TECHNICKÁ UNIVERZITA V LIBERCI

Fakulta strojní

Ing. Radomír MENDŘICKÝ

Modelování a identifikace tření u vysoce přesných polohových servomechanismů

DISERTAČNÍ PRÁCE

Liberec 2006

T E C H N I C K Á   U N I V E R Z I T A   V   L I B E R C I

Fakulta strojní | Katedra výrobních systémů

Obor: 2301V031 Výrobní systémy a procesy

Zaměření : Aplikovaná kybernetika

Modelování a identifikace tření u vysoce přesných polohových servomechanismů

Ing. Radomír MENDŘICKÝ

Školitel: prof. Ing. Jan Skalla, CSc.

Počet stran ……………………..……134

Počet příloh ………………………..… 0

Počet obrázků ………………………87

Počet tabulek ……………………….16

Počet rovnic ……………………..…. 63

V Liberci 15. února 2006

Téma: **Modelování a identifikace tření u vysoce přesných polohových servomechanismů.**

Anotace: Práce se zabývá problematikou modelování třecích sil v posuvech obráběcích strojů. Uvádí několik základních modelů pasivních odporů, včetně modelu dynamického, jenž umožňuje popsat např. hysterezní chování třecí síly či malá posunutí stýkajících se ploch. U všech uvedených třecích modelů je uveden jejich matematický popis a jeho typické vlastnosti. Nechybí ani postup při vytváření simulačních schémat třecích modelů, stejně tak jako modelu celé posuvové osy obráběcího stroje. Jedna z kapitol je zaměřena na identifikaci tření a způsob výpočtu charakteristických parametrů třecí funkce na základě provedených měření. Poslední část je věnována názorným simulacím a porovnání výsledků získaných měřením na obráběcím centru a simulací na vytvořeném modelu křížového stolu NC stroje. Cílem je ověření funkčnosti a přesnosti použitých třecích modelů a prokázání vhodnosti jejich použití při různých režimech práce stroje.

Theme: **Simulation and identification of friction in highly precise positional servo-drives.**

Annotation: This work deals with simulation problem of the frictional forces in machine tool feed drive. Survey of basic models of passive resistance is shown. It is also included dynamic model enabling description of hysteretic behaviour the frictional force or small-scale displacement of surfaces in contact. It is shown mathematical description and characteristics of the all mentioned models of friction. It isn't missing the creation procedure of frictional function and of complete feed drive schematics. One chapter is focused on the identification of friction and the design method of basic characteristics of frictional function on the basis of performed measurement. Last part is devoted to objective simulations and the comparing between results of measurement on the machine tool and simulation on the created model of cross-table. The purpose is to verify functionality and accuracy of the friction models and to demonstrate their applicability at different working cycles of the machine tool.

Desetinné třídění: 621.9-589.2; 621.9-83

Klíčová slova: Tření, Simulace, Servopohon, Interpolace, CNC Obráběcí stroj

Key words: Friction, Simulation, Servo-drive, Interpolation, CNC machine tool

Zpracovatel: TU v Liberci, Fakulta strojní, Katedra výrobních systémů

Dokončeno: 2006

Archivní označ. zprávy:

Počet stran:	134
Počet příloh:	0
Počet obrázků:	87
Počet tabulek:	16
Počet rovnic:	63

<u>Prohlášení</u>

Byl jsem seznámen s tím, že na mou doktorskou práci se plně vztahuje zákon č. 121/2000 o právu autorském, zejména § 60 (školní dílo) a § 35 (o nevýdělečném užití díla k vnitřní potřebě školy).

Beru na vědomí, že Technická univerzita v Liberci má právo na uzavření licenční smlouvy o užití mé práce a prohlašuji, že **souhlasím** s případným užitím mé práce (prodej, zapůjčení apod.).

Jsem si vědom toho, že užít své doktorské práce, či poskytnout licenci k jejímu využití mohu jen se souhlasem TUL, která má právo ode mne požadovat přiměřený licenční příspěvek na úhradu nákladů, vynaložených univerzitou na vytvoření díla (až do jejich skutečné výše).

V Liberci 15. února 2006 ……………………………..

Ing. Radomír Mendřický

Místopřísežné prohlášení

Místopřísežně prohlašuji, že jsem doktorskou práci vypracoval samostatně s použitím uvedené literatury, pod vedením vedoucího práce.

V Liberci 15. února 2006

……………………………..

Ing. Radomír Mendřický

Poděkování

Na tomto místě bych velice rád poděkoval panu prof. Ing. Janu Skallovi, CSc. za vedení práce a za cenné rady a připomínky k uvedenému řešení.

Dále bych chtěl poděkovat rodičům a manželce za podporu a trpělivost při doktorském studiu i zpracování této disertační práce.

Obsah

PŘEHLED POUŽITÝCH SYMBOLŮ 10

1. ÚVOD 14

1.1 Cíle disertační práce 15

2. TEORIE TŘENÍ 16

2.1 Související publikace 16

2.2 Všeobecně o tření 18

2.3 Přehled základních modelů tření 18

2.3.1 Statické modely tření 19

2.3.1.1 Základní a klasický model tření 19

2.3.1.2 Stribeckova křivka 21

2.3.2 Dynamické modely tření 24

2.3.3 Valivé tření 25

2.3.3.1 Příčiny valivého tření 25

2.3.3.2 Výpočet valivého odporu 28

2.3.3.3 Model valivého tření 31

3. MODEL NC STROJE 33

3.1 Pohony 33

3.1.1 Parametry pohonu 33

3.1.2 Model motoru 34

3.1.2.1 Model stejnosměrného motoru 35

3.1.2.2 Model synchronního motoru 37

3.1.2.3 Zjednodušený model synchronního motoru 40

3.2 Regulační část pohonu 41

3.2.1 Parametry regulačních smyček 41

3.2.2 Simulační schéma regulačních smyček 42

3.2.2.1 Proudová regulace 42

3.2.2.2 Rychlostní regulace 44

3.2.2.3 Polohová regulace 45

3.3 Mechanická část pohonu 46

3.3.1 Parametry křížového stolu 46

3.3.2 Model křížového stolu 47

3.3.2.1 Pružné připojení odměřovacího systému 48

4. MODELY PASIVNÍCH ODPORŮ 50

4.1 Funkce Coulomb & Viscous Friction 50

4.2 Klasický model tření 51

4.2.1 Simulační schéma 51

4.2.1.1 Použití funkce Fnc 52

4.2.1.2 Použití bloků matlabu 53

4.3 Model tření s postupným nárůstem třecí síly 54

4.3.1 Průběh třecí síly 54

4.3.1.1 Lineární průběh 54

4.3.1.2 Parabolický průběh 54

4.3.2 Simulační schéma 55

4.3.2.1 Lineární průběh 55

4.3.2.2 Parabolický průběh 55

4.4 Dynamický model tření 56

4.4.1 Popis modelu tření 56

4.4.1.1 Vlastnosti modelu 59

4.4.2 Simulační schéma modelu 60

4.4.3 Chování dynamického modelu 64

4.4.3.1 Předkluzné posunutí 65

4.4.3.2 Třecí paměťový efekt 66

4.4.3.3 Proměnná síla odtržení 67

4.4.3.4 Stick-slip pohyb 69

5. IDENTIFIKACE TŘENÍ 71

5.1 Teoretický výpočet 71

5.2 Měření při ustálené rychlosti 72

5.3 Měření při kruhové interpolaci **74**
5.3.1 Coulombova třecí síla 75
5.3.2 Rozklad kruhového pohybu 76
5.3.3 Součinitel viskózního tření 80
5.3.4 Hmotnost pohybujících se částí 82
5.4 Určení předkluzného posunutí **83**
5.5 Shrnutí parametrů třecí funkce **88**
6. VYHODNOCENÍ VÝSLEDKŮ SIMULACE **90**
6.1 Konstantní rychlost **91**
6.2 Rázová dynamická poddajnost **93**
6.3 Kruhová interpolace **95**
6.3.1 Generátor žádaných hodnot 96
6.3.2 Rozběhová funkce 97
6.3.3 Zpracování výstupních dat 100
6.3.4 Celkové schéma pro kruhovou interpolaci 101
6.3.5 Měření a simulace 102
6.4 Nepravidelný tvar **114**
6.4.1 Popis objížděné trajektorie 114
6.4.2 Naměřené průběhy polohové odchylky a proudu 117
6.4.3 Simulační model a výsledky simulace 119
7. ZÁVĚR **125**
7.1. Shrnutí **125**
7.2 Zhodnocení výsledků **127**
7.3 Původní přínos práce k řešené problematice **129**
7.4 Doporučení dalšího postupu **129**
LITERATURA **131**
Vlastní publikace **133**

Přehled použitých symbolů

a (a_x, a_y)	*[m.s^{-2}]*	zrychlení suportu (v ose X, Y)
a	*[1]*	násobící koeficient paraboly parabolického modelu tření
a_{max}	*[m.s^{-2}]*	maximální posuvové zrychlení
a_z	*[m.s^{-2}]*	žádané zrychlení suportu
b_j	*[N.s.m^{-1}]*	koeficient tlumení uchycení jezdce snímače polohy
b_s	*[N.s.m^{-1}]*	koeficient tlumení statického kontaktu (štětiny) modelu LuGre
C	*[N]*	dynamická únosnost ložiska
C_0	*[N]*	statická únosnost ložiska
f	*[rad.s^{-1}]*	frekvence harmonického pohybu (při objíždění kružnice)
f_j	*[Hz]*	vlastní kmitočet jezdce odměřovacího systému
F	*[N]*	(zátěžná) síla
F, F_m	*[N]*	síla motoru
F_a	*[N]*	zrychlující síla
F_C	*[N]*	Coulombova třecí síla
F_{ext}	*[N]*	externí síla zatěžující suport
F_{gx}	*[N]*	tíha pohyblivých částí osy X
F_{mag}	*[N]*	přitažlivá síla na ploše vzduchové mezery motoru
F_{max}	*[N]*	maximální posuvová síla pohonu
F_N	*[N]*	normálová síla
F_p	*[N]*	střední předpětí valivého hnízda
F_Q	*[N]*	přítlačná síla (valivého tělesa)
F_r	*[N]*	síla pružiny
F_S	*[N]*	Stribeckovo tření
F_t	*[N]*	tečná síla
F_T	*[N]*	výsledná třecí síla
F_{Tk}, F_{slip}	*[N]*	třecí síla za pohybu
F_{trv}	*[N]*	trvalá posuvová síla pohonu
F_{Ts}, F_{stick}	*[N]*	třecí síla za klidu
F_v	*[N]*	viskózní třecí síla
F_{v0}	*[N]*	výsledná síla působící na suport (bez započítaného vlivu tření)
F_x	*[N]*	skok síly v ose X (při rázové dynamické poddajnosti)
g (v)	*[m]*	funkce třecího modelu LuGre závislá na rychlosti
G	*[N.s.m^{-1}]*	koeficient viskózního tření
G_F	*[1]*	přenosová funkce filtru (úzkopásmová zádrž)
G_j	*[1]*	přenos snímače polohy

hallA-C	*[1]*	informace o okamžité velikosti el. „úhlu“ jednotlivých vinutí
$\mathbf{CHx_e}$	*[%]*	chyba mezi naměřeným a simulovaným výsledkem v ose X
$\mathbf{I}$ $(\mathbf{I_x}, \mathbf{I_y})$	*[A]*	elektrický proud vinutím motoru (v ose X, Y)
$\mathbf{I_a}$	*[A]*	proud odpovídající zrychlující síle
$\mathbf{I_A}, \mathbf{I_B}, \mathbf{I_C}$	*[A]*	svorkové proudy jednotlivých vinutí třífázového motoru
$\mathbf{I_C}$	*[A]*	proud odpovídající Coulombovu tření
Isoll	*[A]*	sollwert proudu
Iss	*[A]*	ekvivalentní proud DC motoru odpovídající výsledné síle AC motoru
$\mathbf{I_T}$	*[A]*	proud odpovídající celkové třecí síle
$\mathbf{I_z}$	*[A]*	žádaný elektrický proud motorem
k	*[N.m^{-1}]*	tuhost (pružiny)
$\mathbf{k_j}$	*[N.m^{-1}]*	tuhost uchycení jezdce snímače polohy
$\mathbf{k_{pi}}$	*[V.A^{-1}]*	proporcionální zesílení proudového regulátoru
$\mathbf{k_{pv}}$	*[A.s.m^{-1}]*	proporcionální zesílení rychlostního regulátoru
$\mathbf{k_s}$	*[N.m^{-1}]*	tečná tuhost statického kontaktu (štětiny) modelu LuGre
$\mathbf{K_E}$	*[V.s.m^{-1}]*	napěťová konstanta jedné cívky
$\mathbf{K_F}$	*[N.A^{-1}]*	silová konstanta jedné cívky
$\mathbf{K_{F3}}$	*[N.A^{-1}]*	celková silová konstanta motoru (společné působení tří cívek)
$\mathbf{K_v}$	*[s^{-1}]*	zesílení polohové smyčky
$\mathbf{K_{wi}}$	*[1]*	váhová konstanta proudového feedforwardu
$\mathbf{K_{wv}}$	*[1]*	váhová konstanta rychlostního feedforwardu
L	*[H]*	indukčnost jedné cívky motoru
$\mathbf{L_1} - \mathbf{L_7}$	*[m]*	délky jednotlivých úseků nepravidelného tvaru „L“
$\mathbf{L_{AB,BA}}, \mathbf{L_{AC,CA}}, \mathbf{L_{BC,CB}}$	*[H]*	vzájemná indukčnost cívek motoru
$\mathbf{m}$ $(\mathbf{m_x}, \mathbf{m_y})$	*[kg]*	celková hmotnost posuvných částí stroje (v ose X, Y)
$\mathbf{m_j}$	*[kg]*	hmotnost jezdce odměřovacího systému
$\mathbf{m_{sp}}$	*[kg]*	hmotnost suportu
M	*[H]*	vzájemná indukčnost cívek motoru
$\mathbf{M}, \mathbf{M_T}$	*[N.m]*	celkový třecí moment ložiska
$\mathbf{M_0}$	*[N.m]*	třecí moment ložiska nezávislý na zatížení ložiska
$\mathbf{M_1}$	*[N.m]*	třecí moment ložiska závislý na zatížení ložiska
$\mathbf{M_2}$	*[N.m]*	třecí moment ložiska závislý na axiálním zatížení ložiska
$\mathbf{M_3}$	*[N.m]*	třecí moment těsnění
$\mathbf{M_k}$	*[N.m]*	kluzný třecí moment
$\mathbf{M_w}$	*[N.m]*	valivý třecí moment
n	*[min^{-1}]*	otáčky valivého ložiska
n	*[1]*	řád paraboly parabolického třecího modelu
o	*[m]*	obvod kružnice

p	*[m^{-1}]*	počet pólpárů na metr
p	*[1]*	počet valivých hnízd
P	*[N]*	ekvivalentní zatížení valivého hnízda
r, r_1, r_2	*[m]*	poloměr valivého tělesa
R	*[Ω]*	odpor jedné cívky motoru
R	*[m]*	poloměr (kružnice)
R_0	*[m]*	žádaný poloměr (kružnice)
s	*[1]*	Laplaceův operátor
t	*[s]*	čas
$t_1 - t_{10}$	*[s]*	časy jednotlivých úseků nepravidelného tvaru „L“
t_a	*[s]*	doba trvání zrychlení
t_k	*[s]*	čas zastavení
t_o	*[s]*	čas objetí kružnice
t_q	*[s]*	doba pohybu suportu mezi kvadranty při kruhové interpolaci
t_r	*[s]*	doba impulsu ryvu (čas po který dochází k nárůstu zrychlení)
t_s	*[s]*	čas rozběhu
T_d	*[s]*	časová konstanta měniče - dopravní zpoždění
T_{Ni}	*[s]*	integrační časová konstanta proudového regulátoru
T_{Nv}	*[s]*	integrační časová konstanta rychlostního regulátoru
u		parametr v simulačních schématech
U (U_x, U_y)	*[V]*	elektrické napětí na svorkách motoru (v ose X, Y)
U_A, U_B, U_C	*[V]*	el. napětí na svorkách jednotlivých vinutí třífázového motoru
U_e	*[V]*	vnitřní indukované napětí v motoru
v (v_x, v_y)	*[m.s^{-1}]*	rychlost (suportu) (v ose X, Y)
v_0	*[m.s^{-1}]*	horní hranice intervalu rychlosti první křivky lineárního třecího modelu
v_1, v_2	*[m.s^{-1}]*	obvodová rychlost valivého tělesa
v_{max}	*[m.s^{-1}]*	maximální posuvová rychlost
v_s	*[m.s^{-1}]*	Stribeckova rychlost
v_z	*[m.s^{-1}]*	žádaná rychlost suportu
x (x_{sp})	*[m]*	(skutečná) poloha lineárního motoru (suportu) (v ose X)
x_e	*[m]*	polohová odchylka (v ose X)
x_j	*[m]*	poloha jezdce snímače polohy
x_p	*[m]*	předkluzné posunutí
x_r	*[m]*	poloha konce pružiny
x_z	*[m]*	žádaná poloha suportu (v ose X)

y	*[m]*	skutečná poloha suportu (v ose Y)
$\mathbf{y_e}$	*[m]*	polohová odchylka (v ose Y)
$\mathbf{y_z}$	*[m]*	žádaná poloha suportu (v ose Y)
z	*[m]*	deformace štětiny třecího modelu LuGre
Δ**R, dR**	*[m]*	odchylka od žádaného poloměru
Δ**s**	*[m]*	dráha parciálního prokluzu při valení
Δ**x**	*[m]*	předkluzné posunutí
ε	*[rad.s^{-2}]*	úhlové zrychlení
ζ_{F1}, ζ_{F2}	*[1]*	poměrné tlumení filtru (úzkopásmové zádrže)
ζ_j	*[1]*	poměrné tlumení jezdce snímače polohy
ζ_s	*[1]*	poměrné tlumení statického kontaktu třecího modelu LuGre
μ_0	*[N.s.m^{-1}]*	součinitel rychlostně závislého tření při velmi malých rychlostech u lineárního třecího modelu
μ_k	*[1]*	dynamický koeficient tření
μ_{RUE}	*[1]*	součinitel tření valivého hnízda
μ_s	*[1]*	statický koeficient tření
μ_v	*[N.s.m^{-1}]*	koeficient viskózního tření
ν	*[m^2.s^{-1}]*	viskozita maziva
ξ	*[m]*	součinitel valivého tření (rameno valivého odporu)
π	*[1]*	Ludolfovo číslo
τ_L	*[s]*	časová konstanta třecí paměti
τ_p	*[m]*	pólpárová rozteč
φ	*[rad]*	elektrický úhel
φ	*[rad]*	úhel natočení (úhlová souřadnice při objíždění kružnice)
ψ	*[rad]*	úhel vektoru proudu
ω	*[rad.s^{-1}]*	úhlová rychlost (objíždění kružnice)
Ω_{F1}, Ω_{F2}	*[Hz]*	frekvence filtru (úzkopásmové zádrže)

1. Úvod

Současným trendem v oblasti řízení pohonů posuvů NC obráběcích strojů je stálé zvyšování přesnosti polohování a s nástupem nových technologií vysokorychlostního obrábění jsou na pohony kladeny jedny z nejvyšších požadavků pokud jde o přesnost regulace, dynamiku či jejich tuhost. Je tedy nutné zabývat se všemi faktory, které by mohly požadavek přesnosti ovlivňovat. Kromě zvyšování tuhosti konstrukce stroje či zlepšování samotné regulace jde v neposlední řadě i o problematiku pasivních odporů, neboť tření je jedním z velmi důležitých faktorů ovlivňující přesnost polohování posuvů NC obráběcích strojů. Pasivní odpory mohou v důsledku znamenat vnesení nežádoucí chyby do zpětnovazební polohové regulační smyčky, a mít tak velký vliv na přesnost a kvalitu regulace. Tření jako takové má navíc nelineární charakter a může tedy negativně ovlivňovat zejména dynamickou chybu sledování. Jeho nepříznivý vliv se projevuje především při rozběhu, zastavení či reverzaci pohonu, ke kterému dochází např. při kruhové interpolaci (frézování kruhových tvarů, broušení čepů klikových hřídelů apod.). Ve skutečnosti není třecí síla konstantní, ale závisí nejen na rychlosti (viskózní tření), ale především nebývá stejně velká za pohybu jako za klidu stroje. Důsledkem tření dochází často k nežádoucím odchylkám od požadované dráhy nástroje při obrábění a i nepatrné odchylky polohy ve zmíněných inkriminovaných místech jsou na lesklém povrchu kovu bohužel velmi dobře vidět.

Kvadrantové odchylky vznikající při kruhové interpolaci lze více či méně odstranit použitím různých kompenzačních metod. Ty jsou však často založeny na znalosti modelu třecí funkce a na přesnosti jeho matematického popisu, neboť ta pak ovlivňuje i jejich účinnost. Z hlediska seřizovačů stroje je tedy vhodné získat představu o tvaru třecí funkce konkrétního seřizovaného stroje, což je dobrý předpoklad pro odstranění zmíněných chyb. Zároveň při získání spolehlivého modelu třecí funkce můžeme provádět i přesnější simulace, a tím docílit možnosti levnějšího a rychlejšího nastavení parametrů daného stroje či ověření jeho chování v různých situacích. Občas se totiž stává, že v důsledku nepřesných modelů tření dochází ke zkreslení simulací, a potažmo ke špatné interpretaci výsledků či k chybným závěrům.

1.1 Cíle disertační práce

Práce si klade za cíl zmapovat problematiku modelování pasivních odporů v posuvech vysoce přesných polohových servomechanismů a předložit několik klasických i méně obvyklých třecích modelů, včetně jejich matematického popisu. Dále sestavit simulační schéma posuvové osy obráběcího stroje a na základě měření na konkrétním stroji ověřit funkčnost a přesnost simulace s jednotlivými modely pasivních odporů.

Dílčí cíle disertační práce:

- Provést přehled současného stavu modelování pasivních odporů, nastínit principy vzniku třecí síly a uvést souhrn základních modelů tření.
- Sestavit a odladit matematický model dvou pohybových os obráběcího stroje (proudová, rychlostní a polohová smyčka), na kterém budou prováděna srovnávací měření.
- Navrhnout několik principielně různých modelů tření, které budou následně sloužit pro posouzení jejich vhodnosti použití při simulování posuvových pohybů na obráběcím stoji. Uvést jejich matematické popisy, postupy při vytváření simulačního schématu a případně ukázat jejich typické vlastnosti a způsoby chování v různých situacích.
- Pokusit se na základě měření o identifikaci třecích poměrů na zvoleném obráběcím stroji a určení stěžejních parametrů třecí funkce, které budou následně využity při simulacích.
- Simulovat a měřením ověřit funkčnost a přesnost použitých modelů tření, prokázat vhodnost či nevhodnost jejich použití při různých režimech práce stroje, jako je pohyb konstantní rychlostí, rozjezd, zastavení, reverzace pohonu apod.

2. Teorie tření

2.1 Související publikace

Fenomén tření je známý po staletí a lidé se s ním vždy více či méně potýkali. S nástupem moderní doby, kdy se stává nevítanou složkou různých mechanismů, je velmi často předmětem zkoumání a mnoho vědců se snažilo a stále snaží nejenom eliminovat jeho velikost, ale také přesně specifikovat a definovat příčiny a principy jeho vzniku a navrhnout různé matematické modely tření, které by co možná nejlépe vystihovaly skutečné třecí poměry na stroji. S nástupem numericky řízených strojů je také pozornost věnována vhodným metodám jeho kompenzace v regulačních obvodech, které by snižovaly dynamické chyby sledování požadované dráhy a vedly tak ke zvýšení přesnosti polohového řízení.

Jednou ze zajímavých prací na toto téma je bezesporu *článek „A survey of models, analysis tools and compensation methods for the control of machines with friction“* (Přehled modelů, nástrojů analýzy a kompenzačních metod pro řízení strojů se třením) od autorů *B. Armstrong-Helouvry, P. Dupont a C. Canudas de Wit* [11]. Podrobně popisuje velké množství modelů strojního tření, obsahuje rozsáhlou diskusi o významných metodách analýzy, průzkum kompenzačních metod a mimo jiné poskytuje široký přehled postupů užitých v praktickém inženýrství. V závěru obsahuje bibliografii o téměř 280 položkách.

Dalším článkem na téma tření je *"A new model for control of systems with friction" (*Nový model pro řízení systémů se třením) od *C. Canudas de Wit* [13]. V tomto příspěvku autor popisuje návrh nového dynamického modelu tření zachycující především třecí chování, které bylo pozorováno experimentálně. Model zahrnuje Stribeckův efekt, hysterezi, pružinovou charakteristiku pro statické tření a proměnnou sílu odtržení. Vlastnosti modelu významné pro návrh řízení jsou vyšetřovány analýzou a simulací. Dále je zde navržena nová strategie řízení včetně třecího pozorovatele a jsou zkoumány a prezentovány její stabilizační výsledky.

O tření v hydraulických mechanismech pojednává zajímavá disertační práce od *Williama Scotta Owena „An investigation into the reduction of stick-slip friction in hydraulic actuators“* (Vyšetřování omezení stick-slip tření v hydraulických akčních členech) [19]. V úvodních kapitolách je zde uvedeno přehledné uspořádání obecně platných matematických modelů kluzného tření - od základního Coulombova modelu, přes Stribeckovu křivku pro mazané povrchy až po Dahlův pružinový model. Práce ale především představuje alternativní řešení, totiž vyvarování se tření, resp. vyhnutí se Stribeckovy oblasti tření rotací pístu a tyče, a tím docílení přibližné linearizace axiálního tření pístu.

Fenoménu samobuzeného kmitání se věnuje *A. J. McMillan* v článku *„A Non-linear friction model for self-excited vibrations, Journal of Sound and Vibration“* (Nelineární model tření pro samobuzená kmitání) [14]. Příspěvek se zabývá návrhem dynamického systému pro porozumění jevu vibrací, které jsou formou samobuzeného chvění. To je způsobeno především pasivními odpory, zejména kombinací statického a dynamického tření. V článku je kmitavá struktura názorně demonstrována na modelu tělesa drženého na posunujícím se dopravním pásu pružinou a tlumičem k pevné zdi. Je sledován vliv různých parametrů na nelineární systém, nejen vliv použitého modelu tření, různé rychlosti pásu, ale autor především zdůrazňuje vliv počátečních podmínek.

Knihu určenou všem, kteří chtějí porozumět kluznému tření napsal *Bo N. J. Persson* a jmenuje se *„Sliding friction: physical principles and applications”* (Kluzné tření: fyzikální principy a aplikace) [17]. Autor na 515 stranách seznamuje čtenáře s jevem kluzného tření – jedním z nejstarších problémů ve fyzice a jistě jedním z nejdůležitějších z praktického hlediska. Dle autora se schopnost trvale produkovat povrchy a maziva s nízkým třením stala důležitým faktorem v miniaturizaci posunujících se součástí v mnoha technologických zařízeních, ať už jde např. o magnetické paměti, nahrávací systémy, miniaturní motory a mnoho leteckých součástí. Toto druhé vydání zahrnuje několik nových témat včetně tření v supravodičích, experimentální studie a počítačové simulace z vrstvených přechodů, tření v nanotechnologiích, opotřebení ve spalovacích motorech, účinky způsobené vlhkostí, valení a smýkání karbonových nanováleček a dynamické tření v zrnitých materiálech.

N. Lindop a H. J. Jensen (1997) se ve svém článku *“Simulations of the velocity dependence of the friction force”* (Simulace závislosti třecí síly na rychlosti) zabývají simulací pohybu pružného tělesa po nerovném povrchu. Na těleso je působeno silou, aby byla udržována předepsaná stálá rychlost. Autoři studují rychlostní závislost třecí síly jako funkci hrubosti povrchu a pružných vlastností pohyblivého tělesa. Zvláštní pozornost je věnována nízkým rychlostem, kdy je porovnáváno chování třecí síly pro hrubý a hladký podklad.

2.2 Všeobecně o tření

Tření je nejobecněji definováno jako ztráta mechanické energie v průběhu, na počátku i na konci relativního pohybu stýkajících se oblastí materiálu. Podle druhu relativního pohybu je možné rozlišovat tření kluzné, valivé a vrtné (točivé).

Tření je důležitý aspekt ovlivňující strategii řízení mnohých systémů pro vysoce kvalitní servomechanismy a jednoduché pneumatické a hydraulické systémy. Pasivní odpory mohou vést k dráhovým chybám, limitním cyklům a nežádoucím trhavým pohybům. Řídící strategií se snažíme kompenzovat projevy tření bez nutnosti volit vysoké zesílení řídící smyčky, neodmyslitelně požadujeme vhodný model tření pro předpovídání a kompenzaci tření. Kvalitní model tření je tedy nezbytný jak pro analýzu stability, předpověď limitních cyklů, tak pro nalezení řídících zesílení, předváděcí simulace apod. Teoretický popis třecí síly je však jen velice obtížně definovatelný, a proto je nutné přistoupit při návrhu modelu na různá zjednodušení. Nejčastější existující schéma kompenzačního modelu tření používá klasický model tření, vycházející z Coulombova a viskózního tření. V aplikacích s vysoce přesným polohováním a s malými rychlostmi posuvu (zejména v okolí nulových rychlostí – změna smyslu pohybu apod.), nejsou výsledky vždy uspokojivé. Je tedy nutné nalézt kvalitativně lepší model pasivních sil, který by poskytl odpovídající výsledky nejen na otázku tření při malých rychlostech, ale zvláště také pokud je nevyhnutelný přechod přes nulovou rychlost. Přestože je tření přirozený jev, vytvoření jeho realistického modelu je dosti obtížné a doposud nejsou všechny jevy a účinky tření zcela přesně popsány a pochopeny.

2.3 Přehled základních modelů tření

V této kapitole bude popsána většina známých modelů tření, od nejjednoduššího klasického Coulombova tření, přes přesnější a složitější modely zahrnující viskózní složku, sílu odtržení a Stribeckův efekt, až po nejpřesnější dynamické modely, které budou z důvodu použití v simulačních schématech popsány podrobněji. Nastíněny budou i principy vzniku valivého tření a výpočty valivého odporu.

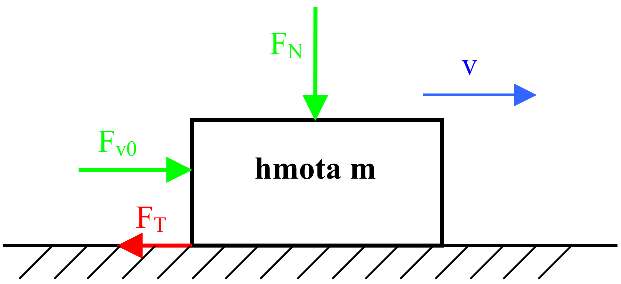
2.3.1 Statické modely tření

Základní a dodnes často používané modely tření jsou modely statické. Výhodou je jejich jednoduchost, nevýhodou pak jejich statická závislost mezi rychlostí a vlastní třecí silou, která pro přesnější aplikace nevykazuje dostatečnou shodu s experimentálními a skutečnými třecími poměry. Nezohledňuje totiž vliv dynamiky, která (jak bude ukázáno v dalších kapitolách) hraje v chování třecí síly mnohdy významnou roli.

2.3.1.1 Základní a klasický model tření

První formuloval zákony tření Leonardo da Vinci (1519), který pozoroval, že tření se zdá být nezávislé na velikosti styčné plochy, a že třecí síla je přímo úměrná aplikovanému konstrukčnímu zatížení. Domníval se, že koeficient tření je závislý na charakteristikách kontaktních ploch a že je konstantní. Ve skutečnosti je koeficient tření závislý na plošných charakteristikách, které jsou závislé na čase, teplotě, mazání a dalších proměnných. Třecí síla působí proti směru pohybu a výsledná zrychlující síla je rovna rozdílu mezi působící a třecí silou (obr. 2.1).

$$F_a = F_{v0} - F_T \tag{2.1}$$



Obr. 2.1
Model tření Da Vinci.

Coulomb v roce 1785 představil koncept suchého, resp. Coulombova tření, kdy třecí síla bránící pohybu byla stálá a nezávislá na rychlosti:

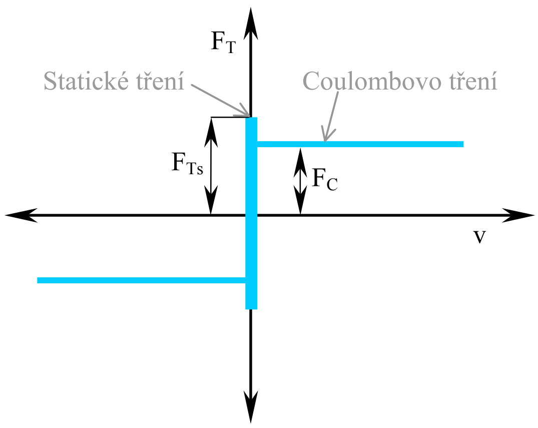
$$F_C = \mu_k \cdot F_N \tag{2.2}$$

kde F_C je třecí síla za pohybu (Coulombovo tření), F_N je normálová síla a μ_k dynamický koeficient tření.

Morin (1833) uvedl, že kromě suchého tření se ještě vyskytuje prahová třecí síla, která musí být překonána před uvedením tělesa do pohybu. Na základě Bowden – Taborovy adhezní hypotézy kluzného tření je zatížení přenášeno velmi malými stykovými ploškami. Mezi nejvyššími výstupky vzniká lokálně takový tlak, že dochází k jejich plastické deformaci, při níž se vlivem velkého tlaku tvoří adhezní spoje, tzv. mikrosvary. Statická síla tření nemazaných povrchů je pak dána silou nutnou pro usmýknutí těchto mikrosvarů. V běžných podmínkách kluzného tření je reálná styková plocha značně menší než plocha nominální a spolu se třecí silou je přímo úměrná zatížení a nezávisí na nominální ploše styku v souladu s klasickými zákony kluzného tření.

$$F_{Ts} = \mu_s \cdot F_N \tag{2.3}$$

kdy $\mu_k < \mu_s$. F_{Ts} je třecí síla za klidu a μ_s je statický koeficient tření. Na obr. 2.2 je uveden takovýto základní model tření.



Obr. 2.2

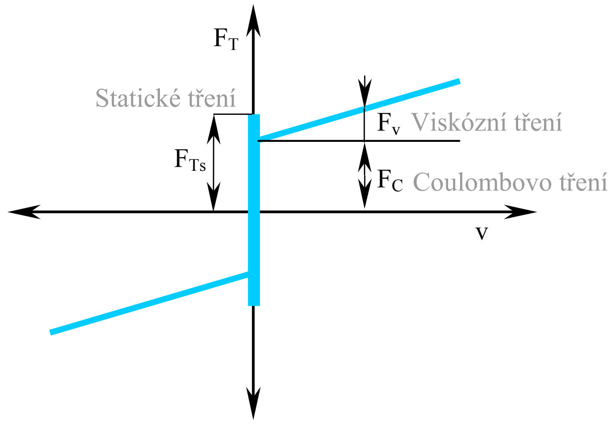
Základní model tření.

Reynolds (1866) přispěl významnou měrou k porozumění tření svou prací na viskózním proudění tekutin. Viskozita je schopnost kapaliny klást vnitřní odpor. Viskózní tření roste úměrně s rychlostí:

$$F_v = \mu_v \cdot \dot{x} \tag{2.4}$$

kde F_v je viskózní třecí síla, μ_v je koeficient viskózního tření a $\dot{x}$ rychlost.
Model tření pak vyplývá z následujících podmínek:

$$\begin{aligned} F_{Ts} &= F_{v0} && |\dot{x}| = 0 \\ F_{Tk} &= F_C + F_v && |\dot{x}| > 0 \end{aligned} \tag{2.5}$$

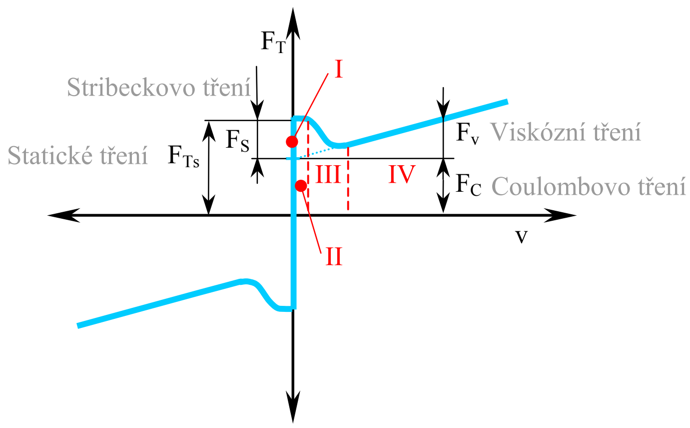


Obr. 2.3

Klasický model tření.

2.3.1.2 Stribeckova křivka

Jedním z hlavních problémů u klasických modelů je nespojitost mezi statickým a dynamickým třením, což má za následek, že klasický model neposkytuje dostatečnou reprezentaci tření v této oblasti. Je-li použito mazání, je totiž při nízkých rychlostech přechod mezi třením za klidu a pohybu spojitý a projevuje se tzv. Stribeckův efekt. Stribeck rozpoznal tuto vlastnost v roce 1902 a Stribeckova křivka je znázorněna na obr. 2.4



Obr. 2.4

Stribeckova křivka.

Jak je z tohoto obrázku patrné, velikost Coulombova tření je měřena v průsečíku viskózního tření s třecí osou. Stribeckova síla je pak rozdíl mezi statickým a Coulombovým třením. Stribeckova křivka platí pro mazané povrchy. Pokud jsou povrchy suché, pak přechod ze statického na dynamické tření může probíhat v podstatě nespojitě, jako u klasického modelu.

Stribeckova křivka vymezuje čtyři oblasti třecí síly v závislosti na ustálené rychlosti (viz obr. 2.4):

I …… statické tření („stick“)

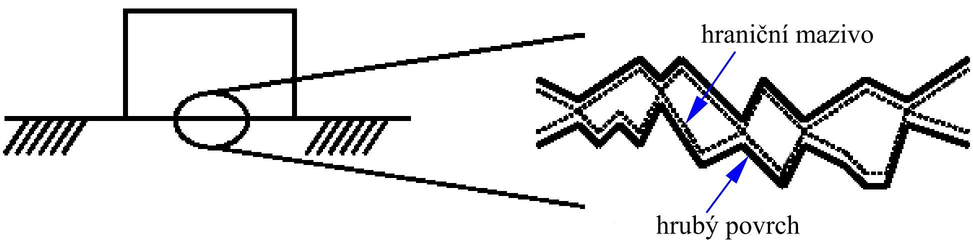
II ….. hraniční mazání (suché tření)

III …. částečné kapalinné tření (mezné tření)

IV …. plné kapalinné tření

2.3.1.2.1 Oblast I – statické tření

Je to režim, při kterém není zjevná relativní rychlost mezi kontaktními plochami a není tudíž znatelný žádný jejich vzájemný pohyb. Kontakt mezi dvěma povrchy nastává díky jejich mikroskopickým drsnostem, jak je ukázáno na obr. 2.5. Celková plocha styku mezi dvěma povrchy je relativně malá ve srovnání s celkovou rozlohou každého povrchu. Příčinou jsou plošné nerovnosti a složitost získání zcela rovné a hladké plochy v mikroskopické úrovni.



Obr. 2.5 Kontakt dvou povrchů.

Obr. 2.5 ukazuje hraniční mazivo na povrchu materiálu. Mnoho maziv má přísady, které zanechávají povlak na povrchu. Tento povlak napomáhá redukovat koeficient tření mezi povrchy a tím redukovat tření. Volba maziva tedy výrazným způsobem ovlivňuje jak tření ploch, tak jejich opotřebení.

2.3.1.2.2 Oblast II – hraniční mazání

To nastává při velmi malých rychlostech, kdy je mazání zcela nedostačující a proces tření se blíží tření bez mazání, nazývanému v praxi třením suchým. U hydrodynamického mazání je totiž požadovaná minimální rychlost, aby došlo k natažení maziva mezi povrchy. V režimu II je však relativní rychlost pod tímto minimem a není zde tedy kromě zbytkového povlaku žádné mazivo.

2.3.1.2.3 Oblast III - částečné kapalinné tření

Na počátku režimu III jsou tedy třecí místa oddělena pouze nepatrnou přilnutou a velmi pevnou vrstvičkou maziva v tloušťce několika molekul, což v reálném kontaktu existuje zřejmě jen lokálně mezi výstupky nerovností ploch. Mezi skutečnými třecími povrchy probíhá v oblasti III tření smíšené, kdy se v různém stupni podílí tření suché, mezné a kapalinné. S rostoucí rychlostí začíná být tedy mazivo stále více natahováno do oblasti mezi povrchy, tloušťka mazací vrstvy se zvyšuje a podpora povrchů kapalinou narůstá. Následkem toho se odpor proti pohybu snižuje a při stále působící síle se zvyšuje i zrychlení posunujícího se tělesa. Úměrně zrychlením se dále zvyšuje i rychlost a kontaktní plochy jsou stále více mazány. Tento pozitivní zpětnovazební cyklus může mít za následek nestabilní odezvu systému.

Záporný spád třecí křivky, označovaný jako záporný viskózní sklon, je odpovědný za tento nestabilní stav a vede k většině problémů souvisejících s kompenzací tření. Je-li požadavek uvést těleso do pohybu, působící síla se zvyšuje až do té doby, než je dostatečně velká na překonání statického tření. Těleso se začne pohybovat a tření se rychle snižuje. Náhlé snížení třecí síly má ovšem za následek, že výsledná zrychlující síla je větší než požadovaná a výsledkem je trhavý pohyb. Podobný jev nastane, chceme-li těleso uvést do klidu. Jakmile hmota zpomalí, tření se náhle zvýší, a to má za následek, že výsledná síla je menší než požadovaná a těleso se náhle zastaví, aniž by dosáhlo požadované polohy.

V režimu III může také nastat tzv. paměťový efekt, kdy dochází k časovému zpoždění mezi změnou v rychlosti nebo zatěžujících poměrů a z toho vyplývající změnou v tření. Tento paměťový jev bude blíže objasněn v kapitole 4.4.3.2 *„Třecí paměťový efekt“*.

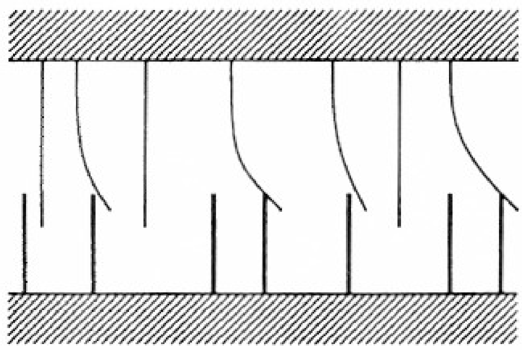
2.3.1.2.4 Oblast IV - plné kapalinné tření

Jakmile nastane tento režim, povrchy jsou plně podporovány mazivem a nedochází k téměř žádnému styku samotných kontaktních ploch. V této oblasti se tření blíží lineárnímu.

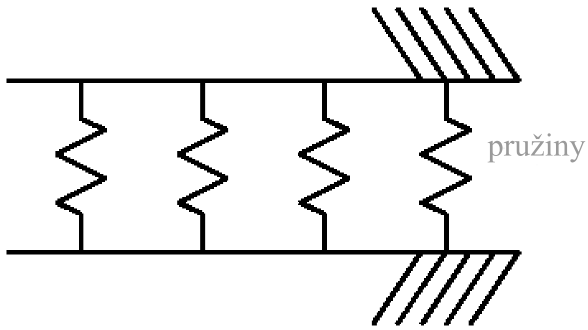
2.3.2 Dynamické modely tření

Používané klasické modely tření jsou popsány statickou závislostí mezi rychlostí a třecí silou. Jak je vidět z předchozí kapitoly, typickým příkladem jsou různé kombinace Coulombova tření, viskózního tření a Stribeckova efektu. Tyto statické modely ovšem vůbec nevysvětlují hysterezní chování třecí síly při nestacionární rychlosti, proměnnou velikost síly odtržení při experimentálních podmínkách ani malá posunutí vyskytující se při kontaktu rozhraní během statické fáze („stick“).

Před uvedením tělesa do pohybu může v místě kontaktu vzniknout elastická a plastická mikrodeformace v povrchových vrstvách. Tato vlastnost třecího kontaktu v klidové fázi (rychlost je blízká nule) je v nových modelech často interpretována pomocí pružných štětin s vnitřním tlumením, které se chovají podobně jako listová péra (viz. obr. 2.6). Tangenciální síla pak tyto štětiny ohýbá a od určité velikosti síly začnou štětiny po sobě klouzat. Takto vznikající tzv. předkluzné posunutí je také známé jako Dahlův efekt. Dahl (1968, 1976, 1977) objasňoval drsný povrch pomocí pružin (obr. 2.7), kdy síla tření závisí v počátečním stádiu na posunutí a nikoliv na rychlosti. Tyto složitější, ale hlavně přesnější dynamické modely již tedy zahrnují dynamiku nezbytnou pro přesný popis fenoménu tření.



Obr. 2.6 Interpretace třecích ploch pomocí pružných štětin.



Obr. 2.7 Dahlův pružinový model.

Další zajímavý dynamický model, který navrhl Armstrong-Hélouvry [11], obsahuje sedm nezávislých parametrů. Tento model nekombinuje různé třecí fenomény, ale je to vlastně jediný model pro klidové a zároveň kluzné tření. Jiný dynamický model, který navrhli Rice a Ruina [5] byl použit ve spojitosti s řízením Duponta [12]. Tento model ale není definován v nulové rychlosti.

Blíže bude návrh dynamického modelu tření, včetně vytvoření jeho simulačního schématu, ozřejměn v praktické části, v kapitole 4.4 „*Dynamický model tření*". Zde budou také ukázány výsledky praktických měření, které by měly demonstrovat některé vlastnosti tohoto modelu.

2.3.3 Valivé tření

Valivý odpor vznikající ve valivém ložisku je složitý jev a je ovlivňován řadou různých činitelů. Jeho velikost závisí na intenzitě a smyslu zatížení a na několika dalších faktorech, z nich nejdůležitější je typ ložiska, jeho velikost, provozní otáčky, resp. rychlost valení, pružné vlastnosti materiálu, jakost povrchů, vlastnosti maziva a jeho množství. Celkový valivý odpor v ložisku se skládá z valivého a smykového tření v místě valivého kontaktu, v místě styku mezi valivými tělesy a klecí, jakož i mezi vodícími plochami valivých těles či klece, dále z tření v mazivu a smykového tření těsnění u utěsněných ložisek. Různé druhy valivých ložisek mají proto v důsledku různé konstrukce rozdílný součinitel tření.

Při valivém tření probíhá vedle valení stýkajících se materiálových oblastí také pružný nebo totální prokluz. U kuličkových ložisek s kosoúhlým stykem probíhá v kontaktu kuliček s oběžnými drahami vedle valení také vrtný pohyb stýkajících se materiálových oblastí – tření vrtně - valivé.

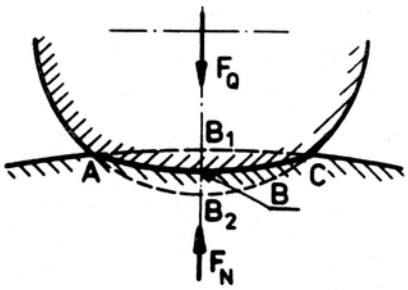
2.3.3.1 Příčiny valivého tření

Příčiny valivého tření jsou složitější, než by plynulo z diskuse vztahu

$$F_T = F_N \cdot \frac{\xi}{r} \tag{2.6}$$

kde ξ je součinitel valivého tření (rameno valivého odporu), r je poloměr valivého tělesa.

Skutečné poměry při odvalování jednoho tělesa po povrchu tělesa druhého se liší od geometrické představy vzájemného odvalování dvou rovinných čar, které by ve styku neměnily svůj tvar a jejichž odpovídající si odvalené oblouky by měly stejnou délku při valení bez skluzu. Reálná tělesa jsou elastická, příp. elastoplastická a normálná síla F_N,

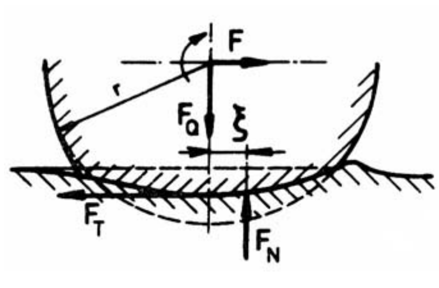


Obr. 2.8

Kontakt při klidovém stlačení.

která je k sobě při odvalování dotlačuje, deformuje obě tělesa v oblasti kontaktu. Styková ploška je v obecných případech zakřivená (viz. obr. 2.8) a v případě styku těles s různými křivostmi vzniká v tomto kontaktu povrchové tření. Důvod jeho vzniku je dobře patrný z obr. 2.8. Zde vidíme normálný rovinný řez styku dvou těles, oblouk AB_2C je delší než oblouk AB_1C. Po stlačení se tyto původní oblouky přetvořily na společný oblouk ABC. Délkové změny obou oblouků při postupující deformaci vedou nutně k relativním skluzům ve stykové plošce a tím ke vzniku tření. Při odvalování těles postupují tyto deformace po jejich obvodu a popsané vznikající tření je první složkou tření valivého.

