

Technická univerzita v Liberci

Fakulta strojní

Katedra technické kybernetiky

Doc. Ing. Miroslav Olehla, CSc.

IDENTIFIKACE TECHNOLOGICKÝCH SOUSTAV

Habilitační práce



UNIVERZITNÍ KNIHOVNA
TECHNICKÉ UNIVERZITY V LIBERCI



3146071432

Liberec 1995

TECHNICKÁ UNIVERZITA V LIBERCI
Univerzitní knihovna
Voroněžská 1329, Liberec 1
PSČ 461 17

U 300-5

Obsah

Seznam základních symbolů	4
Úvod	5
1. Identifikace dynamických soustav	6
1.1 Metody prvotního zpracování	8
2. Určení modelu pro determinovaný vstupní signál	13
2.1 Určení souřadnic přechodové charakteristiky	13
2.2 Určení souřadnic impulzní charakteristiky	17
2.3 Určení frekvenční charakteristiky	18
2.4 Aproximace přechodových charakteristik	20
3. Určení modelu pro obecný vstupní signál	22
3.1 Určení souřadnic impulzní charakteristiky	22
3.2 Určení souřadnic přechodové charakteristiky	30
3.3 Určení koeficientů diferenční rovnice	34
3.3.1 Struktura modelů	34
3.3.2 Úprava modelů k řešení	36
3.3.3 Metody výpočtů	40
3.3.4 Vliv poruch	53
3.3.5 Stanovení struktury optimálního filtru	60
3.3.6 Test pro určení řádu modelu	68
4. Statistické metody využívající korelační funkce a výkonovou spektrální hustotu	77
4.1 Výpočet impulzní charakteristiky pomocí korelačních funkcí	77
4.2 Výpočet frekvenční charakteristiky pomocí výkonové spektrální hustoty	82
5. Aplikace metod identifikace pro výpočet modelu hydrogeologických podmínek	86
5.1 Model vlivu roztoku - reakce	86
5.2 Model hladina jezera - hladina kontrolních vrtů	88
5.3 Model vlivu Cenoman-Turon	89
6. Závěr	92
Příloha 1 Seznam sestavených programů	94
Příloha 2 Matematické řešení regresního modelu	99
Příloha 3 Generování pseudonáhodného signálu	107
Příloha 4 Seznam publikací	113
Literatura	120



Seznam základních symbolů

α	hladina významnosti
$u(k), x(k), y(k)$	hodnoty získané měřením
$n_2(k), n_3(k), n_4(k)$	poruchy
$z(k)$	bílý šum
$n(k)$	obecný šum
$e(k)$	reziduální odchylka
a, b, c, d, f	koeficienty přenosu
$A(z^{-1}), B(z^{-1}), \dots$	polynomy přenosu
$g(k)$	souřadnice impulzní charakteristiky
$d(k)$	koeficienty trendu (u impulzní charakteristiky)
$f(k)$	souřadnice přechodové charakteristiky
ω	úhlová frekvence
φ	fáze
$\varepsilon(k), w(k), \varphi(k), w(k)$	pomocné proměnné
$\hat{x}(k), \hat{y}(k)$	odhady hodnot $x(k), y(k)$
λ	úroveň šumu/užitečný signál nebo pravděpodobnost přepnutí generátoru
Q_v, F_v, t_v	vypočtené hodnoty pro statistické testy
s^2	odhad rozptylu σ^2
$R_u(t)$ resp. $R_{uu}(t)$	autokorelační funkce
$R_{ux}(t)$	vzájemná korelační funkce
$S_{ux}(\omega)$	výkonová spektrální hustota
Δt	interval vzorkování



Úvod

V předkládané práci jsou uvedeny možnosti identifikace dynamických soustav. Jsou teoreticky odvozeny a pomocí simulovaných dat potvrzeny různé vlivy na přesnost získaného modelu. Získané teoretické závěry jsou aplikovány při stanovení modelu hydrogeologických podmínek pro DIAMO - Těžba a úprava uranu.

Zpráva je rozdělena na kapitoly a články. Vztahy a obrázky jsou v každém článku označeny pořadovým číslem, čímž se zjednodušuje způsob odvolání na odpovídající vztahy a obrázky.

Seznam programů spustitelných v prostředí Microsoft Works 3.0 vypracovaných v jazyce Turbo Pascal 7.0 je uveden v příloze 1.



1. Identifikace dynamických soustav

Identifikací soustav se zde rozumí zjištění vlastností těchto soustav. Výsledkem identifikace jsou obvykle statické a dynamické charakteristiky soustav, matematický či logický popis chování soustavy apod. Výsledky pak slouží pro odhad chování soustavy za daných podmínek, pro řešení problémů optimálního řízení, atd. Na základě výsledků identifikace je možno stanovit model soustav a celých zařízení (fyzikální či matematický model) a řešit potřebné problémy mimo vlastní zařízení. Je možno vyzkoušet všechny varianty procesu bez nákladného a často i nebezpečného experimentování a vybrat z hlediska technického a ekonomického nejvýhodnější variantu řešení. Například návrh vhodného regulátoru a správné nastavení jeho parametrů závisí od chování regulované soustavy. Předběžné určení chování na základě výpočtu a konstrukčních a projektových dat nebývá pro účely optimalizace dostatečně přesné, a proto je nutné zjistit vlastnosti soustavy přesněji identifikací.

Identifikace má obsahovou příbuznost se simulací. Při simulaci vycházíme často z formálního systému, získaného analýzou objektu při uplatňování hlediska určeného účelem, pro který zkoumání objektu vykonáváme. S tím potom experimentujeme, abychom prozkoumali jeho vlastnosti za různých podmínek okolí. Naproti tomu při identifikaci řešíme úlohu definovat systém, tj. vytvořit model, případně již definovaný systém objektu řešit dvěma způsoby:

- a) analyticky, fyzikálně-matematickou analýzou objektu,
- b) experimentálně, na základě experimentálně získaných údajů z procesu.

Při analýze reálných procesů vycházíme pro sestavení jejich matematického popisu ze známých fyzikálních a chemických zákonů. Pro složité objekty je však použití této metody obtížné a vhodnější je určení modelu procesu experimentálně. Při aplikaci tohoto způsobu narážíme často na problémy, jejichž překonání vyžaduje zavedení řady předpokladů. Tyto předpoklady řešení lze zavést jen na základě nějakých znalostí o zkoumání procesu - tzn. apriorních znalostí, které lze získat často analýzou zkoumaného procesu.



K základním metodickým problémům identifikace patří:

- a) Klasifikace objektů z hlediska identifikace a klasifikace identifikačních metod z hlediska jejich aplikovatelnosti,
- b) volba a vytvoření identifikačních metod,
- c) plánování experimentu, tj.
 - volba a generování testovacích signálů,
 - určení intervalu vzorkování a kvantování signálů,
 - volba optimálního počtu experimentálních vzorků,
 - vymezení platnosti modelu,
- d) metody prvotního zpracování údajů
 - filtrace údajů,
 - korekce údajů,
 - komprese údajů, atd.

Experimentální identifikace

Hlavní charakteristikou přístupu k této metodě identifikace je, že se vychází z údajů získaných o procesu v průběhu jeho pozorování, resp. experimentování. Model procesu je tedy určen na základě souboru vstupních a jim odpovídajících výstupních údajů o procesu.

Vstupní signály při identifikaci mohou být:

- a) deterministické aperiodické a periodické,
- b) náhodné signály (stacionární, ergodické, nestacionární, neergodické),
- c) pseudonáhodné signály dvouúrovňové či víceúrovňové.

Experimentální metody dělíme do dvou skupin:

- a) deterministické, které zanedbávají vliv poruchových signálů. K výpočtu například impulzní charakteristiky či diferenční rovnice se využívá jen tolika údajů o vstupu a výstupu, kolik je hledaných parametrů,
- b) statistické, umožňující kvalitativní zhodnocení chyb podle statistických hledisek.



Při statistickém přístupu chápeme parametry například přenosu nebo souřadnice například impulzní charakteristiky, jako neznámé konstanty a úkolem je nalézt jejich odhady.

Identifikace deterministických soustav se provádí jednorázově a je použitelná jen u soustav, kde nedochází ke změnám parametrů procesu v čase. V případě, že se projevuje i vliv náhodných veličin, provádí se identifikace buď off-line (dávkově), nebo on-line (průběžně). V prvním případě je možno k zaznamenání vstupu a výstupu použít zapisovačů, měřících ústředěn či počítačů, vlastní vyhodnocení však probíhá v jiném čase na počítači. On-line metoda vyhodnocuje měření v reálném čase, vyžaduje řídicí počítač a používá se především u soustav s proměnlivými parametry, kdy změna vnitřních či vnějších podmínek má vliv na změnu modelu. V dalším výkladu se zaměříme na identifikace jednorozměrových lineárních soustav (SISO) se soustředěnými parametry.

1.1 Metody prvotního zpracování

Převod spojitě realizace náhodného procesu na číselné údaje se děje vzorkováním a kvantováním. Přitom může docházet k chybám, takže získané číselné údaje nemusí poskytovat přesné informace o zkoumaném procesu. Vhodnou volbou intervalu mezi okamžiky vzorkování (perioda vzorkování, neboli interval vzorkování) a dále rozpětím úrovní kvantování lze tyto chyby zmenšit na zanedbatelnou hodnotu. Vyjádření hodnoty spojitě veličiny číslem o konečném počtu míst znamená náhradu intervalu, v němž spojitá veličina může nabývat nekonečně mnoha hodnot, konečným počtem diskrétních úrovní. Obdobná chyba může vzniknout převodem z jedné číselné soustavy do druhé buď v převodníku či při zobrazení ve slově počítače.

Kontrola odchýlených měření

Častým způsobem je nakreslení průběhu získaných měření a jejich vizuální



kontrola. V tomto případě dostáváme i dobrou představu o tvaru vstupních a výstupních signálů, atd. Vzhledem k časové náročnosti je však vhodné použít statistických testů extrémních odchylek.

Testy extrémních odchylek

Při experimentálních měřeních je při výpočtu často použito všech napozorovaných dat, tj. i těch, která jsou zatížena hrubou chybou. Aby bylo možno takovou naměřenou hodnotu ze souboru naměřených hodnot vyloučit, musí být její odchylka od ostatních zhodnocena statistickým testem, který se nazývá test extrémních odchylek. Používají se testy Grubbsonův-parametrický a Dixonův - neparametrický. Grubbsonův test můžeme použít jen v případě, že je splněn předpoklad normality základního souboru.

Dixonův test, který nevyžaduje splnění předpokladu normality, používá testovací kritérium, které je dáno vztahy (uvažujeme hodnoty vzestupně seřazené)

$$Q_n = \frac{e_n - e_{n-1}}{e_n - e_1} \quad \text{resp.} \quad Q_1 = \frac{e_2 - e_1}{e_n - e_1}.$$

Máme-li podezření, že největší prvek souboru e_n je zatížen hrubou chybou, použijeme k testu Q_n . Druhý vztah Q_1 je pro test nejmenší hodnoty e_1 .

Kritické hodnoty $Q_\alpha(n)$ pro hladinu významnosti α jsou uvedeny v následující tabulce.

n	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
$\alpha=0.05$	0.941	0.765	0.642	0.560	0.507	0.468	0.437	0.312	0.392	0.376	0.361	0.349	0.338	0.329
$\alpha=0.01$	0.968	0.889	0.780	0.698	0.637	0.590	0.555	0.527	0.502	0.482	0.465	0.450	0.438	0.426
n	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
$\alpha=0.05$	0.320	0.313	0.306	0.300	0.295	0.290	0.285	0.281	0.277	0.273	0.269	0.266	0.263	0.260
$\alpha=0.01$	0.416	0.407	0.398	0.391	0.384	0.378	0.372	0.367	0.362	0.357	0.353	0.349	0.345	0.341

Pro $Q_n > Q_\alpha(n)$, resp. $Q_1 > Q_\alpha(n)$ zamítáme nulovou hypotézu a testovaný prvek ze souboru vyloučíme. V praktických případech není nutné celou řadu



setřídít. Zřejmě je dostačující nalézt dva největší a dva nejmenší prvky, testovat nulovou hypotézu, v případě zamítnutí opravit či vyloučit prvek ze souboru.

Filtrování realizací

V případě, že data obsahují nízké frekvenční složky, je pro zvýšení přesnosti vhodné tyto složky odfiltrovat. Jednoduchý číslíkový postup je založen na výpočtu klouzavé střední hodnoty, kdy se pro změřené hodnoty provede výpočet středních hodnot dle vztahu

$$\bar{x}(k) = \frac{1}{2L+1} \sum_{j=k-L}^{k+L} x(j)$$

a při zpracování dat užijeme diskrétních hodnot, určených z rozdílu diskrétních naměřených hodnot a pohyblivé střední hodnoty.

Tato filtrace je rovnocenná použitím nízkofrekvenčního filtru s frekvencí propouštění dané vztahem

$$f_d = \frac{1}{2L \Delta t}.$$

Jiným filtrem, vhodnějším pro praktické použití je následující hanning filtr se stejnou frekvencí propouštění jako v předchozím případě.

Váhová funkce tohoto filtru je

$$g(k) = 0,5 \left(1 + \cos \frac{\pi k}{L} \right) \quad \text{pro} \quad |k| \leq L$$
$$= 0 \quad \text{pro} \quad |k| > L.$$

Filtrování se provádí dle vztahu



$$x^*(k) = x(k) - \frac{1}{2L+1} \sum_{j=-L}^L 0,5 \left(1 + \cos \frac{\pi j}{L} \right) x(k-j) . \quad (1.1-1)$$

Výhodou tohoto filtru je konečná délka váhové funkce a malé překrýtiny odpovídající spektrální funkce.

Lineární trend je možno odstranit rovněž pomocí následující metody. Předpokládejme obecně, že signál $x(n)$ obsahuje polynom K -tého stupně, tedy

$$x^*(n) = \sum_{k=0}^K b_k (n\Delta t)^k, \quad n = 1, 2, \dots, N, \quad (1.1-2)$$

pak platí

$$Q = \sum_{n=1}^N [x(n) - x^*(n)]^2 = \sum_{n=1}^N \left[x(n) - \sum_{k=0}^K b_k (n\Delta t)^k \right]^2 .$$

Minimalizací obdržíme např. pro lineární trend vztahy

$$b_0 = \frac{\sum_{n=1}^N (n\Delta t)^2 \sum_{n=1}^N x_i - \sum_{n=1}^N (n\Delta t) \sum_{n=1}^N (n\Delta t) x_i}{N \sum_{n=1}^N (n\Delta t)^2 - \sum_{n=1}^N (n\Delta t) \sum_{n=1}^N (n\Delta t)} \quad (1.1-3a)$$

$$b_1 = \frac{N \sum_{n=1}^N n\Delta t x_i - \sum_{n=1}^N (n\Delta t) \sum_{n=1}^N x_i}{N \sum_{n=1}^N (n\Delta t)^2 - \sum_{n=1}^N (n\Delta t) \sum_{n=1}^N (n\Delta t)} \quad (1.1-3b)$$

$$y(n) = x(n) - (b_0 + b_1(n\Delta t)) .$$

Koeficienty polynomu vyšších řádů lze získat obdobným způsobem. Pro průběžnou filtraci nelze použít uvedených metod a používají se proto následující filtry, které využívají pouze hodnoty již načtené



$$x^*(n) = \sum_{k=0}^M b(k)x(n-k) ; \quad n = 0, 1, \dots, N.$$

(1.1-4)

Tento filtr však nemá nulovou fázovou charakteristiku. Rekurzivní číslicový filtr využívající nejen vstupní, ale také hodnoty zfiltrované, má tvar

$$x^*(n) = \sum_{k=0}^L c_k x^*(n-k) + \sum_{k=1}^M b_k x(n-k).$$

(1.1-5)

V případě, že očekáváme poruchu - drift o nízké frekvenci, je vhodné rozšířit přímo řešené rovnice o koeficienty trendu a tím se současně vyhneme problému srovnání stupnic, viz. kapitola 3.1.



2. Identifikace dynamických soustav pomocí standardního vstupního signálu

U těchto metod se dynamické vlastnosti určují z odezvy na standardní signál, kterým může být pro daný účel vhodný a zvlášť generovaný signál. Podle tvaru vstupního signálu rozpoznáváme přechodovou, impulzní a frekvenční charakteristiku.

2.1 Určení souřadnic přechodové charakteristiky

Měření přechodových charakteristik je velmi často používaným prostředkem ke zjišťování dynamických vlastností soustavy. Měřením se zjišťuje odezva $y(t)$ soustavy při změně vstupního signálu $u(t)$ skokem známé velikosti. Před provedením změny vstupního signálu musí být soustava v ustáleném stavu. Vstupují-li do soustavy další signály $u_i(t)$, $i = 2, 3, \dots, K$, je třeba je udržovat po celou dobu měření na konstantní hodnotě. Je účelné měření několikrát opakovat a pro vyhodnocení dynamických vlastností soustavy používat průměrných hodnot, nebo provést vyhodnocení všech zdařilých měření a pak určit výsledné hodnoty přechodové charakteristiky. Při měření přechodových charakteristik se vystačí s jednoduchým měřicím zařízením a není nutný žádný generátor vstupních signálů. V případě výpočtu pomocí řídicího počítače je generování vstupních signálů snadné a výpočet lze provést rovněž pomocí některého z následujících vztahů.

Při výpočtu přechodové charakteristiky je možno použít při obecně nestejně velkých skokových změnách vstupní veličiny vztahu [33], [34]

$$f(l) = \frac{1}{M} \sum_{k=1}^M \frac{y(i,k)}{\Delta u(k)} \quad (2.1-1a)$$

resp.

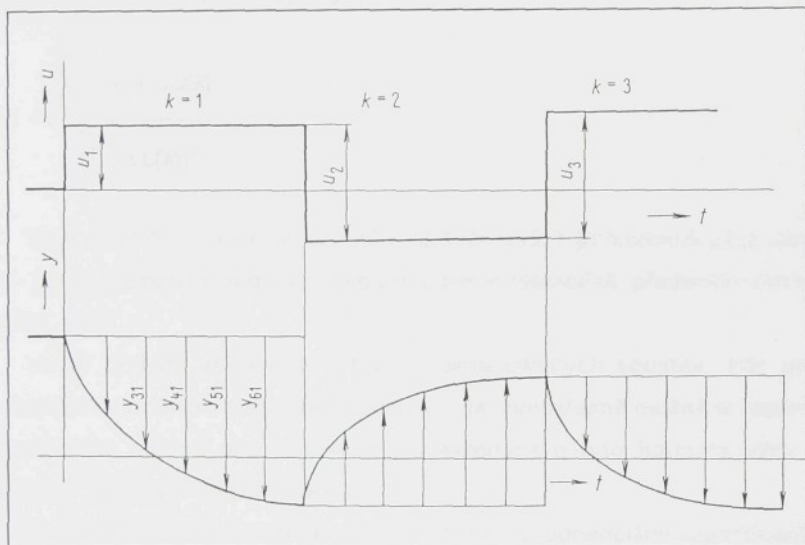


(2.1-1b)

$$f(i, k) = f(i, k-1) \frac{k-1}{k} + \frac{y(i, k)}{\Delta u(k)} \frac{1}{k}$$

nebo

$$f(i) = \frac{\sum_{k=1}^M \operatorname{sgn}(\Delta u(k)) y(i, k)}{\sum_{k=1}^M |\Delta u(k)|} \quad (2.1-2)$$



obr. 2.1-1

kde

- $f(i)$ je hodnota přechodové charakteristiky v čase $t = i\Delta t$,
 $\Delta u(k)$ skoková změna vstupního signálu při k -tém měření přechodové charakteristiky,
 $y(i, k)$ odezva výstupní veličiny soustavy v i -tém intervalu vzorkování při k -tém měření, $i = 0, 1, 2, \dots, N$
 M počet skokových změn a odpovídajících odezev,



N počet vzorků jednotlivých odezev na skokový signál.

Vztah (2.1-1a) lze z důvodů přesnosti použít jen pro přibližně stejná $\Delta u(k)$ a použití vztahu (2.1-2) je omezeno pro změny vstupní veličiny jen v rozsahu 1:2. Jestliže jsou rozsahy změn větší, pak je výhodné buď měření, která jsou menší než daný rozsah vypustit, nebo použít následujícího vztahu, odvozeného z podmínky minima kvadratických chyb

$$J_i = \sum_{k=1}^M (\Delta u(k) f(i) - y(i, k))^2 \rightarrow \min$$

$$\frac{\partial J_i}{\partial f(i)} = \sum_{k=1}^M 2 \Delta u(k) (\Delta u(k) f(i) - y(i, k)) = 0$$

$$f(i) = \frac{\sum_{k=1}^M y(i, k) \Delta u(k)}{\sum_{k=1}^M (\Delta u(k))^2} \quad (2.1-3)$$

Vztah (2.1-1a) má oproti vztahům (2.1-2) a (2.1-3) nejmenší přesnost, vztah (2.1-1b) se pro použití nedoporučuje vzhledem k nestabilitě, především pro rostoucí k , [34], [35].

Vztah (2.1-3) lze použít u tzv. deterministických soustav, kde prakticky nedochází ke změnám parametrů soustavy. Je samozřejmě možné si zapamatovat L posledních měření přechodových charakteristik a tyto hodnoty vždy změnit zvoleným váhovým koeficientem q .

Z důvodů úspory paměti je výhodné použít exponenciální zapomínání q , kde nová přechodová charakteristika se získá z nového měření a korekce starších přechodových charakteristik.

Z podmínky minima kvadrátu chyb platí pro j -tý krok měření

$$J_{ij} = \sum_{k=1}^j q^{k-1} (\Delta u(j+1-k) f(i, j) - y(i, j+1-k))^2 \rightarrow \min \quad (2.1-4)$$



a odtud vyplývá

$$f(i, j) = \frac{\sum_{k=1}^j q^{k-1} \Delta u(j+1-k) \gamma(i, j+1-k)}{\sum_{k=1}^j q^{k-1} (\Delta u(j+1-k))^2}.$$

Pak zřejmě platí

$$f(i, 1) = \frac{\Delta u(1) \gamma(i, 1)}{\Delta u^2(1)} \quad \text{pro } j=1$$

$$\begin{aligned} f(i, 2) &= \frac{q \Delta u(1) \gamma(i, 1) + \Delta u(2) \gamma(i, 2)}{q \Delta u^2(1) + \Delta u^2(2)} = \\ &= \frac{q \frac{\Delta u(1) \gamma(i, 1)}{\Delta u^2(1)} \Delta u^2(1) + \Delta u(2) \gamma(i, 2)}{q \Delta u^2(1) + \Delta u^2(2)} = \quad j=2 \\ &= \frac{q f(i, 1) S_1 + \Delta u(2) \gamma(i, 2)}{q S_1 + \Delta u^2(2)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(i, 3) &= \frac{q^2 \Delta u(1) \gamma(i, 1) + q \Delta u(2) \gamma(i, 2) + \Delta u(3) \gamma(i, 3)}{q^2 \Delta u^2(1) + q \Delta u^2(2) + \Delta u^2(3)} = \\ &= \frac{q \frac{q \Delta u(1) \gamma(i, 1) + \Delta u(2) \gamma(i, 2)}{q \Delta u^2(1) + \Delta u^2(2)} (q \Delta u^2(1) + \Delta u^2(2)) + \Delta u(3) \gamma(i, 3)}{q (q \Delta u^2(1) + \Delta u^2(2)) + \Delta u^2(3)} = \quad j=3 \\ &= \frac{q f(i, 2) S_2 + \Delta u(3)}{q S_2 + \Delta u^2(3)} \end{aligned}$$



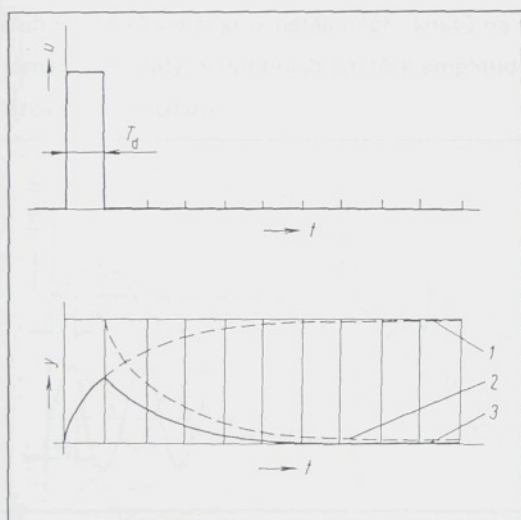
$$f(i, k) = \frac{q f(i, k-1) S_{k-1} + \Delta u(k) y(i, k)}{q S_{k-1} + \Delta u^2(k)} \quad \text{pro } j=k$$

$$S_k = q S_{k-1} + \Delta u^2(k); \quad S_0 = 0$$

Koeficient zapomínání q volíme 0 až 1. V případě volby $q=0$ se vyhodnocuje vždy jen poslední měření a ztrácíme tím všechna předchozí měření. Pro $q=1$ je rekurentní vztah (2.1-4) rovnocenný vztahu (2.1-3) a využívají se tedy všechny měření.

2.2 Určení souřadnic impulzní charakteristiky

Dalším používaným vstupním signálem je pravoúhlý impulz. Pod tímto pojmem rozumíme krátkodobou změnu vstupní veličiny konečné šířky (konečné doby trvání T_d). Tento impulz si můžeme představit jako dva po sobě následující skoky s



obr.2.2-1

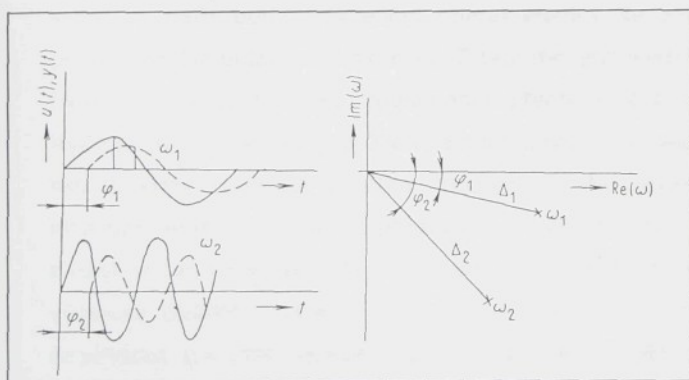


časovým odstupem T_d (viz. obr. 2.2-1).

Požadavky při měření jsou stejné jako při zjišťování odezvy na skok, metoda určení odezvy na impuls, i když je experimentálně náročnější, má přednost v tom, že zásah do provozu je při stejné výšce vstupního signálu podstatně menší. Při výpočtu impulzní charakteristiky lze použít vztahů (2.1-1) až (2.1-4), kdy skokové změny jsou nahrazeny impulzem a v uvedených vztazích Δu nahradíme u . Tato úprava však neplatí pro obecný vstupní signál.

2.3 Určení frekvenční charakteristiky

Měřením se určuje odezva soustavy na harmonicky proměnlivý vstupní signál konstantní amplitudy. Měření se opakuje s různými uhlovými frekvencemi vstupního signálu. Ty je nutno volit tak, abychom pokryli celé frekvenční pásmo harmonických kmitů, které zkoumaná soustava přenáší. U lineárních systémů je výstupní signál soustavy vždy téže frekvence jako vstupní signál, avšak s různou amplitudou a oproti vstupnímu signálu je fázově posunut. Pro každou zvolenou kruhovou frekvenci se z ustálených kmitů na vstupu a na výstupu soustavy určí poměr amplitudy výstupních kmitů k amplitudě vstupních kmitů $A(\omega)$ a příslušný fázový posun $\varphi(\omega)$.



obr. 2.3-1



Amplituda vstupního signálu se obvykle volí s ohledem na provoz zařízení, velikost šumu a linearitu soustavy. Provoz zařízení a chyby způsobené nelinearitou vyžadují, aby amplituda byla co nejmenší, naproti tomu snaha eliminovat poruchy vyžaduje, aby amplituda byla dostatečně velká.

