



TECHNICKÁ UNIVERZITA V LIBERCI
Fakulta mechatroniky a mezioborových inženýrských studií

DIPLOMOVÁ PRÁCE

**Identifikace ekvivalentních hydraulických parametrů porézního a
puklinového prostředí**

**Identification of equivalent parameters of fracture and porous
media environment**

UNIVERZITNÍ KNIHOVNA
TECHNICKÉ UNIVERZITY V LIBERCI



3146072638

Liberec 2004

David Tondr

NÁZEV:

**IDENTIFIKACE EKVIVALENTNÍCH
HYDRAULICKÝCH PARAMETRŮ PORÉZNÍHO A
PUKLINOVÉHO PROSTŘEDÍ**

IDENTIFICATION OF EQUIVALENT HYDRAULIC
PARAMETERS OF FRACTURE AND POROUS MEDIA
ENVIRONMENT

ROZSAH PRÁCE:

Počet stran:	49
Počet tabulek:	20
Počet obrázků:	32
Počet grafů:	2

AUTOR:

David Tondr

VEDOUcí DIPLOMOVÉ PRÁCE:

Ing. Otto Severýn, PhD.

KONZULTANT:

Ing. Jiří Mužák, PhD.

TECHNICKÁ UNIVERZITA V LIBERCI

Fakulta mechatroniky a mezioborových inženýrských studií

Katedra: Katedra modelování procesů

Akademický rok: 2003/2004

ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

pro: Davida Tondra

studijní program: M 2612 – Elektrotechnika a informatika

obor: 3906T001 - Mechatronika

Vedoucí katedry Vám ve smyslu zákona o vysokých školách č.111/1998 Sb. určuje tuto diplomovou práci:

Název tématu: **Identifikace ekvivalentních hydraulických parametrů porézního a puklinového prostředí.**

Zásady pro vypracování:

1. Seznamte se s existujícími 2D modely filtračního a puklinového proudění.
2. Zjistěte z dostupné odborné literatury možné přístupy a metodiky ke stanovení hodnot propustnosti porézního prostředí, tak aby bylo dosaženo hydraulické ekvivalence s daným puklinovým prostředím.
3. Prověřte funkčnost těchto postupů numerickými experimenty na modelech používaných na KMO. V případě potřeby implementujte tyto postupy do formy jednoduchých programů.
4. Vyhodnoťte výsledky experimentů a navrhněte doporučení týkající se použitelnosti a přesnosti jednotlivých metod identifikace.
5. Výsledky dosažené při řešení bodů 2.-4. popište v technické zprávě.

Rozsah grafických prací: dle potřeby dokumentace

Rozsah průvodní zprávy: cca 40 až 50 stran

Seznam odborné literatury:

- [1] Bear J.: *Modelling Flow and Contaminant Transport in Fractured Rocks*, USA, Academic Press, Inc., 1993.
- [2] Long J.C.S., Remer J.S., Wilson C.R., Witherspoon P. A.: *Porous mediaequivalents for network of discontinuous fractures*. Water Resources Research 18, 645-658, 1982.
- [3] Vohralík M.: *MH Model proudění v puklinovém prostředí*, Diplomová práce, FJFI ČVUT, Praha, 2000.
- [4] Severýn O.: *Model filtračního proudění podzemní vody založený na smíšené hybridní formulaci*. Diplomová práce, TU Liberec, 1997.

Vedoucí diplomové práce: Ing. Otto Severýn, PhD.

Konzultant: Ing. Jiří Mužák, PhD.

Zadání diplomové práce: 23. 10. 2003

Termín odevzdání diplomové práce: 21. 5. 2004



.....
Vedoucí katedry

.....
Děkan

V Liberci dne 23.10.2003

Anotace

V posledních letech je problematika modelování podzemních procesů spojena především s popisem šíření kontaminace. Konkrétním příkladem je výstavba hlubinných úložišť nebezpečných odpadů, respektive popis dějů při případném úniku těchto látek. Podzemní děje mají význam i v technické praxi při těžbě nerostů, výstavbě vodohospodářských děl nebo využívání zemského tepla.

Cílem této diplomové práce je identifikace ekvivalentních hydraulických parametrů puklinového a porézního prostředí použitím metody identifikace pomocí testů na numerických modelech. Puklinový model představovaly 1D pukliny umístěné v ploše, porézní model tvořily 2D trojúhelníkové elementy. Na základě identifikovaného parametru propustnosti můžeme nahradit heterogenní puklinový model, porézním o stejných vlastnostech. Ze znalosti modelování puklinového prostředí víme, že dnešní výpočetní technika je schopna provádět výpočty jen na oblastech do velikosti řádově 100x100x100 metrů. U ekvivalentního homogenního porézního modelu jsou výpočty jednodušší, z čehož plyne, že můžeme zkoumat oblasti větších rozměrů a vyhodnocovat tak děje v reálných horninových masivech.

Testy tvořící hlavní část této práce ověřili známé, či prokázaly nové, závislosti mezi hydraulickými parametry obou prostředí. Byly nalezeny matematické vztahy popisující tyto souvislosti u jednoduchých modelů.

Abstract

The problems of simulation underground processes are connected firstly with a description of diffusion contamination in last years. A build-up of the deep mine dumping ground with dangerous wastes, the description of the processes at appropriate outflow these substances if you like, is the concrete example. Underground processes have a signification in technical practice as well – mining the minerals, the build-up water utilization cadastre pieces of work or the exploitation of global heat.

The aim of the diploma thesis is to identify equivalent hydraulic parameters for fracture and porous medium, by using method identification with help of the numerical models tests. 1D fractures in 2D dimension represented fracture model and triangular elements formed 2D porous model. We can replace heterogeneous fracture model by porous about same properties on the basis of the identified parameter. We know that the present computer technology is able to do the calculations only to the areas regular 100x100x100 metres for the fracture medium. The calculations are much simpler for the equivalent homogenous porous model. That is why we can examine the larger areas and can evaluate processes in the real rock mass.

The tests are the main part of this diploma thesis. These verified known, or proved new, dependencies among hydraulic parameters of the both environments. Some mathematic relations were found there, which describe these connections at simple models.

MÍSTOPŘÍSEŽNÉ PROHLÁŠENÍ:

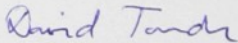
Byl jsem seznámen s tím, že na mou diplomovou práci se plně vztahuje zákon č. 121/2000 Sb. o právu autorském, zejména § 60 – školní dílo.

Beru na vědomí, že Technická univerzita v Liberci (TUL) nezasahuje do mých autorských práv užitím mé diplomové práce pro vnitřní potřebu TUL.

Užiji-li diplomovou práci nebo poskytnu-li licenci k jejímu využití, jsem si vědom povinnosti informovat o této skutečnosti TUL. V tomto případě má TUL právo ode mne požadovat úhradu nákladů, které vynaložila na vytvoření díla, až do jejich skutečné výše.

Diplomovou práci jsem vypracoval samostatně s použitím uvedené literatury a na základě konzultací s vedoucím diplomové práce a konzultantem.

V LIBERCI DNE 18.5.2004


.....
David Tondr

PODĚKOVÁNÍ:

Na tomto místě bych rád poděkoval především mému školiteli Ing. Ottu Severýnovi, PhD. za trpělivé vedení, cenné rady a připomínky k mé diplomové práci.

Dále bych rád poděkoval Doc. Dr. Ing. Jiřímu Maryškovi, Csc. za odborné připomínky a pomoc při dokončení této práce.

Děkuji i své rodině a přátelům, bez jejichž podpory by práce nevznikla.

David Tondr

Obsah

Anotace	VI
Seznam tabulek	XI
Seznam obrázků	XII
Seznam grafů	XIII
Seznam použitých symbolů a zkratek	XIV
1 ÚVOD	1
1.1 Motivace	1
1.2 Charakteristika podzemního horninového prostředí	2
1.3 Puklinové prostředí	3
1.3.1 Popis puklinového prostředí	3
1.3.2 Modelování puklinového prostředí	3
1.3.2.1 Náhrada puklinového prostředí porézním o stejných vlastnostech	3
1.3.2.2 Model s dvojitou pórovitostí	4
1.3.2.3 Modely puklinového prostředí založené na diskrétní puklinové síti	4
1.3.2.4 Kombinované přístupy modelování	4
1.3.3 Popis proudění puklinovým prostředím	5
1.3.3.1 Matematický popis proudění na jedné puklině	5
1.3.3.2 Proudění v puklinovém systému	7
1.3.4 Okrajové podmínky	7
1.4 Porézní prostředí	9
1.4.1 Popis porézního prostředí	9
1.4.2 Definice spojitého popisu porézního prostředí	10
1.4.3 Proudění kapaliny v porézním prostředí	13
1.4.4 Okrajové podmínky	16
2 IDENTIFIKACE HYDRAULICKÝCH PARAMETRŮ	18
2.1 Důvody identifikace - motivace	18
2.2 Nahrazení puklinového modelu porézním	19
2.3 Hydraulická ekvivalence prostředí	20
2.3.1 Okrajové podmínky	20
2.3.2 Ekvivalence OKP	22
2.3.3 Ekvivalence oblastí	23
2.4 Hydraulická vodivost ve 2D a 1D	24
3 POUŽITÉ PROGRAMY	25
3.1 Swallow	25
3.2 Mixhyb	26
3.3 Řešič Gi8	27
3.4 Gmsh	28
3.5 Mesh_2_Gmsh	29
3.6 Generátor	29

4	TESTOVACÍ ÚLOHY.....	30
4.1	Testy identifikace hydraulické propustnosti porézního a puklinového modelu.....	30
4.1.1	Identifikace hydraulické propustnosti pro obecnou puklinovou síť.....	30
4.1.1.1	TEST na síti Swallow 2.....	30
4.1.1.2	TEST na síti Swallow 3.....	33
4.1.1.3	Závěr.....	34
4.1.2	Identifikace hydraulické vodivosti pro symetrickou puklinovou síť	35
4.1.2.1	TEST na symetrické síti Swallow 4	35
4.1.2.2	Závěr.....	36
4.2	Nahrazení jednoduchých puklinových modelů porézními a jejich kalibrace pro dané situace	37
4.2.1	TEST č.1 – Vlastnosti 1D puklinového modelu	37
4.2.1.1	Závěr.....	38
4.2.2	TEST č.2 – Vlastnosti 2D porézního modelu	39
4.2.2.1	OKP zadány na protilehlé stěny	39
4.2.2.2	OKP zadány na sousední stěny	39
4.2.2.3	Závěr.....	41
4.2.3	TEST č.3 – Spojitost hydraulických parametrů 1D a 2D modelu.....	42
4.2.3.1	Závěr.....	43
4.2.4	TEST č.4 – Nahrazení 1D modelu jednoduchým 2D modelem o stejných vlastnostech.....	44
4.2.4.1	1D prvek konstantní délky $l = 1$ o jednom elementu	44
4.2.4.2	1D prvek konstantní délky $l = 1$ o dvou elementech.....	45
4.2.4.3	Obecný 1D prvek délky l o n elementech délek l_e	46
4.2.4.4	1D prvek – Trubice	47
4.2.4.5	Závěr.....	48
5	ZÁVĚR.....	49
5.1	Vyhodnocení – dosažené výsledky	49
5.2	Meze použitelnosti	49
5.3	Možnosti dalšího vývoje	49

Použitá Literatura	50
---------------------------	-----------

Seznam tabulek

Tab. 1.1	Pórovitost některých hornin a zemin.....	12
Tab. 1.2	Hydraulická vodivost některých hornin a zemin.....	15
Tab. 4.1	Prvky K_{xx} a K_{yy} tenzoru propustnosti pro síť Swallow 2.....	31
Tab. 4.2	Směšované prvky tenzoru propustnosti pro síť Swallow 2 a různé OKP.....	31
Tab. 4.3	Porovnání toků puklinovým a porézním modelem – Swallow 2.....	32
Tab. 4.4	Hodnoty prvků tenzoru hydraulické propustnosti pro síť Swallow 3.....	34
Tab. 4.5	Porovnání toků puklinovým a porézním modelem – Swallow 3.....	34
Tab. 4.6	Porovnání toků v modelech Swallow 2 a Swallow 3.....	35
Tab. 4.7	Hodnoty identifikovaných prvků tenzoru propustnosti pro síť Swallow 4.....	35
Tab. 4.8	Porovnání toků puklinovým a porézním modelem – Swallow 4.....	36
Tab. 4.9	Hodnoty průtoků pro různě dělené 1D sítě a dva typy OKP.....	38
Tab. 4.10	Průtoky 2D sítě s různým počtem elementů a hodnot propustností – OKP zadány na protilehlé stěny.....	39
Tab. 4.11	Průtoky 2D sítě s různým počtem elementů a hodnot propustností – OKP zadány na sousední stěny.....	40
Tab. 4.12	Výsledky toků modely při OKP zadáných na protilehlých stěnách, K_{2D} porézního modelu pro shodný tok 1D a 2D modelem.....	42
Tab. 4.13	Výsledky toků modely při OKP zadáných na sousedních stěnách, K_{2D} porézního modelu pro shodný tok 1D a 2D modelem.....	43
Tab. 4.14	Hodnoty průtoků 1D a 2D modelem při různých hodnotách K	44
Tab. 4.15	Hodnoty průtoků 1D modelem o 2 členech konstantní délky a 2D modelem velikosti 1x1.....	45
Tab. 4.16	Hodnoty toků pro liniové prvky o dvou členech různé délky a propustnosti.....	47
Tab. 4.17	Výsledné toky jednotlivými trubicemi při různých délkách a propustnostech prvků.....	48
Tab. 4.18	Tok systémem trubic.....	48

Seznam obrázků

Obr. 1.1	Povrchová vrstva geosféry	9
Obr. 1.2	REV – representativní elementární objem	11
Obr. 1.3	Zrno porézní horniny.....	11
Obr. 1.4	Experiment proudění kapaliny trubicí naplněnou porézním materiálem	13
Obr. 2.1	Nahrazení puklinové oblasti oblastí s porézním médiem.....	19
Obr. 2.2	Rozložení hydraulických propustností ve zkoumané oblasti	19
Obr. 2.3	Hydraulická ekvivalence puklinové a porézní oblasti.....	20
Obr. 2.4	OKP na puklinové oblasti	20
Obr. 2.5	Ekvivalentní Neumannova OKP	22
Obr. 2.6	Schematické znázornění hodnot Dirichletovy OKP.....	22
Obr. 2.7	Zadání obou typů OKP.....	22
Obr. 2.8	Porovnávání toků křivkami v oblastech Ω	23
Obr. 3.1	Prostředí programu Swallow	25
Obr. 3.2	Prostředí programu Gmsh	28
Obr. 3.3	Prostředí programu Generátor	29
Obr. 4.1	Puklinová síť Swallow 2 a symetrická 2D síť 5x5.....	30
Obr. 4.2	Modely s OKP k identifikaci smíšených parametrů tenzoru propustnosti.....	31
Obr. 4.3	OKP na síti Swallow 2	32
Obr. 4.4	Výsledná tlaková pole v porézním modelu pro různé OKP.....	33
Obr. 4.5	Síť Swallow 3, OKP k identifikaci K_{xy} , Rozložení tlaků v por.modelu.....	33
Obr. 4.6	Různé OKP pro testy na síti Swallow 3 – rozložení tlaků	34
Obr. 4.7	Síť Swallow 4 s OKP pro identifikaci K_{xx} a K_{yy}	35
Obr. 4.8	Různé OKP pro testy na síti Swallow 4 – rozložení tlaků	36
Obr. 4.9	Nejjednodušší 1D puklinová síť s různě zadanými OKP.....	37
Obr. 4.10	1D puklinová síť 5x5 s OKP zadanými na protilehlé stěny	37
Obr. 4.11	Nejjednodušší 2D porézní síť s různě zadanými OKP	39
Obr. 4.12	Rozložení tlaků ve shodně velkých 2D sítích při různém počtu elementů	40
Obr. 4.13	Ekvivalentní 1D puklinová a 2D porézní síť rozměrů 5x5 elementů.....	42
Obr. 4.14	1D liniový element a 2D porézní model o velikosti 1x1.....	44
Obr. 4.15	„Rozpůlený“ 1D liniový element a 2D porézní model o velikosti 1x1	45
Obr. 4.16	Liniový 1D prvek o dvou elementech různé délky a propustnosti.....	46
Obr. 4.17	1D liniové prvky umístěné nad sebou - trubice.....	47

Seznam grafů

Graf 4.1	Závislost toku 1D puklinovou sítí na počtu elementů této sítě	38
Graf 4.2	Závislost toku 2D sítí na počtu elementů a propustnosti při OKP zadanych na sousední stěny	40

Seznam použitých symbolů a zkratek

b	rozevření stěn pukliny
c	koncentrace látky
C	odpor překážky
D	difúzní koeficient
g	gravitační zrychlení
k	permeabilita
K	tenzor hydraulické propustnosti (vodivosti)
L	délka
n	porozita
$\mathbf{n}_v$	jednotkový vektor vnější normály hranice
p	piezometrická výška
p_D	tlak kapaliny
P	hustota zdrojů kapaliny
q	darcyovská (skutečná) rychlost proudění
Q	objemový průtok
S	plocha
t	čas
u	rychlost proudění kapaliny
v	filtrační rychlost
V	objem horniny
z	vertikální polohová souřadnice
μ	dynamická viskozita
ρ	hustota
σ	koeficient přestupu na hranici
Ω	zkoumaná oblast
Ω_F	oblast vyplněná puklinami
Ω_P	oblast vyplněná porézním médiem
$\partial\Omega$	hranice oblasti
MKP	metoda konečných prvků
OKP	okrajová podmínka
REV	representativní elementární objem
UGI	graphical user interface (Gmsh)

1 ÚVOD

1.1 Motivace

Fyzikální a chemické podzemní procesy probíhající v přírodě jsou společensky významné např. při řešení ekologických havárií. V posledních letech je tato problematika spojena především s popisem šíření kontaminace do okolního prostředí. Jedním z konkrétních příkladů je výstavba hlubinných úložišť jaderných odpadů situovaných do kompaktních horninových masivů, respektive popis dějů spojených s případnou havárií a únikem těchto nebezpečných látek.

