové vrstvy a mezní vrstvy na stěně komory. Je to zároveň oblast pomalého poklesu hybnostního součinitele a tedy i relativně pomalého vzestupu statického tlaku [8]. Od tohoto místa dále po proudu se nachází hlavní oblast směšování, která se vyznačuje intenzivním vzestupem tlaku a vyrovnáváním rychlostního profilu, tedy snižováním hybnostního součinitele. Poslední – třetí – vzestup tlaku je způsoben zpomalením smíšeného proudu v difuzoru. Nejúčinnější jedinec (20kPa-349)

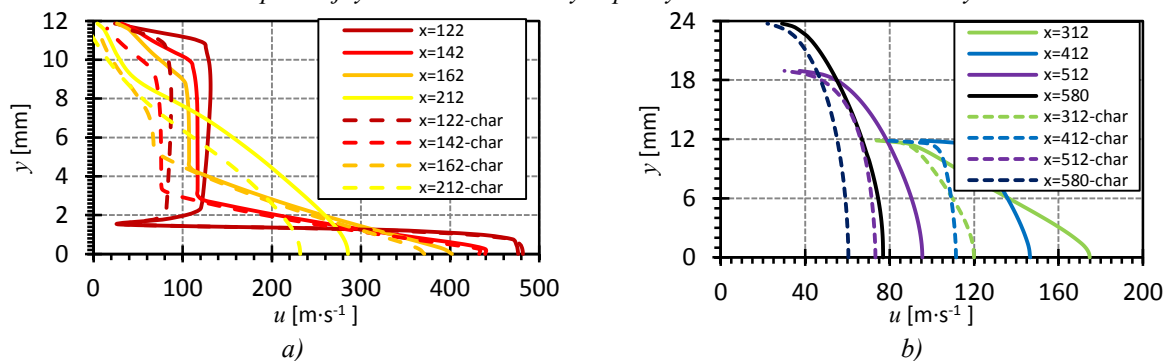
se vzhledem k největší rychlosti nasávaného proudu vyznačuje nejnižším tlakem na vstupu do směšovací komory i dále podél ní.

Za nejvýhodnější je v práci [8] označována taková délka směšovací komory, kdy je maximum statického tlaku dosaženo právě na samotném konci komory. Z obr. 72 tedy plyne, že uvažovaná směšovací komora je pro hnací trysky „char“ a 374 příliš dlouhá. Naopak pro trysku 349 je délka komory blízko optima.

Z rychlostních profilů na obr. 73 a 74 je patrný již zmíněný výrazně delší dosah jádra hnacího proudu optimalizované trysky oproti trysce navržené metodou charakteristik. V případě optimalizované hnací trysky lze rychlostní profil ve směšovací komoře označit za relativně vyrovnaný ve vzdálenosti, kde směšovací komora přechází do difuzoru, tedy přibližně v poloze $x = 412 \text{ mm}$, což odpovídá bezrozměrné vzdálenosti od odtokové hrany $X^*_{u_{prof,20kPa}} \cong 12$. Oproti tomu je relativně vyrovnaného rychlostního profilu u „char“ řešení dosaženo již minimálně o 100 mm dříve, tedy již před polohou $x = 312 \text{ mm}$. Ke smíšení proudů u „char“ varianty tedy dochází na vzdálenosti okolo 200 mm. To odpovídá bezrozměrné vzdálenosti $X^*_{u_{prof,20kPa}} \cong 8,5$. Z rychlostních profilů lze dále pozorovat výrazný úplav za odtokovou hranou, který odděluje hnací a hnaný proud a mimo jiné posunuje začátek směšování dále do směšovací komory. Oblast úplavu zaniká do vzdálenosti 20 mm od odtokové hrany u obou porovnávaných variant na obr. 73 a 74. Přes vyšší rychlost hnaného proudu u optimalizované trysky dosahuje rychlost v úplavu stejných hodnot pro obě varianty. Zdá se tedy, že rychlostí v úplavu není účinnost ejektoru ovlivněna.



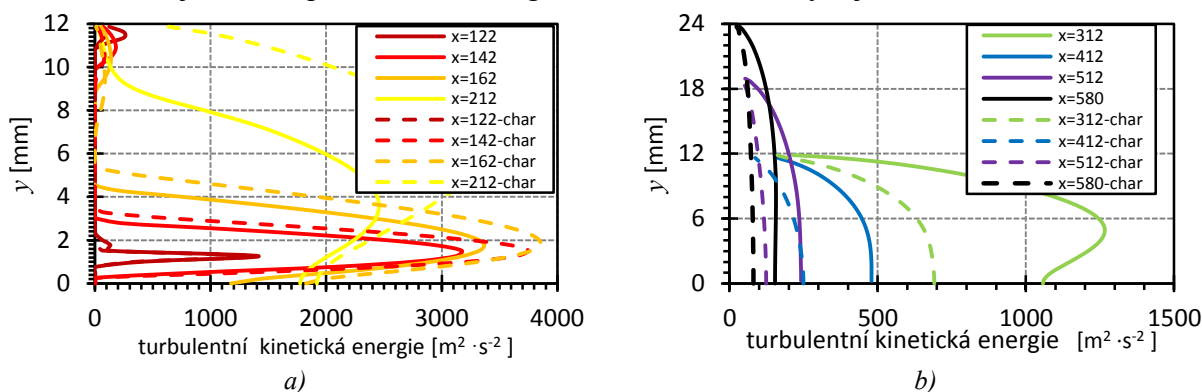
Obr. 73: Profily podélné složky rychlosti v různých pozicích ve směšovací komoře a difuzoru při protitlaku $p_4 = 20 \text{ kPa}$, a) – neoptimálnější nalezená hnací tryska (20 kPa-349), b) – hnací tryska navržená metodou charakteristik pro stejný hmotnostní tok a výstupní výšku. Poloha odtokové hrany $x = 122 \text{ mm}$.



Obr. 74: Porovnání profilů podélné složky rychlosti v různých pozicích [mm] ve směšovací komoře a difuzoru při protitlaku $p_4 = 20 \text{ kPa}$, plnou čarou pro neoptimálnější nalezenou hnací trysku (20 kPa-349), přerušovaně pro hnací trysku navrženou metodou charakteristik. Poloha odtokové hrany $x = 122 \text{ mm}$.

Pro podrobnější porovnání jsou profily podélné složky rychlosti diskutovaných variant vyneseny do jednoho grafu. Na obr. 74a) jsou uvedeny profily nacházející se blíže odtokové hraně, na obr. 74b) profily vzdálenější. Z přímého porovnání lze pozorovat jak pomalejší vyrovnání rychlostních profilů, tak vyšší rychlost nasávaného proudu na odtokové hraně pro optimalizovanou variantu.

Průběh směřování úzce souvisí s turbulentním transportem hybnosti, na který lze usuzovat z turbulentní kinetické energie. Stejně porovnání jako u profilů podélné rychlosti je proto na obr. 75 uvedeno pro turbulentní kinetickou energii. Z výsledků je patrné, že zatímco bezprostředně za odtokovou hranou jsou profily optimalizovaného a „char“ řešení téměř identické, dále po proudu dochází k rychlejšímu vzestupu turbulentní kinetické energie u „char“ řešení. Při dalším postupu směšovací komorou si ovšem optimalizované řešení udržuje relativně vysokou hodnotu turbulentní energie, zatímco u „char“ řešení dochází k rychlejšímu poklesu (disipaci). Dá se tedy konstatovat, že rozložení turbulentní kinetické energie je u optimalizované varianty podél směšovací komory rovnoměrnější a maxima je dosaženo dále ve směšovací komoře než v ostatních případech. Tento závěr je opět ověřen mimo rozsah textu na všech jedincích posledních dvou generací evolučního vývoje.



Obr. 75: Porovnání profilů turbulentní kinetické energie v různých pozicích [mm] ve směšovací komoře a difuzoru při protitlaku $p_4 = 20 \text{ kPa}$, plnou čarou nejoptimálnější nalezená hnací tryska (20 kPa-349), přerušovaně hnací tryska navržená metodou charakteristik. Poloha odtokové hrany $x = 122 \text{ mm}$.

Hybnost hnacího proudu je tedy v řešení s optimalizovanou tryskou transportována do proudu hnaného výrazně pomaleji a rovnoměrněji po délce směšovací komory. Hnací proud si tak déle zachová kinetickou energii a má větší dosah, než je tomu u neoptimálních variant. Popsané chování patrně souvisí se značnou délkou směšovací komory, pro kterou byly hnací trysky optimalizovány. Lze vyslovit domněnku, že v případě komory kratší, by se i optimální dosah proudu a maximum turbulentní kinetické energie přesunulo blíže k odtokové hraně hnací trysky. Optimální tvar hnací trysky tak je ovlivněn zejména délkou směšovací komory. Na toto konstatování lze nahlížet i v obráceném smyslu, tedy že optimální délka směšovací komory je dána komplexním tvarem hnací trysky. Oproti původním předpokladům není proto optimální délka komory dána pouze základními parametry hnací trysky jako je výstupní rychlost či poměr rychlostí ω , jak řada autorů předpokládá. Tyler a Willanson totiž v práci [76] konstatují, že optimální délka směšovací komory je dána místem, kde je dosaženo maxima statického tlaku. V této podkapitole je ukázáno, že průběh směšování a tedy i poloha maxima tlaku jsou jednoznačně ovlivněny zejména turbulentencí ve směšovací komoře. Ta je přitom ovlivněna tvarováním hnací trysky. Optimální tvar hnací trysky a optimální délka směšovací komory jsou tedy jednoznačně vzájemně závislé.

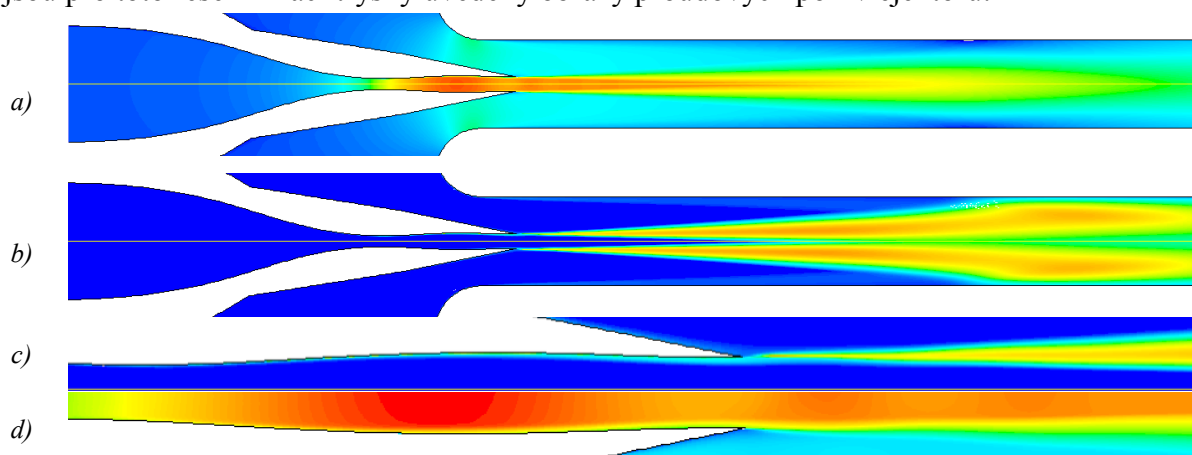
5.5.2. Rozbor pro protitlak $p_4 = 30 \text{ kPa}$

V této podkapitole je analogicky s předchozí podkapitolou uveden rozbor optimalizací nalezeného nejlepšího řešení (jedinec 224) a porovnání s řešením, které dosahuje při stejném, nebo jen velmi málo rozdílném hmotnostním toku hnacího vzduchu nižších účinností ejektoru (jedinec 202). Optimalizovaná hnací tryska je porovnávána i s tryskou, navrženou metodou charakteristik (jedinec „char“), přičemž rozměry hrdla a výstupního průřezu byly dodrženy souhlasně s hnací tryskou optimalizovanou. Porovnávané varianty jsou shrnuty v tab. 20.

Tab. 20: Parametry hnacích trysek pro protitlak $p_4 = 30 \text{ kPa}$, které jsou porovnávány v textu.

p_4 [kPa]	jed.	g [-]	geom. [-]	π_0 [mm]	π_1 [mm]	π_2 [mm]	π_3 [mm]	π_4 [mm]	π_5 [mm]	π_6 [-]	$\dot{m}_1$ [kg s ⁻¹]	$\dot{m}_2$ [kg s ⁻¹]	η_{ei} [%]
30	224	11	15	10,02	3,750	1,500	1,710	1,630	1,957	0,017	1,388	1,580	33,6
30	202	10	12	8,710	3,750	1,500	2,360	2,120	1,957	0,017	1,368	1,161	24,3
30	char	-	-	7,530	3,000	1,500	1,755	1,915	1,916	0,001	1,395	1,257	25,7

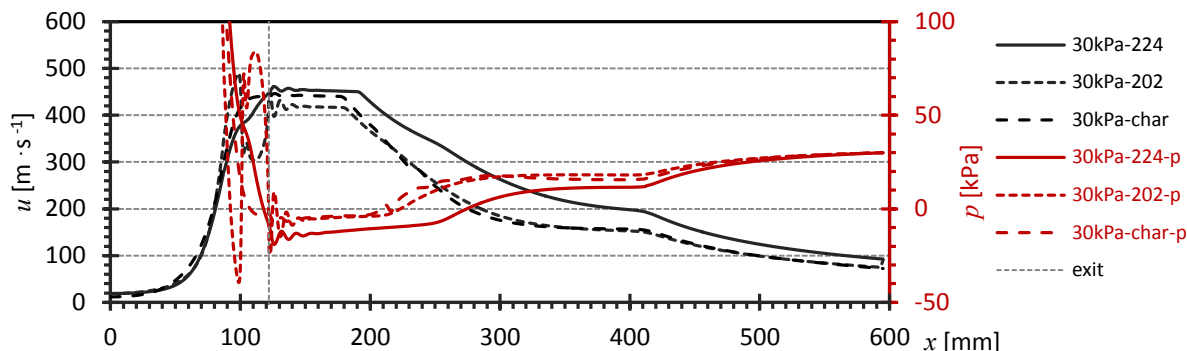
Hnací tryska optimalizovaná pro protitlak ejektoru $p_4 = 30 \text{ kPa}$ (jedinec 224) se jako jediná mezi nejlepšími tryskami nevyznačuje oblastí rozšíření mezi hrdlem a výstupem. Rozměr jejího geometrického hrdla se pohybuje na samotné horní mezi parametru π_2 a za ním následuje v podstatě hladký divergentní tvar trysky s polovičním úhlem rozšíření $\alpha/2 \cong 1^\circ$. Na obr. 76 jsou pro toto řešení hnací trysky uvedeny obrazy proudových polí v ejektoru.



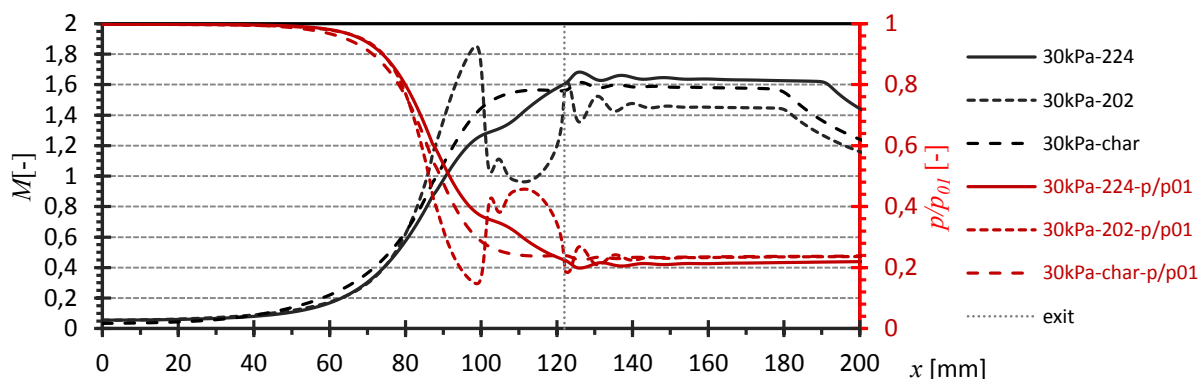
Obr. 76: Obrazy proudění v ejektoru s hnací tryskou optimalizovanou pro protitlak $p_4 = 30 \text{ kPa}$ (jedinec 30kPa-224), a) – celkové pole podélné složky rychlosti $((0 \div 500) \text{ m} \cdot \text{s}^{-1})$ v oblasti $x = (0 \div 300) \text{ mm}$, b) – celkové pole turbulentní kinetické energie $((0 \div 3500) \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2})$ v oblasti $x = (0 \div 300) \text{ mm}$, c) – detail turbulentní kinetické energie $((0 \div 3500) \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2})$, d) – detail Machova čísla $(0 \div 1,8)$.

Z obr. 76–78 je stejně jako v případě protitlaku 20 kPa zjevný značný dosah jádra hnacího proudu. Rychlost na výstupu z hnací trysky je přibližně $u_{exit} \cong 440 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Za výstupem z trysky dochází k relativně slabé expanzi hnacího proudu a jeho rychlost je přibližně o $10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ navýšena. Hnacím proudem se tak šíří slabá expanzní vlna, ze které se po odrazu od hranice hnacího proudu stává slabá vlna rázová. Intenzita obou vln je ale v porovnání s protitlakem 20 kPa velmi nízká. Zdá se tedy, že hnací trysky 30kPa-224 a 30kPa-char mají výstupní statický tlak velmi blízký ideálnímu a na výstupu z trysky tak není hnací proud výrazně přeexpandovaný ani podexpandovaný. Hnací tryska navržená metodou charakteristik dokonce neobsahuje téměř žádné skokové expanzní ani kompresní děje a zdá se být téměř ideálně navržena. Jádro hnacího proudu zasahuje u optimalizované hnací trysky až do polohy $x = 185 \text{ mm}$, což odpovídá vzdálenosti 63 mm od odtokové hrany. V bezrozměrných

souřadnicích jde o polohu $X^*_{u_{konst,30kPa}} \cong 63/24 = 2,625$. To je přibližně dvojnásobek hodnoty, dosažené pro $p_4 = 20 \text{ kPa}$. Přestože je rychlost v ústí „char“ trysky porovnatelná s optimalizovanou variantou 20kPa-224, nedosahuje jádro hnacího proudu do takové vzdálenosti. Všechny porovnávané varianty se vyznačují delším dosahem jádra hnacího proudu než při protitlaku $p_4 = 20 \text{ kPa}$. Za jádrem hnacího proudu klesá rychlost nejmírněji v případě optimalizované hnací trysky (20kPa-224). To je jistě z části dáno i největším hmotnostním tokem směšovací komorou a z toho plynoucí vyšší rychlostí u optimalizovaného řešení.



Obr. 77: Průběh podélné složky rychlosti a statického tlaku (vedlejší osa) v ose ejektoru pro nejlepší nalezené řešení trysky (30kPa-224), „neoptimální“ řešení trysky (30kPa-202) a trysku navrženou metodou charakteristik (30kPa-char) při protitlaku $p_4 = 30 \text{ kPa}$. Poloha odtokové hrany (exit) $x = 122 \text{ mm}$.

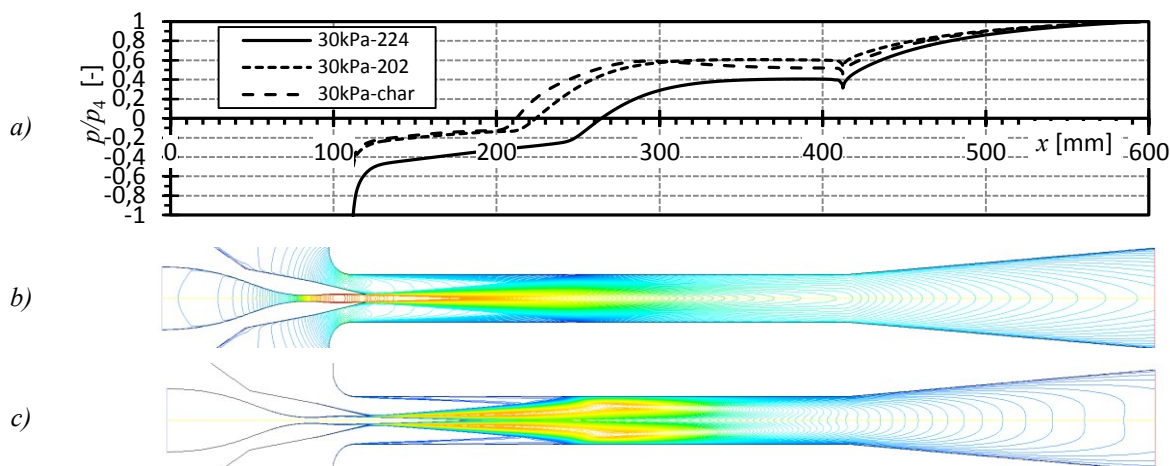


Obr. 78: Průběh Machova čísla (hlavní osa) a poměrů tlaků (vedlejší osa) v ose hnací trysky pro nejlepší nalezené řešení trysky (30kPa-224), „neoptimální“ řešení trysky (30kPa-202) a trysku navrženou metodou charakteristik (30kPa-char) při protitlaku $p_4 = 30 \text{ kPa}$. Odtoková hrana (exit) $x = 122 \text{ mm}$.

Podívejme se podrobněji na změny uvnitř samotných hnacích trysek. „Neoptimální“ řešení hnací trysky (30kPa-202) se vyznačuje výrazným nárůstem rychlosti proudu za hrdlem, kde je dosaženo rychlosti téměř $500 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ ($M = 1,8$). Tomu odpovídá i prudký pokles poměru tlaků. Opětovným zúžením průřezu před výstupem z hnací trysky dochází ke zpomalení proudu a nárůstu statického tlaku. Za výstupem z hnací trysky se objevuje výrazně silnější expanzní vlna než u obou zbývajících porovnávaných případů. Průběh poměru tlaků podél roviny symetrie ejektoru koreluje s průběhem rychlosti a vykazuje u optimalizované varianty pomalejší růst než je tomu v případě hnacích trysek, které dosahují nižší účinnosti ejektoru. To se chování se shoduje s chováním, pozorovaným při protitlaku 20 kPa .

Na průběh směšování usuzujeme z výsledků na obr. 79. Jako v případě nižšího protitlaku jsou i zde patrné tři oblasti nárůstu tlaku. Opět platí, že prostřední, tedy nejvýraznější vzestup tlaku se shoduje s oblastí intenzivního směšování a jeho počátek je podle obr. 79a)–c) přibližně totožný s místem, kde smyková oblast dosáhne stěny směšovací komory. Oproti protitlaku

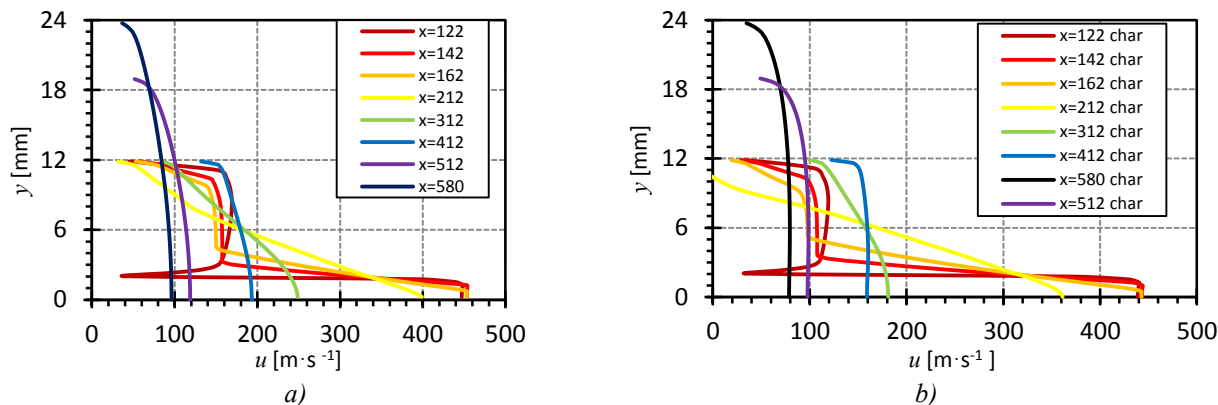
20 kPa se počátek tohoto nárůstu nachází dále ve směšovací komoře a to přibližně o vzdálenost jedné výšky směšovací komory. Přes velmi rozdílné polohy počátků oblasti intenzivního směšování vykazují všechny poměry tlaků velmi podobné průběhy (strmost a délku nárůstu).



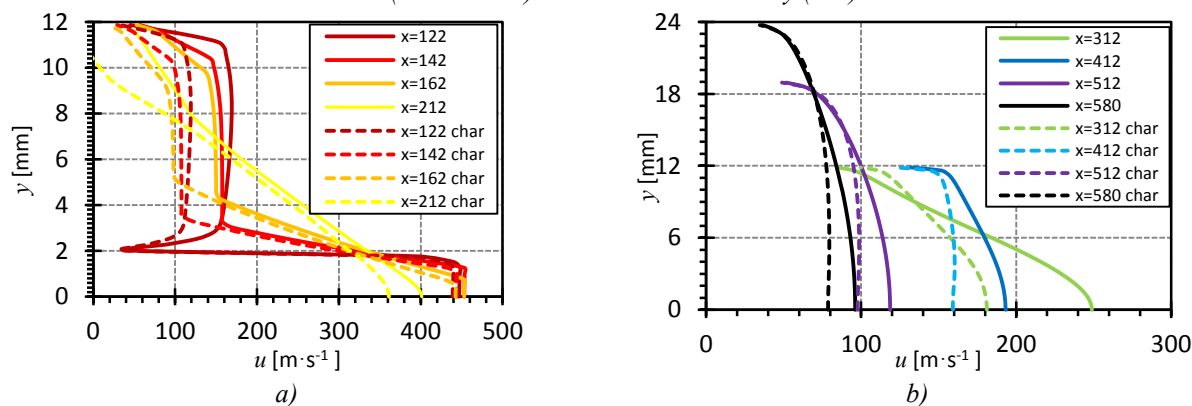
Obr. 79: K dějům ve směšovací komoře při protitlaku $p_4 = 30$ kPa, a) – průběhy poměru tlaků na stěně směšovací komory u porovnávaných variant, b) – kontury podélné složky rychlosti $((0 \div 500) m \cdot s^{-1})$ pro nejlepšího jedince, c) – kontury turbulentní kinetické energie $((0 \div 3500) m^2 \cdot s^{-2})$ pro jedince 30kPa-224.

Z obrazů rychlostních profilů ve směšovací komoře na obr. 80 plyne již zmíněný delší dosah hnacího proudu i delší vzdálenost, na které dochází k přibližnému vyrovnaní rychlostí v případě optimalizované hnací trysky. K vyrovnaní rychlostního profilu u „char“ řešení dochází již mezi řezy v poloze $x = 312$ mm a $x = 412$ mm, což odpovídá bezrozměrné vzdálenosti od odtokové hrany $X_{u_{prof},30kPa}^* \cong 200/24 = 8,3$. U optimalizovaného řešení není před vstupem do difuzoru plně vyrovnaného rychlostního profilu dosaženo. Jedná se o období situace při protitlaku 20 kPa. K alespoň přibližnému vyrovnaní dojde v bezrozměrné vzdálenosti $X_{u_{prof},30kPa}^* \cong 12$. Z profilů podélných rychlostí na obr. 80a) a b) je patrná, stejně jako v případě protitlaku 20 kPa, oblast úplavu. Tato oblast mimo jiné vzniká spojením mezních vrstev z hnacího a hnaného proudu a odklonem proudů a je přítomná ve všech řešeních. Rychlost v úplavu bezprostředně za odtokovou hranou trysky je opět stejná pro obě porovnávané varianty. Velký rozdíl rychlostí v tak úzké oblasti jakou je popisovaný úplav vede na vznik velkého příčného gradientu rychlosti a následně na zvýšenou produkci turbulentní kinetické energie. Její profily pro protitlak 30 kPa jsou uvedeny na obr. 82 a zachycují stejné trendy jako v případě protitlaku 20 kPa. Nejlepší nalezené řešení, 30kPa-224, se tedy vyznačuje ve srovnání s ostatními variantami relativně nízkou mírou turbulence za odtokovou hranou hnací trysky a jejím pozvolnějším nárůstem dále ve směšovací komoře. Stejně jako pro protitlak 20 kPa platí, že optimální varianta trysky produkuje vyrovnanější pole turbulentní kinetické energie podél celé směšovací komory, než je tomu u trysky navržené metodou charakteristik i ve všech ostatních trysek. V souvislosti s nejnižší produkcí turbulence si hnací proud udrží déle svoji kinetickou energii a jeho jádro tak má největší dosah, jak je ukázáno v předchozím textu. To patrně stejně jako v případě protitlaku 20 kPa souvisí s geometrií směšovací komory, zejména s její délkou. Přestože rychlostní profil v úplavu u optimalizované hnací trysky ukazuje na větší gradient rychlosti, dochází za odtokovou hranou k nižší produkci turbulentní energie než u „char“ varianty.

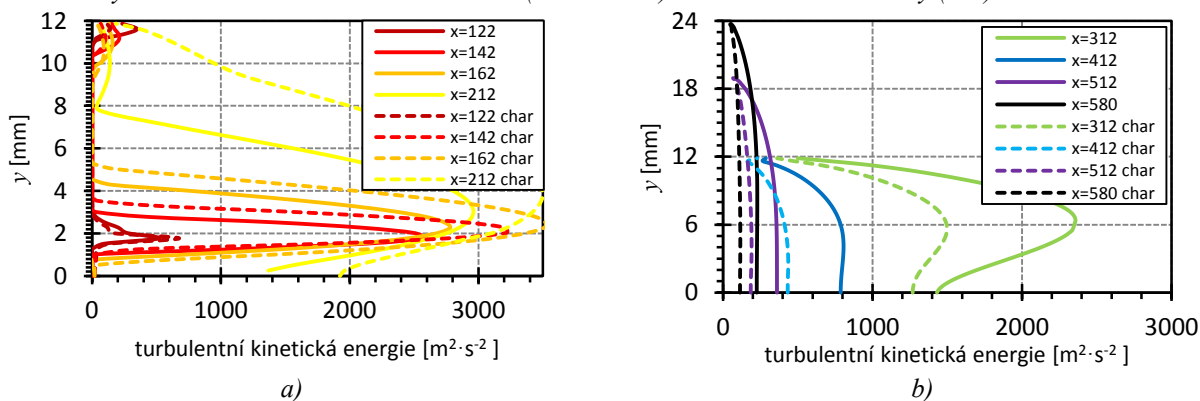
Z rozboru výsledků vybraných variant pro protitlak $p_4 = 30 \text{ kPa}$ lze vyvodit stejné závěry, jaké jsou uvedeny v předchozí podkapitole, která se zabývá rozбором při protitlaku $p_4 = 20 \text{ kPa}$. Optimální délka směšovací komory a optimální tvar hnací trysky jsou i pro $p_4 = 30 \text{ kPa}$ jednoznačně propojeny, přičemž v případě neúčinnějšího jedince je konce směšování, tj. maxima statického tlaku, dosaženo přibližně na konci směšovací komory.



