

TECHNICKÁ UNIVERZITA V LIBERCI

Fakulta textilná

DIPLOMOVÁ PRÁCA

**Metodika stanovení smykového modulu textilií
s využitím mechaniky kontinua**

**Method of determination of shear rigidity of fabrics by
using mechanics of continuum**

Martina Kepštová

TECHNICKÁ UNIVERZITA V LIBERCI

Fakulta textilná

Štúdijský program: M3106 Textilné inžinierstvo

Štúdijský obor: Textilná technológia

**Metodika stanovení smykového modulu textilií
s využitím mechaniky kontinua**

Martina Kepštová

Vedúci diplomovej práce: prof. RNDr. Bohuslav Stříž, DrSc.

Konzultant diplomovej práce: Ing. Jana Špánková

Rozsah práce: 54

Počet strán: 56

Počet obrázkov: 48

Počet tabuliek: 3

Počet príloh: 2

V Liberci 2.1.2008

Zadanie – od školy

Prehlásenie

Prehlasujem, že predložená diplomová práca je pôvodná a spracovala som ju samostatne.

Prehlasujem, že citácia použitých prameňov je úplná, že som v práci neporušila autorské práva (v zmysle zákona č. 121/2000 Sb. O právu autorskom a o právach súvisiacich s autorským právom).

Súhlasím s umiestnením diplomovej práce v Univerzitnej knižnici TUL.

Bola som zoznámená s tým, že na moju diplomovú prácu sa úplne vzťahuje zákon č. 121/2000 Sb. o právu autorskom, zejména §60 (školské dielo).

Beriem na vedomie, že TUL má právo na uzatvorenie licenčnej zmluvy o užití mojej Diplomovej práce a prehlasujem, že **s ú h l a s í m** s prípadným použitím mojej diplomovej práce (predaj, zapožičanie a pod.).

Som si vedomá toho, že použiť svoju diplomovú prácu či poskytnúť licenciu k jej využitiu môžem len so súhlasom TUL, ktorá má právo odo mňa požadovať primeraný príspevok na úhradu nákladov, vynaložených Univerzitou na vytvorenie diela (až do jej skutočnej výšky).

V Liberci, dňa 2.1.2008

.....

podpis

Pod'akovanie

Touto cestou by som chcela poďakovať prof. RNDr. Bohuslavu Střížovi, DrSc. za odborné vedenie pri tvorbe práce. Ing. Špánkovéj za trpezlivosť, ochotu, cenné rady, pripomienky, poskytnuté podklady a za pomoc pri realizácii experimentu.

V neposlednej rade mojím rodičom a známim, ktorí počas celého štúdia stáli vždy pri mne.

Anotácia

Cieľom tejto práce je vytvoriť novú metodiku na získanie šmykového modulu textílie.

Predkladá postup získania hodnôt potrebných k samotnému výpočtu šmykového modulu pomocou mechaniky kontinua a jednoosého namáhania.

Textília je jednooso namáhaná na Instronu len do určitého predĺženia a pomocou kamery sú sledované posuvy bodov vyznačených na textílii. Filmový obraz, rozdelený na sled fotografií poslúži k získaniu súradníc bodov. Data z Instronu (sila a predĺženie) priradíme k fotografiám, ktorým odpovedajú súradnice bodov. Samotný výpočet je realizovaný pomocou mechaniky kontinua. Za pomoci jednotlivých tenzorov sa stanoví hodnota odpovedajúca modulu v šmyku G .

klúčová slova: jednoosé namáhání textilií, mechanika kontinua, smykový modul textilií, tenzor, textílie – tkanina

Summary

The main aim of the thesis is to prepare a complex method for measuring and calculation shear modulus of fabrics. The thesis is divided to three parts. The first part deals with available methods for obtaining shear rigidity values. The second part describes the procedure and equations for obtaining values, which are necessary for calculation of the shear modulus. The procedure is based on mechanics of continuum and uniaxial stress.

The fabric has been uniaxially stressed by using Instron to a certain extent. The shift of four marks on the fabrics has been watched by using a digital camera. The movie has been divided into a sequence of pictures, it helped to gather coordinates of the marks (points). Data from Instron (stress and strength) accompanies pictures, on which point coordinates are. The calculation has been realized by using mechanics of continuum. The value representing G shear modulus has been determined by using the individual tensors.

key words: fabrics, uniaxial stress of fabrics, mechanics of continuum, shear rigidity, tensor

Zoznam použitých skratiek a symbolov

$A_1, A_2, A_3, A_n [-]$	tenzory rotácie použité pri výpočte Cauchyho tenzoru pomerných síl
$A [\mu m]$	pomocný parameter k výpočtu miery zvlňenia
$a [\mu m]$	dĺžka rámčeku
$a_1 [m]$	vzdialenosť bodov
$b [-]$	zmena dĺžky uhlopriečky
$B [\mu m]$	pomocný parameter k výpočtu miery zvlňenia
$C [-]$	zvlňenie priadze
$\bar{c}_{11} [N.m^{-1}]$	prvok Biotovho tenzoru napätia
$\bar{c}_i [N.m^{-1}]$	pomocná premenná pri výpočte u_{33}
$D [m]$	súčet priemeru osnovnej a útkovej nite
$d_1, d_2 [m]$	priemer osnovnej, útkovej nite
$d_o, d_u, d_{str} [\mu m]$	priemer jednotlivých nití v reze
$D_o [nití/10 cm]$	dostava osnovy
$D_u [nití/10 cm]$	dostava útku
$E [N/m]$	modul pružnosti
$\bar{E}_{ij} [N.m^{-1}]$	tenzor modulov pružnosti v ploche
$\bar{E}_{11}, \bar{E}_{12}, \bar{E}_{22}, \bar{E}_{21}, \bar{E}_{14}, \bar{E}_{24}, \bar{E}_4 [N.m^{-1}]$	moduly pružnosti v ploche
$\tilde{E}_4, G [N/m]$	modul v šmyku
$e_o, e_u [-]$	miera zvlňenia osnovy a útku
$\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3 [-]$	normaly
$g, w, z, [-]$	pomocné parametre k výpočtu modulu v šmyku
$f_1, f_2, f_3 [-]$	povrchové sily pôsobiace v tetraede
$f_n [N]$	normálová sila pôsobiace v tetraede
$F_1 [N]$	sila
$F [-]$	materiálový deformačný gradient
$F^T [-]$	transponovaný materiálový deformačný gradient
$G, \tilde{E}_4 [N/m]$	modul v šmyku
$h, h_o, h_u [\mu m]$	vyžka zvlňenia osnovy a útku

i	ítá fotografia
$I [-]$	jednotková matica
$J I [-]$	Jakobián
$J_0 [-]$	zmenšený Jakobián
$k [\mu m]$	pomocný parameter k výpočtu e_u
$k_1 [N.mm]$	mechanický parameter reologického modelu pružiny
$k_0 [N.mm]$	parameter tuhosti
$l [\mu m]$	pomocný parameter k výpočtu e_o , e_u
$\ln [-]$	prírodný logaritmus
$l_0 [m]$	počiatočná šírka vzorku
$m [\mu m]$	pomocný parameter k výpočtu e_o
$m_1 [\mu m]$	vzdialenosť bodov
$\vec{n} [-]$	jednotkový vektor normály
$N [-]$	počet hodnôt
$p [m]$	rozstup dvoch susediacich nití (rozteč)
$R [-]$	tenzor rotácie
$R_1 [\mu m]$	rozteč osnovných nití
$r_o, r_u [m]$	priemer osnovnej, útkovej nite
$s_1 [\mu m]$	smerodatná odchylka
$s_i [N]$	sily pôsobiace na jednotku tetraedu
$s_{11} [N.m^{-1}]$	prvok Cauchyho tenzoru pomerných síl
$S_1 [\mu m]$	rozteč útkových nití
$S_B [N.m^{-1}]$	Biotov symetrický tenzor napätia
$T [tex]$	jemnosť priadze
$T_{tk} [m]$	hrúbka tkaniny
$u_{ij} [-], u_{11}, u_{22}, u_{12}, u_{21}, u_{33} [-]$	prvky materiálového deformačného gradientu
$v_1 [\mu m]$	vzdialenosť bodov
$U [-]$	tenzor predĺženia
$x_i [-]$	priestorová Eulerova súradnica
$x_i^0 [-]$	materiálová Lagrangeova súradnica
$x_1, x_2, x_3 [-]$	súradnicový systém
$\alpha [rad]$	uhol vychýlenia čelustí
$\beta [Nm^2]$	ohybová tuhosť

$\Delta_1 [-]$	tenzor predĺženia
$\Delta [mm]$	predĺženie
$\Delta x_i^{or} [m]$	malý rozdiel súradníc uhlopriečok elementu (nedeformovaný element)
$\Delta_i^T [m]$	malý rozdiel súradníc uhlopriečok elementu (element po deformácii)
$\varepsilon^A [-]$	Almansiho tenzor deformácie
$\varepsilon^G [-]$	Greenov tenzor deformácie
$\varepsilon^L [-]$	Logaritmický tenzor deformácie
$\varepsilon^P [-]$	Tenzor deformácie predĺženia
$\varepsilon_{11}, \varepsilon_{22}, \varepsilon_{33} [-]$	prvky tenzoru predĺženia
$\varepsilon_{ij} [-]$	tenzor predĺženia
$\gamma [rad]$	uhol skosenia
$\gamma_i [-]$	pomocná premenná pri výpočte u_{33}
$\lambda_r [N.mm^{-1}.s]$	parameter viskozity
$\lambda [N.mm^{-1}.s]$	mechanický parameter reologického modelu kataraktu
$\mu, \nu [-]$	Poissonova číslo
$\Theta [rad]$	uhol previazania
$\rho [kg/m^3]$	hustota
$\sigma_o [N]$	predpätie
$\sigma_{ij} [N.m^{-1}]$	obecný tenzor napätia
$\Sigma [N.m^{-1}]$	Cauchyho tenzor skutočných pomerných síl
$\tau [N.m^{-1}]$	šmykové napätie
01, 02, 03, 04 [-]	označenie bodov po deformácii
1, 2, 3, 4 [-]	označenie bodov pred deformáciou
2HG [gf/cm]	hysterézia šmykovej sily pri uhle šmyku $\pm 0,5^\circ$
2HG5 [gf/cm]	hysterézia šmykovej sily pri uhle šmyku $\pm 0,5^\circ$
1, 2	index pre smer osnove, útku

Obsah

OBSAH	11
ÚVOD.....	12
1.Šmykové vlastnosti textílií a ich vplyv na úžitkové vlastnosti	13
1.1. Stanovenie šmykového modulu	13
1.1.1. Z parametrov textílie.....	13
1.1.2. Experimentálne metódy	14
2.Teoretická časť.....	19
2.1. Mechanika kontinua.....	19
2.2. Aproximácia pracovného cyklu zaťažovania a odľahčovania textílie reologickými prvkami.....	20
2.3. Základné vzťahy mechaniky kontinua pre jednoosé namáhanie	21
2.3.1. Materiálový gradient posuvov	22
2.3.2. Tenzory deformácie	24
2.3.3. Tenzory napätia, konjugované dvojice	25
2.3.4. Konjugované dvojice	27
2.3.5. Anizotropia	28
2.4. Štruktúrne parametre tkaniny.....	31
2.5. Geometria tkaniny.....	32
3.Experimentálna časť	36
3.1. Návrh metodiky	36
3.1.1. Podstata skúšky.....	36
3.1.2. Skúšobné zariadenia	36
3.1.3. Príprava vzorkov.....	37
3.1.4. Nastavenie Instronu	37
3.1.5. Spracovanie filmového obrazu	39
3.1.6. Získanie súradníc bodov	40
3.2. Parametre textílie	44
3.3. Samotný výpočet šmykového modulu.....	45
3.3.1. Materiálový gradient posuvov	45
3.3.2. Materiálový deformačný gradient.....	46
3.3.3. Tenzor deformácie	46
3.3.4. Cauchyho tenzor skutočných pomerných síl	46
3.3.5. Biotov symetrický tenzor napätia	46
3.3.6. Moduly pružnosti a šmykový modul	47
3.4. Priebeh jednotlivých veličín	47
4.Diskusia.....	53
5.Záver	54
Príloha 1	
Príloha 2 CD	

Úvod

Modul v šmyku je veličina, ktorá do veľkej miery ovplyvňuje užitné vlastnosti textilného materiálu napr. zplývavosť a omak textílie. Ďalej ovplyvňuje aj spracovateľnosť, ktorá sa predovšetkým týka výrobcu finálnych výrobkov.

Pre zákazníka, ktorý prichádza do kontaktu s finálnym materiálom je hodnota šmykového modulu nepodstatná. Hodnotí textíliu subjektívne, z hľadiska splnenia jemu odpovedajúcim požiadavkám. Ale pre výrobcu je táto hodnota dôležitá. Na základe znalosti šmykového modulu a jeho vplyvu na omak a zplývavosť by dokázal ovplyvňovať jeho hodnotu a priblížil by sa tak požiadavkám zákazníka. Uvítal by aj skutočnosť, keby sa mu pri samotnej výrobe nepodarilo dosiahnuť požadovanej hodnoty modulu v šmyku, či by bolo možné ešte niekde túto hodnotu upraviť napr. pri aplikácii finálnych úprav.

Hodnota modulu v šmyku závisí na parametroch textílie: dostave osnovy a útku, jemnosti použitých priadzí, surovine (ľan, bavlna, syntetika), použitej väzbe a v neposlednej rade aj na smeru namáhania textílie.

Z ekonomického hľadiska je najvýhodnejšie regulovať dostavu útku, poprípade použitý materiál v útkovej sústave nití. Ak na základe nežiadúcich faktorov nedosiahneme požadovanú hodnotu modulu v šmyku, je možné túto hodnotu upraviť aj pomocou zošľachtovacích metód a prostriedkov.

Na získanie hodnoty modulu v šmyku existujú teoretické a experimentálne metódy stanovenia tejto hodnoty. Každá z metód uprednostňuje odlišné vstupné hodnoty (faktory). V teoretickom spracovaní je potreba väčšie množstvo vstupných údajov o textílii a neberie do úvahy priestorové zmeny textílie. Pri niektorých experimentoch je potreba špeciálnych zariadení len na meranie šmykového modulu a potom nemajú žiadne iné uplatnenie. Preto snahou tejto diplomovej práce je vytvoriť ďalší spôsob získania modulu v šmyku na prístroji, ktorý má širšie uplatnenie a je široko rozšírený aj v textilných firmách.

1. Šmykové vlastnosti textílií a ich vplyv na úžitkové vlastnosti

Hodnoty šmykového modulu pre jednotlivé druhy textilného materiálu (odevný, technický, zdravotnícký,...) nadobúdajú rôznych hodnôt. Pre odevný materiál je výhodou, keď hodnota šmykového modulu G je nižšia oproti G pre technické účely. Čím nižšia hodnota, tým je materiál poddajnejší a má lepší omak. Do určitej miery šmykový modul ovplyvňuje aj samotné spracovanie materiálu (tvorba konfekcií).

Pre technické materiály (rôzne podložky, plachty, krytiny, fólie,...) je výhodou, keď hodnota modulu v šmyku je radovo vyššia oproti modulu v šmyku pre odevné materiály.

1.1.Stanovenie šmykového modulu

Jednotlivé informačné zdroje nám predkladajú rôzne spôsoby stanovenia šmykového modulu G . Každá z metód má vlastný princíp a postup ako príslušné hodnoty získať a potom s nimi pracovať. Niektoré metódy sú si podobné. Majú minimálne odlišnosti v postupe skúšky a je možné, že aj výsledky numerických hodnôt sa odlišujú. Každá z metód kladie dôraz vždy na niečo iné. Jedna vychádza zo štruktúry priadze, druhá tkaniny, tretia uprednostňuje deformáciu vzorku iná využíva kombináciu týchto spôsobov. A preto je možné rozdeliť jednotlivé metódy do dvoch základných skupín:

- stanovenie šmykového modulu z parametrov textílie (teoretické)
- stanovenie šmykového modulu experimentálnou metódou

1.1.1. Z parametrov textílie

Metóda podľa Grosberga a Parkera

Jedná sa o početné stanovenie modulu v šmyku. Je to teoretické stanovenie, kde metóda vychádza zo základných vzťahov pre výpočet samotného modulu G zo vzťahu (1) pre hlavné smery anizotropie [3].

$$G = 12 \left\{ \frac{p_1(w_1 - z_1)^3}{p_2\beta_1} + \frac{p_2(w_2 - z_2)^3}{p_1\beta_2} \right\}^{-1} \quad (1)$$

$$d = 4,44 \cdot 10^{-3} \left(\frac{T}{\rho} \cdot 10^{-3} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (2)$$

$$C_1 = \frac{(w_1 - p_2)}{p_2}, C_2 = \frac{(w_2 - p_1)}{p_1} \quad (3)$$

$$\Theta = 1,88 C^{\frac{1}{2}} \quad (4)$$

$$z_1 = g_1(d_1 + d_2)\Theta_1, z_2 = g_2(d_1 + d_2)\Theta_2 \quad (5)$$

kde G je modul v šmyku, p rozteč, β ohybová tuhosť, C zvlnenie, w , z , g pomocné parametre.

Metóda podľa X. Chen a G. A. V. Leaf

Autori tejto metódy naväzujú na Grosberga a Parkera. Zamerali sa na teoretickú hodnotu modulu v šmyku pomocou vzťahov (6) a (7). Vychádzajú zo základných geometrických parametrov štruktúry tkaniny [2].

$$G = 12 \left\{ \frac{p_1 [p_2 (1 + C_1) - 0.8 D \Theta_1]^3}{\beta p_2} + \frac{p_2 [p_1 (1 + C_2) - 0.8 D \Theta_2]^3}{\beta p_1} \right\}, \quad (6)$$

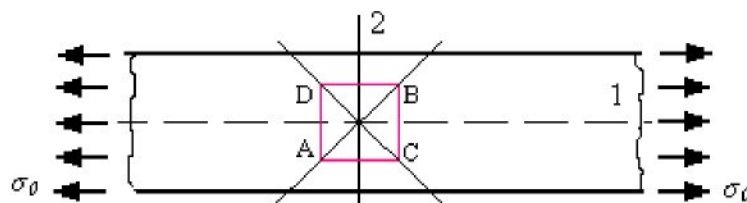
$$D = d_1 + d_2, \quad (7)$$

kde G je modul v šmyku, D súčet priemeru osnovnej a útkovej nite, Θ uhol previazania, β ohybová tuhosť priadze, p rozstup nití, C zvlnenie priadze odpovedujúcej príslušnému smeru, d_1 priemer osnovnej nite a d_2 priemer útkovej nite.

1.1.2. Experimentálne metódy

Pomocou štvorkĺbového rámčeku

Normálové alebo šmykové napätie v prednapnutéj textílii je možné vytvoriť pomocou štvorkĺbového mechanizmu. Pás textílie, ktorá je prednapnutá ťahovým napätím σ_0 , je zovrená v rámčeku (obr. 1). Na obr. 2 je schematicky znázornený štvorčlenný kĺbový mechanizmus. Strany rámčeku je možné vzhľadom k textílii považovať za absolutne tuhé, nedeformovateľné. Po zovretí do rámčeku sú vonkajšie časti textílie odľahčené. Uzatvorená časť textílie sa nemôže vrátiť do pôvodného nezaťaženej stavu. Podľa polohy rámčeku vzhľadom k hlavným osám anizotropie pásu vzniká v tejto časti textílie rôzne napätie [6].