Uvedená metoda určování frekvenční charakteristiky z harmonických signálů je časově i technicky náročná. Tento nedostatek lze zmírnit nahrazením harmonického signálu periodickými pravoúhlými impulsy s frekvencí $f_0 = \omega_0/2\pi$ a amplitudou A_0 . Rozložením tohoto signálu do Fourierovy řady obdržíme

$$u(t) = \frac{2A_0}{\pi} \left[\sin\omega_0 t + \frac{1}{3}\sin 3\omega_0 t + \frac{1}{5}\sin 5\omega_0 t + \dots \right].$$

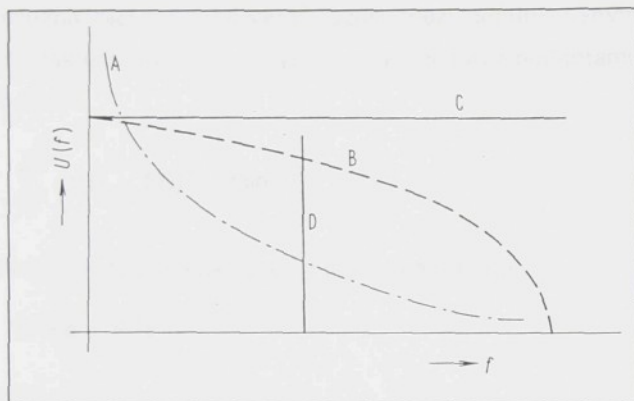
Odezvu na tento signál je možno rozložit do Fourierovy řady

$$y(t) = \frac{2A_\omega}{\pi} \left[A_1 \sin(\omega_0 t + \varphi_1) + \frac{A_3}{3} \sin(3\omega_0 t + \varphi_3) + \frac{A_5}{5} \sin(5\omega_0 t + \varphi_5) + \dots \right].$$

Porovnáním odpovídajících harmonických složek vstupního a výstupního signálu dostaneme pro $\omega_0, 3\omega_0, 5\omega_0, \dots$ hodnoty poměru amplitud $A_1, A_2, A_3, \dots$ amplitudové charakteristiky a hodnoty fází $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \dots$ fázové charakteristiky. Vzhledem k tomu, že hodnoty amplitud rychle klesají, využívají se jen první tři složky a další body frekvenční charakteristiky se získají dalším měřením s pravoúhlými impulsy jiné frekvence. Z teoretického hlediska je u lineární soustavy frekvenční charakteristika rovnocenná přechodové či impulzní charakteristice. Vyplývá to z teoretického průběhu amplitudového frekvenčního spektra impulsu a skoku, který obsahuje všechny frekvence. Pro skutečný průběh amplitudo-fázových spekter nám však, především pro skok, amplitudy s rostoucí frekvencí klesají na tak malé hodnoty, že vlivem nepřesnosti měření a vlivem poruch jsou výsledky získané v oblasti vyšších frekvencí nespolehlivé. Jistého zlepšení lze dosáhnout použitím impulsů speciálních tvarů, [28]. Nejdokonalejším, avšak prakticky nerealizovatelným signálem je impuls, jehož šířka se blíží k nule a jehož výška roste do nekonečna - Diracův impuls. Amplitudové frekvenční spektrum



tohoto impulzu má konstantní průběh, tzn. že amplitudy složek jsou pro všechny frekvence stejné.



- A skok
- B impulz
- C Diracův impulz
- D harmonický signál

obr.2.3-2

2.4 Aproximace přechodových charakteristik

Výsledkem získaným uvedenými deterministickými metodami je naměřená přechodová charakteristika, impulzní charakteristika, resp. frekvenční charakteristika. Velmi často je potřebné převést získané výsledky do tvaru diferenciální rovnice nebo obrazového přenosu. Uveďme některé možnosti získání obrazového přenosu z přechodové charakteristiky.

Uvažujme náhradní přechodové funkce ve tvaru

$$f(t) = a_0 + \sum_{k=1}^n a_k f_k(t) \quad (2.4-1)$$

kde $f_k(t)$ je přechodová funkce soustavy k -tého řádu se stejnými časovými konstantami T

$$f_k(t) = 1 - \sum_{j=1}^k \left(\frac{t}{T} \right)^{j-1} \frac{e^{-\frac{t}{T}}}{(j-1)!}$$



a_k jsou parametry funkce $f(t)$.

Hodnoty parametrů a_k náhradní přechodové funkce určíme například minimalizací součtu čtverců rozdílů mezi identifikovanými hodnotami přechodové charakteristiky ve vybraných okamžicích $y(t_j)$ a hodnotami náhradní funkce v těchto bodech.

$$\sum_{j=1}^m (y(t_j) - f(t_j))^2 \rightarrow \min. \quad (2.4-2)$$

Řešením dostáváme vztah v maticovém tvaru

$$F^T F a = F^T y, \quad (2.4-3)$$

kde

F je matice $[(m+1), (n+1)]$

$$F = \begin{bmatrix} 1 & f_1(t_0) & \dots & f_n(t_0) \\ 1 & f_1(t_1) & \dots & f_n(t_1) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & f_1(t_m) & \dots & f_n(t_m) \end{bmatrix}$$

y je vektor $[(m+1), 1]$ identifikovaných hodnot přechodové charakteristiky

$$y^T = [y(t_0), y(t_1), \dots, y(t_m)]$$

a je vektor $[(n+1), 1]$ hledaných optimálních parametrů

$$a^T = (a_0, a_1, \dots, a_n).$$

Vyhledání optimální časové konstanty náhradní přechodové funkce se provádí při zvoleném n pro různé hodnoty časové konstanty T .



3. Určení modelu pro obecný vstupní signál

U těchto metod využíváme jako vstupní signál obecný vstup generovaný nebo z naměřené technologické veličiny.

3.1 Výpočet souřadnic impulzní charakteristiky

Mezi vstupním signálem obecného průběhu $u(t)$, odezvou $y(t)$ a impulzní charakteristikou $g(t)$ platí konvolutorní integrál

$$y(t) = \int_0^{\infty} g(\tau) u(t-\tau) d\tau = \int_{-\infty}^t g(t-\tau) u(\tau) d\tau . \quad (3.1-1)$$

Při numerickém řešení se spojitý vstupní a výstupní signál nahradí diskretním tvarem $u(i\Delta t)$, $y(i\Delta t)$ a rovnice (3.1-1) přejde na tvar

$$y(i\Delta t) = \sum_{j=0}^{M-1} g(j\Delta t) u(i-j)\Delta t , \quad i=0,1,\dots,N-1 , \quad (3.1-2)$$

kde $g(j\Delta t)$ je diskretní náhrada impulzní charakteristiky v konečném časovém intervalu $(N-1)\Delta t$.

Rozepsáním rovnice (3.1-2) obdržíme systém lineárních rovnic pro $N \gg M$ při zjednodušení zápisu $i\Delta t = i$.

$$y(0) = u(0)g(0) + u(-1)g(1) + u(-2)g(2) + \dots + u(-M+1)g(M-1)$$

$$y(1) = u(1)g(0) + u(0)g(1) + u(-1)g(2) + \dots + u(-M+2)g(M-1)$$

.....

$$y(N-1) = u(N-1)g(0) + u(N-2)g(1) + u(N-3)g(2) + \dots + u(-M+N)g(M-1)$$

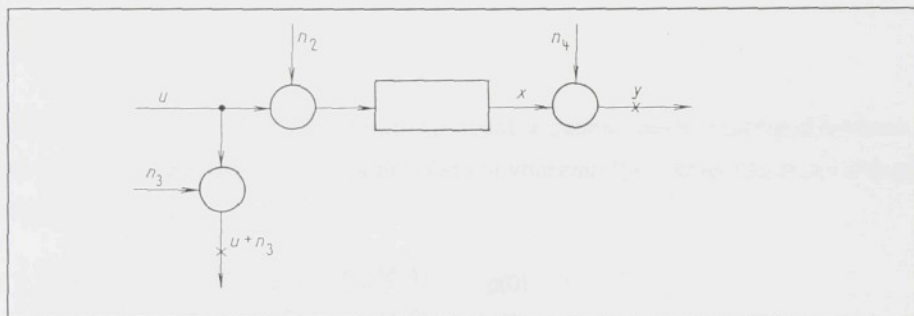
Řešení systému lineárních rovnic lze provést pomocí některé z metod pro výpočet systému normálních rovnic.



Při řešení se můžeme setkat s problémem určení počtu souřadnic M , špatné podmíněnosti matice $\mathbf{U}^T \mathbf{U}$ a s vlivem poruch.

Hlavní příčiny špatné podmíněnosti matice $\mathbf{U}^T \mathbf{U}$ jsou nevhodný vstupní signál - autokorelační funkce vstupního signálu nemá dostatečně výrazný a ostrý vrchol. Matice bývá špatně podmíněnou také v případě, že je zvolen příliš malý časový krok vzorkování Δt a tím se prvky v sousedních řádcích jen o málo liší. Uvedený problém je problém multikolinearity.

Rozeberme dále vliv poruch na odhad impulzní charakteristiky. Uvažujme soustavu dle obr.3.1-1 a zjistíme vliv poruch n_2, n_3, n_4 . Pro názornost uvažujeme působení vždy jen jedné z uvedených poruch.



obr.3.1-1

a) V případě působení poruchy na výstupu při označení $n = n_4$ a pro $y(i) = x(i) + n(i)$ lze rovnici (3.1-2) uvést ve tvaru

$$x(i) + n(i) = \sum_{j=0}^{M-1} g(j)u(i-j) \quad (3.1-3)$$

a minimalizací a zavedením korelačních funkcí obdržíme



$$\begin{bmatrix} R_{ux}(0) + R_{un}(0) \\ R_{ux}(1) + R_{un}(1) \\ \dots \\ R_{ux}(M-1) + R_{un}(M-1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_u(0) & R_u(1) & \dots & R_u(M-1) \\ R_u(1) & R_u(0) & \dots & R_u(M-2) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ R_u(M-1) & R_u(M-2) & \dots & R_u(0) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} g(0) \\ g(1) \\ \dots \\ g(M-1) \end{bmatrix}.$$

V případě, že signály u a n jsou nekorelované, získáme nestranný odhad, v případě korelovanosti je odhad souřadnic impulzní charakteristiky vychýlený.

Poznámka:

Nepůsobí-li na soustavu žádná porucha, pak vztah (3.1-3) má tvar

$$x(i) = \sum_{j=0}^{M-1} g(j) u(i-j).$$

Vzhledem k tomu, že $N \gg M$, je nutno převést soustavu rovnic, která je přeuročená, na soustavu normálních rovnic a provést minimalizaci [56], čímž pro tento případ získáme

$$\begin{bmatrix} R_{ux}(0) \\ R_{ux}(1) \\ \dots \\ R_{ux}(M-1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_u(0) & R_u(1) & \dots & R_u(M-1) \\ R_u(1) & R_u(0) & \dots & R_u(M-2) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ R_u(M-1) & R_u(M-2) & \dots & R_u(0) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} g(0) \\ g(1) \\ \dots \\ g(M-1) \end{bmatrix} \quad \blacksquare$$

b) Pro případ poruchy $n = n_2$ na vstupu platí obdobné závěry, jen signál n je v tomto případě filtrován průchodem soustavou a jeho statistické vlastnosti se změň. Zdůrazníme, že k porušení podmínky $R_{un}(ij) = 0, i = 0, 1, \dots, n-1$ může dojít v případě, že buď $E u(k) \neq 0$ nebo $E n(k) \neq 0$. Poněvadž $n(k)$ je neměřitelné, je nutno zajistit, aby bylo provedeno srovnání počátku stupnic pro měření výstupního signálu soustavy s nulovou úrovní vstupního signálu před započítím měření. Porušení uvedené podmínky mohou způsobit i složky poruchy o nízké frekvenci.

V případě, že očekáváme poruchy (drift) o nízkých frekvencích, je vhodné



rozšířit rovnici (3.1-2) o koeficienty trendu, současně se vyhneme problému srovnání stupnic. Uvažujme poruchu aproximovatelnou polynomem

$$\sum_{j=0}^v d(j)(i+1)^j, \quad i=0,1,\dots,N-2$$

a rovnice (3.1-2) má pak následující tvar:

$$\begin{bmatrix} y(0) \\ y(1) \\ \dots \\ y(N-1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \dots 1^v & | & u(0) & u(-1) & \dots & u(-M+1) \\ 1 & 2 \dots 2^v & | & u(1) & u(0) \dots & u(-M+2) \\ \cdot & \dots & | & \dots \\ 1 & N-1 \dots (N-1)^v & | & u(N-1) & u(N-2) \dots u(-M+N) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d(0) \\ d(1) \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ d(v) \\ g(0) \\ g(1) \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ g(M-1) \end{bmatrix}.$$

Při identifikaci on-line je většinou možno užít jen $d(0)$, neboť po určité době se slovo počítače doplní na maximální zobrazitelný rozsah.



Na obr.3.1-2 a 3.3-3 je uveden průběh skutečné impulzní charakteristiky přenosu

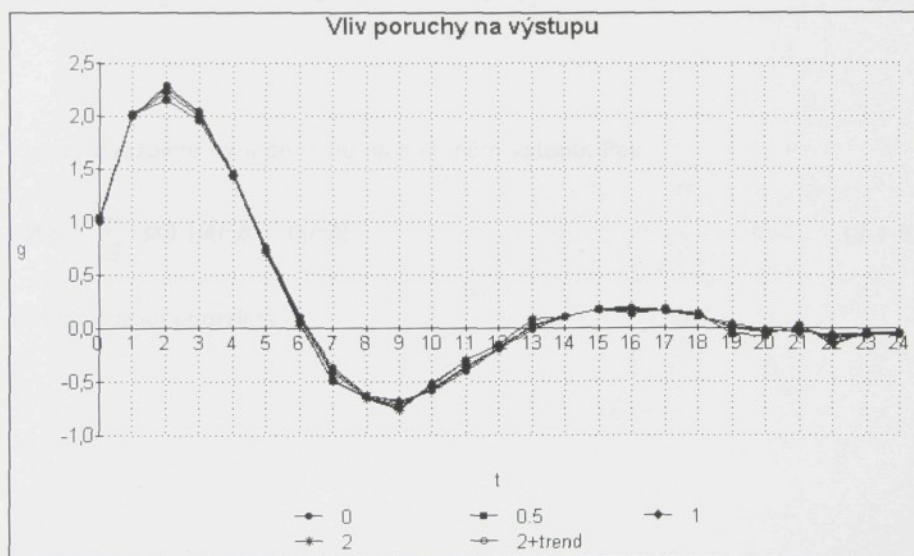
$$G_1 = \frac{1 + 0,5 z^{-1}}{1 - 1,5 z^{-1} + 0,7 z^{-2}} \quad (3.1-4)$$

a odhadů získaných pro různé úrovně šumu na výstupu.

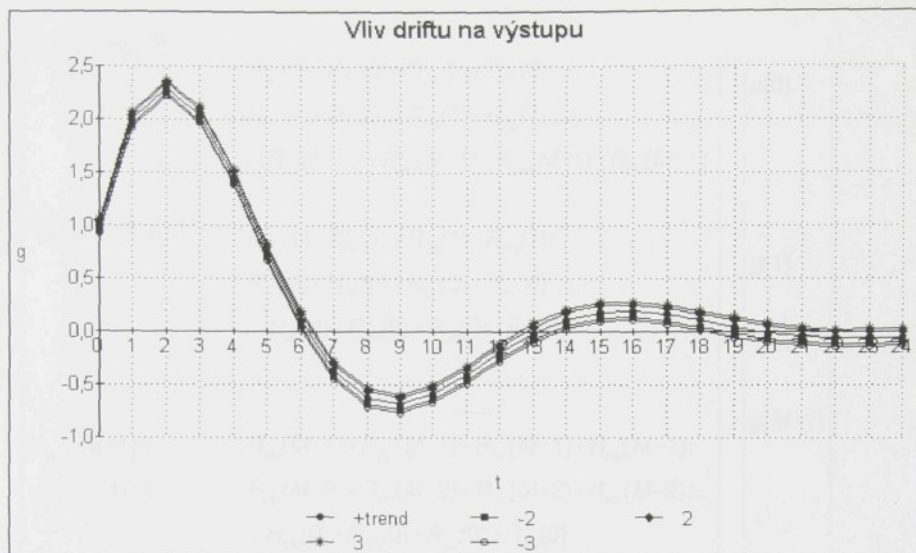
Poznámka:

Uvedený přenos (3.1-4) bude v dalších kapitolách využíván při testu různých vlivů na výsledné řešení a pro ilustraci získaných výsledků.

V uvedených grafech v legendě uvedená čísla značí poměr kvadrátu rozptylu poruchy a kvadrátu rozptylu užitečného signálu, tedy $\lambda = \sigma_n^2 / \sigma_x^2$ ■



obr.3.1-2



obr. 3.1-3

c) Uvažujme nyní poruchu na měřeném vstupu. Pak

$$y(i) = \sum_{j=0}^{M-1} g(j) [u(i-j) + n(i-j)] \quad (3.1-5)$$

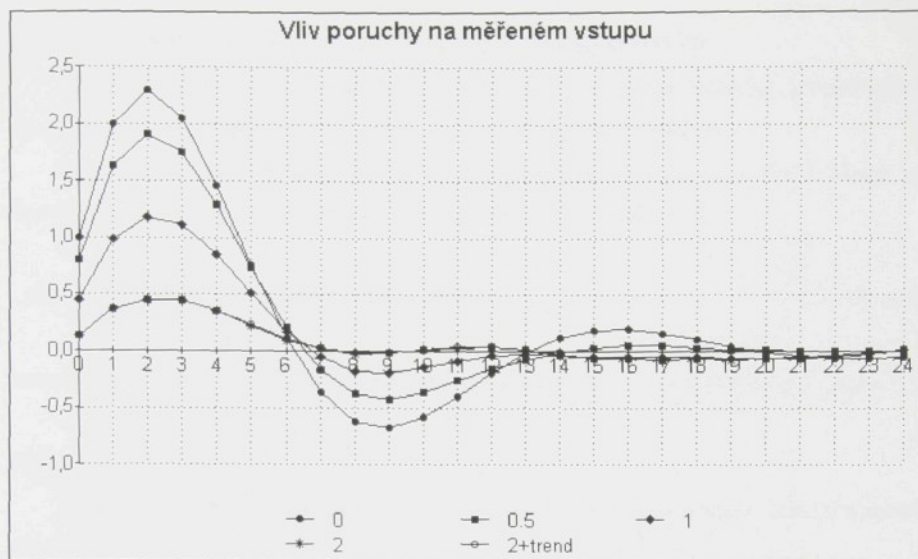
a minimalizací obdržíme



$$\begin{bmatrix} R_{yu}(0) + R_{yn}(0) \\ \\ R_{yu}(-1) + R_{yn}(-1) \\ \\ \dots \\ R_{yu}(-M+1) + \\ + R_{yn}(-M+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{uu}(0) + R_{nn}(0) + R_{un}(0) + R_{nu}(0); \\ R_{uu}(1) + R_{nn}(1) + R_{un}(1) + R_{nu}(1); \dots \\ \dots R_{uu}(M-1) + R_{nn}(M-1) + R_{un}(M-1) + R_{nu}(M-1) \\ \\ R_{uu}(1) + R_{nn}(1) + R_{un}(1) + R_{nu}(1); \\ R_{uu}(0) + R_{nn}(0) + R_{un}(0) + R_{nu}(0); \dots \\ \dots R_{uu}(0) + R_{nn}(0) + R_{un}(0) + R_{nu}(0) \\ \\ \dots \\ R_{uu}(M-1) + R_{nn}(M-1) + R_{un}(M-1) + R_{nu}(M-1); \\ R_{uu}(M-2) + R_{nn}(M-2) + R_{un}(M-2) + R_{nu}(M-2); \dots \\ \dots R_{uu}(0) + R_{nn}(0) + R_{un}(0) + R_{nu}(0) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} g(0) \\ \\ g(1) \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ g(M-1) \end{bmatrix}$$

Při působení poruchy na měřeném vstupu, ani pro případ, že signály y a n jsou vzájemně nekorelované, nezískáme nestranné odhady. Vliv R_{nn} nelze odstranit ani pro nekonečný počet vzorkování a hodnoty odhadu $g(i)$ jsou sníženy.

Na obr. 3.1-4 je uveden průběh skutečné impulzní charakteristiky přenosu (3.1-4) a jejich odhadů pro poruchu působící na měřeném vstupu.



obr. 3.1-4

Poznámka:

V případě působení poruchy na výstupu bylo určeno, že pro nekorelované signály u a n je odhad souřadnic $g(i)$ nestranný. Tím ovšem není dán předpoklad pro odhad s minimální variancí či odhad maximálně věrohodný. K tomu bychom museli vyšetřit kovarianční matici reziduí a testovat rozložení. V praxi se spokojíme pouze s kontrolou sériové korelovanosti reziduí ■



3.2 Výpočet souřadnic přechodové charakteristiky

Přechodovou charakteristiku lze určit rovněž pro známý obecný vstupní signál (pro generovanou nebo přímo měřenou technologickou veličinu).

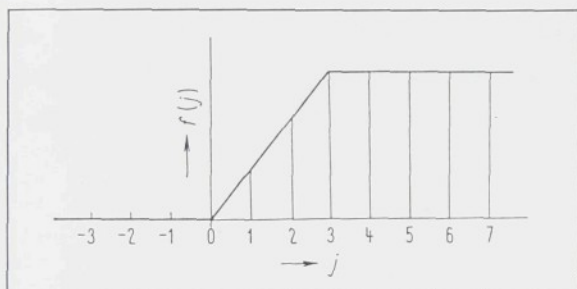
Uvažujeme, že vstupní signál se mění stupňovitě. Pak lze pro výstup ve vzorkovacím okamžiku i psát konvolutorní vztah ve tvaru, [35]

$$y(i) = \sum_{j=0}^{M-1} f(j) u(i-j) + f(M)u(i-M) - f(M)u_0, \quad (3.2-1)$$

kde $\Delta u(j) = u(j) - u(j-1)$, u_0 je takové u , při kterém je v ustáleném stavu $y(i) = 0$.

PŘÍKLAD

Uvažujeme případ, kdy přechodovou charakteristiku soustavy aproximujeme dle obr.3.2-1



obr.3.2-1

Pak systém lineárních rovnic má tvar

$$y(0) = \Delta u(0)f(0) + \Delta u(-1)f(1) + \Delta u(-2)f(2) + \Delta u(-3)f(3) + \\ + \Delta u(-4)f(3) + \dots + \Delta u(-7)f(3) + \dots + \Delta u(-K)f(3)$$

$$y(1) = \Delta u(1)f(0) + \Delta u(0)f(1) + \Delta u(-1)f(2) + \Delta u(-2)f(3) + \\ + \Delta u(-3)f(3) + \dots + \Delta u(-6)f(3) + \dots + \Delta u(-K+1)f(3)$$



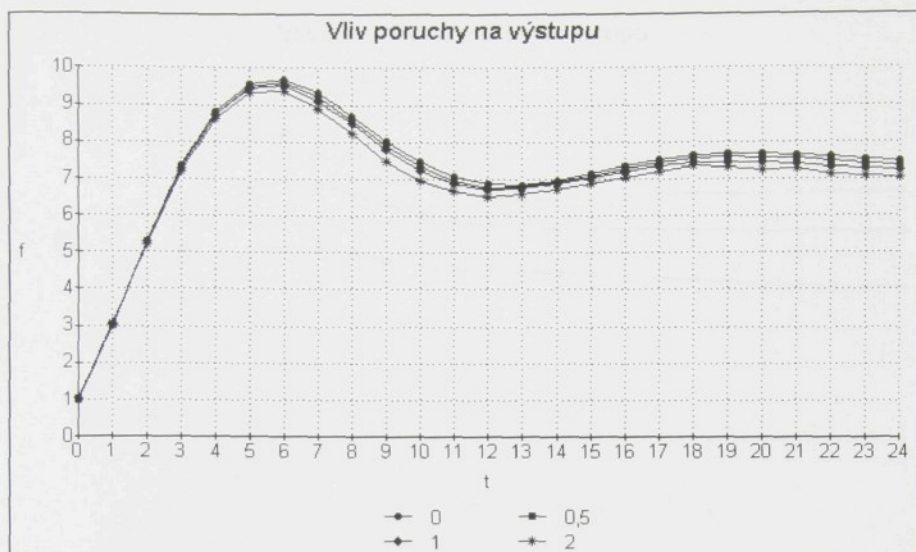
Vzhledem k platnosti $\Delta u(j) = u(j) - u(j-1)$ upravíme systém lineárních rovnic na tvar

$$\begin{aligned} y(0) = & [u(0) - u(-1)]f(0) + [u(-1) - u(-2)]f(1) + [u(-2) - u(-3)]f(2) + \\ & + [u(-3) - u(-4)]f(3) + [u(-4) - u(-5)]f(3) + \dots + \\ & + [u(-7) - u(-8)]f(3) + \dots + [u(-K) - u(-K-1)]f(3) \end{aligned}$$

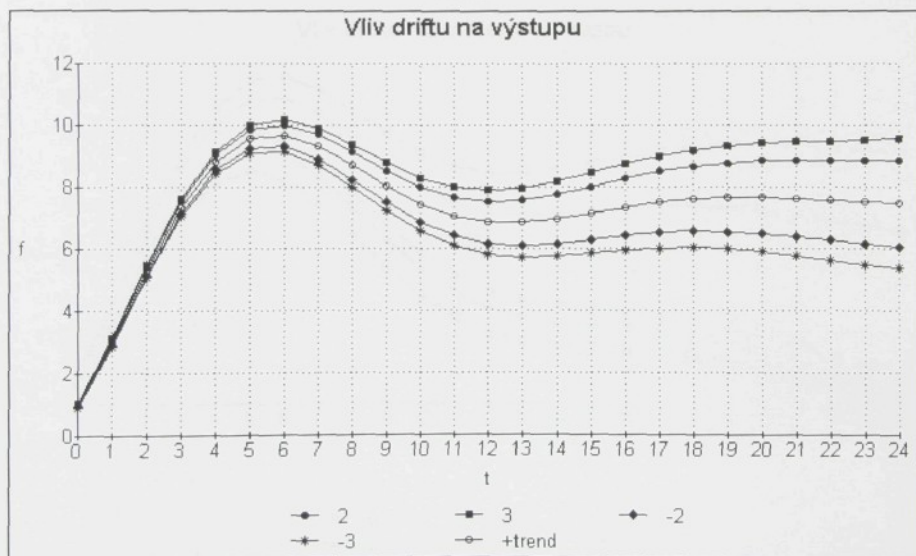
$$\begin{aligned} y(1) = & [u(1) - u(0)]f(0) + [u(0) - u(-1)]f(1) + [u(-1) - u(-2)]f(2) + \\ & + [u(-2) - u(-3)]f(3) + [u(-3) - u(-4)]f(3) + \dots + [u(-6) - u(-7)]f(3) + \\ & + \dots + [u(-K+1) - u(-K)]f(3) \end{aligned}$$

Po uvedených úpravách získáme tedy tvar (3.2-1) ■

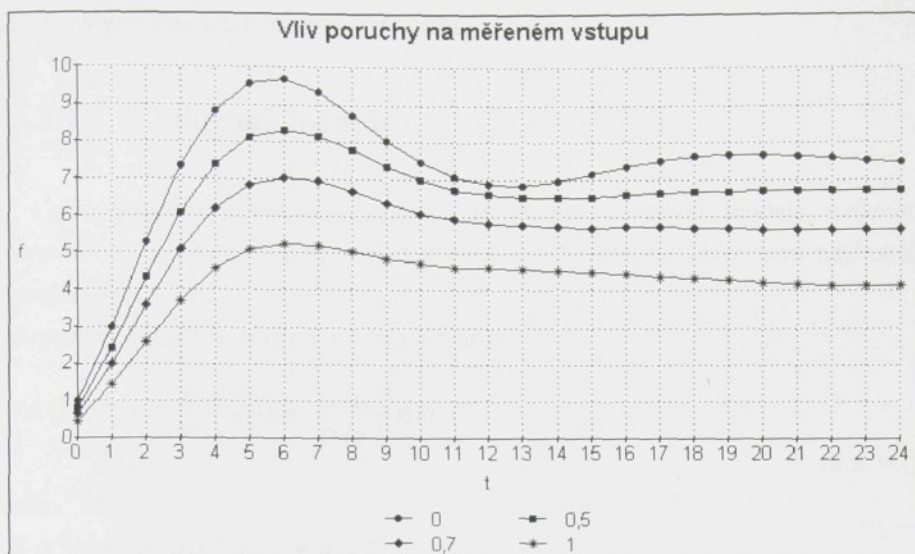
Na následujících grafech jsou uvedeny průběhy skutečné přechodové charakteristiky přenosu daného výrazem (3.1-4) a odhadů pro poruchy stejné, jako v případě určování impulzní charakteristiky.