Obr. 80: Profily podélné složky rychlosti v různých pozicích [mm] ve směšovací komoře a difuzoru při protitlaku $p_4 = 30 \text{ kPa}$, a) – neoptimálnější nalezená hnací tryska (30 kPa-224), b) – hnací tryska navržená metodou charakteristik (30 kPa-char). Poloha odtokové hrany (exit) $x = 122 \text{ mm}$.



Obr. 81: Porovnání profilů podélné složky rychlosti v různých pozicích [mm] ve směšovací komoře a difuzoru při protitlaku $p_4 = 30 \text{ kPa}$, plnou čarou – neoptimálnější nalezená hnací tryska (30 kPa-224), přerušované – hnací tryska navržená metodou charakteristik (30 kPa-char). Poloha odtokové hrany (exit) $x = 122 \text{ mm}$.



Obr. 82: Porovnání profilů turbulentní kinetické energie v různých pozicích [mm] ve směšovací komoře a difuzoru při protitlaku $p_4 = 30 \text{ kPa}$, plnou čarou – neoptimálnější nalezená hnací tryska (30 kPa-224), přerušované – hnací tryska navržená metodou charakteristik (30 kPa-char). Poloha odtokové hrany (exit) $x = 122 \text{ mm}$.

5.5.3. Rozbor pro protitlak $p_4 = 40 \text{ kPa}$

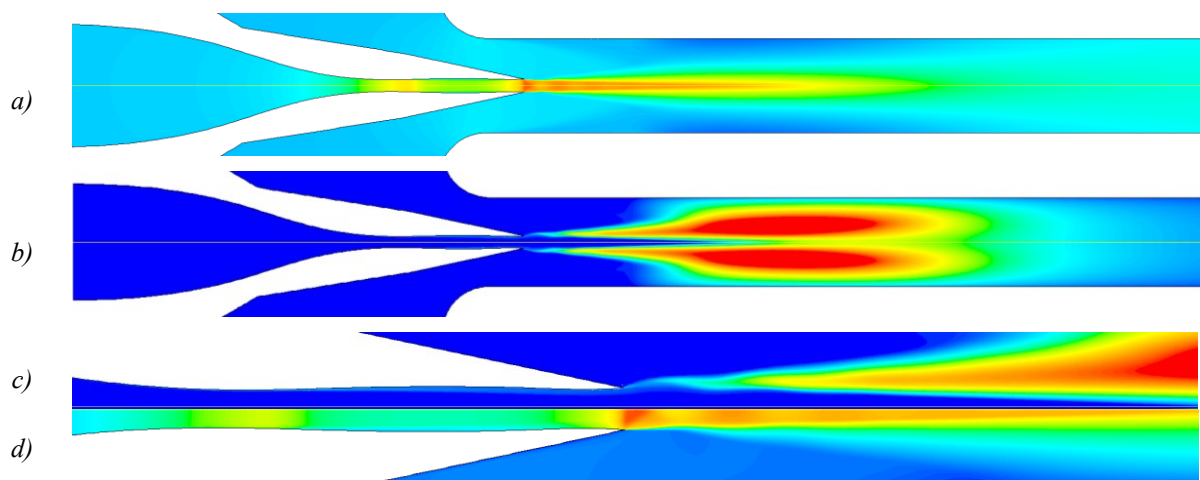
Vzhledem k tomu, že v případě protitlaku $p_4 = 40 \text{ kPa}$ jsou si všechna optimalizací nalezená kvalitní řešení hnacích trysek tvarově velmi podobná, není pro zvýšení přehlednosti v tomto případě v kontrastu s předchozím textem analyzováno málo účinné řešení. Porovnávány jsou proto pouze varianty hnací trysky navržené metodou charakteristik a trysky optimalizované. Jejich parametry jsou uvedeny v tab. 21.

Tab. 21: Parametry hnacích trysek pro protitlak $p_4 = 40 \text{ kPa}$, které jsou porovnávány v textu.

p_4 [kPa]	jed. [-]	g [-]	geom. [-]	π_0 [mm]	π_1 [mm]	π_2 [mm]	π_3 [mm]	π_4 [mm]	π_5 [mm]	π_6 [-]	$\dot{m}_1$ [kg·s ⁻¹]	$\dot{m}_2$ [kg·s ⁻¹]	η_{ej} [%]
40	205	10	15	10,30	3,770	1,497	1,753	1,775	1,662	0,07	1,401	0,414	11,6
40	char	-	-	8,320	3,050	1,497	1,500	1,621	1,662	0,00	1,389	0,372	10,5

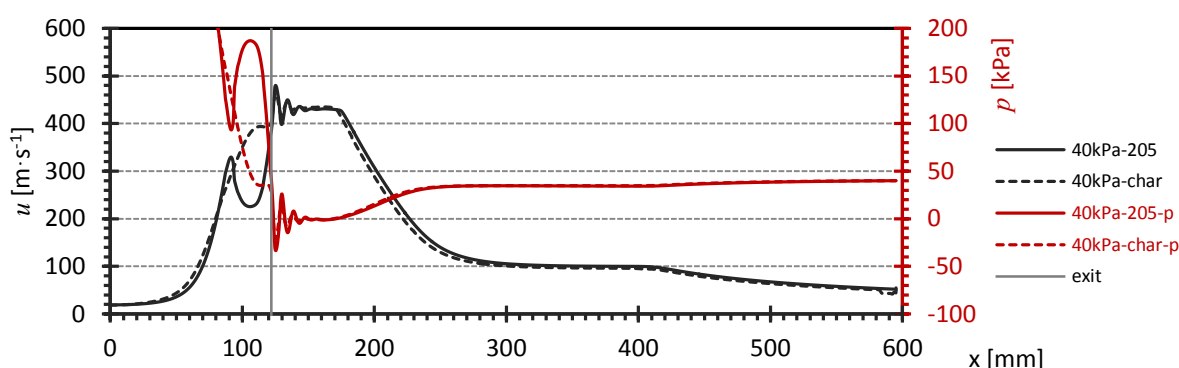
Nejlepší hnací tryska nalezená optimalizací pro pracovní protitlak ejektoru $p_4 = 40 \text{ kPa}$ (jedinec 205) disponuje vzhledem k největším nárokům na zvýšenou spotřebu hnacího vzduchu největším možným rozměrem geometrického hrdla, parametrem π_2 , který je vzhledem k definovaným mezím možný. Dále za hrdlem se hnací tryska velmi pomalu rozšiřuje a opětovně zužuje před výstupem. Oblast zúžení se nachází mezi polohou parametrů π_4 a π_5 . Nejmenší průřez za tímto zúžením má poloviční výšku $y = 1,554 \text{ mm}$, což je přibližně výška prvního hrdla trysky v poloze $x = 88 \text{ mm}$ o rozměru $y = 1,498 \text{ mm}$. Přestože geometricky je první hrdlo menší, lze předpokládat, že aerodynamické hrdlo vznikne vzhledem k vlivům vazkosti až na pozici dále po proudě, tedy v okolí $x = 118 \text{ mm}$.

Tvar optimalizované trysky a účinnost ejektoru s touto tryskou jsou silně poznamenány mezemi parametrů, na které zjevně algoritmus narazil, jak je ukázáno v podkapitole 5.4.3. Tvar nalezené hnací trysky proto nelze považovat ani za přibližně optimální. Na to lze usuzovat i z velmi nízké účinnosti ejektoru s optimalizovanou tryskou, která je v tomto případě $\eta_{ej,40kPa}^* = 11,6 \%$. Nasávaná hmotnostní množství při protitlaku 40 kPa jsou nejnížší ze všech řešených protitlaků. K aerodynamickému ucpání sání tak v tomto případě nedochází. Na obr. 83a) až d) jsou uvedeny obrazy proudových polí pro jedince s největší účinností.

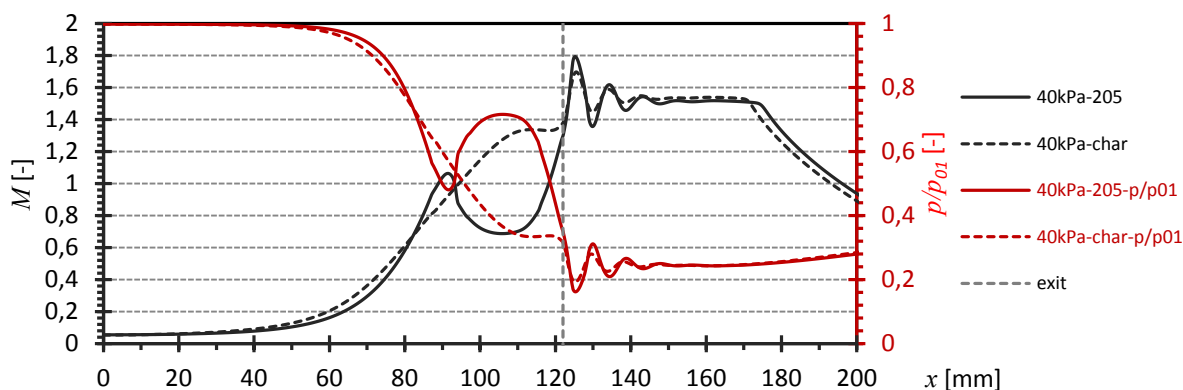


Obr. 83: Obrazy proudění v ejektoru s hnací tryskou optimalizovanou pro protitlak 40 kPa (jedinec 40kPa-205), a) – celkové pole podélné složky rychlosti $((-100 \div 500) \text{ m} \cdot \text{s}^{-1})$ v oblasti $x = (0 \div 300) \text{ mm}$, b) – celkové pole turbulentní kinetické energie $((0 \div 6000) \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2})$ v oblasti $x = (0 \div 300) \text{ mm}$, c) – detail turbulentní kinetické energie v okolí odtokové hrany hnací trysky $((0 \div 6000) \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2})$, d) – detail Machova čísla $(0 \div 1,8)$.

Již z obr. 83 je patrný oproti nižším protitlakům relativně krátký dosah jádra hnacího proudu. Dále zde lze rozpoznat oblast silné expanze na výstupu z hnací trysky. To se potvrzuje i na obr. 84 a 85, ze kterých lze rozeznat, že v prvním geometrickém hrdle hnací trysky je právě dosažena rychlost $M = 1$ (přesněji: v rovině symetrie je mírně překročena) a dále v trysce rychlost opět klesá pod místní rychlost zvuku. K jejímu plnému překročení dochází u optimalizované trysky za druhým hrdlem. Za ním navazuje krátké rozšíření průřezu s úhlem rozšíření $\alpha/2 \cong 3,2^\circ$, což je více než v případě trysek optimalizovaných pro nižší protitlaky. Na výstupu z hnací trysky je dosaženo $M = 1,25$. U stěny směšovací komory lze pozorovat odtržení mezní vrstvy a vznik recirkulační bubliny. Místní podélná rychlost je zde záporná. V této oblasti zároveň téměř skokově narůstá intenzita turbulentní kinetické energie. Tryska „char“ vykazuje opět výrazně lepší průběh rychlosti i poměru tlaků uvnitř samotné trysky. Na výstupu ale hnací proud dosahuje stejné rychlosti i tlaku jako u trysky optimalizované a je podexpandován. Za výstupem z trysky proto navazuje oblast střídavé expanze a komprese.



Obr. 84: Průběh podélné složky rychlosti a statického tlaku (vedlejší osa) v ose ejektoru pro nejlepší nalezené řešení trysky (40kPa-205) a trysku navrženou metodou charakteristik (40kPa-char) při protitlaku $p_4 = 40$ kPa. Poloha odtokové hrany (exit) $x = 122$ mm.

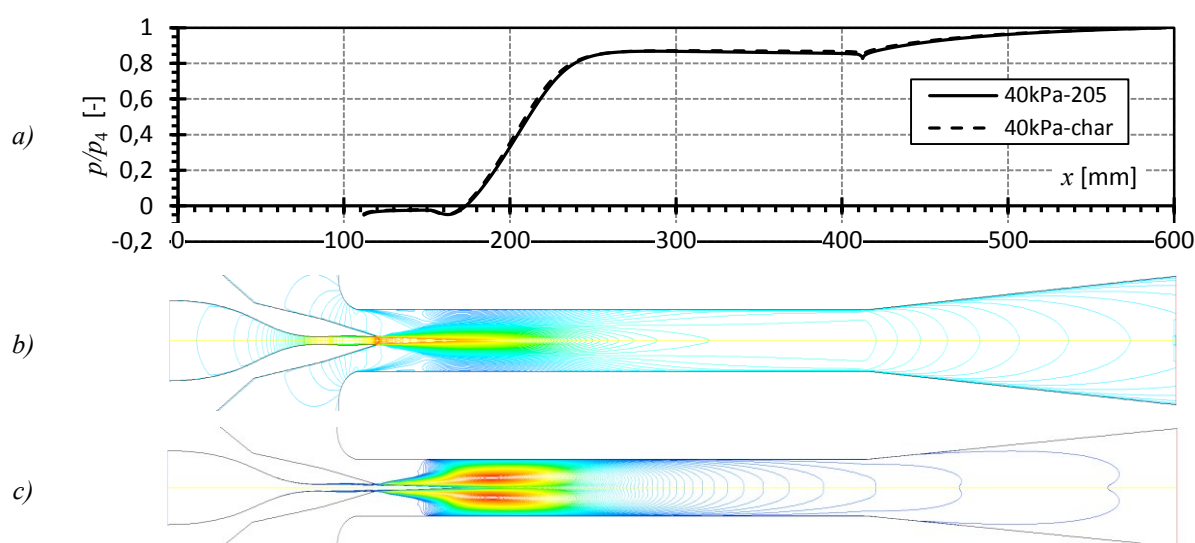


Obr. 85: Průběh Machova čísla (hlavní osa) a poměrů tlaků (vedlejší osa) v ose hnací trysky a směšovací komory pro nejlepší nalezené řešení trysky (40kPa-205) a trysku navrženou metodou charakteristik (40kPa-char) při protitlaku $p_4 = 40$ kPa. Poloha odtokové hrany (exit) $x = 122$ mm.

Z obr. 85 lze rozeznat, že proud je na výstupu z optimalizované hnací trysky značně podexpandován a za tryskou proto následuje oblast silné expanze a opětovné komprese. Intenzita expanze i rázu v hnacím proudu je porovnatelná s intenzitou pozorovanou při protitlaku 20 kPa. S pomocí na obr. 84 zobrazených průběhů rychlostí podél osy ejektoru lze rozeznat konec jádra hnacího proudu o rychlosti $u_{exit} \cong 435$ m·s⁻¹ přibližně v poloze

$x = 170 \text{ mm}$. V bezrozměrných souřadnicích jde o vzdálenost od odtokové hrany $X^*_{u_{konst,40kPa}} \cong 2$, což je střední hodnota zjištěná u řešených protitlaků.

Průběh podélných rychlostí, *Machových* čísel i statického tlaku ve směšovací komoře je pro variantu „char“ hnací trysky téměř identický s optimalizovanou tryskou 40kPa-205. Pouze v divergentní části hnací trysky lze u „char“ varianty pozorovat jednoduchou expanzi namísto opakované expanze a komprese u optimalizované trysky. Rychlost v jádrech hnacích proudů za výstupem z hnací trysky je u obou porovnávaných variant velmi podobná. Přesto, stejně jako u předešlých protitlaků, dosahuje jádro u optimalizované trysky delšího dosahu a dále po proudě u této varianty dochází k pomalejšímu poklesu podélné rychlosti, než je tomu v případě „char“ trysky. Rozdíl je ovšem minimální.

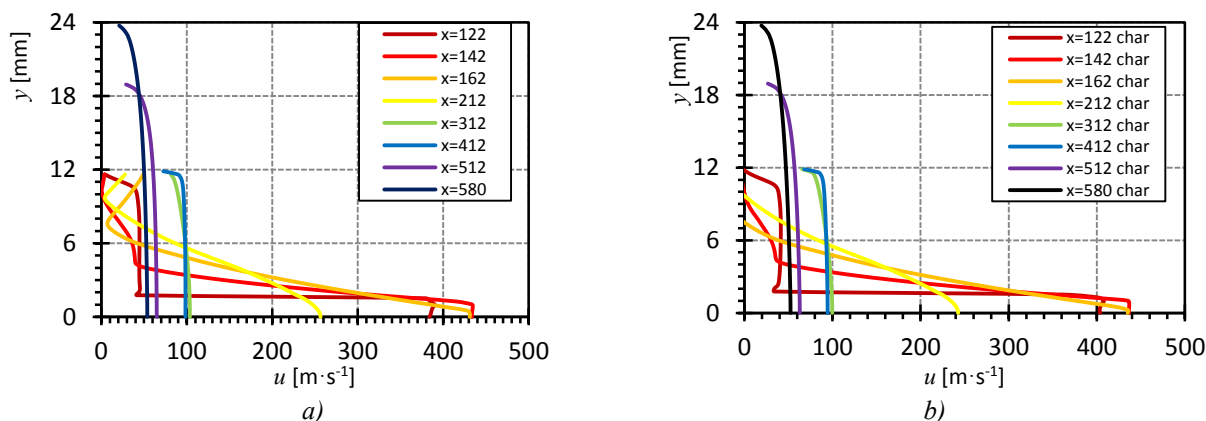


Obr. 86: K dějům ve směšovací komoře při protitlaku $p_4 = 40 \text{ kPa}$,
 a) – poměr statických tlaků na stěně směšovací komory u porovnávaných variant,
 b) – kontury podélné složky rychlosti $((0 \div 500) \text{ m} \cdot \text{s}^{-1})$ pro nejlepšího jedince,
 c) – kontury turbulentní kinetické energie $((0 \div 3500) \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2})$ pro nejlepšího jedince (40kpa-205).

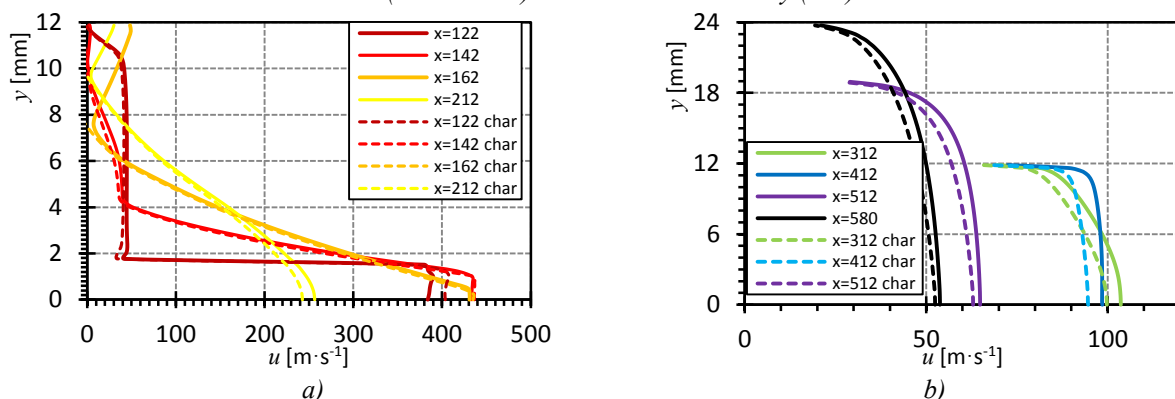
U průběhu poměrů statických tlaků na stěně směšovací komory na obr. 86 lze pozorovat velmi podobné průběhy směšování pro obě porovnávané varianty trysek. Nárůst tlaku v oblasti počátečního směšování, který bylo možné pozorovat u nižších protitlaků, je zanedbatelný. Lze tedy předpokládat i velmi malou změnu hybnostního součinitele. Nárůst statického tlaku v oblasti hlavního směšování je ovšem výrazně větší a strmější, než je tomu u nižších protitlaků. Ke směšování tak dochází na výrazně kratší vzdálenosti a s vyšší intenzitou. Na velmi intenzivní směšování u obou sledovaných variant ukazují i profily podélných rychlostí na obr. 87 a 88 a turbulentní kinetické energie na obr. 89. Z obr. 87 lze vypožorovat, že k vyrovnávání rychlostních profilů dochází u obou variant relativně rychle a to již v poloze $x = 312 \text{ mm}$. To znamená, že již v bezrozměrné vzdálenosti od odtokové hrany $X^*_{u_{prof,40kPa}} \cong 190/24 = 8$ je u obou hnacích trysek dosaženo konce směšování. Z přímého porovnání na obr. 88 lze navíc rozeznat téměř shodné rychlosti i tvary rychlostních profilů. Zajímavostí je, že u obou sledovaných variant je oblast úplavu za odtokovou hranou velmi nevýrazná.

Velmi podobných závěrů jako v případě rychlostí dosáhneme i rozbořem profilů turbulentní kinetické energie na obr. 89. Obě porovnávané hnací trysky produkují téměř shodné profily.

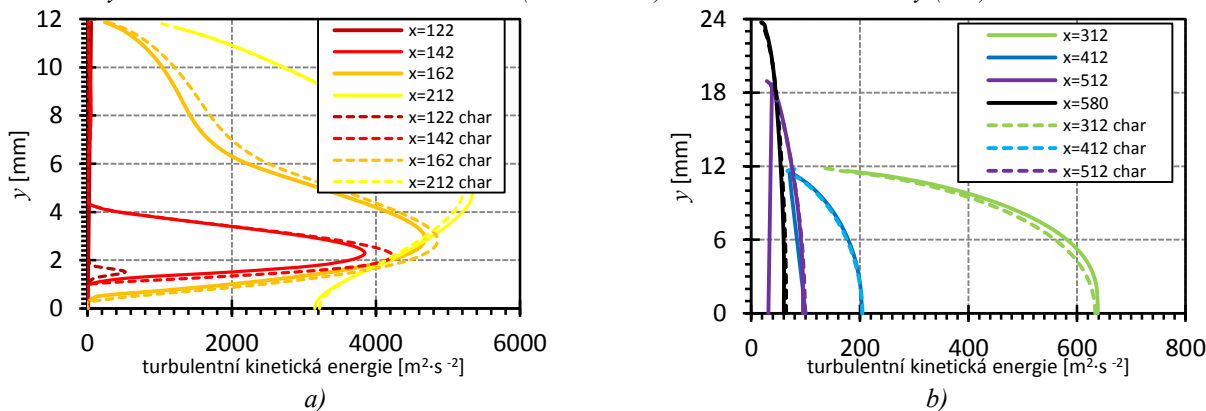
Přes tuto podobnost lze o málo nižší turbulentní kinetickou energii pozorovat spíše u optimalizované hnací trysky 40kPa-205. To platí zejména pro oblast blíže k odtokové hraně – přibližně do pozice 212 mm. Za touto pozicí turbulence v proudě zaniká téměř skokově a dosahuje řádově nižších hodnot. Na počátku oblasti intenzivního směšování naopak platí, že hodnoty turbulentní kinetické energie dosahují maximálních hodnot ze všech řešených protitlaků.



Obr. 87: Profily podélné složky rychlosti v různých pozicích [mm] ve směšovací komoře a difuzoru při protitlaku $p_4 = 40$ kPa, a) – neoptimálnější nalezená hnací tryska (40 kPa-205), b) – hnací tryska navržená metodou charakteristik (40kPa-char). Poloha odtokové hrany (exit) $x = 122$ mm.



Obr. 88: Porovnání profilů podélné složky rychlosti v různých pozicích [mm] ve směšovací komoře a difuzoru při protitlaku $p_4 = 40$ kPa, plnou čarou – neoptimálnější nalezená hnací tryska (40 kPa-205), přerušovaně – hnací tryska navržená metodou charakteristik (40kPa-char). Poloha odtokové hrany (exit) $x = 122$ mm.



Obr. 89: Porovnání profilů turbulentní kinetické energie v různých pozicích [mm] ve směšovací komoře a difuzoru při protitlaku $p_4 = 40$ kPa, plnou čarou – neoptimálnější nalezená hnací tryska (40 kPa-205), přerušovaně – hnací tryska navržená metodou charakteristik (40kPa-char). Poloha odtokové hrany (exit) $x = 122$ mm.

5.5.4. Závěry rozborů výsledků z hlediska mechaniky tekutin

Byl proveden rozbor výsledků optimalizace nadzvukové hnací trysky ejektoru, který se zaměřuje na hlediska mechaniky tekutin a klade si za cíl popsat jevy v ejektorech s optimalizovanou hnací tryskou. Je proveden i rozbor řešení hnacích trysek navržených metodou charakteristik a uvedená řešení jsou vzájemně porovnávána.

Tvarováním hnací trysky dosažené nejlepší účinnosti ejektoru jsou uvedeny v tab. 22. Zde jsou shrnuty i poměry rychlostí hnaného a hnacího proudu – ω , bezrozměrné vzdálenosti dosahu jádra hnacího proudu a konce oblasti intenzivního směšování a základní geometrické rozměry optimalizovaných trysek. Tabulka je doplněna o spočtené rovnice lineárně průměrované závislosti hnaného toku na toku hnacím.

Tab. 22: Shrnutí rozboru ejektorů s optimalizovanou hnací tryskou.

p_4 [kPa]	η_{ej}^* [%]	ω [m·s ⁻¹ / m·s ⁻¹]	$X^*_{u_{konst}}$ [-]	X^*_{uprof} [-]	$\alpha/2$ [°]	l [mm]	A_{exit}/A_{hr} [-]	$\dot{m}_2$ [kg·s ⁻¹]
20	30,9	432/125	1,25	12	-0,5	34	1,643	$3,2 \cdot \dot{m}_1 - 2,2$
30	32,6	440/160	2,6	> 12	1	30	1,304	$4,0 \cdot \dot{m}_1 - 4,1$
40	11,5	425/50	2	8	3,2	4	1,106	$2,9 \cdot \dot{m}_1 - 3,9$

Z tab. 22 a rozborů v podkapitolách 5.5.1. až 5.5.3. lze vyvodit následující závěry o optimální konstrukci nadzvukových hnacích trysek z pohledu mechaniky tekutin:

- 1) Optimalizovaná řešení hnacích trysek dosahují subsonických rychlostí hnaného proudu na odtokové hraně.
- 2) Účinnost ejektoru je jednoznačně závislá na vzájemné poloze konce oblasti intenzivního směšování a konce směšovací komory. Místo konce směšování je přitom ovlivněno průběhem turbulence, kterou hnací proud ve směšovací komoře produkuje. Tvar optimální hnací trysky je proto odvislý od rozměrů směšovací komory – zejména její délky.
- 3) Všechny optimalizované hnací trysky produkují vyrovnanější pole turbulentní kinetické energie podél směšovací komory než řešení s nižší účinností ejektoru.
- 4) Tryska navržená metodou charakteristik za účelem minimalizace ztrát v trysce samotné není obecně ideální tryskou z hlediska směšování. Ideální tvar trysky je totiž závislý na rozměrech směšovací komory (viz bod 2).
- 5) V případě zvětšení oblasti úplavu za odtokovou hranou trysky nemá v případě řešené geometrie ejektoru negativní vliv na účinnost.
- 6) Poměr průřezů optimalizované hnací trysky A_{exit}/A_{hr} se stoupajícím protitlakem klesá.
- 7) Úhel rozšíření na výstupu optimalizované hnací trysky se stoupajícím protitlakem stoupá.
- 8) S rostoucí účinností ejektoru stoupá poměr rychlostí hnacího a hnaného proudu ω .

Všechny uvedené závěry s výjimkou bodu 2) se váží na geometrii ejektoru, pro kterou byla provedena optimalizace v této práci.

Bod 2) je nejobecnějším i nejvýznamnějším závěrem uvedeného rozboru. V předchozím textu je totiž ukázáno, že tvar hnací trysky a rozměry směšovací komory jsou jednoznačně ve vzájemné korelaci. Tyler a Willanson ve své práci [76] určili, že optimální délka směšovací komory je dána místem, kde je dosaženo maxima statického tlaku. Závěry rozborů uvedených v této práci se s uvedeným předpokladem shodují – nejúčinnější jedinci s účinností

až $\eta_{ej}^* = 32 \%$ dosahují konce směšování právě na konci směšovací komory. Poloha maxima tlaku byla ale v minulosti vyšetřována pouze v závislosti na základních rozměrech ejektoru jako je poměr průřezů hnací trysky A_{exit}/A_{hr} , poměr rychlostí na odtokové hraně ω atd. Tvarování hnací trysky přitom nebylo bráno v potaz. V předchozích podkapitolách této práce je přitom ukázáno, že průběh směšování a tedy i poloha maxima tlaku ve směšovací komoře jsou jednoznačně ovlivněny turbulencí, která je při směšování produkována zejména hnacím proudem. Jejím tvarováním tak lze řídit průběh směšovacích procesů i při jinak neměnných charakteristických rozměrech ejektoru. Navíc se zdá, že rovnoměrněji distribuovaná turbulence podél směšovací komory je pro účinnost ejektoru výhodnější.

V této práci nalezené tvary optimalizovaných hnacích trysek jsou vzhledem k výše uvedenému jednoznačně ve vztahu s rozměry ejektoru, pro který byla optimalizace provedena a nelze proto nalezené tvary prohlásit za obecně výhodné.

Jak již bylo řečeno: optimální tvar hnací trysky je odvislý od průběhu turbulence ve směšovací komoře, kterou hnací proud z trysky v průběhu směšování produkuje. Turbulenci přitom při numerických simulacích pouze přibližně modelujeme. Dopouštíme se při tom řady zjednodušení a její popis proto není zcela korektní. Smykové oblasti proudu navíc patří do oblastí modelování turbulence, které jsou velmi problematické. Nelze proto předpokládat plnou shodu prezentovaných výsledků s případným experimentem. Na významu výsledků ovšem tento fakt podle autora neubírá, jelikož spojitost tvaru hnací trysky, délky směšovací komory a turbulence produkovévané hnacím proudem byla prokázána bez zřetele na to, jak přesně modelovaná turbulence odpovídá reálným dějům ve směšovací komoře.