Obr.1: Pás prednapnutéj textílie s rámčekom

Ak sú strany rámčeku rovnobežné s hlavnými osami anizotropie (obr. 1) a ak pôsobí v textílii rovnaké predpätie σ_0 , nebudú po odľahčení vonkajších častí textílie od predpätia uhlopriečky rámčeku meniť svoju dĺžku. Ak v smere uhlopriečky CD pôsobí sila F_1 a tato sila spôsobí zmenu dĺžky uhlopriečky b vyplýva z rovnováhy všetkých síl pôsobiacich na rámček vzťah

$$G = \frac{F_1}{4bT_{tk}}, \quad (8)$$

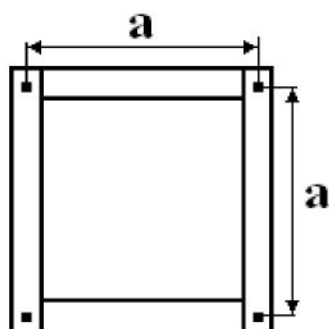
kde T_{tk} je hrúbka tkaniny, F_1 pôsobiaca sila na tkaninu, b zmena uhlopriečky a G je modul v šmyku.

Predpätie σ_0 v textílii je nutné zvoliť tak, aby pri skosení rámčeku nedochádzalo k strate stability textílie, tzn. k zvlnieniu jej plochy. Namáhanie by v tom prípade neodpovedalo prostému šmyku a nebol by meraný modul v šmyku G . Pre zvolené σ_0 je potreba pôsobiť takou silou F_1 , aby bola splnená nasledujúca podmienka [6]

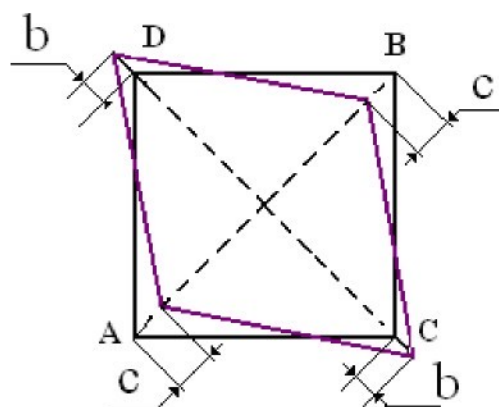
$$\frac{1 - \mu_1}{2E_1} \sigma_0 - \frac{2\sqrt{2}b}{a} > 0. \quad (9)$$

Dĺžka uhlopriečky AB vplyvom odľahčenia textílie zmení rozmer o $2c$ a uhlopriečka CD zmení svoj rozmer o $2b$ (obr. 3).

Hlavné smery anizotropie sú označené indexy 1, 2 na obr. 1.



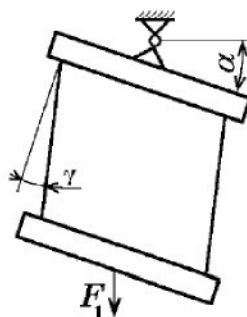
Obr.2: Štvorčlenný kľbový mechanizmus



Obr.3: Deformácia rámčeku

Pomocou výkyvných čelustí Instronu

Pri tejto metóde sa sleduje uhol skosenia textílie. Textília je upevnená v čelustiach



Obr.4: Výkyv čelustí

z ktorých je horná čelist' otočná a nakláňa sa. Spodná čelist' je zaťažená a meria sa uhol skosenia (obr. 4) pomocou vzťahu (10) je stanovený modul v šmyku [1].

$$G = \frac{\tau}{\gamma} \quad (10)$$

kde G je tuhosť v šmyku, τ šmykové napätie a γ uhol skosenia.

Podľa Prof. Kawabaty

Systém KES – FB (Kawabata's Evalution System - Fabric) umožňuje merať šesť základných mechanických vlastností plošných textílií. Sú to :

- **t'ah,**
- **šmyk,**
- **ohyb,**
- **tlak,**
- **povrch** (trenie a drsnosť povrchu),
- **konštrukcia textílie** (plošná merná hmotnosť a hrúbka).

Systém KES tvorí sada štyroch meracích prístrojov, ktoré sa používajú na skúšanie uvedených vlastností. Aby bolo hodnotenie týchto vlastností čo najoptimálnejšie, každá táto vlastnosť je vyjadrená dvoma alebo troma charakteristickými hodnotami. Je získaných celkom 16 parametrov, ktoré sa použijú na charakteristiku mechanických vlastností textílie [9].

Šmyk

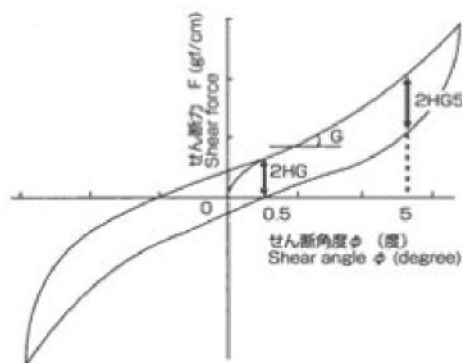
Je to reakcia plošnej textilie na pôsobenie šmykovej sily. Meranie prebieha zvlášť v smere osnovy a v smere útku. Rozmer vzorky je 200 x 200 mm a je upnutá medzi dvoma čeľusťami dlhými 200 mm. Jedna čeľusť je pevná a druhá pohyblivá. Druhá (zadná) čeľusť sa pohybuje rovnobežne s osou bubna rýchlosťou 0,417 mm/s v rozmedzí $\pm 8^\circ$ [8].

Charakteristické hodnoty získané z experimentu:

1. G tuhosť v šmyku [gf/cm]
2. $2HG$ hysterézia šmykovej sily pri uhle šmyku $\pm 0,5^\circ$ [gf/cm]
3. $2HG5$ hysterézia šmykovej sily pri uhle šmyku $\pm 5^\circ$ [gf/cm]

G – je definované, ako pomer šmykového napätia na jednotku dĺžky k šmykovému uhlu. Je to sklon krivky k uhlu. U štandardného merania je hodnotený sklon krivky medzi uhlom $[\gamma] = 0,5^\circ$ a 5° . Táto krivka (obr. 5) v danom rozpätí není lineárna, preto sa pre ďalšie výpočty používa stredná hodnota sklonu v tomto rozpätí.

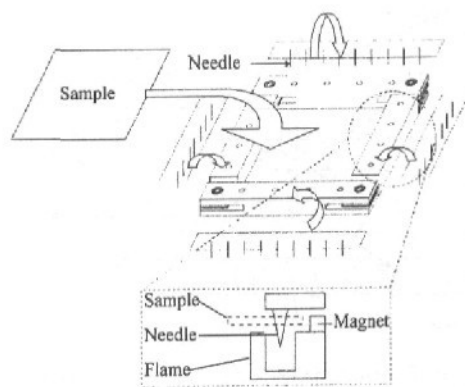
U šmykovej deformácie majú nesymetrické tkané štruktúry rozdielne výsledky krivky u namáhania v kladnej a zápornej oblasti. Preto je dôležité premerať obe oblasti a pre ďalšie výpočty použiť priemer z týchto dvoch hodnôt [8].



Obr.5: Krivka šmykových charakteristík

Pomocou mriežky

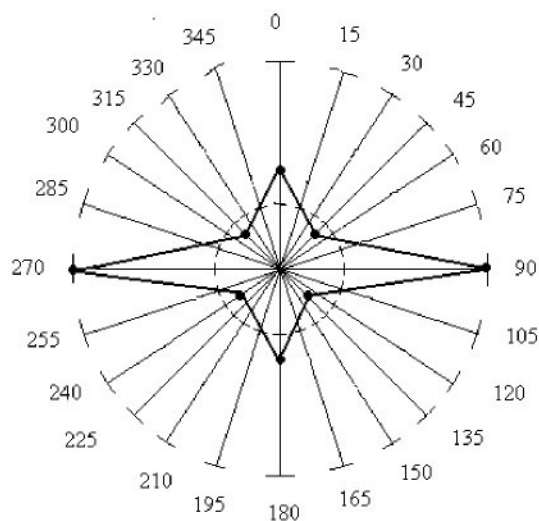
Je to experimentálna metóda. Textilná je upevnená v špeciálnej mriežke (obr. 6). Dĺžky strán sa nemenia sleduje sa uhol vychýlenia textilie. Pomocou zložitých vzťahov uvedených v literatúre [5] sa dopočíta hodnota modulu v šmyku G .



Obr.6: Upevňovacia mriežka

Ďalšie metódy na získanie modulu v šmyku popisuje vo svojej práci *Kandila* [5] a *Berhe* [7].

Pre lepšiu orientáciu a následnú interpretáciu získaných výsledkov šmykového modulu je výhodou vyniesť príslušné hodnoty do polárneho diagramu (obr. 7) [17].



Obr.7: Polárny diagram

2. Teoretická časť

2.1. Mechanika kontinua

Jedným z modelových prístupov, ktoré umožňujú stanoviť mechanické vlastnosti plošnej textilie, je využitie mechaniky kontinua. Jedná sa o fyzikálny model, tzn. že je nutné brať do úvahy určité zjednodušenia a predpoklady. Pojem „kontinuum“ je treba chápať ako jeden z možných modelov hmoty a uvedomiť si pri tom, že „kontinuita“-spojitosť prostredia je vlastne ilúzia, ktorá je v rozpore so skutočnosťou okolného sveta. Predpokladá sa, že všetky sledované vlastnosti materiálu, obsiahnutého vo vnútri vytýčeného nekonečne malého elementu, sú popísané spojitými funkciami priestorových súradníc a sú rovnaké ako tie, ktoré sa dajú experimentálne zistiť [13].

Dokonale tuhé telesá neexistujú, je to len ideálny fyzikálny model. V skutočnosti sa dá každé teleso deformovať; pri tom vzájomné vzdialenosti hmotných bodov tvoriacich teleso nezostávajú rovnaké. Pretože teleso môže byť tvorené veľkým počtom hmotných bodov, má takáto mechanická sústava nekonečný počet stupňov voľnosti. V dôsledku toho využívame prístup mechaniky kontinua [13].

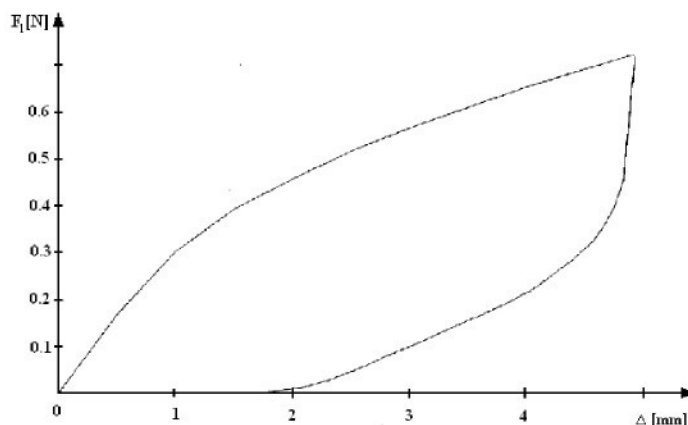
Počíta sa len s malými deformáciami telies vyvolaných pôsobením vonkajších síl. V okamžiku kedy vonkajšie sily prestanú pôsobiť, teleso sa opäť vracia do pôvodného stavu. V tomto prípade sa jedná o teleso *pružné* a *plastické*. Za pružné teleso považujeme tie, ktoré sa po ukončení pôsobenia vonkajších síl vrátia do pôvodného stavu. Pokiaľ sa teleso nevráti do pôvodného stavu jedná sa o teleso plastické. Kvapaliny a plyny je tiež možné považovať za spojité prostredie [12].

K riešeniu pohybu kontinua je možné použiť dve metódy. **Lagrangeova metóda** – kontinuum je rozdelené na jednotlivé hmotné body (elementy objemu) a je sledovaný ich pohyb. **Eulerova metóda** – sa zameriava na jednotlivé body priestoru a sleduje pohyb striedajúcich sa hmotných bodov kontinua, ktoré do týchto bodov priestoru vstupujú. Každý z autorov metódy rieši daný problém zo svojho hľadiska. Predstavme si, že Lagrange a Euler skúmajú pohyb vody v rieke. Lagrange hádže do vody plávajúce teliesko, beží po brehu a sleduje ich pohyb. Euler sedí na brehu rieky a mapuje rýchlosť vody v jednotlivých miestach [12].

2.2. Aproximácia pracovného cyklu zaťažovania a odľahčovania textílie reologickými prvkami

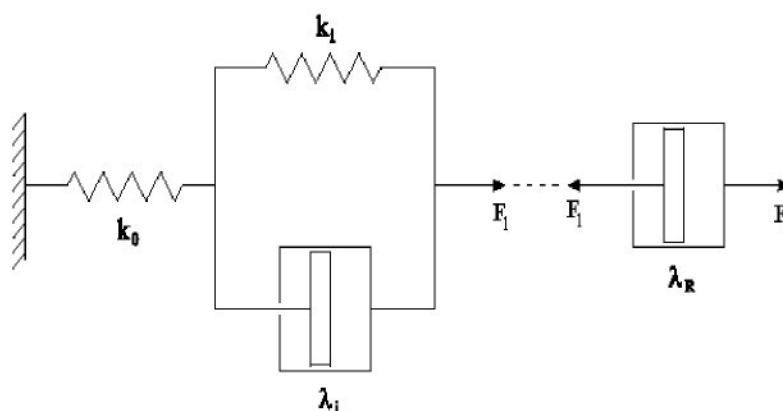
Pri jednoosom namáhaní a následnom odľahčení plošnej textílie je možné pozorovať z grafu hysteréznú smyčku (obr. 8). Z čoho je možné usúdiť, že sa jedná o viskoelastický materiál, ktorý je charakterizovaný:

- deformácia je funkciou napätia aj času, je vratná len čiastočne;
- deformácia materiálu je brzdená vnútornými viskóznymi odpormi v hmote, a preto sa nemôže realizovať okamžite;
- čím rýchlejšie má deformácia nastať, tým intenzívnejšie sa prejavuje brzdiaci účinok viskozity a tým väčšie sily je potreba k dosiahnutiu určitej hodnoty predĺženia alebo deformácie.



Obr.8: Hysterézná smyčka

Cyklus zaťaženia a následného odľahčenia je možné popísať pomocou reologických prvkov. Zapojenie je sériové pomocou Hookovho prvku – pružina, Newtonovho prvku – kataraktu a ich kombináciou v paralelnom zapojení - Kelvinovým modelom. Príkladom je obr. 9. Kde mechanické parametre $k_0, \lambda_R, k_1, \lambda$ umožňujú rozlíšiť a popísať vlastnosti textílie. Pomocou nich je možné určiť okamžitú vratnú deformáciu textílie k_0 . Nevratnú deformáciu v každom stave namáhania určuje parameter viskozity λ_R . Parametre k_1, λ charakterizujú odpor materiálu k deformovaniu, vplyvom času na chovanie textílie. Zahrňujú aj javy postupného preskupovania vo väzbových bodoch a zároveň vplyv trenia nití navzájom. F_1 je sila pôsobiaca v sústave [11].

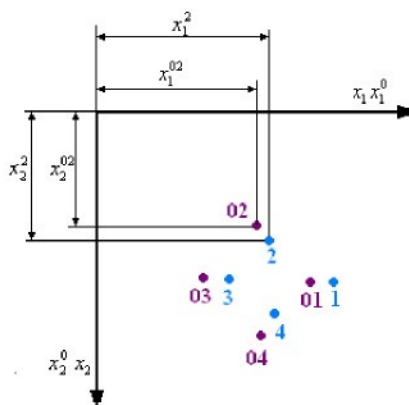


Obr.9: Reologický model

Táto práca nesleduje priebeh zaťažovania a následného odľahčenia. Nieje definovaná hysterézná smyčka a preto nieje možné použiť reologický model zaťažovania a následného odľahčenia.

2.3. Základné vzťahy mechaniky kontinua pre jednoosé namáhanie

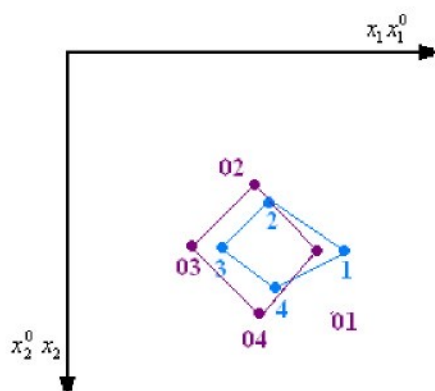
Textilný útvar (plošná textília) je nahradená spojitým kontinuum s rovnakými mechanickými vlastnosťami ako má vyššie zmieňované kontinuum. Tým je získaná predstava o rozsahu jednotlivých deformáciách, napätiach a moduloch. Zjednodušený zápis matematických operácií je pomocou tenzorového vyjadrenia vo vzťahu k dvom typom súradníc. Priradením súradníc každému bodu kontinua je možné dostať materiálové Lagrangeove súradnice x_i^0 , ktoré majú len na začiatku pohybu častíc význam geometrických súradníc. Priestorové súradnice x_i (Eulerove) sú spojené s nepohyblivým priestorom a popisujú polohy častíc okamžitého stavu kontinua [13]. Príkladom je obr. 10, kde bod 02 je bod pred deformáciou. Jeho poloha odpovedá súradniciam $[x_1^{02}; x_2^{02}]$, podľa Lagrangea. Bod 2 (bod po deformácii) je definovaný Eulerovými súradnicami $[x_1^2; x_2^2]$.



Obr.10: Body pred a po deformácii

2.3.1. Materiálový gradient posuvov

Materiálový gradient posuvov $u_{i,j}$ sa označuje zjednodušene u_{ij} . V rovinnom jednoosom namáhaní je početne stanovený z posuvu bodov vrcholov elementu (obr. 11) [13].



Obr.11: Posuv bodov

Malý rozdiel súradníc uhlopriečok elementu je označený ako diferenciu Δx_i^{or} a Δx_i^r (index r sa rovná 1, 2 a označuje smer os). Z nameraných posuvov sledovaných bodov plošnej textílie je možné stanoviť závislosť medzi Eulerovými a Lagrangeovými súradnicami bodov z obr. 11 kde platí:

$$\Delta x_i^r = \Delta x_i^{or} + u_{ij} \Delta x_j^{or}, \quad i, j = 1, 2; \quad r = 1, 2$$

$$\text{pre } r = 1 \quad \text{sa} \quad \Delta x_i^1 = x_i^1 - x_i^3, \quad (11)$$

$$\text{pre } r = 2 \quad \text{sa} \quad \Delta x_i^2 = x_i^2 - x_i^4.$$

Obdobné vzťahy platia aj pre Δx_i^{ol} a Δx_i^{o2} [10]. Z vyššie uvedeného vzťahu (11) vyplýva sústavu štyroch rovníc:

$$(1 + u_{11})(x_1^{01} - x_1^{03}) + u_{12}(x_2^{01} - x_2^{03}) - (x_1^1 - x_1^3) = 0, \quad (12)$$

$$(1 + u_{11})(x_1^{02} + x_1^{04}) + u_{12}(x_2^{02} - x_2^{04}) - (x_1^2 - x_1^4) = 0, \quad (13)$$

$$u_{21}(x_1^{01} - x_1^{03}) + (1 + u_{22})(x_2^{01} - x_2^{03}) - (x_2^1 - x_2^3) = 0, \quad (14)$$

$$u_{21}(x_1^{02} - x_1^{04}) + (1 + u_{22})(x_2^{02} + x_2^{04}) - (x_2^2 - x_2^4) = 0. \quad (15)$$

Z uvedenej sústavy rovníc sú získané hodnoty $u_{11}, u_{12}, u_{21}, u_{22}$, tým je určený materiálový deformačný gradient F . Veličiny u_{12} a u_{21} pre jednoosé zaťažovanie sú veľmi malé a vznikajú v dôsledku chýb merania (tzn. nedokonalého odčítania súradníc bodov 01 - 04 a 1 - 4). Je možné ich eliminovať a predpokladať, že $u_{12} = 0$ a $u_{21} = 0$.