Ekologická problematika zahrnuje i čištění kontaminovaných vod a vytváření systémů přímo se podílejících na zabránění průniku nebezpečných látek do životního prostředí. Podzemní procesy mají význam i v technické praxi ku příkladu při těžbě nerostů, stavbě vodohospodářských děl nebo využívání zemského tepla.

Jedním z nejdůležitějších fyzikálních dějů v přírodě je pohyb podzemní vody. S tímto dějem jsou přímo spjaty procesy proudění a transportu, které mohou působit jak současně (proudění a transport vlivem hustoty nebo rozdílného tlaku) tak i samostatně bez závislosti jednoho děje na druhém (Pomalý transport látek v neproudící tekutině). Dalšími ději jsou sorpční a desorpční procesy, chemické reakce (především oxidačně-redukční děje), rozpouštění a srážení minerálních látek, jejichž podstatou jsou vzájemné interakce mezi horninou a proudící tekutinou. Další chemické reakce vznikají přímo v roztoku nosné látky v důsledku jejího míchání a ředění při průchodu prostředím.

Pro simulaci dějů odehrávajících se v horninových masivech je třeba správně pochopit jejich podstatu a předvídat jejich další vývoj. To ovšem není jednoduchá věc, vezmeme-li v úvahu, že máme o jednotlivých procesech k dispozici často jen velmi zkreslené informace. Pro děje probíhající většinou na velmi velké oblasti máme pouze bodové informace představované daty získanými z průzkumných vrtů.

Pro kvantifikaci a pochopení procesů odehrávajících se v podzemí je nezbytným prostředkem matematické modelování. Matematické modely popisují chování podzemní vody, šíření tepla atd. za specifických a předem stanovených podmínek. Na těchto modelech provádíme numerické experimenty. Nadefinujeme vstupní podmínky a zjistíme jaké odezvy by měl podzemní systém. Nejsou-li některé podmínky známy, nebo neznáme jejich přesnost, lze experimentálně určit míru jejich vlivu na sledované procesy.

1.2 Charakteristika podzemního horninového prostředí

Složení horninového masivu tvoří nehomogenní a často anizotropní prostředí. Strukturu tvoří dvě základní složky. Pevnou fázi představuje tzv. horninová matrice, druhou část tvoří volný prostor tvořený póry, puklinami a dutinami. Výplní volného prostoru bývá tekutina, nejčastěji voda.

V nevětralé krystalické hornině, která představuje puklinové prostředí, jsou minerální zrna velice těsně uspořádána. Jedná se především o horniny vyvřelé a metamorfované. Volným prostorem jsou pukliny vzniklé při chladnutí magmatu nebo důsledkem tektonických poruch. Co se týká systémů puklin, jsme schopni rozlišit tři hlavní směry jejich uspořádání. Velikosti jednotlivých puklin jsou náhodné.

V horninách vzniklých usazováním různých vrstev (sedimentární horniny), je volný prostor tvořen hlavně póry – jedná se o porézní horniny. Tyto póry tvoří systém propojených i slepých kanálků různých velikostí, směrů a tvarů. Proudění v podmínkách tohoto prostředí nazýváme jako průlinové.

Přesný popis prostředí většího rozsahu je v praxi téměř nereálný nebo velmi komplikovaný. Proto pro matematický popis uvažujeme jen část horninového masivu s vlastnostmi které známe nebo které určíme průměrováním veličin z dostatečně velkého objemu či vyhodnotíme statistickými metodami z hodnot veličin zjištěných experimentálně různými měřeními. Přesnější popisy jednotlivých metod k vytvoření matematických modelů jsou součástí dalších kapitol této práce.

1.3 Puklinové prostředí

1.3.1 Popis puklinového prostředí

Problematika modelování puklinového prostředí a jevů s ním spojených je v posledních letech spojena především s popisem odhadu šíření kontaminace při případných ekologických haváriích. Příkladem může být již zmíněná výstavba hlubinných úložišť nebezpečných odpadů. Tato úložiště jsou v přírodě situována do kompaktních horninových masivů, v nichž je šíření látek možno jen díky systému puklin, které vznikly tektonickými poruchami. Samotné vybudování úložiště je věcí velmi nákladnou, která obsahuje velmi podrobnou projektovou dokumentaci, jejíž podstatnou část tvoří studie zabývající se následky případné havárie, která je spojená s unikem těchto nebezpečných látek do okolního prostředí. K popisu takovýchto situací slouží modely dějů v puklinovém prostředí.

Samotné modelování puklinového prostředí a procesů s ním spojených můžeme rozdělit na následující kroky:

- Měření geometrických a hydraulických vlastností puklin na reálných geologických objektech
- Příprava dat pro modelování
- Tvorba počítačového modelu reprezentujícího puklinové prostředí
- Výpočet úloh proudění
- Výpočet úloh transportu
- Kalibrace a verifikace modelů
- Zobrazení, vizualizace, interpretace a zhodnocení výsledků
- Stanovení mezí použitelnosti modelů

1.3.2 Modelování puklinového prostředí

Protože je modelování proudění látek puklinovým prostředím relativně novým směrem výzkumu co se týká oblasti hydrogeologických dějů, neexistuje jednotný fyzikální přístup k tomuto problému a tudíž nejsou přesně definována kritéria jak tyto jevy namodelovat. Obecně lze k řešení problému proudění a transportu látek podzemím použít čtyři metody. Musíme však upozornit na to že výsledný model puklinového prostředí je výsledkem propojení modelů založených na všech metodách, neboť pro různé části horninového masivu se jeví jako výhodné použít tu či onu metodu.

- Náhrada puklinového prostředí porézním o stejných vlastnostech
- Použití tzv. modelu s dvojitou pórovitostí, jehož principem je nahrazení puklinového prostředí dvěma typy porézního prostředí.
- Modelování puklinového prostředí pomocí diskretních puklinových sítí.
- Kombinace předchozích metod.

1.3.2.1 Náhrada puklinového prostředí porézním o stejných vlastnostech

Tato metoda se jeví jako výhodná především v situaci kdy modelujeme rozsáhlou oblast a zároveň nemusíme bezpodmínečně znát děje v podoblastech. Podmínkou však je vysoká hustota puklin, protože pak se vlastnosti puklinového prostředí blíží vlastnostem porézní horniny.

Z matematického hlediska existuje jen jediný požadavek a tím je možnost určení tzv. Reprezentativního elementárního objemu, v němž jsou všechny pukliny navzájem propojené. Velikost tohoto elementárního objemu je závislá právě na této podmínce.

Zkoumáním tohoto přístupu se zabývá tato práce. Při znalosti ekvivalentních hydraulických parametrů, můžeme puklinový model nahradit porézním o stejných vlastnostech.

1.3.2.2 Model s dvojí pórovitostí

Jedná se o složité systémy. Rozrušené porézní prostředí je zde representováno dvěma navzájem se ovlivňujícími se podsystémy. První z nich představuje puklinovou síť a druhý bloky porézního materiálu. Nutností je existence reprezentativního elementárního objemu společného pro obě oblasti. Tyto modely se používají pro modelování dějů v rozsáhlých oblastech. Pro zkoumání jevů malého měřítka (kapilární jevy, difúze) jsou však zcela nevhodné.

1.3.2.3 Modely puklinového prostředí založené na diskretní puklinové síti

Známe-li vlastnosti určitého geologického útvaru, lze sestavit jeho statistický model pomocí diskretní puklinové sítě. Údaje o vlastnostech získáme pomocí pozorování a měření na částech horniny, kterou získáme vrty ve zkoumaném masivu.

Tato metoda, vezmeme-li v úvahu její vypovídající schopnosti a přesnost, popisuje daný problém dokonale. Bohužel výkon počítačů a výpočetní techniky obecně není na takové úrovni, aby byl schopen vyhodnotit úlohy, které vzniknou jedná-li se o model většího rozsahu. Protože výsledkem je řešení soustavy rovnic velkého rozsahu, můžeme tento model použít jen pro popis puklinového prostředí v řádu jen maximálně metrů až desítek metrů. Z toho co bylo o popisu diskretní puklinovou sítí již napsáno plyne, že se používá hlavně k popisu bezprostřední blízkosti nejdůležitějších míst horninového masivu tzn. čerpacích resp. vtláčecích míst.

Hodnoty výsledků testovacích úloh při použití tohoto modelu k popisu puklinového prostředí jsou statistické povahy a tudíž musí být pečlivě zhodnoceny a kontrolovány. Kalibrace a verifikace modelu pro danou konkrétní situaci je tedy nezbytnou součástí aplikace modelu.

1.3.2.4 Kombinované přístupy modelování

Hlavním znakem těchto metod je spojení výhod předchozích přístupů k modelování puklinového prostředí.

Jednou z možností je ku příkladu použití modelu porézního prostředí nebo modelu s dvojí pórovitostí, jehož parametry budou nastaveny na základě zkoumání menších útvarů representovaných simulací na diskretní puklinové síti.

Další možností je kombinace modelu porézního prostředí a modelu založeného na diskretní puklinové síti. Pomocí diskretní puklinové sítě modelujeme jen největší a nejvýznamnější pukliny, zbytek je nahrazen porézním prostředím o odpovídajících vlastnostech.

Tyto kombinované modely mají pravděpodobně největší možnosti uplatnění vzhledem k vysokým vypovídajícím schopnostem, přesnosti a relativně akceptovatelné složitosti výpočtů.

1.3.3 Popis proudění puklinovým prostředím

Tato kapitola je zaměřena na popis tvorby jednoduchého puklinového modelu. Cílem je tedy vytvoření modelu puklinového prostředí, který by se co nejvěrněji přibližoval reálné části zkoumaného masivu horniny. Popisem tohoto modelu rozumíme soubor číselných údajů charakterizujících puklinovou strukturu a její vlastnosti. Takto vzniklý model nazýváme „diskrétní“.

Vstupními daty pro daný soubor jsou údaje získané měřením a zkoumáním konkrétního geologického útvaru (vrty v masivu). Jsou to tyto údaje:

- Prostorová četnost puklin
- Orientace a sklon puklin
- Rozevření a výplň puklin
- Odhad rozměru puklin

Výsledné údaje jsou dále statisticky zpracovávány.

Generování diskrétní puklinové sítě probíhá následovně:

- Zadání vstupních údajů
- Umístění jednotlivých puklin do modelovaného prostoru tak, aby jejich poloha odpovídala co nejvěrněji reálné poloze v masivu a aby vyhovovaly statistickým rozložením vlastností
- Vypočtení průsečnic puklin
- Úpravy geometrie modelu
- Diskretizace puklin na jednotlivé elementy
- Zpracování výsledků

1.3.3.1 Matematický popis proudění na jedné puklině

Matematický i fyzikální popis proudění popíšeme pro zjednodušení na jedné puklině, která je základem složitých modelů puklinového prostředí.

Ze znalosti horninového masivu a puklinového prostředí víme, že rozevření pukliny je zanedbatelné vůči jejím dalším dvěma rozměrům. Situaci si proto můžeme představit jako proudění mezi dvěma rovnoběžnými deskami. Pro nestlačitelnou tekutinu je toto proudění popsáno Navier-Stokesovou rovnicí:

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} + \frac{1}{\rho} \nabla p_D - \frac{\mu}{\rho} \Delta \mathbf{u} + g \nabla z = 0 \quad (1.3.1)$$

kde: $\mathbf{u}$...rychlost proudění
 ρ ...hustota kapaliny
 p_D ...tlak
 μ ...dynamická viskozita
 z ...polohová souřadnice

Zákon zachování hmoty v případě že se na dané puklině nevyskytují zdroje kapaliny má tvar:

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (1.3.2)$$

Navier-Stokesovu rovnici je velmi obtížné řešit i pro jednu puklinu a řešení této rovnice pro více navzájem propojených puklin není tedy možné. Proto vezmeme v úvahu specifické vlastnosti puklinového prostředí a na jejich základě se snažíme nalézt jednodušší zn. řešitelný vztah. Ve stacionárním tvaru nahradíme Navier-Stokesovu rovnici Darcyho zákonem, který popisuje stacionární proudění. Darcyho zákon vyjadřuje závislost filtrační rychlosti $\mathbf{u}$ na propustnosti prostředí $\mathbf{K}$ a piezometrické výšce p . Nejčastěji se uvádí ve tvaru:

$$\mathbf{u} = -\mathbf{K} \nabla p \quad (1.3.3)$$

Případně se používá Darcyho zákon, který bere v potaz gravitační sílu:

$$\mathbf{u} = -\mathbf{K}(\nabla z + \nabla p) \quad (1.3.4)$$

kde: $\nabla \dots$ Hamiltonův operátor definovaný jako:

$$\nabla = \left(\frac{\partial}{\partial x_1}, \frac{\partial}{\partial x_2} \right) \quad (1.3.5)$$

$\mathbf{K} \dots$ Tenzor hydraulické propustnosti

Hydraulická propustnost je charakterizována vztahem:

$$\mathbf{K} = \frac{\rho g}{\mu} \frac{b^2}{12} \quad (1.3.6)$$

kde: $b \dots$ rozevření stěn pukliny
 $\rho \dots$ je hustota kapaliny
 $\mu \dots$ je dynamická viskozita
 $g \dots$ je tíhové zrychlení

Výraz ∇p má tedy význam gradientu piezometrické výšky. Platnost Darcyho zákona byla mnohokrát experimentálně ověřena a potvrzena.

Tenzor $\mathbf{K}$ je funkcí souřadnic x_1 a x_2 . Hydraulická propustnost také závisí na piezometrické výšce, ale tato závislost je natolik slabá, že její zanedbání ve většině úloh neovlivní přesnost vypočtených hodnot. Pouze při velkých hodnotách p a nestacionárním proudění je nutné brát tuto skutečnost na zřetel a použít iteračního postupu.

Rovnice kontinuity (bilanční rovnice):

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = P \quad (1.3.7)$$

kde: $P \dots$ hustota zdrojů kapaliny

Protože $\mathbf{u}$ je vektorové pole rychlostí, má výraz $\nabla \cdot \mathbf{u}$ význam divergence tohoto pole. Inkece P popisuje hustotu vnitřních zdrojů kapaliny. Těmito zdroji mohou být různé pukliny bo vrty, kterými kapalina do dané oblasti přitéká nebo naopak z oblasti vytéká. Hodnota P potom udává kolik kapaliny zdroj dodá resp. odebere za jednotku času. Musíme si však všimnout že se jedná o místa uvnitř naší zkoumané oblasti, nikoli na hranici. Jevy na hranici popisuje jedna z dalších kapitol – okrajové podmínky.

Aby však bylo možné problém takto zjednodušit musí puklinové prostředí splňovat isledující podmínky:

- Pomalý tok kapaliny – max. v řádu m/den
- Rozevření pukliny je zanedbatelným rozměrem vůči ostatním rozměrům pukliny

Tyto předpoklady jsou ve valné většině případů puklinového prostředí splněny a proto můžeme tyto zjednodušené vztahy použít.

1.3.3.2 Proudění v puklinovém systému

Potom co jsme stanovili podmínky proudění na jedné puklině, budeme pokračovat popisu proudění látky v celém puklinovém systému, který charakterizuje nějaký reálný horninový masiv.

Jde tedy o popis dělení toku, který se odehrává na rozhraní jednotlivých puklin – jejich průsečnic. Výsledný vztah není nutno hledat, neboť základem jsou Darcyho zákon a rovnice kontinuity. Lze předpokládat rovnoměrné rozdělení toku na obě pukliny. Toto rozdělení je dáno poměrem piezometrických výšek na jednotlivých protínajících se puklinách. Předpokladem je shodná a konstantní drsnost stěn puklin.

V důsledku těchto skutečností je aproximace zcela jednoznačná a není třeba definovat žádné speciální vztahy. Pro úlohy řešené pomocí MKP stačí do modelu přidat informace o sousednosti puklin, tzn. o sousednosti jednotlivých stěn elementů a samotných uzlů.

1.3.4 Okrajové podmínky

Jak již bylo zmíněno v jedné z předcházejících kapitol, jedním ze způsobů jak popsat stacionární proudění v puklinovém prostředí je pomocí Darcyho zákona, rovnice kontinuity a také obecné Newtonovy okrajové podmínky, která má tvar:

$$\mathbf{n}_v \cdot \mathbf{u} - \sigma(p - p_N) = u_N \quad \text{na} \quad \partial\Omega \quad (1.3.8)$$

kde: p a p_N ...hodnoty tlaků (piezometrických výšek)
 $\partial\Omega$...hranice oblasti Ω
 $\mathbf{n}_v$...jednotkový vektor vnější normály hranice $\partial\Omega$
 u_N, σ ...zadané funkce

Tato okrajová podmínka je nejsložitější avšak nejlépe vystihuje fyzikální situaci na hranici oblasti. Průtok přes $\partial\Omega$ je roven dané hodnotě u_N zvětšené o hodnotu tlakového spádu na této hranici. Koeficientem úměrnosti je tzv. koeficient přestupu označený jako σ . Tento koeficient kvantitativně vyjadřuje vlastnost hranice samotné. Jeho hodnota se zjišťuje empiricky.

Limitními případy Newtonovy OKP (okrajové podmínky) je tzv. Dirichletova resp. Neumannova OKP. A to v případě že pro funkci σ platí $\sigma \rightarrow \infty$, resp. $\sigma \rightarrow 0$. Aby však úloha měla nekonečný počet řešení musí platit:

$$\sigma \neq 0 \quad \text{na} \quad \partial\Omega \quad (1.3.9)$$

Dirichletova OKP je nejjednodušší a přímo vyjadřuje hodnotu piezometrické výšky na části hranice.

Neumannova OKP určuje množství kapaliny proteklé přes hraniční oblast za jednotku času. V praxi je velmi obtížné určit přetok přes hranici, proto se často setkáváme s homogenní Neumannovou OKP, kdy je přetok roven nule. Což znamená že vně hranice oblasti se nachází nepropustný materiál.

