

**TECHNICKÁ UNIVERZITA V LIBERCI
FAKULTA TEXTILNÍ**

DIPLOMOVÁ PRÁCE

LIBEREC 2010

Bc. Petr Majdiak

PROHLÁŠENÍ

Byl jsem seznámena s tím, že na mou diplomovou práci se plně vztahuje zákon č. 121/2000 Sb., o právu autorském, zejména § 60 – školní dílo.

Beru na vědomí, že Technická univerzita v Liberci (TUL) nezasahuje do mých autorských práv užitím mé diplomové práce pro vnitřní potřebu TUL.

Užiji-li diplomovou práci nebo poskytnu-li licenci k jejímu využití, jsem si vědom povinnosti informovat o této skutečnosti TUL; v tomto případě má TUL právo ode mne požadovat úhradu nákladů, které vynaložila na vytvoření díla, až do jejich skutečné výše.

Diplomovou práci jsem vypracoval samostatně s použitím uvedené literatury a na základě konzultací s vedoucím diplomové práce a konzultantem.

Datum:

Podpis:

Poděkování:

Děkuji všem bez nichž by tato práce nemohla vzniknout. Za podnětné rady děkuji Ing. Jiřímu Kulovi a Ing. Marošovi Tunákovi Ph.D. V neposlední řadě děkuji vedoucímu práce prof. RNDr. Aleši Linkovi CSc. za pomoc při psaní práce.

Anotace:

Diplomová práce se zabývá tvorbou dvourozměrných vzorovaných tapet pomocí 17 rovinných grup symetrie. Každá tapeta je definována buněčnou sítí, která obsahuje nejmenší opakující se prvky - motivy. V práci je navržený algoritmus, který vytváří dvourozměrné tapety tak, aby odpovídaly tvorbě tapet podle rovinných grup symetrie. Tapety jsou vytvářeny pomocí objektově orientovaného programování. Bylo vytvořeno grafické uživatelské rozhraní pro tvorbu tapet pro všech 17 rovinných grup symetrie. V práci jsou uvedeny konkrétní příklady. Pomocí těchto tapet lze vytvářet nejenom tištěné vzory na textilie, ale i vzory na tkaninách.

Klíčová slova: dvourozměrná tapeta, vzor, motiv, rovinná grupa, symetrie, textura

Annotation:

This diploma thesis deals with creation two dimensional patterned wallpapers based on rules of 17 groups of symmetry. Each design is defined by lattice which contains a further constituent – motif. Proposed algorithm creates ditranslational design with rules of planar symmetry groups. Design was created by using object oriented programming. Graphical user interface was made for creating 17 wallpapers groups of symmetry. Some concrete examples of wallpapers are shown in this thesis. By using this algorithm design could be created printed patterns and patterns on fabric too.

Keywords: Wallpaper Group, Pattern, Motif, Plane Symmetry Group, Texture

Obsah

Obsah	6
1 Úvod	9
2 Základní pojmy	10
2.1 Grupy symetrií	10
2.2 Buňka (Unit Cell)	10
2.3 Mříž (Lattice)	10
2.4 Motiv - buňka (Motif)	11
2.5 Vzor (Pattern)	11
2.6 Tapeta (Wallpaper)	11
2.7 Definice symetrie vzoru	11
3 Základní operace tvorby grup symetrií	11
3.1 Rotační symetrie (Rotational Symmetry)	12
3.2 Translační symetrie (Translational Symmetry)	13
3.3 Zrcadlová symetrie (Reflectional Symmetry)	14
3.4 Klouzavě-zrcadlová symetrie (Glide-Reflectional Symmetry)	15
4 Klasifikace vzorů s konečným počtem symetrií	15
4.1 Kruhová symetrie (Cyclic Symmetry)	16
4.2 Klinová symetrie (Dihedral Symmetry)	16
4.3 Další dělení	17
4.4 Buněčná síť, pruh	17
5 Klasifikace jednorozměrných tapet	19
5.1 Jednorozměrné tapety	19
5.2 Značení jednorozměrných tapet	20
5.3 Klasifikační diagram	22
5.4 Konstrukce jednorozměrného designu	22
5.4.1 Skupina symetrie $p111$	22
5.4.2 Skupina symetrie $p1a1$	23
5.4.3 Skupina symetrie $p1m1$	23
5.4.4 Skupina symetrie $pm11$	24
5.4.5 Skupina symetrie $p112$	25
5.4.6 Skupina symetrie $pma2$	26
5.4.7 Skupina symetrie $pmm2$	26
6 Klasifikace dvourozměrných tapet	27
6.1 Značení dvourozměrných tapet	27
6.2 Klasifikační diagram	31
6.3 Popis jednotlivých grup symetrie dvourozměrných tapet	31
6.3.1 Grupa symetrie $p1$	32
6.3.2 Grupa symetrie pg	34
6.3.3 Grupa symetrie pm	36
6.3.4 Grupa symetrie cm	38
6.3.5 Grupa symetrie $p2$	40
6.3.6 Grupa symetrie pgg	42
6.3.7 Grupa symetrie pmg	44
6.3.8 Grupa symetrie pmm	46
6.3.9 Grupa symetrie cmm	48
6.3.10 Grupa symetrie $p4$	50
6.3.11 Grupa symetrie $p4g$	52

6.3.12 Grupa symetrie $p4m$	54
6.3.13 Grupa symetrie $p3$	56
6.3.14 Grupa symetrie $p31m$	58
6.3.15 Grupa symetrie $p3m1$	60
6.3.16 Grupa symetrie $p6$	62
6.3.17 Grupa symetrie $p6m$	64
7 Tvorba aplikace WallpaperPrint pro generování tapet	66
7.1 Objektově orientované programování	66
7.2 WallpaperPrint.m	67
7.3 Postup při tvorbě tapet	67
7.4 Třída Motif.....	68
7.4.1 FlipLeftRight	68
7.4.2 FlipUpDown	68
7.4.3 Shift	68
7.4.4 Rotate.....	69
7.5 Třída Lattice	69
7.6 Třídy grup symetrie	70
7.7 Popis WallpaperPrint	70
Závěr	77
Literatura:	78
Přílohy:	79

Seznam symbolů a zkratk:

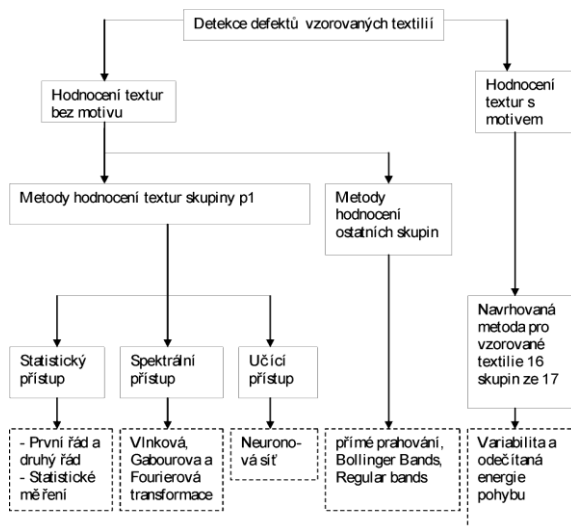
Unit Cell	buňka
a, b	délka stran buňky
θ	úhel svírající strany buňky
x, y	osy
lattice	mříž
Motif	motiv
Pattern	vzor
Wallpaper	tapeta
Rotational Symmetry	rotační symetrie
R	centrální bod rotace
n	stupeň rotace
Translational Symmetry	překladová symetrie
$T1, T2, T3$	osy překladové symetrie
Reflectional Symmetry	zrcadlová symetrie
M	osa zrcadlové symetrie
Glide-Reflectional Symmetry	klouzavě-zrcadlová symetrie
G	osa klouzavě-zrcadlové symetrie
Identity Symmetry	identická symetrie
Cyclic Symmetry	kruhová symetrie
Dihedral Symmetry	klínová symetrie
One-Dimensional Design	jednorozměrná tapeta
Monotranslational Design	jednorozměrná tapeta
Two-Dimensional Design	dvourozměrná tapeta
Ditranslational Design	dvourozměrná tapeta
W	šířka pruhu
L	centrální linie pruhu
OOP	objektově orientované programování
Handle Graphics	grafický nástroj
Handle	hodnota přidávána objektům
gca	příkaz na přiřazování handle
dpi	rozlišení obrazu

1 Úvod

Tvorba vzorovaných tapet by se z pohledu laika mohla zdát spíš jako designérský problém. Ovšem při bližším zkoumání je jasné, že tvorba tapet je problém matematický. Tvorba tapet ze 17 rovinných grup symetrie je založena na kombinaci 1-6 stupňové rotace a použití os zrcadlové a klouzavě-zrcadlové osy symetrie. Toto jsou zobrazení nazývaná izomerie, to je zobrazení zachovávající stále stejnou vzdálenost bodů před i po transformaci.

Účelem této práce je zmapovat a popsat tvorbu dvourozměrných tapet pomocí rovinných grup symetrií. Dalším úkolem je napsat algoritmus a ten implementovat v Matlabu. Vytvořená aplikace bude vytvářet dvourozměrné tapety pomocí 17 rovinných grup symetrie. Tapety by mělo být možné ukládat v určitém grafickém formátu tak, aby bylo možné s nimi dále pracovat. Nejprve budou vysvětleny základní pojmy. Pak budou popsány základní izomerie v rovině (operace symetrie) a postup tvorby tapet. Nakonec bude popsán použitý algoritmus na tvorbu tapet, funkce a vlastnosti programu na vytváření tapet. Dále budou uvedeny konkrétní příklady vytvořených dvourozměrných tapet.

Autoři [1], [2], [3] se zabývají problematikou detekce defektů na tkaninách. Na testování vzorovaných tkanin zatím existuje pouze 1 metoda. Autoři popisují tuto metodu, jako metodu závislou na pohybu motivu po dvourozměrné tapetě. Základem této metody je právě popis pomocí 17 rovinných grup symetrie. Autoři udávají, že všechny skupiny vzorů by podle pravidel jejich tvorby byly zařaditelné do jedné z těchto 17 skupin. Současné přístupy a metody hodnocení a detekce defektů na tkaninách je patrný z obrázku 1. V této práci se však této problematice nebudeme věnovat.



Obrázek 1: Metody a přístupy hodnocení a detekce defektů na tkaninách.

2 Základní pojmy

2.1 Grupy symetrií

Grupa je matematický objekt, který je přesně definován, je to algebraická struktura, definována nad množinou prvků. Z pohledu matematické definice grupou rozumíme neprázdnou množinu G na které je definována binární operace (např. násobení $\cdot$) tak, že každé dvojici $A, B \in G$ přisuzuje prvek $C = A \cdot B \in G$ a tato operace je splňuje 3 axiomy:

- (a) Asociativní zákon $(A \cdot B) \cdot C = A \cdot (B \cdot C)$
- (b) Existence jednotkového prvku. V grupě G existuje právě jeden jednotkový prvek E , pro nějž platí $E \cdot A = A \cdot E = A$ toto platí pro každý prvek A z grupy G .
- (c) Existence inverzního prvku. Ke každému prvku $A \in G$, existuje přesně jeden inverzní prvek A^{-1} tak, že $A \cdot A^{-1} = A^{-1} \cdot A = E$

Označme Φ rovinný obraz, tj. funkci: $\Phi: R^2 \rightarrow [c_1, \dots, c_n]$ kde $c_1, \dots, c_n$ označují barvy. Izometrií rovinného obrazu Φ rozumíme zobrazením zachovávající pravidelnosti, tj. $f: R^2 \rightarrow R^2$ takové, že pro každé $x \in R^2$, $\Phi(f(x)) = \Phi(x)$. Rovinnou grupou symetrie je grupa na množině izometrií, které se vykonají na 2-dimensionální opakujícím se vzoru (tapetě). Rovinná grupa symetrie vzoru je grupa, která obsahuje všechny izomerie, které se můžou provést na motivu. Množina vzorů se symetriemi popsány pomocí dílčí rovinné grupy symetrie tvoří třídy ekvivalence. Celkem dostaneme 17 rovinných grup symetrie

2.2 Buňka (Unit Cell)

Horne [4] ve své práci uvádí, že buňka je definována jako základní konstrukční prvek tapet. Je to buňka jejíž strany mají délku a a b . Na každém vrcholu buňky může být centrální bod rotační symetrie. Body rotační symetrie mohou být i uvnitř buněk. Strany jsou vždy svírány pod úhlem θ . Spojováním buněk do řetězců vznikají tvary tapet. Pokud jsou buňky řazeny vedle sebe (pruh), jedná se jednorozměrnou tapetu. Buňky řazené ve dvou směrech podle os x a y vytvářejí dvourozměrnou tapetu tzv. buněčnou síť.

2.3 Mříž (Lattice)

Mříž je definována jako sadu bodů, které vznikly dvěma translacemi rovinné grupy. Mříž je soubor τ , které se posunují vždy o velikost vektoru $\vec{x}$ po obraze R^2 . Takže $\tau = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}^n + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}^m \right\} \mid m, n \in \mathbb{Z}$.

2.4 Motiv - *buňka (Motif)*

Motiv je základní stavební prvek vzoru. Pomocí prvků symetrie jsou tvořeny grupy. Motivy jsou skládány do určitých útvarů a tím tvoří vzor.

2.5 Vzor (*Pattern*)

Vzor je definován jako jeden nebo více pravidelně se opakujících motivů. Jednotlivé vzory mohou být ohraničeny. Ohraničený vzor tvoří základní stavební prvek tapety. Řazením ohraničených vzorů do soustav určených pruhem nebo buněčnou sítí vznikají tapety. Vzor je rovinný obraz, který se nemění pod dvěma lineárně nezávislými a izometrickými překlady.

2.6 Tapeta (*Wallpaper*)

Tapetou jsou označovány vzory, které se opakují po celé šíři materiálu, takto je tvořena jednorozměrná tapeta. Pokud je vzor pravidelně opakován po celé šíři a délce materiálu, jedná o dvourozměrnou tapetu.

2.7 Definice symetrie vzoru

Horne ve své knize [4] *Geometric symmetry in patterns and tillings* popisuje, že symetrie vzoru je definována několika základními pravidly:

1. Pro jeden motiv vzoru je možné najít dvě nebo více pozic motivu jinde na tapetě, tyto motivy je možné položit přesně na sebe.
2. Porovnávané motivy se musí shodovat.
3. Při tvorbě tapety dojde k posunu motivů do různých směrů, ale při přeložení musí být motivy shodné.
4. Jedna z pozic motivu musí souhlasit s identickou symetrií.
5. V místě identické symetrie zůstává motiv nezměněný a ostatní motivy korespondují s jednou ze 6 základních operací symetrie tvorby vzorů.

Pokud jsou splněny předchozí podmínky je možné označit vzor jako symetrický. Všechny symetrické vzory je možné definovat a tvořit pomocí 17 grup symetrie. Tyto grupy symetrie budou popsány v kapitole 6.

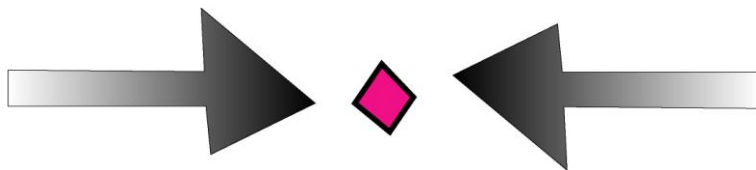
3 Základní operace tvorby grup symetrií

Každý vzor vytvořený na základě určitých prvků symetrie dané grupy je tvořen složením více motivů. Motivy jsou ve vzoru uspořádány podle 4 základních operací (prvků) symetrie. Čtyři základní zobrazení (izomerií), používaných při tvorbě

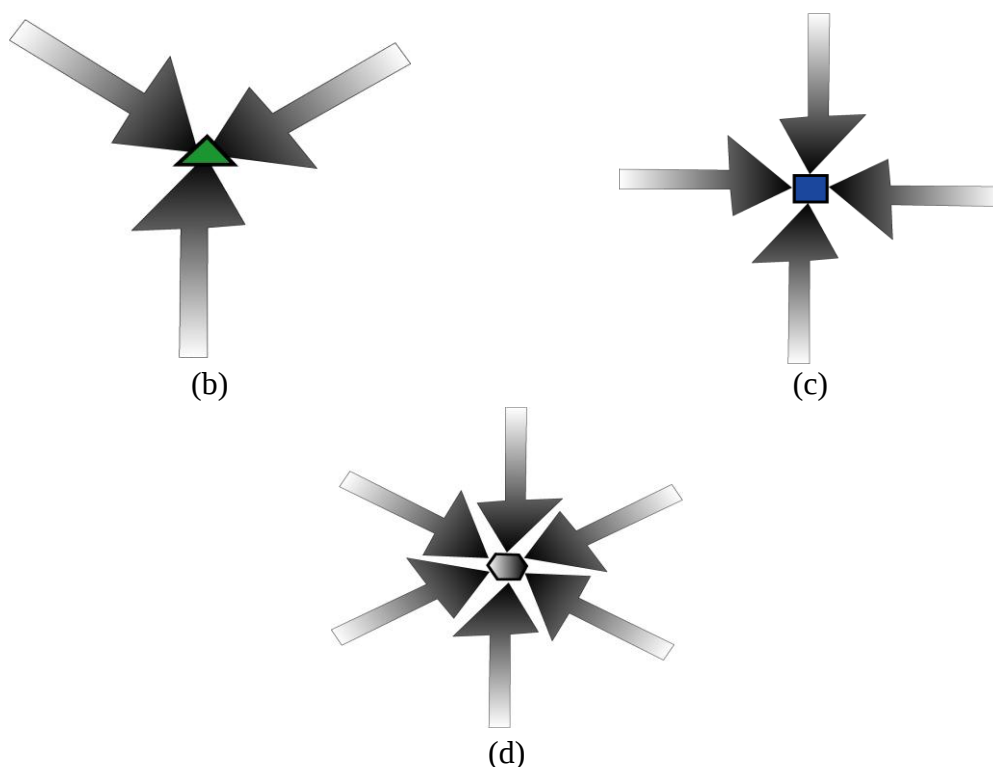
dvourozměrných tapet jsou rotační symetrie, translační symetrie, zrcadlová symetrie a poslední klouzavě-zrcadlová symetrie. Tyto operace vždy probíhají kolem své osy symetrie nebo kolem centra rotace.

3.1 Rotační symetrie (Rotational Symmetry)

Vzory mohou mít n -stupňů rotační symetrie motivu. Tato rotace vychází z jednoho bodu, kolem kterého motiv rotuje a tím se vytváří vzor. Tento pevný bod se nazývá centrální bod rotace. Počet rotačních posunů je určen vztahem $360^\circ/n$. Tato hodnota vyjadřuje velikost úhlu o který bude motiv rotačním pohybem otočen. Symbol n je celé číslo, které odpovídá stupni rotace motivu. Stupeň rotace může být 2, 3, 4 a 6. Jinak řečeno rotace může probíhat pouze o násobky 60 a 90 stupňů. Princip určování hodnot, které mohou být rotací a které ne bude ukázán na příkladu pro $n=5$. Pokud si náhodně vybereme bod A v mříži bodů, dále vybereme bod B, který je v minimální vzdálenosti od A. Z těchto bodů uděláme centra rotační symetrie pro stupeň rotace daný vztahem $2\pi/n$. Takto můžeme nalézt bod A' pomocí bodu B bod B' pomocí bodu A. Protože se jedná o operace izometrické je možné odvodit že $AB = A'B = A'B' = L$. Otázka která zůstává je vztah mezi AB, BA', AA' , které budou poznamenány jako X,Y. Protože B bylo vybráno v minimální vzdálenosti od A z toho vyplývá že $AB \leq AB'$ a $AB \leq AA'$. Nebo raději označení $L \leq X$ a $L \leq Y$. Když $n=5$, pak body $ABA'B'$ vytvoří lichoběžník. Musí platit $2\pi/5 \leq 2\pi/4$, Potom dostaneme body $X = A'B(1 - 2\cos 2\pi/5) \leq A'B(1 - 2\cos 2\pi/4) = A'B = L$. Protože, ale $L \geq X$, 5 stupňová rotace není možná. 2-stupňová rotační symetrie je dána vztahem $360/2$, rotace bude probíhat kolem bodu o 180 stupňů. Příklad 2-stupňové rotační symetrie ukazuje obrázek 2 (a). 3-stupňová rotace je definována vztahem $360/3$, tento vztah říká, že motiv bude rotovat kolem pevného bodu o 120 stupňů. Příklad rotační symetrie ukazuje obrázek 2 (b). Rotace 4-stupňová rotuje kolem centra rotační symetrie vždy s posunem o 90 stupňů. Úhel je dán vztahem $360/4$. Poslední možný případ rotace je s posunem vždy o 60 stupňů. Úhel je dán vztahem $360/6$. Rotační symetrii 6-stupňovou ukazuje obrázek 2 (d). Rotační symetrii a různé stupně rotace ukazuje obrázek 2 (a)-(d).



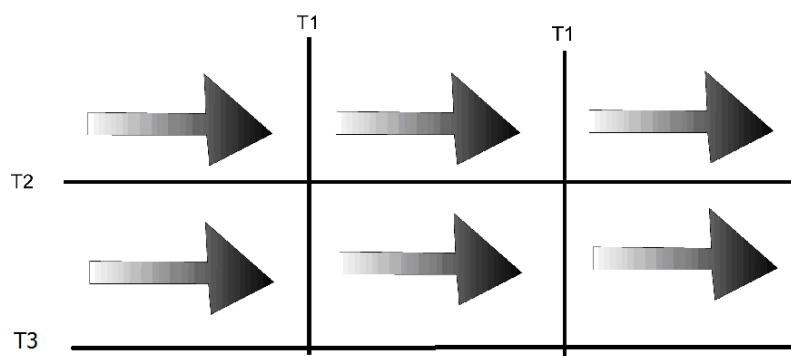
(a)



Obrázek 2.: (a) 2-stupňová rotace, (b) 3-stupňová rotace, (c) 4-stupňovou rotace, (d) 6-ti stupňová rotace.

3.2 Translační symetrie (Translational Symmetry)

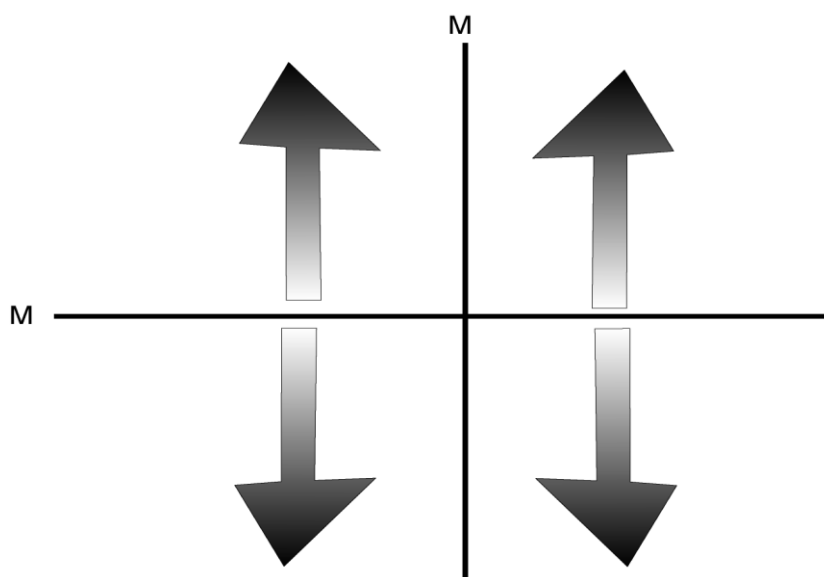
Vzor má symetrii opakování pokud má v sobě motivy, které se pravidelně opakují. Toto opakování musí být izometrické. Motivy vzoru se opakují ve stejných vzdálenostech a mají stále stejnou orientaci. K aplikaci překladové symetrie slouží osy $T1$, $T2$ a $T3$. Osa překladové symetrie $T1$ je vertikální osa, která slouží k překládání motivu podél osy x . Osa $T2$ je horizontální osa překladové symetrie, která slouží k překládání vzoru o jednu šířku motivu.. $T3$ je také horizontální osa překladové symetrie, která slouží k překládání motivů v horizontální podobě. Rozdíl mezi $T2$ a $T3$ je takový, že $T3$ překládá pruhy, které se skládají ze 2 menších pruhů. Příklad překladové symetrie a použití os symetrií $T1$, $T2$ a $T3$ ukazuje obrázek 3. Základním motivem je šipka. Translace je definována jako izometrie $T : \vec{x} \rightarrow \vec{x} + \vec{v}$, kde $\vec{v}$ je vektor posunutí.



Obrázek 3: Překládová symetrie pomocí os $T1$ a $T2$.

3.3 Zrcadlová symetrie (*Reflectional Symmetry*)

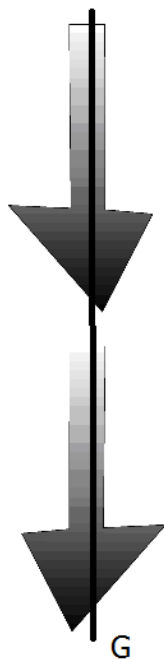
Vzor má zrcadlovou symetrii pokud je motiv zrcadlově opakován podle osy zrcadlové symetrie M . Osa M může být horizontální i vertikální polohu. Zrcadlovou symetrii a použití zrcadlových os symetrie ukazuje obrázek 4. Motivem je šipka, která je nejprve zrcadlena okolo vertikální osy M . Následuje použití osy symetrie M v horizontální poloze. Tím vzniknou z jednoho motivu 4.



Obrázek 4.: Zrcadlová symetrie pomocí os M .

3.4 Klouzavě-zrcadlová symetrie (*Glide-Reflectional Symmetry*)

Vzor je složen pomocí klouzavě-zrcadlové symetrie pokud obsahuje motivy, které jsou kombinací zrcadlové a translační symetrie. Tyto symetrie se opakují po sobě a podél směru osy klouzavě-zrcadlové symetrie. Dva po sobě jdoucí klouzavě-zrcadlové pohyby podél své osy, jsou stejné jako jedno opakování vytvořeného dvojmotivu v jednom směru.



Obrázek 5: Klouzavě-zrcadlová symetrie kolem osy *G*.

Tabulka 1. shrnuje a popisuje všechny druhy používaných os při tvorbě tapet a popisuje jejich význam.