6. Závěry doktorské disertační práce

Na základě mezioborového křížení mnoha postupů a metodik byl vyvinut nový algoritmus optimalizace, který je cíleně určen pro optimalizaci v oboru výpočetní mechaniky tekutin a je založen na principu evoluční strategie. Zdrojový kód algoritmu byl formulován v jazyce C a čítá okolo 1500 příkazových řádků. Funkčnost nového algoritmu je testována na unimodální a multimodální testovací funkci. Testy jsou prováděny i pro vnořenou část algoritmu, tzv. sub-evoluci. V rámci testování byly laděny proměnné parametry algoritmu s cílem maximálně urychlit evoluci ke globálnímu optimu, což ve výsledku vede na snížení počtu nutných volání cílové funkce. Čas výpočtu cílové funkce pomocí CFD metod je dále snižován pomocí morfování výpočetní sítě skrze sub-evoluci určenou posloupností individuí.

Nový algoritmus je implementován do CFD řešiče Fluent za účelem optimalizace nadzvukové hnací trysky ejektoru. Za tím účelem byl proveden rozbor nejdůležitějších částí numerického řešení založeného na metodě konečných objemů. Na experimentálním modelu dvourozměrného supersonického ejektoru byla provedena barevná a černobílá optická pozorování a pneumatická měření a výsledky experimentu jsou porovnávány s výsledky numerických simulací. Je ověřováno několik variant numerických simulací a porovnáváno několik – v současnosti nejrozšířenějších – dvourovnicových modelů turbulentní vazkosti. Pro kvalitnější vzájemné porovnání šlírových a numericky spočtených obrazů proudových polí byla odvozena metoda, která pomocí teoretických vztahů převádí numericky spočtená proudová pole do černobílého šlírového zobrazení. Na základě porovnání proudových polí byl vybrán nejvhodnější model turbulentní vazkosti $k - \omega$ SST, který byl dále použit pro optimalizační výpočty.

Výchozím stavem optimalizace je supersonický ejektor s rovinoplochou směšovací komorou, ve kterém při návrhovém režimu hnací i hnaný proud překračují rychlost zvuku. Optimalizována je nadzvuková hnací tryska ejektoru a její přilehlé okolí s cílem maximalizovat entalpickou účinnost ejektoru. Tvar hnací trysky je aproximován pomocí kubického splajnu se sedmi volnými parametry a její optimalizace je provedena pro pracovní protitlaky ejektoru (20, 30 a 40) kPa. Zbytek ejektoru zůstává během optimalizace neměnný. Výsledky jsou podrobeny statistickému a evolučnímu rozboru a jsou analyzovány úspěšnosti algoritmu a sub-algoritmu. Dále je provedena analýza hnacích trysek a jejich proudových polí v ejektorech z hlediska mechaniky tekutin. Je provedeno porovnání optimalizovaných hnacích trysek, trysek navržených metodou charakteristik a trysek, které dosahují při podobných charakteristických rozměrech nižší účinnosti ejektoru. Z provedených rozborů a analýz jsou formulovány závěry, které shrnují poznatky o optimálním tvaru hnací trysky ve vztahu k rozměrům a tvaru směšovací komory.

6.1. Výsledky v oboru optimalizace v mechanice tekutin

Byl navržen, naprogramován a testován nový algoritmus optimalizace, který je přímo určen pro spojení s výpočetní mechanikou tekutin. Navržený algoritmus využívá postupy založené na evoluční strategii. Ke zlepšení cílové funkce vede genetický algoritmus, který využívá vnořeného genetického sub-algoritmu k řazení jednotlivců nově zformovaných generací podle jejich geometrické podoby. Hodnocení jedinců cílovou funkcí je v nalezené posloupnosti realizováno prostředky výpočetní mechaniky tekutin. Při přechodu numerických

simulací mezi jedinci v seřazené posloupnosti je využíváno morfování výpočetní sítě a zachování veličin proudového pole.

Zdrojový kód byl sestaven v jazyce C, kompilován pomocí uživatelsky definovaných funkcí a maker do programu Fluent a odladěn pomocí testovacích funkcí a vybrané úlohy. Kompletní zdrojový kód je přílohou 1 této práce. Výsledkem testování jsou následující závěry:

Evoluční algoritmus

- 1) Pro hledání globálního maxima na unimodální testovací funkci byl algoritmus schopen nalézt optimum ve všech případech nastavení evolučních operátorů. Nejeftivnější je pravděpodobnost mutace $PM = 0,3$ a selekční tlaku $SP = 2$, které naleznou přijatelné optimum na konci 3. generace při mikro velikosti populace $S = 10$ jedinců.
- 2) Pro hledání optima na multimodální *Schwefelově* testovací funkci je vhodné navýšit počet individuí na $S = 20$. K nalezení uspokojivého řešení pak dojde do 500 volání cílové funkce. K nalezení přesné polohy extrému nedojde ani do konce 50. generace.

Sub-evoluční algoritmus – řazení

- 1) Algoritmus sub-evoluce (řazení geometrií do posloupnosti) prokázal schopnost zlepšit tvarovou podobu sousedních jedinců v posloupnosti. Řazením došlo k průměrnému zlepšení morfovací vzdálenosti okrajového uzlu geometrie na přibližně polovinu původní hodnoty. Počet sub-generací nutných k efektivnímu seřazení geometrií se sedmi volnými parametry se pohybuje v řádu tisíců. Vzhledem k rychlosti vyčíslení cílové funkce se jedná o strojní čas v řádech sekund až minut.
- 2) Třemi nezávislými běhy navrženého optimalizačního algoritmu při optimalizaci nadzvukové hnací trysky ejektoru s mírně odlišnými okrajovými podmínkami bylo potvrzeno, že nový algoritmus dosahuje při optimalizaci hnací trysky ejektoru výrazné úspory strojního času. Ve srovnání se standardním evolučním algoritmem bylo použitím řazení geometrií a morfováním výpočetní sítě dosaženo úspory 90 % původního času. Průměrná efektivita řazení geometrií všech optimalizací dosáhla $\eta_{SUB} = 0,51$. Během vyčíslení cílové funkce celkového počtu 814 jedinců (CFD simulací) navíc nedošlo ani k jednomu pádu řešiče.

Vzhledem k výše uvedeným výsledkům testování prokázal nově formulovaný postup schopnost řešit i relativně komplikované (multimodální) problémy při udržitelném počtu volání cílové funkce a zároveň bylo řazením a morfováním docíleno snížení doby potřebné na vyčíslení jedné hodnoty cílové funkce pomocí numerických simulací na zlomek obvyklého času.

Algoritmus testováním prokázal schopnosti potřebné k optimalizaci nadzvukové hnací trysky supersonického ejektoru, k čemuž je sestaven „na míru“, zejména s ohledem na rovinnou symetričnost problému. Přes tuto účelovost je nový postup založen na obecně platných principech, které po úpravě kódu lze aplikovat i na plně prostorově tvarované problémy a jeho využití proto není omezeno počtem dimenzí problému. V budoucnu lze proto navázat na uvedenou práci a myšlenku sub-evoluce rozšířit i o obecné prostorové problémy.

Autorovi není známo, že by v současné době existoval optimalizační postup, založený na spojení principů řazení geometrií a morfování výpočetní sítě. Autorovi není znám ani jiný případ využití tvarové podobnosti v oboru optimalizace ve výpočetní mechanice tekutin.

6.2. Výsledky v oboru výpočetní mechanika tekutin

Model turbulentní vazkosti

Byly provedeny numerické simulace proudových polí v supersonickém ejektoru. Ověřovány jsou režimy, ve kterých hnací i hnaný proud dosahují nadzvukových rychlostí. Simulace jsou provedeny pro různé modely turbulentní vazkosti, které jsou založeny na přístupu využívajícím RANS rovnic. Testován je i model, který nezahrnuje turbulentní vazkost (laminární) a model, který řeší přímo *Reynoldsova* napětí (RSM). Jsou porovnávány výsledky simulací a experimentů a lze uvést následující závěry:

- 1) Strukturu rázových vln, jejich odraz a vzájemnou interakci zachycují nejlépe modely laminární a RSM. Dobrého zachycení je dosaženo pomocí $k - \omega$ SST. Tyto modely korektně zachycují šikmou rázovou vlnu, vycházející od odtokové hrany, a její interakci s laminární mezní vrstvou na stěně směšovací komory, důsledkem čehož v oblasti před odtržením vzniká oblast expanze. Modely $k - \varepsilon$ popisují uvedené problémy velmi neúplně, jelikož odtržení a oblast expanze nezachycují. Proudová struktura dále po proudu je pak touto absencí expanze negativně ovlivněna.
- 2) Vývoj tloušťky smykové vrstvy podél směšovací komory je pro laminární model silně podhodnocen, přestože na počátku – odtokové hraně – je předpovězen korektně. Nejlépe vývoj smykové vrstvy zachycuje model RSM a $k - \omega$ SST, přestože není v tomto ohledu mezi všemi sledovanými modely zahrnujícími turbulenci velkých rozdílů.
- 3) Pro statické tlaky na stěně směšovací komory nebyla nalezena stoprocentní shoda s výsledky měření ani pro jeden sledovaný model. Rozdíl lze nalézt zejména na počátku směšovací komory. Shodu lze ovšem označit za dostačující.
- 4) Na základě uvedených rozborů a rešeršních prací byl pro simulaci proudění v ejektorech se supersonickým hnacím proudem vybrán jako nejvhodnější model turbulentní vazkosti $k - \omega$ SST.

Řešič a morfování výpočetní sítě

Ověřován je vliv morfování výpočetní sítě hnací trysky ejektoru na rychlost konvergence a stabilitu numerického řešení. Při procesu morfování je zachováno celé proudové pole předešlé varianty a je prokázáno, že tímto postupem lze výrazně zkrátit počet iteračních kroků nutných ke konvergenci nové varianty. Dalšího snížení počtu iteračních kroků lze docílit změnou sdruženého výpočtu rovnic tlaku a rychlosti. V této práci se osvědčila kombinace algoritmu sdružení výpočtu tlaku a rychlosti SIMPLE v počátečních fázích výpočtu a algoritmu COUPLED v pokročilé fázi.

6.3. Výsledky v oboru experimentální metody

Bylo provedeno optické pozorování proudového pole dvourozměrného supersonického ejektoru pomocí barevných a černobílých šlírových obrazů. Ověřovány jsou režimy, kdy hnací i hnaný proud dosahují nadzvukových rychlostí. Během černobílých experimentů je zjišťována poloha nožového břitů. Toho je využito při porovnání výsledků experimentu s výsledky numerických simulací. Pro přesnější porovnání polí získaných numerickými simulacemi a experimentální

cestou je na základě teoretických vztahů odvozena metoda, která převádí numericky vypočtená pole hustot na pole odklonu paprsků, přičemž je brán v úvahu třetí rozměr, tedy hloubka experimentu.

Autorovi není známo, že by v současné době existovala a byla publikována metoda na převod polí statické hustoty do polí odklonu světelného paprsku, která bere v úvahu hloubku kvazi-dvourozměrného experimentu.

6.4. Výsledky v oboru dynamika plynů

Byly provedeny optimalizace nadzvukové hnací trysky dvojrozměrného ejektoru s rovnoplochnou směšovací komorou s cílem maximalizovat entalpickou účinnost ejektoru. Hnací tryska byla parametrizována pomocí kubického splajnu řízeného sedmi volnými parametry. Ostatní rozměry ejektoru byly během optimalizace zachovány neměnné. Optimalizace byly provedeny pro protitlaky $p_4 = (20, 30, 40) \text{ kPa}$ a bylo během nich spočteno 377, 228 a 209 variant řešení. Výsledky těchto variant jsou přílohami č. 2, 3, 4. Je provedeno statistické vyhodnocení optimalizace a jsou diskutovány vlastnosti nejlepších řešení na základě rozborů z hlediska mechaniky tekutin. Závěry lze shrnout do následujících bodů:

- 1) Všechna optimalizovaná řešení hnacích trysek dosahují subsonických rychlostí sekundárního proudu.
- 2) Řešení při protitlaku 30 a 40 kPa narazila na horní omezující rozměr parametru, který měl definovat polohu hrdla. Řešení při protitlaku 20 kPa nebylo ovlivněno dosažením žádných mezí.
- 3) Průměrný hmotnostní tok nasávaný ejektorem je při průměrování přibližně lineárně závislý na hmotnostním průtoku hnacího vzduchu, přičemž rozptyl účinnosti, který lze ovlivnit geometrickými parametry hnací trysky je $\Delta\eta_{ej} = \pm 15 \%$.
- 4) Nejvyšší dosažená účinnost ejektoru $\eta_{ej} = 33,6 \%$ byla nalezena pro protitlak 30 kPa. Při 20 a 40 kPa bylo dosaženo $\eta_{ej} = 30,9 \%$, respektive $\eta_{ej} = 11,6 \%$.
- 5) Statistické zpracování výsledků lze shrnout do závěru, že největší vliv na entalpickou účinnost ejektorů mají parametry řídící rozměr hrdla a výstupní průřez hnací trysky. Vliv parametrů mezi těmito dvěma průřezy ovšem není zanedbatelný a lze jimi ovlivnit výslednou účinnost ejektoru přibližně o $\Delta\eta_{ej} = \pm 10 \%$.
- 6) Poměr průřezů optimalizované hnací trysky A_{exit}/A_{hr} se stoupajícím protitlakem klesá.
- 7) Úhel výstupu, $\alpha/2$, optimalizované hnací trysky se stoupajícím protitlakem stoupá.
- 8) S rostoucí účinností ejektoru stoupá poměr rychlostí hnacího a hnaného proudu ω .
- 9) Účinnost ejektoru je jednoznačně závislá na vzájemné poloze konce směšovací komory a poloze konce oblasti intenzivního směšování. Ten je přitom ovlivněn průběhem turbulence, kterou hnací proud z trysky v průběhu směšování produkuje. Tvar optimální hnací trysky je proto závislý na rozměrech i tvaru směšovací komory.
- 10) Všechny optimalizované hnací trysky produkují vyrovnanější pole turbulentní kinetické energie podél směšovací komory než řešení s nižší účinností ejektoru.
- 11) Z porovnání optimalizovaných hnacích trysek a trysek navržených metodou charakteristik plyne závěr, že tryska navržená metodou charakteristik za účelem

minimalizace ztrát v trysce samotné, není obecně ideálně tvarovanou tryskou z hlediska směřování. Toto konstatování je zřejmě opět odvislé od rozměrů směřovací komory.

Vyhodnocení proudových polí je možné shrnout do závěru, že optimální tvar hnací trysky je takový, se kterým je dosaženo konce směřování právě na konci směřovací komory, tj. na začátku difuzoru. Tento faktor přitom převažuje nad kvalitou samotné trysky, jelikož i relativně dokonale navržená hnací tryska nemusí být ideální z hlediska směřování v dané geometrii ejektoru. Tvar optimální hnací trysky je tak jednoznačně spojen s geometrií ejektoru, zejména s délkou a výškou směřovací komory. Optimální tvary hnacích trysek nalezené v této práci tak mají platnost pouze pro danou geometrii ejektoru.

Optimální tvar hnací trysky je odvislý od průběhu turbulence ve směřovací komoře, kterou hnací proud z trysky v průběhu směřování produkuje. Turbulenci přitom při numerických simulacích pouze přibližně modelujeme. Dopouštíme se při tom řady zjednodušení a její popis proto není zcela korektní. Nelze proto předpokládat plnou shodu prezentovaných výsledků s případným experimentem. Na významu výsledků ovšem tento fakt podle autora neubírá, jelikož spojitost tvaru hnací trysky, délky směřovací komory a turbulence produkované hnacím proudem byla prokázána bez zřetele na to, jak přesně modelovaná turbulence odpovídá reálným dějům ve směřovací komoře.

V minulosti byly prováděny analýzy směřovacích procesů zejména v závislosti na různých podobnostních kritériích a základních rozměrech ejektorů. Při pokusech o přenos výsledků prací jednoho autora na jiné zařízení však docházelo k výrazným neshodám. Tato práce objasňuje původ těchto neshod. Použitá podobnostní kritéria totiž nezahrnují vliv turbulence, (tedy tvaru trysky) která, jak je v této práci ukázáno, hraje velmi významnou roli.

6.5. Možné cíle navazujících prací

Cílem dalších prací by mělo být zejména zobecnění uvedeného algoritmu na vícerozměrné problémy. Uvedený princip sub-algoritmu řazení geometrií je platný i v případě plně třírozměrného problému a je tak nutné zejména zkompileovat potřebný zdrojový kód. Dále je možné uvažovat o změně kritéria užitého pro řazení. Největším nedostatkem sub-algoritmu v předkládané práci je, že vzhledem k použité parametrizaci jsou geometrie řazeny do posloupnosti zejména podle parametrů subsonické části trysky. Tato část trysky přitom ovlivňuje děje ve směřovací komoře pouze minimálně. Modifikované kritérium řazení by proto mělo zohledňovat vliv jednotlivých geometrických parametrů na aerodynamické děje. Kritériem řazení by proto v budoucích pracích mohla být „aerodynamická“ vzdálenost. S takto modifikovaným kódem je vhodné zopakovat optimalizaci hnací trysky ejektoru a to v komplexnější formě, kdy rozměry směřovací komory, zejména délka, nebudou konstantní. Výsledkem by měla být úplněji optimalizovaná geometrie ejektoru, než je tomu v případě této práce. Vhodným cílem dalších prací je také experimentální ověření výsledků.

Použitá literatura:

- [1] ČSAV. *Ejekční aerodynamický tunel ÚVS pro vysoké rychlosti: Technická zpráva č. 14/58*. Praha: ČSAV, Ústav pro výzkum strojů.
- [2] Chen J. - Wang Z. G. - Wu J. - Xu W. Effect of Second-throat on the Performance of Supersonic Ejector. *Technological Sciences*, 2012, vol. 55, p. 2530–2537.
- [3] Chen J. - Wu J. - Wang Z. G. The Effect of Secondary Flows on the Starting Pressure for a Second-throat supersonic Ejector. *Journal of Thermal Science*, 2011, vol. 20, no. 6, p. 503–509.
- [4] Porter J. L. - Squyers R. A. *A Summary/Overview of Ejector Augmentor Theory and Performance: ATC Report No. R-91100/9CR-47A*. Dalas: Vought Corp. Advanced Technology, 1981.
- [5] Keenan J. H., Neumann E. P. A. Simple Air Ejector. *Journal of Applied Mechanics*, Trans. ASME, 1942, p. A75–A81.
- [6] Keenan J. H., Neumann, E. P. An Investigation of Ejector Design by Analysis and Experiment. *Journal of Applied Mechanics*, Trans. ASME 72, 1950, p. 299–309.
- [7] Abramovič G. N., *Aplikovaná dynamika plynů*. Praha: Technicko vědecké nakladatelství, 1952. 353 s.
- [8] Dvořák V. *Výzkum a optimalizace proudění v ejektorech*: habilitační práce. Liberec: Technická univerzita v Liberci, Fakulta strojní, 2010. 130 l.
- [9] Watanawanavet S. *Optimization of a High-Efficiency Jet Ejector by Computational Fluid Dynamics Software*: MSc Thesis. Texas: A&M University, 2005.
- [10] Goff J. A. - Coogan C. H. Some Two-dimensional Aspects of The Ejector Problem. *Journal of Applied Mechanics*, 1942, p. A151–A154.
- [11] Moeckel W. E. *Interaction of Oblique Shock Waves with Regions of Variable Pressure, Entropy and Energy: technical report NACA TN 2725*, Washington: NASA, 1952.
- [12] Šafařík P. *Užití metody charakteristik při výpočtech proudění v lopatkových mřížích: Technická zpráva ČSAV T-178/75*. Praha: ČSAV, Ústav termodynamiky, 1976.
- [13] Šafařík P. *Supersonické proudění ve výstupní části lopatkové mříže: Technická zpráva ČSAV Z-522/76*. Praha: ČSAV, Ústav termomechaniky, 1976.
- [14] Shapiro A. H. *The dynamics and thermodynamics of compressible fluid flow, Vol. 1*. New York: The Ronald Press Company, 1953. 647 p. ISBN 978-0471066910.
- [15] Howarth L. - Squire H. B. - Lock C. N. H. *Modern Developments in Fluid Dynamics: High Speed Flow, Vol II*. London: Oxford university, 1956. 875 p.
- [16] Anderson J. D. Jr. *Modern Compressible Flow: With Historical Perspective*. 3rd edition. New York, McGraw-Hill Book Company, 1976. 460 p. ISBN 978-0072424430.
- [17] Zhao Y. X., *Experimental Investigation of Spatiotemporal Structures of Supersonic Mixing Layer*: PhD Thesis. Changsha, China: National University of Defence Technology, 2008.
- [18] DeFrate, L. A. - Hoerl, A. E. Optimum Design of Ejectors Using Digital Computers, Computer Techniques. *Chemical Engineering Progress Symposium*, 1959, vol. 55 (21), p. 43–51.
- [19] Quin C. - Jiming C. - Guangming C. Multi-objective Optimization of Supersonic-supersonic Ejectors. *High Power Laser and Particle Beams* 24 (5), 2012, p. 1043–1046.
- [20] Zhu Y. H. - Cai W. J. - Wen C. Y. et al. Numerical Investigation of Geometry Parameters for Design of High Performance Ejectors. *Applied Thermal Engineering*, 2009, vol. 29 (5-6), p. 898–905.

- [21] Duton J. C. - Mikkelsen C. D. - Addy A. L. A Theoretical and Experimental Investigation of the Constant Area Supersonic Ejector. *AIAA Journal*, 1982, vol. 20 (10), p. 1392–1400.
- [22] Mikkelsen C. D. - Sandberg M. R. - Addy A. L. *Technical Report: Theoretical and Experimental Analysis of the Constant-area, Supersonic-supersonic Ejector*. Illinois, USA: Illinois University, Dept. of Mechanical and Industrial Engineering, 1976.
- [23] Bauer R. – German R. *The Effect of Second Throat Geometry on the Performance of Ejector without Induced Flow: Technical report*. Washington: USAF Rocket Test Facility, 1961.
- [24] Kumaran R. M. - Vivekanand P. K. Sundararajan T. et al. Optimization of Second Throat Ejectors for High-altitude Test Facility. *Journal Propulsion Power*, 2009, vol. 25 (3), p. 697–706.
- [25] Dvořák V. Optimized Axi-symmetric ejector – Experimental and Numerical Investigation. *Proceeding of the Conference Experimental Fluid Mechanics 2009*. Liberec: TU v Liberci, 2009, p. 34–43.
- [26] Dvořák V. Numerical Computation of Efficiency Curve of Ejector. *Proceeding of the Conference ANSYS 2007: Part I. – CFD/FSI*. Tech-Soft Engineering Praha, 2007, p. 149–156.
- [27] Dvořák V. Shape Optimization of Axisymmetric Ejector. *Proceeding of the Conference European Conference on Computational Fluid Dynamics – ECCOMAS CFD*. TU Delft, 2006, p. 1598–1605.
- [28] Dvořák V. *Proudové procesy v ejektoru: Doktorská disertační práce*, Liberec: Technická univerzita v Liberci, Fakulta strojní, 2003. 100 l.
- [29] Fabri J. - Palon J. *Technical report no. 1440: Theory and Experiments on Supersonic Air-to-Air Ejector*. Washington: NACATM, 1958.
- [30] Michalewicz Z. - Fogel D. B. *How to Solve It: Modern Heuristic*: 2nd edition. Berlin: Springer-Verlag, 2004. 400 p.
- [31] Whitley D. - Starkweather T. - Fuquay D. A. Scheduling Problems and Traveling Salesman: The Genetic Recombination Operator. *Proceedings of the Third International Conference on Genetic Algorithms*. San Mateo (California): Morgan Kaufmann, 1989, p. 133–140.
- [32] Ryjáček Z. *Teorie grafů a diskrétní optimalizace 1 a 2*. [online], revize ze dne 5. 2. 2011. Plzeň: ZČU v Plzni. Dostupné na WWW: <http://www.cam.zcu.cz/~ryjacek/students/ps/TGD1.pdf>
- [33] Sládek A. *Optimalizační metody pro úlohy mechaniky tekutin*. Doktorská disertační práce. Praha: ČVUT v Praze, Fakulta strojní, 2006. 93 l.
- [34] Bonnans J. F. - Gilbert J. Ch. - Lemaréchal C. - Sagastizábal C. A. - *Numerical Optimization – Theoretical and Practical Aspects*. 2nd edition. Berlin: Springer-Verlag, 2006, 494 p. ISBN 978-3-540-35447-5.
- [35] Hynek J. *Genetické Algoritmy a genetické programování*. Praha: Grada Publishing, a.s., 2008. 182 l. ISBN 978-80-247-2695-3.
- [36] Zelinka I. et al. *Evoluční výpočetní techniky*. Praha: BEN-technická literatura, 2008. 534 l. ISBN 978-80-7300-218-3.
- [37] Zelinka I. *Umělá inteligence v problémech globální optimalizace*. Praha: BEN-technická literatura, 2002. 189 l. ISBN 80-7300-069-5.
- [38] Vesterstrom J. *Particle Swarms Extensions for Improved Local, Multi-modal, and Dynamic Search in Numerical Optimization*. MSc thesis, Aarhus (Denmark): University Aarhus, Dept. Computer Science, 2002. 110 l.

- [39] Wolpert D. H. - Macready W. G. *Technical Report: No Free Lunch Theorems for Search*. Santa Fee Institute, 1995. *SFI-TR-95-02-0100*.
- [40] Most T. - Will J. *Meta-model of Optimal Prognosis*. [online], revize ze dne 1. 6. 2008. Weimar (Germany): Dynardo, 2008. Dostupný online na WWW: www.dynardo.de/en/library.
- [41] Forth S. A. - Staningford D. W. F. - Dawson P. An Adjoint Solver for an Industrial CFD Code via Automatic Differentiation. *Proceeding of Fourth International Workshop on Automatic Differentiation*. Chicago (USA): University of Chicago, 2004, p. 192–205.
- [42] Praveen C. *Technical report: Adjoint Code Development and Optimization Using Automatic Diferentiation*. Bangalore (India): National Aerospace Laboratories, 2006.
- [43] Courty F. - Dervieux A. - Koobus B. - Hascoet L. Reverse Automatic Differentiation for Optimum Design: From Adjoint State Assembly to Gradient Computation. *Optimization Methods and Software*, 2003, vol, 26 (6), p. 615–627.
- [44] ANSYS, Inc. *ANSYS FLUENT Adjoint Solver*. Canonsburg (USA): ANSYS, Inc., 2011.
- [45] Breittkopf P. - Coelho R. F. *Multidisciplinary Design Optimization in Computational Mechanics*. Weinheim (Germany): Wiley-ISTE, 2010. 576 p. ISBN: 978-1-84821-138-4
- [46] ANSYS, Inc. *Fluent Handbook*. Lebanon (USA): ANSYS, Inc., 2012.
- [47] Biancolini M. E. - Cella U. Optimization of Wing Efficiency vs. Sweep Angles Using Mesh Morphing. *Proceedings of International CAE Conference*. Milano (Italy): Politecnico di Milano, 2012, p. 90–97.
- [48] Holland J. H. *Adaption in Natural and Artificial Systems*. Michigan (USA): The University of Michigan Press, 1992. 211 p. ISBN: 978-02-625-8111-0.
- [49] Tang B. Orthogonal Array-Based Latin Hypercubes. *Journal of the American Statistical Association*, 1993, vol. 88 (424), p. 1392–1397.
- [50] Starkweather T. - McDaniel S. - Mathias K. - Whitley C. - Whitley D. A Comparison of Genetic Sequencing Operators. *Proceeeding of the Fourth International Conference on Genetic Algorithms*. San Mateo (California): Morgan Kaufmann, 1991, p. 69–76.
- [51] Szollos A. - Šmíd M. - Hájek J. Aerodynamic Optimization via Multi-objective Micro-genetic Algorithm with Range Adaption, Knowledge-based Reinitialization, Crowding and ϵ -dominance. *Advances in Engineering Software*, 2009, vol 40, p. 419–430.
- [52] Mokřý M. *Aerodynamická měření Machovým-Zenderovým interferometrem: Technická zpráva číslo Z-239/67*. Praha: ČSAV, Ústav termomechaniky, 1967.
- [53] Řezníček R. *Visualizace proudění – optické metody vyšetřování proudění tekutin*. Praha: Nakladatelství ČSAV Academia, 1972. 176 l.
- [54] Speak G. S. - Walters D. J. *Optical Considerations and Limitations of Schlieren Method*. London: HMSO London, 1954. 25 l.
- [55] VZLÚ Praha, *Šlírovací přístroj Zeis-80*. Praha: Laboratoř vysokých rychlostí VZLÚ, 1960. 25 l.
- [56] Pradipta K. P. - Krisnamurthy M. *Schlieren and Shadowgraph Methods in Heat and Mass Transfer*. New York: Springer, 2012. 136 p. ISBN 978-1461445340.
- [57] Edlén B. *Meteorologia* 2. 1964.
- [58] Versteeg H. K. - Malalasekera W. *An introduction to fluid dynamics*. Harlow (England): Pearson Education Limited, 2007, 503 p. ISBN 978-0-13-127498-3.