1.4 Porézní prostředí

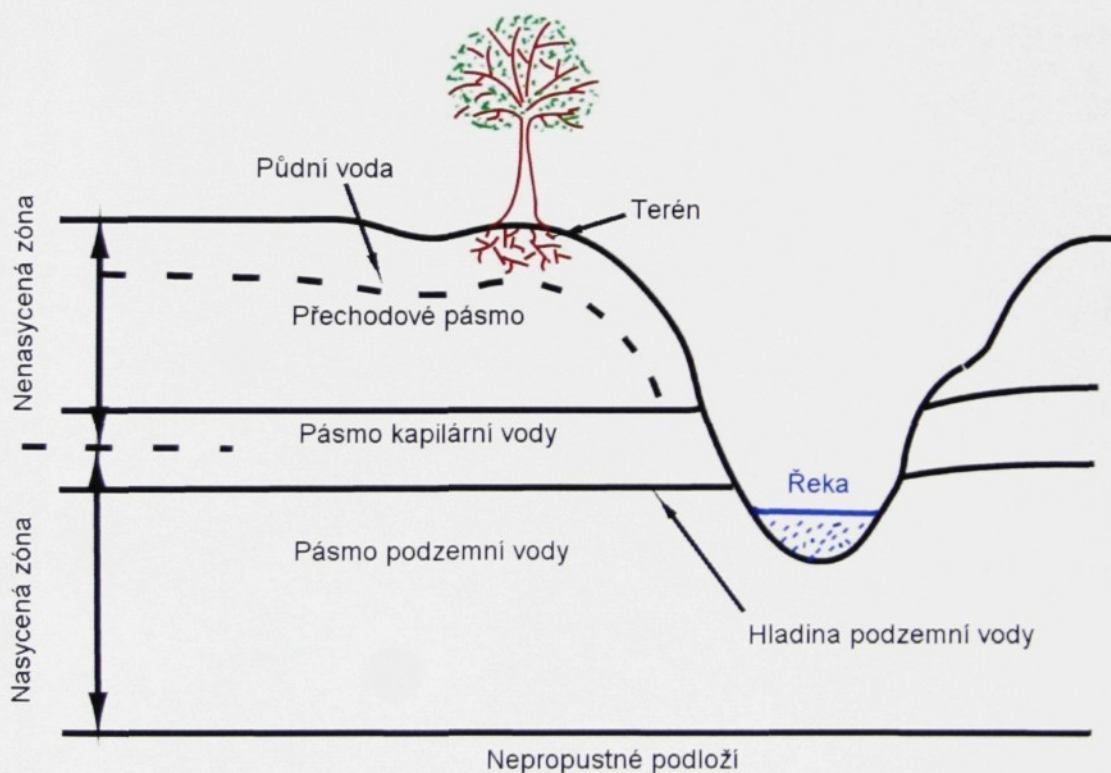
1.4.1 Popis porézního prostředí

Jak již bylo zmíněno v úvodu této práce, porézní prostředí je tvořeno sedimentovanou horninou s póry, jež jsou vyplněné tekutinou. Porézní prostředí můžeme rozdělit na jedno a vícefázové a to podle počtu druhů tekutin, které póry vyplňují.

V praxi se setkáme s dvěma druhy popisu porézního prostředí:

- Diskrétní popis – popis částic o velikosti 10^{-12} m (atomy, zrna)
- Matematický popis – částice o velikosti 10^{-4} m (přírodní materiály)

Dobrym příkladem k ucelenému popisu problému je koloběh vody v přírodě. Voda obsažená v povrchové vrstvě geosféry by se dala rozdělit do několika oblastí:



Obr. 1.1 Povrchová vrstva geosféry

- *Nasycená zóna* – jedná se o pás podzemní vody zdola ohraničený nepropustnou vrstvou (jílové podloží, skalní masiv apod.). V horní části tvoří hranici této oblasti volná hladina, která přechází do kapilární vody a dále do nenasycené zóny. Pojem nasycená zóna v podstatě znamená, že všechny póry jsou zcela zaplněny vodou.

➤ *Nenasycená zóna* – jde o část geologické vrstvy, která obsahuje póry jen zčásti nasycené vodou. Tato zóna se dále rozděluje do následujících podoblastí:

- pásmo půdní vody
- přechodové pásmo
- pásmo kapilární vody

K pohybu podzemní vody dochází v případě, jestliže dojde ke vzájemné komunikaci mezi infiltrační, akumulační a vývěrovou oblastí hydrogeologické struktury. Existence akumulační oblasti není však bezpodmínečně nutná. Tato oblast hraje důležitou roli při zachycování podzemní vody a jejím následném postupném uvolňování, což ovlivňuje průběhy geochemických dějů (vznik vod s vysokým minerálním obsahem apod.).

Rychlost proudění podzemní vody je úměrná propustnosti daného prostředí. Propustnost je relativní veličinou, neboť neexistuje žádná hornina dokonale propustná či dokonale nepropustná. V tomto smyslu pak srovnáváme sousední geologická prostředí mezi sebou. Jako geologický kolektor uvažujeme tu část horniny, která je schopná akumulovat nezanedbatelné množství podzemní vody a umožní i její pohyb. Vodní útvar vytvořený v kolektoru se nazývá zvodeň. Opakem kolektoru je geologický izolátor o velmi nízké propustnosti. Kolektory dále rozděluje podle typu hladiny:

- *Kolektor s volnou hladinou* – horní hranice nasycené zóny sousedí s pásem kapilární vody a je tudíž řízena atmosférickým tlakem
- *Kolektor s napjatou hladinou* – dolní i horní hranice kolektoru tvoří nepropustný materiál. Odebíráme-li z takového kolektoru vodu (formou vrtu či studny), voda vystoupá samovolně výše než je hladina kolektoru. (vystoupáním až nad zemský povrch dochází k výstřikům vody – mluvíme o tzv. Artézských zvodních)

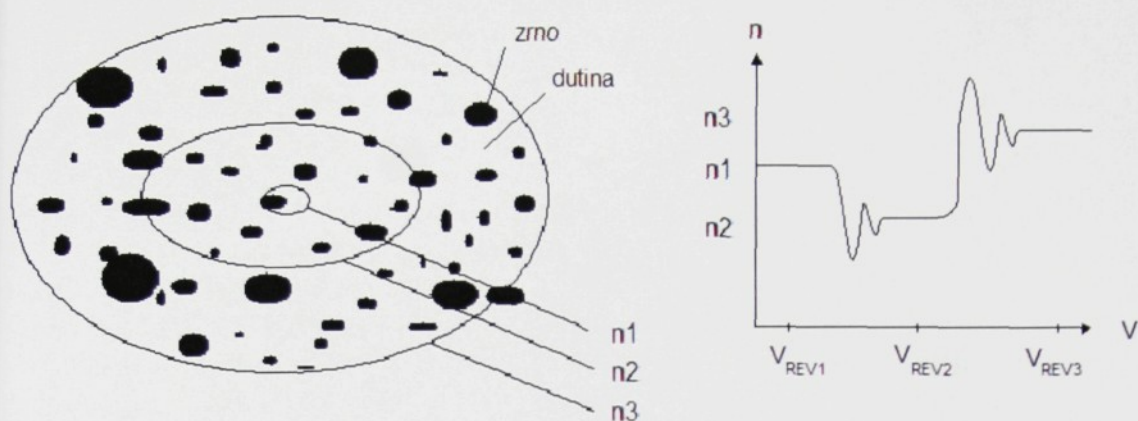
1.4.2 Definice spojitého popisu porézního prostředí

V této kapitole se budeme zabývat pouze situací, kdy je celý prostor pórů zaplněn kapalinou a jedná se tudíž o saturované proudění (jednofázové proudění). Vzhledem k mikroskopické struktuře porézní horniny by byl popis dějů velmi složitý. Proto budeme pracovat s aproximací porézního prostředí jako spojitého kontinua. Uvažujeme tedy průměrné hodnoty všech veličin přes určitý objem.

Pro modelování proudění v porézním prostředí je důležité znát tzv. reprezentativní elementární objem – *REV*, který musí splňovat následující podmínky:

- Musí být tak velký, aby postihoval makroskopické vlastnosti zrn, neovlivňovaných lokálními mikrostrukturami
- Musí být tak malý, aby se jednalo o spojitě (kontinuální) prostředí.

Při změně zkoumané oblasti dochází i k několikanásobným změnám *REV*. Určení reprezentativního elementárního objemu se tedy provádí v závislosti na velikosti zkoumaného objemu.

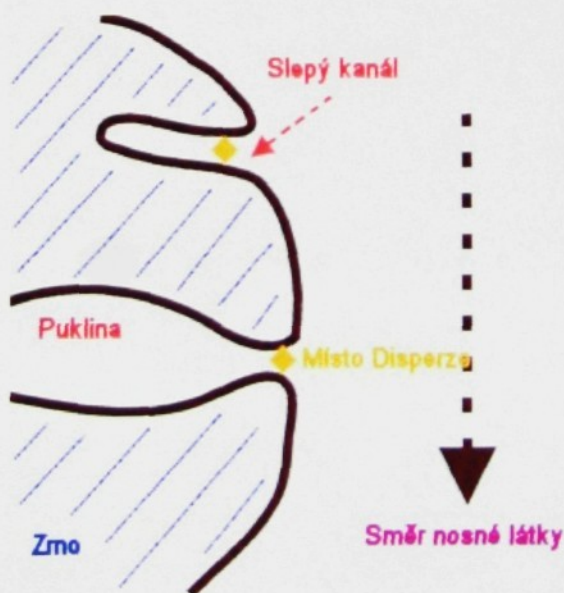


Obr. 1.2 REV – representativní elementární objem

Pórovitost n je charakteristická pro danou horninu a je definována jako podíl objemu volného prostoru ku jednotkovému objemu horniny. Do pórovitosti můžeme v některých případech započítat i pukliny a slepé (neaktivní) pórové kanály. Tyto kanály nemají vliv na konvekční složku šíření ale mohou ovlivnit složku disperzní. Látka v neaktivních dutinách totiž může reagovat s okolní nosnou látkou.

$$n = \frac{V_{REV}}{V} \quad (\text{v REV}) \quad (1.4.1)$$

Kde: n ... pórovitost (porozita)
 V_{REV} ... objem volného prostoru
 V ... jednotkový objem horniny



Obr. 1.3 Zrno porézní horniny

Pórovitost některých druhů hornin a zemin je uvedena v následující tabulce.

Materiál	Pórovitost [%]
Štěrk hrubý	24-36
Štěrk jemný	25-38
Písek hrubý	31-46
Písek jemný	26-53
Prach	34-61
Jíl	34-60
Pískovec	5-30
Prachovec	21-41
Vápenec - Dolomit	0-20
Krasový vápenec	5-50
Rozpukané krystalinikum	0-10
Nerozpukané krystalinikum	0-5
Zvětralá žula	34-57
Zvětralé gabro	42-45

Tab. 1.1 Pórovitost některých hornin a zemin

Popis rovnovážných stavů v systému pevná fáze – kapalná fáze, je úkol velmi náročný a složitý. Příčinami jsou především složitost a různorodost pevné fáze a obtížné definování jejich jednotlivých vlastností co se týká různých transportních dějů. Při zjednodušení modelu zanedbáním chemických reakcí a o stanovení koncentrací jiných látek, aplikujeme jednoduché vztahy, jejichž platnost je omezena různými podmínkami. K proudění látky vrstvou zrnitého materiálu dochází v důsledku jednoho či více dějů, kterými jsou záhyt či uvolňování, disperze (difúze), konvekce (advekce).

Prouděním v porézním prostředí tedy rozumíme přenos hmoty, energie či jiných fyzikálních veličin v nějaké vrstvě. Dva nejdůležitější mechanismy pohybu jsou:

- *Konvekce* – je způsobena pohybem nosné látky v roztoku, přičemž pohybující hmota se zachovává (konzervativní typ) a v čase se pouze posouvá. Jedná se o vratný proces popsáný hyperbolicou diferenciální rovnicí ve tvaru:

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \mathbf{v} \frac{\partial c}{\partial x} = 0 \quad (1.4.2)$$

Kde: $\mathbf{v}$...rychlost proudění

- *Difúze* – je způsobena molekulárními pohyby ve směru gradientu koncentrace šířené látky, v čase dochází k rozměňování této látky. Jde o nevratný proces. (ustalování teploty v uzavřeném prostoru). Difúze je popsána kvadratickou diferenciální rovnicí ve tvaru:

$$\frac{\partial c}{\partial t} - D \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} = 0 \quad (1.4.3)$$

Kde: D ...koeficient difúze

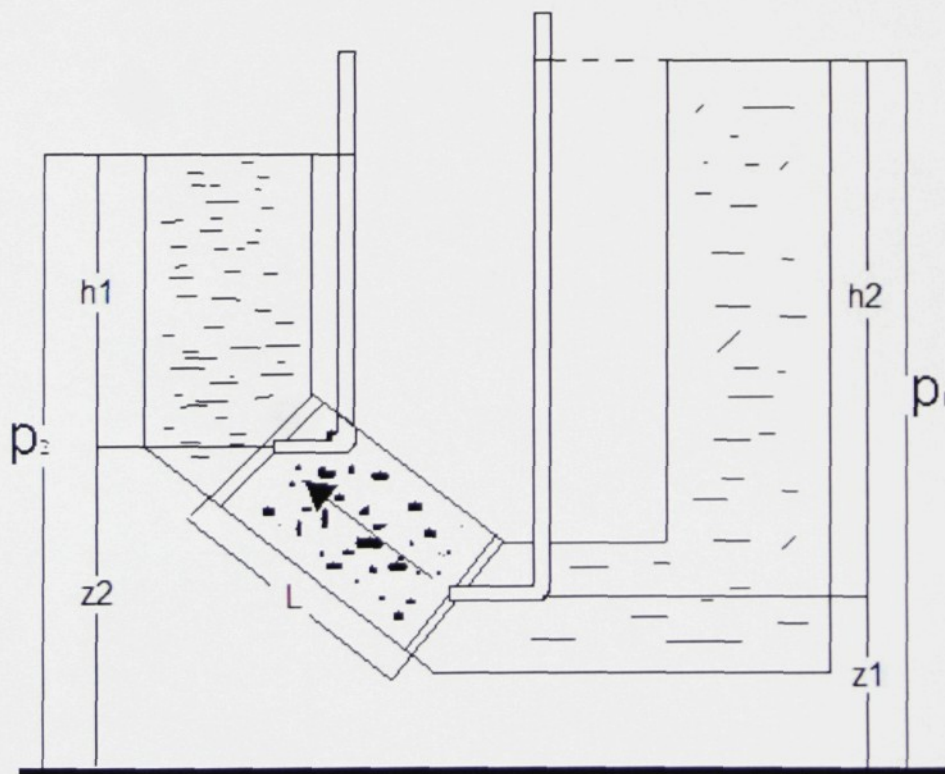
1.4.3 Proudění kapaliny v porézním prostředí

Základními vztahy které popisují pohyb kapaliny v nasycené hornině, představující porézní médium, jsou pohybová rovnice a rovnice kontinuity. Pohybovou rovnici určující silové působení na proudící kapalinu je Darcyho zákon.

Formulaci Darcyho zákona můžeme snadno demonstrovat na jednoduchém experimentu proudění vody podélnou trubicí naplněnou porézním materiálem. Pro průtok takovouto trubicí umístěné v obecné šikmé poloze platí:

$$Q = \frac{K}{\mu} S \frac{(p_1 - p_2)}{L} \quad (1.4.4)$$

Kde: Q ... objemový průtok vody sloupcem půdy
 K ... hydraulická vodivost (filtrační koeficient)
 S ... plocha řezu sloupce kolmá na směr toku
 L ... délka sloupce půdy (porézního média)
 p_1 ... hydraulická výška v místě vstupu vody do sloupce zeminy
 p_2 ... hydraulická výška v místě výstupu vody ze sloupce
 $p_1 - p_2$... ztráta hydraulické výšky při průtoku vody daným sloupcem půdy (hydraulický spád, potenciál proudění, piezometrický spád)
 μ ... dynamická viskozita



Obr. 1.4 Experiment proudění kapaliny trubicí naplněnou porézním materiálem

Některé z veličin zastoupených v předchozím vztahu pro průtok porézním materiálem si zaslouží podrobnější popis. Jsou to především koeficient propustnosti **K** a hydraulická výška *p*. Dalšími parametry, které s touto problematikou úzce souvisí, jsou hydraulický gradient a permeabilita.

- *Hydraulická výška (p)* – je dána součtem geodetické a tlakové výšky. Hodnota tlakové výšky v oblasti kolektoru s volnou hladinou směrem k hladině klesá, na její úrovni je potom nulová. Definována je vztahem:

$$p = z + \frac{p_D}{\rho g} \quad (1.4.5)$$

Kde: *z* ... polohová souřadnice
ρ ... hustota
g ... tíhové zrychlení
p_D ... tlak

- *Hydraulický gradient* – Nazývaný také jako hydraulický spád či sklon. Jedná se o ztrátu hydraulické výšky vzhledem k rozměrům zkoumané horniny. Hodnota gradientu udává směr proudění, který nezávisí na velikosti tlaku nebo orientaci v gravitačním poli. Směr proudění kapaliny je vždy z místa o vyšší hydraulické výšce do místa s nižší výškou.
- *Hydraulická propustnost (vodivost) (K)* – Tento parametr značně ovlivňuje proudění v porézním prostředí. Jeho hodnota v sobě zahrnuje vlastnosti prostředí jako jsou tvar, velikost, tuhost zrn, ale i fyzikální vlastnosti proudící tekutiny. Rozměr této veličiny je.
- *Permeabilita (k)* – jedná se o parametr propustnosti, na rozdíl od hydraulické vodivosti závisí pouze na zkoumaném materiálu.

Hydraulická vodivost a permeabilita jsou spolu spjaty vztahem:

$$K = k \frac{\rho g}{\mu} \quad (1.4.6)$$

Kde: *ρ* ... je hustota kapaliny
μ ... je dynamická viskozita
g ... je tíhové zrychlení

Příklady hodnot hydraulické vodivosti pro různé typy hornin a zemin jsou zobrazeny v následující tabulce 1.2.