Budou-li se dvě stýkající se tělesa pod zatížením po sobě odvalovat, bude se místo stykové deformace přemisťovat ve směru valení. Díky hysterezi materiálu budou styková napětí v přední části plošky větší než v části odlehčované a výslednice kontaktních napětí F_N (viz obr. 2.9) bude posunuta oproti přítlačné síle F_Q o vzdálenost ξ, která je ramenem valivého odporu. Moment $M = F_N \cdot \xi$ působí proti smyslu otáčení při valení a je druhou složkou tření valivého. Bylo zjištěno, že odpor proti valení, způsobený hysterezí materiálu, se blíží velikostem sil, které udržují rovnoměrný valivý pohyb, jinak řečeno, hystereze je hlavní příčinou valivého tření. Vliv hystereze nelze vyjádřit konstantním činitelem, protože vzrůstá s rychlostí valení a velmi závisí na dvojici materiálů těles. Obdobně tedy bude proměnlivý i součinitel valivého tření.



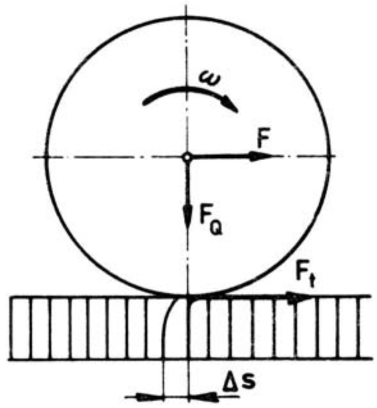
Obr. 2.9

Oblast kontaktu při valení.

Z mechanismu valení je zřejmé, že mazání v kontaktu nemůže výrazně ovlivnit velikost hystereze. Proto je také vliv mazání na součinitel valivého tření většinou zanedbatelný.

Ve valivých ložiskách běžně působí i tečné síly ve styku valivých elementů s oběžnými drahami kroužků. Tyto tečné síly mohou vznikat působením setrvačných sil, gyroskopických momentů, nerovnoběžností os odvalujících se válců, udržováním stálých obvodových vzdáleností mezi valivými tělesy, jejichž průměry nejsou přesně stejné apod.

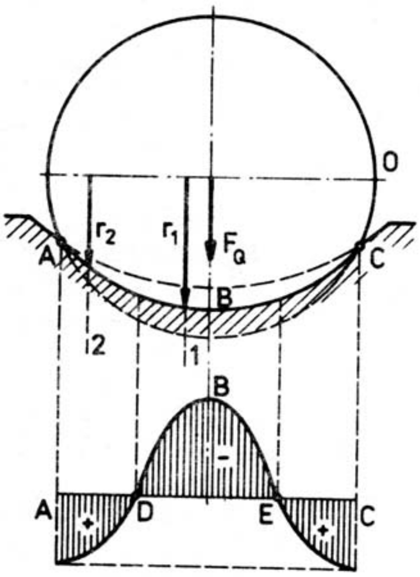
Mohou působit v různých směrech ve stykové plošce a vektor tečné síly určuje směr a smysl tzv. parciálního prokluzu, ke kterému dochází jen při současném valení při $F_t < F_T$, tj. když tečná síla je menší než síla třecí vazby. Obr. 2.10 znázorňuje parciální prokluz ve smyslu valení. Koule se tu odvaluje po rovinné podložce. Poloha částic materiálu je vyznačena vlákny, kolmými k povrchu roviny. Pokud se koule nebude otáčet, způsobí tečná síla F_t ohnutí vláken podložky a posune se ve smyslu síly F_t o dráhu Δs. Tím jejich pohyb končí, protože dalšímu posuvu po podložce brání síla tření F_T ve styku. Bude-li se však koule za působení tečné síly odvalovat, bude tento posuv plynule postupovat při styku s následujícími vlákny, takže dráha valení na podložce bude delší než odpovídající oblouk valení na kouli o dráhu parciálního prokluzu. Přestože jsou dráhy odvalení na kouli a podložce nestejné, k úplnému, čili totálnímu prokluzu nedošlo. Totální prokluz by nastal tehdy, byla-li by tečná síla větší než síla třecí vazby ve styku $F_t > F_T$. V tom případě by ale už nebylo možné hovořit o valení.



Obr. 2.10

Parciální prokluz při valení.

Dalším důležitým případem je vznik tečných sil při odvalování těles se zaobleným profilem v hluboké drážce. Např. koule na obr. 2.11 se odvaluje v přímé drážce kruhového profilu, jejíž poloměr je jen o málo větší než poloměr koule. Při stykové deformaci vznikne značně zakřivená styková ploška profilu ABC. Při valení se koule otáčí kolem okamžité osy O a má na poloměrech r_1 a r_2 obvodové rychlosti v_1 a v_2. Protože $r_1 > r_2$, je také $v_1 > v_2$. Na přímé drážce však musí být rychlosti odvalování v místech 1 a 2 stejné. Rychlosti odvalování na kouli a drážce se tedy liší a dochází k prokluzu vpřed nebo vzad. Graf na obr. 2.11 ukazuje průběh prokluzů. V oblastech AD a EC, kde jsou malé obvodové rychlosti, prokluzují stykové body koule v drážce směrem vpřed ve smyslu valení, v oblasti DE je tomu naopak. V místech D a E není žádný prokluz a dochází



Obr. 2.11

Prokluzy v hluboké drážce.

zde jen k čistému odvalování. V případě vzniku je tedy uvedený prokluz v hluboké drážce dalším podílem tření valivého. Příčinou je však tření kluzné, které vyvolává opotřebení a jeho vliv se účinně sníží vhodným mazáním.

Poznámka: Pro omezení uvedeného jevu se dnes často používají takové profily drážek, které se dotýkají valící se koule teoreticky v jednom, resp. dvou bodech.

Ke všem předchozím odporům přistupuje ještě odpor vyvolaný viskózními a setrvačnými silami maziva, které vzrůstají s rostoucí rychlostí. U valivých ložisek nesmíme opomenout ani tření mezi valivými tělesy a klecí a odpor případného třecího těsnění, který může být podstatně větší než třecí moment ložisek.

Uvedené složky valivého tření se mohou různě podílet na celkovém valivém odporu podle podmínek při odvalování, na které má vliv volba materiálu valivé dvojice, tvar a vzájemná poloha kontaktních ploch, jakost povrchu, velikost přítlačné síly, rychlost valení, vlastnosti maziva a v neposlední řadě i provozní teplota.

Podobně jako u rotačních valivých ložisek, i u přímočarých lineárních vedení je tření poměrně nízké a má rovnoměrný průběh. Dle výrobce ložisek INA jsou hlavními faktory majícími vliv na tření u lineárního vedení zatížení, předpětí, rychlost pohybu, mazivo (viskozita a množství), teplota, chyba v souososti a kluzný podíl těsnění. Vliv mazacího tuku na tření v počátcích provozování a po přimazání dočasně díky čerstvému mazacímu tuku stoupá, po krátké době provozu se však opět ustálí na nízké hodnotě. Konzistence a základní viskozita použitého maziva výrazným způsobem ovlivňují a určují třecí chování. Těsnění zvyšují celkové tření lineárního vedení, přičemž nejvyšší je toto tření u nových vedení a klesá po záběhové fázi.

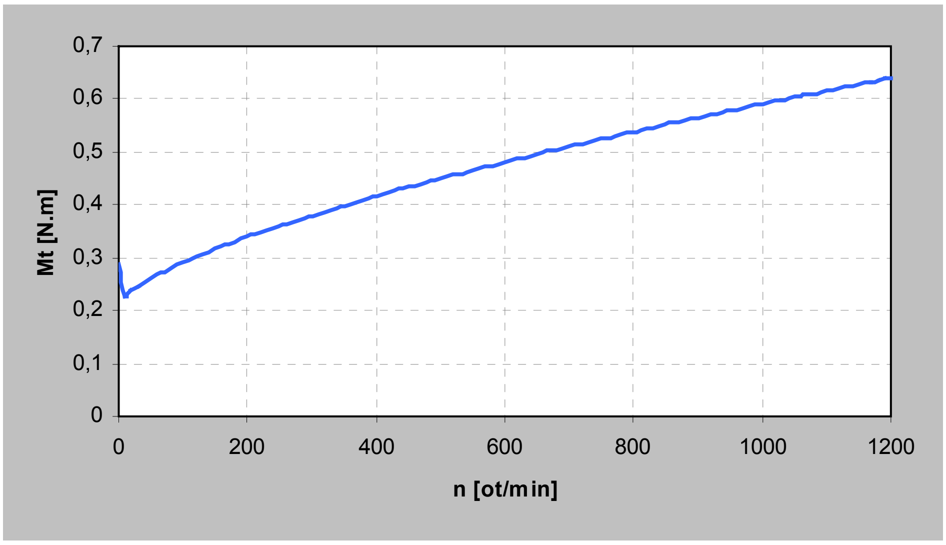
2.3.3.2 Výpočet valivého odporu

K přibližnému výpočtu tření ve valivém ložisku lze využít poměrně složitých empirických vzorců s mnoha koeficienty, které je možné nalézt v katalozích výrobců ložisek (např. [28]). Protože je tento výpočet dosti rozsáhlý a koeficienty potřebné pro výpočet se liší nejen v závislosti na typu a velikosti ložiska, ale i na způsobu mazání a použitém mazivu, nebudu zde tyto vztahy uvádět. Většina výrobců ložisek mimo to nabízí na svých internetových stránkách možnost on-line výpočtu třecí síly pro konkrétní zvolené ložisko, daný způsob mazání a určitou rychlost.

Obecně lze však říci, že celkový třecí moment ložiska je dán třecím momentem nezávislým na zatížení ložiska M_0 a momentem, jež na zatížení závisí M_1. Moment M_0 tedy nezávisí na zatížení, nýbrž na hydrodynamických ztrátách v mazivu, přičemž jeho velikost je dána viskozitou, množstvím maziva a rychlostí odvalování. Tento moment převládá u málo zatížených ložisek s vysokými otáčkami. Moment M_1 závislý na zatížení vzniká vlivem pružných deformací a malých místních kluzných pohybů v kontaktech. Převládá u ložisek pracujících s nízkými otáčkami a při velkém zatížení. U axiálně zatížených válečkových ložisek je třeba rozšířit tento výsledný moment M ($M = M_0 + M_1$) ještě o složku M_2, která závisí na axiálním zatížení. Kromě toho u ložisek opatřených třecím těsněním mohou být ztráty způsobené třením těsnění větší než ztráty vzniklé v samotném ložisku. K odhadu třecího momentu těsnění M_3 je možné opět použít empirický vztah uváděný v katalogu ložisek daného výrobce.

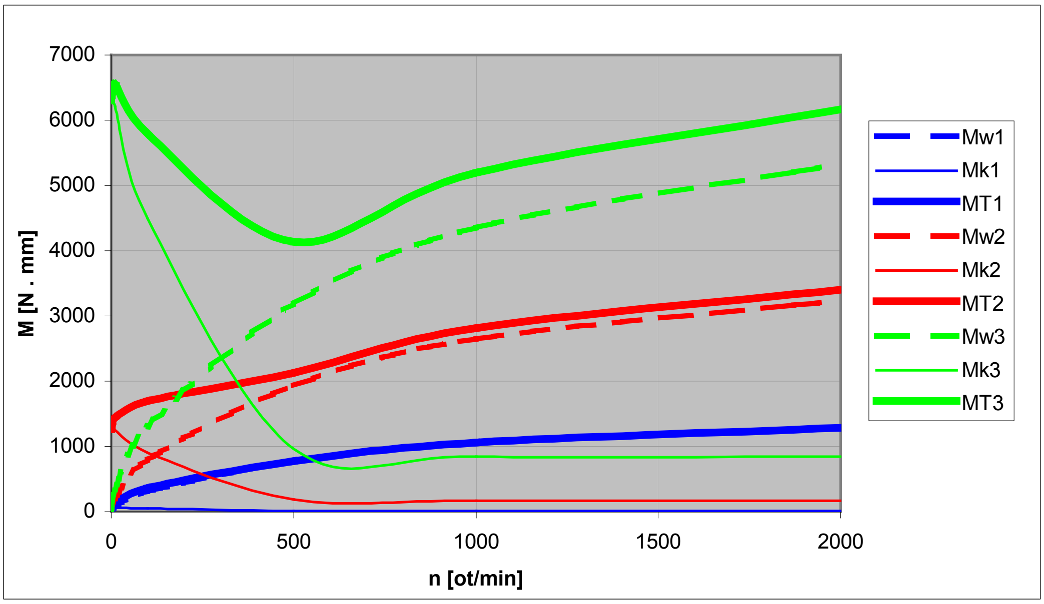
Mimo výše uvedených složek třecího momentu působících při běhu ložiska nesmíme opomenout ani rozběhový moment. Ten je definován jako třecí moment, který se musí překonat, aby se ložisko rozeběhlo z klidového stavu. Obvykle je rozběhový moment roven až dvojnásobku třecího momentu M_1 závislého na zatížení, i když u kuželíkových ložisek s velkým stykovým úhlem může dosahovat až čtyřnásobku.

Abych si udělal bližší představu o průběhu třecí síly, resp. třecího momentu valivých ložisek, provedl jsem na základě vztahů uváděných v katalozích ložisek výpočet třecího momentu jednoho válečkového ložiska. Zvolil jsem ložisko střední velikosti mazané olejem, rozběhový moment jsem volil jako dvojnásobek momentu M_1. Výpočet jsem realizoval pro řadu různých rychlostí, resp. otáček, abych získal závislost třecího momentu na této veličině. Výsledný graf této závislosti je na obr. 2.12.



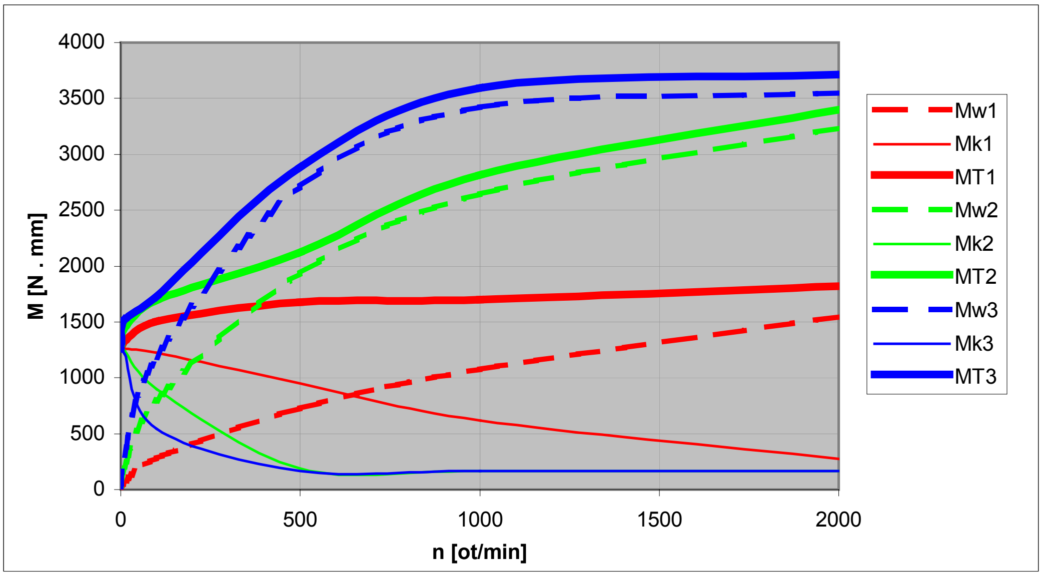
Obr. 2.12 Závislost třecího momentu na otáčkách u valivého ložiska.

Podobného efektu výpočtu třecího momentu ložiska je možné dosáhnout také prostřednictvím on-line kalkulátorů na stránkách některých výrobců ložisek. Zde je možné po zadání konkrétního ložiska, hodnoty jeho zatížení a velikosti viskozity maziva zjistit pro zadané otáčky nejen celkový třecí moment, ale také jeho složky (valivou a kluznou) a velikost rozběhového momentu. Podobně jako v předchozím případě jsem tedy pro lepší představu o průběhu tření a vlivu různých parametrů na jeho charakteristiku provedl tímto způsobem sérii výpočtů pro válečkové ložisko středního průměru a výsledky vynesl v závislosti na otáčkách do grafu. První graf (obr. 2.13) uvádí hodnoty pro různá zatížení ložiska, druhý (obr. 2.14) pro různé viskozity maziva. V této souvislosti je ovšem nutné podotknout, že viskozita nebyla měněna s ohledem na velikost otáček, kdy s požadavkem provozu při vyšších otáčkách by měla být správně volena nižší hodnota této veličiny. Uvedené průběhy tření také neobsahují ztráty způsobené třením těsnění, které, jak již bylo řečeno, může někdy dosahovat vyšší hodnoty než samotné ztráty vzniklé v ložisku.



Obr. 2.13 Průběh třecího momentu v závislosti na otáčkách a zatížení.

Výše uvedený graf uvádí průběh celkového třecího momentu jednořadého válečkového ložiska střední velikosti (M_T - plná tlustá křivka) daného součtem složek valivého třecího momentu (M_w – čárkovaná křivka) a kluzného třecího momentu (M_k – plná tenká křivka). Průběhy jsou pro tři různá zatížení, přičemž první křivka (1 – modrá) odpovídá zatížení rovnému přibližně 1% dynamické únosnosti ložiska, druhá křivka (2 – červená) 10% a třetí (3 – zelená) 50 % dynamické únosnosti ložiska. Viskozita maziva při provozní teplotě byla volena 40 mm^2/s.



Obr. 2.14 Průběh třecího momentu v závislosti na otáčkách a viskozitě maziva.

Tento druhý graf ukazuje opět průběh tří složek momentů dle výše uvedeného popisu, nyní ovšem pro různé viskozity maziva. První křivka (1 – červená) pro viskozitu $\nu = 10\ mm^2/s$ (vhodná spíše pro vysoké otáčky), druhá křivka (2 – zelená) pro viskozitu $\nu = 40\ mm^2/s$ (viz všechny průběhy pro různá zatížení v předchozím grafu) a třetí (3 – modrá) byla počítána s viskozitou $\nu = 100\ mm^2/s$ (vhodné pro nižší otáčky). Všechny výpočty byly provedeny pro zatížení rovnému přibližně 10% dynamické únosnosti ložiska.

Z grafických průběhů je vidět jistá podobnost s výsledkem na obr. 2.12 získaným ručním výpočtem. Otázkou je, jak jsou všechny tyto výpočty přesné a nakolik odpovídají realitě. Každopádně musíme mít na paměti, že chování tření je dosti nepředvídatelné a hlavně závislé na spoustě různých faktorů, které nejsou mnohdy postihnutelné jednoduchým výpočtem. Uvedené průběhy tření je proto nutné brát spíše jako hrubé přiblížení dané problematiky a přesnější výsledky získat raději přímo měřením nebo jinou metodou identifikace konkrétního zařízení.

2.3.3.3 Model valivého tření

Jak z výše uvedené analýzy valivého tření vyplývá, jeho popis je dosti komplikovaný a není snadné jednoznačně říci, jak by měl vypadat jeho matematický model. Taktéž v žádné dostupné literatuře jsem podrobnější model valivého ložiska nenalezl. V porovnání se smykovým třením si lze však všimnout několika význačných shod. Jednak v samotném valivém vedení se taktéž vyskytuje mnoho složek smykového tření. Jedná se především o relativní skluz ve stykové plošce, prokluz v hluboké drážce, kluzné pohyby na vodících plochách klece případně mezi valivými tělesy a vodícími nákružky, resp. u ložisek bez klece mezi stýkajícími se valivými tělesy a v neposlední řadě u utěsněných ložisek smykové tření těsnění. Dále u valivých ložisek díky viskozitě maziva stoupá s rychlostí odpor při valení, což je ekvivalentní viskóznímu tření u kluzných vedení. Díky konečné tuhosti valivých tělísek a oběžných drah i zde dochází k prvotní velmi malé pružné deformaci a spolu s parciálním prokluzem při valení je to téměř identické s předkluzným posunutím při smykovém tření. A nelze opomenout ani tu skutečnost, že stejně jako je u kluzného tření statická složka (síla odtržení) vyšší než tření za pohybu, jak bylo uvedeno, i u valivého tření může být rozběhový moment nutný k uvedení ložiska z klidového stavu také vyšší než pasivní odpory za chodu. Další přiblížení k charakteristice kluzného tření může nastat díky tření v krytech vedení, které často mívá i u valivého vedení charakter čistého kluzného tření.

Obecně lze říci, že valivá ložiska mají při srovnatelném zatížení a rychlosti menší pasivní odpor než běžná ložiska kluzná a relace mezi jednotlivými složkami statického tření (síly odtržení), tření za běhu a nárůstem tření při vysokých rychlostech (viskózní tření) se budou lišit nejen při porovnání valivého a kluzného ložiska, ale i u jednotlivých typů valivého vedení v závislosti na jeho parametrech, zatížení a provozních podmínkách. Přesto jsem na základě uvedeného rozboru obou druhů tření toho názoru, že model kluzného tření lze po provedení drobných úprav obecně použít i na tření valivé, neboť přestože kvantitativně jsou hodnoty rozdílné, průběh třecího odporu a chování modelu je v obou případech velmi podobné.

Jako důkaz tohoto tvrzení může sloužit i graf na obr. 2.12, ze kterého je dobře patrný průběh závislosti třecí síly na otáčkách, resp. rychlosti pohybu, který je velice podobný např. Stribeckovy křivce pro kluzné tření. V této souvislosti však znovu podotýkám, že tento graf prezentuje pouze statickou závislost. Z dynamického hlediska může být chování částečně odlišné. To však bude ověřeno a posouzeno v druhé části této práce, kde budou také provedena praktická měření na stroji s valivým vedením a porovnána se simulacemi jednotlivých modelů třecí síly. Zde bude také provedeno odladění (nastavení) jednotlivých parametrů modelu (velikost třecí síly za klidu a pohybu, koeficient viskózního tření atd.) na konkrétní typ reálného zařízení.

3. Model NC stroje

Abychom mohli správně posoudit chování modelů tření, je nutné nejprve vytvořit simulační model stroje, který bude co možná nejvěrněji odpovídat skutečnosti. Princip v této kapitole popisovaného modelu je výsledkem dlouhodobého procesu jeho vývoje a byl ověřen výsledky základních měření prováděných na experimentálním stroji, jako např. odezvy na skok žádané veličiny v dané regulační smyčce, měření frekvenčních charakteristik smyček, rázové i frekvenční dynamické poddajnosti apod.

Zde bude popsán způsob vytvoření počítačového modelu experimentálního vertikálního frézovacího centra MCFV 5050 LN (obr. 5.15), resp. model jeho křížového stolu s lineárními motory (bez vertikální osy Z). Model je sestavován v prostředí SIMULINK, který je součástí matematického software MATLAB. Při vytváření simulačního modelu jsem postupoval na základě lit. [15, 18, 23]. Jde o klasické hierarchické uspořádání s třemi zpětnými vazbami – proudovou, rychlostní a polohovou. Model každé osy je tvořen regulačním pohonem, proudovým, rychlostním a polohovým regulátorem, mechanickou částí zastoupenou hmotou dané osy a především blokem pasivních odporů, dále modelem přenosu snímače polohy a v neposlední řadě předkorekčními signály, tzv. feedforwardy rychlosti a proudu (síly). Tyto jednotlivé části modelu budou popsány v následujících podkapitolách.

3.1 Pohony

3.1.1 Parametry pohonu

Pohony jsou realizovány lineárními motory Siemens. Horní stůl pohání jeden motor (1FN1-126–5AF71-OAAO) v horizontální poloze, spodní hmotnější stůl je z důvodu zachování požadovaného zrychlení 2g poháněn dvěma paralelně řazenými motory stejného typu ve vertikální poloze. Těleso primárního dílu má třífázové vinutí zapojené do hvězdy, sekundární díl je složen z permanentních magnetů. Následují tabulka uvádí několik základních katalogových parametrů uvedeného lineárního motoru.

Trvalá síla při vodním chlazení F_{trv}	2950 N
Max. síla (po dobu 5s) F_{max}	6500 N
Přitažlivá síla na ploše vzduchové mezery F_{mag}	15000 N
Pólpárová rozteč τ_p	72 mm
Odpor jedné cívky R	1,8 Ω
Indukčnost jedné cívky L	18 mH
Vzájemná indukčnost cívek M	1,8 mH
Napěťová konstanta jedné cívky K_E	62,8 V . s . m^{-1}
Silová konstanta jedné cívky K_F	62,8 N . A^{-1}

Tab. 3.1 Technické parametry motoru 1FN1-126–5AF71-OAAO.

3.1.2 Model motoru

V této kapitole bude popsán postup při vytvoření modelu motoru za použití lineární teorie regulace, která je založena na Laplaceově transformaci a algebře blokových schémat. V současné době se v oblasti NC strojů používají nejčastěji elektrické pohony, a to především pohony se synchronními motory (AC). Dříve často používané stejnosměrné motory s cizím buzením permanentními magnety (DC) nebo bezkartáčové neboli elektronicky komutované elektromotory (EC) jsou dnes používány zřídka.

Jak již bylo naznačeno, pohonnými jednotkami frézovacího centra MCFV 5050 LN jsou třífázové synchronní lineární motory, jejichž vinutí je zapojeno do hvězdy. Za jistých okolností lze třífázový synchronní motor popsat matematickým modelem DC motoru. Toto nahrazení však není naprosto přesné a shodu se skutečností nelze očekávat především při vyšších rychlostech. Z tohoto důvodu jsem pro svůj model pohonu křížového stolu zvolil složitější, zato přesnější variantu modelu synchronního motoru.

Než přistoupím k vysvětlení způsobu vytvoření simulačního schématu tohoto třífázového synchronního motoru, pro pochopení krátce popíši i model EC, resp. DC motoru, jehož základní rovnice jsou principielně stejné, pouze s tím rozdílem, že pro AC motor se nejedná o jednu cívku, ale obsahuje tři shodné subsystémy. Jejich účinek je dán vzájemným posunutím o elektrický úhel 2/3 π a schéma musí být doplněno o vzájemné ovlivňování sousedních cívek vzájemnými indukčnostmi.

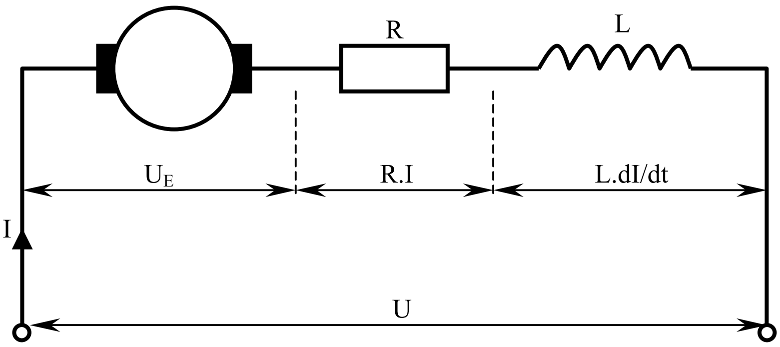
3.1.2.1 Model stejnosměrného motoru

Vzhledem k tomu, že matematický popis motoru při vektorovém řízení (magnetické toky statoru a rotoru svírají úhel 90°) nezávisí na druhu komutace a mezi EC a DC motory platí úplná analogie, bude sestavení modelu vysvětleno na základě rovnic klasického kartáčového motoru.

Při vytváření blokového schématu motoru vycházíme ze tří základních rovnic pro stejnosměrný motor:

Rovnice pro rozložení napětí:

Tato rovnice vychází z elektrického schématu stejnosměrného motoru podle obr. 3.1.



Obr. 3.1 Elektrické schéma stejnosměrného motoru.

Přivedením stejnosměrného napětí U na svorky začne obvodem protékat proud I, který vyvolá sílu F_m. Následný pohyb kotvy vyvolá vnitřní indukované napětí U_E, působící proti napětí napájecímu.

Rovnice pro rozložení napětí bude tedy mít tvar:

$$U = U_E + R \cdot I + L\frac{dI}{dt} \tag{3.1}$$

Rovnice pro sílu motoru a vnitřní indukované napětí:

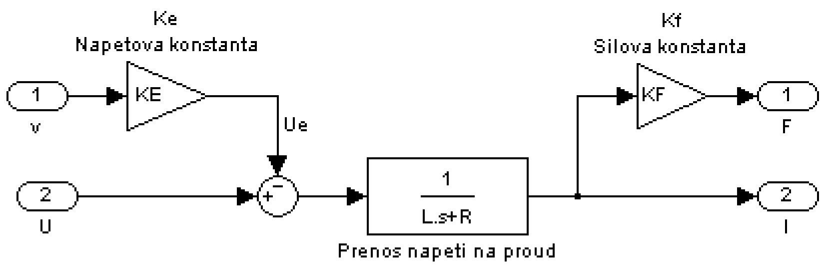
$$F_m = K_F \cdot I \tag{3.2}$$

$$U_E = K_E \cdot v \tag{3.3}$$

Provedeme-li Laplaceovu transformaci rovnic (3.1) až (3.3) a upravíme-li je následujícím způsobem tak, že si z rovnice (3.1) vyjádříme proud I, můžeme nakreslit blokové schéma motoru podle obr. 3.2.

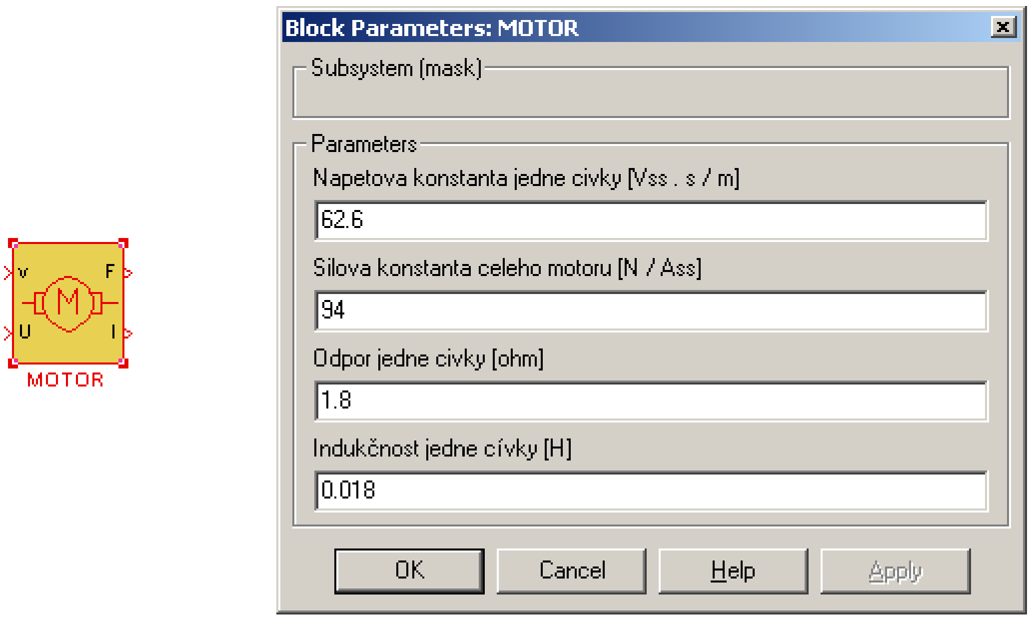
$$U = U_e + R \cdot I + L \cdot I \cdot s \qquad \Rightarrow$$

$$I = (U - U_e)\frac{1}{R + Ls} \tag{3.4}$$



Obr. 3.2 Blokové schéma stejnosměrného motoru.

Pro lepší přehled ve výsledném simulačním schématu křížového stolu jsou určité celky modelu brány jako subsystémy, jež jsou v základním modelu symbolicky zobrazeny specifickým blokem. Ten lze při poklepání buď „rozbalit“ a vykreslit strukturu daného subsystému (obr. 3.2), nebo v případě zamaskování otevřít dialogové okno, v němž máme možnost jednoduše a přehledně zadávat všechny nadefinované parametry daného subsystému (obr. 3.3).



Obr. 3.3 Blok subsystému „motor“ a dialogové okno bloku „motor“.

3.1.2.2 Model synchronního motoru

Synchronní motory s třífázovým vinutím statoru (též tzv. motory AC) jsou generačně nejmladší, nejmodernější a na rozdíl od motorů DC a EC se používají i v lineárním provedení. Pracují na principu současného řízení amplitudy a kmitočtu všech tří svorkových harmonických proudů (pomocí pulzní šířkové modulace napětí).

U synchronních motorů s třífázovým vinutím statoru platí výše uvedené vztahy s tím, že je nutné zohlednit současné silové působení všech tří cívek, jejich prostorové uspořádání a vzájemné působení mezi sebou (všechny tři cívky jsou shodné).

Pulzní šířkovou modulací jsou na svorkách A, B, C vytvořena tři napětí vzájemně posunuta o elektrický úhel 2/3 π:

$$
\begin{aligned}
U_A &= U_0 \cos\psi \\
U_B &= U_0 \cos(\psi + 2\pi / 3) \\
U_C &= U_0 \cos(\psi + 4\pi / 3)
\end{aligned}
\tag{3.5}
$$

Budeme-li uvažovat motor v klidu, pak ψ = konst. a svorková napětí jsou stejnosměrná. Z toho plyne, že (po odeznění přechodových dějů) pro svorkové proudy platí:

$$
\begin{aligned}
I_A &= I_0 \cos\psi \\
I_B &= I_0 \cos(\psi + 2\pi / 3) \\
I_C &= I_0 \cos(\psi + 4\pi / 3), \quad \text{kde } I_0 = U_0 / R
\end{aligned}
\tag{3.6}
$$

Na rozdíl od stejnosměrného motoru, který byl tvořen jednou cívkou, obsahuje schéma třífázového motoru tři shodné subsystémy, jejichž účinek je dán vzájemným posunutím (natočením) o elektrický úhel 2/3 π. Dále je nutné model doplnit o vzájemné ovlivňování sousedních cívek vzájemnými indukčnostmi $L_{AB,BA}$, $L_{AC,CA}$ a $L_{BC,CB}$. (Protože vinutí motoru je prostorově symetrické, všechny vzájemné indukčnosti budou uvažovány shodné a zavedeme jednotné označení $L_{AB,BA} = L_{AC,CA} = L_{BC,CB} = M$). Rovnice pro rozložení napětí (3.1) pak budou mít tvar:

$$U_A = U_{EA} + RI_A + L\frac{dI_A}{dt} + M\left(\frac{dI_B}{dt} + \frac{dI_C}{dt}\right)$$
$$U_B = U_{EB} + RI_B + L\frac{dI_B}{dt} + M\left(\frac{dI_A}{dt} + \frac{dI_C}{dt}\right) \qquad (3.7)$$
$$U_C = U_{EC} + RI_C + L\frac{dI_C}{dt} + M\left(\frac{dI_A}{dt} + \frac{dI_B}{dt}\right)$$

Pro vnitřní indukované napětí a silové působení jednotlivých cívek platí stejné rovnice jako (3.2) a (3.3) s tím, že je třeba zohlednit vzájemnou polohu obou částí motoru, která je vyjádřena elektrickým úhlem φ. Vnitřní indukovaná napětí budou:

$$U_{EA} = K_E v \sin\varphi$$
$$U_{EB} = K_E v \sin(\varphi + 2\pi / 3) \qquad (3.8)$$
$$U_{EC} = K_E v \sin(\varphi + 4\pi / 3)$$

Pro výslednou sílu lineárního motoru platí:

$$F = K_F (I_A \sin\varphi + I_B \sin(\varphi + 2\pi/3) + I_C \sin(\varphi + 4\pi/3)) \qquad (3.9)$$

Abychom mohli vytvořit simulační schéma motoru, provedeme podobně jako u stejnosměrného motoru Laplaceovu transformaci rovnic pro rozložení napětí (3.7) a vyjádříme si z nich proudy:

$$U_A = U_{EA} + RI_A + L\frac{dI_A}{dt} + M\left(\frac{dI_B}{dt} + \frac{dI_C}{dt}\right)$$
$$U_A = U_{EA} + RI_A + LI_A s + Ms\left(I_B + I_C\right) \qquad (3.10)$$
$$I_A = \frac{U_A - U_{AE}}{R + Ls} - \frac{Ms(I_B + I_C)}{R + Ls}$$

Stejným způsobem stanovíme proud I_B a I_C.

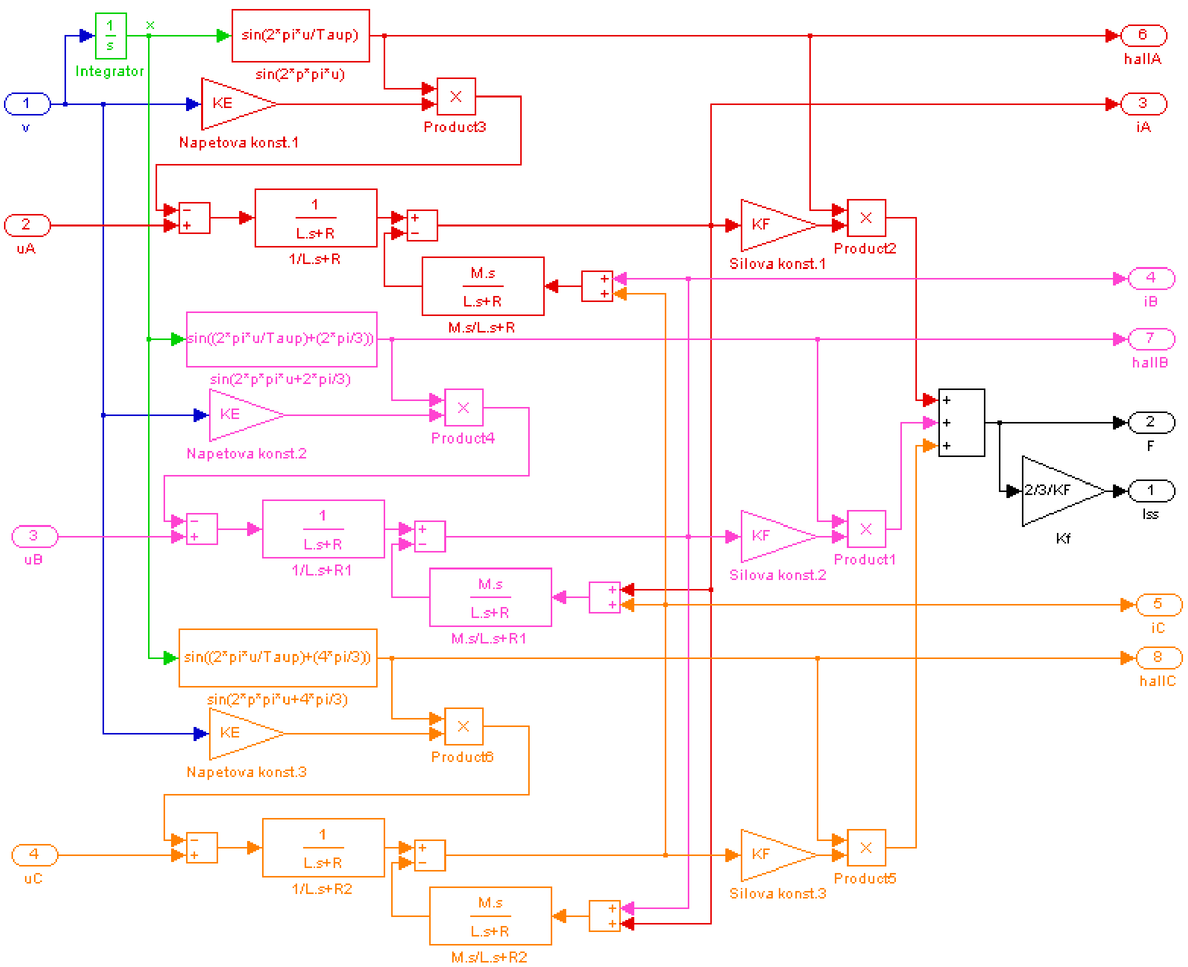
$$I_A = \frac{U_A - U_{AE}}{R + Ls} - \frac{Ms(I_B + I_C)}{R + Ls}$$
$$I_B = \frac{U_B - U_{BE}}{R + Ls} - \frac{Ms(I_A + I_C)}{R + Ls} \qquad (3.11)$$
$$I_C = \frac{U_C - U_{CE}}{R + Ls} - \frac{Ms(I_A + I_B)}{R + Ls}$$

A dále si vyjádříme elektrický úhel φ v závislosti na aktuální poloze lineárního motoru.

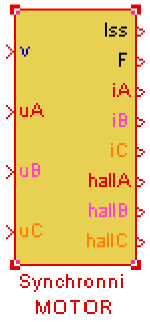
$$\varphi = x\frac{2\pi}{\tau_p} \tag{3.12}$$

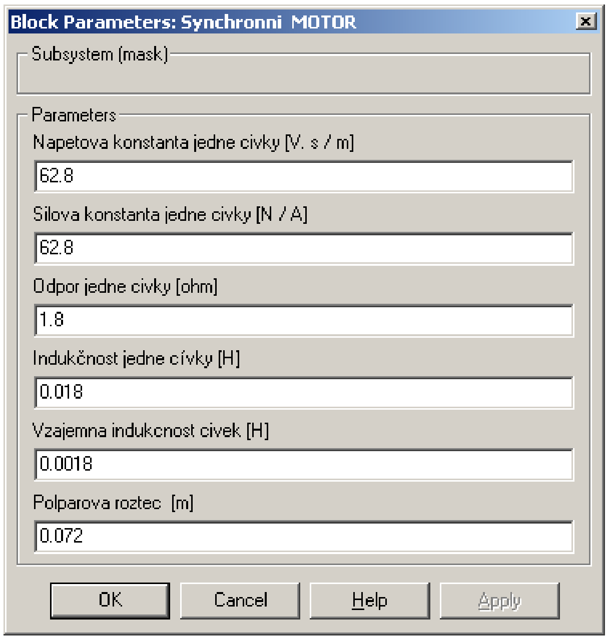
V reálném zařízení je tato informace o okamžité velikosti elektrického úhlu φ získávána tzv. komutačním snímačem, který je u lineárních motorů nejčastěji realizován Hallovou sondou. Neustálým přizpůsobováním úhlu ψ k okamžité poloze motoru φ tak, aby jejich rozdíl φ - ψ dával $\pi/2$, je dosaženo stejného efektu, jaký má u DC motorů komutátor s kartáči, tj. že silový účinek permanentních magnetů na vinutí je maximální.

Nyní je možné z rovnic (3.8) – (3.12) vytvořit v Simulinku blokové schéma lineárního synchronního motoru (viz obr. 3.4). Jeho blok subsystému a příslušné zadávací dialogové okno je pak na obr. 3.5.



Obr. 3.4 Blokové schéma třífázového synchronního motoru.





Obr. 3.5

Blok subsystému „Synchronní motor“ a jeho dialogové okno.

3.1.2.3 Zjednodušený model synchronního motoru

Jak již bylo řečeno v úvodu kapitoly 3.1.2 „*Model motoru*“, lze i třífázový synchronní motor za jistých předpokladů zjednodušeně popsat blokovým schématem DC, resp. EC motoru podle obr. 3.2.

Dosadíme-li totiž do rovnice pro výslednou sílu (3.9) vztahy svorkových proudů (3.6), tak po úpravách dostaneme sílu motoru v klidu:

$$F = \frac{3K_F I_0}{2}\sin(\varphi - \psi) \tag{3.13}$$

Pro optimální rozdíl (φ - ψ) = π / 2, kdy je silové působení maximální, bude:

$$F_{MAX} = \frac{3K_F I_0}{2}\sin(\frac{\pi}{2}) = \frac{3}{2}K_F I_0 = K_{F3} I_0 \tag{3.14}$$

Výsledná síla motoru je tedy 1,5 krát větší, než největší možné silové působení jedné cívky. Dosadíme–li do schématu stejnosměrného motoru z obr. 3.2 parametry jedné cívky (R, L, K_E) a na místo silové konstanty K_F dosadíme silovou konstantu K_{F3} = 3/2 . K_F zohledňující společné působení všech tří cívek, lze zejména pro nižší rychlosti použít i pro synchronní motor stejnosměrný model.

3.2 Regulační část pohonu

V této kapitole bude naznačen postup při vytváření simulačního schématu regulace posuvové osy NC stroje. Jedná se o klasickou kaskádní regulaci s hierarchickým uspořádáním proudové, rychlostní a polohové zpětné vazby s příslušnými regulátory a dopřednými vazbami (feedforwardy) v jednotlivých smyčkách. Polohový regulátor je proporcionální, rychlostní a proudový je typu PI (proporcionálně – integrační).

3.2.1 Parametry regulačních smyček

Pro správnou funkci celého modelu je velmi důležité správně seřídit, v našem případě sjednotit parametry regulačních smyček se skutečným nastavením na stroji. Jedná se především o zesílení a časové konstanty regulátorů. Tab. 3.2 uvádí všechny důležité konstanty, které byly použity při vytváření simulačního modelu. Parametry byly převzaty z řídícího systému stroje, na kterém byla prováděna většina experimentálních měření, a jejich hodnoty byly již dříve ověřeny základním měřením a vyhodnocením příslušných charakteristik na obráběcím centru (např. lit. [20, 23]). Správnost simulačního modelu pohybové osy NC stroje byla taktéž ověřena porovnáním základních charakteristik získaných měřením na experimentálním stroji i simulací dále uvedeného schématu (jako např. měřením frekvenčních charakteristik smyček, odezvy na skok žádané veličiny v dané regulační smyčce či dynamické poddajnosti) a byla prokázána dobrá shoda kvality regulace měřeného pohonu a simulačního modelu.

V této souvislosti je ovšem nutné podotknout, že uvedené parametry nastavení nejsou z hlediska dynamiky zcela „špičkové“ (propustné pásmo proudové smyčky pouze okolo 500 Hz) a v současné době již neaktuální, neboť během vzniku této práce postupně docházelo k určitým kvalitativním změnám v seřízení regulace tohoto experimentálního stroje (změna konstant např. z důvodu zvýšení propustného pásma) a tedy i přenastavení těchto parametrů v systému. Protože to ale nemá žádný vliv na hlavní cíl této práce, totiž analýzu pasivních odporů, a z hlediska porovnatelnosti jednotlivých v čase prováděných měření a možnosti srovnání naměřených a simulovaných výsledků je výhodné pracovat stále se stejným nastavením parametrů, zvolil jsem pro simulace a měření právě tyto hodnoty, byť z regulačního hlediska méně kvalitní. Nebude–li tedy uvedeno jinak, budou použita ve všech dále uváděných simulacích a měřeních na obráběcím centru.