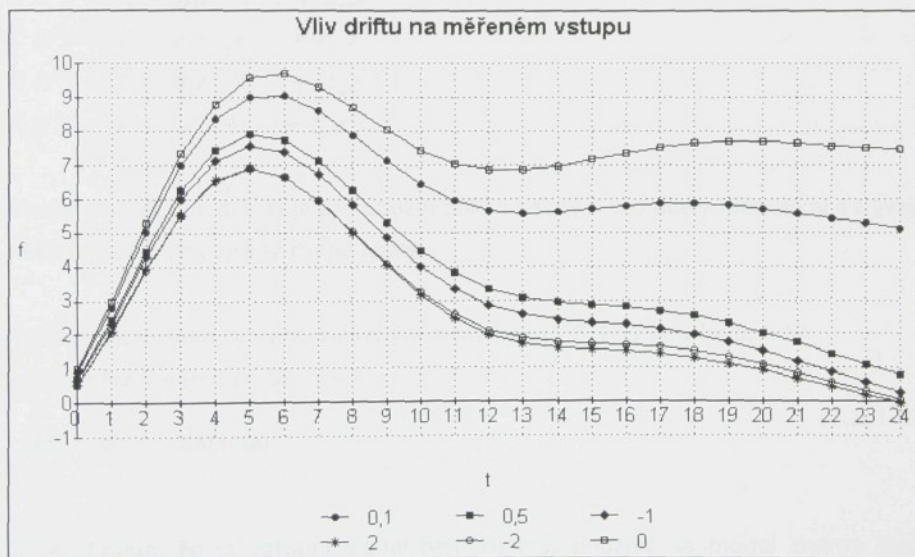
obr. 3.2-1



obr. 3.2-2



obr.3.2-3



obr.3.2-4



3.3 Výpočet koeficientů přenosu

3.3.1 Struktury modelů

Pro výpočet koeficientů přenosu je možno uvažovat modely s různou strukturou. Uveďme obecný model a definujme struktury, které jsou nejčastěji používány.

Uvažujeme nejdříve obecný model ve tvaru

$$A(z^{-1})y(k) = \frac{B(z^{-1})}{F(z^{-1})}u(k) + \frac{C(z^{-1})}{D(z^{-1})}z(k), \quad (3.3.1-1)$$

kde

$$A(z^{-1}) = 1 + a_1 z^{-1} + \dots + a_{na} z^{-na}$$

$$B(z^{-1}) = b_o + b_1 z^{-1} + \dots + b_{nb} z^{-nb}$$

$$C(z^{-1}) = 1 + c_1 z^{-1} + \dots + c_{nc} z^{-nc}$$

$$D(z^{-1}) = 1 + d_1 z^{-1} + \dots + d_{nd} z^{-nd}$$

$$F(z^{-1}) = 1 + f_1 z^{-1} + \dots + f_{nf} z^{-nf}.$$

Model ve tvaru (3.3.1-1) je pro použití příliš obecný a pro účely identifikace bývají některé polynomy brány rovné jedné.

1. Nejjednodušším tvarem, získaným z rovnice (3.3.1-1) je případ, kdy

$$A(z^{-1}) = F(z^{-1}) = D(z^{-1}) = C(z^{-1}) = 1$$

$$y(k) = B(z^{-1})u(k) + z(k). \quad (3.3.1-2)$$

2. V případě, že je vstupní signál neměřitelný, používá se model známý jako autoregressive process AR, kdy

$$F(z^{-1}) = D(z^{-1}) = C(z^{-1}) = 1; B(z^{-1}) = 0$$



$$A(z^{-1})y(k) = z(k) .$$

(3.3.1-3)

3. Při $F(z^{-1}) = C(z^{-1}) = D(z^{-1}) = 1$ platí

$$A(z^{-1})y(k) = B(z^{-1})u(k) + z(k) .$$

(3.3.1-4)

Tento model je často používán a je označován jako linear regression (LR).

4. Pro poruchu $z(k)$ se často používá model moving average (MA). AR je model pro $A(z^{-1})y(k)$ a signál $u(k)$ je označován jako exogeneous proměnná, tedy model ARMAX.

$$F(z^{-1}) = D(z^{-1}) = 1$$

$$A(z^{-1})y(k) = B(z^{-1})u(k) + C(z^{-1})z(k) .$$

(3.3.1-5)

5. Při $F(z^{-1}) = C(z^{-1}) = 1$

$$A(z^{-1})y(k) = B(z^{-1})u(k) + \frac{1}{D(z^{-1})}z(k) .$$

(3.3.1-6)

je model značen jako dynamic adjustment (DA) nebo jako generalized least squares (GLS).

6. Při $F(z^{-1}) = 1$

$$A(z^{-1})y(k) = B(z^{-1})u(k) + \frac{C(z^{-1})}{D(z^{-1})}z(k)$$

(3.3.1-7)

je model obecnějším vyjádřením předchozích modelů (3.3.1-5), (3.3.1-6) pro model poruchy a je označován jako ARMA model.

7. Při $A(z^{-1}) = C(z^{-1}) = D(z^{-1}) = 1$



získáme následující model

$$y(k) = \frac{B(z^{-1})}{F(z^{-1})} u(k) + z(k) . \quad (3.3.1-8)$$

8. Pro $A(z^{-1}) = 1$ získáme Box-Jenkins model ve tvaru

$$y(k) = \frac{B(z^{-1})}{F(z^{-1})} u(k) + \frac{C(z^{-1})}{D(z^{-1})} z(k) . \quad (3.3.1-9)$$

9. Pro $A(z^{-1}) = F(z^{-1}) = D(z^{-1}) = 1$ obdržíme model

$$y(k) = B(z^{-1})u(k) + C(z^{-1})z(k) .$$

3.3.2 Úprava modelů k řešení

Pro uvedené modely jsou známy pouze hodnoty vstupu do soustavy a výstupu ze soustavy.

Uvažujme pro obecnost model

$$A(z^{-1})y(k) = \frac{B(z^{-1})}{F(z^{-1})} u(k) + \frac{C(z^{-1})}{D(z^{-1})} z(k) , \quad (3.3.2-1)$$

kde $z(k)$ je bílý šum.

Upravme nyní rovnici (3.3.2-1) do tvaru vhodného pro řešení. Nejdříve provedme úpravu

$$\frac{A(z^{-1})}{C(z^{-1})} \frac{D(z^{-1})}{D(z^{-1})} y(k) = \frac{B(z^{-1})}{F(z^{-1})} \frac{D(z^{-1})}{C(z^{-1})} u(k) + z(k)$$

a úkolem je určit vektor neznámých parametrů ω



$$\omega^T = (a_1 \dots a_{n_a}, b_0 \dots b_{n_b}, f_1 \dots f_{n_f}, c_1 \dots c_{n_c}, d_1 \dots d_{n_d}) .$$

Chybu mezi vypočtenou a naměřenou hodnotou resp. predikcí lze určit pomocí vztahu

$$\varepsilon(k) = y(k) - \hat{y}(k)$$

$$\hat{y}(k) = \frac{D(z^{-1})}{C(z^{-1})} \left[A(z^{-1})y(k) - \frac{B(z^{-1})}{F(z^{-1})}u(k) \right] .$$

Zavedme nyní pomocné proměnné

$$w(k) = \frac{B(z^{-1})}{F(z^{-1})}u(k) \quad (3.3.2-2)$$

$$v(k) = A(z^{-1})y(k) - w(k) \quad (3.3.2-3)$$

a pak lze $\varepsilon(k)$ vyjádřit ve tvaru

$$\varepsilon(k) = \frac{D(z^{-1})}{C(z^{-1})}v(k). \quad (3.3.2-4)$$

Tvar řádku matice pro soustavu rovnic má tvar

$$\begin{aligned} \varphi^T(k) = & -y(k-1) \dots -y(k-n_a), u(k) \dots u(k-n_b), \\ & -w(k-1) \dots -w(k-n_f), \varepsilon(k-1) \dots \varepsilon(k-n_c), \\ & -v(k-1) \dots -v(k-n_d) . \end{aligned}$$

Hodnoty $u(k)$, $y(k)$ jsou získány měřením, hodnoty pomocné proměnné získáme pomocí již uvedených vztahů (3.3.2-2)(3.3.2-3)(3.3.2-4).

$$w(k) = b_0 u(k) + \dots b_{n_b} u(k-n_b) - f_1 w(k-1) - \dots - f_{n_f} w(k-n_f) \quad (3.3.2-5)$$

$$\varepsilon(k) = v(k) + d_1 v(k-1) + \dots d_{n_d} v(k-n_d) - c_1 \varepsilon(k-1) - \dots - c_{n_c} \varepsilon(k-n_c) \quad (3.3.2-6)$$



$$y(k) = y(k) + a_1 y(k-1) + \dots + a_{n_a}(k-n_a) - w(k) .$$

(3.3.2-7)

Z rovnice (3.3.2-5) až (3.3.2-7) získáme

$$\varepsilon(k) = y(k) - \hat{y}(k) = y(k) - \varphi^T(k) \omega .$$

PŘÍKLAD

Rovnici ARMAX, tj. model ve tvaru $A(z^{-1})y(k) = B(z^{-1})u(k) + C(z^{-1})z(k)$ upravíme k řešení následovně

$$\varepsilon(k) = y(k) - \hat{y}(k) .$$

Chybu mezi vypočtenou a naměřenou hodnotou určíme dle vztahu

$$\varepsilon(k) = -c_1 \varepsilon(k-1) - c_2 \varepsilon(k-2) \dots - c_{n_c} \varepsilon(k-n_c) ,$$

kde z výrazu

$$\hat{y}(k) = \varphi^T(k) \omega$$

určíme vypočtenou - predikovanou hodnotu $\hat{y}$, kde

$$\varphi^T(k) = -y(k-1) \dots - y(k-n_a), \quad u(k) \dots u(k-n_b), \quad \varepsilon(k-1) \dots \varepsilon(k-n_c)$$

a vektor neznámých má tvar

$$\omega^T = (a_1 \dots a_{n_a}, \quad b_0 \dots b_{n_b}, \quad c_1 \dots c_{n_c}) .$$

V maticovém tvaru je zápis pro řešení následující



$$y = \Phi \omega$$

$$\Phi = \begin{bmatrix} y(-1) & y(-2) \dots y(n_a) & u(0) & u(-1) \dots u(n_b) & \varepsilon(-1) \dots \varepsilon(n_c) \\ y(0) & y(-1) \dots y(n_a+1) & u(1) & u(0) \dots u(n_b+1) & \varepsilon(0) \dots \varepsilon(n_c+1) \\ y(1) & y(0) \dots y(n_a+2) & u(2) & u(1) \dots u(n_b+2) & \varepsilon(1) \dots \varepsilon(n_c+2) \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{bmatrix}$$

$$y^T = (y(0), y(1), y(2) \dots y(N)), \quad N \geq n_a + n_b + n_c \quad \blacksquare$$

PŘÍKLAD:

Model ve tvaru

$$y(k) = \frac{B(z^{-1})}{F(z^{-1})} u(k) + z(k)$$

upravíme k řešení zavedením pomocného vektoru $w(k)$ ve tvaru

$$w(k) = \frac{B(z^{-1})}{F(z^{-1})} u(k)$$

$$w(k) = b_0 u(k) + b_1 u(k-1) + \dots + b_{n_b} u(k-n_b) - f_1 w(k-1) \dots f_{n_f} w(k-n_f)$$

$$\hat{y}(k) = \varphi^T(k) \omega$$

$$\varphi^T(k) = u(k) \dots u(k-n_b) \quad w(k-1) \dots w(k-n_f)$$

$$\omega^T = (b_0 \dots b_{n_b}, \quad f_1 \dots f_{n_f}) \quad \blacksquare$$



3.3.3 Metody výpočtu

V předchozí kapitole byly uvedeny možnosti úpravy modelů k řešení. V této kapitole rozeberme možnosti, jak řešení provést.

Metoda IV

Tato metoda má pomocí "instrumental variable", tedy speciálně zvolených dodatečných proměnných, zabezpečit nevychýlenost odhadovaných parametrů.

Uvažujme model ve tvaru

$$A(z^{-1}) y(k) = B(z^{-1}) u(k) + n(k)$$

$$\text{kde } n(k) = A(z^{-1}) z(k)$$

Určení koeficientů polynomu A a B lze provést například minimalizací kritéria

$$J = \sum \varepsilon^2(k) , \quad (3.3.3-3)$$

kde

$$\varepsilon(k) = y(k) - \hat{y}(k) .$$

Vzhledem k tomu, že vesměs je řešení prováděno pro přeурčenu soustavu lineárních algebraických rovnic, je nutné řešit normální rovnice

$$\left\{ \sum_{k=1}^M \varphi(k) \varphi^T(k) \right\} \omega_M = \sum_{k=1}^M \varphi(k) y(k) . \quad (3.3.3-4)$$

Zamezit vychýlenosti parametrů lze zavedením speciálního vektoru $\hat{x}(k)$ do vztahu (3.3.3-4), například následovně

$$\left\{ \sum_{k=1}^M \hat{x}(k) \varphi^T(k) \right\} \omega_M = \sum_{k=1}^M \hat{x}(k) y(k) ,$$

kde vektor $\hat{x}(k)$ můžeme definovat následovně



$$\hat{x}(k) = (-\hat{x}(k-1) \dots -\hat{x}(k-n_a), u(k) \dots u(k-n_b))^T$$

a vektor $\varphi(k)$ má tvar

$$\varphi(k) = (-y(k-1) \dots -y(k-n_a), u(k) \dots u(k-n_b))^T.$$

Nyní zůstává otázkou, jak volit vektor $\hat{x}(k)$. Obecně by měl být zvolen tak, aby byl co nejvíce korelován s vektorem $x(k)$, který není zatížen šumem.

Jednou z možností je zvolit $\hat{x}(k) = \frac{\hat{B}(z^{-1})}{\hat{A}(z^{-1})} u(k)$, čímž je korelace $\hat{x}(k)$ a $x(k)$

zabezpečena.

Metoda RIV

Tato metoda uvažuje ARMA model ve tvaru

$$A(z^{-1})y(k) = B(z^{-1})u(k) + \frac{C(z^{-1})}{D(z^{-1})}z(k).$$

Určení koeficientů polynomů v uvedeném modelu lze určit minimalizací kvadratického kritéria, daného vztahem (3.3.3-3), kde

$$e(k) = \frac{C(z^{-1})}{D(z^{-1})} \left(y(k) - \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})} u(k) \right).$$

Tento vztah lze k účelům řešení upravit následovně

$$e(k) = \frac{C(z^{-1})}{D(z^{-1})A(z^{-1})} (A(z^{-1})y(k) - B(z^{-1})u(k)).$$

Označíme-li



$$y^*(k) = \frac{C(z^{-1})}{D(z^{-1}) A(z^{-1})} y(k)$$

$$u^*(k) = \frac{C(z^{-1})}{D(z^{-1}) A(z^{-1})} u(k) ,$$

pak signály $y^*(k)$ a $u^*(k)$ získáme filtrováním měřených signálů $y(k)$ a $u(k)$ filtrem $C(z^{-1})/D(z^{-1}) A(z^{-1})$.

Řešíme takto upravené signály pomocí vztahu

$$\{ \Sigma \hat{x}^*(k) \varphi^{*T}(k) \}_{\omega_M} = \Sigma \hat{x}^*(k) y^*(k) ,$$

kde

$$\hat{x}^*(k) = (-\hat{x}^*(k-1) \dots -\hat{x}^*(k-n_a), \quad u(k) \dots u(k-n_b))^T$$

$$\varphi^*(k) = (-y(k-1) \dots -y(k-n_a), \quad u(k) \dots u(k-n_b))^T .$$

Metody výpočtu off - line

Zobecněná metoda nejmenších čtverců

Předpokládejme, že obecně korelovanou chybu $n(k)$ lze považovat za výstup filtru s přenosem $D^{-1}(z^{-1})$, na jehož vstupu působí bílý šum $z(k)$.

Pak platí

$$n(k) = D^{-1}(z^{-1}) z(k) ,$$

kde polynom

$$D(z^{-1}) = 1 + \sum_{i=1}^s d_i z(-i) .$$

Dosazením $n(k)$ do rovnice

$$A(z^{-1})y(k) - B(z^{-1})u(k) = n(k)$$



obdržíme

$$A(z^{-1})y(k) - B(z^{-1})u(k) = D^{-1}(z^{-1})z(k) \quad (3.3.3-1)$$

a jeho úpravou

$$A(z^{-1})D(z^{-1})y(k) - B(z^{-1})D(z^{-1})u(k) = z(k) .$$

Pro model

$$A^*(z^{-1})y(k) - B^*(z^{-1})u(k) = z(k) , \quad (3.3.3-2)$$

kde

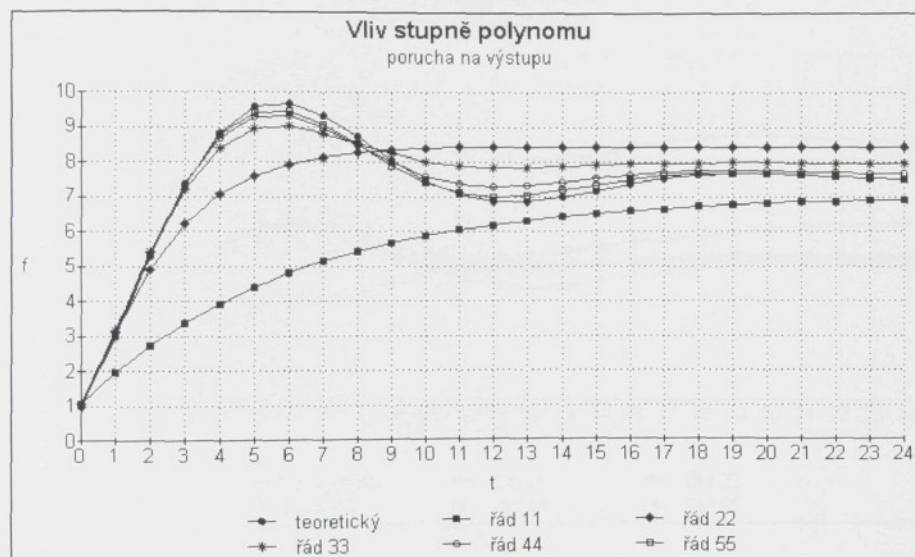
$$A^*(z^{-1}) = A(z^{-1})D(z^{-1}), \quad B^*(z^{-1}) = B(z^{-1})D(z^{-1})$$

a $z(k)$ na pravé straně rovnice (3.3.3-1) je bílý šum. Aplikujeme-li metodu nejmenších čtverců, obdržíme nestranné odhady parametrů a^* , b^* . Nevýhodou modelu (3.3.3-2) je vysoký stupeň polynomu $A^*(z^{-1})$ a $B^*(z^{-1})$, viz. následující obr.3.3.3-1. Vliv poruchy na měřeném vstupu nelze odstranit zvyšováním polynomu $A^*(z^{-1})$ a $B^*(z^{-1})$, viz. obr. 3.3.3-2.



Vliv stupně polynomu při poruše na výstupu pro $\lambda = 1$

	b_4	b_3	b_2	b_1	b_0	a_5	a_4	a_3	a_2	a_1
teoretický				0,500	1,000				0,700	-1,500
1-1					1,063					-0,849
2-2				0,964	1,083				0,242	-1,000
3-3			0,526	1,32	1,090			0,351	-0,296	-0,687
4-4		0,397	1,054	1,599	1,059		0,293	-0,029	-0,295	-0,434
5-5	0,351	0,996	1,574	1,780	1,043	0,283	-0,003	-0,089	-0,189	-0,242

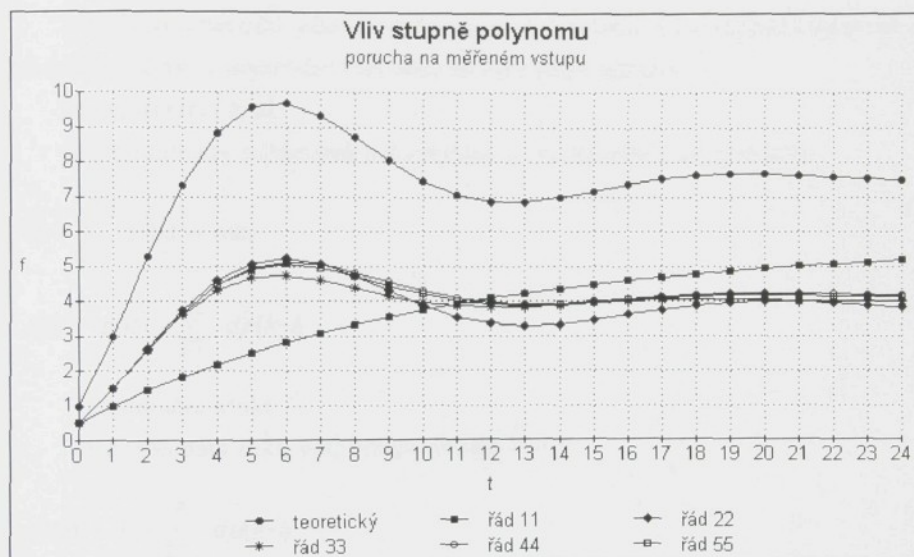


obr. 3.3.3-1



Vliv stupně polynomu při poruše na měřeném vstupu pro $\lambda = 1$

	b_4	b_3	b_2	b_1	b_0	a_5	a_4	a_3	a_2	a_1
teoretický				0,500	1,000				0,700	-1,500
1-1					0,528					-0,907
2-2				0,192	0,506				0,757	-1,574
3-3			-0,072	0,02	0,501			-0,328	1,359	-1,919
4-4		0,072	-0,003	-0,009	0,498		0,138	-0,645	1,627	-1,986
5-5	-0,0256	0,055	0,006	-0,014	0,499	-0,041	0,238	-0,743	1,669	-1,998



obr. 3.3.3-2

Výhodnější je proto zpřesňování odhadů a a b z přepočtených dat $y(k)$, $u(k)$, která v r -tém iteračním kroku vedou ke splnění rovnosti $n^{(r)}(k) = z(k)$, tzn. že ve vztahu (3.3.3-1) jsou parametry $d_i = 0$.

Položíme-li totiž v rovnici (3.3.3-1)



$$y^*(k) = D(z^{-1})y(k) \quad a \quad u^*(k) = D(z^{-1})u(k) ,$$

pak model

$$A(z^{-1})y^*(k) - B(z^{-1})u^*(k) = z(k) \quad (3.3.3-3)$$

je opět charakterizován chybou rovnice ve tvaru bílého šumu, takže odhady a a b , určené v několika iteračních krocích, budou odhady nestrannými. Postup iteračního výpočtu je tento:

První iterační krok:

Z měřených dat $u(k)$, $y(k)$ sestavíme soustavu normálních rovnic a řešením této soustavy určíme v počáteční fázi obecně vychýlené odhady.

Druhý iterační krok:

Určíme odhady parametrů autoregrese d_i , spočívající v minimalizaci

$$Q = \sum_{k=1}^N z^2(k) \rightarrow \min$$

$$z(k) = n(k) + \sum_{i=1}^p d_i n(k-i) .$$

Třetí iterační krok:

Filtrujeme data $u(k)$, $y(k)$ daným filtrem $D(z^{-1})$

$$u^*(k) = 1 + \sum_{i=1}^p d_i u(k-i)$$

$$y^*(k) = 1 + \sum_{i=1}^p d_i y(k-i)$$

a provedeme opět odhad parametrů a , b podle bodu 1. Výpočet má dvě modifikace
1. filtrují se vždy původní naměřená data a výpočet opakujeme, pokud rozdíly parametrů filtru $D(z^{-1})$ nejsou ve dvou následujících iteračních krocích k menší než zvolené ε , tedy $|^k d_i - {}^{k-1} d_i| < \varepsilon$.

2. filtrují se data filtrovaná již v předchozím iteračním cyklu a výpočet ukončíme,

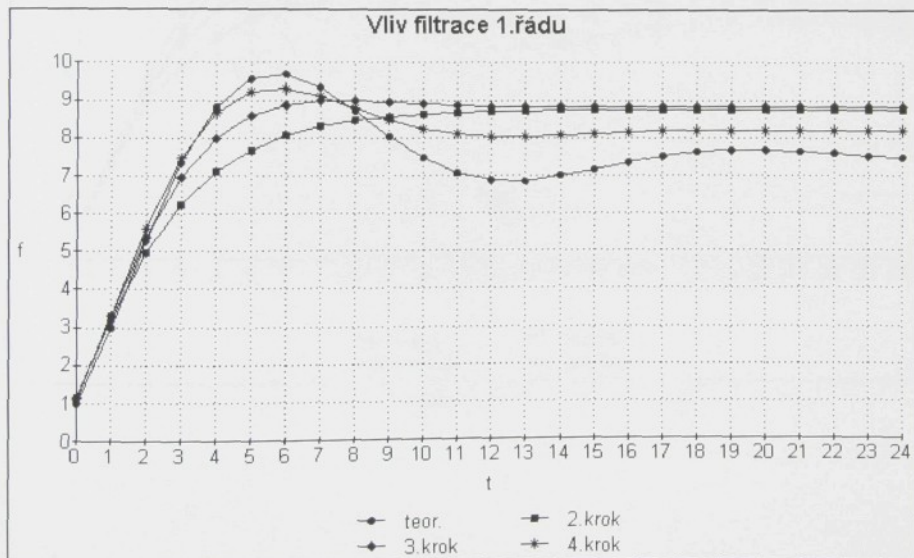


když parametry filtru jsou menší, než zvolené ε .

Výsledky získané tímto postupem jsou uvedeny v následujících grafech 3.3.3-3 a 3.3.3-4 pro model poruch 1. a 3. řádu.