Označení osy symetrie	Funkce osy
<i>T1</i>	Osa translační symetrie - vertikální
<i>T2</i>	Osa translační symetrie - horizontální
<i>T3</i>	Osa translační symetrie - horizontální
<i>M</i>	Osa translační symetrie - horizontální, vertikální
<i>G</i>	Osa klouzavě-zrcadlové symetrie - horizontální i vertikální

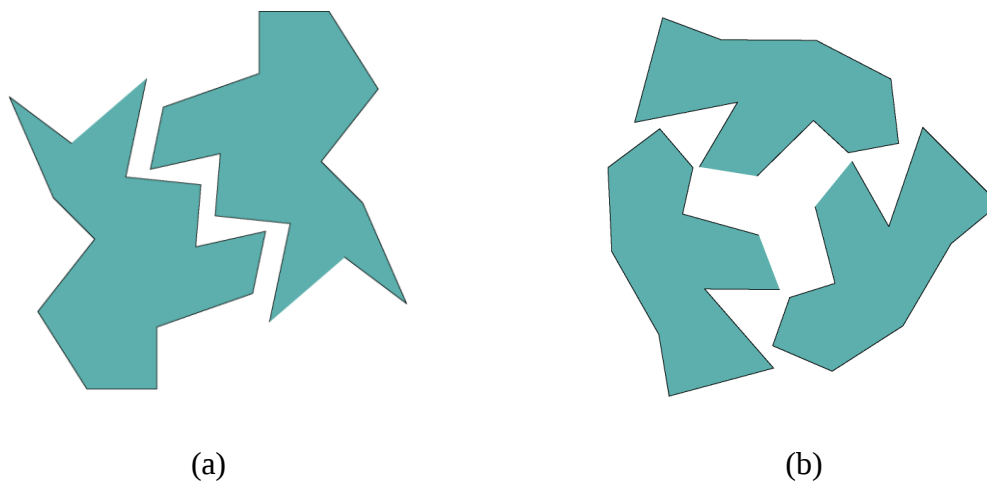
4 Klasifikace vzorů s konečným počtem symetrií

Konečné vzory se dělí do dvou skupin. Podle toho jestli obsahují centrální bod rotace, kolem kterého rotují, nebo jestli obsahují osu zrcadlové symetrie nebo osu nebo osu klouzavě-zrcadlové symetrie.

Při klasifikaci konečných designů je postupováno tak, že nejprve je vzor podle svého způsobu opakování přidělen do jedné ze dvou základních skupin [6]. První skupina je kruhová symetrie (Cyclic Symmetry) a druhá skupina je nazývána klínová symetrie (Dihedral Symmetry).

4.1 Kruhová symetrie (Cyclic Symmetry)

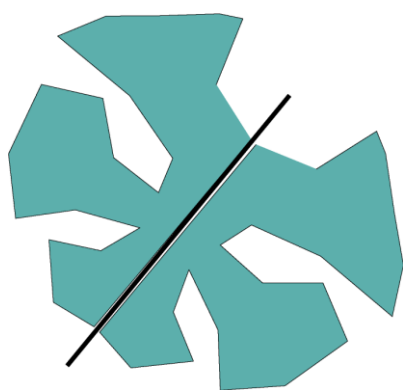
Kruhová symetrie se označuje jako cn , kde n je celé číslo, které označuje kolikrát se bude motiv ve vzoru opakovat. Symbol cn určuje kolika n -stupňovou rotační symetrii kolem jednoho pevného bodu bude vzor obsahovat. Tato rotace kolem jednoho pevného bodu může být v obou směrech doprava i doleva. Kruhovou symetrii $c2$ a $c3$ ukazuje obrázek 8 (a),(b).



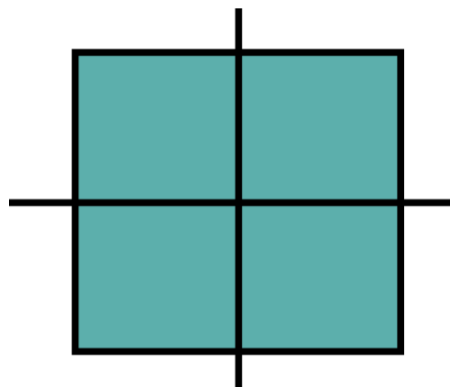
Obrázek 8: (a) Kruhová symetrie $c2$, (b) kruhová symetrie $c3$

4.2 Klínová symetrie (Dihedral Symmetry)

Klínová symetrie je označena symboly dn . Stejně jako u kruhové symetrie n je celé číslo, které označuje stupeň rotace v motivu. Centrální rotační bod, kolem kterého jednotlivé motivy rotují může být umístěn ve středu, v rozích motivu nebo na hranicích motivu. Navíc u tohoto druhu symetrie je použito n zrcadlových os, které procházejí skrz pevný rotační bod. Klínovou symetrii $d1$ a $d2$ ukazuje obrázek 9 (a),(b).



(a)



(b)

Obrázek 9: (a) Klínová symetrie $d1$, (b) klínovou symetrie $d2$..

4.3 Další dělení

Každý vzor, který se pravidelně opakuje po celé tapetě materiálu pomocí symetrie opakování, může být rozdělen do 2 základních skupin. První skupina tapet je označována jako jednorozměrná tapeta (One-Dimensional Design, Monotranslational Design). Jednorozměrná tapeta je charakteristická tím, že splňuje podmínku opakování vzoru pouze v pruhu po celé šíři tapety.

Druhá skupina se nazývá dvourozměrná tapeta (Two-Dimensional Design, Ditranslational Design). Dvourozměrná tapeta je často označována jako krystalografická skupina designů.

Dvourozměrné tapety musí splnit podmínku, kdy se motiv opakuje alespoň jednou, pomocí os symetrie ve dvou nerovnoběžných směrech. U jednorozměrných tapet se jedná o takzvaný pruh a u dvourozměrných tapet se mluví o šíření motivů a vzorů pomocí buněčné sítě.

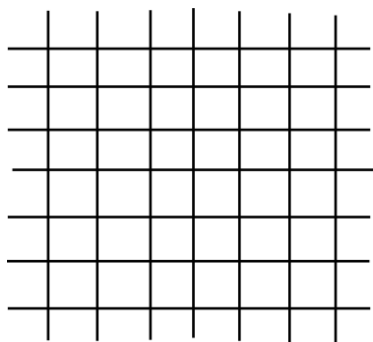
4.4 Buněčná síť, pruh

Tvar základních buněk u jednorozměrných a dvourozměrných tapet se liší. U jednorozměrných tapet je tvar základní buňky pouze rovnoběžník nebo čtverec. U dvourozměrných tapet se může jednat o buněčné sítě více tvarů. U jednorozměrných tapet se jedná o pruh opakujících se vzorů. To znamená např. že buňka má jeden centrální bod rotace, kolem kterého probíhá rotace motivu. Postupně pomocí rotačních bodů je motiv rozšířen do celého pruhu. U dvourozměrných tapet a obzvláště u hexagonálních tvarů sítí, které obsahují ne-primitivní buňky, může být takových vrcholů více. Některé jednorozměrné tapety slouží jako základ pro tvorbu dvourozměrných tapet. Tvar buněčné

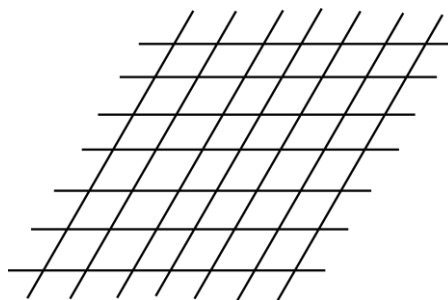
sítě je závislý na úhlu θ a délce stran a , b . Tvar buněčné sítě v závislosti na jejích vlastnostech ukazuje tabulka 2 [6]. Obrázek 10(a-e) ukazuje různé tvary buněčných sítí pro dvourozměrné tapety.

Tabulka2. Popisuje tvar buněčné sítě v závislosti na jejích vlastnostech.

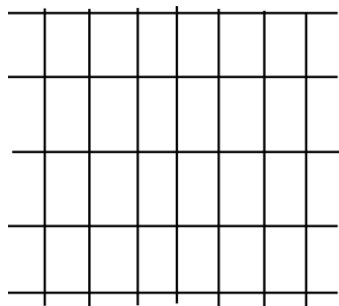
Vlastnosti buňky	Tvar buňky
$a = b, \theta = 90$ stupňů	Rovnoběžník je čtverec
$a = b$	Rovnoběžník je kosočtverec
$a = b, \theta = 60$ stupňů	Vznikne hexagonální buněčná síť
$a \neq b, \theta = 90$ stupňů	Z rovnoběžníku se stane obdélník
$a \neq b, \theta \neq 90$ stupňů	Rovnoběžník zůstává rovnoběžníkem



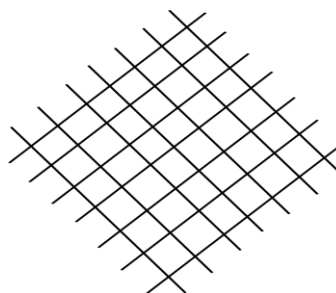
(a)



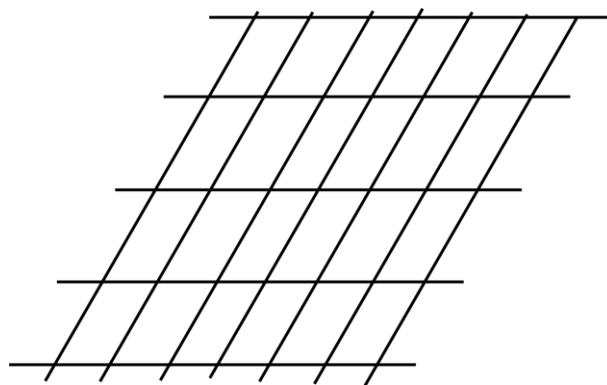
(b)



(c)



(d)



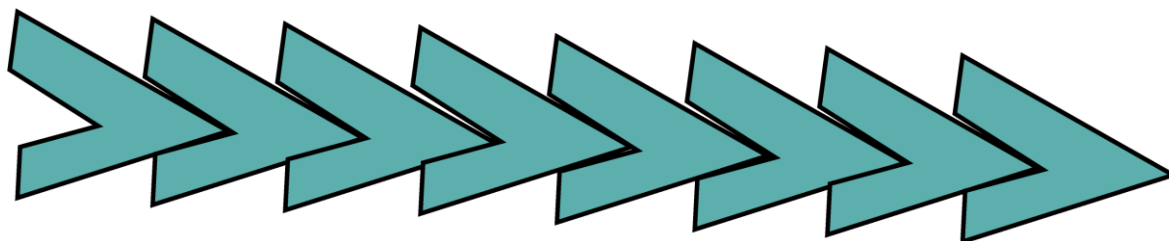
(e)

Obrázek 10: (a) Čtvercová buněčná síť, (b) hexagonální buněčná síť, (c) obdélníkový tvar buněčné sítě, (d) kosočtvercový tvar buněčné sítě, (e) buněčná síť tvaru rovnoběžníku.

5 Klasifikace jednorozměrných tapet

5.1 Jednorozměrné tapety

Washburn a Crowe ve své knize, *Symmetries of Culture: Tudory and practise of Plane Pattern Analysis* [10] popisuje jednorozměrnou tapetu jako takovou tapetu, kterou je možné si představit uzavřenou mezi dvěma rovnoběžnými liniemi a s ohraničenými kraji. Hranice uzavírají šířku pruhu označovanou jako W . Délka pruhu může být nekonečná, jednorozměrná tapeta je závislá hlavně na šířce. Dále pruh může obsahovat centrální linii, která dělí šíři pruhu na 2 stejné poloviny. Tím vytváří pruh o šíři $2W$. Příklad jednorozměrné tapety ukazuje obrázek 11.



Obrázek 11: Jednorozměrná tapeta.

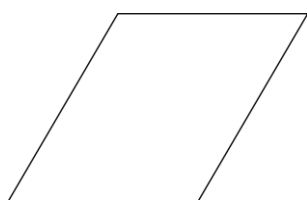
5.2 Značení jednorozměrných tapet

Schattsneider ve své knize *In black and white: How to create perfectly coloured symmetry patterns*, *In symmetry: Unifying Human Understanding* [9] definuje značení jednorozměrných tapet pomocí 4 symbolů. Tyto symboly jsou definovány jako „ $pxyn$ “. Každý ze symbolů identifikuje jednu vlastnost vzoru z určité skupiny symetrie jednorozměrné tapety. Symbol p , je charakteristický pro všech sedm skupin jednorozměrných designů označuje výraz „*primitive*“. Tento výraz vychází ze základního tvaru buňky a její skladby. Buňka je pouze jednoduchá a složena z jedné části. Symbol x popisuje symetrické charakteristiky v podélném směru, podél osy x . Symbol y popisuje charakteristiky symetrie v příčném směru. Podél osy y . Symbol n popisuje stupeň rotace motivu. V případě jednorozměrných tapet může n být rovno pouze 1 nebo 2. V závislosti na tom jestli je nebo není součástí vzoru centrum rotační symetrie. Motiv může být otočen maximálně o $360^\circ/2$ stupňů a to kvůli platnosti pravidla pravidelné šířky buňky a přesnosti při pokládání vzorů na sebe. Hodnoty, kterých jednotlivé symboly mohou nabývat a jejich význam ukazuje tabulka 3.

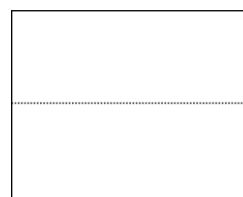
Tabulka 3. Popisuje hodnoty, kterých mohou nabývat symboly v jednorozměrných tapetách.

Popis jednotlivých znaků jednorozměrných tapet a jejich význam	
x	m - příčná reflexe, kolmo k ose x 1 - jiné
y	m - podélná reflexe a - klouzavě-zrcadlová symetrie 1 - jiné
n	2 - 2-stupňová rotace 1 - jiné

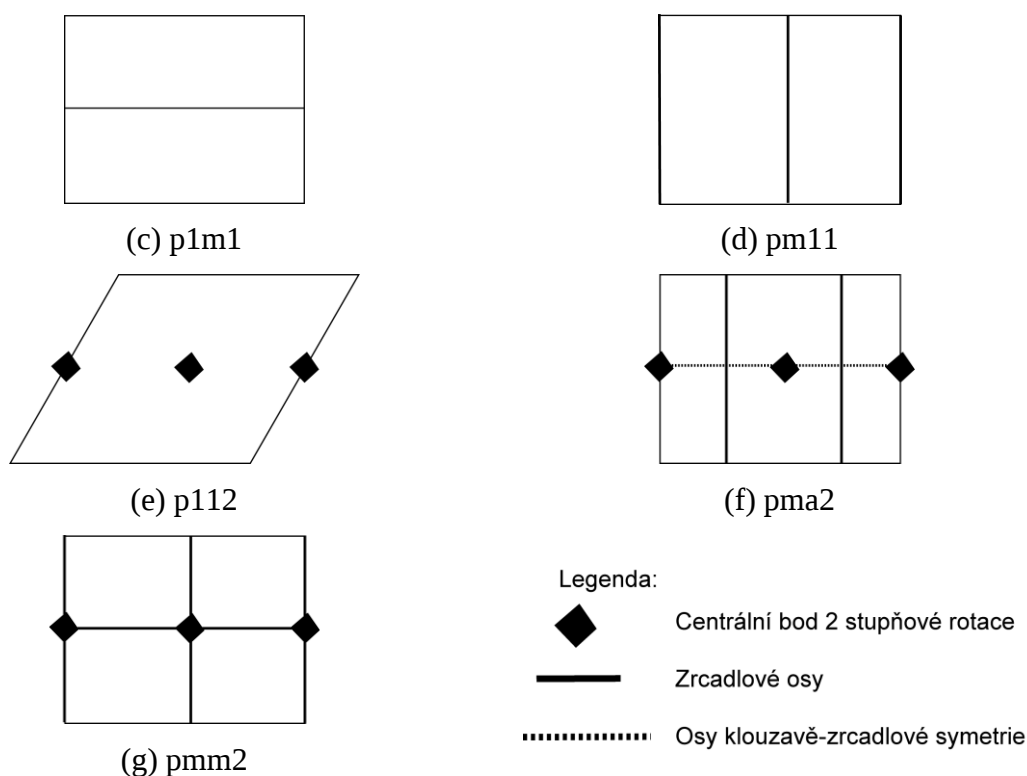
Existuje sedm základních různých skupin pro identifikaci jednorozměrného designu. Tyto skupiny jsou $p111$, $p1a1$, $p1m1$, $pm11$, $p112$, $pma2$ a $pmm2$. Jednotlivé strukturní prvky a tvar vzorů popisuje obrázek 12(a-g).



(a) $p111$



(b) $p1a1$



Obrázek 12: Jednorozměrné grupy symetrie.

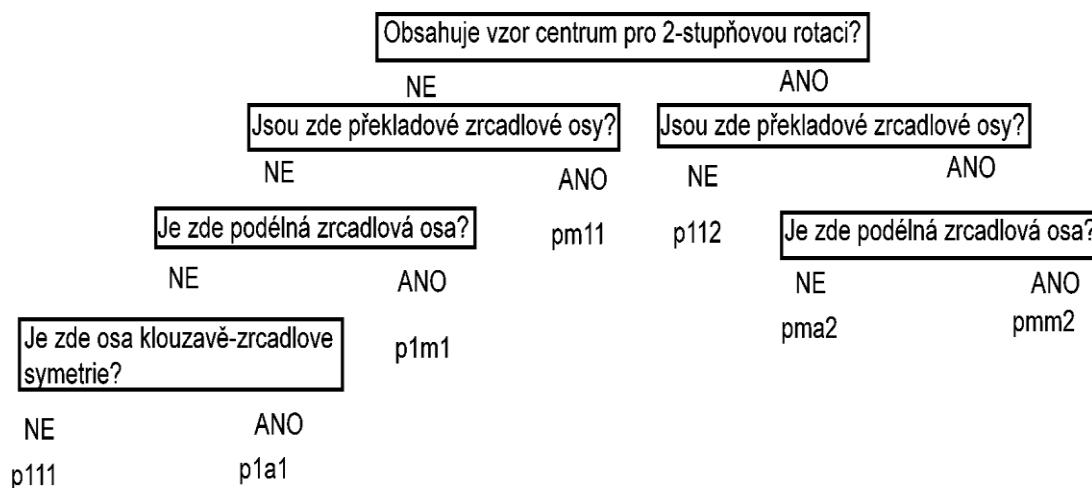
Jednorozměrné tapety jsou tvořeny pomocí dvou rovnoběžných řad bodů. Tyto body jsou rozděleny do jednotlivých buněk. Tvar těchto buněk je určen geometrickými charakteristikami vzoru. Pouze skupiny $p111$ a $p112$ jsou tvořeny pomocí buňky ve tvaru rovnoběžníku. Při tvorbě vzorů těchto dvou skupin je použit rovnoběžník s úhlem θ . U ostatních 5 skupin je pruh tvořen pomocí obdélníku. Obsahují totiž příčné nebo podélné odrazové osy. Vlastnosti jednotlivých tapet popisuje tabulka 4.

Tabulka 4. vlastnosti jednorozměrných tapet.

Grupa symetrie	Vlastnosti
$p111$	Primitivní buňka bez žádných dalších vlastností
$p1a1$	Primitivní buňka, která obsahuje osu klouzavě-zrcadlové symetrie
$p1m1$	Primitivní buňka, obsahuje podélnou osu zrcadlové symetrie
$pm11$	Primitivní buňka, která obsahuje osu příčné zrcadlové symetrie
$p112$	Primitivní buňka, která obsahuje centrální bod 2-stupňovou rotace
$pma2$	Primitivní buňka, která obsahuje osu příčné zrcadlové symetrie osu klouzavě-zrcadlové symetrie a centrální bod pro 2-stupňovou rotaci
$pmm2$	Primitivní buňka, která obsahuje osy příčné i podélné zrcadlové symetrie a centrální bod pro 2-stupňovou rotaci

5.3 Klasifikační diagram

Autoři Crowe Washburn a „popisují ve své knize *Material Anthropology: Contemporary Approaches to Material Culture*, [7] tzv. plovoucí diagram. Při použití tohoto diagramu je možné určit o jaký druh jednorozměrné symetrie se jedná. Tento diagram ukazuje obrázek 13.



Obrázek 13:Klasifikační diagram jednorozměrných tapet.

5.4 Konstrukce jednorozměrného designu

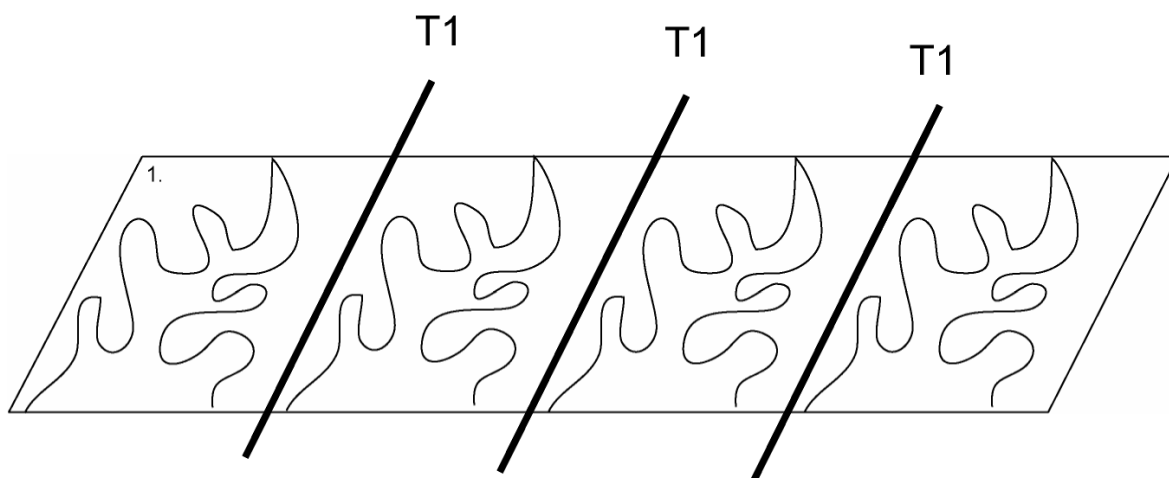
Jednotlivé grupy symetrie jsou tvořeny pomocí konkrétních operací. Při dalším popisu tvorby vzoru jednorozměrných tapet, budou použité následující operace: $T1$ znamená překladovou symetrii rovnoběžně s podélnou osou buňky, její délka je rovna vzdálenosti horní a dolní meze pruhu buněk. Osa označená symbolem G představuje klouzavě-zrcadlovou osu symetrie, která je ve stejném směru jako podélná centrální linie L . Tato centrální linie je ve vzdálenosti $(1/2)*T1$ mezi hranicemi buňky. Symbol M , označuje osu zrcadlové symetrie. Poslední důležitý symbol, který se vyskytuje při tvorbě jednorozměrných tapet je označen symbolem W . Tento symbol označuje šíři pruhu. U jednorozměrných tapet, může být šíře pruhu maximálně $2W$.

Jednorozměrná tapeta je vždy popsána pomocí obrázku. První buňka je vždy základní vzor a jeho opakování je rozšířeno pomocí os symetrie.

5.4.1 Skupina symetrie $p111$

Při konstrukci konečného obrazu pro skupinu symetrie $p111$ je vždy jedna boční mez základní buňky nahrazena osou symetrie $T1$. Tato osa je následně použita tak, aby nahradila všechny ostatní následující boční meze. Postup tvorby jednorozměrné tapety

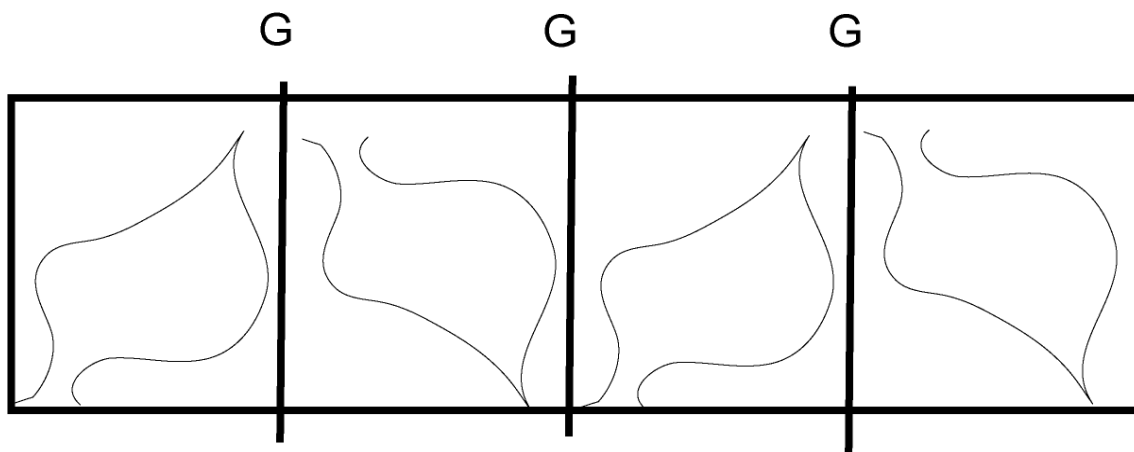
ukazuje obrázek 14. Vzor označený číslem 1., je výchozí vzor ze kterého je pak tvořen celá jednorozměrná tapeta skupiny symetrie $p111$.



Obrázek 14: Tvorba jednorozměrné tapety.

5.4.2 Skupina symetrie $p1a1$

Aby mohla být zkonstruována jednorozměrná tapeta skupiny symetrie $p1a1$, je jedna ze dvou bočních hranic základní buňky nahrazena osou klouzavě-zrcadlové symetrie G . Tato osa je následně použita v průběhu celé délky jednorozměrné tapety. Tím je dosaženo pruhu o šířce W a délce stanovené na základě počtu opakování základní buňky. Postup tvorby jednorozměrné tapety ukazuje obrázek 15.

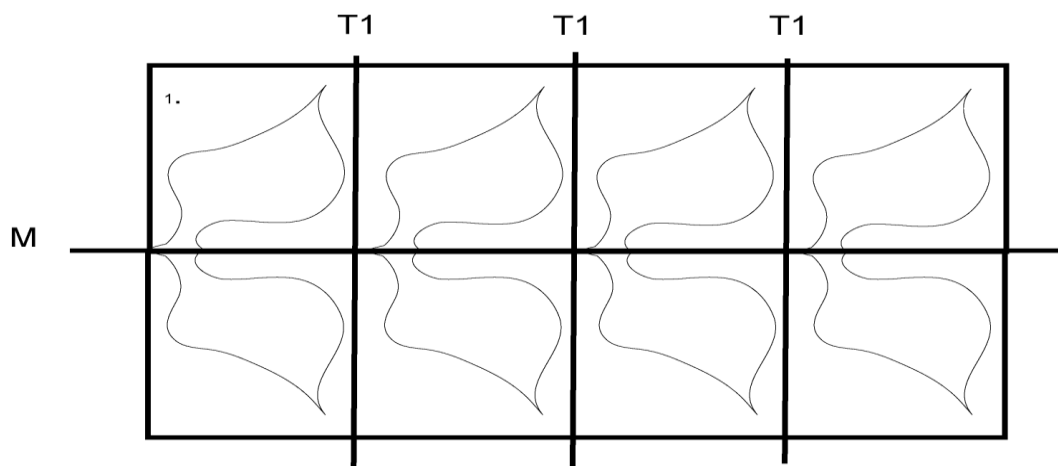


Obrázek 15: Tvorba jednorozměrné tapety $p1a1$.

