

Odborný posudek na bakalářskou práci

Diana Gregorová: Dynamika soustav těles, aplikace na výukovou pomůcku

Předložená bakalářská práce vychází ze zadání, jehož cílem bylo obohatit výuku dynamiky ve 2. ročníku bakalářského studia na FS TUL o didaktickou pomůcku pro výklad uvolňovací metody řešení dynamiky soustav těles. Částečně se tím řeší palčivý nedostatek takových pomůcek, které studentům, přicházejícím dnes na fakultu mnohdy bez sebemenší představy o povaze strojů, které nás obklopují, pomohou pochopit úlohu dynamiky v jejich stavbě.

Autorka po stručném úvodu seznamuje čtenáře v kapitole 2. s cílem své práce. Správně definuje problém, kterým je jistá odlišnost charakteru úloh z dynamiky (obecně z mechaniky), kdy výsledkem matematického modelu objektu jsou matematické funkce, proti úlohám v jiných předmětech, kde výsledkem bývají nejčastěji číselné hodnoty. Vypočtené funkce pak v dynamice představují reálný pohyb, který chce autorka demonstrovat na fyzickém modelu.

Autorka se ujala svého úkolu s velkou vervou a invencí a vytvořila dílo, které zadání nejen splňuje, ale v mnoha ohledech i překračuje.

V rešeršní části, kapitola 3., poukazuje na nedostatek vhodných didaktických pomůcek pro výuku dynamiky a kriticky hodnotí použití hračky HexBug pro tento účel, i když shledává její princip jako vhodný. Správně nachází klíčové jevy, které se na pohybu HexBug podílejí, totiž rotaci nevyvážku a tření o podložku. A uvádí další příklady z praxe, kde se oba principy využívají.

Teoretická východiska práce uvádí autorka v kapitole 4. Přitom se soustředí na ty mechanické principy, které v práci využije. Zmiňuje zákon akce a reakce, který je teoretickým základem dále použité metody uvolňování těles soustavy. Odstavec vhodně doplňuje tabulkou kinematických vazeb, ideálních i reálných. Blíže se pak věnuje smykovému tření a vysvětluje pojem statického a dynamického koeficientu tření a jejich závislost na rychlosti smýkání v celém intervalu $(-\infty, \infty)$.

Dále autorka přechází k dynamice rovinného pohybu tělesa. Prvnímu odstavci o hmotových charakteristikách by prospěl obrázek s vyznačením elementu dm , souřadnic x a y a vektorů $\vec{r}$ resp. $\vec{r}_S$. V dalším textu autorka rozebírá dynamiku jednotlivých typů rovinných pohybů.

Pojmy dráhy, rychlosti a zrychlení, tak jak jsou zavedeny v odstavci 4.4 o posuvném pohybu, nekorespondují s obrázkem 6. V obrázku je znázorněn křivočarý posuvný pohyb, zatímco vztahy pro dráhu a rychlost se hodí pro přímočarý pohyb a vztah (11) pro zrychlení je zapsán zcela špatně. Naštěstí to nevádí, protože v aplikaci se jedná o posuvný pohyb přímočarý. K ilustraci vztahů (13) až (24), jimiž se odvozují pohybové rovnice posuvného pohybu by se opět hodil obrázek.

V odstavci 4.5 se diskutuje kinematika a dynamika rotačního pohybu. Obrázek 7 převzatý z citovaného zdroje (web!) se nezdá být vhodný. Zejména proto, že bod S (těžiště?) je umístěn na ose rotace a bod A "na obvodu" (čeho?) je z hlediska dynamiky bezvýznamný. V důsledku toho jsou špatně vztahy (31) až (40), kde má být např. hybnost $\vec{p} = m\vec{v}_S$, tečná síla dynamická $\vec{T} = -m\vec{a}_{St}$, odstředivá síla $\vec{O} = -m\vec{a}_{Sn}$ a dynamický moment $\vec{M}_D = -J_o\vec{\alpha}$, kde

J_o je moment setrvačnosti k ose rotace, na které obecně těžiště neleží. Pohybová rovnice (41)

je formálně správně ale momentová rovnice (42) má být $\sum_{i=1}^n \vec{r}_i \times \vec{F}_i + \vec{M}_D = \vec{0}$.