- [59] Příhoda J. - Louda P. *Matematické modelování turbulentního proudění*. Praha: Nakladatelství ČVUT, 2007. 111 l. ISBN 978-80-01-03623-5.
- [60] Reynolds O. On the Dynamical Theory of Incompressible Viscos Fluids and the Determination of the Criterion. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London ser. A*. London, 1895, p. 123–161.
- [61] Patel V. C. - Rodi W. - Shaurerer G. Turbulence Models for Near-wall and Low Reynolds Number Flows, a Review. *AIAA Journal*, 1985, vol 23, pp. 1308–1319.
- [62] Shih T. H. - Liou W. W. - Shabbir A. - Yang Z. - Zhu J. New k-epsilon Eddy Viscosity Model for High Reynolds Number Turbulent Flows. *Computers & Fluids*, 1995, vol. 24, p. 227–238.
- [63] Kok J. C. Resolving the Dependency on Free-Stream Values for the K-omega Turbulence Model. *AIAA Journal*, 1999, vol. 38 (7), p. 1292–1295.
- [64] Wilcox D. Reassessment of the scale determining equation for advanced turbulent models. *AIAA Journal*, 1988, vol. 26 (11), p. 1299–1310.
- [65] Menter, F. R. Two-equations Eddy-viscosity turbulence models for engineering applications. *AIAA Journal*, 1994, vol. 32 (8), p. 1598–1605.
- [66] Yanagisawa Y. - Akahani J. - Satoh T. Shape-based Similarity Query for Trajectories of Mobile Objects. *Proceeding of Conference Mobile Data Management*, Berlin: Springer-Verlag, 2003, p. 63–77.
- [67] Aichholzer O. - Alt H. - Rote G. Matching shapes with a reference point. *International Journal of Computational Geometry and Applications*. 1997, vol. 7, p. 349–363.
- [68] Veltkamp R. C. Shape Matching: Similarity Measures and Algorithms. *Proceeding of International Conference on Shape Modeling and Applications*, Genoa (Italy): IEEE Computer Society, 2001, p. 188–197.
- [69] Alt H. - Behrends B. - Blomer J. Approximate matching of polygonal shapes. *Annals of Mathematics and Artificial Intelligence*, 1995, vol. 13, p. 251–265.
- [70] Alt H. - Fuchs U. - Rote G. - Weber G. Matching Convex Shapes with Respect to the Symmetric Difference. *Proceedings of the 4th Annual European Symposium on Algorithms*, Barcelona: Springer, 1996, p. 320–333.
- [71] Dvořák R. - Kozel K. *Matematické modelování v aerodynamice*. Praha: Vydavatelství ČVUT, 1996, 356 l. ISBN 80-01-01541-6.
- [72] Konietzky H. - Schlegel R. Using Sensitivity Analysis and Optimization for Civil Engineering and Geotechnical Applications. *Proceeding of Optimization and Stochastic Days 4.0*, Weirmair (Germany): Dinardo, 2007. p. 211–223.
- [73] Herout P. *Učebnice jazyka C*. České Budějovice: KOPP, 2004, 271 l. ISBN 80-7232-220-6.
- [74] Dont M. *Elementy numerické lineární algebry*. Praha: Vydavatelství ČVUT, 2004. ISBN 80-01-02969-7.
- [75] Stupka O. *Variabilní měřicí prostor pro supersonický aerodynamický tunel*. Diplomová práce, Liberec: Technická univerzita v Liberci, Fakulta strojní, 2010. 105 l.
- [76] Tyler R. A. - Williamson R. G. *Confined Mixing of Coaxial Flows: Aeronautical Report LR-602, NRC no. 18831*, Ottawa: National Research Council of Canada, Division of Mechanical Engineering, 1980.


```

while(nalez==0){
fgets(str,DELKA,fr_zad);
if(strstr(str,start)!=0)
nalez++; }
for(rad=0;rad<10;rad++){
x_r[rad]=0;
p_r[rad]=0; }
rad=0;
par=0;
while((znak=getc(fr_zad))!=EOF){
if (znak==' '){
fscanf(fr_zad,"%d",&n_soub);
Message("\nN=%d",n_soub);
if(n_soub!=N){
Message("\n ERROR pocet intervalu splajnu v souboru zadani a v makru
nesedi");
goto konec; } }
if (znak==' '){
fscanf(fr_zad,"%d",&p_soub);
Message("\nP=%d",p_soub);
if(p_soub!=P){
Message("\n ERROR pocet promennych parametru splajnu v souboru
zadani a v makru nesedi");
goto konec; }
if (znak==' '){
fscanf(fr_zad,"%f",&Y_MIN);
Message("\nY_MIN=%f",Y_MIN); }
if (znak==' '){
fscanf(fr_zad,"%f",&Y_MAX);
Message("\nY_MAX=%f",Y_MAX);
if(Y_MIN>Y_MAX){
Message("\nERROR chybné zadane dolni a horni mezni rozmery
splajnu");
goto konec; } }
if (znak=='/'){
fscanf(fr_zad,"%f",&x_r[rad]);
fscanf(fr_zad,"%f",&d_mez_r[rad]);
fscanf(fr_zad,"%f",&h_mez_r[rad]);
fscanf(fr_zad,"%d",&k_p[rad]);
Message("\n%d\tx=%f\t d_mez=%f\t h_mez=%f\t k_p=%d",rad,x_r[rad],d_
mez_r[rad],h_mez_r[rad],k_p[rad]); rad++; } }
par=0;
for(rad=0;rad<(N+3);rad++){
if(k_p[rad]!=1000){
x[par]=x_r[rad];
d_mez[par]=d_mez_r[rad];
h_mez[par]=h_mez_r[rad];
par++; }
if (fclose(fr_zad)==EOF)
Message("\n soubor: %s se nepodario uzavrit", cesta_zadani);
srand((unsigned int) time(NULL));
for(s=0;s<S;s++){
p[0][s][P]=s;
for(par=0;par<P;par++){
p[0][s][par]=d_mez[par]+((h_mez[par]-d_mez[par])/ROZSAH*(rand() %
ROZSAH)); } }
Message("\n NAČTENÉ, INICIALIZOVÁNO NÁHODNĚ DO MEZÍ
PARAMETRŮ"); }
sprintf(gen,"%i",
g);strcpy(cesta_sub_in,cesta_init);strcpy(cesta_sub_in,pre_sub);strcpy(cesta_
sub_in,gen);
strcpy(cesta_sub_in,post_sub_in);
if ((fw_sub_in=fopen(cesta_sub_in,"w"))==NULL){
Message("\n otevoreni souboru: %s se nezdarilo",cesta_sub_in);
goto konec;}
for(rad=0;rad<(N+3);rad++){sken[0][rad]=k_p[rad];
for(rad=0;rad<(N+3);rad++){
sken[1][rad]=x_r[rad];
for(s=0;s<S;s++){
par=0;
for(rad=0;rad<(N+3);rad++){
if(sken[0][rad]!=1000){
sken[s+2][rad]=p[0][s][par];
par++;}
else
sken[s+2][rad]=d_mez_r[rad];}
sken[s+2][N+3]=s;
for(s=0;s<2;s++){
for(rad=0;rad<(N+3);rad++){
fprintf(fw_sub_in,"%f\t",sken[s][rad]);
fprintf(fw_sub_in,"\n");}
for(s=0;s<S;s++){
fprintf(fw_sub_in,"\n");
for(rad=0;rad<=(N+3);rad++){
fprintf(fw_sub_in,"%f\t",sken[s+2][rad]);}
if (fclose(fw_sub_in)==EOF){
Message("\n zavreni souboru: %s se nezdarilo",cesta_sub_in);

```

```

goto konec;}
ok=KONST;
if((ok=razeni_sub(g,Y_MAX,Y_MIN))==1)
Message("\n ŘÁZENÍ proběhlo OK");
if(ok!=1){
Message("\n ERROR řazení ");
goto konec; }
if(s_fl!=0){
s_hodn_max=0.0;
m_in1[s_fl-1]=0.0;
m_in2[s_fl-1]=0.0;
m_out[s_fl-1]=0.0;
begin_f_loop(f,p_tf_in1){
F_AREA(B,f,p_tf_in1);
dens=(F_P(f,p_tf_in1)+POP)/(F_T(f,p_tf_in1)*R);
vel=sqrt(F_V(f,p_tf_in1)*F_V(f,p_tf_in1)+F_U(f,p_tf_in1)*F_U(f,p_tf_in
1));
hm=vel*N*_MAG(B)*dens;
m_in1[s_fl-1]+= hm;
end_f_loop(f,p_tf_in1);
begin_f_loop(f,p_tf_in2){
F_AREA(C,f,p_tf_in2);
dens=(F_P(f,p_tf_in2)+POP)/(F_T(f,p_tf_in2)*R);
vel=sqrt(F_V(f,p_tf_in2)*F_V(f,p_tf_in2)+F_U(f,p_tf_in2)*F_U(f,p_tf_in
2));
hm=vel*N*_MAG(C)*dens;
m_in2[s_fl-1]+= hm;
end_f_loop(f,p_tf_in2);
s_hodn[s_fl-1]=m_in2[s_fl-1]/m_in1[s_fl-1];
strcpy(data_sa,cesta_init);
strcat(data_sa,data_sa_soub);
if ((fw_data_sa=fopen(data_sa,"a"))==NULL){
Message("\n ERROR OTEVŘENÍ ZAPISU DAT PRO SA");}
fprintf(fw_data_sa,"%d\t%d\t%d\t%d\t",g,s_fl,s_fl-1,N_TIME);
for(par=0;par<P;par++){
fprintf(fw_data_sa,"%f\t",p[0][s_fl-1][par]);
fprintf(fw_data_sa,"%f\t%f\t%f\t%f\t%d\t%d\t",m_in1[s_fl-1],m_in2[s_fl-
1],s_hodn[s_fl-1],orez_max_l,orez_max_r,orez_min);if
(fclose(fw_data_sa)==EOF){
Message("\n soubor: %s se nepodario
uzavrit",data_sa);} }
sprintf(gen,"%i", g);strcpy(cesta_sub_out,cesta_init);
strcpy(cesta_sub_out,pre_sub);strcpy(cesta_sub_out,gen);
strcpy(cesta_sub_out,post_sub_out);if
((fr_sub_out=fopen(cesta_sub_out,"r"))==NULL){
Message("\n ERROR OTEVŘENÍ SERAZENÝCH SPLAJNU");
goto konec;}
for(s=0;s<2;s++){ for(rad=0;rad<(N+3);rad++)
fscanf(fr_sub_out,"%f",&sken[s][rad]);}
for(s=2;s<(S+2);s++){ for(rad=0;rad<=(N+3);rad++)
fscanf(fr_sub_out,"%f",&sken[s][rad]);}
if (fclose(fr_sub_out)==EOF){
Message("\n soubor: %s se nepodario uzavrit", cesta_sub_out);}
for(s=0;s<S;s++){
par=0;
for(rad=0;rad<(N+3);rad++){
if(sken[0][rad]!=1000){
p[0][s][par]=sken[s+2][rad];
par++;}
p[0][s][P]=sken[s+2][N+3]} }
uzel=0;
x_hrana_old=-1000;
y_hrana_old=-1000;
begin_f_loop(f,tf){
f_node_loop(f,tf,m2){
w_node=F_NODE(f,tf,m2);
w_coord[uzel][0]=NODE_X(w_node);
w_coord[uzel][1]=NODE_Y(w_node);
uzel++;
if(NODE_X(w_node)>x_hrana_old){
x_hrana_old=NODE_X(w_node);
y_hrana_old=NODE_Y(w_node);} } }
end_f_loop(f,tf)
Message("\n x_hrana old=%f\t y_hrana old=%f",x_hrana_old,y_hrana_old);
y_hrana_new=sken[s_fl+2][N+1]*0.001;
Message("\n y_hrana new=%f",y_hrana_new);
y_hrdlo=100;
orez_max_r=0;
orez_max_l=0;
orez_min=0;
thread_loop_c(c_thread, d){
if(c_thread==p_ct_hnac){
begin_c_loop(c,c_thread){
c_node_loop(c,c_thread,n2){
node=C_NODE(c,c_thread,n2);
if(NODE_Y(node)<y_hrdlo){
y_hrdlo=NODE_Y(node);

```

```

x_hrdlo=NODE_X(node);}}
end_c_loop(c, c_thread)
begin_c_loop(c, c_thread){
c_node_loop(c, c_thread, n2){
node=C_NODE(c, c_thread, n2);
v_min=1000000;
x_coord=NODE_X(node);
if(NODE_POS_NEED_UPDATE (node)){
for(i=0; i<uzel; i++){
if(fabs(x_coord-w_coord[i][0])<v_min){
v_min=fabs(x_coord-w_coord[i][0]);
y_wall_old=w_coord[i][1];}}
y_wall_new=0.001*vyp_ypsilon((x_coord*1000), Y_MIN, Y_MAX,
sken[1][1], sken[1][2], sken[1][3], sken[1][4], sken[1][5],
sken[1][6], sken[1][7], sken[1][8], sken[s_fl+2][0], sken[s_fl+2][1],
sken[s_fl+2][2], sken[s_fl+2][3], sken[s_fl+2][4], sken[s_fl+2][5],
sken[s_fl+2][6], sken[s_fl+2][7], sken[s_fl+2][8], sken[s_fl+2][9]);
if((y_wall_new>(sken[s_fl+2][N+1]*0.001))&&(x_coord>x_hrdlo)){
orez_max_r++;
y_wall_new=sken[s_fl+2][N+1]*0.001;}}
if((y_wall_new>(Y_MAX*0.001))&&(x_coord<=x_hrdlo)){
orez_max_l++;
y_wall_new=Y_MAX*0.001;}}
if(y_wall_new<(Y_MIN*0.001)){
orez_min++;
y_wall_new=Y_MIN*0.001;}}
NODE_Y(node)=y_wall_new*NODE_Y(node)/y_wall_old;
NODE_POS_UPDATED(node);}}
end_c_loop(c, c_thread)
if(c_thread==p_ct_md){
Message("\n nalezen md thread");
begin_c_loop(c, c_thread){
c_node_loop(c, c_thread, n3){
node=C_NODE(c, c_thread, n3);
if(NODE_POS_NEED_UPDATE (node)){
NODE_Y(node)=y_hrana_new*NODE_Y(node)/y_hrana_old;
NODE_POS_UPDATED(node);}}}}
end_c_loop(c, c_thread)
if(c_thread==p_ct_mh){
Message("\n nalezen mh thread");
begin_c_loop(c, c_thread){
c_node_loop(c, c_thread, n4){
node=C_NODE(c, c_thread, n4);
NODE_Y(node)=Y_MAX_DEF-((Y_MAX_DEF-
y_hrana_new)*(Y_MAX_DEF-NODE_Y(node)))/(Y_MAX_DEF-
y_hrana_old));NODE_POS_UPDATED(node);}}}}
end_c_loop(c, c_thread)
if(c_thread==p_ct_hnan){
Message("\n nalezen hnan thread");
begin_c_loop(c, c_thread){
c_node_loop(c, c_thread, n5){
if(NODE_POS_NEED_UPDATE
(node)&&(NODE_Y(node)<Y_MAX_DEF)){
NODE_Y(node)=Y_MAX_DEF-((Y_MAX_DEF-
NODE_Y(node))/(Y_MAX_DEF-
y_hrana_old));NODE_POS_UPDATED(node);}}}}
end_c_loop(c, c_thread)
if(s_fl==(S-1)){
s_hodn_max=0;
for(s=0; s<(S-1); s++){
if(s_hodn[s]>s_hodn_max){
s_hodn_max=s_hodn[s];
smax=s;
s_celk_hodn=0;
for(s=0; s<(S-1); s++){
s_celk_hodn+=s_hodn[s];
}
Message("\n g=%d\t s_celk_hodn=%f", g, s_celk_hodn);
if ((fw_evo_fl=fopen(cesta_evo_fl, "a"))==NULL){
Message("\n otevrete souboru: %s se nezdarilo", cesta_evo_fl);
}
fprintf(fw_evo_fl, "%d\t%f\t%f\t%f\t%d\n", g, s_hodn_max, (s_celk_hodn/S), smax);
Message("\ngenerate\tmax m2/m1\tprum m2/m1\ttsmin\n");
Message("%d\t%f\t%f\t%f\t%d\n", g, s_hodn_max, (s_celk_hodn/S), smax);
if (fclose(fw_evo_fl)==EOF)Message("\n soubor %s se nepodarilo
uzavrit", cesta_evo_fl);
strcpy(cesta_g_best, cesta_init);strcat(cesta_g_best, pre_sub);strcat(cesta_g_
best, gen);strcat(cesta_g_best, post_g_best);if
((fw_g_best=fopen(cesta_g_best, "a"))==NULL){Message("\n otevrete
souboru: %s se nezdarilo", cesta_g_best);}}
fprintf(fw_g_best, "nejlepsi reseni generace %d na splajnu %d s
parametry:\n", g, smax);
for(par=0; par<P; par++){
fprintf(fw_g_best, "%f\t", p[0][smax][par]);
fprintf(fw_g_best, "\n coordinaty: \n");

```

```

x1=0;
while(x1<=sken[1][N+2]){
fprintf(fw_g_best, "%f\t%f\t", x1, vyp_ypsilon(x1, Y_MIN, Y_MAX,
sken[1][1], sken[1][2], sken[1][3], sken[1][4], sken[1][5],
sken[1][6], sken[1][7], sken[1][8], sken[smax+2][0], sken[smax+2][1],
sken[smax+2][2], sken[smax+2][3], sken[smax+2][4], sken[smax+2][5],
sken[smax+2][6], sken[smax+2][7], sken[smax+2][8], sken[smax+2][9]);
x1+=DX;
if (fclose(fw_g_best)==EOF)
Message("\n soubor %s se nepodarilo uzavrit", cesta_g_best);
for(s=0; s<(S-1); s++){
s_rul_vel[s]=s_hodn[s]/s_celk_hodn;
s_sum_rul=0;
for(s=0; s<(S-1); s++){
s_sum_rul+=s_rul_vel[s];
s_rul[0]=0;
s_rul[S-1]=1;
for(r=0; r<(2*S); r++){
pom1raw=(rand() % KONST);
pom1=pom1raw/KONST;
for(s=0; s<(S-1); s++){
if (((s_rul[s]<pom1)&&((s_rul[s+1]>=pom1))){
s_rodic[r]=s;
else;}}
for(r=0; r<(2*S); r++){
s_rod=s_rodic[s];
Message("\n rodic %d ze splajnu: %d\n", s, s_rod);
for(par=0; par<P; par++){
Message("\t%f", p[0][s][par]);
pom1=(rand() % P);
for(s=0; s<S; s++){
rod1=s_rodic[s];
rod2=s_rodic[s+S];
pom1=(rand() % P);
for (par=0; par<P; par++){
if(par<=P)
p[1][s][par]=p[0][rod1][par];
else
p[1][s][par]=p[0][rod2][par];}}
for(s=0; s<S; s++){
for(par=0; par<P; par++){
mutraw=(rand() % KONST);
mut=mutraw/KONST;
if(mut<P_MUTACE){p[1][s][par]=(h_mez[par]-d_mez[par])*(rand() %
ROZSAH)/ROZSAH+d_mez[par];
Message("\n MUTACE:\t splajn=%d\t parametr=%d,d_mez=%f\t
H_mez=%f\t zmutovano
na=%f", s, par, d_mez[par], h_mez[par], p[1][s][par]);}}
}
for(par=0; par<P; par++){
for(s2=0; s2<S; s2++){
Message("\n ERROR g=%d nalezeni opakovani po mutaci
splajn=%d\tpar=%d,hodn=%f", g, s, par, p[1][s][par]);}}
Message("\n----- KONTROLNI VYPIS NOVYCH
PARAMETRU PO MUTACI-----\n");
for(s=0; s<S; s++){
Message("\nsplajn %d:", s);
for(par=0; par<=P; par++){
Message("\t%f", p[1][s][par]);}}
Message("\n FLUENT rutina-pred rozhodovanim");
for(s=0; s<S; s++){
s_akt_hodn=s_hodn[s];
vetsich[s]=0;
for(a=0; a<S; a++){
if(s_hodn[a]>s_akt_hodn)
vetsich[s]++;
for(s=0; s<S; s++){
if(vetsich[s]<ELITE){for(par=0; par<P; par++){
p[1][s][par]=p[0][s][par];}}
else;
for(s=0; s<S; s++){
for(par=0; par<=P; par++){
p[0][s][par]=p[1][s][par];
for(s=0; s<S; s++){
for(s2=0; s2<S; s2++){
if((p[1][s][par]==p[1][s2][par])&&(s!=s2))
Message("\n ERROR g=%d nalezeni opakovani po elite
splajn=%d\tpar=%d,hodn=%f", g, s, par, p[1][s][par]);}}
Message("\n----- KONTROLNÁĎ VYPIS OBCANU
PLÁČEČÁĎEJĎĎČĎĎ DO NOVÁ% GENERACE ---\n");
for(s=0; s<S; s++){
Message("\nsplajn %d:", s);
for(par=0; par<=P; par++){
Message("\t%f", p[0][s][par]);}}
Message("\n\n POSPROCESSING GENERACE %d: OVER", g);
if((s_fl==(S-1))&&(g==(G-1)))}}

```

```

    Message("\n KONEC PROGRAMU");
    Message("\n soubor %s se nepodarilo uzavrit",cesta_evo_fl);
    Message("\n g=%d\ts_fl=%d",g,s_fl);
    s_fl++;
}

/*****
int razeni_sub(int g, float Y_MAX,float Y_MIN)
{
    char cesta_sub_in[DELKA];
    char cesta_sub_out[DELKA];
    char cesta_sub_evo[DELKA];
    char cesta_zadani[DELKA];
    char cesta_init[]=ADRESAR;
    char pre_sub[]=PRE_SUB;
    char post_sub_in[]=POST_SUB_IN;
    char post_sub_out[]=POST_SUB_OUT;
    char post_sub_evo[]=POST_SUB_EVO;
    char soub_zadani[]=F_ZADANI;
    char gen[4];
    FILE *fr;
    FILE *fw,*fw_evo;
    int par,s,o,g_sub,omin,a,pocet,rad;
    int vol,citac=0;
    float sken[O_SUB][S+2][N+4];
    float x[P],d_mez[P],h_mez[P];
    float p[2][O_SUB][S][P+1];
    float celk_def,kum_def_min,kum_def[O_SUB],akt_def;
    float hodn[O_SUB],rul_hodn[O_SUB+1],sumhodn,sum_rul_hodn;
    float poml,pomlraw,mutraw,mut;
    int pom,r,rodc[2*O_SUB],mensich[O_SUB];
    int spl,rod,rod2;
    int sous[S][2*O_SUB][2];
    float p_pom[P+1],s_pom[P+1],sken_pom[N+4];
    int mut2;
    int s_co,s_kam;
    int s_hl,n,sous2[S][O_SUB][4],m;
    int
    sous_n,sous_min,poc_min,q,poc_sous[S],pr,nov[O_SUB][S],k,kontr[O_SUB][S],ok;
    float mutace;
    Message("\n ----- ZAČÁTEK SUBROUTINY - ŘAZENÍ SPLAJNŮ
    GENERACE %d -----",g);
    sprintf(gen,"%i", g);
    strcpy(cesta_sub_in,cesta_init);
    strcat(cesta_sub_in,pre_sub);
    strcat(cesta_sub_in,gen);
    strcat(cesta_sub_in,post_sub_in);
    strcpy(cesta_sub_out,cesta_init);
    strcat(cesta_sub_out,pre_sub);
    strcat(cesta_sub_out,gen);
    strcat(cesta_sub_out,post_sub_out);
    strcpy(cesta_sub_evo,cesta_init);
    strcat(cesta_sub_evo,pre_sub);
    strcat(cesta_sub_evo,gen);
    strcat(cesta_sub_evo,post_sub_evo);

    if ((fr=fopen(cesta_sub_in,"r"))==NULL){
        Message("\n otevrete souboru: %s se nezdarilo",cesta_sub_in);
        goto konec;
    }
    if ((fw=fopen(cesta_sub_out,"w"))==NULL){
        Message("\n otevrete souboru: %s se nezdarilo",cesta_sub_out);
        goto konec;
    }
    if ((fw_evo=fopen(cesta_sub_evo,"w"))==NULL){
        Message("\n otevrete souboru: %s se nezdarilo",cesta_sub_evo);
        goto konec;
    }
    if (ELITE_SUB>=O_SUB){
        Message("chybne zadana velikost elity v subrutine řazení");
        goto konec;
    }
    g=0;
    for(rad=0;rad<(N+3);rad++)
        fscanf(fr,"%f",&sken[0][0][rad]);
    for(rad=0;rad<(N+3);rad++)
        fscanf(fr,"%f",&sken[0][1][rad]);
    for(s=2;s<(S+2);s++){
        for(rad=0;rad<=(N+3);rad++)
            fscanf(fr,"%f",&sken[0][s][rad]);
    }
    if (fclose(fr)==EOF)
        Message("\n soubor %s se nepodarilo uzavrit",cesta_sub_in);
    Message("\n\n KONTROLNÍ TISK NACTENÝCH DAT- (O. obcan)");
    for(s=0;s<(S+2);s++){
        Message("\n");
        for(rad=0;rad<(N+3);rad++)
            Message("%f\t", sken[0][s][rad]);
        par=0;
        for(rad=0;rad<(N+3);rad++){
            if(sken[0][0][rad]!=1000){
                for(s=0;s<S;s++){
                    p[0][0][s][par]=sken[0][s+2][rad];
                    par++;
                }
                for(s=0;s<S;s++){
                    sken[0][s+2][N+3]=s;
                    for(o=1;o<O_SUB;o++){
                        for(s=0;s<(S+2);s++){
                            for(rad=0;rad<=(N+3);rad++){
                                sken[o][s][rad]=sken[0][s][rad];
                                srand((unsigned int) time(NULL));
                                for(o=1;o<O_SUB;o++){
                                    for(s=0;s<S;s++){
                                        s_co=(rand() % S);
                                        s_kam=(rand() % S);
                                        for(rad=0;rad<=(N+3);rad++){
                                            sken[o][s_kam+2][rad]=sken[o][s_co+2][rad];
                                            sken[o][s_co+2][rad]=sken_pom[rad];
                                        }
                                        for(o=0;o<O_SUB;o++){
                                            for(s=0;s<S;s++){
                                                par=0;
                                                for(rad=0;rad<(N+3);rad++){
                                                    if(sken[o][0][rad]!=1000){
                                                        p[0][o][s][par]=sken[o][s+2][rad];
                                                        par++;
                                                    }
                                                    p[0][o][s][P]=sken[o][s+2][N+3];
                                                    for(g_sub=0;g_sub<G_SUB;g_sub++){
                                                        kum_def_min=1000000000000000;
                                                        celk_def=0;
                                                        for(o=0;o<O_SUB;o++){
                                                            for(s=0;s<S;s++){
                                                                par=0;
                                                                for(rad=0;rad<(N+3);rad++){
                                                                    if(sken[o][0][rad]!=1000){
                                                                        sken[o][s+2][rad]=p[0][o][s][par];
                                                                        par++;
                                                                    }
                                                                    sken[o][s+2][N+3]=p[0][o][s][P];
                                                                    for(o=0;o<O_SUB;o++){
                                                                        for(s=0;s<S;s++){
                                                                            for(spl=0;spl<S;spl++){
                                                                                if(sken[o][s+2][N+3]==sken[o][spl+2][N+3]&&(spl!=s)){
                                                                                    Message("\n!!chyba-OPAKUJICI se SPLAJN vstup do nove, generace%d,
                                                                                    splajn %d a %d, osoba %d!!!!",g,s,spl,o);
                                                                                    goto nula;
                                                                                }
                                                                                for(o=0;o<O_SUB;o++){
                                                                                    kum_def[o]=0;
                                                                                    for(s=2;s<(S+1);s++){
                                                                                        mutace=vyp_mutace(g_sub, Y_MIN, Y_MAX, sken[o][1][1],
                                                                                        sken[o][1][2], sken[o][1][3],sken[o][1][4], sken[o][1][5],
                                                                                        sken[o][1][6],sken[o][1][7], sken[o][1][8], sken[o][s][0], sken[o][s][1],
                                                                                        sken[o][s][2], sken[o][s][3], sken[o][s][4], sken[o][s][5],
                                                                                        sken[o][s][6],sken[o][s][7],sken[o][s][8],sken[o][s][9], sken[o][s+1][0],
                                                                                        sken[o][s+1][1], sken[o][s+1][2], sken[o][s+1][3], sken[o][s+1][4],
                                                                                        sken[o][s+1][5],
                                                                                        sken[o][s+1][6],sken[o][s+1][7],sken[o][s+1][8],sken[o][s+1][9]);
                                                                                        kum_def[o]+=mutace;
                                                                                    }
                                                                                    celk_def+=kum_def[o];
                                                                                    for(o=0;o<O_SUB;o++){
                                                                                        if(kum_def[o]<kum_def_min){
                                                                                            kum_def_min=kum_def[o];
                                                                                            omin=o;
                                                                                        }
                                                                                        fprintf(fw_evo,"%d\t%f\t%f\t%f\t%d\n",g_sub,kum_def_min,(celk_def/O_SUB),omin);
                                                                                        Message("\n%d\t%f\t%f\t%f\t%d",g_sub,kum_def_min,(celk_def/O_SUB),omi
                                                                                        n);
                                                                                        for(o=0;o<O_SUB;o++){
                                                                                            hodn[o]=celk_def/kum_def[o];
                                                                                            sumhodn=0;
                                                                                            for(o=0;o<O_SUB;o++){
                                                                                                sumhodn+=hodn[o];
                                                                                            }
                                                                                            rul_hodn[0]=0;
                                                                                            rul_hodn[O_SUB]=1;
                                                                                            for(o=1;o<O_SUB;o++){
                                                                                                rul_hodn[o]=rul_hodn[o-1]+hodn[o]/sumhodn;
                                                                                            }
                                                                                            for(r=0;r<(2*O_SUB);r++){
                                                                                                pomlraw=(rand() % KONST);
                                                                                                poml=pomlraw/KONST;
                                                                                                for(o=0;o<O_SUB;o++){
                                                                                                    if (((rul_hodn[o])<poml)&&((rul_hodn[o+1])>=poml)){
                                                                                                        rodc[r]=o;
                                                                                                    }
                                                                                                    else;
                                                                                                }
                                                                                                for(r=0;r<(2*O_SUB);r++){
                                                                                                    rod=rodc[r];
                                                                                                    Message("\n%d- z obcana:%d",r,rod);
                                                                                                    for(s=0;s<S;s++){
                                                                                                        Message("\t%f",p[0][rod][s][P]);