Vliv filtru pro poruchu na výstupu při $\lambda = 1$

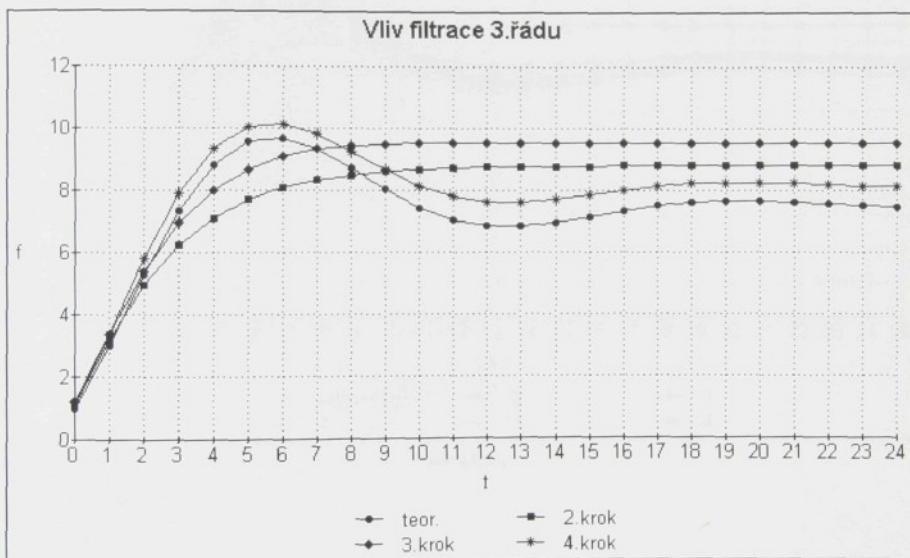
filtr d_1	b_1	b_0	a_2	a_1
teoretický	0.5	1.0	0.7	-1.5
iterace 1	0.943	1.159	0.211	-0.975
iterace 2	0.945	1.156	0.209	-0.972
iterace 3	0.791	1.157	0.416	-1.187
iterace 4	0.671	1.137	0.561	-1.340
iterace 5	0.622	1.110	0.625	-1.407
iterace 6	0.621	1.099	0.626	-1.408



obr.3.3.3-3



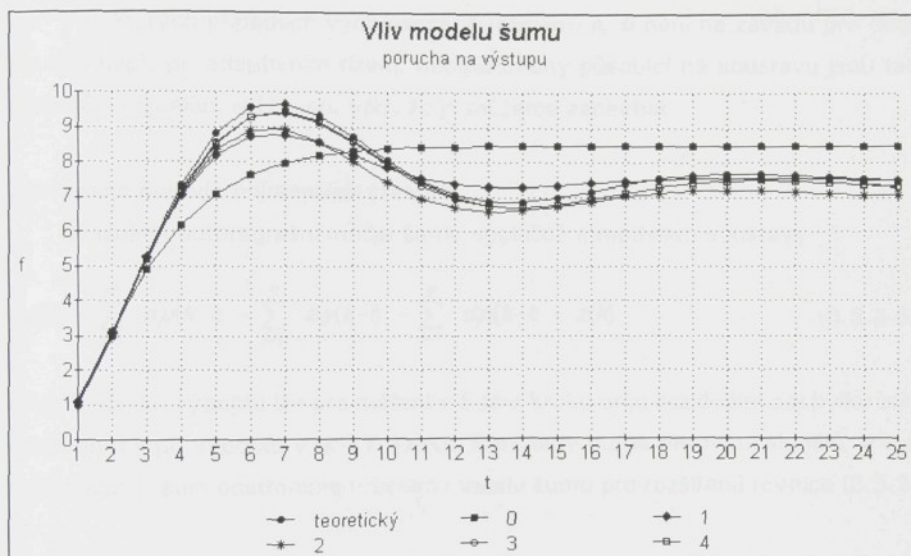
filtr $d_1 \ d_2 \ d_3$	b_1	b_0	a_2	a_1
teoretický	0.5	1.0	0.7	-1.5
iterace 1	0.943	1.159	0.211	-0.975
iterace 2	0.779	1.238	0.345	-0.138
iterace 3	0.671	1.157	0.453	-1.250
iterace 4	0.561	1.137	0.551	-1.347
iterace 5	0.477	1.110	0.624	-1.420
iterace 6	0.431	1.099	0.671	-1.465



obr.3.3.3-4



	d_4	d_3	d_2	d_1	b_1	b_0	a_2	a_1
					0,5	1,0	0,7	-1,5
0					0,964	1,081	0,240	-1,005
1				0,560	0,551	1,110	0,546	-1,336
2			0,071	0,561	0,551	1,10	0,537	-1,333
3		0,02	0,080	0,568	0,552	1,113	0,534	-1,330
4	-0,04	-0,01	0,072	0,570	0,541	1,111	0,541	-1,340



obr.3.3.3-5

Poznámka:

Na obr.3.3.3-5 je znázorněn vliv modelu poruch (t.j. vliv počtu parametrů d) pro počet iterací 15 ■



Metody výpočtu on-line

Metoda nejmenších čtverců

Mezi vstupním signálem obecného průběhu $u(k)$ a odezvou $y(k)$ platí diferenční rovnice ve tvaru

$$A(z^{-1})y(k) - B(z^{-1})u(k) = z(k) ,$$

který řešením metodou nejmenších čtverců nedává pro jiný, než bílý šum nevychýlené odhady parametrů a a b .

V některých případech vychýlenost parametrů a , b není na závadu pro další použití, např. při adaptivním řízení, nebo poruchy působící na soustavu jsou tak malé vůči signálům $u(k)$ resp. $y(k)$, že je můžeme zanedbat.

Zobecněná metoda nejmenších čtverců

Uvažujme autoregresní model šumu společně s modelem soustavy

$$y(k) = \sum_{l=0}^m b_l u(k-l) - \sum_{l=1}^n a_l y(k-l) - \sum_{l=1}^p d_l n(k-l) + z(k) \quad (3.3.3-5)$$

Při průběžném výpočtu lze pro měření v k -tém kroku určit reziduální odchylku $z(k)$ a zahrnout ji při výpočtu v $(k+1)$ kroku. Není tedy nutné filtrování signálů y a u filtrem $D(z^{-1})$, šum odstraníme určením modelu šumu pro rozšířené rovnice (3.3.3-5).

Metoda rozšířené matice

U předcházející metody se předpokládalo, že šum může být vyjádřen vztahem

$$n(k) = D^{-1}(z^{-1})z(k) .$$

Počet parametrů, které nám charakterizují šum, může být značně velký. Minimální počet parametrů charakterizujících šum může být získán použitím modelu šumu ve tvaru



$$n(k) = \frac{C(z^{-1})}{D(z^{-1})} z(k) .$$

Soustava může být popsána vztahy

$$\sum_{i=0}^n a_i x(k-i) = \sum_{i=0}^m b_i u(k-i)$$

$$y(k) = x(k) + n(k)$$

čili

$$\sum_{i=0}^n a_i y(k-i) - \sum_{i=0}^m b_i u(k-i) = \sum_{i=0}^n a_i n(k-i)$$

$$\sum_{i=0}^n a_i n(k-i) = r(k) ,$$

kde výstup šumu je reprezentován $r(k)$, které může být určeno z bílého šumu $z(k)$ podle vztahu

$$r(k) + \sum_{i=1}^p d_i r(k-i) = z(k) + \sum_{i=1}^q c_i z(k-i) .$$

Při $a_0 = 1$ pak

$$\begin{aligned} y(k) = & \sum_{i=1}^n -a_i y(k-i) + \sum_{i=0}^m b_i u(k-i) + \sum_{i=1}^q c_i z(k-i) - \\ & - \sum_{i=1}^p d_i r(k-i) + z(k) , \end{aligned}$$

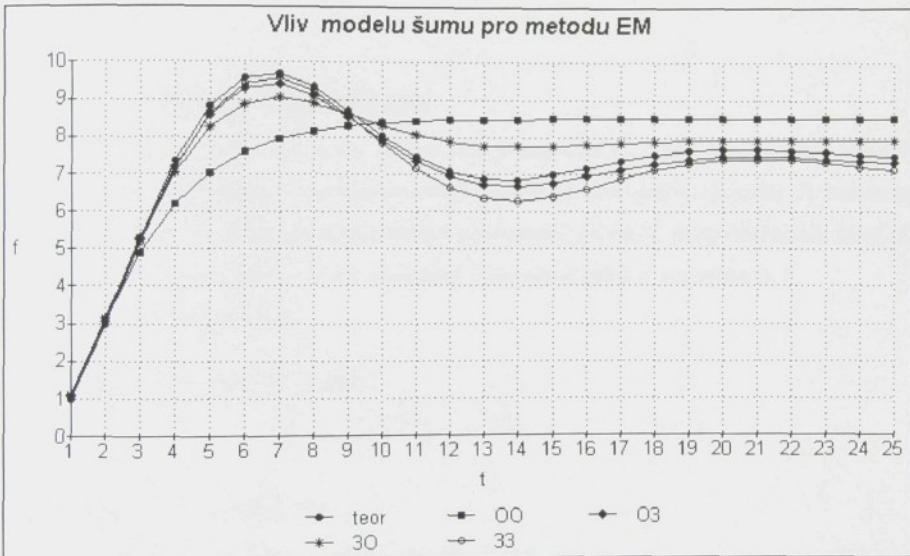


nebo v maticovém zápisu

$$y = \begin{bmatrix} +b \\ -a \\ +c \\ -d \end{bmatrix} + z = \Omega \omega + z.$$

Model je lineární funkcí parametrů a reziduální odchylka je bílý šum a odhady parametrů, získané MNČ, budou nevychýlené

$$\hat{\omega} = (\Omega^T \Omega)^{-1} \Omega^T X.$$



obr. 3.3.3-6

Poznámka:

V legendě uvedené označení znamená počet použitých parametrů modelu poruch

d a c ■

Poněvadž neznáme a nemůžeme měřit $r(k)$ a $z(k)$, nahrazujeme je jejich odhadem po každé aproximaci parametrů c .



$$\tilde{y}(k) = y(k) + \sum_{i=1}^n a_i y(k-i) - \sum_{i=0}^m b_i u(k-i)$$

$$\tilde{z}(k) = \tilde{y}(k) + \sum_{i=1}^p d_i \tilde{y}(k-i) - \sum_{i=1}^q c_i \tilde{z}(k-i) . \quad (3.3.3-6)$$

$$(3.3.3-7)$$

Poznámka:

Výpočet lze provádět některou z metod průběžného řešení soustavy přeurčených rovnic [61],[55] ■

3.3.4 Rozbor vlivu poruch

V předchozích kapitolách byla věnována pozornost různým strukturám modelů soustavy a modelů poruch, úpravě modelů k řešení a metodám výpočtu. Rozeberme nyní jak se projevuje vliv poruch pomocí korelačních funkcí, tedy obdobně, jako byl stanoven vliv poruch při určení impulzní charakteristiky v kapitole 3.1.

Uvažujme model ve tvaru

$$A(z^{-1})y(k) - B(z^{-1})u(k-d) = z(k) ,$$

resp.

$$y(k) + a_1 y(k-1) + \dots + a_n y(k-n) - [b_0 u(k-d) + b_1 u(k-1-d) + \dots + b_m u(k-m-d)] = z(k) . \quad (3.3.4-1a)$$

Bez ztráty obecnosti je možné uvažovat dopravní zpoždění, reprezentované d rovno nule, neboť případné dopravní zpoždění lze redukovat posunem vstupního signálu vůči výstupnímu signálu o d vzorků. Rovnice (3.3.4-1a) pro $d=0$ může být



popsána v maticovém tvaru (pro jednoduchost $m = n$)

$$y = \Phi \gamma + z$$

$$\Phi = \begin{bmatrix} y(n) & y(n-1) & \dots y(1) & | & u(n+1) & u(n) & u(n-1) & \dots u(1) \\ y(n+1) & y(n) & \dots y(2) & | & u(n+2) & u(n+1) & u(n) & \dots u(2) \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ y(N-1) & y(N-2) & \dots y(N-n) & | & u(N) & u(N-1) & u(N-2) & \dots u(N-n) \end{bmatrix}$$

$$\gamma = [y(n-1), y(n-2), \dots, y(N)]^T$$

$$\gamma = [-a_1, -a_2, \dots, -a_n, b_0, b_1, b_2, \dots, b_n]^T$$

$$z = [z(n+1), z(n+2), \dots, z(N)]^T. \quad (3.3.4-1b)$$

Určeme nyní vliv poruchy působící na výstupu podle obr.3.1-1 kdy $z(k) = n_4(k)$.

Minimalizací 3.3.4-1a při zahrnutí poruchy $x(k) + z(k)$ získáme za předpokladu, že $z(k)$, $u(k)$ a $x(k)$ jsou nekorelované, vztah (3.3.4-2)

$$\begin{bmatrix} R_{ux}(0) \\ R_{ux}(1) \\ R_{ux}(2) \\ \dots \\ R_{xx}(1) + R_{zz}(1) \\ R_{xx}(2) + R_{zz}(2) \\ R_{xx}(3) + R_{zz}(3) \\ \dots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{uu}(0) & R_{uu}(1) & \dots R_{ux}(-1) & R_{ux}(-2) & \dots \\ R_{uu}(1) & R_{uu}(0) & \dots R_{ux}(0) & R_{ux}(-1) & \dots \\ R_{uu}(2) & R_{uu}(1) & \dots R_{ux}(1) & R_{ux}(0) & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ R_{ux}(-1) & R_{ux}(0) & \dots R_{xx}(0) + R_{zz}(0) & R_{xx}(1) + R_{zz}(1) & \dots \\ R_{ux}(-2) & R_{ux}(-1) & \dots R_{xx}(1) + R_{zz}(1) & R_{xx}(0) + R_{zz}(0) & \dots \\ R_{ux}(-3) & R_{ux}(-2) & \dots R_{xx}(2) + R_{zz}(2) & R_{xx}(1) + R_{zz}(1) & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_0 \\ b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ -a_1 \\ -a_2 \\ -a_3 \\ \dots \end{bmatrix}.$$

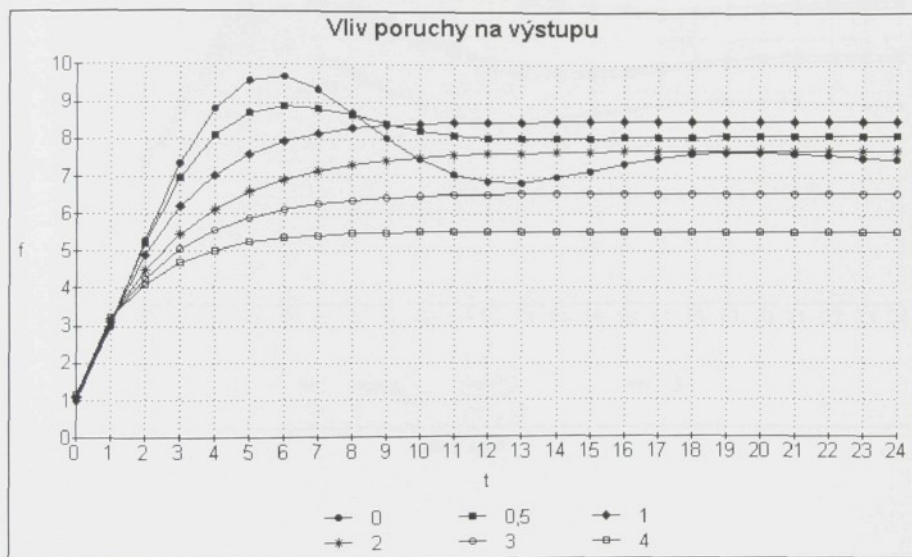
$$(3.3.4-2)$$

Ze vztahu (3.3.4-2) je zřejmé, že odstranit vliv poruchy, v našem případě ve tvaru $R_{yy}(k)$, lze pouze filtrováním pomocí metod uvedených v předchozí kapitole.



Vliv poruchy na výstupu

λ	b_1	b_0	a_2	a_1
0	0,500	1,000	0,700	-1,500
0,5	0,651	1,051	0,532	-1,323
1	0,964	1,081	0,240	-1,000
2	1,38	1,122	-0,070	-0,606
3	1,580	1,148	-0,161	-0,424
4	1,705	1,167	-0,164	-0,317
5	1,780	1,180	-0,140	-0,240



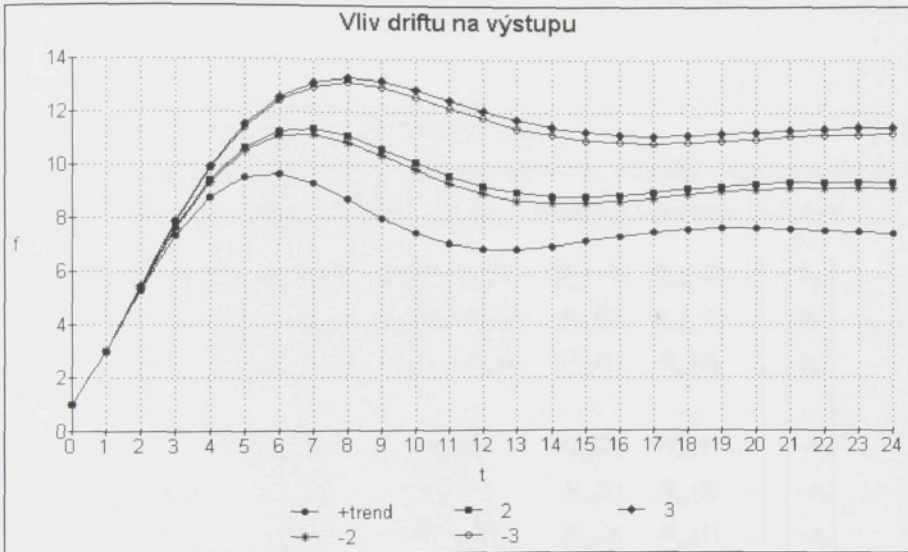
obr.3.3.4-1

Poznámka:

Na obr.3.3.4-1 a obr.3.3.4-2 je uveden vliv poruchy a vliv driftu na výstupu (bez filtru) na průběh přechodové charakteristiky získané z koeficientů přenosu z tabulky uvedené u příslušného grafu.



λ	b_1	b_0	a_2	a_1
0	0,500	1,000	0,700	-1,500
2	0,488	1,004	0,687	-1,525
-2	0,474	1,006	0,683	-1,522
3	0,476	1,008	0,675	-1,544
-3	0,457	1,003	0,669	-1,540



obr.3.3.4-2

Pro případ filtrovaných signálů $x(k)$ a $u(k)$ a za předpokladu nekorelovanosti $n(k)$,



$u(k)$ a $n(k)$, $x(k)$ obdržíme

$$\begin{bmatrix} R_{xx}(1) \\ R_{xx}(2) \\ \dots \\ R_{ux}(0) \\ R_{ux}(1) \\ \dots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{xx}(0) & R_{xx}(1) & \dots & R_{ux}(-1) & R_{ux}(0) & \dots \\ R_{xx}(1) & R_{xx}(0) & \dots & R_{ux}(-2) & R_{ux}(-1) & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ R_{ux}(-1) & R_{ux}(-2) & \dots & R_{uu}(0) & R_{uu}(1) & \dots \\ R_{ux}(0) & R_{ux}(-1) & \dots & R_{uu}(1) & R_{uu}(0) & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -a_1 \\ -a_2 \\ \dots \\ b_0 \\ b_1 \\ \dots \end{bmatrix} \quad (3.3.4-3)$$

Určeme nyní vliv poruchy na měřeném vstupu.

Minimalizací (3.3.4-1a) při zahrnutí poruchy $u(k) + z(k)$, kde $z(k) = n_z(k)$, viz. obr. 3.1-1, získáme za předpokladu, že $u(k)$, $z(k)$ jsou nekorelované vztah (3.3.4-4)

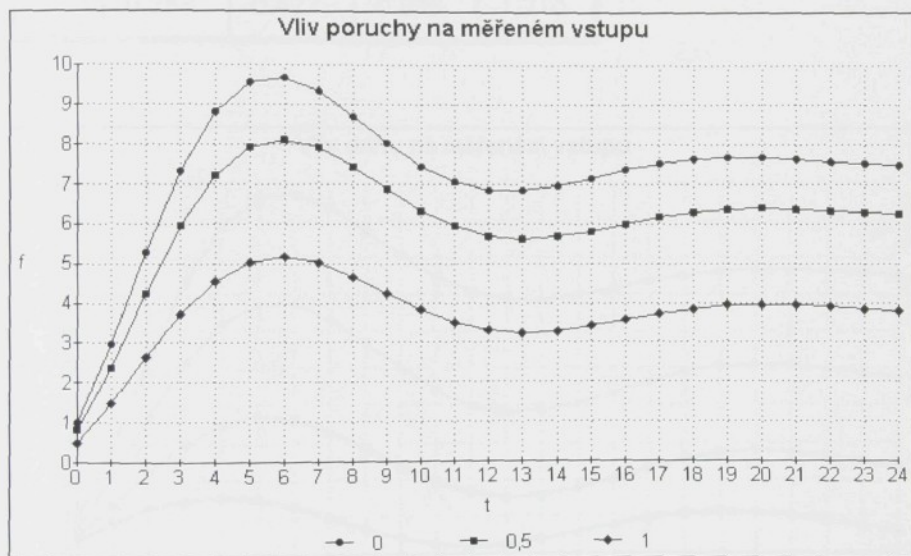
$$\begin{bmatrix} R_{ux}(0) \\ R_{ux}(1) \\ R_{ux}(2) \\ \dots \\ R_{xx}(1) \\ R_{xx}(2) \\ R_{xx}(3) \\ \dots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{uu}(0) + R_{zz}(0) & R_{uu}(1) + R_{zz}(1) & \dots & R_{ux}(-1) & R_{ux}(0) & \dots \\ R_{uu}(1) + R_{zz}(1) & R_{uu}(0) + R_{zz}(0) & \dots & R_{ux}(0) & R_{ux}(-1) & \dots \\ R_{uu}(2) + R_{zz}(2) & R_{uu}(1) + R_{zz}(1) & \dots & R_{ux}(1) & R_{ux}(0) & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ R_{ux}(-1) & R_{ux}(0) & \dots & R_{xx}(0) & R_{xx}(1) & \dots \\ R_{ux}(-2) & R_{ux}(-1) & \dots & R_{xx}(1) & R_{xx}(0) & \dots \\ R_{ux}(-3) & R_{ux}(-2) & \dots & R_{xx}(2) & R_{xx}(1) & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_0 \\ b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ -a_1 \\ -a_2 \\ -a_3 \\ \dots \end{bmatrix} \quad (3.3.4-4)$$

Z rovnice (3.3.4-4) je zřejmé, že pro případ poruchy na měřeném vstupu, nelze získat nestranné odhady a vychýlenost odhadů není možné odstranit filtrováním. Výsledky pro poruchu na měřeném vstupu jsou uvedeny na následujících grafech a tabulkách 3.3.4-3 a 3.3.4-4.



Vliv poruchy na měřeném vstupu

λ	b_1	b_0	a_2	a_1
0	0,500	1,000	0,700	-1,500
0,5	0,360	0,803	0,717	-1,530
1	0,19	0,500	0,757	-1,574
5	0,003	0,043	0,816	-1,62

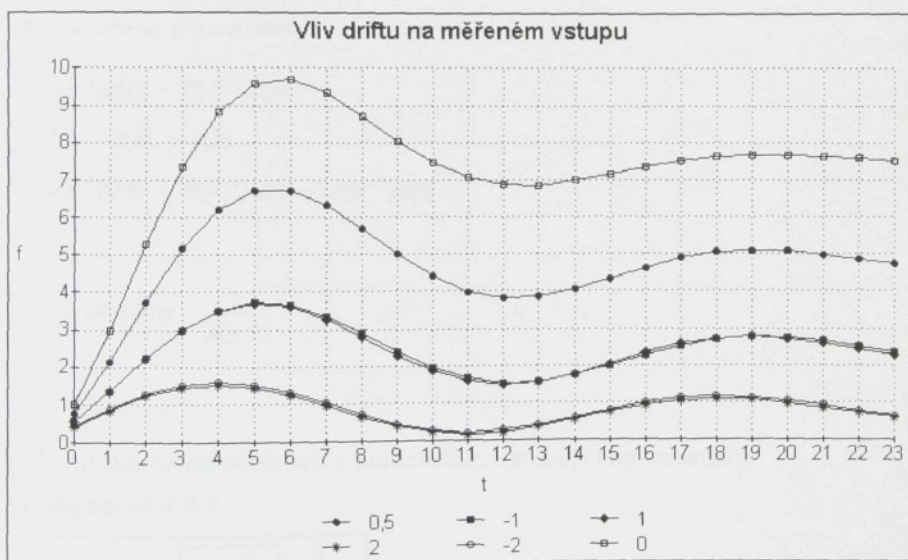


obr. 3.3.4-3



Vliv driftu na měřeném vstupu

λ	b_1	b_0	a_2	a_1
0	0,500	1,000	0,700	-1,500
0,5	0,173	0,760	0,784	-1,586
1	-0,108	0,554	0,854	-1,661
-1	-0,115	0,549	0,852	-1,665
2	-0,279	0,427	0,896	-1,707
-2	-0,288	0,422	0,896	-1,710



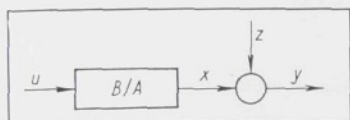
obr. 3.3.4-4



3.3.5 Stanovení struktury optimálního filtru

V případě odhadů koeficientů diferenční rovnice při vyšší úrovni šumového signálu $n(k)$ nelze získat nestranné odhady, aniž jsou signály $u(k)$, $y(k)$ filtrovány vhodným filtrem. Struktura filtru je však různá a závisí na místě vstupu poruchy do soustavy.

a) Uvažujme soustavu s poruchou z na výstupu, kde z je bílý šum s nulovou střední hodnotou (dle obr.3.3.5-1)



obr.3.3.5-1

Pro uvedený případ platí

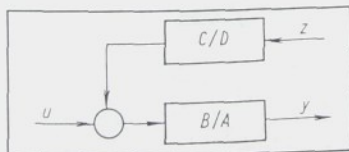
$$A(z^{-1})x(k) = B(z^{-1})u(k)$$

$$y(k) = z(k) + x(k)$$

$$A(z^{-1})y(k) = B(z^{-1})u(k) + A(z^{-1})z(k)$$

Optimální filtr $\frac{1}{A(z^{-1})}$

b) Uvažujme soustavu s poruchou z , vstupující do soustavy podle obr.3.3.5-2



obr. 3.3.5-2



Pro tento případ zřejmě platí

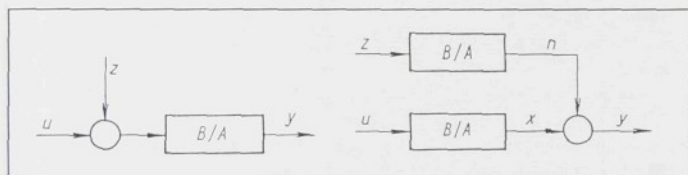
$$A(z^{-1})y(k) = B(z^{-1})u(k) + \frac{A(z^{-1})C(z^{-1})}{D(z^{-1})} z(k)$$

Optimální filtr $\frac{D(z^{-1})}{A(z^{-1})C(z^{-1})}$

V případě použití filtru $\frac{1}{A(z^{-1})}$

je odstraněna vychýlenost odhadů (za předpokladu, že signály $z(k)$, $u(k)$ nejsou korelovány), odhady však nebudou určeny s minimální variancí.

c) Uvažujme soustavu s poruchou na vstupu.



obr. 3.3.5-3

Pro tento případ platí

$$A(z^{-1})y(k) = B(z^{-1})u(k) + \frac{B(z^{-1})A(z^{-1})}{A(z^{-1})} z(k)$$

Optimální filtr $\frac{1}{B(z^{-1})}$



Aproximace parametrů modelu poruch

V případě, že uvažujeme model ve tvaru

$$y(k) + \sum_{i=1}^n a_i y(k-i) - \sum_{i=0}^m b_i u(k-i) = n(k),$$

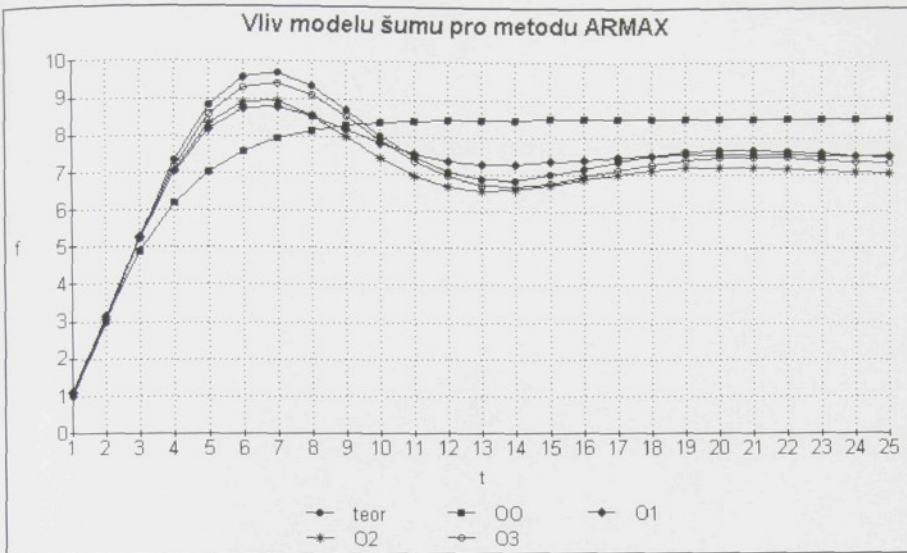
funkce $n(k)$ může být chápána jako reziduální chyba většinou vzájemně korelovaná.