	Osa X	Osa Y
Polohové zesílení K_v	83,3 s^{-1} (5 $m.min^{-1}.mm^{-1}$)	83,3 s^{-1} (5 $m.min^{-1}.mm^{-1}$)
Proporcionální zesílení rychlostního regulátoru k_{pv}	600 $A.s.m^{-1}$ (80 000 $N.s.m^{-1}$)	1200 $A.s.m^{-1}$ (160 000 $N.s.m^{-1}$)
Integrační časová konst. rychlostního regulátoru T_{Nv}	5 ms	4,4 ms
Proporcionální zesílení proudového regulátoru k_{pi}	35 $V.A^{-1}$	17 $V.A^{-1}$
Integrační časová konst. proudového regulátoru T_{Ni}	2 ms	2 ms
Takt výpočtu polohového regulátoru	1 ms	1 ms
Velikost inkrementu polohy	1 μm	1 μm
Frekvence pulzní šířkové modulace proudu	4 kHz	4 kHz
Takt výpočtu rychlostního a proudového regulátoru	62,5 μs	62,5 μs

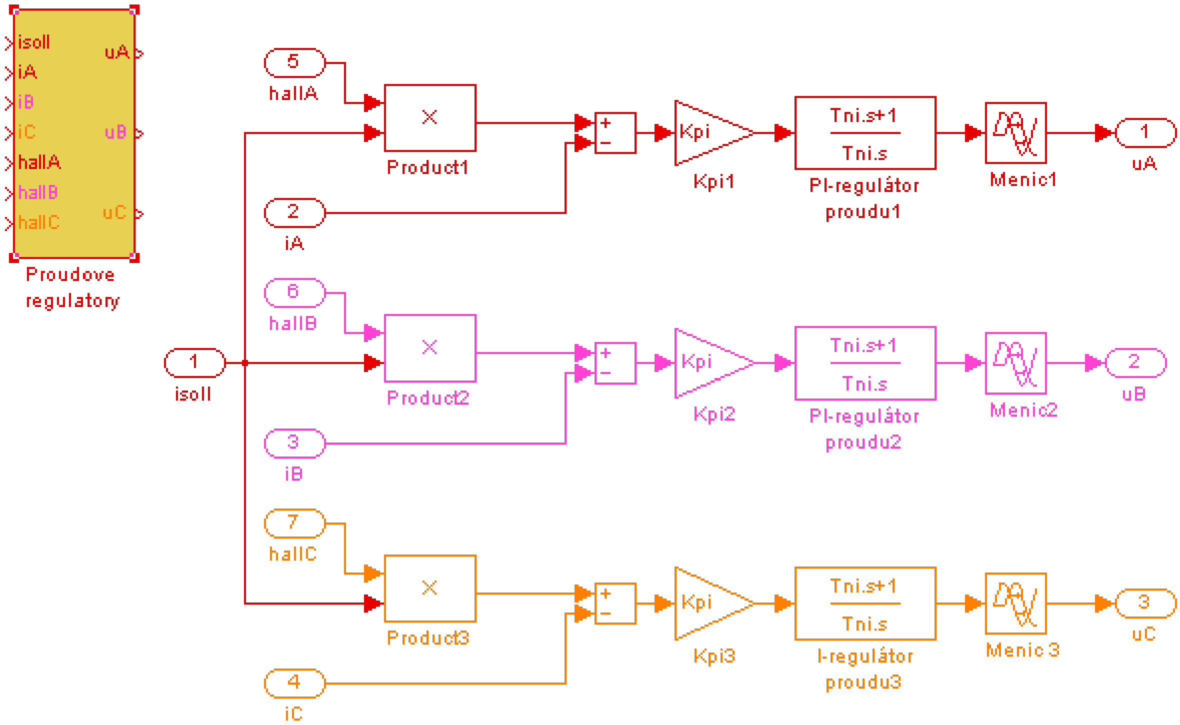
Tab. 3.2 Nastavení regulačních konstant.

3.2.2 Simulační schéma regulačních smyček

3.2.2.1 Proudová regulace

Zavedením proudové zpětné vazby dochází ke zlepšení dynamiky motoru. Je to nejpodřízenější zpětná vazba polohového servopohonu a zařazuje se s cílem rychlého a přesného řízení proudu (a tím i síly) a potlačení zpožďujícího vlivu indukčnosti. Pro měření proudu motorem se nejčastěji používá Hallova sonda. Odchylka žádané a skutečné velikosti proudu je proudovým regulátorem převedena na požadované napětí na motoru, což je informace pro výkonové spínací tranzistory o době jejich sepnutí v režimu pulzní šířkové modulace. Dynamický vliv šířkové modulace je ve schématu aproximován blokem dopravního zpoždění (blok „*měnič*“), jehož velikost je závislá právě na spínací frekvenci měniče a volí se nejčastěji jako polovina její převrácené hodnoty. V našem případě pro frekvenci 4kHz bude T_d = 0,125 ms.

Jelikož je pohon realizován synchronním třífázovým motorem, který obsahuje tři samostatně napájené cívky, je nutné, aby každá cívka měla svůj proudový regulátor – obr. 3.6. Vstup do subsystému označený „*hallA-C*“ je informace komutačního snímače motoru o okamžité velikosti elektrického úhlu jednotlivých vinutí.

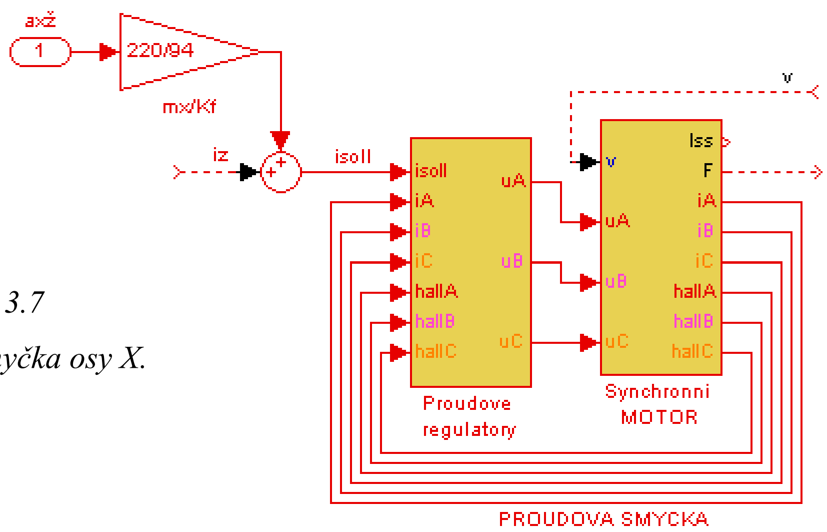


Obr. 3.6 Subsystém proudových regulátorů synchronního motoru.

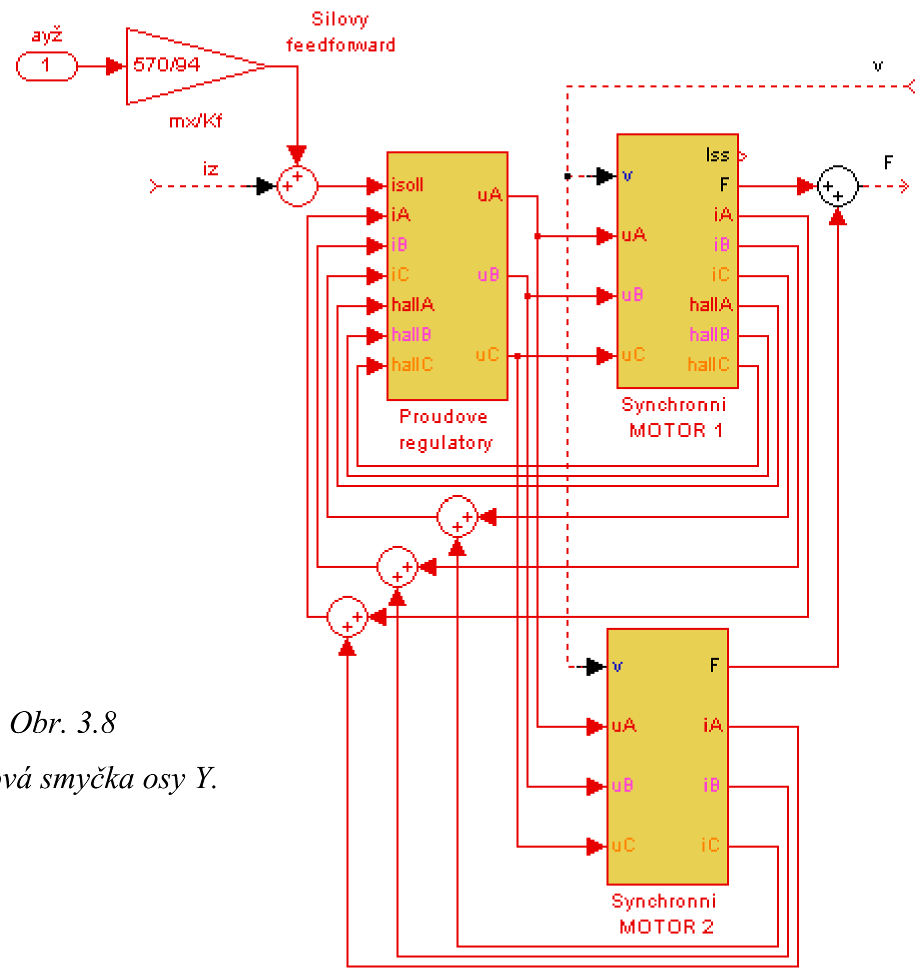
Vytvoříme–li z proudových regulátorů blok subsystému *„proudové regulátory“*, můžeme z něj a z bloku subsystému „synchronní motor“ vytvořit proudovou smyčku – viz. obr. 3.7. Na vstup proudového regulátoru je přiváděn sollwert proudu (*isoll*), získán jako součet výstupu rychlostního regulátoru (žádaného proudu) a předkorekčního signálu proudu, což je žádané zrychlení (druhá derivace žádané polohy) vynásobené K_{wi} . m / K_{F3} (kde K_{wi} je váhová konstanta, v našem případě K_{wi} = *1*, *m* je celková hmotnost pohyblivé osy). Výstupem je výsledná síla motoru.

Obr. 3.7

Proudová smyčka osy X.



Trochu jiná situace je v ose Y. Jak již bylo řečeno v úvodu, vzhledem k větším pohybujícím se hmotám, jsou v této ose použity dva motory stejného typu jako u osy X, které pracují paralelně na jednom servomodulu, v jediné regulační smyčce s jediným odměřovacím systémem polohy. Simulační schéma osy Y je tedy shodné jako pro osu X s tím rozdílem, že na proudový regulátor budou paralelně připojeny dva subsystémy motoru. Výsledná síla na suport pak bude dána součtem silových účinků od obou motorů. Blokové schéma proudové smyčky osy Y je vyobrazeno na obr. 3.8.



Obr. 3.8

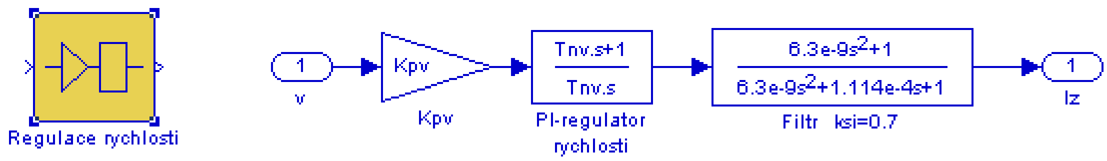
Proudová smyčka osy Y.

3.2.2.2 Rychlostní regulace

Řídícím signálem rychlostní smyčky je součet žádané hodnoty rychlosti vystupující z polohového regulátoru a přídavného signálu požadované rychlosti – tzv. rychlostního feedforwardu, což je žádaná rychlost (derivace žádané polohy) vynásobená váhovým koeficientem K_{wv} (nejčastěji je $K_{wv} = 1$). Hlavním úkolem této smyčky je zajištění co nejpřesnějšího sledování tohoto řídícího signálu, tedy žádané rychlosti, a tak zabezpečení minimální závislosti rychlosti pohonu na vnějších vlivech.

Nejčastěji je rychlostní smyčka tvořena podřízenou smyčkou proudovou, dále vlastním PI rychlostním regulátorem a snímačem rychlosti (dnes to již není pravidlem – rychlost může také být vypočítána ze snímače polohy). Často zde také bývají zařazeny různé typy filtrů, které slouží k potlačení parazitních rezonancí.

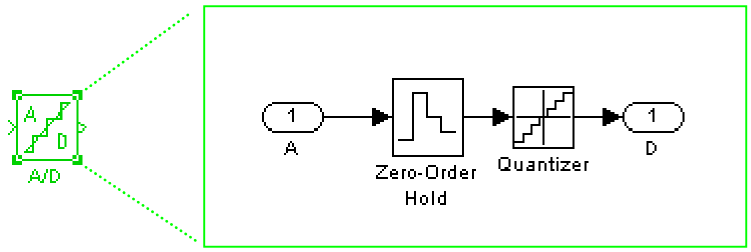
V našem případě je simulační schéma rychlostního PI regulátoru doplněno na výstupu jedním filtrem (obr. 3.9). Ten má za úkol odfiltrovat nebezpečný kmitočet příslušný montáži snímače polohy, jehož přenos je zařazen v konečném schématu pohybové osy (viz. obr. 3.11). Podrobněji bude pružné připojení odměřovacího systému objasněno v kapitole 3.3.2.1 „*Pružné připojení odměřovacího systému*“.



Obr. 3.9 Subsystém rychlostního regulátoru.

3.2.2.3 Polohová regulace

Polohová smyčka je jedna z nejdůležitějších částí servopohonu, neboť se hlavní měrou podílí na dodržení žádané polohy. Je nadřízena smyčce rychlostní i proudové, obsahuje proporcionální polohový regulátor, jehož vstupním signálem je okamžitá odchylka žádané a skutečné polohy získané z polohového snímače. Tato odchylka je v našem modelu stejně jako v řídícím systému stroje vzorkována s periodou 1 ms, což odpovídá taktu výpočtu polohového regulátoru, a kvantována na velikost inkrementu polohy 1μm. Ve schématu je kvantování a vzorkování obstaráno blokem subsystému „A/D“ složené z bloků Simulinku „*Quantizer*“ a „*Zero-Order Hold*“ – obr. 3.10. Výstupem polohového regulátoru je žádaná rychlost.



Obr. 3.10 Blok subsystému pro kvantování a vzorkování signálu.

3.3 Mechanická část pohonu

Abychom mohli vytvořit plnohodnotné blokové schéma křížového stolu vertikální frézky, nevystačíme si pouze s elektromechanickou částí pohonu, tvořenou motorem, polovodičovým měničem, proudovými, rychlostními a polohovými regulátory, odměřovacími a dalšími prvky, ale je nutné uvažovat i mechanickou část, kterou fyzicky tvoří právě zmiňovaný křížový stůl.

3.3.1 Parametry křížového stolu

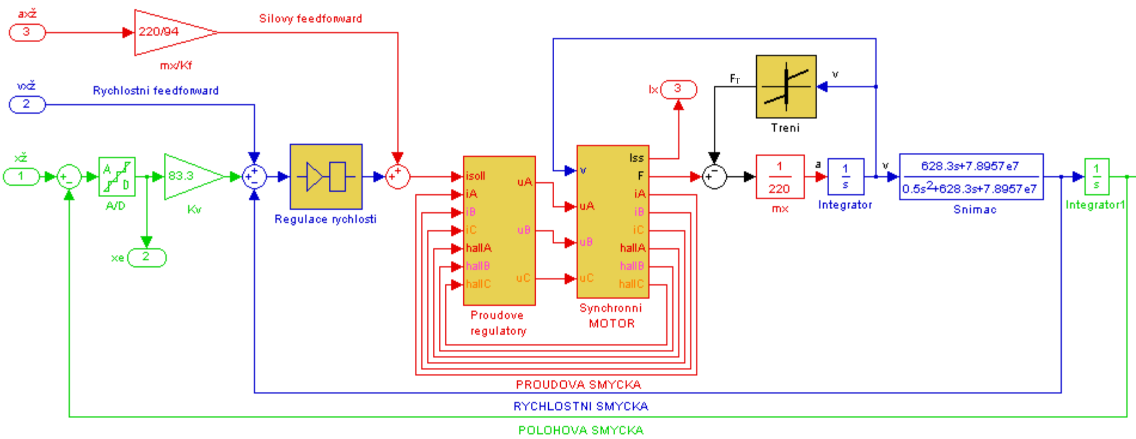
Jde o sériovou strukturu uspořádání za použití lineárních pohonů a nestandardní málo hmotné a tuhé konstrukce nosných dílů. Posuvy jsou realizovány pomocí lineárních vedení s předepnutými válečkovými hnízdy RUE 35 firmy INA. Pro každou osu je použito 6 valivých hnízd po třech na každé straně v symetrickém uspořádání. Z obavy před příčným kmitáním je osa Y doplněna ještě třetím pomocným vedením. Jeho čtyři jednosměrná valivá hnízda (vždy dvě a dvě na každém konci křížových saní) zachycují pouze vodorovné síly kolmé k ose pohybu Y, a tím přispívají ke zvýšení tuhosti. Všechna hnízda jsou mazána olejem. Odměřování polohy je realizováno lineárním odměřovacím systémem LS 486 firmy Heidenhain. Krytování je provedeno v případě příčného stolu (osa Y) plechovými teleskopickými kryty, v případě podélného stolu (osa X) skládanými měchy od firmy HENNIG. V tab. 3.3 jsou uvedeny hlavní technické parametry křížového stolu.

	Osa X	Osa Y
Pracovní pojezd	500 mm	400 mm
Maximální posuvová rychlost v_{max}	80 m.min^{-1}	80 m.min^{-1}
Maximální posuvové zrychlení a_{max}	20 m.s^{-2}	20 m.s^{-2}
Odhadovaná hmotnost všech pohyblivých částí m	220 kg	570 kg
Přibližná hmotnost jezdce odměř. systému m_j	0,5 kg	0,5 kg
Vlastní kmitočet jezdce f_j	2000 Hz	2000 Hz
Poměrné tlumení jezdce ζ_j	0,05	0,05

Tab. 3.3 Technické parametry křížového stolu.

3.3.2 Model křížového stolu

Simulační schéma křížového stolu se sestává ze dvou navzájem kolmých pohybových os X a Y. Protože jejich simulační model se liší pouze v nastavení jednotlivých konstant a v aplikaci dvou motorů v ose Y (viz schéma proudové smyčky na obr. 3.8), bude zde struktura modelu pohybové osy ukázána pouze na ose X – viz obr. 3.11.

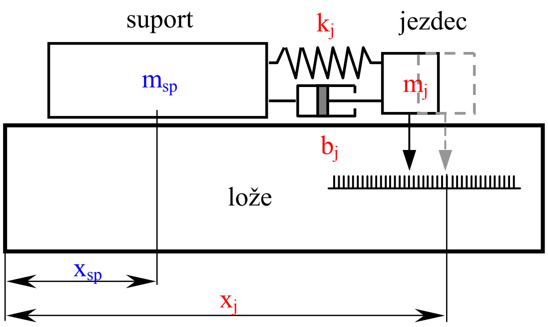


Obr. 3.11 Počítačový model souřadnice X.

Počítačový model pohybové osy s lineárním třífázovým synchronním motorem je tvořen blokem samotného motoru, proudovou, rychlostní a polohovou regulační smyčkou s příslušnými regulátory a případnými filtry. Vstupem jsou řídícím systémem generované hodnoty požadované polohy, pro výpočet předkorekčních signálů také žádaná rychlost a zrychlení. Mechanická část modelu je tvořena především blokem pasivních odporů, který na základě informace o okamžité rychlosti dává velikost třecí síly. Protože model tření je relativně komplikovaný a jeho vytvoření bylo jedním z úkolů této práce, bude jeho struktuře věnována samostatná kapitola. Dalším prvkem reprezentujícím mechaniku je blok „m_x“, který výslednou sílu – tedy sílu motoru zmenšenou o sílu externí a sílu třecí – podělením hmotností pohybujících se částí převádí na zrychlení suportu. Jeho dvojí integrací a průchodem přes přenos snímače dostaneme skutečnou polohu suportu.

3.3.2.1 Pružné připojení odměřovacího systému

Při použití lineárních motorů se oproti klasické NC ose s rotačním motorem a kuličkovým šroubem více uplatňují poddajnosti dříve nepodstatné. V našem případě je nutné věnovat pozornost i takové skutečnosti, jako je tuhost a odolnost proti vibracím u samotného odměřovacího systému. Poddajnost uchycení jezdce a jeho kmitání může totiž mít výrazný vliv na stabilitu, a to především rychlostní smyčky.



Obr. 3.12 Zjednodušený dynamický model pružného připojení odměřovacího systému.

Označíme-li si hmotnost snímače m_j, tuhost a tlumení fiktivní pružiny a tlumiče imitující jeho poddajné uchycení na suport k_j resp. b_j, můžeme za předpokladu $m_{sp} >> m_j$ napsat na základě obr. 3.12 jeho pohybovou rovnici:

$$m_j\ddot{x}_j + b_j(\dot{x}_j - \dot{x}_{sp}) + k_j(x_j - x_{sp}) = 0 \tag{3.15}$$

Nyní na rovnici aplikujeme Laplaceovu transformaci a vyjádříme si přenos, jako podíl okamžité polohy snímače a suportu:

$$\begin{gathered} m_j s^2 x_j + b_j s(x_j - x_{sp}) + k_j(x_j - x_{sp}) = 0 \\ x_j(m_j s^2 + b_j s + k_j) = x_{sp}(b_j s + k_j) \\ \underline{G_j(s) = \frac{x_j(s)}{x_{sp}(s)} = \frac{b_j s + k_j}{m_j s^2 + b_j s + k_j}} \end{gathered} \tag{3.16}$$

Vložením tohoto přenosu do schématu pohybové osy (viz blok „snímač“) zajistíme podobné ovlivnění skutečné polohy suportu získané simulací, jako je tomu díky poddajnému uchycení jezdce snímače na vlastním stroji. Použité parametry přenosu (tab. 3.3) pro pružné upevnění odměřovacího systému byly voleny s ohledem na katalogové hodnoty použitého odměřovacího systému. Ostatní parametry (k_j, b_j) jsou dopočteny pomocí známých vztahů:

$$k_j = (2\pi f_j)^2 \cdot m_j \tag{3.17}$$

$$b_j = 2\zeta_j \sqrt{k_j m_j} \tag{3.18}$$

Jak bohužel ukazuje praxe, při použití lineárních motorů je stabilita rychlostní (a následně i polohové) smyčky velmi citlivá na kmitání v místě montáže odměřovacího systému. Kmitočet příslušný montáži snímače je totiž v tomto ohledu jedním z nejnebezpečnějších. Kvůli kompenzaci tohoto nepříznivého vlivu je tedy nutné na výstup PI regulátoru rychlosti zařadit vhodný filtr. Zde se osvědčilo použití úzkopásmové zádrže na stejné frekvenci, jako má použitý snímač, v našem případě tedy na frekvenci $\Omega_{F1} = 2000$ Hz. Obecná přenosová funkce úzkopásmové zádrže je:

$$G_F(s) = \frac{\frac{1}{\Omega_{F1}^2}s^2 + \frac{2\zeta_{F1}}{\Omega_{F1}}s + 1}{\frac{1}{\Omega_{F2}^2}s^2 + \frac{2\zeta_{F2}}{\Omega_{F2}}s + 1} \tag{3.19}$$

Takový filtr má vodorovnou amplitudovou i fázovou charakteristiku v rozsahu všech kmitočtů s výjimkou oblasti okolo Ω_{F1}, kde nastává útlum amplitudy. Volbou $\Omega_{F1} = \Omega_{F2}$ docílíme stejné vodorovné úrovně amplitudové charakteristiky (0 dB) pod i nad kmitočtem Ω_{F1}. Poměrné tlumení jmenovatele ζ_{F2} jsem volil standardně 0,7. Hodnota ζ_{F1} ovlivňuje velikost sedla amplitudové charakteristiky na kmitočtu Ω_{F1}, nejostřejší sedlo je při $\zeta_{F1} = 0$.

Za těchto předpokladů jsem do schématu pohybové osy zařadil filtr (viz blok „*filtr*“ ve schématu rychlostní smyčky – obr. 3.9), který do značné míry odfiltruje nebezpečné kmitočty snímače polohy.

4. Modely pasivních odporů

Abychom mohli vytvořit co nejvěrnější simulační model jakéhokoliv mechanického zařízení, musíme umět matematicky popsat i takovou skutečnost, jako jsou pasivní odpory ve vedeních, ložiscích a všech ostatních pohybujících se částech stroje a na základě tohoto popisu být schopni sestavit model tření.

V polohových servomechanismech číslicově řízených strojů hraje tření značnou roli. Třecí síla je totiž z regulačního hlediska pro pohon vnější silou a při její náhlé změně dochází ke stejným projevům jako při testu rázové dynamické poddajnosti – tedy k polohové odchylce, jejíž velikost závisí právě na tuhosti celého systému. Negativní vliv tření na přesnost regulace se tedy projevuje především při rozjezdu, zastavení a reverzaci pohonu, kdy dochází k jeho největším skokovým změnám. V těchto místech pak vznikají nežádoucí odchylky od požadované dráhy nástroje při obrábění (např. kvadrantové chyby při interpolaci kružnice) a při nepřesných modelech tření jsou značně zkresleny i výsledky simulací. Proto je vhodné mít k dispozici co nejpřesnější matematický model tření, který by co možná nejlépe korespondoval se skutečnými třecími poměry na stroji, a tím simulační model posuvové osy co nejvíce přiblížil reálným podmínkám. Takový model je pak možné využít při případné kompenzaci tření v regulačních obvodech, která by snižovala dynamické chyby sledování požadované dráhy na reálném zařízení a vedla tak ke zvýšení přesnosti polohového řízení. Neméně důležité je jeho uplatnění při realistických simulacích procesů na samotném obráběcím stroji, které umožní jednoduše vyhodnotit chování servopohonu.

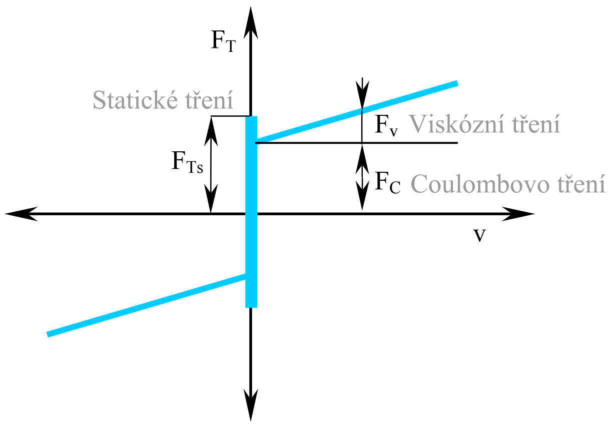
Tato kapitola se tedy věnuje matematickému popisu několika základních modelů tření, jak byly představeny v úvodní kapitole. Budou objasněny postupy při vytváření simulačních schémat těchto modelů a u některých složitějších bude ukázáno jejich chování v různých situacích.

4.1 Funkce Coulomb & Viscous Friction

V knihovnách Matlabu SIMULINK je blok tření k dispozici pod názvem *Coulomb & Viscous Friction*. Tento blok na základě vstupní rychlosti vrací velikost třecí síly. Kromě klasického Coulombova tření zohledňuje i tření viskózní, neodpovídá ovšem zcela reálným podmínkám, a to v oblasti nulových rychlostí. Používá totiž funkce signum, která jak známo nabývá v nule nulové hodnoty. To způsobuje, že při nulových rychlostech nám blok vrací nulovou třecí sílu, což ve většině případů neodpovídá skutečnosti. Při použití tohoto bloku není suportu v prvních okamžicích rozjezdu kladen žádný odpor, a suport se tedy dá ihned do pohybu. Jakmile však dojde k rozjezdu, okamžitě hodnota třecí síly vyskočí na definovanou hodnotu. To může za jistých podmínek, zejména při simulování pomalých rychlostí a rozběhů či doběhů, působit v modelu jisté problémy. Pro naše účely tedy není možné tento blok použít a je nutné přistoupit k vytvoření vlastní třecí funkce.

4.2 Klasický model tření

Jednou z možností je vytvořit matematický popis klasického modelu třecí funkce odpovídající obr. 4.1. Je to jeden ze základních modelů, který umožňuje uvažovat viskózní tření a navíc zohledňuje rozdílné tření za klidu a za pohybu. Hlavní podstatný rozdíl oproti předchozí funkci *Coulomb & Viscous Friction* je v tom, že při jejím použití působí i při nulových rychlostech na suport reálné pasivní odpory a suport setrvává v klidu do té doby, dokud motor nevyvine sílu potřebnou k překonání těchto sil.

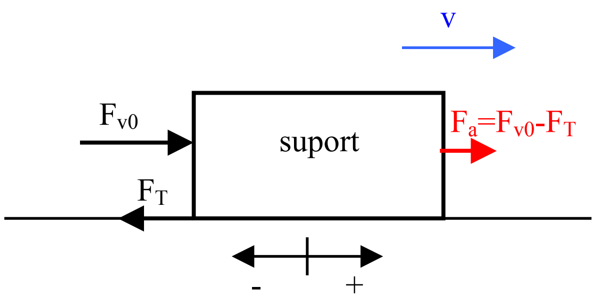


Obr. 4.1

Klasický model tření.

4.2.1 Simulační schéma

Vytvoření simulačního modelu této třecí funkce je v zásadě možné provést dvojím odlišným způsobem. Buď můžeme celou funkci definovat zápisem v jediném bloku Matlabu, v okně funkce *Fnc,* nebo celý model tření sestavit z dílčích bloků Simulinku. V obou případech jsem vycházel ze schématu podle obrázku 4.2.



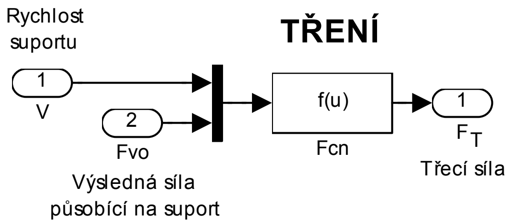
Obr. 4.2

Schéma suportu pro vytvoření bloku tření.

Do subsystému vstupuje výsledná síla působící na suport F_{v0} (což je v podstatě součet síly od motoru a případné externí síly) a rychlost suportu v. Výstupem z bloku je již přímo třecí síla F_T, kterou když odečteme od výsledné síly F_{v0}, dostaneme zrychlující sílu suportu F_a.

4.2.1.1 Použití funkce Fnc

Při použití této funkce Matlabu bude model tření tvořen subsystémem (viz obr. 4.3) obsahující blok *Fnc*, dva vstupy a jeden výstup.



Obr. 4.3

Subsystém bloku tření.

Závislost výstupní třecí síly na vstupních veličinách je definována logickým zápisem v zadávacím okně bloku *Fcn*. K vytvoření zápisu lze dojít následující úvahou:

Jestliže	$v = 0$	a	abs $(F_{v0}) \leq F_{Ts}$	je	$F_T = F_{v0}$
		a	$F_{v0} > F_{Ts}$	je	$F_T = F_{Ts}$
		a	$F_{v0} < -F_{Ts}$	je	$F_T = -F_{Ts}$
Jestliže	$v > 0$			je	$F_T = \ (F_C + \mu_v \,.\, \mathrm{abs}(v))$
Jestliže	$v < 0$			je	$F_T = -\ (F_C + \mu_v \,.\, \mathrm{abs}(v))$

kde *v ….. rychlost suportu*

F_{v0} …. výsledná síla působící na suport

F_T ….. výsledná třecí síla

F_{Ts} … třecí síla za klidu

F_C …. Coulombova třecí síla

μ_v …. koeficient viskózního tření

Do zadávacího okna bloku Fnc tedy podle výše zmíněné úvahy napíšeme následující posloupnost.

$$(u[1]==0)*((abs(u[2])<=F_{Ts})*u[2]+(u[2]> F_{Ts})*(F_{Ts})+(u[2]<- F_{Ts})*(- F_{Ts}))+$$
$$+(u[1]>0)*(F_C+\mu_v*abs(u[1]))+(u[1]<0)*(- F_C -\mu_v*abs(u[1]))$$

u[1] značí první veličinu vstupující do bloku – tedy rychlost v

u[2] značí druhou veličinu vstupující do bloku – tedy sílu F_{v0}

4.2.1.2 Použití bloků matlabu

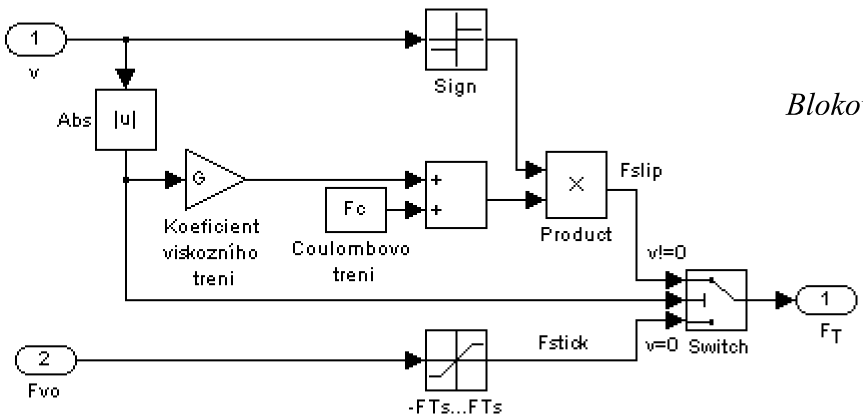
Druhou možností je vytvoření subsystému tření složením z dílčích bloků Simulinku. V tomto případě jsem při tvorbě blokového schématu třecí funkce vycházel z následujícího předpokladu:

Třecí síla $F_T = F_{stick} + F_{slip}$

Je-li v = 0, potom platí: $F_{stick} = F_{v0}$ (omezeno +/- F_{Ts}), $F_{slip} = 0$

Je-li $v \neq 0$, potom platí: $F_{stick} = 0$, $F_{slip} = sign(v) . (F_C + \mu_v . /v/)$

Na základě této úvahy jsem v Simulinku vytvořil simulační model, jehož struktura je zřejmá z obr. 4.4.



Obr. 4.4
Blokové schéma klasického modelu tření.

Ať už ale použijeme jakýkoli způsob sestavení, ve výsledném simulačním schématu bude pro přehlednost vytvořený model tření prezentovat blok subsystému „*Tření – klasické A*“. Obě uvedené modifikace vnitřní struktury tohoto prvku totiž musí pracovat shodně, což se mimo jiné při porovnání funkčnosti bloků třecí síly potvrdilo.

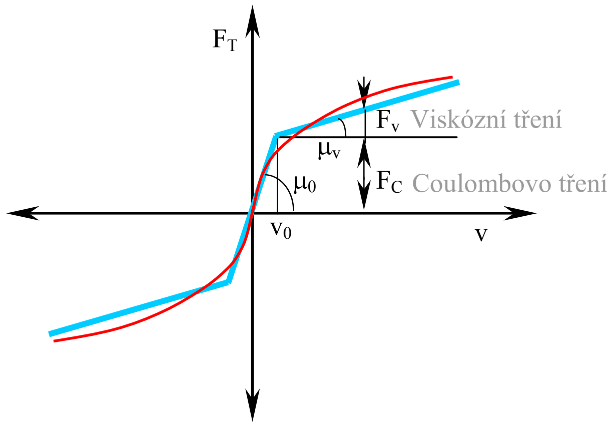
4.3 Model tření s postupným nárůstem třecí síly

Při použití výše uvedeného modelu tření bylo ovšem při některých režimech práce stroje (např. měření kvadrantových dynamických chyb u kruhové interpolace způsobených třením) odhaleno několik neshod mezi simulacemi a měřením na stroji. Jednou z jeho hlavních nevýhod je totiž nespojitost mezi statickým a dynamickým třením. Ukázalo se, že ostrý skok třecí síly způsobený rozjezdem suportu není zcela správná úvaha a zejména při reverzaci pohonu je vhodné uvažovat určitou poddajnost ve funkci třecího modelu. Toho můžeme dosáhnout nahrazením skoku třecí síly v nulové rychlosti křivkou s konečnou derivací, jinak řečeno, při velmi malých rychlostech uvažovat postupný nárůst třecí síly.

4.3.1 Průběh třecí síly

4.3.1.1 Lineární průběh

Jednou z možností je v určitém rozsahu malé rychlosti $<0,v_0>$ uvažovat postupný lineární nárůst třecí síly tak, aby tření dosáhlo Coulombovy síly nikoli již při rychlosti 0, ale teprve při určité rychlosti v_0 [22]. Od tohoto místa již bude mít třecí síla klasický viskózní charakter. Ve výsledku tedy půjde o dvě lineární křivky závislé na rychlosti (obr. 4.5 – modrá křivka), přičemž sklon první bude dán součinitelem μ_0, který je třeba určit s ohledem na daný typ zařízení a použitého vedení, druhá „viskózní" křivka pak klasickým koeficientem viskózního tření μ_v.



Obr. 4.5
Model tření s postupným nárůstem třecí síly.

4.3.1.2 Parabolický průběh

Druhou z možností, jak dosáhnout podobného efektu jednou křivkou, je využít k popisu rychlostně závislého tření např. parabolickou křivku s osou rovnoběžnou s osou x (viz obr. 4.5 - červená křivka), definovanou dvěma parametry *a* a *n*. (viz popis v následující podkapitole).

4.3.2 Simulační schéma

4.3.2.1 Lineární průběh

Pro popis třecí síly s postupným lineárním náběhem použijeme dvě rychlostně závislé křivky definované součiniteli μ_0 a μ_v. Matematický popis vychází z následující úvahy:

Jestliže	$\lvert v\rvert \leq v_0$	je	$F_T = v \,.\, \mu_0$
Jestliže	$\lvert v\rvert > v_0$	je	$F_T = (F_C + (\lvert v\rvert - v_0) \,.\, \mu_v) \,.\, \mathrm{sgn}(v)$
kde	$v_0 = F_C/\mu_0$		

Třecí funkci v Simulinku vytvoříme podobně jako v předchozím případě (viz. obr. 4.3) za pomoci bloku *Fcn,* jehož zápis bude na základě zmíněného matematického popisu následující:

```
(abs(u[1])<=(Fc/mi0))*(u[1]*mi0)+((abs(u[1])>(Fc/mi0))*(Fc+(abs(u[1])-
(Fc/mi0))*miv)*sgn(u[1]))
```

u[1] značí veličinu vstupující do bloku – tedy rychlost v

4.3.2.2 Parabolický průběh

Zde vycházíme z klasické rovnice paraboly *n*-tého řádu s osou rovnoběžnou s osou x násobenou koeficientem *a*. Rovnice třecí funkce bude mít obecný tvar:

$$F_T = a \cdot \sqrt[n]{v} \tag{4.1}$$

V Simulinku bude třecí funkce opět definována zápisem do bloku *Fcn:*

```
(abs(u[1]))^(1/n)*a*sgn(u[1])
```

Stejně jako v předchozím případě lineárních křivek a součinitelů μ_0 a μ_v, je i při parabolickém průběhu s koeficienty *a* a *n* nutné určit nějakým způsobem jejich hodnoty. Ty je možné při znalosti průběhu a velikosti tření daného zařízení stanovit buď přímo, nebo častěji nepřímo změřením třecí síly, případně nějakého jiného parametru s ní souvisejícího (např. proudu), při několika různých rychlostech. Podrobnější popis získání těchto i ostatních parametrů pro náš konkrétní případ křížového stolu frézovacího centra bude uveden v následující kapitole 5. „*Identifikace tření*“.

4.4 Dynamický model tření

Poslední model, který bude v této práci podrobně zmíněn a posléze odzkoušen a porovnán s realitou, je dynamický model tření, někdy také nazývaný LuGre. Dynamický model, jehož způsob návrhu bude vysvětlen v této kapitole, kombinuje statické chování, tzv. Dahlův efekt, se zahrnutím Stribeckovy křivky. Model by měl také zohledňovat hysterezní chování třecí síly, stejně tak jako proměnnou sílu odtržení.

4.4.1 Popis modelu tření

Zde popisovaný postup návrhu dynamického modelu tření vznikl na základě [13] a [24]. Základní filozofie modelu vychází z teorie, že styk dvou ploch probíhá díky drsnostem na jejich površích. Je možné si to představit jako dvě tuhá tělesa, kdy výstupky drsnosti jsou interpretovány pomocí elastických štětin, při jejichž vychýlení (deformaci) dávají jakožto pružiny sílu, která je v našem případě silou třecí (obr. 2.6). Když je síla vychýlených štětin dostatečně velká, začnou po sobě štětiny klouzat a popis třecí síly přejde z oblasti statického tření do oblasti hraničního mazání.

Průměrnou deformaci štětiny *z* je možné definovat následovně:

$$\dot{z} = v - \frac{|v|}{g(v)} z \tag{4.2}$$

kde *v* je relativní rychlost mezi dvěma povrchy.

První výraz dává odchylku, která je úměrná integrálu relativní rychlosti. Druhý výraz tvrdí, že odchylka z se v ustáleném stavu, tj. když v je konstantní, blíží hodnotě:

$$z_{ss} = \frac{v}{|v|} g(v) = g(v)\operatorname{sgn}(v) \tag{4.3}$$

Funkce g je kladná a závislá na mnoha faktorech, jako vlastnosti materiálu, mazání, teplotě apod. Pro typické tření kluzného vedení se bude g(v) monotónně zmenšovat z g(0) při narůstajícím v. Toto odpovídá Stribeckovu efektu. Třecí síla vznikající ohýbáním štětin je definovaná jako:

$$F_T = k_s z + b_s \dot{z} \tag{4.4}$$

kde k_s je tuhost a b_s koeficient tlumení „štětiny“. Po přidání členu závislém na relativní rychlosti je k třecí síle přidána hodnota odpovídající viskóznímu tření. Pak:

$$F_T = k_s z + b_s \dot{z} + \mu_v v \tag{4.5}$$

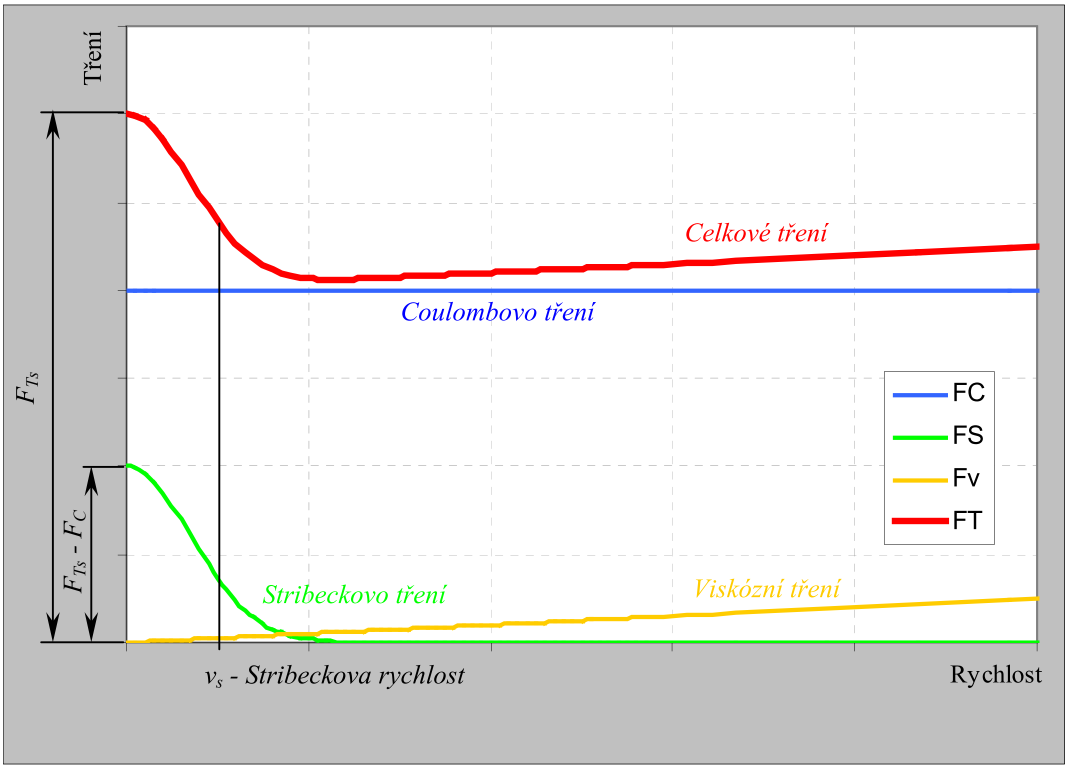
Model daný rovnicemi (4.2) a (4.5) je charakterizován funkcí g a parametry k_s, b_s a μ_v. Funkce $k_s g(v) + \mu_v v$ může být určená měřítkem ustálené hodnoty třecí síly při konstantní rychlosti. Funkce g(v) je volena tak, aby vyhovovala Stribeckovu efektu:

$$k_s g(v) = F_C + (F_{Ts} - F_C) e^{-\left|\frac{v}{v_s}\right|^2} \tag{4.6}$$

kde F_C je velikost Coulombova tření, F_{Ts} je velikost statické síly a v_s je Stribeckova rychlost. Ta představuje inflexní bod křivky celkového tření. Model je tedy popsán šesti parametry k_s, b_s, μ_v, F_C, F_{Ts}, v_s. Ze vztahů (4.3) – (4.6) pro ustálený stav pohybu vyplývá závislost mezi rychlostí a třecí silou:

$$F_T(v) = k_s g(v)\operatorname{sgn}(v) + \mu_v v = F_C \operatorname{sgn}(v) + (F_{Ts} - F_C) e^{-\left|\frac{v}{v_s}\right|^2} \operatorname{sgn}(v) + \mu_v v \tag{4.7}$$

Podíváme-li se na tento vztah podrobněji, můžeme z něho vyčíst jednotlivé složky tření, jak bylo popisováno v předchozích kapitolách. První výraz představuje složku Coulombova tření (F_C), druhý pak složku Stribeckova tření (F_S) a třetí část složku viskózního tření (F_v). Pro lepší názornost jsou tyto jednotlivé složky spolu s výslednou závislostí třecí síly na rychlosti (F_T) podle vztahu (4.7) vyobrazeny na následujícím grafu.



Obr. 4.6

Závislost mezi rychlostí a třecí silou pro ustálený stav pohybu.

Nutno ale ještě podotknout, že toto je průběh pro ustálený stav rychlosti, tedy pokud je rychlost neměnná. Protože se ale jedná o dynamický model, v případě, že rychlost nebude stálá, projeví se výrazně dynamika modelu, která dává vzniknout různým typům úkazů, které budou více přiblíženy v následujících kapitolách.

4.4.1.1 Vlastnosti modelu

V této části budou blíže doloženy vlastnosti modelu dané rovnicemi (4.2) a (4.5). Ze štětinového modelu na obr. 2.6 lze intuitivně vytušit, že vychýlení *z* by mělo být konečné. Následující vlastnost je toho důkazem.

Vlastnost 1: Za předpokladu, že $0 < g(v) \le a$. Jestliže $|z(0)| \le a$, pak $|z(t)| \le a \vee t \ge 0$.

Důkaz: Nechť $V = z^2 / 2$, pak derivace *V* podle času a dosazením ze vztahu (4.2) je:

$$\frac{dV}{dt} = z\left(v - \frac{|v|}{g(v)}z\right) = -|v||z|\left(\frac{|z|}{g(v)} - \operatorname{sgn}(v)\operatorname{sgn}(z)\right) \tag{4.8}$$

Derivace dV/dt je záporná když $|z| > g(v)$. Protože g(v) je striktně kladné (dané) a omezené hodnotou *a*, vidíme, že nastavení $\Omega = \{z : |z| \le a\}$ je neměnná množina pro řešení (4.2), tj. všechna řešení z(t) začínající v Ω zůstávají tam.

Tlumení – maření energie: Intuitivně můžeme předpokládat, že tření bude mařit energii. Protože náš model daný rovnicemi (4.2) a (4.5) je dynamický, může se v něm vyskytnout stadium, kdy tření jednou energii akumuluje a příště dává zpět. To můžeme dokázat, pokud interval $\varphi : v \to z$ bude pro náš model disipativní.