Druh horniny	Hydraulická vodivost K [m/s]
Štěrk	$10^{-3} - 10^{-2}$
Hrubozrný písek	$10^{-4} - 10^{-3}$
Jemný písek	$10^{-5} - 10^{-4}$
Jílovitá zemina	$10^{-9} - 10^{-6}$
Jíl	$<10^{-9}$
Pískovec	$10^{-6} - 10^{-4}$
Prachovitý pískovec	$10^{-8} - 10^{-6}$
Prachovec	$10^{-11} - 10^{-8}$
Rozpukané krystalické horniny	$10^{-10} - 10^{-7}$
Kompaktní krystalické horniny	$<10^{-13}$

Tab. 1.2 Hydraulická vodivost některých hornin a zemin

Nyní se dostáváme k popisu proudění kapaliny v určitém bodě. Pro příklad uvedený v předchozích odstavcích zavedeme plošnou hustotu toku kapaliny jako podíl množství protékající kapaliny a velikosti plochy kolmé na směr proudění. Výsledná veličina q se nazývá Darcyovská (skutečná) rychlost a má i rozměr rychlosti.

$$q = \frac{Q}{S} \quad (1.4.7)$$

Uvažujeme-li limitu i v podélném směru proudění, dostaneme vztah pro Darcyho zákon.

$$\nabla p = \frac{p_1 - p_2}{L} \quad (1.4.8)$$

$$q = -K \nabla p \quad (1.4.9)$$

Pórovou nebo-li filtrační rychlost v získáme z předchozího vztahu tím, že ho podělíme porozitou n (podrobněji popsanou v předchozí kapitole o spojitém popisu por. prostředí).

$$v = \frac{q}{n} \quad (1.4.10)$$

Tato rychlost vyjadřuje rychlost proudění mezi jednotlivými zrny horniny či zeminy. Filtrační rychlost je větší než skutečná, což je způsobeno tím, že kapalina uvnitř porézního materiálu je nucena obtékat jednotlivé krystaly a proto musí být její rychlost vyšší než-li rychlost kapaliny z prostředí vystupující.

Druhým vztahem popisujícím proudění kapaliny v porézní hornině je již zmiňovaná rovnice bilance hmoty (rovnice kontinuity). V námi zvoleném objemu musí tedy platit, že změna hmotnosti kapaliny bude odpovídat hodnotě hmotnosti kapaliny přešlé přes hranici oblasti. Samozřejmě pokud nejsou v oblasti zastoupeny nějaké propady či zdroje. Obecný vztah pro rovnici zachování hmoty je následující:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho n dV = - \int_{dV} \rho \mathbf{q} \cdot d\mathbf{S} + \int_V P \rho dV \quad (1.4.11)$$

Kde: P ...hustota zdrojů či propadů – objem kapaliny vtlačený do jednotkového bloku porézní horniny za jednotkový čas

Standardní úpravou přes Gaussovu větu, úpravě a převedení členů na jednu stranu dostáváme rovnici:

$$\frac{\partial(\rho n)}{\partial t} + \text{div}(\rho \mathbf{q}) = P \rho \quad (1.4.12)$$

Kde: $\frac{\partial(\rho n)}{\partial t}$...je člen s časovou derivací vyjadřující změnu hustoty a porozity (vliv stlačitelnosti porézního média, závislost hustoty kapaliny na rozpuštěných látkách či vliv teplotní roztažnosti)

Pro zjednodušené případy proudění a transportu látek se často používá zjednodušený vztah pro model s konstantní hustotou a porozitou, který má tvar:

$$\text{div } \mathbf{v} = \frac{P}{n} \quad (1.4.13)$$

Rovnici pro Darcyho zákon a rovnici kontinuity můžeme ponechat ve tvaru dvou rovnic prvního řádu pro dvě neznámé funkce $\mathbf{q}$ a p , nebo dosazením upravit na jednu rovnici druhého řádu pro jednu neznámou $p(x)$. (pro 2D $x = x, y$):

$$\nabla \cdot (\mathbf{K} \nabla p) = P \quad (1.4.14)$$

1.4.4 Okrajové podmínky

Dalším kritériem pro formulaci úlohy je zadání okrajových a počátečních podmínek. V našem případě pro ustálené proudění mají smysl pouze okrajové podmínky, které je nutné zadat na celé hranici zkoumané oblasti Ω .

Prvním případem okrajové podmínky je Dirichletova (stabilní) OKP udávající hydraulickou výšku na hranici.

$$p(x) = p_N(x) \quad \forall x \in \partial\Omega \quad (1.4.15)$$

Neumannova OKP neboli nestabilní okrajová podmínka vyjadřuje průtok přes určitou část hranice.

$$\mathbf{q} \cdot \mathbf{n}_v = q_N(x) \text{ na } \partial\Omega \quad (1.4.16)$$

Kde: $\mathbf{n}_v$...jednotkový vektor normály k hranici v daném místě
 q_N ...hodnota průtoku v daném místě hranice

Často se uplatňuje tzv. homogenní Neumannova OKP vyjadřující, že tok přes hranici je roven nule (Nepropustnost hranice).

$$\mathbf{q} \cdot \mathbf{n}_v = 0 \text{ na } \partial\Omega \quad (1.4.17)$$

Newtonova OKP (Cauchyho) nebo-li smíšená okrajová podmínka vyjadřuje podmínku pro část hranice oblasti tvořené polopropustnou vrstvou.

$$\mathbf{q} \cdot \mathbf{n}_v = (p - p_n) / C \text{ na } \partial\Omega \quad (1.4.18)$$

Kde: p ...hydraulická výška u vnitřního okraje hranice oblasti
 p_n ...hydraulická výška u vnějšího okraje hranice oblasti
 $C = B/K$...odpor který klade překážka proudící kapalině
 B ...šířka překážky
 K ...hydraulická propustnost překážky

2 IDENTIFIKACE HYDRAULICKÝCH PARAMETRŮ

Cílem tvorby porézních a puklinových modelů je dosažení co nejkompaktnějšího a co nejpřesnějšího modelu popisujícího děje v reálných horninových masivech. Modely puklinových systémů, reprezentovaných modelováním pomocí diskretních puklinových sítí, se jeví jako výhodné a použitelné pouze k popisu oblasti malých rozměrů. Pro modelování dějů na rozsáhlejších oblastech se snažíme tyto modely nahrazovat porézními, při zachování ekvivalentních hydraulických vlastností s danou puklinovou oblastí.

2.1 Důvody identifikace - motivace

Puklinové prostředí si lze představit jako nehomogenní strukturu horniny s velkým množstvím puklin různých velikostí a směrů. Matematický popis takovéto struktury je velmi složitý a to i v případě že uvažujeme jen určité směry puklin (rozlišujeme 3 základní směry puklin). Výsledkem je soustava vysokého počtu lineárních rovnic, která by bez pomoci moderní techniky nebyla vůbec řešitelná.

V dnešní době je technika schopna řešit soustavy zhruba do počtu 10^6 rovnic. Představíme-li si diskretní puklinovou síť pro větší úlohu, která obsahuje cca. 10^5 puklin, pak výsledná soustava je právě na hranici řešitelnosti s počtem 10^6 lineárních rovnic.

Obecně pro přímý řešič a plnou matici soustavy (s hustou strukturou) platí následující výpočetní náročnost:

- Počet puklin $\cong$ objem oblasti
- Počet rovnic $\cong$ počet puklin
- Paměťová náročnost $\cong (\text{počet rovnic})^2$
- Časová náročnost $\cong (\text{počet rovnic})^3$

Pro názornost si problém ukážeme na příkladu přechodu od 3D oblasti $10 \times 10 \times 10$ metrů k dvakrát větší oblasti $20 \times 20 \times 20$ metrů.

Jestliže blok $10 \times 10 \times 10$ metrů obsahuje cca. 100 puklin, na řešení je třeba čas t a paměť velikosti m , pak oblast o dvakrát větším objemu obsahuje cca. 800 puklin, k výpočtu je třeba čas $512 \cdot t$ a paměť $64 \cdot m$.

Hranice řešitelnosti představuje potom oblast $100 \times 100 \times 100$ metrů, která obsahuje 10^5 puklin, velikost potřebné paměti je m^6 a potřebný čas k řešení je dokonce i^9 . Takováto úloha je sice ještě řešitelná, ale jen nejmodernějším „superpočítačem“.

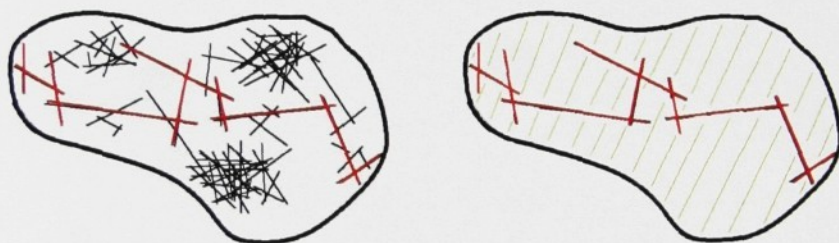
Pro výpočty úloh se v praxi často využívá vlastností matic soustav s řídkým uložením prvků. Strukturu takovéto matice tvoří z valné většiny nuly. Tato „řídkost“ je výsledkem použití moderních numerických metod a vede ke značnému zjednodušení řešení soustavy. K řešení takovýchto soustav se používá iteračních řešičů.

2.2 Nahrazení puklinového modelu porézním

Z předchozí kapitoly je zřejmé, že řešení pro větší oblasti je metodou diskrétních puklinových sítí nemožné. Z rozborů průzkumných vrtů však víme, že většina puklin z kterých se rozpukaná hornina skládá, je velmi malá (řádově menší než 1 metr). Takové pukliny se procesu proudění účastní jen velice málo. Tok v nich je velmi pomalý, nebo žádný. Z tohoto důvodu by se, čistě teoreticky, při řešení úlohy proudění puklinovým prostředím daly tyto málo rozměrné „puklinky“ zanedbat. V praxi při reálných výpočtech je zanedbání nemožné protože na procesu transportu, který probíhá souběžně s prouděním, se podílejí veškeré pukliny.

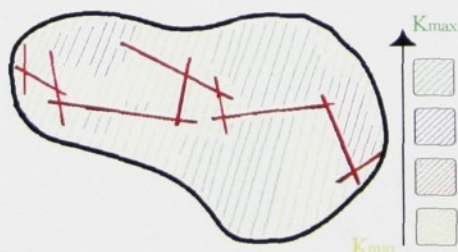
Proto chceme-li počítat úlohy na oblastech větších rozměrů, jsme nuceni provést homogenizaci prostředí. Přesněji řečeno, nahradíme heterogenní puklinové prostředí porézním prostředím o stejných vlastnostech.

Představa řešení úloh je tedy následující. Heterogenní oblast vyplněnou puklinami nahradíme stejnou oblastí, ale zachováme jen nejvýznamnější pukliny. Zbytek oblasti je vyplněn homogenním porézním médiem (viz. obrázek 2.1).



Obr. 2.1 Nahrazení puklinové oblasti oblastí s porézním médiem

Ideálním případem by bylo nalezení jednotných hydraulických parametrů pro porézní oblast, aby tok přes ni byl shodný s tokem přes oblast puklinovou. Takovouto úlohu je však velice nesnadné řešit. Proto blok porézního materiálu nahrazující ostatní „málo významné“ pukliny rozdělíme na oblasti s různými hydraulickými propustnostmi, které závisí na počtu a velikostech puklin v původních částech nahrazované oblasti. Tzn. oblast s málo významnými puklinami nahradíme porézními „podoblastmi“ s maximální hodnotou propustnosti pro část oblasti s vysokou hustotou puklin a naopak s minimální propustností pro podoblast s nízkým výskytem puklin.



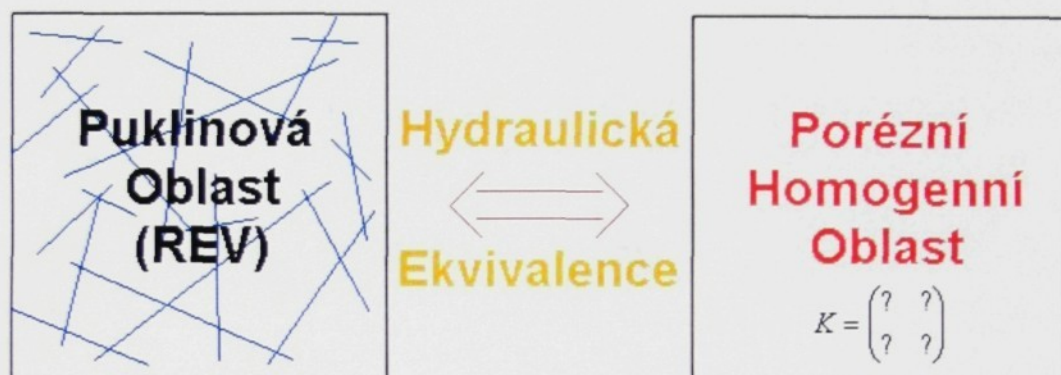
Obr. 2.2 Rozložení hydraulických propustností ve zkoumané oblasti

2.3 Hydraulická ekvivalence prostředí

Pro korektní nahrazení puklinového modelu porézním, tak aby měl stejné vlastnosti, musíme definovat určité podmínky. Předpokládáme že v reprezentativním elementárním objemu (*REV* – vlastnosti byly popsány v úvodních kapitolách této práce), jsou řádově desítky puklin.

Máme-li danu rovinnou oblast Ω (v našem případě se jedná o čtverec či obdélník), mohou nastat dva případy:

- Oblast Ω je vyplněna puklinami, tvoří *REV*, označíme ji Ω_F
- Oblast Ω je vyplněna porézním médiem, označíme ji Ω_P



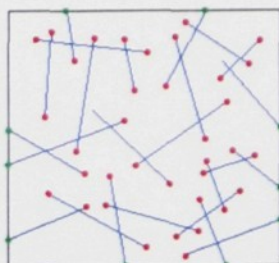
Obr. 2.3 Hydraulická ekvivalence puklinové a porézní oblasti

Přesněji řečeno oblast Ω_F je v našem případě rovinná plocha s jednorozměrnými puklinami a oblast Ω_P představuje blok homogenního porézního materiálu o stejné velikosti.

2.3.1 Okrajové podmínky

Jak již bylo řečeno, k procesu proudění v našich modelech dochází jen vlivem okrajových podmínek zadanych na hranici oblasti. Proto je nutná definice těchto podmínek pro obě oblasti, aby tyto byly navzájem ekvivalentní.

Okrajové podmínky pro puklinovou oblast Ω_F :



Obr. 2.4 OKP na puklinové oblasti

2.IDENTIFIKACE HYDRAULICKÝCH PARAMETRŮ

Jak je z obrázku 2.4 patrné, dojde zde k rozdělení typů okrajových podmínek. Celková OKP je pak dána sjednocením podmínek na hranici oblasti (průsečíky puklin a hranice) a podmínek uvnitř oblasti (konce puklin).

$$\partial\Omega_F = \partial\Omega_{FI} \cup \partial\Omega_{FE} \quad (2.3.1)$$

Přičemž uvažujeme následující typy OKP. Uvnitř oblasti (podmínka $\partial\Omega_{FI}$ – interní) je zadána na koncích puklin homogenní Neumannova OKP, která vyjadřuje nepropustnost pukliny v jejím hraničním bodě.

$$\mathbf{u} \cdot \mathbf{n}_v = 0 \text{ na } \partial\Omega_{FI} \quad (2.3.2)$$

Na hranici oblasti uvažujeme Dirichletovu OKP nebo homogenní Neumannovu OKP.

$$\partial\Omega_{FE} = \partial\Omega_{FD} \cup \partial\Omega_{FN} \quad (2.3.3)$$

Pro tyto OKP platí:

$$\begin{aligned} \partial\Omega_{FD} \cap \partial\Omega_{FN} &= 0 \\ \partial\Omega_{FD} &= 0 \end{aligned} \quad (2.3.4)$$

A zároveň:

$$p = p_D \text{ na } \partial\Omega_{FD} \quad (2.3.5)$$

$$\mathbf{u} \cdot \mathbf{n}_v = 0 \text{ na } \partial\Omega_{FN} \quad (2.3.6)$$

Kde: $\partial\Omega_{FD}$...hranice puklinové oblasti se zadanou Dirichletovou OKP
 $\partial\Omega_{FN}$...hranice puklinové oblasti se zadanou Neumannovou OKP
 $\partial\Omega_{FE}$...OKP na hranici puklinové oblasti
 $\partial\Omega_{FI}$...OKP uvnitř puklinové oblasti

Okrajové podmínky pro porézní oblast Ω_P :

Tyto podmínky jsou definované podobně jako pro hranici puklinové oblasti. Je zadána Dirichletova nebo Neumannova homogenní OKP. Celková OKP je sjednocením obou podmínek a jejich průnik je roven nule.

$$\partial\Omega_P = \partial\Omega_{PD} \cup \partial\Omega_{PN} \quad (2.3.7)$$

$$\partial\Omega_{PD} \cap \partial\Omega_{PN} = 0 \quad (2.3.8)$$

$$p = p_D \text{ na } \partial\Omega_{PD} \quad (2.3.9)$$

$$\mathbf{u} \cdot \mathbf{n}_v = 0 \text{ na } \partial\Omega_{PN} \quad (2.3.10)$$

Kde: $\partial\Omega_{PD}$...hranice porézní oblasti se zadanou Dirichletovou OKP
 $\partial\Omega_{PN}$...hranice porézní oblasti se zadanou Neumannovou OKP

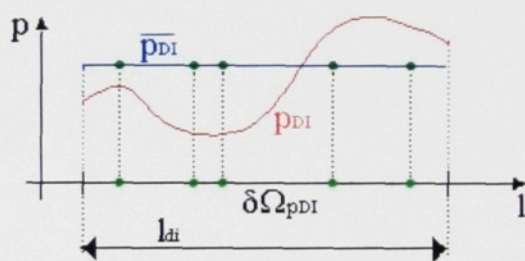
2.3.2 Ekvivalence OKP

Ekvivalence, co se týká Neumanovy homogenní OKP, je jasná. Uzly puklinové sítě ležící geometricky na hranici oblasti se zadanou Neumannovou homogenní OKP nahradíme hranicí porézní oblasti (tvoří ji úsečka) se stejně zadanou podmínkou. A naopak na uzlech puklinového modelu, které se nacházejí v oblasti úseku homogenní Neumannovy OKP porézní oblasti, zadáme opět stejnou OKP.