K určení koeficientu modelu poruch můžeme použít pohyblivé střední hodnoty

$$n(k) = z(k) + \sum_{i=1}^n c_i z(k-i). \quad (3.3.5-1)$$

Vliv typu modelu poruch při $\lambda = 1$

z_3	z_2	z_1	n_3	n_2	n_1	b_1	b_0	a_2	a_1
						0,964	1,081	0,241	-1,005
					0,651	0,504	1,104	0,597	-1,383
				0,380	0,920	0,375	1,090	0,677	-1,470
			0,251	0,600	1,030	0,313	1,090	0,703	-1,511



obr.3.3.5-4

Poznámka:

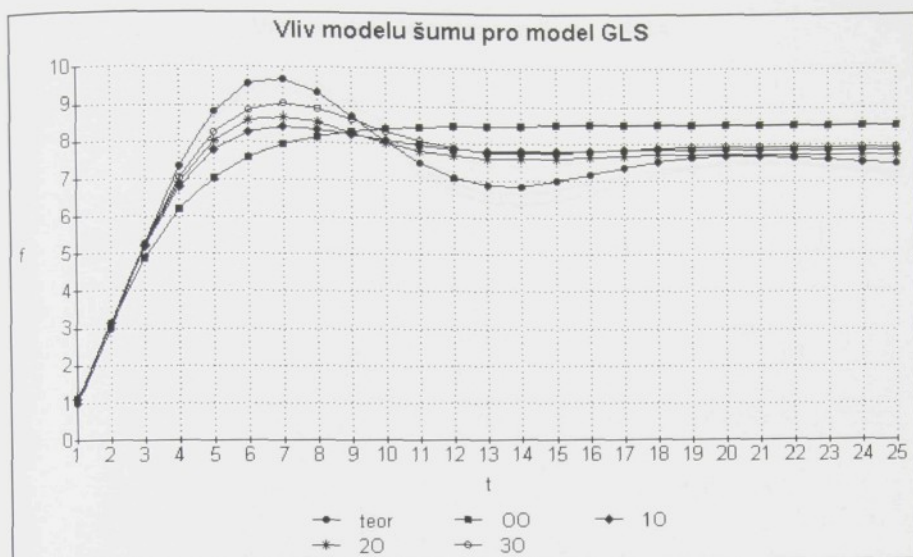
V legendě uvedené označení znamená počet použitých parametrů modelu poruch d a c ■

Autoregresní tvar

$$z(k) = n(k) + \sum_{i=1}^p d_i n(k-i) \quad (3.3.5-2)$$

Vliv typu modelu poruch při $\lambda = 1$

z_3	z_2	z_1	n_3	n_2	n_1	b_1	b_0	a_2	a_1
						0,964	1,081	0,241	-1,005
		-0,391				0,645	1,111	0,486	-1,262
	-0,260	-0,571				0,548	1,111	0,552	-1,337
-0,200	-0,450	-0,650				0,495	1,110	0,580	-1,377



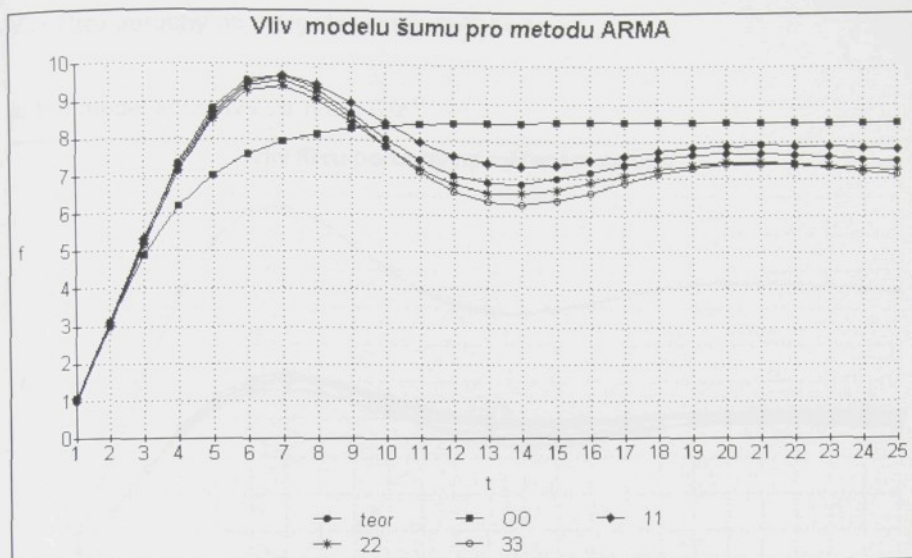
obr.3.3.5-5

Smíšený tvar

$$z(k) + \sum_{i=1}^q c_i z(k-i) = n(k) + \sum_{i=1}^p d_i p(k-i) . \quad (3.3.5-3)$$

Vliv typu modelu poruch při $\lambda = 1$

z_3	z_2	z_1	n_3	n_2	n_1	b_1	b_0	a_2	a_1
						0,964	1,081	0,241	-1,005
		0,920			2,100	0,381	1,091	0,673	-1,485
	0,500	1,321		-0,781	2,701	0,345	1,061	0,708	-1,514
-0,45	0,050	1,010	-0,723	0,181	2,393	0,284	1,066	0,738	-1,555



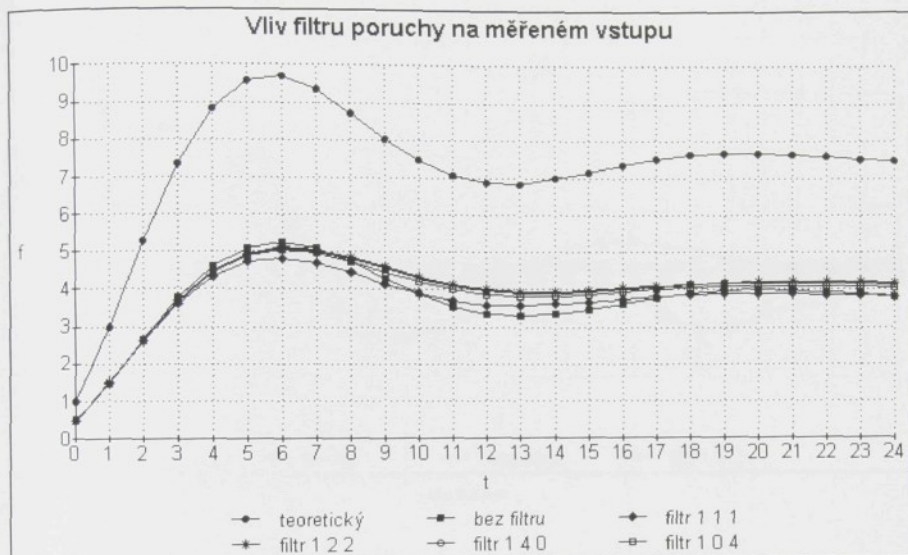
obr. 3.3.5-6

V případě použití modelu poruch ve tvaru (3.3.5-1) a (3.3.5-2) může počet koeficientů $c(k)$, resp. $d(k)$, limitovat k nekonečnu. Parametry šumu mohou být určeny buď až po výpočtu koeficientů a , b modelu nebo současně s koeficienty modelu šumu, v tomto případě však pro posunuté vzorky vstupního a výstupního signálu.



Vliv filtru poruchy na měřeném vstupu při $\lambda = 1$

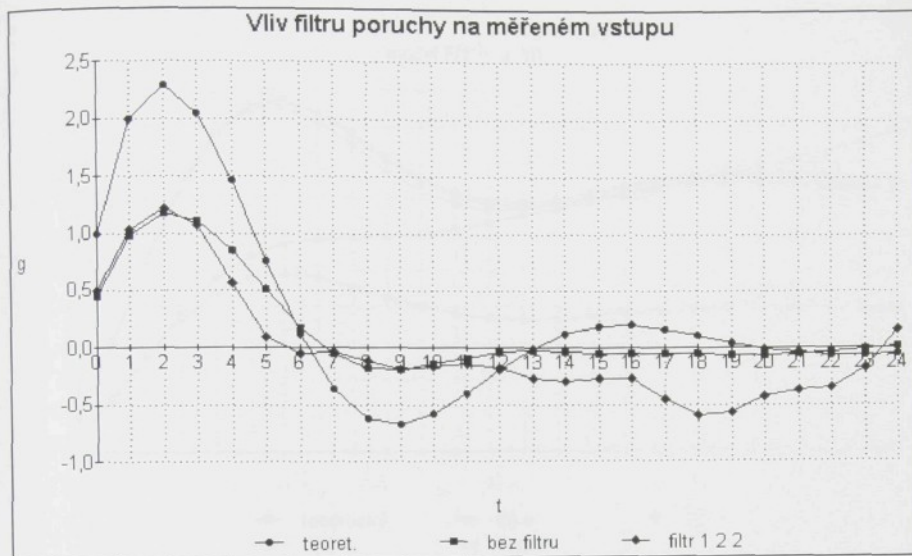
a. Pro model soustavy ve tvaru $G(z^{-1})$



obr. 3.3.5-7



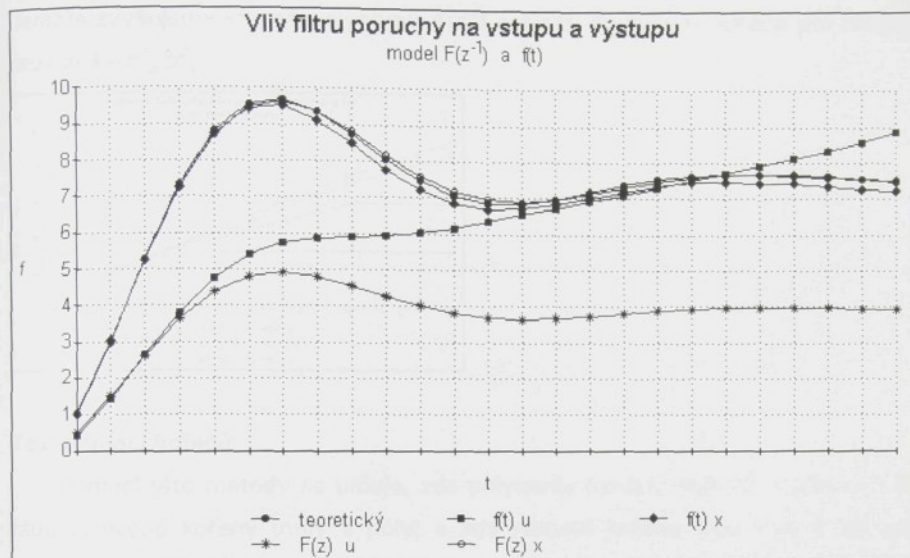
b. Pro model soustavy $g(t)$



obr. 3.3.5-8



c. Pro model soustavy $f(t)$, $F(z^{-1})$



obr. 3.3.5-9

3.3.6 Test pro určení řádu modelu

U uvedených výsledků bylo apriori předpokládáno, že je znám řád polynomu $A(z^{-1})$ a $B(z^{-1})$. V mnoha praktických případech není tento požadavek splněn a k soustavě je nutno přistoupit jako k "černé skříňce". Poznamenejme, že použití dále popsaných metod je ovlivněno rovněž metodou, kterou je výpočet prováděn.

Metoda determinantu

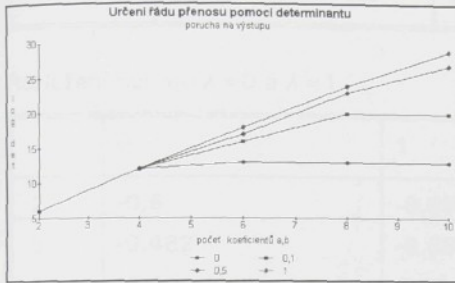
V případě, že výpočet je prováděn pomocí inverzní matice, lze současně snadno určit determinant a proto je navržen k určení řádu poměr [15]

$$\Delta = \frac{\det H(\phi, n+1)}{\det H(\phi, n)}$$

$$H(\phi, n) = \phi^T \phi$$



pro Φ ve tvaru (3.3.4-1b) a n stupeň polynomu $A(z^{-1})$ a $B(z^{-1})$, tedy $n = n_a + n_b$. Jestliže zvyšujeme stupeň polynomů $A(z^{-1})$ a $B(z^{-1})$, dochází ke změně pro různou úroveň $\lambda = \sigma^2 / \sigma_x^2$



Test pomocí kořenů

Pomocí této metody se určuje, zda polynomy modelu mají při zvyšujícím se řádu společné kořeny (nuly a póly) a zda některé kořeny jsou invariantní pro zvýšený řád modelu. Tyto kořeny jsou pak charakteristické pro daný model [15]. Výhodou tohoto způsobu určování řádu je, že současně zjistíme rozložení nul a pólů, tedy stabilní, resp. minimálně či neminimálně fázové soustavy.

Rozložení pólů pro $\lambda = 0$ a $\lambda = 1$

počet a b	0	1
2	0,75 + -0,37i	0,4265 0,5880
3	-0,6701 0,7496 + -0,3708i	-0,5955 0,6587 + -0,3266i
4	-0,4928 + -0,4449i 0,7498 + -0,3707i	-0,04760 + -0,4829i 0,709 + -0,4154i

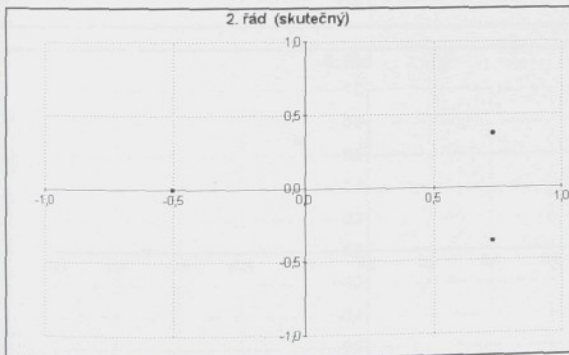


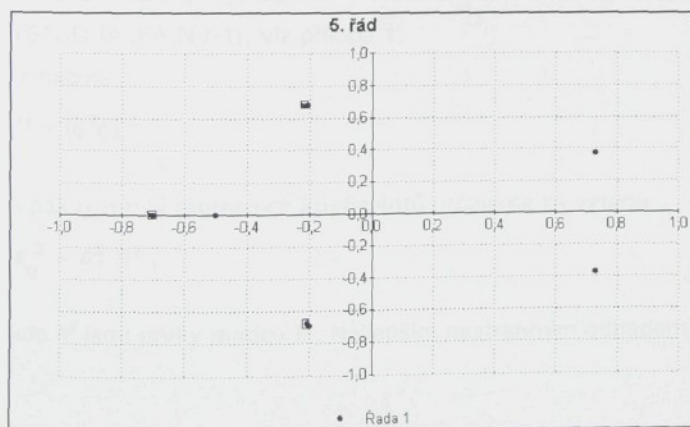
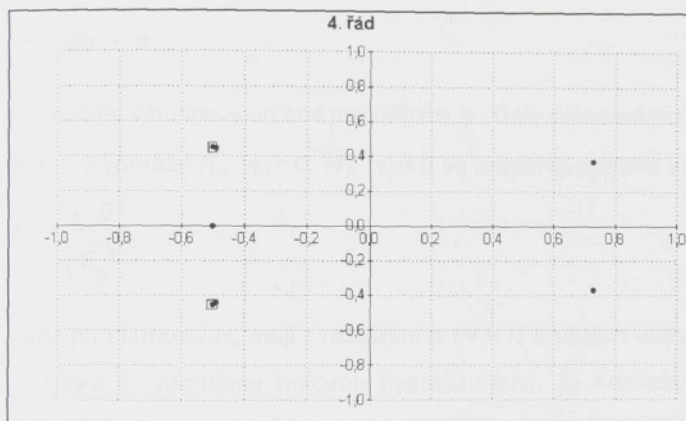
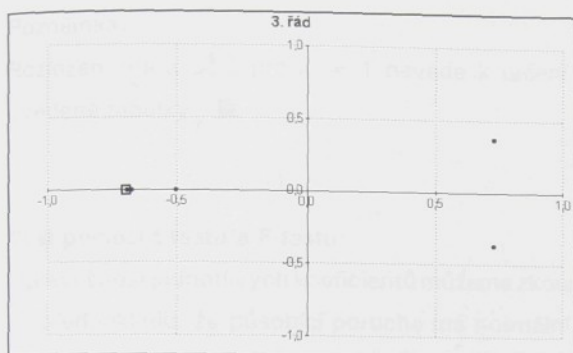
5	-0,7311	-0,6967
	-0,2074 + -0,6896i	-0,2439 + -0,7058i
	0,7498 + -0,3702i	0,7247 + -0,3757i

Rozložení nul pro $\lambda = 0$ a $\lambda = 1$

	0	1
2	-0,5	-0,89
3	-0,482 -0,691	-0,89 0,62 + -0,275i
4	-0,502 + -0,458i -0,476	-0,287 + -0,635i -0,945
5	-0,5 -0,73 -0,205 + -0,692i	-0,106 + -0,758i -0,743 + -0,208i

Rozložení nul a pólů pro $\lambda = 0$







Poznámka:

Rozložení nul a pólů pro $\lambda = 1$ nevede k určení řádu modelu, což je zřejmé z uvedené tabulky ■

Test pomocí t-testu a F-testu

Oprávněnost jednotlivých koeficientů můžeme zkoumat pomocí t-testu nebo F-testu za předpokladu, že působící porucha má normální rozdělení [55],[56]. Uvažujeme maticový tvar rovnice (3.3.4-1)

$$y = \Phi \gamma + e$$

a označme $\hat{\gamma}$ hodnoty určené pro odhady γ . Dále označme počet koeficientů $n_a + n_b$ jako r . Hypotézy $H_0: \gamma_j = 0$, $H_1: \gamma_j \neq 0$ se prověřují pomocí veličin

$$t_v = \frac{\gamma_j - 0}{\sqrt{S_{\gamma_j}^2}},$$

které při platnosti H_0 mají t rozdělení o $(N-r-1)$ stupních volností. V případě, že $t_v > t_{\alpha}(N-r-1)$, zamítáme nulovou hypotézu (tzn. že koeficient γ_j je významný). Kritické hodnoty vyhledáme v tabulce nebo vhodněji určíme pomocí programu TSTUD (ALFA, N-r-1), viz příloha 1.

Označme

$$H = (\Phi^T \Phi)^{-1}$$

a pak rozptyly regresních koeficientů určujeme ze vztahu

$$s_{\gamma_j}^2 = s^2 h^{jj},$$

kde h^{jj} jsou prvky matice **H**. Nejlepším nestranným odhadem rozptylu σ^2 je



$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^N (\hat{y}_i - y_i)^2}{N - r - 1}.$$

Uvedený t-test umožňuje hodnotit individuální vliv koeficientů γ_j .

Hodnoty t-testu při $\lambda = 1$:

a_1	a_2	a_3	a_4	b_0	b_1	b_2	b_3
13				3.7			
18.5				6.3	7.3		
20.9				8.9	10.8	6.2	
18.8				11.3	14.2	9.1	5.0
39	20			14			
2509	1162			1195	527		
1708	847			1182	426	0.1	
1196	668			1172	326	0.3	0.6
64	29	12		32			
7.5	3.2	7.8		1811	12.9	7.8	
7.3	3.1	7.8		1805	12.9	7.8	0.9
133	56	23	12	68			
7.3	3.1	7.8	0.9	1806	12.9	7.9	
2.5	4.1	0.4	3.5	2038	12	5.4	3.6

Hodnoty t-testu při $\lambda = 1$:

a_1	a_2	a_3	a_4	b_0	b_1	b_2	b_3
3.5				3.3			
9.2	3.4			4.2			
7.9	1.7			4.7	3.5		
8.3	1.2	1.6		4.1			



6.3	1.8	4.0		5.2	5.3		
7.8	1.2	0.6	0.4	4.1			
5.9	1.7	2.3	1.1	5.2	5.3		
3.3	2.3	0.5	2.5	5.6	6.2	2.5	

Souhrnný vliv všech koeficientů resp. skupiny koeficientů umožňují F-testy.

Celkový test určuje $H_0: \gamma_1 = \gamma_2 = \dots = \gamma_r = 0$,

H_1 ; *non* H_0 a test se provede pomocí veličiny

$$F_v = \frac{\sum_{i=1}^N (\hat{y}_i - \bar{y})^2 (N-r-1)}{\sum_{i=1}^N (\hat{y}_i - y_i)^2 (r)}$$

kteřá má při platnosti H_0 rozdělení F s r a $N-r-1$ stupni volnosti.

Hodnoty F-testu při $\lambda = 0$

	a_1	a_2	a_3	a_4
b_0	8.3e1	7.2e2	2.5e3	8.8e3
b_1	1.37e2	3.6e6	2.6e6	2.1e6
b_2	1.94e2	2.6e6	5.2e6	4.4e6
b_3	2.42e2	2.1e6	4.4e6	4.9e6

Hodnoty F-testu při $\lambda = 1$

	a_1	a_2	a_3	a_4
b_0	9.82	38.6	30.63	24.4
b_1		39.1	45	37.9
b_2			38.5	37.5
b_3				36.4



Pro úplnost je uvedena rovněž tabulka hodnot rozptylu pro

$\lambda = 0$

	a_1	a_2	a_3	a_4
b_0	2.02	0.21	0.04	0.00
b_1	0.92	0.00	0.00	0.00
b_2	0.54	0.00	0.00	0.00
b_3	0.21	0.00	0.00	0.00

$\lambda = 1$

	a_1	a_2	a_3	a_4
b_0	8.17	3.34	3.23	3.26
b_1		2.68	2.08	1.99
b_2			1.97	1.77
b_3				1.63

Při poruše $\lambda = 0$, vedou daná kritéria k volbě modelu G_{22} nebo G_{33} (F-test).

$$G_{22} = \frac{1.000 \pm 0.0001 + 0.499 \pm 0.0015z^{-1}}{1 - 1.500 \pm 0.0009z^{-1} + 0.700 \pm 0.0009z^{-2}}$$

$$G_{33} = \frac{1.000 \pm 0.0009 + 1.278 \pm 0.151z^{-1} + 0.389 \pm 0.076z^{-2}}{1 - 0.720 \pm 0.150z^{-1} - 0.469 \pm 0.220z^{-2} + 0.545 \pm 0.106z^{-3}}$$

Při poruše $\lambda = 1$, vedou daná kritéria k volbě modelu G_{23} .

$$G_{23} = \frac{1.102 \pm 0.390 + 1.349 \pm 0.320z^{-1}}{1 - 0.753 \pm 0.162z^{-1} - 0.313 \pm 0.261z^{-2} - 0.431 \pm 0.1871z^{-3}}$$

Vliv zvýšení stupně polynomů lze testovat pomocí sekvenčního testu, kdy se jedná o speciální případ F-testu.



Pro tento případ platí

$$\Delta F_v = \frac{\sum_{i=1}^N (\hat{y}_i - \bar{y})_{n+1}^2 - \sum_{i=1}^N (\hat{y}_i - \bar{y})_n^2}{\sum_{i=1}^N (\hat{y}_i - y)_{n+1}^2} \frac{(N - n_{n+1} - 1)}{(n_{n+1})},$$

kde index $n+1$ značí stupeň polynomů o 1 vyšší než s indexem n . Pro $F_v > F_{\alpha}(N - n_{n+1} - 1)$ zamítáme nulovou hypotézu. Hodnoty $F_{\alpha}(N - n_{n+1} - 1)$ určujeme z tabulky.

Pro praktické ověřování vlivu zvyšování stupně polynomů je výhodné určit distribuční funkci například podle programu FFS, viz příloha 1, a testovat

$\beta \leq 1 - \alpha$ přijímáme nulovou hypotézu

$\beta > 1 - \alpha$ zamítáme nulovou hypotézu

kde $\beta = FFS(F_v, 1, N - n_{n+1} - 1)$.

Tím odpadá nutnost určování kvantilů, pro které dosud neznáme efektivní algoritmus. Bylo by ovšem možné použít některou ze známých metod pro řešení algebraických a transcendentních rovnic, výhodnější je však použít výpočet distribuční funkce [55].



4. Statistické metody využívající korelační funkce a výkonové spektrální hustoty.

Uvažujme lineární stacionární proces s impulzní charakteristikou $g(k)$ a frekvenčním přenosem $G(j\omega)$. Dále předpokládejme, že vstupní signál $u(k)$ je realizací stacionárního náhodného procesu a určíme základní vztahy pro náhodný vstupní signál a známý výstupní signál.

4.1 Výpočet impulzní charakteristiky pomocí korelačních funkcí.

Pro určení impulzní charakteristiky lze použít Wiener-Hopfovy rovnice ve tvaru

$$R_{uy}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} g(\lambda) R_{uu}(\tau - \lambda) d\lambda .$$

Vyjádříme nejdříve vliv poruch působících na soustavu podle obr.3.1-1.