Hodnota u_{11} pri jednoosom namáhaní je definovaná v smere pôsobiacej sily. Udáva informáciu o tom o koľko sa body posunuli - vzdialili oproti pôvodným súradniciam (obr. 12). Táto hodnota je vždy kladná. Platí podmienka $u_{11} \geq 0$. Z toho vyplýva, že hodnota u_{11} je počítaná z rovnice (12), kde platí

$$u_{11} = \frac{(x_1^1 - x_1^3)}{(x_1^{01} - x_1^{03})} - 1 = \frac{v_1}{m_1} - 1, \quad (16)$$

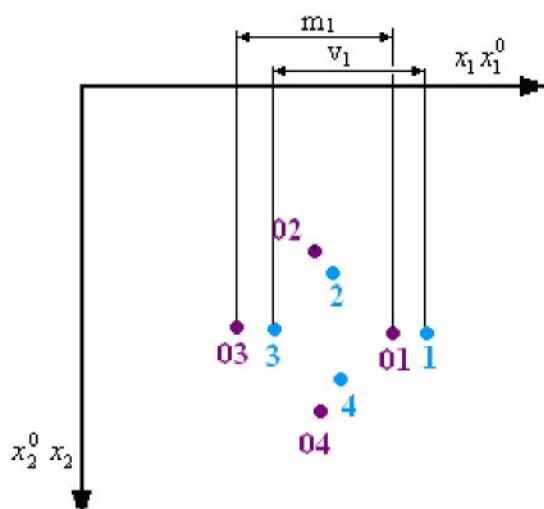
kde v_1 je vzdialenosť bodov 3 a 1 v smere pôsobiacej sily, a m_1 vzdialenosť bodov 03 a 01 v tomto smere.

Hodnota u_{22} pre jednoosé namáhanie je definovaná v kolmom smere k u_{11} v ploche.

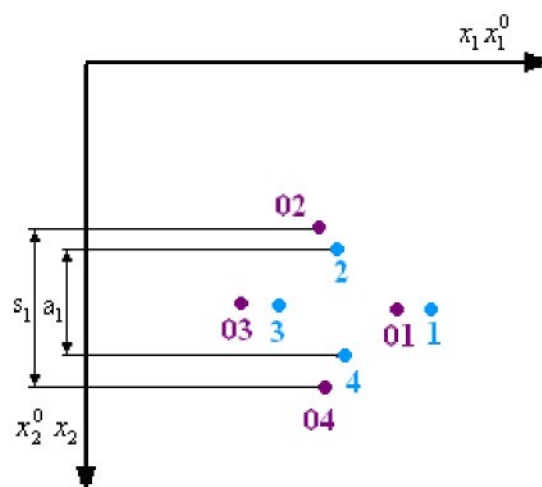
Popisuje kolmé parametre textílie v smere x_2^0, x_2 a informuje o tom o koľko sa textília zúžila v príslušnom smere (obr. 13). Preto musí platiť podmienka, že $u_{22} \leq 0$ na základe tejto podmienky sa vychádza z rovnice (15) kde platí:

$$u_{22} = \frac{(x_2^2 - x_2^4)}{(x_2^{02} - x_2^{04})} - 1 = \frac{a_1}{s_1} - 1 \quad (17)$$

Hodnota a_1 je vzdialenosť bodov 2 a 4 po deformácii v kolmom smere na smer pôsobiacej sily a s_1 vzdialenosť bodov 02 a 04 pred deformáciou v tomto istom smere.



Obr.12: Posuv bodov



Obr.13: Posuv bodov

Potom materiálový deformačný gradient pre jednoosé namáhanie má tvar:

$$F = \begin{bmatrix} 1+u_{11} & 0 & 0 \\ 0 & 1+u_{22} & 0 \\ 0 & 0 & 1+u_{33} \end{bmatrix}. \quad (18)$$

Hodnota u_{33} je definovaná v kolmom smere k ploche textílie. Podáva informáciu o hrúbke materiálu. Táto hodnota je početne stanovená ďalej. Z toho dôvodu má materiálový deformačný gradient následovný tvar:

$$F = \begin{bmatrix} 1+u_{11} & 0 \\ 0 & 1+u_{22} \end{bmatrix}. \quad (19)$$

Jacobián materiálového deformačného gradientu je daný jeho determinantom

$$J = \det F. \quad (20)$$

2.3.2. Tenzory deformácie

Tenzor deformácie je vždy trojosý. V niektorých prípadoch, kde dochádza k veľkým deformáciám (posuvom) v jednej rovine alebo ploche (napr. textílie), môže byť priečna zmena rozmerov kontinua zanedbateľná.

Existuje široká škála možností podľa ktorých sa dá tenzor deformácie stanoviť. Všetky zmienené varianty vychádzajú z predpokladu, že pretvorenie kontinua je v rovine.

Tenzory deformácie:

1. Greenov tenzor deformácie

$$\varepsilon^G = \frac{1}{2}(F^T F - I) \quad (21)$$

2. Almansiov tenzor deformácie

$$\varepsilon^A = \frac{1}{2}\left(I - (F^{-1})^T F^{-1}\right) \quad (22)$$

3. Tenzor deformácie namáhania

$$\varepsilon^P = \frac{1}{2}(U - I) \quad (23)$$

4. Logaritmický tenzor deformácie

$$\varepsilon^L = \frac{1}{2}\ln(FF^T) \quad (24)$$

5. Černychov tenzor deformácie

$$\varepsilon^C = (I - U^{-1}) \quad (25)$$

2.3.3. Tenzory napätia, konjugované dvojice

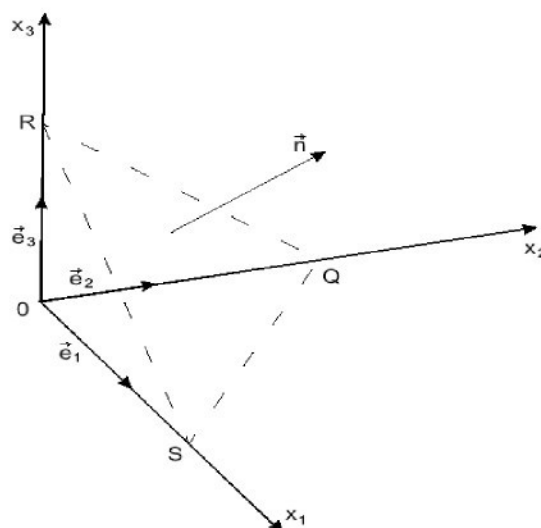
Napätie je definované pomocou síl pôsobiacích na elementárne plochy.

Sily je možné rozdeliť na *vonkajšie*, pôsobia na teleso z vonkajška a na sily *vnútorné*, udržiavajúce teleso kompaktné [10].

Vonkajšie sily sú *objemové* a *povrchové*. Objemové pôsobia na teleso z diaľky (gravitačná sila, magnetická, atď.). Povrchové sily pôsobia na okrajovú časť telesa alebo elementu. Nazývajú sa kontaktnými silami. V prípade, že je deformácia malá, sa berie do úvahy počiatočný stav [10].

K tenzorom deformácie je nutné vybrať tiež tenzory napätia, aby platilo, že skalárny súčin medzi nimi vychádza mechanická práca (alebo výkon, ak je braná do úvahy rýchlosť deformácie), tieto dvojice sa nazývajú konjugované [13].

V súradnicovom systéme x_1, x_2, x_3 je vyčlenený malý tetraed (obr.14) s tromi navzájom kolmými trojuholníkovými plochami a normálami $-\ell_1, -\ell_2, -\ell_3$ a jednotkovým vektorom normály $\mathbf{h}$ [10].



Obr.14: Tetraed

$$\begin{aligned}
 \Delta A_1 &= \Delta OQR \\
 \Delta A_2 &= \Delta OSR \\
 \Delta A_3 &= \Delta OSQ \\
 \Delta A &= \Delta SQR
 \end{aligned} \tag{26}$$

Povrchové sily, ktoré pôsobia na jednotlivé plochy v tetraede je možné vyjadriť nasledovne pomocou síl S_i pôsobiacich na jednotku plochy

$$\begin{aligned}
 f_1^p &= \Delta A_1 (S(-\mathbf{e}_1)) = -\Delta A_1 S_1, \\
 f_2^p &= \Delta A_2 (S(-\mathbf{e}_2)) = -\Delta A_2 S_2, \\
 f_3^p &= \Delta A_3 (S(-\mathbf{e}_3)) = -\Delta A_3 S_3, \\
 f_n^p &= \Delta A_n (S(\mathbf{h})) = A_n S_n.
 \end{aligned} \tag{27}$$

Sily S_i sú rozdelené do troch smerov kde platí

$$S = \sigma_{ik} \mathbf{e}_k \quad i, k = 1, 2, 3. \tag{28}$$

Z tohoto vzťahu je možné pomocou Kronekerovho symbolu a násobením jednotkovým vektorom dostať tzv. Cauchyho vzťah

$$S_i = \sigma_{ji} n_j. \tag{29}$$

Okamžité sily vzťahnuté ku geometrii aktuálnej konfigurácii vyjadruje tenzor napätia σ_{ji} [10]. Nazývame ho Cauchyho tenzorom skutočných napätí, kde pre jednoosé

namáhanie má tvar:

$$\Sigma = \begin{bmatrix} s_{11} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (30)$$

Zložka s_{11} je vyjadrená ako pomer sily F_I a skutočnej šírky deformovaného vzorku textílie. Počiatočná šírka experimentálneho vzorku je označená ako l_0 kde s_{11} je vyjadrené pomocou vzťahu

$$s_{11} = \frac{F_I}{l_0(1+u_{22})}. \quad (31)$$

2.3.4. Konjugované dvojice

Konjugované dvojice tenzora napätia a deformácie sú uvedené v maticovom tvare a pomocou Cauchyho tenzoru Σ [10].

$$1 \quad F^{-1} J \Sigma (F^{-1})^T \Leftrightarrow \frac{1}{2} (F^T F - I) \quad (32)$$

$$2 \quad F^T J \Sigma F \Leftrightarrow \frac{1}{2} (I - (F^T F)^{-1}) \quad (33)$$

$$3 \quad R^T \Sigma R \Leftrightarrow \ln \Delta_1 \quad (34)$$

$$4 \quad \frac{1}{2} (F^{-1} J \Sigma R + R^T J \Sigma (F^{-1})^T) \Leftrightarrow (\Delta_1 - I) \quad (35)$$

$$5 \quad \frac{1}{2} (F^T J \Sigma R + R^T J \Sigma (F^{-T})) \Leftrightarrow (I - \Delta^{-1}) \quad (36)$$

1. **konjugovaná dvojica** = druhý symetrický *Piola – Kirchloffa* tenzor napätia a *Greenov* tenzor pretvorenia
2. **konjugovaná dvojica** = *Hillov* symetrický tenzor napätia a *Almasiov* tenzor pretvorenia
3. **konjugovaná dvojica** = *Sdružený* symetrický tenzor napätia a *logaritmický* tenzor deformácie
4. **konjugovaná dvojica** = *Biotov* symetrický tenzor napätia a tenzor *predĺženia*.

Z rovnice (35) je S_B vyjadrené ako:

$$S_B = \frac{J_0(1+u_{33})}{2} [F^{-1} \Sigma I + I \Sigma (F^{-1})^T] \quad (37)$$

Jakobián je daný vzťahom (20) a je ho možné vyjadriť v tvare

$$J = J_0(1+u_{33}) \quad (38)$$

kde J_0 definuje nasledujúci vzťah

$$J_0 = (1 + u_{11})(1 + u_{22}). \quad (39)$$

Po dosadení a úpravách z rovnice (37) dostaneme tenzor napätia S_B , ktorý má jediná nenulovú zložku c_{11} . Pre samotný výpočet c_{11} využijeme vzťah (42).

$$S_B = \begin{bmatrix} \frac{F_1(1+u_{33})}{l_0} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (40)$$

$$c_{11} = \frac{F_1(1+u_{33})}{l_0} \quad (41)$$

$$\bar{c}_{11} = \frac{F_1}{l_0} \quad (42)$$

Pre Biotovu konjugovanú dvojicu má tenzor deformácie tvar (43) kde v tomto prípade platí $\varepsilon_{11} = u_{11}$, $\varepsilon_{22} = u_{22}$, $\varepsilon_{33} = u_{33}$

$$\varepsilon_{ij} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{33} \end{bmatrix} \quad (43)$$

5. konjugovaná dvojica = Černychov symetrický tenzor napätia a inverzný tenzor predĺženia

2.3.5. Anizotropia

Anizotropné teleso je také, ktoré má v rôznych smeroch rôzne mechanické vlastnosti. V prírode sa anizotropné telesá podľa kryštalografickej sústavy rozdeľujú do siedmich základných tried. Závisí to na typu symetrie kryštalu, od ktorého sú typy anizotropie odvodené. Plošné textílie majú jednoduchšie anizotropné prostredie a preto je možné anizotropiu rozdeliť do piatich tried [10].

1. Jednoklonná anizotropia – anizotropia je v ploche charakterizovaná šiestimi modulmi pružnosti (preto tieto moduly sa označujú pruhom). Je možné ich zapísať v tenzorovom tvare:

$$\bar{E}_{ij} = \begin{bmatrix} \bar{E}_{11} & \bar{E}_{12} & \bar{E}_{14} \\ \bar{E}_{12} & \bar{E}_{22} & \bar{E}_{24} \\ \bar{E}_{14} & \bar{E}_{24} & \bar{E}_{44} \end{bmatrix}. \quad (44)$$

2. **Štvorcová anizotropia** – je problematické určiť kedy táto anizotropia nastáva. Najvhodnejším postupom je najprv určiť jednoklonnú anizotropiu a potom následovne sledovať moduly. Štvorcová anizotropia má len štyri rozdielne moduly viz (45)

$$\bar{E}_{ij} = \begin{bmatrix} \bar{E}_{11} & \bar{E}_{12} & \bar{E}_{14} \\ \bar{E}_{12} & \bar{E}_{11} & -\bar{E}_{14} \\ \bar{E}_{14} & -\bar{E}_{14} & \bar{E}_4 \end{bmatrix}. \quad (45)$$

3. **Kosoštvorcová** – ortogonálna anizotropia – táto anizotropia nastáva, keď zaťažujeme plošnú textíliu v hlavných smeroch štruktúry rovnomerne rozloženými pomernými silami. Je možné ju použiť aj pri zaťažovaní v iných smeroch ako hlavných s podmienkou, že u_{12}, u_{21} sa blížia k nule a môžeme ich zanedbať. Tvar tenzorov modulov je nasledovný:

$$\bar{E}_{ij} = \begin{bmatrix} \bar{E}_{11} & \bar{E}_{12} & 0 \\ \bar{E}_{12} & \bar{E}_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \bar{E}_4 \end{bmatrix}. \quad (46)$$

4. **Šesterečná** – je daná nasledujúcou maticou modulov

$$\bar{E}_{ij} = \begin{bmatrix} \bar{E}_{11} & \bar{E}_{12} & 0 \\ \bar{E}_{12} & \bar{E}_{11} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2}(\bar{E}_{11} - \bar{E}_{12}) \end{bmatrix}. \quad (47)$$

5. **Kubická (izotropná)** – tento typ krystalografickej sústavy nie je možné u textílií určiť, pretože namáhanie v tlaku i v ťahu by muselo byť shodné, čoho sa dá dosiahnuť napr. pri plechu, ale nie pri textílií [13].

Kosoštvorcová anizotropia

Moduly pružnosti pre kosoštvorcovú anizotropiu je možné vypočítať pomocou Hookovho zákona. Platí vzťah:

$$\bar{E}_{11} = \frac{s_{11}}{\varepsilon_{11}} = \frac{F_1}{l_0(1 + \varepsilon_{22})\varepsilon_{11}} = \frac{\bar{c}_{11}}{(1 + \varepsilon_{22})\varepsilon_{11}}. \quad (48)$$

kde F_1 je pôsobiaca sila a l_0 je šírka vzorku.

Modul pružnosti $\bar{E}_{11}$ je definovaný aj ako:

$$\bar{E}_{11} = \frac{\bar{c}_{11}}{(1-\nu^2)\epsilon_{11}}. \quad (49)$$

Porovnanie vzťahov (48) a (49) vedie k výpočtu Poissonovho čísla

$$\begin{aligned} \frac{\bar{c}_{11}}{(1+\epsilon_{22})\epsilon_{11}} &= \frac{\bar{c}_{11}}{(1-\nu^2)\epsilon_{11}} \\ \nu^2 &= -\epsilon_{22} \\ \nu &= \sqrt{-\epsilon_{22}}. \end{aligned} \quad (50)$$

Ostatné moduly pružnosti sú definované následovne :

$$\bar{E}_{22} = -\frac{\bar{c}_{11}\epsilon_{11}}{\epsilon_{22}(1+\epsilon_{22})}, \quad (51)$$

$$\bar{E}_{12} = -\frac{\bar{c}_{11}}{(1+\epsilon_{22})}, \quad (52)$$

$$\bar{E}_4 = \frac{\bar{c}_{11}\epsilon_{11}}{\epsilon_{11}^2 - \epsilon_{22}(1+2\epsilon_{11})}, \quad (53)$$

a pre šmykový modul platí vzťah

$$\tilde{E}_4 = \frac{1}{8} \frac{\bar{c}_{11}}{\epsilon_{11}(1+\epsilon_{22})} \frac{\epsilon_{22}^2 - 6\epsilon_{22}\epsilon_{11}^2 + \epsilon_{11}^4 - 8\epsilon_{22}^2\epsilon_{11}^2}{\epsilon_{22}^2 - \epsilon_{22}\epsilon_{11}^2 + 2\epsilon_{22}^3\epsilon_{11}} = G. \quad (54)$$

Určenie zložky $u_{33} = \epsilon_{33}$ vychádza z rovnice

$$\tilde{E}_4 = \frac{\bar{c}_i}{\gamma_i}. \quad (55)$$

Kde

$$\bar{c}_i = \frac{1}{\sqrt{6}} \sqrt{\bar{c}_{11}^2 + \bar{c}_{11}^2}, \quad (56)$$

následovne platí

$$\gamma_i = \frac{\bar{c}_i}{\tilde{E}_4} \quad (57)$$

$$\gamma_i = \sqrt{\frac{2}{3}} \sqrt{(\epsilon_{11} - \epsilon_{22})^2 + (\epsilon_{22} - \epsilon_{33})^2 + (\epsilon_{33} - \epsilon_{11})^2} \quad (58)$$

Doteraz bolo počítali len s dĺžkou a šírkou textílie, a hrúbka bola zanedbávaná. Pretože všetko okolo nás je veľkosti 3D, preto aj textíliu je nutné považovať za trojrozmerný útvar hodnotu ϵ_{33} je tiež nutné stanoviť. Táto hodnota udáva informáciu o

hrúbke textílie. Úprava rovnice (58) vedie na kvadratickú rovnicu (59). Z rovnice je vybraný koreň pre ktorý platí $\epsilon_{33} \leq 0$.

$$-2\epsilon_{33}^2 + 2\epsilon\epsilon_{33}(\epsilon_{22}\epsilon_{11}) + \frac{3}{2}\gamma^2 + 2\epsilon_{22}\epsilon_{11} - 2(\epsilon_{22}^2 - \epsilon_{11}^2) = 0 \quad (59)$$

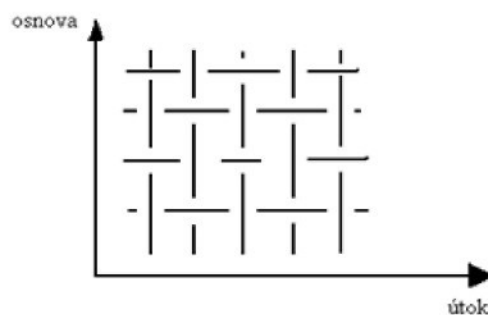
Riešením rovnice (59) je hodnota ϵ_{33} a tým zároveň hodnota u_{33} , lebo pre Biotovu konjugovanú dvojicu platí, že $\epsilon_{33} = u_{33}$.

