

ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

(PROJEKTU, UMELECKÉHO DÍLA, UMELECKÉHO VÝKONU)

pro Tomáše W o l l m a n n a

obor 23-40-8 ASŘ výrobních procesů ve strojírenství

Vedoucí katedry Vám ve smyslu nařízení vlády ČSSR č. 90/1980 Sb., o státních závěrečných zkouškách a státních rigorózních zkouškách, určuje tuto diplomovou práci:

Název tématu: Adaptivní regulační obvod pracující na principu
hyperstability (Ověření vlastností na samočinném
počítači)

Zásady pro vypracování:

- 1) Prostudujte princip hyperstability v aplikacích na diskret-
ní regulační obvody
- 2) Prostudujte návrh adaptivních regulačních obvodů na princí-
pu hyperstability
- 3) Vypracujte program pro syntézu adaptivního regulačního obva-
du včetně simulace činnosti
- 4) Na zvolených příkladech proveďte ověřovací výpočty na počí-
tači

V 43/89 S

VYSOKÁ ŠKOLA STROJNÍ A TEXTILNÍ
Ústřední knihovna
LIBEREC 1, STUDENTSKÁ 8
PSČ 461 17

Obor regulace strojů

AKR-S/KTK

London, U.D. Adaptive Control, The Model Reference Approach.
Nelson Dekker, INC, New York, Basel 1979

Modrlák, O.: Vybrané algoritmy adaptivního řízení. Výzkumná
správa KTK-0060, Liberec VEST 1979

Název diplomové práce: Doc. Ing. Osvald Modrlák, CSc.

Datum zadání diplomové práce: 3.10.1988

Datum odevzdání diplomové práce: 2.6.1989



Věchet
Doc. Ing. Vladimír Věchet, CSc.

Vedoucí katedry

Prášil
Prof. Ing. Vladimír Prášil, DrSc.

Děkan

v Liberci dne 23.9. 88 19

Vysoká škola strojní a textilní v Liberci

nositelka Řádu práce

Fakulta strojní

Obor 23 - 40 - 8

automatizované systémy řízení
výrobních procesů ve strojírenství

katedra technické kybernetiky

Adaptivní regulační obvod pracující
na principu hyperstability

Tomáš Wollmann

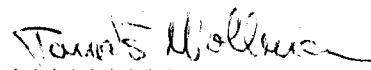
Vedoucí práce: Doc.ing. Osvald Modrlák, CSc., KTK VŠST
KTK ASŘ SF - 197

Rozsah práce a příloh

Počet stran	:	51
Počet příloh	:	17
Počet tabulek	:	3
Počet obrázků	:	6

Mistopřisežně prohlašuji, že jsem diplomovou práci
vypracoval sám s použitím uvedené literatury.

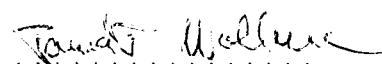
V Liberci dne 29. května 1989



Tomáš Wollmann

Chtěl bych na tomto místě poděkovat Doc.ing. Osvaldu
Modrlákovi, CSc. za odbornou pomoc a metodické vede-
ní při vypracování mé diplomové práce.

V Liberci dne 29. května 1989



Tomáš Wollmann

OBSAH

1.	Úvod	5
2.	Adaptivní řídicí systémy s referenčním modelem ..	7
3.	Základy teorie hyperstability	10
3.1.	Základní pojmy	10
3.2.	Teoretické závěry	13
4.	Syntéza adaptivního systému řízení s referenčním modelem	16
4.1.	Soustava popsaná diferenční rovnicí	16
4.2.	Diskrétní adaptivní systém s referenčním modelem popsaný rovnicemi ve stavovém prostoru	22
4.3.	Závěrečné poznámky	24
5.	AMFC řídicí systémy	25
5.1.	Problém nalezení PMFC systému	26
5.2.	AMFC systémy popsané stavovými rovnicemi	30
5.2.1.	Paralelní AMFC systém - Spojitý případ	32
5.2.2.	Poznámky	37
5.3.	Diskrétní AMFC systém	38
5.4.	Závěrečné poznámky	40
6.	Experimentální část	42
6.1.	Algoritmus adaptace pro MRAS. Parametrické nastá- vení	42
6.2.	Algoritmus adaptace pro AMFC systémy. Signální na- stavení	46
7.	Závěr	49
	Literatura	50
	Seznam příloh	51

1. Úvod

Vzhledem ke stále rostoucím požadavkům na kvalitu řízení regulovaných soustav je nutno získávat stále větší množství informací o dynamice chování systému, vstupujících poruchách, změnách parametrů soustav. Proti tomu na druhou stranu zase působí složitost a rozsáhlost technologických procesů a technických zařízení, časová závislost pracovních podmínek.

Bylo proto zcela přirozené, že se hledaly cesty jak zajistit, aby systémy řízení samy se dokázaly přizpůsobit měnícím se dynamickým vlastnostem, pracovním podmínkám nebo dokonce zcela neznámým situacím.

U živých organismů je toto jediná cesta jak přežít v nepříznivých nebo změněných podmínkách - to znamená :

a d a p t o v a t s e a na základu zkušeností stejnou situaci zvládnout příště lépe tj. u č i t s e.

Podobně i u neživých řídicích systémů používáme stejné pojmy : adaptivní, adaptace, učení se - i když tady je jejich podstata mechanická. Tyto způsoby řízení pak nazýváme jako tzv. vyšší způsoby řízení. Jejich uplatnění, vedle klasické analogové nebo impulsní P I D regulace, nám dovoluje současná úroveň řídicích prostředků, zejména však v diskretní verzi rozvoj řídicích počítačů a mikropočítačů.

Dnes existuje celá řada dobře propracovaných adaptačních mechanismů, jejichž použití samozřejmě závisí hlavně na požadavcích uživatele a technických prostředcích. Uvedeme pouze ty základní :

1. systémy s referenčním modelem,
2. systémy pracující na duálním principu,
3. systémy s nepřímými metodami.

Možné způsoby řízení pak jsou:

1. změnou nastavitelných parametrů systému,
2. generováním vhodného vstupního signálu,
3. změnou struktury systému.

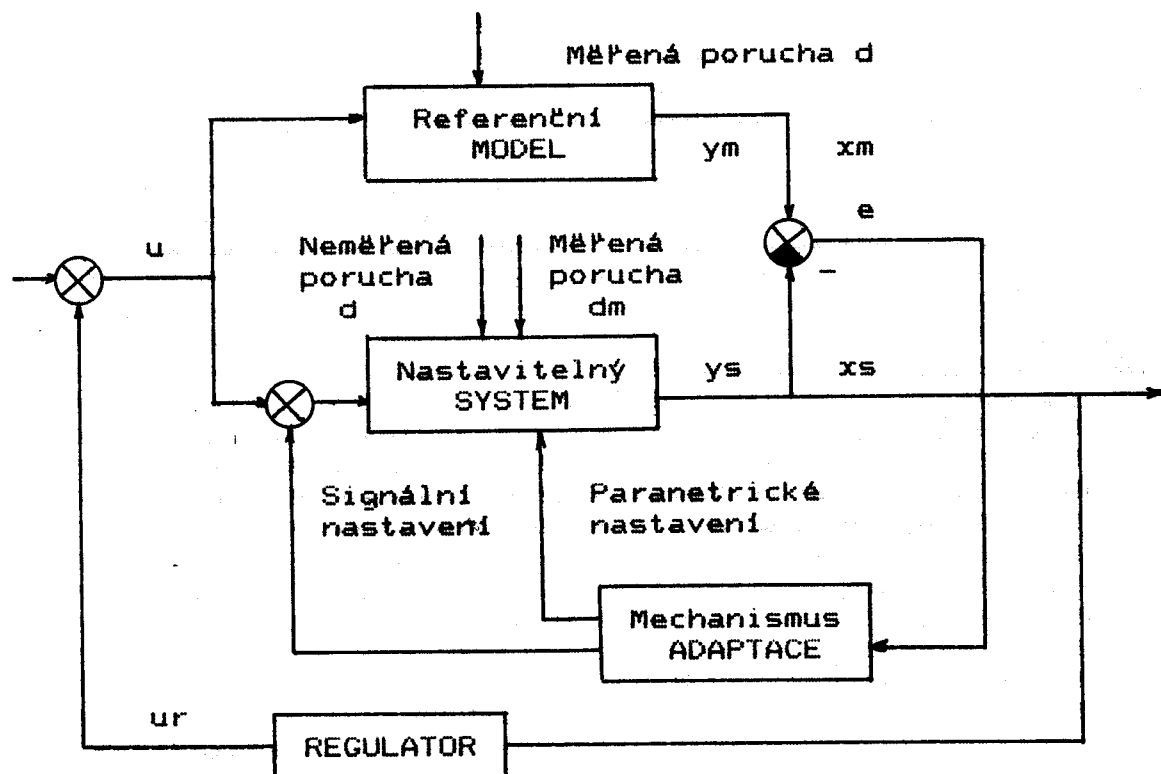
To platí samozřejmě jak pro spojitou tak i diskrétní verzi adaptivního řízení /1/, /5/ .

Nadále se budeme zabývat pouze systémy s referenčním modelem.

2. Adaptivní řídicí systémy s referenčním modelem

Adaptivní systémy s referenčním modelem (Model Reference Adaptive Systems - M R A S) byly poprvé představeny v roce 1958, dnes patří k velmi rozšířeným a dobře pracovaným metodám adaptivního řízení.

Princip je zřejmý z následujícího zapojení :



Obr. 2.- 1

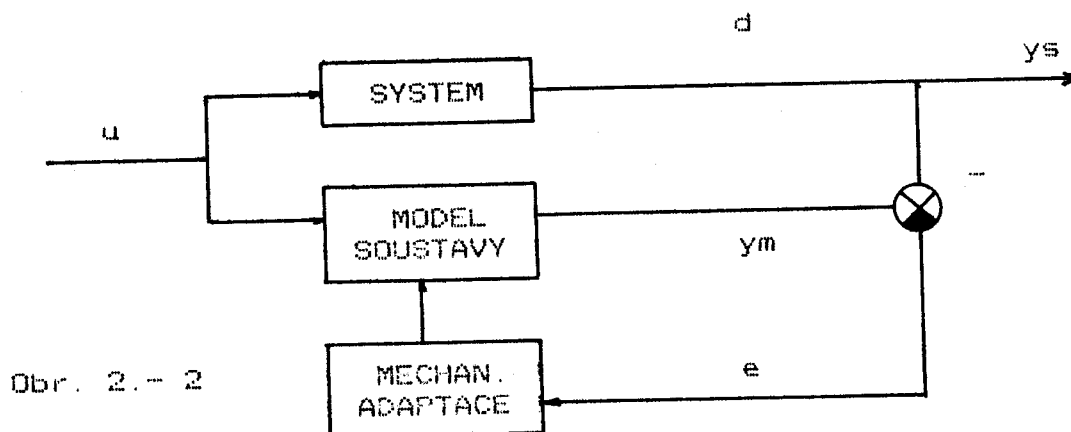
Výstupem referenčního modelu je žádaná odezva y_m , eventuelně žádaný vektor stavu x_m na vstupní signál u . Tento výstup se porovnává s výstupem nastavitelného systému y_s nebo x_s a výsledkem je adaptační odchylka ε nebo e . Tato odchylka představuje ztrátu a cílem adaptace je tedy tuto odchylku podle zvoleného kritéria minimalizovat resp. úplně odstranit.

Pro minimalizaci lze vhodně přestavovat seřiditelné parametry systému (mohou to být např. nastavitelné parametry regulátoru, který spolu s regulovanou soustavou tvoří

nastavitelný systém), potom mluvíme o adaptaci s parametrickým nastavením nebo se v mechanismu adaptace generuje přídavný vstupní signál a potom se jedná o adaptaci se signálním nastavením. Je samozřejmě možno použít nastavení kombinované se současným přestavováním parametrů a zaváděním vstupního signálu.

Výhodou tohoto zapojení je relativně rychlá adaptace díky měření výstupu systému a referenčního modelu, vytváření adaptační odchylky a jejímu zpracování dle daného kritéria. Naproti tomu nevýhodou je nutnost velké apriorní znalosti o systému, modelu a struktuře k jeho realizaci. I proto adaptivní systémy s referenčním modelem vyhovují pro řešení jen omezené třídy úloh.

Významný je také duální charakter tohoto adaptivního schématu, to znamená, že ho lze použít jak pro řízení tak i pro identifikaci:



Potom identifikovaná soustava je referenčním modelem a nastavitelný systém představuje model soustavy se zvolenou strukturou. Adaptace provádí nastavení parametrů tak, aby adaptační odchylka byla minimalizována daným kritériem.

Pro nás je však z hlediska řízení významné, že adaptace s referenčním modelem dokáže zajistit konstantní dynamické vlastnosti regulované soustavy i s měnícími se parametry.

try systému.