Systém je tedy buzen náhodným signálem $u(k)$ a neměřenou poruchou $n_2(k)$, a dále je $u(k)$ zatíženo chybou $n_3(k)$. Obdobně signál $x(k)$ je měřen s poruchou $n_4(k)$. Poruchy $n_3(k)$ a $n_4(k)$ reprezentují rovněž případné chyby měření. Při analýze soustavy jsou tedy známy signály $u(k) + n_3(k)$ a $y(k)$. Pro odezvu soustavy platí

$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} g(\lambda) u(t - \lambda) d\lambda + \int_{-\infty}^{\infty} g(\lambda) n_3(t - \lambda) d\lambda$$

$$y(t) = x(t) + n_4(t) + \int_{-\infty}^{\infty} g(\lambda) n_2(t - \lambda) d\lambda .$$

Úpravou uvedeného vztahu násobením zleva výrazem $u(t - \tau) + n_3$ získáme korelační funkce Wiener-Hopfovy rovnice ve tvaru

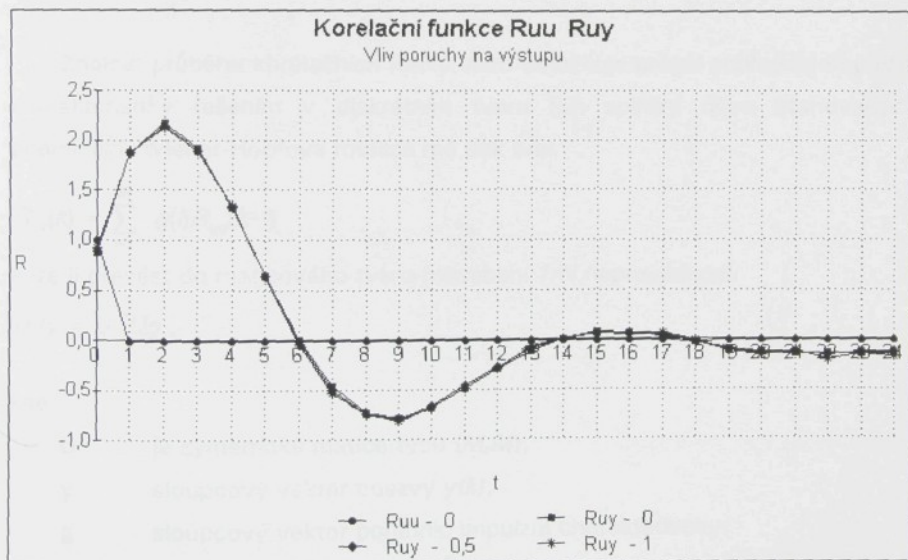


$$\begin{aligned}
 R_{ux}(\tau) + R_{n_3x}(\tau) + R_{un_4}(\tau) + R_{n_3n_4}(\tau) = \\
 = \int_{-\infty}^{\infty} g(\lambda) [R_{uu}(\tau-\lambda) + R_{n_3u}(\tau-\lambda) + R_{un_3}(\tau-\lambda) + R_{n_3n_3}(\tau-\lambda)] d\lambda - \\
 - \int_{-\infty}^{\infty} g(\lambda) [R_{un_2}(\tau-\lambda) + R_{n_3n_2}(\tau-\lambda)] d\lambda .
 \end{aligned}$$

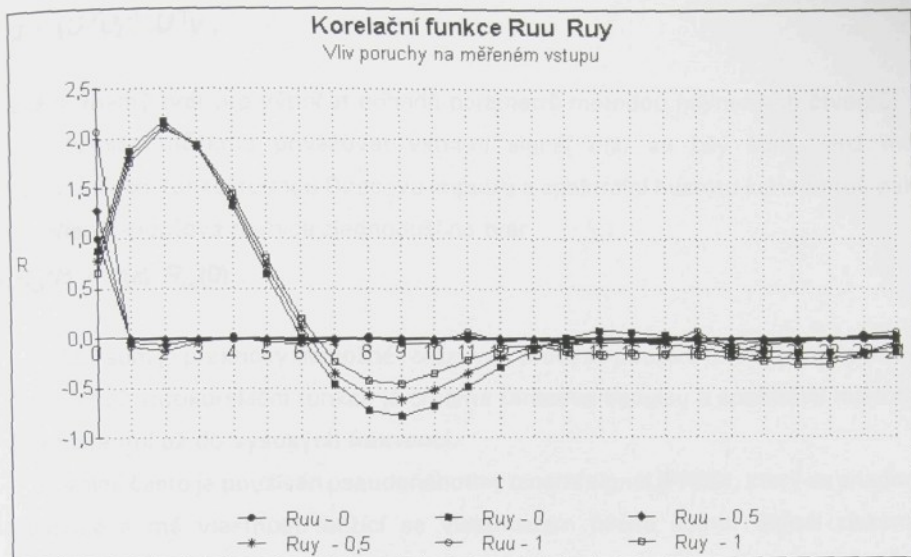
V případě, že vstupní signál $u(k)$ není korelován s poruchami $n_2(k)$, $n_3(k)$, $n_4(k)$ a poruchy nejsou vzájemně korelovány, obdržíme

$$R_{uy}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} g(\lambda) [R_{uu}(\tau-\lambda) + R_{n_3n_3}(\tau-\lambda)] d\lambda .$$

Je zřejmé, že vliv poruchy $n_3(k)$ nelze odstranit a v případě, že $n_3(k) \neq 0$, nezískáme nestranné odhady souřadnic impulzní charakteristiky.



obr. 4.1.1-1



obr. 4.1-2

Znalost průběhu korelačních funkcí nám umožňuje určení souřadnic impulzní charakteristiky řešením v diskrétním tvaru (při splnění dříve stanovených podmínek). Wiener-Hopfova rovnice má pak tvar

$$R_{uy}(k) = \sum_{i=1}^M g(i) R_{uu}(k-i)$$

a lze ji převést do maticového tvaru (násobení $1/N$ neprovádíme)

$$U^T y = U^T U g,$$

kde

- U je symetrická matice typu (M, M) ,
- y sloupcový vektor odezvy $y(k)$,
- g sloupcový vektor pořadnic impulzní charakteristiky.

Odhad parametrů se provede např. pomocí inverze matice



$$g = (U^T U)^{-1} U^T y,$$

což je známý tvar pro výpočet odhadů parametrů metodou nejmenších čtverců.

Jestliže můžeme považovat vstupní signál $u(k)$ za bílý šum, jenž má autokorelační funkci rovnou Diracovu impulsu a spektrální hustotu konstantní, pak se Wiener-Hopfova rovnice zjednoduší na tvar

$$R_{uy}(k) = g(k) R_{uu}(0).$$

Bílý šum je prakticky nemožné realizovat, proto se používá tzv. širokopásmový šum, jehož autokorelační funkce je úměrná Diracovu impulsu a spektrální hustota je konstantní až do vysokých frekvencí.

Velmi často je používán pseudonáhodný binární signál (PRBS), který se snadno generuje a má vlastnosti blízké vlastnostem bílého šumu. Signál získaný generátorem se přičte k signálu vstupujícímu do soustavy a tyto dva signály nesmějí být vzájemně korelovány.

Vzájemnou korelační funkci $R_{uy}(i)$ v diskrétním tvaru určíme ze vztahu

$$R_{uy}(i) = \frac{1}{N-i} \sum_{k=1}^{N-i} y(k) u(k-i) = \frac{|A|}{N-i} \sum_{k=1}^{N-i} y(k) \operatorname{sgn} u(k-i)$$

a výpočet $g(i)$ provádíme z výrazu pro $i = 0, 1, \dots$

$$g(i) = \frac{R_{uy}(i)}{R_{uu}(0)} = \frac{\sum_{k=1}^{N-i} y(k) u(k-i)}{A^2(N-i)} = \frac{\sum_{k=1}^{N-i} y(k) \operatorname{sgn} u(k-i)}{A(N-i)}.$$

Odstranění nízkých frekvencí je možné provést filtrováním. Lze např. použít filtru

$$F(p) = \frac{\tau p}{1 + \tau p},$$

kterému odpovídá diskrétní přenos



$$F(z) = \frac{z-1}{z-D}$$

kde $D = e^{-T/\tau}$

T je interval vzorkování

τ je časová konstanta.

Časovou konstantu se doporučuje volit tak, aby se filtrovaly frekvence nižší, než je nejnižší frekvence vstupního signálu. Použije-li se vstupní signál PRBS s intervalem přepínání Δt a periodou N , je nejnižší frekvence

$$\omega_{\min} = \frac{2\pi}{N\Delta t}$$

takže pro návrh časové konstanty platí

$$\tau \geq \frac{N\Delta t}{2}$$

Diskrétní přenos $F(z)$ převedený na diferenční rovnici dává jednoduché vztahy pro filtraci vstupního a výstupního signálu

$$u^*(k) = Du^*(k-1) + u(k) - u(k-1)$$

$$y^*(k) = Dy^*(k-1) + y(k) - y(k-1)$$

V případě, že průběh poruchy má tvar polynomu, je možno užít přístupu uvedeného v kapitole 1.1.

Pro průběžný výpočet vzájemné korelační funkce lze použít vztahu

$$R_{uy}(i, k) = R_{uy}(i, k-1) + \frac{1}{k+1} [u(k-i) y(k) - R_{uy}(i, k-1)]$$

který je však numericky nestabilní.



4.2 Výpočet frekvenční charakteristiky pomocí výkonové spektrální hustoty

Pro průchod stacionárního a ergodického náhodného signálu lineární soustavou platí při známé výkonové spektrální hustotě vstupního a výstupního signálu a známé spektrální hustotě vstupního signálu vztah

$$S_{yy}(\omega) = G(j\omega) S_{uu}(\omega) \quad (4.2-1)$$

Řešením tohoto vztahu je možno získat reálnou a imaginární část frekvenční charakteristiky

$$\begin{aligned} G^{Re}(j\omega) &= S_{yy}^{Re}(\omega)/S_{uu}(\omega) \\ G^{Im}(j\omega) &= S_{yy}^{Im}(\omega)/S_{uu}(\omega) \end{aligned} \quad (4.2-2)$$

kde výkonové spektrální hustoty určíme buď pomocí Fourierovy transformace korelačních funkcí nebo přímo z realizací vstupních a výstupních signálů.

V případě, že pro vstupní signál je výkonová spektrální hustota $S_{uu}(\omega)$ v potřebném intervalu frekvencí konstantní, rovnice (4.2-1) se zjednoduší

$$\begin{aligned} G^{Re}(j\omega) &= S_{yy}^{Re}(\omega)/K \\ G^{Im}(j\omega) &= S_{yy}^{Im}(\omega)/K \end{aligned}$$

kde K je konstanta.

Vztah mezi frekvenční charakteristikou $G(j, \omega)$ a výkonovými spektrálními hustotami může být rovněž vyjádřen rovnicí (4.2-3)

$$S_{yy}(\omega) = |G(j\omega)|^2 S_{uu}(\omega) \quad (4.2-3)$$

Pro určení frekvenční charakteristiky $G(j\omega)$ lze vztahu (4.2-3) použít následovně:

Určíme spektrální hustotu $p(k) = y(k) + u(k)$. Dá se dokázat, že pro stacionární



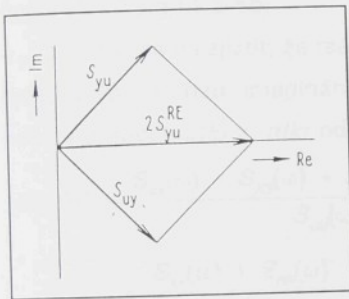
náhodný proces platí

$$S_{pp}(\omega) = S_{uu}(\omega) + S_{yy}(\omega) + S_{uy}(\omega) + S_{yu}(\omega) .$$

Z tohoto výrazu určíme reálnou část vzájemné výkonové spektrální hustoty

$$S_{uy}^{Re}(\omega) = \frac{S_{pp}(\omega) - S_{uu}(\omega) - S_{yy}(\omega)}{2} , \quad (4.2-4)$$

neboť z následujícího obr 4.2-1 plyne, že



obr. 4.2-1

$$S_{uy}(\omega) + S_{yu}(\omega) = 2S_{yu}^{Re}(\omega) .$$

Z rovnice (4.2-1) a (4.2-4) určíme

$$G^{Re}(j\omega) = \frac{S_{pp}(\omega) - S_{uu}(\omega) - S_{yy}(\omega)}{2S_{uu}(\omega)} . \quad (4.2-5a)$$

Imaginární složku frekvenční charakteristiky určíme již snadno

$$G^{Im}(j\omega) = \sqrt{\frac{S_{yy}(\omega)}{S_{uu}(\omega)} - \left[\frac{S_{pp}(\omega) - S_{uu}(\omega) - S_{yy}(\omega)}{2S_{uu}(\omega)} \right]^2} . \quad (4.2-5b)$$

Pomocí vztahů (4.2-5a) a (4.2-5b) určíme reálnou a imaginární složku $G(j\omega)$ pomocí $S_{uu}(\omega)$, $S_{yy}(\omega)$ a $S_{pp}(\omega)$, které mají jen reálnou část.

Zjistíme nyní vliv poruch na odhad $G(j\omega)$. Uvažujme soustavu podle obr.3.1-1



a určíme nejdříve vliv poruchy na výstupu $y(k) = x(k) + n(k)$, kde $n(k) = n_4(k)$. Pro vztah (4.2-1) platí při zahrnutí poruchy $n(k)$ do výpočtu

$$S_{u(x+n)}(\omega) = G(j\omega) S_{uu}(\omega)$$

$$G(j\omega) = \frac{S_{ux}(\omega) + S_{un}(\omega)}{S_{uu}(\omega)}$$

a pro nekorelované signály $u(k)$ a $n(k)$ získáme nestranné odhady.

Uvažujeme nyní poruchu $n = n_2$ na vstupu a určíme její vliv při vyhodnocování podle (4.2-5a) a (4.2-5b)

Snadno se dá zjistit, že reálná složka pro $u(k)$ a $n(k)$ nekorelované je odhadem nestranným, odhad imaginární složky je však pro $n(k) \neq 0$ i v případě nekorelovanosti $u(k)$ a $n(k)$ odhadem vychýleným, neboť

$$\begin{aligned} |G(j\omega)|^2 &= \frac{S_{xx}(\omega) + S_{xn}(\omega) + S_{nx}(\omega) + S_{nn}(\omega)}{S_{uu}(\omega)} = \\ &= \frac{S_{xx}(\omega) + S_{nn}(\omega)}{S_{uu}(\omega)} \end{aligned}$$

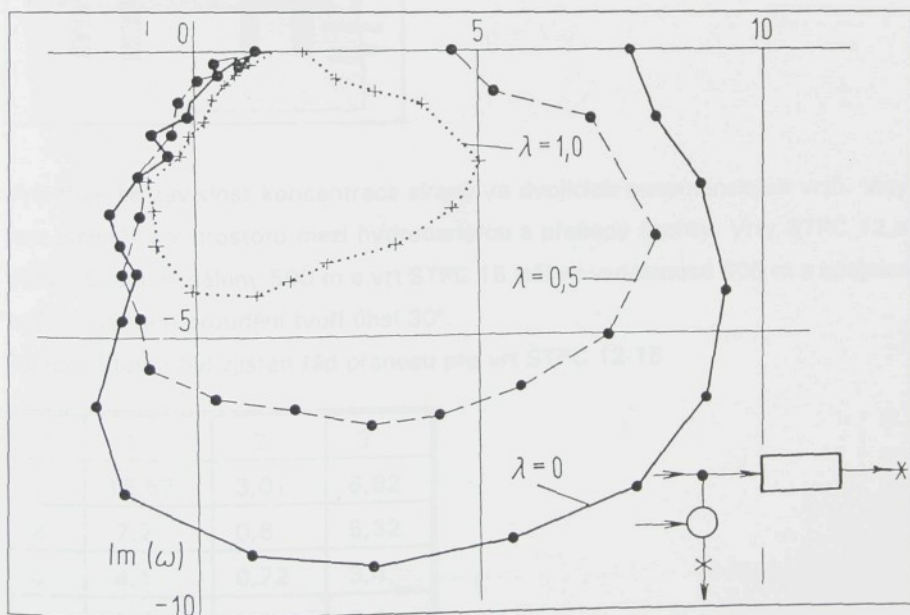
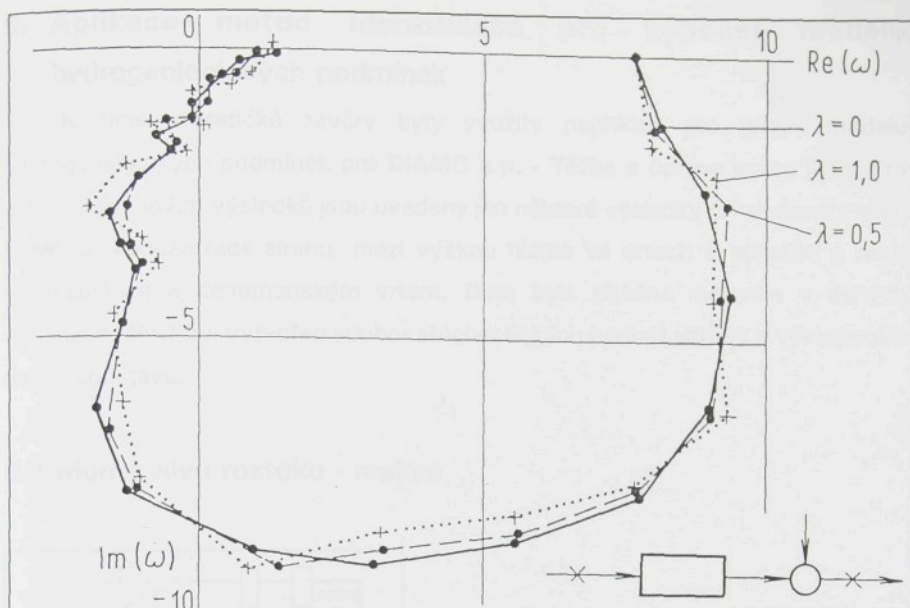
V případě, že uvažujeme poruchu na měřeném vstupu, při použití vztahu (4.2-5a) a (4.2-5b) platí, při označení $n = n_3$

$$G(j\omega) = \frac{S_{uy}(\omega) + S_{ny}(\omega)}{S_{uu}(\omega) + S_{nn}(\omega) + S_{un}(\omega) + S_{nu}(\omega)}$$

Rovněž při použití vztahu (4.2-1) lze zjistit, že pro poruchu na měřeném vstupu nejsou získané odhady nestranné. Na obr. 4.2-2 a 4.2-3 jsou uvedeny odhady amplitudo-fázové charakteristiky pro poruchu působící na výstupu a na měřeném vstupu pro dříve uvedenou soustavu

$$G_1 = \frac{1 + 0,5z^{-1}}{1 - 1,5z^{-1} + 0,7z^{-2}}$$

pro různé úrovně šumu.



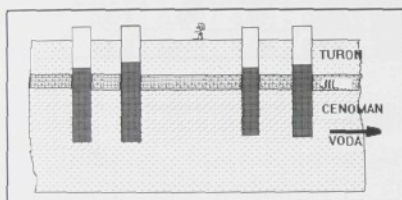
obr. 4.2.2 obr. 4.2.3



5. Aplikace metod identifikace pro výpočet modelu hydrogeologických podmínek

Uvedené teoretické závěry byly využity například pro určení modelu hydrogeologických podmínek pro DIAMO a.p. - Těžba a úprava uranu [58]. Pro ilustraci získaných výsledků jsou uvedeny jen některé výsledky při sledování vlivu závislosti koncentrace síranů, mezi výškou hladin ve vrtech a odkališti a mezi turomanským a cenomanským vrtem. Data byla získána měřením v daných termínech, čímž byl vytvořen soubor stochastických hodnot vstupu a výstupu pro danou soustavu.

5.1 Model vlivu roztoku - reakce



Vyšetřuje se závislost koncentrace síranů ve dvojicích cenomanských vrtů. Vrtů jsou umístěny v prostoru mezi hydrobarierou a překopy šachty. Vrtů STPC 12 a STPC 15 jsou vzdáleny 500 m a vrt STPC 15 leží ve vzdálenosti 500 m a spojnice vrtů se směrem proudění tvoří úhel 30°.

Pomocí F-testu byl zjištěn řád přenosu pro vrt STPC 12-15

$n \setminus m$	1	2	3
1	15,57	3,01	6,62
2	7,2	0,6	5,32
3	4,1	0,72	3,4
4	-2,5	-1,2	2,4



Z uvedené tabulky je zřejmé, že optimální počet koeficientů přenosu je 2 u čitatele a 2 u jmenovatele. Obdobné výsledky byly získány pro další případy a tabulka F-testů není dále uváděna.

č. 12-15

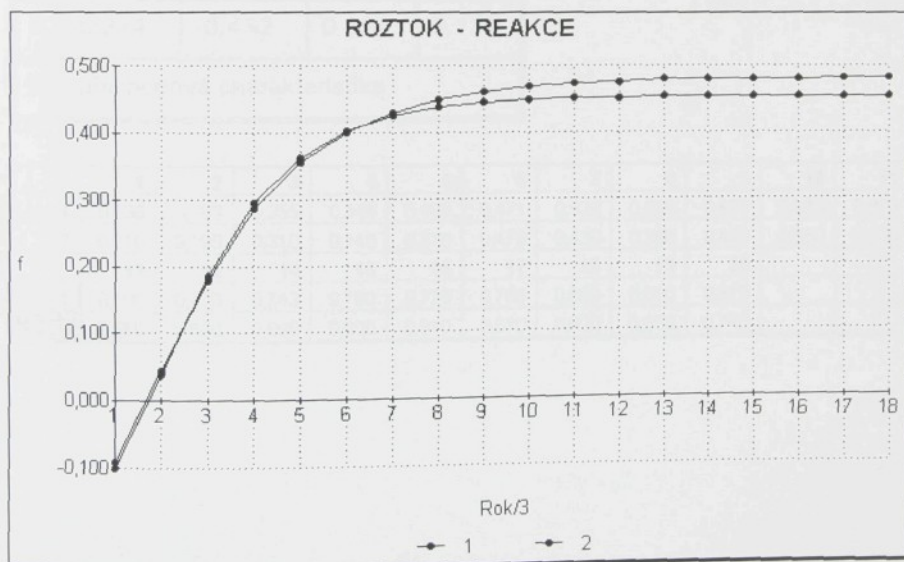
$$1. \quad F(z^{-1}) = \frac{-0,092 + 0,2171z^{-1}}{1 - 0,906z^{-1} + 0,1701z^{-2}}$$

Model LS

$$2. \quad F(z^{-1}) = \frac{-0,1 + 0,231z^{-1}}{1 - 0,918z^{-1} + 0,206z^{-2}}$$

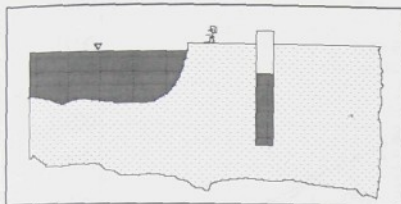
Model ARMAX

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	-0,090	0,045	0,180	0,286	0,356	0,401	0,430	0,449	0,461	0,469	0,474	0,477
2	-0,100	0,039	0,187	0,295	0,363	0,403	0,426	0,439	0,446	0,450	0,452	0,453
	12	13	14	15	16	17	18					
1	0,477	0,480	0,481	0,482	0,482	0,483	0,483					
2	0,453	0,454	0,454	0,455	0,455	0,455	0,455					





5.2. Model hladina jezera - hladina kontrolních vrtů



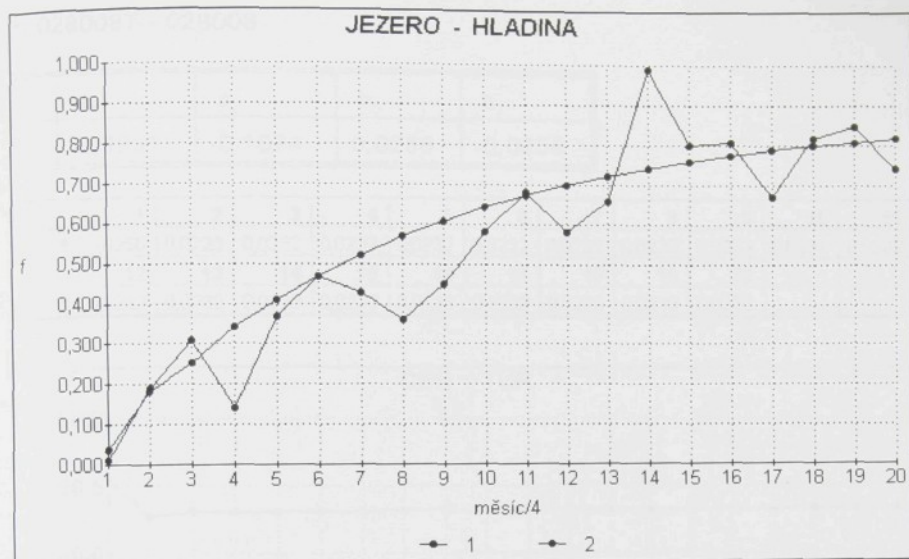
Vyšetřuje se závislost mezi výškou hladiny v pozorovacích vrtech a výškou hladiny v jezeře odkaliště II.

Pro data PJ-110 byly získány následující výsledky, uváděné ve tvaru koeficientů diferenční rovnice.

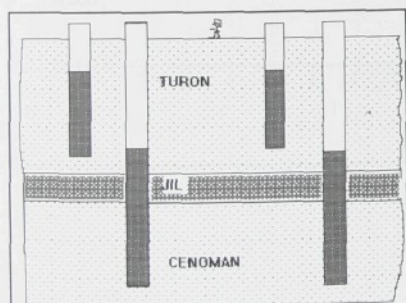
č. PJ-110

	a_1	a_2	b_0	b_1
1	-0,374	-0,432	0,384	0,131
2	přechodová charakteristika			

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	0,038	0,183	0,255	0,344	0,408	0,471	0,522	0,569	0,608	0,643	0,673
2	0,010	0,190	0,310	0,140	0,370	0,470	0,430	0,360	0,450	0,580	0,680
	12	13	14	15	16	17	18	19	20		
1	0,700	0,723	0,743	0,760	0,775	0,788	0,800	0,810	0,819		
2	0,580	0,660	0,990	0,800	0,810	0,670	0,820	0,850	0,740		



5.3. Model vlivu Cenoman - Turon



Vyšetřuje se závislost mezi výškou hladiny v sousedních vrtech, z nichž jeden je cenomanský a druhý turonský.

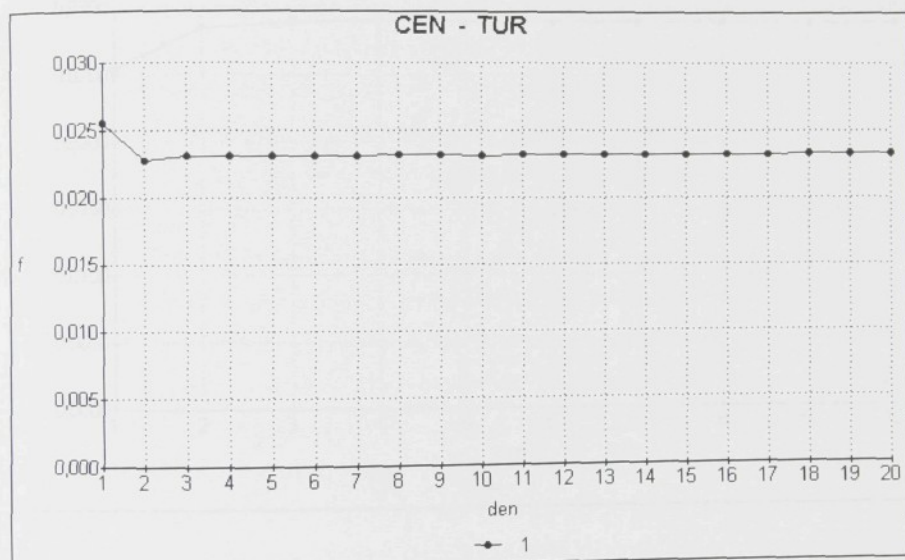
Pro data č. 02808T-028008 a SZ 10-SZ 7 byly získány následující koeficienty diferenční rovnice.



č. 028008T - 028008

	a_1	a_2	b_0	b_1
1	-0,9831	-0,1074	0,0256	-0,0256

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	0,0256	0,0228	0,0232	0,0232	0,0232	0,0232	0,0232	0,0232	0,0232	0,0231	0,0232
	12	13	14	15	16	17	18	19	20		
1	0,0232	0,0232	0,0233	0,0233	0,0233	0,0233	0,0233	0,0233	0,0233		

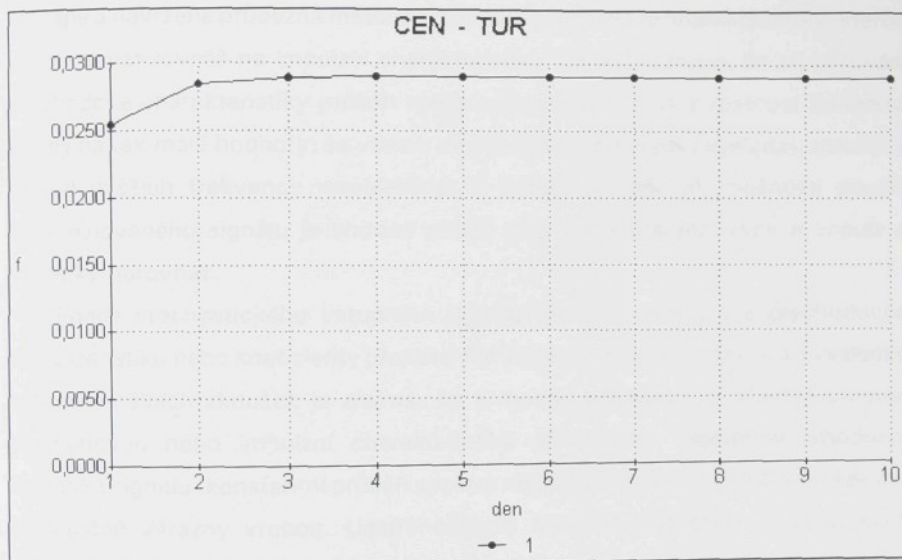




č. SZ 10 - SZ 7

	a_1	a_2	b_0	b_1
1	-0,726	-0,0696	0,0255	-0,0155

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0,0255	0,0285	0,0289	0,0290	0,0290	0,0291	0,0291	0,0291	0,0291	0,0291





Závěr

Účelem této práce bylo podat rozbor některých vybraných identifikačních metod pro použití v praxi. Je uvedeno odvození zvolených metod identifikace a odvození vliv poruchových veličin na přesnost výsledku, které jsou potvrzeny výsledky ověřování dané metody simulací na počítači. V případě, že je možno použít při identifikaci determinovaný vstupní signál, jsou v kapitole 2 stanoveny základní principy a navržena průběžná metoda pro určení přechodové charakteristiky, kterou lze aplikovat rovněž na impulzní charakteristiku. Je zdůvodněno, že při určování přechodové charakteristiky průběh spektra skoku amplitudy s rostoucí frekvencí klesají na tak malé hodnoty, že vlivem nepřesnosti měření jsou výsledky získané v oblasti vyšších frekvencí nespolehlivé. Z tohoto důvodu při možnosti použití determinovaného signálu je vhodné použít jako vstupní signál skok a impuls a výsledky porovnat.