5.4.3 Skupina symetrie $p1m1$

Ke konstrukci jednorozměrné tapety typu $p1m1$ je třeba jednu z bočních hranic základní buňky nahradit osou překladové symetrie $T1$. Tato osa je pak použita na všech vhodných pozicích ostatních mezích vzoru. Tím je vytvořen pruh o šířce W . Následně je

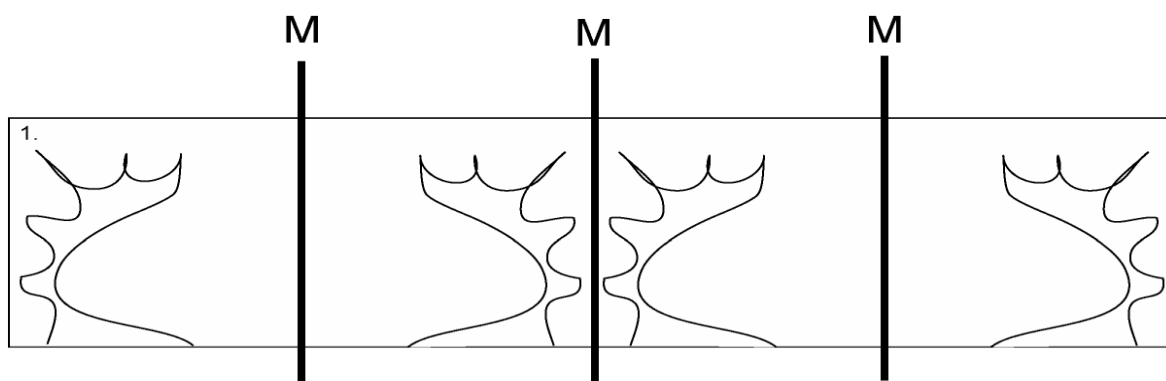
spodní mez pruhu nahrazena osou zrcadlové symetrie M . Tím vznikne pruh o šíři $2W$. Motiv označený 1., je základní prvek vzoru. Výstupní obraz skupiny symetrie $p1m1$ ukazuje obrázek 16.



Obrázek 16. Jednorozměrná tapeta typu $p1m1$ je tvořena osami $T1$ a M .

5.4.4 Skupina symetrie $pm11$

Při konstrukci jednorozměrné tapety ze skupiny $pm11$ jsou všechny 4 meze základní buňky pevně fixované. Protože 2 padají na osy zrcadlové symetrie M . Tato osa je pravidelně aplikována na jednu boční hranici první základní buňky. Postupně pak na dvě hranice všech následujících buněk. Další 2 hranice základní buňky padají na horní hranice, které uzavírají pruh. Část obrazu označená číslem 1., ukazuje základní buňku vzoru skupiny symetrie $pm11$. Vytvořenou jednorozměrnou tapetu ukazuje a popisuje obrázek 17.

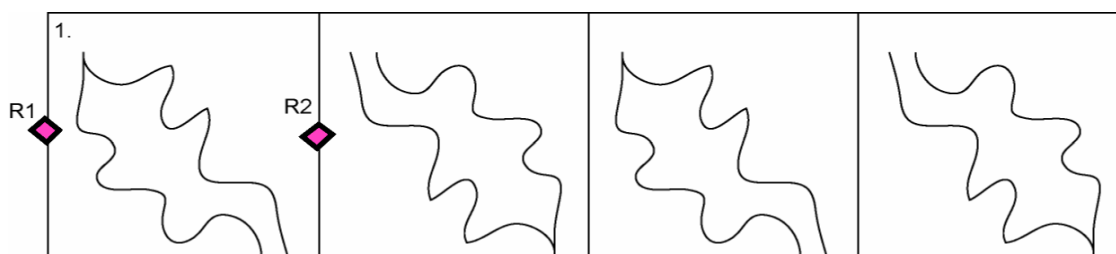


Obrázek 17: Jednorozměrná tapetu $pm11$ je tvořena za použití os zrcadlové symetrie M .

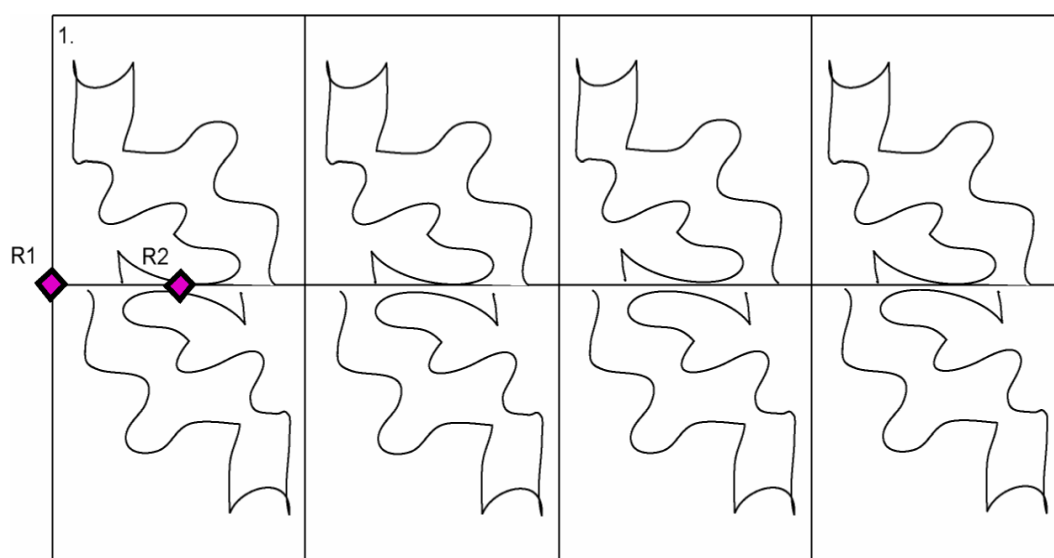
5.4.5 Skupina symetrie $p112$

Pro konstrukci typu jednorozměrné tapety skupiny symetrie $p112$ existují dva přístupy. Protože buňka může mít dvě centra 2-stupňové rotace $R1$ a $R2$. V prvním případě jedna rovná hranice pruhu prochází skrz bod $R1$ a zůstává stejná a osa procházející skrz $R2$ se mění. Nahrazená hranice nemusí mít nutně stejný konečný bod, ale musí si udržet 2-stupňovou rotační symetrii procházející skrz její centrum.

V druhém případě, kdy se obě hranice spojí nebo projdou skrz $R1$ a $R2$ se změní a opustí základní buňku. Mají podobu pouze jedné rovné meze, která vede podél vnější meze řady buněk. Základní stavební prvek vzoru, ukazuje obraz označený číslem 1. Vytvořený hotový design oběma způsoby a rozdíl v jejich tvorbě ukazuje obrázek 18 (a),(b).



(a)

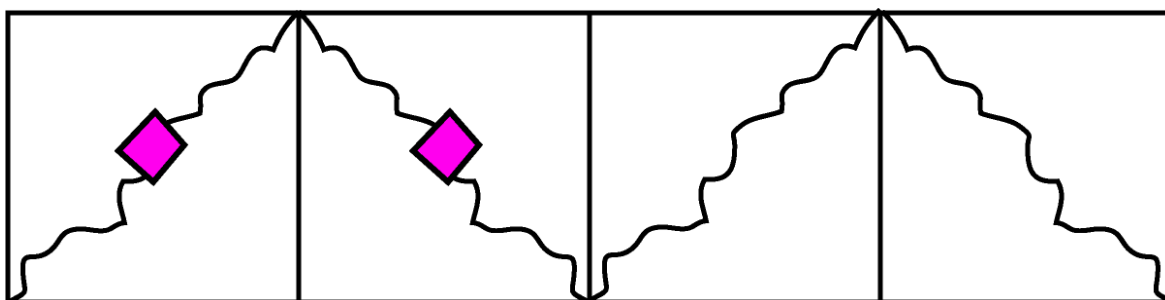


(b)

Obrázek 18:(a)Jednorozměrná tapeta $p112$, (b) tapeta $p112$.

5.4.6 Skupina symetrie $pma2$

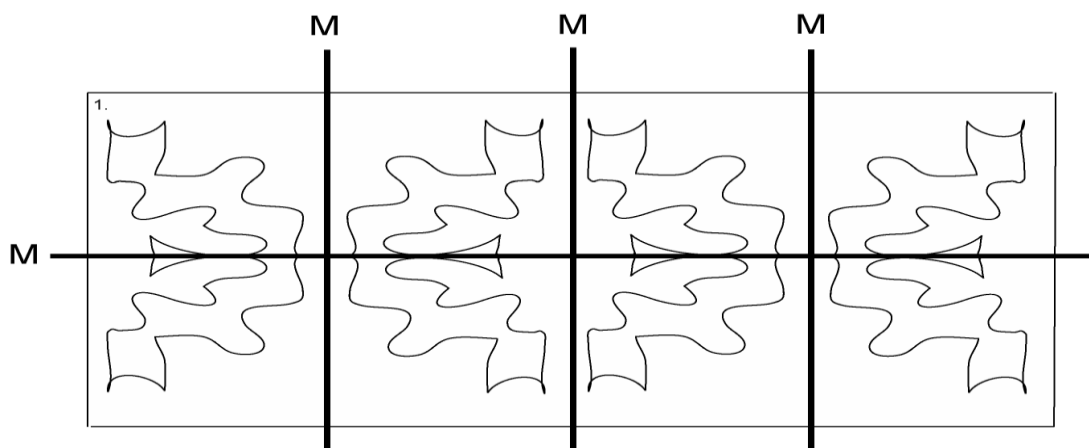
Při konstrukci tapety typu symetrie $pma2$ zůstávají 3 ze 4 hranic každé základní buňky fixované. Jediná měnitelná mez základní buňky obsahuje centrální bod pro 2-stupňovou rotaci. I když nahrazení této meze změni pozici rotačního bodu a vychýlí ho z přímé linie stále musí udržet svou 2-stupňovou rotaci kolem tohoto bodu. Princip vychází z toho že základním prvkem je obdélník, který se skládá ze dvou čtverců. Jedná se tedy o pruh o šířce $2W$ a délce, která odpovídá výšce W . Tyto čtverce se skládají z rovnoramenných trojúhelníků. Základní motiv vzoru je označen číslem 1. Hotovou tapetu skupiny symetrie $pma2$ ukazuje obrázek 19.



Obrázek 19: Jednorozměrnou tapeta skupiny $pma2$.

5.4.7 Skupina symetrie $pmm2$

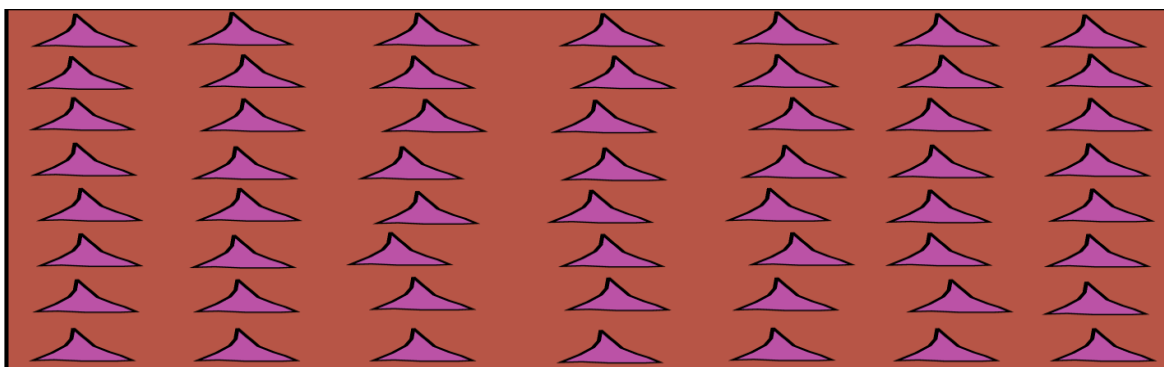
Pro vzory skupiny symetrie $pmm2$ platí, že všechny čtyři meze základní buňky jsou pevné. Protože padají na osy odrazové symetrie. Nebo jsou to meze, které uzavírají celou šířku pruhu. Proto jsou s touto skupinou symetrie prováděny pouze dvě operace. První je nahrazení jedné boční meze osou zrcadlové symetrie M . Tím vznikne pruh o šíři W . Druhá operace je pak nahrazení spodní meze pruhu osou zrcadlové symetrie M . Tím je vytvořen pruh o šíři $2W$. Tento pruh o šíři $2W$ představuje hotovou jednorozměrnou tapetu $pmm2$. Číslo 1. označuje první základní stavební prvek vzoru. Tapeta skupiny symetrie $pmm2$ je zobrazena na obrázku 20.



Obrázek 20: Jednorozměrná tapeta skupiny $pmm2$.

6 Klasifikace dvourozměrných tapet

Dvourozměrná tapeta je narozdíl od jednorozměrné nezávislá na šířce W . Motiv může mít více 2-stupňovou. Buňky mohou být víceřadé. Ukázku dvourozměrné tapety ukazuje obrázek 21.



Obrázek 21: Dvourozměrná tapeta.

6.1 Značení dvourozměrných tapet

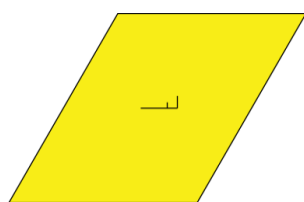
Podobně jako u jednorozměrných tapet, je použito značení se 4 symboly. V tomto případě je značení dvojí $pnxy/cnxy$. Symbol p označuje složitost buňky, tedy „primitive“. Naproti tomu symbol c značí „centered cell“, toto označuje centrovanou buňku. Centrovaná buňka je taková, kde je základní buňka větší než motiv. Tedy základní buňka je složená z více motivů než jednoho. Typickým příkladem je skupina symetrie cmm , tuto grupu je možné vidět na obrázku 22 (i). Symbol n je celé číslo a znamená nejvyšší možný

řád rotace. Hodnota stupně rotace může být 2, 3, 4 a 6. Tento předpoklad vychází z pravidel ke tvorbě vzorů klínové symetrie. Symbol x vyjadřuje vlastnosti symetrie zhledem k ose x . Může to být např. zrcadlová symetrie nebo klouzavě-zrcadlová symetrie. Symbol y vyjadřuje vlastnosti symetrie, které mohou být pod různým úhlem k ose x . Např. 180° , 120° , 90° , 45° nebo 30° . Tato hodnota je určena pomocí vzorce $360^\circ/n$. Hodnoty, kterých jednotlivé symboly mohou nabývat a jejich význam popisuje tabulka 5.

Tabulka 5: Hodnoty a význam symbolu označující grupy symetrie dvourozměrných tapet.

Popis jednotlivých znaků dvourozměrných designů a jejich význam	
n	1 - neobsahuje rotaci
	2 - stupňová rotační symetrie
	3 - stupňová rotační symetrie
	4 - stupňová rotační symetrie
	6 - stupňová rotační symetrie
x	m - pokud obsahuje zrcadlovou osu, kolmo k jedné straně buňky
	g - pokud obsahuje klouzavě-zrcadlovou osu kolmo k jedné straně buňky
	1 - jiné
y	m - pokud obsahuje odrazovou osu v: - 90stupních k ose x při $n=2$ - 45stupních k ose x při $n=4$ - 30stupních k ose x při $n=3,6$
	g - pokud obsahuje klouzavě-odrazovou osu v: - 90stupních k ose x při $n=2$ - 45stupních k ose x při $n=4$ - 30stupních k ose x při $n=3$ a 6
	1 - jiné

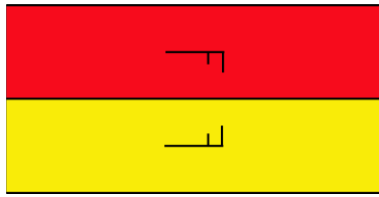
Existuje 17 hlavních skupin dvourozměrných tapet. Opakování vzorů na tapetě je definováno buněčnou sítí, jak bylo popsáno v kapitole 4.3. Základní grupy symetrie dvourozměrných tapet jsou $p1$, pg , pm , cm , $p2$, pgg , pmg , pmm , cmm , $p4$, $p4g$, $p4m$, $p3$, $p31m$, $p3m1$, $p6$ a $p6m$. Uložení rotačních bodů a skladbu motivu ve vzoru všech 17 grup symetrie ukazuje obrázek 22(a) - (r). Světlá část zobrazuje motiv zbývající část je vzoru.



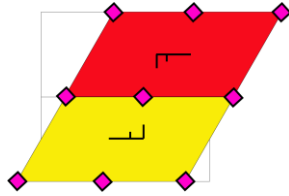
(a) $p1$



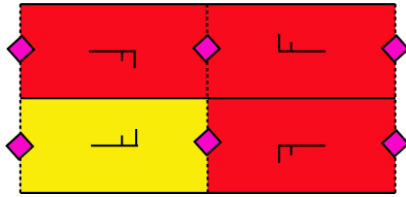
(b) pg



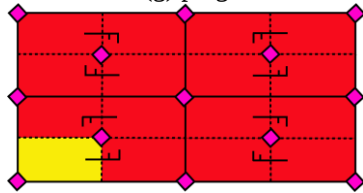
(c) pm



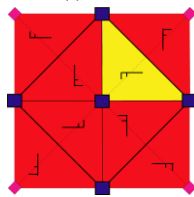
(e) p2



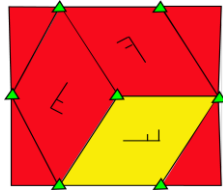
(g) pmg



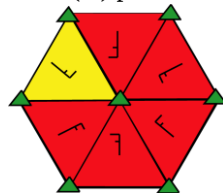
(i) cmm



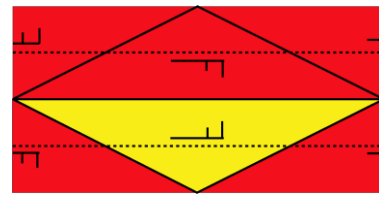
(k) p4g



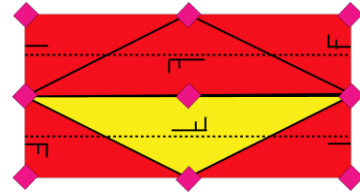
(m) p3



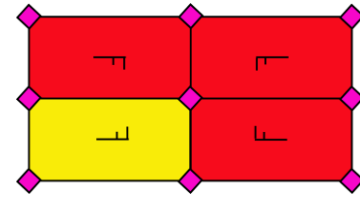
(p) p3m1



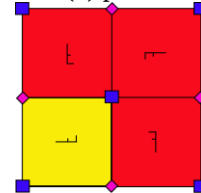
(d) cm



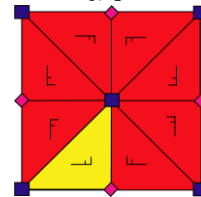
(f) pgg



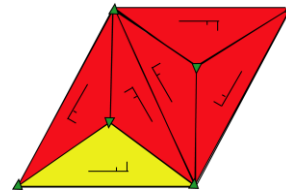
(h) pmm



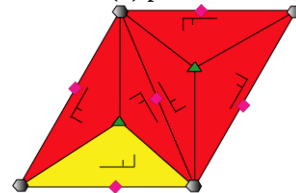
(j) p4



(l) p4m



(o) p31m



(q) p6



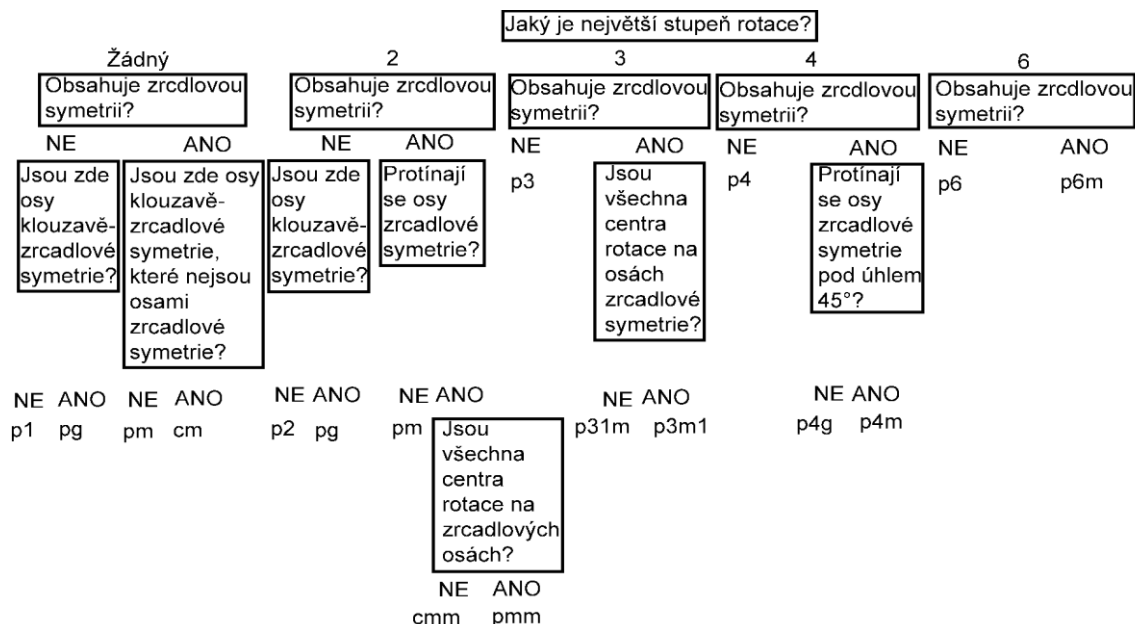
Obrázek 22: Grupy symetrie lze rozdělit na 17 druhů. Tyto grupy jsou a) $p1$, b) pg , c) pm d) cm , e) $p2$, f) pgg , g) pmg , h) pmm , i) cm , j) $p4$, k) $p4g$, l) $p4m$, m) $p3$, o) $p31m$, p) $p3m1$, q) $p6$ a r) $p6m$.

Tabulka 6. popisuje vlastnosti jednotlivých grup symetrie.

Grupa symetrie	Vlastnosti
$p1$	Primitivní buňka, která neobsahuje žádnou rotaci
pg	Primitivní buňka s jednou osou klouzavě-zrcadlové symetrie
pm	Primitivní buňka s jednou osou zrcadlové symetrie
cm	Centrovaná buňka s osou zrcadlové symetrie
$p2$	Primitivní buňka s 2-stupňovou rotační symetrií
pgg	Primitivní buňka s klouzavě-zrcadlovou symetrií kolmo k mezi motivu a pod úhlem
pmg	Primitivní buňka obsahuje osu zrcadlové symetrie a klouzavě-zrcadlové symetrie
pmm	Primitivní buňka která obsahuje zrcadlovou osu symetrie kolmo k hraně motivu a další pod úhlem
cm	Centrovaná buňka která obsahuje dvě osy zrcadlové jednu kolmo k hraně motivu a druhou po úhlem
$p4$	Primitivní buňka, která obsahuje centrální rotační bod pro 4-stupňovou rotaci
$p4g$	Primitivní buňka, která obsahuje centrum pro 4-stupňovou rotaci a osu klouzavě-zrcadlové symetrie
$p4m$	Primitivní buňka, která obsahuje centrum 4-stupňové rotace a zrcadlovou osu symetrie
$p3$	Primitivní buňka, která obsahuje centrum pro 3-stupňovou rotaci
$p31m$	Primitivní buňka, která obsahuje centrum 3-stupňové rotace a osu zrcadlové symetrie, dopadající na hranu buňky pod jiným úhlem 45, 90, 30 stupňů.
$p3m1$	Primitivní buňka s 3-stupňovou rotací, zrcadlovou osou symetrie, pod jiným úhlem než 45, 90, 30 stupňů
$p6$	Primitivní buňka, která obsahuje centrum pro 6-stupňovou rotaci
$p6m$	Primitivní buňka, která obsahuje centrum pro 6-stupňovou rotaci a zrcadlovou osu

6.2 Klasifikační diagram

Pro klasifikaci skupiny symetrie byl vytvořen a popsán autory [8] plovoucí diagram. Pomocí tohoto diagramu lze určit o jaký druh skupiny symetrie se jedná. Tento diagram ukazuje obrázek 23.



Obrázek 23: Klasifikační diagram slouží k určování grupy symetrie dvourozměrných tapet.

6.3 Popis jednotlivých grup symetrie dvourozměrných tapet

Stejně jako u jednorozměrných tapet jsou jednotlivé grupy symetrie charakterizovány základními operacemi. Symbol M , v tomto případě znamená použití osy odrazové symetrie při tvorbě základního vzoru. Tato symetrie může být v několika směrech. Směr zrcadlové symetrie je závislý na typu grupy symetrie. Další symboly $T1$, $T2$ a $T3$ znamenají nahrazení jedné boční meze, horní nebo dolní hranice základní buňky osou překladové symetrie. W je symbol, který označuje šířku od horní k dolní hranici základní buňky tapety. Pro ilustraci budou použity vždy tři obrázky (a),(b),(c). Obraz (a) zobrazuje základní buňku. Motiv, který je součástí základní buňky vzoru může mít tvar trojúhelníku, rovnoběžníku nebo kosočtverce. Obraz (b) pak vychází z obrazu (a), ale jsou odstraněny hranice základní buňky. Na obraz (b) již byly použity základní operace symetrie. Obrázek (c) ukazuje hotovou jednorozměrnou tapetu po aplikaci všech potřebných operací symetrie.