Vlastnost 2: Interval $\varphi : v \to z$, jak je definováno (4.2), je disipativní s ohledem na funkci $V(t) = ½\, z^2(t)$, tj.

$$\int_0^t z(\tau)v(\tau)d\tau \ge V(t) - V(0) \tag{4.9}$$

Důkaz: Z toho vyplývá z (4.2) že

$$zv = z\dot{z} + \frac{|v|}{g(v)}z^2 \ge z\dot{z} \tag{4.10}$$

Proto:

$$\int_0^t z(\tau)v(\tau)d\tau \ge \int_0^t z(\tau)\frac{dz(\tau)}{d\tau}d\tau \ge V(t) - V(0) \tag{4.11}$$

Linearizace v „stick“ režimu: Pro získání nějakých náhledů o chování modelu v statickém (stick) režimu budeme uvažovat hmotu *m* v kontaktu s pevnou horizontální plochou. Nechť *x* je souřadnice hmoty, tj. v = dx/dt. Pohybová rovnice pak je:

$$m\ddot{x} = -F_T = -k_s z - b_s \dot{z} - \mu_v \dot{x} \qquad (4.12)$$

kde *z* je dané rovnicí (4.2). Linearizací (4.2) v blízkosti z = 0 a v = 0 dostaneme:

$$\dot{z} = \dot{x} \qquad (4.13)$$

Dosazení (4.13) do (4.12) dává:

$$m\ddot{x} + (b_s + \mu_v)\dot{x} + k_s x = 0 \qquad (4.14)$$

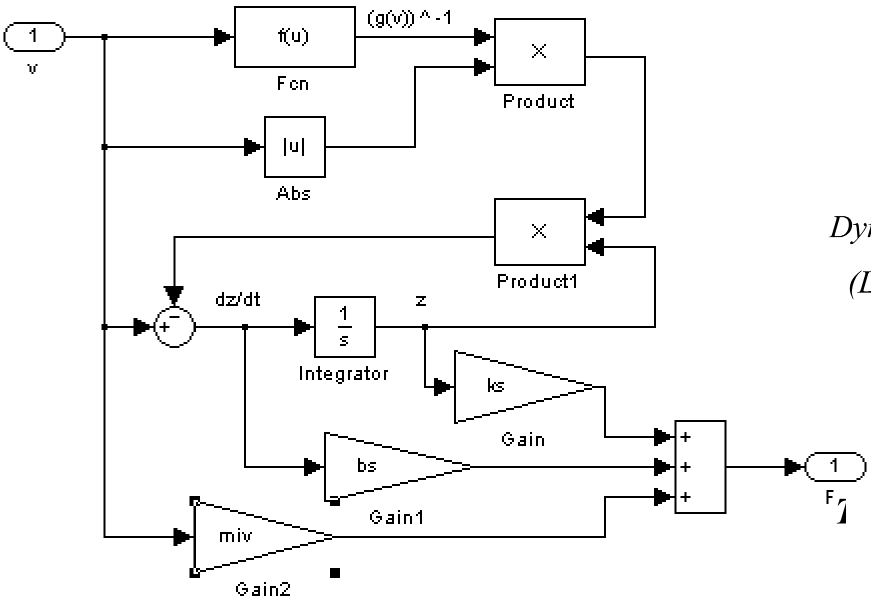
To ukazuje, že systém se chová jako tlumený systém druhého řádu. Protože tuhost štětin k_s je obvykle poměrně velká, je podstatné mít $b_s \neq 0$ pro zajištění dostatečně tlumeného pohybu. Koeficient viskózního tření μ_v není totiž běžně dostatečně velký pro poskytnutí dobrého tlumení.

Poznámka: Popis vlastností dynamického modelu uvedený v této kapitole byl převzat z lit. [13].

4.4.2 Simulační schéma modelu

Na základě rovnic (4.2), (4.5) a (4.6) je možné sestavit vlastní dynamický model tření (LuGre). Jeho simulační schéma v Simulinku je zobrazeno na obr. 4.7.

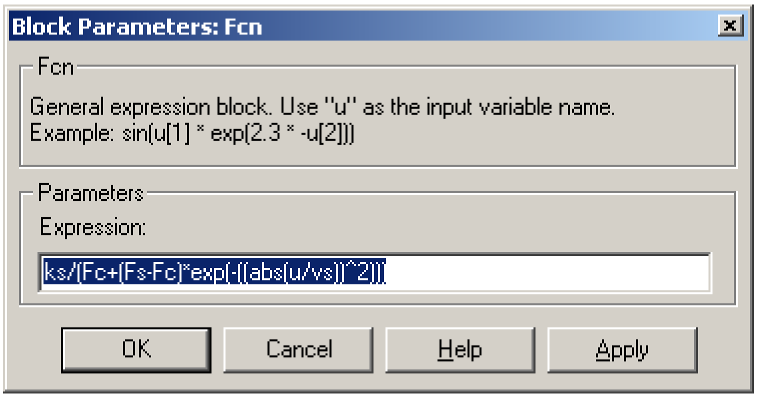
Vstupem do schématu je rychlost, výstupem třecí síla. Funkce g(v) (resp. její převrácená hodnota) vyplývá z rovnice (4.6) a ve schématu je definována zápisem v bloku Matlabu, v okně funkce „*Fcn*“. Tento zápis je patrný z obr. 4.8.



Obr. 4.7

Dynamický model tření

(LuGre) v Simulinku.



Obr. 4.8

Zápis funkce g(v) v okně

bloku „Fnc“.

(u značí veličinu vstupující do bloku – v tomto případě tedy rychlost v)

Jak již bylo řečeno, model je popsán šesti parametry k_s, b_s, μ_v, F_C, F_S, v_s. Tyto parametry lze určit z měření třecí síly v ustáleném stavu při různých rychlostech v. Jako předběžný odhad nám také může posloužit vyšetření chování modelu v určitých typických stavech, jež korespondují se standardními experimenty popsanými v literatuře. Např. v lit. [13] je uvedena tabulka (tab. 4.1) těchto šesti parametrů založených na experimentálních výsledcích pro jednotkový model (m = 1 kg).

Parametr	Hodnota	Jednotka
k_s	$1 \cdot 10^5$	N/m
b_s	$\sqrt{1 \cdot 10^5}$	Ns/m
μ_v	0,4	Ns/m
F_C	1	N
F_{Ts}	1,5	N
v_s	0,001	m/s

Tab. 4.1 Hodnoty parametrů pro jednotkový model.

Tyto hodnoty nelze ovšem bez úprav použít pro jiné velikosti třecích sil. Kromě toho parametry modelu závisí na mnoha rozličných faktorech, jako např. na druhu materiálu, jeho povrchové úpravě, mazání, způsobu zatížení apod., a není tedy možné obecně stanovit jejich velikosti. Literatura [11] uvádí tabulku s přibližnými rozsahy jednotlivých veličin – tab. 4.2.

Parametr	Rozsah	Parametr závisí hlavně na:
Coulombovo tření - F_C [N]	(0,001 – 0,1) F_n	viskozitě maziva, kontaktní geometrii a zatížení
Viskózní tření - F_v [N]	0 – veliký	viskozitě maziva, kontaktní geometrii a zatížení
Stribeckovo tření – F_S [N]	(0 – 0,1) F_n	hraničním mazání, F_C
Předkluzné posunutí - Δ_x [μm]	1 - 50	vlastnosti materiálu a jakosti povrchu (povrchové úpravě)
Tečná tuhost statického kontaktu - k_s [N/μm]	$(F_C + F_S) / \Delta_x$	vlastnosti materiálu a jakosti povrchu (povrchové úpravě)
Stribeckova rychlost – v_S [m/s]	0,00001 – 0,1	hraničním mazání, viskozitě maziva, vlastnosti materiálu a jakosti povrchu, kontaktní geometrii a zatížení
Časová konst. třecí paměti -τ_L [ms]	1 - 50	viskozitě maziva, kontaktní geometrii a zatížení

Tab. 4.2 Rozsahy parametrů třecího modelu LuGre.

S přihlédnutím k těmto hodnotám je možné na základě provedených měření a simulací upravit hodnoty jednotkového modelu následujícím způsobem: Úroveň Coulombova tření F_C si zvolíme podle našeho požadavku resp. její hodnota nám vyplyne pro konkrétní model z dané hmotnosti, způsobu předepnutí a druhu vedení nebo přímo jako výsledek měření. Totéž platí pro velikost statického tření F_{Ts}, jež bývá zpravidla o desítky procent vyšší, než tření za pohybu. Koeficient viskózního tření μ_v buď pro daný způsob vedení známe nebo jej vypočítáme na základě změřených pasivních odporů pro několik různých ustálených rychlostí. Zbylé dva parametry předkluzného posunutí, jako je tuhost k_s a koeficient tlumení b_s, závisí do jisté míry na normálové síle, kterou jsou k sobě styčné plochy přitlačovány - tedy např. na zatížení a předepnutí vedení. Při rostoucím zatížení se úměrně zvětšuje i reálná styková plocha, a tím roste tuhost fiktivních štětin (pružin), které dávají vzniknout statické třecí síle. Jinými slovy lze říci, že tuhost k_s je závislá na daném předkluzném posunutí stejné velikosti udávané v různých experimentech. Např. podle lit. [11] se jeho hodnota pohybuje v rozmezí 1 – 50 μm. V souvislosti s těmito dvěma vlastnostmi je tedy možné říci, že tuhost k_s je přímo úměrná velikosti třecí síly. Tím bude zaručeno, že pro jakoukoli velikost třecí síly se nebude výrazně lišit velikost předkluzného posunutí. Hodnotu koeficientu vnitřního tlumení štětin b_s lze pro danou hmotnost zátěže m a daný poměrný útlum $\zeta_s = 0,1$ dopočítat podle následující rovnice.

$$b_s = 2\zeta_s \sqrt{k_s m} \tag{4.15}$$

Poznámka: Výše uvedený postup pro získání parametrů je dosti obecný a sloužil spíše pro předběžné posouzení chování dynamického modelu tření při simulacích. Jednotlivé hodnoty se totiž mohou případ od případu výrazným způsobem lišit, a proto neznáme-li třecí funkci pro konkrétní případ, je vždy vhodnější určit a podrobněji analyzovat co největší množství parametrů modelu na základě experimentálních měření. To bude provedeno v následující kapitole 5. „*Identifikace tření*“.

4.4.3 Chování dynamického modelu

Ještě než přistoupím k vlastním experimentálním měřením a provedu porovnání jednotlivých simulačních třecích modelů s naměřenými výsledky, uvedu v této kapitole několik typických vlastností dynamického modelu LuGre. Zároveň tím ověřím a zkontroluji chování tohoto modelu v porovnání s experimenty prováděnými v citované literatuře. K tomuto účelu jsem použil vytvořené schéma z předchozí kapitoly s tím rozdílem, že jednotkový model byl přibližně upraven podle uvedeného popisu na hodnoty použitelné pro posuvovou osu obráběcího stroje střední velikosti. Tyto parametry použité v následujících simulacích jsou shrnuty v tabulce 4.3.

Parametr	Hodnota	Jednotka
m	400	kg
k_s	$4 \cdot 10^7$	N/m
b_s	$0{,}2\sqrt{1{,}6 \cdot 10^{10}}$	Ns/m
μ_v	200	Ns/m
F_C	400	N
F_{Ts}	600	N
v_s	0,001	m/s

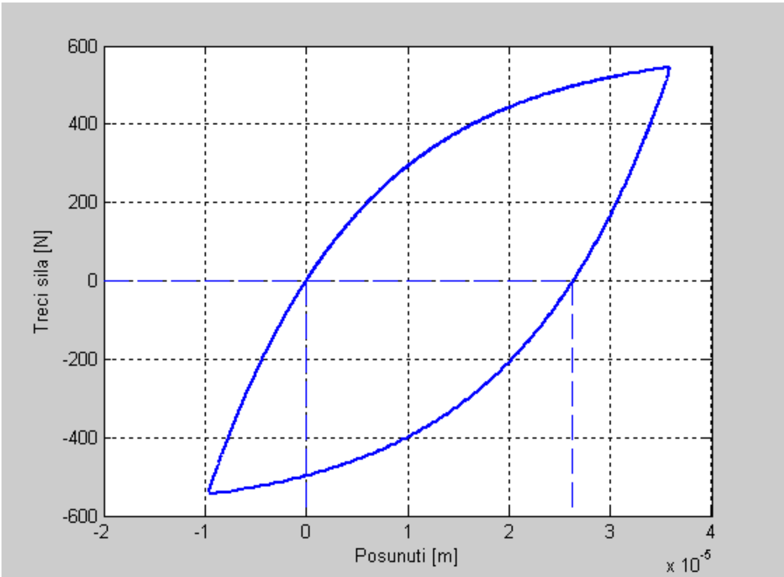
Tab. 4.3 Hodnoty parametrů modelu tření použitého v simulacích pro ukázání vlastností dynamického modelu.

Poznámka: Různé vlastnosti, které budou popisovány v této kapitole, nemohou být připisovány jednomu parametru, ale spíše chování nelineární diferenciální rovnice (4.2) a formě funkce *g*. Předkluzné posunutí a proměnná síla odtržení jsou způsobené dynamikou modelu, která spolu se Stribeckovým tvarem funkce *g* dává vzniknout hysterezi pozorované v podkapitole 4.4.3.2 *„Třecí paměťový efekt“*.

4.4.3.1 Předkluzné posunutí

Jinými slovy je to malé vzájemné posunutí stýkajících se ploch vyskytující se během fáze kontaktu („stick“). Courtney – Pratt a Eisner ukazují, že je-li aplikovaná síla menší než síla odtržení, tření se chová jako pružinové a po aplikaci síly nastane v kontaktu posunutí. Následující simulace byla tedy provedena za účelem vyšetření, jestli náš model zachycuje tento fenomén.

Na těleso dané hmotnosti vystavené účinkům tření jsme působili externí silou, která pozvolna stoupala až do hodnoty 540 N, což je zhruba 90 % síly F_{Ts}. Síla byla následně chvíli držena na této konstantní hodnotě a poté rampa klesala na hodnotu –540 N, kde byla opět konstantně držena. Poté opět stoupala na kladnou hodnotu. Výsledky simulace jsou zobrazeny na obr. 4.9, kde je třecí síla zobrazena jako funkce posunutí.

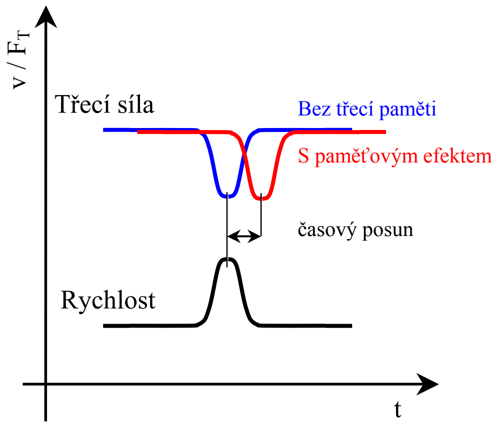


Obr. 4.9 Předkluzné posunutí.

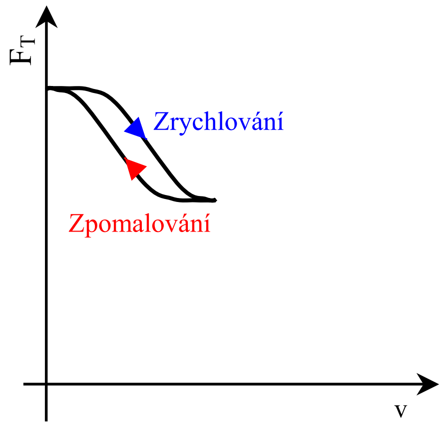
Z grafu je dobře zřejmé, že přestože působící síla na těleso nepřekročila hodnotu tření za klidu, došlo k malému vzájemnému posunutí styčných ploch, čehož jsme docílili právě použitím dynamického modelu, jež interpretuje třecí kontakt pomocí pružných štětin. Dále stojí za pozornost, že po té co akční síla klesne zpět na nulovou hodnotu, výchylka se nevrátí zcela do původní polohy. To by mohlo být vysvětleno tím, že před uvedením tělesa do pohybu dochází v místě kontaktu nejen k elastické, ale částečně i plastické mikrodeformaci v povrchových vrstvách. Energie zmařená plastickou deformací se přemění na teplo a již nemůže být po zaniknutí síly vrácena do modelu. Závěrem je možné k této vlastnosti dynamického modelu říci, že kvalitativně souhlasí s experimentálními výsledky v [1].

4.4.3.2 Třecí paměťový efekt

Je to jev, kdy změna třecí síly je časově opožděná za změnou rychlosti (viz. obr. 4.10). Může nastat v místě záporného spádu třecí křivky. Hess a Soom studovali toto dynamické chování tření, jež vzniká při proměnné rychlosti během pohybu. Ukázali, že třecí síla je nižší pro klesající rychlost než pro rychlost rostoucí (obr. 4.11). Tato hysterezní křivka se stává širší se vzrůstající hodnotou rychlostní změny (zrychlení). Předpokládá se, že tento fyzikální proces souvisí s časem potřebným ke změně mazacího filmu při změně určujících parametrů. To může mít za následek, že i při stejném prostředí můžou nastat dvě různé třecí síly, což vede k problémům modelování a kontroly. Velký hysterezní účinek může být také příčinou vzniku poruch, které v kombinaci s hlavní nestabilitou Stribeckovy křivky (vznikající jejím záporným sklonem při malých rychlostech) mohou vést k nežádoucím mezním cyklům (kmitání).

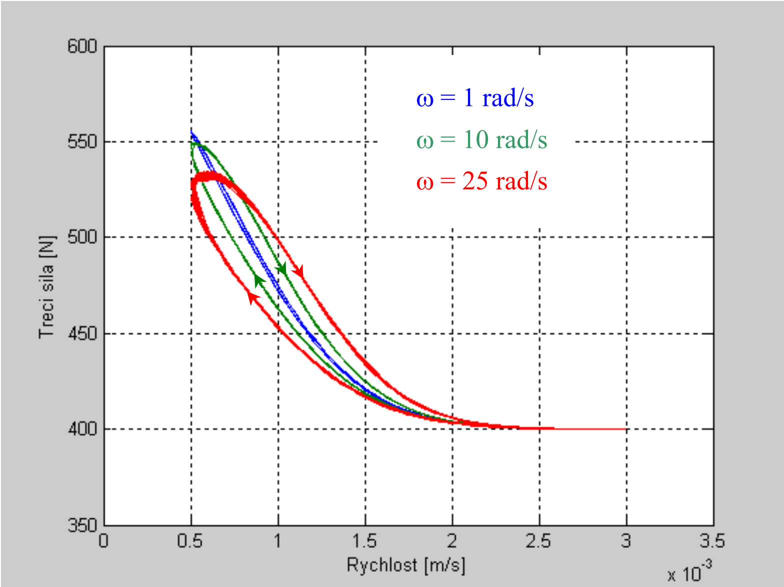


Obr. 4.10 Třecí paměťový efekt.



Obr. 4.11 Hysterezní efekt.

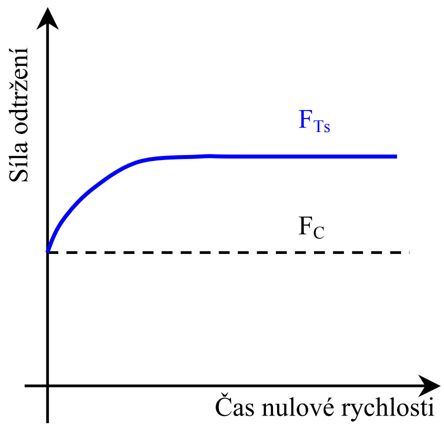
Obr. 4.12 ukazuje simulaci tohoto experimentu za použití našeho třecího modelu LuGre. Vstupem do modelu tření byla rychlost, která byla sinusově měněna kolem rovnovážné polohy. Výsledná třecí síla je v grafu zobrazena jako funkce rychlosti a jak je patrné, model zřetelně projevoval hysterezi a šířka hysterezní křivky se zvyšovala s velikostí frekvence změny rychlosti. Náš model tedy zachytil hysterezní chování reálného tření popsaného v lit. [8].



Obr. 4.12
Hysterezní chování třecí síly v závislosti na frekvenci změny rychlosti.

4.4.3.3 Proměnná síla odtržení

Několik vědců, jako např. Rabinowicz (1958) a Kato (1972), se domnívalo, že síla odtržení je funkcí času, jak ukazuje obr. 4.13.

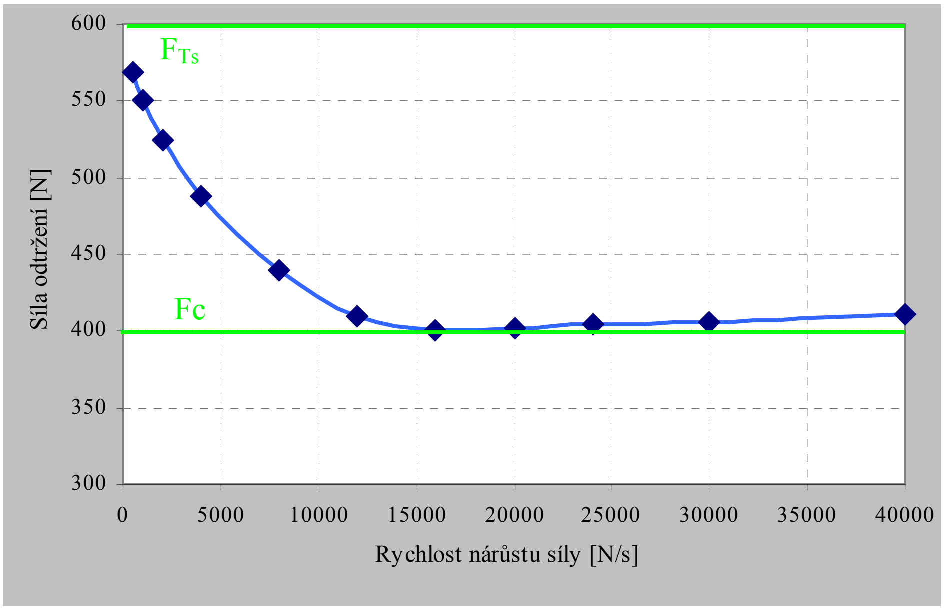


Obr. 4.13
Rostoucí statické tření.

Jejich práce však předpokládaly stálý poměr mezi silovým působením a dobou klidu, takže klidová doba byla v podstatě funkcí rychlosti nárůstu působící síly. Naproti tomu např. Johannes (1976), Richardson a Nolle (1976) provedli experiment tak, že čas v „stick" fázi a rychlost nárůstu aplikační síly považovali za nezávisle proměnné a demonstrovali, že statické tření není funkcí klidové doby, ale právě funkcí rychlosti tohoto spádu. Nedávná práce Canudas de Wit [13] taktéž ukázala, že síla odtržení opravdu závisí na rychlosti nárůstu síly a ne na časové prodlevě, jak se předpokládalo.

Pro naše účely zjištění velikosti síly odtržení jsme opět využili vytvořený model tření, kdy jsme na těleso dané hmotnosti vystavené třecím účinkům působili vnější silou. Ta byla rampově stoupající s rozdílnou rychlostí a byla určována třecí síla, kdy hmota začala klouzat. Protože chování modelu je v „stick“ fázi v podstatě pružinové, jakmile začneme na model silově působit, nastane mikroskopický pohyb, jak bylo popsáno v předchozích kapitolách. Síla odtržení je pak určena v čase, kde je pozorováno ostré zvýšení rychlosti.

Jak se vzhledem k dynamickému modelu dalo předpokládat, síla odtržení je podle provedených simulací skutečně závislá na rychlosti nárůstu působící síly. To je patrné i z grafu na obr. 4.14, kde je vynesena síla odtržení jako funkce sklonu rampy akční síly. Čím je tedy rychlost nárůstu akční síly větší, tím menší je síla odtržení a při velkém sklonu rampy síly se téměř blíží hodnotě Coulombova tření. Výsledky se opět kvalitativně shodují s experimentálními výsledky uvedenými v lit. [2].

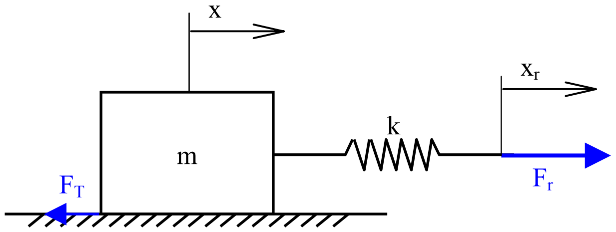


Obr. 4.14 Závislost síly odtržení na rychlosti růstu akční síly.

4.4.3.4 Stick-slip pohyb

Stick-slip pohyb vznikající poblíž nulové rychlosti je typickým chováním pro systémy se třením. Je s ním taktéž úzce spojeno samobuzené kmitání. K jeho vzniku přispívá několik hlavních faktorů, jako jsou:

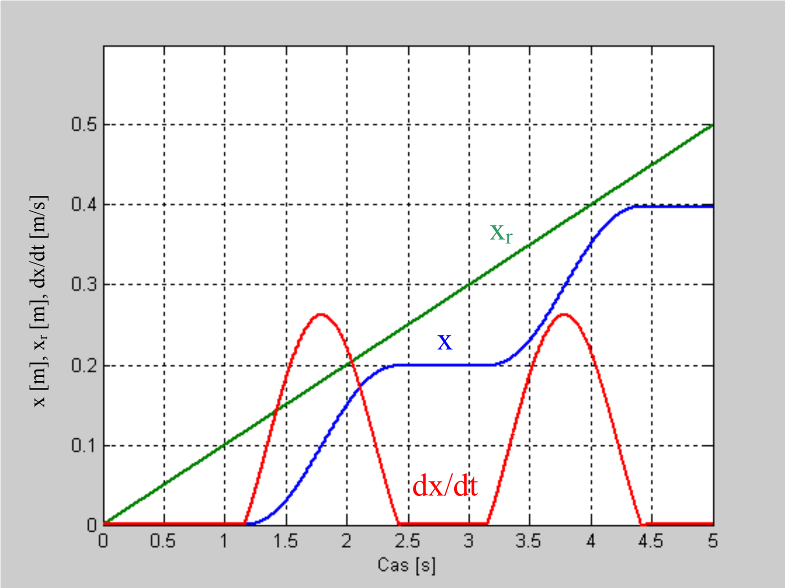
- statické tření
- rostoucí síla odtržení
- třecí paměťový efekt
- záporný viskózní sklon



Obr. 4.15

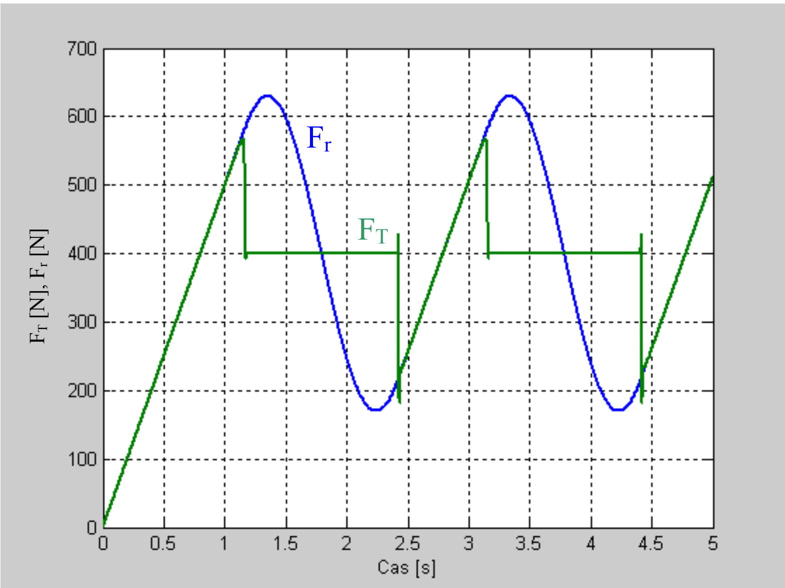
Model pro stick – slip pohyb.

Typický experiment, při kterém může dojít ke vzniku stick-slip pohybu, je ukázán na obr. 4.15. Těleso o hmotnosti 400 kg je připojeno k pružině s tuhostí k = 5000 N/m. (*Pozn.:* Tuhost volena záměrně malá, aby byl zdůrazněn stick-slip pohyb). Konec pružiny je tažený konstantní rychlostí, tj. dx_r/dt = 0,1 m/s. Obr. 4.16 ukazuje výsledek simulace systému za použití našeho modelu tření. Hmota je původně v klidu a síla od pružiny lineárně stoupá. Třecí síla působí proti síle pružiny a vzniká malé posunutí. Když působící síla dosáhne síly odtržení, v tomto případě přibližně $k_s g(0)$, hmota začne klouzat a tření se rychle snižuje podle Stribeckova efektu. Pružina se zkracuje a síla od pružiny klesá. Hmota zpomaluje a třecí síla se opět podle Stribeckovy křivky zvyšuje, až se pohyb zastaví. Tento jev se pak neustále opakuje. Na obr. 4.16 vidíme polohu konce pružiny x_r, polohu tělesa x a rychlost hmoty dx/dt. Na následujícím obr. 4.17 pak třecí sílu F_T a sílu od pružiny F_r, která je úměrná svému prodloužení.



Obr. 4.16

Průběh polohy konce pružiny (x_r), polohy (x) a rychlosti (dx/dt) tělesa při stick- slip pohybu.



Obr. 4.17

Průběh třecí síly (F_T) a síly pružiny (F_r) úměrné jejímu prodloužení při stick-slip pohybu.

Poznámky:

- Pokles síly F_T v čase cca 2,4s na obr. 4.17 je způsoben zastavením pohybu tělesa - je-li rychlost rovna nule, $F_T = F_r$ za předpokladu, že $F_r \leq F_{Ts}$.
- Uvedené stick-slip chování není samozřejmě výsadou pouze takovéhoto modelového příkladu, ale podobné problémy může nelineární prvek tření způsobit i v klasickém servomechanismu. Přítomnost nelinearit v regulační smyčce s PI zesilovačem může totiž vést ke vzniku tzv. nelineárních mezních kmitů, jak uvádí lit. [18].

5. Identifikace tření

Hodnoty parametrů modelu tření závisí na mnoha faktorech, a není proto možné obecně stanovit jejich velikost. Tu je nutné při neznalosti třecích sil zkoumaného stroje nějakým způsobem určit. Několik možností uvádí tato kapitola, ve které budou na základě provedeného měření stanoveny základní parametry třecí funkce posuvových os x a y frézovacího centra MCFV 5050 LN (obr. 5.15). V prvé řadě půjde především o určení velikosti třecí síly F_{C}, dále o stanovení koeficientu viskózního tření μ_v, v případě dynamického modelu také o určení předkluzného posunutí – tedy tuhosti k_s a tlumení b_s.

Jak již bylo dříve řečeno, frézovací centrum je osazeno předepnutými olejem mazanými válečkovými hnízdy RUE 35 firmy INA. Dle výrobců ložisek je koeficient tření pro lineární vedení velmi nízký a pohybuje se kolem 1/50 koeficientu tradiční kluzné jednotky. Počáteční tření je obzvláště malé, velmi se blíží dynamickému valivému tření. Proto u lineárních vedení s těmito dobrými vlastnostmi nedochází za pohybu k prokluzu.

Při nízkých zatíženích pod 10% statické únosnosti je třecí odpor velmi silně ovlivněn odporem maziva. Při zatížení nad 10% statické únosnosti je koeficient tření téměř lineární a leží mezi 0,002 a 0,004.

5.1 Teoretický výpočet

Než přistoupíme k podrobnější analýze pasivních odporů na základě měření, pokusím se z důvodu kontroly přibližně odhadnout třecí odpor v ose x pomocí jednoduchého výpočtu.

Typ valivého vedení	RUE 35 D FE	
Statická a dynamická únosnost	$C_0 = 134\,000$ N	$C = 59\,000$ N
Počet valivých hnízd	$p = 6$	
Střední předpětí	$F_p = 0{,}05 \,.\, C = 2\,950$ N	
Přitažlivá síla motoru	$F_{mag} = 15\,000$ N	
Tíha pohybových částí osy x	$F_{gx} = 2000$ N	

Zjednodušeně lze tedy říci, že ekvivalentní zatížení jednoho hnízda je rovno součtu síly od předpětí a tíhy suportu a přitažlivé síly motoru podělenými počtem valivých hnízd.

$$P = F_p + \frac{F_{mag} + F_{gx}}{6} = 2950 + \frac{15000 + 2000}{6} = \underline{5783N} \tag{5.1}$$

Budeme–li uvažovat součinitel tření μ_{RUE} = 0,003, pak třecí síla posuvové osy x bez uvažování přídavného tření od těsnění a krytování bude rovna součinu ekvivalentního zatížení, součinitele tření a počtu valivých hnízd a dle (5.2) vychází v ose x zhruba 104N.

$$F_{Tx} = \mu_{RUE} \cdot P \cdot p = 0{,}003 \cdot 5783 \cdot 6 = \underline{104{,}1N} \tag{5.2}$$

5.2 Měření při ustálené rychlosti

Řídící systém stroje MCFV 5050 LN nám umožňuje okamžité měření průběhu proudu jednotlivými motory, jenž lze přepočtem přes celkovou silovou konstantu K_{F3} s výhodou využít pro výpočet tažné síly motoru. Nebudeme-li uvažovat externí zatížení suportu, lze zjednodušeně říci, že výsledná tažná síla motoru F_{v0} se skládá z dynamické složky potřebné pro urychlení hmot a ze složky pasivních odporů, která nás v tuto chvíli zajímá.

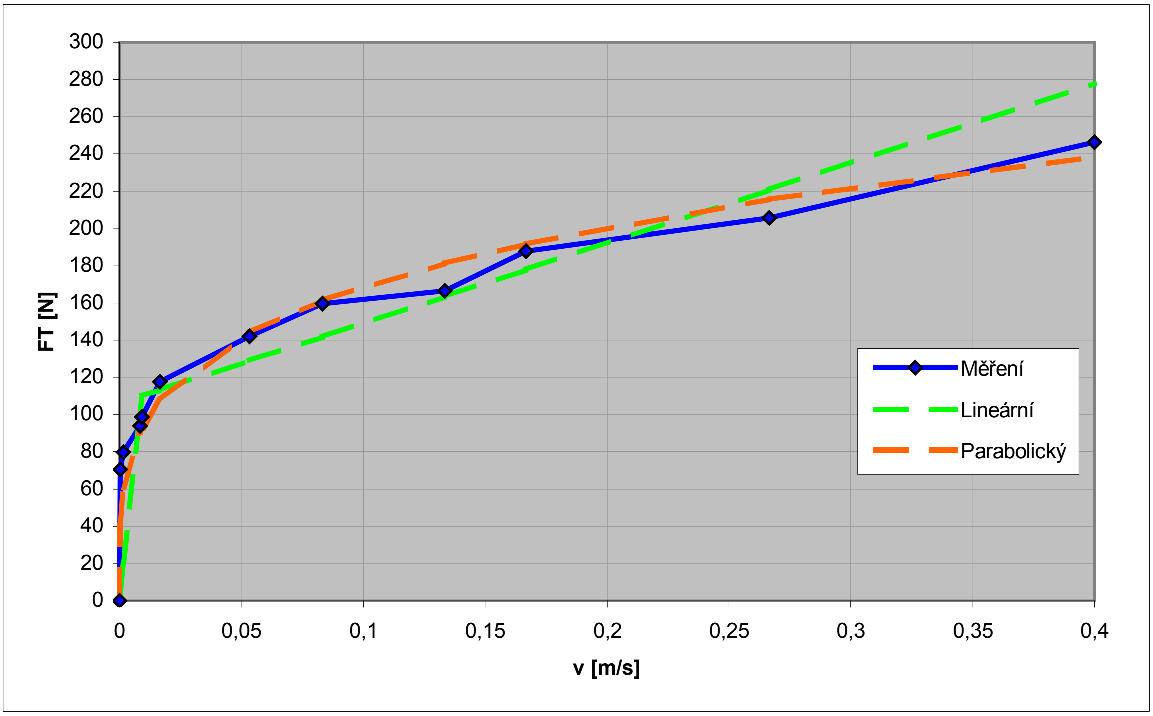
Následující tabulka uvádí naměřené velikosti proudů motorem v ose x při konstantní rychlosti suportu. Protože při ustálené rychlosti je dynamická složka nulová, vynásobením proudu silovou konstantou K_{F3} = 94 získáme pasivní odpory při dané rychlosti.

v [m/min]	v [m/s]	I [A]	F [N]
0,02	0,00033	0,75	70,5
0,1	0,00167	0,85	79,9
0,5	0,00833	1	94
1	0,01667	1,25	117,5
3,2	0,05333	1,51	141,9
5	0,08333	1,7	159,8
8	0,13333	1,77	166,4
10	0,16667	2	188
16	0,26667	2,19	205,9
24	0,4	2,62	246,3

Tab. 5.1

Velikost třecí síly osy x při ustálené rychlosti.

Vynesení této závislosti do grafu je na obr. 5.1. Třecí síla s rostoucí rychlostí stoupá, z čehož vyplývá, že se projevuje viskózní složka třecí síly. Pokud zároveň v tomto grafu naměřenou závislost třecí síly na rychlosti proložíme lineární (zelená) nebo parabolickou (oranžová) křivkou, můžeme tak stanovit parametry modelu tření s postupným nárůstem třecí síly, které jsou s ohledem na obecný popis uvedeny na následující stránce. Parabolická a lineární křivka v grafu je volena tak, aby co nejlépe odpovídala naměřenému (modrá křivka) průběhu tření posuvové osy X frézovacího centra.



Obr. 5.1 Závislost tření na rychlosti.

Lineární průběh:

Jestliže	$\lvert v\rvert \le v_0$	je	$F_T = v \cdot \mu_0$
Jestliže	$\lvert v\rvert > v_0$	je	$F_T = (F_C + (\lvert v\rvert - v_0) \cdot \mu_v) \cdot \mathrm{sgn}(v)$
kde	$v_0 = F_C/\mu_0$		

$v_0 = 0{,}55$ m . min^{-1}
$\mu_0 = 12000$ N.s.m^{-1}
μ_v = 430 N.s.m^{-1}
F_C = $\mu_0 \cdot v_0 = 12000 \cdot 0{,}55/60$ **= 110 N**

Parabolický průběh:

$$F_T = a \cdot \sqrt[n]{v}$$

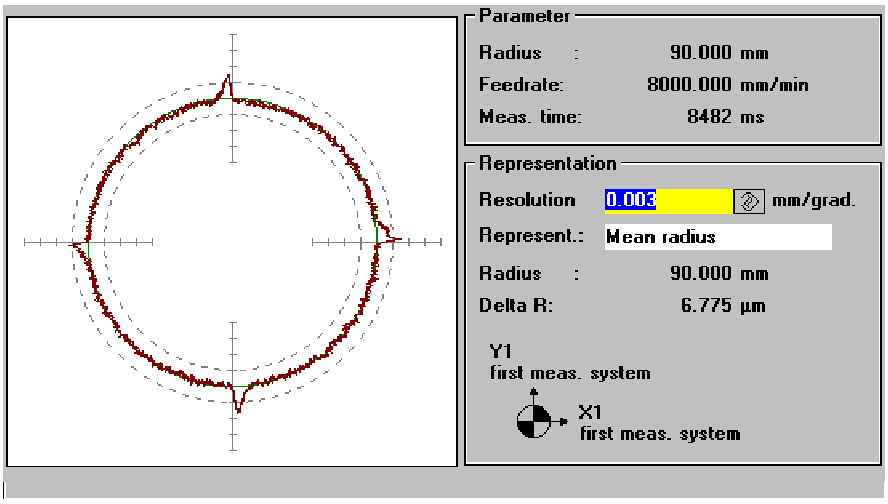
a = 300
n = 4

Z měření při ustálené rychlosti jsme kromě specifických parametrů daných třecích funkcí určili i Coulombovu složku třecí síly F_C = 110 N (což velmi dobře koresponduje s předchozím orientačním výpočtem) a koeficient viskózního tření μ_v = 430 N.s.m^{-1}.

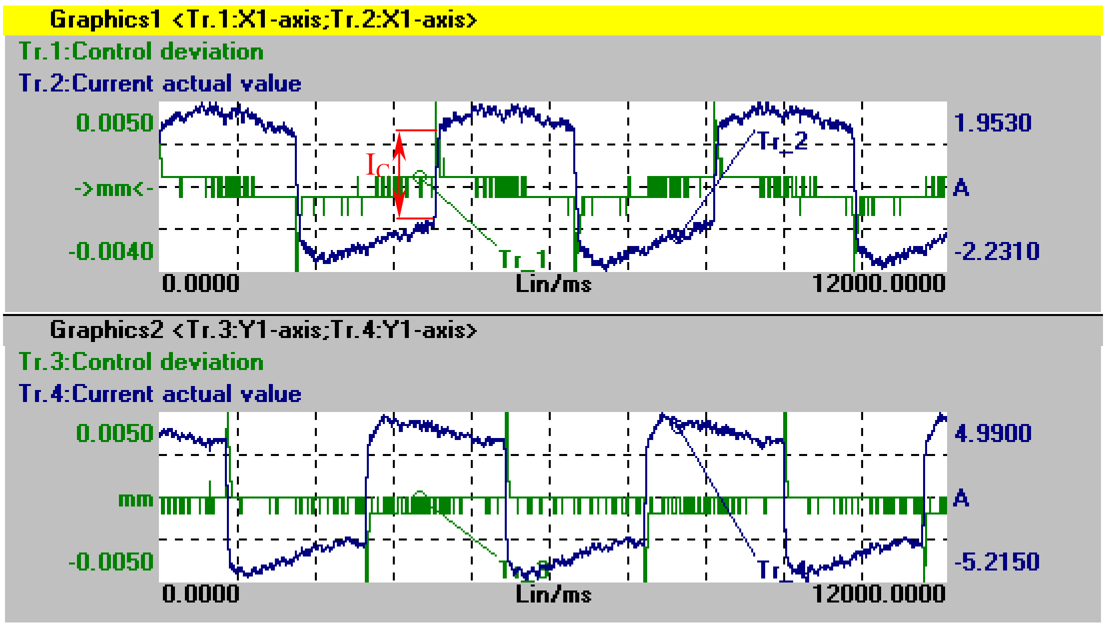
5.3 Měření při kruhové interpolaci

Další metoda, která je snadno aplikovatelná u NC, je velmi výhodná pro určení velikosti třecí síly (především Coulombovy, resp. statické složky). Opět vychází z měření velikosti proudu pohonem (a tím síly motoru) sledované pohybové osy, tentokrát při sinusovém pohybu během kruhové interpolace na křížovém stole. Je to jeden z testů, při kterém je vliv tření na polohovou odchylku nejlépe patrný.

Obr. 5.2 ukazuje výsledek testu kruhové interpolace, kdy byla proti směru hodinových ručiček objížděna kružnice o poloměru 90 mm rychlostí 8 m.min^{-1}. Na obr. 5.3 je pak znázorněn časový průběh polohové odchylky a proudu v osách x a y.



Obr. 5.2
Test kruhové interpolace
(v = 8 m/min, R = 90 mm).



Obr. 5.3 Polohová odchylka a průběh proudu při kruhové interpolaci (v = 8 m/min, R = 90 mm).

Z obou grafů jsou dobře patrné typické krátkodobé špičkové hodnoty odchylky polohy v oblasti kvadrantových přechodů. Ty jsou způsobené skokovou změnou třecí sily při reverzaci pohonu. Protože třecí síla je z pohledu pohyblivého stolu silou vnější, je možné považovat tento případ za analogii s testem rázové dynamické poddajnosti polohové smyčky. Výkmity polohy v kvadrantových přechodech tedy v podstatě vznikají superponováním výkmitů rázové poddajnosti na příslušnou kružnici. Dynamická poddajnost polohy má přímou souvislost s vlivem tření a velikostí nárůstu polohové odchylky v kvadrantovém přechodu. Dosažením nižší rázové dynamické poddajnosti, kterou nejvíce ovlivňuje proporcionální zesílení rychlostního regulátoru, se sníží i kvadrantová odchylka.

5.3.1 Coulombova třecí síla

Na obr. 5.3 si lze dále povšimnout skokových změn proudu v kvadrantech zadané kružnice. Tyto skokové změny přímo souvisí se zmiňovanou skokovou změnou třecí síly při reverzaci pohonu. Ta zde během okamžiku změní svojí velikost z hodnoty $-F_T$ na $+F_T$ a stejně tak musí proti tomu silově zareagovat pohon, potažmo proud tímto motorem (síla motoru je přes silovou konstantu K_{F3} lineárně závislá na proudu). Dá se tedy říci, že velikost třecí síly lze z časového průběhu proudu při kruhové interpolaci vypočítat jako součin skokové změny proudu podělené dvěma a celkové silové konstanty motoru.

$$F_C = \frac{I_C}{2} \cdot K_{F3} \tag{5.3}$$

V našem případě je podle obr. 5.3 velikost skokové změny proudu I_C zhruba 2,2 A, podle vztahu (5.3) tedy vychází velikost třecí síly přibližně 103 N, což se velmi blíží hodnotě Coulombovy síly určené v odstavci 5.2 .

$$F_C = \frac{2,2}{2} \cdot 94 = \underline{103,4N}$$

5.3.2 Rozklad kruhového pohybu

Z průběhu proudu v jednotlivých osách při objíždění kružnice lze kromě velikosti třecí síly určit i jiné parametry, jako např. součinitel viskózního tření nebo hmotnost pohybujících se částí. Zde již je ale nutné kalkulovat také s dynamickou složkou síly nutnou ke zrychlení pohybujících se hmot, která je přímo úměrná okamžitému zrychlení. Proto pro lepší názornost nejprve uvedu, jak vypadá obecný rozklad kruhového pohybu do obou spolupracujících os x a y. Jak je známo, kruhový pohyb v rovině vznikne současným harmonickým pohybem dvou navzájem kolmých os podle následujícího rozpisu:

$$
\begin{aligned}
x_{\check{z}}(t) &= R \cdot \cos\varphi(t) \\
v_{x\check{z}}(t) &= \dot{x}_{\check{z}}(t) = -R \cdot \sin\varphi(t) \cdot \omega(t) \\
a_{x\check{z}}(t) &= \dot{v}_{x\check{z}}(t) = -R(\cos\varphi(t) \cdot \omega^2 + \sin\varphi(t) \cdot \varepsilon(t)) \\
\\
y_{\check{z}}(t) &= R \cdot \sin\varphi(t) \\
v_{y\check{z}}(t) &= \dot{y}_{\check{z}}(t) = R \cdot \cos\varphi(t) \cdot \omega(t) \\
a_{y\check{z}}(t) &= \dot{v}_{y\check{z}}(t) = R(\cos\varphi(t) \cdot \varepsilon(t) - \sin\varphi(t) \cdot \omega^2)
\end{aligned}
\tag{5.4}
$$

Pro $\varphi(t) = \omega t$ a konstantní objížděcí rychlost ω = konst. (tedy $\varepsilon = 0$) lze pro osu x upravit vztahy (5.4) následovně:

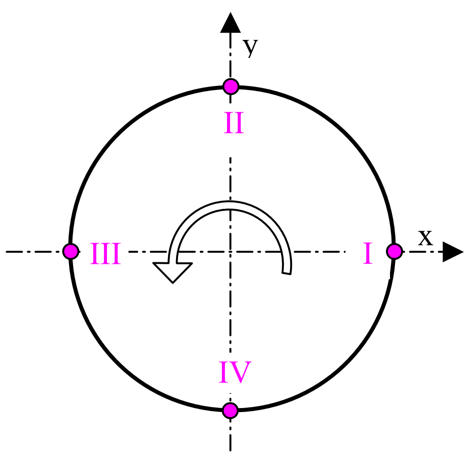
$$
\begin{aligned}
x_{\check{z}}(t) &= R \cdot \cos(\omega t) \\
v_{x\check{z}}(t) &= -R \cdot \omega \cdot \sin(\omega t) \\
a_{x\check{z}}(t) &= -R \cdot \omega^2 \cdot \cos(\omega t)
\end{aligned}
\tag{5.5}
$$

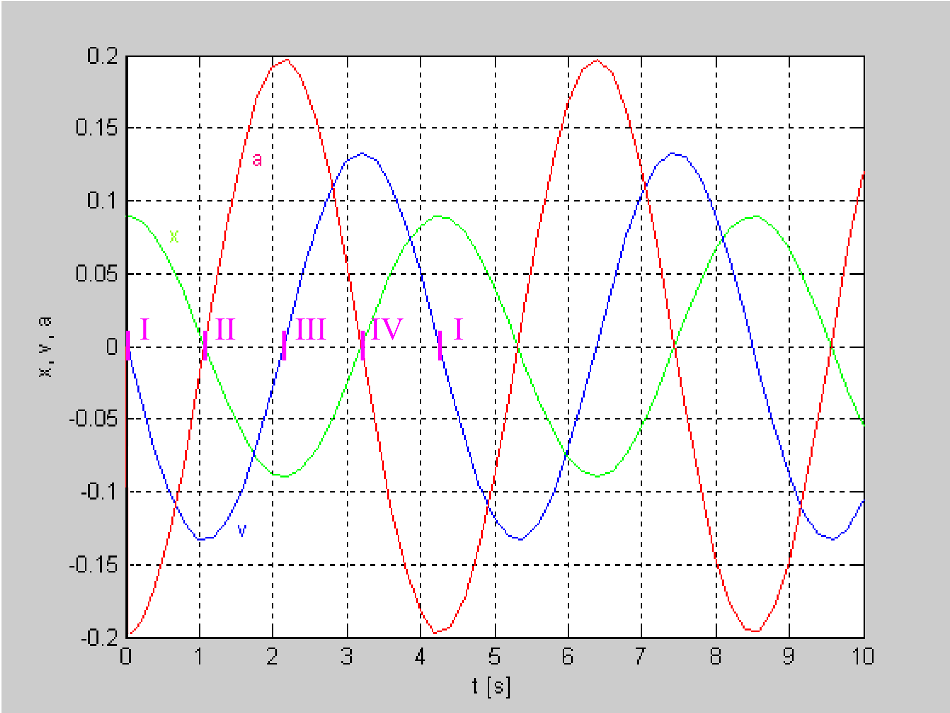
Grafické vyjádření časového průběhu polohy, rychlosti a zrychlení osy x je uvedeno na následujících obrázcích.