V případě stochastického vstupního signálu lze určit impulzní a přechodovou charakteristiku nebo koeficienty přenosu $F(z^{-1})$. Z teoretického rozboru a z výsledků experimentálních zkoušek je zřejmé, že v mnoha případech je vhodné určovat přechodovou nebo impulzní charakteristiku při předem zajištěném vhodném vstupním signálu (konstantní průběh spektra resp. průběh autokorelační funkce má dostatečně výrazný vrchol). Ušetříme tímto filtrování vstupních a výstupních signálů. Je však vždy výhodné určovat se souřadnicemi přechodové resp. impulzní charakteristiky rovněž koeficient trendu, čímž se odstraní problém srovnání stupnic při měření. Koeficienty trendu vyššího řádu nežli $d(0)$, nelze při on-line identifikaci použít vzhledem k přetečení slova počítače při větším počtu měření.

Je-li požadovaným výsledkem přenos, je možno tento určit z přechodové charakteristiky (impulzní na přechodovou charakteristiku převedeme snadno) pomocí např. metod odvozených prof. Strejcem nebo rovněž metodou uvedenou v kapitole 2.4.

Určit koeficienty přenosu lze rovněž pomocí metod uvedených v kapitole 3. Pokud však do soustavy vstupuje porucha, je nutné zvolit vhodný typ filtru. Tomuto



problému je věnována převážná část kapitoly 3 pro on-line a off-line identifikaci. Rozbor vlivu poruch je uveden v kapitole 3.3.4, ze kterého je zřejmý rozdíl při určování impulzní resp. přechodové charakteristiky a přenosu $F(z-1)$. Vliv poruch je určován pomocí korelačních funkcí, které vedou k přehlednému znázornění vlivu poruch na výstupu, na vstupu a na měřeném vstupu.

Jak provádět úpravu zvolené struktury modelu je uvedeno v kapitole 3.3.2, ze které vyplývá, že vhodným modelem je model ARMA při on-line identifikaci a ARMAX pro svou jednoduchost při off-line identifikaci.

Dalším problémem oproti určování přechodové charakteristiky je nutnost stanovit řád soustavy a eliminovat dopravní zpoždění. Tomuto problému je věnována kapitola 3.3.6, kde jsou porovnány výsledky pro různé testy řádu soustavy. Z uvedených výsledků je zřejmé, že vhodné jsou F a t-testy.

V práci je uvedena rovněž možnost pr výpočet impulzní charakteristiky a amplitudo-fázovou charakteristiku pomocí korelačních funkcí a výkonové spektrální hustoty. Určit impulzní charakteristiku je vhodné touto metodou pouze pro PRBS vstupní signál, viz kapitola 4.1 a příloha 3. V této kapitole je proveden rovněž rozbor vlivu poruch na výsledek řešení.

Z výsledků práce je zřejmé, že značným problémem při identifikaci může být porucha na měřeném vstupu, kterou nelze odstranit filtrováním a to pro většinu známých metod identifikace statických i dynamických soustav.

Pro každé měření je vhodné provést rozbor možných chyb a např. druhou chybu měření lze zjistit Dixonovým testem, uvedeným v kapitole 1.1.

Závěrem práce je uveden jeden z případů řešených autorem pro DIAMO a.s. Stráž p. Ralskem. Zde byly potvrzeny předpoklady, že existuje závislost u vlivu koncentrace síranů a mezi výškou hladin ve vrtech a že není prokázána závislost mezi cenomanským a turomanským vrtem. Další praktické aplikace jsou zřejmé se seznamu autorových publikací, uvedených v příloze 4.



Seznam sestavených programů

Vyvolat program: 2x kliknutím na odpovídající ikoně v prostředí Works for Windows

PROGRAMY PRO IDENTIFIKACI:

Identifikace souřadnic impulzní resp. přechodové charakteristiky pro obecný vstupní signál



$f(t) - g(t)$ off

Metoda OFF-LINE

Identifikace souřadnic impulzní resp. přechodové charakteristiky pro obecný vstupní signál



$f(t) - g(t)$ on

Metoda ON-LINE

Identifikace koeficientů přenosu resp. koeficientů diferenční rovnice



dif rov on

Model EM (LS, AR, LR, ARMA, ARMAX, GLS)

Metoda ON-LINE

Identifikace koeficientů přenosu resp. koeficientů diferenční rovnice



Dif rov off

Model LS včetně výpočtu intervalu spolehlivosti a F-testu a t-testu významnosti koeficientů

Metoda OFF-LINE

Identifikace souřadnic impulzní charakteristiky pro korelační funkce R_{uu} a R_{uy}



$g(t)$ off

Metoda ON-LINE



Identifikace souřadnic amplitudo-fázové charakteristiky



amplitudo-fázová ch.

Metoda off-line

PROGRAMY PRO KORELAČNÍ FUNKCE A SPEKTRA:

Výpočet autokorelační a vzájemné korelační funkce



korelace

Výpočet spektra



spektrum

Výpočet spektra nebo výkonové spektrální hustoty pomocí FFT

PROGRAMY PRO ŘEŠENÍ SOUSTAVY ROVNIC:

Řešení soustavy lineárních algebraických rovnic přeuračeny



rovnice lin on 1

Metoda REDUCE

Řešení soustavy lineárních algebraických rovnic přeuračeny



rovnice lin on 2

Metoda REFIL



Řešení soustavy lineárních algebraických rovnic přeúčřených



rovnice lin on 3

Metoda UDFIL

Vytvoření soustavy lineárních algebraických rovnic z naměřených hodnot vstupu a výstupu



vytvoření rovní

Vytvoření soustavy lineárních algebraických rovnic z naměřených hodnot u , y a násobení transponovanou maticí. Nutno použít pro úpravu před řešením některou z metod řešení soustavy lineárních algebraických rovnic.

Řešení soustavy lineárních algebraických rovnic



rovnice lin off 1

Metody eliminační - Gaussova, elementárních rotací, odmocnin, Choleského, ortogonalizace, Croutova

Řešení soustavy lineárních algebraických rovnic



rovnice lin off 2

Metody iterační - Gauss-Seidelova, Jacobiho

Řešení soustavy nelineárních rovnic



rovnice nederivační

Metoda nederivační

Řešení soustavy nelineárních rovnic



rovnice derivační

Metoda derivační



POMOCNÉ PROGRAMY:

Výpočet nul a pólu přenosu



kořeny

Metoda Linova resp. Bairstowova

Výpočet kritických hodnot Studentova t-rozdělení



t- kritické

Výpočet distribuční funkce F-rozdělení



F-distribuční

Verifikace dat



Dixon

Testy extrémních odchylek - Dixonův neparametrický test

Převod impulzní charakteristiky na přechodovou resp. přechodové na impulzní



převod f-g

Metoda lichoběžníková pro integraci

Metoda 5.bodová pro derivaci

Generování pseudonáhodného signálu PRBS



generátor PRBS

Generování pseudonáhodného PRBS signálu s volitelnou délkou



Generování pseudonáhodného signálu s rovnoměrným rozložením



generátor kongruentní

Generování pseudonáhodného signálu s rovnoměrným rozložením kongruentní metodou

Generování pseudonáhodného signálu s Gaussovým rozložením



generátor Gauss

Generování pseudonáhodného signálu s Gaussovým rozložením ze signálu s rovnoměrným rozložením



Příloha 2

Matematické řešení regresního modelu

V maticovém zápisu lze tento model vyjádřit ve známém tvaru

$$y = Ua + e,$$

kde

$$y = [y_1, y_2, \dots, y_N]^T$$

$$U = \begin{bmatrix} U_{11} & U_{12} & \dots & U_{1M} \\ U_{21} & U_{22} & \dots & U_{2M} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ U_{N1} & U_{N2} & \dots & U_{NM} \end{bmatrix}$$

$$a = [a_1, a_2, \dots, a_M]^T$$

$$e = [e_1, e_2, \dots, e_N]^T.$$

Odhad parametrů metodou nejmenších čtverců se provádí za předpokladu, že

- náhodné složky mají nulovou střední hodnotu,
- rozptyl náhodných složek σ^2 je ve všech pozorováních konstantní, přičemž náhodné složky nejsou korelovány,
- jednotlivé hodnoty prvků matice U jsou ve všech pozorováních nestochastická reálná čísla, takže U a e jsou nezávislé,
- žádné dvě nebo více proměnných u_i nejsou lineární kombinací některé jiné nezávisle proměnné.

Označíme-li vektor reziduálních odchylek jako e , pak

$$e^T e = (y - Ua)^T (y - Ua) = y^T y - 2a^T U^T y + a^T U^T U a.$$

Minimalizací součtu čtverců reziduí - derivací podle a , obdržíme soustavu normálních rovnic



$$U^T U a = U^T y,$$

kteřou možno formálně označit symboly, užívanými pro soustavu lineárních algebraických rovnic, tj. $A x = b$

kde A je matice koeficientů typu (m, m) ,

b je vektor pravých stran typu (m) ,

x je vektor neznámých kořenů soustavy typu (m) .

Řešení této soustavy lze provést například, [55], [56]

- eliminační metodou, např. Gaussovou, pomocí inverzní matice, metodou odmocnin, metodou Choleského, Croutovou metodou, atd.,
- iterační metodou, např. Gauss-Seidelova, Jacobiho, atd.

Programy pro uvedené metody je možno využít pomocí doplněného produktu Microsoft Works, viz. příloha 1.

Průběžné řešení systému lineárních algebraických rovnic

V praxi se často setkáváme s problémem určení koeficientů regresního modelu pro rozsáhlé měření nebo pro průběžné měření a vyhodnocování. Existuje několik metod, například metody REFIL, UDFIL a metoda REDUCE. Uveďme princip řešení metodou elementárních rotací, nazývanou REDUCE.

Elementární matice rotací

Při numerickém řešení lineárních rovnic můžeme dostat ne zcela přesný výsledek. Může se to stát jednak zaokrouhlováním mezivýsledků, způsobeným konečnou délkou slova u počítače, která bývá především u řídicích počítačů a u speciálních číslicových regulátorů krátká, jednak tím, že koeficienty soustav jsou známy jen přibližně.

Soustava rovnic z technické úlohy má koeficienty získané zpravidla experimentálně a pak je nutno znát nejen řešení této soustavy, ale též vliv změn koeficientů na měření. Může se totiž stát, že malá změna koeficientů vede k velkým změnám ve výsledku, a tím je výsledek řešení bezcenný. Tento problém malé



stability vzniká u soustavy lineárních rovnic se špatně podmíněnou maticí (takto se nazývá čtvercová regulární matice, u níž je inverzní matice nestabilní), která může být prakticky singulární, jsou-li prvky matice dány jen přibližně.

V případě, že při řešení rekurentním způsobem použijeme inverze matice, kterou je samozřejmě nutno používat v každém kroku, můžeme se dostávat do známých problémů inverze matice. Jestliže použijeme možnosti náhrady inverze rekurentními vztahy, kterými se potřebné inverze opravují s ohledem na nově získaná data, mohou se objevit potíže.

V mnoha případech je výhodné použít modifikace eliminační metody, při které se jako pomocné matice volí elementární matice rotací. Tato metoda vyžaduje čtyřnásobek výpočetních operací oproti např. Gaussově metodě, má však větší stabilitu a je málo citlivá na nepřesnosti vzniklé "malými" hodnotami determinantů pomocných soustav rovnic.

V [79] je doporučeno použít přímo ortogonální matice tzv. elementární matice rotací, což je matice tvaru

$$T_{ij} = \begin{bmatrix} 1 & & & \\ & c & & s \\ & & 1 & \\ & s & & c \end{bmatrix}$$

kde $c^2 + s^2 = 1$.

Elementární matice rotací se liší od jednotkové matice nejvýše ve čtyřech prvcích ležících v průsečících řádků a sloupců s indexy i a j , $i < j$.

Je zřejmé, že při násobení matice A maticí T_{ij} zleva se změní jen prvky v i -tém a j -tém řádku matice A . Bude totiž pro prvky matice ${}^{(1)}A = T_{ij}A$ platit

$${}^{(1)}a_{ij} = a_{ij}$$



$$(1)a_{iL} = ca_{iL} - sa_{jL}$$

$$L = 1, 2, \dots, n.$$

$$(1)a_{jL} = sa_{iL} + ca_{jL}$$

Obdobně při násobení matice A zprava maticí T se změní jen prvky v i -tém a j -tém sloupci

$$(1)a_{Kj} = ca_{Kj} + sa_{Kj}$$

$$K = 1, 2, \dots, n.$$

$$(1)a_{Kj} = -sa_{Kj} + ca_{Kj}$$

Je-li alespoň jeden z prvků a_{iL} , a_{jL} různý od nuly, lze zřejmě zvolit čísla c a s tak, aby prvek $(1)a_{jL}$ matice $(1)A = T_j A$ byl roven nule. Stačí totiž vzít

$$s = -\frac{a_{jL}}{\sqrt{a_{iL}^2 + a_{jL}^2}}, \quad c = \frac{a_{iL}}{\sqrt{a_{iL}^2 + a_{jL}^2}} \quad (1)$$

a potom je

$$(1)a_{iL} = \sqrt{a_{iL}^2 + a_{jL}^2} > 0; \quad (1)a_{jL} = 0.$$

Věta:

Každou regulární matici lze řetězcem násobení elementárními maticemi rotací převést v pravou trojúhelníkovou matici, jejíž všechny diagonální prvky, popř. s výjimkou posledního, jsou kladné ■.

Popišme postup výpočtu. Zvolme matici např. A_{33} a provedme násobení maticí T_{12} zleva



$$\begin{bmatrix} c_{12} & -s_{12} & 0 \\ s_{12} & c_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} c_{12}a_{11} - s_{12}a_{21} = a_{11}^{(1)} & c_{12}a_{12} - s_{12}a_{22} = a_{12}^{(1)} & c_{12}a_{13} - s_{12}a_{23} = a_{13}^{(1)} \\ s_{12}a_{11} + c_{12}a_{21} = 0 & s_{12}a_{12} + c_{12}a_{22} = a_{22}^{(1)} & s_{12}a_{13} + c_{12}a_{23} = a_{23}^{(1)} \\ & a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}.$$

Koeficienty c_{12} a s_{12} určíme z podmínky

$$c_{12}^2 + s_{12}^2 = 1,$$

$$s_{12}a_{11} + c_{12}a_{21} = 0 (=a_{21}^{(1)}),$$

$$s_{12} = -\frac{a_{21}}{\sqrt{a_{11}^2 + a_{21}^2}}; \quad c_{12} = \frac{a_{11}}{\sqrt{a_{11}^2 + a_{21}^2}}.$$

Jestliže $a_{11} = a_{21} = 0$, položíme $c_{12} = 1$, $s_{12} = 0$. Násobením $T_{1,3}A$ zleva nulujeme prvek a_{31} a násobením $T_{2,3}A$ prvek a_{32} .

$$A^{(3)} = \begin{bmatrix} a_{11}^{(3)} & a_{12}^{(3)} & a_{13}^{(3)} \\ 0 & a_{22}^{(3)} & a_{23}^{(3)} \\ 0 & 0 & a_{33}^{(3)} \end{bmatrix}.$$

Obecně pro vytvoření takovéto trojúhelníkové matice je zapotřebí $\frac{1}{2}(n-1)n$ kroků. V případě řešení lineárních rovnic je uvedená úprava prováděna i na vektoru pravé strany

$$A^{(3)}x = b^{(3)}.$$



Uvažujme nyní soustavu lineárních algebraických rovnic

$$Ua = y + e,$$

$$\sum_{j=1}^m \alpha_j \mu_{ij} = y_i + e_i, \quad i = 1, 2, \dots, n; \quad n > m. \quad (2)$$

Řešením (2) můžeme a , odhad koeficientů a určit jen s určitou chybou

$$e = Ua - y.$$

Naším úkolem je nalézt a tak, aby $\sum_{i=1}^n e_i^2$ byla minimální. Mějme systém

rovníc (2) ve tvaru

$$Zr = e,$$

kde $Z = [U, y]$, $r = [a, 1]^T$.

Tento systém rovnic násobíme zleva elementární maticí rotací

$$TZ = {}^*Z, \quad (4)$$

$$Te = {}^*e.$$

Hodnota součtu kvadrátů chyb řešení se tím nemění, neboť platí

$${}^*e^T {}^*e = e^T T^T T e = e^T e; \quad T^T T = I. \quad (5)$$

Po ukončení eliminace obdržíme pravou trojúhelníkovou matici s upravenými koeficienty, které jsou vesměs nulové.



$$\begin{bmatrix} z_{11}^* & z_{12}^* & \dots & z_{1m}^* & | & z_{1,m+1}^* \\ 0 & z_{22}^* & \dots & z_{2m}^* & | & z_{2,m+1}^* \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & | & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & z_{mm}^* & | & z_{m,m+1}^* \\ 0 & 0 & \dots & 0 & | & z_{m+1,m+1}^* \\ 0 & 0 & \dots & 0 & | & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & | & \dots \\ 0 & 0 & & & | & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \\ \vdots \\ r_m \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} {}^*e_1 \\ {}^*e_2 \\ \vdots \\ {}^*e_m \\ {}^*e_{m+1} \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (6)$$

Součet kvadrátů

$$\sum_{i=1}^n e_i^2 = \sum_{i=1}^{m+1} {}^*e_i^2 \quad (7)$$

a tedy dosáhneme-li řešením (6) minima součtu kvadrátů e_j , dosáhneme též minima součtu kvadrátů *e_j pro vhodně zvolené r_j , $j = 1, 2, \dots, m$. Otázka nalézt r_j minimalizující (7) je jednoduchá. Ze systému rovnic (6) je zřejmé, že není možno nulovat prvek $z_{m+1,m+1}^* = {}^*e_{m+1}$ volbou r_j , je však možné nulovat všechny ostatní prvky *e_j ($j = 1, 2, \dots, m$). Koeficienty r_j můžeme tedy nalézt řešením systému rovnic

$$\begin{bmatrix} z_{11}^* & z_{12}^* & \dots & z_{1m}^* & | & z_{1,m+1}^* \\ 0 & z_{22}^* & \dots & z_{2m}^* & | & z_{2,m+1}^* \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots & | & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & z_{mm}^* & | & z_{m,m+1}^* \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \\ \vdots \\ r_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (8)$$

Počáteční matici Z volíme s vesměs nulovými prvky a přidáme vždy jen podmínkovou rovnici z n -rovníc, počínaje první rovnicí



$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dots 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots 0 & 0 \\ \hline z_{11} & z_{12} & \dots z_{1m} & z_{1,m+1} \end{bmatrix} \cdot \quad (9)$$

Tento řádek vynulujeme postupným násobením maticí T . Po vynechání celého řádku by se měl nulovat další řádek. Na výpočtu koeficientů r_j se však nic nezmění, jestliže novou rovnici zapíšeme na místo vynulovaného řádku, ten znovu vynulujeme a znovu nahradíme další rovnicí. Při nulování prvních m rovnic se nám vždy změní nulová řádka matice Z na nenulovou, počínaje první, a je možno již vypočítat r_j . Výpočet lze opakovat pro další rovnice, kde součet kvadratických chyb udává hodnota posledního nenulového prvku na diagonále, tj.

$$z_{p,n+1}^*, p = m+1, m+2, \dots, n$$



Příloha 3

Generátory pseudonáhodných posloupností

Pro generování pseudonáhodných posloupností na číslicovém počítači byly vypracovány metody pro realizace náhodných posloupností rekurentními metodami, například typu

$$x_{n+1} = f(x_n, x_{n-1}, \dots, x_{n-m}), \quad m \geq 0$$

Takto vzniklé posloupnosti jsou nutně periodické, vzhledem k omezenému počtu binárních míst ve slově počítače.

V současné době je rozšířenou metodou lineární kongruentní metoda, vytvářející posloupnost s rovnoměrným rozdělením. Vytváření posloupnosti je jednoduché a lze použít kongruentní metodu smíšenou, multiplikativní a aditivní. Například pro multiplikativní metodu použijeme vztah

$$c_{n+1} \equiv \lambda c_n \pmod{P}$$

Pro číslicový počítač je možno dosáhnout maximální délky periody $P/4$ při volbě $\lambda = 3$ nebo 5 .

Doporučená volba:

1. V současné době neexistuje lepší metoda generování posloupnosti s rovnoměrným rozložením, nežli je multiplikativní metoda s pečlivě vybranou multiplikativní konstantou λ .
2. Hodnota λ by neměla být zvolena poblíž jednoduchého zlomku P , pak by vykazovala na velkou sériovou korelaci.
3. Hodnota λ by měla obsahovat hodně binárních jedniček a musí být dostatečně velká.

Pro potřeby simulace pro identifikaci (určení výstupního signálu pro známý vstup a výstup a vytváření poruch) je potřeba generování náhodných čísel s normálním rozdělením. Nejčastěji se používá centrální limitní věty teorie



pravděpodobnosti, podle níž má součet $\xi = \xi_1 + \xi_2 + \dots + \xi_n$ nezávislých náhodných veličin rozdělení asymptoticky normální. Potom tedy čísla

$$x_j = \sqrt{\frac{12}{n}} \left(\sum_{j=1}^n c_j - 0,5n \right),$$

kde c_j má rovnoměrné rozdělení v intervalu $<0,1>$, mají pro dostatečně velká n rozdělení přibližně normální $N(0,1)$. Často se volí $n=12$ a pak

$$x_j = \sum_{j=1}^{12} c_j - 6.$$

Dalším, pro identifikaci používaným generátorem, je lineární rekurentní generátor *mod 2* (PRBS).

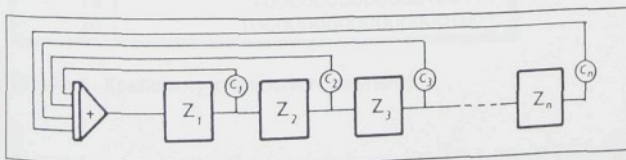
Pod pojmem pseudonáhodný binární signál se rozumí determinovaný periodický signál, který může nabývat pouze dvou hodnot $+A$ nebo $-A$. Pseudonáhodné binární signály se snadno generují při značné jednoduchosti přístrojové techniky - v případě použití samotného generátoru mimo počítač. Generování se provádí podle vztahu

$$x(k) = c_1 x(k-1) \oplus c_2 x(k-2) \oplus \dots \oplus c_n x(k-n) \pmod{2},$$

kde $\oplus$ označuje sčítání *mod 2*, tedy platí

$$0 + 0 = 1 + 1 = 0 \quad \text{a} \quad 0 + 1 = 1 + 0 = 1.$$

Pomocí posuvných registrů se zpětnou vazbou je možno snadno vytvářet posloupnost PRBS. Na následujícím schématu konstanty c mohou mít hodnotu jen 0 nebo 1 a udávají, zda příslušný signál $c_k x$ se přivádí nebo nepřivádí do sumátoru (sčítání *mod 2*). Operátor z značí zpoždění o jeden krok.



Obr. 1



Pro libovolné počáteční podmínky $x_n, x_{n-1}, \dots, x_{n-j}$, přičemž alespoň jedna z těchto hodnot není rovná nule, a při splnění podmínky, že charakteristický polynom $1 \oplus c_1 z \oplus c_2 z^2 \oplus \dots \oplus c_n z^n$ je primitivním polynomem *mod* 2, dostaneme maximální možnou periodu

$$N = 2^n - 1.$$

Poznámka:

Pro primitivní polynom (*mod* 2) musí platit

a) nesmí být polynomem typu $1 \oplus z^K$, kde $K < N = 2^n - 1$,

b) nesmí být rozložitelný na faktory ■.

Primitivní polynomy, zajišťující posloupnost maximální délky, jsou uvedeny v následující tabulce 1:

řád (=n)	098765432109876543210
3	1011
4	10011
5	100101
6	1000011
7	10000011
8	100011101
9	1000010001
10	10000001001
11	100000000101
12	1000001010011
13	10000000011011
14	100010001000011
15	1000000000000011
16	10001000000001011
17	1000000000000001001
18	1000000000010000001
19	10000000000000010111
20	1000000000000000001001

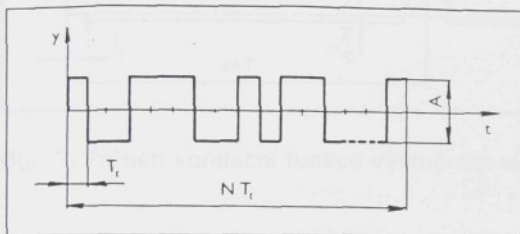
Tabulka 1. Koeficienty primitivních polynomů

Podle uvedené tabulky se např. pro 5. řád dosáhne maximální periody při zapojení bitu 2 a 5, resp. 5 a 3.



Posloupnost získaná z generátoru nabývá hodnot 0, resp. +1. Výstupní signál se ještě upravuje tak, aby měl velikost $-A$, resp. $+A$

$$y_i = -A(-1)^{x_i} = A(2x_i - 1).$$



Obr. 2: Průběh výstupního signálu z PRBS generátoru

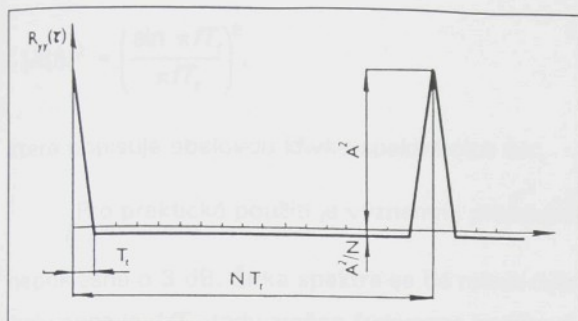
Základní vlastnosti posloupnosti PRBS

1. Autokorelační funkce je vyjádřena pro diskrétní tvar pro maximální délku $N = 2^n - 1$

$$R_{yy}(\tau) = A^2 \left(1 - \frac{|\tau - iNT_t|}{T_t} \right)$$

pro $|\tau - iNT_t| \leq T_t$; $i = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$

$$R_{yy}(0) = -\frac{A^2}{N} \text{ v ostatních případech}$$



Obr. 3. Průběh korelační funkce výstupního signálu

2. Výkonová spektrální hustota má vztah k autokorelační funkci podle Wienerova-Chinčinova teoremu

$$S_{yy}(f) = \int_{-\infty}^{\infty} R_{yy}(\tau) e^{-j2\pi f\tau} d\tau$$

$$S_{yy}(f) = \frac{\delta(f)A^2}{N^2} + 2A^2 \frac{N+1}{N} \left[\frac{\sin \pi f T_t}{\pi f T_t} \right]^2 \sum_{i=1}^{\infty} \delta \left(f - \frac{i}{NT_t} \right),$$

kde

δ je delta funkce,

T_t perioda hodinových pulsů,

N maximální délka periody $N = 2^n - 1$.

Střední hodnota PRBS je $E(x) = A/N$ a střední kvadratická hodnota $E(x^2) = A^2(1 - 1/N^2)$.