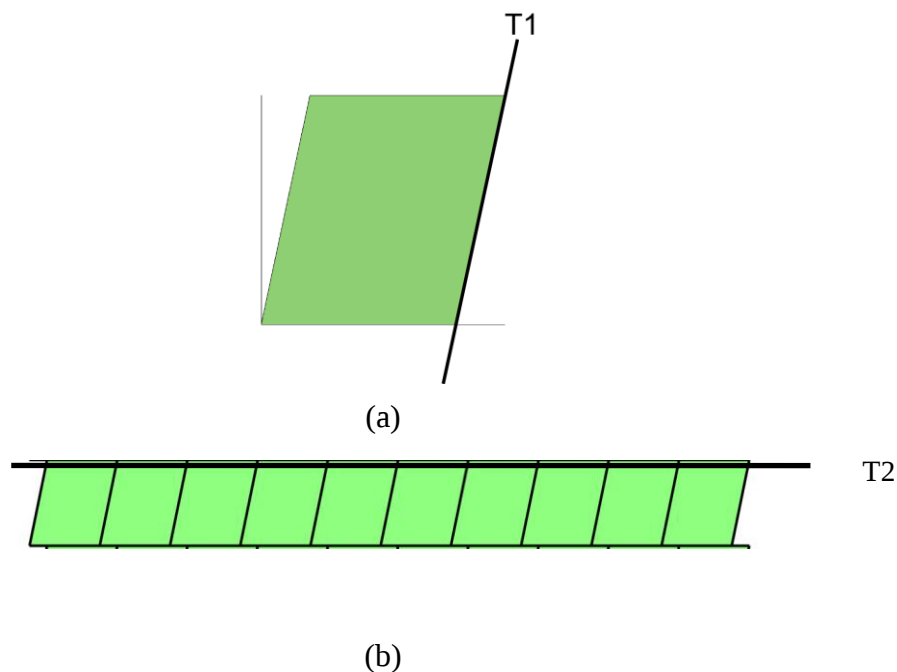
Na konci každé kapitoly popisující tvorbu grupy symetrie budou uvedeny 3 příklady. Obrázek (a) ukazuje tvar základní buňky grupy symetrie. Obrázek (b) ukazuje

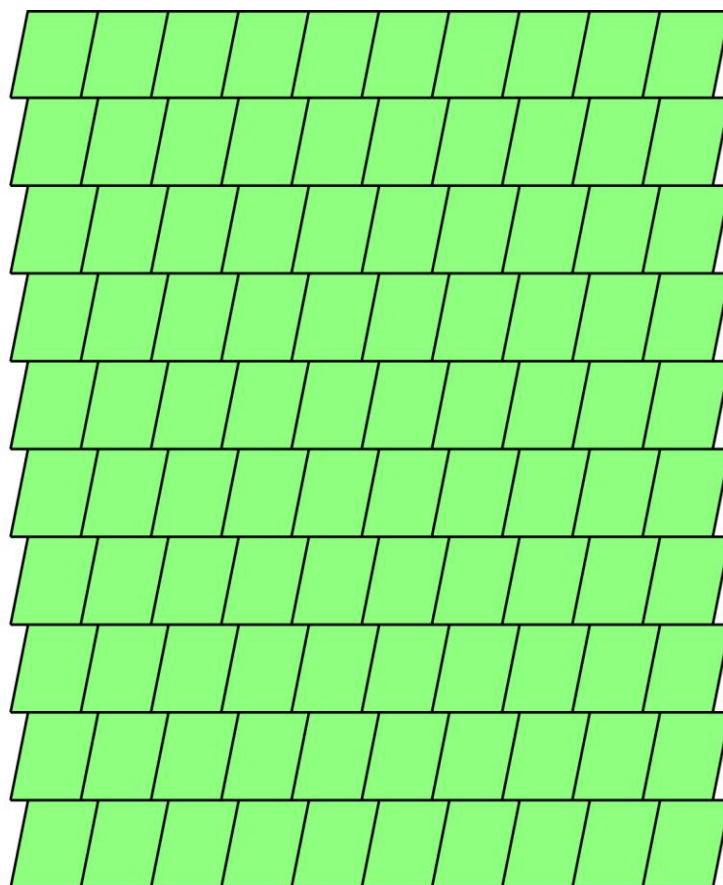
tapetu vygenerovanou pomocí aplikace WallpaperPrint. A poslední obrázek (c) ukazuje reálnou texturu. Všechny reálné textury pocházejí od autora Owen J., The Grammar of Ornament [11]. Jedná se o fotografie historických vzorů textilií, dlaždic aj.

6.3.1 Grupa symetrie $p1$

Tato grupa je specifická tím, že celá je tvořena pouze za pomoci os symetrie $T1$ a $T2$ aplikovaných na základní buňku vzoru. Tapety z grupy symetrie $p1$ mohou být konstruovány dvěma způsoby. První způsob spočívá v použití překladové symetrie $T2$. Základem této metody je jednorozměrná tapeta grupy symetrie $p111$.

Druhý způsob jak získat dvourozměrnou tapetu je nahrazením boční meze základní buňky osou symetrie $T1$. Tím vznikne pruh o šířce W . Horní mez pruhu je pak odstraněna a nahrazena osou překladové symetrie $T2$. Osa symetrie $T2$ je pak aplikována na každou další horní mez nově vzniklého pruhu. Postup tvorby ukazují obrázky 24 (a),(b),(c).

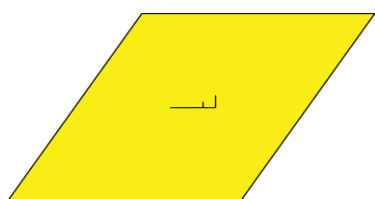




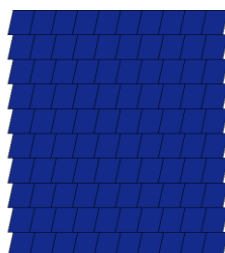
(c)

Obrázek 24: (a) Základní buňka, (b) pruh tapety, (c) tapeta grupy symetrie $p1$.

Motiv grupy $p1$ má tvar rovnoběžníku a je zobrazen na obrázku 25 (a). Tapetu vygenerovanou za použití programu WallpaperPrint na generování dvourozměrných tapet ukazuje obrázek 25 (b). Jak generování probíhá bude popsáno později. Obraz reálné struktury $p1$ ukazuje obrázek 25 (c) [11].



(a)



(b)



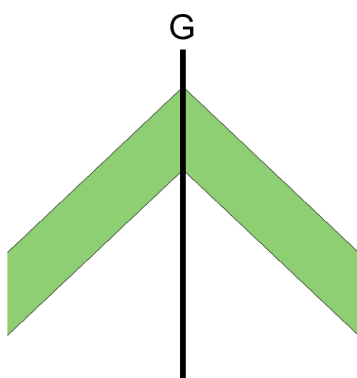
(c)

Obrázek 25: (a) Základní buňka, (b) počítačově vykreslená dvourozměrná tapeta, (c) reálná textilie.

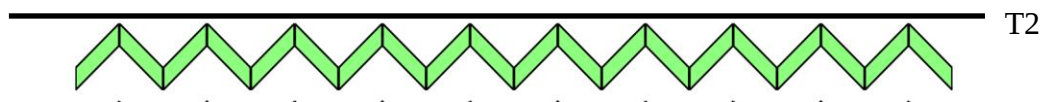
6.3.2 Grupa symetrie pg

Dvourozměrná tapeta grupy symetrie pg může být vytvořena dvěma způsoby. Rozdíl spočívá v tom, že jednou se při tvorbě tapety vychází z jednorozměrné tapety. Druhý způsob začíná od počátku, kde základní prvkem je motiv vzoru a z něj pak vychází tvorba celé tapety. Základem prvního způsobu konstrukce vícerozměrné tapety grupy symetrie pg vychází z jednorozměrné tapety typu $p1a1$. Konečná tapeta je pak vytvořena pomocí aplikace překladové osy symetrie $T2$.

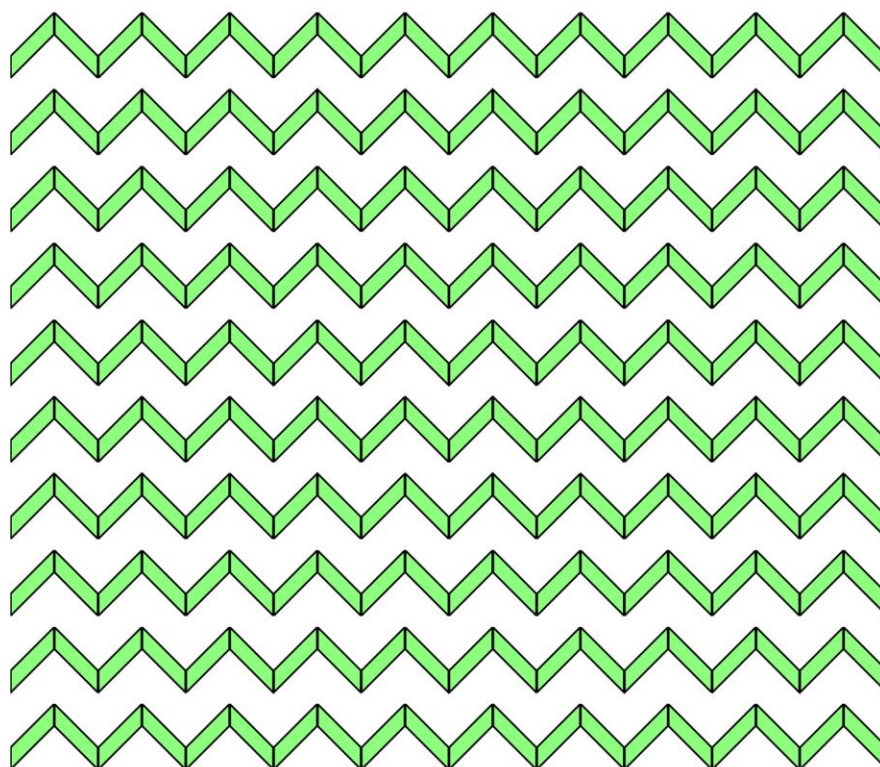
Druhý způsob konstrukce dvourozměrné tapety spočívá v tom, že boční hranice základní buňky vzoru je nahrazena osou klouzavě-zrcadlové symetrie G . Základní buňku s přidanou osou klouzavě-zrcadlové symetrie ukazuje obrázek 26 (a). Tato osa je pak použita k nahrazení všech ostatních mezí v podélném směru. Takto vytvořený pruh ukazuje obrázek 26 (b). Nakonec je pak horní hranice pruhu nahrazena osou překladové symetrie $T2$. Tato osa symetrie je následně použita k nahrazení všech horních mezí následně vytvořených pruhů. Tento postup a hotovou dvourozměrnou tapetu ukazuje obrázek 26 (c).



(a)



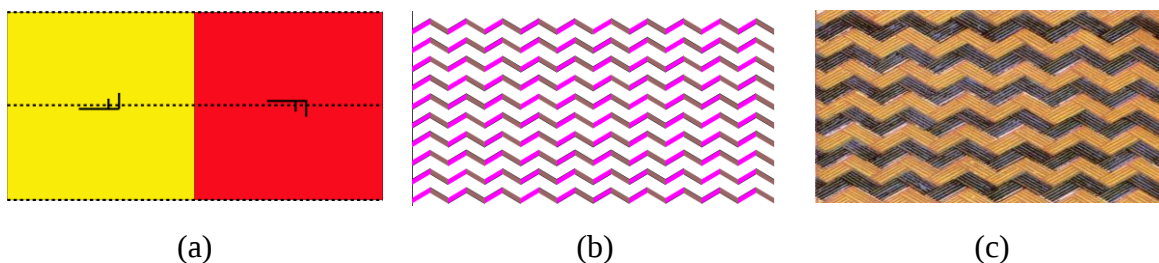
(b)



(c)

Obrázek 26: (a) Základní buňka, (b) aplikaci osy T2, (c) hotová dvourozměrná tapeta.

Tvarem základní buňky vzoru grupy symetrie pg je čtverec. Tvar základní buňky a prvky pomáhající při tvorbě designu ukazuje obrázek 27 (a). Vzor je tvořen za použití osy klouzavě-zrcadlové symetrie. Motiv je pak převrácen podél této osy a tím vznikne základní vzor pro tvorbu tapety. Základní vzor tapety ukazuje obrázek 27 (a). Další obrázek 26 (b) ukazuje počítačově vygenerovanou dvourozměrnou tapetu. Obrázek 27 (c) [11] ukazuje reálné využití tapety pg .



(a)

(b)

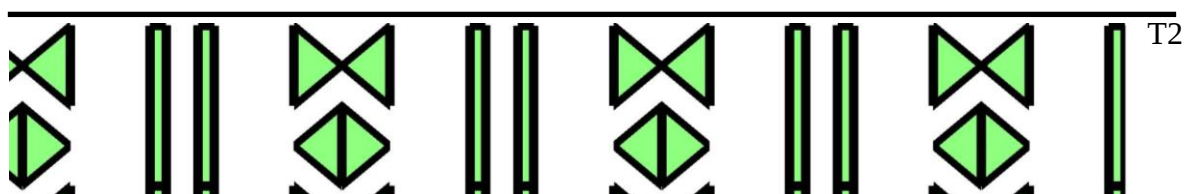
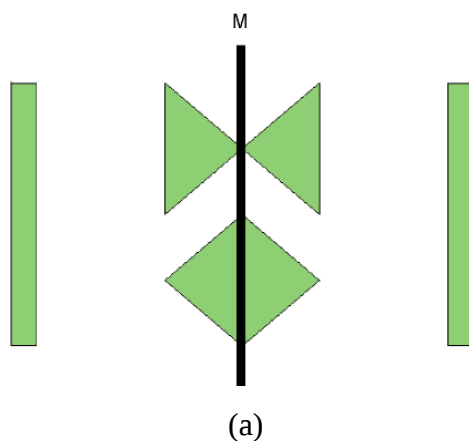
(c)

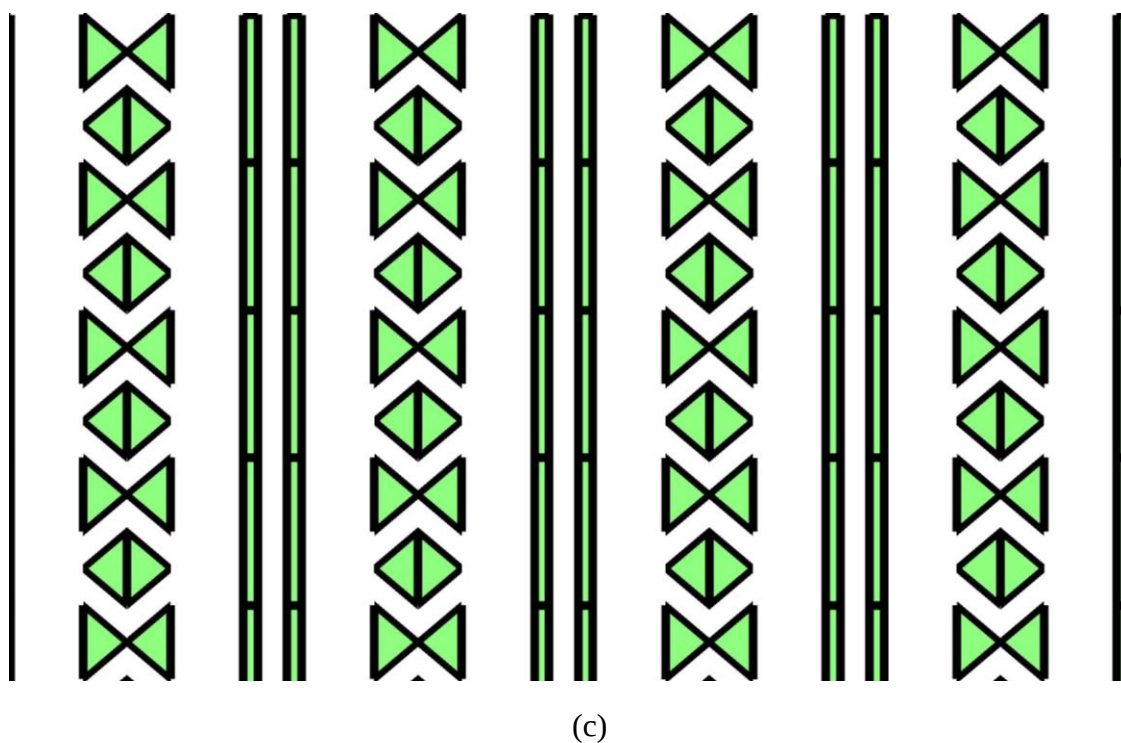
Obrázek 27: (a) Základní buňka, (b) počítačově vygenerovanou dvourozměrnou tapetu, (c) reálné použití tapety.

6.3.3 Grupa symetrie pm

Tapeta ze grupy symetrie pm může být vytvořena 2 způsoby. První způsob je postaven na základě aplikace osy překladové symetrie T_2 na pruh jednorozměrné tapety $p1m1$.

Druhý způsob tvorby tapety je postaven na základě aplikace osy zrcadlové symetrie M na jednu z bočních stran základní buňky. Tato osa je pak použita na každou další následující hranici buňky. Tento krok popisuje obrázek 28 (a). Tím je vytvořen pruh o šířce W . V dalším kroku je horní hranice pruhu nahrazena osou překladové symetrie T_2 . Tento krok ukazuje obrázek 28 (b). Nakonec probíhá tvorba celé tapety za pomoci aplikace osy symetrie T_2 na vytvořený pruh o šířce $2W$. Tapetu s aplikovanou osou T_2 ukazuje obrázek 28(c).

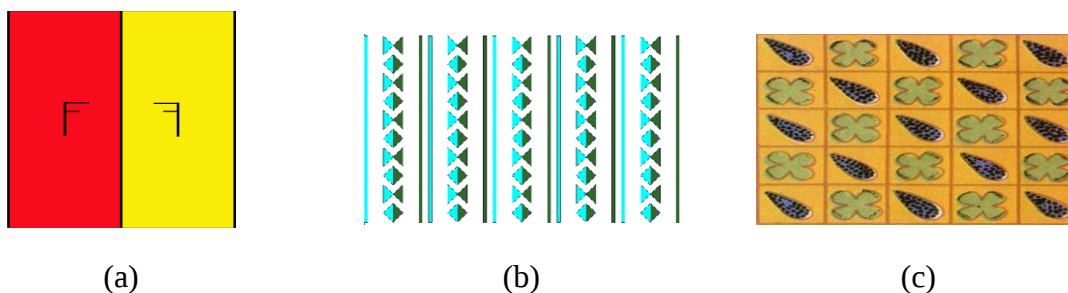




Obrázek 28:(a) Základní buňka, (b) základní pruh, (c)hotová tapeta grupy symetrie $pg..$

Základním tvarem motivu grupy symetrie pm je obdélník. Tvar a základní prvky použité při tvorbě vzoru ukazuje obrázek 29 (a). Obrázek 29 (b) popisuje hotovou dvourozměrnou tapetu vygenerovanou počítačovým programem. Obrázek 29 (c) [11] ukazuje reálnou strukturu grupy symetrie pm .

Vzor je tvořen tak, že jedna z hranic základní buňky motivu je nahrazena osou zrcadlové symetrie M . Přes tuto osu je zrcadlově zobrazen motiv a tím vznikne základní stavební prvek pro tvorbu tapety.

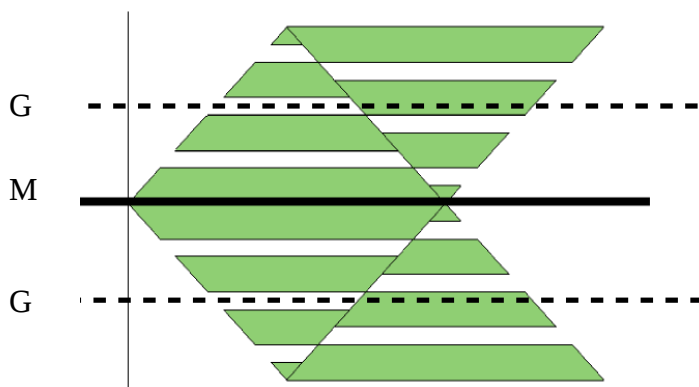


Obrázek 29:(a) Základní motiv, (b) počítačově vygenerovanou, (c) reálná struktura.

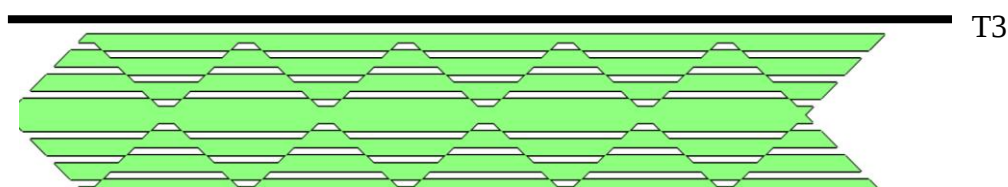
6.3.4 Grupa symetrie cm

Při konstrukci tapety grupy symetrie cm může být vycházeno z jednorozměrné tapety typu $p1a1$. Na jednorozměrný motiv je nejprve aplikována osa odrazová symetrie M . Následkem toho bude šířka základního pruhu $p1a1$ odpovídat $2W$. Nakonec je aplikována symetrie $T3$ na pruh buněk o šíři $2W$.

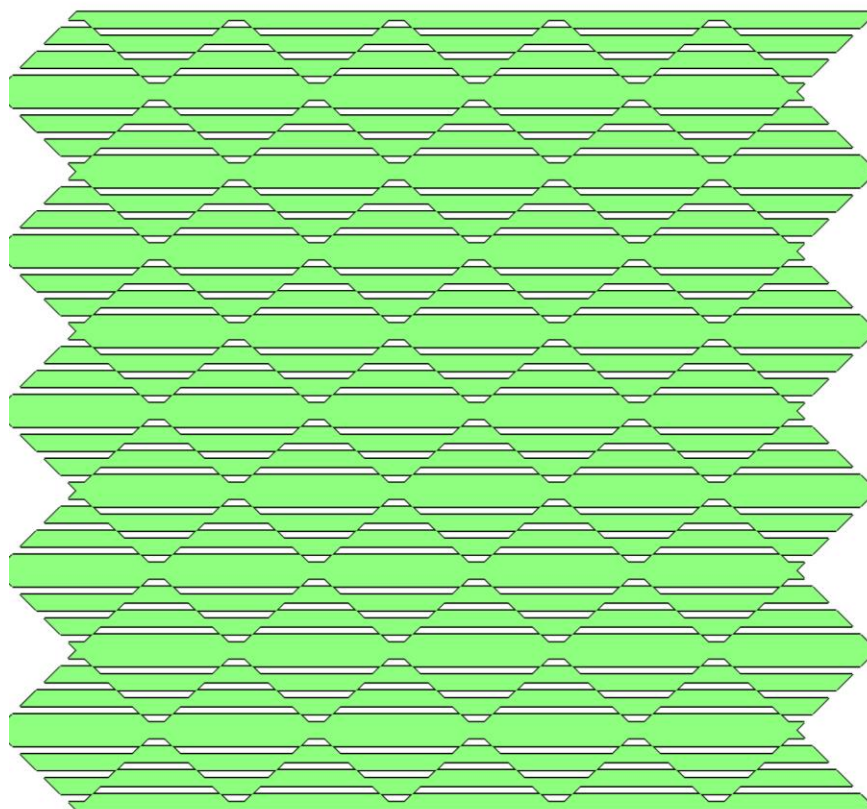
Druhý způsob tvorby grupy symetrie cm začíná od základní buňky. Základní motiv je rozšířen do pruhu o šíři $2W$ pomocí osy zrcadlové symetrie M . Zároveň jsou použity osy klouzavě-zrcadlové symetrie, které pomohou vytvořit základní opakující se vzor a tím celý jednorozměrný tapetový pruh. Tento krok tvorby ukazuje obrázek 30 (a). Celý pruh vytvořený tímto způsobem ukazuje obrázek 30 (b). Nakonec je aplikována osa překládové symetrie $T3$ na pruh o šíři $2W$ a tím je vytvořena dvourozměrná tapeta. Celou dvourozměrnou tapetu grupy symetrie cm ukazuje obrázek 30 (c).



(a)



(b)

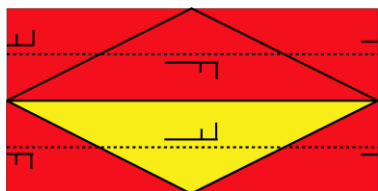


(c)

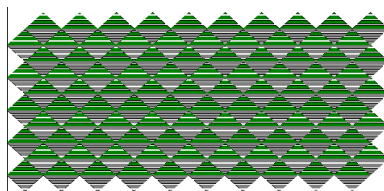
Obrázek 30: (a) Základní motiv, (b) jednorozměrná tapeta, (c) hotová tapeta.

Základní tvar motivu v grupě symetrie je trojúhelník. Obrázek 31 (a) ukazuje základní motiv a tvar vzoru. Obrázek 31 (b) ukazuje hotovou počítačově vygenerovanou dvourozměrnou tapetu grupy symetrie cm . Tato tapeta byla generována pomocí programu Wallpaperprint. Obrázek 31 (c) [11] ukazuje reálnou tapetu.

Vzor je tvořen tak, že jedna z hranic motivu je zároveň osa zrcadlové symetrie M . Použitím této osy zrcadlové symetrie vznikne základní vzor, ze kterého je pak tvořena celá dvourozměrná tapeta.



(a)



(b)



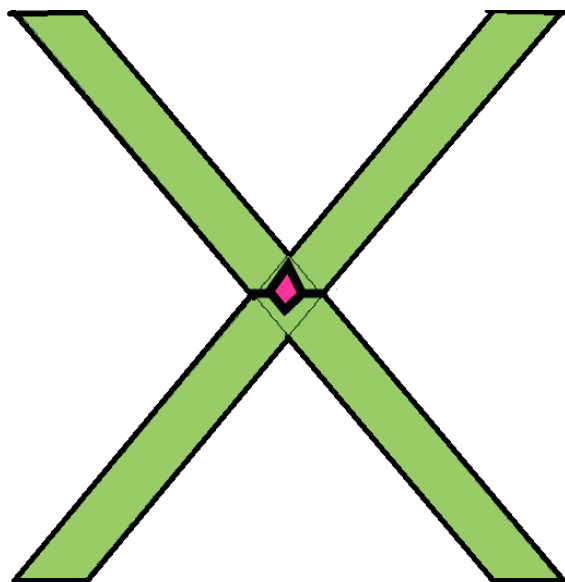
(c)

Obrázek 31: (a) Tvar základní buňky, (b) generovaná tapeta pomocí, (c) popisuje reálnou strukturu.

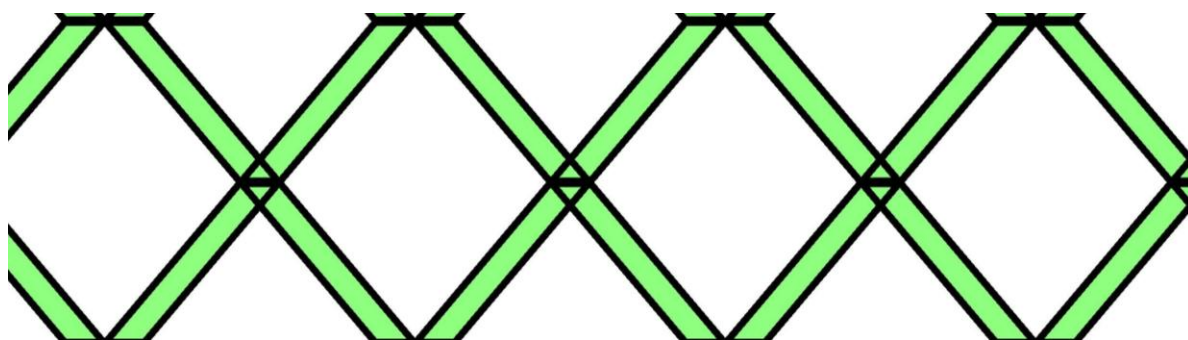
6.3.5 Grupa symetrie $p2$

Tvorba vzorů grupy symetrie má opět dva způsoby jak může být finální tapeta vytvořena. První způsob tvorby vychází z jednorozměrné tapety a předpokládá nepřetržitou aplikaci osy překladové symetrie $T2$ na jednorozměrný pruh ze kterého vychází. Základním motivem pro grupu symetrie $p2$ je $p112$.