Obr. 5.4

Kruhová interpolace –

označení kvadrantových přechodů.

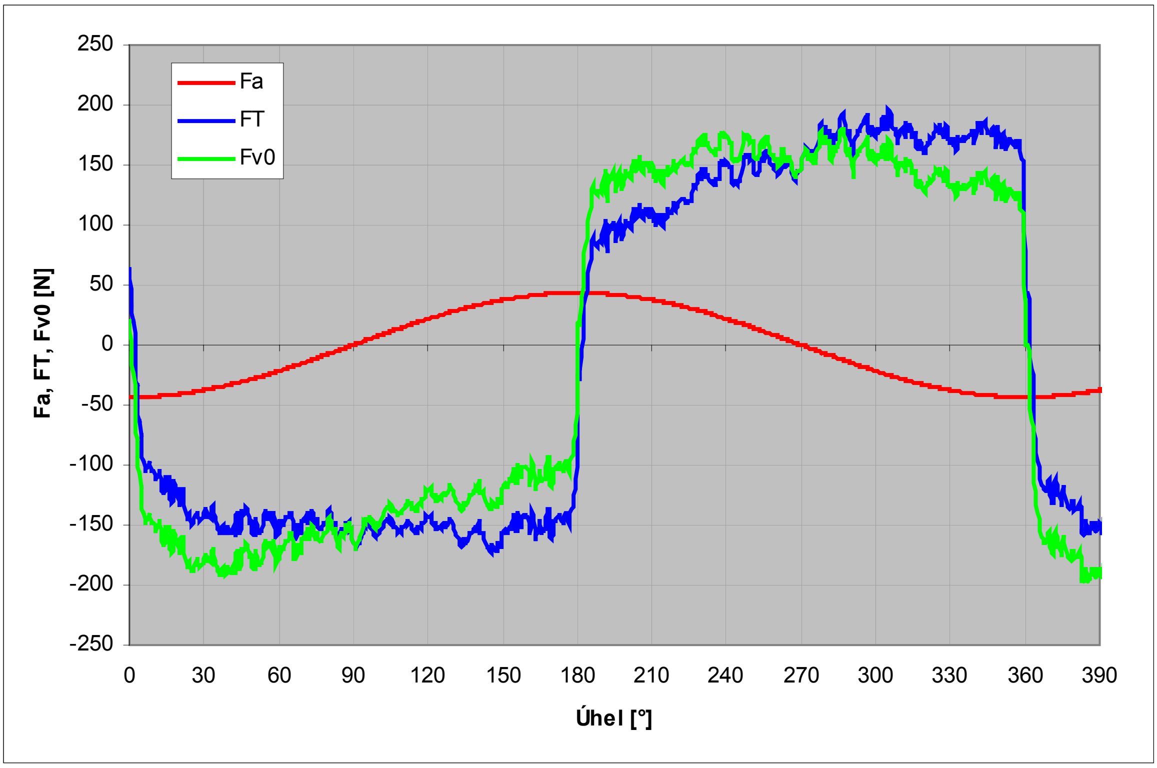




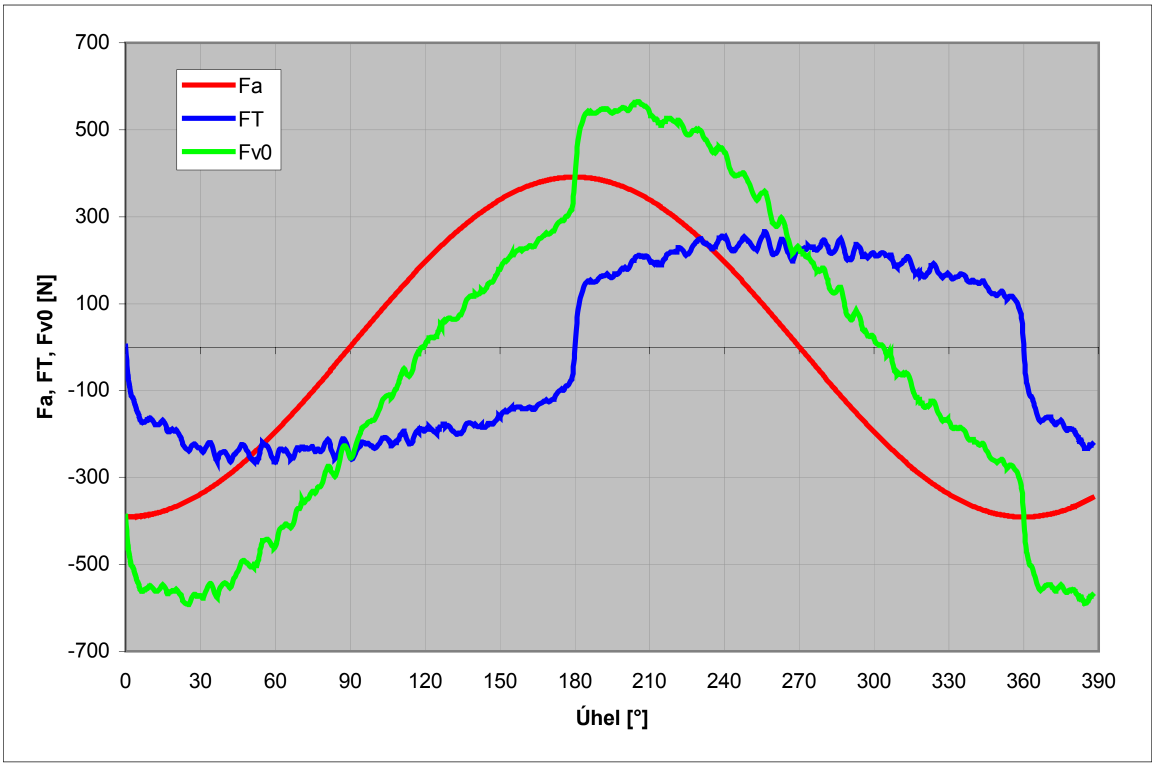
Obr. 5.5 Průběh polohy, rychlosti a zrychlení při kruhové interpolaci (osa x, R = 90 mm, v = 8 m/min).

V této souvislosti by bylo také dobré ukázat, jak se s objížděcí rychlostí mění silové poměry v pohonu. Nebudeme-li uvažovat vnější síly od obrábění či jiné poruchové odpory, je výsledná působící síla motoru rovna součtu složky potřebné k překonání třecích sil a složky dynamické na urychlení hmot. Zatímco při malých rychlostech je proud motorem (např. obr. 5.6) a jemu příslušná akční síla motoru dána především první složkou – tedy třecí, při vysokých rychlostech začne převládat složka zrychlující. To je dobře patrné z následujících dvou obrázků, na nichž jsou tři křivky odpovídající třem na čase závislým silám. Zelená křivka F_{v0} představuje naměřenou celkovou sílu motoru osy x obráběcího centra MCFV 5050 LN. Odečtením vypočtené zrychlující síly F_a (červená křivka) dané součinem okamžitého zrychlení a hmotnosti osy pak dostáváme třetí křivku (modrou), která představuje pro nás zajímavý, od dynamické složky oproštěný, průběh třecí síly F_T.

První graf je pro objížděcí rychlost v = 8 m/min. To je pro poloměr 90 mm poměrně malá rychlost, a proto také maximální dostředivé zrychlení dosáhne pouhých 0,2 m/s^2. Při hmotnosti osy x zhruba 220 kg tomu odpovídá zrychlující síla 43,5 N, což je menší díl z celkové síly motoru, která se tedy spotřebovává převážně na tření.



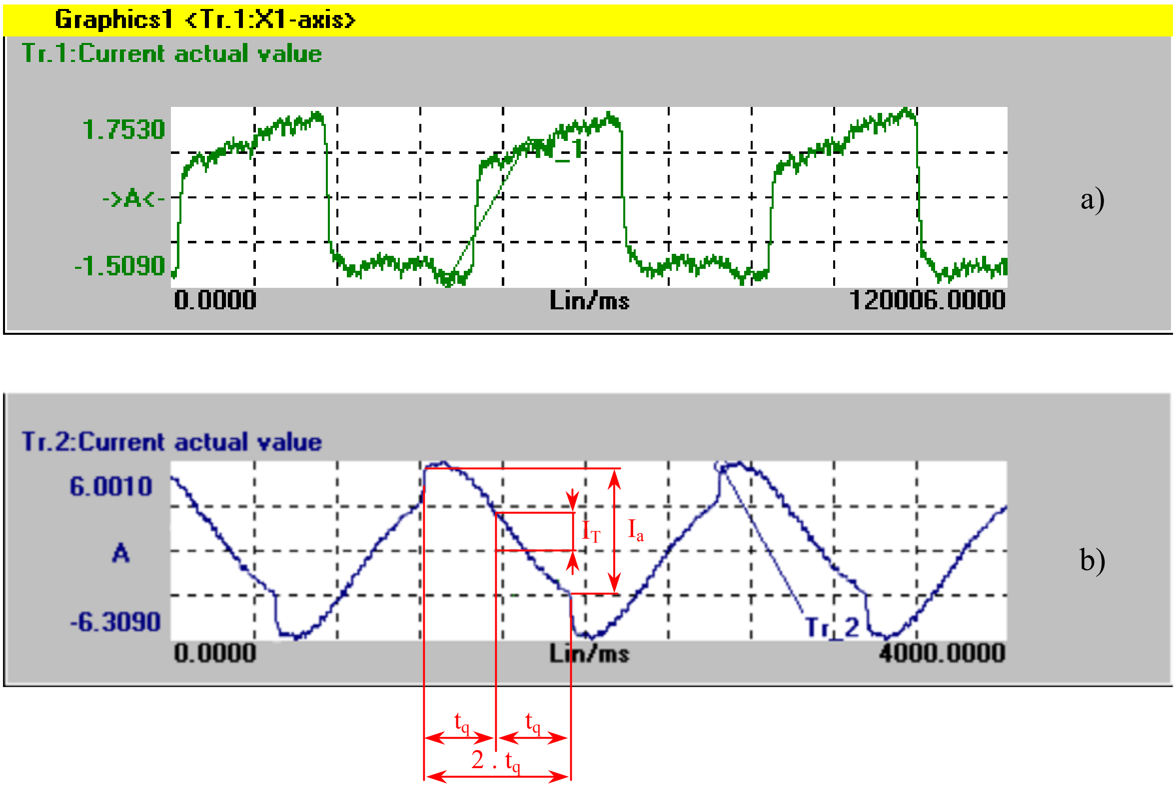
Obr. 5.6 Třecí a zrychlující síla při kruhové interpolaci (v = 8 m/min).



Obr. 5.7 Třecí a zrychlující síla při kruhové interpolaci (v = 24 m/min).

Druhý z grafů - obr. 5.7 - je již pro rychlost v = 24 m/min. To je trojnásobná rychlost oproti předchozímu případu, maximální zrychlení a odpovídající síla však vzroste na devítinásobek (kvadrát násobku rychlosti) – tedy zhruba na 391 N. Nyní již začíná výrazným způsobem převládat právě zrychlující síla. Třecí síla by se totiž s rychlostí neměla tak výrazně měnit a především v oblasti kvadrantových přechodů by měla nabývat zhruba stále stejné velikosti. Pouze v místech mezi těmito přechody bude s rostoucí rychlostí díky viskózní složce tření nabývat vyšších hodnot – křivka bude více vypouklá.

Jak tedy z uvedeného rozboru vyplývá, maximální dostředivé zrychlení příslušné osy (a tím i dynamická složka celkové síly motoru F_a) poroste s kvadrátem objížděcí rychlosti kružnice v : $a_{max} = v^2 / R$. S ohledem na tuto vlastnost je tedy pro určení Coulombovy třecí síly z proudu při kruhové interpolaci vhodnější použít menší objížděcí rychlosti, při kterých je skok proudu v důsledku třecí síly s ohledem na ostatní proudové poměry výraznější – viz obr. 5.8, kde nahoře je zaznamenán proud při rychlosti v = 0,8 m/min, dole při v = 24 m/min.



Obr. 5.8 Průběh proudu při kruhové interpolaci (R = 90 mm).

a) v = 0,8 m/min b) v = 24 m/min

V obou případech je skok proudu zhruba v rozmezí 2,1 až 2,5 A, v případě obrázku a) je ovšem díky jemnějšímu měřítku odečet přesnější.

5.3.3 Součinitel viskózního tření

Nyní si ukážeme, jak určit z kruhové interpolace další důležitý parametr, kterým je koeficient viskózního tření μ_v. Jak již bylo řečeno, výsledná síla motoru, a tím i proud, je dán součtem síly potřebné k překonání pasivních odporů a dynamické síly, která je rovna součinu požadovaného zrychlení a hmotnosti všech pohybujících se částí v příslušné ose:

$$F_a = a \cdot m \tag{5.6}$$

Podíváme-li se na rychlosti a zrychlení na obr. 5.5, je vidět, že v případě osy x je v místě označeném II a IV zrychlení nulové a rychlost maximální. To je vhodné pro určení právě viskózní složky tření. Tím, že zrychlení je nulové, bude i dynamická zrychlující síla F_a nulová a celková síla motoru F_{v0} bude tedy rovna pouze síle třecí. To potvrzují i průběhy sil na obr. 5.6 a 5.7. Podíváme–li se např. na úhel 270°, je patrné, že díky nulové zrychlující síle je v tomto místě výsledná síla motoru rovna pouze třecí síle – obě křivky se v tomto místě protínají. Zde tedy platí:

$$F_{v0} = F_T = F_C + F_v \tag{5.7}$$

$$F_v = \mu_v \cdot v \tag{5.8}$$

Aby se dostatečně projevila viskózní složka tření, je na rozdíl od předchozího případu naopak vhodné volit pro měření vyšší objížděcí rychlost kružnice. Použijeme tedy např. průběh proudu z obr. 5.8 - případ b), kdy byla objížděcí rychlost v = 24 m/min. Samotný odečet proudu I_T, který nebude obsahovat dynamickou složku síly, musíme provést v případě osy x v přechodu II nebo IV, viz. obr. 5.5. Na obr. 5.8 toto místo najdeme na časové ose vždy v polovině mezi dvěma proudovými skoky (které odpovídají místům I a III).

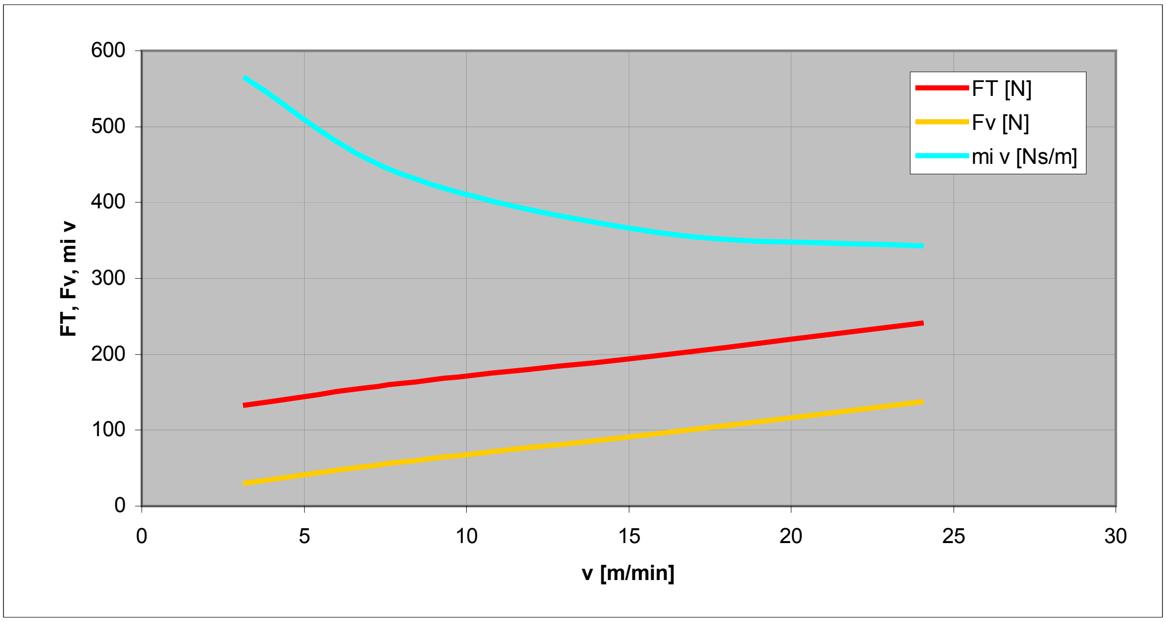
Z obr. 5.8 tedy změřením získáme I_T = 2,56 A. Vynásobením celkovou silovou konstantou K_{F3} tak celkové tření při rychlosti v = 24 m/min vychází 240,6 N. Při předpokladu, že F_C budeme uvažovat dle výše uvedeného výpočtu o velikosti F_C = 103,4 N, tak dle jednoduchých vztahů (5.7) a (5.8) dojdeme k součiniteli μ_v. (U modelu s postupným nárůstem třecí síly (lineárního) je nutné v následujícím vztahu namísto „*v*“ dosadit „v-v_0“ - viskózní součinitel pak vychází nepatrně vyšší).

$$\begin{aligned} &F_T = F_C + F_v \\ &I_T \cdot K_{F3} = F_C + v \cdot \mu_v \\ &2{,}56 \cdot 94 = 103{,}4 + 0{,}4 \cdot \mu_v \quad \Rightarrow \quad \underline{\mu_v = 343{,}1\ Nsm^{-1}} \end{aligned} \tag{5.9}$$

S ohledem na μ_v zjištěné měřením při ustálené rychlosti (odst. 5.2) je to poměrně velký rozdíl, ale vzhledem k tomu, že stoupající charakter hodnoty naměřených pasivních odporů v obr. 5.1 nemá zcela lineární charakter a s rostoucí rychlostí tento sklon klesá, dalo by se říci, že s vyšší rychlostí bude i koeficient viskózního tření menší, a tudíž výsledek 343,1 Ns/m pro rychlost 24 m/min by mohl odpovídat 430 Ns/m pro rychlosti kolem 8 m/min, při které se křivky naměřeného a linearizovaného průběhu tření na obr. 5.1 protínají. To potvrzuje i následují tabulka a graf, v nichž je uveden vypočítaný (podle výše uvedeného postupu z měření při kruhové interpolaci) viskózní koeficient pro různé objížděcí rychlosti v ose x.

v	v	I_T	F_T	F_v	μ_v
[m/min]	[m/s]	[A]	[N]	[N]	**[Ns/m]**
3,2	0,05	1,42	133,48	30,08	**564,0**
8	0,13	1,72	161,68	58,28	**437,1**
16	0,27	2,12	199,28	95,88	**359,6**
24	0,40	2,56	240,64	137,24	**343,1**

Tab. 5.2 Součinitelé viskózního tření zjištěné pro různé objížděcí rychlosti při kruhové interpolaci.



Obr. 5.9 Součinitelé viskózního tření μ_v zjištěné pro různé objížděcí rychlosti při kruhové interpolaci.

Jak je z grafu dobře patrné, potvrdil se předpoklad, že při vyšší rychlosti se součinitel viskózního tření μ_v snižuje (modrozelená křivka) a viskózní složka tření (žlutá křivka) má tím pádem menší sklon než při malých rychlostech. Zároveň bylo ověřeno, že i z průběhů proudů při kruhové interpolaci lze získat podobné výsledky jako při zjišťování velikosti třecí síly během pohybu suportu konstantní rychlostí. Kdybychom totiž na obr. 5.1 neproložili naměřené výsledky přímkou, ale pro každou hodnotu třecí síly v tab. 5.1 vypočítali samostatně viskózní koeficient, dospěli bychom k podobným výsledkům jako v této kapitole.

5.3.4 Hmotnost pohybujících se částí

Neznáme-li celkovou pohybující se hmotu příslušné osy, je z naměřeného průběhu proudu při kruhové interpolaci možné přibližně odhadnout i tuto veličinu. K tomu je nutné naměřit rozdíl proudů v místech reverzace osy (bez skokového nárůstu odpovídající třecí síle), kde je dosahováno maximálního zrychlení – viz hodnota I_a obr. 5.8. Velikost tohoto proudu podělená dvěma pak odpovídá proudu - síle, která je potřebná k urychlení námi hledané hmotnosti zátěže na příslušné maximální zrychlení.

$$a = \frac{v^2}{R} \tag{5.10}$$

$$F_a = \frac{I_a}{2} \cdot K_{F3} \tag{5.11}$$

$$m = \frac{F_a}{a} \tag{5.12}$$

V našem případě z obr. 5.8 pro v = 24 m/min vychází I_a = 8,4 A. Hmotnost osy x tedy vychází:

$$m = \frac{I_a . K_{F3} \cdot R}{2 \cdot v^2} = \frac{8,4 \cdot 94 \cdot 0,09}{2 \cdot \left(\frac{24}{60}\right)^2} = \underline{222,1\ kg}$$

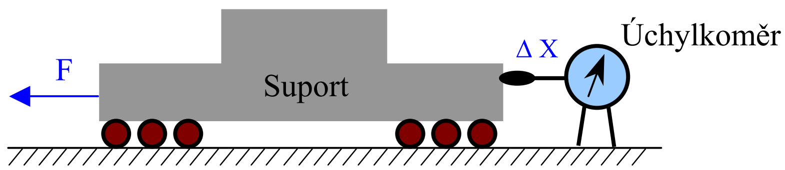
Tato hodnota téměř přesně souhlasí s výrobcem uváděnou hmotností 220 kg.

5.4 Určení předkluzného posunutí

Chceme-li při simulacích využít dynamický model tření, potřebujeme kromě běžných parametrů třecí síly určit i hodnotu tuhosti styku k_s a koeficientu tlumení b_s (fiktivní pružiny) zaručující malé vzájemné posunutí stýkajících se ploch před rozjetím suportu.

Toto měření je nejlépe realizovatelné externím působení na suport a měřením jeho výchylky. Protože však frézovací centrum MCFV 5050 LN má ve vypnutém stavu suporty bržděny a navíc při malých výchylkách předkluzného posunutí by mohlo být toto měření ovlivněno přitažlivými silami magnetů a jejich silovými projevy při přechodech mezi jejich pólpáry, nebyl tento experiment prováděn přímo na obráběcím centru, ale k tomuto účelu měření byl použit zkušební stav s jednou posuvovou osou, která má velmi podobné hmotnostní, ale především díky stejnému valivému vedení také třecí parametry jako osa x frézovacího centra.

Měření probíhalo za podmínek dle obr. 5.10. Na suport bylo působeno konstantní silou a byla sledována výchylka pomocí mikronových hodinek. Síla byla přírůstkově zvyšována až do doby, než se suport dal do pohybu.

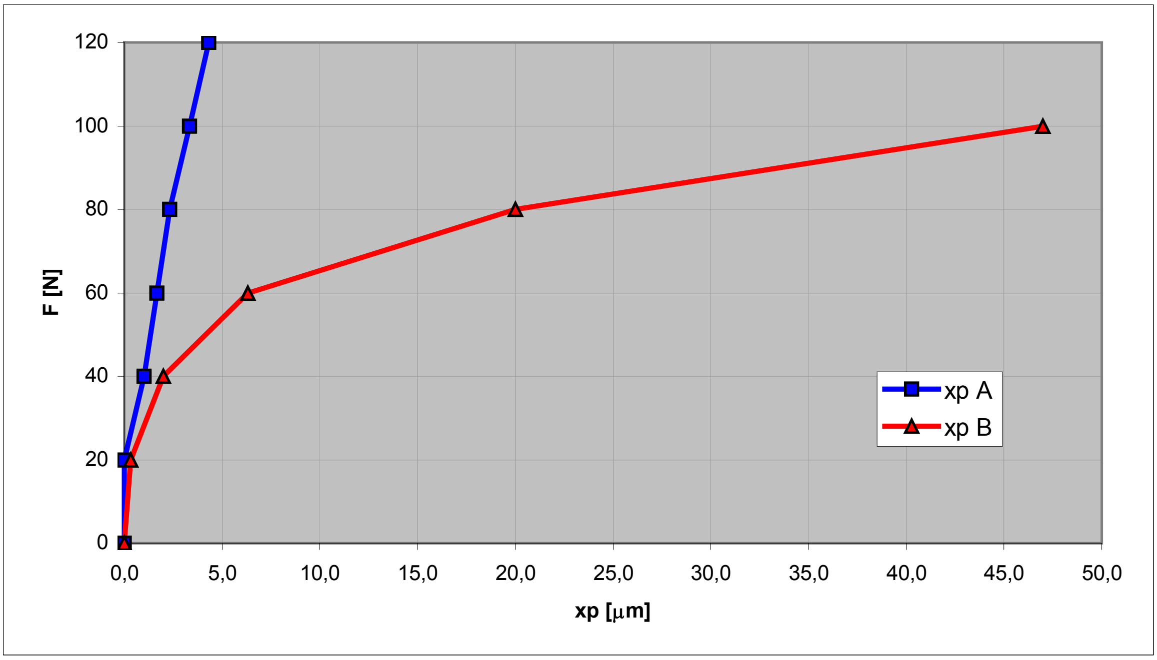


Obr. 5.10 Schéma měření předkluzného posunutí.

Samotné měření probíhalo dvěma různými postupy. V obou případech se suport nejprve uvedl do pohybu a poté se nechal samovolně vlivem třecích sil zastavit. V případě prvního měření *A* se následně působilo na suport externí silou ve stejném smyslu, jako byl směr předchozího pohybu, v případě měření *B* v opačném směru. Jinými slovy, byl-li pohyb suportu před zastavením např. kladného směru, při měření *A* se působilo silou taktéž kladného směru, při měření *B* záporného a opačně. Měření bylo z důvodu přesnosti několikrát opakováno a vypočtený průměr odchylky x_p pro po dvaceti Newtonech se zvyšující sílu byl pro oba způsoby měření zaznamenán do tab. 5.3. Graf je pak na obr.5.11.

F [N]	x_p A [μm]	xp B [μm]
0	0,0	0,0
20	0,0	0,3
40	1,0	2,0
60	1,7	6,3
80	2,3	20,0
100	3,3	47,0
120	4,3	-

Tab. 5.3 Hodnoty předkluzného posunutí.



Obr. 5.11 Naměřené předkluzné posunutí.

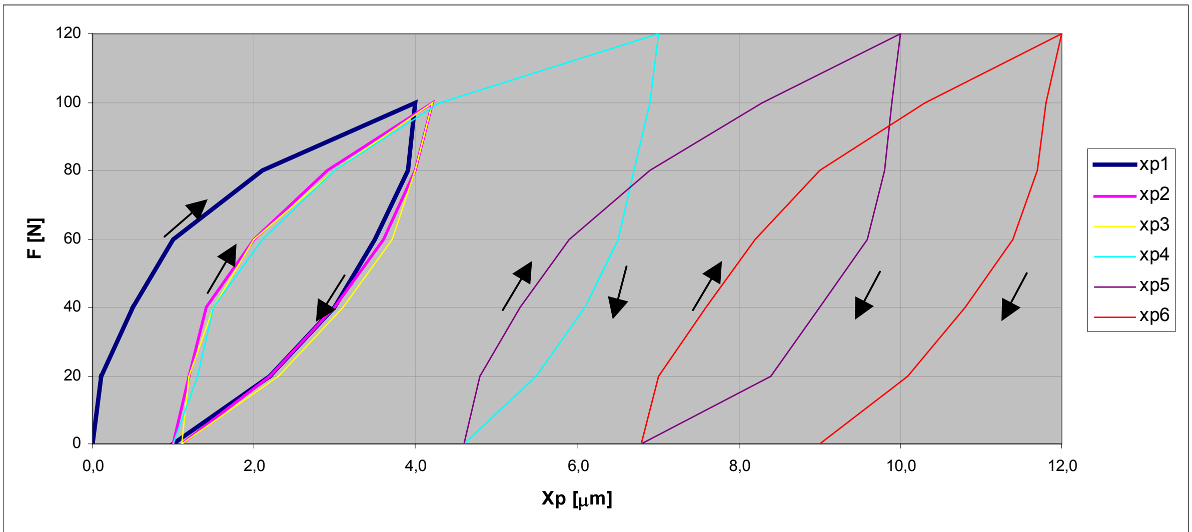
Jak je z grafu na první pohled patrné, v případě *A* (silové působení ve stejném směru jako byl předchozí pohyb) vyšla styková tuhost zhruba desetkrát vyšší než v případě *B*. Menší tuhost při zpětném pohybu by mohla být způsobena malými kluznými pohyby v kontaktech, hysterezí materiálu nebo zřejmě také nepatrným chvilkovým pohybem suportu při vyšším silovém působení, k němuž někdy při síle nad 80 N docházelo. Každopádně z naměřených údajů lze usuzovat, že v případě následného protisměrného pohybu má vedení nižší stykovou tuhost než v případě pohybu ve stejném smyslu nebo že v případě reverzace je nutné uvažovat složku Coulombova tření zhruba o 10-20 % nižší.

Dle naměřených hodnot vychází v případě *A* styková tuhost k_s, mající vliv na předkluzné posunutí u dynamického modelu, na $\boldsymbol{k_{sA}} = \mathbf{2{,}8\ .\ 10^7}$ **N/m**. V případě *B* je k_s zhruba $\boldsymbol{k_{sB}} = \mathbf{2{,}1\ .\ 10^6}$ **N/m**. Podle vztahu (4.15) pak lze již jednoduše pro danou tuhost a hmotnost zátěže dopočítat příslušný koeficientu tlumení b_s.

Graf 5.11 je vykreslen do hodnoty síly 120 N, resp. 100 N. Nad touto hodnotou již došlo k překonání statické třecí síly a k přechodu z fáze klidu do fáze pohybu a k rozjetí suportu. Jakmile byl ale suport uveden do pohybu, setrvával v něm povětšinou i při zhruba o 10% menší síle než síle, která vyvolala jeho rozjetí. Při dalším poklesu síly se suport již zastavil. Z tohoto lze usoudit, že statická třecí síla by mohla být přibližně rovna 1,1 násobku síly Coulombovy. Tedy $\mathbf{F_{Ts} = 1{,}1\ .\ F_C}$.

Poznámka: Tvrzení o existenci statické síly neplatilo důsledně v případě B, kdy často docházelo k rozjetí suportu již při menší působící síle.

Další obrázek ukazuje, jaké bylo chování suportu, bylo-li na něj působeno na rozdíl od předchozího případu nejen rostoucí, ale posléze také klesající silou. Zjištěné velikosti výchylky suportu jsou v grafické podobě zaznamenány na obr. 5.12.

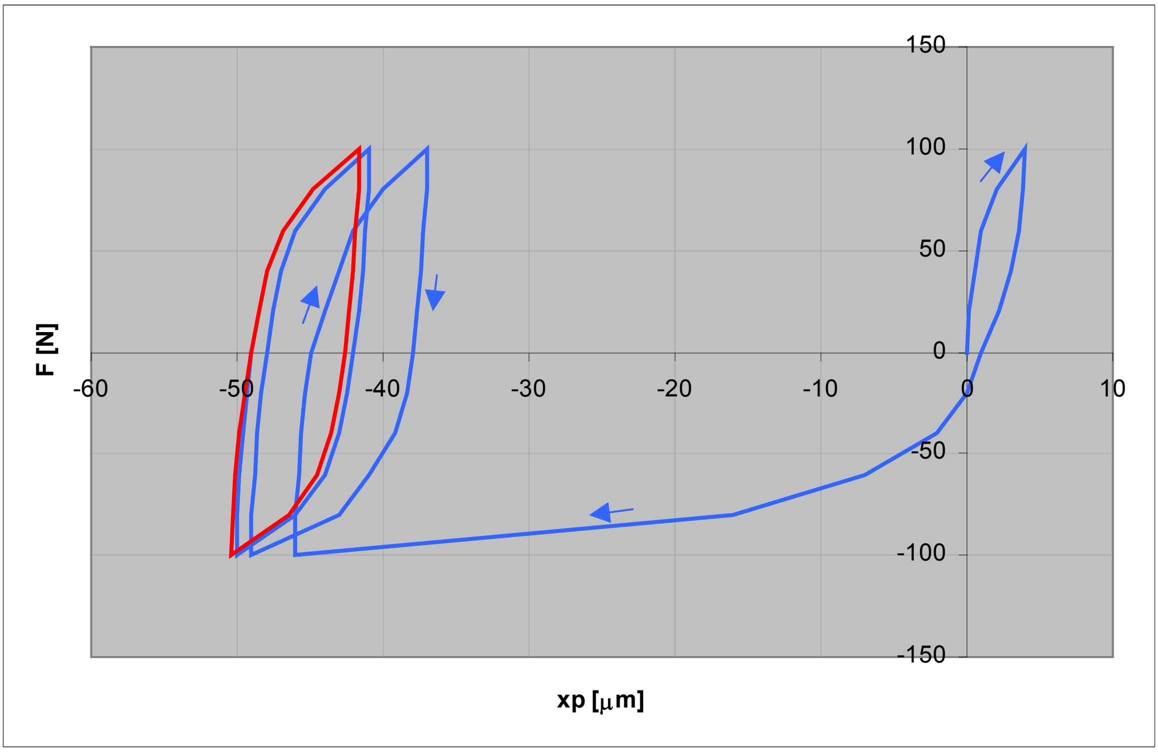


Obr. 5.12 Předkluzné posunutí při rostoucí a klesající zátěžné síle.

První série měření (viz křivky x_{p1} až x_{p3}) byla prováděna zatěžováním a odlehčováním silou do maximální hodnoty 100 N. Jak je z grafu patrné, po prvotním malém posunu se měření ustálilo a suport se po zaniknutí externí síly vždy vrátil do původní polohy. To potvrzuje, že i valivé vedení zachycuje fenomén vzájemného malého posunutí vyskytující se během fáze kontaktu. Tření se tedy opravdu chová jako pružinové a při aplikaci síly, která nepřekročí jistou mez, dojde k vychýlení suportu, jenž se ovšem díky pružnosti k_s po zaniknutí síly vrátí zhruba do výchozí polohy. Dále si lze povšimnout, že styková tuhost není lineární a navíc díky hysterezi neprobíhá po stejné křivce při zatěžování a odlehčování.

Druhá série měření (viz křivky x_{p4} až x_{p6} na obr. 5.12) byla realizována podobným způsobem, pouze maximální síla stoupla na hranici 120 N, což se na základě předchozího měření ukázalo jako hraniční síla setrvání suportu v klidu. Ukázalo se, že při tomto zvýšení síly se suport taktéž choval pružinově a při zaniknutí síly měl opět snahu návratu, nyní již ovšem jeho poloha nenabyla výchozí hodnoty a i po úplném vymizení síly zůstala mírně posunuta ve směru jejího předchozího působení. Dalo by se to vysvětlit tím, že při této hraniční síle již nedochází pouze k pružné, ale také k částečné plastické mikrodeformaci, jenž se zmaří na teplo a nemůže tak být po zaniknutí síly vrácena zpět do systému. Přípustná je i skutečnost, že díky velké síle již dojde k prostému malému pohybu suportu.

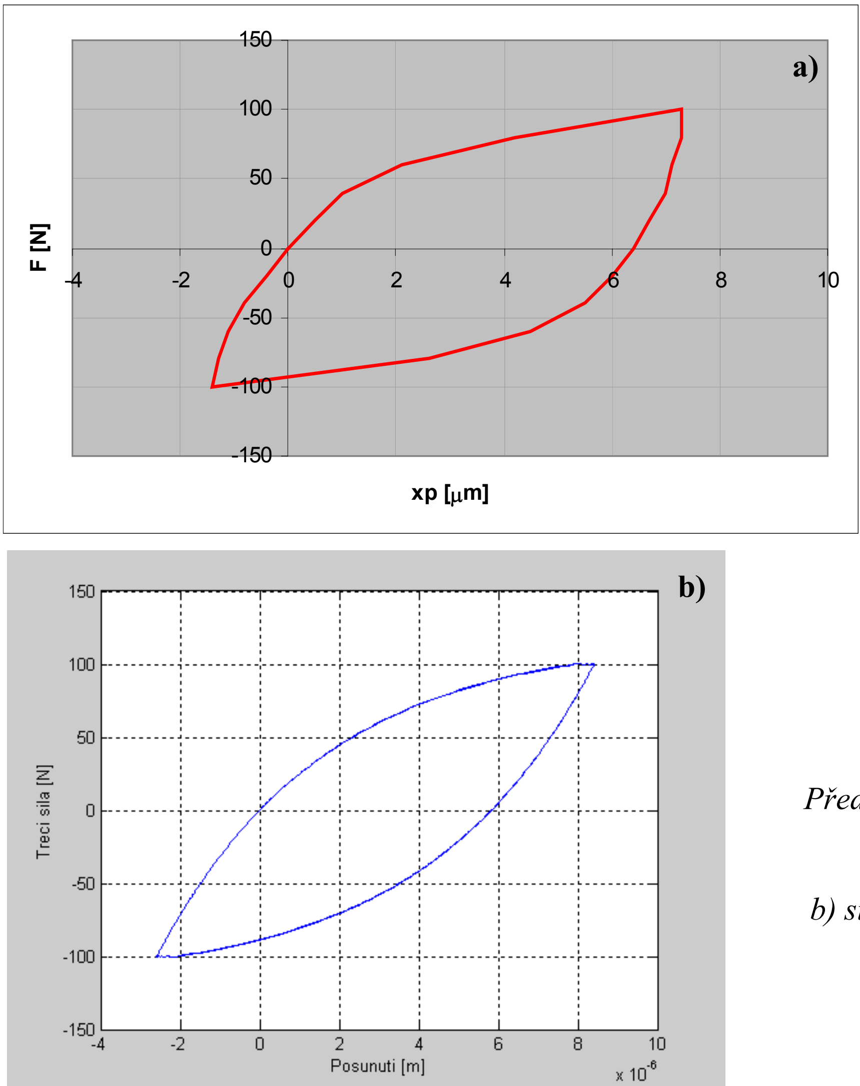
Poslední z řady měření předkluzného posunutí je případ, který je obdobou teoretického popisu a simulace v kapitole 4.4.3.1 *„Předkluzné posunutí“.* Podobně jako v simulacích popsaných v uvedené kapitole, působili jsme při našich měření na suport rostoucí externí silou, která měla nejprve stoupající charakter až do hodnoty 100 N, poté klesala na hodnotu –100 N. Toto se několikrát opakovalo. Výsledky měření jsou zaznamenány v grafické podobě na obr. 5.13.



Obr. 5.13 Předkluzné posunutí v závislosti na kladné a záporné externí síle.

Protože zatěžování začalo ve směru předchozího pohybu suportu, jeho prvotní vychýlení bylo poměrně malé. Po změně smyslu síly však došlo k výraznějšímu posunutí suportu v řádu několika desítek mikronů ve směru jejího působení. Při následných cyklech kladného a záporného zatěžování se tato posunutí zmenšovala, až došlo k ustálení a suport se zhruba po pěti cyklech vychyloval rovnoměrně kolem rovnovážné polohy (viz červená křivka na obr. 5.13).

Vykreslíme–li si tuto část do samostatného grafu – obr. 5.14 a), lze tyto naměřené hodnoty dobře porovnat s nasimulovanými výsledky - obr. 5.14 b). Pro simulaci byl použit dynamický model LuGre, v němž byly použity parametry naměřené a vypočítané v této kapitole. Jak je z obou obrázků vidět, co se týká malých posunutí ve stadiu kontaktu, odpovídá třecí model LuGre velmi dobře naměřeným výsledkům na reálném zařízení.



Obr. 5.14

Předkluzné posunutí.

a) měření

b) simulace - LuGre

5.5 Shrnutí parametrů třecí funkce

V následující tabulce jsou shrnuty měřením, případně výpočtem zjištěná rozmezí (hodnoty byly odečítány v rozsahu rychlostí 0,8 – 48 m/min) velikosti hlavních parametrů třecích funkcí pro osu x, tak jak byly postupně uvedeny v této kapitole. Zároveň uvádí výsledné hodnoty i pro osu y, které byly současně také určeny.

	Osa X	Osa Y
Všechny modely		
Coulombova síla F_C [N]	98 – 131	205 – 335
Statická třecí síla F_{Ts} (násobek F_C) [1]	1 – 1,1	1 – 1,1
Součinitel viskózního tření μ_v [Nsm^{-1}]	343 – 564	485 – 1425
Hmotnost pohyblivých částí osy m [kg]	204 – 246	494 – 546
Lineární B1		
Součinitel sklonu 1. křivky μ_0 [Nsm^{-1}]	12000	29000
Rychlost zlomu křivek v_0 [$m.min^{-1}$]	0,55	0,55
Parabolický B2		
Řád paraboly n	3-4	3-4
Násobící koeficient paraboly a	300 – 400	750 – 900
LuGre C		
Tečná tuhost statického kontaktu k_s [Nm^{-1}]	$2{,}8.10^7 – 2{,}1.10^6$	$7.10^7 – 5{,}2.10^6$
Poměrné tlumení statického kontaktu ζ_s [1]	0,1	0,1
Stribeckova rychlost v_s [$m.s^{-1}$]	0,001	0,001

Tab. 5.4 Přehled naměřených (případně vypočítaných) parametrů třecí síly.

Poznámky:

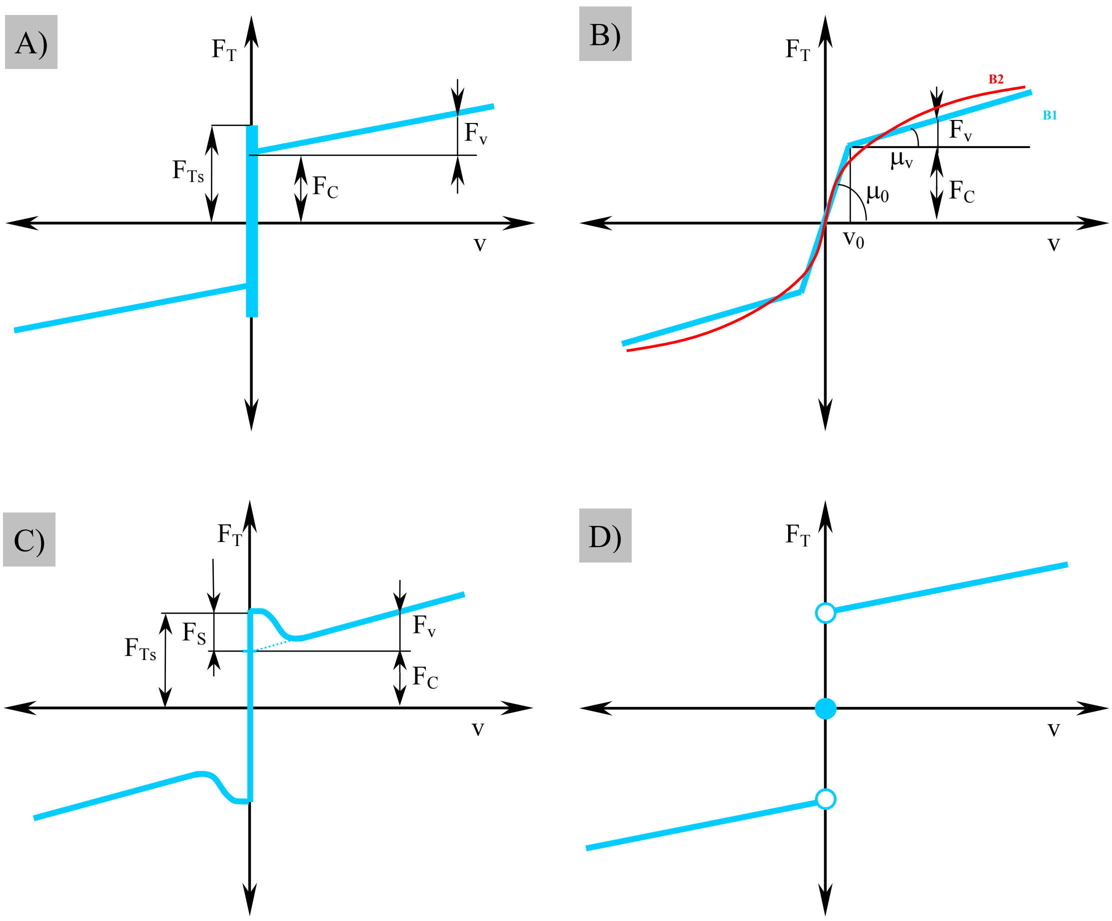
- Velký rozdíl v hodnotách součinitele viskózního tření v ose y je dán především jeho rozdílnými hodnotami při různých rychlostech. V oblasti malých rychlostí stoupalo tření v závislosti na rychlosti mnohem rychleji a součinitel tak vycházel větší, při vyšších rychlostech již nebyl gradient tak výrazný. Pro upřesnění modelu by tak bylo nutné uvažovat proměnnost tohoto koeficientu, zvláště v oblasti nižších rychlostí.
- Velikost součinitele rychlostně závislého tření při velmi malých rychlostech μ_0 u lineárního modelu byla zjišťována iterativně sesouhlasením polohové odchylky naměřené a simulované při kruhové interpolaci pro objížděcí rychlost 16 m/min.

Závěrem této kapitoly lze konstatovat, že při vyšetřování projevů tření na obráběcím centru MCFV 5050 LN se při kruhové interpolaci neprojevila typická statická složka třecí síly, která je obvyklá u kluzného vedení. Tuto skutečnost lze vysvětlit tak, že při relativně rychlém kmitavém pohybu osy mají plochy, které o sebe třou, velmi málo času na to, aby mohly na sobě ulpět a mechanismus statického tření aktivovat. Současně jde vzhledem k reverzaci pohonu vlastně o protisměrný pohyb, u kterého byla (při pokusu o změření předkluzného posunutí) pozorována nižší počáteční třecí síla a vyšší poddajnost stykového kontaktu. Navíc nelze zapomínat ani na to, že posuvy zkoumaného stroje jsou realizovány valivým vedením. Klasické modely tření byly vesměs identifikovány pro vedení kluzné, které je proti valivému vedení podstatně jednodušší. Konstrukční složitost a sama podstata valivého vedení tak může být příčinou nestandardního tvaru třecích funkcí. Podstata předkluzného posunutí a pohyb při malých rychlostech pak budou zřejmě způsobeny určitou poddajností valivých elementů či hnízd ve směru pohybu a také poddajností jejich uchycení.

Obr. 5.15
Vertikální tříosé frézovací centrum MCFV 5050 LN s lineárními motory.

6. Vyhodnocení výsledků simulace

Pro posouzení chování prvků tření bude v této kapitole provedeno porovnání naměřených a simulací získaných výsledků. Zároveň budou uvedeny názorné simulace pro ilustraci typických vlastností funkce tření. Ověříme vhodnost, případně nevhodnost použití jednotlivých popsaných třecích modelů v různých režimech práce stroje. Použity budou vždy čtyři modely tření – nejjednodušší klasický model tření (obr. 6.1 – A), model s postupným nárůstem třecí síly (obr. 6.1 - B_1: lineární, B_2: parabolický nárůst) a nejsložitější dynamický model LuGre (obr. 6.1 – C). Třecí funkce „Coulomb & Viscous Friction“ z Matlabu (obr. 6.1 – D) nebyla pro svou nevhodnost testována vůbec. Tato funkce se již při dřívějších testech [18] ukázala pro modelování tření při malých rychlostech v obráběcích strojích jako nevhodná.



Obr. 6.1 Průběh třecí síly.