Obecný rovinný pohyb, kterého se týká odstavec 4.6, je pojednán velmi stručně. Správně je zmíněn základní rozklad a jeho vyjádření v kinematice ale aplikace na silová působení chybí.

Stručně lze kapitolu 4 hodnotit jako slabinu celé práce.

Těžištěm bakalářské práce je kapitola 5, nazvaná Matematický model. Předmětná soustava dvou těles a základního rámu je znázorněna schematickým obrázkem 8. Následně se sumarizují parametry modelu a je přistoupeno k jejich určení měření na fyzickém modelu. Solidně je zdokumentováno určení těžiště tělesa 2 pomocí digitálních vah. Jen poněkud mate použití symbolů m_B, m_C pro údaje váhy při měření reakcí v podporách v bodech B resp. C. Nezasvěcenému čtenáři rovněž nebude jasný význam hodnot "4" resp. "0,004" v rovnicích (52) až (55).

K určení hmotových charakteristik tělesa 3 byl použit CAD model. Je zmíněna poloha těžiště a moment setrvačnosti, chybí ale hmotnost m_3 .

Velmi důležitý koeficient smykového tření byl určen relevantní metodou a získaný údaj je možno považovat za spolehlivý. Škoda ale, že není zmíněno, jak velmi se koeficient tření mění pro různé druhy podložky.

Parametry použitého motoru v odstavci 5.2.4 byly převzaty z věrohodného internetového zdroje. Jediná připomínka: zde diskutovaná charakteristika motoru není *momentová* ale *rychlostní*.

V dalším textu se autorka věnuje vlastní tvorbě matematického modelu. Naštěstí se při tom neřídí příliš závěry kapitoly 4, které nejsou zcela v pořádku, ale používá osvědčený standardní postup, známý ze cvičení. Začíná proto kinematickými schématy pohybu tělesa 2 resp. 3 (Obr. 16 resp. 17), která jí umožní správně orientovat síly v silových schématech (Obr. 18 resp. 19). Silová schémata jsou bez vady, zvláště zdůrazňují správné zavedení hnacího momentu M_h do obou schémat.

V rovnicích dynamické rovnováhy, odst. 5.2.7, jsou chybně uvedena znaménka u N_A , N_B v rovnici (61) a M_h v rovnici (62). Jedná se však o překlepy, do výpočtového programu jsou znaménka zavedena správně. Ve specifikaci sil, odstavec 5.2.8, chybí index 3 u m v rovnicích (70) a (71) ale rovněž se jedná o překlep. Vztah (72) pro M_D je správně, na rozdíl od téhož v kapitole 4.

Standardní kinematické rovnice jsou v odstavci 5.2.9 upraveny tak, aby nezávisle proměnnou veličinou nebyl čas t ale polohový úhel φ nevývažku, což je výhodné zejména je-li úhlová rychlost ω konstantní. Čas t se tím ovšem stává veličinou závisle proměnnou, což je správně respektováno rovnicí (76).

Autorka pak vložila kompletní soustavu rovnic do matematického softwaru Maple a v souladu se zadáním provedla řešení pro obě varianty dle zadání.

Varianta s konstantní úhlovou rychlostí se řeší v odstavci 5.3.1. Postup řešení v systému Maple je zdokumentován výpisem programu v příloze II. Povaha soustavy rovnic umožňuje postupný výpočet reakcí R_x, R_y , kontaktních sil N_A, N_B a hnacího momentu M_h . Zrychlení a tělesa 2 pak podle rovnice (87) vychází jako funkce polohového úhlu φ a znaménka

$\text{sgn}(v)$ rychlosti v . Protože je funkce signum těžkou nelinearitou, musí se následná soustava diferenciálních rovnic (88) a (89) řešit numericky, což Maple snadno zvládá.

Výsledek modelového výpočtu je doložen grafy č. 5 a č. 6. V prvním z nich je znázorněn průběh rychlosti v , polohy u a času t v závislosti na φ , který dokumentuje vratný pohyb objektu vpřed. Ve druhém je znázorněn průběh velikostí kontaktních sil N_A , N_B v závislosti na φ , na kterém autorka dokládá splnění podmínky trvalého kontaktu objektu s podložkou, což jí bylo uloženo zadáním BP.