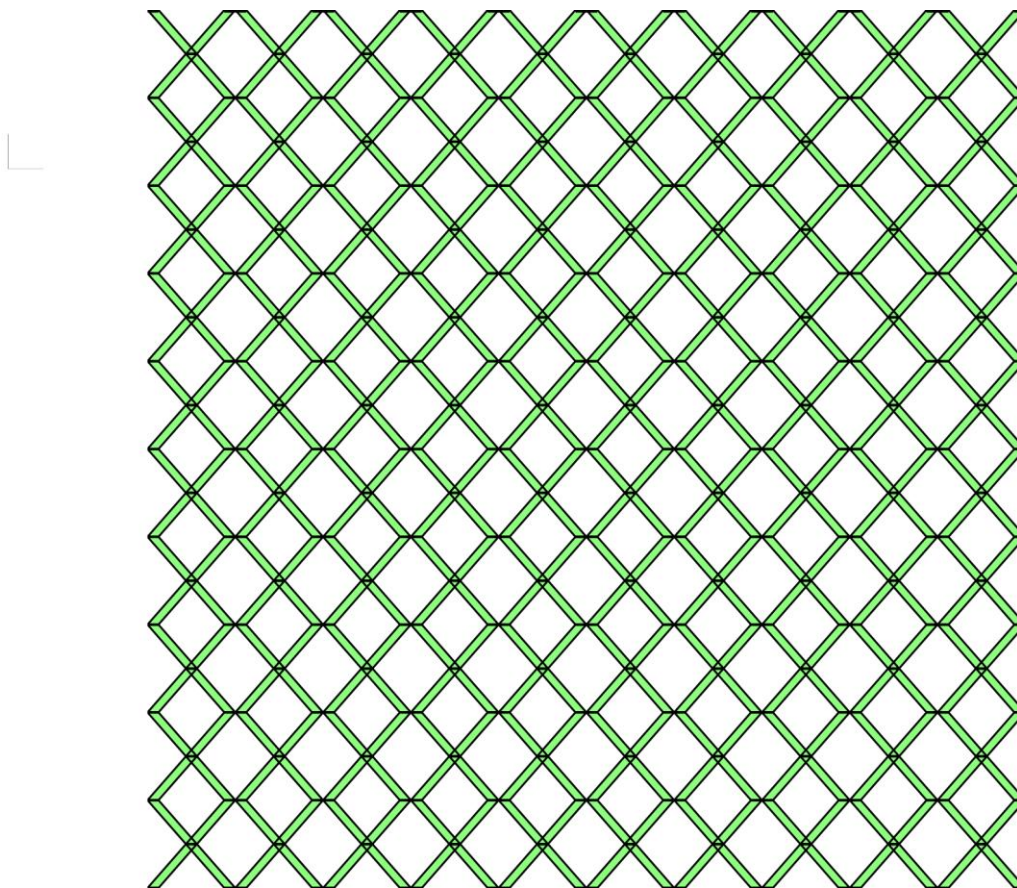
Druhý způsob tvorby skupiny symetrie $p2$ spočívá v nahrazení spodní hranice základního vzoru osou s 2-stupňovou rotační symetrií. Tento krok ukazuje obrázek 32 (a). Dále je každá sousedící mez v podélném směru v určitém pořadí nahrazena osou překladové symetrie $T1$. Vytvořený pruh pak ukazuje obrázek 32 (b). Nakonec je horní mez pruhu o šíři $2W$ odstraněna a nahrazena osou překladové symetrie $T2$. Hotovou dvourozměrnou tapetu grupy symetrie $p2$ ukazuje obrázek 32 (c).



(a)



(b)

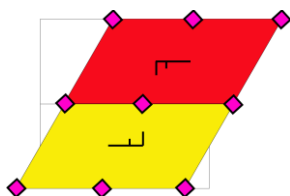


(c)

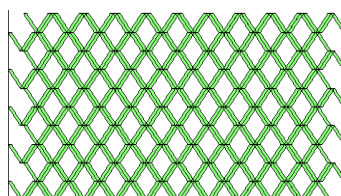
Obrázek 32(a) Motiv o šířce $2W$, (b) základní pruh, (c) tapeta grupy symetrie $p2$.

Tvarem základního motivu je rovnoběžník. Tvar motivu a základní buňky ukazuje obrázek 33 (a). Obrázek 33 (b) zobrazuje počítačem vygenerovanou dvourozměrnou tapetu grupy symetrie $p2$. Ke generování byla použita aplikace WallpaperPrint. Obrázek 33 (c) ukazuje fotografii využití grupy symetrie $p2$ v reálném prostředí.

Vzor je tvořen tak, že základní motiv obsahuje uprostřed své horní meze základní buňky centrální bod dvoustupňové rotace. Aplikací této rotace vznikne základní vzor tapety.



(a)



(b)



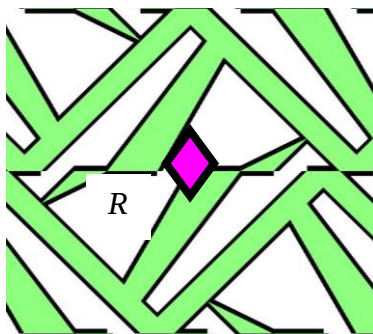
(c)

Obrázek 33:(a) Základní tvar motivu, (b) vygenerovaná tapeta, (c) reálnou struktura.

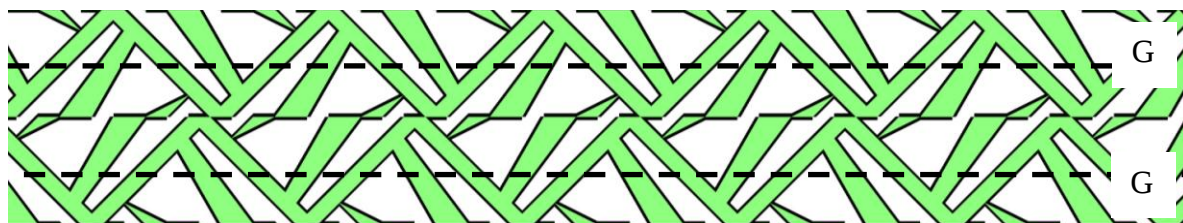
6.3.6 Grupa symetrie pgg

Konstrukce tapety pgg může být provedena několika způsoby, protože základ může vycházet z jednorozměrné tapety. V případě tapety pgg může vycházet rovnou ze dvou jednorozměrných tapet. První způsob vychází z aplikace překladové symetrie T_3 na 2 základní buňky jednorozměrného designu typu $p112$ o šířce $2W$. Kdy jeden je klouzavě-zrcadlovým odrazem druhého, toho je dosaženo za použití osy klouzavě-zrcadlové symetrie G . Druhý způsob jak může být tapeta vytvořena je za pomoci základního jednorozměrná tapety grupy symetrie $p1a1$. Ke tvorbě jsou použity dvě základní buňky této symetrie, kdy druhý je 2-stupňovou rotací prvního. Aby byl vytvořen pruh o šířce $2W$ je použita osa klouzavě-zrcadlové symetrie G na první řadu. Tato osa splývá s horní hranicí pruhu. Následně je použita osa překladové symetrie na pruh o šířce $2W$.

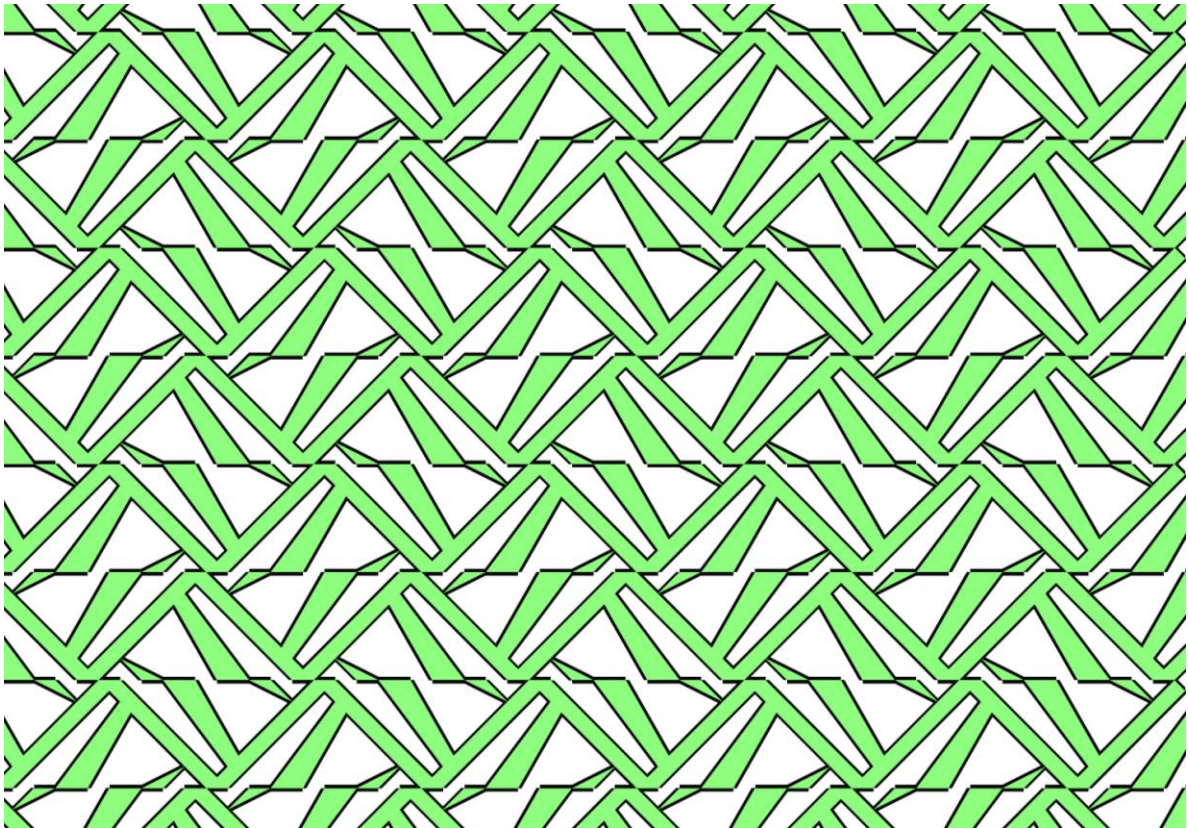
Poslední způsob, který byl použitý i ve WallpaperPrinter je založen na aplikaci osy, která obsahuje 2 stupňovou rotaci, na spodní mez základního motivu. Tím vznikne základní vzor. Tento postup popisuje obrázek 34 (a). Do vzoru v šíři $1/3W$ a $2/3W$, je pak aplikována osa klouzavě-zrcadlové symetrie G . Tím vznikne pruh o šíři $2W$. Ten ukazuje obrázek 34 (b). Nakonec je na tento pruh o šíři $2W$ aplikována osa překladové symetrie T_3 . Tím je vytvořena finální podoba dvourozměrné tapety z grupy symetrie pgg . Tuto tapetu zobrazuje obrázek 34 (c).



(a)



(b)

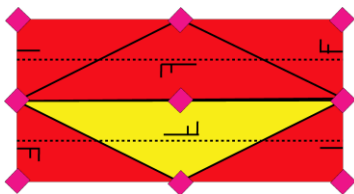


(c)

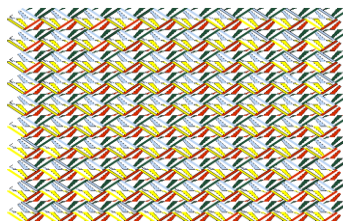
Obrázek 34:(a) Základní vzor, (b) základní pruh, (c) tapeta z grupy symetrie pgg .

Základním tvarem vzoru je trojúhelník. Základní vzor a motiv grupy symetrie pgg ukazuje obrázek 35 (a). Obrázek 35(b) ukazuje generovanou dvourozměrnou tapetu z příslušné grupy symetrie. Obrázek 35 (c) [11] ukazuje fotografii reálně využití grupy symetrie pgg .

Vzor je tvořen tak, že jedna z mezí základní buňky motivu obsahuje ve svém středu centrální bod dvoustupňové rotace. Kolem tohoto bodu motiv rotuje o 180 stupňů a tím vytvoří vzor.



(a)



(b)



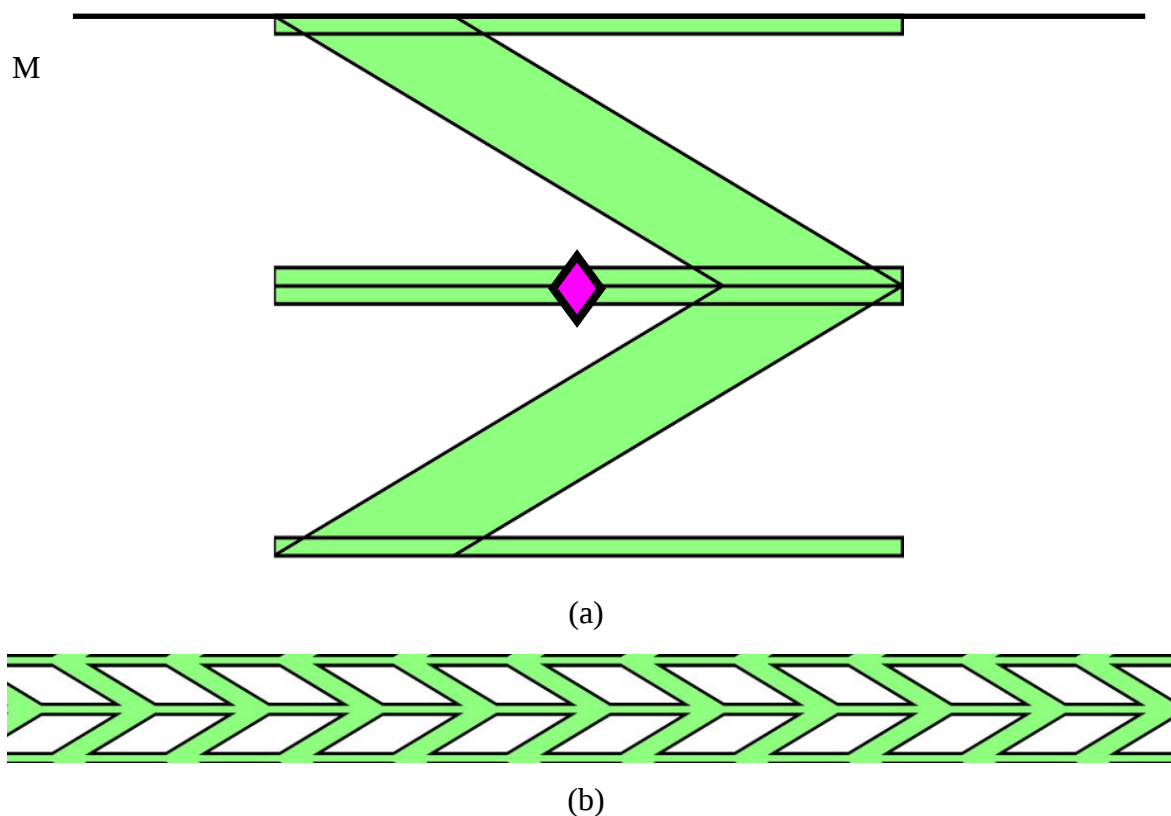
(c)

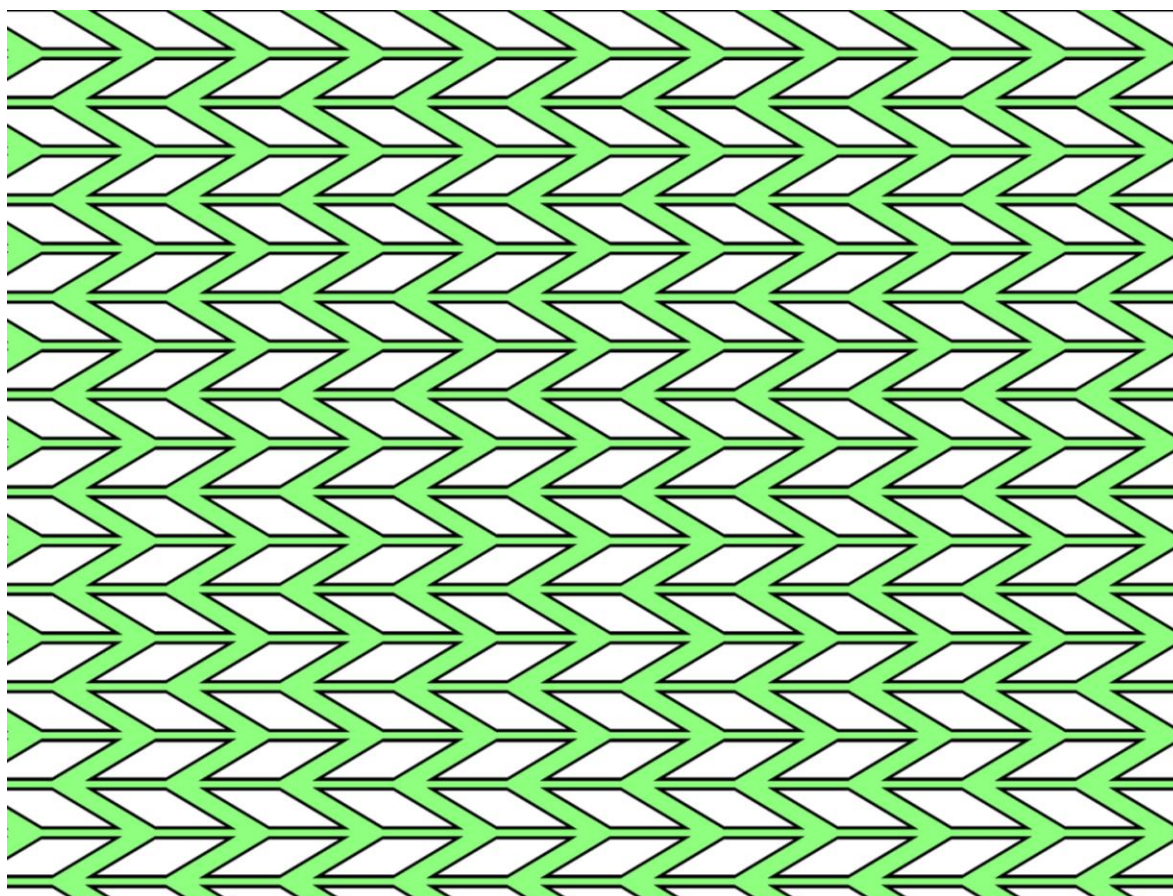
Obrázek 35:(a) Tvar základní buňky, (b) generovaná tapeta, (c)ukazuje reálnou strukturu

6.3.7 Grupa symetrie pmg

Tapeta skupiny symetrie pmg může být vytvořena dvěma způsoby. První způsob tvoří tapetu pomocí jednorozměrné tapety $pma2$. Při tvorbě je využita osa překladové symetrie $T2$. Horní mez pruhu jednorozměrné tapety je nahrazena právě osou překladové symetrie $T2$.

Druhý způsob tvorby tapety grupy symetrie pmg probíhá tak, že boční hranice základní buňky je střídavě nahrazována osou s centrem 2-stupňové rotace a osou zrcadlové symetrie. Tento postup ukazuje obrázek 36 (a). Tímto postupem je pak nahrazena každá sousedící mez v celém pruhu. Pruh zobrazuje a popisuje obrázek 36 (b). Nakonec je horní mez pruhu nahrazena osou translační symetrie $T2$, která je aplikována na pruh o šířce W . Celou dvourozměrnou tapetu zobrazuje a popisuje obrázek 36 (b).



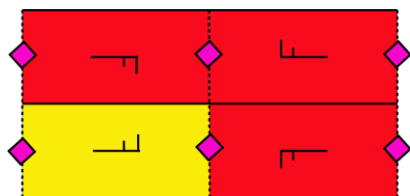


(c)

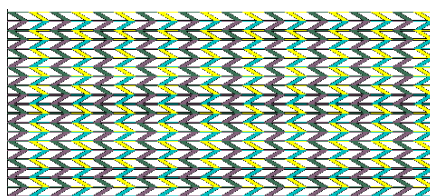
Obrázek 36:(a) Základní buňka, (b) pruh, (c) hotovou tapeta grupy symetrie pmg .

Motiv grupy symetrie pmg má obdélníkový tvar. Základní motiv a jeho opakování do vzoru zobrazuje obrázek 37 (a). Obrázek 37 (b) vyobrazuje hotovou dvourozměrnou tapetu generovanou pomocí počítačového programu. Obrázek 37 (c) [11] zobrazuje reálné použití grupy symetrie pmg .

Vzor grupy symetrie pmg obsahuje centra 2-stupňové rotace a osu zrcadlové symetrie M . Pomocí rotace je motiv otočen o 180 stupňů, tím vznikne pruh o šíři W . Pomocí osy zrcadlové symetrie vznikne vzor o šíři $2W$.



(a)



(b)



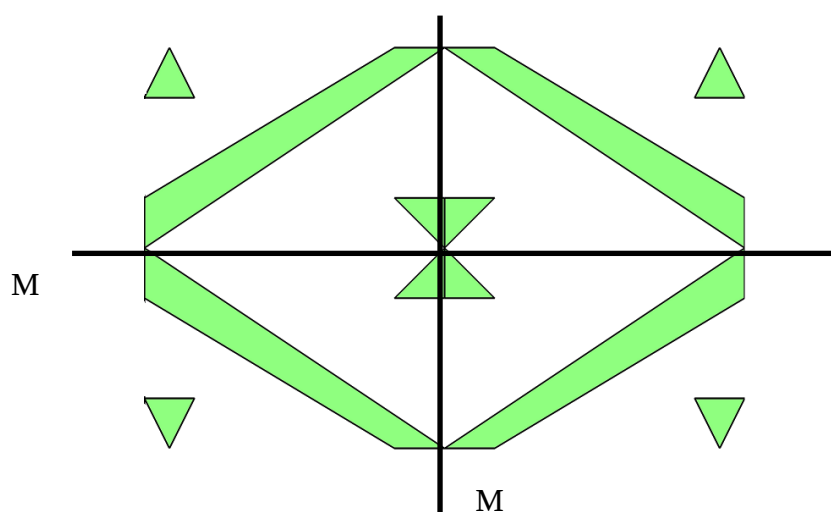
(c)

Obrázek 37:(a) Motiv a tvar základní buňky, (b)vygenerovanou tapetu, (c) reálná struktura.

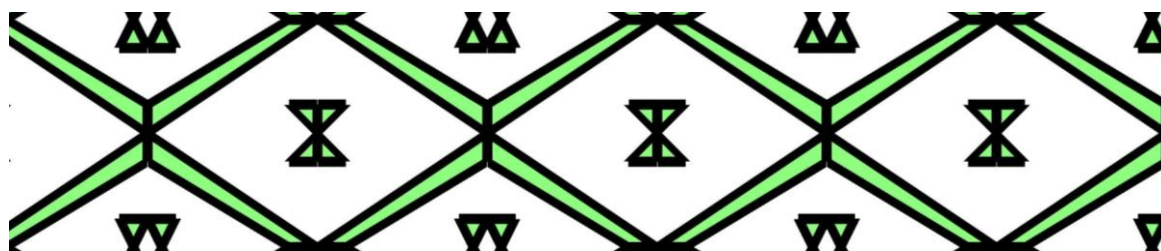
6.3.8 Grupa symetrie pmm

Tapeta z grupy symetrie pmm má 2 základní způsoby tvorby. První je aplikací překladové symetrie T_2 . Tato osa symetrie je aplikována na pruh o šíři $2W$. Základní jednorozměrnou tapetou pro tuto grupa symetrie je $pmm2$.

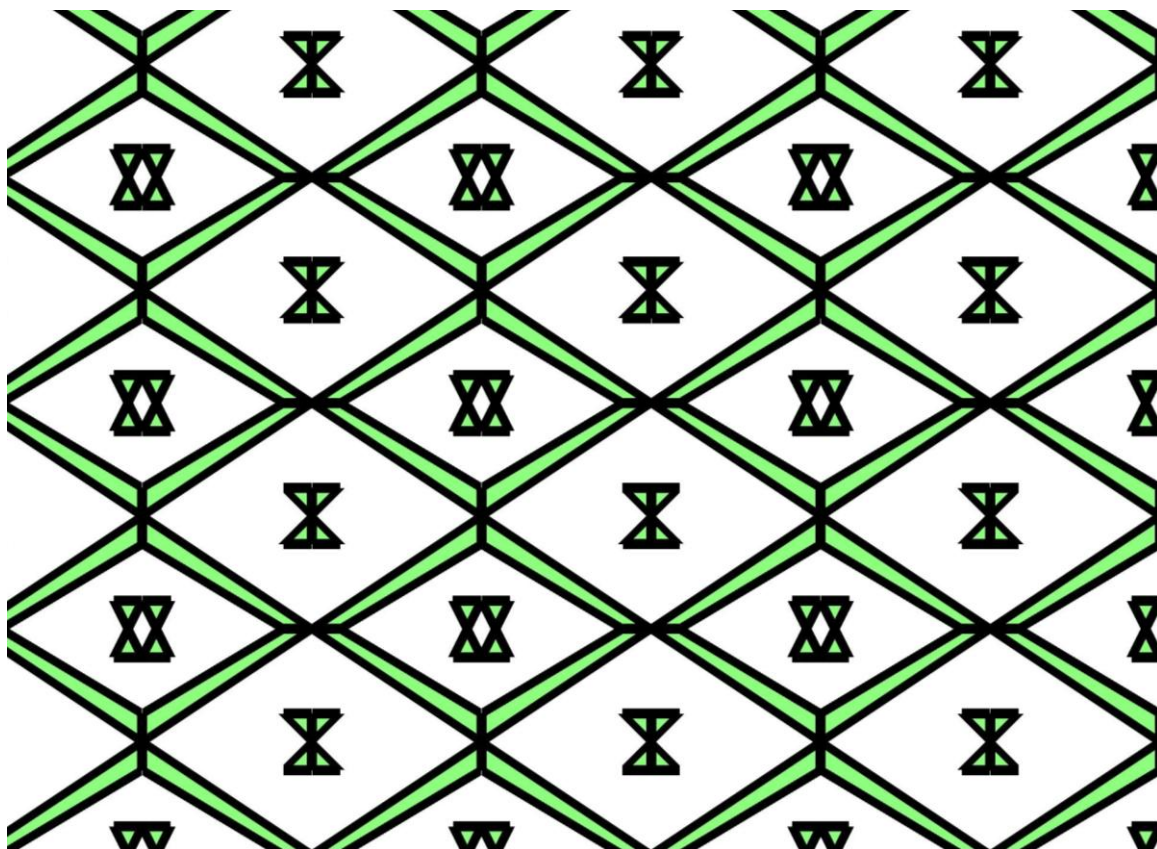
Druhý způsob tvorby spočívá v aplikaci zrcadlové osy symetrie na základní vzor. Toto ukazuje obrázek 38 (a). Tím vznikne pruh o šíři $2W$. Pruh zobrazuje obrázek 38 (b). Nakonec je přidána překladová osa symetrie T_3 . Tato osa je pak použita pravidelně v intervalech na pruhy o šíři $2W$. Výslednou dvourozměrnou tapetu grupy symetrie zobrazuje obrázek 38 (c).



(a)



(b)

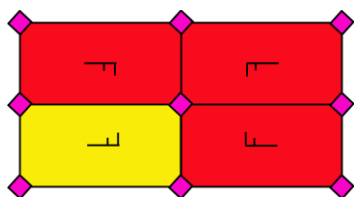


(c)

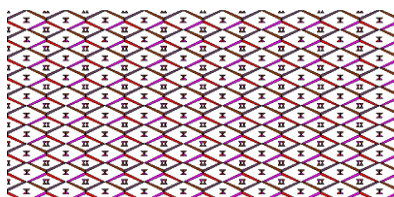
Obrázek 38:(a) Základní buňka, (b) pruh jednorozměrné tapety, (c) dvourozměrná tapeta.