Tuto část, která provádí adaptaci, nazýváme vnitřní - adaptivní - smyčkou adaptivního regulačního obvodu. Do vnější smyčky pak zapojujeme regulátor, který lze seřadit již podle běžných kritérií kvality řízení vzhledem k dynamickým vlastnostem referenčního modelu.

Základní problém při návrhu adaptivních systémů řízení s referenčním modelem je navrhnout takový algoritmus adaptace, aby byla zachována stabilita celého zapojení.

Podle návrhu adaptace rozlišujeme dva základní případy :

1. Parametry soustavy nejsou známy, ale všechny stavové veličiny jsou dostupné měřením, nebo je lze získat vhodným technickým zařízením (např. měřením nebo vytvářením derivací výstupního signálu).
2. Parametry soustavy nejsou známy a lze měřit pouze vstup a výstup.

K zajištění stability celého systému lze použít různá kritéria - nejčastěji přímé Ljapunovovy metody. V této práci bylo využito vlastností hyperstability. Z podmínek pro stabilitu se potom odvozují algoritmy adaptace a to jak pro spojitě tak i pro diskrétní systémy.

3. Základy teorie hyperstability

Pojem "hyperstabilita" poprvé uvedl V. M. Popov v roce 1960 v [6,7] při charakterizování obecných vlastností třídy zpětnovazebních systémů, z kterých lze také jako ve zvláštním případě odvodit jeho významné frekvenční kritérium stability. V počátku byla hyperstabilita studována v souvislosti se spojitými systémy, ale zcela přirozeně byly tyto problémy rozšířeny i na diskrétní případy.

V této kapitole se seznámíme se základními definicemi a vlastnostmi hyperstabilních systémů a na konec budou uvedeny Teoremy vhodné k syntéze adaptivních řídicích systémů s referenčními modely.

3.1. Základní pojmy

Uvažujme diskrétní systém "H" popsany rovnicemi :

$$x(k+1) = A(k) x(k) + B(k) u(k) \quad (3.1.- 1)$$

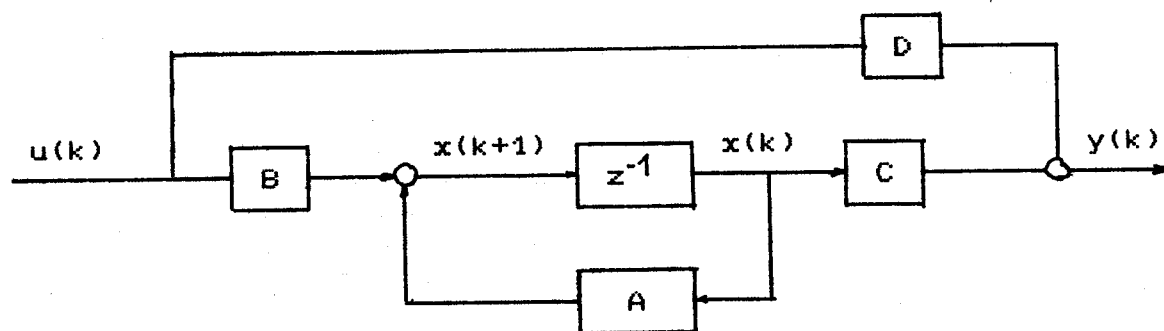
$$y(k) = C(k) x(k) + D(k) u(k) \quad (3.1.- 2)$$

kde $x(k)$, $y(k)$, $u(k)$ jsou obecně vektory a $A(k)$, $B(k)$, $C(k)$ jsou matice odpovídajících rozměrů :

- x - vektor $[n,1]$ stavových veličin,
- u - vektor $[q,1]$ vstupních veličin,
- A - matice $[n,n]$ koeficientů soustavy,
- B - matice $[n,q]$ buzení,
- y - vektor $[r,1]$ výstupních veličin,
- C - matice $[r,n]$ výstupu,
- D - matice $[r,q]$ převodu $= 0$,
- n - řád soustavy.

Uvažujme také sumu součinu vektorů vstupu a výstupu:

$$\eta(K_0, K_1) = \sum_{k=K_0}^{K_1} u^T(k) y(k) \quad , \quad K_1 \geq K_0 \quad (3.1.- 3)$$



Obr. 3.1.- 1

Definice I :

Systém "H" nazveme hyperstabilním pokud existují takové $\beta_1 > 0$ a $\beta_0 \geq 0$, že :

$$\eta(K_0, K_1) + \beta_0 \|x(K_0)\|^2 \geq \beta_1 \|x(K_1+1)\|^2 \quad (3.1.- 4)$$

pro všechna $K_1 \geq K_0$ a všechny vektory $u(k)$, $x(k)$ splňující rovnici (3.1.- 1).

Z této definice lze poukázat na fyzikální význam pojmu hyperstability. Nerovnice (3.1.- 4) je zevšeobecněním podmínky pasivity soustavy. Vhodnou volbou stavového vektoru lze vyjádřit energii uchovanou v okamžiku $(K_1 + 1)$ jako :

$$\frac{1}{2} x(K_1+1) \cdot x(K_1+1) \quad \text{a stejně tak v počátku } (K_0) \text{ jako :}$$

$$\frac{1}{2} x(K_0) \cdot x(K_0) .$$

Potom podmínku pasivity je možno formulovat takto :

V každém okamžiku $(K+1)$ musí být energie nahromaděná v soustavě menší nebo nanejvýše rovna součtu počáteční energie v okamžiku (K_0) a energie dodané soustavě v časovém intervalu $(K_0, K+1)$.

Matematicky vyjádřeno :

$$\sum_{k=K_0}^{K_1} u^T(k) \cdot y(k) + \frac{1}{2} x^T(K_0) \cdot x(K_0) = \frac{1}{2} x^T(K_1+1) \cdot x(K_1+1) .$$

Z toho je vidět, že se jedná o podmínku hyperstability podle Definice I., ve které :

$$\beta_1 = \beta_0 = 1/2 \quad \text{a} \quad \|x(k)\|^2 = x^T(k) \cdot x(k) .$$

Definice II :

Pokud systém "H" je hyperstabilní, pak existují takové konečné konstanty $\delta > 0$ a $\gamma = 0$, že pro posloupnosti vektorů $u(k)$, $x(k)$, $y(k)$ splňujících rovnice (3.1.- 1, 2) a nerovnici :

$$\eta(K_0, K_1) = \sum_{k=K_0}^{K_1} u^T(k) y(k) = \gamma^2 + \gamma \cdot \sup_{K_0 \leq k \leq K_1} x(k) \quad (3.1.- 5)$$

platí:

$$\|x(k)\| = \delta (\gamma + \|x(K_0)\|) \quad , \quad \forall K_1 \geq K_0 \quad (3.1.- 6).$$

Důkaz těchto dvou definic viz /4/.

Z předcházejících definic lze formulovat některé vlastnosti (důkazy viz /4/) :

Vlastnost I : Hyperstabilita zahrnuje stabilitu ve velkém (pro nulový vstup).

Vlastnost II : Paralelní zapojení dvou hyperstabilních systémů je hyperstabilní.

Vlastnost III : Zpětnovazební zapojení dvou hyperstabilních systémů je hyperstabilní.

Definice III :

Systém je asymptoticky hyperstabilní je - li :

- i) hyperstabilní,
- ii) pro nulový vstup asymptoticky stabilní ve velkém .

Uvažujme nyní nový systém "H" popsany vstupně - výstupní relací v následující formě :

$$y = \mathcal{B}(1, k) u(1) = f(u(1), k) \quad , \quad 1 \leq k \quad (3.1.- 8)$$

Definice IV :

Systém "H" popsany rovnicí (3.1.- 8) je slabě hyperstabilní pokud pro všechny dvojice ($u(k)$, $y(k)$) splňující rovnici (3.1.- 3) existují takové konečné konstanty $\lambda_0^2 \geq 0$, že je splněna nerovnice :

$$\eta(K_0, K_1) = \sum_{k=K_0}^{K_1} u^T(k) \cdot y(k) = - \lambda_0^2 \quad K_1 \geq K_0 \quad (3.1.- 9).$$

3.2 Teoretické závěry :

V této části budou předvedeny některé výsledky teorie hyperstability, které mají přímou aplikaci v diskrétních řídicích systémech. Pro mnoho praktických příkladů je zajímavé studovat vlastnosti paralelních a zpětnovazebních zapojení mezi hyperstabilními a slabě hyperstabilními systémy.

Lemma I :

Zpětnovazební zapojení hyperstabilního systému se systémem slabě hyperstabilním je hyperstabilní.

(Důkaz viz /4/).

Uvažujme lineární časově neproměnný diskrétní systém popsaný rovnicemi :

$$x(k+1) = A x(k) + B u(k) \quad (3.2.- 1)$$

$$y(k) = C x(k) \quad (3.2.- 2)$$

kde $x(k)$, $u(k)$, $y(k)$ jsou vektory a A , B , C jsou matice odpovídajících rozměrů; dvojice (A, B) je úplně říditelná a dvojice (C, A) je úplně pozorovatelná.

Definujme diskrétní přenosovou matici :

$$G(z) = C (zI - A)^{-1} \cdot B \quad (3.2.- 3).$$

Lemma II :

Systém popsaný rovnicemi (3.2.- 1) a (3.2.- 2) je hyperstabilní právě tehdy, když diskrétní přenosová matice $G(z)$ definovaná rovnicí (3.2.-3) je pozitivní reálná ve smyslu, že :

1. Póly matice $G(z)$ leží uvnitř jednotkové kružnice $|z| \leq 1$ a póly na $|z| = 1$ jsou prosté, takže součet residuí matice je non-negativní Hermitova matice.
2. $H(z) = G(z) + G^T(z^*)$ je non-negativní Hermitova matice pro každé $|z| = 1$.

Při návrhu adaptivního regulačního obvodu s referenčním modelem budeme muset řešit problémy v souvislosti s časově proměnnými systémy. Uvedeme proto nyní teorém týkající se asymptotické hyperstability víceproměnných, diskrétních, časově proměnných, nelineárních zpětnovazebních systémů.

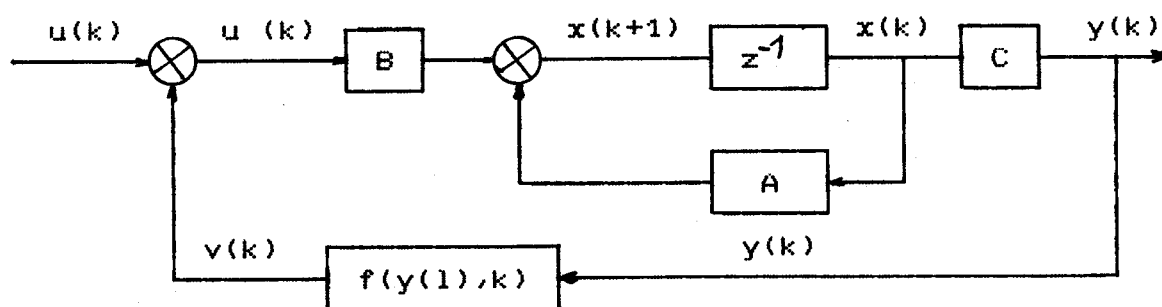
Uvažujme následující systém :

$$x(k+1) = A x(k) + B \cdot u^1(k) \quad (3.2.-4)$$

$$y(k) = C x(k) \quad (3.2.-5)$$

$$u^1(k) = u(k) - v(k) \quad (3.2.-6)$$

$$v(k) = f(y(1), k) \quad , \quad 1 \leq k \quad (3.2.-7)$$



Obr. 3.2.- 1

kde $x(k)$, $u(k)$, $v(k)$, $u(k)$, $y(k)$ jsou vektory (stejných rozměrů) a A , B , C jsou matice odpovídajících rozměrů. Lineární část je popsána rovnicemi (3.2.-4), (3.2.-5), je úplně pozorovatelná a úplně řiditelná a charakterizována diskrétní přenosovou maticí $G(z)$ definovanou rovnicí (3.2.-3). Funkcionál $f(y(1), k)$ označuje nelineární závislost mezi $v(k)$ a hodnotami $y(1)$ vzorkovaných v okamžicích $1 \leq k$ a splňujících následující nerovnici :

$$\sum_{k=K_0}^{K_1} y^T(k) \cdot v(k) = -\lambda_0^2 \quad , \quad \forall K_1 \geq K_0 \quad (3.2.-8).$$

Je vidět, že nelineární časově proměnná část je slabě hyperstabilní (viz Definice IV.).

Teorem I :

Nutná a postačující podmínka, abychom diskrétní, časově proměnný systém popsaný rovnicemi (3.2.-4) až (3.2.-7) a nerovnicí (3.2.-8) označili jako asymptoticky hyperstabilní systém je, aby přenosová matice $G(z)$ byla přísně pozitivně reálná (strictly positive real) ve smyslu, že :

1. Póly matice $G(z)$ leží uvnitř jednotkové kružnice

$$|z| < 1$$

2. $H(z) = G(z) + G^T(z^*)$ je pozitivně definitní Hermitova matice.

Důkaz viz /4/.