Po vynásobení tenzor napätia a tenzor modulov pružnosti hodnotou $(1 + u_{33})$ sú určené mechanické vlastnosti textílie, u ktorej sa berie do úvahy aj jej hrúbka.

2.4.Štruktúrne parametre tkaniny

Mechanika kontinua vychádza z predpokladu spojitého prostredia „kontinua.“ Pretože textíliu nie je možné považovať za spojité prostredie, je nutné poznať aj jej štruktúru. Tá do určitej miery môže ovplyvniť hodnotu šmykového modulu tkaniny. Preto, aby sme porozumeli chovaniu šmykového modulu textílie, bolo by vhodné poznať aj jej štruktúru.

- **Tkanina** - plošný textilný výrobok, ktorého jeden rozmer previšuje ostatné dva.
- **Väzba tkaniny** - spôsob previazania osnovnej a útkovej sústavy nití (plátňová, keprová, atlasový väzba a ich odvodneniny).
- **Dostava tkaniny (hustota previazania)** - vyjadruje počet nití (ďalej pn) na určitú dĺžku podľa ČSN 1049-2 (800814) (mod ISO 7211 – 2:1984). Dostava tkaniny je definovaná zvlášť pre osnovnú a zvlášť pre útkovú sústavu nití s označením: $D_o[\text{pn}/10 \text{ cm}]$, $D_u[\text{pn}/10 \text{ cm}]$ viz (obr. 15) [17].
- **Hrúbka tkaniny** - kolmá vzdialenosť medzi lícom a rubom textílie.



Obr.15: Previazanie nití

2.5.Geometria tkaniny

Jednou z metód pomocou ktorej je možné sledovať štruktúru textílie je metóda priečných rezov. Pomocou tejto metódy je možné sledovať geometrické parametre väzbovej vlny (zvlnenie osnovy a útku, rozteč osnovy a útku, výška väzbovej vlny pre osnovu a pre útok,...).

Rez tkaninou – pretnutie textílie rovinou svierajúcou daný uhol s určenou osou. Jedna z os textílie je obvykle totožná so smerom priechodu strojom. U plošných textílií sa používajú rezy v dvoch na seba kolmých smeroch, tj. v priečnom a pozdĺžnom, u tkanín v smere osnovy a útku [16].

Pierceov model - Pre popis geometrie textílie je Pierceov model najpoužívanější a najoptimálnejší na vyjadrenie previazania nite v tkanine. Je prijateľný z geometrického hľadiska v prevažnej väčšine skúmaných tkanín [16].

Predpoklady pre vytvorenie Pierceovho modelu:

- priemer nite v reze v tkaniny je kruhový – neuvažuje v danom modele sploštenie ani jednej zo sústav nití v tkanine,
- väzbová vlna osnovy, resp. útku, je nahradená oblúkom kružnice a priamkou (pri tesnom previazaní je priamková – flotážna časť sa rovná nule, väzbová vlna v mieste kríženia v danom prípade je štvrt' oblúku kružnice),
- väzbová vlna je v jednoduchom previazaní – plátne.V prípade neplátnových a vyšších odvođeninách väzieb je úsek nepreväzujúcich nití v tkanine nahradený konštantným úsekom vo veľkosti flotáže [16].

Stanovenie výšky zvlnenia:

1. z priečných a pozdĺžnych rezov tkaniny (napr. obr. 16 a obr. 17)- experimentálne (napr. použitím obrazovej analýzy),
2. teoretickým výpočtom:

$$e_o = \frac{h_o}{d_{str}}, e_u = \frac{h_u}{d_{str}} \quad (60)$$

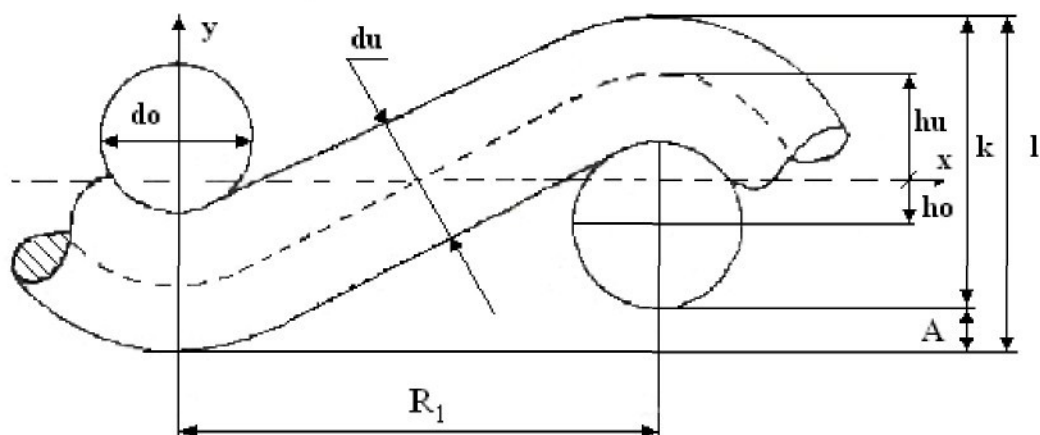
$$d_{str} = r_u + r_o$$

$$h = h_o + h_u \quad (61)$$

$$e_o + e_u = 1 \quad (62)$$

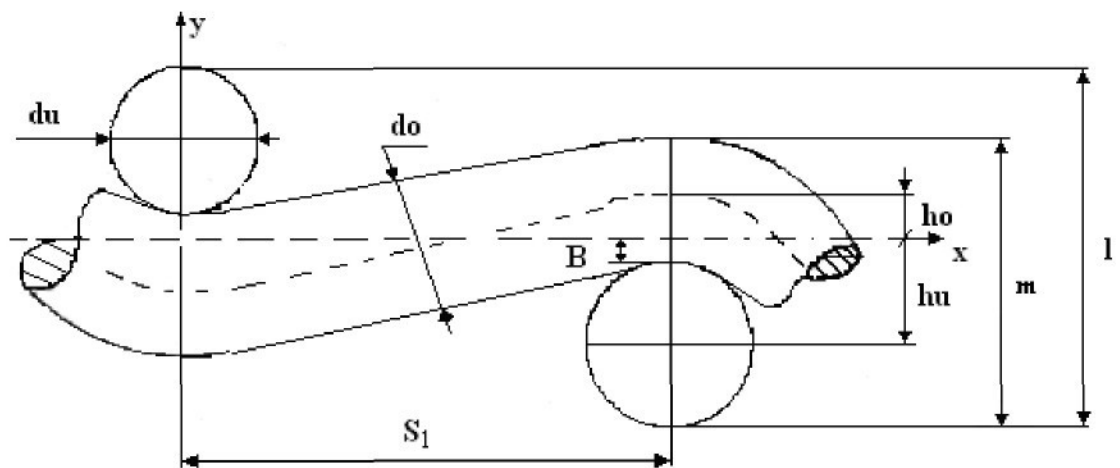
3. kombináciou predošlých dvoch spôsobov:

$$\begin{aligned} h_u &= \frac{l}{2} - \frac{d_u}{2} \\ A &= l - k \\ h_o &= \frac{l}{2} - \left(A + \frac{d_o}{2} \right) \\ d_o &= k - d_u \end{aligned} \quad (63)$$



Obr.16: Väzbová vlna útku

$$\begin{aligned} h_o &= \frac{l}{2} - \left(l - m - \frac{d_o}{2} \right) \\ B &= m - \frac{d_o}{2} - h_o - d_u \\ h_u &= \frac{d_u}{2} + B \\ d_u &= m - d_o \end{aligned} \quad (64)$$

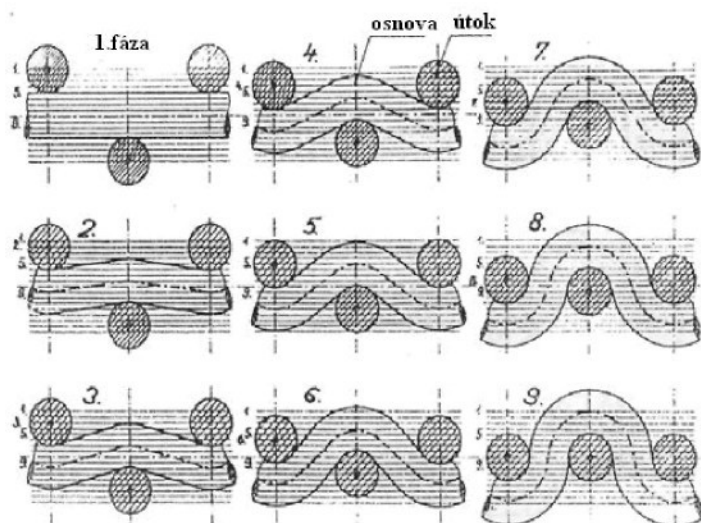


Obr.17: Väzbova vlna osnovy

Približné stanovenie miery zvlňenia nite v tkanine – parameter e_o , e_u , je možné stanoviť použitím jednotlivých fáz previazania vychádzajúcich z práce Novika viz obr. 18.

Vo svojej práci Novikov zaviedol klasifikáciu previazania tkaniny podľa miery zvlňenia oboch nití. Fáz previazania je deväť a sú odstupňované podľa miery zvlňenia osnovy e_o :

1. fáza $e_o = 0$... osnova napriamená,
2. fáza $e_o = 0.125$,
3. fáza $e_o = 0.25$,
4. fáza $e_o = 0.375$,
5. fáza $e_o = 0.5$,
6. fáza $e_o = 0.625$,
7. fáza $e_o = 0.75$,
8. fáza $e_o = 0.875$,
9. fáza $e_o = 1$... osnova maximálne zvlňená.



Obr.18: Typy zvlňenia

Jednotlivé stupne vyjadrujú štádium vzniku tkaniny. Potom je možné predpokladať, že fáze previazania 6-7 odpovedajú polohe v mieste medzi rozpinkami, kde je útok značne napnutý. Pri prechodu tkaniny z tkacej roviny na tkaninový válec dosiahne tkanina čiastočnú relaxáciu, čo odpovedá fázam 3 – 4. Toho stavu môže tkanina doceliť aj po relaxácii. Záleží na použitej dostave jednotlivých sústav a materiálu. Po zložení tkaniny zo stroja je rezná tkanina čiastočne relaxovaná a môže v nej nastať vyrovnanie zvlňenia medzi osnovou a útkom, čo predstavuje fáza 5.

Pri extrémne vysokéj dostave osnovy môže nastať situácia z hľadiska zvlňenia taká, že hustá osnova nedovolí útku sa zvlŕňať. Z hľadiska fázy previazania, v relaxovanom stave tkaniny, zvlňenie osnovy odpovedá fázi 6 – 7, (záleží tiež na dostave osnovy).

3. Experimentálna časť

3.1. Návrh metodiky

3.1.1. Podstata skúšky

Jednoosé namáhanie plošnej textílie, na ktorej sú vyznačené štyri body. Deformácia bodov sa zaznamenáva pomocou obrazového snímača (kamery). Získané posuvy bodov poslúžia ako vstupný údaj do rovníc (16) – (59) v teoretickej časti mechanika kontinua.

3.1.2. Skúšobné zariadenia

Instron

Prístroj je určený k zisťovaniu mechanických vlastností dĺžkových a plošných textílii viz. (obr. 19). Na ktorom je realizované jednoosé namáhanie tlakom, ťahom a ohybom [14].



Obr.19: Instron

Hlavné časti prístroja:

- automatický ventil pre zaistenie predpätia pre model 4411
- meracia hlava pre stroje typu 4411
- software pre model 4411
- upínacie čeľuste pneumatické - tkaninové

Digitálna kamera

Sony DCR – TRV 33E PA

Skúšobné pomôcky

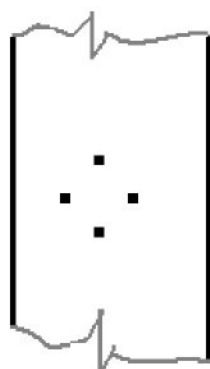
pravítko, uhlomer, fixa - nerozpíjajúca sa po textíli a vytvára ostré kontúry bodu, sponky, milimetrový papier.

Normálne ovzdušie

normálne ovzdušie pre predklimatizáciu, klimatizáciu a skúšanie musí zodpovedať požiadavkám uvedených v ČSN EN 20139 (80 0056) Textílie. Normálne ovzdušie pre klimatizovanie a skúšanie [16].

3.1.3. Príprava vzorkov

Na textilný materiál o rozmeroch 50 x 300 mm nastrihaný v 0° (smer útku), 90° (smer osnovy) a 45° uhle sú vyznačené štyri body fixou podľa obr. 20. Vzdialenosť bodov odpovedá cca 1cm.



Obr.20: Vyznačené body

3.1.4. Nastavenie Instronu

Samotné namáhanie vzorku prebieha v module ovládacieho programu „Cyclic“. Kde je textília namáhaná len do určitého predĺženia alebo sily. Po dosiahnutí tejto hodnoty sa vracia hlava prístroja naspäť (prebieha tzv. cyklické namáhanie).

Maximálne predĺženie alebo sily je stanovené z ťahovej skúšky. Sú sledované priestorové zmeny vzorku – zvlnenie (stráta stability). Je dôležité, aby pri samotnom experimente nedochádzalo k zvlneniu textílie. Následné spracovanie nameraných hodnôt pomocou vzťahov uvedených v teoretickej časti, kde jednotlivé vzťahy nepočítajú so zvlnením textílie.

Hodnota maximálneho predĺženia je pre každý typ tkaniny odlišná. Závisí na jednotlivých dostavách (D_o , D_u), jemnosti použitého materiálu a typu väzby. V

závislosti na typu týchto parametroch sa hodnota nastavenia maximálneho predĺženia mení, a nie je možné ju presne definovať. V tomto experimente je použitý jeden typ materiálu pri ktorom je hodnota maximálneho predĺženia subjektívne stanovená na $X = 8 \text{ mm}$.

Hodnota X je zistená z ťahovej skúšky. Je to nižšia numerická hodnota ako je zaregistrované zvlnenie. Hodnota X udáva maximálne predĺženie textílie pri ktorých nedochádza k strate stability.

Vstupné informácie pre Instron sú uvedené v tab. 1, kde pohyb hlavy prebieha v

Test Control Data		
Block Number	<i>1</i>	<i>2</i>
Select block type	<i>cyclic</i>	<i>cyclic</i>
Control mode	<i>displacement</i>	<i>displacement</i>
Limit type	<i>displacement</i>	<i>displacement</i>
First level	<i>0.000 mm</i>	<i>X.000 mm</i>
Second level	<i>X.000 mm</i>	<i>0.000 mm</i>
Crosshead speed	<i>20.000 mm/s</i>	<i>100.000 mm/s</i>
End test/break detect	<i>no action</i>	<i>no action</i>
Number of transitions	<i>2</i>	<i>2</i>
Dwell time	<i>0.000 sec</i>	<i>0.000 sec</i>

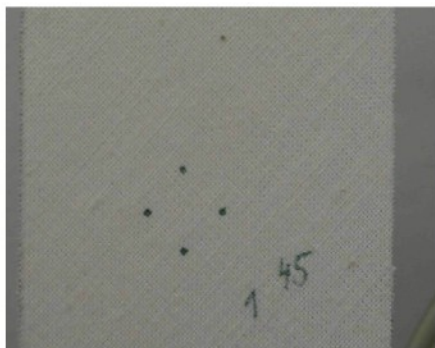
Tabuľka 1: Zadávacie parametre pre Instron

dvoch cykloch. Prvý udáva informáciu o tom, že predĺženie textílie je z 0 mm (First level) na $X = 8 \text{ mm}$ (First level), rýchlosťou pohybu čeluste (Crosshead speed) 20 mm/s. Druhý cyklus (Block Number 2) hovorí o pohybu čelustí naspäť. Z predĺženia 8 mm (Second level) na hodnotu 0 mm, rýchlosťou čeluste 100 mm/s (Crosshead speed).

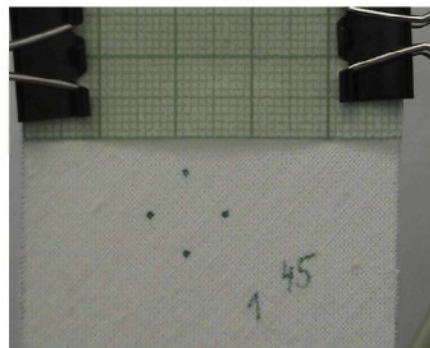
Postup skúšky

Pripravená vzorka je upnutá do čelustí Instronu tak, aby nedošlo k zvlneniu textílie a k jej deformácii. Body smerujú k pozorovateľovi.

Pred vzorku je umiestnená kamera so statívom, tak aby kamera bola v horizontálnej rovine a snímala vyznačené body. Obrázok v kamere je zobrazený na obr. 21.



Obr.21: *Obraz v kamere pri nastavení polohy kamery pred Instron*



Obr.22: *Obraz v kamere pri umiestnení milimetrového papiera*

Na textíliu je pripevnený sponkami milimetrový papier. Body a papier sú v jednom obraze kamery. Priblíženie obrazu je na úroveň rozlíšiteľnosti ostrých kontúr obrazu. Obraz v kamere po pripevnení milimetrového papiera je znázornený na obr. 22 .

Na kamere je nastavená samospúšť. Je vytvorený filmovaný obraz textilným materiálom a milimetrovým papierom cca 2 sekundy (obr. 22). Milimetrový papier je opatrne odstránený. Kamera stále sníma obraz, pri vypnutí by mohlo dôjsť k pohybu kamery.

Kameru je vypnutá až pri ceste čeľustí naspäť. Behom experimentu nesmie dôjsť v žiadnom prípade k pohybu kamery.

Výsledkom pokusu je obraz natočený na kamere (film), data ťahovej (hysteréznej) krivky v textovom súbore.

3.1.5. Spracovanie filmového obrazu

Cieľom spracovania filmového obrazu je vytvoriť súvislý sled fotografií z nasnímaného filmu experimentu. Interval medzi jednotlivými fotografiami závisí od druhu zvoleného programu.

Súčasná ponuka softwarových programov je rozmanitá. Výrobci prichádzajú na trh vždy s novými a lepšími ponukami programov. Preto je veľmi ťažké doporučiť ten najvhodnejší. Záleží na osobnom (skupinovom) rozhodnutí, aký program je pre nás optimálny. Do istej miery sme obmedzený finančnými prostriedkami. Výber záleží na okolnostiach a možnostiach.

V tejto práci je použitý program VirtualDub pre vlastnú potrebu bezplatne dostupný na internete [4]. Rozdelí film na sled obrazov (fotografií). Jeden obraz každých 0,02 sec.