```

```

for(r=0;r<(2*O_SUB);r++){ rod=rodic[r];
for(s=0;s<S;s++){
spl=p[0][rod][s][P];
if(s==0){
sous[spl][rod][0]=p[0][rod][(S-1)][P];
sous[spl][rod][1]=p[0][rod][0][P];}
if(s==(S-1)){
sous[spl][rod][0]=p[0][rod][s-1][P];
sous[spl][rod][1]=p[0][rod][0][P];}
if(s!=(S-1)&&(s!=0)){
sous[spl][rod][0]=p[0][rod][s-1][P];
sous[spl][rod][1]=p[0][rod][s+1][P];}
for(s_hl=0;s_hl<S;s_hl++){
for(r=0;r<O_SUB;r++){
rod=rodic[r];
for(n=0;n<4;n++){
sous2[s_hl][rod][n]=0; }}
for(s_hl=0;s_hl<S;s_hl++){
for(r=0;r<O_SUB;r++){
rod=rodic[r];
rod2=rodic[r+O_SUB];
for(s=0;s<S;s++){
spl=p[0][rod][s][P];
if(s_hl==spl){
sous2[s_hl][r][0]=sous[spl][rod][0];
sous2[s_hl][r][1]=sous[spl][rod][1];
sous2[s_hl][r][3]=sous[spl][rod2][1];}
else;}}
for(r=0;r<O_SUB;r++){
rod=rodic[r];
rod2=rodic[r+O_SUB];
Message("\n\n rodiAĤ %d + rodiAĤ %d (obcane
%d\t%d)",r,(r+O_SUB),rod,rod2);
for(s_hl=0;s_hl<S;s_hl++){
Message("\n s_hl=%d\t",s_hl);
for(n=0;n<4;n++){
Message("%d\t",sous2[s_hl][r][n]); }}
for(r=0;r<O_SUB;r++){
for(s_hl=0;s_hl<S;s_hl++){
for(n=0;n<4;n++){
for(m=0;m<4;m++){
if((sous2[s_hl][r][n]==sous2[s_hl][r][m])&&(n!=m)){
sous2[s_hl][r][m]=KONST; }
else; }
for(r=0;r<O_SUB;r++){
rod=rodic[r];
rod2=rodic[r+O_SUB];
pom=(rand() % 2);
if(pom==0){
nov[r][0]=p[0][rod][0][P];}
else{
nov[r][0]=p[0][rod2][0][P];}
for(r=0;r<O_SUB;r++){
n=nov[r][0];
for(k=1;k<S;k++){
for(s_hl=0;s_hl<S;s_hl++){
for(m=0;m<4;m++){
if(sous2[s_hl][r][m]==n)
sous2[s_hl][r][m]=KONST;}}
pr=0;
for(s_hl=0;s_hl<S;s_hl++){
for(m=0;m<4;m++){
if(sous2[s_hl][r][m]!=KONST)
pr++;}
if(pr!=0){
for(s_hl=0;s_hl<S;s_hl++){
poc_sous[s_hl]=0;
if(sous2[s_hl][r][q]!=KONST)
poc_sous[s_hl]++;}}
poc_min=S+1000;
for(q=0;q<4;q++){
sous_n=sous2[n][r][q];
if((poc_sous[sous_n]<poc_min)&&(sous_n!=KONST)){
poc_min=poc_sous[sous_n];
sous_min=sous_n;}}
else
Message("\n list sousedu prazdny, r=%d",r);
n=sous_min;
nov[r][k]=n;}}
Message("\n\n -----vysledek krizeni-ERX-----");
for(r=0;r<O_SUB;r++){
Message("\nnovy obcan c. %d:",r);
for(k=0;k<S;k++){
Message("\t%d",nov[r][k]); }

for(o=0;o<O_SUB;o++){
for(s=0;s<S;s++){
for(spl=0;spl<S;spl++){
if((nov[o][s]==nov[o][spl])&&(spl!=s)&&((2*KONST)!=s)){
nov[o][s]=2*KONST;}}
for(o=0;o<O_SUB;o++){
for(s=0;s<S;s++){
kontr[o][s]=0;}}
for(o=0;o<O_SUB;o++){
for(s=0;s<S;s++){
for(spl=0;spl<S;spl++){
if(nov[o][spl]==s)
kontr[o][s]++;}}
for(o=0;o<O_SUB;o++){
for(spl=0;spl<S;spl++){
if(nov[o][spl]==(2*KONST))}
for(s=0;s<S;s++){
pom=0;
if(kontr[o][s]==0){
nov[o][spl]=s;
kontr[o][s]=1;
pom=1;
if(pom==1){
break;}}}}
for(o=0;o<O_SUB;o++){
for(s=0;s<S;s++){
for(k=0;k<S;k++){
for(par=0;par<=P;par++){
p[1][o][k][par]=p[0][o][s][par]; }}}
pom=0;
for(o=0;o<O_SUB;o++){
for(s=0;s<S;s++){
for(spl=0;spl<S;spl++){
if((p[1][o][s][P]==p[1][o][spl][P])&&(spl!=s)){
Message("\n!chyba-OPAKUJICI se SPLAJN po ERX, generace%d, splajn
%d a %d, osoba %d!!!!",g_sub,s,spl,o);
for(s=0;s<S;s++){
Message("\t%.f",p[1][o][s][P]);}pom++;}}
}
if(pom>0)
goto nula;
for(o=0;o<O_SUB;o++){
Message("\nosoba %d:",o);
for(s=0;s<S;s++){
Message("\t%.f",p[1][o][s][P])
Message("%ft",p[1][o][s][par]);,}}
for(r=0;r<O_SUB;r++){
for(s=0;s<S;s++){
mutraw=(rand() % KONST);
mut=mutraw/KONST;
if(mut<P_MUTACE_SUB){
mut2=(rand() % S);
for(par=0;par<=P;par++){
p_pom[par]=p[1][r][s][par];
p[1][r][s][par]=p[1][r][mut2][par];
p[1][r][mut2][par]=p_pom[par];,}}
for(o=0;o<O_SUB;o++){
Message("\nosoba %d:",o);
for(s=0;s<S;s++){
Message("\t%.f",p[1][o][s][P]);
for(par=0;par<=P;par++){
Message("%ft",p[1][o][s][par]);,}}
for(o=0;o<O_SUB;o++){
for(s=0;s<S;s++){
for(spl=0;spl<S;spl++){
if((p[1][o][s][P]==p[1][o][spl][P])&&(spl!=s)){
Message("\n!chyba-OPAKUJICI se SPLAJN po MUTACI, generace%d,
splajn %d a %d, osoba %d!!!!",g_sub,s,spl,o);
goto nula;}}
for(o=0;o<O_SUB;o++){
akt_def=kum_def[o];
mensich[o]=0;
for(a=0;a<O_SUB;a++){
if(kum_def[a]<akt_def)
mensich[o]++;}
for(o=0;o<O_SUB;o++){
if(mensich[o]<ELITE_SUB){
for(s=0;s<S;s++){
for(par=0;par<=P;par++)
p[1][o][s][par]=p[0][o][s][par];}
else;
if(g_sub==(G_SUB-1)){
for(rad=0;rad<(N+3);rad++)
fprintf(fw,"%ft",sken[0][0][rad]);
fprintf(fw,"\n");
for(rad=0;rad<(N+3);rad++)

```

```

fprintf(fw,"%ft",sken[0][1][rad]);
fprintf(fw,"%n");
for(s=0;s<S;s++){
fprintf(fw,"%n");
par=0;
for(rad=0;rad<=(N+3);rad++){
if(sken[0][0][rad]!=1000){
fprintf(fw,"%ft",p[0][omin][s][par]);
par++;}
else
fprintf(fw,"%ft",sken[omin][s+2][rad]);} }
for(o=0;o<O_SUB;o++){
for(s=0;s<S;s++){
for(par=0;par<=P;par++)
p[0][o][s][par]=p[1][o][s][par];} }
if (fclose(fw)==EOF)
    Message("\n zavreni souboru: %s se nezdarilo",cesta_sub_out);
if (fclose(fw_evo)==EOF)Message("\n zavreni souboru: %s
se nezdarilo",cesta_sub_evo);
Message("\n ----- KONEC SUBROUTINY ŘAZENÍ SPLAJNŮ
GENRACE %d-----",g);
ok=1;
goto uplnykonec;
}
}

/*****
float vyp_mutace(int gener, float Y_MIN,float Y_MAX, float x1, float x2,
float x3, float x4, float x5, float x6, float x7, float x8, float prom0, float
prom1, float prom2, float prom3, float prom4, float prom5, float
prom6,float prom7,float prom8,float prom9, float prom0b, float prom1b,
float prom2b, float prom3b, float prom4b, float prom5b, float prom6b,float
prom7b,float prom8b,float prom9b)
{

float a[8],f[9];
float A[N][N],B[N];
float h[N],mult[N-1];
int i,j,k,chyba;
float w[N],w2[N],m[N+1];
float x_akt,yOK,p;
int kont=0;
float ab[8],fb[9];
float Ab[N][N],Bb[N];
float hb[N],multb[N-1];
int chybab;
float wb[N],w2b[N],mb[N+1];
float yOKb,pb;
float D=0;
FILE *fw,*fwb;
if(kont==0){
if((fw=fopen("test_splajn.txt","w"))==NULL){
Message("\n ERROR otevreni souboru test_splajn");
goto konec;}
if((fwb=fopen("test_splajn-b.txt","w"))==NULL){
Message("\n ERROR otevreni souboru test_splajnb");
goto konec;}}
a[0]=x1;a[1]=x2;a[2]=x3;a[3]=x4;a[4]=x5;a[5]=x6;a[6]=x7;a[7]=x8;f[0]=p
rom1;f[1]=prom2;f[2]=prom3;f[3]=prom4;f[4]=prom5;f[5]=prom6;f[6]=pr
om7;f[7]=prom8;f[8]=prom9;m[0]=prom0;m[N]=f[N+1];
if(kont==0){
for(i=0;i<(N+1);i++)
Message("\na[%d]=%ftf[%d]=%f",i,a[i],i,f[i]);
Message("\nm[0]=%f",m[0]);
Message("\nm[%d]=%f",N,m[N]);}
for(i=0;i<N;i++){
h[i]=a[i+1]-a[i];
for (i=0;i<N;i++){
for (j=0;j<N;j++)
A[i][j]=0;
for (i=1;i<N;i++){
for (j=1;j<N;j++){
if (j==(i-1))A[i][j]=h[i];
if (j==i)A[i][j]=2*(h[i-1]+h[i]);
if (j==(i+1))A[i][j]=h[i-1]; } }
for (i=1;i<N;i++)
B[i]=0;
for (i=0;i<N;i++){
B[i]=3*h[i-1]/h[i]*(f[i+1]-f[i])+3*h[i]/h[i-1]*(f[i]-f[i-1]);}
for(i=1;i<N;i++){
Message("\n%f.ftt",B[i]);
for(j=1;j<N;j++){
Message("\t%.2f",A[i][j]);} }
for(k=1;k<N;k++){
for(i=(k+1);i<N;i++){
p=A[i][k]/A[k][k];

```

```

B[i]=B[i]-p*B[k];
for(j=k;j<N;j++){
A[i][j]=A[i][j]-p*A[k][j];
if(A[i][j]<=0.00001)
A[i][j]=0;}} }
for(i=1;i<N;i++){
Message("\n%f.ftt",B[i]);
for(j=1;j<N;j++){
Message("\t%.2f",A[i][j]);} }
for (i=(N-1);i>=1;i--){
if (i==(N-1))
m[i]=B[i]/A[i][i];
else
m[i]=(B[i]-A[i][i+1]*m[i+1])/A[i][i];}
ab[0]=x1;ab[1]=x2;ab[2]=x3;ab[3]=x4;ab[4]=x5;ab[5]=x6;ab[6]=x7;ab[7]=
x8;fb[0]=prom1b;fb[1]=prom2b;fb[2]=prom3b;
fb[3]=prom4b;fb[4]=prom5b;fb[5]=prom6b;fb[6]=prom7b;fb[7]=prom8b;f
b[8]=prom9b;mb[0]=prom0b;mb[N]=fb[N+1];
for(i=0;i<N;i++){
hb[i]=ab[i+1]-ab[i];
for (i=0;i<N;i++){
for (j=0;j<N;j++)
Ab[i][j]=0;
for (i=1;i<N;i++){
for (j=1;j<N;j++){
if (j==(i-1))
Ab[i][j]=hb[i];
if (j==i)
Ab[i][j]=2*(hb[i-1]+hb[i]);
if (j==(i+1))
Ab[i][j]=hb[i-1]; } }
for (i=1;i<N;i++){
Bb[i]=0;
for (i=0;i<N;i++){
Bb[i]=3*hb[i-1]/hb[i]*(fb[i+1]-fb[i])+3*hb[i]/hb[i-1]*(fb[i]-fb[i-1]);}
for(i=1;i<N;i++){
Message("\n%f.ftt",Bb[i]);
for(j=1;j<N;j++){
Message("\t%.2f",Ab[i][j]);} }
for(k=1;k<N;k++){
for(i=(k+1);i<N;i++){
pb=Ab[i][k]/Ab[k][k];
Bb[i]=Bb[i]-pb*Bb[k];
for(j=k;j<N;j++){
Ab[i][j]=Ab[i][j]-pb*Ab[k][j];
if(Ab[i][j]<=0.00001)
Ab[i][j]=0;}} }
for(i=1;i<N;i++){
Message("\n%f.ftt",Bb[i]);
for(j=1;j<N;j++){
Message("\t%.2f",Ab[i][j]);} }
for (i=(N-1);i>=1;i--){
if (i==(N-1))
mb[i]=Bb[i]/Ab[i][i];
else
mb[i]=(Bb[i]-Ab[i][i+1]*mb[i+1])/Ab[i][i];}
x_akt=a[0];
D=0;
while(x_akt<=a[N]){
for (i=0;i<N;i++){
if((x_akt>=a[i])&&(x_akt<a[i+1])){
w[i]=(x_akt-a[i])/h[i];
wb[i]=(x_akt-ab[i])/hb[i];
w2[i]=(a[i+1]-x_akt)/h[i];
w2b[i]=(ab[i+1]-x_akt)/hb[i];
yOK=f[i]*(2*(x_akt-a[i])+h[i])*(a[i+1]-x_akt)*(a[i+1]-
x_akt)*1/(h[i]*h[i]*h[i])+m[i]*(x_akt-a[i])*(a[i+1]-x_akt)*
(a[i+1]-x_akt)*1/(h[i]*h[i])+f[i+1]*(2*(a[i+1]-x_akt)+h[i])*(x_akt-a[i])*(x_akt-
a[i])*1/(h[i]*h[i]*h[i])-m[i+1]*(a[i+1]-x_akt)*(x_akt-a[i])*(x_akt-
a[i])*1/(h[i]*h[i]);
yOKb=fb[i]*(2*(x_akt-ab[i])+h[i])*(ab[i+1]-x_akt)*(ab[i+1]-
x_akt)*1/(hb[i]*hb[i]*hb[i])+mb[i]*(x_akt-ab[i])*(ab[i+1]-
x_akt)*(ab[i+1]-x_akt)*1/(hb[i]*hb[i])+fb[i+1]*(2*(ab[i+1]-
x_akt)+hb[i])*(x_akt-ab[i])*(x_akt-ab[i])*1/(hb[i]*hb[i]*hb[i])-
mb[i+1]*(ab[i+1]-x_akt)*(x_akt-ab[i])*(x_akt-ab[i])*1/(hb[i]*hb[i]);
if(yOK<Y_MIN)yOK=Y_MIN;
if(yOKb<Y_MIN)yOKb=Y_MIN;
else;
if(yOK>Y_MAX)yOK=Y_MAX;
if(yOKb>Y_MAX)yOKb=Y_MAX;
else;}
else;}
fprintf(fw,"%ft%f\n",x_akt,yOK);
fprintf(fwb,"%ft%f\n",x_akt,yOKb); }
D+=fabs(yOKb-yOK);
x_akt+=DX;}

```

```

fclose(fw);
fclose(fwb);}
konec;;
Message("ndeformace:%f",D);
return(D);}

float vyp_ypsilon(float x_akt, float Y_MIN,float Y_MAX, float x1, float
x2, float x3, float x4, float x5, float x6, float x7, float x8, float prom0,
float prom1, float prom2, float prom3, float prom4, float prom5, float
prom6,float prom7,float prom8,float prom9)
{
float a[8],f[9];
float A[N][N],B[N];
float h[N],mult[N-1];
int i,j,k,chyba;
float w[N],w2[N],m[N+1];
float yOK,p;
static int kont=0;
FILE *fw,*fwb;

if(kont==0){
if(fw=fopen("test_splajn.txt","w")==NULL){
Message("\n ERROR otevrete souboru test_splajn");
goto konec;}
if(fwb=fopen("test_splajn-b.txt","w")==NULL){
Message("\n ERROR otevrete souboru test_splajnb");
goto konec;}}
a[0]=x1;a[1]=x2;a[2]=x3;a[3]=x4;a[4]=x5;a[5]=x6;a[6]=x7;a[7]=x8;f[0]=p
rom1;f[1]=prom2;f[2]=prom3;f[3]=prom4;f[4]=prom5;f[5]=prom6;f[6]=pro
m7;f[7]=prom8;f[8]=prom9;m[0]=prom0;m[N]=f[N+1];
if(kont==0){
for(i=0;i<(N+1);i++)
Message("\na[%d]=%ftf[%d]=%f",i,a[i],i,f[i]);
Message("\nm[0]=%f",m[0]);
Message("\nm[%d]=%f",N,m[N]);}
for(i=0;i<N;i++){
h[i]=a[i+1]-a[i];}
for (i=0;i<N;i++){
for (j=0;j<N;j++)
A[i][j]=0;}
for (i=1;i<N;i++){
for (j=1;j<N;j++){
if (j==(i-1))A[i][j]=h[i];
if (j==i)A[i][j]=2*(h[i-1]+h[i]);
if (j==(i+1))A[i][j]=h[i-1]; }}
for (i=1;i<N;i++)B[i]=0;
for (i=0;i<N;i++){B[i]=3*h[i-1]/h[i]*(f[i+1]-f[i])+3*h[i]/h[i-1]*(f[i]-f[i-
1]);}
for(i=1;i<N;i++){ Message("\n%.ft",B[i]);
for(j=1;j<N;j++){ Message("\t%.2f",A[i][j]);
for(k=1;k<N;k++){
for(i=(k+1);i<N;i++){
p=A[i][k]/A[k][k];
B[i]=B[i]-p*B[k];
for(j=k;j<N;j++){
A[i][j]=A[i][j]-p*A[k][j];
if(A[i][j]<=0.00001)
A[i][j]=0;}}
for(i=1;i<N;i++){
Message("\n%.ft",B[i]);
for(j=1;j<N;j++){
Message("\t%.2f",A[i][j]);}} for (i=(N-1);i>=1;i--){
if (i==(N-1))
m[i]=B[i]/A[i][i];
else
m[i]=(B[i]-A[i][i+1]*m[i+1])/A[i][i];}
for (i=0;i<N;i++){
if((x_akt>=a[i])&&(x_akt<=a[i+1])){
w[i]=(x_akt-a[i])/h[i];
w2[i]=(a[i+1]-x_akt)/h[i];
yOK=f[i]*(2*(x_akt-a[i])+h[i])*(a[i+1]-x_akt)*(a[i+1]-
x_akt)*1/(h[i]*h[i]*h[i])+m[i]*(x_akt-a[i])*(a[i+1]-x_akt)*(a[i+1]-
x_akt)*1/(h[i]*h[i]*h[i])+f[i+1]*(2*(a[i+1]-x_akt)+h[i])*(x_akt-a[i])*(x_akt-
a[i])*1/(h[i]*h[i]*h[i])-m[i+1]*(a[i+1]-x_akt)*(x_akt-a[i])*(x_akt-
a[i])*1/(h[i]*h[i]*h[i]));}
else;}
konec;;
return(yOK);

```

x [mm]			44	66	88	100	110	122	122			
dolní mez [mm]			7,0	2,0	0,7	0,8	0,9	1,1	0,0			
horní mez [mm]			11,0	4,0	1,5	2,4	3,1	4,0	0,1			
jedinec [-]	g [-]	geom. [-]	π_0 [mm]	π_1 [mm]	π_2 [mm]	π_3 [mm]	π_4 [mm]	π_5 [mm]	π_6 [-]	$\dot{m}_1$ [kg·s ⁻¹]	$\dot{m}_2$ [kg·s ⁻¹]	η_{ei} [%]
1	0	1	10,86	3,07	0,78	1,86	2,97	1,44	0,054	0,682	-0,342	-9,30
2	0	2	10,48	3,09	1,16	0,89	1,78	3,72	0,076	0,820	-0,113	-2,56
3	0	3	10,73	2,67	0,90	1,63	0,99	3,94	0,002	0,582	-0,901	-28,75
4	0	4	10,64	3,31	1,49	0,83	2,74	3,57	0,043	0,691	-0,827	-22,23
5	0	5	10,45	3,23	0,82	1,59	2,42	1,35	0,097	0,753	-0,109	-2,68
6	0	6	10,31	3,36	1,06	2,30	2,05	3,42	0,039	0,811	-0,023	-0,53
7	0	7	10,60	2,49	0,74	1,83	1,79	2,28	0,055	0,432	-1,403	-60,25
8	0	8	10,50	3,68	1,40	1,72	1,08	3,33	0,041	0,960	0,412	7,98
9	0	9	10,43	2,31	1,23	1,40	1,05	2,59	0,017	0,885	0,558	11,71
10	0	10	10,37	2,20	0,81	1,15	1,90	1,22	0,079	0,681	0,206	5,63
11	0	11	10,46	2,60	0,83	1,85	0,94	3,59	0,060	0,445	-1,245	-52,00
12	0	12	10,43	3,97	0,73	2,13	1,13	3,55	0,003	0,530	-1,388	-48,67
13	0	13	10,74	3,55	1,16	2,34	2,43	3,21	0,028	0,958	0,399	7,73
14	0	14	10,88	3,10	1,30	1,86	2,37	2,65	0,022	1,139	1,129	18,41
15	0	15	9,51	2,70	1,20	2,28	2,72	3,58	0,009	0,914	0,657	13,36
16	0	16	9,23	2,61	1,49	1,00	2,61	3,10	0,095	0,858	0,376	8,13
17	0	17	8,85	2,10	1,18	1,46	2,64	2,36	0,048	1,035	0,832	14,92
18	0	18	9,83	3,13	1,04	1,58	1,82	2,64	0,011	0,939	0,863	17,06
19	0	19	9,98	3,37	1,02	2,06	3,06	1,81	0,013	0,928	0,699	13,98
20	0	20	10,37	3,69	0,76	1,95	1,59	1,45	0,088	0,631	0,012	0,36
21	0	21	9,03	2,11	1,42	1,57	2,88	3,94	0,070	1,185	0,549	8,61
22	0	22	7,49	3,54	1,36	1,96	2,92	3,48	0,057	1,278	1,074	15,61
23	0	23	7,12	3,64	1,28	1,18	2,76	3,25	0,031	0,893	0,622	12,94
24	0	24	7,41	2,44	0,71	1,50	1,22	3,89	0,090	0,546	-0,543	-18,47
25	0	25	7,08	2,47	0,72	1,88	1,79	1,94	0,010	0,551	-0,878	-29,57
26	0	26	7,36	3,02	1,28	1,00	1,03	3,77	0,044	0,679	-0,715	-19,53
27	0	27	8,25	3,15	1,33	0,96	0,95	3,37	0,082	0,644	-0,692	-19,95
28	0	28	7,70	3,73	0,76	1,94	1,37	1,46	0,042	0,666	-0,541	-15,09
29	0	29	8,00	3,16	0,74	2,28	2,04	1,61	0,087	0,569	-1,075	-35,09
PKK [-]			0,01	0,03	0,55	-0,08	0,51	-0,06	-0,06	nej [-]		-7,18
30	1	1	7,36	3,02	1,28	1,00	1,03	3,77	0,095	0,679	-0,274	-7,49
31	1	2	7,49	3,69	0,76	1,95	1,59	3,85	0,088	0,655	-0,550	-15,58
32	1	3	8,00	3,55	1,16	2,34	2,43	3,21	0,028	1,027	0,582	10,52
33	1	4	8,85	2,10	1,18	1,46	2,64	1,81	0,013	1,042	0,890	15,87
34	1	5	8,85	2,10	1,18	1,46	2,64	2,36	0,060	1,035	1,108	19,88
35	1	6	8,85	2,10	1,18	1,58	1,82	2,64	0,033	0,909	0,937	19,14
36	1	7	8,85	2,10	0,91	1,46	2,61	3,10	0,095	0,762	0,303	7,39
37	1	8	7,41	2,44	0,94	1,97	0,95	3,37	0,082	0,631	-0,370	-10,88
38	1	9	7,41	2,44	0,71	1,83	1,79	1,84	0,073	0,542	-0,774	-26,55
39	1	10	8,41	2,26	0,82	1,59	2,42	2,28	0,055	0,688	-0,716	-19,33
40	1	11	8,85	2,70	1,20	2,28	2,72	3,58	0,009	0,945	0,188	3,69
41	1	12	9,03	2,11	1,42	1,57	2,88	3,58	0,009	1,192	0,816	12,71
42	1	13	9,23	2,61	1,49	1,00	2,61	3,09	0,084	0,858	0,441	9,56
43	1	14	10,64	3,31	1,49	0,83	2,74	3,57	0,095	0,691	-0,181	-4,87
44	1	15	9,51	2,70	1,20	2,28	2,72	3,58	0,095	0,914	0,033	0,67
45	1	16	10,43	2,31	1,23	1,40	1,05	2,65	0,022	0,882	0,362	7,63
46	1	17	10,60	2,49	0,73	2,13	1,13	3,55	0,012	0,352	-1,672	-88,10
47	1	18	10,43	2,31	1,23	1,40	1,79	3,57	0,043	0,954	0,316	6,15
48	1	19	10,37	2,61	1,35	1,00	2,61	3,10	0,095	0,834	0,112	2,49
49	1	20	10,64	2,08	1,38	0,83	1,08	3,33	0,041	0,638	-0,293	-8,54
50	1	21	10,88	3,10	1,30	1,86	2,37	2,65	0,022	1,139	1,129	18,41
51	1	22	9,83	3,13	1,04	1,58	1,82	2,64	0,011	0,939	0,932	18,43
52	1	23	10,37	3,69	0,76	1,95	1,59	1,45	0,009	0,631	0,430	12,68
53	1	24	9,83	3,13	1,04	1,58	1,82	2,64	0,011	0,939	0,590	11,66
54	1	25	10,45	3,23	0,82	1,59	2,42	1,35	0,088	0,753	0,559	13,78
55	1	26	10,50	3,68	1,40	1,72	1,13	3,55	0,003	0,982	0,099	1,87
56	1	27	10,74	3,55	1,16	2,34	2,43	2,64	0,011	0,968	0,605	11,61
57	1	28	10,88	3,10	1,30	1,86	2,74	3,57	0,043	1,153	0,867	13,96
58	1	29	10,88	3,10	1,30	1,86	2,37	2,65	0,097	1,139	1,294	21,08
PKK [-]			0,15	0,12	0,45	-0,11	0,43	-0,27	-0,05	nej [-]		1,99
59	2	1	7,49	3,69	1,18	1,46	2,64	1,81	0,013	0,998	1,100	20,47
60	2	2	7,49	3,69	0,76	0,83	1,08	2,43	0,041	0,656	0,215	6,08
61	2	3	7,35	3,06	1,18	1,46	2,64	2,36	0,060	1,038	0,868	15,54
62	2	4	7,96	3,10	1,30	1,46	2,64	2,36	0,060	1,107	1,353	22,69
63	2	5	7,28	2,70	1,18	1,46	2,64	1,81	0,013	1,036	1,557	27,92
64	2	6	7,49	3,15	1,38	1,18	1,08	3,33	0,050	0,829	0,781	17,49
65	2	7	8,85	3,10	1,30	1,86	2,37	2,65	0,022	1,191	1,339	20,87
66	2	8	8,85	2,10	1,34	2,34	2,43	3,21	0,028	0,851	0,652	14,24
67	2	9	9,23	2,61	1,49	1,00	1,59	3,85	0,088	0,911	0,632	12,88
68	2	10	9,08	2,11	1,18	1,46	2,64	1,81	0,013	1,035	0,931	16,69
69	2	11	8,85	2,70	1,20	2,28	2,55	3,58	0,095	0,930	0,668	13,34
70	2	12	8,85	3,27	1,18	1,46	2,64	1,81	0,009	1,028	1,289	23,30
71	2	13	8,85	2,10	1,18	1,46	2,64	2,36	0,060	1,035	1,341	24,07
72	2	14	8,85	2,10	1,18	1,58	1,72	2,36	0,033	0,904	1,096	22,50
73	2	15	8,85	2,10	1,18	1,58	1,82	2,64	0,022	0,909	0,898	18,33
74	2	16	8,85	2,10	0,99	1,46	2,43	1,45	0,011	0,852	0,875	19,08
75	2	17	8,85	2,10	1,18	1,46	2,64	3,55	0,003	1,011	0,756	13,89
76	2	18	8,85	2,10	1,18	1,46	2,64	1,81	0,013	1,042	1,009	17,98
77	2	19	8,85	2,10	1,18	1,46	2,64	2,75	0,022	1,027	1,032	18,65
78	2	20	10,64	2,08	1,38	0,83	1,08	3,33	0,028	0,638	0,096	2,80
79	2	21	10,60	2,49	0,73	1,10	1,13	2,64	0,033	0,575	-0,505	-16,30
80	2	22	10,64	2,08	1,30	1,86	1,20	3,57	0,028	0,683	-0,734	-19,96
81	2	23	10,50	2,26	0,82	1,59	2,42	2,28	0,055	0,591	-0,967	-30,40
82	2	24	10,88	3,76	1,30	1,81	1,62	2,65	0,097	1,178	1,264	19,93
83	2	25	10,88	3,10	1,30	1,86	2,37	2,65	0,097	1,139	1,316	21,45
84	2	26	9,83	3,06	1,04	1,59	2,42	3,64	0,088	0,952	0,938	18,30
85	2	27	10,50	3,68	1,40	2,07	3,02	3,21	0,050	1,303	1,399	19,93
86	2	28	10,13	3,55	1,16	2,34	2,43	3,21	0,028	0,977	1,068	20,31
87	2	29	10,74	3,24	1,16	2,34	2,43	2,64	0,033	0,916	0,851	17,25
PKK [-]			-0,42	0,29	0,45	0,17	0,46	-0,21	-0,02	nej [-]		13,77