A) klasický model tření *B) model s postupným nárůstem třecí síly*

C) dynamický model LuGre *D) model Coulomb & Viscous friction*

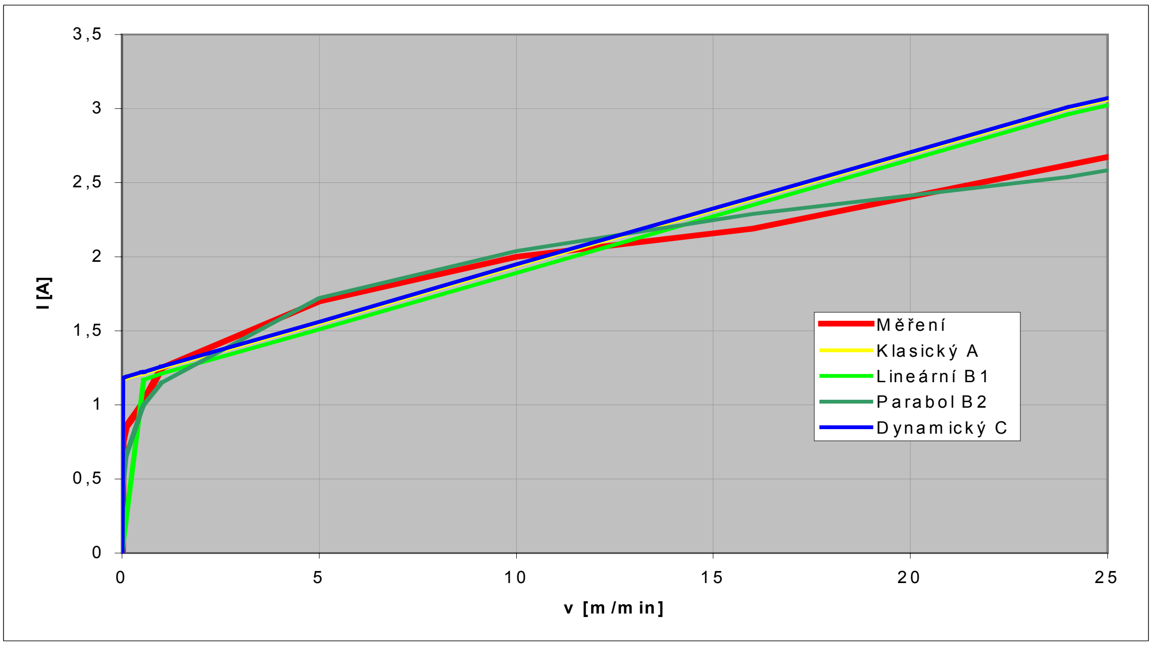
Všechny simulace budou prováděny na vytvořeném modelu (viz. kapitola 3. „*Model NC stroje*“) posuvové osy, v případě spolupráce více os (např. kruhová interpolace) bude tento model rozšířen o příslušné osy a bude přidán generátor žádané hodnoty pro jednotlivé osy. Měření byla prováděna přímo na obráběcím frézovacím centru MCFV 5050 LN.

6.1 Konstantní rychlost

První porovnání se bude týkat pohybu osy X konstantní rychlostí. Simulace i měření proběhlo při několika různých rychlostech a závislosti byly vykresleny do grafu na obr. 6.2. Byla měřena a při simulacích odečítána velikost proudu motorem, neboť ta nejlépe charakterizuje, jakou silou motor působí na suport. Skutečné naměřené hodnoty proudu při jednotlivých rychlostech (0,02; 0,1; 0,5; 1; 5; 10; 16 a 24 m/min) osy x jsou v grafu pospojovány červenou křivkou. Ostatní křivky ukazují nasimulované hodnoty proudu při použití jednotlivých modelů třecí síly. Jako parametry třecích funkcí při simulaci byly použity naměřené či vypočítané hodnoty z předchozí kapitoly. Přesné nastavení uvádí tab. 6.1.

Parametr	**Osa X**
Coulombova síla F_C [N]	115
Statická třecí síla $F_{Ts,}$ resp. násobek F_C [1]	1
Součinitel viskózního tření μ_v [Nsm^{-1}]	430
Hmotnost pohyblivých částí osy m [kg]	225
Součinitel sklonu 1. křivky μ_0 [Nsm^{-1}]	12000
Rychlost zlomu křivek v_0 [$m.min^{-1}$]	0,55
Řád paraboly n	4
Násobící koeficient paraboly a	300
Tečná tuhost statického kontaktu k_s [Nm^{-1}]	1.10^7
Poměrné tlumení statického kontaktu ζ_s [1]	0,1
Stribeckova rychlost v_s [$m.s^{-1}$]	0,001

Tab. 6.1 Přehled parametrů třecích funkcí užitých při simulaci (konstantní rychlost).



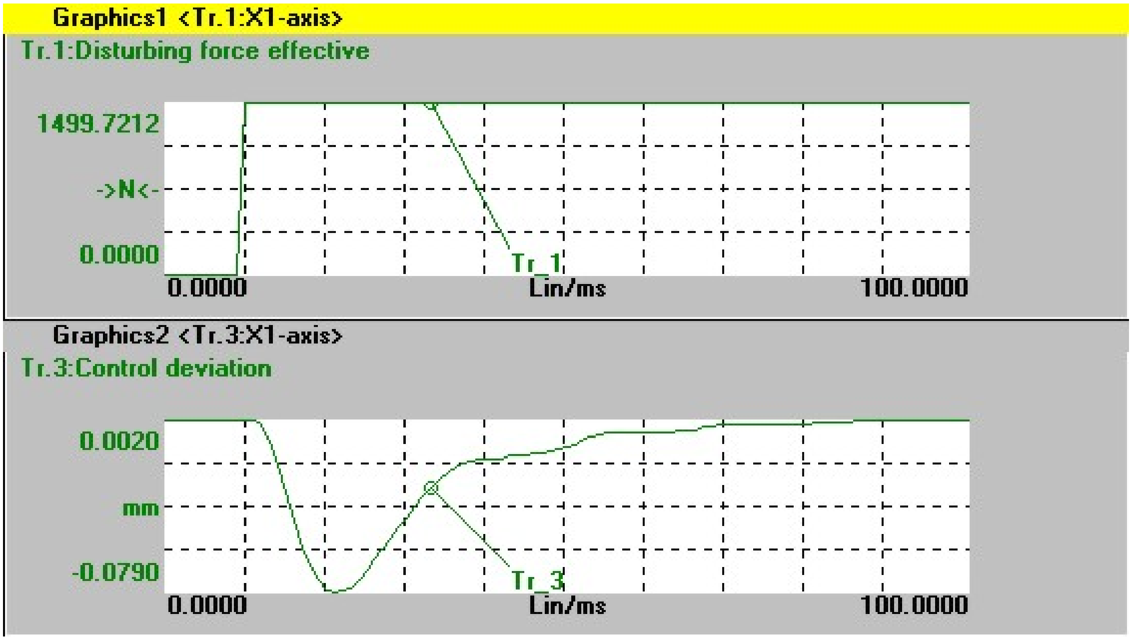
Obr. 6.2 Měřením a simulací získaný proud motorem při pohybu suportu konstantní rychlostí.

Jak se dalo očekávat, při pohybu stálou rychlostí se ukázaly všechny modely jako poměrně vhodné. Především od rychlosti 1 m/min (neplatí obecně – záleží na konkrétním uspořádání) se všechny modely velice dobře přibližují k naměřeným hodnotám. Pod touto hranicí to již důsledně neplatí. Zatímco klasický model (A) a model LuGre (C) mají příliš strmý nárůst třecí síly při malých rychlostech, model s lineárním náběhem třecí síly (B_1) ho má naopak až velice pozvolný. Nevýhody těchto obou případů by šly výhodně řešit dvěma případně více součiniteli viskózního tření, kdy do určité rychlosti by se počítala velikost třecí síly s vyšší hodnotou součinitele, od této hranice s jiným – nižším součinitelem viskózního tření. Při malých rychlostech se nejlépe osvědčil model s parabolickým náběhem (B_2), který nejlépe koresponduje s naměřenými daty . Dále stojí za povšimnutí, že model A a C mají naprosto stejný průběh. Je to dáno tím, že dynamický model se při stejně nastavených hodnotách F_C a μ_v za ustálených podmínek v podstatě chová shodně s klasickým modelem (zde nevyužijeme jeho dynamických vlastností) – platí zde stejné zákonitosti. Jeho silná stránka se naplno uplatní teprve při dynamických jevech, které se při samotném obrábění často vyskytují.

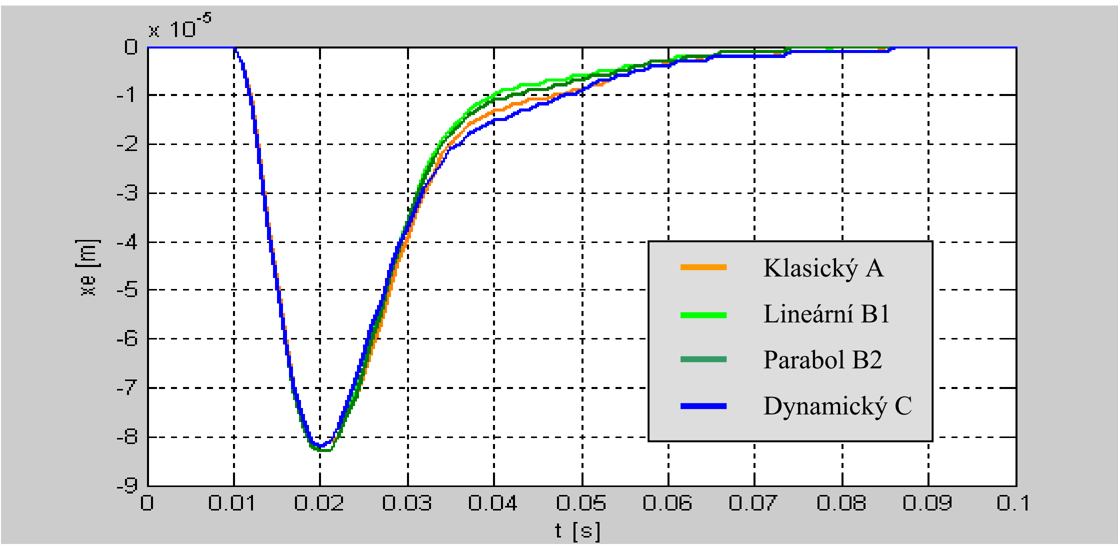
Protože se při tomto testu neuplatňuje statická složka třecí síly, předkluzné posunutí ani samotná dynamika, lze obecně říci, že při pohybu konstantní rychlostí obstojí i ty nejjednodušší třecí modely. Jediným parametrem, který tyto simulace ovlivňuje a je tedy nutné jeho správné nastavení, je velikost Coulombovy třecí síly a viskózní koeficient.

6.2 Rázová dynamická poddajnost

Další test, který ověří nejen vhodnost třecí funkce, ale především správnost seřízení parametrů simulačního modelu posuvové osy, je rázová dynamická poddajnost polohové smyčky. Ta ukazuje odezvu systému na skokovou změnu vnější síly. Pro naše účely byl na motory v polohové vazbě zaveden v čase 0.01 s skok síly (v případě měření byly skoky sil imitovány pomocí skoků proudů zadaných na proudový regulátor) o velikosti poloviny jejich trvalé dovolené síly, pro osu x tedy F_x = 1500 N. Naměřenou odezvu ukazuje obr. 6.3, dynamickou poddajnost získanou simulací pak obr. 6.4.



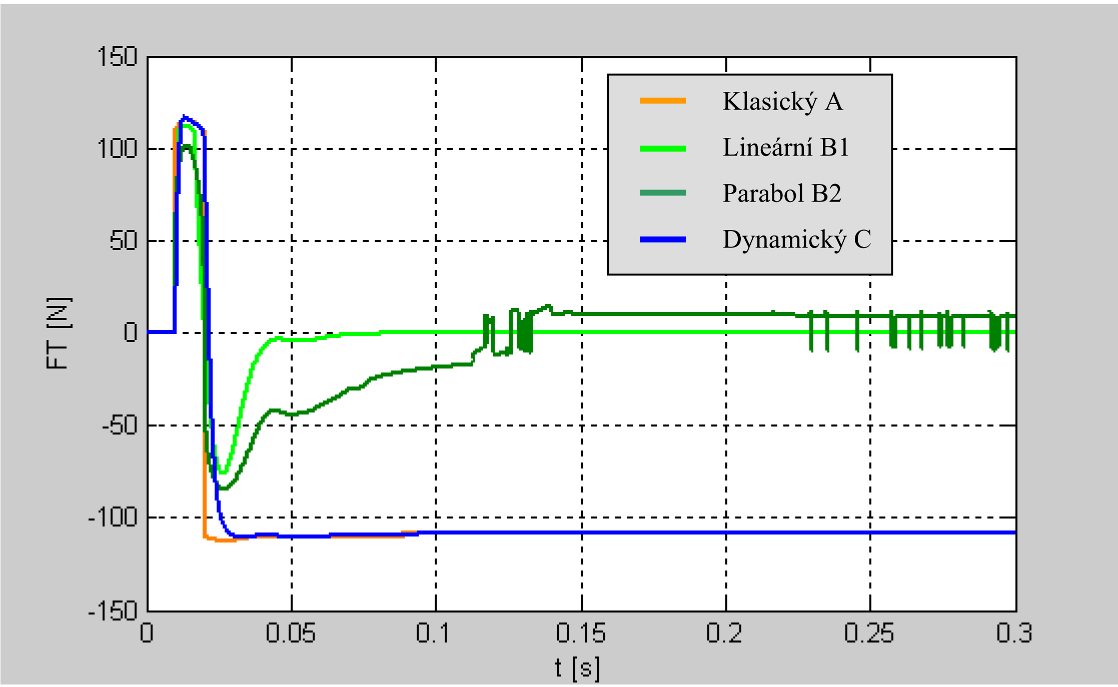
Obr. 6.3 Rázová dynamická poddajnost osy X – měření.



Obr. 6.4 Rázová dynamická poddajnost osy X – simulace.

Jak je z obou grafických průběhů patrné, časové průběhy polohové odchylky získané měřením i simulací jsou zhruba shodné. V obou případech se maximální odchylka pohybuje okolo 80 μm a pohon se vrací do původní polohy v čase okolo 70 ms. Měření tedy velmi dobře souhlasí s výsledky simulací, což mimo jiné potvrzuje správnost nastavení počítačového modelu posuvové osy.

Při porovnání výsledků pro různé třecí modely lze říci, že až na jednu výjimku dávají všechny testované modely téměř shodné výsledky, co se týká sledované polohové odchylky. Pouze u modelu s parabolickým nárůstem třecí síly nedošlo po odeznění přechodového jevu k ustálení působící síly motoru na konstantní hodnotě, ale nepravidelně kmitala v rozmezí zhruba ± 15 N. To někdy způsobovalo i nežádoucí překmity v samotné polohové odchylce. Po bližším prozkoumání výsledků simulací se ukázalo, že tento jev způsobuje třecí síla, která se po zastavení suportu neustálí na pevné hodnotě, ale kmitá kolem nuly se zmíněnou amplitudou 15 N – viz obr. 6.5 – tmavě zelená křivka.



Obr. 6.5 Třecí síla při rázové dynamické poddajnosti osy X – simulace.

Domnívám se, že tento jev je způsoben právě použitou funkcí odmocniny u tohoto modelu tření. Její derivace (sklon křivky vyjadřující závislost třecí síly na rychlosti) nabývá pro velmi malé rychlosti vysokých hodnot, v nule je dokonce nekonečná. Při omezené velikosti kroku simulačního výpočtu se tak může v okolí nulové hodnoty lehce stát, že malá změna rychlosti v rámci jednoho výpočetního kroku vyvolá natolik velkou

„skokovou“ změnu třecí síly, že tento skok síly druhotně působí analogicky jako skok síly externí. Ten vyvolá náhlou změnu rychlosti a ta potažmo na ní závislé třecí síly. Protože se tyto prudké změny třecí síly vyskytují díky charakteru parabolické funkce právě v oblasti kolem nulové rychlosti, dochází zřejmě k nežádoucímu rozkmitání systému kolem nulové hodnoty (obr. 6.5).

Pro představu o velikosti zmiňovaného nárůstu třecí síly uvádím hodnoty u modelu s lineárním a parabolickým nárůstem. Dojde-li během jednoho výpočetního kroku ke změně rychlosti o pouhých $\Delta v = 1 \,.\, 10^{-5}$ m/s (z $1 \,.\, 10^{-5}$ na $2 \,.\, 10^{-5}$ m/s), změní se velikost třecí síly u modelu s lineárním nárůstem o 0,07 N, ale u modelu s parabolickým o celých 3,19 N. Ještě markantnější je to v samotném počátku. Zatímco v prvním případě se při změně rychlosti z 0 m/s na $1 \,.\, 10^{-5}$ m/s změní tření opět o 0,07 N, v druhém problematickém případě je to dokonce o 16,87 N. To už je dostatečně velká náhlá změna, aby vyvolala výše zmíněné problémy.

Námitkou by mohlo být, že u klasického modelu tření je v nule nárůst třecí síly až do velikosti Coulombova tření také nekonečně velký. To je sice pravda, ale nezávisí pouze na rychlosti jako u modelu s parabolickým nárůstem, ale v této oblasti je závislý také na výsledné působící síle, která nebezpečí náhlých skokových změn velikosti třecí síly eliminuje [18]. To potvrzují i průběhy na obr. 6.5, kde je vidět velký rozdíl mezi průběhy A, C a B_1, B_2. Zatímco u modelů s postupným nárůstem třecí síly (B_1, B_2) (zde je závislost pouze na rychlosti) tření po odeznění přechodového jevu zcela vymizelo, u klasického a dynamického modelu (A, C) setrvalo několik newtonů pod hodnotou Coulombova tření a systém zůstal v jakémsi „napjatém“ stavu. Jaký výsledek je správný a odpovídá realitě si ukážeme na dalších testech a měřeních.

6.3 Kruhová interpolace

K dalšímu posouzení třecích modelů nám poslouží již klasický a dobře známý test kruhové interpolace. Při něm dochází ke spolupráci dvou os, kdy oba pohony střídavě reverzují při přechodech mezi jednotlivými kvadranty. V těchto okamžicích dochází díky změně směru pohybu ke skokovým změnám třecích sil, které jsou pro systém fakticky silou vnější a pohon reaguje podobně jako při skoku externí síly u testu rázové dynamické poddajnosti. V kvadrantových přechodech tak dochází vlivem třecích sil k chybě poloměru a k místním tvarovým odchylkám, jež vznikají v podstatě superponováním výkmitů rázové poddajnosti na příslušnou kružnici.

6.3.1 Generátor žádaných hodnot

K tomu, abychom mohli porovnat naměřené výsledky testu kruhové interpolace se simulačním modelem, je nutné simulační schéma dvou spolupracujících os doplnit o vhodný generátor žádaných hodnot. Ten nám v pravoúhlé dvojdimenzionální soustavě os X a Y zaručí rozložení pohybu do harmonických průběhů. Žádaná dráha pro osu X je: $x_ž$ (t) = R . cos (ωt) a pro osu Y: $y_ž$ (t) = R . sin (ωt). Z důvodu použití feedforwardů však potřebujeme mít k dispozici kromě žádané polohy také signály o požadované hodnotě rychlosti a zrychlení obou os. Bylo tedy třeba sestavit blok, který na základě požadované úhlové rychlosti objíždění kružnice ω [rad/s] a případně úhlového zrychlení ε [rad/s^2] na výstupu poskytne kromě žádaných hodnot drah obou os také žádané hodnoty dopředných signálů os X a Y.

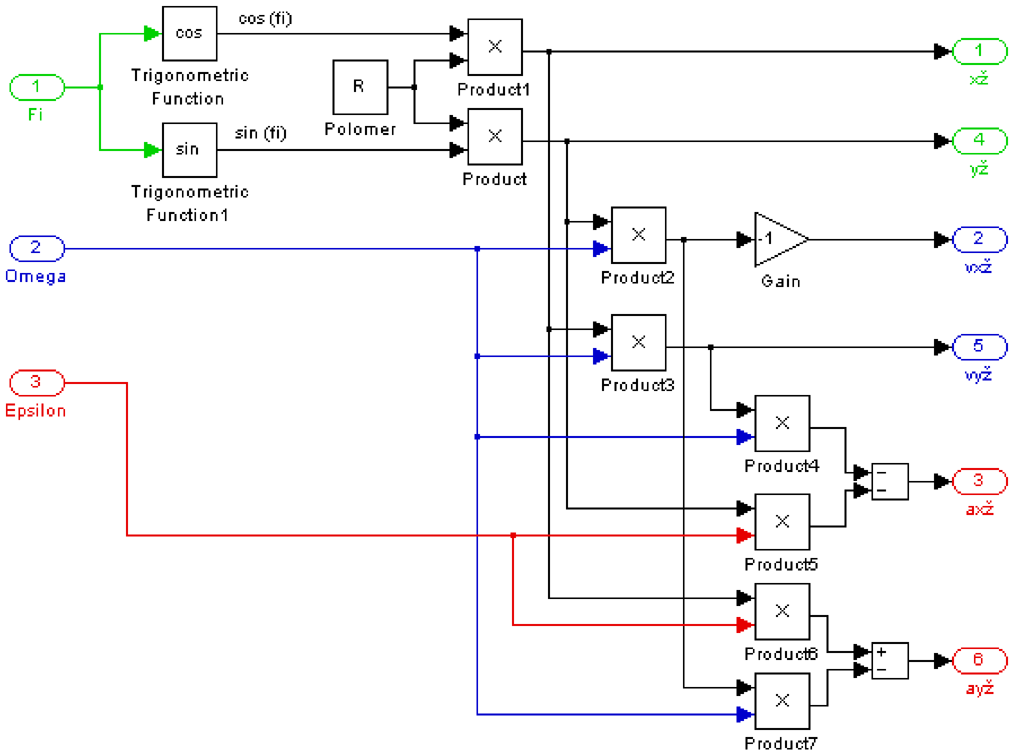
Toto dosáhneme dvojitou derivací žádaných poloh jednotlivých os podle času. Pak tedy dostáváme:

$$x_ž = R \cdot \cos(\varphi) \tag{6.1}$$
$$y_ž = R \cdot \sin(\varphi) \tag{6.2}$$

$$v_{xž} = \dot{x}_ž = -R \cdot \sin(\varphi) \cdot \omega = -y_ž \cdot \omega \tag{6.3}$$
$$v_{yž} = \dot{y}_ž = R \cdot \cos(\varphi) \cdot \omega = x_ž \cdot \omega \tag{6.4}$$

$$a_{xž} = \dot{v}_{xž} = -R(\sin(\varphi) \cdot \varepsilon + \cos(\varphi) \cdot \omega^2) = -y_ž \cdot \varepsilon - v_{yž} \cdot \omega \tag{6.5}$$
$$a_{yž} = \dot{v}_{yž} = R(\cos(\varphi) \cdot \varepsilon - \sin(\varphi) \cdot \omega^2) = x_ž \cdot \varepsilon - v_{xž} \cdot \omega \tag{6.6}$$

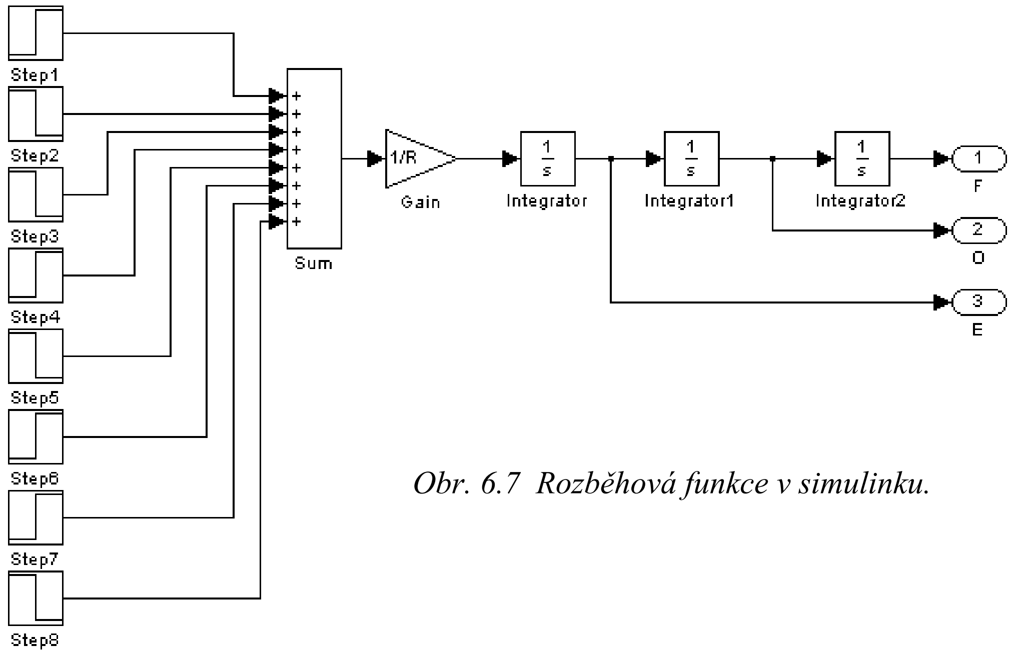
Po přenesení těchto vztahů do schématu získáme generátor žádaných hodnot pro objížděný poloměr R, tak jak je na obr. 6.6. Ten musíme ještě připojit na vhodný zdroj signálu. Zadáním povelu pohonům ve formě skoku rychlosti je totiž s jejich rostoucími dynamickými kvalitami již dávno nepřípustné. U vysoce dynamických přímých pohonů není vhodný ani rampový průběh rychlosti (tj. omezení velikosti skoku zrychlení). Dalším důležitým parametrem, který je nutno respektovat kvůli zmírnění prudkých změn sil při rozběhu a zpomalení je derivace zrychlení, tzv. JERK, česky RYV. Jeho omezením lze významně potlačit velikost přenášených reakcí pohonů do rámu, a tím snížit nebezpečí samobuzených kmitů.



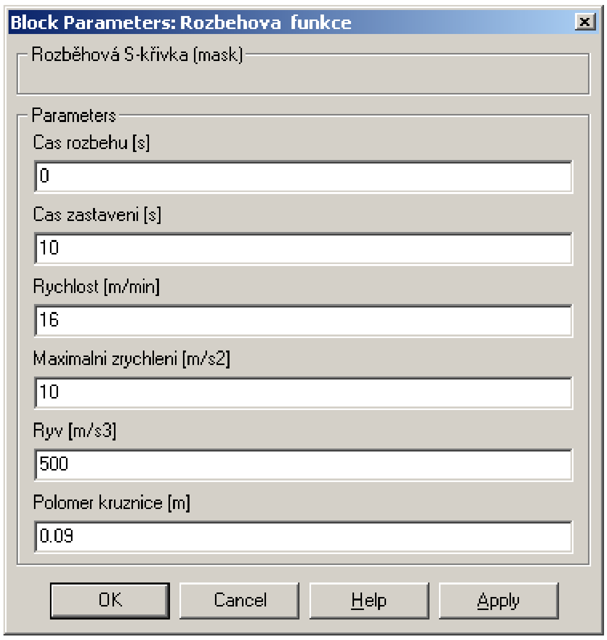
Obr. 6.6 Generátor žádaných hodnot při kruhové interpolaci.

6.3.2 Rozběhová funkce

Protože žádná taková rozběhová funkce není v Simulinku k dispozici, bylo třeba si jí vytvořit. Byl zvolen postup při němž byl generován průběh ryvu (derivace zrychlení) s pomocí vhodně načasovaných funkcí skoku. Ostatní veličiny, jako zrychlení, rychlost a žádaná poloha, byly získány postupnou integrací tohoto signálu. Rozběhová funkce byla vytvořena tak, aby byla universálně použitelná i pro simulace přímočarého pohybu samostatné osy. Je-li požadavek úhlových veličin (φ, ω, ε), nutných pro generátor žádaných hodnot při kruhové interpolaci, je před integrátory za tímto účelem vložen blok násobící signál převrácenou hodnotou poloměru kružnice R. Celá rozběhová funkce (viz obr. 6.7) je tedy složena z osmi bloků skoku („step“) a umožňuje volit kromě času rozběhu (t_s) a času zastavení (t_k) také rychlost běhu (v), velikost maximálního zrychlení (zpomalení) na tuto rychlost (a) a hodnotu derivace zrychlení (ryv). Všechny tyto veličiny jsou díky zamaskování rozběhové funkce přehledně zadávány formou dialogového okna - obr. 6.8.



Obr. 6.7 Rozběhová funkce v simulinku.



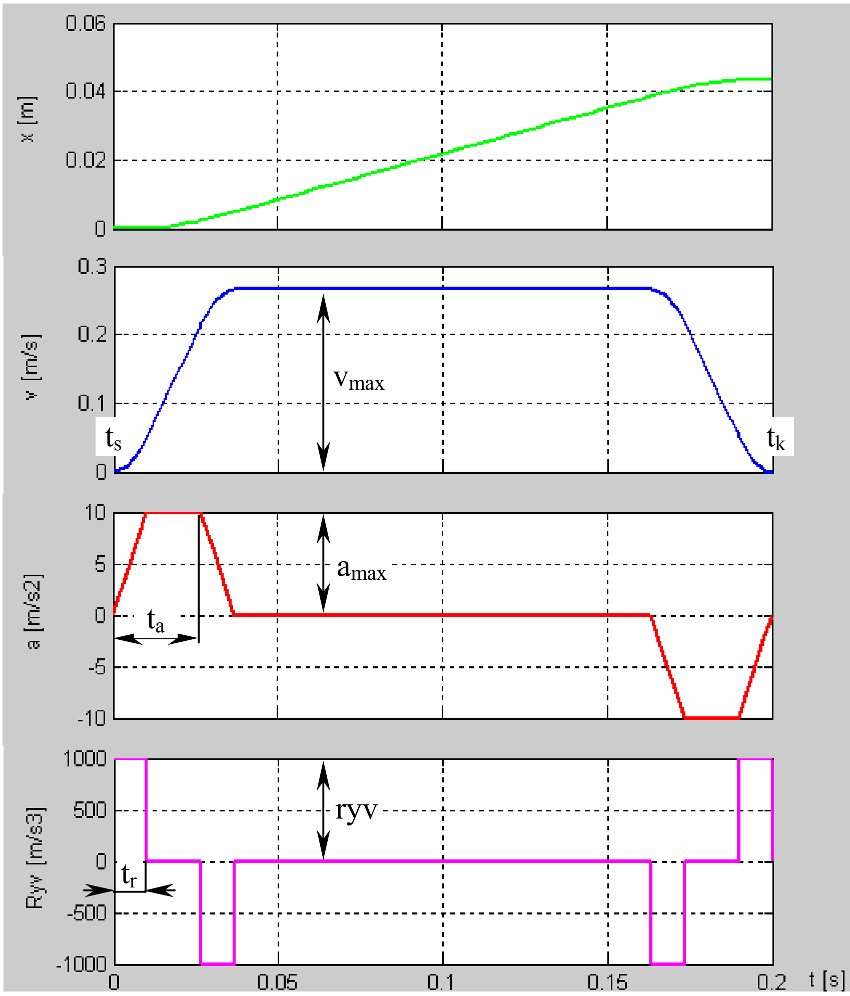
Obr. 6.8 Dialogové okno pro rozběhovou funkci.

Jak již bylo řečeno, pro dosažení požadovaných hodnot zrychlení a rychlosti je třeba skoky správně načasovat. První skok nastává samozřejmě v zadaném čase startu t_s, čas druhého skoku, který ukončuje nárůst zrychlení a v podstatě udává délku impulsu ryvu t_r, je vypočten za základě požadovaného zrychlení a zadané velikosti ryvu:

$$t_r = \frac{a}{ryv} \tag{6.7}$$

Další, v pořadí třetí, skoková změna v časovém průběhu ryvu určuje dobu trvání zrychlování, a je tudíž závislá na požadované rychlosti, které chceme dosáhnout:

$$t_a = \frac{v}{a} \tag{6.8}$$



Obr. 6.9 Časový průběh žádaných veličin získaných z rozběhové funkce .

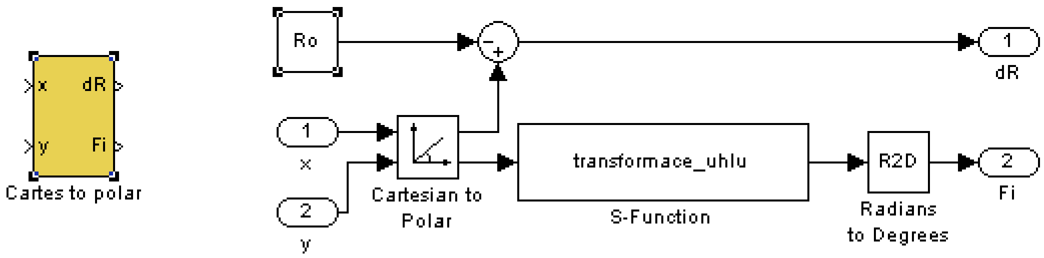
Ostatní časové údaje skokových změn spolu s údajem o počáteční a koncové hodnotě skokové funkce shrnuje tab. 6.2. Všechny průběhy žádaných veličin získané z uvedené rozběhové funkce spolu se zakótovanými časovými údaji pak uvádí obr. 6.9.

	Čas skoku (Step time)	Počáteč. hodnota (Initial value)	Konečná hodnota (Final value)
Step 1	t_s	0	ryv
Step 2	$t_s + t_r$	0	- ryv
Step 3	$t_s + t_a$	0	- ryv
Step 4	$t_s + t_a + t_r$	0	ryv
Step 5	$t_k - t_a - t_r$	0	- ryv
Step 6	$t_k - t_a$	0	ryv
Step 7	$t_k - t_r$	0	ryv
Step 8	t_k	0	- ryv

Tab. 6.2 Nastavení parametrů skokových funkcí.

6.3.3 Zpracování výstupních dat

Protože naším požadavkem je simulovat objíždění kružnice, budeme kromě polohové odchylky a dalších veličin jednotlivých os zobrazovat také odchylku od žádaného poloměru ΔR v závislosti na úhlu natočení φ.



Obr. 6.10 Subsystém pro výpočet odchylky od žádaného poloměru.

Na obr. 6.10 skutečné polohy suportů os X a Y (tj. výstupní hodnoty z bloků *osa X*, *osa Y*) vstupují do bloku „*Cartesian to Polar*“, který je přetransformuje do polárních souřadnic dle vztahu:

$$R = \sqrt{x^2 + y^2} \tag{6.9}$$

$$\varphi = \arctan\left(\frac{y}{x}\right) \tag{6.10}$$

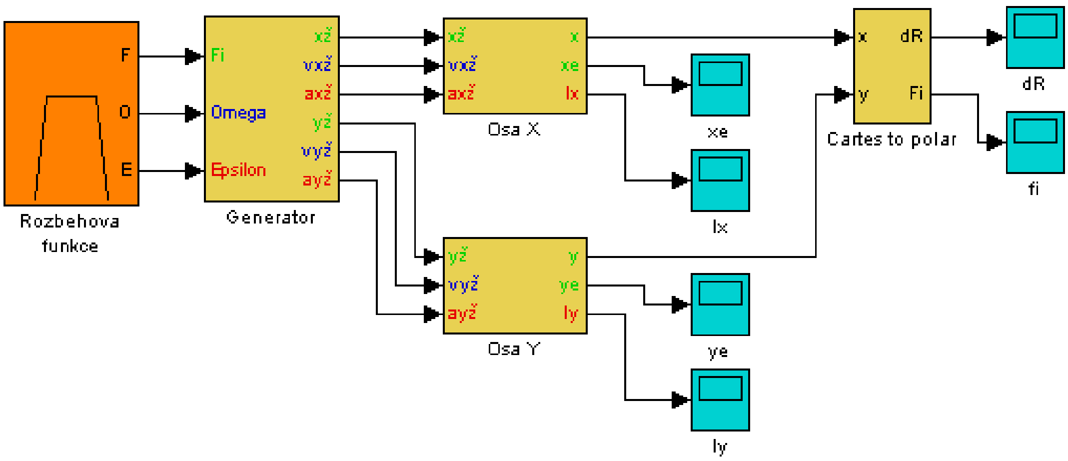
Pro výpočet odchylky poloměru ΔR pak již stačí od takto získaného skutečného poloměru odečíst poloměr žádaný:

$$\Delta R = \sqrt{x^2 + y^2} - R_0 \tag{6.11}$$

Schéma je dále doplněno podle potřeby transformačním blokem „*Radians to Degrees*" pro přepočet úhlu natočení z radiánů na stupně a blokem S-funkce zajišťující správné znaménko úhlu po funkci arctan. Takto získané polární parametry mohou být použity jak pro zobrazení polárního grafu pomocí funkce „*Polar*", tak pro vykreslení skutečné odchylky poloměru v závislosti na úhlu v klasickém kartézském grafu funkcí „*Plot*".

6.3.4 Celkové schéma pro kruhovou interpolaci

Výsledné schéma celého systému dvou spolupracujících os X a Y, včetně subsystému rozběhové funkce, generátoru žádaných hodnot pro jednotlivé osy a bloků pro zpracování a zobrazení výsledků je na obr. 6.11.



Obr. 6.11 Model pro simulaci kruhové interpolace.

Tento model bude dále použit ve všech simulacích pro posouzení přesnosti třecích funkcí při kruhové interpolaci.

6.3.5 Měření a simulace

Nyní provedeme porovnání naměřených a simulovaných výsledků. Každé měření a potažmo i simulace byly realizovány pro obvodové rychlosti 3,2; 8; 16; 24 a 48 m/min a vždy pro poloměr kružnice 90 mm. Směr chodu je ve všech případech proti směru hodinových ručiček. Simulace budou navíc stejně jako v předchozích testech prováděny pro všechny čtyři modely třecí funkce a výsledky shrnuty do tabulky s uvedením procentuelní chyby od naměřených hodnot.

Parametry třecích funkcí v případě kruhové interpolace byly nastaveny tak, jak uvádí tab. 6.3. Nastavení bylo provedeno na základě výsledků identifikace tření a zpřesněno s ohledem na sesouhlasení naměřené a simulované polohové odchylky u kruhové interpolace pro rychlost 16 m/min.

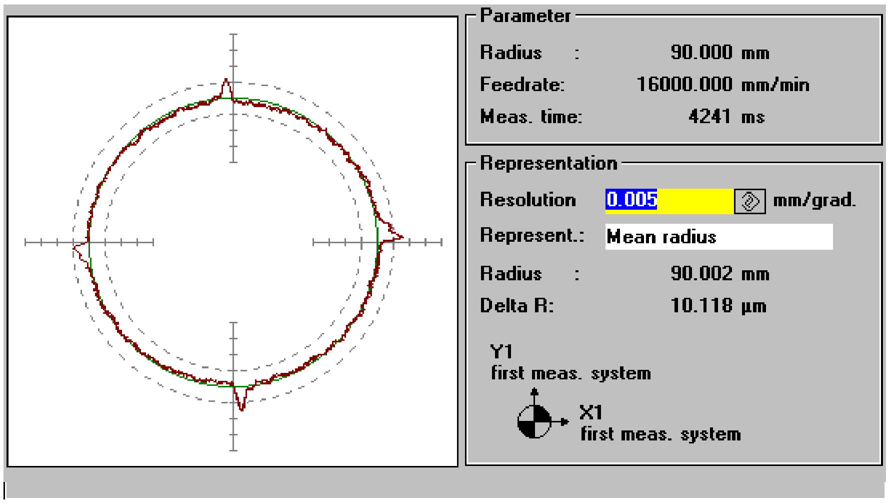
Parametr	**Osa X**	**Osa Y**
Coulombova síla F_C [N]	90	220
Statická třecí síla $F_{Ts,}$ resp. násobek F_C [1]	1	1
Součinitel viskózního tření μ_v [Nsm^{-1}]	500	1250
Hmotnost pohyblivých částí osy [kg]	225	520
Součinitel sklonu 1. křivky μ_0 [Nsm^{-1}]	12000	29000
Rychlost zlomu křivek v_0 [$m.min^{-1}$]	0,45	0,45
Řád paraboly n	3	3
Násobící koeficient paraboly a	300	800
Tečná tuhost statického kontaktu k_s [Nm^{-1}]	8.10^5	2.10^6
Poměrné tlumení statického kontaktu ζ_s [1]	0,1	0,1
Stribeckova rychlost [$m.s^{-1}$]	0,001	0,001

Tab. 6.3 Přehled parametrů třecích funkcí užitých při simulaci (kruhová interpolace).

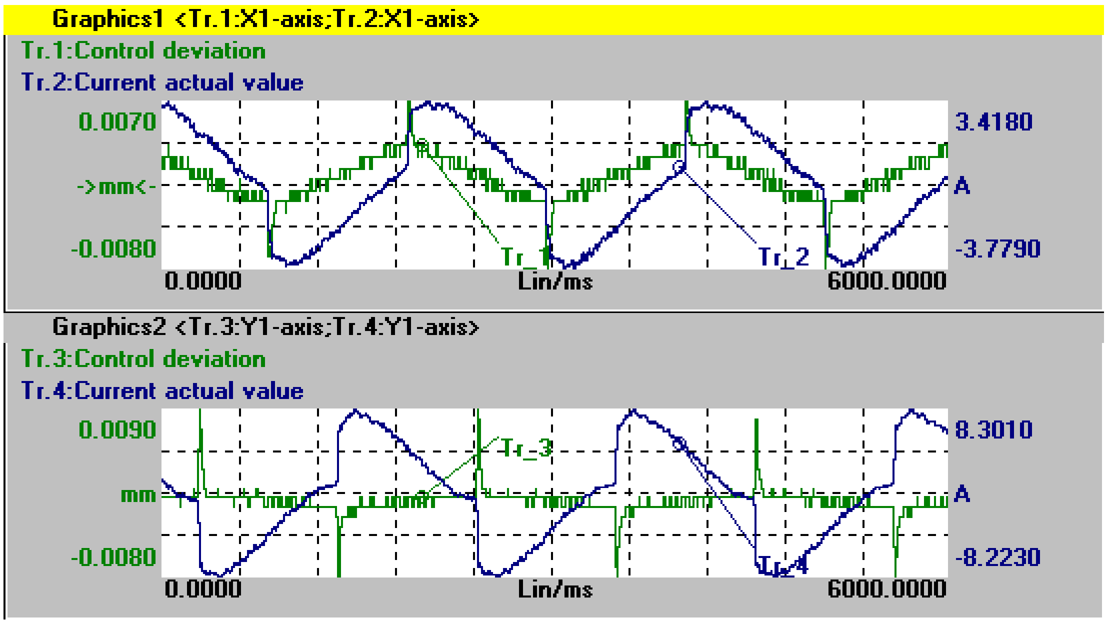
Poznámky:

- Jak již bylo řečeno, parametr tečné tuhosti statického kontaktu byl z důvodu nutnosti uvolněné osy zjišťován na jiném zařízení než na samotném stroji, kde byla prováděna ostatní měření. Zároveň při pokusu o jeho změření nelze nikdy docílit stejných podmínek, za jakých probíhá proces obrábění při reálných rychlostech. Tato nemožnost realistického zjištění tohoto parametru se ukázala i při samotných simulacích, kdy model i s parametrem tečné tuhosti při dolní hranici změřeného rozmezí vykazoval při reverzaci pohonu stále vysokou tuhost v oblasti pružinového chování v okolí nulové rychlosti. Experimentálním odladěním na základě naměřených výsledků při kruhové interpolaci byla tato veličina pro účely této simulace zvolena na hodnotu uvedenou v tabulce 6.3.
- Další poznámka se týká velikosti Coulombova tření F_C, která byla v ose x volena nepatrně nižší, než je uveden její rozsah v tab. 5.4. Hodnoty F_C v ní uvedené byly totiž získány ze skokové změny proudu při kruhové interpolaci. Jak je ale s ohledem na graf 5.1 patrné, v okolí malých rychlostí dochází k rychlému nárůstu třecí síly a samotná hodnota F_C zjišťovaná ze skokové změny proudu mohla být tímto faktem mírně ovlivněna a ve skutečnosti může skutečně ležet níže.

Před samotným číselným vyjádřením výsledků simulací bude nejprve ukázáno, jak se graficky shodovaly naměřené a simulované výsledky pro objížděcí rychlost 16 m/min. Na prvním obr. 6.12 je naměřený výsledek testu kruhové interpolace pro osy X a Y na frézovacím centru MCFV 5050 LN, na obr. 6.13 pak naměřené časové průběhy v jednotlivých osách pro polohovou odchylku (zeleně) a proud (modře), a to jak v ose X (nahoře), tak v ose Y (dole).

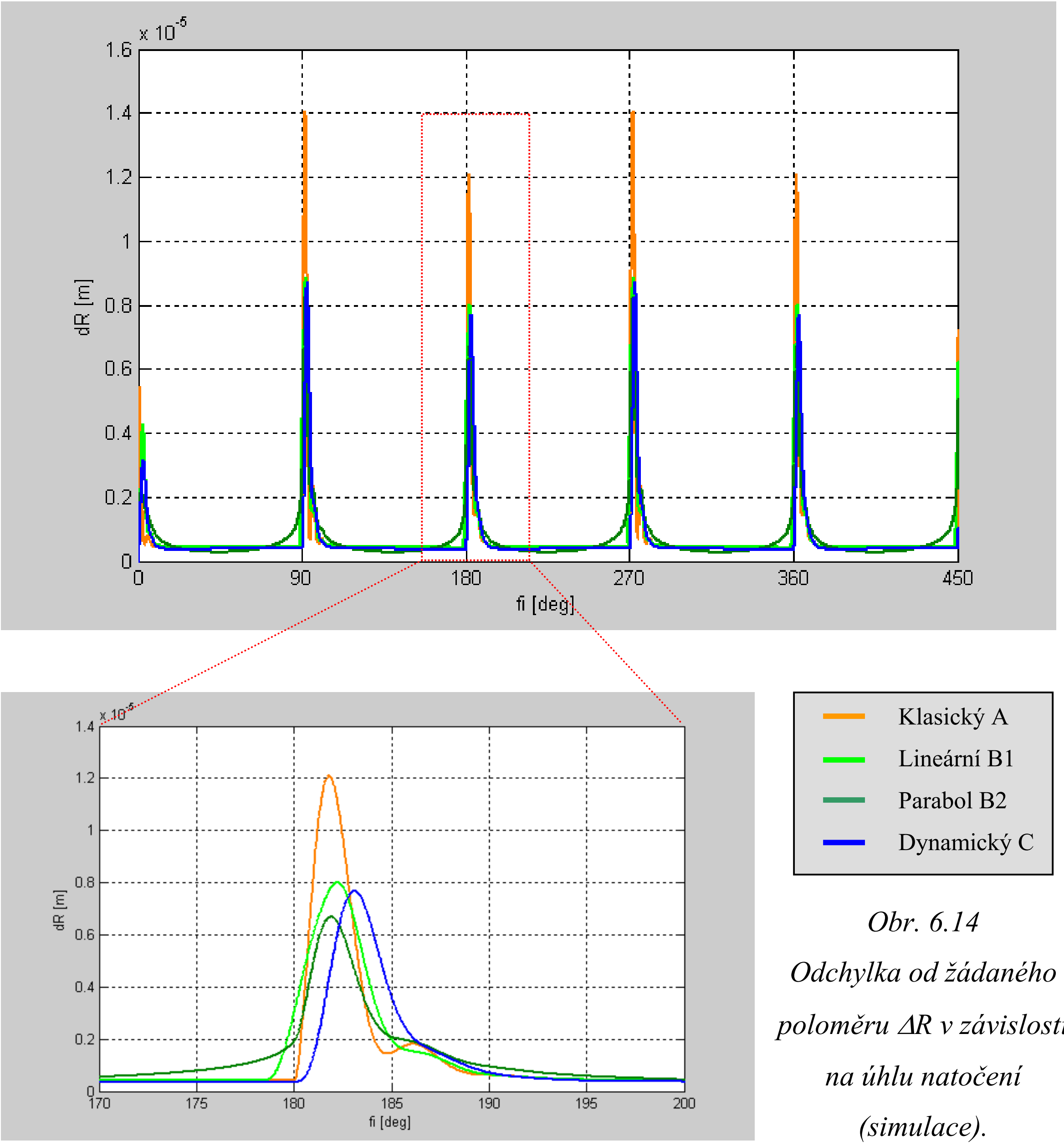


Obr. 6.12 Výsledek testu kruhové interpolace (měření).