4. Syntéza adaptivního systému řízení s referenčním modelem

4.1. Soustava popsaná diferenční rovnicí

Uvažujme diskrétní paralelní adaptivní řídicí systém s referenčním modelem popsaný rovnicemi :

Referenční model :

$$\begin{aligned} y_m(k) &= \sum_{i=1}^n a_i y_m(k-i) + \sum_{i=0}^m b_i u(k-i) = \\ &= p^T x(k-1) \end{aligned} \quad (4.1.- 1)$$

$$\text{kde } p^T = [a_1, \dots, a_n, b_0, \dots, b_m] \quad (4.1.- 2)$$

$$\begin{aligned} x^T(k-1) &= [y_m(k-1), \dots, y_m(k-n), u(k), \dots, u(k-m)] \\ &\quad (4.1.- 3) \end{aligned}$$

p^T je vektor parametrů, $y_m(k)$ je výstup modelu v okamžiku k , a $u(k)$ je vstup modelu v okamžiku k .

Nastavitelný systém :

$$\begin{aligned} y_s(k) &= \sum_{i=1}^n \hat{a}_i(k) y_s(k-i) + \sum_{i=0}^m \hat{b}_i(k) u(k-i) = \\ &= \hat{p}^T(k) \cdot y(k-1) = [\hat{p}^I(k) + \hat{p}^D(k)]^T y(k-1) \end{aligned} \quad (4.1.- 4)$$

$$y_s^0(k) = [\hat{p}^I(k-1)]^T y(k-1) \quad (4.1.- 5)$$

$$\text{kde } \hat{p}^T(k) = [\hat{a}_1(k), \dots, \hat{a}_n(k), \hat{b}_0(k), \dots, \hat{b}_m(k)] \quad (4.1.- 6)$$

$$y^T(k-1) = [y_s(k-1), \dots, y_s(k-n), u(k), \dots, u(k-m)] \quad (4.1.- 7)$$

a $y_s^0(k)$ a $y_s(k)$ jsou apriorní a aposteriorní výstupy tj. před a po adaptaci nastavitelného systému v okamžiku k .

Obecná chyba pak :

$$\text{apriori} \quad : \quad e^0(k) = y_m(k) - y_s^0(k) \quad (4.1.- 8)$$

$$\text{aposteriori} \quad : \quad e(k) = y_m(k) - y_s(k) \quad (4.1.- 9)$$

Mechanismus adaptace obsahuje lineární kompenzátor, generující signál $v(k)$:

$$\text{apriori} \quad : \quad v^0(k) = e^0(k) + \sum_{i=1}^n d_i e(k-i) \quad (4.1.-10)$$

$$\text{aposteriori} \quad : \quad v(k) = e(k) + \sum_{i=1}^n d_i e(k-i) \quad (4.1.-11)$$

$$\hat{p}(k) = \hat{p}^I(k) + \hat{p}^P(k) \quad (4.1.-12)$$

$$\hat{p}^I(k) = \hat{p}^I(k-1) + \phi_1(v^0(k)) = \sum_{l=0}^k \phi_1(v^0(l)) + \hat{p}^I(-1) \quad (4.1.-13)$$

$$\hat{p}^P(k) = \phi_2(v^0(k)) \quad (4.1.-14)$$

Rovnice (4.1.-10) - (4.1.14) představují obecný algoritmus adaptace s parametrickým nastavením, $\hat{p}^I(k)$ odpovídá té části algoritmu, která poskytuje pamět adaptačního mechanismu a $\hat{p}^P(k)$ je přechodný člen, který pomine ve chvíli, kdy $v^0(k) = 0$:

[$\lim_{k \rightarrow \infty} v(k) = 0$ obsahuje v sobě, že $\lim_{k \rightarrow \infty} \hat{p}(k) = \lim_{k \rightarrow \infty} \hat{p}^I(k)$].

Nyní bude předvedena technika návrhu adaptivního řídicího systému s referenčním modelem. Princip spočívá v tom, převést původní systém na tzv. systém ekvivalentní, popsaný dynamikou obecné chyby a na tento potom aplikovat kritérium pro zajištění stability celého systému, v našem případě použít teorie hyperstability.

Z rovnic (4.1.-1), (4.1.-4), (4.1.-9) a (4.1.-11) lze získat následující vztah :

$$e(k+1) = a^T e_k + w_1(k+1) \quad (4.1.-15)$$

a

$$v(k+1) = e(k+1) + d^T e_k \quad (4.1.-16)$$

kde

$$w(k+1) = -w_1(k+1) = [p - \hat{p}(k+1)]^T y(k) \quad (4.1.-17)$$

$$a^T = [a_1, \dots, a_n] \quad (4.1.-18)$$

$$e_k^T = [e(k), \dots, e(k-n+1)] \quad (4.1.-19)$$

$$d^T = [d_1, \dots, d_n] \quad (4.1.-20)$$

Rovnice (4.1.-15) a (4.1.16) nyní definují lineární, časově neproměnný přímovazební blok charakterizovaný přeno-

sovou diskrétní funkcí :

$$h(z) = \frac{1 + \sum_{i=1}^n d_i z^{-i}}{1 - \sum_{i=1}^n a_i z^{-i}} \quad (4.1.-21)$$

a rovnice (4.1.-17) definuje zpětnovazební nelineární časově proměnný blok.

Abychom na tento ekvivalentní systém mohli aplikovat Teorem I. (viz kapitola 3.2.) musí být splněna jistá podmínka pro jakékoli posloupnosti vektorů vstupních a výstupních. Jedná se o podmínku slabé hyperstability nelineární části ekvivalentního systému :

$$\sum_{k=0}^{k_1} w(k+1)^T \cdot v(k+1) = -\lambda_0^2 \quad k_1 \geq 0 \quad (4.1.-22)$$

Nalezení řešení této nerovnice je poměrně složitým problémem. Lze k tomu využít například Lemma B.5 v dodatku /4/. Její výsledek se objeví v algoritmu adaptace jako jedna z podmínek.

Protože tedy můžeme říci, že zpětnovazební blok ekvivalentního systému splňuje podmínku (4.1.- 22) pro možnost použití Teoremu I. o hyperstabilitě systému, lze uzavřít, že ekvivalentní systém popsaný rovnicemi (4.1.-15) - (4.1.- 17) bude asymptoticky hyperstabilní právě tehdy, když přenosová funkce definovaná rovnicí (4.1.-22) bude přísně pozitivní reálná - strictly positive real.

Lze dokázat, že pokud ekvivalentní systém je asymptoticky hyperstabilní, originální systém bude asymptoticky stabilní ve velkém je-li použit následující algoritmus adaptace.

Teorem II .

Paralelní adaptivní řídicí systém s referenčním modelem popsany rovnicemi (4.1.-1) - (4.1.-14) je asymptoticky stabilní ve velkém je-li použit následující adaptační algoritmus :

$$1. \hat{p}(k) = \hat{p}^l(k) + \hat{p}^p(k) \quad (4.1.-23)$$

$$2. \hat{p}^l(k) = \hat{p}^l(k-1) + \frac{G y(k-1)}{1 + y^T(k-1)(G + G^l(k-1))y(k-1)} v^o(k) \quad (4.1.-24)$$

$$3. \hat{p}^p(k) = \frac{G^l(k-1) \cdot y(k-1)}{1 + y^T(k-1)(G + G^l(k-1))y(k-1)} v^o(k) \quad (4.1.-25)$$

$$4. G^l(k) + \frac{1}{2}G \geq 0, \quad \text{pro všechna } k \quad (4.1.-26)$$

$$5. v^o(k) = y_m(k) - [\hat{p}^l(k-1)]^T y(k-1) + \sum_{i=1}^n d_i e(k-i) \quad (4.1.-27)$$

kde G je libovolná pozitivně definitní matice, $G^l(k)$ je konstantní nebo časově proměnná matice splňující podmínku (4.1.-26) a $d_1, \dots, d_n$ jsou vybrány tak, že :

$$6. h(z) = \frac{1 + \sum_{i=1}^n d_i z^{-i}}{1 - \sum_{i=1}^n a_i z^{-i}} \quad (4.1.-28)$$

je přísně pozitivní reálná, diskrétní přenosová funkce.

Pokud

$$G^l(k) = G^l \neq 0 \quad (4.1.-29)$$

(kde G^l je konstantní matice) adaptační algoritmus je typu proporcionálně - integračního s konstantním adaptačním průběhem.

Pro

$$G'(k) = 0 \quad (4.1.-30)$$

jedná se o algoritmus integračního typu.

Teorem II. předpokládá volbu hodnot koeficientů d_i $i = 1, 2, \dots, n$ tak, aby byla splněna podmínka (4.1.-28). Koeficienty jmenovatele diskrétní přenosové funkce (4.1.-28) charakterizují referenční model. V závislosti na jejich hodnotách lze ukázat, že přenosová funkce bude přísně pozitivní reálná pro $d_i = 0$, $i=1, 2, \dots, n$ jak je vidět například v /4/. Dále naznačíme výpočet koeficientů d_i v obecném případě.

Explicitní výpočet koeficientů d_i je možno provést po vyjádření přenosové funkce $h(z)$ charakterizující lineární část ekvivalentního systému ve stavovém prostoru a použitím Lemma B.4-2, Dodatek B (viz také Teorem B.4-1)/4/. Stavová realizace $h(z)$ rovnice (4.1.-28) má tvar :

$$x(k+1) = A x(k) + b u(k) \quad (4.1.-31)$$

$$v(k) = (d + a)^T x(k) + u(k) \quad (4.1.-32)$$

kde

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & & & & 0 \\ 0 & & & & 1 \\ a_n & a_{n-1} & & & a_1 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (4.1.-33)$$

$$d^T = [d_1, \dots, d_n]$$

$$a^T = [a_1, \dots, a_n]$$

Po aplikaci Lemma B.4-2 je nutno řešit Ljapunovovu rovnici

$$A^T P A - P = -Q, \quad Q > 0, \quad P = [P_{ij}]$$

$$a^T P_{nn} a^T + [0, P_{n1}, \dots, P_{n,n-1}] = a^T + d^T$$

Z těchto rovnic lze získat :

$$d_i = (P_{nn} - 1) \cdot a_i + P_{n,n-i} \quad , \quad i = 1, \dots, n-1$$

$$d_n = (P_{nn} - 1) \cdot a_n$$

Pokud $P_{nn} = 1$, pak

$$d_i = P_{n,n-i} \quad , \quad i = 1, \dots, n-1$$

$$d_n = 0$$

Podrobný rozbor viz /4/ .

V praktických příkladech lze učinit následující aproximaci : systém popsany rovnicemi (4.1.-31) a (4.1.-32) můžeme rozložit na dva paralelní bloky, jeden je popsán :

$$x(k+1) = A x(k) + b u(k) \quad (4.1.-34)$$

$$v_1(k) = (d + a)^T \cdot x(k) \quad (4.1.-35)$$

a je charakterizován přenosovou funkcí

$$h_1(z) = \frac{\sum_{i=1}^n (a_i + d_i) z^{-i}}{1 - \sum_{i=1}^n a_i z^{-i}} \quad (4.1.-36)$$

a druhá část je jednotková přenosová funkce. Součet obou přenosových funkcí bude přesně pozitivní reálný pokud pro jakékoli z , na $|z| = 1$, $|h_1(z)| < 1$. Tyto poslední podmínky budou splněny jestliže

$$d_i = -a_i + q_i \quad (4.1.-37)$$

kde $0 < q_i < 1$.

V /4/ je dále rozebrána a vyřešena možnost výpočtu koeficientů d_i rekursivním způsobem bez jejich apriorní volby. Je zde uveden i adaptační algoritmus upravený pro takový případ.

Samozřejmě algoritmus uvedený v této práci není jediný. Obdobným způsobem je možné odvodit i adaptační algoritmus i pro serio - paralelní zapojení adaptivního řídicího

systemu s referenčním modelem, na to však je zde málo prostoru. Tento i další možnosti jsou uvedeny v literatuře. My zde ještě uvedeme algoritmus pro realizaci zapojení ve stavovém prostoru.