Tvarem motivu a základní buňky grupy symetrie pmm je obdélník. Tvar a prvky základního vzoru ukazuje obrázek 39 (a). Obrázek 39 (b) ukazuje celou dvourozměrnou tapetu vygenerovanou pomocí počítačového programu. Obrázek 39 (c) [11] ukazuje reálné využití grupy symetrie pmm .

Vzor je vytvořen pomocí center dvoustupňové rotace. Dále je motiv ohraničený osami zrcadlové symetrie. Ty jsou aplikovány na boční a horní meze základního motivu.



(a)



(b)



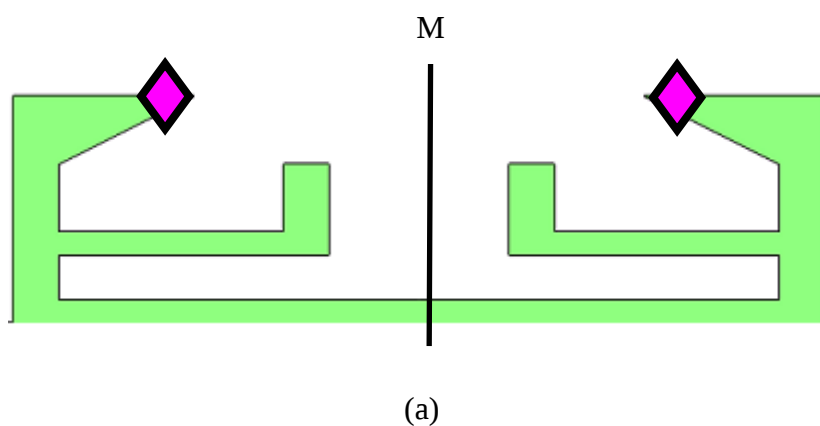
(c)

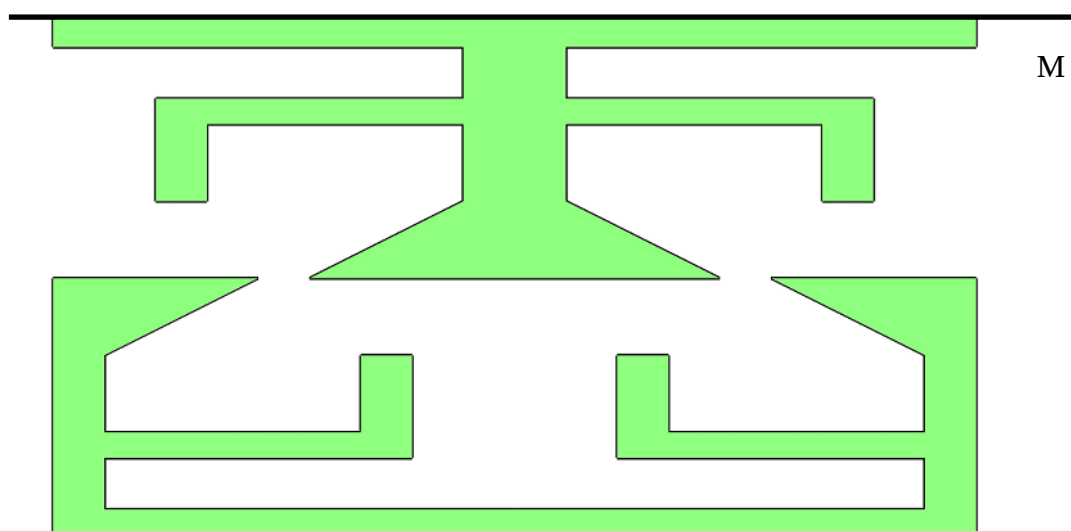
Obrázek 39:(a) Základní buňka, (b) vygenerovaná dvourozměrná tapeta, (c) reálná struktura.

6.3.9 Grupa symetrie cmm

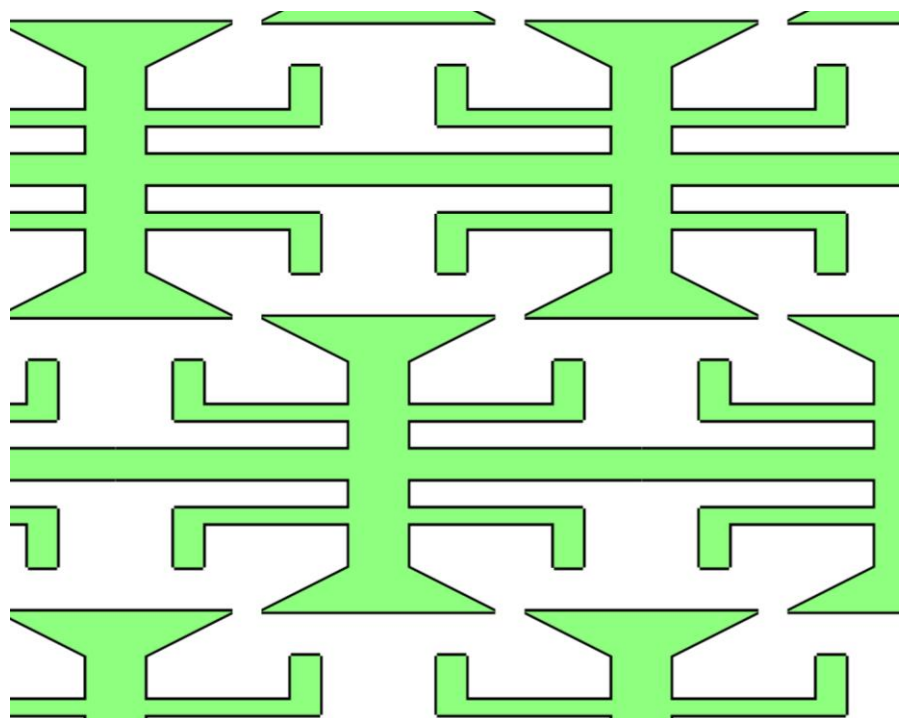
Tato grupa symetrie může být konstruována několika způsoby. Pomocí opakované aplikace překladové symetrie $T3$ na základní dvě buňky jednorozměrné tapety typu $pma2$. V tomto případě je použita zrcadlová symetrie a druhá buňka odrazem první. Nebo může být tvořen dvěma jednorozměrnými tapetami grupy $pmm2$, kdy jeden pruh je za použití osy klouzavě-zrcadlové symetrie reflexí druhého. V prvním případě může být také grupa symetrie zkonstruována nepřetržitou aplikací překladové symetrie $T3$ na pruh o šířce $2W$. Pruh o šířce $2W$ je zkonstruován pomocí zrcadlové osy M , která je aplikována na jednorozměrnou tapetu $pma2$.

Pokud je tapeta skládána od základu bez použití jednorozměrných tapet. Jedna z bočních mezí základní buňky musí být nahrazena osou zrcadlové symetrie M . Toto ukazuje obrázek 40 (a). Dále je horní mez pruhu odstraněna a nahrazena osou s 2 stupňovou rotační symetrií. Následně musí být zase horní odstraněna a nahrazena osou zrcadlové symetrie M . Z toho vznikne pruh o šíři $2W$. Horní mez pruhu o šíři $2W$ je pak odstraněna a nahrazena překladovou osou symetrie $T3$. Toto ukazuje obrázek 40 (b). Nakonec je dvourozměrná tapeta vytvořena právě pomocí aplikace osy překladové symetrie $T3$ v pravidelných intervalech. Grupa symetrie cmm má jen jednu možnou cestu tvorby konečné dvourozměrné tapety, který je odvozen z různých vlastností mezí základní buňky, které procházejí skrz centra rotace. To je způsobeno tím, že dvě meze každé základní buňky jsou zároveň osy odrazové symetrie. Ty se vyskytují na mezích a podélných osách pruhu buněk. Pak se nemohou měnit. Příklad hotové tapety grupy symetrie cmm ukazuje obrázek 40 (c).





(b)



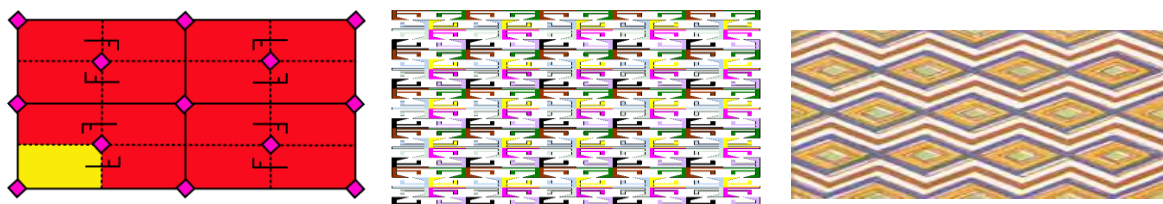
(c)

Obrázek 40:(a) Základní motiv, osa M a rotační body, (b)poloviční vzor, (c) hotová tapeta.

Základní tvar motivu grupy symetrie cmm je obdélník. Obrázek 41 (a) ukazuje tvar motivu a základního vzoru. Obrázek 41 (b) vyobrazuje tapetu vygenerovanou počítačovým programem WallpaperPrint. Obrázek 41 (c) [11] ukazuje reálné využití grupy symetrie cmm .

Vzor je tvořen pomocí center rotačních symetrií, které obsahují 2-stupňovou rotaci. Centra obsahující rotační symetrii jsou na krajích a na středu os zrcadlové symetrie M . Nejprve je motiv pomocí osy zrcadlové symetrie převeden do druhé poloviny vzoru.

Následně je každý zvlášť rotován pomocí center 2-stupňové rotace o 180 stupňů. Následující operace je opět použití os zrcadlové symetrie. Nakonec je motiv ve vzoru opět rotován o 180 stupňů a tím vznikne základní vzor.



(a)

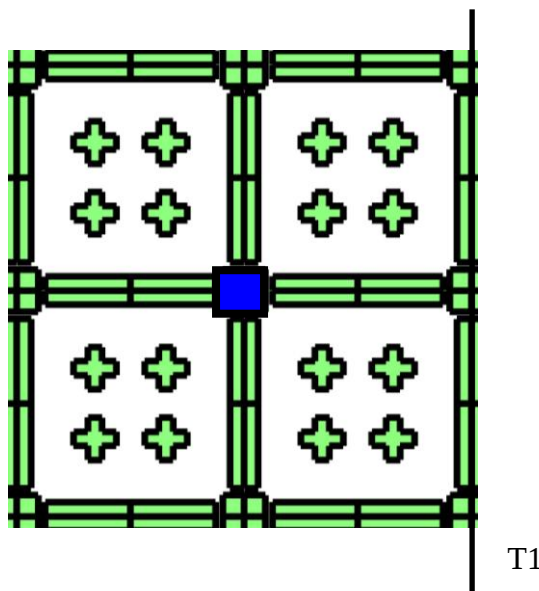
(b)

(c)

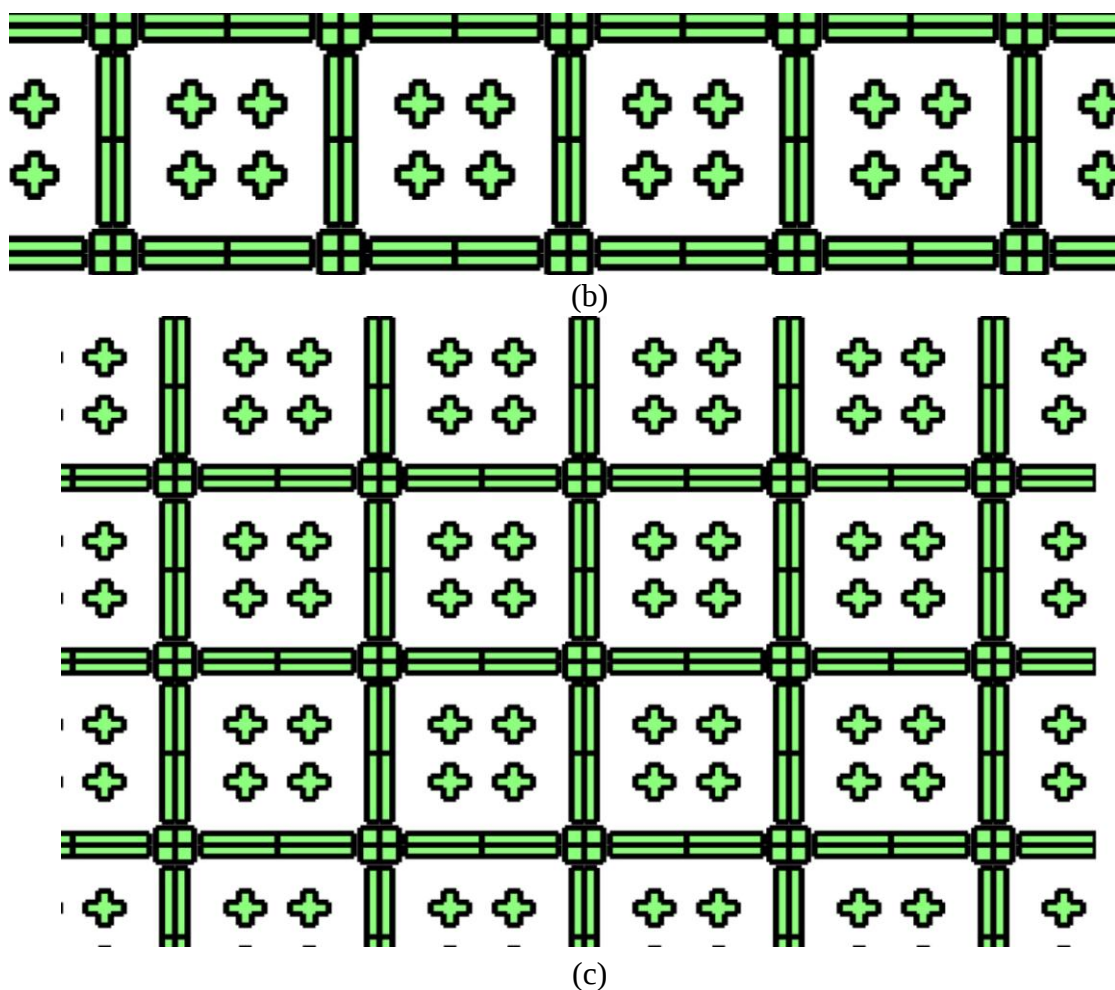
Obrázek 41: (a) Tvar základní buňky, (b) generovaná tapeta, (c) reálná struktura.

6.3.10 Grupa symetrie $p4$

Na rozdíl od předchozích grup symetrie tato grupa nevychází z žádné jednorozměrné tapety. Základní vzor se opakuje pomocí osy překladové symetrie $T1$. Tato osa je použita namísto boční meze vzoru. Obrázek 42 (a) ukazuje použití osy $T1$ na základní vzor. Osa $T1$ je pak použita na každou následující boční mez. Vzniklý pruh ukazuje obrázek 42 (b). Nakonec je horní mez pruhu odstraněna a nahrazena osou překladové symetrie $T2$. Tím vznikne konečná dvourozměrná tapeta grupy $p4$. Hotovou dvourozměrnou tapetu zobrazuje obrázek 42 (c).



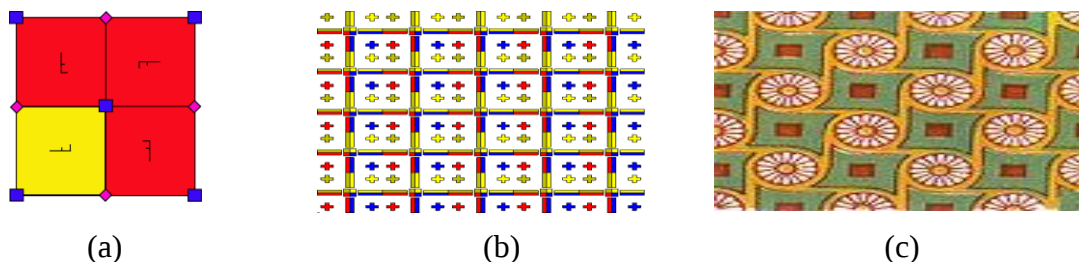
(a)



Obrázek 42(a) Základní vzor, (b) pruh, (c) dvourozměrná tapeta.

Základní tvar motivu v grupě symetrie $p4$ je čtverec. Motiv a složení vzoru ukazuje obrázek 43 (a). Obrázek 43 (b) ukazuje dvourozměrnou tapetu grupy symetrie $p4$ vygenerovaný pomocí WallpaperPrint. Obrázek 43 (c) [11] ukazuje reálně využitou dvourozměrnou tapetu grupy symetrie $p4$.

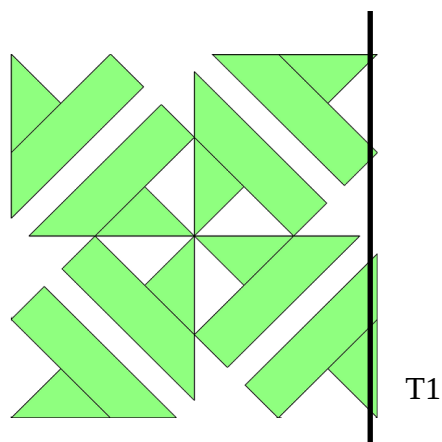
Vzor je složen ze 4 čtverců. Při skládání vzoru jsou využity centrální body 2-stupňové a 4-stupňové rotace. Vzor je tvořen tak, že motiv rotuje pomocí 4-stupňového centra rotace vždy o 90 stupňů. Tyto centra rotace se vyskytují na podélných osách a v rozích vzoru. Když dokončí svou rotaci je tvar základního vzoru čtverec, skládající se z pravidelně se opakujících 4 čtverců.



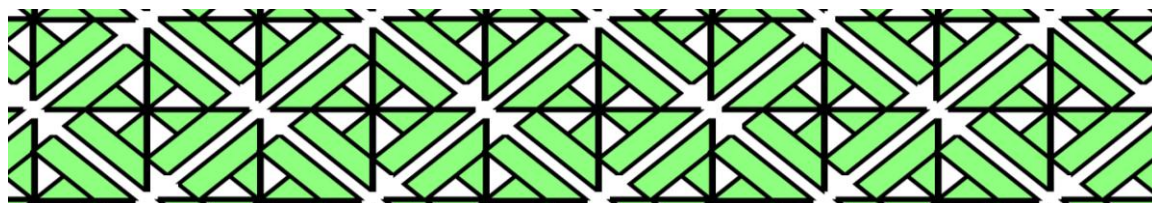
Obrázek 43:(a) Motiv a tvar základní buňky, (b) generovaná tapeta, (c) reálná struktura.

6.3.11 Grupa symetrie $p4g$

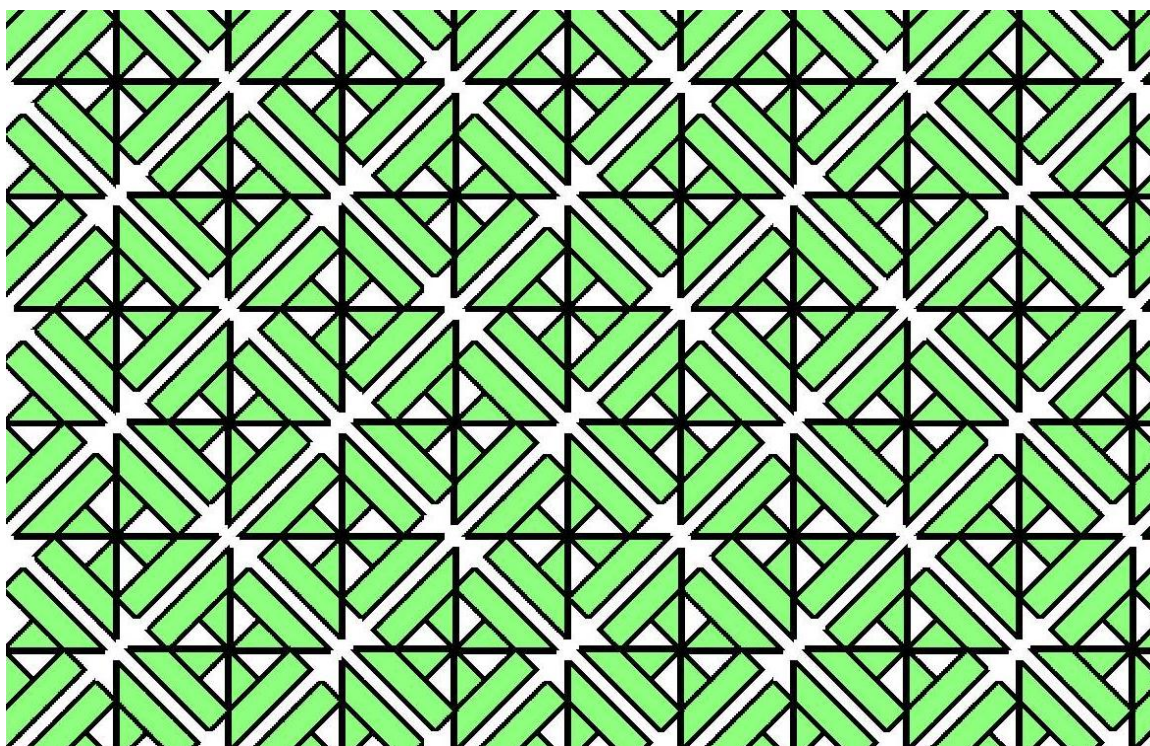
Při tvorbě tapety je vycházeno ze základního vzoru. Jedna boční mez vzoru je odstraněna a nahrazena osou překladové symetrie $T1$. Tento postup ukazuje obrázek 44 (a). Ze vzniklého pruhu je odstraněna horní mez a je místo ní aplikována v daném pořadí osa překladové symetrie $T2$. Aplikaci osy ukazuje obrázek 44 (b). Po aplikaci osy překladové symetrie $T2$ je vytvořena dvourozměrná tapeta. Hotovou tapetu z grupy symetrie $p4g$ ukazuje obrázek 44 (c).



(a)



(b)

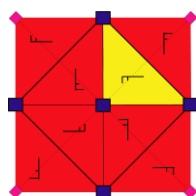


(c)

Obrázek 44:(a) Vzor grupy symetrie $p4g$, (b) pruh, (c) dvourozměrná tapeta.

Základní tvar motivu v grupě symetrie $p4g$ je trojúhelník. Motiv a složení vzoru ukazuje obrázek 45 (a). Obrázek 45 (b) ukazuje dvourozměrná tapeta grupy symetrie $p4g$ vygenerovaný WallpaperPrintem. Obrázek 45 (c) [11] ukazuje reálně využitý dvourozměrná tapeta grupy symetrie $p4g$ v běžné praxi.

Vzor je tvořen pomocí osmi rovnoramenných trojúhelníků. Vzor obsahuje centrální body 4-stupňové rotace, vždy na středu vzoru a na vrcholech vnitřního čtverce. Dále obsahuje centrální body 2-stupňové rotace a to v rozích vzoru. Hrany vnitřního čtverce jsou zároveň osami zrcadlové symetrie. Samotné trojúhelníky jsou nejprve podle svého rotačního bodu rotovány po 90 stupních. Pak vždy na jednu hranu základního motivu a motivu opakovaného ve vzoru spadají osy zrcadlové symetrie. Použitím těchto os vznikne jako základní tvar vzoru čtverec.



(a)



(b)

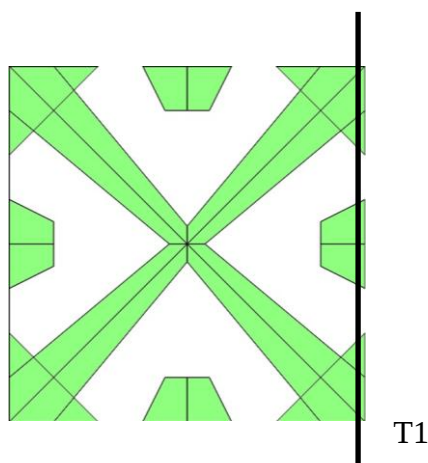


(b)

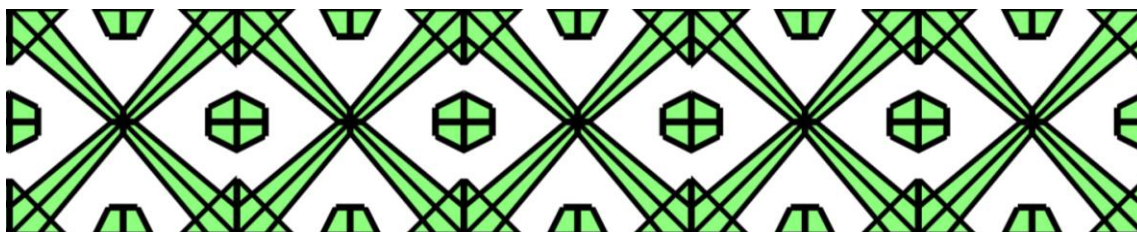
Obrázek 45:(a) Motiv a tvar základního vzoru, (b) vygenerovaná tapeta, (c) reálná struktura.

6.3.12 Grupa symetrie $p4m$

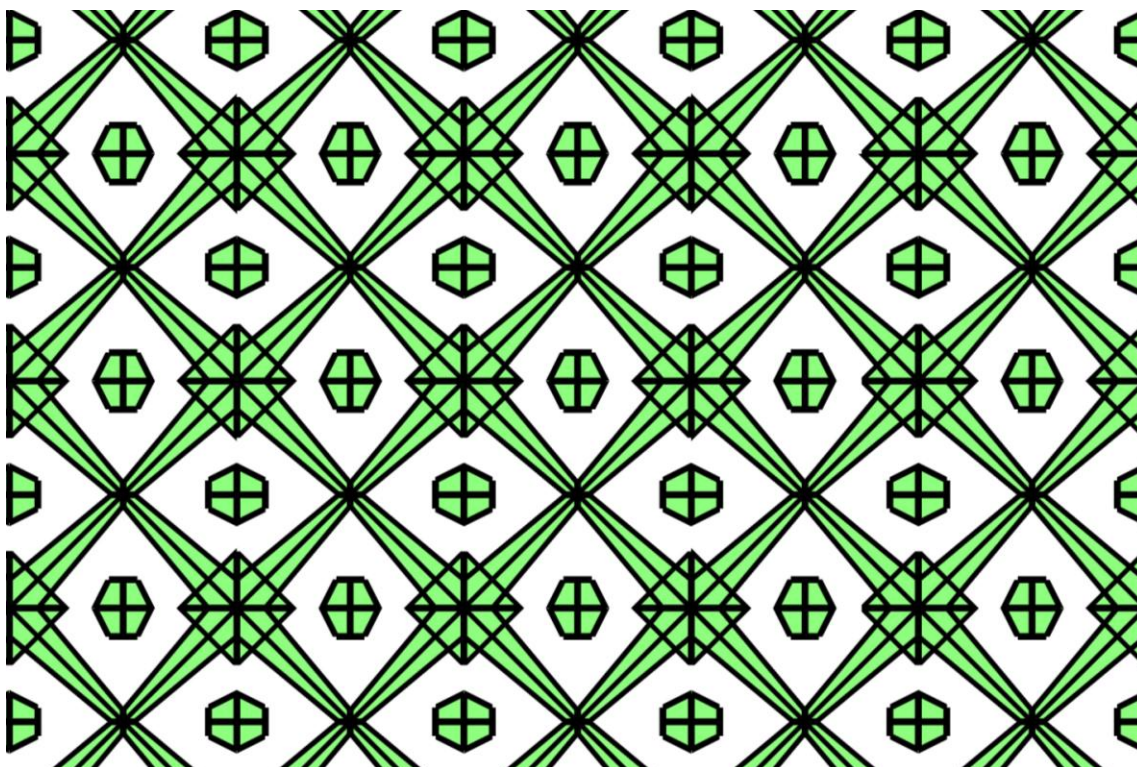
Použití diagonální odrazové symetrie a 4-stupňové rotace na motiv uvnitř rovnoramenného trojúhelníku zkompletuje vzhled základní buňky. Jedna z bočních mezí základní buňky je nahrazena osou překladové symetrie $T1$. Tento krok ukazuje obrázek 46 (a). Aplikací po sobě jdoucí symetrie $T1$ v určitém intervalu je vygenerována základní jednorozměrná tapeta. Tuto jednorozměrnou tapetu ukazuje obrázek 46 (b). Nakonec je horní mez pruhu nahrazena osou translační symetrie $T2$ a tím je vytvořena dvourozměrná tapeta grupy symetrie $p4m$. Tvorbu tapety popisuje obrázek 46 (c).