Obr. 2.5 Ekvivalentní Neumannova OKP

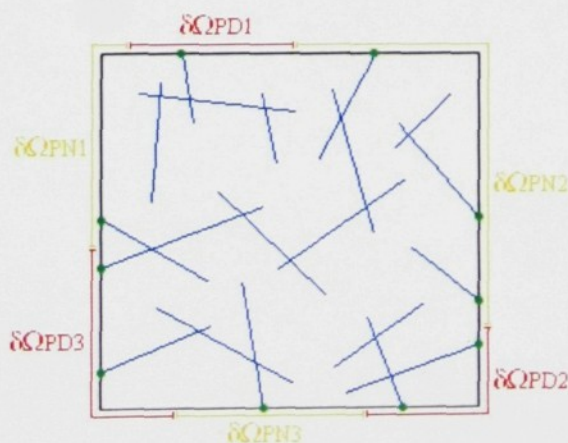
Zadání Dirichletovy OKP je dáno střední hodnotou funkce p_{DI} (obrázek 2.6) zadanou na hraniční uzly puklinového modelu.



Obr. 2.6 Schematické znázornění hodnot Dirichletovy OKP

$$\overline{p_{DI}} = \frac{1}{l_{di}} \int_0^{l_{di}} p_{DI} dx \quad (2.3.11)$$

Kde: l_{di} ...délka hranice oblasti na níž je zadána OKP
 p_{DI} ...funkce popisující hodnotu OKP



Obr. 2.7 Zadání obou typů OKP

2.IDENTIFIKACE HYDRAULICKÝCH PARAMETRŮ

Pro samotnou puklinovou oblast je u samotné úlohy identifikace nezbytnou podmínkou, aby dostatečný počet puklin protínal hranici oblasti, abychom mohli jednoznačně zadat okrajové podmínky na hranici puklinového modelu.

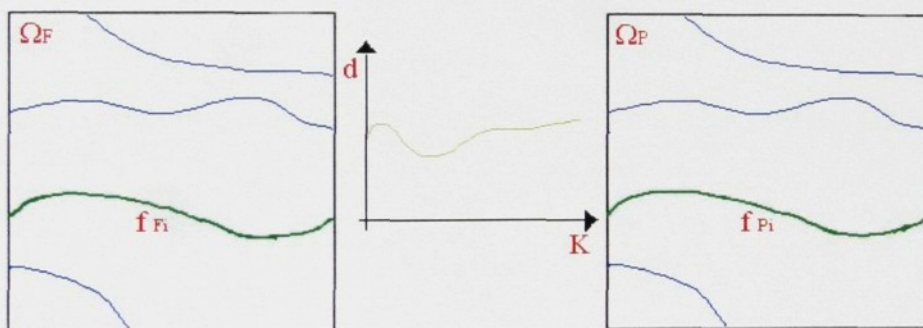
Výše uvedeným způsobem zadané OKP na oblastech Ω_F a Ω_P , nazveme ekvivalentními okrajovými podmínkami.

2.3.3 Ekvivalence oblastí

Na obou oblastech řešíme úlohy proudění. Tzn. úlohu puklinového proudění na oblasti Ω_F resp. porézního (průlomového) proudění na oblasti Ω_P . V oblastech neuvažujeme žádné zdroje kapaliny.

Oblasti můžeme považovat za hydraulicky ekvivalentní při splnění následujících podmínek:

- Shodný rozměr obou oblastí
- Ekvivalentní zadání OKP (viz.předchozí kapitola)
- Jsou-li toky náhodně zvolenou křivkou v oblastech shodné (pro každou křivku), můžeme oblasti prohlásit za hydraulicky ekvivalentní.



Obr. 2.8 Porovnávání toků křivkami v oblastech Ω

Provedením výpočtů pro jednotlivé křivky f_{Fi} a f_{Pi} získáme hodnoty toků oběma modely. Využitím metody nejmenších čtverců – tzn. odečtením hodnot průtoků porézním a puklinovým modelem umocněným na druhou pro každou křivku, získáme funkci $d(K)$ popisující závislost toků na parametrech prostředí.

$$\sum_{i=1}^n (f_P - f_F)_i^2 = d(K) \quad (2.3.12)$$

Kde: f_P ...tok křivkou v porézní oblasti
 f_F ...tok křivkou v puklinové oblasti

Minimem této funkce je námi hledaný nejpřesnější parametr hydraulické propustnosti K . Samozřejmě že čím více výpočtů na více křivkách provedeme, tím je výsledek přesnější.

2.4 Hydraulická vodivost ve 2D a 1D

Jak již bylo vysvětleno, vektor rychlosti a piezometrická výška (funkce prostorových souřadnic a času) spolu souvisí podle vztahu který vyjadřuje Darcyho zákon.

Význam Hamiltonova operátoru jako gradientu byl také vysvětlen v jedné z předchozích kapitol. Pro gradient piezometrické výšky ve 2D platí:

$$\nabla p = \left(\frac{\partial p}{\partial x}, \frac{\partial p}{\partial y} \right) \quad (2.4.1)$$

Porézní prostředí má obecně anizotropní charakter, proto je koeficient hydraulické vodivosti tenzor druhého řádu se složkami:

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} K_{xx} & K_{yx} \\ K_{yx} & K_{yy} \end{bmatrix} \quad (2.4.2)$$

Ideální případ je, když hlavní směry anizotropie odpovídají kartézským souřadnicím. Potom lze Darcyho zákon rozepsat do soustavy:

$$u_x = -K_x \frac{\partial p}{\partial x} \quad a \quad u_y = -K_y \frac{\partial p}{\partial y} \quad (2.4.3)$$

Kde: $K_x, K_y, \dots$ hydraulické vodivosti ve směrech os

Pro 1D puklinové prostředí má hydraulická vodivost tvar vektoru, který určuje propustnost materiálu z jednoho uzlu do druhého a naopak. A je funkcí souřadnic x_1 a x_2 .

$$K = K(x_1, x_2) \quad (2.4.4)$$

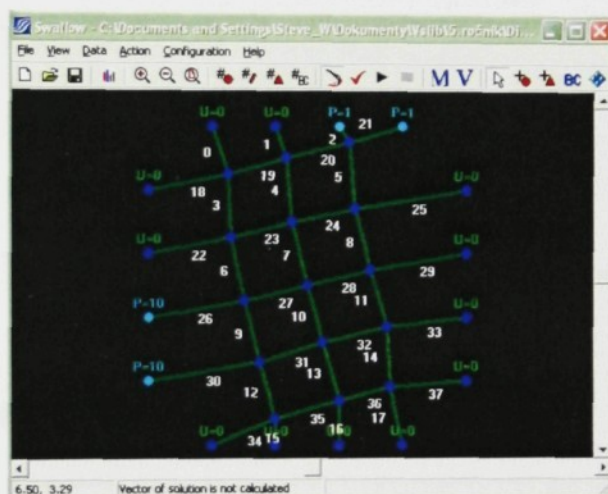
V obou případech závisí hydraulická vodivost i na hodnotě piezometrické výšky p . Jak již bylo zmíněno jedná se o velmi slabou závislost a její zanedbání ve většině případů neovlivní přesnost vypočtených výsledků. Pouze při nestacionárním proudění a extrémně vysokých hodnotách piezometrické výšky bychom měli brát tuto skutečnost na zřetel.

3 POUŽITÉ PROGRAMY

3.1 Swallow

Program vytvořený v roce 2003 Miloslavem Tauchmanem v rámci ročníkového projektu na fakultě mechatroniky a mezipředmětových inženýrských studií TU Liberec. Jedná se o program představující zjednodušený model ustáleného filtračního proudění kapaliny puklinovým prostředím horninového masivu. Zjednodušení spočívá v redukci obecného prostorového případu na dvojdimenzionální, kde jsou jednotlivé pukliny reprezentovány liniovými prvky. Program *Swallow* je tedy software umožňující řešení diskrétního modelu puklinového proudění v jednorozměrných puklinách umístěných ve 2D.

Program využívá numerické metody konečných prvků (MKP), konkrétně její smíšenou nebo-li mix-hybridní formulaci. K výpočtu stavové matice využívá program Gaussovy eliminační metody.



Obr. 3.1 Prostředí programu Swallow

Funkce vlastního programu a možnosti, které nabízí můžeme shrnout do následujících bodů:

- Definice tvaru sítě a hodnot okrajových podmínek na hranici oblasti
- Sestavení stavové matice soustavy
- Vyřešení matice soustavy
- Vykreslení sítě a grafické znázornění rozložení tlaků a přetoků v síti
- Zobrazení numerického řešení úlohy.

Hlavní menu lze rozdělit do šesti hlavních skupin:

- Menu *File* – umožňuje práci ze soubory sítí a ukončení programu
- Menu *View* – zobrazuje stupnici tlaků
- Menu *Data* – v tomto menu lze editovat, importovat a exportovat uzly, elementy a okrajové podmínky sítě
- Menu *Action* – v tomto menu jsou k dispozici funkce jako výpočet, zastavení výpočtu, vykreslení sítě, zobrazení matic, zobrazení vektoru řešení
- Menu *Configuration* – možnosti vykreslení sítě
- Menu *Help* – nápověda

3.2 Mixhyb

Tento program byl využit pro výpočty na 2D modelech porézního prostředí. Programová struktura programu byla vyvíjena ing. Otto Severýnem, Ph.D. už roku 1997 jako součást jeho diplomové práce a grantového projektu číslo 201/93/0067 GA ČR. Původně byl program vytvořen jako model filtračního proudění podzemní vody puklinovým systémem. Výstupem programu byly soubory specifických formátů pro grafický postprocessor 2-d_1-5, kterých se dnes již nevyužívá.

Druhým stupněm vývoje byl program *Fflow*, vyvíjený v roce 2002 jako část disertační práce ing. Otto Severýna, Ph.D. na fakultě mechatroniky a mezipředmětových inženýrských studií TU Liberec. Výstupní soubory programu *Fflow* mají formát pro grafický postprocesor *GWS*.

Program použitý v této práci pro modelování 2D porézního prostředí nese název *Mixhyb* a byl vytvořen pro účely katedry modelování procesů TU Liberec v roce 2004. Funkce zmíněných programů jsou shodné. S postupem času se program vyvíjel především co se týká optimalizace výpočetních algoritmů a co se týká výstupů pro různé grafické postprocesory. Nejnovější verze programu vytváří vstupní soubor pro moderní výpočetní a grafický program *Gmsh*. Princip těchto programů spočívá tedy ve smíšené hybridní formulaci metody konečných prvků a k vyřešení soustavy využívají externí řešič *Gi8*. Spouštění programu se provádí v prostředí MS-DOS nebo v příkazovém řádku prostředí MS Windows s parametrem, kterým je jméno konfiguračního souboru.

Mixhyb.exe jméno_konfiguračního_souboru.ini

Konfigurační soubor má klasickou strukturu *ini* souboru známého z prostředí MS Windows. Tzn. sekce klíče a jejich hodnoty. Platí konvence jazyka C, jména souborů se zadávají včetně koncovky. Přesný popis konfiguračního souboru vypadá tedy takto:

- Sekce *Global*
 - Problem Type – druh řešené úlohy
 - Description – krátký popis úlohy
- Sekce *Input*
 - Mesh – název vstupního souboru sítě
 - Material – vstupní soubor materiálu a hydraulické propustnosti
 - Boundary – název vstupního souboru s OKP
- Sekce *Run*
 - Log_file – jméno výstupního souboru
 - Log_verbosity – množství údajů ukládaných do výst. souboru
 - Screen_verbosity – množství údajů vypisovaných na obrazovku
- Sekce *Solver*
 - Solver_name – jméno řešiče
 - Keep_solver_files – ponechání výst. dat řešiče i po skončení běhu
 - Manual_solver_run – ruční nastavení řešiče
 - Use_control_file – použití externího souboru řešiče
 - Control_file – jméno externího souboru řešiče
 - Solver_accuracy – požadovaná přesnost řešiče
- Sekce *Output*
 - Write_output_file – zápis do výstupního souboru
 - Output_file – jméno výstupního souboru
 - Output_digits – počet platných číslic pro zápis do výst. souboru

Popis souboru sítě (Mesh File):

- Popis uzlů (\$NOD)
 - Počet uzlů
 - Číslo uzlu
 - Souřadnice uzlu v prostoru (x,y,z)
- Popis elementů (\$ELM)
 - Počet elementů
 - Číslo elementu
 - Číslo materiálu
 - Čísla trojice uzlů tvořících element

Popis souboru materiálu (Materiál File):

- Popis materiálu (\$MTR)
 - Počet materiálů
 - Identifikační číslo materiálu
 - Koeficienty materiálu – mají význam prvků tenzoru propustnosti
Podle počtu parametrů (1-3) c_1, c_2, c_3 má tenzor propustnosti tvar:

$$K = \begin{bmatrix} c_1 & 0 \\ 0 & c_1 \end{bmatrix}, \quad K = \begin{bmatrix} c_1 & 0 \\ 0 & c_2 \end{bmatrix}, \quad K = \begin{bmatrix} c_1 & c_3 \\ c_3 & c_2 \end{bmatrix}$$

Popis souboru OKP (Boundary File):

- Popis okrajových podmínek (\$BOU)
 - Počet okrajových podmínek
 - Číslo okrajové podmínky
 - Číslo skupiny okrajových podmínek
 - Entita na kterou je podmínka definována (uzel, element, stěna)
 - Druh OKP (Dirichletova, Neumannova, Newtonova)
 - Charakterizuje entitu (je-li OKP zadána na stěnu, pak jsou zde zadána dvě čísla uzlu, tvořících požadovanou stěnu)
 - Velikost OKP (hodnota tlaku, přetoku nebo obojího s koeficientem přestupu – závisí na druhu OKP)

3.3 Řešič Gi8

Program vyvinutý v ÚIVT AV ČR, který je speciálně určený k řešení soustav vzniklých na základě mix-hybridních modelů. Program se spouští bez parametrů a pracuje bez zásahu uživatele v prostředí MS-DOS.

Vstupním souborem pro tento program je textový soubor, vytvořený v našem případě programem *Mixhyb*, specifické struktury obsahující informace o soustavě a prvcích stavové matice.

Výstupem je soubor obsahující vektor řešení soustavy, který je programem *Mixhyb* dále vyhodnocován.

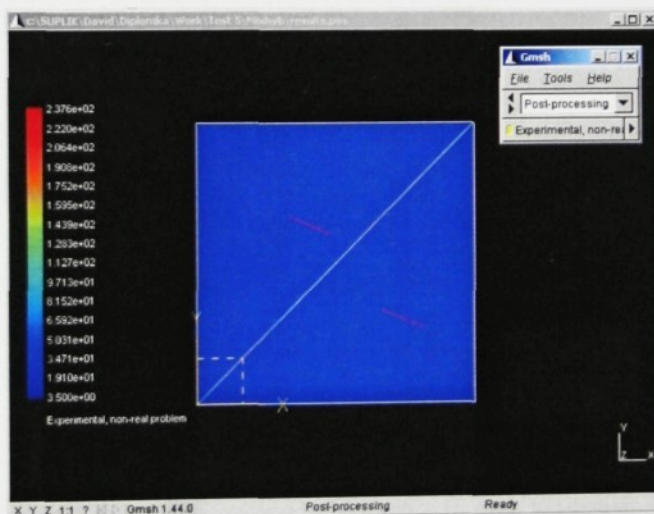
3.4 Gmsh

Konečně prvkový 3D generátor sítí se zabudovanými pre- a post-procesorovými funkcemi. Cílem návrhu tohoto softwaru bylo vytvořit jednoduchý pracovní nástroj pro práci s modely, který by měl moderní zobrazovací schopnosti. Jednou z velkých předností je schopnost při jednoduchém zadání několika geometrických vlastností modelu vytvořit přizpůsobené liniové, plošné či objemové prvky a zaplnit jimi model a tím vytvořit z modelu jednoduchou strukturovanou síť. *Gmsh* je poměrně malý program vytvořený na akademické půdě pro akademické účely. Nutno však podotknout že během několika minulých let se tento program stal velice užívaným i mimouniverzitně.

Gmsh lze rozdělit na čtyři základní moduly:

- Geometrie – geometrická definice entit
- Tvorba sítě – generování konečně prvkových sítí
- Řešič – výpočetní rozhraní
- Post-processing – vizualizace

Všechny příkazy se provádějí buď v uživatelském grafickém rozhraní (UGI) nebo prostřednictvím ASCII datových souborů využívajících vlastní jazyk.



Obr. 3.2 Prostředí programu Gmsh

Mezi hlavní výhody *Gmsh* patří:

- Snadná práce díky přehlednému uživatelskému rozhraní
- Vytváří 1D, 2D a 3D konečně prvkové sítě
- Spolupracuje s externími řešiči
- Vizualizace výsledků mnoha způsoby
- Export do mnoha formátů (Postskript, PNG, JPG, ...)
- Tvorba komplexních animací výsledků
- Velké množství konfiguračních možností
- Nenáročnost na hardware
- Běží na různých platformách (Windows, Mac, Unix)

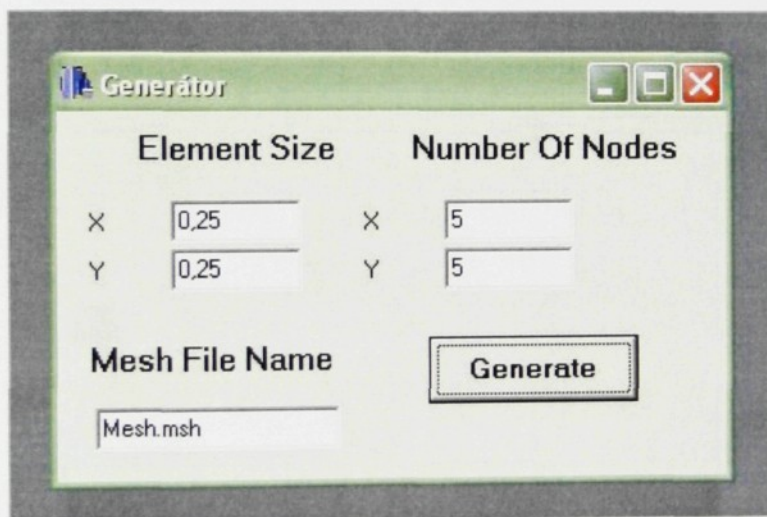
3.5 Mesh_2_Gmsh

Program který umožňuje převedení formátu souboru sítě programu *Fflow* na soubor sítě kompatibilní pro *Gmsh*. Spouštění se provádí v příkazovém řádku s parametrem, kterým je konfigurační soubor, který obsahuje následující parametry:

- Input_file – vstupní soubor sítě ve formátu pro program *Fflow*
- Log_file – log soubor
- Output_file – výstupní soubor ve formátu sítě pro program *Gmsh*

3.6 Generátor

Jednoduchý program vytvořený speciálně pro generování 2D symetrických sítí (představujících 2D porézní model) ve formátu kompatibilním pro programy *Gmsh* a *Mixhyb*.