Získané veľké množstvo fotografií cca 1700 z každého smeru. Tieto fotografie sú predlohou pre ďalšie spracovanie.

Sled obrazov je možné rozdeliť do troch základných skupín. **Prvá skupina** sú fotografie kde nedochádza k posuvu bodov, **druhá skupina** je ovplyvnená silovým pôsobením (body sa posúvajú). **Tretia skupina** obrazov je tvorená posuvmi bodov pri ceste čelustí naspäť.

3.1.6. Získanie súradníc bodov

Cieľom získania súradníc bodov je odčítať súradnice štyroch bodov vyznačených na textílii.

K získaniu súradníc sa doporučuje obrazová analýza. Výber je individuálny (v našom prípade obrazová analýza Lucia - Nis Elements).

Ako už bolo uvedené k dispozícii je veľké množstvo obrazov. Z každého smeru cca 1700 obrazov. Individuálne meranie súradníc bodov na obrazoch by bolo časovo náročné, preto je vytvorené v programe Lucia „Macro“, ktoré uľahší a predovšetkým zrýchli získanie súradníc všetkých bodov od všetkých obrazov.

Tvorba macra a meranie

Najprv je v softwari Lucia uskutočnená kalibrácia obrazu. Na obraze s nasnímaným milimetrovým papierom je zadefinovaný úsek o známej dĺžke (jednému pixelu je priradená dĺžková miera). Na milimetrovom papiery je zadefinovaný (nakalibrovaný) úsek jedného centimetra pomocou dvoch červených vertikálnych čiar (obr. 23) cestou *kalibrace* → *rýchla kalibrace*. Kôli kalibrácii je nutné upevniť milimetrový papier na textíliu. Samotné macro obsahuje nasledujúcu sekvenciu príkazov. Otvorenie obrazu znázorneného na obr. 24 v programe Lucia. Obraz je prevedený do šedotónového obrazu (obr. 25). Pomocou príslušenstva programu cesou: *obraz* → *konverze* → *prevést do šedého obrazu*.

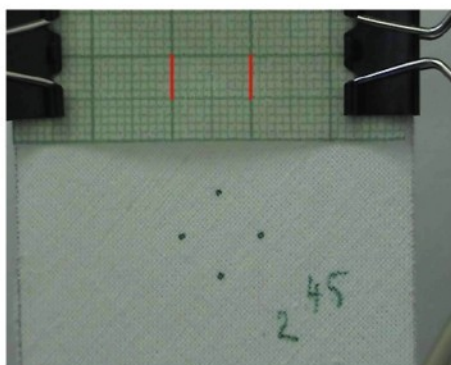
Ďalším krokom je prahovanie obrazu. Prahovanie má za cieľ rozdeliť obraz na pixely patriace vyznačeným bodom a na pixely patriace pozadiu. Hodnota prahu sa stanovuje subjektívne pomocou príslušenstva: *binární* → *definice prahování*. Na obr. 26 je detail bodov pri prahovaní, obr. 28 znázorňuje výsledok prahovania.

Pretože v ďalšej fázi je hľadané ťažisko jednotlivých bodov je vhodné previesť niektoré morfológické operácie, ktoré majú za následok napr. zaplnenie dier v objekte bodu. K tomu účelu slúži nástroj zaplnenie dier *binární* → *zaplnení dír* (obr. 29). Touto

operáciou bolo docielené zaplnenie nedostatku vytvorených pri prahovaní (obr.27). Následuje definovanie meracieho rámčeku. Rozmer meriaceho rámčeku je pre každý zo štyroch bodov vytvorený zvlášť viz obr. 30-33), aby boli zamerané len biele plochy vytvorené fixou: *meranie* → *meriaci rámček*. Rozmer rámčeku je vyšší než širší z dôsledku, že body sa pohybujú nahor čo je smer pôsobiacej sily.

Vytvorené Macro premeria každý obraz zo súboru.

Výsledkom merania je ťažisko každého bodu každého obrazu. Tým odpovedajú súradnice jednotlivých bodov v textovom súbore.



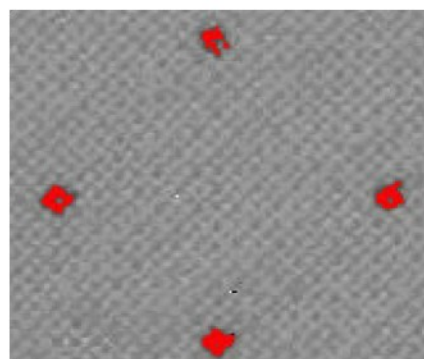
Obr.23: Kalibrácia



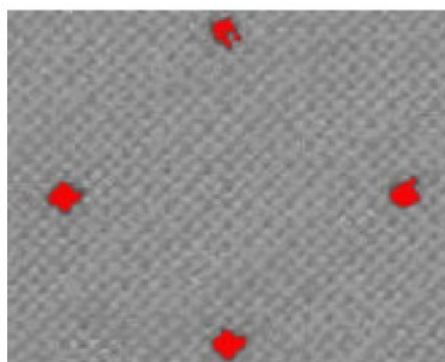
Obr.24: Jedna z fotografií v priebehu skúšky



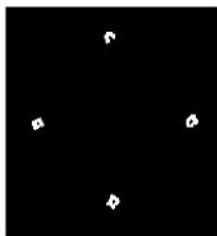
Obr.25: Šedotónový obraz



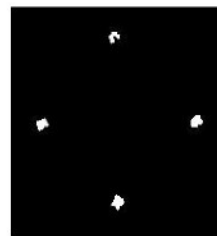
Obr.26: Detail bodov pri prahovaní plochy bodov



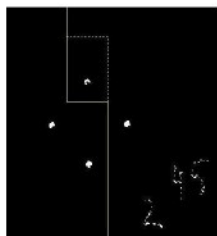
Obr.27: Detail bodov pri zaplnení dier



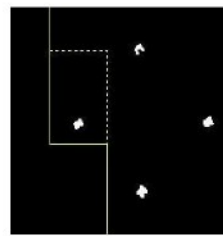
Obr.28: Prahovanie



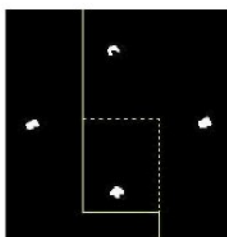
Obr.29: Zaplnenie dier



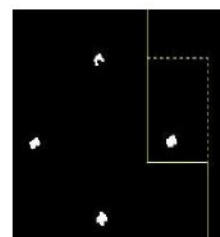
Obr.30: Merací rámček pre bod 1



Obr.31: Merací rámček pre bod 2



Obr.32: Merací rámček pre bod 3



Obr.33: Merací rámček pre bod 4

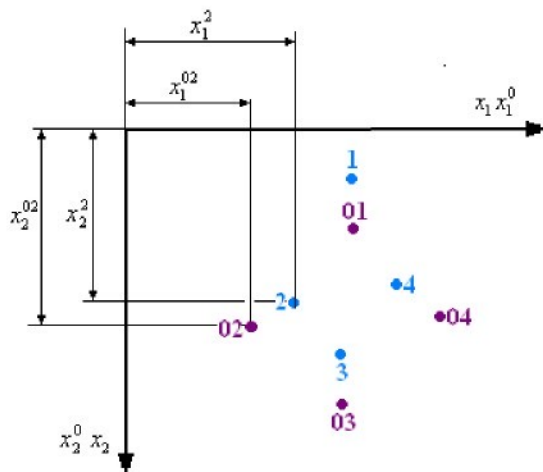
Výber fotografií a priradenie silového pôsobenia

Z textového súboru dat, súradnice (ťažiská bodov) získané z merania v Lucii, je nutné zistiť, ktoré fotografie a k nim prináležiace súradnice odpovedajú samotnému namáhaniu textílie.

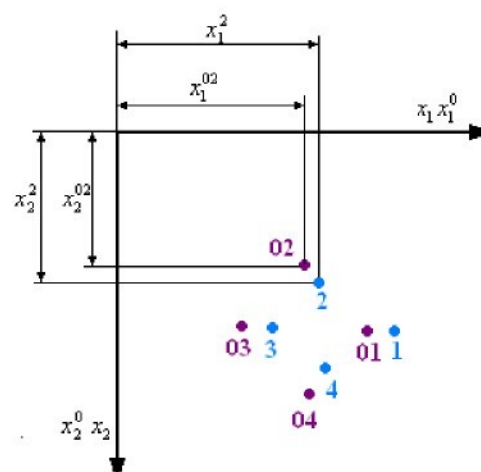
Sled obrazov je možné rozdeliť do troch skupín ako je zmienené v predošliých odstavcoch. Prvú skupinu tvoria obrazy (fotografie), kde nedochádza k namáhaniu. Druhú skupinu tvoria obrazy, kde sa body pohybujú vplyvom pôsobiacej sily. Treťou skupinou sú fotografie pri ceste čelustí naspäť. K tomu aby bolo zistené, kedy došlo k pohybu bodov je nutné sledovať rozdiely súradníc bodov a bodov z predošlého obrazu. Ak rozdiel súradníc bodov sú nenulové hodnoty – kladné ($x_1^1 - x_1^{01} > 0$, $x_1^2 - x_1^{02} > 0$, $x_1^3 - x_1^{03} > 0$, $x_1^4 - x_1^{04} > 0$, $x_2^1 - x_2^{01} > 0$, $x_2^2 - x_2^{02} > 0$, $x_2^3 - x_2^{03} > 0$ aj $x_2^4 - x_2^{04} > 0$) došlo k pohybu bodov a tým pádom je možné určiť hranicu medzi prvou a druhou skupinou obrázku. Hranica medzi druhou a treťou skupinou je zistená tým istým spôsobom ako pri hranici medzi prvou a druhou skupinou obrazov, ale s podmienkou,

že rozdiel súradníc bodov je záporná hodnota. ($x_1^1 - x_1^{01} < 0$, $x_1^2 - x_1^{02} < 0$, , $x_2^4 - x_2^{04} < 0$)

Z prvej skupiny fotografií je vybraná jedna, ktorej súradnice bodov odpovedajú bodom 01, 02, 03 a 04. Ďalší výber obrazov a im príslušiacie súradnice bodov (1, 2, 3 a 4) je z druhej skupiny obrázkov približne v jednosekundovom intervale. Počet je ľubovoľný v našom prípade 17. K týmto fotografiám je priradená pôsobiaca sila a predĺženie v danom čase. Pomocníkom pri hľadaní dvojice z oboch súborov je čas.



Obr.34: Súradnicový systém Lucii



Obr.35 Upravený súradnicový systém

Pretože súradnicový systém programu Lucia - Nis Elements nevyhovuje spracovaniu podľa teoretickej časti viz. obr. 34. Nezodpovedá predpokladu, že os $x_1 x_1^0$ je smer pôsobiacej sily. Z toho dôvodu je súradnicový systém upravený, tak aby smer namáhania bol totožný s osou $x_1 x_1^0$ (obr. 35).

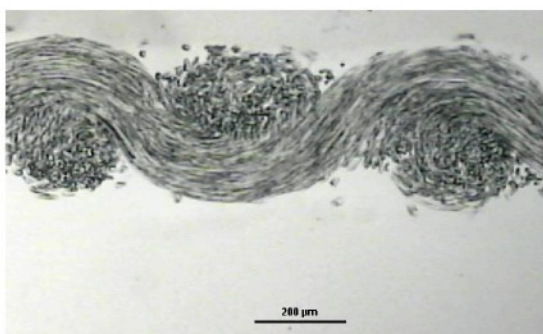
3.2. Parametre textílie

Zaťažovaná textília je bavlnená tkanina v plátnovej väzbe s jemnosťou použitého materiálu $T = 35 \text{ tex}$ a ostatné parametre viz. tab. 2.

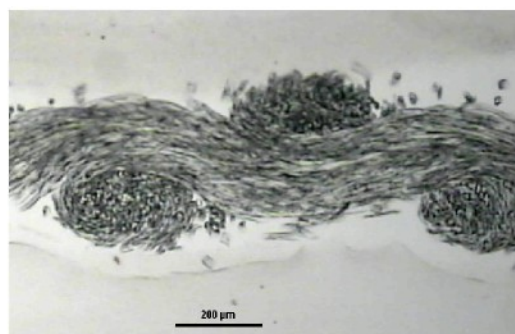
D_o [nití/10cm]	235,5 <232,8;238,1>
s_o [nití/10cm]	6,0
D_u [nití/10cm]	230,5 <229,5;231,5>
s_u [nití/10 cm]	2,2
T_{tk} [m]	$0,399 \cdot 10^{-3}$ < $0,397 \cdot 10^{-3}$; $0,401 \cdot 10^{-3}$ >
s_{tk} [m]	$7,4 \cdot 10^{-6}$

Tabuľka 2: Parametre tkaniny

Pomocou vnútornej normy katedry textilnej technológie [16], sú vytvorené rezy v smere osnove (obr. 37) a v smere útku (obr. 36). Obrázky sú spracované v obrazovej analýze Lucia. Pomocou príslušenstva programu sú zmerané geometrické parametre pre každý rez ako hrúbka tkaniny l , priemer osnove d_o alebo d_u , rozteč osnovných nití R_l , rozteč útkových nití $S_l, \dots$. Z týchto parametrov sú následovne dopočítané pomocou vzťahu (63) a (64) pomocné parametre k výpočtu zvlňenia. Hodnota každej sústavy (osnove, útku) je určená vzťahom (60). Prehľad výsledných hodnôt, pre každý smer je uvedený v tab.3.



Obr.36: Rez po útku



Obr.37: Rez po osnove

Rez po osnove		Rez po útku	
l [μm]	354,17	l [μm]	307,19
k [μm]	321,31	m [μm]	275,34
d_o [μm]	168,41	d_u [μm]	144,12
R_l [μm]	442,40	S_l [μm]	444,43
$Osa\ x$ [μm]	177,08	$Osa\ x$ [μm]	137,67
d_u [μm]	152,91	d_o [μm]	131,21
r_o [μm]	84,20	r_u [μm]	72,06
r_u [μm]	76,45	r_o [μm]	81,53
d_{str} [μm]	160,66	d_{str} [μm]	153,60
h_u [μm]	100,63	h_o [μm]	56,13
A [μm]	32,86	B [μm]	25,40
h_o [μm]	60,03	h_u [μm]	91,18
e_u [-]	0,63	e_o [-]	0,37

Tabuľka 3: Geometrické parametre tkaniny

3.3.Samotný výpočet šmykového modulu

Výpočet pre jednotlivé tenzory a moduly pružnosti je aplikovaný pre stav počiatočný, keď predĺženie je nulové a za konečný stav je považované maximálne predĺženie. V nasledujúcich odstavcoch sú uvedené výsledné hodnoty ako *materiálový gradient posuvov*, *materiálový deformačný gradient*, *jednotlivé tenzory*, *moduly pružnosti a nakoniec šmykový modul textílie* pre každý smer namáhania (0° , 90° a 45°) pomocou vzťahov uvedených v teoretickej časti. Potrebné data k výpočtom sú uvedené v prílohe 1 tab. 1 pre 0° , príloha 1 tab. 2 pre 90° a príloha 1 tab. 3 pre 45° .

Pretože samotné spracovanie hodnôt pomocou teoretickej časti je náročné pre ručné počítanie. Preto vhodnou voľbou matematického programu (v našom prípade MATLAB) je možné samotné spracovanie výpočtu urýchliť viz. príloha 2 CD - skript.

3.3.1. Materiálový gradient posuvov

Výsledná hodnota materiálového deformačného gradientu posuvov je vypočítaná zo vzťahu (16) a (17)

$$u_{11(90^\circ)} = 0,0362$$

$$u_{11(0^\circ)} = 0,0369$$

$$u_{11(45^\circ)} = 0,0370$$

$$u_{22(90^\circ)} = -0,0565$$

$$u_{22(0^\circ)} = -0,0318$$

$$u_{22(45^\circ)} = -0,0240$$

3.3.2. Materiálový deformačný gradient

Materiálový deformačný gradient je daný vzťahom (19) a má tvar :

$$F_{(90^\circ)} = \begin{bmatrix} 1,0362 & 0 \\ 0 & 0,9435 \end{bmatrix} \quad F_{(0^\circ)} = \begin{bmatrix} 1,0369 & 0 \\ 0 & 0,9682 \end{bmatrix} \quad F_{(45^\circ)} = \begin{bmatrix} 1,0370 & 0 \\ 0 & 0,9760 \end{bmatrix}$$

3.3.3. Tenzor deformácie

Tenzor deformácie je vyjadrený pomocou vzťahu (43) a jeho úpravou na tvar:

$$\varepsilon_{ij} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} & 0 \\ 0 & \varepsilon_{22} \end{bmatrix}$$

$$\varepsilon_{(90^\circ)} = \begin{bmatrix} 0,0362 & 0 \\ 0 & -0,0565 \end{bmatrix} \quad \varepsilon_{(0^\circ)} = \begin{bmatrix} 0,0369 & 0 \\ 0 & -0,0318 \end{bmatrix} \quad \varepsilon_{(45^\circ)} = \begin{bmatrix} 0,0370 & 0 \\ 0 & -0,0240 \end{bmatrix}$$

3.3.4. Cauchyho tenzor skutočných pomerných síl

Cauchyho tenzor skutočných pomerných síl je vypočítaný prostredníctvom vzťahu (31) a dosadením do vzťahu (30) kde dostaneme jeho tenzor

$$\Sigma_{(90^\circ)} = \begin{bmatrix} 8,3878 \cdot 10^{-4} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \Sigma_{(0^\circ)} = \begin{bmatrix} 1,3282 \cdot 10^{-4} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \Sigma_{(45^\circ)} = \begin{bmatrix} 2,9713 \cdot 10^{-5} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

3.3.5. Biotov symetrický tenzor napätia

Bitov symetrický tenzor je vypočítaný pomocou nasledujúceho vzťahu:.

$$S_B = \frac{J_0}{2} \left[F^{-1} \Sigma I + I \Sigma (F^{-1})^T \right]$$

$$S_{B(90^\circ)} = \begin{bmatrix} 0,7914 \cdot 10^{-3} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad S_{B(0^\circ)} = \begin{bmatrix} 0,1286 \cdot 10^{-3} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad S_{B(45^\circ)} = \begin{bmatrix} 0,29 \cdot 10^{-4} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

3.3.6. Moduly pružnosti a šmykový modul

Moduly sú riešené pomocou vzťahov (49), (51), (52), (53) a modul v šmyku je definovaný vzťahom (54)

$$\begin{array}{lll}
 \bar{E}_{11(90^\circ)} = 21900 & \bar{E}_{11(0^\circ)} = 3500 & \bar{E}_{11(45^\circ)} = 783,30 \\
 \bar{E}_{22(90^\circ)} = 538,17 & \bar{E}_{22(0^\circ)} = 154,35 & \bar{E}_{22(45^\circ)} = 45,89 \\
 \bar{E}_{12(90^\circ)} = -838,78 & \bar{E}_{12(0^\circ)} = -132,82 & \bar{E}_{12(45^\circ)} = -29,71 \\
 \bar{E}_{4(90^\circ)} = 463,48 & \bar{E}_{4(0^\circ)} = 133,82 & \bar{E}_{4(45^\circ)} = 39,59 \\
 \tilde{E}_{4(90^\circ)} = 3200 & \tilde{E}_{4(0^\circ)} = 539,39 & \tilde{E}_{4(45^\circ)} = 126,87
 \end{array}$$

Zo vzťahu (59) vyplýva hodnota ε_{33} . Je vybraná tá hodnota pre ktorú platí podmienka, že $\varepsilon_{33} \leq 0$. Vypočítaním ε_{33} zároveň vychádza hodnota u_{33} , lebo platí, že $\varepsilon_{33} = u_{33}$

$$\begin{array}{lll}
 \varepsilon_{33(90^\circ)} = -0,1038 & \varepsilon_{33(0^\circ)} = -0,1008 & \varepsilon_{33(45^\circ)} = -0,1033 \\
 u_{33(90^\circ)} = -0,1038 & u_{33(0^\circ)} = -0,1008 & u_{33(90^\circ)} = -0,1033
 \end{array}$$

Následovne sú jednotlivé tenzory a moduly vynásobené $(1+u_{33})$, kde je vo výsledných hodnotách započítaná aj hrúbka textílie.

$$\begin{array}{ll}
 \bar{E}_{ij(90^\circ)} = \begin{bmatrix} 19626 & -752 & 0 \\ -752 & 482 & 0 \\ 0 & 0 & 415 \end{bmatrix} & \tilde{E}_{4(90^\circ)} = G = 2869 \text{ [N/m]} \\
 \bar{E}_{ij(0^\circ)} = \begin{bmatrix} 3147 & -119 & 0 \\ -119 & 139 & 0 \\ 0 & 0 & 120 \end{bmatrix} & \tilde{E}_{4(0^\circ)} = G = 485 \text{ [N/m]} \\
 \bar{E}_{ij(45^\circ)} = \begin{bmatrix} 702 & -27 & 0 \\ -27 & 41 & 0 \\ 0 & 0 & 114 \end{bmatrix} & \tilde{E}_{4(45^\circ)} = G = 114 \text{ [N/m]}
 \end{array}$$

3.4. Pribeh jednotlivých veličín

Vynesením závislostí do grafov je možné sledovať samotné priebehy jednotlivých veličín: *pôsobiacu silu, moduly, Poissonovo číslo* či už samotný *šmykový modul* počas zaťažovania.