Protože jde o periodický signál, je jeho spektrum diskrétní. Jednotlivé složky spektra mají kmitočty rovné celistvým násobkům $1/NT_t$ a jejich velikost se mění podle funkce



$$|X(f)|^2 = \left(\frac{\sin \pi f T_t}{\pi f T_t} \right)^2,$$

kteřá popisuje obalovou křivku spektrálních čar.

Pro praktické použití je významná především část, kdy $|X(f)|^2$

nepoklesne o 3 dB. Šířka spektra se dá měnit dvěma způsoby. Maximální frekvence je $1/T_t$, tedy změna frekvence hodinových pulsů generátoru T_t vede ke změně průběhu obalové křivky spektrálních čar. Šířka spektra se dá rovněž měnit změnou pravděpodobnosti λ , t.zn., že v daném vzorkovacím čase dojde k přepnutí generátoru. Pro PRBS je $\lambda = 0,5$ a v případě, že $\lambda = 1$, má signál tvar obdélníkového signálu (k přepnutí dochází v každém intervalu vzorkování Δt). V případě, že $\lambda = 0$, má signál tvar telegrafního signálu.



Příloha 4

Seznam publikací

A. K N I H Y

- /1/ OLEHLA, M.-TIŠER, J.: Praktické použití FORTANu. Praha, NADAS 1976, 1979
- /2/ OLEHLA, M.-VĚCHET, V.-OLEHLA, J.: Metody matematické statistiky ve FORTRANu. Praha, NADAS 1982
- /3/ OLEHLA, M.-OLEHLA, J. a kol.: Basic u mikropočítačů. Praha, NADAS 1988
- /4/ HANUŠ, B. a kol.: Teorie automatických systémů řízení. Vysokoškolská učebnice. Praha (připraveno k tisku).
- /5/ OLEHLA, M.-OLEHLA, J.: Microsoft Works. Praha, GRADA 1994

B. S K R I P T A

- /6/ OLEHLA, M.: Sbírka příkladů v autokódu MAT. Liberec, VŠST 1971
- /7/ OLEHLA, M.-TIŠER, J.: Použití FORTRANu v praxi. Liberec VŠST 1972
- /8/ OLEHLA, M.-TIŠER, J.: FORTRAN IV. Liberec VŠST 1975
- /9/ OLEHLA, M.-TIŠER, J.: Základy numerických metod a programování. Liberec VŠST 1977
- /10/ PROSKURJAKOV, S.A.-OLEHLA, M.-TIŠER, J.: Osnovy programování. Moskva MTI 1977
- /11/ PROSKURJAKOV, S.A.-OLEHLA, M.-TIŠER, J.: Základy numerických metod a programování. Liberec-VŠST, Moskva-MTI 1978, 1979, 1982
- /12/ HANUŠ, B.-BALDA, M. a kol.: Základy technické kybernetiky. Liberec VŠST, Praha-ČVUT 1979
- /13/ OLEHLA, M.-KRÁL, F.-ŠVARC, I.-TIŠER, J.: Programování, jazyky a operační systémy. Liberec-VŠST, Praha-ČVUT, Brno-VUT. Liberec 1980, 1985
- /14/ PROSKURJAKOV, S.A.-OLEHLA, M.-TIŠER, J.: Programovaná učebnice-Základy numerických metod a programování. Liberec VŠST 1982, 1985
- /15/ DUŘT, Z.-OLEHLA, M.-NOVÁK, V.: Simulace systémů. Liberec VŠST. 1982, 1984
- /16/ PROSKURJAKOV, S.A.-OLEHLA, M.-TIŠER, J.: Základy numerických metod a programování - cvičení. Liberec-VŠST, Moskva-MTI 1984



- /17/ OLEHLA, M.-OLEHLA, J.: Programování. SHD Most 1985
- /18/ OLEHLA, M.-OLEHLA, J.: BASIC. Liberec VŠST 1988
- /19/ OLEHLA, M.: COBOL. Liberec VŠST 1989
- /20/ OLEHLA, M.: FORTRAN 77. Liberec VŠST 1989
- /21/ OLEHLA, M.: Počítače a programování. Liberec VŠST 1992
- /22/ OLEHLA, M.: Computers and programming. Liberec VŠST 1992 (v angličtině)
- /23/ OLEHLA, M.: Počítače a programování - Borland Pascal 7.0. Liberec VŠST 1994

C. Č L Á N K Y

- /24/ OLEHLA, M.: Statistické metody identifikace soustav pomocí řídicího počítače. Praha INORGA 1974
- /25/ KRUPKA, J.-OLEHLA, M.: Identifikace propojených elektrizačních soustav RVHP. Bulletin EGÚ, Praha 1977
- /26/ JANOUŠEK, I.-OLEHLA, M.: Metody statistické identifikace. In: Sborník VŠB, Ostrava 1977
- /27/ SAYED, I.-OLEHLA, M.: Použití vícenásobné lineární regrese, korelace a rozptylové analýzy v textilním průmyslu. Textil, Praha SNTL 1977
- /28/ OLEHLA, M.: Identifikace elektrizačních soustav. Sborník vědeckých prací VŠST Liberec 1978
- /29/ OLEHLA, M.: Některé omezující podmínky identifikace. Sborník vědeckých prací VŠST Liberec 1979
- /30/ OLEHLA, M.: Programování na počítačích s virtuální pamětí. Sborník vědeckých prací VŠST Liberec 1980
- /31/ OLEHLA, M.: Hodnocení průběžných identifikačních metod. Acta cybernetica, Bratislava SAV 1980
- /32/ OLEHLA, M.-TIŠER, J.: Technika programování na číslicových počítačích. Sborník vědeckovýzkumných prací VŠST Liberec, MTI Moskva, Liberec, Moskva 1981
- /33/ OLEHLA, M.-GROSMAN, J.-HANOUSEK, V.: Algoritmy průběžných řešení úloh na mikroprocesorech. Sborník vědeckých prací. VŠST Liberec 1982



- /34/ OLEHLA, M.-KRACÍK, V.-WASSERBAUER, V.-HANOUSEK, V.: Výpočet spolehlivosti obecně zapojených soustav. Sborník vědeckých prací VŠST Liberec 1983
- /35/ OLEHLA, M.-LARRENTĚV, S.M.: Omezující podmínky pro využití regresních metod. Sborník vědeckých prací VŠST Liberec, 1985
- /36/ OLEHLA, M.-VĚCHET, V.: Algoritmy průběžných řešení. Sborník vědeckých prací VŠST Liberec - MTI Moskva, VŠST Liberec, 1988
- /37/ OLEHLA, M.-VĚCHET, V.: Určení řádu identifikované soustavy. Sborník vědeckovýzkumných prací VŠST Liberec-MTI Moskva, Liberec-Moskva 1989
- /38/ OLEHLA, M.-LIU HONGCAI: Different Noises in System Identification. Peking, University of Science and Technology Vol.12 No.3 1990
- /39/ VĚCHET, V.-OLEHLA, M.: Implementace alfa, beta algoritmu v jazyku Pascal. Sborník vědeckých prací VŠST Liberec 1989

D. K O N F E R E N C E

- /40/ OLEHLA, M.: Identifikace výrobně technologických soustav pomocí řídicího počítače. Sborník přednášek na konferenci "Nasazení řídicích počítačů v průmyslu". Ostrava 1975
- /41/ OLEHLA, M. Využití výpočetní techniky při výuce automatického řízení. Sborník přednášek na konferenci "Využití počítačů ve vyučování a řízení škol". Tatranská Lomnice 1977
- /42/ OLEHLA, M.-VĚCHET, V.: O některých případech využívání výpočetní techniky ve výuce na strojních fakultách. Sborník přednášek na semináři "Využití počítače ve výuce". Praha, VŠE 1977
- /43/ OLEHLA, M. a kol.: Vyhodnocování studijních výsledků. Sborník referátů z konference kateder technické kybernetiky a automatizace. Liberec 1978
- /44/ OLEHLA, M.: Průběžná identifikace vícerozměrových soustav. Sborník přednášek na 4.mezinárodní konferenci ARS 78. Ostrava 1978
- /45/ OLEHLA, M.: Některé omezující podmínky identifikace výrobně technologických soustav. Sborník přednášek 5.konference "Použití řídicích počítačů v



průmyslu". Vsetín 1979

- /46/ OLEHLA, M.: Průběžné identifikační metody. Zborník prednášiek zo 4. celoštátnej konferencie AS RTP 80. ČSVTS Žilina, Tále 1980
- /47/ OLEHLA, M.-OLEHLA, J.: Výpočet plochy slunečních kolektorů pomocí počítače. Sborník přednášek "Nekonvenčné zdroje energií pro vykurovanie budov a prípravu teplej užitkovej vody. Martin 1980
- /48/ OLEHLA, M.-OLEHLA, J.: Výpočty přestupu tepla ve výměnících pomocí regresní analýzy. Sborník přednášek 3.celostátní konference CHISA. Vysoké Tatry 1980
- /49/ OLEHLA, M.: Die Methoden der Identifikation von technologischen Systemen. Tagung "Automatisierung in der Energiewirtschaft", TH Zittau 1980
- /50/ OLEHLA, M. a kol.: Řešení průběžných metod. Zborník prednášiek z 5.celoštátnej konferencie AS RTP 82. ČSVTS Žilina, Tále 1982
- /51/ OLEHLA, M. a kol.: Automatizace průběžného ověřování znalostí posluchačů. Sborník přednášek z Rozšířeného zasedání oborové rady ASŘ výrobních procesů ve strojírenství. ČSVTS-ČVUT-SF Praha 1982
- /52/ OLEHLA, M.: Strukturované programování ve FORTRANU. Sborník referátů z konference kateder technické kybernetiky a automatizace. Bratislava 1984
- /53/ OLEHLA, M.-VĚCHET, V.: Identifikace pomocí experimentálních metod. Sborník referátů z konference kateder technické kybernetiky a automatizace. Plzeň 1991
- /54/ VĚCHET, V.-OLEHLA, M.: CAD-CAPP Verbindungsprogramm. In: VIII. Wissenschaftliche Symposium zwischen der TU Dresden und der TH Liberec, Dresden, TU 1991
- /55/ OLEHLA, M.-OLEHLA, J.: Zpracování experimentálních dat statistickými metodami. In: Konference CHISA, Seč u Chrudimi, 1992
- /56/ OLEHLA, J.-OLEHLA, M.-SKRBK, B.: Matematický model vlivu nerovnosti povrchu na sdílení. In: Konference CHISA 1992, Seč u Chrudimi.
- /57/ OLEHLA, J.-OLEHLA, M.: Numerické metody pro zpracování měření. In: Sborník konference INPEKO, Žilina Piešťany, 1993.



- /58/ OLEHLA, J.-OLEHLA, M.: Použití PC pro zpracování výsledků měření. In: Sborník konference 20. konference Slovenské ČSSCHI, Stará Lesná, 1993.
- /59/ OLEHLA, M.-OLEHLA, J.: Možnosti chlazení forem tepelnými trubicemi. In: Sborník IX. Wissenschaftliches Symposium VŠST Liberec, TU Dresden, Liberec 1993.
- /60/ OLEHLA, M.: Identifikace a aproximace. In: Sborník příspěvků WORKSHOP'94. VŠST Liberec 1994
- /61/ OLEHLA, M.: Identifikace soustav a možnosti řešení. In: 41. konference CHISA'94, Praha, Podolánky 1994
- /62/ OLEHLA, M.: Identifikace soustav. In: mezinárodní konference CHISA Bratislava, Vyhne 1994

E. ZLEPŠOVACÍ NÁVRHY

- OLEHLA, M.-VĚCHET, V.: Vypracování metodiky statistického měření dynamických veličin. ZN 46/17-80. Liberec, Elitex k.p. 1980
- OLEHLA, M.: Zpracování experimentálních měření. Jablonec n.N. LIAZ, s.p. 1988

F. VÝZKUMNÉ ZPRÁVY

- /1/ OLEHLA, M.: Metody výpočtu korelačních funkcí a spektrální hustoty. AU-0158, Liberec 1972
- /2/ OLEHLA, M.: Prověření statistických metod měření PES členských zemí RVHP AU-0169, Liberec 1973
- /3/ OLEHLA, M.: Identifikace 120 MV bloku v elektrárně Pruněrov. AU-0172, Liberec 1973
- /4/ OLEHLA, M.: Vyhodnocení měření el. sítí členských zemí RVHP. AU-0173, Liberec 1973
- /5/ HANUŠ, B.-OLEHLA, M.-TUŽ, J.: Ověřování číslicového stabilizačního filtru v provozu. KTK-0004, Liberec 1975
- /6/ OLEHLA, M.: Výpočet statistických charakteristik PES členských zemí RVHP.



KTK-0011, Liberec 1975

- /7/ OLEHLA, M.: Generování náhodných čísel. KTK-0015, Liberec 1975
- /8/ OLEHLA, M.: Identifikace výrobně technologických soustav pomocí řídicího počítače. KTK-0016, Liberec 1975
- /9/ OLEHLA, M.: Průběžná identifikace. KTK-0022, Liberec 1977
- /10/ OLEHLA, M.: Rozbor přesnosti výpočtu statistických charakteristik propojených ES členských zemí RVHP. KTK-0023, Liberec 1976
- /11/ OLEHLA, M.: Vyhodnocování studijních výsledků na počítači. KTK-0036, Liberec 1978
- /12/ OLEHLA, M.: Spolupráce na přípravě vyhodnocování parametrů v propojených elektrizačních soustavách členských zemí RVHP. KTK-0038, Liberec 1977
- /13/ OLEHLA, M.: Stanovení matematického modelu ES. KTK-0055, Liberec 1978
- /14/ OLEHLA, M.: Automatické sledování studijních výsledků na VŠ. KTK-0062, Liberec 1980
- /15/ OLEHLA, M. a kol.: Návrh modelu provozuschopnosti jaderných elektráren. KTK-0082, Liberec 1981
- /16/ JANEČEK, B.-KRACÍK, V.-OLEHLA, M.-ŠVADLENKA, P.: Studie modelu provozuschopnosti primárního okruhu jaderné elektrárny. Model reaktoru a parogenerátoru. KTK-0100, Liberec 1982
- /17/ DUŘT, Z.-KRACÍK, V.-JANEČEK, B.-OLEHLA, M.: Model komponent primárního okruhu jaderné elektrárny. KTK-0117, Liberec 1983
- /18/ TŮMA, L.-OLEHLA, M.-SCHÖTTA, I.: Návrh integrovaného spolehlivostního informačního systému na jaderné elektrárně VVER 440. KTK-0120, Liberec 1983
- /19/ OLEHLA, M. a kol.: Výpočet spolehlivosti obecně zapojené soustavy. KTK-0121, Liberec 1983
- /20/ HANUŠ, B. a kol.: Využívání mikropočítačů a RPP 16S ve výuce a řešení vědeckovýzkumných úkolů. KTK-0131, Liberec 1984
- /21/ OLEHLA, M.: Zpracování měření zadaných materiálů na počítači. Liberec VŠST - Liaz Rýnovice 1988.



- /22/ OLEHLA, M.: Model rozložení teplot v nábalu. VŠST Liberec, KOVO Cheb 1991.
- /23/ OLEHLA, J.-OLEHLA, M.: Vliv drsnosti na přestup tepla ložisek. VŠST Liberec - LIAZ Rýnovice 1991.
- /24/ OLEHLA, M.: Vyhodnocení experimentálních měření na PC. VŠST Liberec - LIAZ Rýnovice 1991.
- /25/ OLEHLA, M.: Matematický model hydrogeologických podmínek. DIAMO a.s. Stráž p.R., VŠST Liberec 1994.



Literatura

- /1/ Aoki, M.-Staley, R.M.: On Input Signal Synthesis in Parameter Identification. Automatica 1970, č.6, str. 431-440
- /2/ Åström, K.J.-Bohlin, T.-Wensmark, S.: Automatic Construction of Linear Stochastic Dynamic Models for Stationary Industrial Process with Random Disturbances using Operation Records. Sweden, IBM Nordic Laboratory 1965
- /3/ Åström, K.J.: Introduction to Stochastic Control Theory. New York, London, Academic Press 1970
- /4/ Balátě, J.: Vybrané statě z automatického řízení. Brno - VUT 1990
- /5/ Baur, U.-Iserman, R.: On-line Identification of a Steam Heated Exchanger with a Process Computer. Tbilisi, Proc. of IFAC Symposium on Identification 1976
- /6/ Bendet, J.S.-Piersol, A.G.: Random Data; Analysis and Measurement Procedures. New York, John Wiley and Sons, Inc. 1971
- /7/ Bendet, J.S.: Principles and Applications of Random Noise Theory. New York, John Wiley and Sons, Inc. 1958
- /8/ Beneš, J.: Statistické metody teorie řízení (skripta ČVUT) Praha, 1970
- /9/ Beneš, J.: Statistická dynamika regulačních obvodů. Praha, SNTL 1961
- /10/ Blecha, K.: Statistická identifikace průmyslových dynamických soustav. In: Sborník prací, Praha, ÚTIA ČSAV 1973
- /11/ Blecha, K.: Identifikace průmyslových soustav statistickými metodami v reálném čase pomocí řídicího počítače. Ostrava, IV. mezinárodní konference ARS '80 1978.
- /12/ Blessing, P.-Baur, U.-Iserman, R.: Identification of Multivariable Systems with Recursive Correlation, Least Square Parameter Estimation and Use of a Compensation Technique. Tbilisi, Proc. of IFAC Symposium Identification 1976
- /13/ Bobow, J.E.-Murray, W.: An Algorithm for RLS Identification of Parameters that Vary Quickly with Time, IEEE Trans. on Automatic Control vol. 38, n.2, 1993
- /14/ Boom, A.J.W.: On the Relation between Weighted Least-squares Estimators and Instrumental Variable Estimators. Tbilisi, Proc. of IFAC Symposium



Identification 1976

- /15/ Boom, A.J.W.-Enden, A.W.M.: The Determination for the Order of Process and Noise Dynamics. Hague, Proc. of IFAC Symposium on Identification 1973
- /16/ Box, G.E.P.-Jenkins, G.M.: Time Series Analysis, Forecasting and Control. San Francisco, Holden Day 1970
- /17/ Briggs, P.A.N.- Godfrey, K.R.-Hammond, P.H.: Estimation of Process Dynamic Characteristics by Correlation Methods using Pseudorandom Signals. Prague, Proc. of IFAC Symposium on Identification 1967
- /18/ Brigham, E.O.: The Fast Fourier Transform. New Jersey, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs 1974
- /19/ Burshtein: An Efficient Algorithm for Calculating the Likelihood and Likelihood Gradient of ARMA Models. IEEE Trans. on Automatic Control vol. 38, n.2, 1993
- /20/ Clarke, D.W.: Generalized Least Squares Estimation of the Parameters of a Dynamic Model. Prague, Proc. IFAC Symposium on Identification 1967
- /21/ Cochran, W.G.: Sampling Techniques. New York, John Wiley and Sons, Inc. 1963
- /22/ Cremming, I.G.: Frequency of Input Signal in Identification. Prague, Proc. of IFAC Symposium on Identification 1970
- /23/ Duncan, T.E.-Mandl, P.- Duncan, P.B.: On Statistical Sampling for System Testing. IEEE Trans. on Automatic Control vol. 39, n.1, 1994
- /24/ Deutsch, R.: Estimation Theory. New Jersey, Prentice-Hall, Englewood Cliffs 1965
- /25/ Eykhoff, P.: System Identification. Parameter and State Estimation. New York, John Wiley and Sons, Inc. 1974
- /26/ Ezekiel, M.-Fox, K.A.: Methods of Correlation and Regression Analysis. New York, John Wiley and Sons, Inc. 1965
- /27/ Fessl, J.-Kárný, M.-Böhm, J.: Samočinně se seřizující regulátory. Řízení s průběžnou identifikací. ASŘ - sešity Inorga 1979, č. 53, č. 54.
- /28/ Frankovič, B.-Petráš, Š.-Skákala, J.-Vykouk, B.: Automatizácia a samočinné



riadenie. Bratislava, ALFA 1966

- /29/ Goodwin, G.C.-Payne, R.L.: Design and Characterisation of Optimal Test Signal for Linear Single Input Single Output Parameter Estimation. Haque, Proc. of IFAC Symposium on Identification 1973
- /30/ Graupe, D.: Identification of Systems. New York, Huntington, New York, R.E. Krieger Publishing Company 1976
- /31/ Gustavsson, I.: Comparison of Different Methods for Identification of Industrial Processes. Automatica 8, 1972, str. 127-142.
- /32/ Hall, S.R.-MacMartin, D.G.-Bernstein, D.S.: Covariance Averaging in the Analysis of Uncertain System IEEE Trans, on Automatic Control vol. 38, n. 12, 1993
- /33/ Hanuš, B.: Průběžná identifikace (výzkumná zpráva č. 162) Liberec, VŠST 1973
- /34/ Hanuš, B.-Olehla, M.-Tuž, J.: Ověřování číslicového stabilizačního filtru v provozu. KTK-0004, Liberec 1975
- /35/ Hanuš, B.: Identifikace měřením přechodových charakteristik. In: Sborník vědeckých prací. Liberec, VŠST 1979
- /36/ Hanuš, B. a kol.: Teorie automatických systémů řízení. Vysokoškolská učebnice. Praha (připraveno k tisku).
- /37/ Herles, V.: Vliv konečné délky pozorování na přesnost odhadu statistických charakteristik náhodných procesů. Automatizace 1965, č.9.
- /38/ Hill, R.D.- Halpern, M.E.: Minimum Overshoot Design for SISO Discrete - Time Systems. IEEE Trans. on Automatic Control, vol 38, n.2, 1993
- /39/ Hoel, P.G.-Port, S.C.-Stone, Ch.J.: Introduction to Probability Theory and Introduction to Statistical Theory. Boston, Houghton Mifflin Company 1971
- /40/ Hunt, L.R.-Turi, J.: A New Algorithm for Constructing Approximate Transformations for Nonlinear Systems. IEEE Trans. on Automatic Control, vol. 38, n10, 1993
- /41/ Iserman, R.: Optimal Series of Determined Test Signals to Measure the Dynamics of Plants under Small Disturbances. Prague, Proc. of IFAC



Symposium on Identification 1967

- /42/ Iserman,R.-Baur,U.- Bamberger,W.-Kneppo,P.-Sieberk,H.: Comparison and Evaluation of Six On-line Identification and Parameter Estimation Methods with Three Simulated Processes. Hague, Proc. of IFAC Symposium on Identification 1973
- /43/ Jenkinsen,J.: Applied Statistics. Journal of Royal Statistical Society, 1, 1965, č. 14, série C
- /44/ Kokame, H. - Mori,T.: An Exact Quadratic Stability Condition of Uncertain Linear System. IEEE Trans. on Automatic Control, vol 38, n.2, 1993
- /45/ Kreil,W.-Schnitzeer,W.-Schweizer,G.:Transfer Function Measurements with Statistical Method by Means of Digital Computation. Kybernetika, 4, 1968,č.3
- /46/ Kubík,S.- Kotek,Z.-Šalamon,M.: Teorie regulace II. Praha, SNTL 1969
- /47/ Lee,R.C.K.: Optimal Estimation, Identification and Control. Cambridge, Mass, MIT Press 1964
- /48/ Levin,B.R.: Teorie náhodných procesů a její aplikace v radiotechnice. Praha, SNTL, 1965
- /49/ Lewkowicz,I.-Sivan,R.:Stability Robustness of Almost Linear State Equations. IEEE Trans. on Automatic Control vol. 38, n.2.1993
- /50/ Lindner,D.K.-Reichard,K.M.-Tarkenton,L.M.: Zeros of Modal Models of Flexible Structures. IEEE Trans. on Automatic Control vol. 38, n.9, 1993
- /51/ Maixner,L.:Navrhování automatických výrobních systému. Praha,SNTL 1980
- /52/ Maletinský,V.: Odhad spektrální hustoty náhodného procesu. Bulletin EGÚ, 1967, č.6
- /53/ Markl,J.: Návrh optimálního číslicového filtru v počítačových řídicích systémech. Vsetín, V. konference použití počítačů v průmyslu 1979
- /54/ Olehla,M.-Tišer,J.: Praktické použití FORTANu. Praha, NADAS 1976, 1979
- /55/ Olehla,M.-Věchet,V.-Olehla,J.:Metody matematické statistiky ve FORTRANu. Praha,NADAS 1982
- /56/ Olehla,M.-Olehla,J. a kol.: Basic u mikropočítačů. Praha, NADAS 1988



- /57/ Olehla, M.-Olehla, J.: Microsoft Works. Praha, GRADA 1994
- /58/ Olehla, M.: Matematický model hydrogeologických podmínek. DIAMO a.s. Stráž p.R., VŠST Liberec 1994.
- /59/ Peterka, V.: Nový přístup k identifikaci disktrénních dynamických soustav. Kybernetika 4, 1968, č. 5, str. 406-421
- /60/ Peterka, V.: Použití pseudonáhodných signálů k identifikaci dynamických soustav. Kybernetika 5, 1969, č. 2, str. 113-135
- /61/ Peterka, V.-Šmuk, K.: On-line Estimation of Dynamic Model Parameters from Input-Output Data. Warszawa, Proc. of IFAC Symposium on Identification 1969
- /62/ Peterka, V.: Číslicové řízení procesů s náhodnými poruchami a neurčitými charakteristikami. (Doktorská disertační práce) Praha, ÚTIA ČSAV 1975
- /63/ Sage, A.P.-Melsa, J.L.: System Identification. New York, Academic Press 1971
- /64/ Saridis, G.N.: Comparison of Six On-line Identification Algorithms. Automatica 1, 1974
- /65/ Singleton, R.C.: Algor Procedures for the Fourier Transform. Comm. ACM. 11, 1968. Algorithm 338 and 339
- /66/ Sinha, N.K.: System Identification using Stochastic Approximation. Hague, Proc. of IFAC Symposium on Identification 1973
- /67/ Söderström, R.: Convergence Properties of the Generalized Least Squares Identification Method. Hague, Proc. of IFAC Symposium on Identification 1973
- /68/ Steiglitz, K.-McBride, L.E.: A Technique for Identification on Linear Systems. IEEE Trans. on Auto-Contr. 1965, č. AC-10
- /69/ Štěpán, J.: Some Problems of System Identification. Kybernetika 7, 1971, č. 2, str. 133-155
- /70/ Švec, J.-Kotek, Z.: Teorie automatického řízení. Praha, SNTL 1969
- /71/ Unbehauen, H.-Göhring, B.: Application of Different Statistical Test for the Determination of the Most Accurate Order of the Model in Parameter Estimation. Hague, Proc. of IFAC Symposium on Identification 1973



- /72/ Unbehauen,H.-Bauer,B.: Aspects for the Selection of Parameter Estimation Methods for the Identification of Industrial Process. Tbilisi, Proc. Of IFAC Symposium on Identification 1976
- /73/ Welforder,E.-Hasenkopf,O.: Comparison of Deterministic and Statistical Methods for System Identification. Praha, Proc. of IFAC Symposium on Identification 1970
- /74/ Williams,D.C.-Delaney,D.G.: Identification of Parametric Models using Correlation Analysis. Hague, Proc. of IFAC Symposium on Identification 1973
- /75/ White,L.B.: An Iterative Method for Exact Maximum Likelihood Estimation of the Parameters of a Harmonic Series. IEEE Trans. on Automatic Control vol. 38, n.2, 1993
- /76/ Woodside,C.M.: Estimation of the Order of Linear Systems. Prague, Proc.of IFAC Symposium on Identification 1970
- /77/ Young,P.C.: An Instrumental Variable Method for Real-time Identification of a Noisy Process. Warszawa, Proc.of IFAC Symposium on Identification 1969
- /78/ Šutek,L.-Varga,M.: Experimentálne metódy identifikácie. Bratislava, Veda 1981
- /79/ Fadějev,D.K.-Fadějevová,V.M.: Numerické metody lineární algebry. SNTL, Praha 1964