Obr. 3.3 Prostředí programu Generátor

- *Element Size* – velikost trojúhelníkových elementů ve směrech x a y
- *Number Of Nodes* – počet uzlů ve směru x a y
- *Mesh File Name* – jméno souboru sítě
- *Generate* – tlačítko po jehož stisku dojde k vytvoření zvolených dat a zapsání do souboru

4 TESTOVACÍ ÚLOHY

Úkolem předchozích teoretických kapitol této práce bylo obecnější seznámení s problematikou identifikace. Vzhledem k širokému spektru možností otestování vlastností modelů porézního a puklinového prostředí, byl do následující praktické části této práce zahrnut jen malý zlomek úloh umožňujících identifikovat ekvivalentní parametr hydraulické propustnosti K tak, aby bylo možno nahradit puklinový model porézním o stejných vlastnostech.

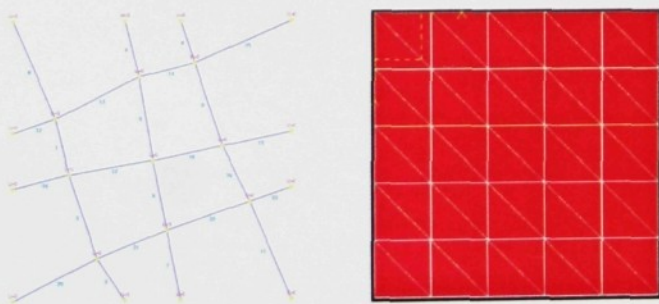
4.1 Testy identifikace hydraulické propustnosti porézního a puklinového modelu

4.1.1 Identifikace hydraulické propustnosti pro obecnou puklinovou síť

4.1.1.1 TEST na síti Swallow 2

Úkolem tohoto testu bylo ověřit modely po fyzikální stránce a pomocí jednoduchých testů na 1D puklinové síti a 2D symetrické síti představující porézní prostředí identifikovat tenzor propustnosti K . Předpokladem bylo, že správně identifikovaný parametr hydraulické vodivosti pro 2D porézní model, by mohl být použit k výpočtům jenž by vedly k nahrazení puklinového modelu porézním o stejných vlastnostech.

Vstupem pro výpočty programem *Swallow* byla zvolena síť o velikosti 5x5 jednotek tvořená šesti navzájem propojenými puklinami – uspořádaných po trojicích ve dvou směrech (síť Swallow 2) s konstantní propustností všech elementů $K=1$. Tato síť byla použita k identifikaci všech prvků tenzoru propustnosti pro 2D porézní model (pro 2D prostředí je hydraulická propustnost definována jako tenzor druhého řádu – 2x2 – viz. Kapitola 2.4) a to tak, že každý prvek tenzoru byl identifikován na základě výpočtů s různou sadou okrajových podmínek



Obr. 4.1 Puklinová síť Swallow 2 a symetrická 2D síť 5x5

Volba okrajových podmínek pro identifikaci prvků K_{xx} a K_{yy} tenzoru propustnosti je zcela zřejmá. Prvek K_{xx} získáme tak že zadáme OKP na levou a pravou stěnu sítě ($p_1=10$, $p_2=1$). Výpočtem v programu *Swallow* získáme výslednou hodnotu toku přes tuto síť.

Porézní prostředí představuje symetrická síť stejné velikosti 5x5 jednotek. Výpočty provádíme v programu *Mixhyb*. Při stejné zadaných okrajových podmínkách měníme hodnotu K dokud nedocílíme stejného toku jako přes puklinovou síť. Při dosažení stejných hodnot je právě použitá hydraulická propustnost K identifikovaným prvkem tenzoru propustnosti K_{xx} .

Podobně postupujeme i při identifikaci prvku K_{yy} . Rozdíl je ve volbě okrajových podmínek. Ty jsou pro tento případ zadány na horní a dolní stěnu sítě, zachovány jsou samozřejmě jejich hodnoty.

Swallow 2		
	Q [m ³ /den]	K
Kxx	5,482	0,609
Kyy	5,5271	0,61412

Tab. 4.1 Prvky K_{xx} a K_{yy} tenzoru propustnosti pro síť Swallow 2

Problémy se vyskytly při identifikaci smíšených parametrů tenzoru propustnosti K_{xy} a K_{yx} . Jako stěžejní se zde ukázala volba okrajových podmínek, která není v těchto případech jednoznačná. Proto bylo navrženo a vytvořeno několik druhů modelů s různými OKP, které měli pomoci identifikovat tyto parametry.



Obr. 4.2 Modely s OKP k identifikaci smíšených parametrů tenzoru propustnosti

U tenzoru propustnosti $\mathbf{K}$ se předpokládá rovnost nediagonálních prvků. Protože se ale v tomto případě jednalo o nesymetrickou síť, bylo jasné že při námi zvoleném způsobu identifikace získáme dvě různé hodnoty pro prvky K_{xy} a K_{yx} . Výsledná hodnota nediagonálního smíšeného prvku tenzoru propustnosti byla tedy určena jako aritmetický průměr dvou námi získaných hodnot.

Modely (1-3) na obrázku 4.2 vedly k získání parametru K_{xy} . K určení prvku K_{yx} vedly stejné modely, ale s OKP posunutými vpravo či vlevo. (tzn. vezmeme-li první síť č.1 na obrázku 4.2, tak $p_1=10$ by byl zadán na pravém horním resp. levém dolním rohu a $p_2=1$ na levém dolním resp. pravém horním rohu sítě).

Výsledné tenzory hydraulické propustnosti se samozřejmě pro různé okrajové podmínky, použité k identifikaci smíšených parametrů, lišily. A to právě v těchto smíšených prvcích.

Swallow 2						
	OKP					
	1		2		3	
	Q [m ³ /den]	K	Q [m ³ /den]	K	Q [m ³ /den]	K
Kxy	4,5766	0,76854	24,796	3,256	26,63	1,342
Kyx	4,4984	0,75542	24,587	3,229	39,386	1,985

Tab. 4.2 Smíšené prvky tenzoru propustnosti pro síť Swallow 2 a různé OKP

Pro tři různé typy okrajových podmínek vypadají tedy tenzory propustnosti takto:

➤ Pro případ 1:

$$K = \begin{pmatrix} 0,609 & 0,76198 \\ 0,76198 & 0,61412 \end{pmatrix}$$

➤ Pro případ 2:

$$K = \begin{pmatrix} 0,609 & 1,081 \\ 1,081 & 0,61412 \end{pmatrix}$$

➤ Pro případ 3:

$$K = \begin{pmatrix} 0,609 & 0,5544 \\ 0,5544 & 0,61412 \end{pmatrix}$$

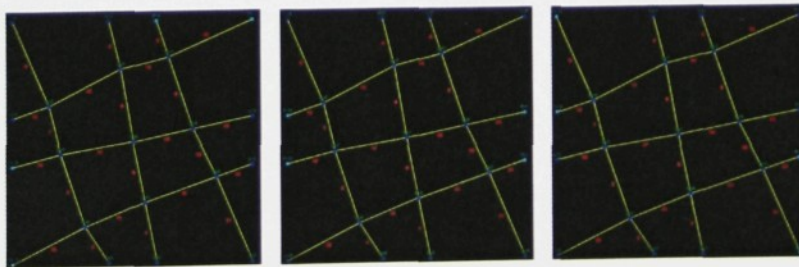
Ukázalo se, že jediný tenzor propustnosti který je použitelný pro další testování, je tenzor s nediagonálním prvkem získaným z testu na síti s OKP číslo 3. Protože jedině tento tenzor splňuje nutnou podmínku pozitivní definitnosti. Vzhledem k tomu že smíšené prvky tenzoru propustnosti působí na tok tak, že ho „různě stáčí“, znamená v praxi pozitivní definitnost to, že „kapalina nepoteče do kopce“. Nebo-li smíšený parametr nemůže, lépe řečeno neměl by, mít takovou velikost, aby otočil směr toku proti směru tlakového spádu.

Při znalosti kompletního tenzoru hydraulické propustnosti jsme mohli přistoupit k samotným testům, které měly potvrdit či vyvrátit vzájemnou provázanost 1D puklinového a 2D porézního modelu a ukázat na kolik je tento identifikovaný hydraulický parametr vyhovující. Testy spočívají v porovnání hodnot průtoků oběma modely při různých okrajových podmínkách – viz. obrázek 4.3, přičemž za hodnotu hydraulické vodivosti pro program *Mixhyb* dosazujeme identifikovaný tenzor.

Test č.	Qpukl [m ³ /den]	Qpor [m ³ /den]
1	3,3	0,405
2	4,02	0,624
3	2,87	1,958

Tab. 4.3 Porovnání toků puklinovým a porézním modelem – Swallow 2

Jak je zřejmé z tabulky 4.3, výsledné hodnoty toků oběma modely se pro stejné okrajové podmínky liší. Hodnoty se pohybují ve stejném řádu, ale odchylky jsou i tak výrazné.



Obr. 4.3 OKP na síti Swallow 2

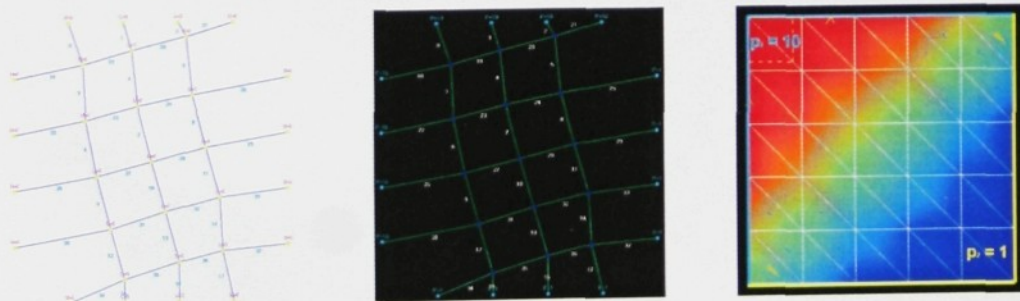


Obr. 4.4 Výsledná tlaková pole v porézním modelu pro různé OKP

4.1.1.2 TEST na síti Swallow 3

Protože výsledky minulého testu na síti Swallow 2 neprokázali nějakou jednoznačnou závislost průtoků oběma modely při použití identifikovaného tenzoru hydraulické propustnosti $\mathbf{K}$, rozhodli jsme se navrhnout ještě další model puklinové sítě a pokusit se o novou identifikaci. Problémem však zůstává ekvivalence zadání OKP na porézní a puklinový model, jelikož u 1D modelu zadáváme okrajové podmínky uzlům na hranici sítě a u 2D modelu na celou hraniční stěnu elementu.

Při identifikaci smíšených parametrů tenzoru $\mathbf{K}$ u modelu Swallow 2 třemi způsoby charakterizovaných odlišnými OKP se ukázalo že jako jediná a vyhovující možnost se jeví, vzhledem k nutnosti pozitivní definitnosti tenzoru, zadání OKP na celé stěny sítě. Toto však nemohlo být na síti Swallow 2 zcela realizováno, protože uzlům v rozích modelu nemohla být jednoznačně přiřazena hodnota piezometrické výšky. Uzly byly totiž společné pro dvě stěny sítě. Z tohoto důvodu byla navržena nová síť nazvaná Swallow 3 – obrázek 4.5 a na ní byla provedena nová identifikace (stejným způsobem jako u sítě Swallow 2) tenzoru hydraulické propustnosti.



Obr. 4.5 Síť Swallow 3, OKP k identifikaci K_{xy} , Rozložení tlaků v por.modelu

Síť Swallow 3, velikosti 5x5 jednotek, byla tvořena 8 puklinami a to trojicí ve směru zhruba kolmém na směr pětice puklin. Propustnosti všech 1D elementů zůstaly konstantní a rovny jedné. Postup byl jinak shodný s předchozími testy na modelu Swallow 2, proto přejdeme ihned k samotným výsledkům.

Swallow 3		
	Q [m ³ /den]	K
Kxx	7,34	0,8157
Kyy	5,44	0,6047
Kxy	12,35	0,3636
Kyx	19,32	0,5689

$$K = \begin{pmatrix} 0,8157 & 0,4663 \\ 0,4663 & 0,6047 \end{pmatrix}$$

Tab. 4.4 Hodnoty prvků tenzoru hydraulické propustnosti pro síť Swallow 3

Po vypočtení aritmetického průměru hodnot smíšených prvků byl získán tenzor použitelný k dalším testům. Byly provedeny čtyři testy s různě zadanými OKP – obrázek 4.6. Porovnání toků porézním a puklinovým modelem je znázorněno v tabulce 4.5.



Obr. 4.6 Různé OKP pro testy na síti Swallow 3 – rozložení tlaků

Test č.	Qpukl [m ³ /den]	Qpor [m ³ /den]
1	10,49	6,61
2	3,82	1,46
3	7,76	5,08
4	3,39	0,93

Tab. 4.5 Porovnání toků puklinovým a porézním modelem – Swallow 3

4.1.1.3 Závěr

Výsledky obou testů neprokázaly nějakou průkaznou závislost mezi oběma modely. Při použití identifikovaného parametru hydraulické vodivosti se toky oběma modely liší. I když se výsledné hodnoty pohybují ve stejném řádu, odchylky jsou zcela zjevné.

Abychom mohli mezi sebou porovnat výsledky testů na modelech Swallow 2 a Swallow 3, vytvořili jsme modely sítě Swallow 3 se stejnými OKP použitými pro testy se sítě Swallow 2. Pro výpočet byl samozřejmě použit identifikovaný tenzor hydraulické propustnosti pro síť Swallow 3. Jak lze zcela jasně vyčíst z tabulky 4.6, o poznání lepších výsledků se dosáhlo s identifikovanou hydraulickou propustností na modelu Swallow 3. Zde je jasně vidět jak důležitá je volba OKP při identifikaci smíšených parametrů tenzoru propustnosti, které ve výsledku mají na hodnoty toků velký vliv.

Test č.	Swallow 2		Swallow 3	
	Qpukl [m³/den]	Qpor [m³/den]	Qpukl [m³/den]	Qpor [m³/den]
1	3,3	0,405	3,76	1,44
2	4,02	0,624	4,22	2,03
3	2,87	1,958	3,56	4,08

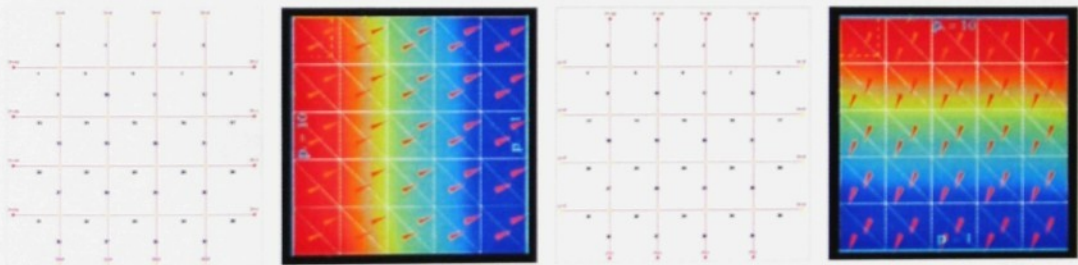
Tab. 4.6 Porovnání toků v modelech Swallow 2 a Swallow 3

4.1.2 Identifikace hydraulické vodivosti pro symetrickou puklinovou síť

V předchozích testech se ukázal velký vliv smíšených diagonálních prvků tenzoru propustnosti **K** na celkovou velikost i směr toků jednoduchými modely. Testy na symetrické síti, kde se tyto smíšené prvky zanedbávají a pokládají rovny nule, by měli prokázat vliv nesmíšených prvků K_{xx} a K_{yy} .

4.1.2.1 TEST na symetrické síti Swallow 4

Vstupní síť pro model puklinového prostředí byla tedy symetrická síť 5x5 jednotek, opět s konstantní propustností všech elementů rovnou jedné – obrázek 4.7. Identifikace prvků tenzoru propustnosti byla provedena jen pro prvky K_{xx} a K_{yy} , při zadání OKP na levou a pravou resp. na horní a dolní stěnu sítě.



Obr. 4.7 Síť Swallow 4 s OKP pro identifikaci K_{xx} a K_{yy}

Swallow 4		
	Q [m³/den]	K
K_{xx}	7,2	0,8
K_{yy}	7,2	0,8

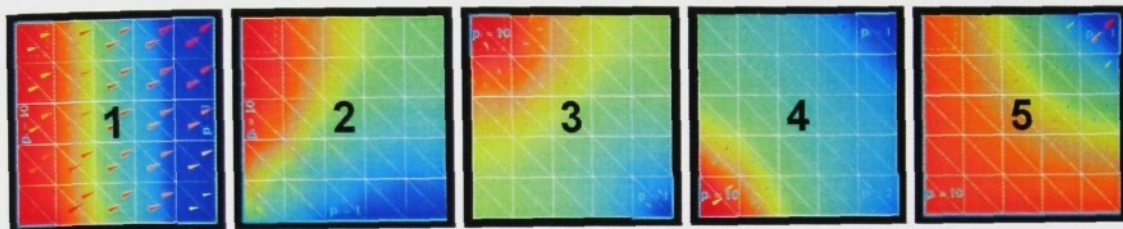
$$K = \begin{pmatrix} 0,8 & 0 \\ 0 & 0,8 \end{pmatrix}$$

Tab. 4.7 Hodnoty identifikovaných prvků tenzoru propustnosti pro síť Swallow 4

Tenzor hydraulické propustnosti je podle předpokladu symetrický, tzn. průtok ve směru x i y musí být v symetrické síti shodný. Následuje pětice testů s různě zadanými OKP s použitím identifikované propustnosti.