4.2 Diskrétní adaptivní systém s referenčním modelem popsaný rovnicemi ve stavovém prostoru

Uvažujme paralelní zapojení MRAS :

Referenční model :

$$x(k+1) = A_m x(k) + B_m u(k) \quad (4.2.- 1)$$

Paralelní nastavitelný systém :

$$y^0(k+1) = A_s(k) y(k) + B_s(k) u(k) \quad (4.2.- 2)$$

$$y(k+1) = A_s(k+1) y(k) + B_s(k+1) u(k) \quad (4.2.- 3)$$

Obecná chyba :

$$e^0(k) = x(k) - y^0(k) \quad (4.2.- 4)$$

$$e(k) = x(k) - y(k) \quad (4.2.- 5)$$

Adaptační algoritmus :

$$v^0(k) = D e^0(k) \quad (4.2.- 6)$$

$$v(k) = D e(k) \quad (4.2.- 7)$$

$$A_s(k+1) = \sum_{l=0}^k \phi_1(v, k, l) + \phi_2(v, k) + A_s(0) \quad (4.2.- 8)$$

$$B_s(k+1) = \sum_{l=0}^k \psi_1(v, k, l) + \psi_2(v, k) + B_s(0) \quad (4.2.- 9)$$

kde x a y jsou stavové vektory (n - dimensionální), u je vstupní vektor (m - dimensionální), A_m a B_m jsou konstantní matice odpovídajících rozměrů a $A_s(k+1)$ a $B_s(k+1)$ jsou časově proměnné matice odpovídajících rozměrů, $\phi_1(v, k, l)$ a $\psi_1(v, k, l)$ jsou diskrétní maticové funkcionály v , $\phi_2(v, k)$ a $\psi_2(v, k)$ jsou maticové funkce v , $y^0(k+1)$ je apriorní stavový vektor nastavitelného systému počítaný z hodnot nastavitelných parametrů v okamžiku k , a $y(k+1)$ je aposteriorní

stavový vektor nastavitelného systému v okamžiku $k+1$ tj. po adaptaci.

Teorem 4.2.- 1.

Diskrétní paralelní adaptivní systém s referenčním modelem popsany rovnicemi (4.2.-1) - (4.2.-9) je asymptoticky stabilní ve velkém jestliže :

1. $\phi_1(v, k, 1)$, $\phi_2(v, k)$, $\psi_1(v, k, 1)$, a $\psi_2(v, k)$ jsou dány

$$\phi_1(v, k, 1) = F_a(k-1) \cdot v(1+1) \cdot [G_a \cdot y(1)]^T, \quad 1 \leq k \quad (4.2.-10)$$

$$\phi_2(v, k) = F_a^1(k) \cdot v(k+1) \cdot [G_a^1(k) \cdot y(k)]^T \quad (4.2.-11)$$

$$\psi_1(v, k, 1) = F_b(k-1) \cdot v(1+1) \cdot [G_b \cdot u(1)]^T, \quad 1 \leq k \quad (4.2.-12)$$

$$\psi_2(v, k) = F_b^1(k) \cdot v(k+1) \cdot [G_b^1(k) \cdot u(k)]^T \quad (4.2.-13)$$

kde $F_a(k-1)$ a $F_b(k-1)$ jsou pozitivně definitní diskrétní funkce, jejichž z - transformace jsou pozitivně reálné přenosové matice s póly na $|z|=1$, G_a a G_b jsou konstantní pozitivně definitní matice, a $F_a^1(k)$, $F_b^1(k)$, $G_a^1(k)$ a $G_b^1(k)$ jsou časově proměnné pozitivně definitní (nebo semidefinitní) matice pro všechna $k \geq 0$.

2. Přenosová funkce :

$$H(z) = Dz(zI - A_m)^{-1} = D + DA_m(zI - A_m)^{-1} \quad (4.2.-14)$$

je přísně pozitivní reálná.

Pro splnění poslední podmínky lze zase využít Lemma B.4-2 v /4/. V téže literatuře jsou uvedeny i další možnosti aplikace a úprav uvedeného Teorému.

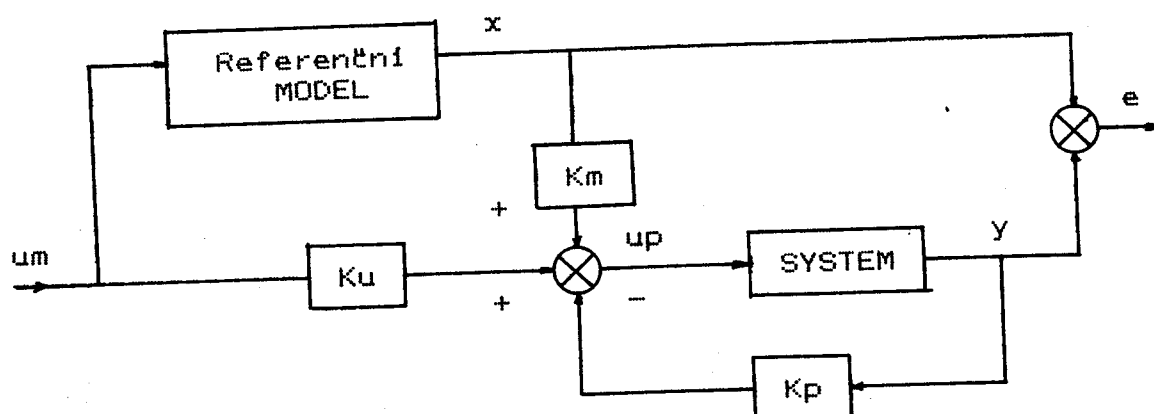
4.3 Závěrečné poznámky

V této kapitole byla naznačena obecná metoda založená na použití hyperstability a její možná aplikace pro návrh diskrétního adaptivního systému s referenčním modelem.

1. Základ vychází ze spojitého případu a byl v některých krocích upraven pro použití na diskrétní případy.
2. Při návratu z ekvivalentního zpětnovazebního systému do originálního systému musíme překonat obtíže spojené s přítomností adaptačního zpoždění v diskrétní verzi (viz vztahy pro $y^0(k)$, $y(k)$, $v^0(k)$, $v(k)$ atd).
3. Problém odstranění adaptačního zpoždění je řešen výběrem apriorních hodnot proměnných, které jsou závislé na nastavitelných parametrech a počítané nebo měřené v okamžiku k , ale závislé na nastavitelných parametrech v okamžiku $k-1$.
4. Další možnosti použití této metody návrhu řídicích systému a včetně podrobných rozborů i příkladů /4/.

5. AMFC řídicí systémy

Přímé použití teorie lineárního optimálního řízení je velmi často omezené díky obtížnému vyjádření při návrhu v nelineárních členech. Jednou z cest jak tyto obtíže překonat je použití tak zvaných řídicích systémů s lineárním modelem - linear model - following control (LMFC) systems. Tento typ řízení používá model, který je při návrhu přítomen pouze pro výpočet řídicího zákona - implicitní model nebo je reálnou částí systému - explicitní model :



Obr. 5.1

kde K_u je přímovazební blok, K_p je zpětnovazební blok systému, K_m je zpětnovazební blok modelu. V obou případech je účelem minimalizovat chybu mezi stavy nebo výstupy modelu a řízeného systému (tzv. plant). Poznamenejme ještě, že toto schema nepřekonává těžkosti spojené s nejistotou týkající se hodnot parametrů systému (plantu) a změn těchto parametrů během operace.

Pro případ LMFC systému, který používá explicitní model lze při adaptivním řízení využít tzv. adaptivní řídicí systém se sledovaným modelem - adaptive model - following control (AMFC) system. AMFC systémy patří do třídy adaptivních systémů řízení s referenčním modelem a lze za jistých

podmínek pro ně použít metodu návrhu předvedenou v předcházející kapitole. K tomu jsou nutné dva předpoklady:

1. musíme vědět jaké vlastnosti návrhu LMFC systémů vedou k AMFC systémům
2. musíme vědět zda pro uvažované specifické aplikace existuje řešení pro návrh LMFC systémů.

Je vidět, že pouze LMFC systém s explicitním modelem může obsahovat jako část AMFC systémy se strukturou MRAS.

Problém návrhu LMFC systému lze formulovat i takto : K danému modelu a řízenému systému máme naleznout tři matice K_m , K_u , a K_p tak aby pro nulové počáteční podmínky existoval tzv. dokonalé sledovatelný model - perfect model following. Perfect model following lze například vyjádřit podmínkou, aby přenosové matice modelu a řízeného systému byly identické, nebo podmínkou, aby obecná chyba stavu nebo výstupu $e = x - y$, a její derivace byly nulové.

Protože v případě existence PMF je chyba $e = 0$ a také je-li použit MRAS pak $\lim_{t \rightarrow \infty} e = 0$, lze na závěr říci, že návrh PMF můžeme efektivně využít při návrhu AMFC systémů.

Zabývejme se nyní otázkou existence PMF, a také jak lze modifikovat model, aby podmínky pro PMF byly splněny.

5.1. Problém nalezení PMFC systému

Uvažujme LMFC systém ukázaném na Obr. 5.1. a popsaném následujícími rovnicemi :

Referenční model :

$$\dot{x} = A_m \cdot x + B_m \cdot u_m \quad (5.1.-1)$$

Plant (řízený systém) :

$$\dot{y} = A_p \cdot y + B_p \cdot u_p \quad (5.1.-2)$$

Vstup řídicí plant :

$$u_p = -K_p y + K_m x + K_u u_m \quad (5.1.-3)$$

kde x je stavový vektor modelu (n - dimensionální), y je stavový vektor plantu (n - dimensionální), u_m je vstupní vektor modelu (m - dimensionální), u_p je vstupní vektor plantu (m - dimensionální) a $A_m, B_m, A_p, B_p, K_m, K_p$ a K_u jsou konstantní matice odpovídajících rozměrů. Poznamenejme ještě, že dvojice (A_p, B_p) , (A_m, B_m) jsou stabilní a navíc A_m je Hurwitzova matice - tzn., že referenční model je asymptoticky stabilní.

Obecná stavová chyba je definována jako :

$$e = x - y \quad (5.1.-4)$$

Jak bylo již uvedeno, lze podmínky pro PMFC systém získat více způsoby :

1. algebraické podmínky pro chybu e ,
2. algebraické podmínky pro náhradní systém se stavovým vektorem $\hat{x}^T = [x^T, y^T]$, vsstupem u_m , a výstupem e ,
3. podmínky pro přenosové matice .

Dále budeme uvažovat první možnost - tj. algebraické podmínky pro obecnou chybu stavu e .

Odečtením rovnice (5.1.-2) od (5.1.-1) a také užitím (5.1.-3) získáme následující vztah :

$$\dot{e} = (A_m - B_p K_m) e + [A_m - A_p + B_p(K_p - K_m)] y + (B_m - B_p K_u) u_m \quad (5.1.-5)$$

Máme-li PMFC systém, potom pro jakékoli rozumné u_m , a $e(0) = 0$ musíme mít $e(t) = x - y = 0$, $\dot{e}(t) = \dot{x} - \dot{y} = 0$. Jinými slovy :

$$[A_m - A_p + B_p(K_p - K_m)] y + (B_m - B_p K_u) u_m = 0 \quad (5.1.-6)$$

a

$$\dot{e} = (A_m - B_p K_m) e \quad (5.1.-7)$$

musí být asymptoticky stabilní tj. $(A_m - B_p K_m)$ musí být Hurwitzova matice.

Aby rovnice (5.1.-6) byla splněna pro jakékoli y a u musí platit :

$$A_m - A_p + B_p (K_p - K_m) = 0 \quad (5.1.-8)$$

$$B_m - B_p K_u = 0 \quad (5.1.-9)$$

nebo

$$B_p (K_m - K_p) = A_m - A_p \quad (5.1.-10)$$

$$B_p K_u = B_m \quad (5.1.-11)$$

Podívejme se tedy, kdy existují řešení pro matice K_m , K_u , K_p vedoucí ke splnění rovnic (5.1.-10) a (5.1.-11). Tento problém není jednoduchý, uvědomíme-li si, že obecně matice B_p ve většině případech je nesingulární čtvercová matice. Uvedeme zde pouze výsledek řešení maticové rovnice $M X = N$.

PMF lze najít pokud :

$$\text{rank } B_p = \text{rank } [B_p, (A_m - A_p)] = \text{rank } [B_p, B_m] \quad (5.1.-12)$$

Nalézt řešení můžeme pomocí tzv. Penrosovy pseudo - inverze matice B_p , označené B_p^+ .

Pozn.: $B_p^+ = (B_p^T B_p)^{-1} B_p^T$. To je tzv. levá Penrosova pseudo - inverze (když $m_1 < n$), která existuje pokud $B_p^T B_p$ je nesingulární matice. Platí, že : $B_p^+ B_p = I$.

Mimo to existuje i pravá pseudo - inverze jestliže $m_1 > n$.

Pokud tedy B_p^+ existuje potom z rovnic (5.1.-10), a (5.1.-11) vynásobením zleva dostaneme vztahy :

$$K_m - K_p = B_p^+ (A_m - A_p) \quad (5.1.-13)$$

$$K_u = B_p^+ B_m \quad (5.1.-14)$$

Dosazením výrazů pro $K_m - K_p$ a K_u daných rovnicemi (5.1.-13) a (5.1.-14) do rovnic (5.1.-10) a (5.1.-11) získáme postačující podmínky existence řešení pro PMFC :

$$(I - B_p B_p^+) (A_m - A_p) = 0 \quad (5.1.-15)$$

$$(I - B_p B_p^+) B_m = 0 \quad (5.1.-16)$$

Podmínky (5.1.-15), (5.1.-16) se někdy také nazývají jako Erzbergerovy podmínky pro PMF. Pokud jsou tyto podmínky splněny, potom $K_m - K_p$ a K_u mohou být počítány přímo užitím rovnic (5.1.-13) a (5.1.-14).