(a)



(b)

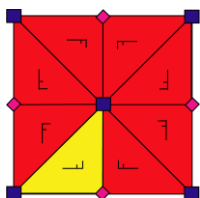


(c)

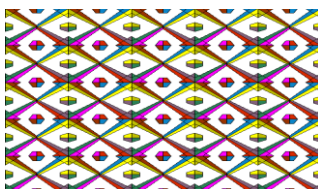
Obrázek 46(a) Základní vzor, (b) pruh jednorozměrné tapety, (c) dvourozměrná tapeta.

Základním prvkem vzoru je rovnoramenný trojúhelník a tvar základní buňky, motivu a způsob opakování motivu ukazuje obrázek 47 (a). Obrázek 47 (b) ukazuje v počítači vygenerovanou dvourozměrnou tapetu grupy symetrie $p4m$. Obrázek 47 (c) [11] ukazuje reálné využití vzoru grupy symetrie $p4m$.

Vzor obsahuje centrální body 4-stupňové rotace a 2-stupňové rotace. Tyto body jsou v krajích a jeden bod 4-stupňové rotace je na průsečíku diagonál. Motiv je kopírován do vzoru pomocí rozdělení základní buňky na osm rovnoramenných trojúhelníků. Toto dělení je provedeno za pomoci příčných a podélných diagonál. Tyto diagonály jsou zároveň osami zrcadlové symetrie. Postupnou aplikací zrcadlové symetrie a 4-stupňové rotace je přidán prvek motivu na všechny adekvátní pozice. Tím vznikne základní vzor.



(a)



(b)

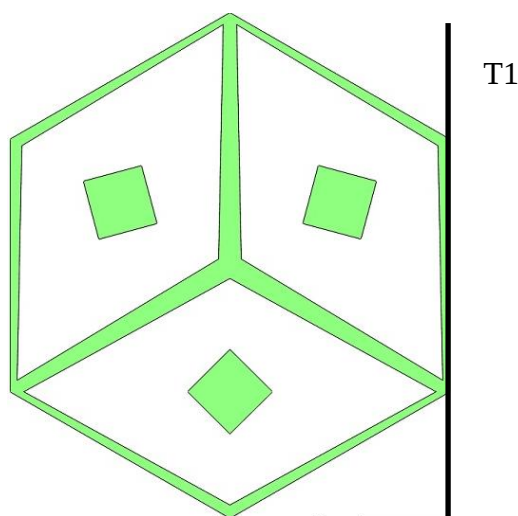


(c)

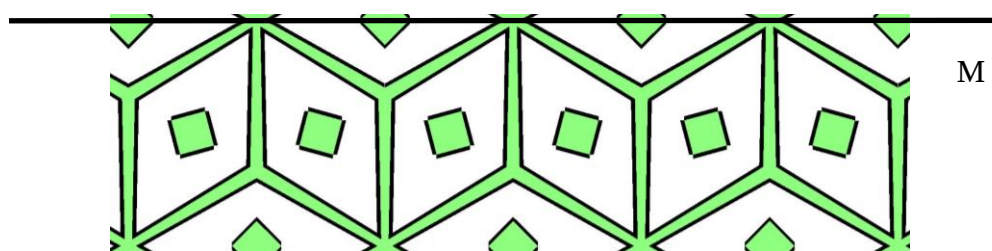
Obrázek 47:(a) Motiv a tvar základní buňky, (b) generová dvourozměrná tapeta, (c) reálná struktura.

6.3.13 Grupa symetrie $p3$

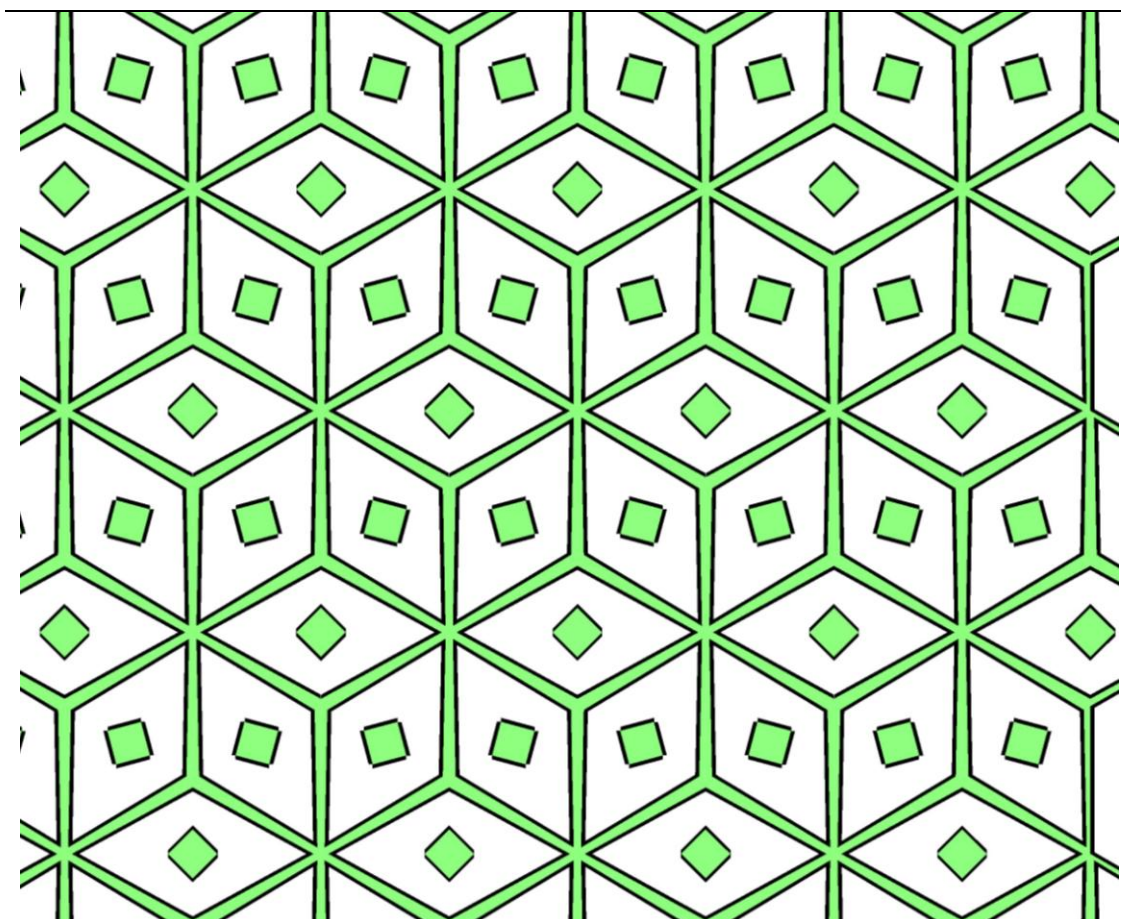
Dvourozměrná tapeta grupy symetrie $p3$ je konstruována tak, že je aplikována osa překladové symetrie $T1$. Tak je vytvořen základní pruh. Aplikaci osy $T1$ ukazuje obrázek 48 (a). V dalším kroku je základní buňka rozdělena osou zrcadlové symetrie M . Toto rozdělení a aplikaci osy M ukazuje obrázek 48 (b). Motivy jsou přidány do jednoho kosočtverce, tím vznikne základní stavební buňka. Tato buňka je pak pomocí 3 stupňové rotace aplikována na celý pruh o šíři $2W$. Nakonec je pruh o šíři $2W$ s vytvořenou hexagonální sítí nepřetržitě překládána pomocí osy překladové symetrie $T3$. Hotovou dvourozměrnou tapetu ukazuje obrázek 48 (c).



(a)



(b)

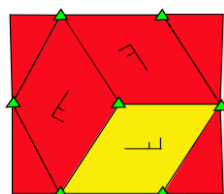


(c)

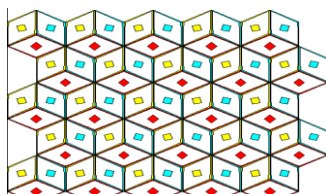
Obrázek 48:(a)Tvar základní buňky, (b) pruh jednorozměrné tapety, (c) dvourozměrná tapeta.

Základním prvkem vzoru je kosočtverec tvar základní buňky, motivu a způsob opakování motivu ukazuje obrázek 49 (a). Obrázek 49 (b) ukazuje vygenerovanou dvourozměrnou tapetu grupy symetrie $p3$ pomocí aplikace WallpaperPrint. poslední obrázek 49 (c), ukazuje reálné využití vzoru grupy symetrie $p3$.

Vzor obsahuje centrální body 3-stupňové rotace. Motiv rotuje okolo centrálního bodu po 120 stupních. Dále motiv neobsahuje žádné další konstrukční prvky.



(a)



(b)

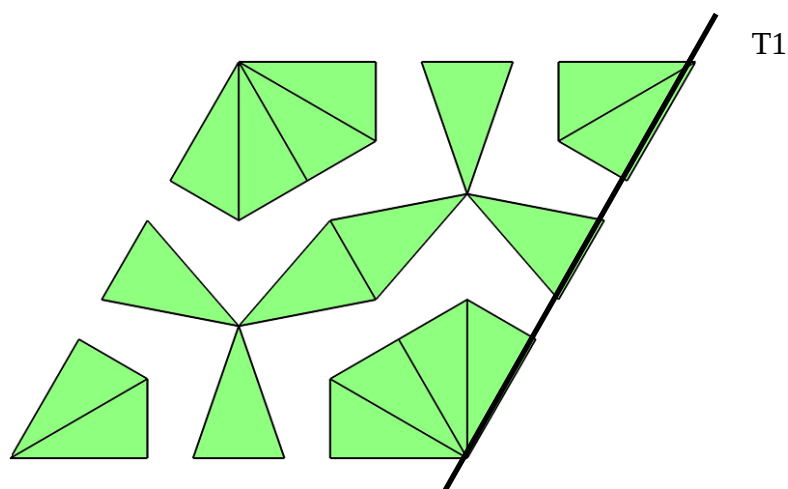


(c)

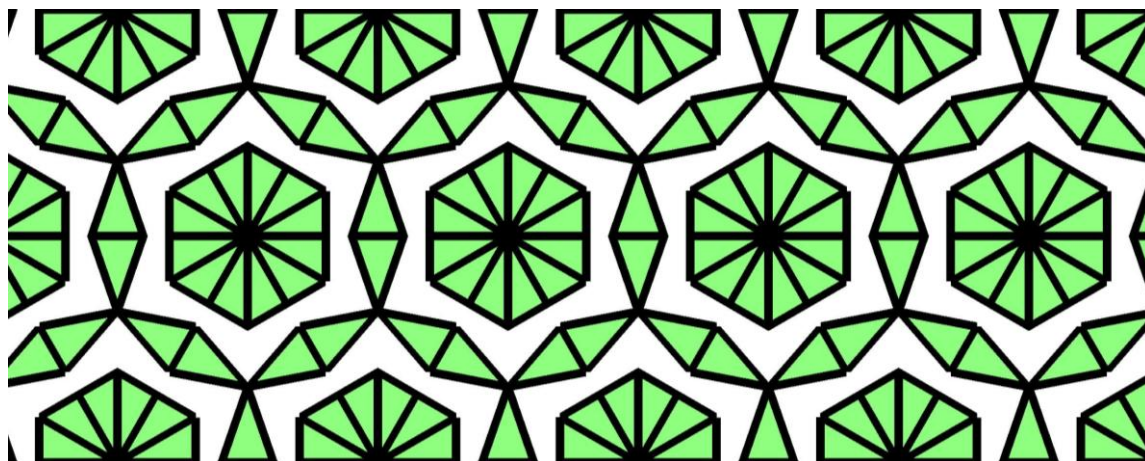
Obrázek 49:(a) Motiv a tvar základní buňky, (b) vygenerovaná dvourozměrná tapeta, (c) reálná struktura.

6.3.14 Grupa symetrie $p31m$

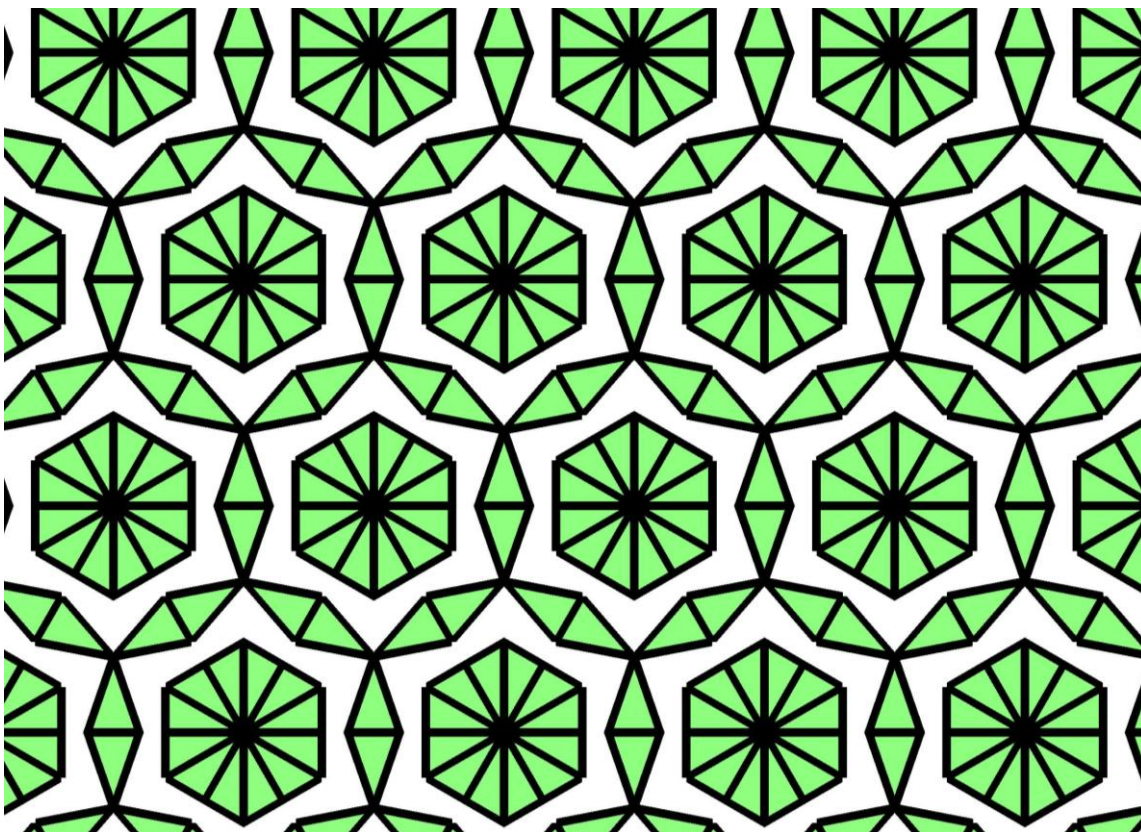
Dvourozměrná tapeta je tvořena tak, že nejprve je boční mez základní buňky nahrazena osou překladové symetrie $T1$. Obrázek 50 (a) ukazuje základní buňku vzoru a aplikaci osy překladové symetrie $T1$. Tato osa je pak použita na každou následující hranici buňky a tím vznikne pruh jednorozměrné tapety. Použitím osy zrcadlové symetrie M na tento pruh vznikne nové obložení pruhu o šířce $2W$. Tyto dvě operace zobrazuje obrázek 50 (b). Jedna horní mez pruhu o šířce $2W$ je vyjmuta a nahrazena osou překladové symetrie $T3$. Nakonec je osa symetrie $T3$ použita k nahrazení horních mezí v určitých intervalech a tím je zkonstruována dvourozměrná tapeta. Konstrukci $p31m$ ukazuje obrázek 50 (c).



(a)



(b)

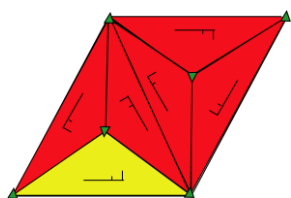


(c)

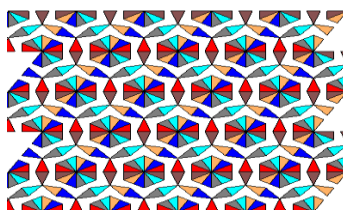
Obrázek 50:(a) Tvar základní buňky, (b) pruh, (c) dvourozměrná tapeta.

Základní tvar motivu v grupě symetrie $p31m$ je kosočtverec. Motiv a složení vzoru ukazuje obrázek 51 (a). Obrázek 51 (b) ukazuje dvourozměrná tapeta grupy symetrie $p31m$ vygenerovaný pomocí WallpaperPrintu. Obrázek 51 (c) [11] ukazuje reálně využitou dvourozměrnou tapetu grupy symetrie $p31m$.

Vzor obsahuje centrální body, které jsou body 3-stupňové rotace. Okraje vzoru jsou zároveň osami zrcadlové symetrie. Základní vzor je tvořen tak, že pruh je nejprve dělen na kosočtverce a pak půlen na základní prvky přidáním diagonál do každého prvku. Tyto diagonály tvoří rovnostranné trojúhelníky jejichž všechny meze jsou zároveň osy odrazové symetrie. Tyto osy jsou fixované.



(a)



(b)

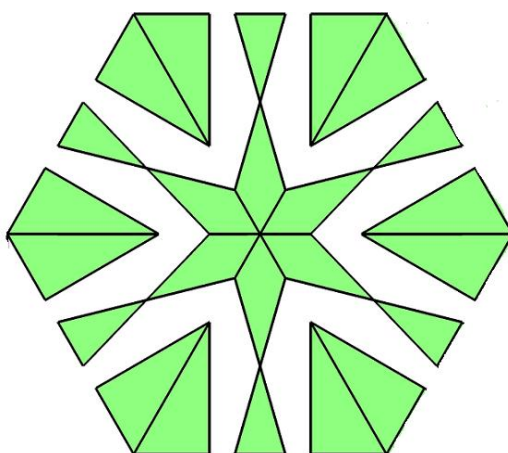


(c)

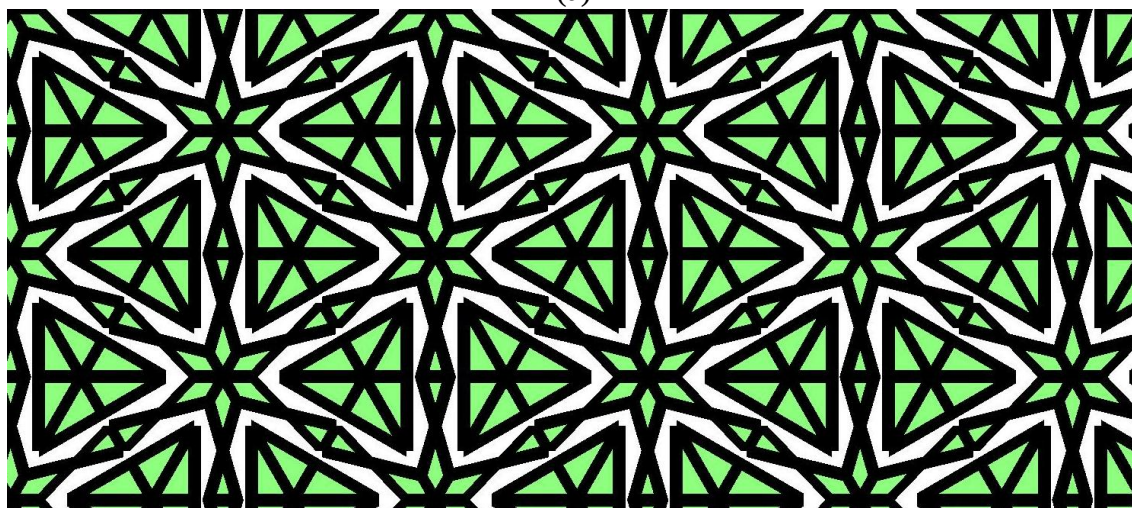
Obrázek 51:(a) Motiv a tvar základní buňky, (b) vygenerovaný dvourozměrný design, (c) reálná struktura.

6.3.15 Grupa symetrie $p3m1$

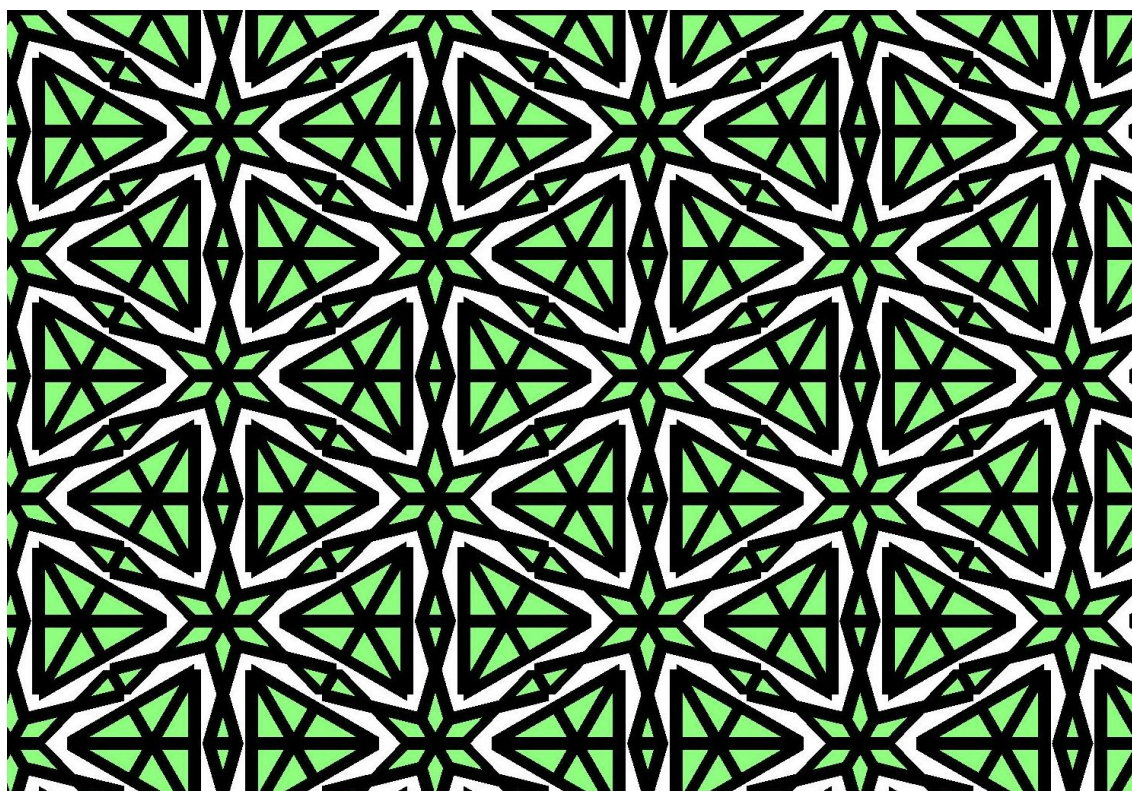
Při tvorbě dvourozměrné tapety grupy symetrie $p3m1$ je nejprve vytvořen prázdný pruh, který je dělen na kosočtverce. Kosočtverce jsou pak pomocí 3-stupňové rotace nakopírovány do celého pruhu. Pomocí zrcadlových os je motiv předán celému základnímu pruhu. Základní vzor ukazuje obrázek 52 (a). Odstranění horní meze vzoru a nahrazením této hranice osou zrcadlové symetrie M vznikne pruh o šíři $2W$. Tento postup ukazuje obrázek 52 (b). Nakonec je odstraněna horní mez pruhu o šířce $2W$ a je nahrazena osou překládové symetrie $T3$. Za sebou jdoucí aplikace překládové symetrie $T3$ pak formuje konečnou podobu dvourozměrné tapety grupy symetrie $p3m1$. Finální podobu dvourozměrné tapety po aplikaci $T3$ ukazuje obrázek 52 (c).



(a)



(b)

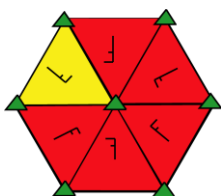


(c)

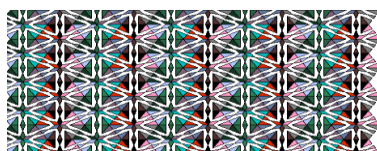
Obrázek 52:(a) Základní vzor, (b) pruh, (c) hotová dvourozměrná tapeta.

Základním prvkem vzoru je kosočtverec. Přidáním diagonály vznikne rovnostranný trojúhelník. Tvar základní buňky, motivu a způsob opakování motivu ukazuje a popisuje obrázek 53 (a). Obrázek 53 (b) ukazuje počítačem vygenerovanou dvourozměrnou tapetu grupy symetrie $p3m1$. Obrázek 53 (c) [11] ukazuje reálné využití vzoru grupy symetrie $p3m1$.

Vzor obsahuje centrální body 3-stupňové rotační symetrie. Každá strana trojúhelníku, je zároveň osou zrcadlové symetrie. Centrální body určující stupeň rotace leží na osách zrcadlové symetrie. Motiv je pomocí osy zrcadlové symetrie přenesen na vedlejší trojúhelník. Pomocí 3-stupňové rotace o 120 stupňů je postupně motiv přenesen na celý základní vzor.