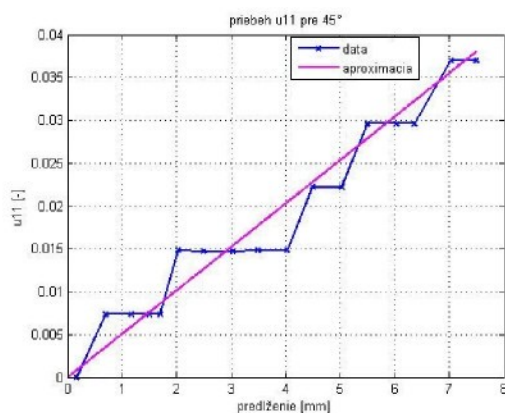
Pomocou vzťahov v teoretickej časti a vhodnou aproximáciou je možné získať popis funkcie pre jednotlivé veličiny. Názorná ukážka pre spracovanie je aplikovaná na

hodnotách vzorky strihanéj pod 45° uhlom s datami v prílohe 1 tab. 3. Ostatné priebehy veličín pre smery 90° a 0° sú znázornené v prílohe 1 obr. 1-33 a ich rovnice sú uvedené v prílohe 2 CD zložka rovnice.

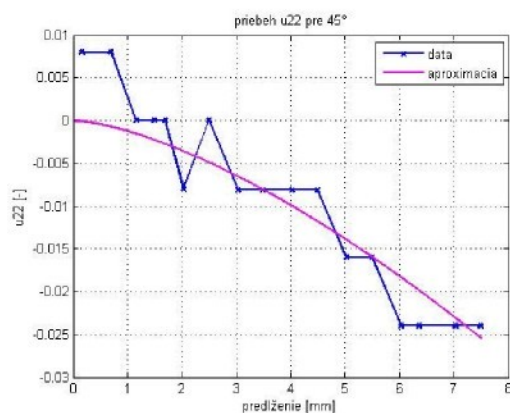
Pomocou súradníc bodov uvedených v tab. 3 príloha 1 a vzťahu (16) získame materiálový gradient posuvu pre každý stav namáhania. Stav jedna udávajú hodnoty z prvého riadku tabuľky a druhého riadku (1. a 2. riadok). Druhému stavu odpovedajú hodnoty z prvého riadku a tretieho riadku tabuľky (1. a 3. riadok). Takto je získané $u_{11(45^\circ)}$ pre všetky stavy (1 a 2, 1 a 3, 1 a 4,....., 1 a 18).

Výnesením závislosti materiálového gradientu posunov u_{11} na predĺžení a následnou aproximáciou je získaný priebeh materiálového gradientu posuvu zobrazeného v grafe na obr. 38, ktorý je definovaný v smere pôsobiacej sily. To isté je zopakované pre kolmý smer u_{22} , kde je použitý vzťah (17). Prebeh tejto veličiny je na obr. 39. Z aproximácie vyplývajú nasledujúce rovnice pre popis priebehu funkcií.

$$u_{11(45^\circ)} = 0,00458x^{1,05} \text{ a } u_{22(45^\circ)} = -0,00124x^{1,5}$$



Obr.38: Aproximácia materiálového gradientu posunu u_{11} pre 45° smer



Obr.39: Aproximácia materiálového gradientu posunu u_{22} pre 45° smer

Z podmienky $\varepsilon_{11} = u_{11}$ vyplýva:

$$x_{(45^\circ)} = 168,94571 \varepsilon_{11(45^\circ)}^{0,95},$$

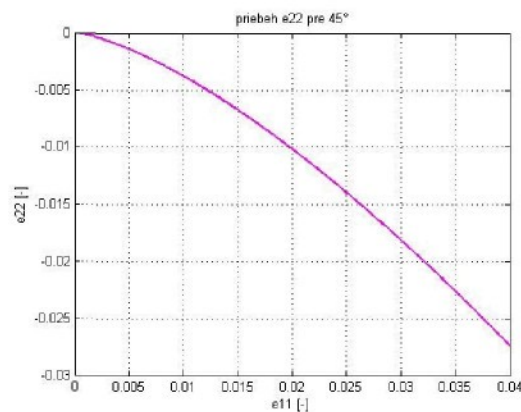
a z podmienky $\varepsilon_{22} = u_{22}$ platí že

$$x_{(45^\circ)} = 168,94571 \varepsilon_{11(45^\circ)}^{0,95}$$

kde $\varepsilon_{22(45^\circ)}$ je daný rovnocou

$$\varepsilon_{22(45^\circ)} = -2,72297 \varepsilon_{11(45^\circ)}^{1,429}.$$

ktorá má priebeh v grafe na obr. 40.



Obr.40: Priebeh tenzoru ε_{22} pre 45° smer

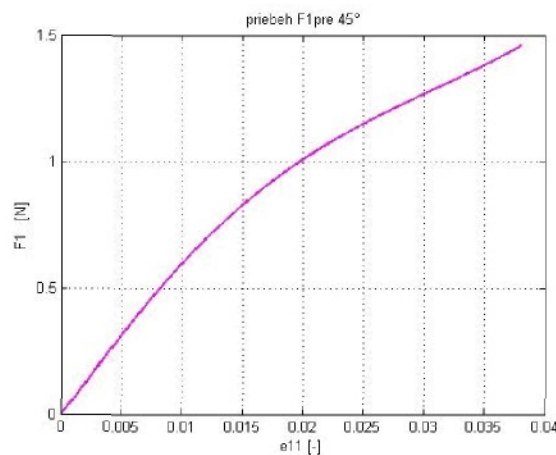
Hodnotám predĺženia odpovedá sila v danom okamžiku. To popisuje ťahová krivka, ktorá má tvar

$$F_{1(45^\circ)} = 1,6235x^{1,5} - 1,5365x^2 + 0,3727x^3 - 0,6345x^4 + 0,0056x^5 - 0,0002x.$$

Po úprave dostaneme rovnicu krivky, ktorá popisuje silové pôsobenie v závislosti na ε_{11}

$$F_{1(45^\circ)} = 120,1436 \varepsilon_{11(45^\circ)}^{1,1} - 1646,0010 \varepsilon_{11(45^\circ)}^2 + 260502,62 \varepsilon_{11(45^\circ)}^4$$

Priebeh tejto rovnice popisuje graf na obr. 41.

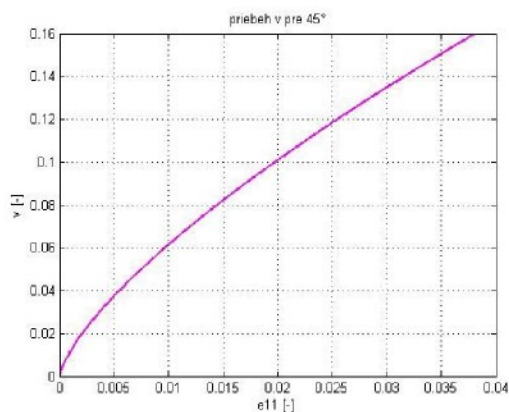


Obr.41: Priebeh silového pôsobenia pre 45° smer

Priebeh Poissonovho čísla vyjadreného pomocou ϵ_{11} vychádza z rovnice (50) a je popísané pomocou nasledujúcej rovnice:

$$\nu_{(45^\circ)} = \sqrt{-(-2,72297\epsilon_{11(45^\circ)}^{1,429})}$$

ktorej priebeh je v grafe na obr. 42.

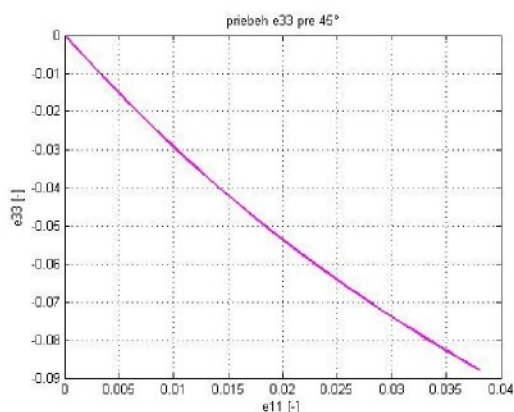


Obr.42: Priebeh Poissonovho čísla pre 45° smer

Tenzor ϵ_{33} popisuje chovanie textílie v smere hrúbky kde tvar rovnice popisujúcej krivku, ktorá je definovaná ako:

$$\epsilon_{33(45^\circ)} = -3,2029\epsilon_{11(45^\circ)} + 26,6515\epsilon_{11(45^\circ)}^2 - 2266,9081\epsilon_{11(45^\circ)}^4$$

Priebeh ϵ_{33} je znázornený na obr. 43.



Obr.43: Priebeh ϵ_{33} pre 45° smer

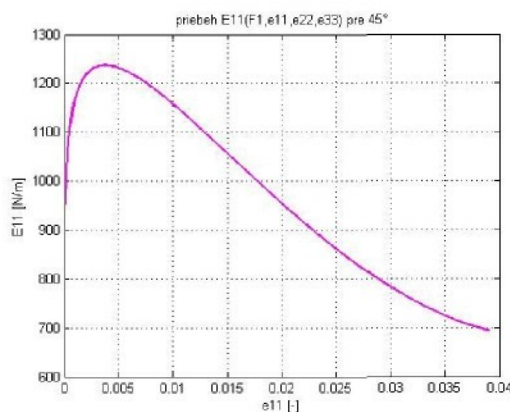
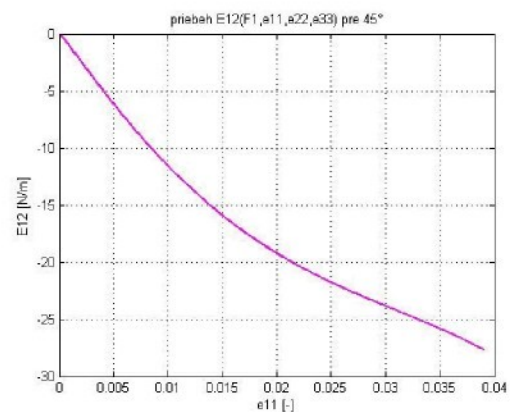
Jednotlivé moduly sú popísané pomocou rovníc z teoretickej časti, kde jediná nezávislá premenná je ϵ_{11} a pomocou tejto hodnoty sú vyjadrené moduly v ktorých sú zahrnuté všetky ovplyvňujúce faktory ($F_1, \epsilon_{11(45^\circ)}, \epsilon_{22(45^\circ)}, \epsilon_{33(45^\circ)}$), pomocou jedinej neznámej $\epsilon_{11(45^\circ)}$. Grafický priebeh jednotlivých modulov viz. obr. 44 až 48. Samotný prebeh šmykového modulu popisuje krivka v grafe na obr. 58. Rovnice vyjadrujúce priebeh modulov sú nasledovné:

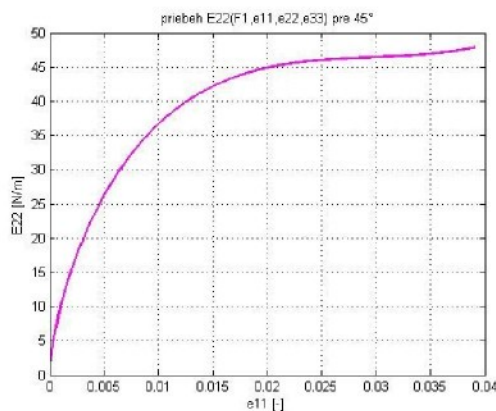
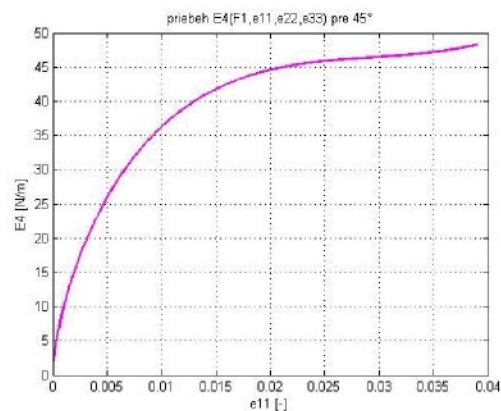
$$\begin{aligned}\bar{E}_{11(45^\circ)} &= \frac{F_{1(45^\circ)}}{l_0 (1 + \varepsilon_{22(45^\circ)}) \varepsilon_{11(45^\circ)}} (1 + u_{33(45^\circ)}) = \\ &= \frac{(1,6235x^{1,5} - 1,5365x^2 + 0,3727x^3 - 0,6345x^4 + 0,0056x^5 - 0,0002x)}{0,005(1 - 2,72297\varepsilon_{11(45^\circ)}^{1,429}) \varepsilon_{11(45^\circ)}} \\ &\quad (1 - 3,2029\varepsilon_{11(45^\circ)} + 26,6515\varepsilon_{11(45^\circ)}^2 - 2266,9081\varepsilon_{11(45^\circ)}^4)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\bar{E}_{22(45^\circ)} &= -\frac{F_{1(45^\circ)} \varepsilon_{11(45^\circ)}}{l_0 \varepsilon_{22(45^\circ)} (1 + \varepsilon_{22(45^\circ)})} (1 + u_{33(45^\circ)}) = \\ &= -\frac{(1,6235x^{1,5} - 1,5365x^2 + 0,3727x^3 - 0,6345x^4 + 0,0056x^5 - 0,0002x) \varepsilon_{11(45^\circ)}}{0,05(-2,72297\varepsilon_{11(45^\circ)}^{1,429})(1 - 2,72297\varepsilon_{11(45^\circ)}^{1,429})} \\ &\quad (1 - 3,2029\varepsilon_{11(45^\circ)} + 26,6515\varepsilon_{11(45^\circ)}^2 - 2266,9081\varepsilon_{11(45^\circ)}^4)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\bar{E}_{12(45^\circ)} &= \frac{F_{1(45^\circ)}}{(1 + \varepsilon_{22}) l_0} (1 + u_{33(45^\circ)}) = \\ &= \frac{1,6235x^{1,5} - 1,5365x^2 + 0,3727x^3 - 0,6345x^4 + 0,0056x^5 - 0,0002x}{0,05 * (1 - 2,72297\varepsilon_{11(45^\circ)}^{1,429})} \\ &\quad (1 - 3,2029\varepsilon_{11(45^\circ)} + 26,6515\varepsilon_{11(45^\circ)}^2 - 2266,9081\varepsilon_{11(45^\circ)}^4)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\bar{E}_{4(45^\circ)} &= \frac{F_{1(45^\circ)} \varepsilon_{11(45^\circ)}}{l_0 (\varepsilon_{11(45^\circ)}^2 - \varepsilon_{22(45^\circ)} (1 + 2\varepsilon_{11(45^\circ)}))} (1 + u_{33(45^\circ)}) = \\ &= \frac{((1,6235x^{1,5} - 1,5365x^2 + 0,3727x^3 - 0,6345x^4 + 0,0056x^5 - 0,0002x) \varepsilon_{11(45^\circ)})}{\varepsilon_{11(45^\circ)}^2 - -2,72297\varepsilon_{11(45^\circ)}^{1,429} (1 + 2\varepsilon_{11(45^\circ)})} \\ &\quad (1 - 3,2029\varepsilon_{11(45^\circ)} + 26,6515\varepsilon_{11(45^\circ)}^2 - 2266,9081\varepsilon_{11(45^\circ)}^4)\end{aligned}$$

Obr.44: Pribeh $\bar{E}_{11}$ pre 45° smerObr.45: Pribeh $\bar{E}_{12}$ pre 45° smer

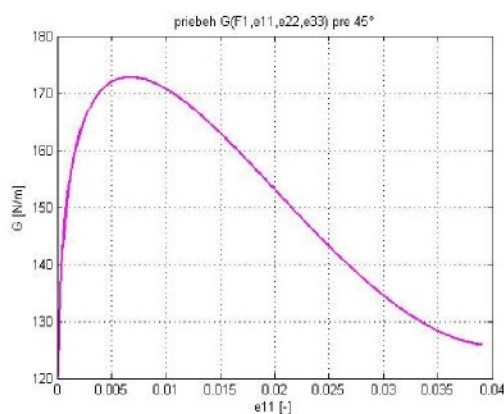
Obr.46: Pribeh $\bar{E}_{22}$ pre 45° smerObr.47: Pribeh $\bar{E}_4$ pre 45° smer

$$\tilde{E}_{4(45^\circ)} = \frac{1}{8} \frac{F_{1(45^\circ)}}{l_0 \varepsilon_{11} (1 + \varepsilon_{22})} \frac{\varepsilon_{22}^2 - 6\varepsilon_{22}\varepsilon_{11}^2 + \varepsilon_{11}^4 - 8\varepsilon_{22}^2\varepsilon_{11}^2}{\varepsilon_{22}^2 - \varepsilon_{22}\varepsilon_{11}^2 + 2\varepsilon_{22}^3\varepsilon_{11}} (1 + u_{33(45^\circ)}) = G$$

$$\frac{1}{8} \frac{1,6235x^{1,5} - 1,5365x^2 + 0,3727x^3 - 0,6345x^4 + 0,0056x^5 - 0,0002x}{0,05\varepsilon_{11(45^\circ)} (1 - 2,72297\varepsilon_{11(45^\circ)}^{1,429})}$$

$$\frac{(-2,72297\varepsilon_{11(45^\circ)}^{1,429})^2 - 6(-2,72297\varepsilon_{11(45^\circ)}^{1,429})\varepsilon_{11(45^\circ)}^2 + \varepsilon_{11(45^\circ)}^4 - 8(-2,72297\varepsilon_{11(45^\circ)}^{1,429})^2\varepsilon_{11(45^\circ)}^2}{(-2,72297\varepsilon_{11(45^\circ)}^{1,429})^2 - (-2,72297\varepsilon_{11(45^\circ)}^{1,429})(\varepsilon_{11(45^\circ)}^2) + 2(-2,72297\varepsilon_{11(45^\circ)}^{1,429})^3\varepsilon_{11(45^\circ)}} \varepsilon_{11(45^\circ)}$$

$$(1 - 3,2029\varepsilon_{11(45^\circ)} + 26,6515\varepsilon_{11(45^\circ)}^2 - 2266,9081\varepsilon_{11(45^\circ)}^4)$$

Obr.48: Pribeh G pre 45° smer

4. Diskusia

Podľa predpokladu šmykový modul pre jednotlivé smery 0° , 45° a 90° nadobúda rozdielných hodnôt. Svädčia o tom priebehy šmykového modulu pre jednotlivé smery znázornené na obr.31-33 v prílohe 1.