Všimněme si ještě, že v rovnici (5.1.-10) K_m a K_p mají stejný a opačný vliv. Nezáleží tedy na hodnotách K_m a K_p samostatně, ale pouze na jejich rozdílu. Z tohoto plynou některé aplikační možnosti :

1. Zpětnovazební matici K_p je možno počítat bez ohledu na podmínku pro PMF rovnice (5.1.-10), například použitím optimálního lineárního řízení. Ale je ovšem nutno zajistit její výsledek tak, aby matice K_m vedoucí ke splnění podmínky dané rovnicí (5.1.-10) také zajistila, že $(A_m - B_p K_m)$ bude Hurwitzova matice.
2. Jestliže některé stavy řízeného systému nejsou dosažitelné, potom i přesto lze vhodnou volbou matice K_m ještě získat PMF (pokud ovšem jeho řešení existuje). Je totiž možno chybějící stavy řízeného systému nahradit v řídicím zákonu stavy modelu.
3. Jestliže všechny stavy řízeného systému jsou dosažitelné a matice K_p není nijak určena předem, potom matice K_m není nutná.

Pokud B_p je neregulární čtvercová matice, potom $B_p^+ = B_p^{-1}$, a rovnice (5.1.-15) a (5.1.-16) jsou vždy splněny. Jestliže je matice B_p regulární nebo obdélníková : $B_p B_p^+ \neq I$ a proto ke splnění rovnic (5.1.-15) a (5.1.-16) matice $I - B_p B_p^+$ musí být ortogonální vzhledem k B_m a k $A_m - A_p$.

Ještě poznamenejme, že pokud referenční model a řízený systém mají podobný Luenbergerův normální kanonický tvar říditelnosti, potom Erzbergerovy podmínky (5.1.-15) a (5.1.-16) a také rank podmínka (5.1.-12) jsou vždy splněny.

Položme nyní otázku : Jak lze modifikovat daný model aby splňoval podmínky pro PMF ? V současnosti zatím ještě neexistuje obecná metoda, jak toho dosáhnout. Základní uvažovanou myšlenkou je zvolit model a dát mu takovou strukturu pro kterou lze najít PMF a která dává dobrou aproximaci skutečného modelu.

5.2. AMFC systémy popsané stavovými rovnicemi

Jak již bylo řečeno lze využít AMFC systémy v případech nejistoty nebo změn parametrů řízeného systému. Pokud existuje řešení pro PMF není nutná explicitní identifikace těchto parametrů a adaptační zákon má explicitní formu.

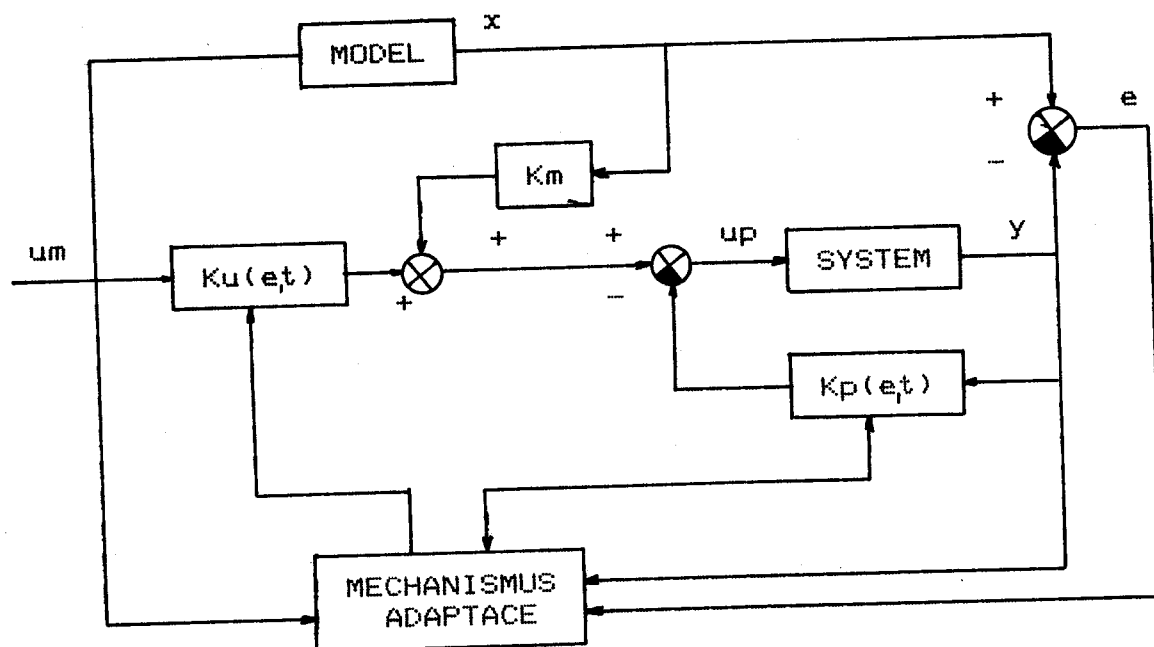
Existují dvě základní implementace AMFC systémů :

1. s parametrickou adaptací (nastavením), (Obr.5.2a)
2. se signální adaptací (Obr.5.2b)

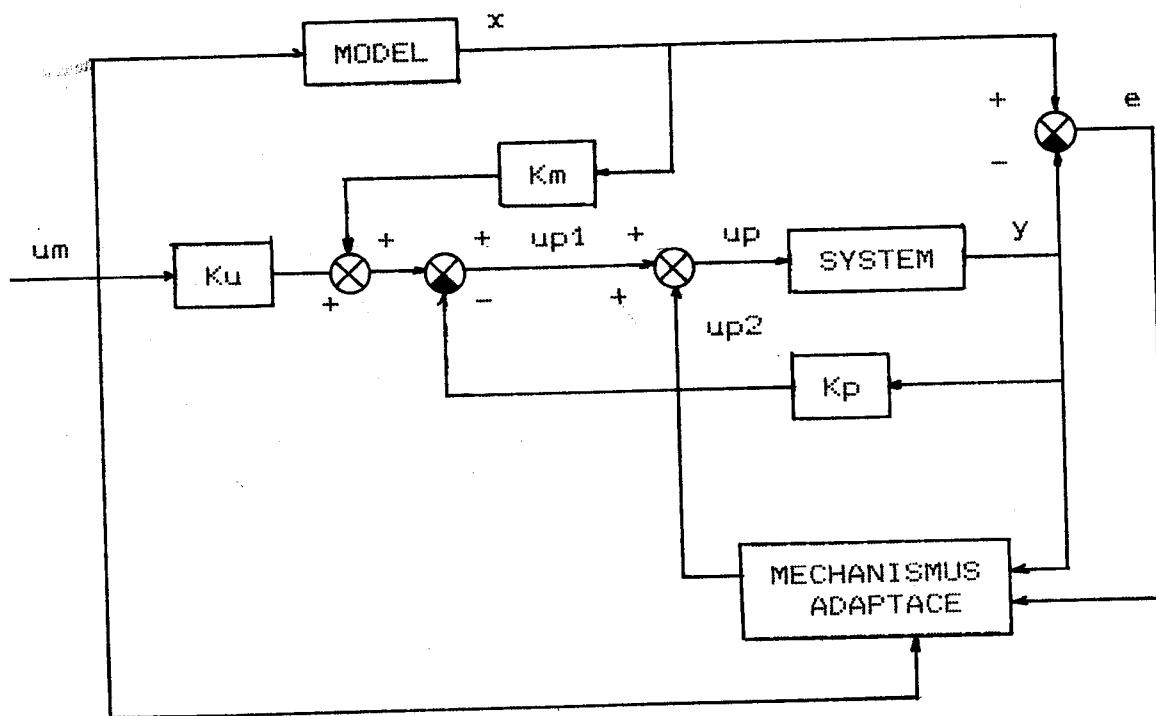
Lze dokázat, že oba typy zapojení jsou ekvivalentní. Pro AMFC systém s parametrickým nastavením lze vyjádřit jeho vstup jako :

$$u_p = -K_p(e, t) y + K_u(e, t) u_m + K_m x \quad (5.2.-1)$$

(a)



(b)



Obr. 5.2.

kde $K_p(e, t)$ a $K_u(e, t)$ jsou časově proměnné matice závislé na vektoru obecné chyby $e = x - y$ a K_m je konstantní matice. Ovšem $K_p(e, t)$ a $K_u(e, t)$ mohou být také vyjádřeny jako :

$$K_p(e,t) = K_p - \Delta K_p(e,t) \quad (5.2.-2)$$

$$K_u(e,t) = K_u + \Delta K_u(e,t) \quad (5.2.-3)$$

kde K_u a K_p jsou konstantní matice určené pro nějaké specifické hodnoty parametrů řízeného systému (např. nominální hodnoty u technických zařízení).

Vstupní signál systému pak lze rozložit :

$$u_p = u_{p1} + u_{p2} \quad (5.2.-4)$$

kde

$$u_{p1} = -K_p y + K_m x_m + K_u u_m \quad (5.2.-5)$$

$$u_{p2} = \Delta K_p(e,t) y + \Delta K_u(e,t) u_m \quad (5.2.-6)$$

Vstup systému u_{p1} představuje lineární řídicí signál (rce. (5.1.-3)) a vstup u_{p2} je výsledkem adaptační smyčky. Tomu odpovídá blokové schéma na Obr.5.2 b. A protože obě dvě zapojení jsou stejná, budeme se nadále zabývat pouze AMFC systémy se signálním nastavením.

Z hlediska struktury rozlišujeme dva typy AMFC systémů :

1. s paralelním referenčním modelem
2. se serio - paralelním referenčním modelem

Další výklad se bude týkat prvního typu zapojení.

5.2.-1 Paralelní AMFC systém - Spojitý případ

Uvažujme paralelní AMFC systém se signálním nastavením podle Obr. 5.2 b :

Referenční model :

$$\dot{x} = A_m x + B_m u_m \quad (5.2.-7)$$

Systém k řízení :

$$\dot{y} = A_p y + B_p u_{p1} + B_p u_{p2} \quad (5.2.-8)$$

Obecná stavová chyba :

$$e = x - y \quad (5.2.-9)$$

Lineární řídící signál :

$$up1 = -Kp y + Km x + Ku um \quad (5.2.-10)$$

Adaptační signál :

$$up2 = \Delta Kp(e,t) y + \Delta Ku(e,t) um \quad (5.2.-11)$$

kde x, y jsou n - dimensionální vektory, um je m - dimensionální vektorová funkce, $up1$ a $up2$ jsou mm - dimensionální vektory a $Am, Bm, Ap, Bp, Km, Kp, Ku, Kp, a Ku$ jsou matice odpovídajících rozměrů.

Cílem je, aby adaptační mechanismus generoval dvě matice $\Delta Kp(e,t)$ a $\Delta Ku(e,t)$ takové, že obecná stavová chyba bude se blížit k nule ze jistých podmínek. Dále bude naznačen postup odvození takového algoritmu adaptace.

AMFC systém popsaný rovnicemi (5.2.-7) až (5.2.-11) je speciálním případem základního zapojení adaptivního systému s referenčním modelem MRAS. Rovnici (5.2.-8) můžeme pomocí rovnic (5.2.-10) a (5.2.-11) přepsat na :

$$\begin{aligned} \dot{y} = & [Ap - Bp Kp + Bp Km + Bp \Delta Kp(e,t)] y + \\ & + Bp [Ku + \Delta Ku(e,t)] u + Bp Km e \end{aligned} \quad (5.2.-12)$$

Porovnáním s rovnicemi pro spojitý MRAS popsaný ve stavovém prostoru (viz rce. (4.2.-3), (4.2.-8,9) kde sumy nahradily integrály) lze psát :

$$Ap - Bp Kp + Bp Km + Bp \Delta Kp(e,t) = As(v,t) \quad (5.2.-13)$$

$$Bp [Ku + \Delta Ku(e,t)] = Bs(v,t) \quad (5.2.-14)$$

(kdy Am má póly v $s = 0$). Použijeme tedy i stejný mechanismus adaptace :

$$v = D e \quad (5.2.-15)$$

a

$$\begin{aligned} A_s(v, t) &= B_p \left[\int_0^t \phi_1(v, t, \tau) d\tau + \phi_2(v, t) \right] + A_s(0) = \\ &= \int_0^t \phi_1'(v, t, \tau) d\tau + \phi_2'(v, t) + A_s(0) \end{aligned} \quad (5.2.-16)$$

$$\begin{aligned} B_s(v, t) &= B_p \left[\int_0^t \psi_1(v, t, \tau) d\tau + \psi_2(v, t) \right] + B_s(0) = \\ &= \int_0^t \psi_1(v, t, \tau) d\tau + \psi_2(v, t) + B_s(0) \end{aligned} \quad (5.2.-17)$$

kde

$$A_s(0) = A_p + B_p [K_m - K_p + \Delta K_p(0)] \quad (5.2.-18)$$

$$B_s(0) = B_p [K_u + \Delta K_u(0)] \quad (5.2.-19)$$

Po dosazení těchto rovnic do (5.2.-13,14) získáme :

$$\begin{aligned} \Delta K_p(e, t) = \Delta K_p(v, t) &= \int_0^t \phi_1(v, t, \tau) \cdot d\tau + \phi_2(v, t) + \\ &+ \Delta K_p(0) \end{aligned} \quad (5.2.-20)$$

$$\begin{aligned} \Delta K_u(e, t) = \Delta K_u(v, t) &= \int_0^t \psi_1(v, t, \tau) \cdot d\tau + \psi_2(v, t) + \\ &+ \Delta K_u(0) \end{aligned} \quad (5.2.-21)$$

kde ϕ_1 a ψ_1 jsou $m_1 \times n$ - dimensionální matice, které určují nelineární časově proměnnou relaci mezi $\Delta K_p(v, t)$, $\Delta K(v, t)$ a hodnotami v pro $0 \leq \tau \leq t$, a ϕ_2 a ψ_2 jsou matice stejných rozměrů určující nelineární časově proměnný vztah mezi $\Delta K_p(v, t)$ a $\Delta K_u(v, t)$ a hodnotami $v(t)$, pro které platí že : $\phi_2(0, t) = \psi_2(0, t) = 0$ pro jakékoliv t . Integrální členy v rovnicích (5.2.-21,22) představují paměťovou část adaptačního mechanismu, zatímco ϕ_2 a ψ_2 jsou přechodné členy, které pomínou když je adaptace ukončena tj. $e = 0$ ($v = 0$).