x [mm]			44	66	88	100	110	122	122			
dolní mez [mm]			7,0	2,0	0,7	0,8	0,9	1,1	0,0			
horní mez [mm]			11,0	4,0	1,5	2,4	3,1	4,0	0,1			
jedinec [-]	g [-]	geom. [-]	π_0 [mm]	π_1 [mm]	π_2 [mm]	π_3 [mm]	π_4 [mm]	π_5 [mm]	π_6 [-]	$\dot{m}_1$ [kg·s ⁻¹]	$\dot{m}_2$ [kg·s ⁻¹]	η_{ei} [%]
88	3	1	8,85	2,10	1,18	1,46	2,64	2,36	0,060	1,035	1,294	23,21
89	3	2	8,85	2,70	1,20	1,08	1,62	3,94	0,097	0,984	0,951	17,95
90	3	3	8,85	2,70	1,20	2,28	2,55	3,58	0,095	0,930	0,687	13,72
91	3	4	9,01	3,27	1,18	1,46	2,64	1,81	0,009	1,029	1,296	23,37
92	3	5	10,88	3,76	1,30	2,07	3,02	1,99	0,050	1,209	1,598	24,55
93	3	6	10,50	3,10	1,30	1,46	2,64	2,36	0,060	1,128	1,594	26,25
94	3	7	10,50	3,55	1,16	1,74	2,43	3,21	0,028	1,080	1,328	22,83
95	3	8	10,13	3,55	1,16	2,34	2,43	3,21	0,028	0,977	1,030	19,59
96	3	9	8,85	2,70	1,20	2,28	2,55	3,58	0,022	0,930	0,702	14,03
97	3	10	8,85	2,10	1,18	1,46	2,64	2,75	0,018	1,027	0,884	15,99
98	3	11	8,85	2,10	1,18	1,46	2,64	3,21	0,028	1,018	0,827	15,08
99	3	12	8,85	2,06	1,40	2,07	3,02	3,21	0,050	1,029	0,789	14,23
100	3	13	9,08	2,11	1,16	2,34	2,43	3,21	0,028	0,689	-0,279	-7,53
101	3	14	8,85	2,10	1,18	2,03	2,64	2,36	0,060	0,856	0,035	0,76
102	3	15	8,11	2,10	1,18	1,58	1,72	1,92	0,060	0,962	0,963	18,60
103	3	16	7,96	3,10	1,30	1,46	2,64	1,81	0,013	1,091	1,469	25,02
104	3	17	7,28	2,70	1,18	1,46	2,64	1,81	0,013	1,036	1,579	28,30
105	3	18	7,96	3,10	1,30	2,32	2,64	2,75	0,022	1,138	1,520	24,79
106	3	19	7,49	3,15	1,38	1,18	1,08	3,21	0,050	0,840	0,864	19,11
107	3	20	7,79	3,69	1,30	0,83	1,08	2,43	0,041	0,734	0,429	10,87
108	3	21	8,85	3,27	1,18	1,55	2,64	2,36	0,060	1,074	1,058	18,28
109	3	22	8,85	3,27	1,18	1,46	2,64	1,81	0,009	1,028	1,430	25,83
110	3	23	8,85	3,63	1,18	1,95	1,59	3,85	0,088	1,050	0,943	16,69
111	3	24	7,35	3,06	1,18	1,74	2,64	3,33	0,050	1,108	1,090	18,28
112	3	25	7,96	3,10	1,11	1,46	2,64	1,81	0,009	0,979	1,399	26,53
113	3	26	7,96	3,10	1,30	1,46	2,64	2,36	0,060	1,107	1,521	25,51
114	3	27	8,36	3,15	1,38	1,18	1,08	3,33	0,050	0,827	0,781	17,54
115	3	28	7,96	3,10	1,30	1,46	2,64	2,36	0,095	1,107	1,269	21,28
116	3	29	7,49	3,69	0,76	0,83	2,43	2,64	0,033	0,466	-0,898	-35,80
PKK [-]			0,17	0,06	0,64	0,10	0,09	-0,25	-0,04	nej [-]		16,72
117	4	1	7,28	2,70	1,18	1,46	2,64	1,81	0,013	1,036	1,553	27,84
118	4	2	7,96	3,10	1,11	1,46	2,64	1,81	0,009	0,979	1,452	27,53
119	4	3	7,79	3,69	1,30	0,83	1,08	1,81	0,013	0,801	1,203	27,89
120	4	4	7,49	3,15	1,38	1,18	1,08	3,21	0,050	0,840	0,711	15,72
121	4	5	7,49	3,15	1,38	1,18	1,08	3,21	0,067	0,840	0,543	12,01
122	4	6	7,49	3,15	1,38	1,18	1,08	3,21	0,013	0,840	0,456	10,07
123	4	7	7,35	3,06	1,18	1,32	2,64	3,33	0,013	0,993	0,590	11,03
124	4	8	7,35	3,06	1,18	1,63	2,64	3,33	0,067	1,102	0,950	16,02
125	4	9	7,96	3,10	1,11	2,34	2,43	3,21	0,028	0,921	0,724	14,59
126	4	10	8,86	3,10	1,11	1,46	2,64	2,75	0,018	1,006	0,844	15,57
127	4	11	9,00	3,55	1,16	1,74	2,41	3,21	0,028	1,093	1,069	18,17
128	4	12	8,85	3,27	1,18	1,55	1,71	3,58	0,095	1,095	1,156	19,60
129	4	13	10,88	3,76	1,30	2,07	3,02	3,21	0,023	1,200	1,325	20,51
130	4	14	10,88	3,76	1,20	2,28	2,55	3,58	0,095	1,033	1,099	19,75
131	4	15	10,88	3,76	1,30	2,07	2,64	2,36	0,040	1,191	1,540	24,01
132	4	16	10,88	3,76	1,30	2,07	2,64	2,32	0,024	1,192	1,599	24,92
133	4	17	10,88	2,63	1,16	1,74	2,43	3,21	0,028	0,936	1,024	20,32
134	4	18	10,50	3,16	1,16	1,46	2,64	2,75	0,018	1,056	1,113	19,59
135	4	19	10,80	3,27	1,18	1,74	2,43	3,73	0,028	1,066	1,046	18,23
136	4	20	10,50	3,55	1,16	1,74	2,43	2,11	0,028	1,086	1,455	24,87
137	4	21	8,85	3,27	1,18	1,46	2,55	3,58	0,027	1,078	1,143	19,69
138	4	22	9,01	3,27	1,18	1,46	2,64	1,81	0,009	1,029	1,484	26,77
139	4	23	9,64	3,27	1,18	2,07	3,02	1,99	0,050	1,084	1,574	26,98
140	4	24	8,85	2,70	1,20	2,23	2,24	3,33	0,050	0,922	1,000	20,16
141	4	25	8,11	2,10	1,18	1,58	1,72	1,92	0,060	0,962	1,298	25,05
142	4	26	7,96	3,10	1,18	1,23	2,64	1,49	0,050	0,876	1,076	22,80
143	4	27	7,28	2,70	1,18	1,46	2,64	2,36	0,060	1,050	1,273	22,51
144	4	28	8,36	3,15	1,38	1,12	1,08	3,33	0,050	0,803	0,621	14,36
145	4	29	8,85	2,70	1,20	2,28	2,55	3,58	0,075	0,930	0,547	10,93
PKK [-]			0,24	0,13	-0,27	0,04	0,32	-0,78	-0,22	nei [-]		19,91
146	5	1	7,79	3,69	1,30	0,83	1,08	1,81	0,013	0,801	1,203	27,89
147	5	2	7,28	2,70	1,18	1,46	2,64	1,81	0,013	1,036	1,445	25,91
148	5	3	7,28	2,38	1,18	1,46	2,64	1,81	0,009	1,046	1,594	28,29
149	5	4	7,28	2,70	1,18	1,46	2,64	1,81	0,009	1,036	1,587	28,44
150	5	5	7,96	3,10	1,11	1,46	2,64	1,81	0,009	1,079	1,567	26,95
151	5	6	7,96	3,10	1,11	1,46	2,64	1,81	0,009	1,079	1,595	27,44
152	5	7	9,01	3,27	1,18	1,27	2,64	1,81	0,028	0,965	1,498	28,82
153	5	8	10,88	3,76	1,30	1,46	2,64	1,81	0,009	1,091	1,603	27,29
154	5	9	10,88	3,76	1,30	2,07	2,64	1,81	0,013	1,197	1,603	24,88
155	5	10	10,88	2,63	0,89	1,74	2,43	3,73	0,028	0,662	-0,073	-2,05
156	5	11	10,80	2,70	1,20	2,23	2,24	3,33	0,033	0,817	-0,008	-0,18
157	5	12	9,64	2,70	1,20	2,28	2,55	3,58	0,075	0,891	0,221	4,60
158	5	13	9,80	3,55	1,16	1,74	2,64	1,49	0,050	1,087	1,251	21,36
159	5	14	10,50	3,16	1,16	1,46	1,89	2,75	0,018	1,072	1,324	22,94
160	5	15	10,80	3,27	1,30	2,07	2,64	2,32	0,022	1,143	1,589	25,82
161	5	16	10,88	3,76	1,30	2,07	2,64	3,12	0,024	1,183	1,504	23,61
162	5	17	10,50	3,55	1,16	1,74	2,43	3,58	0,095	1,077	1,222	21,06
163	5	18	10,88	2,63	1,16	1,74	2,43	3,21	0,028	0,936	0,806	16,00
164	5	19	10,12	2,63	1,16	1,74	2,43	3,21	0,028	0,976	0,780	14,85
165	5	20	10,08	2,10	1,18	2,07	2,64	2,32	0,024	0,751	-0,069	-1,72
166	5	21	9,01	3,10	1,11	1,46	2,64	1,81	0,009	0,988	1,100	20,68
167	5	22	9,01	3,27	1,18	1,46	2,64	1,81	0,009	1,029	1,521	27,45
168	5	23	8,85	3,27	1,18	1,46	2,64	1,81	0,013	1,028	1,550	28,01
169	5	24	7,96	3,10	1,48	1,46	2,64	1,81	0,013	1,172	1,603	25,40
170	5	25	7,96	3,10	1,18	1,74	2,43	3,73	0,028	1,099	1,256	21,21
171	5	26	7,96	3,10	1,11	1,06	2,64	3,21	0,028	0,787	0,236	5,56
172	5	27	7,31	2,30	1,18	1,46	2,55	3,58	0,027	1,086	0,817	13,96
173	5	28	8,11	2,10	1,18	1,74	2,43	3,73	0,028	0,947	0,694	13,62
174	5	29	9,64	3,27	1,18	2,07	2,15	2,32	0,024	1,026	1,194	21,60
PKK [-]			-0,31	0,54	0,42	-0,43	0,01	-0,67	-0,40	nej [-]		19,65

x [mm]			44	66	88	100	110	122	122			
dolní mez [mm]			7,0	2,0	0,7	0,8	0,9	1,1	0,0			
horní mez [mm]			11,0	4,0	1,5	2,4	3,1	4,0	0,1			
jedinec [-]	g [-]	geom. [-]	π_0 [mm]	π_1 [mm]	π_2 [mm]	π_3 [mm]	π_4 [mm]	π_5 [mm]	π_6 [-]	$\dot{m}_1$ [kg·s ⁻¹]	$\dot{m}_2$ [kg·s ⁻¹]	η_{ei} [%]
175	6	1	10,88	2,63	0,89	1,74	2,43	3,73	0,013	0,662	0,413	11,57
176	6	2	10,90	3,16	1,20	2,28	2,55	3,58	0,075	0,937	0,382	7,56
177	6	3	10,80	3,27	1,30	2,07	2,64	1,95	0,009	1,149	1,054	17,05
178	6	4	10,88	3,76	1,30	2,07	2,64	3,12	0,024	1,183	1,281	20,09
179	6	5	10,88	3,76	1,30	1,46	2,64	2,34	0,024	1,107	1,382	23,20
180	6	6	9,64	3,27	1,18	1,46	2,64	1,81	0,009	1,035	1,467	26,33
181	6	7	10,13	3,10	1,11	1,46	2,64	1,81	0,009	0,996	1,432	26,69
182	6	8	9,80	2,39	1,43	1,86	1,08	1,81	0,013	0,987	1,434	26,98
183	6	9	9,62	3,10	1,24	1,46	2,64	1,81	0,087	1,076	1,380	23,81
184	6	10	8,85	3,27	1,18	1,46	2,64	1,81	0,040	1,028	1,297	23,44
185	6	11	9,01	3,10	1,11	1,46	2,64	1,81	0,009	0,988	1,198	22,52
186	6	12	9,01	3,27	1,18	1,46	2,64	1,81	0,009	1,029	1,199	21,63
187	6	13	9,01	3,27	1,18	1,27	2,64	1,81	0,028	0,965	1,505	28,96
188	6	14	7,96	3,10	1,11	0,88	2,64	1,49	0,050	0,587	-0,030	-0,96
189	6	15	7,96	3,10	1,11	1,46	2,64	1,81	0,009	0,979	0,521	9,88
190	6	16	7,96	3,10	1,48	1,46	2,64	1,81	0,013	1,172	1,197	18,96
191	6	17	7,79	3,69	1,18	2,29	2,64	1,17	0,009	1,080	1,461	25,12
192	6	18	7,28	2,70	1,18	1,46	2,64	1,81	0,009	1,036	1,340	24,01
193	6	19	7,28	2,70	1,18	1,46	2,64	1,81	0,009	1,036	1,288	23,09
194	6	20	7,28	2,38	1,28	1,46	2,64	1,81	0,024	1,102	1,354	22,81
195	6	21	7,13	3,76	1,30	1,46	2,64	1,81	0,009	1,056	1,325	23,31
196	6	22	7,96	3,10	0,74	1,46	2,64	1,81	0,009	0,692	0,445	11,95
197	6	23	7,96	3,10	1,11	1,46	2,64	3,12	0,024	1,007	0,641	11,82
198	6	24	7,96	3,10	1,11	1,46	2,64	1,81	0,009	0,979	0,848	16,08
199	6	25	7,79	3,69	1,18	2,07	2,15	2,32	0,024	1,095	1,149	19,49
200	6	26	7,96	3,10	1,16	1,74	2,64	1,49	0,050	1,087	1,353	23,11
201	6	27	7,96	3,10	1,11	1,68	2,64	1,81	0,009	1,034	1,291	23,20
202	6	28	7,96	3,10	1,11	1,46	2,64	1,81	0,009	0,979	1,177	22,31
203	6	29	7,96	3,10	1,11	1,06	2,64	1,81	0,009	0,738	0,587	14,77
PKK [-]			0,00	0,06	0,40	0,13	-0,15	-0,37	-0,23	nej [-]		19,61
204	7	1	10,88	2,63	0,89	1,74	2,43	3,73	0,013	0,662	-0,575	-16,13
205	7	2	10,90	3,16	1,20	2,28	2,55	3,58	0,075	0,937	0,307	6,08
206	7	3	10,80	3,27	1,30	2,07	2,64	1,95	0,009	1,149	1,511	24,44
207	7	4	10,88	3,76	1,30	2,07	2,64	3,12	0,024	1,183	1,369	21,48
208	7	5	10,88	3,76	1,30	1,46	2,64	2,34	0,024	1,107	1,565	26,27
209	7	6	9,64	3,27	1,18	1,46	2,64	1,81	0,009	1,085	1,607	27,50
210	7	7	10,13	3,10	1,11	1,46	2,64	1,81	0,009	1,096	1,567	26,54
211	7	8	9,80	2,39	1,43	1,86	1,08	1,81	0,013	1,037	1,604	28,71
212	7	9	9,62	3,10	1,24	1,46	2,64	1,81	0,087	1,076	1,397	24,09
213	7	10	8,85	3,27	1,18	1,46	2,64	1,81	0,040	1,028	1,223	22,10
214	7	11	7,96	3,10	1,11	0,88	2,64	1,49	0,050	0,587	-0,605	-19,15
215	7	12	7,96	3,10	1,11	1,46	2,64	1,81	0,009	0,979	0,945	17,91
216	7	13	7,96	3,10	1,48	1,46	2,64	1,81	0,013	1,172	1,564	24,78
217	7	14	7,79	3,69	1,18	2,29	2,64	1,17	0,009	1,091	1,613	27,46
218	7	15	7,28	2,70	1,18	1,46	2,64	1,81	0,009	1,086	1,609	27,51
219	7	16	7,28	2,70	1,18	1,46	2,64	1,81	0,009	1,086	1,610	27,53
220	7	17	7,28	2,38	1,28	1,46	2,64	1,81	0,024	1,102	1,626	27,41
221	7	18	7,13	3,76	1,30	1,46	2,64	1,81	0,009	1,056	1,628	28,64
222	7	19	7,96	3,10	0,74	1,46	2,64	1,81	0,009	0,692	0,324	8,69
223	7	20	7,96	3,10	1,11	1,46	2,64	1,81	0,009	0,979	1,110	21,04
224	7	21	7,96	3,10	1,11	1,46	2,64	1,81	0,009	0,979	1,347	25,55
225	7	22	7,79	3,69	1,18	2,07	2,15	2,32	0,024	1,095	1,487	25,22
226	7	23	7,96	3,10	1,16	1,74	2,64	1,49	0,050	1,087	1,536	26,24
227	7	24	7,96	3,10	1,11	1,68	2,64	1,81	0,009	1,034	1,601	28,77
228	7	25	7,96	3,10	1,11	1,46	2,64	3,12	0,024	1,007	0,971	17,91
229	7	26	7,96	3,10	1,11	1,06	2,64	1,81	0,009	0,738	0,158	3,97
230	7	27	9,01	3,10	1,11	1,46	2,64	3,27	0,009	1,016	0,665	12,15
231	7	28	9,01	3,10	1,11	1,46	2,64	1,81	0,009	0,988	1,317	24,75
232	7	29	9,01	3,27	1,18	1,27	2,64	1,81	0,028	0,965	1,491	28,69
PKK [-]			-0,17	0,17	0,52	0,24	-0,07	-0,42	-0,21	nej [-]		19,87
233	8	1	8,99	3,10	1,11	1,46	2,64	3,12	0,024	1,013	0,901	16,51
234	8	2	9,64	3,27	1,45	1,46	2,64	1,81	0,009	1,167	1,415	22,52
235	8	3	10,13	3,10	1,11	1,46	2,64	1,81	0,009	0,996	1,521	28,36
236	8	4	10,24	2,13	1,18	2,07	2,64	3,43	0,024	0,728	-0,496	-12,67
237	8	5	9,80	2,39	1,43	1,86	2,64	1,81	0,009	1,180	1,392	21,91
238	8	6	9,80	2,39	1,43	1,86	1,08	1,81	0,013	1,037	1,568	28,07
239	8	7	9,64	3,27	1,18	1,46	2,64	2,28	0,009	1,047	1,450	25,72
240	8	8	9,64	3,27	0,91	1,46	2,64	1,81	0,013	0,835	0,955	21,24
241	8	9	9,01	3,10	1,30	1,46	2,64	2,34	0,024	1,115	1,532	25,51
242	8	10	9,01	3,10	1,11	1,46	2,64	1,81	0,009	0,988	1,508	28,34
243	8	11	10,88	3,76	0,76	2,29	2,64	1,17	0,009	0,628	-0,376	-11,13
244	8	12	10,88	3,76	1,30	1,46	2,64	1,81	0,009	1,091	1,089	18,54
245	8	13	9,65	3,10	1,11	1,46	2,64	1,17	0,009	0,978	1,268	24,07
246	8	14	7,28	2,70	1,18	1,46	2,64	2,34	0,024	1,049	1,375	24,33
247	8	15	7,28	2,70	1,18	1,46	2,64	2,70	0,009	1,058	1,246	21,87
248	8	16	7,28	2,38	1,28	1,46	2,64	2,34	0,024	1,117	1,586	26,37
249	8	17	7,28	2,38	1,28	1,46	2,64	2,34	0,024	1,117	1,613	26,80
250	8	18	7,28	2,70	1,18	1,46	2,64	3,58	0,019	1,076	1,056	18,22
251	8	19	7,28	2,70	1,18	0,90	2,64	1,81	0,009	0,645	-0,727	-20,94
252	8	20	7,28	2,70	0,82	1,74	2,64	1,49	0,050	0,749	-0,173	-4,28
253	8	21	7,96	3,10	1,11	1,48	2,64	1,81	0,099	0,987	0,841	15,82
254	8	22	7,79	3,69	1,18	1,46	2,64	1,81	0,009	1,001	1,341	24,88
255	8	23	7,96	3,76	1,30	1,46	2,64	2,34	0,024	1,080	1,465	25,20
256	8	24	7,79	3,69	1,18	2,07	2,15	1,12	0,010	1,071	1,636	28,38
257	8	25	7,26	3,10	1,48	1,46	2,64	1,17	0,009	1,120	1,638	27,15
258	8	26	8,54	3,10	1,11	1,68	2,64	1,81	0,009	1,034	1,645	29,55
259	8	27	7,96	3,10	1,11	1,90	2,64	1,81	0,009	1,030	1,610	29,04
260	8	28	8,45	3,10	0,80	1,46	2,64	2,34	0,024	0,749	-0,223	-5,53
261	8	29	8,93	3,16	1,11	1,46	2,64	1,81	0,077	0,985	0,831	15,65
PKK [-]			-0,09	0,14	0,50	-0,07	-0,18	-0,11	-0,17	nej [-]		17,91

x [mm]			44	66	88	100	110	122	122			
dolní mez [mm]			7,0	2,0	0,7	0,8	0,9	1,1	0,0			
horní mez [mm]			11,0	4,0	1,5	2,4	3,1	4,0	0,1			
jedinec [-]	g [-]	geom. [-]	π_0 [mm]	π_1 [mm]	π_2 [mm]	π_3 [mm]	π_4 [mm]	π_5 [mm]	π_6 [-]	$\dot{m}_1$ [kg·s ⁻¹]	$\dot{m}_2$ [kg·s ⁻¹]	η_{ei} [%]
262	9	1	7,79	3,10	1,11	1,46	2,64	1,17	0,009	0,962	1,370	26,44
263	9	2	7,28	3,82	0,82	1,74	1,69	1,49	0,050	0,766	0,850	20,61
264	9	3	7,26	3,10	1,48	1,46	2,64	1,81	0,009	1,167	1,625	25,86
265	9	4	7,42	3,27	0,91	1,74	1,63	1,49	0,050	0,829	1,146	25,66
266	9	5	7,96	3,10	1,11	1,90	2,64	1,81	0,009	1,030	1,504	27,13
267	9	6	7,79	3,69	1,43	1,86	2,64	1,81	0,009	1,324	1,645	23,08
268	9	7	7,42	3,69	1,43	1,86	2,64	1,81	0,009	1,321	1,645	23,12
269	9	8	7,26	3,10	1,18	2,07	2,64	3,43	0,024	1,076	1,195	20,62
270	9	9	7,28	2,70	0,82	1,74	2,64	1,49	0,050	0,749	0,060	1,49
271	9	10	7,26	3,10	1,48	1,46	2,64	1,34	0,024	1,150	1,544	24,92
272	9	11	7,26	3,04	1,48	1,46	2,64	2,22	0,009	1,183	1,629	25,58
273	9	12	7,13	2,70	1,18	1,46	2,64	2,34	0,024	1,048	1,507	26,69
274	9	13	8,54	3,10	1,11	1,68	2,64	1,81	0,009	1,014	1,611	29,52
275	9	14	9,80	2,39	1,43	1,86	2,64	1,81	0,024	1,180	1,642	25,83
276	9	15	9,80	2,33	0,76	2,29	2,64	1,22	0,009	0,422	0,521	22,91
277	9	16	10,24	2,13	1,18	2,07	2,64	1,16	0,045	0,776	0,528	12,64
278	9	17	9,64	3,27	1,45	1,46	2,89	1,17	0,005	1,094	1,394	23,68
279	9	18	8,94	3,27	0,88	1,46	2,64	2,28	0,009	0,818	0,094	2,12
280	9	19	9,64	3,27	0,82	2,30	1,14	3,08	0,075	0,514	-1,367	-49,38
281	9	20	9,80	2,39	1,43	1,86	2,64	3,24	0,024	1,150	1,161	18,75
282	9	21	9,80	2,39	1,11	1,68	2,64	1,81	0,009	0,941	1,200	23,68
283	9	22	9,80	2,39	1,43	1,86	2,64	1,81	0,009	1,180	1,631	25,67
284	9	23	9,80	2,39	1,30	1,46	2,64	1,81	0,009	1,120	1,634	27,10
285	9	24	9,53	2,55	1,18	1,46	2,64	2,34	0,024	1,065	1,559	27,18
286	9	25	9,01	3,10	1,30	1,46	2,64	1,81	0,009	1,100	1,638	27,66
287	9	26	8,93	3,16	1,18	2,07	2,64	3,43	0,024	1,048	1,070	18,96
288	9	27	7,79	2,39	1,43	1,00	2,64	1,81	0,009	0,799	0,514	11,95
289	9	28	8,54	3,10	1,11	1,46	2,64	2,70	0,009	1,003	0,885	16,39
290	9	29	8,93	3,16	1,11	1,46	2,64	1,81	0,009	0,985	1,407	26,51
PKK [-]			-0,16	-0,08	0,43	-0,35	0,62	-0,33	-0,65	η_{ej} [-]		19,39
291	10	1	8,54	3,69	1,43	1,86	2,64	3,21	0,009	1,343	1,601	22,15
292	10	3	8,93	3,16	1,11	1,46	3,05	2,70	0,009	0,959	0,580	11,23
293	10	4	9,64	3,24	1,45	1,46	2,89	3,98	0,009	1,200	1,149	17,78
294	10	5	10,07	3,10	1,48	1,46	2,64	1,81	0,009	1,188	1,530	23,92
295	10	6	10,12	2,39	1,43	1,86	2,64	1,81	0,050	1,157	1,569	25,19
296	10	7	9,80	2,39	1,43	1,80	2,64	1,81	0,009	1,201	1,616	25,00
297	10	8	9,80	2,33	0,76	2,29	2,64	1,22	0,009	0,422	0,361	15,88
298	10	9	9,80	2,39	0,75	1,86	1,10	1,81	0,052	0,392	-1,510	-71,55
299	10	10	8,93	3,16	1,48	1,46	2,64	1,81	0,009	1,178	1,085	17,11
300	10	11	8,54	3,10	1,11	1,68	2,64	1,81	0,009	1,034	1,376	24,72
301	10	12	8,94	2,70	0,98	1,86	2,64	1,81	0,009	0,858	0,965	20,91
302	10	13	8,54	3,10	1,11	1,68	2,64	1,81	0,009	1,034	1,514	27,19
303	10	14	8,54	3,10	0,91	1,74	1,63	1,49	0,068	0,799	1,020	23,70
304	10	15	8,54	3,10	1,11	1,97	2,64	1,81	0,009	1,014	1,430	26,19
305	10	16	8,61	2,33	0,76	2,29	2,64	1,22	0,009	0,482	-0,052	-2,00
306	10	17	7,96	3,10	1,11	1,90	2,64	1,81	0,050	1,030	0,858	15,48
307	10	18	8,54	3,10	1,11	1,46	1,63	1,49	0,050	1,034	1,597	28,68
308	10	19	7,42	3,96	0,91	1,74	1,63	1,49	0,009	0,855	1,366	29,65
309	10	20	7,79	3,10	1,11	1,46	2,64	2,22	0,009	0,987	1,228	23,10
310	10	21	7,28	2,39	0,81	1,86	2,64	1,81	0,009	0,692	-0,431	-11,58
311	10	22	7,42	3,27	0,91	1,98	1,63	1,49	0,045	0,793	0,277	6,48
312	10	23	7,28	2,70	0,82	1,46	2,64	2,22	0,009	0,760	-0,295	-7,21
313	10	24	7,28	2,70	0,82	0,97	2,64	3,08	0,075	0,605	-0,054	-1,66
314	10	25	7,13	2,70	1,18	2,26	2,64	2,34	0,024	1,015	1,046	19,14
315	10	26	7,16	2,42	1,43	1,86	2,64	1,81	0,009	1,318	1,645	23,17
316	10	27	7,26	3,10	1,48	1,46	2,64	1,81	0,009	1,167	1,645	26,18
317	10	28	7,26	2,39	1,11	1,68	2,64	2,77	0,018	1,013	1,133	20,78
318	10	29	7,79	2,70	1,18	1,46	2,64	2,34	0,024	1,053	1,459	25,73
319	10	1	7,79	3,10	1,11	1,46	2,64	1,17	0,009	0,962	1,457	28,13
PKK [-]			-0,09	0,39	0,53	-0,10	0,40	-0,02	-0,29	η_{ej} [-]		14,95
320	11	1	7,26	2,39	1,11	1,86	2,64	1,81	0,009	0,991	1,539	28,85
321	11	2	7,63	3,27	1,11	1,90	2,64	1,81	0,050	1,039	1,600	28,60
322	11	3	7,26	3,10	0,85	1,46	1,79	1,81	0,009	0,796	0,911	21,26
323	11	4	7,26	3,69	1,43	1,86	1,86	3,21	0,009	1,351	1,585	21,79
324	11	5	7,42	3,96	0,91	1,74	1,63	1,49	0,009	0,855	1,354	29,38
325	11	6	8,94	2,70	1,25	1,86	2,64	1,19	0,009	1,133	1,632	26,74
326	11	7	8,94	2,39	1,43	1,86	2,64	1,20	0,050	1,143	1,644	26,72
327	11	8	10,12	2,39	1,43	1,86	2,64	1,81	0,009	1,157	1,595	25,61
328	11	9	10,12	2,80	1,43	1,46	2,64	1,81	0,009	1,179	1,601	25,22
329	11	10	10,46	2,70	1,18	2,26	2,64	1,49	0,009	0,891	0,904	18,84
330	11	11	9,80	2,33	0,76	2,29	2,64	1,22	0,009	0,422	-1,170	-51,49
331	11	12	9,88	2,70	1,18	1,46	1,63	1,49	0,068	1,053	1,303	22,99
332	11	13	9,80	3,16	1,27	1,46	3,05	2,70	0,009	1,057	0,930	16,34
333	11	14	9,64	3,24	1,45	1,68	2,64	2,77	0,018	1,320	1,642	23,10
334	11	15	9,64	3,37	1,45	1,86	2,64	1,81	0,009	1,347	1,645	22,67
335	11	16	8,93	3,16	1,48	1,57	1,63	1,71	0,050	1,370	1,645	22,29
336	11	17	8,94	3,28	1,11	1,46	2,64	1,17	0,057	0,965	1,558	29,99
337	11	18	7,26	2,39	1,11	1,68	2,64	2,77	0,050	1,013	1,218	22,32
338	11	19	7,28	3,10	1,11	1,68	2,64	3,46	0,084	1,039	0,974	17,41
339	11	20	7,79	2,39	1,43	2,18	2,64	1,81	0,050	1,208	1,580	24,28
340	11	21	7,47	2,39	1,43	1,86	2,64	1,81	0,073	1,307	1,644	23,36
341	11	22	7,96	3,10	0,80	1,90	2,64	3,14	0,050	0,710	-0,485	-12,69
342	11	23	8,54	3,27	1,11	1,46	2,64	1,81	0,009	0,978	1,241	23,57
343	11	24	7,96	3,10	1,11	1,46	3,05	2,70	0,009	0,952	0,441	8,60
344	11	25	8,54	3,10	1,11	1,46	2,64	1,81	0,009	0,984	1,358	25,61
345	11	26	8,54	3,10	1,11	1,68	2,64	1,81	0,009	1,034	1,546	27,78
346	11	27	7,96	3,10	1,11	1,90	2,64	1,81	0,050	1,030	1,585	28,59
347	11	28	7,13	2,70	1,18	2,26	2,64	1,18	0,024	1,032	1,612	29,00
348	11	29	7,16	2,42	1,29	1,86	2,64	1,81	0,091	1,181	1,613	25,36
PKK [-]			-0,20	0,18	0,50	-0,31	-0,13	-0,12	0,10	η_{ej} [-]		20,07