Je veľmi pravdepodobné, že priebeh šmykového modulu do značnej miery ovplyvňuje geometria textílie. Tá má za následok, že šmykový modul zo vzorky strihanéj pod uhlom 0° (smer útku) nadobúda nižších hodnôt oproti šmykovému modulu pre tkaninu strihanú v smere osnovy (90°), ale vyšších v porovnaní so 45° uhlom zaťažovania textílie. Pretože zvlnenie útkovej nite je väčšie ako zvlnenie osnovy je potreba prekonať dlhší časový úsek k vyrovňaniu sústavy. V tomto časovom úseku sa odohrávajú geometrické zmeny textílie čo sa prejaví i v priebehu šmykového modulu.

Osnova je menej zvlnená oproti útku, časový interval je podstatne kratší, preto v tomto smere dochádza tak rapídneho nárastu modulu v šmyku. Najmenšej hodnoty šmykového modulu dosahuje textília strihaná pod 45° uhlom. Pri namáhaní pod týmto uhlom nedochádza k vyúžívaniu pevnosti priadze ani jednej zo sústavy nití, ale je využité len trenie v jednotlivých väzbových bodoch tkaniny.

5. Záver

Cieľom diplomovej práce bolo vytvoriť komplexnú metodiku na meranie a výpočet šmykového modulu tkanín.

Bol vytvorený experimentálny postup merania šmykového modulu s použitím meriaceho zariadenia Instron, kamery a obrazovej analýzy. Samotný výpočet bol uskutočnený pomocou skriptu vytvoreného v programe Matlab.

Navrhnutá metodika je zložená z troch častí. Prvú časť tvorí príprava vzorkov, druhú získanie obrazových dát. Obe časti sú podrobnejšie popísané v predošlých odstavcoch. Tretiu časť navrhovanej metodiky tvorí výpočet modulu v šmyku, pomocou naprogramovaného skriptu, ktorého vstupom je len textový súbor so súradnicami jednotlivých bodov.

Výhodou navrhnutéj metodiky je dostupnosť meracieho zariadenia a pomocného príslušenstva (kamery). Javí sa časovo náročná, ale boli vytvorené skripty na získanie súradníc bodov ako aj pre samotný výpočet modulu v šmyku, ktoré výpočet značne zrychlili.

Dosiahnuté výsledky potvrdili predpoklad, rozdielných hodnôt šmykového modulu pre jednotlivé smery 0° , 45° a 90° . Hodnoty šmykového modulu pre jednotlivé smery do značnej miery ovplyvňuje geometria textílie. Šmykový modul v smere osnovy (90°) je najvyšší z dôvodu menšieho zvlnenia osnovy oproti útku. Pri pôsobení sily v tomto smere bola využívaná pevnosť osnovných nití, nebola potreba dlhšieho času na vyrovnanie zvlnenia osnovy. Pri pôsobení sily v smere útkovej sústavy nití (0°) je potreba dlhšieho času na vyrovnanie tejto sústavy nití a to sa prejaví na hodnote šmykového modulu. Pri zaťažovaní v 45° smere nieje využitá pevnosť ani jednej zo sústavy nití. Šmykový modul ovplyvňuje len trenie v jednotlivých väzbových bodoch tkaniny.

Navrhnutá metodika pre stanovenie šmykového modulu je v praxi použiteľná a je ju potreba overiť na väčšom množstve textílií so zameraním na štatistickú platnosť získaných výsledkov. Ďalšia práca by mohla byť zameraná na sledovanie šmykového modulu v rôznych smeroch namáhania tkaniny (15° , 30° , 60° , 75°) v závislosti na smere osnovy a útku. A aj pre rôzne väzby tkaniny. Zároveň hlbšie preskúmať geometriu textílie, ktorá má veľký vplyv na priebeh samotného šmykového modulu.

Použitá literatura:

- [1] KOVÁŘ, R.: Struktura a vlastnosti pošných textilií, Liberec 2002.
- [2] CHEN, X. – LEAF, G.A.V.: Engineering Desing of Woven fabrics for specitic properties, Textile Research Jurnal 70(5),437 – 442 (2000).
- [3] LEAF, By G. A.V. - AIDA M. F Sheta.:15 – The initial shear modulus of plain-woven fabrics, 75(3), 157 – 163 (1984)
- [4] <http://www.virtualdub.org/index.html>
- [5] ZHENG, J. - KOMATSU, T - Yazaki,Y. - Takater, M. et al: Evaluatig Shear Rigidity of Woven Fabrics,Textile Research Jurnal, 76(2), 145 – 151 (2006).
- [6] STŘÍŽ, B. - HUMEN, V. - VŠST Liberec - MAKOVXKÝ, J. - SVÚT Liberec: Určování elastických konstant ortotropní polymerní fólie pomocí čtyřkoubového mechanismu, Jemná mechanika a optika, 8, 203 – 205 (1973)
- [7] BEHRE. B; Mechanical Properties of Textile Fabrics; Textile Research Jurnal, 2, 87 – 93 (1961).
- [8] NOVÁ, E.; Analýza výpočtu objektivního omaku pomocí KES systému,DP,Technická Univerzita v Liberci 2005
- [9] KAAWABATA, S.: The standardiyation and analzsis of hand evalution; Second edition. Oskata 1980
- [10] STŘÍŽ, B.: Mechanika textilií.Kapitola 1. Základy mechaniky kontinua [online]. 2002.Dostupné z URL:<[http:// www.ft.vslib.cz/depart/ktt/default.htm](http://www.ft.vslib.cz/depart/ktt/default.htm)>.
- [11] STŘÍŽ ,B.: Mechanika textilií.Kapitola 2. aplikace mechaniky kontinua [online]. 2002.Dostupné z URL:<[http:// www.ft.vslib.cz/depart/ktt/default.htm](http://www.ft.vslib.cz/depart/ktt/default.htm)>.
- [12] ŠTOLL, I.: Mechanika Skripta pro studenty fakulty jaderné a fyzikálno onžinerské, ČVUT,[online].1995.Dostupné z URL:<<http://www.fjfi.cvut.cz/DesktopDefault.aspx?ModuleId=557>>.
- [13] NOVÁČKOVÁ, J.: Interný zdroj
- [14] <http://www.ft.tul.cz/depart/ktt/default.htm>
- [15] STEKLÁ, D.: Interné zdroje KTM; Textilná takulta, TUL. 2007
- [16] KŘEMENÁKOVÁ, D a kol.: Interná norma [online].Dostupné z URL: <http://www.ft.vslib.cz/depart/ktt/vct/in/IN_46-108-01_01.pdf
- [17] KŘEMENÁKOVÁ, D a kol.: Interná norma Dostupné z URL: http://www.ft.vslib.cz/depart/ktt/vct/in/IN_13-108-01_01.pdf

[18] Lo, W.,M. - Hu, J.,L.:Shear Properties of Woven Fabrics in Various Directions, Textile Research Jurnal, 72(5), 383 – 390(2002).

Príloha 1

	čas [s]	predĺženie [mm]	sila [N]	bod 1 [μm]		bod 2 [μm]		bod 3 [μm]		bod 4 [μm]	
				X ₁	X ₂	X ₁	X ₂	X ₁	X ₂	X ₁	X ₂
1	0,0	0,0000	0,483	33174	26978	28155	22116	22586	26665	27998	31997
2	0,6	0,1606	0,765	33095	26978	28076	22116	22508	26743	27919	31997
3	2,2	0,6939	1,302	32860	26978	27841	22116	22273	26743	27684	31997
4	3,6	1,1605	1,624	32625	27057	27606	22194	22037	26743	27449	31997
5	4,6	1,4938	1,839	32546	27057	27449	22194	21881	26821	27292	31997
6	5,2	1,6938	1,960	32390	27057	27370	22194	21724	26743	27213	31997
7	6,2	2,0271	2,188	32311	27057	27213	22273	21645	26821	27057	31997
8	7,6	2,4937	2,483	32076	27057	26978	22273	21332	26821	26821	32076
9	9,2	3,0270	2,859	31841	27135	26743	22351	21096	26900	26586	32076
10	10,6	3,4937	3,181	31684	27135	26508	22351	20861	26900	26429	32076
11	12,2	4,0270	3,570	31448	27135	26272	22351	20626	26900	26116	32076
12	13,6	4,4936	3,919	31213	27135	26116	22351	20391	26900	25959	31997
13	15,2	5,0269	4,336	31056	27135	25880	22351	20155	26821	25723	31997
14	16,6	5,4935	4,711	30821	27057	25645	22351	19920	26821	25488	31997
15	18,2	6,0268	5,141	30586	27057	25410	22351	19685	26821	25253	31997
16	19,2	6,3601	5,436	30429	27057	25253	22351	19528	26900	25096	31997
17	21,2	7,0267	6,013	30115	27135	24939	22430	19136	26900	24861	31997
18	22,6	7,4935	6,430	30272	27135	25018	22430	19293	26900	24861	31997

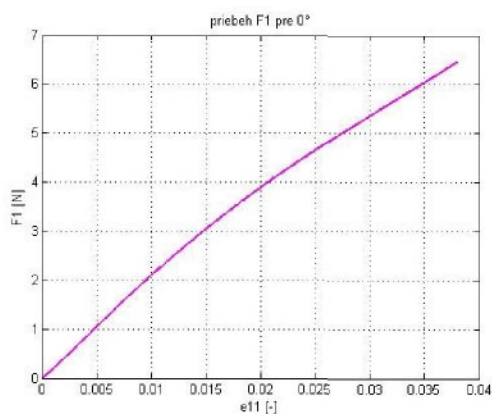
Tabuľka 1: Data pre tkaninu strihanú pod 0° uhlom

	čas [s]	predĺženie [mm]	sila [N]	bod 1 [μm]		bod 2 [μm]		bod 3 [μm]		bod 4 [μm]	
				X ₁	X ₂	X ₁	X ₂	X ₁	X ₂	X ₁	X ₂
1	0,0	0,0000	0,443	31118	30961	25866	25631	20301	30883	25631	35351
2	0,6	0,1546	1,087	31040	30961	25788	25710	20144	30883	25474	35429
3	2,2	0,6879	2,456	30726	31040	25553	25866	19909	30961	25239	35429
4	3,6	1,1545	3,477	30491	31040	25396	25866	19674	30961	25004	35429
5	4,6	1,4878	4,242	30334	31040	25161	25866	19517	30961	24769	35507
6	5,2	1,6878	4,738	30334	31040	25083	25866	19361	30961	24691	35429
7	6,6	2,1545	5,973	30021	31118	24847	25945	19125	31040	24455	35429
8	7,6	2,4878	6,953	29864	31118	24691	25866	18969	30961	24299	35429
9	9,2	3,0211	8,685	29629	31118	24377	25945	18734	31040	24064	35429
10	10,6	3,4877	10,389	29394	31118	24142	25945	18498	30961	23828	35429
11	12,2	4,0210	12,604	29158	31118	23907	26023	18185	31040	23515	35429
12	13,6	4,4876	14,832	28923	31118	23672	26023	17950	31040	23358	35429
13	15,2	5,0209	17,772	28688	31118	23437	26023	17636	31040	23045	35351
14	16,6	5,4875	20,725	28531	31118	23201	26023	17401	30961	22809	35351
15	18,2	6,0208	24,684	28296	31040	22888	26023	17166	30961	22574	35272
16	19,2	6,3541	27,517	28139	31040	22731	26023	17009	30883	22418	35272
17	21,2	7,0208	34,094	27826	31040	22418	26023	16617	30961	22104	35194
18	22,6	7,4874	39,570	27591	30961	22182	26023	16382	30883	21869	35194

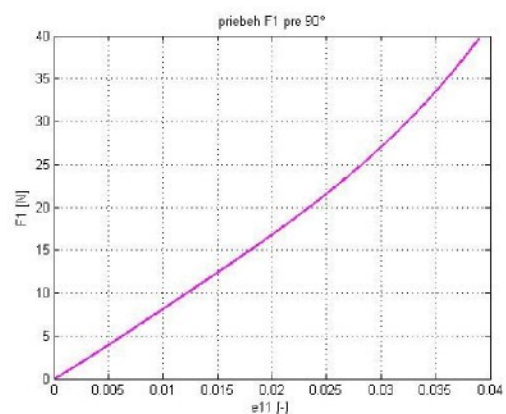
Tabuľka 2: data pre tkaninu strihanú pod 90° uhlom

	čas [s]	predĺženie [mm]	sila [N]	bod 1 [μm]		bod 2 [μm]		bod 3 [μm]		bod 4 [μm]	
				X ₁	X ₂	X ₁	X ₂	X ₁	X ₂	X ₁	X ₂
1	0,0	0,0000	0,121	33157	26964	28062	22105	22575	26651	27905	31903
2	0,6	0,1592	0,255	33000	26964	27983	22105	22418	26729	27827	31981
3	2,2	0,6925	0,430	32843	26964	27748	22105	22183	26729	27592	31981
4	3,6	1,1592	0,523	32608	26964	27592	22183	21948	26729	27435	31981
5	4,6	1,4925	0,577	32451	27043	27435	22183	21791	26808	27278	31981
6	5,2	1,6925	0,591	32373	27043	27278	22183	21713	26808	27200	31981
7	6,2	2,0258	0,644	32295	27043	27200	22261	21556	26808	27043	31981
8	7,6	2,4924	0,711	32059	27043	26964	22261	21321	26808	26808	32059
9	9,2	3,0257	0,765	31824	27121	26651	22340	21086	26886	26573	32059
10	10,6	3,4924	0,832	31589	27121	26494	22340	20850	26886	26337	32059
11	12,2	4,0257	0,913	31354	27121	26259	22340	20615	26886	26102	32059
12	13,6	4,4923	0,980	31197	27121	26024	22340	20380	26886	25945	32059
13	15,2	5,0256	1,060	30962	27121	25789	22340	20145	26886	25632	31981
14	16,6	5,4922	1,128	30805	27043	25632	22340	19910	26808	25475	31981
15	18,2	6,0255	1,208	30570	27043	25318	22418	19675	26808	25240	31981
16	19,2	6,3588	1,262	30413	27043	25162	22418	19518	26808	25083	31981
17	21,2	7,0255	1,383	30100	27121	24926	22418	19126	26886	24770	31981
18	22,6	7,4921	1,450	30257	27121	25005	22418	19283	26886	24926	31981

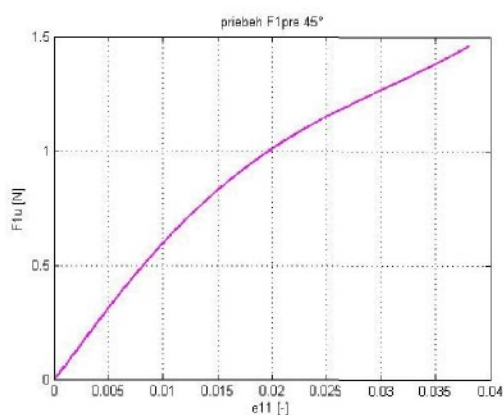
Tabuľka 3: data pre tkaninu strihanú pod 45° uhlom



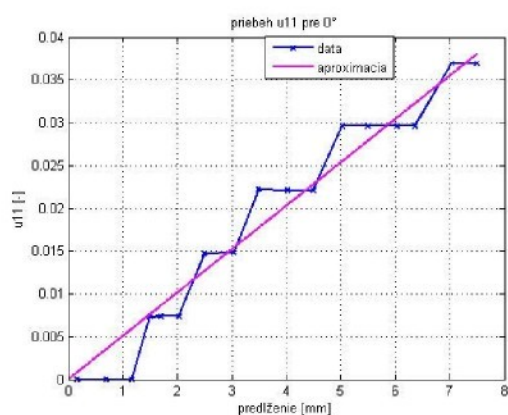
Obr.1: Pribeh silového pôsobenia pre 0° smer



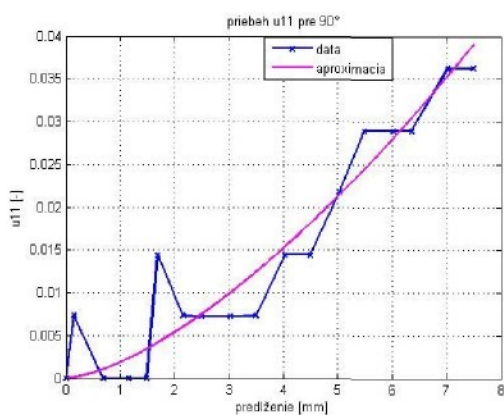
Obr.2: Pribeh silového pôsobenia pre 90° smer



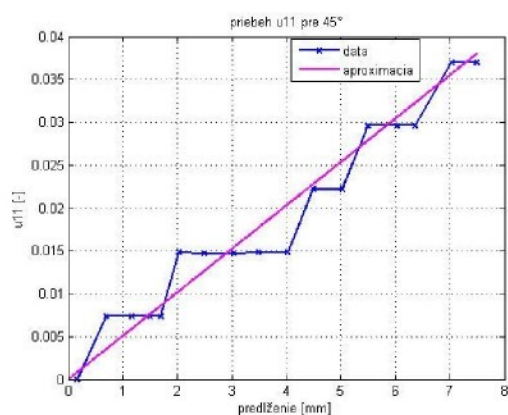
Obr.3: Pribeh silového pôsobenia pre 45° smer



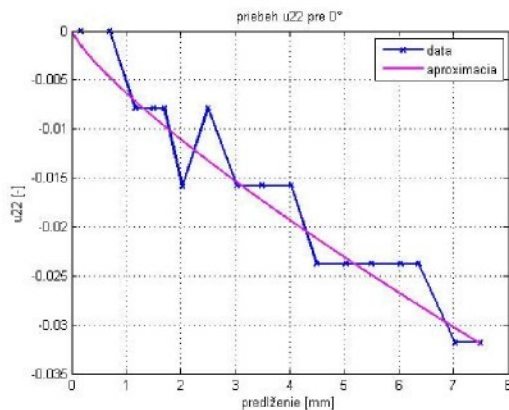
Obr.4: Aproximácia materiálového gradientu posuvu u_{11} pre 0° smer



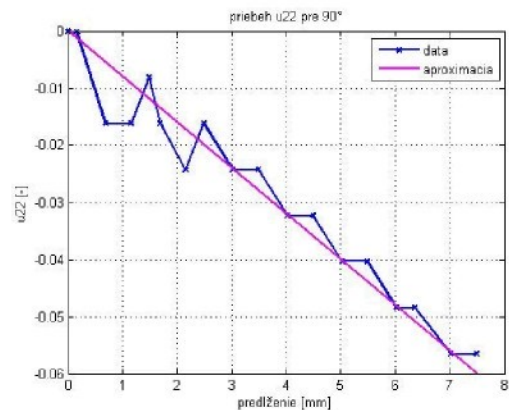
Obr.5: Aproximácia materiálového gradientu posuvu u_{11} pre 90° smer