Nyní tedy je možno použít stejný postup jako v případě návrhu MRAS v kapitole 4. Z rovnic (5.2.-7)-(5.2.-11) lze psát tento vztah :

$$\begin{aligned} \dot{e} &= (A_m - B_p K_m) e + [A_m - A_p + B_p (K_p - K_m) - \\ &- B_p \Delta K_p(v, t)] y + [B_m - B_p K_u - B_p \Delta K_u(v, t)] u_m \end{aligned} \quad (5.2.-22)$$

Protože existuje řešení pro PMF můžeme psát :

$$\begin{aligned} A_m - A_p &= B_p (K_m - K_p^0) \\ B_m &= B_p K_u^0 \end{aligned} \quad (5.2.-23)$$

kde K_p^0 a K_u^0 jsou neznámé hodnoty K_p a K_u zajišťující PMF, potom rce.(5.2.-22) přejde v :

$$\begin{aligned} \dot{e} &= (A_m - B_p K_m) e + B_p [K_p - K_p^0 - \Delta K_p(v,t)] y + \\ &+ B_p [K_u^0 - K_u - \Delta K_u(v,t)] u_m \end{aligned} \quad (5.2.-24)$$

Rovnice (5.2.-24) spolu s rovnicemi (5.2.-15, 20, 21) popisují ekvivalentní zpětnovazební systém :

$$\dot{e} = (A_m - B_p K_m) e + B_p w_1 \quad (5.2.-25)$$

$$v = D e \quad (5.2.-26)$$

$$\begin{aligned} w &= -w_1 = [\Delta K_p(v,t) + K_p^0 - K_p] y + [\Delta K_u(v,t) - \\ &- K_u^0 + K_u] u_m = \\ &= \left[\int_0^t \phi_1(v,t,\tau) d\tau + \phi_2(v,t) + \Delta K_p^0 \right] y + \\ &+ \left[\int_0^t \psi_1(v,t,\tau) d\tau + \psi_2(v,t) + \Delta K_u^0 \right] u_m \end{aligned} \quad (5.2.-27)$$

kde

$$\begin{aligned} \Delta K_p^0 &= \Delta K_p(0) - K_p + K_p^0 \\ \Delta K_u^0 &= \Delta K_u(0) + K_u - K_u^0 \end{aligned} \quad (5.2.-28)$$

Ekvivalentní systém definovaný rovnicemi (5.2.-25)–(5.2.-27), lze rozložit na lineární časově invariantní přímovazební blok popsany rovnicemi (5.2.-25) a (5.2.-26) a nelineární časově proměnný zpětnovazební blok popsany rovnicí (5.2.-28). Tento ekvivalentní systém bude asymptoticky hyperstabilní, jestliže bude splňovat podmínky Teoremu II ve spojitě verzi.

Konečné výsledky návrhu pro případ proporcionálně – integrační adaptace jsou přehledně shrnuty do Tabulky 5.1. Je zde uveden popis AMFC systému, algoritmus adaptace pro paralelní AMFC systém a podmínky za jakých ho lze použít. Zkusme nyní diskutovat některé výsledky plynoucí z použití tohoto adaptačního zákona.

Tabulka 5.1. Spojitý případ AMFC systému

	Paralelní AMFC	Poznámka
Referenční model	$\dot{x} = A_m x + B_m u$	$\dim x = \dim y$
Systém k řízení	$\dot{y} = A_p y + B_p u_{p1} + B_p u_{p2}$	$A_m =$ Hurwitzova matice
Obecná chyba stavu	$e = x - y$	$(A_p, B_p) =$ stabilní
Lineární řídicí signál	$u_{p1} = -K_p y + K_m x + K_u u_m$	$(A_m, B_p) =$ stabilní
Adaptační signál	$u_{p2} = \Delta K_p(e, t) y + \Delta K_u(e, t) u_m$	
Podmínky pro PMF	$(I - B_p B_p^+)(A_m - A_p) = 0$ $(I - B_p B_p^+) B_m = 0$ nebo $\text{rank } B_p = \text{rank } [B_p, A_m - A_p] =$ $= \text{rank } [B_p, B_m]$	
PI adaptační zákon	$v = D \cdot e$ $\Delta K_p(e, t) = \int_0^t F \cdot v \cdot (G \cdot y)^T d\tau +$ $+ F' \cdot v \cdot (G \cdot y)^T + \Delta K_p(0)$ $\Delta K_u(e, t) = \int_0^t M \cdot v \cdot (N \cdot u_m)^T d\tau +$ $+ M' \cdot v \cdot (N \cdot u_m)^T + \Delta K_u(0)$ $F, M, G, N > 0; F', M' \geq 0$	
Podmínky stability	$D (s I - A_m + B_p K_m)^{-1} B_p =$ přesně pozitivní reálná přenosová funkce nebo $D = B_p^T P, \quad P > 0$ kde P splňuje $(A_m - B_p K_m)^T \cdot P +$ $+ P (A_m - B_p K_m) = -Q, \quad Q > 0$	

5.2.-2 Poznámky

1. V porovnání s jinými typy adaptivních řídicích systémů, implementace těchto adaptačních zákonů nepožaduje řešení v reálném čase lineárních nebo nelineárních rovnic.
2. V adaptačních zákonech integrální členy obsahující v představují paměť adaptačního mechanismu a proporcionální členy s v jsou přítomny, aby urychlovaly redukci obecné chyby e v začínajícím adaptačním procesu.
3. Pro výpočet lineárního kompenzátoru D je nutno po volbě symetrické pozitivně definitní matice Q řešit Ljapunovovu rovnici. V případech víceprůměnných adaptivních řídicích systémů, navrhovaná matice $A_m - B_p K_m$ může mít velký rozměr a zkušenosti ukazují, že ve většině případech se jedná o špatně podmíněnou matici. Přímá metoda k řešení Ljapunovovy rovnice velmi často selhává, asi jako nejvhodnější se zdá ve většině praktických případech být metoda, kdy matice P je počítána pomocí součtu řady.
4. Volba matice Q má velký vliv na relativní změny jednotlivých složek obecné stavové chyby e . Experimentálně bylo ukázáno, že volba Q jako diagonální matice s danou stopou přítomnost j -té složky obecné chyby se zlepšuje v porovnání s ostatními složkami vzrůstem členu $q(j, j)$ a poklesem jiných (Q pracuje jako váhová matice) /4/.
5. Z podmínek stability vyplývá, že matici B_p musíme znát. Pokud je neznámá, ale lze ji odhadnout běž-

hem aproximace neznámou, ale pozitivně definitní maticí, tj. :

$$B_p = B_p^0 R \quad (5.2.-29)$$

kde B_p je známá matice a R je libovolná pozitivně definitní matice, přenosová matice ekvivalentního lineárního přímovazebního bloku přechází po volbě $K_m = 0$ na :

$$H(s) = D (sI - A_m)^{-1} B_p^0 R \quad (5.2.-30)$$

Tato přenosová matice bude přesně pozitivní reálná pro libovolnou pozitivně definitní matici R volbou :

$$D = [B_p^0]^T P \quad (5.2.-31)$$

kde P je pozitivně definitní matice řešením Ljapunovovy rovnice ve tvaru :

$$P A_m + A_m^T P = -Q, \quad Q > 0 \quad (5.2.-32)$$

Pokud B_p a B_m mají podobnou strukturu, lze někdy volit $B_p = B_m$.

6. Jak již bylo ukázáno, matice K_p a K_m mají stejný vliv pro získání PMF. Proto pokud K_p není zrušena jinými úvahami, lze K_m eliminovat.

5.3. Diskrétní AMFC systém

V předcházející kapitole byla naznačena metoda návrhu adaptačního AMFC systému pro spojitý případ. Důvodem bylo jednak to, že princip je stejný jak pro spojitou tak i pro diskrétní verzi a návrh se liší pouze v určitých úvahách týkajících se adaptačního zpoždění, jež je třeba překonat a to činí spojitý návrh jednodušším a názornějším. Zde se zmíníme pouze o některých odlišnostech a uvedeme algoritmus adaptace již ve výsledném tvaru - Tabulka 5.2.

Tabulka 5.2. Diskrétní případ AMFC systému

Paralelní AMFC systém	
Referenční model	$x^0(k+1) = A_m x(k) + B_m u_m(k)$ $x(k+1) = A_m x(k) + B_m u_m(k) - B_p [\Delta K_p(k+1) - K_p^1(k)] y(k) - B_p [\Delta K_u(k+1) - K_u^1(k)] u_m(k)$
Systém k řízení	$y(k+1) = A_p y(k) + B_p u_{p1}(k) + B_p u_{p2}(k)$
Obecná chyba stavu	$e^0(k) = x^0(k) - y(k)$ $e(k) = x(k) - y(k)$
Lineární řídicí signál	$u_{p1}(k) = -K_p y(k) + K_m x(k) + K_u u_m(k)$
Adaptační signál	$u_{p2}(k) = \Delta K_p^1(k) y(k) + \Delta K_u^1(k) u_m(k)$
Podmínky pro PMF	$(I - B_p B_p^+)(A_m - A_p) = 0$ $(I - B_p B_p^+) B_m = 0$ nebo $\text{rank } B_p = \text{rank } [B_p, A_m - A_p] = \text{rank } [B_p, B_m]$
PI adaptační zákon	$v^0(k+1) = D e^0(k+1)$ $v(k+1) = \{I + DB_p [(F + F^1) y^T(k) G y(k) + (M + M^1) u_m^T(k) N u_m(k)]\}^{-1} v(k+1)$ $\Delta K_p(k+1) = \Delta K_p^1(k+1) + \Delta K_p^P(k+1)$ $\Delta K_p^1(k+1) = \Delta K_p^1(k) + F v(k+1) [G y(k)]^T$ $\Delta K_p^P(k+1) = F^1 v(k+1) [G y(k)]^T$ $F, G > 0; F^1 \geq 0$ $\Delta K_u(k+1) = \Delta K_u^1(k+1) + \Delta K_u^P(k+1)$ $\Delta K_u^1(k+1) = \Delta K_u^1(k) + M v(k+1) [N u_m(k)]^T$ $\Delta K_u^P(k+1) = M^1 v(k+1) [N u_m(k)]^T$ $M, N > 0; M^1 \geq 0$
Podmínky stability	$Dz (zI - A_m + B_p K_m)^{-1} B_p = \text{přísně pozitivní reálná přenosová funkce}$ nebo $D = B_p^T P B_p, \quad P > 0 \quad \text{kde } P \text{ splňuje}$ $(A_m - B_p K_m)^T P (A_m - B_p K_m) - P = -Q, \quad Q > 0$

Při použití techniky návrhu (viz kap. 4.2) pro diskrétní MRAS zavádíme do referenčního modelu pomocný přechodný signál, jež se neobjevil ve spojitém případě. Tento pomocný přechodný signál nám umožní získat ekvivalentní zpětnovazební systém s podobnou strukturou.

Porovnáme-li základní model popsany rovnicí (4.2.-1) vidíme, že modifikovaný model obsahuje uvažovaný přechodný signál, který pomine po skončení adaptace (tj., protože referenční model je asymptoticky stabilní $\lim_{k \rightarrow \infty} v(k) = 0$ a stav modifikovaného modelu se blíží modelu originálnímu). Je však nutno znát matici B_p : pokud není známa, lze ji v Tab. 5. 2. přepsat maticí B , která leží v rozsahu změn matice B_p /4/.

5.4. Závěrečné poznámky

V lit. /4/ jsou také uvedeny další možnosti využití této techniky na AMFC systémy např. pro serio-paralelní zapojení, pro případ popisu systému pouze relacemi mezi vstupem a výstupem apod. včetně příkladů.