Test č.	Qpukl [m ³ /den]	Qpor [m ³ /den]
1	8,21	7,56
2	10,92	15,12
3	3,15	2,73
4	2,99	2,96
5	5,25	4,7

Tab. 4.8 Porovnání toků puklinovým a porézním modelem – Swallow 4



Obr. 4.8 Různé OKP pro testy na síti Swallow 4 – rozložení tlaků

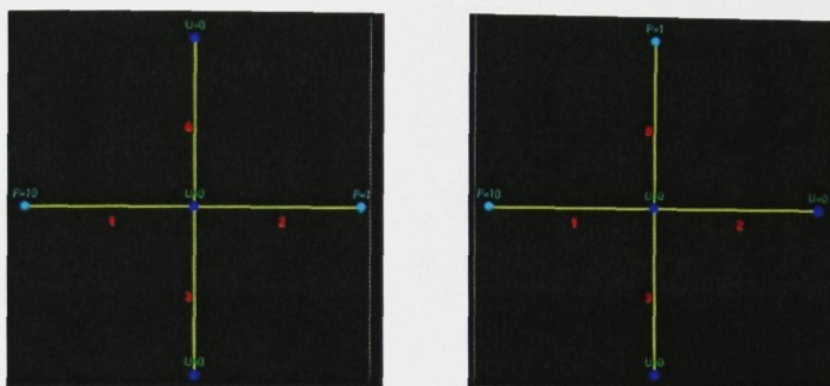
4.1.2.2 Závěr

Z Výsledků tohoto testu jasně plyne, že při zanedbání smíšených prvků v tenzoru propustnosti, jsou porovnávány hodnoty toků oběma modely daleko vyrovnanější. Z výsledných hodnot pětice testů vybočuje jen test číslo 2, kde jsou však OKP zadány tak, že jde o značně nehomogenní úlohu. Tato úloha při zadaných OKP na sousední strany je blíže popsána v kapitolách popisujících test vlastností 1D puklinového a 2D porézního modelu.

4.2 Nahrazení jednoduchých puklinových modelů porézními a jejich kalibrace pro dané situace

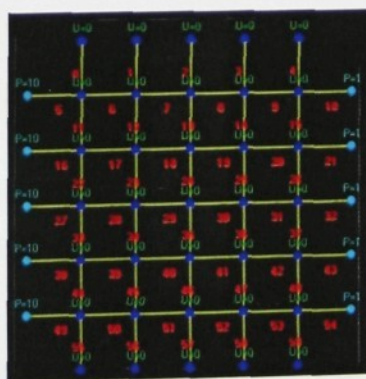
4.2.1 TEST č.1 – Vlastnosti 1D puklinového modelu

Testovací úloha měla za úkol zjistit, prokázat nebo ověřit známé či předpokládané závislosti průtoků na hydraulických parametrech jednoduchého 1D modelu puklinového prostředí. Jako výchozí model pro jednotlivé testy byla vytvořena a použita struktura spojení čtyř 1D elementů.



Obr. 4.9 Nejjednodušší 1D puklinová síť s různě zadanými OKP

Jak je z obrázku patrné jako počáteční okrajové podmínky byli v prvním případě zadány hodnoty tlaků na protilehlých a ve druhém na sousedních elementech modelu. Hodnoty počátečních OKP byly $p_1 = 10$ a $p_2 = 1$. Vlastní test spočíval ve zkoumání změny průtoku modelem při změně počtu elementů. Obrázek 4.10 znázorňuje síť o velikosti 5×5 elementů. Podmínkou však bylo zachování velikosti hydraulické vodivosti všech elementů v modelu na konstantní hodnotě $K = 1$ a zároveň nedocházelo ani ke změně celkové velikosti sítě. Velikost modelu byla zvolena 1×1 jednotka, tzn. že u sítě o více elementech došlo k jemnějšímu rozdělení modelu.

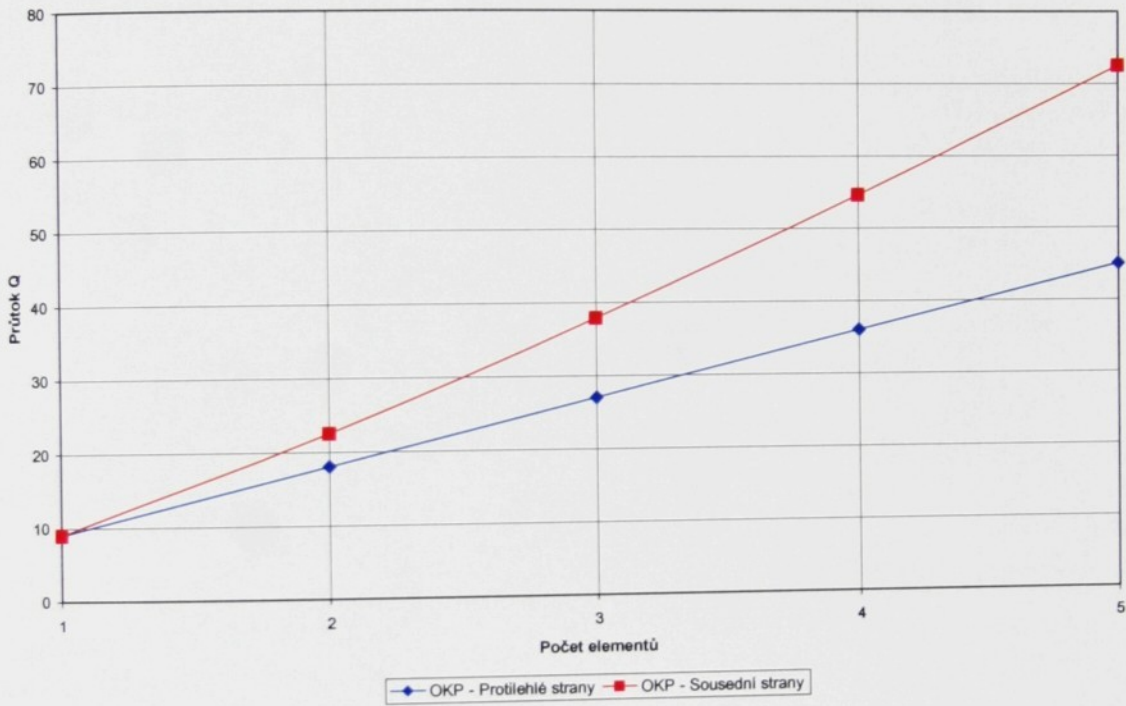


Obr. 4.10 1D puklinová síť 5×5 s OKP zadány na protilehlé stěny

Pro vytvoření všech modelů a výpočet přetoků pro jednotlivé případy byl použit program *Swallow*. Výsledné hodnoty pro oba typy počátečních okrajových podmínek jsou zobrazeny v tabulce 4.9 a následně závislosti vyneseny do grafu 4.1.

Počet elementů v síti	OKP na protilehlých stěnách	OKP na sousedních stěnách
	Průtok Q [m³/den]	Průtok Q [m³/den]
1x1	9	9
2x2	18	22,50225067
3x3	27	37,86207
4x4	36	54,61431503
5x5	45	72,50636673

Tab. 4.9 Hodnoty průtoků pro různě dělené 1D sítě a dva typy OKP



Graf 4.1 Závislost toku 1D puklinovou sítí na počtu elementů této sítě

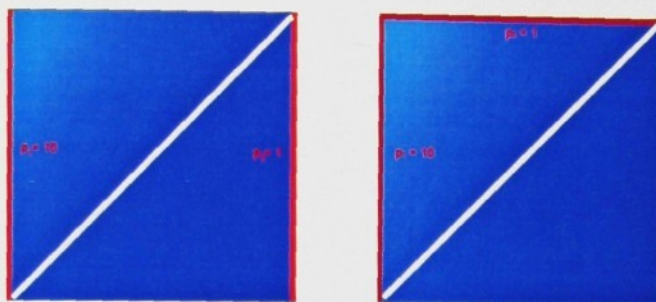
4.2.1.1 Závěr

Výsledná hodnota průtoků v síti je dána součty průtoků přes sobě odpovídající si uzly, což platí u obou případů zadaných okrajových podmínek. Výsledky testů ukázaly, že závislosti průtoků na změnách v počtu elementů sítě, při zachování jejich celkových rozměrů, jsou v případě okrajových podmínek na protilehlých stranách sítě lineární. Jsou-li okrajové podmínky zadány na sousední stěny sítě, je závislost nelineární – vlivem nehomogenity úlohy.

Tento test měl především potvrdit nebo vyvrátit správnou funkčnost programu *Swallow*. Vzhledem k tomu, že se dosažené hodnoty shodují s našimi předpoklady, lze potvrdit správnost výpočetního algoritmu programu.

4.2.2 TEST č.2 – Vlastnosti 2D porézního modelu

Podobně jako předchozí test měla úloha ověřit či vyvrátit známé znalosti závislosti průtoku na hydraulických parametrech prostředí. Tentokrát šlo však o 2D model charakterizující porézní prostředí. Výchozím modelem byla 2D síť o velikosti 1 x 1 jednotka se zadanými OKP na protilehlé nebo sousední stěny. Hodnota piezometrické výšky byla opět pro jednoduchost zadána $p_1 = 10$ a $p_2 = 1$.



Obr. 4.11 Nejjednodušší 2D porézní síť s různě zadanými OKP

V obou případech okrajových podmínek jsme opět rozšiřovali počet jednotlivých elementů testované sítě od 1 x 1 až na 10 x 10 při zachování konstantního rozměru modelu 1 x 1 jednotka. Úkolem bylo sledovat tok modely za různých podmínek. Pro jednotlivé počty elementů a pro dva druhy OKP byla měněna hydraulická propustnost modelu K_{2D} , která charakterizuje materiál a udává hydraulickou propustnost jednotlivými elementy. Pro výpočty byl použit program *Mixhyb*.

4.2.2.1 OKP zadány na protilehlé stěny

Průtok přes protilehlé stěny						
Počet elementů:		1x1	2x2	5x5	8x8	10x10
		Q [m ³ /den]	Q [m ³ /den]	Q [m ³ /den]	Q [m ³ /den]	Q [m ³ /den]
Průtok sítí:	K=0,1	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9
	K=1	9	9	9	9	9
	K=5	45	45	45	45	45
	K=10	90	90	90	90	90

Tab. 4.10 Průtoky 2D sítí s různým počtem elementů a hodnot propustnosti – OKP zadány na protilehlé stěny

Tabulka 4.10 uvádí hodnoty průtoků pro jednotlivé modelované situace a propustnosti K . Jak vyplývá z výsledků, při zadaných OKP na protější stěny modelu, nemá počet elementů, na který je síť rozčleněna, na výsledný průtok žádný vliv.

4.2.2.2 OKP zadány na sousední stěny

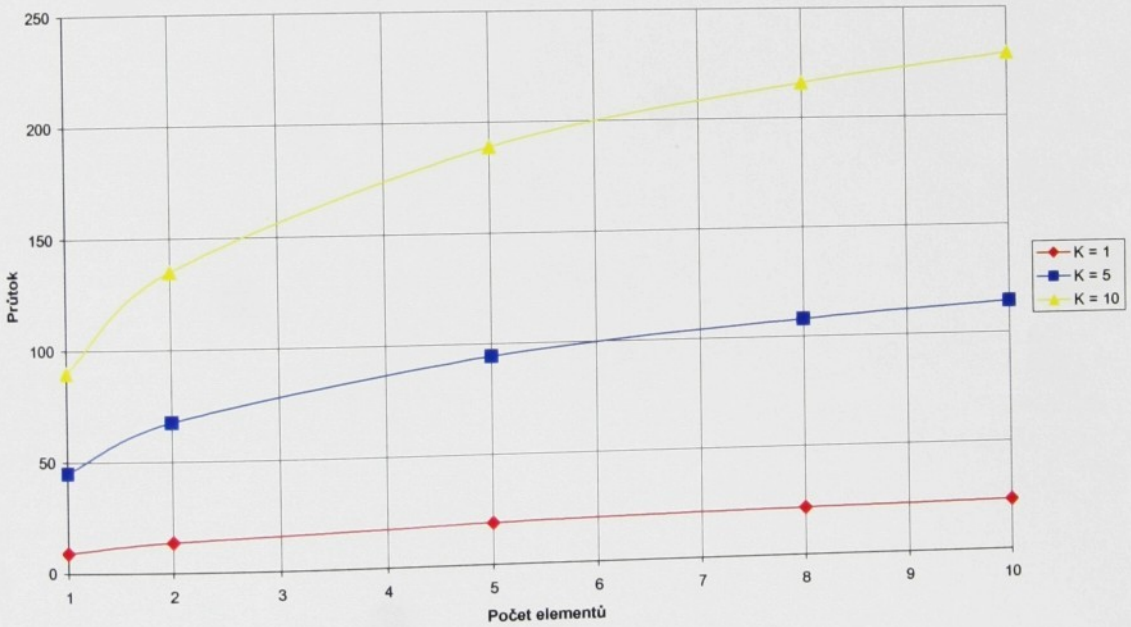
Závislosti průtoku na jednotlivých změnách v testovaném modelu při okrajových podmínkách na sousedních stěnách uvádí tabulka 4.11.

Průtok přes sousední stěny						
Počet elementů:		1x1	2x2	5x5	8x8	10x10
		Q [m ³ /den]	Q [m ³ /den]	Q [m ³ /den]	Q [m ³ /den]	Q [m ³ /den]
Průtok sítí:	K=0,1	0,9	1,35	1,889552	2,160336	2,288528
	K=1	9	13,5	18,89552	21,603358	22,885276
	K=5	45	67,5	94,4776	108,016788	114,426381
	K=10	90	135	188,955199	216,033575	228,852762

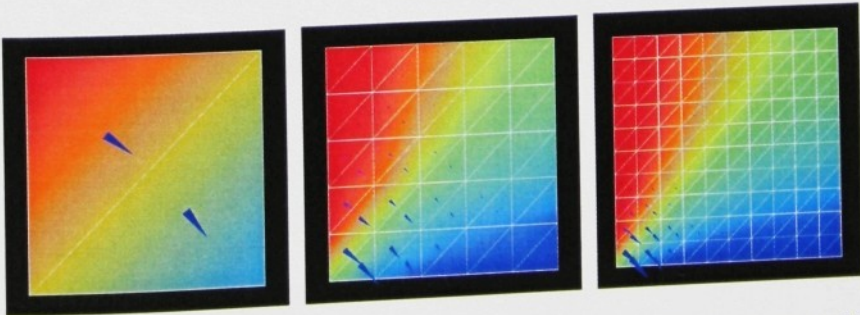
Tab. 4.11 Průtoky 2D sítí s různým počtem elementů a hodnot propustnosti – OKP zadány na sousední stěny

Situace zde není tak jednoduchá jako v případě prvního typu OKP. Při změnách počtu elementů se mění tok sítí. Závislost je pro lepší názornost znázorněna pro jednotlivé koeficienty propustnosti K v grafu 4.2.

Závislost průtoku sítí na počtu elementů



Graf 4.2 Závislost toku 2D sítí na počtu elementů a propustnosti při OKP zadáných na sousední stěny



Obr. 4.12 Rozložení tlaků ve shodně velkých 2D sítích při různém počtu elementů

Předchozí obrázek 4.12 charakterizuje nehomogenitu úlohy proudění modelem při okrajových podmínkách zadanych na sousední strany sítě. Počet elementů tvořící síť zde hraje velkou roli, neboť čím více jich je, tím menší plochu tvoří a tato plocha se bezprostředně podílí na toku. U sítě 1x1 element se na toku podílí oba elementy, což znamená že i celá plocha modelu. U sítě 10x10 element se na toku podílí jen nepatrná část elementů, čímž je podstatně snížena plocha porézního materiálu kladoucího odpor proudění látky. Z toho potom vyplívají vyšší průtoky u modelů s větším počtem elementů.

4.2.2.3 Závěr

Pro úlohu z okrajovými podmínkami na protilehlých stěnách sítě potvrdily výsledky známé předpoklady. Počet elementů nemá vliv na celkový tok sítě při jejích konstantních rozměrech. Co se týká změny toku při změnách propustnosti elementů, výsledkem je lineární závislost, která se rovněž předpokládala.

V druhém případě OKP, tzn. zadanych na sousedních stěnách modelu, se průtok změnil. Tato změna je dána nehomogenitou úlohy a neznáčí že by výsledky byly chybné. Závislost toku na počtu elementů je, podobně jako u 1D puklinového modelu, nelineární. Závislost na hodnotách propustnosti je stejná jako v prvním případě OKP, to znamená lineární.

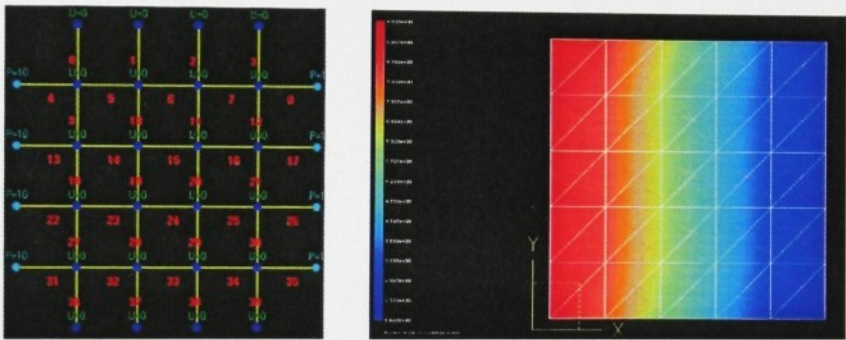
4.2.3 TEST č.3 – Spojitost hydraulických parametrů 1D a 2D modelu

Úkolem tohoto testu bylo zjistit jaké jsou možné závislosti mezi 1D modelem puklinového a 2D modelem porézního prostředí a zda vůbec nějaká závislost existuje. Spojení obou modelů je možné díky tzv. hydraulickým parametrům obou prostředí, které charakterizují vlastnosti materiálu (látky).

Výchozími modely byly 1D a 2D síť o 5 x 5 elementech a velikosti 1 x 1 jednotka s OKP zadanými na protilehlých resp. na sousedních stěnách. Hodnoty okrajových podmínek byly jako v předchozích případech $p_1 = 10$ a $p_2 = 1$.