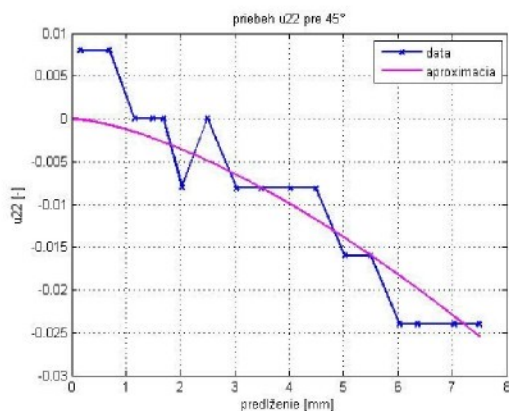
Obr.6: Aproximácia materiálového gradientu posuvu u_{11} pre 45° smer



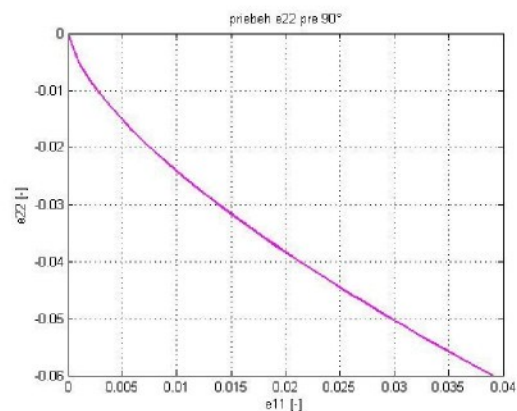
Obr.7: Aproximácia materiálového gradientu posuvu u_{22} pre 0° smer



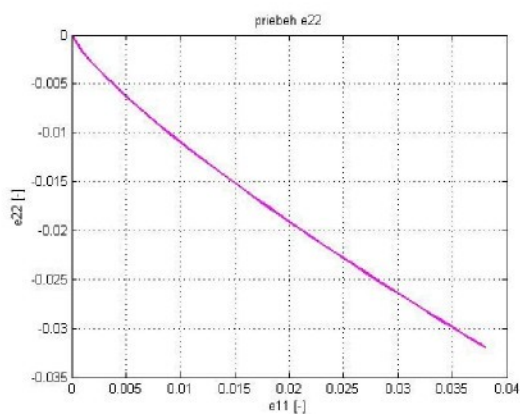
Obr.8: Aproximácia materiálového gradientu posuvu u_{22} pre 90° smer



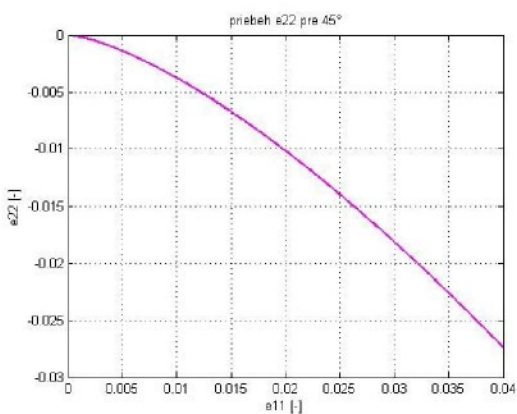
Obr.9: Aproximácia materiálového gradientu posuvu u_{22} pre 45° smer



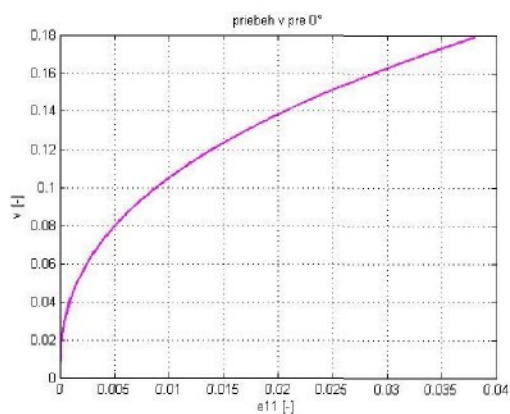
Obr.10: Priebeh ϵ_{22} pre 90° smer



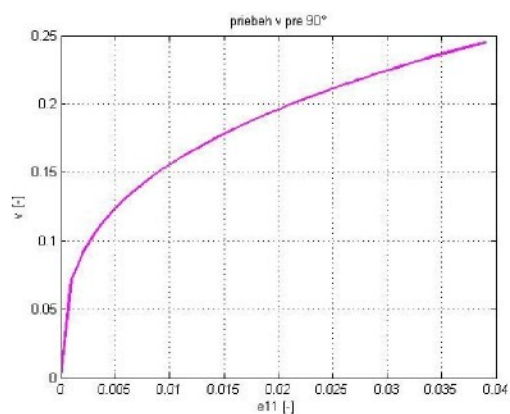
Obr.11: Priebeh ϵ_{22} pre 0° smer



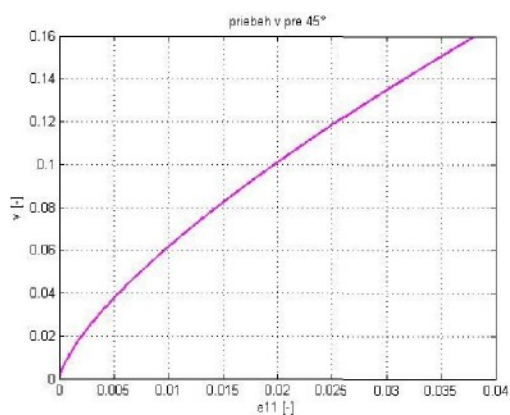
Obr.12: Priebeh ϵ_{22} pre 45° smer



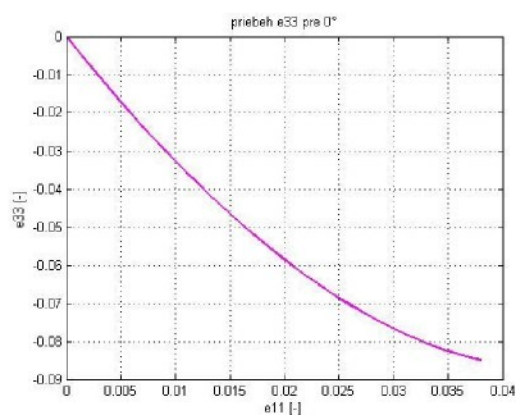
Obr.13: Pribeh Poissonovho čísla pre 0° smer



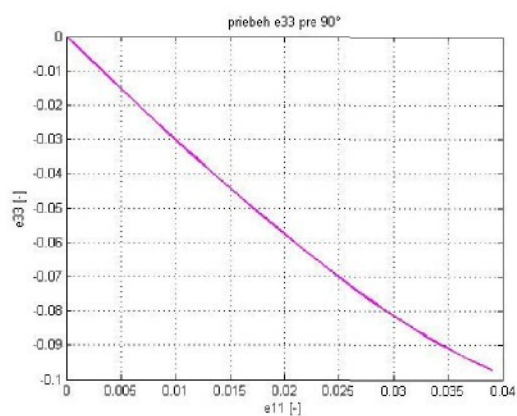
Obr.14: Pribeh Poissonovho čísla pre 90° smer



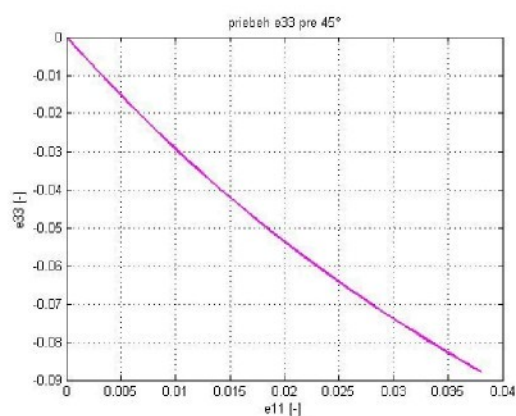
Obr.15: Pribeh Poissonovho čísla pre 45° smer



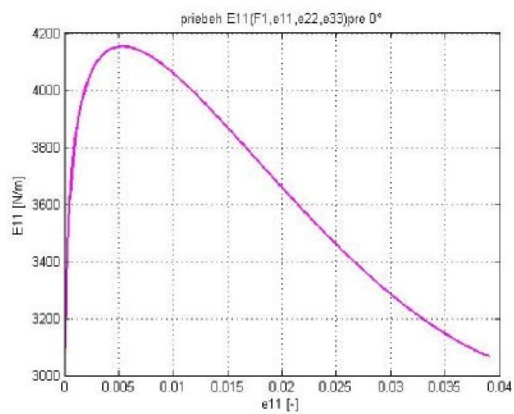
Obr.16: Pribeh ϵ_{33} pre 0° smer



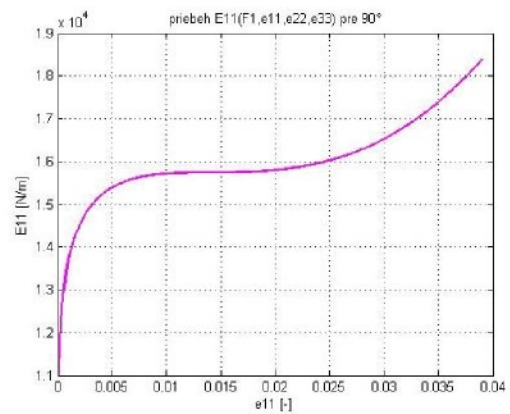
Obr.17: Pribeh ϵ_{33} pre 90° smer



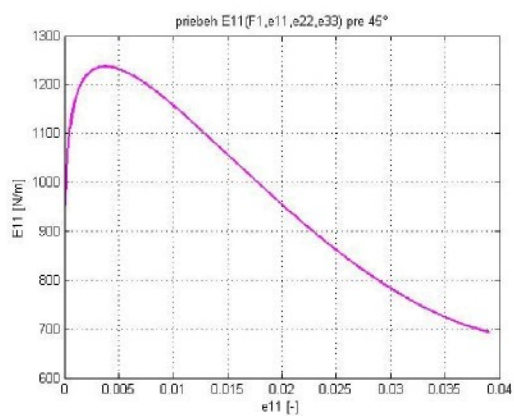
Obr.18: Pribeh ϵ_{33} pre 45° smer



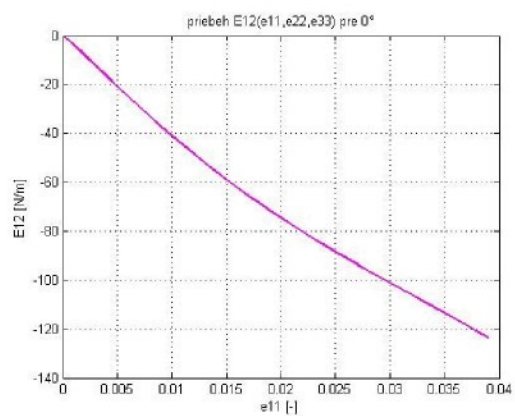
Obr.19: Pribeh $\bar{E}_{11}$ pre 0° smer



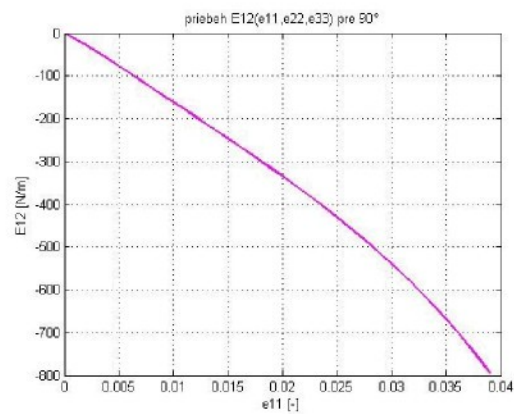
Obr.20: Pribeh $\bar{E}_{11}$ pre 90° smer



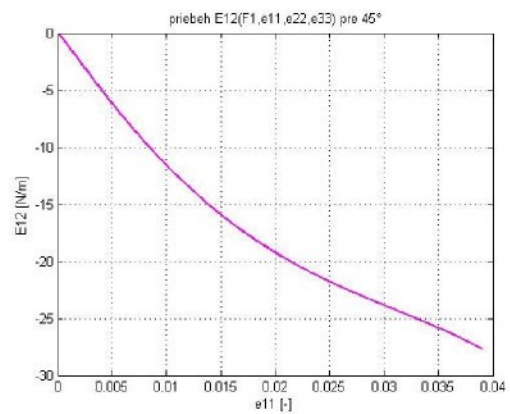
Obr.21: Pribeh $\bar{E}_{11}$ pre 45° smer



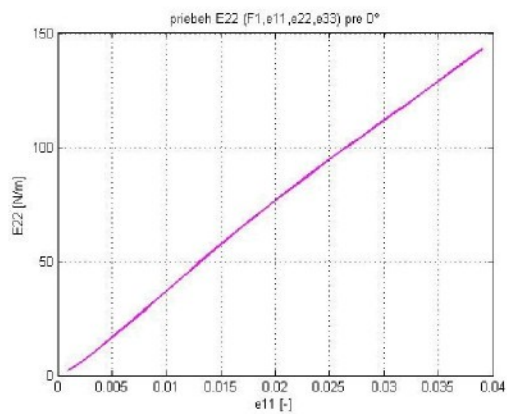
Obr.22: Pribeh $\bar{E}_{12}$ pre 0° smer



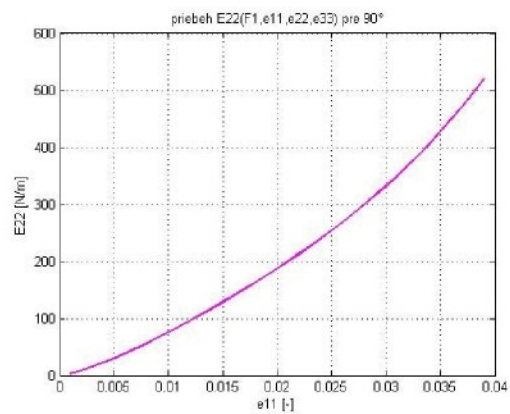
Obr.23: Pribeh $\bar{E}_{12}$ pre 90° smer



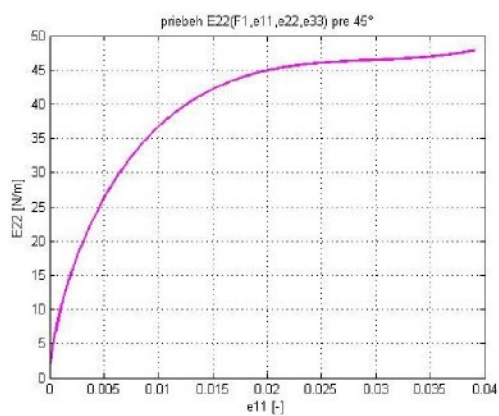
Obr.24: Pribeh $\bar{E}_{12}$ pre 45° smer



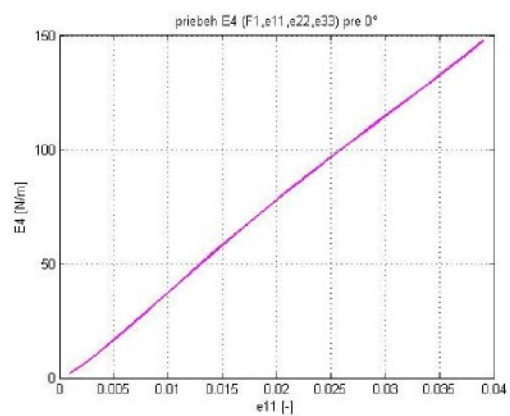
Obr.25: Pribeh $\bar{E}_{22}$ pre 0° smer



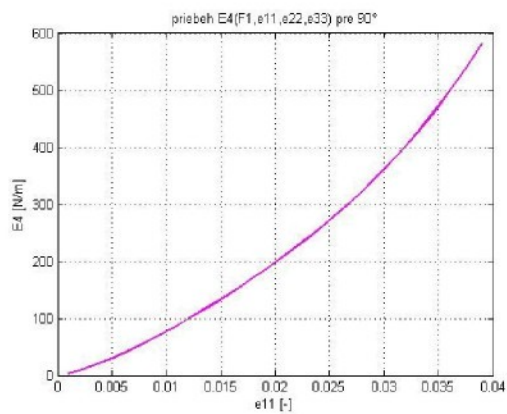
Obr.26: Pribeh $\bar{E}_{22}$ pre 90° smer



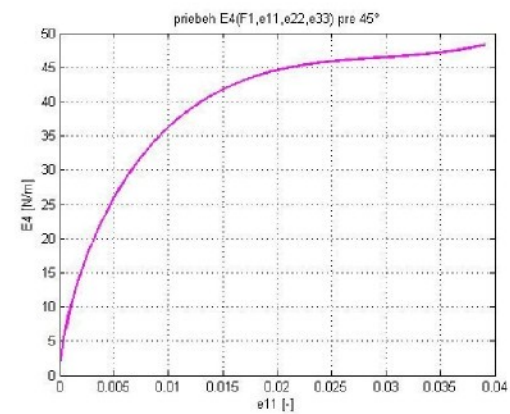
Obr.27: Pribeh $\bar{E}_{22}$ pre 45° smer



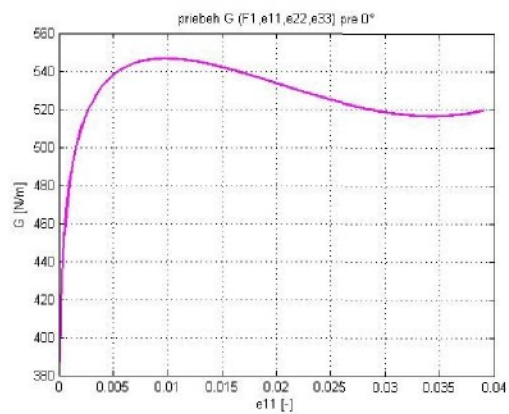
Obr.28: Pribeh $\bar{E}_4$ pre 0° smer



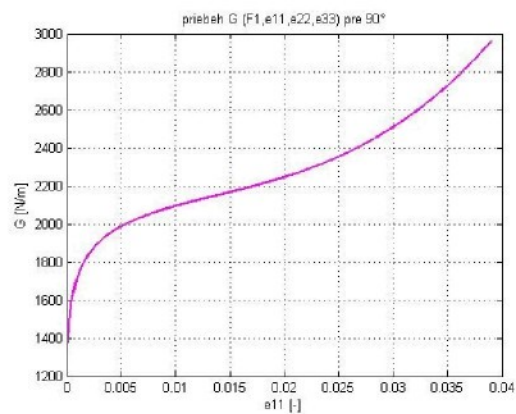
Obr.29: Pribeh $\bar{E}_4$ pre 90° smer



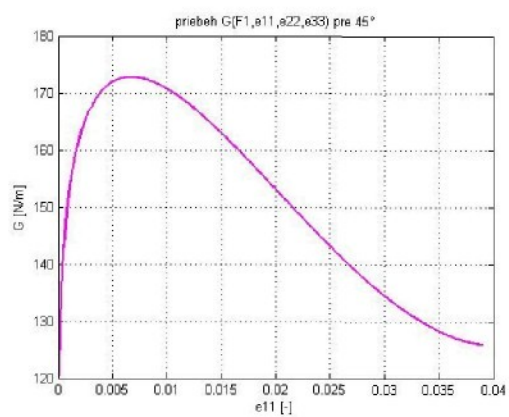
Obr.30: Pribeh $\bar{E}_4$ pre 45° smer



Obr.31: Pribeh G pre 0° smer



Obr.32: Pribeh G pre 90° smer



Obr.33: Pribeh G pre 45° smer