1. AMFC systémy vhodně využitelné pro LMFC systémy pro případy, kdy parametry řízeného systému jsou málo známé nebo se mění během operace.
2. Problém AMFC systémů lze také formulovat jako problém návrhu MRAS pro případ, kdy existuje řešení pro PMF .
3. Podmínky pro PMF jsou v podstatě závislé na struktuře referenčního modelu a řízeného systému. Referenční model lze volit tak, aby bylo dosaženo PMF pro libovolné možné hodnoty parametrů řízeného systému.
4. V případě řízení systému popsaného stavovými rov-

nicemi je pro návrh adaptačního mechanismu požadována informace o rozsahu změn matice B_p .

5. Použití PI adaptace v případě stavového popisu má lepší vliv na konvergenci obecné stavové chyby v porovnání s pouze integrační adaptací.
6. V případě číslicové implementace, vzorkovací perioda by měla být malá v porovnání s časem adaptace, který může být menší než nejmenší časová konstanta řízeného systému.

Podrobněji viz /4/.

6. Experimentální část

V této kapitole se budeme zabývat použitím výše uvedené teorie a ověřením funkčnosti daných algoritmů adaptace na několika příkladech.

Jak již bylo uvedeno, adaptivní regulační obvod tvoří dvě smyčky : vnitřní, která provádí adaptaci a vnější, ve které je zapojen regulátor, seřazený podle dynamiky modelu a podle běžných kritérií syntézy regulačních obvodů s konstantní dynamikou (tu zajistí obvodu právě adaptační smyčka) . V této práci bylo použito kritéria vyrovnění obecné poruchy v minimálním počtu kroků.

Experimentální část je možno rozdělit do dvou podkapitol - první se zabývá ověřením adaptačního algoritmu z kapitoly 4, tj. algoritmu plynoucího z klasického zapojení pro MRAS (uvažujeme systémy s nastavitelnými parametry popsané diferenčními rovnicemi), a to včetně uvažování šumu na výstupu řízeného systému a špatného odhadu řádu referenčního modelu.

Ve druhé podkapitole se budeme zabývat AMFC systémy popsanými rovnicemi ve stavovém prostoru, když existuje řešení pro PMF.

6.1. Ověření algoritmu adaptace pro MRAS

Uvažujme následující přenosy spojitých soustav - viz Tabulka 6.1. Pro všechny soustavy je dále uvažován tvarovatelný řád $H(p)$.

Systém A je soustava třetího řádu se zesílením rovnou dvěma. Odpovídající modely A1, A2 řádu druhého a třetího nám reprezentují požadované chování

Systém B je soustava řádu druhého, modely požadova-

Tabulka 6.1. Přenosy spojitých soustav

Soustava	Přenos	Vz. perioda
A	$\frac{2}{(1.5p+1)(p+1)(2p+1)}$	2 s
A1	$\frac{2}{(2p+1)^2}$	2 s
A2	$\frac{1}{(p+1)^2 \cdot (2p+1)}$	2 s
B	$\frac{1}{p^2 + 2p + 2}$	0.2 s
B1	$\frac{1}{p+1}$	0.2 s
B2	$\frac{1}{p^2 + 2p + 1} = \frac{1}{(p+1)^2}$	0.2 s
B3	$\frac{1}{(p+1)^2 \cdot (2p+1)}$	0.2 s
Tvarovač	$H(p) = \frac{1}{p}$	

ného chování B1, B2, B3 pak po řadě prvního, druhého a třetího řádu.

Nyní provedeme diskretizaci uvedených soustav s daným tvarovačem $H(p)$ a vzorkovacími periodami uvedenými také v Tabulce 6.1. Použijeme přitom následující přechod :

$$G(p) \longrightarrow g(t) \longrightarrow G(z, \xi)$$

kde $G(p)$ je obrazový přenos spojitě soustavy a je definován

jako poměr Laplaceových obrazů výstupu a vstupu při nulových počátečních podmínkách, který je shodný s Laplaceovým obrazem váhové funkce, $g(t)$ je váhová funkce a $G(z, \epsilon)$ je impulsní přenos soustavy definovaný jako podíl obrazů výstupu a vstupu v Z -transformaci. Tyto Z -obrazy lze získat například pomocí slovníku Z -transformace /2/. V příloze P-1 jsou uvedeny hodnoty koeficientů diferenčních rovnic daných soustav po diskretizaci.

Dynamicke vlastnosti soustav a modelů jsou potom v příloze P-2. Jedná se o váhové a přechodové charakteristiky jednotlivých modelů, u řízených systémů jsou navíc uvedeny výstupy v případech, kdy na výstupu soustavy působí šum, pro hodnoty šumu 5% a 10%.

Vyjádříme přenos spojitě části impulsního obvodu jako podíl dvou polynomů :

$$HG(z, \epsilon) = \frac{M(z, \epsilon)}{N(z)} \quad (6.1.-1)$$

a číslicového regulátoru :

$$R(z) = \frac{U(z)}{E(z)} = \frac{A(z)}{B(z)} \quad (6.1.-2)$$

Obraz regulační odchylky :

$$E(z) = W(z) - z^{-1}HG(z,1)U(z) = W(z) - z^{-1}HG(z,1)R(z)E(z) \quad (6.1.-3)$$

Potom pro obrazy regulační odchylky, akční veličiny a regulované veličiny lze psát :

$$E(z) = \frac{N(z)B(z)}{N(z)B(z) + z^{-1}M(z,1)A(z)} W(z) \quad (6.1.-4)$$

$$U(z) = \frac{N(z)A(z)}{N(z)B(z) + z^{-1}M(z,1)A(z)} W(z) \quad (6.1.-5)$$

$$Y(z, \epsilon) = \frac{M(z, \epsilon)A(z)}{N(z)B(z) + z^{-1}M(z,1)A(z)} W(z) \quad (6.1.-6)$$

Pokud má být přechod na novou hodnotu regulované veličiny v konečné době, musí být konečnou i odezva regulované i akční veličiny i regulační odchylky. Tzn., že přenosy $Y(z, c)/W(z)$, $U(z)/W(z)$ a $E(z)/W(z)$ musí být vyjádřeny konečným polynomem. Tato podmínka bude splněna, bude-li jmenovatel roven konstantě (zpravidla se volí rovna 1) :

$$N(z) B(z) + z^{-1} M(z, 1) A(z) = 1 \quad (6.1.-7)$$

Z této podmínky pak lze určit zatím neznámé koeficienty přenosu regulátoru. Hodnoty koeficientů regulátorů pro jednotlivé soustavy jsou uvedeny v příloze P-1.

Algoritmus adaptace podle Teoremu II kap. 4. byl simulován na počítači a to včetně regulace. Byl použit zjednodušující předpoklad, že všechny parametry řízeného systému jsou nastavitelné. Výsledky simulace jsou uvedeny v přílohách P-3 až P-11. Obsahují informace o modelu a systému, zda je zapojen mechanismus adaptace a vnější regulátor a také o hodnotě šumu působícího na výstupu soustavy. Dále je v rozmezí kroku 0 - 50 uveden druh poruchy v přírůstkovém tvaru a žádaná hodnota, průběh výstupu referenčního modelu a řízeného systému a hodnoty akční veličiny.

Hodnoty matic G a $G'(k)$ mají vliv na rychlost a kvalitu adaptace. Lze experimentálně ukázat, že volíme-li matici jako negativně definitní, dochází k destabilizaci adaptace, i v případě, kdy matice jsou pozitivně definitní, ale existují velké rozdíly mezi hodnotami jejich prvků.

Zvyšují-li se absolutní hodnoty prvků matic, zlepšuje se adaptace, ale pouze do určité velikosti. Další jejich zvyšování nemá již potřebný efekt.

Volíme-li matice jako diagonální, mohou tyto pracovat jako váhové matice. To je užitečné, najdeme-li vhodný předpis pro použití vah během adaptace.

Matice $G'(k)$ byla pro adaptaci volena konstantní s hodnotami prvků přibližně rovnými hodnotám prvků diagonální matice G (hodnoty kolem +20). Pro určení koeficientů d_i , viz (4.1.-37), se ukázaly jako nejvhodnější hodnoty q_i v intervalu ($1E-3$; $1E-2$).

Problémem je také správné odhadnutí řádu soustavy a tím také volba řádu referenčního modelu. Proto byly v experimentech uvažovány také modely nižšího nebo vyššího řádu. Je vidět, že nemáme-li jistotu o řádu soustavy je lépe volit model řádu vyššího, který zajistí kvalitnější adaptaci. Pak záleží také na soustavě, vzorkovací periodě, zda kvalita adaptace vyrovná časovou ztrátu při regulaci ve vyšším počtu kroků. Samozřejmě, že nejlepší výsledky adaptace a regulace dává správný odhad řádu soustavy. U soustav s kratší periodou vzorkování se oba procesy urychlují, ale za cenu zvýšení hodnot akční veličiny.

Při vlivu šumu na výstupu soustavy dochází samozřejmě ke zhoršení adaptace a regulace. Zhoršují se akční zásahy a výstup systému kmitá kolem žádané hodnoty. Při určitých hodnotách šumu může dokonce dojít i k nestabilnímu kmitání. V přílohách P-3 - P-11 jsou uvedeny také odezvy soustav při šumu 5%.

6.2. Algoritmus adaptace pro AMFC systémy

Algoritmus adaptace předpokládá popis soustav ve stavovém prostoru. Protože máme určeny koeficienty diferenciálních rovnic soustav (viz P-1), lze přímo psát stavové rovnice v tzv. kanonické formě vzhledem k řízení:

$$y(k) + a_1 y(k-1) + \dots + a_n y(k-n) = b_1 u(k-1) + \dots + b_n u(k-n) \quad (6.2.-1)$$

a potom (viz kap.4.) :

$$A = \begin{bmatrix} 0, & 1, & \dots, & 0 \\ 0, & 0, & 1, & \dots, & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -a_n & \dots & \dots & \dots & -a_1 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$C = [b_n, \dots, b_1] \quad (6.2.-2)$$

Pro vnější regulaci použijeme tzv. časově optimální řízení, tj. konečný počet kroků regulace :

$$u(k) = -R x(k) \quad (6.2.-3)$$

Rovnice uzavřené smyčky :

$$x(k+1) = (A - B R) x(k) = A^* x(k) \quad (6.2.-4)$$

Protože $x(0) \neq 0$ a

$$x(k+n) = A^{*n} x(k) = 0 \quad (6.2.-5)$$

musí A být nilpotentní matice s indexem n :

$$A^{*n} = 0 \quad (6.2.-6)$$

Je-li soustava popsána v kanonické formě vzhledem k řízení, lze ukázat, že podmínka (6.2.-6) bude splněna pokud :

$$R = [-a_n, \dots, -a_1] \quad (6.2.-7)$$

Nyní předvedeme návrh adaptačního algoritmu obecně pro soustavu druhého řádu :

Referenční model :

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -a_2 & -a_1 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$C = [b_2, b_1]$$

$$R = [-a_2, -a_1]$$

Systém k řízení :

$$A_p = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -a_{p2} & -a_{p1} \end{bmatrix}$$

$$B_p = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$C_p = [b_{p2}, b_{p1}]$$

Podmínky pro PMF jsou splněny nezávisle na hodnotách A, B, A_p, B_p (viz kap.5.) a proto lze K_p a K_u počítat přímo z rovnic (5.1.-13,14) volbou $K_m = 0$:

$$K_u = [k_u] = 1; \quad K_p = [a_2 - a_{p2}, a_1 - a_{p1}]$$

Mechanismus adaptace obsahuje lineární kompenzátor :

$$D = d^T = [d_1, d_2]$$

Pro PI adaptaci volíme :

$$F = f > 0, F' = f' > 0, M = m > 0, M' = m' > 0, N = n = 1.$$

Matici G lze uvažovat jako diagonální - váhový charakter.

Obdobné obecné řešení lze provést pro soustavy třetího a samozřejmě i vyššího řádu.

Výsledky simulace tohoto algoritmu na číslicovém počítači jsou v příloze P-12 až P-16. Opět jsou zde uvedeny informace o modelu a systému, hodnotě šumu a počáteční ustálený stav. Jedná se vlastně o optimální přechod na nulovou žádanou hodnotu z daného stavu systému.

7. Závěr

Během této práce byly vypracovány dva simulační programy pro simulaci adaptace na číslicovém počítači. První se týkal adaptace s parametrickým nastavením, druhý pak adaptace se signálním nastavením. Klíčové procedury těchto programů jsou uvedeny v P-17. Oba programy byly vypracovány na mikropočítači SHARP MZ-800 v jazyku TURBO PASCAL v.3.

Pro simulaci byla použita některá zjednodušení: bylo předpokládáno, že všechny parametry systému jsou nastavitelné (kap.6.1.), ani v použití vnějšího regulátoru nebyly vyčerpány všechny možnosti [2,8].