Postup testu byl tedy následující :

- Vytvoření jednoduchých 1D a 2D modelů (Obrázek.4.12)



Obr. 4.13 Ekvivalentní 1D puklinová a 2D porézní síť rozměrů 5x5 elementů

- Provedení výpočtů na 1D modelu pomocí programu *Swallow*. U modelu $K = 1$
- Výpočet celkového toku přes 1D model – součet toků na všech protilehlých nebo sousedních elementech (Podle zadaných OKP)
- Nastavení hodnoty K_{2D} u 2D modelu tak, aby byl výsledný tok shodný s tokem u 1D modelu. Výpočet byl proveden programem *Mixhyb*
- Případné znázornění výsledků pomocí programu *Gmsh*

Výsledky pro OKP zadané na protilehlých stěnách modelů:

Průtok přes protilehlé stěny K=1			K _{2D}		Q [m ³ /den]
	Q elementy	Qcelk [m ³ /den]			
U8	0,36	1,44	1	9	
U17	0,36		2	18	
U26	0,36		3	27	
U35	0,36		4	36	
			5	45	
			0,16	1,44	

Tab. 4.12 Výsledky toků modely při OKP zadaných na protilehlých stěnách, K_{2D} porézního modelu pro shodný tok 1D a 2D modelem

Výsledky pro OKP zadané na sousedních stěnách modelů:

Průtok přes sousední stěny		
K=1		
	Q elementy	Qcelk [m³/den]
U0	0,90	2,18
U1	0,55	
U2	0,40	
U3	0,34	

K _{2D}	Q [m³/den]
1	18,90
2	37,79
3	56,69
4	75,58
5	94,48
0,115371	2,18

Tab. 4.13 Výsledky toků modely při OKP zadáných na sousedních stěnách, K_{2D} porézního modelu pro shodný tok 1D a 2D modelem

4.2.3.1 Závěr

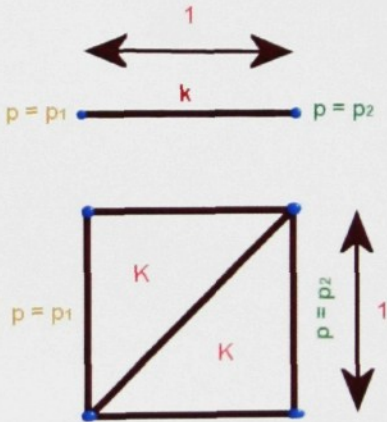
Experimentálně bylo tedy zjištěno, že souvislost mezi hydraulickými parametry obou prostředí existuje. Jsme proto schopni, jak test ukázal, kalibrací modelu pro určitou situaci nalézt pro hodnotu **K** u 1D prostředí ekvivalentní parametr K_{2D} u 2D prostředí tak, aby výsledný průtok modely byl shodný.

4.2.4 TEST č.4 – Nahrazení 1D modelu jednoduchým 2D modelem o stejných vlastnostech

V podstatě lze říci že se jedná o úlohu vycházející z předchozího testu. Pokračujeme tedy v hledání ekvivalentních hydraulických parametrů obou prostředí. Tentokrát však už hledáme konkrétní závislosti, které bychom mohli popsat nějakým matematickým vzorcem. Test je rozdělen na několik částí postupně popsanych v následujícím textu. Samozřejmě jsou úlohy seřazeny do posloupnosti dané jejich složitostí, z čehož plyne že výsledky úlohy předcházející jsou použity jako zdroj poznatků a vstupních parametrů pro úlohu složitější.

4.2.4.1 1D prvek konstantní délky $l = 1$ o jednom elementu

Pro tento test byly použity dva modely. 1D model který představoval jednoduchý liniový element o délce $l = 1$ a 2D model vytvořený jako čtverec, o hranách velikosti rovněž $l = 1$, rozdělený na dva trojúhelníkové elementy. Zadány byly shodné OKP hodnot piezometrických výšek $p_1 = 10$ a $p_2 = 1$. Změnami hydraulických parametrů – hydraulické vodivosti – u obou modelů jsme sledovali změny toku přes modely. Výpočty byly prováděny pomocí programu *Swallow* pro 1D prvek, resp. programem *Mixhyb* pro 2D model. Cílem bylo nalézt závislost hodnot přetoků právě na koeficientech hydraulické vodivosti. Výsledky jsou znázorněny v tabulce 4.14.



Obr. 4.14 1D liniový element a 2D porézní model o velikosti 1x1

1D prvek		2D model	
K	Q [m ³ /den]	K _{2D}	Q [m ³ /den]
1	9	1	9
2	18	2	18
3	27	3	27
4	36	4	36
5	45	5	45
6	54	6	54
7	63	7	63
8	72	8	72
9	81	9	81
10	90	10	90

Tab. 4.14 Hodnoty průtoků 1D a 2D modelem při různých hodnotách K

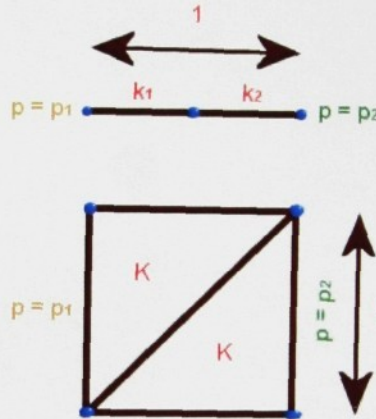
Jak z výsledků testu vyplívá, jednoznačně existuje závislost kterou můžeme popsat vztahem:

$$\mathbf{K} = \begin{pmatrix} K_{2D} & 0 \\ 0 & K_{2D} \end{pmatrix} \quad K_{2D} = c.K \Rightarrow c = 1$$

Tzn. našli jsme konstantu c , pomocí níž jsme schopni „nakalibrovat“ hydraulickou propustnost modelu porézního prostředí tak, aby průtok tímto modelem byl shodný s průtokem 1D puklinovým modelem.

4.2.4.2 1D prvek konstantní délky $l = 1$ o dvou elementech

Test probíhal shodně jako předchozí úloha s tím rozdílem, že 1D prvek byl, při zachování jeho konstantní délky $l = 1$, rozdělen na dva stejně velké elementy, tzn. byl „rozpůlen“ (obrázek 4.15). Samozřejmě docházelo při testu ke změnám hodnoty $\mathbf{K}$ obou elementů v 1D modelu a hledání souvislostí s 2D modelem jako v předchozím případě. Hodnoty OKP zůstaly shodné.



Obr. 4.15 „Rozpůlený“ 1D liniový element a 2D porézní model o velikosti 1×1

Výsledky pro několik příkladů různých kombinací hydraulické vodivosti K_1 a K_2 1D prvku jsou zobrazeny v tabulce 4.15.

1D prvek			2D model	
K_1	K_2	$Q \text{ [m}^3\text{/den]}$	K_{2D}	$Q \text{ [m}^3\text{/den]}$
0,5	4,5	14,73	1,637	14,73
1	2	12	1,333	12
2	1	12	1,333	12
1	3	13,5	1,5	13,5
1	4	14,4	1,6	14,4
2	2	18	2	18
3,5	1,5	18,9	2,1	18,9
2	3	21,6	2,4	21,6
3	2	21,6	2,4	21,6
2,5	2,5	22,5	2,5	22,5

Tab. 4.15 Hodnoty průtoků 1D modelem o 2 členech konstantní délky a 2D modelem velikosti 1×1

Při vyhodnocování výsledků bylo použito znalostí z oboru elektrotechniky, konkrétně se jednalo o výpočet celkové hodnoty odporu při různých zapojeních rezistorů v obvodu. Tato úloha – sériové řazení 1D elementů o různých koeficientech propustnosti – je ekvivalentní k úloze sériového řazení rezistorů. Výsledný odpor pro toto řazení lze vypočítat podle vztahu:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n} \quad \text{pro 2 hodnoty odporů: } R = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

Tyto znalosti a vzorce byly použity pro sestavení vztahu, který charakterizoval závislosti hydraulických parametrů mezi 1D a 2D prvky. Samozřejmě byly vzaty v potaz i výsledky z předchozího testu. Výsledkem byl vzorec pro **K**:

$$K_{2D} = \frac{K_1 \cdot K_2}{(K_1 + K_2) l_e}$$

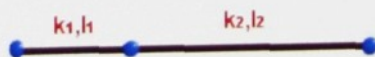
Kde: l_e ...délka elementu

Vzorec byl experimentálně ověřen a platí, podmínkou však je stejná délka obou elementů v 1D prvku l_e .

4.2.4.3 Obecný 1D prvek délky l o n elementech délek l_e

Nyní bylo úkolem využít znalostí výsledků z předchozích dvou úloh a sestavit vzorec pro obecný 1D prvek o n počtu elementů náhodných velikostí l_e a hydraulických propustností K_e . Sestavit vzorec pro stejně dlouhé elementy o různých hodnotách **K** nebyl problém, stačilo využít ekvivalentního vzorce pro výpočet sériového řazení rezistorů. Neexistovalo však žádné ekvivalentní řešení s rezistory co se týkalo velikostí délek jednotlivých elementů 1D prvků.

Pro zjednodušení jsme tedy opět pracovali na modelu 1D prvku jen o dvou elementech (obrázek 4.16) s tím, že až dosáhneme požadovaných výsledků, bude problém snadno rozšiřitelný i pro prvky o více elementech. Pomocí výpočetního programu *Swallow* jsme získali hodnoty přetoků přes 1D prvky o dvou elementech různých délek a hydraulických vodivostí. Dalším krokem bylo hledání souvislostí mezi již známými vzorci a změnami délek jednotlivých elementů.



Obr. 4.16 Liniový 1D prvek o dvou elementech různé délky a propustnosti

Z výsledných hodnot (tabulka 4.16) byl určen konečný vztah pro hodnotu hydraulického parametru propustnosti K_{2D} pro 2D prostředí.

$$K_{2D} = \frac{K_1 \cdot K_2}{K_1 l_2 + K_2 l_1}$$

1D prvek				
l_1	l_2	K_1	K_2	$Q \text{ [m}^3/\text{den]}$
0,8	0,6	1	2	8,18182
0,6	0,4	2,5	1	14,0625
1,2	2,2	3	2	6
2	0,2	1,2	5	5,27344
1,8	6	3	8	6,66667

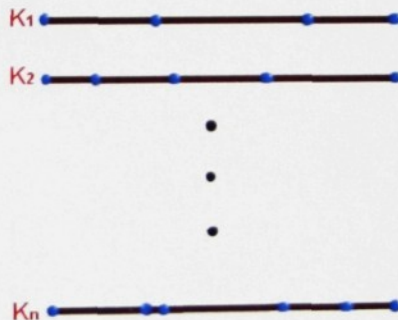
Tab. 4.16 Hodnoty toků pro liniové prvky o dvou členech různé délky a propustnosti

Jak se předpokládalo z tohoto vzorce už nebyl problém vytvořit vztah pro jakýkoliv 1D prvek tvořený za sebou řazenými elementy. Tento vzorec, zapsaný ve tvaru pro n elementů délek l_e a hydraulických vodivostí K_e , vypadá takto:

$$\frac{1}{K_{2D}} = \left(\frac{l_1}{K_1} + \frac{l_2}{K_2} + K + \frac{l_n}{K_n} \right) \Rightarrow K_{2D} = \frac{1}{\left(\frac{l_1}{K_1} + \frac{l_2}{K_2} + K + \frac{l_n}{K_n} \right)}$$

4.2.4.4 1D prvek – Trubice

Tento test měl prokázat jakým způsobem funguje paralelní spojování elementů v 1D prvku. Zda existuje, obdobně jako u sériového spojení elementů, ekvivalence s elektrotechnikou. Testované 1D prvky byly prvky z předchozího testu, tzn. sériově spojené elementy o různých délkách a hydraulických vodivostech. V modelu jich bylo však více navzájem nepropojených umístěných nad sebou, čímž tvořily jakési „trubice“. (obrázek 4.17)



Obr. 4.17 1D liniové prvky umístěné nad sebou - trubice

Ze znalosti vzorce z předchozího testu jsme samozřejmě schopni určit jednotlivá K_{2D} pro každou trubici zvlášť.

Podle předpokladu se potvrdilo, že pro takovou polohu trubice můžeme k výpočtu použít ekvivalentní vzorec pro výpočet celkového odporu při paralelním řazení rezistorů. Výsledný průtok takto tvořených 1D prvků se spočítal jednoduše jako součet průtoků na každém z nich.

Vzorec tedy vypadá takto:

$$K_{2D} = K_1 + K_2 + K_3 + K_n$$

Výsledky přetoků pro konkrétní případ třech trubíc s různými elementy různých délek a propustností jsou znázorněny v tabulce včetně výsledného přetoku. Hodnoty jsou vypočtené pomocí programu *Swallow*.

	1D prvek												Q [m ³ /den]
	l ₁	l ₂	l ₃	l ₄	l ₅	l ₆	k ₁	k ₂	k ₃	k ₄	k ₅	k ₆	
Trubice 1	1,7	0,6	1,2	2,5	0,2	1,8	1	2	3	4	4	3	2,44898
Trubice 2	3	1,5	1,8	0,4	0,7	0,6	2	1	5	6	3	4	2,36220
Trubice 3	0,6	1,3	1,2	3	0,1	1,8	8	1	2	5	3	3	2,80519
													7,62

Tab. 4.17 Výsledné toky jednotlivými trubicemi při různých délkách a propustnostech prvků

Podle vzorců z předchozího testu jsme získali hodnoty $K_{2D(1...3)}$ pro jednotlivé trubice. Jejich součtem je pak výsledná hodnota hydraulické propustnosti K_{2D} , která je vstupní hodnotou pro 2D prvek a program *Mixhyb*. Přetok přes jednoduchý 2D prvek s touto hodnotou hydraulické propustnosti je pak shodný s tokem přes skupinu 1D prvků – trubic.

	2D prvek		
	$K_{2D(1...3)}$	K_{2D}	Q [m ³ /den]
Trubice 1	0,27211	0,85	7,62
Trubice 2	0,26247		
Trubice 3	0,31169		

Tab. 4.18 Tok systémem trubic

4.2.4.5 Závěr

Výsledky testů na jednoduchých modelech prokázaly vzájemné závislosti hydraulických parametru 1D a 2D prostředí. Nalezení vzorců, které tyto závislosti popisují, ukazuje že se nejedná o závislosti náhodné. Příkladem je zcela jistě podobnost nalezených vztahů se známými vzorci z elektrotechniky pro výpočty celkového odporu při různých zapojeních rezistorů.

5 ZÁVĚR

V závěrečné kapitole provedeme celkové vyhodnocení testů a pokusíme se nastínit praktické uplatnění získaných výsledků - stanovíme meze použitelnosti zkoumaných modelů. Nakonec uvedeme možné směry pokračování této práce a nastíníme možnosti dalšího vývoje přístupů identifikace hydraulických parametrů.

5.1 Vyhodnocení – dosažené výsledky

Součástí práce byly i testy, které měly ověřit funkčnost použitých programů. Výsledky se shodují s analytickým řešením nebo odpovídají očekávaným hodnotám. Tudíž lze předpokládat korektní funkci použitého softwaru.

Nejdůležitější částí této práce byly testy na numerických modelech, pomocí nichž jsme měli dosáhnout identifikace ekvivalentních hydraulických parametrů puklinového a porézního prostředí. Výsledky jednotlivých úloh se podstatně liší (hodnoty zůstávají ve stejném řádu) v důsledku chyby vzniklé při uvažování celé oblasti s OKP zadanými na hranici a také vlivem nejednoznačnosti zadání okrajových podmínek, které mají na samotnou identifikaci tenzoru propustnosti velký vliv. Přesto bylo dosaženo výsledků, kdy byl identifikován hydraulický parametr, při jehož použití se výsledné hodnoty toků puklinovým a porézním modelem výrazně blížily.

Poslední testovací úlohy jasně ověřily závislosti mezi oběma modely. Byl nalezen matematický vztah, popisující přechod mezi hydraulickými parametry jednoduchého puklinového a porézního modelu. Zřejmá je ekvivalence s elektrotechnikou, konkrétně se vztahy pro výpočet sériového a paralelního řazení rezistorů.

5.2 Meze použitelnosti

Při dosažení „rozumných“ výsledků, což znamená že nalezneme hydraulický parametr s jehož použitím jsme schopni jednoduchý model nehomogenního puklinového prostředí nahradit homogenním porézním modelem o stejných vlastnostech, můžeme problém rozšířit i do daleko větších rozměrů. Tzn. bylo by možné větší puklinovou oblast, pro niž jsou výpočty velice složité, nahradit homogenním porézním oblastí. Čehož by se dalo využít k vyhodnocování dějů v reálných horninových masivech.

5.3 Možnosti dalšího vývoje

Možnosti dalšího rozšíření vidíme především v nalezení přesnější metody identifikace, kdy by se v úvahu brala jen určitá část oblasti, tzn. bez hranice se zadanými okrajovými podmínkami, které negativně ovlivňují hodnotu výsledného identifikovaného parametru hydraulické propustnosti.

Dalším případným rozšířením by byl přechod do třidimenzionálního prostoru.

Použitá Literatura

- [1] **Maryška J. , Severýn O. , Vohralík M.:**
Numerical simulation of the fracture flow with a mixed-hybrid FEM stochastic discrete fracture network model
Submitted for publication in Computational Geosciences, 2002.
- [2] **Maryška J. , Severýn O. , Vohralík M.:**
Mixed-hybrid FEM on a system of polygons: application to a discrete fracture network model
Submitted for publication in Journal of Computational and Applied Mathematics, 2002
- [3] **Severýn O.:**
Model filtračního proudění podzemní vody založený na smíšené hybridní formulaci
Diplomová práce, TU Liberec, 1997
- [4] **Severýn O.:**
Model proudění a transportu látek v puklinovém prostředí.
Disertační práce, TU Liberec, 2002
- [5] **Hokr M. , Novák J.:**
Transportní procesy v porézním prostředí – fyzikální popis
Učební text – Transportní procesy, TU Liberec 2003
- [6] **Štramberk K.:**
Modelování migračních procesů v životním prostředí
ČVUT, Praha, 1996
- [7] **Bear J.:**
Modelling flow and contaminant transport in fractured rocks
USA, Academic Press, Inc., 1993
- [8] **Long J.C.S., Remer J.S., Wilson C.R., Witherspoon P.A.:**
Porous mediaequivalents for network of discontinuaous fractures
Water Resources Research 18, 645-658, 1982
- [9] **Vohralík M.:**
MH model proudění v puklinovém prostředí
Diplomová práce, FJFI, ČVUT, Praha, 2000