x [mm]			44	66	88	100	110	122	122			
dolní mez [mm]			7,0	2,0	0,7	0,8	0,9	1,1	0,0			
horní mez [mm]			11,0	4,0	1,5	2,4	3,1	4,0	0,1			
jedinec [-]	g [-]	geom. [-]	π_0 [mm]	π_1 [mm]	π_2 [mm]	π_3 [mm]	π_4 [mm]	π_5 [mm]	π_6 [-]	$\dot{m}_1$ [kg·s ⁻¹]	$\dot{m}_2$ [kg·s ⁻¹]	η_{ei} [%]
349	12	1	7,42	3,96	0,91	1,74	1,63	1,49	0,009	0,855	1,424	30,90
350	12	2	7,61	3,28	1,11	1,46	2,64	1,18	0,024	0,953	1,359	26,48
351	12	3	7,96	3,10	1,11	1,46	3,05	2,70	0,009	0,952	0,514	10,03
352	12	4	8,54	3,10	1,11	1,68	2,64	1,81	0,009	1,034	1,507	27,08
353	12	5	8,93	3,16	1,48	1,22	1,26	1,18	0,024	1,059	1,633	28,65
354	12	6	8,54	3,10	1,11	1,86	0,97	1,81	0,009	0,888	1,400	29,26
355	12	7	8,54	3,10	1,11	1,68	2,64	1,81	0,091	1,034	1,180	21,20
356	12	8	8,94	2,39	1,43	1,86	2,64	1,81	0,009	1,239	1,617	24,24
357	12	9	8,94	3,28	1,11	1,46	2,64	1,17	0,057	0,965	1,536	29,56
358	12	10	9,80	3,16	1,27	1,46	3,05	2,70	0,009	1,057	1,150	20,20
359	12	11	10,12	2,39	1,43	1,46	2,64	1,81	0,009	1,182	1,644	25,84
360	12	12	10,12	2,39	1,43	1,86	2,64	1,81	0,095	1,157	1,601	25,71
361	12	13	10,12	2,55	1,43	1,86	2,64	1,81	0,009	1,219	1,631	24,85
362	12	14	8,94	2,39	1,43	1,86	2,64	1,81	0,009	1,239	1,636	24,53
363	12	15	8,94	2,70	1,11	1,46	3,05	2,70	0,009	0,975	0,783	14,92
364	12	16	8,93	3,16	1,48	1,86	2,55	1,19	0,009	1,185	1,644	25,77
365	12	17	8,94	2,70	1,25	1,17	2,64	1,20	0,050	0,872	1,218	25,93
366	12	18	7,96	2,39	1,43	1,86	2,64	1,20	0,050	1,148	1,645	26,58
367	12	19	7,96	3,10	1,11	0,91	2,64	1,81	0,009	0,622	-0,555	-16,57
368	12	20	7,96	3,10	0,86	1,90	2,64	1,81	0,050	0,780	-0,003	-0,07
369	12	21	8,93	3,16	1,48	1,57	2,64	3,13	0,009	1,290	1,439	20,72
370	12	22	8,94	2,93	1,43	1,68	2,64	3,46	0,084	1,323	1,568	22,01
371	12	23	7,96	3,10	1,11	1,90	2,64	1,81	0,050	1,030	1,600	28,86
372	12	24	7,96	3,10	1,11	1,90	2,64	1,81	0,009	1,030	1,607	28,98
373	12	25	7,26	3,69	1,43	1,86	1,86	3,21	0,050	1,351	1,638	22,53
374	12	26	7,42	3,96	0,91	1,74	1,86	3,21	0,009	0,853	0,578	12,58
375	12	27	7,26	3,69	1,43	1,68	2,64	3,46	0,084	1,293	1,502	21,57
376	12	28	7,28	3,10	1,48	1,57	1,63	3,92	0,050	1,289	1,407	20,27
377	12	29	7,26	3,10	1,43	1,46	2,64	1,81	0,009	1,149	1,537	24,84
PKK [-]			0,19	-0,09	0,32	0,40	-0,23	-0,25	0,08	η_{ej} [-]		21,64

x [mm]			44	66	88	100	110	122	122				
dolní mez [mm]			7,0	2,0	0,7	0,8	0,9	1,1	0,0				
horní mez [mm]			11,0	4,0	1,5	2,4	3,1	4,0	0,1				
jedinec [-]	g [-]	geom . [-]	π_0 [mm]	π_1 [mm]	π_2 [mm]	π_3 [mm]	π_4 [mm]	π_5 [mm]	π_6 [-]	$\dot{m}_1$ [kg·s ⁻¹]	$\dot{m}_2$ [kg·s ⁻¹]	η_{ei} [%]	
1	0	1	7,12	3,26	0,70	1,52	2,73	2,70	0,055	0,658	-1,640	-71,37	
2	0	2	8,16	2,01	1,25	1,85	2,22	2,69	0,056	0,938	-0,599	-18,30	
3	0	3	8,44	3,22	1,50	2,22	2,21	2,41	0,058	1,341	1,015	21,67	
4	0	4	8,50	3,37	0,79	2,40	2,59	3,77	0,080	0,612	-1,814	-84,95	
5	0	5	8,91	3,52	0,97	1,87	2,97	2,19	0,028	0,909	-0,783	-24,68	
6	0	6	8,71	3,88	1,13	1,28	0,91	2,37	0,040	0,807	-0,958	-34,00	
7	0	7	10,02	3,12	1,19	1,47	1,45	2,26	0,066	1,083	0,251	6,65	
8	0	8	9,89	3,73	0,88	1,84	1,82	1,35	0,019	0,796	-0,856	-30,81	
9	0	9	10,42	3,57	1,22	1,93	3,01	2,99	0,023	1,141	-0,122	-3,07	
10	0	10	10,42	3,91	1,18	1,13	2,74	2,00	0,006	0,798	-1,121	-40,24	
11	0	11	10,72	3,40	0,98	0,84	0,93	1,44	0,003	0,751	-0,871	-33,22	
12	0	12	10,95	2,54	1,13	1,67	3,00	3,39	0,013	0,950	-0,883	-26,60	
13	0	13	10,83	2,27	1,50	2,02	2,76	3,28	0,046	1,030	-0,490	-13,64	
14	0	14	10,95	2,24	0,91	1,63	2,79	3,50	0,024	0,639	-1,706	-76,40	
15	0	15	10,25	2,25	0,77	1,15	2,61	1,57	0,085	0,673	-1,522	-64,75	
16	0	16	10,47	2,77	1,48	0,81	2,26	2,21	0,058	0,704	-1,487	-60,49	
17	0	17	9,11	2,74	1,48	0,90	2,67	2,36	0,029	0,730	-1,520	-59,63	
18	0	18	9,30	2,90	1,42	1,15	2,22	1,51	0,037	0,981	-0,263	-7,67	
19	0	19	9,03	3,39	0,86	1,66	1,80	2,97	0,033	0,770	-1,203	-44,77	
PKK [-]			0,07	0,12	0,56	0,24	-0,20	-0,22	-0,14	nej	-	-35,07	
20	1	1	10,95	2,54	1,13	1,67	0,98	3,39	0,080	0,745	-1,446	-55,58	
21	1	2	10,02	3,12	1,19	1,47	1,45	1,51	0,037	1,091	0,529	13,87	
22	1	3	10,02	3,12	0,97	1,87	2,97	2,19	0,028	0,878	-0,792	-25,85	
23	1	4	10,02	3,12	1,19	1,47	1,45	2,26	0,066	1,083	0,113	3,00	
24	1	5	9,89	3,73	1,17	1,84	1,82	2,56	0,007	1,073	0,111	2,96	
25	1	6	9,89	3,73	0,88	1,84	2,22	2,69	0,056	0,801	-1,026	-36,67	
26	1	7	8,91	3,52	0,88	1,84	1,82	1,35	0,019	0,796	-1,015	-36,51	
27	1	8	8,42	3,57	1,22	2,07	3,01	2,99	0,023	1,146	0,000	-0,01	
28	1	9	8,44	3,22	1,50	2,22	2,21	2,41	0,058	1,341	1,019	21,77	
29	1	10	8,71	3,52	0,97	1,87	2,97	2,19	0,028	0,910	-0,447	-14,08	
30	1	11	8,91	2,48	0,97	1,87	2,97	2,19	0,028	0,831	-1,087	-37,46	
31	1	12	9,89	2,01	1,25	1,85	2,22	2,69	0,056	0,804	-1,168	-41,64	
32	1	13	8,50	2,01	1,25	1,85	2,22	2,69	0,056	0,913	-0,731	-22,92	
33	1	14	8,16	2,01	1,25	1,85	2,22	3,28	0,046	0,926	-0,755	-23,37	
34	1	15	8,16	2,01	1,25	1,85	1,44	2,00	0,006	0,872	-0,628	-20,62	
35	1	16	7,78	3,26	1,06	1,52	2,73	2,70	0,029	0,964	-0,666	-19,80	
36	1	17	7,12	3,26	0,70	1,52	2,73	2,70	0,055	0,658	-1,642	-71,43	
37	1	18	7,12	3,26	1,13	1,28	0,91	2,37	0,040	0,805	-0,978	-34,79	
38	1	19	8,74	3,73	1,13	0,98	0,91	2,37	0,040	0,728	-1,250	-49,14	
PKK [-]			0,15	0,15	0,63	0,37	0,07	-0,25	-0,25	nej	-	-23,59	
39	2	1	10,02	3,12	0,97	1,87	2,97	2,19	0,055	0,878	-0,887	-28,93	
40	2	2	10,02	2,23	0,97	1,87	3,01	2,99	0,023	0,703	-1,571	-64,00	
41	2	3	10,02	2,01	1,25	1,85	1,44	2,00	0,006	0,728	-1,207	-47,50	
42	2	4	10,95	2,54	0,88	1,84	1,82	1,35	0,019	0,585	-1,492	-73,07	
43	2	5	10,02	3,12	1,19	1,47	1,45	1,51	0,037	1,091	0,529	13,88	
44	2	6	10,02	3,75	1,19	1,38	1,24	2,26	0,007	1,090	0,368	9,66	
45	2	7	9,89	3,73	1,17	0,94	1,20	2,19	0,028	0,863	-0,443	-14,69	
46	2	8	10,02	3,12	1,25	1,85	2,22	2,69	0,056	1,111	0,114	2,95	
47	2	9	9,89	3,73	0,88	2,01	2,97	2,19	0,028	0,815	-1,145	-40,22	
48	2	10	9,89	3,73	0,88	1,84	2,22	2,19	0,028	0,806	-1,063	-37,77	
49	2	11	9,89	3,73	1,46	1,87	2,20	2,19	0,028	1,369	1,103	23,08	
50	2	12	8,44	3,22	1,50	2,22	2,21	2,41	0,058	1,341	1,015	21,67	
51	2	13	8,71	3,52	0,97	1,87	2,97	2,19	0,028	0,910	-0,348	-10,95	
52	2	14	8,91	2,81	0,70	0,97	2,73	2,70	0,055	0,530	-1,810	-97,73	
53	2	15	8,71	2,01	1,25	1,85	2,22	2,69	0,056	0,897	-0,779	-24,86	
54	2	16	8,71	2,01	1,25	1,85	2,63	2,69	0,056	0,940	-0,711	-21,68	
55	2	17	8,16	2,01	1,25	1,85	1,44	2,00	0,058	0,872	-0,603	-19,81	
56	2	18	8,16	2,01	1,25	1,85	2,22	2,69	0,056	0,938	-0,586	-17,90	
57	2	19	8,07	2,01	1,04	2,07	3,01	2,99	0,05	0,759	-1,444	-54,51	
PKK [-]			-0,07	0,41	0,79	0,16	-0,36	-0,16	0,07	nej	-	-25,39	
58	3	1	7,85	3,75	0,80	1,85	2,22	3,69	0,06	0,740	-1,106	-42,82	
59	3	2	8,71	3,73	1,46	1,87	2,20	2,89	0,028	1,372	0,284	5,93	
60	3	3	8,44	3,22	1,50	2,22	2,21	2,41	0,058	1,341	1,084	23,14	
61	3	4	8,91	2,81	0,70	1,85	2,22	2,69	0,056	0,552	-1,811	-93,93	
62	3	5	8,91	2,81	0,88	1,84	1,85	1,35	0,011	0,728	-1,254	-49,31	
63	3	6	8,07	2,01	1,04	2,07	3,01	2,99	0,052	0,759	-1,459	-55,07	
64	3	7	8,16	2,01	0,99	1,85	1,44	2,00	0,058	0,645	-1,429	-63,50	
65	3	8	8,71	2,01	0,76	1,85	1,44	2,00	0,058	0,397	-1,991	-143,50	
66	3	9	10,77	2,01	1,18	1,85	1,44	2,00	0,058	0,609	-1,559	-73,35	
67	3	10	10,95	2,54	0,88	1,84	1,82	2,50	0,019	0,561	-1,671	-85,34	
68	3	11	10,95	3,12	1,19	2,02	1,45	1,51	0,037	0,931	-0,345	-10,60	
69	3	12	10,83	3,73	1,17	0,94	1,20	2,19	0,028	0,863	-0,637	-21,16	
70	3	13	10,02	3,12	1,19	1,47	1,44	2,00	0,058	1,086	0,351	9,26	
71	3	14	10,02	2,54	0,88	1,84	1,82	1,35	0,019	0,633	-1,242	-56,19	
72	3	15	9,89	3,73	1,36	1,84	2,22	1,96	0,028	1,272	0,969	21,81	
73	3	16	9,89	3,73	1,46	1,87	2,20	2,19	0,028	1,369	1,110	23,23	
74	3	17	9,89	3,73	0,88	2,01	2,97	1,51	0,037	0,820	-0,691	-24,15	
75	3	18	10,02	3,75	0,88	1,17	2,22	2,19	0,028	0,761	-1,169	-43,98	
76	3	19	10,02	3,75	1,25	1,85	2,22	2,69	0,084	1,163	0,449	11,05	
PKK [-]			0,15	0,72	0,82	0,01	0,22	0,11	-0,04	nej	-	-35,18	

x [mm]			44	66	88	100	110	122	122			
dolní mez [mm]			7,0	2,0	0,7	0,8	0,9	1,1	0,0			
horní mez [mm]			11,0	4,0	1,5	2,4	3,1	4,0	0,1			
jedinec [-]	g	geom. [-]	π_0 [mm]	π_1 [mm]	π_2 [mm]	π_3 [mm]	π_4 [mm]	π_5 [mm]	π_6 [-]	$\dot{m}_1$ [kg·s ⁻¹]	$\dot{m}_2$ [kg·s ⁻¹]	η_{ei} [%]
77	4	1	8,07	2,01	1,04	2,07	3,01	2,99	0,028	0,759	-1,445	-54,54
78	4	2	7,85	3,04	0,70	1,85	2,22	2,34	0,056	0,605	-1,678	-79,43
79	4	3	8,91	2,81	0,70	1,85	2,22	2,69	0,056	0,552	-1,790	-92,81
80	4	4	10,28	3,12	1,19	2,02	2,22	2,69	0,056	1,004	-0,276	-7,88
81	4	5	10,95	3,12	1,19	1,47	1,44	2,00	0,058	1,064	0,284	7,66
82	4	6	10,95	2,54	1,17	0,94	1,20	2,19	0,028	0,851	-0,563	-18,96
83	4	7	10,95	3,12	1,19	2,02	2,22	1,96	0,028	0,992	-0,113	-3,26
84	4	8	10,83	3,73	1,17	1,87	2,20	3,89	0,028	1,058	-0,260	-7,05
85	4	9	10,83	3,73	0,80	1,85	2,22	2,69	0,056	0,701	-1,446	-59,08
86	4	10	9,89	3,73	0,70	1,85	2,44	2,69	0,056	0,629	-1,671	-76,13
87	4	11	10,02	3,75	0,88	1,17	2,22	2,69	0,053	0,773	-1,292	-47,86
88	4	12	9,89	3,73	1,46	1,87	2,20	2,19	0,028	1,369	1,067	22,32
89	4	13	8,71	3,73	0,94	1,32	2,98	1,35	0,019	0,728	-1,043	-41,00
90	4	14	8,71	3,73	1,46	1,47	1,44	2,00	0,058	1,292	1,064	23,59
91	4	15	8,71	3,73	1,46	1,84	2,22	1,96	0,028	1,370	1,324	27,68
92	4	16	8,71	3,73	1,46	1,66	2,22	1,22	0,015	1,186	1,140	27,55
93	4	17	8,44	3,22	1,50	2,22	2,21	2,41	0,058	1,341	1,269	27,09
94	4	18	7,85	3,73	1,46	1,87	2,20	3,89	0,028	1,376	0,603	12,55
95	4	19	7,85	3,75	0,87	1,85	2,20	2,19	0,028	0,814	-0,658	-23,16
PKK [-]			0,03	0,31	0,96	0,05	-0,36	-0,21	-0,33	nej [-]		-19,09
96	5	1	9,69	2,40	1,17	0,94	1,20	2,19	0,028	0,853	-0,720	-24,16
97	5	2	10,02	3,75	1,50	2,22	2,21	2,41	0,058	1,361	1,023	21,52
98	5	3	10,28	3,12	1,19	2,02	1,20	2,19	0,028	0,925	-0,237	-7,34
99	5	4	10,28	3,12	1,19	2,02	1,44	2,00	0,058	0,950	-0,429	-12,93
100	5	5	10,95	3,12	1,19	1,87	2,20	3,89	0,002	0,994	-0,516	-14,87
101	5	6	10,95	2,54	1,17	1,88	1,20	2,19	0,028	0,762	-1,267	-47,62
102	5	7	10,95	2,40	1,19	2,02	2,22	1,96	0,056	0,794	-0,983	-35,47
103	5	8	10,95	2,54	1,17	0,94	2,20	2,19	0,028	0,782	-1,147	-42,02
104	5	9	10,95	3,12	0,76	1,47	1,32	2,00	0,009	0,626	-1,504	-68,85
105	5	10	10,28	3,12	1,19	2,02	2,22	2,00	0,058	1,015	0,079	2,24
106	5	11	8,71	3,73	1,46	1,66	2,22	1,22	0,015	1,185	0,762	18,40
107	5	12	8,71	3,73	1,46	1,84	2,22	1,96	0,028	1,370	1,333	27,88
108	5	13	8,71	3,73	1,46	1,47	1,44	2,19	0,028	1,280	1,309	29,29
109	5	14	7,85	3,63	1,46	1,47	1,44	2,00	0,058	1,292	1,283	28,43
110	5	15	7,22	3,73	0,70	1,85	2,79	2,69	0,028	0,662	-1,505	-65,12
111	5	16	8,07	2,01	1,04	2,07	3,01	2,99	0,028	0,759	-1,454	-54,89
112	5	17	8,07	2,01	1,19	2,02	2,22	2,69	0,056	0,839	-1,027	-35,09
113	5	18	8,71	3,12	1,15	2,02	2,22	1,96	0,028	1,023	0,113	3,16
114	5	19	8,71	3,75	0,88	1,17	2,22	2,69	0,053	0,761	-1,228	-46,21
PKK [-]			-0,15	0,53	0,89	0,15	-0,17	-0,35	0,18	nej [-]		-17,03
115	6	1	7,85	3,63	1,46	1,47	1,44	2,00	0,058	1,292	1,282	28,40
116	6	2	7,22	3,73	1,46	1,47	1,44	2,19	0,028	1,281	1,210	27,06
117	6	3	8,07	3,44	1,46	1,84	2,22	1,96	0,028	1,370	1,431	29,93
118	6	4	8,71	3,73	0,70	1,85	2,79	2,69	0,028	0,653	-1,522	-66,76
119	6	5	8,28	3,12	0,76	1,47	2,14	1,30	0,015	0,713	-1,295	-52,07
120	6	6	8,71	3,73	1,46	1,66	2,22	1,22	0,015	1,185	0,768	18,56
121	6	7	8,71	3,73	1,46	1,47	1,44	1,82	0,013	1,302	1,247	27,42
122	6	8	8,71	3,73	1,46	1,47	1,44	2,19	0,082	1,280	1,269	28,41
123	6	9	8,71	3,73	1,46	1,47	1,44	2,19	0,028	1,280	1,284	28,74
124	6	10	8,71	3,73	1,46	1,66	1,25	1,22	0,015	1,075	0,963	25,66
125	6	11	9,22	3,73	1,46	1,17	2,22	1,22	0,015	0,977	0,222	6,52
126	6	12	9,84	3,73	1,46	1,47	1,44	2,19	0,028	1,278	0,985	22,07
127	6	13	10,02	3,75	1,50	2,07	2,21	1,96	0,028	1,390	1,400	28,85
128	6	14	10,28	3,75	0,88	1,17	2,22	2,69	0,053	0,775	-0,901	-33,30
129	6	15	10,28	3,12	1,19	2,02	1,96	2,19	0,075	0,991	-0,234	-6,76
130	6	16	10,28	3,12	0,76	2,02	2,22	2,00	0,058	0,584	-1,710	-83,90
131	6	17	9,69	2,40	1,17	1,47	1,44	2,79	0,028	0,936	-0,565	-17,27
132	6	18	9,69	2,40	1,19	2,02	1,20	2,19	0,047	0,768	-1,262	-47,04
133	6	19	10,00	3,12	1,19	1,66	2,22	1,40	0,015	1,101	0,300	7,80
PKK [-]			-0,38	0,50	0,94	-0,27	-0,43	-0,27	-0,17	nej [-]		-1,46
134	7	1	10,00	3,12	1,19	0,83	2,22	1,22	0,015	0,640	-1,267	-56,72
135	7	2	10,00	3,12	1,19	1,66	2,22	1,40	0,028	1,101	0,232	6,03
136	7	3	10,00	3,12	1,19	1,66	2,22	1,40	0,015	1,101	0,348	9,04
137	7	4	10,02	3,75	1,50	2,07	2,21	1,96	0,028	1,390	1,267	26,13
138	7	5	9,66	3,73	1,46	1,47	1,44	1,69	0,013	1,308	1,373	30,07
139	7	6	8,71	3,73	1,46	2,19	1,44	2,19	0,028	1,304	1,359	29,83
140	7	7	8,71	3,73	1,46	2,02	1,20	2,19	0,047	1,133	0,916	23,16
141	7	8	8,71	3,73	1,46	1,47	1,44	1,82	0,015	1,302	1,327	29,19
142	7	9	8,71	3,73	1,46	1,66	2,22	1,40	0,015	1,307	1,303	28,56
143	7	10	8,74	3,73	1,46	1,17	2,22	1,22	0,015	0,974	0,354	10,39
144	7	11	8,71	3,73	1,46	2,26	1,44	1,24	0,028	1,088	0,661	17,40
145	7	12	8,71	3,73	0,88	1,17	2,22	2,69	0,053	0,762	-1,077	-40,50
146	7	13	8,28	3,73	1,01	1,47	1,44	2,19	0,028	0,957	-0,381	-11,39
147	7	14	8,28	3,73	1,46	1,47	1,44	2,19	0,028	1,280	0,980	21,93
148	7	15	8,07	3,44	1,46	1,84	2,22	1,96	0,028	1,370	1,426	29,82
149	7	16	7,22	3,73	1,46	1,47	1,44	1,30	0,015	1,194	1,237	29,70
150	7	17	7,22	3,73	1,46	1,66	2,22	1,22	0,015	1,185	1,072	25,92
151	7	18	7,62	3,73	1,46	1,47	2,56	1,82	0,013	1,162	0,535	13,19
152	7	19	7,85	3,63	1,46	1,55	1,44	2,00	0,047	1,311	1,229	26,85
PKK [-]			-0,33	0,43	0,81	0,64	-0,33	-0,08	-0,17	nej [-]		13,08

x [mm]			44	66	88	100	110	122	122			
dolní mez [mm]			7,0	2,0	0,7	0,8	0,9	1,1	0,0			
horní mez [mm]			11,0	4,0	1,5	2,4	3,1	4,0	0,1			
jedinec [-]	g	geom. [-]	π_0 [mm]	π_1 [mm]	π_2 [mm]	π_3 [mm]	π_4 [mm]	π_5 [mm]	π_6 [-]	$\dot{m}_1$ [kg·s ⁻¹]	$\dot{m}_2$ [kg·s ⁻¹]	η_{ei} [%]
154	8	2	8,28	3,73	1,01	1,47	1,44	2,19	0,028	0,957	-0,081	-2,42
155	8	3	7,62	3,73	1,46	1,47	2,56	1,82	0,013	1,162	0,623	15,36
156	8	4	7,62	3,73	1,46	1,47	2,22	1,40	0,015	1,201	0,793	18,89
157	8	5	7,62	3,73	1,46	2,02	1,20	2,19	0,047	1,135	0,708	17,88
158	8	6	8,71	3,73	1,46	2,19	1,44	2,19	0,028	1,304	1,140	25,03
159	8	7	8,71	3,73	1,46	2,19	1,44	2,19	0,028	1,304	1,259	27,65
160	8	8	8,51	3,44	1,46	1,84	2,58	1,82	0,013	1,355	1,152	24,35
161	8	9	8,71	3,73	1,46	1,17	2,22	2,69	0,012	1,021	0,141	3,96
162	8	10	8,74	3,73	1,46	1,17	2,22	1,82	0,013	0,994	0,126	3,62
163	8	11	8,71	1,53	8	1	8,08	3,73	1,46	2,02	1,46	1,22
164	8	12	8,28	3,73	1,46	1,47	2,23	1,40	0,015	1,205	0,951	22,60
165	8	13	9,66	3,73	1,46	1,47	1,44	1,69	0,013	1,308	1,379	30,21
166	8	14	10,00	3,73	1,46	1,47	1,44	2,19	0,028	1,278	1,298	29,10
167	8	15	10,02	3,75	1,50	2,36	2,21	1,96	0,028	1,341	1,118	23,87
168	8	16	10,02	3,75	1,50	2,07	2,21	1,96	0,017	1,390	1,460	30,10
169	8	17	10,00	3,12	0,77	1,66	2,22	1,96	0,028	0,682	-1,116	-46,89
170	8	18	10,00	3,12	1,46	1,84	2,22	1,96	0,028	1,335	1,115	23,92
171	8	19	10,02	3,44	1,46	1,84	2,22	1,96	0,028	1,360	1,374	28,93
PKK [-]			0,01	0,44	0,88	0,30	-0,17	-0,12	-0,03	nej	[-]	16,62
172	9	1	8,71	3,75	1,50	2,36	2,21	1,44	0,028	1,337	1,390	29,78
173	9	2	8,71	3,73	1,46	1,47	1,44	1,69	0,013	1,308	1,384	30,31
174	9	3	8,71	3,73	1,46	1,47	1,44	2,19	0,028	1,280	1,362	30,48
175	9	4	8,62	3,73	1,46	2,02	1,20	2,19	0,047	1,133	0,915	23,13
176	9	5	8,71	3,73	1,46	2,19	1,25	2,19	0,028	1,175	0,875	21,35
177	9	6	8,74	3,73	1,46	2,19	1,44	2,19	0,028	1,304	1,184	26,00
178	9	7	8,71	3,73	0,91	2,36	2,21	1,96	0,026	0,774	-0,693	-25,66
179	9	8	8,71	3,73	0,70	1,47	1,50	1,40	0,015	0,658	-1,192	-51,93
180	9	9	7,62	3,73	0,82	1,47	1,44	1,69	0,013	0,776	-0,932	-34,40
181	9	10	8,28	3,73	1,01	1,47	1,20	2,19	0,047	0,954	-0,392	-11,76
182	9	11	8,28	3,73	1,46	1,47	2,23	1,69	0,043	1,214	0,566	13,35
183	9	12	8,74	2,34	1,46	1,17	2,22	2,42	0,012	1,041	0,104	2,87
184	9	13	9,66	3,73	1,46	1,47	1,44	1,69	0,013	1,308	1,152	25,23
185	9	14	10,00	3,12	1,46	1,47	2,23	1,40	0,015	1,238	1,132	26,18
186	9	15	10,00	3,12	1,46	1,47	2,23	1,40	0,015	1,238	1,043	24,13
187	9	16	10,02	3,44	1,46	1,84	2,22	1,96	0,028	1,360	1,380	29,07
188	9	17	10,00	3,73	1,46	2,19	1,44	2,19	0,046	1,279	1,269	28,42
189	9	18	10,02	3,75	1,50	2,36	2,21	1,96	0,028	1,341	1,114	23,79
190	9	19	10,02	3,75	1,50	2,07	2,21	1,96	0,017	1,390	1,459	30,08
PKK [-]			0,54	-0,03	0,96	0,24	0,15	0,15	0,16	nej	[-]	12,65
191	10	1	10,02	3,75	1,50	2,07	2,21	1,95	0,017	1,390	1,518	31,30
192	10	2	10,02	3,75	1,50	2,36	2,21	1,96	0,028	1,341	1,403	29,96
193	10	3	10,02	3,44	1,46	1,47	1,43	1,16	0,013	1,187	0,613	14,79
194	10	4	10,00	3,12	1,46	1,43	2,23	1,40	0,013	1,211	0,862	20,40
195	10	5	9,66	3,73	1,48	1,47	1,44	1,96	0,017	1,295	1,272	28,14
196	10	6	8,71	3,73	1,46	2,19	1,20	2,19	0,047	1,129	0,841	21,34
197	10	7	8,71	3,73	1,46	2,32	2,25	2,19	0,013	1,333	1,220	26,20
198	10	8	8,71	3,73	1,46	1,47	1,44	1,69	0,017	1,308	1,382	30,26
199	10	9	8,71	3,73	1,34	1,08	1,25	1,92	0,013	0,997	0,582	16,72
200	10	10	8,71	3,73	1,46	1,47	1,44	1,69	0,013	1,308	1,385	30,34
201	10	11	8,71	3,73	1,46	1,47	1,44	2,19	0,028	1,280	1,263	28,27
202	10	12	8,71	3,75	1,50	2,36	2,21	1,96	0,017	1,368	1,161	24,31
203	10	13	8,71	3,99	1,46	2,19	2,21	1,44	0,028	1,339	1,381	29,53
204	10	14	8,71	3,75	1,50	2,36	2,21	1,44	0,027	1,338	1,427	30,56
205	10	15	7,62	3,73	0,82	1,47	1,44	1,69	0,012	0,776	-0,335	-12,36
206	10	16	7,85	3,73	1,46	2,19	2,64	2,19	0,088	1,374	1,061	22,12
207	10	17	7,89	3,75	0,95	1,47	2,60	1,69	0,013	0,850	-0,282	-9,49
208	10	18	8,71	3,12	1,46	1,47	2,23	1,40	0,015	1,230	0,641	14,93
209	10	19	8,74	2,34	1,46	1,17	2,22	1,40	0,015	1,012	0,112	3,18
PKK [-]			0,50	0,35	0,86	0,47	-0,07	0,10	0,22	nej	[-]	20,03
210	11	1	7,62	3,75	0,93	2,07	2,21	1,95	0,017	0,850	-0,673	-22,68
211	11	2	7,53	3,73	1,46	1,47	1,44	1,96	0,017	1,295	1,078	23,85
212	11	3	7,31	3,73	1,46	1,47	1,44	1,69	0,013	1,306	1,347	29,53
213	11	4	8,71	3,73	1,46	1,09	2,23	1,40	0,013	0,913	-0,080	-2,50
214	11	5	8,71	3,99	1,46	2,32	2,25	2,19	0,013	1,352	1,043	22,10
215	11	6	8,71	3,99	1,46	2,19	2,21	2,94	0,017	1,361	1,066	22,43
216	11	7	8,71	3,73	1,46	1,47	1,44	2,19	0,015	1,280	1,250	27,98
217	11	8	8,74	3,73	0,82	1,47	1,44	1,61	0,012	0,771	-0,401	-14,89
218	11	9	8,74	2,34	1,46	1,47	1,44	3,72	0,028	1,125	-0,229	-5,83
219	11	10	8,71	2,34	1,46	1,17	2,22	1,40	0,015	1,012	-0,076	-2,15
220	11	11	9,66	3,73	1,48	1,47	1,44	1,69	0,012	1,310	1,168	25,54
221	11	12	9,66	3,75	1,50	2,07	1,26	1,95	0,017	1,177	1,041	25,33
222	11	13	10,02	3,75	1,50	2,36	2,21	1,96	0,028	1,341	1,034	22,07
223	11	14	10,02	3,75	1,50	2,07	2,21	1,95	0,017	1,390	1,535	31,64
224	11	15	10,02	3,75	1,50	1,60	1,71	1,96	0,017	1,388	1,631	32,58
225	11	16	10,02	3,78	1,50	1,43	2,23	1,40	0,013	1,205	1,143	27,17
226	11	17	10,02	3,75	0,95	2,07	2,21	1,82	0,013	0,841	-0,255	-8,69
227	11	18	10,02	3,75	1,50	1,06	2,21	1,69	0,013	0,914	-0,281	-8,81
228	11	19	10,00	3,12	1,46	1,43	2,58	2,40	0,017	1,189	0,512	12,32
PKK [-]			0,17	0,33	0,70	0,22	-0,22	0,01	0,04	nej	[-]	12,37