Základní cíl této práce však byl splněn. Bylo ověřeno, že teorii hyperstability lze vedle jiných metod použít při návrhu adaptavního regulačního obvodu. Logika dalšího postupu by byla následující: ověřit tyto algoritmy ve spojení číslicový počítač - analogový počítač s přihlédnutím ke specifické modelovaných soustav, a posléze aplikace algoritmu adaptace v zapojení řídicí mikropočítač - reálná soustava.

Literatura

- /1/ HANUŠ, B., ALEXÍK, M., BÍLA, J., KROC, L., KRUPKA, Z. :
Teorie automatického řízení II., skripta, Liberec 1985.
- /2/ HANUŠ, B., BALÁTEĚ, J., ŠVARC, I., ZIKES, F. : Teorie
automatického řízení I., skripta, Liberec 1982 (1. a 2.
část).
- /3/ HANUŠ, B., JANEČEK, J. : Dynamika lineárních stacionár-
ních systémů ve stavovém prostoru./Výzkumná zpráva KTK-
-0118/. Liberec, VŠST 1983.
- /4/ LANDAU, I.D. : Adaptive Control. The Model Reference
Approach. Marcel Dekker, INC, New York and Basel.
- /5/ MODRLÁK, O. : Adaptivní řízení., skripta, Liberec 1987.
- /6/ POPOV, V.M. : "The solution of a new stability problem
for controlled systems," Automation and Remote Control,
Vol. 24, pp. 1-23, January 1963.
- /7/ POPOV, V.M. : "Criterii de stabilitate pentru sistemele
automate continuind elemente neunivoce," Probleme de
Automatizare 13 Oct (1960), pp.143-151. Publishing hou-
se of Roumanian Academy, Bucharest.
- /8/ STREJC, V. : Stavová teorie lineárního diskrétního ří-
zení. Praha, Academia 1978.

Seznam příloh

- P - 1 Hodnoty koeficientů diskrétních přenosů spojitých soustav. Koeficienty přenosů odpovídajících regulátorů.
- P - 2 Váhové a přechodové charakteristiky soustav i s vlivem šumu na výstupu.
- P - 3 ... P - 11
Adaptace a regulace soustav. Parametrické nastavení.
- P - 12 ... P - 16
Adaptace a regulace soustav. Signální nastavení.
- P - 17 Procedury algoritmu adaptace v programovacím jazyku TURBO PASCAL v.3.

SYSTEM A : $n = 4 ; m = 3 ; T = 2 s ;$

A[i]:	1.00000000E+00	-0.76681186E+00	0.18243303E+00	-1.31237290E-02
B[i]:	0.31733629E+00	0.45140151E+00	3.62570770E-02	

Model A1 : $n = 3 ; m = 2$

A[i]:	1.00000000E+00	-0.73575888E+00	0.13533528E+00
B[i]:	0.52848224E+00	0.27067057E+00	

Regulator A1 : $n = 1 ; m = 2$

Q[i]:	1.00000000E+00	4.35751920E-01	
P[i]:	2.45988769E+00	-1.47697129E+00	-2.17875952E-01

Model A2 : $n = 4 ; m = 3$

A[i]:	1.00000000E+00	-0.63855001E+00	1.17889776E-01	6.73794700E-03
B[i]:	4.10317303E-01	5.01411258E-01	3.34750804E-03	

Regulator A2 : $n = 2 ; m = 3$

Q[i]:	1.00000000E+00	8.23723848E-01	5.33624898E-02	
P[i]:	1.98584401E+00	-1.11088199E+00	1.93751982E-01	-1.07409340E-02

SYSTEM B : $n = 3 ; m = 2 ; T = 0.2 s ;$

A[i]:	1.00000000E+00	-1.60482000E+00	0.67032000E+00
B[i]:	1.74663310E-02	1.52830448E-02	

Model B1 : $n = 2 ; m = 1$

A[i]:	1.00000000E+00	-1.81873075E+00	8.18730753E-01
B[i]:	1.81126925E-01		

Regulator B1 : $n = 0 ; m = 1$

Q[i]:	1.00000000E+00	
P[i]:	1.00333111E+01	-4.51665557E+00

Model B2 : $n = 3 ; m = 2$

A[i]:	1.00000000E+00	-1.63746000E+00	0.67032000E+00
B[i]:	0.01752300E+00	0.01533500E+00	

Regulator B2 : $n = 1 ; m = 2$

Q[i]:	1.00000000E+00	0.76611440E+00	
P[i]:	1.06793700E+02	-0.10984800E+03	0.33488220E+02

Model B3 : $n = 4 ; m = 3$

A[i]:	1.00000000E+00	-2.54229892E+00	2.15195649E+00	-6.06530660E+00
B[i]:	5.88737698E-04	2.07965928E-03	4.58506518E-04	

Regulator B3 : $n = 2 ; m = 3$

Q[i]:	1.00000000E+00	2.16096544E+00	4.54868745E-01	
P[i]:	2.34626301E+03	-4.03195896E+03	2.60721962E+03	-6.01718469E+02

Model B4 : $n = 3 ; m = 2$

A[i]:	1.00000000E+00	-1.48905080E+00	5.48811636E-01
B[i]:	7.47645072E-01	1.01182758E-01	

```

procedure adaptace; { parametricke nastaveni }
begin
  if printer then Hlavicka;
  krok:=0;u:=0;
  repeat
    modifyvek(2,n,m,xk1,por[krok]);
    modifyvek(2,ns,ms,yk1,por[krok]);
    modifyvek(2,ns,ms,y1,por[krok]);
    ym:=nasobvv(r,p,xk1);

    v0k:=ym-nasobvv(ns+ms+1,pik,yk1)+nasobvv(n,d,ek1);
    soucinmv('v',ns+ms+1,yk1,pommat,pomvek);
    prom:=1+nasobvv(ns+ms+1,pomvek,yk1);
    soucinmv('m',ns+ms+1,yk1,gk1,pomvek);
    soucinvk(v0k/prom,ns+ms+1,pomvek,ppk);
    soucetvv(1,ns+ms+1,pik,ppk,pik);
    soucetvv(1,ns+ms+1,pik,ppk,pk);
    ys:=nasobvv(ns+ms+1,pk,y1);
    modifyvek(1,ns,ms,y1,ys);
    ys:=ys+rnd;

    modifyvek(1,n,m,ek1,ym-ys);
    modifyvek(1,n,m,xk1,ym);
    modifyvek(1,ns,ms,yk1,ys);

    modify(2,ym-ys);
    u:=nasobvv(nr,reg,ewy);
    modify(1,u);

    vystup;

    krok:=krok+1
  until krok>50;
  write('>')
end;

```

```

procedure adaptace; { signalni nastaveni }
begin
  pocpodm;vstup;KROK:=0;
  if printer then Hlavicka
  repeat
    soucinmv('m',NM,XK1,AM,pomvek);
    XOK1:=pomvek;
    soucinvk(UK,NM,BM,pomvek);
    soucetvv(1,NM,XOK1,pomvek,XOK1);
    XK1:=XOK1;

    YP:=SK1;
    soucinmv('m',NS,YK1,AS,pomvek);
    YK1:=pomvek;
    soucinvk(UP1,NS,BS,pomvek);
    soucetvv(1,NS,YK1,pomvek,YK1);
    soucinvk(UP2,NS,BS,pomvek);
    soucetvv(1,NS,YK1,pomvek,YK1);
    for i:=1 to NM do SK1[i]:=YK1[i]+rnd;

    soucetvv(-1,NM,XOK1,SK1,EOK);
    VOK:=nasobvv(NM,D,EOK);

    soucinmv('v',NM,YP,G,pomvek);
    VK:=(F+FF)*nasobvv(NM,pomvek,YP)+(M+MM)*UK*N*UK;
    VK:=VOK/(1+nasobvv(NM,D,BS)*VK);

    soucinmv('m',NM,YP,G,pomvek);
    soucinvk(VK,NM,pomvek,pomvek);

    soucinvk(FF,NM,pomvek,DKPP);
    soucinvk(F,NM,pomvek,pomvek);
    soucetvv(1,NM,DKPI,pomvek,DKPI);
    soucetvv(1,NM,DKPI,DKPP,DKP);

    pom:=VK*N*UK;
    DKUI:=DKUI+M*pom;
    DKUP:=MM*pom;
    DKU:=DKUP+DKUI;

    soucetvv(1,NM,DKPP,pomvek,pomvek);
    soucinvv(NM,BS,pomvek,pommat);
    soucinmv('m',NM,YP,pommat,pomvek);
    soucetvv(-1,NM,XK1,pomvek,XK1);
    soucinvk((DKUP+M*pom)*UK,NM,BS,pomvek);
    soucetvv(-1,NM,XK1,pomvek,XK1);

    U:=-nasobvv(NM,REG,SK1);
    UK:=U;

    Vystup;

    UP1:=-nasobvv(NM,KP,SK1)+KU*UK;
    UP2:=nasobvv(NM,DKPI,SK1)+DKUI*UK;
    KROK:=KROK+1
  until KROK>50
end;

```



```

type
  matice=array [1..nmax,1..nmax] of real;
  vektor=array [0..nmax] of real;

var
  tvarovac,printer,adaptace,regulace:Boolean;
  i,j,k,NM,NS,NR,KROK:integer;
  U,UK,UP1,UP2,VOK,VK,F,FF,M,MM,N:real;
  DKU,DKUI,DKUP,KU,YM,YS,H,pom,w,sum,zes:real;
  AM,AS,G,pommat:matice;
  BM,BS,CM,CS,CI,XK1,XOK1,YK1,YP,EOK,EK:vektor;
  pomvek,D,DKP,DKPI,DKPP,KP,REG,HH,D0,SK1:vektor;
  por,zadh:array [0..50] of real;

function rnd:real;
begin
  rnd:=(random-0.5)*sum*zes;
end;

procedure soucetvv(sgn:n:integer;a,b:vektor;var c:vektor);
var i:integer;
begin
  for i:=1 to n do c[i]:=a[i]+sgn*b[i];
end;

procedure soucetmm(sgn:n:integer;a,b:matice;var c:matice);
var i,j:integer;
begin
  for i:=1 to n do
    for j:=1 to n do c[i,j]:=a[i,j]+sgn*b[i,j];
  end;
end;

procedure soucinvv(n:integer;a,b:vektor;var c:matice);
var i,j:integer;
begin
  for i:=1 to n do
    for j:=1 to n do c[i,j]:=a[i]*b[j];
  end;
end;

function nasobvv(n:integer;a,b:vektor):real;
var i:integer;
    nasob:real;
begin
  nasob:=0;
  for i:=1 to n do nasob:=nasob+a[i]*b[i];
  nasobvv:=nasob;
end;

procedure soucinmv(por:char;n:integer;x:vektor;a:matice;
                  var b:vektor);
var i,j:integer;
begin
  for i:=1 to n do
    begin
      b[i]:=0;
      case por of
        'm':for j:=1 to n do b[i]:=b[i]+a[i,j]*x[j];
        'v':for j:=1 to n do b[i]:=b[i]+x[j]*a[j,i];
      end
    end
  end;
end;

procedure soucinvk(konst:real;n:integer;x:vektor;var y:vektor);
begin
  for i:=1 to n do y[i]:=konst*x[i];
end;

```

```

var
  i,j,k,m,n,r,nr,mr,ns,ms,krok:integer;
  v0k,ym,ys,u,prom,prvek,w,sum,zes:real;
  g,gk1,pommat:matice;
  a,b,d,an,bn,p,pk,pik,ppk,yk1,y1,xk1:vektor;
  ek1,pomvek,reg,pr,qr,ewy:vektor;
  por,zadh:array [0..50] of real;

procedure modifyvek(cast,n,m:integer;var x:vektor;
                    novaslozka:real);
begin
  case cast of
    1:if n>1 then
      begin for i:=n downto 2 do x[i]:=x[i-1];
              x[1]:=novaslozka end
          else x[n]:=novaslozka;
    2:begin k:=n+1;
          for i:=k+m downto k+1 do x[i]:=x[i-1];
          x[n+2]:=x[n+2]+u;
          x[n+1]:=novaslozka
        end
      end
    end;

procedure modify(cast:integer;novaslozka:real);
var i:integer;
begin
  case cast of
    1:begin if nr=0 then exit
          else for i:=nr downto 1 do ewy[i]:=ewy[i-1];
              ewy[1]:=novaslozka end;
    2:begin for i:=nr+mr+1 downto nr+2 do ewy[i]:=ewy[i-1];
          ewy[nr+1]:=novaslozka end
        end
      end;
end;

```

Všechny názvy proměnných jsou voleny s ohledem na označení v textu. Výše uvedené procedury zajistí funkci adaptačních procedur. Nevypsané jsou procedury :

- pocpodm - zajistí nastavení počátečních podmínek pro adaptaci a regulaci proměnných;
- vstup - umožní nastavit průběh poruch a žádané hodnoty podle obecné funkce;
- vystup - zajistí výstup výsledků na terminál (tiskárnu v požadovaném tvaru.