Variantě s konstantním hnacím momentem je věnován odstavec 5.3.2. a řešení v systému Maple je zdokumentováno výpisem programu v příloze III. Problém je výrazně složitější než v předchozí variantě, protože soustava nelineárních diferenciálních rovnic je čtyřčlenná; přibýly rovnice (99) pro úhlovou rychlost ω a (101) pro čas t . Numerickým řešením soustavy je úspěšně splněn příslušný bod zadání BP. Výsledky však ukazují, že pohon konstantním hnacím momentem je nepoužitelný, neboť velmi rychle po startu narůstají otáčky nevývažku tak, že není splněna podmínka trvalého kontaktu s podložkou, jak autorka správně konstatuje.

Vzhledem k tomu, že autorka dokázala vytěžit z internetu podrobná technická data o motoru EV3 Large z použité stavebnice Lego (viz odst. 5.2.4), mohla, zcela nad rámec zadání, zpracovat ještě variantu, ve které použila reálnou momentovou charakteristiku motoru. Vzhledem k tomu, že kvůli absenci jakékoli možnosti motor regulovat, ať už na konstantní otáčky nebo na konstantní hnací moment, jedná se vlastně o nejlepší možné přiblížení matematického modelu realitě.

Z matematického hlediska je problém podobný předchozímu. Jistou potíž představuje počáteční podmínka pro úhlovou rychlost ω nevývažku, protože pro $\omega_0 = 0$ má soustava diferenciálních rovnic (112) až (115) singularitu. Autorka to řeší volbou nenulové počáteční hodnoty, což pravděpodobně neovlivní pohyb objektu po odeznění přechodového děje.

Výsledek modelového výpočtu pro napětí zdroje 12 V je doložen grafy č. 9 a č. 10, z nichž opět vyplývá vratný pohyb objektu vpřed při splnění podmínky trvalého kontaktu s podložkou. Úhlová rychlost ω kolísá jen nepatrně, takže už vlastně varianta s konstantní úhlovou rychlostí je dobrou aproximací reality.

V kapitole 6, nazvané Funkční model soustavy, je v odst. 6.1 (až příliš) stručný popis ale přiložená fotografie má jistou vypovídací schopnost. Chybí také dokumentace (obrázek?) k elektrickému zapojení. Možná by ale bylo lépe umístit tento odstavec na začátek kapitoly 5, aby hned byla zřejmá souvislost s modelem matematickým.

Odstavec 6.2 popisuje experiment provedený s objektem při napětí zdroje 12 V. Měřil se čas průchodu/průjezdu mezi dvěma značkami na podpůrné ploše k posouzení průměrné rychlosti.

Zhodnocení experimentu je provedeno až v Závěru, kapitola 7. Konstatuje se takřka dokonalá shoda experimentu s výsledkem modelového výpočtu. Škoda jenom, že nebyly provedeny ještě další experimenty a výpočty pro jiná napětí zdroje.

Celkově má práce výbornou úroveň, s výjimkou zmíněné kapitoly 4, která však nakonec v práci ani nemusela být. Jinak práce žádné věcné chyby neobsahuje, jazyková úroveň je velmi solidní a v gramatice jsem zaznamenal jen několik chyb v pádových koncovkách. Vysoce oceňuji, že autorka musela nad rámec svých studijních povinností zvládnout programování v systému Maple. Vynikající je také shoda experimentu s modelovým výpočtem, která svědčí o vysoké vypovídací hodnotě matematického modelu.

Na závěr prosím zodpovědět tři otázky.

1. Pro napětí zdroje 12 V bylo dosaženo vynikající shody mezi výsledkem experimentu a výpočtu. Je shoda stejně dobrá i pro jiná napětí?
2. Modelový výpočet je proveden pro počáteční polohu nevyvážku $\varphi_0 = 0$. Jak vypadá přechodový děj pro jiné hodnoty $(-\pi/2, \pi/2, \pi)$? Ovlivní to ustálený pohyb?
3. Můžete dokumentovat chování objektu při použití jiného materiálu pro podpůrnou plochu?

Předložená práce splňuje cíl zadání i požadavky na udělení akademického titulu bakalář uchazeči v případě úspěšné obhajoby.

Diplomovou práci hodnotím stupněm

VÝBORNĚ

V Liberci 11. 8. 2016

doc. Ing. Miroslav Šír, CSc.