x [mm]			44	66	88	100	110	122	122			
dolní mez [mm]			7,0	2,0	0,7	0,8	0,9	1,1	0,0			
horní mez [mm]			11,0	4,0	1,5	2,4	3,1	4,0	0,1			
jedinec [-]	g [-]	geom. [-]	π_0 [mm]	π_1 [mm]	π_2 [mm]	π_3 [mm]	π_4 [mm]	π_5 [mm]	π_6 [-]	$\dot{m}_1$ [kg·s ⁻¹]	$\dot{m}_2$ [kg·s ⁻¹]	η_{ei} [%]
1	0	1	10,87	3,73	1,11	0,88	1,83	3,35	0,059	0,778	-1,843	-93,17
2	0	2	10,84	3,21	0,73	1,93	2,11	1,12	0,020	0,579	-2,014	-136,76
3	0	3	10,46	3,08	1,33	1,80	1,86	2,59	0,048	1,159	-0,625	-21,21
4	0	4	10,30	3,77	1,50	1,75	1,77	1,66	0,071	1,401	0,354	9,95
5	0	5	9,47	3,86	1,46	2,31	2,96	1,74	0,076	1,363	0,111	3,22
6	0	6	9,35	3,39	1,29	1,61	2,54	1,52	0,045	1,165	-0,461	-15,56
7	0	7	8,76	3,73	0,93	1,77	1,82	2,53	0,064	0,860	-1,532	-70,12
8	0	8	8,38	2,93	0,78	1,27	1,00	1,18	0,068	0,706	-1,695	-94,51
9	0	9	8,27	2,44	0,72	1,20	1,46	1,63	0,098	0,647	-1,857	-112,90
10	0	10	8,37	2,70	0,99	1,84	1,99	1,59	0,014	0,846	-1,441	-67,03
11	0	11	8,03	3,56	1,11	1,14	1,63	2,53	0,095	0,958	-1,323	-54,34
12	0	12	7,38	2,38	1,44	1,25	1,23	2,79	0,009	0,999	-1,321	-52,01
13	0	13	7,24	2,87	1,15	1,07	1,66	3,99	0,100	0,983	-1,537	-61,49
14	0	14	7,53	2,88	1,49	2,13	2,24	2,34	0,002	1,338	0,084	2,47
15	0	15	8,71	2,46	0,70	2,38	3,05	2,52	0,009	0,434	-2,268	-205,47
16	0	16	8,78	2,09	1,22	2,39	2,11	3,51	0,091	0,693	-1,927	-109,46
17	0	17	8,70	2,14	1,32	2,37	0,99	2,98	0,008	0,712	-1,905	-105,25
18	0	18	9,97	2,13	1,18	0,86	2,83	2,94	0,086	0,643	-1,996	-122,06
19	0	19	9,38	2,24	1,25	1,90	3,00	1,19	0,052	1,035	-0,912	-34,70
PKK [-]			-0,03	0,47	0,77	0,00	-0,01	-0,18	0,09	nej [-]		-70,55
20	1	1	10,30	3,77	1,50	1,75	1,77	1,66	0,071	1,401	0,375	10,54
21	1	2	10,84	3,21	0,73	1,75	1,77	1,66	0,071	0,588	-2,018	-135,08
22	1	3	10,46	3,08	1,33	1,80	1,86	2,59	0,048	1,159	-0,672	-22,82
23	1	4	10,46	3,08	1,33	1,80	1,77	3,64	0,071	1,134	-1,040	-36,08
24	1	5	9,47	3,86	1,46	2,31	2,96	1,74	0,076	1,363	-0,010	-0,29
25	1	6	9,47	3,86	1,46	2,31	2,96	1,74	0,076	1,363	0,026	0,75
26	1	7	9,35	3,39	1,29	1,73	2,54	1,52	0,045	1,199	-0,395	-12,95
27	1	8	9,35	3,39	1,29	1,61	2,54	1,12	0,094	1,021	-0,794	-30,60
28	1	9	8,71	2,44	0,72	1,20	2,22	1,13	0,098	0,663	-1,855	-110,13
29	1	10	8,27	2,44	0,72	1,20	2,11	1,12	0,020	0,666	-1,838	-108,63
30	1	11	8,37	2,70	0,99	1,84	2,11	3,51	0,091	0,824	-1,727	-82,43
31	1	12	8,38	2,93	0,78	1,27	1,00	3,35	0,059	0,683	-1,954	-112,52
32	1	13	8,78	2,38	1,31	2,39	2,11	2,53	0,095	0,898	-1,480	-64,85
33	1	14	9,47	2,14	1,32	2,37	0,99	2,98	0,007	0,655	-2,042	-122,72
34	1	15	9,38	2,24	1,25	1,90	3,00	1,19	0,064	1,034	-0,899	-34,19
35	1	16	7,38	2,38	1,25	1,90	3,00	1,19	0,052	1,110	-0,618	-21,91
36	1	17	7,53	2,88	1,49	2,36	1,82	2,53	0,064	1,244	-0,566	-17,89
37	1	18	7,38	2,88	1,49	2,13	2,24	2,34	0,067	1,342	0,084	2,48
38	1	19	7,60	3,39	1,29	1,61	2,54	1,87	0,045	1,159	-0,380	-12,92
PKK [-]			-0,09	0,56	0,84	0,39	0,57	-0,18	0,17	nej [-]		-48,01
39	2	1	10,84	3,21	0,73	1,75	2,54	1,12	0,094	0,645	-1,887	-115,04
40	2	2	10,46	3,08	1,33	1,80	1,86	1,66	0,071	1,175	-0,534	-17,87
41	2	3	10,46	3,08	1,33	1,80	2,36	2,59	0,071	1,198	-0,507	-16,64
42	2	4	9,87	3,08	1,33	1,80	2,22	1,13	0,098	1,012	-0,830	-32,25
43	2	5	10,30	3,77	1,50	1,75	1,77	1,66	0,071	1,401	0,356	10,01
44	2	6	10,30	3,77	1,33	1,42	1,77	3,51	0,091	1,237	-0,579	-18,41
45	2	7	10,46	3,77	1,50	1,75	1,77	1,66	0,071	1,400	0,299	8,41
46	2	8	9,47	2,14	1,32	2,37	0,99	2,98	0,071	0,655	-2,089	-125,55
47	2	9	9,38	2,51	1,25	1,90	3,00	1,19	0,064	1,090	-0,692	-24,97
48	2	10	9,35	3,39	1,16	1,20	2,11	1,12	0,020	0,924	-1,220	-51,94
49	2	11	9,47	3,86	1,46	2,31	3,00	1,19	0,064	1,137	-0,488	-16,87
50	2	12	9,47	3,86	1,46	2,31	2,96	3,64	0,071	1,348	-0,418	-12,21
51	2	13	8,71	2,66	1,33	1,80	1,77	3,64	0,071	1,122	-1,057	-37,05
52	2	14	8,37	2,70	0,99	1,84	2,11	2,59	0,092	0,839	-1,614	-75,67
53	2	15	8,71	2,44	0,72	1,90	2,99	1,19	0,052	0,599	-1,928	-126,67
54	2	16	7,38	2,88	1,49	2,13	2,24	2,34	0,098	1,342	0,118	3,46
55	2	17	7,38	2,88	1,49	2,13	2,24	2,34	0,067	1,342	0,131	3,85
56	2	18	7,38	2,38	1,25	1,90	3,00	1,66	0,071	1,147	-0,653	-22,38
57	2	19	7,38	2,88	1,49	2,13	1,00	3,35	0,06	0,930	-1,503	-63,61
PKK [-]			-0,01	0,52	0,77	-0,06	0,11	0,06	0,10	nej [-]		-38,49
58	3	1	7,38	3,86	1,46	2,31	1,32	3,64	0,05	1,215	-1,052	-34,05
59	3	2	7,38	2,88	1,49	2,13	1,68	3,35	0,059	1,284	-0,722	-22,14
60	3	3	7,38	2,88	1,49	2,13	2,24	2,34	0,071	1,342	0,085	2,49
61	3	4	7,19	3,08	1,49	2,13	2,24	2,34	0,067	1,367	0,222	6,37
62	3	5	7,38	3,08	1,33	1,80	1,86	1,66	0,071	1,240	-0,170	-5,38
63	3	6	7,38	2,88	1,33	1,80	1,86	1,66	0,071	1,227	-0,286	-9,15
64	3	7	9,87	3,08	1,33	1,80	0,91	2,34	0,067	0,853	-1,545	-71,23
65	3	8	10,30	3,77	1,33	1,42	1,77	3,51	0,091	1,237	-0,724	-23,02
66	3	9	10,85	3,77	1,50	1,80	2,36	2,59	0,071	1,398	0,224	6,31
67	3	10	10,30	3,77	1,33	1,80	2,22	1,13	0,098	1,015	-0,700	-27,12
68	3	11	10,46	3,77	1,50	1,99	0,97	1,12	0,020	0,822	-1,285	-61,53
69	3	12	10,46	3,77	1,50	1,75	1,77	1,66	0,071	1,400	0,387	10,88
70	3	13	10,30	3,77	1,50	1,75	1,77	1,66	0,071	1,401	0,370	10,40
71	3	14	10,30	3,77	1,50	1,20	2,11	1,12	0,020	1,025	-0,674	-25,88
72	3	15	9,87	3,08	1,50	1,75	2,16	1,66	0,071	1,383	0,125	3,56
73	3	16	9,87	3,08	1,33	1,80	1,86	1,66	0,071	1,193	-0,356	-11,74
74	3	17	10,46	3,08	0,96	1,90	3,00	1,19	0,064	0,861	-1,409	-64,39
75	3	18	9,47	2,14	1,32	1,90	3,00	1,19	0,064	1,050	-0,857	-32,14
76	3	19	9,47	2,15	1,32	2,37	0,99	2,98	0,071	0,660	-1,953	-116,33
PKK [-]			-0,19	0,36	0,48	-0,32	0,41	-0,10	0,22	nej [-]		-24,43

x [mm]			44	66	88	100	110	122	122			
dolní mez [mm]			7,0	2,0	0,7	0,8	0,9	1,1	0,0			
horní mez [mm]			11,0	4,0	1,5	2,4	3,1	4,0	0,1			
jedinec [-]	g [-]	geom. [-]	π_0 [mm]	π_1 [mm]	π_2 [mm]	π_3 [mm]	π_4 [mm]	π_5 [mm]	π_6 [-]	$\dot{m}_1$ [kg·s ⁻¹]	$\dot{m}_2$ [kg·s ⁻¹]	η_{ei} [%]
77	4	1	7,19	3,86	1,12	2,31	1,32	1,20	0,045	0,950	-0,802	-33,20
78	4	2	7,43	3,08	1,33	1,80	1,86	1,66	0,071	1,239	-0,266	-8,45
79	4	3	7,38	2,88	1,33	1,80	1,86	1,66	0,034	1,227	-0,206	-6,61
80	4	4	7,38	2,88	1,49	2,13	1,68	3,35	0,059	1,284	-0,655	-20,08
81	4	5	7,19	3,08	1,49	1,51	2,24	2,34	0,071	1,288	-0,093	-2,85
82	4	6	9,47	3,08	0,96	1,90	3,00	1,19	0,064	0,878	-1,168	-52,37
83	4	7	9,47	2,14	1,32	1,90	3,00	1,19	0,071	1,050	-0,731	-27,42
84	4	8	9,47	2,15	1,32	2,37	0,99	2,98	0,071	0,660	-1,795	-106,95
85	4	9	10,30	2,38	1,33	1,80	2,22	1,19	0,013	1,041	-0,753	-28,44
86	4	10	10,46	3,08	1,33	2,23	1,86	1,66	0,071	1,057	-0,871	-32,45
87	4	11	10,46	3,77	1,50	1,75	1,77	1,66	0,071	1,400	0,352	9,88
88	4	12	10,30	3,77	1,50	1,75	1,77	1,66	0,002	1,402	0,358	10,04
89	4	13	10,46	3,77	1,33	1,80	1,43	1,66	0,071	1,223	-0,117	-3,77
90	4	14	10,46	3,77	1,32	2,37	0,99	2,98	0,071	0,926	-1,382	-58,70
91	4	15	10,30	3,77	1,50	2,13	1,68	3,35	0,014	1,327	-0,525	-15,56
92	4	16	9,87	3,08	1,50	1,20	2,11	1,12	0,020	1,036	-0,730	-27,72
93	4	17	10,30	3,77	1,50	1,20	2,11	1,12	0,067	1,008	-0,749	-29,24
94	4	18	10,30	3,77	1,50	1,75	1,77	1,66	0,071	1,401	0,360	10,11
95	4	19	10,30	3,29	1,50	1,75	2,11	1,12	0,020	1,098	-0,492	-17,62
PKK [-]			-0,05	0,46	0,47	-0,48	0,21	-0,26	-0,21	nej [-]		-23,23
96	5	1	7,19	3,77	1,50	1,20	2,11	1,11	0,067	0,992	-0,788	-31,22
97	5	2	7,19	3,08	1,49	1,51	2,12	1,66	0,002	1,285	-0,246	-7,52
98	5	3	7,19	2,88	1,33	2,09	1,86	1,39	0,005	1,182	-0,405	-13,50
99	5	4	7,38	3,77	1,50	2,13	1,68	3,35	0,014	1,383	-0,326	-9,28
100	5	5	9,17	3,77	1,50	1,20	1,77	1,66	0,071	1,090	-0,552	-19,93
101	5	6	8,87	2,88	1,33	1,80	1,86	1,66	0,068	1,195	-0,444	-14,61
102	5	7	10,30	3,29	1,08	1,80	2,22	1,19	0,013	0,987	-0,918	-36,61
103	5	8	10,46	3,77	1,18	1,80	1,86	1,66	0,071	1,092	-0,615	-22,14
104	5	9	10,30	3,77	1,50	1,75	1,77	1,66	0,002	1,402	0,352	9,89
105	5	10	10,30	3,77	1,50	2,13	2,11	1,12	0,020	1,094	-0,491	-17,65
106	5	11	10,46	3,08	1,33	2,23	1,86	1,66	0,071	1,057	-0,883	-32,89
107	5	12	10,46	2,44	1,50	1,91	1,32	1,20	0,045	1,004	-0,681	-26,67
108	5	13	9,87	3,08	1,50	1,75	3,04	1,66	0,071	1,313	-0,173	-5,17
109	5	14	10,30	2,38	1,43	1,80	2,22	3,73	0,095	1,070	-1,096	-40,30
110	5	15	10,30	3,77	1,50	1,75	1,77	1,66	0,071	1,401	0,311	8,74
111	5	16	10,46	3,77	1,50	1,75	1,77	1,66	0,071	1,400	0,380	10,69
112	5	17	10,46	3,77	1,50	1,75	2,11	1,12	0,020	1,100	-0,464	-16,61
113	5	18	10,30	3,77	1,50	1,75	1,77	1,66	0,071	1,401	0,368	10,32
114	5	19	10,30	3,77	1,50	1,80	1,43	3,84	0,071	1,226	-0,652	-20,93
PKK [-]			0,03	0,45	0,46	-0,03	-0,09	-0,13	-0,14	nej [-]		-14,49
115	6	1	10,30	3,77	1,50	1,80	1,43	3,84	0,071	1,226	-0,729	-23,38
116	6	2	10,30	3,77	1,50	1,75	1,77	1,66	0,071	1,401	0,386	10,85
117	6	3	10,46	3,77	1,50	1,75	1,77	1,66	0,071	1,400	0,398	11,19
118	6	4	10,30	3,77	1,50	1,75	1,77	1,39	0,042	1,278	0,092	2,85
119	6	5	10,46	3,77	1,50	1,75	2,11	1,12	0,002	1,118	-0,445	-15,67
120	6	6	10,30	3,08	1,37	1,75	3,04	1,66	0,071	1,239	-0,430	-13,67
121	6	7	10,12	3,08	1,49	1,51	2,12	1,66	0,002	1,305	-0,137	-4,12
122	6	8	9,87	3,63	1,08	1,80	2,22	1,19	0,013	1,013	-0,834	-32,40
123	6	9	10,30	3,77	1,50	2,13	2,11	1,12	0,020	1,094	-0,518	-18,63
124	6	10	10,46	3,77	0,79	1,75	2,22	1,19	0,013	0,732	-1,774	-95,33
125	6	11	10,30	2,88	1,33	1,52	1,86	1,82	0,005	1,211	-0,199	-6,47
126	6	12	10,46	2,44	1,49	1,51	2,12	2,20	0,002	1,251	-0,217	-6,84
127	6	13	10,30	2,38	1,43	1,50	2,22	3,73	0,095	1,167	-0,860	-28,98
128	6	14	10,30	2,38	1,43	0,93	1,32	1,20	0,045	0,872	-1,068	-48,19
129	6	15	7,56	3,77	1,50	1,75	2,11	1,12	0,020	1,100	-0,507	-18,12
130	6	16	7,19	2,48	1,50	1,20	2,11	1,19	0,013	1,045	-0,742	-27,94
131	6	17	7,19	3,77	1,50	1,51	2,12	1,66	0,002	1,263	-0,312	-9,71
132	6	18	7,19	3,77	1,50	1,20	2,11	1,20	0,067	1,013	-0,784	-30,48
133	6	19	7,19	3,46	1,50	1,75	2,11	1,12	0,020	1,100	-0,514	-18,40
PKK [-]			0,03	0,09	0,75	0,20	-0,08	0,10	0,11	nej [-]		-19,65
134	7	1	10,46	3,77	1,50	1,75	1,77	1,66	0,071	1,400	0,392	11,03
135	7	2	10,46	3,77	1,50	1,75	1,77	1,66	0,071	1,400	0,402	11,29
136	7	3	10,30	3,77	1,50	2,13	2,11	1,12	0,020	1,085	-0,458	-16,61
137	7	4	10,30	3,77	0,88	2,13	2,11	1,12	0,020	0,761	-1,685	-87,17
138	7	5	10,46	3,77	0,79	1,75	2,11	1,12	0,020	0,729	-1,770	-95,56
139	7	6	10,46	3,77	1,50	1,75	1,77	1,66	0,038	1,401	0,387	10,88
140	7	7	10,30	3,77	1,50	1,75	1,77	1,66	0,071	1,401	0,402	11,29
141	7	8	10,46	3,77	1,50	1,80	1,43	3,84	0,071	1,226	-0,911	-29,24
142	7	9	10,46	2,52	1,50	1,75	1,43	3,84	0,071	1,107	-1,309	-46,50
143	7	10	10,30	2,38	1,43	0,93	1,32	1,20	0,020	0,872	-1,294	-58,39
144	7	11	10,46	2,91	0,79	1,75	2,22	1,19	0,013	0,660	-1,906	-113,55
145	7	12	10,46	3,77	0,79	1,75	2,22	1,19	0,070	0,732	-1,769	-95,04
146	7	13	10,30	3,77	1,08	1,80	2,22	1,19	0,013	1,014	-0,977	-37,88
147	7	14	9,87	3,63	1,08	1,80	2,22	1,66	0,071	1,010	-1,185	-46,16
148	7	15	10,30	3,90	1,33	1,52	1,86	1,20	0,045	1,106	-0,528	-18,79
149	7	16	8,78	3,77	1,50	0,93	0,96	1,20	0,032	0,825	-1,377	-65,70
150	7	17	7,19	3,77	1,50	1,20	1,41	1,39	0,042	1,116	-0,474	-16,72
151	7	18	7,19	3,63	1,08	1,80	2,22	1,19	0,013	1,024	-0,929	-35,68
152	7	19	7,19	2,48	1,50	1,20	2,12	1,66	0,002	1,060	-0,763	-28,32
PKK [-]			-0,09	0,25	0,80	0,02	-0,23	0,20	0,37	nej [-]		-39,31

x [mm]			44	66	88	100	110	122	122			
dolní mez [mm]			7,0	2,0	0,7	0,8	0,9	1,1	0,0			
horní mez [mm]			11,0	4,0	1,5	2,4	3,1	4,0	0,1			
jedinec [-]	g [-]	geom. [-]	π_0 [mm]	π_1 [mm]	π_2 [mm]	π_3 [mm]	π_4 [mm]	π_5 [mm]	π_6 [-]	$\dot{m}_1$ [kg·s ⁻¹]	$\dot{m}_2$ [kg·s ⁻¹]	η_{ei} [%]
153	8	1	7,19	3,63	1,08	1,80	2,22	1,19	0,020	1,024	-0,890	-34,18
154	8	2	7,19	2,48	1,50	1,75	1,77	1,66	0,071	1,359	0,229	6,63
155	8	3	8,00	2,48	1,50	1,80	2,72	3,84	0,071	1,357	-0,540	-15,65
156	8	4	8,17	3,63	1,08	1,83	2,11	2,10	0,020	1,017	-1,008	-39,00
157	8	5	8,78	3,77	1,08	1,55	2,22	1,19	0,033	0,999	-1,010	-39,77
158	8	6	9,18	3,77	0,88	1,80	2,70	3,84	0,071	0,823	-1,768	-84,49
159	8	7	9,10	2,48	1,50	1,20	2,22	1,66	0,041	1,053	-1,031	-38,51
160	8	8	10,30	2,38	1,43	0,93	1,32	1,20	0,020	0,872	-1,259	-56,83
161	8	9	10,30	2,38	0,72	0,93	1,32	1,20	0,020	0,636	-1,779	-110,08
162	8	10	10,30	3,77	1,08	1,80	0,96	3,49	0,075	0,846	-1,740	-80,95
163	8	11	10,30	3,77	1,08	1,80	2,22	3,09	0,032	1,002	-1,340	-52,61
164	8	12	10,46	3,77	1,50	1,80	2,22	1,19	0,013	1,164	-0,373	-12,60
165	8	13	10,46	3,77	1,50	1,75	1,77	1,66	0,038	1,401	0,312	8,75
166	8	14	10,46	3,77	0,85	1,75	2,11	1,66	0,002	0,779	-1,607	-81,14
167	8	15	10,46	3,77	0,79	1,75	2,22	1,19	0,070	0,732	-1,730	-92,94
168	8	16	10,46	3,77	1,32	1,80	2,22	1,19	0,070	1,094	-0,583	-20,97
169	8	17	10,46	3,77	1,43	0,84	1,32	1,20	0,020	0,787	-1,473	-73,64
170	8	18	10,30	3,77	1,50	1,75	1,77	1,66	0,071	1,401	0,399	11,20
171	8	19	10,30	3,90	1,50	1,75	1,77	1,66	0,071	1,402	0,403	11,31
PKK [-]			-0,25	0,05	0,81	0,40	0,18	-0,11	0,27	nej [-]		-41,87
172	9	1	8,05	3,77	1,08	1,80	0,96	3,49	0,020	0,853	-1,720	-79,32
173	9	2	7,19	3,77	1,08	1,80	2,09	3,09	0,032	1,024	-1,282	-49,25
174	9	3	7,84	3,77	1,29	1,80	2,22	1,66	0,041	1,213	-0,451	-14,64
175	9	4	9,18	3,77	0,88	2,29	2,22	1,19	0,013	0,760	-1,693	-87,72
176	9	5	9,18	3,77	0,88	1,80	2,70	1,66	0,038	0,831	-1,667	-78,93
177	9	6	10,30	3,77	1,50	1,75	1,77	1,66	0,071	1,401	0,403	11,31
178	9	7	10,30	3,77	1,50	1,80	2,22	3,09	0,032	1,402	0,026	0,74
179	9	8	10,30	3,90	1,50	1,75	2,11	2,10	0,020	1,396	0,389	10,98
180	9	9	10,30	3,77	1,32	2,05	2,22	1,19	0,070	1,089	-0,504	-18,23
181	9	10	10,30	3,77	1,08	1,55	2,22	1,19	0,033	1,007	-0,952	-37,22
182	9	11	10,30	3,77	1,08	1,80	0,96	3,49	0,041	0,846	-1,756	-81,68
183	9	12	10,46	3,36	1,43	2,14	2,22	3,80	0,032	1,227	-0,774	-24,83
184	9	13	10,30	2,93	1,50	1,75	1,77	1,66	0,071	1,323	0,106	3,16
185	9	14	10,46	2,48	1,43	1,11	1,32	1,20	0,020	1,036	-0,738	-28,04
186	9	15	10,46	3,59	1,43	0,84	1,32	3,84	0,071	0,726	-1,972	-106,84
187	9	16	10,46	3,77	1,43	0,84	2,22	1,19	0,013	0,684	-1,836	-105,53
188	9	17	10,46	3,77	0,85	1,02	2,11	1,66	0,020	0,673	-1,832	-107,12
189	9	18	10,30	3,77	0,79	1,75	2,22	1,19	0,038	0,734	-1,724	-92,43
190	9	19	10,30	3,90	1,50	1,75	1,77	1,66	0,071	1,402	0,396	11,10
PKK [-]			0,08	-0,17	0,68	0,41	0,10	-0,10	0,40	nej [-]		-46,03
191	10	1	8,60	3,90	1,50	1,75	1,63	3,49	0,041	1,388	-0,346	-9,81
192	10	2	8,05	3,77	1,08	1,80	0,96	3,84	0,071	0,832	-1,813	-85,72
193	10	3	8,05	3,77	0,79	1,75	2,22	1,19	0,010	0,749	-1,709	-89,69
194	10	4	8,05	3,77	1,08	1,80	2,22	1,19	0,013	1,024	-0,938	-36,04
195	10	5	8,05	3,47	1,08	1,80	2,22	1,19	0,013	1,020	-0,953	-36,76
196	10	6	9,18	3,77	0,88	2,29	2,22	1,66	0,041	0,754	-1,833	-95,63
197	10	7	9,18	3,77	0,88	2,29	2,22	1,19	0,038	0,760	-1,670	-86,51
198	10	8	9,18	2,93	1,50	1,75	1,77	1,66	0,082	1,363	0,272	7,84
199	10	9	10,30	2,93	1,50	1,75	2,22	1,66	0,041	1,360	0,113	3,27
200	10	10	10,30	3,90	1,50	1,40	2,22	3,80	0,032	1,258	-0,923	-28,87
201	10	11	10,30	3,77	1,07	1,80	2,22	3,09	0,071	0,992	-1,328	-52,68
202	10	12	10,30	3,90	1,50	1,75	2,56	1,66	0,071	1,349	0,072	2,10
203	10	13	10,30	3,77	1,50	1,75	1,53	1,66	0,071	1,351	0,336	9,77
204	10	14	10,30	3,90	1,50	1,75	1,77	1,66	0,071	1,4024	0,408	11,46
205	10	15	10,30	3,77	1,50	1,75	1,77	1,66	0,071	1,401	0,414	11,63
206	10	16	10,46	3,77	0,85	1,02	2,70	3,60	0,038	0,645	-2,132	-129,94
207	10	17	10,30	3,83	1,08	1,80	0,96	3,49	0,041	0,847	-1,744	-81,00
208	10	18	10,30	3,77	0,78	1,80	0,96	3,49	0,041	0,620	-2,017	-127,95
209	10	19	10,89	2,49	1,50	1,75	1,77	1,19	0,013	1,114	-0,530	-18,72
PKK [-]			0,18	-0,29	0,93	0,00	0,09	-0,41	0,36	nei [-]		-43,85