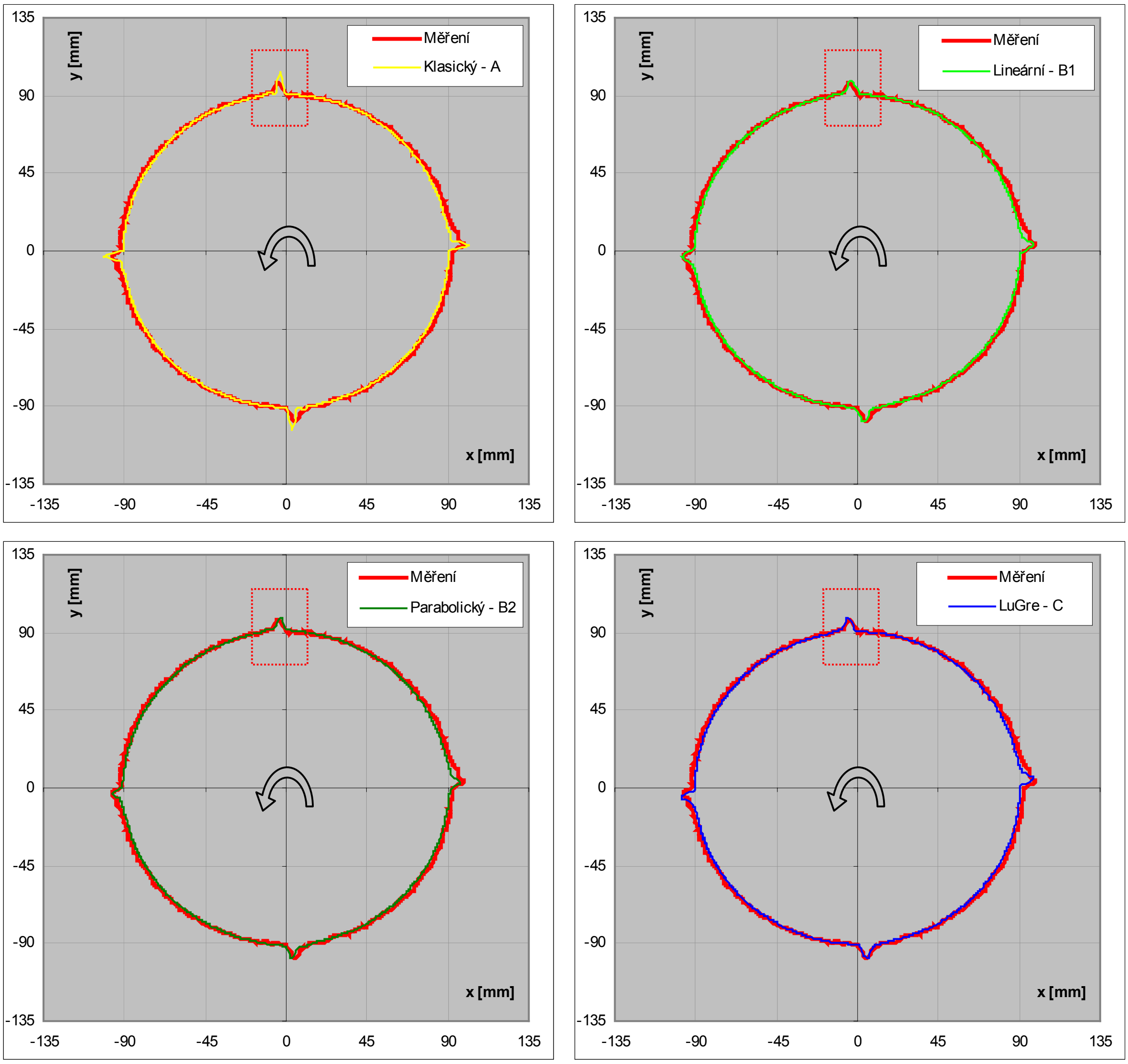
Obr. 6.13 Časové průběhy polohové odchylky a proudu při kruhové interpolaci (měření).

Nyní k výsledkům získaným simulacemi našeho modelu. Odchylku od žádaného poloměru ΔR vykreslenou v závislosti na úhlu natočení prezentuje obr. 6.14.

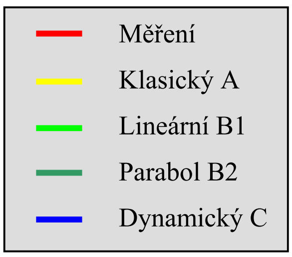


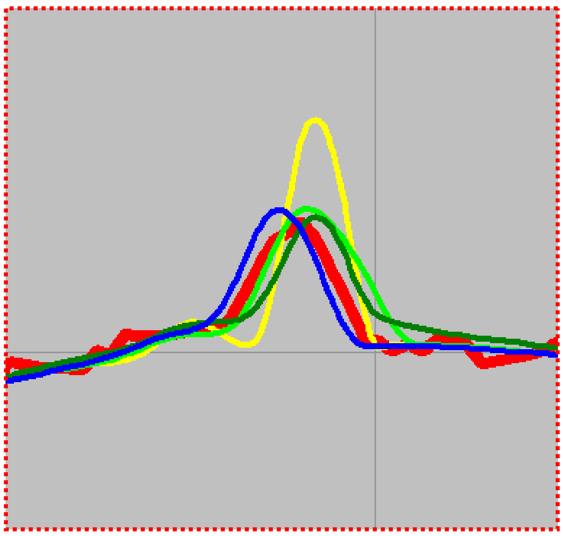
Obr. 6.14
Odchylka od žádaného poloměru ΔR v závislosti na úhlu natočení (simulace).

Pro lepší vizuální porovnání výše uvedené odchylky skutečného od žádaného poloměru kružnice s naměřeným výsledkem z obr. 6.12 je skutečný poloměr R zjištěný simulací znázorněn ještě na obr. 6.15 v polárním grafu. Aby byla ovšem odchylka ΔR patrná, je zde 1000 x zvětšena: ($R(\varphi) = R_0 + \Delta R(\varphi) \cdot 1000$). Ve všech oknech grafu jsou kromě výsledků simulace pro jednotlivé třecí modely také zakomponována naměřená data na křížovém stolu frézovacího centra.



Obr. 6.15 Porovnání naměřených výsledků kruhové interpolace se simulací pro různé modely tření .



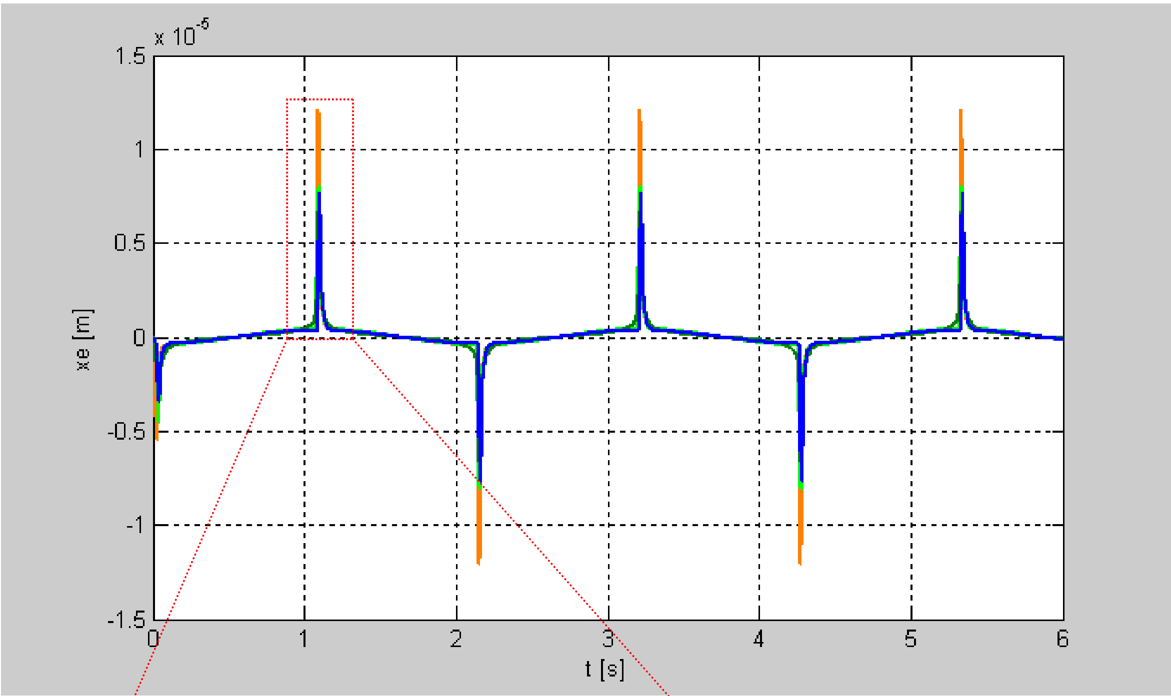


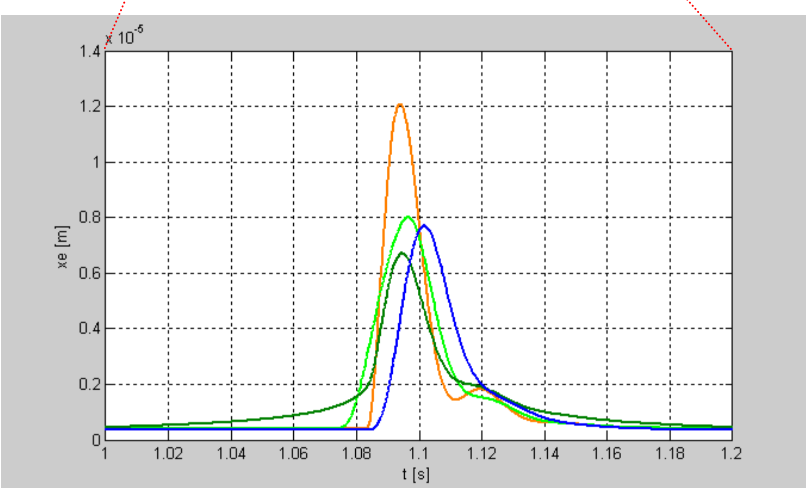
Obr. 6.16

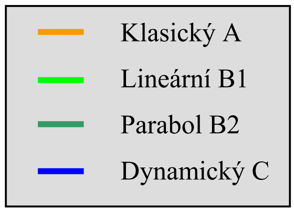
Detail kvadrantové chyby.

Jeden z kvadrantových přechodů, naznačený červeným obdélníčkem, je v detailu vyobrazen ještě jednou na obr. 6.16. Jsou v něm vykresleny ve zvětšeném měřítku shodná data jako na obr. 6.15, ovšem pro všechny třecí funkce i naměřený výsledek v jednom okně.

Poslední dva grafy představují časové průběhy odchylky mezi skutečnou a žádanou polohou osy X (obr. 6.17) a průběhy proudu motorem stejné osy (obr 6.18). Podobné výsledky (myšleno grafický tvar křivek, nikoli číselné hodnoty) dávala i osa Y. Z důvodu rozsahu práce a velkého množství grafů je zde však již nebudu uvádět.







Obr. 6.17

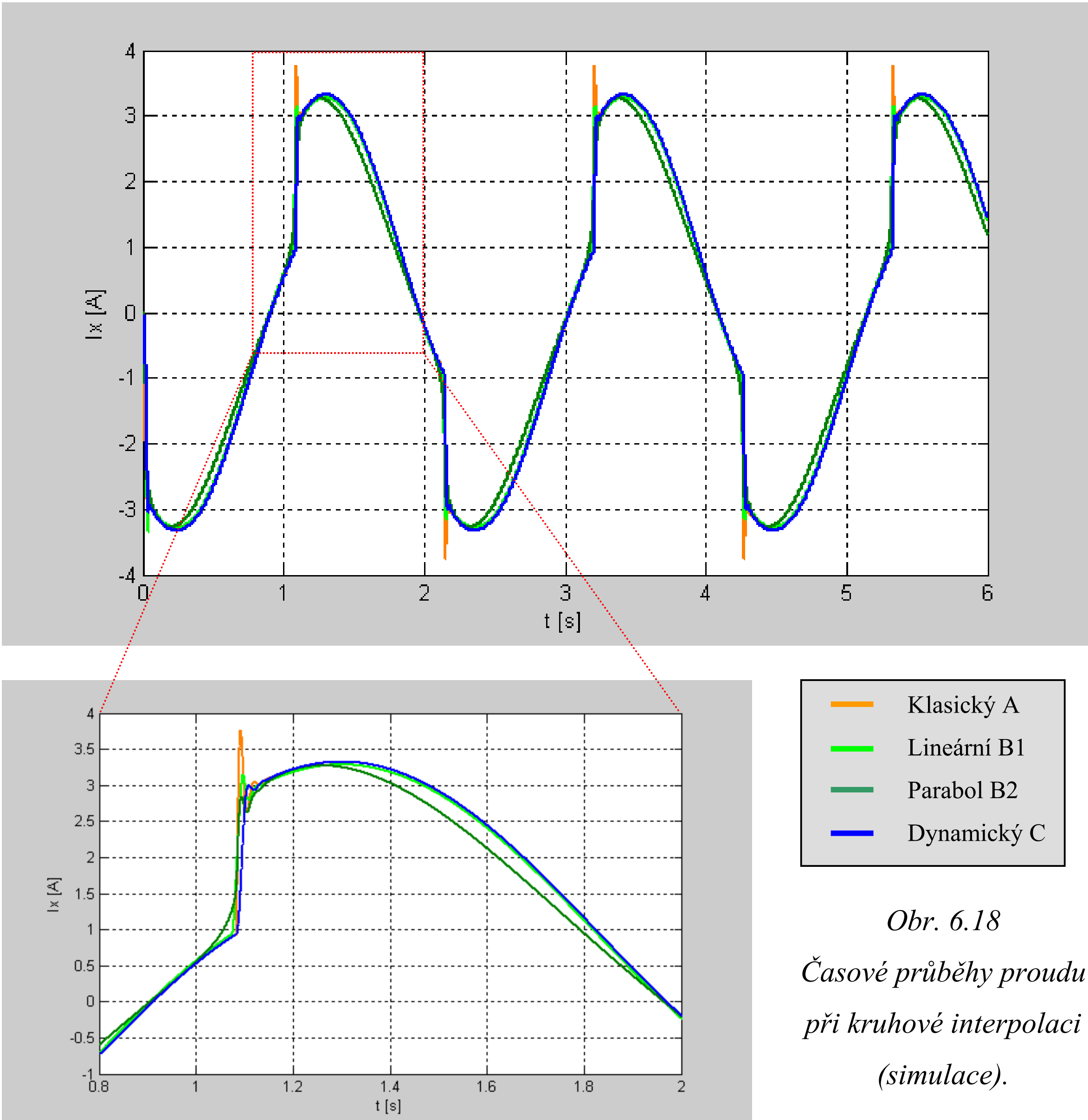
Časové průběhy polohové odchylky při kruhové interpolaci (simulace).

Při porovnání průběhů naměřených na skutečném stroji a výsledků získaných simulacemi si lze povšimnout několika důležitých skutečností.

První a řekl bych nejnázornější je konfrontace křivek na obr. 6.16. Co se týká absolutní velikosti chyby, je z grafických průběhů vidět dobrá shoda s měřením pro všechny simulační modely s výjimkou *klasického modelu A*. S jeho použitím je kvadrantová chyba pro rychlost 16 m/min zhruba 1,7x větší než naměřená. Tuto neshodu lze přičíst příliš ostrému nárůstu třecí síly v okolí nulové rychlosti. Nejmarkantnější je to právě u klasického modelu, kde Coulombova třecí síla není v okolí počátku na rychlosti vůbec závislá a při reverzaci pohonu dochází k okamžitému skoku z $+F_C$ na $-F_C$. Na tuto prudkou změnu nestačí model dostatečně rychle zareagovat a dojde ke vzniku velké špičkové chyby poloměru v tomto místě. Ještě výraznější je to při nižších rychlostech, jak bude vidět z dále uvedené tabulky.

Pokud nebudeme sledovat pouze absolutní chybu, ale prohlédneme si důkladněji i tvar křivek, můžeme si všimnout několika dalších neshod, a to pro změnu především u modelů závislých pouze na rychlosti (*Lineární B1 a Parabol B2*). U nich dochází k náběhu chyby ještě před samotnou hranicí kvadrantového přechodu a tedy místem, kde má teoreticky k chybě dojít. Je to způsobeno matematickým popisem těchto funkcí, kdy před samotným zastavením suportu dochází poměrně brzo k prudkému poklesu třecí síly. Jak ovšem ukazují jiné simulace (např. zmíněná velká chyba u *klasického modelu A*), samotná podstata lineární závislosti na rychlosti kolem počátku nemusí být přesto zcela bezpředmětná, protože úplně ostrý nárůst tření, zejména při simulacích kruhové interpolace, není také zcela správná cesta. Pokud bychom chtěli ovšem lineární model s větším úspěchem použít, bylo by zřejmě vhodné závislost tření na rychlosti nahradit více úseky, aby závislost nebyla pouze ve dvou intervalech, ale minimálně v okolí počátku bylo dělení jemnější.

Poslední poznámka se týká opět modelu s lineárním nárůstem třecí síly (*Lineární B1*). Přestože by se mohlo zdát, že dává s ohledem na velikost polohové odchylky v kvadrantovém přechodu uspokojivé výsledky, při jiných rychlostech tomu tak již není. Model byl odladěn (volba rychlostního součinitele μ_0) právě pro rychlost 16 m/min, a proto také chyba při této rychlosti dobře koresponduje s naměřenou. Při dalších simulacích prováděných pro jiné rychlosti bylo ovšem zjištěno, že s klesající rychlostí byla polohová odchylka v porovnání s měřením menší, naopak s rostoucí rychlostí spíše větší. Pro zpřesnění modelu by bylo tedy zřejmě nutné uvažovat proměnný koeficient μ_0 v závislosti na rychlosti.



Obr. 6.18

Časové průběhy proudu při kruhové interpolaci (simulace).

Nyní se ještě krátce zamysleme nad průběhy proudů, které v podstatě odrážejí silové poměry na stroji. Jeho velikost a tvar v sobě totiž kromě jiného skrývá zrychlující sílu pro urychlení suportu, Coulombovu sílu (projevující se skoky v kvadrantových přechodech) a viskózní složku tření (upozorňující na sebe především dalším pozvolným zvyšováním proudu po skokové změně). Porovnání naměřených výsledků na obr. 6.13 se simulovanými z obr. 6.18 ukazuje, že navýšení proudu za kvadrantovým přechodem způsobené právě viskózní složkou tření je ve všech případech podobné a pohybuje se kolem hodnoty 3,4 A, což dobře koresponduje s měřením a svědčí o správnosti nastavení koeficientu viskózního tření μ_v. Problém ovšem nastává právě v místě kvadrantového přechodu a to především u modelu *Klasický A*. U něho průběh proudu získaného simulací obsahuje oproti změřenému vysoké překmity. To je způsobeno stejně jako velké polohové odchylky u tohoto modelu náhlou skokovou změnou třecí síly.

Výše uvedené výsledky byly prezentovány pro objížděcí rychlost 16 m/min. Posouzení třecích funkcí pouze pro jednu hodnotu rychlosti by ovšem nevypovídalo o její obecné vhodnosti, proto byly všechny výše uvedené simulace i měření provedeny ještě pro další čtyři rychlosti. Informace jsou kompletně shrnuty v tabulce 6.4. Jsou v ní uvedeny výsledky pro absolutní hodnoty polohové odchylky v ose X a Y a skutečného proudu v obou osách získané měřením i simulací se všemi třecími modely. Graficky je naměřená a simulací zjištěná polohová odchylka v ose X vykreslena na obr. 6.19. V tabulce je současně navíc uvedena u každého údaje procentuelní chyba výsledku simulovaného od naměřeného. Chyba byla vypočítána následujícím způsobem:

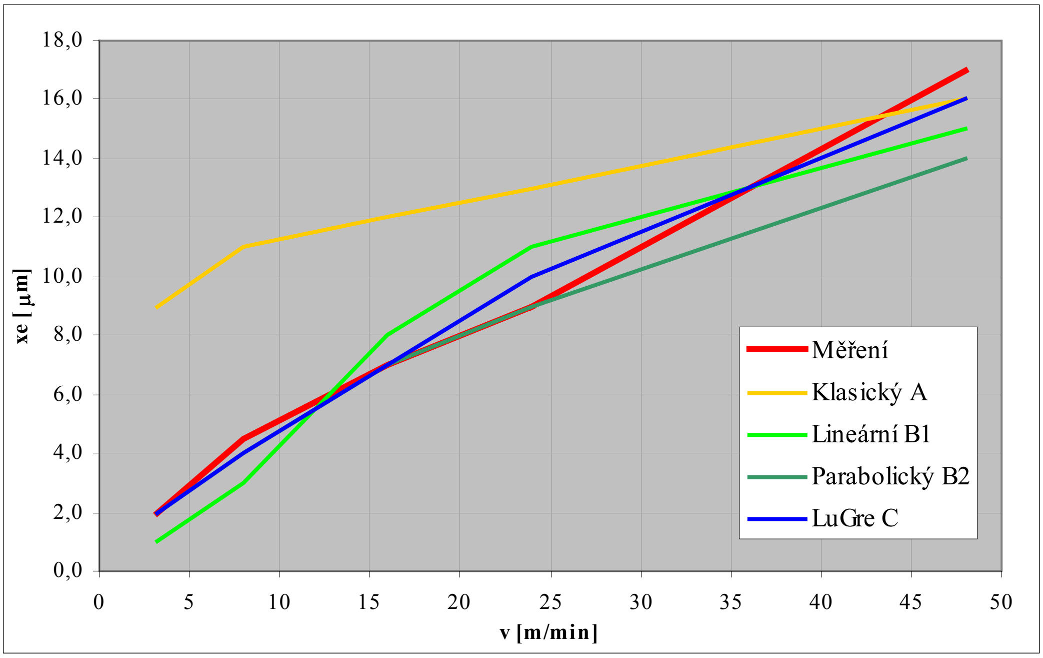
$$CHx_e = \frac{x_{e\,změřené} - x_{e\,simulované}}{x_{e\,změřené}} \cdot 100 \tag{6.12}$$

Tato chyba je pak pro polohovou odchylku v ose X vynesena do grafu 6.20. Kromě ní je ještě u všech zjišťovaných veličin na konci každého řádku spočtena (z dílčích chyb pro jednotlivé rychlosti) celková průměrná chyba pro daný konkrétní model. Ta je v případě polohové odchylky vynesena pro obě sledované osy do grafu 6.21.

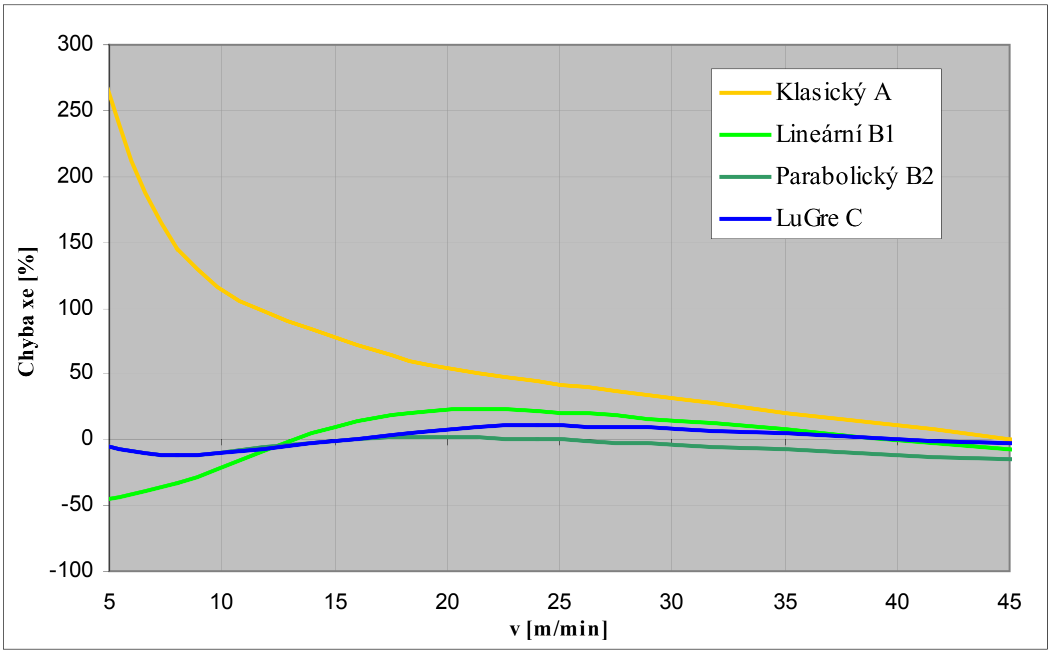
Poznámka: Někdy se v naměřených výsledcích mírně lišila hodnota polohové odchylky, resp. proudu zjištěná v kladné části průběhu (pohyb v kladném směru osy) od hodnoty naměřené v záporné části. Příčina může být např. v přídavné tažné síle kabelového nosiče nebo vlivu krytování. V případě zjištěných rozdílných údajů byla jako naměřená uváděna v tabulce vždy střední hodnota těchto dvou.

Klasický A							
	v	3,2	8	16	24	48	**Průměrná chyba**
xe [μm]	Měření	2,0	4,5	7,0	9,0	17,0	
	Simulace	9,0	11,0	12,0	13,0	16,0	
	Chyba v %	350	144	71	44	-6	**123**
ye [μm]	Měření	2,5	5,0	8,5	10,5	18,0	
	Simulace	10,0	13,0	14,0	15,0	18,0	
	Chyba v %	300	160	65	43	0	**114**
Ix [A]	Měření	1,7	2,1	3,6	5,7	19,5	
	Simulace	1,5	2,2	3,8	6,2	19,2	
	Chyba v %	-12	5	6	9	-2	**6**
Iy [A]	Měření	4,7	5,1	8,3	13,5	46,8	
	Simulace	3,6	5,4	9,3	14,9	45,0	
	Chyba v %	-23	6	12	10	-4	**11**
Lineární B1							
	v	3,2	8	16	24	48	**Průměrná chyba**
xe [μm]	Měření	2,0	4,5	7,0	9,0	17,0	
	Simulace	1,0	3,0	8,0	11,0	15,0	
	Chyba v %	-50	-33	14	22	-12	**26**
ye [μm]	Měření	2,5	5,0	8,5	10,5	18,0	
	Simulace	1,0	3,0	9,0	13,0	18,0	
	Chyba v %	-60	-40	6	24	0	**26**
Ix [A]	Měření	1,7	2,1	3,6	5,7	19,5	
	Simulace	1,2	1,8	3,3	5,9	19,1	
	Chyba v %	-29	-14	-8	4	-2	**12**
Iy [A]	Měření	4,7	5,1	8,3	13,5	46,8	
	Simulace	3,0	4,3	7,9	14,2	44,7	
	Chyba v %	-36	-16	-5	5	-4	**13**
Parabolický B2							
	v	3,2	8	16	24	48	**Průměrná chyba**
xe [μm]	Měření	2,0	4,5	7,0	9,0	17,0	
	Simulace	2,0	4,0	7,0	9,0	14,0	
	Chyba v %	0	-11	0	0	-18	**6**
ye [μm]	Měření	2,5	5,0	8,5	10,5	18,0	
	Simulace	3,0	5,0	8,0	11,0	18,0	
	Chyba v %	20	0	-6	5	0	**6**
Ix [A]	Měření	1,7	2,1	3,6	5,7	19,5	
	Simulace	1,2	1,8	3,3	5,7	19,0	
	Chyba v %	-29	-14	-8	0	-3	**11**
Iy [A]	Měření	4,7	5,1	8,3	13,5	46,8	
	Simulace	3,2	4,7	8,2	13,9	45,0	
	Chyba v %	-32	-8	-1	3	-4	**10**
LuGre C							
	v	3,2	8	16	24	48	**Průměrná chyba**
xe [μm]	Měření	2,0	4,5	7,0	9,0	17,0	
	Simulace	2,0	4,0	7,0	10,0	16,0	
	Chyba v %	0	-11	0	11	-6	**6**
ye [μm]	Měření	2,5	5,0	8,5	10,5	18,0	
	Simulace	2,0	5,0	9,0	12,0	18,0	
	Chyba v %	-20	0	6	14	0	**8**
Ix [A]	Měření	1,7	2,1	3,6	5,7	19,5	
	Simulace	1,3	1,8	3,3	5,7	19,4	
	Chyba v %	-24	-14	-8	0	-1	**9**
Iy [A]	Měření	4,7	5,1	8,3	13,5	46,8	
	Simulace	3,1	4,4	8,0	13,8	45,4	
	Chyba v %	-34	-14	-4	2	-3	**11**

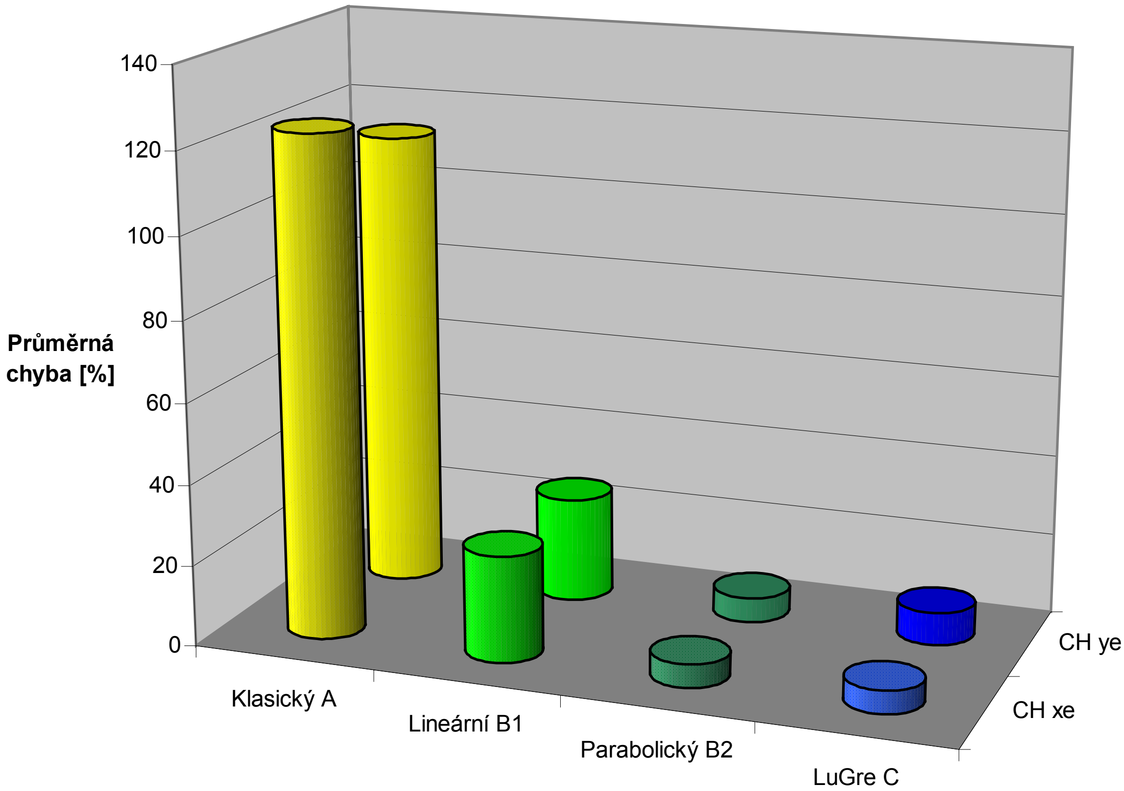
Tab. 6.4 Hodnoty získané měřením a simulací při kruhové interpolaci.



Obr. 6.19 Kvadrantová polohová odchylka v závislosti na rychlosti při kruhové interpolaci v ose X.



Obr. 6.20 Chyba mezi naměřenou a simulací získanou polohovou odchylkou v ose X v závislosti na rychlosti objíždění kružnice.



Obr. 6.21 Průměrná chyba mezi naměřenou a simulací získanou polohovou odchylkou pro jednotlivé třecí modely.

Jak je z tabulky i grafického vyjádření průměrné chyby polohové odchylky evidentní, v celé řadě sledovaných rychlostí se nejlépe osvědčil *Parabolický model B2* a dynamický třecí model *LuGre C*, které shodně dávaly pro rychlost 3,2 až 48 m/min průměrnou chybu polohové odchylky způsobenou třením kolem 7% v obou posuvových osách. Nejhůře dopadl model s klasickou třecí funkcí, který vykazoval v porovnání s naměřenými daty v průměru více jak 2-násobnou polohovou odchylku, což je pro simulace tohoto druhu absolutně nevyhovující.

U zbylého modelu s lineárním nárůstem třecí síly (*Lineární B1*) se průměrná chyba pohybovala okolo 26%. To je také poměrně velká neshoda a bez úprav by nebylo vhodné tento model v celé škále rychlostí použít. Pokud bychom ale potřebovali analyzovat pohon pouze v určitém režimu práce, např. při určité dané rychlosti, i tento jednodušší model by se nechal úpravou jeho parametrů seřídit tak, aby dával uspokojující výsledky. Např. z uvedené tabulky chyb je vidět, že zatímco při nízkých rychlostech byly odchylky vysoce záporné, s rostoucí rychlostí se dostávaly do kladných hodnot. Přechod mezi $+F_C$ a $-F_C$ byl totiž při malých rychlostech natolik pomalý, že pohon stačil tuto pozvolnou změnu snadněji uregulovat a simulovaná polohová odchylka vůči naměřené vycházela podstatně menší. Pro malé rychlosti byl tedy koeficient rychlostně závislého tření μ_0 pravděpodobně nastaven příliš malý, zatímco pro vysoké rychlosti velký.

Dále si lze povšimnout, že u klasického modelu A byla polohová odchylka získaná simulací pro téměř všechny rychlosti vždy mnohonásobně vyšší než naměřená a se změnou rychlosti se tak výrazně neměnila. Je to dáno právě matematickou podstatou tohoto modelu tření, kdy přechod z $+F_C$ na $-F_C$ nastává náhle a skokem a tudíž polohová odchylka je vždy závislá na tomto skoku vnější síly a nezávisí příliš na rychlosti oběhu kružnice. To je další fakt, který hovoří proti použití tohoto modelu tření.

Co se týká proudu, pro všechny rychlosti se jeho průběh choval podobně jako pro výše popsanou rychlost 16 m/min. Celková průměrná chyba proudu se u všech modelů a v obou osách pohybovala kolem 10 %, což je solidní shoda s naměřenými výsledky.

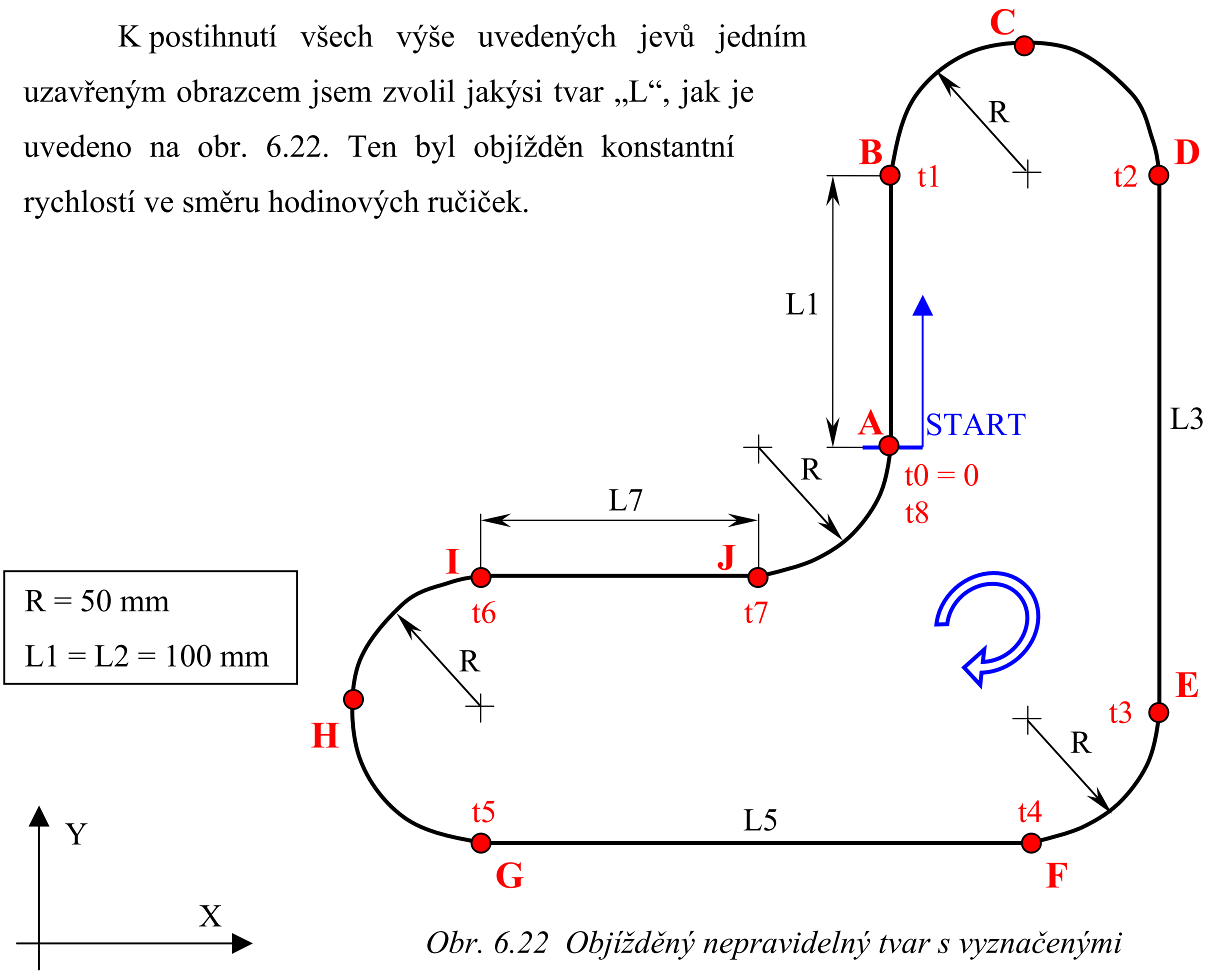
Poslední poznámka se týká nastavení parametrů třecí funkce. To bylo voleno na základě tab. 6.1 a bylo vždy pro celý rozsah rychlostí neměnné a pro všechny třecí funkce stejné. Jak je ale známo, tření jako takové se také nechová při všech režimech práce stejně a je do jisté míry závislé i na směru pohybu, rychlosti, zrychlení apod. Dá se tedy předpokládat, že pokud bychom pokaždé provedli seřízení parametrů modelu vždy na danou rychlost, vykazovaly by všechny modely tření lepší výsledky.

6.4 Nepravidelný tvar

V poslední kapitole praktické části bude ukázáno chování posuvových os stroje, resp. modelu při objíždění jiného tvaru než pravidelné kružnice. V případě kruhové interpolace je totiž možné postihnout pouze jev plynulého překlopení rychlosti z kladného na záporný smysl a naopak. Mojí snahou bylo ovšem vyhovět i takovým případům a ukázat chování posuvové osy i v režimech, jako je přechod z kružnice na přímku, z přímky na kružnici, zastavení a rozběh osy, pohyb konstantní rychlostí a v neposlední řadě popis klidového stavu. Rozložením těchto pohybů do jednotlivých pohybových os dostaneme kromě sinusového pohybu i jevy jako je přechod z harmonického pohybu na lineární a naopak, přechod z harmonického pohybu do klidu a následné rozjetí, a to buď ve stejném nebo v opačném smyslu, než byl směr pohybu před zastavením. Jak bude totiž dokázáno, i tato vlastnost může mít na chybu způsobenou třecími silami značný vliv.

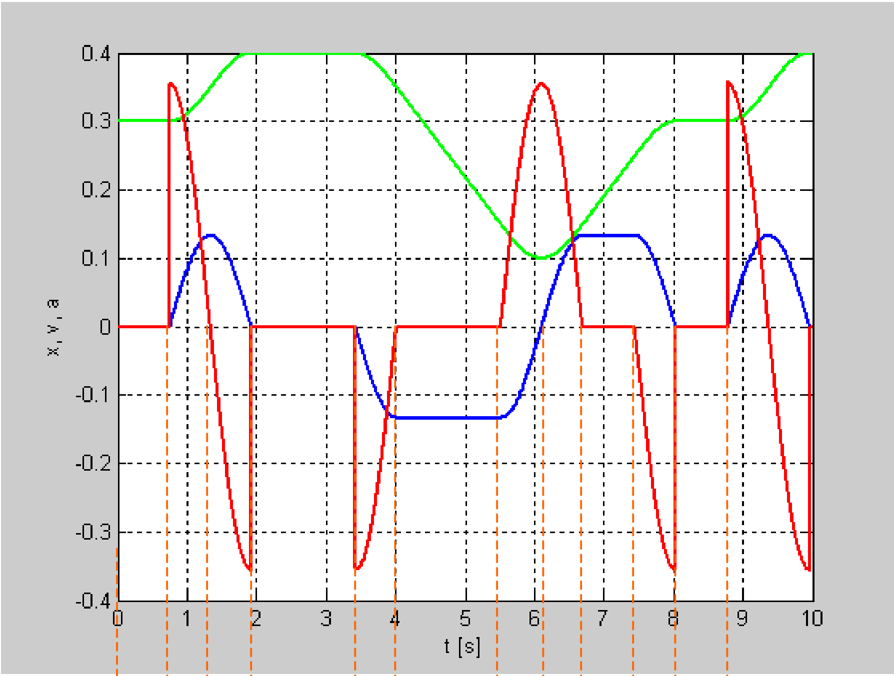
6.4.1 Popis objížděné trajektorie

K postihnutí všech výše uvedených jevů jedním uzavřeným obrazcem jsem zvolil jakýsi tvar „L“, jak je uvedeno na obr. 6.22. Ten byl objížděn konstantní rychlostí ve směru hodinových ručiček.

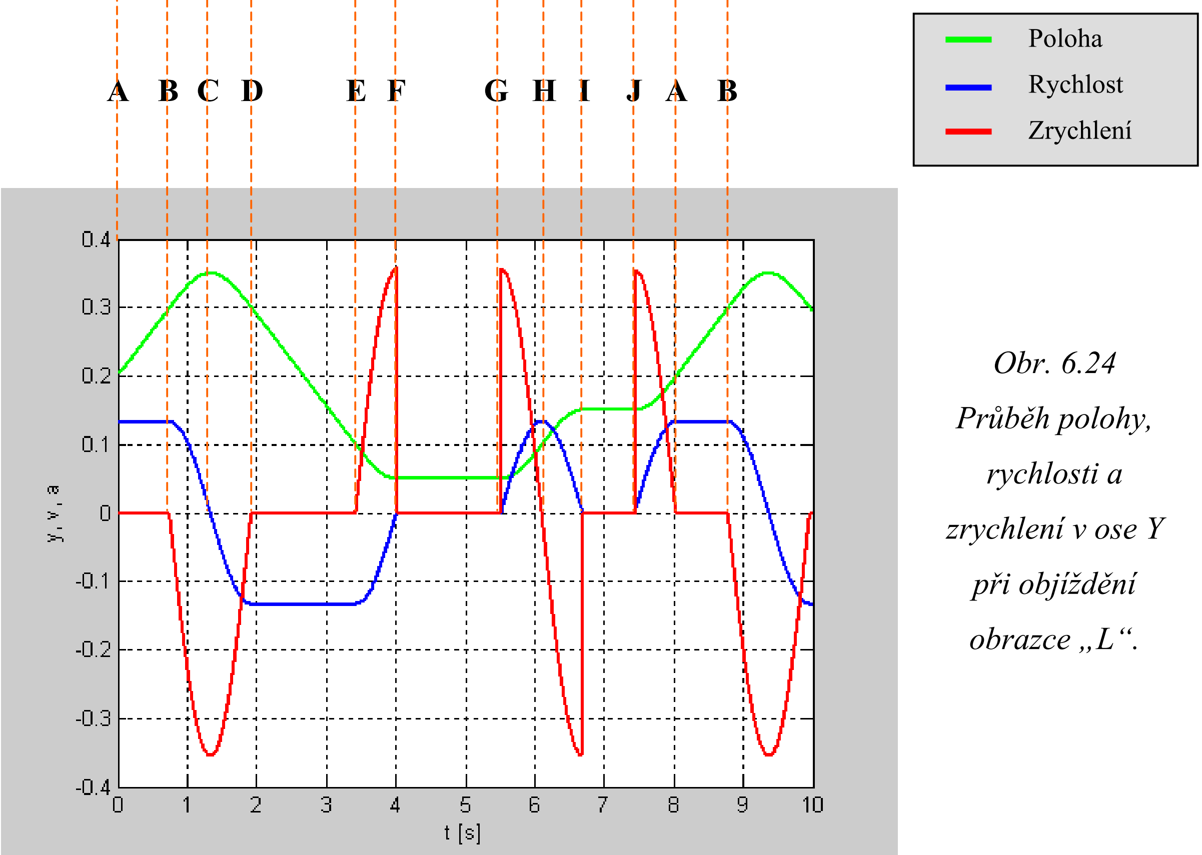


Obr. 6.22 Objížděný nepravidelný tvar s vyznačenými důležitými body.

Na následujícím grafu je uvedený obrazec rozložen do pohybů jednotlivých os X a Y, je zde průběh žádané polohy, rychlosti a zrychlení. Uvedený graf je pro žádanou rychlost objíždění 8 m/min. Ryv nebyl v tomto případě uvažován.



Obr. 6.23 Průběh polohy, rychlosti a zrychlení v ose X při objíždění obrazce „L“.



Obr. 6.24 Průběh polohy, rychlosti a zrychlení v ose Y při objíždění obrazce „L“.

Pro posouzení třecí funkce zde stojí za povšimnutí několik oblastí. Ty nejdůležitější jsou označeny na předchozích schématech body „A“ až „J“ a pro osu Y jsou uvedeny v následujícím přehledu.

Poznámky:

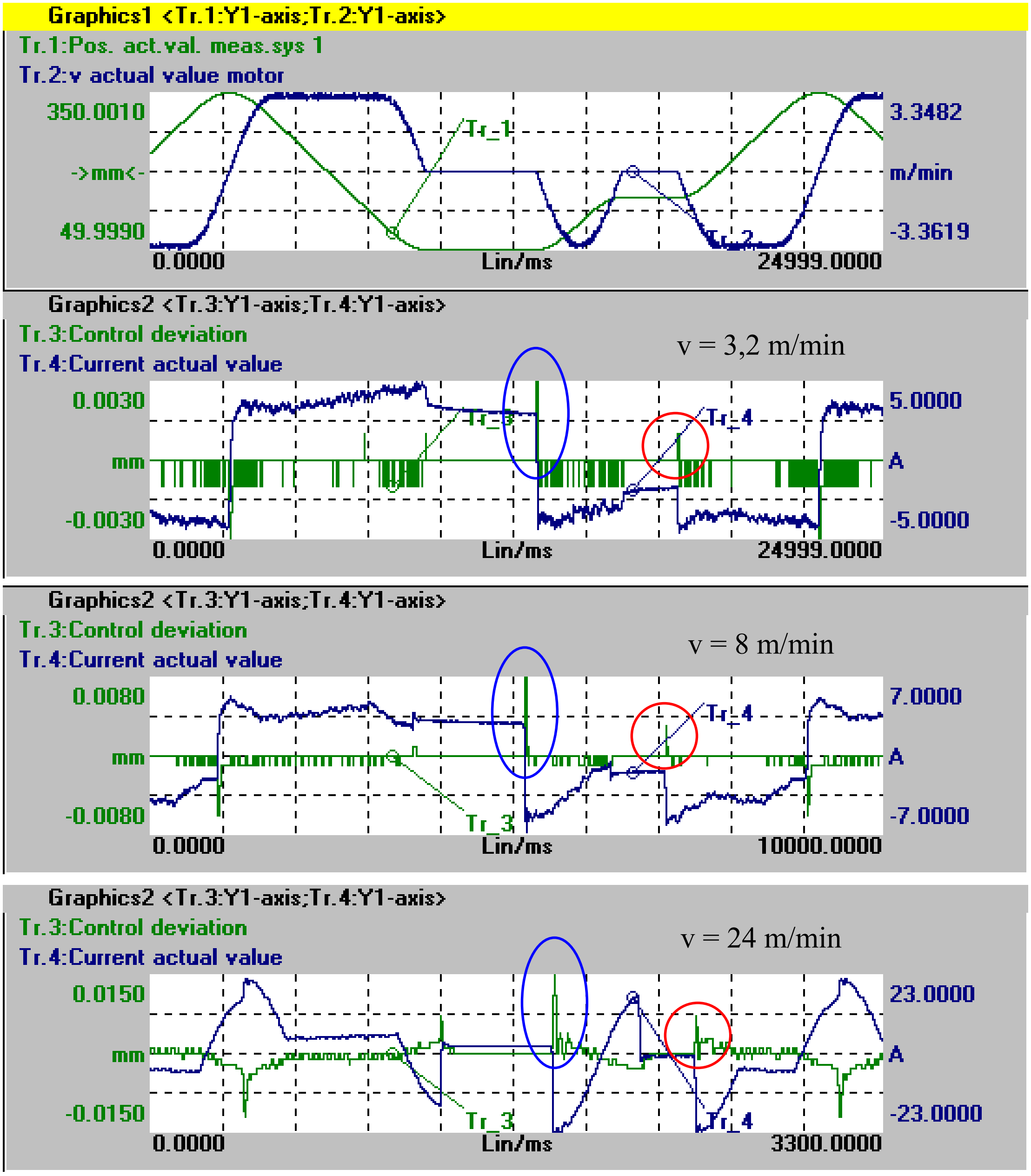
- V ose X lze ekvivalentně nalézt stejné jevy, pouze v jiném pořadí. Nebudou zde proto z důvodu stručnosti uváděny obě osy a rovněž následující porovnání se simulacemi budou ukázána pouze na ose Y, kterou jsem si pro tento účel zvolil.
- Ve výrobním procesu dnes již zpravidla při přechodu mezi křivkami různé křivosti (v našem případě kružnice – přímka) nedochází ke skokům zrychlení a tento problém je již ošetřen přizpůsobením dráhy v samotném řídícím systému. Protože toto ale nemá až tak zásadní vliv na vyšetřované pasivní odpory, nebylo při těchto simulacích z důvodu zjednodušení uvažováno omezení ryvu. Stejně tak kvůli porovnatelnosti se simulací i při samotném měření na stroji byla volena funkce BRISK (omezní velikosti zrychlení) namísto SOFT (omezení ryvu).

<table>
<tr><th>Bod</th><th>Popis</th><th>Projevy třecí síly</th></tr>
<tr><td>C</td><td>klasický kvadrantový přechod, jaký bylo možné pozorovat u kruhové interpolace, v tomto místě osa Y mění smysl pohybu z kladného na záporný (bez mezi-zastavení)</td><td>dochází zde ke „skokové“ změně třecí síly z F_T na $-F_T$, výsledný skok síly je tedy $2 \cdot F_T$</td></tr>
<tr><td>F, I</td><td>zastavení pohybu osy Y</td><td>dle klasických modelů tření (jež jsou závislé pouze na rychlosti) by třecí síla klesla z F_T na 0, ve skutečnosti tomu tak není, jak bude ukázáno dále</td></tr>
<tr><td>F –G,
I – J</td><td>rychlost je nulová, osa stojí</td><td>dalo by se předpokládat, že třecí síla bude nulová, ta je ovšem zpravidla nenulová a mimo jiné závisí i na předchozím pohybu a jeho směru</td></tr>
<tr><td>G</td><td>rozjetí osy Y z klidu (předchozí pohyb byl opačného směru)</td><td rowspan="2">třecí síla se dle předchozího tvrzení nemění z 0 na F_T, jak by se dalo čekat, ale její skoková změna závisí na velikosti tření působící na suport ve stavu klidu, a tedy i na směru předchozího pohybu</td></tr>
<tr><td>J</td><td>rozjetí osy Y z klidu (předchozí pohyb byl stejného směru)</td></tr>
<tr><td>A – B,
D – E</td><td>rychlost pohybu je konstantní</td><td>výsledná třecí síla odpovídá součtu složek Coulombova a viskózního tření</td></tr>
</table>

Tab. 6.5 Označení stěžejních bodů objížděné trajektorie „L“.

6.4.2 Naměřené průběhy polohové odchylky a proudu

Nyní si jednotlivé situace blíže popíšeme na grafech polohové odchylky a proudů naměřených na obráběcím frézovacím centru MCFV 5050 LN. Grafy na obr. 6.25 ukazují tyto hodnoty pro osu Y a objížděcí rychlost 3,2; 8 a 24 m/min. Horní graf znázorňuje skutečnou polohu a rychlost téže osy při objížděcí rychlosti 3,2 m/min.



Obr. 6.25

Naměřené časové průběhy polohy a rychlosti – nahoře (pro rychlost 3,2m /min), resp. polohové odchylky a proudu (pro rychlost 3,2; 8 a 24 m/min) v ose Y při objíždění dráhy tvaru „L“.

<table>
<tr><th>Bod</th><th>Popis</th><th>Komentář</th></tr>
<tr><td>C</td><td>kvadrantový přechod</td><td>V důsledku skokové změny třecí síly (viz předchozí kapitola) dochází v tomto místě ke skokové změně proudu. Změna třecí síly v závislosti na poddajnosti systému vyvolá tomu úměrnou polohovou odchylku. Její velikost a charakter odpovídá naměřeným datům při kruhové interpolaci uvedeným v předchozí kapitole 6.3 „Kruhová interpolace“.</td></tr>
<tr><td>F, I</td><td>zastavení</td><td>V tomto místě dochází opět ke skokové změně proudu, která roste se zvyšující se rychlostí objíždění, ale na rozdíl od předchozího případu je z větší části úměrná skokové změně zrychlení. Polohová odchylka je zde relativně malá, skok externí síly - v našem případě síly třecí - musí být tedy také malý. Pokud zde polohová odchylka při vyšších rychlostech nabude vyšších hodnot, na vině bude především vliv skoku zrychlení, nikoli třecí síly.</td></tr>
<tr><td>F –G,
I - J</td><td>v = 0</td><td>Přestože osa stojí, proud není nulový, ale je pouze mírně menší, než proud potřebný k překonání Coulombova tření. Lze z toho tedy usuzovat, že třecí síla při zastavení suportu nezaniká a její směr odpovídá směru třecí síly předchozího pohybu!</td></tr>
<tr><td>G</td><td>rozjetí z klidu (předchozí pohyb opačného směru)</td><td rowspan="2">Tyto dva případy spolu úzce souvisí. Pokud bychom neuvažovali předchozí pohyb a vycházeli z jakéhosi rovnovážného stavu, kdy třecí síla suportu v klidu je nulová, měla by být polohová odchylka v bodě „G“ i „J“ stejná a svou velikostí by v závislosti na dynamické poddajnosti systému odpovídala skoku třecí síly z nuly na F_T (skok = F_T). S ohledem na předchozí tvrzení, že třecí síla si při zastavení suportu zachovává určitou velikost své předchozí hodnoty za pohybu, lze rozdílnou polohovou odchylku, kterou je možné v těchto místech pozorovat u naměřených výsledků, snadno objasnit. Představíme-li si, že třecí síla zůstane při zastavení např. na 80% Coulombovy síly a po fázi klidu se rozjedeme suportem stejným směrem (neuvažujme nyní pro zjednodušení statickou složku), změna síly bude tedy pouze o 20% F_T (skok = 0,2 . F_T), při opačném pohybu to bude ovšem 180 % F_T (skok = 1,8 . F_T). Z toho je patrné, že při stejném směru pohybu bude (a naměřené hodnoty to potvrzují) polohová odchylka velmi malá (viz červeně označené místo na obr. 6.25), při opačném směru pohybu se bude blížit hodnotám naměřeným při reverzaci pohybu bez mezi zastavení (viz modře označené místo na obr. 6.25), podobně jako u kruhové interpolace.</td></tr>
<tr><td>J</td><td>rozjetí z klidu (předchozí pohyb stejného směru)</td></tr>
<tr><td>A – B,
D – E</td><td>rychlost pohybu je konstantní</td><td>Pohybuje-li se suport nezatížený vnějšími silami (obrábění apod.) konstantní rychlostí, naměřený proud přibližně odpovídá třecím poměrům stroje a je roven součtu Coulombova a viskózního tření. Díky složce viskózního tření jeho hodnota s rychlostí roste a v ideálním případě by měla být v celé délce suportu konstantní. Podíváme-li se ale např. na graf pro objížděcí rychlost v = 3,2 m/min, kde je měřítko proudu nejjemnější, vidíme, že v oblasti stálé rychlosti „D- E“ průběh proudu zcela konstantní není.</td></tr>
</table>

Tab. 6.6 Popis nejdůležitějších bodů objížděné trajektorie „L“.

Poznámky:

- V naměřených datech se může občas vyskytnout některá veličina s opačnou polaritou, než odpovídá zvyklostem. Chyba znaménka je zřejmě způsobena některou z konstant v systému stroje nebo způsobem osazení jednotlivých prvků a nemá vliv na výsledky měření. Proto jsem nepátral po její příčině.
- Výše uvedené průběhy naměřených dat mají zpravidla mírný vzájemný časový posun. Na rozdíl od simulace, která začíná vždy přesně v bodě A, není tohoto možné na stroji dosáhnout a start měření byl spuštěn v přesněji nedefinovaném místě mezi body A a B.

V tab. 6.6, uvedené na předchozí straně, je na základě naměřených údajů polohové odchylky a proudu uveden komentář objasňující chování třecí síly ve stěžejních místech, jak byly naznačeny v tab. 6.5 a na obr. 6.24.

Z uvedených výsledků měření je tedy více než zřejmé, že pro popis fenoménu tření v pohonech posuvů vysoce dynamických obráběcích strojů již zdaleka nepostačují jednoduché popisy třecích sil závislé pouze na rychlosti, neboť samotné tření je jev složitější a závisí i na mnoha dalších faktorech. To dokazují i výsledky simulací, na kterých bude ověřeno, jak se naše jednotlivé modely vypořádaly s rozličnými tvarovými situacemi při pohybu po zvolené trajektorii tvaru „L“. Využito bude opět postupné zapojení všech čtyř modelů pasivních odporů se stejným nastavením jejich parametrů jako u kruhové interpolace v předchozí kapitole.

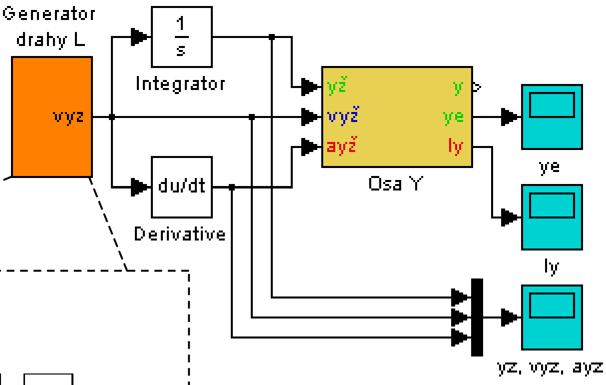
6.4.3 Simulační model a výsledky simulace

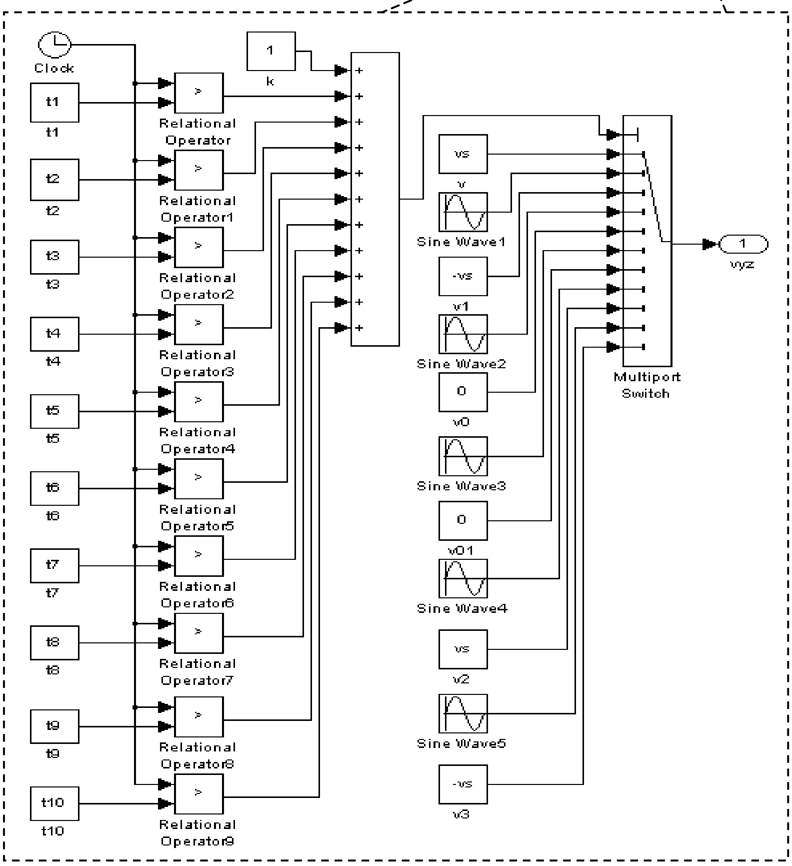
Při simulacích byl použit opět model posuvové osy frézovacího centra užitý ve všech předchozích případech, pouze byl doplněn o subsystém generátoru dráhy tvaru „L“, který jsem si pro tento účel vytvořil. Ten je pro osu Y spolu s proměnnými v něm užitými znázorněn na následujících obr. 6.26 a 6.27.

Výsledná polohová odchylka zjištěná simulací pro objížděcí rychlost 8m/min je na obr. 6.28, proud motorem pak na obr. 6.29.

Obr. 6.26

Simulační model pro objíždění trajektorie tvaru „L“ pro osu Y.



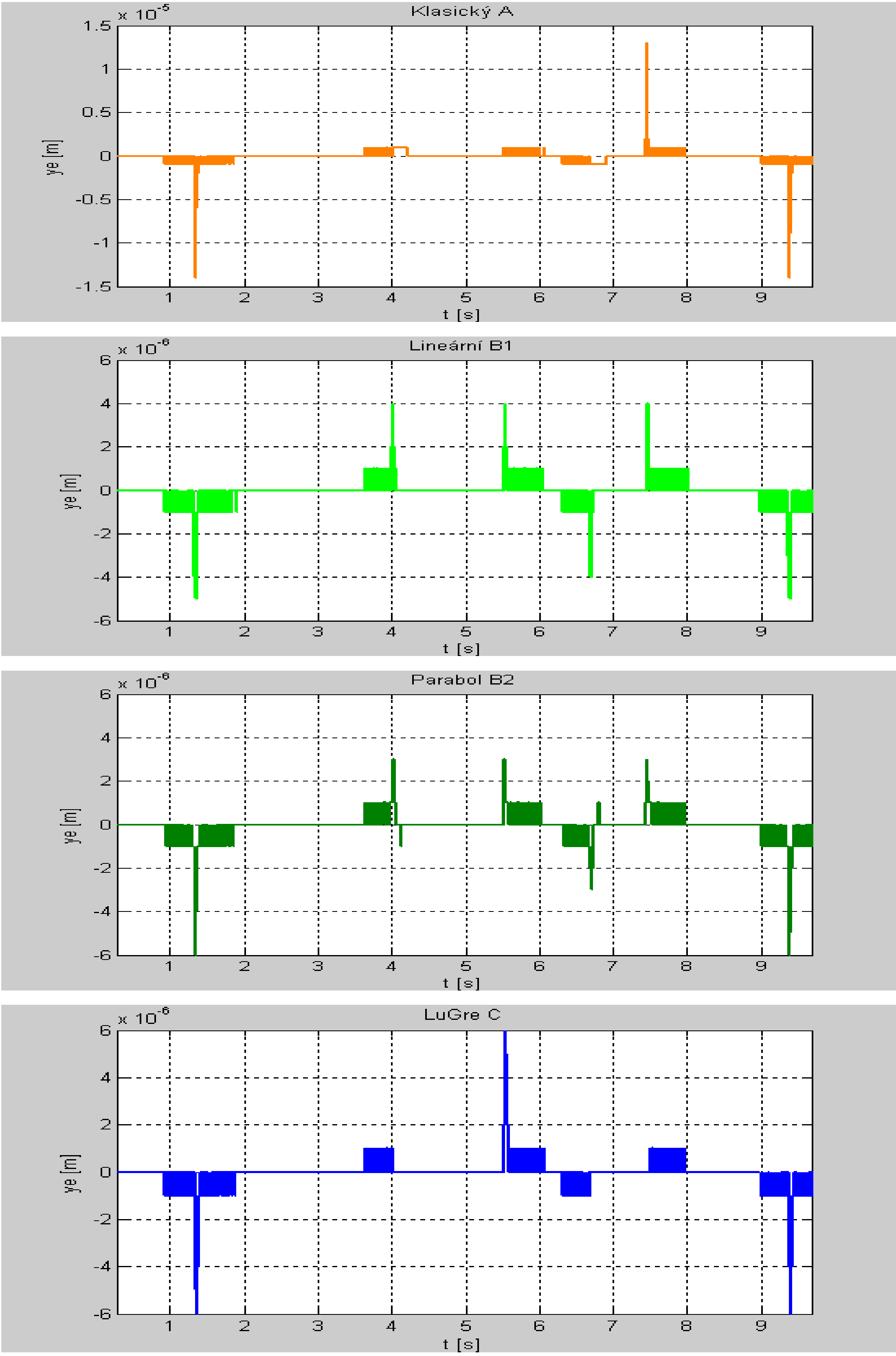


Obr. 6.27

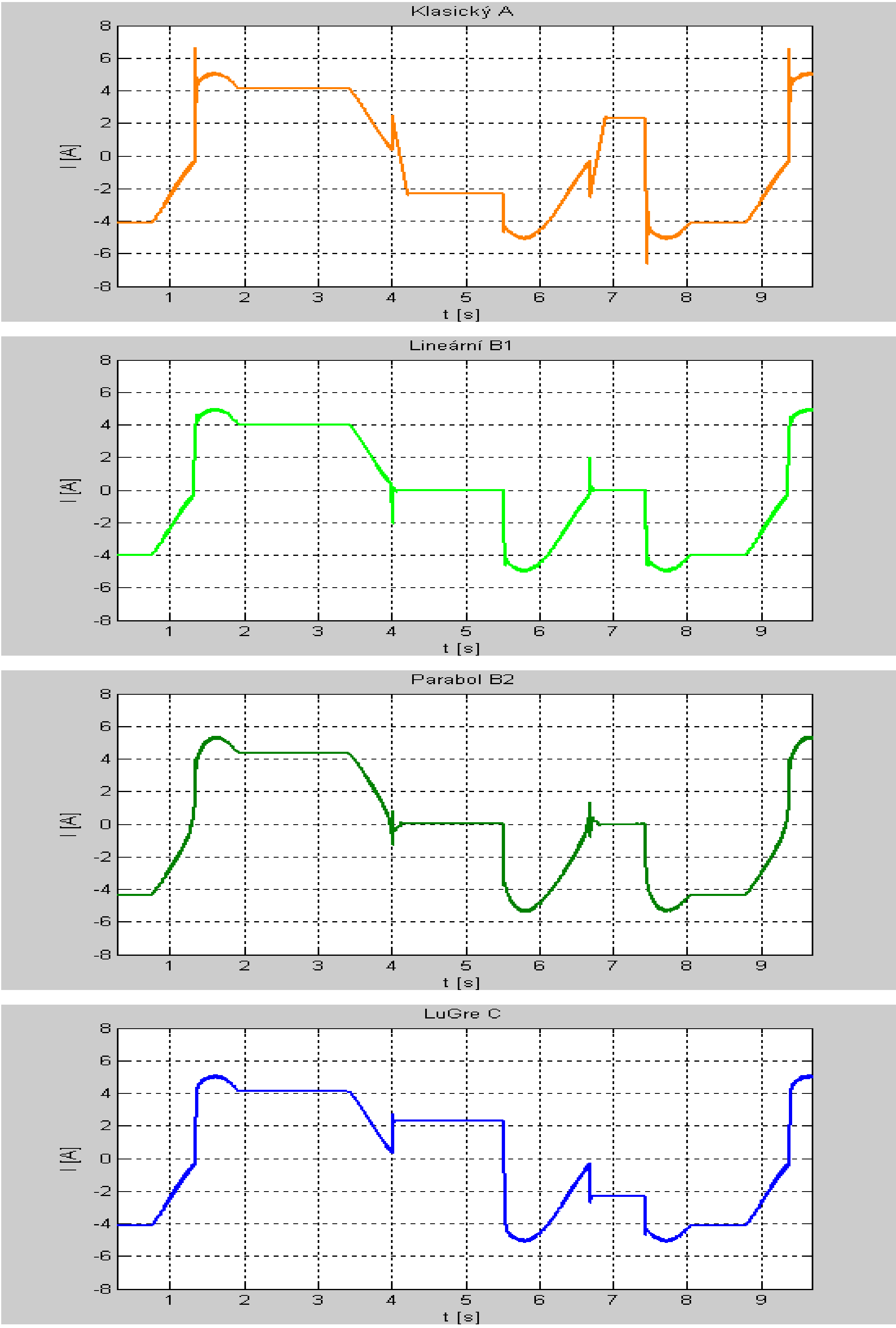
Subsystém generátoru žádaných hodnot pro objíždění trajektorie tvaru „L“ pro osu Y.

vs=v/60 (rychlost [m/s])
*o=2*pi*R (obvod kružnice)*
*L3=L1+2*R (délka úseku L3)*
*L5=L7+2*R*
to=o/vs (doba projetí kružnice)
t1=L1/vs (doba projetí úseku L1)
t2=(L1+o/2)/vs
t3=(L1+o/2+L3)/vs
t4=(L1+o/2+L3+o/4)/vs
t5=(L1+o/2+L3+o/4+L5)/vs
t6=(L1+o/2+L3+o/4+L5+o/2)/vs
t7=(L1+o/2+L3+o/4+L5+o/2+L7)/vs
t8=(L1+o/2+L3+o/4+L5+o/2+L7+o/4)/vs
t9=(L1+o/2+L3+o/4+L5+o/2+L7+o/4+L1)/vs
t10=(L1+o/2+L3+o/4+L5+o/2+L7+o/4+L1+o/2)/vs
f=vs/R (frekvence harm. pohybu uvedená v bloku Sine Wave v položce frequency [rad/s])
*Phase1 =-(f*t1)+(pi/2)* *(fázový posun harm. pohybu uvedený v bloku Sine Wave v položce Phase [rad])*
*Phase2 = -(f*t3)+(3/2*pi)*
*Phase3 = -(f*t5)*
*Phase4 = -(f*t7)*
*Phase5 = -(f*t9)+(pi/2)*

Rychlost [m/min] … v
Délka 1 [m] … L1
Délka 2 [m] … L2
Rádius oblouku [m] … R



Obr. 6.28 Časové průběhy polohové odchylky při objíždění trajektorie tvaru „L“ (simulace).



Obr. 6.29 Časové průběhy proudu při objíždění trajektorie tvaru „L" (simulace).

V této kapitole již nebudu stejně jako např. u kruhové interpolace podrobně popisovat velikost chyb, neboť abych problém pojal komplexně, musel bych uvažovat kombinace jednotlivých třecích modelů, různých rychlostí objíždění trajektorie, navíc zde je k dispozici více míst ke sledování, a to by v globálu bylo obrovské množství dat, což je již nad obsahový rámec této práce. Raději si zde všimneme několika stěžejních bodů, kde porovnáme naměřená data s výsledky získanými simulací za použití všech třecích modelů.

Prvním z nich je místo označené písmenem „C“, kde dochází ke kvadrantovému přechodu známého z kruhové interpolace. Té se spolu s projevy s ní spojenými podrobně věnovala celá předchozí kapitola, a proto zde nebude toto místo již podrobněji analyzováno.

Dalším důležitým místem, nebo spíše oblastí, je klidový stav osy – „F-G“ a „I-J“. Zde je dobré si povšimnout především velikosti proudu, který po přepočtu přes silovou konstantu vypovídá o třecích poměrech v těchto místech. Zatímco u obou třecích modelů závislých pouze na rychlosti (*lineární B1* a *parabolický B2*) klesl proud dříve či později na nulu, u modelu tření LuGre C jako u jediného zůstal proud na určité hodnotě, stejně tak jako u výsledků získaných měřením. Tato zůstatková hodnota proudu vypovídá o jakémsi napružení systému (pružinové chování modelu LuGre) a dokazuje existenci zbytkového tření. U klasického modelu tření (*klasický A*) došlo v těchto místech k neobvyklému poklesu, resp. dokonce k pozvolnému překlopení proudu na opačnou hodnotu. Analýzou bylo zjištěno, že vzhledem k charakteru matematického popisu této funkce tření je to způsobeno kombinací skokové změny zrychlení a skokové změny třecí síly vyvolané zastavením v místě „F“, resp. „I“. Zjednodušeně řečeno, v okamžiku zastavení dojde k náhlému poklesu třecí síly a působící síla motoru, která byla před tímto okamžikem s třecí silou v rovnováze, způsobí nepatrné přejetí suportu. Tato systémem zjištěná polohová odchylka je pak důvodem k reverzaci pohonu a zmíněnému náběhu proudu v opačné polaritě.

Další podstatné nesrovnalosti v simulačních výsledcích některých modelů v porovnání s naměřenými hodnotami jsou v místě zastavení a rozjezdu suportu. Jak si lze z grafů 6.28 dobře povšimnout, u *modelů B1* a *B2* je velikost polohové odchylky vždy stejná v místě zastavení i rozjezdu suportu. Je to opět díky tomu, že systém nezůstane při použití těchto modelů tření napružen a při zastavení dojde k poklesu pasivních odporů z hodnoty F_T na nulu, při rozjezdu naopak k nárůstu tření z nuly na F_T. Stejná velikost skoku třecí síly vyvolá tedy i stejnou polohovou odchylku bez ohledu na to, zda jde o rozjezd či zastavení suportu (pouze znaménko je opačné). Jiná situace ale nastává u dynamického modelu LuGre, kde je v souladu s naměřenými výsledky polohová odchylka při zastavení nebo při rozjezdu ve stejném směru, jako byl směr pohybu před zastavením, velmi malá. Důvodem je opět předchozí tvrzení, že systém zůstává i při zastavení napružen, a tím třecí síla i při nulové rychlosti nadále působí na suport. Tím samozřejmě nedojde k jejímu skokovému poklesu (nebo nárůstu v případě rozjezdu ve stejném směru), který by vyvolal polohovou odchylku. Naopak při rozjezdu suportu v opačném smyslu předchozího pohybu je chyba podstatně větší. Její velikost zhruba odpovídá kvadrantové odchylce, neboť třecí síla v tomto místě jednak poklesne o velikost síly působící na suport v klidu a zároveň vzroste na hodnotu F_T, působící při opačném směru pohybu. Její skok tedy téměř odpovídá změně o dvojnásobek třecí síly stejně tak jako v místě reverzace pohonu při kruhové interpolaci. Model *Klasický A* naopak při rozjezdu v rozporu s realitou dává zcela opačné výsledky, jejichž původ je dán již nereálným chováním modelu při zastavení, jak bylo popsáno výše.

Tato kapitola měla ukázat, jaké silové poměry nastávají v pohybových osách obráběcího stroje při režimech, jako je stání osy, její rozjezd či zastavení. Závěrem lze říci, že při porovnání našich čtyř třecích modelů s naměřenými daty z frézovacího centra MCFV 5050 LN se všechny modely s výjimkou dynamického modelu LuGre chovaly v některých případech nekorektně a data získaná simulacemi neodpovídala naměřeným hodnotám na obráběcím stroji. U těchto modelů je hlavním problémem nemožnost postihnout stav zůstatkového napružení systému stroje v klidové fázi, kdy (jak bylo ověřeno měřením) i při nulové rychlosti na suport působí pasivní odpory. Jinak řečeno, pokud při použití těchto modelů dojde k zastavení suportu (např. při obrábění ve směru jiné než sledované osy), třecí síla klesne na nulu – což odpovídá analogii skoku externí síly, a způsobí tomu úměrnou polohovou odchylku. Přesto nemusíme tyto modely zcela zavrhnout, neboť v jiných režimech (např. pohyb konstantní rychlostí) se ukázaly jako poměrně přesné a i při kruhové interpolaci některé vykazovaly velmi dobré shody s naměřenými hodnotami (např. *Parabolický model B2*). Pro charakteristické pohyby ukázané v této kapitole je ovšem s výjimkou dynamického modelu LuGre nelze bez dalších úprav dost dobře použít.

7. Závěr

Přínosem disertační práce je ucelené zpracování přehledu modelování pasivních odporů v posuvech obráběcích strojů. Je sestaveno a popsáno několik běžných i méně tradičních třecích modelů a u každého je postupně uveden matematický popis, způsob vytvoření simulačního schématu modelu a taktéž jeho typické vlastnosti. K účelu srovnávacích simulací je rovněž vytvořeno simulační schéma kompletní posuvové osy, resp. křížového stolu obráběcího stroje. Těžištěm praktické části je návrh možného postupu při identifikaci třecích poměrů na obráběcím stroji a především ověření a porovnání chování třecích modelů s chováním osy X a Y stroje MCFV 5050 LN v širokém rozsahu rychlostí a zrychlení a v mnoha režimech práce stroje. Tím byla určena přesnost jednotlivých modelů tření a oblast jejich použití v praxi.

7.1. Shrnutí

V úvodní kapitole „*Teorie tření*“ je vysvětlen princip vzniku třecí síly, je ukázáno, jaké složky třecí síly se podílejí na celkovém třecím odporu u kluzného i valivého vedení a zároveň je nastíněn vznik prvních třecích modelů, včetně odkazů na jejich autory a příslušnou literaturu.

Třetí kapitola „*Model NC stroje*“ se podrobně věnuje postupu sestavení modelu křížového stolu, resp. posuvové osy NC stroje, na níž se prováděly všechny následné simulace, včetně identifikace třecích parametrů. Jsou uvedeny základní rovnice potřebné pro vytvoření simulačního schématu třífázového synchronního motoru, parametry regulačních konstant a křížového stolu. Nechybí ani matematický popis pružného uchycení jezdce odměřovacího systému.

Následují čtvrtá kapitola se vrací k modelům pasivních odporů, nyní však již více z praktického hlediska. Představuje čtyři modely pasivních odporů, které jsou dále využívány při srovnávacích simulacích. U každého modelu je uveden matematický popis a základní vztahy, z kterých je vytvořeno jejich simulační schéma. U nejsložitějšího dynamického modelu je zároveň na několika názorných simulacích ukázáno jeho chování v nestandardních situacích a jeho specifické vlastnosti, jako je např. malé předkluzné posunutí, hysterezní chování třecí síly či proměnná síla odtržení.

V kapitole 5. „*Identifikace tření*“ je uveden postup při analýze a výpočtu třecí síly a parametrů nutných pro popsání jednotlivých použitých třecích modelů. Jednalo se nejen o určení Coulombova tření, ale také hmotnosti pohyblivých částí osy, koeficientu viskózního tření a v případě dynamického modelu také např. o stanovení předkluzného posunutí, resp. tečné tuhosti a tlumení statického kontaktu. Hodnoty veličin byly určovány výpočtem, měřením při ustálené rychlosti a především z průběhů proudů při sinusovém pohybu osy během kruhové interpolace. Z tohoto důvodu zde byl taktéž proveden rozbor pohybových a silových veličin kruhového pohybu v jednotlivých osách. V závěru kapitoly je uvedena tabulka zjištěných parametrů třecí síly v ose X a Y obráběcího centra MCFV 5050 LN.

Stěžejní kapitola práce „*Vyhodnocení simulačních výsledků*“ se zaměřuje na praktická měření na zmíněném obráběcím centru a vyhodnocení výsledků simulací, které byly prováděny postupně se všemi třecími modely. Jako první jsou porovnány výsledky při pohybu konstantní rychlostí a při testu rázové dynamické poddajnosti. Následně je analyzován vliv tření na kvadrantové chyby při kruhové interpolaci. Ve spojitosti s tím je popsán postup při vytvoření rozběhové funkce, generátoru žádaných hodnot pro jednotlivé interpolující osy a subsystému pro zpracování výstupních dat. Simulace i měření bylo prováděno pro řadu různých rychlostí a je vypracována rozsáhlá tabulka se zjištěnými výsledky. Jako poslední je provedeno posouzení třecích modelů při objíždění nepravidelného tvaru písmene „L“, které umožnilo vyhodnotil chování posuvové osy i v dalších režimech stroje. Šlo hlavně o přechod z kružnice na přímku a naopak, rozběh a zastavení osy, ale také např. o popis klidového stavu. Opět byla provedena srovnání naměřených dat se simulačními výsledky a posouzena kvalita a přesnost simulací v jednotlivých zmíněných režimech.

Poznámka: Vzhledem k přehlednosti uspořádání disertační práce a návaznosti jednotlivých kapitol nebylo možné důsledně dodržet členění na kapitolu teoretickou (převzatou) a praktickou (původní výsledky), ale obě kategorie se částečně prolínají.

7.2 Zhodnocení výsledků

Jak již bylo několikrát řečeno, byly testovány čtyři modely pasivních odporů. *Klasický A*, jenž umožňuje kromě Coulombova tření postihnout i viskózní složku tření a tření statické, dále *Lineární B1* a *Parabolický B2*, u kterých je třecí síla již od nuly závislá na rychlosti (lineární viskózní závislost ve dvou intervalech, resp. závislost dle parabolické křivky n-tého řádu), a jako poslední model dynamický – *LuGre C*, jenž není popsán pouze statickou závislostí mezi rychlostí a třecí silou, ale uplatňují se i vlastnosti ovlivněné změnou rychlosti v čase.

Posouzením modelů v režimu pohybu suportu konstantní rychlostí bylo zjištěno, že všechny modely dávaly téměř shodné výsledky (kromě rychlostí blízkých nule – zde to již důsledně neplatí), které velice dobře korespondovaly s realitou. Při pohybu stálou rychlostí se totiž neuplatňují žádné dynamické jevy ani statická složka třecí síly, a proto lze použít i ty nejjednodušší modely tření. Jedinými parametry, které tyto simulace ovlivňují a na jejichž přesném nastavení záleží mnohem více než na typu použitého třecího modelu, je velikost Coulombovy třecí síly a viskózního koeficientu.

Další zkouška se týkala rázové dynamické poddajnosti. I zde byla polohová odchylka téměř stejná pro všechny třecí funkce (v tomto případě totiž není až tak ovlivněna použitým typem třecí funkce, jako spíše velikostí externí síly a dynamikou pohonu) a současně velice dobře souhlasila s realitou, což je pro nás důležitější, neboť to mimo jiné vypovídá o správnosti nastavení simulačního modelu.

Asi nejpoužívanějším testem týkajícím se vlivu pasivních odporů na přesnost regulace je zřejmě kruhová interpolace. Při ní v místě kvadrantových přechodů vždy jedna z interpolujících souřadnic reverzuje, a tím dochází k náhlým (u některých modelů čistě skokovým) změnám třecích sil. Na tu pohon kvůli charakteru třecí síly reaguje jako na sílu vnější, podobně jako při testu rázové dynamické poddajnosti, a v tomto místě dochází ke vzniku polohové odchylky. Ta je do značné míry závislá nejen na velikosti a charakteru pasivních odporů, ale nepřímo též na objížděcí rychlosti. Hrubé nastavení parametrů třecích modelů bylo provedeno na základě hodnot zjištěných v kapitole 5. „*Identifikace tření*“, kde byla z naměřených průběhů proudů na stroji určena a dopočítána většina potřebných veličin tření. Nastavení bylo dále zpřesněno s ohledem na co nejlepší sesouhlasení naměřené a simulované polohové odchylky pro rychlost 16 m/min. Samotné měření probíhalo pro celou řadu rychlostí objíždění kružnice, v rozmezí 3,2 m/min až 48 m/min. Při tomto testu bylo nejlepší shody s měřením dosaženo u *Parabolického B2* a

Dynamického C modelu. Oba dávaly v celém rozsahu testovaných rychlostí vyrovnané a poměrně malé odchylky - v průměru do 10% od naměřených. Nejhůře dopadl model s klasickou třecí funkcí (*Klasický A*), který vykazoval v porovnání s naměřenými daty v průměru více jak 100% chybu. Model *Lineární B1* poskytoval uspokojivé výsledky pouze pro rychlost, na kterou byl odladěn, v našem případě 16 m/min. Jeho zpřesnění by zřejmě prospělo rozčlenění závislosti na rychlosti do více než dvou intervalů, především jemnější dělení v počátku by umožnilo jeho použití v širším rozsahu rychlostí při neměnném nastavení.

Při posledním testu uveřejněném v této práci jsou posuzovány modely tření v režimech, jako je např. zastavení a rozjezdu suportu či klidový stav. V úvahu je rovněž brán smysl pohybu před zastavením. Při měření na stroji se ukázalo, že tato vlastnost není bezvýznamná a do značné míry taktéž ovlivňuje polohovou odchylku sledované dráhy a především silové poměry při zastavené ose. Jak bylo zjištěno, v tu chvíli není tření nulové (platí za předpokladu, že nedojde ke snížení silového působení na suport), ale blíží se velikosti Coulombova tření předchozího pohybu. Tomu odpovídá i polohová odchylka při následném rozjetí suportu, která je při rozjetí ve stejném smyslu předchozího pohybu mnohem menší než při rozjetí suportu na opačnou stranu. Tuto skutečnost se díky dynamickému popisu modelu *LuGre* podařilo postihnou při simulacích právě a pouze s tímto modelem, zatímco ostatní tři modely dávaly chybné nebo dokonce zcela nesmyslné výsledky, co se týče polohové odchylky i časových průběhů proudů.

Z uvedených rozborů měření a simulací je dobře patrné, že pro popis fenoménu tření v posuvech vysoce přesných obráběcích strojů, pro možnosti reálných simulací a potažmo i pro účely zpřesňování samotného dráhového řízení použitím různých kompenzačních metod již v mnoha případech zdaleka nepostačují jednoduché modely pasivních odporů závislé pouze na rychlosti, protože samotné tření je jev složitější a závisí i na mnoha dalších faktorech. Proto ani dynamický model LuGre, který vyšel z provedených testů nejlépe, není možné brát jako univerzálně použitelný, neboť velice záleží na použitém typu vedení konkrétního stroje, jeho mazání, stavu opotřebení ložisek, na intenzitě a smyslu jeho zatížení a mnoha dalších parametrech. Někdy je ovšem velkým problémem i samotné reálné tření na stroji. To je mnohdy velice nestálé či nelineární, a jeho popis je tak často velice komplikovaný. Obtížně se hledá a sestavuje přesný matematický model na svým způsobem nepředvídatelné třecí poměry na reálném stroji, které se různí např. při pohybu v kladném a záporném smyslu, mění se místně (nejsou stejné v celém rozsahu zdvihu suportu) nebo dokonce s časem.

7.3 Původní přínos práce k řešené problematice

- Sestavení čtyř modelů tření (většina na základě literatury) a jejich komplexní rozbor (grafické zobrazení, matematický popis, simulační schéma, chování a specifické vlastnosti modelu).
- Identifikace třecích poměrů na obráběcím centru (teoretický výpočet, z naměřených proudů určení velikosti třecí síly, viskózního koeficientu, hmotnosti osy, měření předkluzného posunutí – stanovení stykové tuhosti a tlumení).
- Provedení rozboru pohybových a silových veličin v osách X a Y při objíždění dráhy tvaru „L“ a vytvoření simulačního schématu, včetně generátoru žádaných veličin pro jednotlivé osy, pro možnosti simulace objíždění této trajektorie.
- Prověření shody chování třecích modelů s chováním osy X a Y (křížového stolu) stroje MCFV 5050 LN v širokém rozsahu rychlostí a zrychlení a v mnoha režimech práce stroje (pohyb konstantní rychlostí, rázová dynamická poddajnost, kruhová interpolace, objíždění nepravidelného tvaru - rozjezd a zastavení osy, přechod z kružnice na přímku apod.).
- Některé výsledky byly ve zkrácené podobě průběžně uváděny na odborných konferencích – zejména {10} až {12} nebo publikovány ve zprávách výzkumného projektu – zejména {13} a {14}.

7.4 Doporučení dalšího postupu

Některým doporučením dalšího postupu, která jsou shrnuta do následujících bodů, bude dále věnována pozornost a výsledky výzkumu budou průběžně publikovány ve výzkumných zprávách či prezentovány na konferencích. Jiná můžou být pro svoji obsáhlost námětem dalších samostatných prací.

- Věnovat se dalšímu zpřesnění některých zde použitých třecích modelů – např. lineární model rozfázovat do více úseků či navrhnou model, který by zohledňoval rozdílné tření v kladném a záporném smyslu pohybu a proměnné tření v délce zdvihu suportu.
- Pokusit se o důkladnější rozbor dynamického modelu LuGre. Především jde o analýzu předkluzného posunutí a prošetření, co a jakým způsobem ovlivňuje jeho další parametry.

- Zdokonalit simulační model pro posouzení tření v místě zastavení – rozjezdu suportu (vytvořený v kapitole 6.4. „*Nepravidelný tvar*“) tak, aby respektoval omezení skoku derivace zrychlení – ryvu.
- Zabývat se otázkou kompenzace třecích sil v regulačních obvodech, která by snižovala dynamické chyby sledování požadované dráhy na stroji, a vedla tak ke zvýšení přesnosti polohového řízení.
- Posoudit vhodnost a účinnost jednotlivých kompenzačních metod a možnost využití třecích modelů při samotné kompenzaci na reálném zařízení a taktéž při testovacích simulacích.

Literatura

[1] Courtney - Pratt, J., Eisner, E.: The effect of a tangential force on the contact of metallic bodies, Proc. Royal Society, vol. A238, 1957.

[2] Johannes, V., I., Green, M., A., Brockley, C., A.: The role of the rate of application of the tangential force in determining the static friction coefficient, Wear, vol. 37, no. 1976.

[3] Fröhlich, J.: Technika uložení s valivými ložisky, SNTL, Praha, 1980.

[4] Boháček, F.: Části a mechanismy strojů II, Hřídele, tribologie, ložiska, VUT FS Brno, 1983.

[5] Rice, J., R., Ruina, A., L.: Stability of steady frictional slipping, J. Applied Mechanics, vol. 50, no. 2, 1983.

[6] Walrath, C., D.: Adaptive bearing friction compensation based on recent knowledge of dynamic friction, Automatica, 20, No 6, 1984.

[7] Eschmann, P., Hasbargen, I., Weigand, K.: Ball and Roller Bearings, Theory, design and application, John Wiley and Sons, New York, 1985. ISBN 0-471-26283-8

[8] Hess, D., P., Soom, A.: Friction at a lubricated line contact operating at acillating sliding velocities, J. Tribology, vol. 112, 1990.

[9] Friedland, B.: On adaptive friction compensation, IEEE Transactions on Automatic Control, Vol 37, No 10, March 1992.

[10] Armstrong - Hélouvry, B.: Stick slip and control in low speed motion, IEEE Transactions on Automatic Control, Vol 38, No 10, October 1993.

[11] Armstrong – Hélouvry, B., Dupont, P., Canudas de Wit, C.: A survey of models, analysis tools and compensation methods for the control of machines with friction, *Automatica*, Vol. 30, No. 7, pp. 1083-1138, 1994.

[12] Dupont, P., E.: Avoiding stic-slip through PD control, IEEE Transactions on Automatic Control, Vol 39, No 5, March 1994.

[13] Canudas de Wit, C. aj.: A new model for control of systems with friction, IEEE Transactions on Automatic Control, Vol 40, No 3, March 1995.

[14] McMillan, A., J.: A Non-linear friction model for self-excited vibrations, Journal of Sound and Vibration, No. 205 (3), pp. 323-335, April 1997.

[15] Souček, P.: Pohony výrobních zařízení (Servomechanismy). Skripta ČVUT Praha, 1997. ISBN 80-01-01159-3

[16] Razím, M., Štecha, J.: Nelineární systémy. Skripta ČVUT Praha, 1997.

[17] Persson, B., N., J.: Sliding friction: physical principles and applications, Springer, New York, 1998.

[18] Mendřický, R.: Vliv vůlí na vlastnosti pohonu posuvu číslicově řízeného obráběcího stroje. [Diplomová práce]. Liberec 2000. - TU v Liberci. Fakulta strojní.

[19] Owen William Scott: An investigation into the reduction of stick-slip friction in hydraulic actuators. [Dissertation thesis]. The University of British Columbia, August 2001.

[20] Souček, P., Bubák, A.: Výzkum způsobů nasazení lineárních servopohonů na NC strojích. In: Stavba vysoce dynamických obráběcích strojů a použití laseru v obrábění – II. díl, Praha 2001. ISBN 80-238-6787-3

[21] Lachman, M., Mendřický, R.: Dynamické chyby při kruhové interpolaci s uvažováním pasivních odporů. In: XIII. Vědecké sympozium, Liberec, září 2001. ISBN 80-7083-469-2

[22] Bubák, A.: Identifikace tření valivého vedení v posuvech NC strojů při kruhové interpolaci. Inženýrská mechanika 2002. Brno 2002. ISBN 80-214-2109-6

[23] Souček, P., Bubák, A.: Vysoce dynamické pohony posuvů obráběcích strojů. [Výzkumná zpráva]. ČVUT Praha, březen 2002. ISBN 80-238-8426-3

[24] Šimon, J., Skalický, J.: Kompenzace tření v elektrických servopohonech. In: EPVE 2002 - Elektrické pohony a výkonový elektronika, Brno, listopad 2002. ISBN 80-214-2246-7

[25] Skalla, J., Lachman, M., Mendřický, R.: Dynamické chyby pohonů posuvů. Oponovaná výzkumná zpráva 02-28-02. VCSVTT (Výzkumné centrum pro strojírenskou výrobní techniku a technologii) ČVUT, Praha 2002.

[26] Lachman, M., Mendřický, R., Skalla, J.: Dynamické modely pohonů posuvů. Oponovaná výzkumná zpráva 02-12-03. VCSVTT (Výzkumné centrum pro strojírenskou výrobní techniku a technologii) ČVUT, Praha 2003.

[27] Lachman, M., Mendřický, R., Novák, S., Skalla, J.: Zpřesněný model servomechanismu. Závěrečná výzkumná zpráva 02-23-04. VCSVTT (Výzkumné centrum pro strojírenskou výrobní techniku a technologii), ČVUT, Praha 2004.

[28] Katalogy výrobců valivých ložisek SKF, INA …

[29] Uživatelská dokumentace programů MATLAB a SIMULINK.

[30] Technická dokumentace k řídícímu systému Siemens - SINUMERIK 840D

Vlastní publikace

{1} Mendřický, R.: Vliv vůlí na vlastnosti pohonu posuvu číslicově řízeného obráběcího stroje. [Diplomová práce]. Liberec 2000. - TU v Liberci. Fakulta strojní.

{2} Lachman M., Mendřický R.: Dynamické chyby při kruhové interpolaci s uvažováním pasivních odporů. XIII. Vědecké symposium TU Liberec - TU Dresden, TU v Liberci, 2001, ISBN 80-7083-469-2.

{3} Skalla, J., Mendřický, R.: Odměřovací systémy. Seminář Obráběcí stroje na 14. EMO v Hannoveru, Výzkumné centrum pro strojírenskou výrobní techniku a technologii, ČVUT, Praha 2001, ISBN 80-238-7849-2.

{4} Skalla, J., Hruška, J., Lachman, M., Mendřický, R.: Zlepšování dynamických vlastností pohybových os NC strojů s využitím počítačového modelování. Seminář Závěry grantového projektu GAČR 101/98/0202, Společnost pro obráběcí stroje, Praha 2001, ISBN 80-238-6787-3.

{5} Skalla, J., Lachman, M., Mendřický, R.: Dynamické chyby interpolace při vysokých rychlostech a zrychleních. Oponovaná výzkumná zpráva VCSVTT 02-09-01 (KVS 04/01), ČVUT, Praha 2001.

{6} Mendřický, R.: Vliv vůlí a tuhosti na vlastnosti pohonu posuvů NC obráběcího stroje. Elektrické pohony a výkonová elektronika EPVE 2002, FEI VUT, Brno 2002. ISBN 80-214-2246-7

{7} Skalla, J., Lachman, M., Mendřický, R.: Dynamické chyby pohonů posuvů. Oponovaná výzkumná zpráva 02-28-02. VCSVTT (Výzkumné centrum pro strojírenskou výrobní techniku a technologii) ČVUT, Praha 2002.

{8} Mendřický, R.: Vliv vůlí, pasivních odporů a tuhosti na stabilitu pohonu. Seminář Výsledky práce VCSVTT v roce 2002. Společnost pro obráběcí stroje, Praha 2003.

{9} Lachman, M., Mendřický, R., Skalla, J.: Dynamické modely pohonů posuvů. Oponovaná výzkumná zpráva 02-12-03. VCSVTT (Výzkumné centrum pro strojírenskou výrobní techniku a technologii) ČVUT, Praha 2003.

{10} Mendřický, R.: Improved Friction Models for Feed Drives. In Machine tools, Automation and robotics in mechanical engineering, MATAR PRAHA 2004. 21.-22.9.2004. ISBN 80-903421-3-2

{11} Mendřický, R.: Zpřesněné modely tření pro pohony posuvů. In Výrobní stroje, automatizace a robotizace ve strojírenství. Sborník přednášek autorů z VCSVTT, MATAR PRAHA 2004. 21.-22.9.2004. ISBN 80-90342-1-6

{12} Mendřický, R..: Modelování pasivních odporů v posuvech obráběcích strojů. Sborník - EPVE 2004. Sborník příspěvků z celostátní konference, VUT v Brně, Brno 2004. ISBN 80-214-2766-3

{13} Lachman, M., Mendřický, R., Novák, S., Skalla, J.: Zpřesněný model servomechanismu. Závěrečná výzkumná zpráva 02-23-04. VCSVTT (Výzkumné centrum pro strojírenskou výrobní techniku a technologii), ČVUT, Praha 2004.

{14} Lachman, M., Mendřický, R., Najman, A.: Výsledky práce v projektu 1.3.6. za rok 2005. Závěrečná výzkumná zpráva V-05-096. VCSVTT (Výzkumné centrum pro strojírenskou výrobní techniku a technologii), ČVUT, Praha 2006.