(a)



(b)

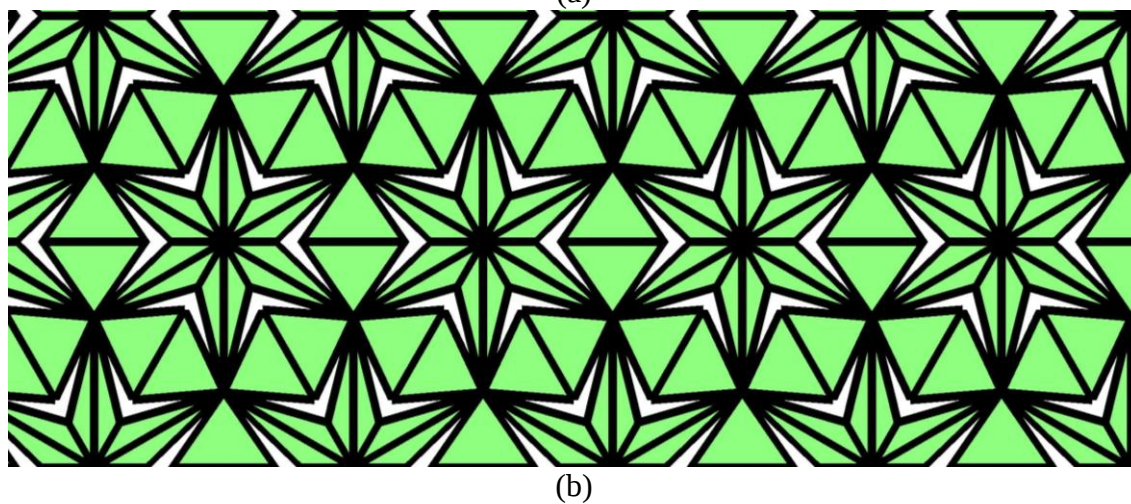
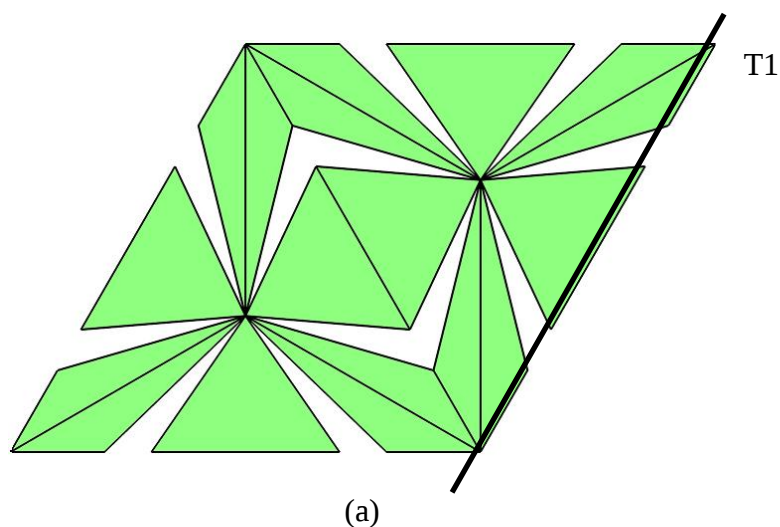


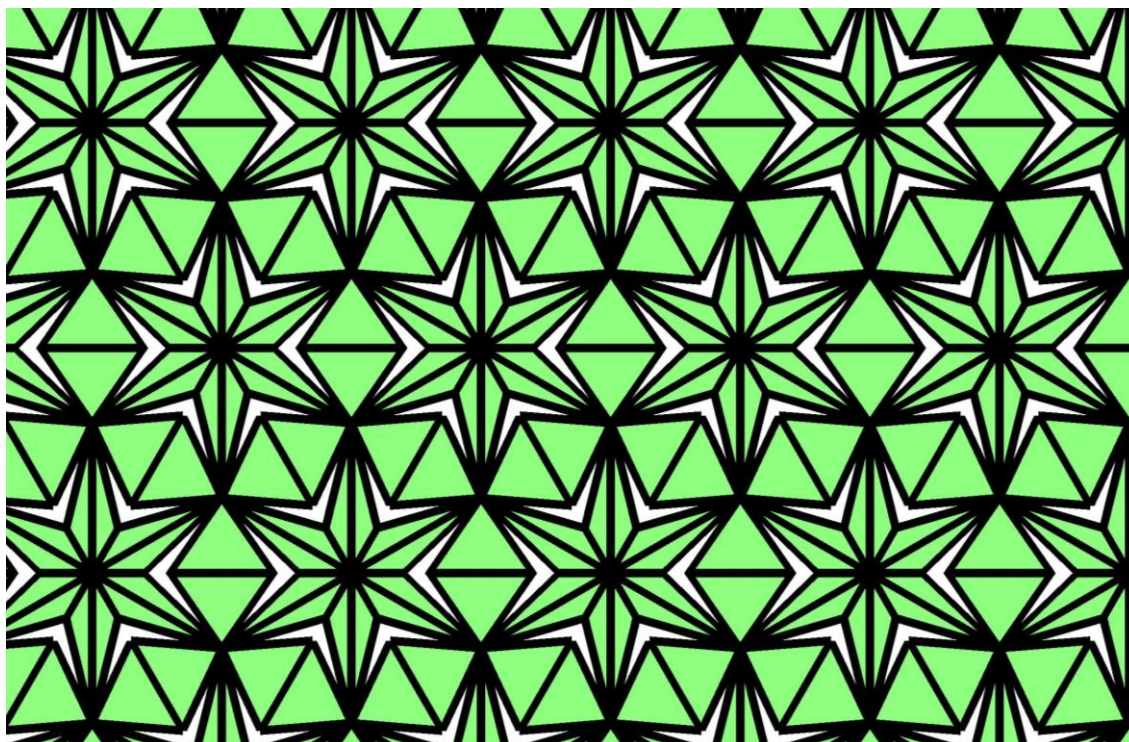
(c)

Obrázek 53:(a) Motiv a tvar základní buňky, (b) vygenerovaná tapeta, (c) reálná struktura.

6.3.16 Grupa symetrie $p6$

Tato grupa symetrie je konstruována dělením na pruhy o šířce W pomocí diagonál na trojúhelníkové základní buňky. Na vrcholy těchto buněk padají 2 3 a 6 stupňové body rotační symetrie. Při použití osy překladové symetrie $T1$ na základní buňku, vznikne nová jednorozměrná tapeta o šířce W . Tento postup ukazuje obrázek 54 (a). Při následném nahrazení horní meze pruhu osou odrazové symetrie M vznikne nová jednorozměrná tapeta o šíři $2W$. Pruh o šíři $2W$ ukazuje obrázek 54 (b). Nakonec je horní mez dvojitého pruhu vyjmuta a nahrazena osou překladové symetrie $T3$. Hotovou tapetu grupy symetrie $p6$ ukazuje obrázek 54 (c).



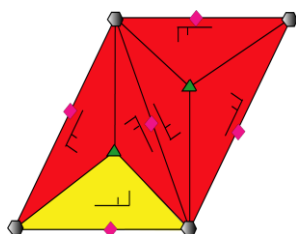


(c)

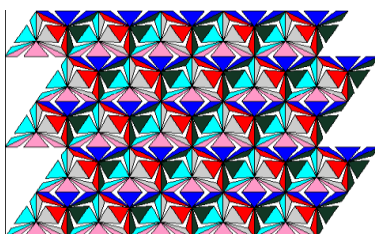
Obrázek 54:(a) Tvar základní buňky a motivu, (b) tvorba pruhu o šířce $2W$, (c) dvourozměrná tapeta.

Základní tvar motivu v grupě symetrie $p6$ je kosočtverec. Motiv a složení vzoru ukazuje obrázek 55 (a). Obrázek 55 (b) ukazuje dvourozměrnou tapetu grupy symetrie $p6$ vygenerovaný pomocí WallpaperPrintu. Obrázek 55 (c) [11] ukazuje reálně využitou dvourozměrnou tapetu grupy symetrie $p6$ v praxi.

Vzor obsahuje několik druhů centrálních bodů rotace. Obsahuje 6-stupňový rotační bod, centra 3-stupňové rotace a centra dvoustupňové rotace. Tato grupa symetrie neobsahuje žádné osy symetrie. Základní vzor je tvořen pomocí 3-stupňové rotace, kdy je motiv rotován o 120 stupňů. Motiv je pak v krajní části rotován pomocí 2-stupňové rotace o 180 stupňů.



(a)



(b)

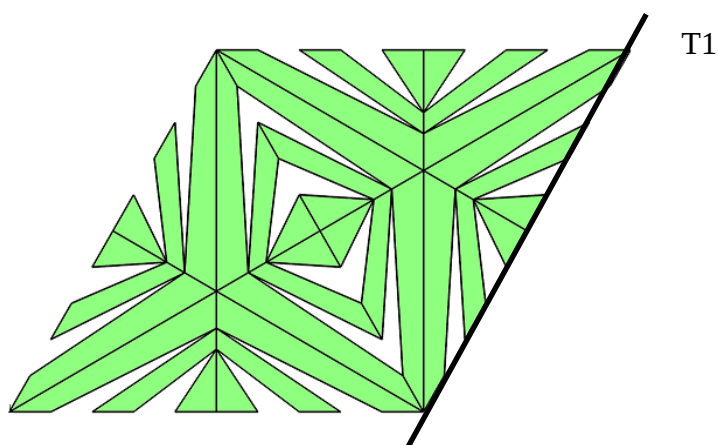


(c)

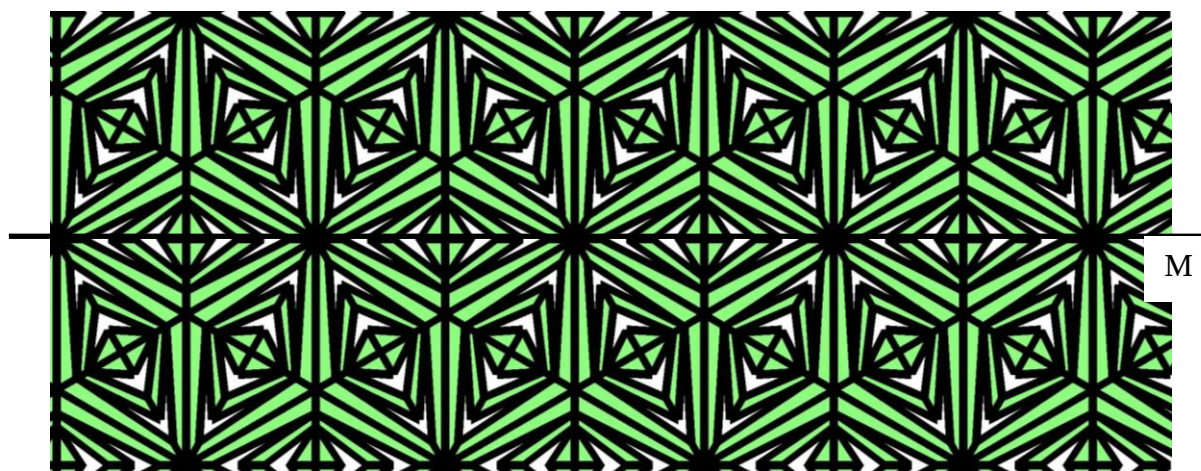
Obrázek 55:(a) Motiv a tvar základní buňky, (b) vygenerovaná tapeta pomocí PC, (c) reálná struktura.

6.3.17 Grupa symetrie $p6m$

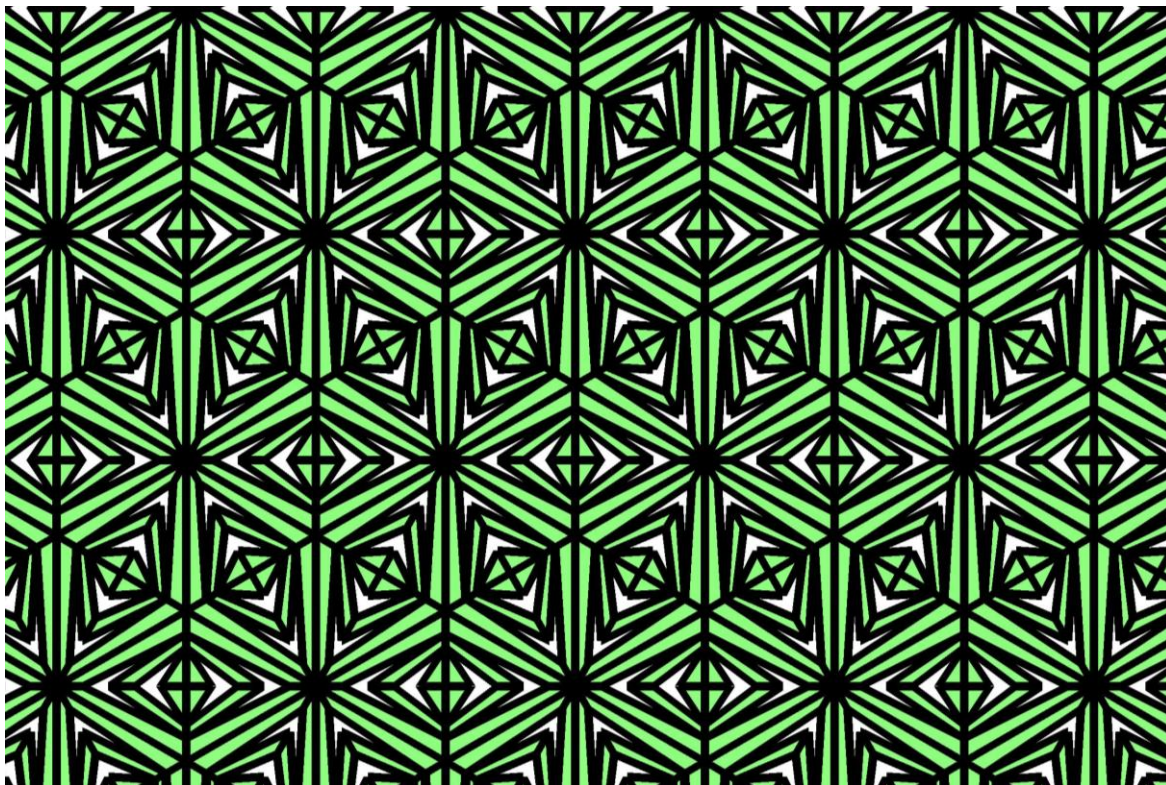
Při použití osy překladové symetrie $T1$ vznikne pruh o šíři W . Tuto fázi tvorby ukazuje obrázek 56 (a). V další fázi je použita místo horní meze pruhu o šíři W , osa odrazové symetrie M . Tento krok ukazuje obrázek 56 (b). Tato osa je pak užívána na tento design k vytváření nového pruhu jednorozměrné tapety o šíři $2W$. Nakonec je jedna horní mez pruhu o šíři $2W$ nahrazena osou překladové symetrie $T3$. Tato symetrie je pak aplikována následně na každý nový pruh o šíři $2W$. Tím dojde k tvorbě tapety z grupy symetrie $p6m$. Výslednou dvourozměrnou tapetu zobrazuje obrázek 56(c) .



(a).



(b)

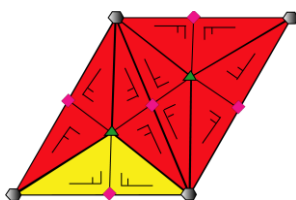


(c)

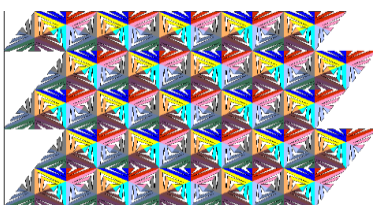
Obrázek 56(a) Základní tvar vzoru, (b) pruh o šířce $2W$, (b) hotová dvourozměrná tapeta.

Základním tvarem vzoru je kosočtverec. Základní vzor a motiv grupy symetrie $p6m$ ukazuje obrázek 57 (a). Obrázek 57 (b) ukazuje počítačem generovanou dvourozměrnou tapetu z příslušné grupy symetrie. Obrázek 57 (c) [11] ukazuje fotografii reálně využití grupy symetrie $p6m$.

Vzor obsahuje centrální body 6-stupňové rotace, 3-stupňové rotace a 2-stupňové rotace. Dále jsou součástí tohoto vzoru osy zrcadlové symetrie. Vzor je tvořen tak, že buňka je rozdělena na kosočtverce a ty jsou pak děleny za pomoci diagonál na pravoúhlé trojúhelníky. Mezi trojúhelníky je motiv předán díky osám zrcadlové symetrie. Pomocí rotačních bodů je motiv rozdělen do ostatních částí vzoru.



(a)



(b)



(c)

Obrázek 57:(a) Motiv a tvar základní buňky, (b) vygenerovaná tapeta, (c) reálná struktura.

7 Tvorba aplikace WallpaperPrint pro generování tapet

Na tvorbu tapet byla navržena aplikace v prostředí programu Matlab.

Nejprve byly aplikovány algoritmy, které tvořily tapety pomocí obrazových matic. Tyto matice byly vstupními funkcemi. Výstupem byl binární obraz. Tento přístup nakonec nebyl realizován, protože druhý navržený přístup se ukázal praktičtější a využitelnější.

Druhý přístup byl založen na principu objektově orientovaného programování. Byla vytvořena aplikace s názvem WallpaperPrint. Tato metoda se ukázala jako vyhovující. Princip spočívá v práci s jednotlivými motivy ve vzoru jako se samostatnými objekty. Pro každý motiv se dají nastavit potřebné operace a vlastnosti, které ponese. V následující kapitole bude vysvětleno, co je objektově orientované programování a základní pojmy. Tyto pojmy jsou důležité kvůli pochopení aplikace fungování funkcí a vlastností WallpaperPrintu.

7.1 Objektově orientované programování

Autoři Keogh a Dianini [12] ve své knize *OOP bez předchozích znalostí* tvrdí, že objektem může být cokoliv například: člověk, místo, věc, okolí nebo událost. Co je objektem, může být nejlépe vysvětleno, když si jako objekt představíme člověka. Člověk je tedy objekt, který lze popsat pomocí dvou charakteristik: atributu a chování. Atribut je pro objekt člověk ve světě objektově orientovaného programování například: jméno, příjmení, výška a váha. Charakteristikou chování člověka je jeho činnost. Činnost může být například chodit, jíst, psát a počítat.

Důležitou informací je pochopení pojmů třída a objekt. Obecně lze pojem třída chápat jako soubor definic atributů a metod. Například třída definující člověka může obsahovat atributy: jméno, příjmení, výška a váha. Třída člověk je tedy objekt nesoucí konkrétní atributy: Karel, Jokl, 185, 93. Konkrétní realizaci třídy zveme objekt, nebo také instance třídy. Objekt má vlastní hodnoty atributů.

V knize [12] popisují třídu jako šablonu, která deklaruje atributy a definuje metody skutečných objektů. Třidu je možné si představit jako formu, která materiálu dodá určitý tvar. Například forma ve tvaru písmene B. Samotná forma není písmenem B, ale tvoří objekty ve tvaru písmene B.

Důležitou konstrukcí, používanou v OOP je dědičnost. Tato vlastnost zajišťuje provázanost mezi jednotlivými třídami. Zajišťuje schopnost odvození jedné třídy od druhé. Autoři [13] ve své knize popisují princip dědičnosti na příkladu rodiny. Tak jako v rodině

existuje rodič, tak v objektově orientovaném programování existuje nadtřída. Tato nadtřída bývá označována jako rodič, rodičovská třída nebo bázeová třída. Odvozenou třídu nazýváme potomkem.

7.2 WallpaperPrint.m

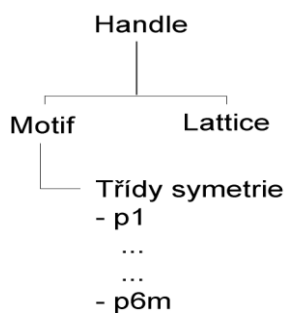
Tato aplikace byla vytvořena v prostředí programu Matlab. Při tvorbě vzhledu bylo využito nástroje pro tvorbu uživatelského prostředí GUIDE (Graphical User Interface Development Environment). Jde o grafický nástroj, který zjednodušuje tvorbu grafického prostředí aplikace.

Zdrojový kód programu je rozdělen do 20 souborů. Každý z těchto souborů obsahuje definici třídy. Každý z těchto m-filů obsahuje definici třídy. Jak ukazuje obrázek 58. program se skládá ze tříd Lattice.m ,Motif.m a 17 tříd symetrie a samotné funkce WallpaperPrint.m

Manipulací s objekty se rozumí volání jejich metod nastavení a dotazování se na jejich atributy. Lattice.m definuje základní vzor, který se skládá ze základních množiny motivů. Třída p1 až p6m představují jednotlivé grupy symetrie. Jako příklad bude uvedena třída symetrie p4. Třída symetrie p4 vychází ze třídy Motif.m, pokud pak nadefinujeme do určité proměnné například m=p4(gca), bude vytvořena instance třídy p4, která dědí od třídy Motif. Dědí se jak atributy tak metody. Tyto informace bere od svého rodiče. Rodičem je v tomto případě třída Motif.

7.3 Postup při tvorbě tapet

Hierarchii tříd v aplikaci WallpaperPrinter.m zobrazuje obrázek 58.



Obrázek 58: Princip dědičnosti.

Nejprve je vytvořena instance třídy Lattice. Konstruktor na základě vstupního argumentu, kterým je určitá třída symetrie rozhodne jaký objekt třídy Motif vytvoří. To

znamená, že vstupním argumentem musí být Motif s určitou třídou grupy symetrie. V dalším kroku jsou uloženy reference na instance objektu vytvořeného pomocí konstruktoru. To znamená, že jsou načteny hodnoty potřebné k vytvoření nové lattice. Tyto reference jsou uloženy do atributu M. Pak jsou zakládány nové objekty třídy Motif, konkrétně podle vstupního argumentu konkrétní třídy symetrie. Tento postup se opakuje s různým posunutím objektů Lattice. Posunutí Lattice však znamená posunutí objektů, na které si udržuje konkrétní objekt třídy Lattice referenci ve své členské proměnné M. Aby tyto proměnné byly smazány musí být zavolán destruktork, který reference na dané osy smaže.

7.4 Třída Motif

Jedná se o bázovou třídu, která definuje určité atributy. Jedná se o atributy jako jsou například ukazatelé na aktuální osy, referenční body nebo rozměry matice. Referenční bod je dán souřadnicemi, tento bod určuje pozici centrálního rotačního bodu. To je bod kolem kterého bude motiv rotovat. Atributy výška a šířka označují rozměry motivu.

Dalším atributem obsaženým ve třídě Motif.m je hMenu, to je funkce, která slouží k vybarvování jednotlivých motivů ve vzoru a jejich obrysů. Tato funkce bude spíše využita při další práci s touto aplikací. Třída Motif, dále definuje společné metody FlipUpDown, FlipLeftRight, Rotate a Shift. Tyto operace budou popsány dále.

7.4.1 FlipLeftRight

Tato funkce zajišťuje převrácení motivu podél vertikální osy procházející středem objektu. Tato operace realizuje operaci zrcadlení.

7.4.2 FlipUpDown

FlipUpDown nahrazuje horizontální zrcadlovou osu symetrie. Princip fungování spočívá v tom, že motiv je převrácen kolem horizontální osy, která prochází středem motivu. Tím je nahrazena operace zrcadlení podél horizontální osy.

7.4.3 Shift

Shift je metoda zajišťující posun motivu po souřadnicích os x a y. Posun může proběhnout ve všech směrech v závislosti na udaných hodnotách. Posun se využívá při aplikaci translační symetrie a při tvorbě klouzavě-zrcadlové symetrie.

7.4.4 Rotate

Metoda Rotate otáčí motiv kolem předem určeného referenčního bodu. Tento referenční bod je pevně přednastaven ve vlastnostech jednotlivých tříd symetrie. Změna referenčního bodu je ovšem možná a to za pomoci dalších úprav viz. Lattice. Rotace je zajištěna pravoúhlou transformací souřadnic vrcholů motivu, definovanou pomocí matice otočení. Stupeň rotace je udán v radiánech. Matici otočení zapisujeme ve tvaru:

$$\begin{bmatrix} \cos(\alpha) & -\sin(\alpha) \\ \sin(\alpha) & \cos(\alpha) \end{bmatrix} \quad (1)$$

7.5 Třída Lattice

Třída Lattice realizuje základní buňku, jejíž instance pokrývají plochu tapety. Základní buňku tvoří kolekce objektů třídy. Motif, rozmístěných na základě operací definovaných konkrétní grupou symetrie. Příklad jak vypadá jedno konkrétní nastavení ukazuje obrázek 59.

```
elseif(strcmp(m, 'p4'))
    m = p4(hndl);

    n = p4(hndl);
    n.Rotate(pi/2);

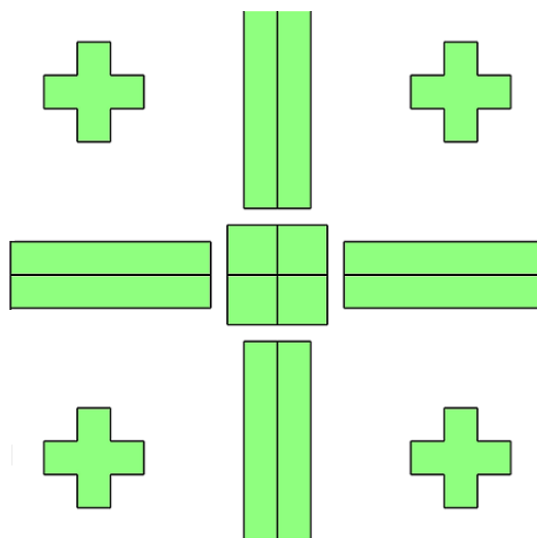
    o = p4(hndl);
    o.Rotate(pi);

    p = p4(hndl);
    p.Rotate(pi*3/2);

    l.M = [m n;
          o p];

l.SetHeight(2*m.GetHeight);
l.SetWidth(2*m.GetWidth);
```

(a)



(b)

Obrázek 59: (a) část kódu, (b) vytvořený objekt.

První řádek je vyhodnocením podmínky, pokud zadaný příkaz odpovídá *p4*, pak proběhnou následující operace. Proměnné *m*, *n*, *o* a *p* jsou jednotlivé části základní buňky.

Tyto části jsou na počátku vždy vykreslené na stejné výchozí pozici a operacemi definovanými pro danou grupu symetrie. V případě grupy symetrie $p4$ se jedná o rotaci kolem referenčního bodu, který je primárně nastavený v dané třídě symetrie určitého objektu. Reference na objekty grupy symetrie m , n , o a p , jsou uloženy jako prvky matice M . Pořadí prvků v matici není z hlediska geometrie vzoru důležité.

Posledními dvěma řádky je nastavena výška a šířka základní buňky. Tyto dva parametry jsou klíčové ve fázi tvorby tapety. Podle těchto nastavených rozměrů je pak v konečné fázi vykreslován. Konkrétně dané příkazy říkají, že vzor bude mít dvojnásobnou výšku a dvojnásobnou šířku.

7.6 Třídy grup symetrie

Třídy grup symetrie, v sobě nesou informace o barvě motivu. Každá třída je pojmenována podle grupy symetrie, kterou představuje. Tyto třídy jsou $p1$, pg , pm , cm , $p2$, pgg , pmg , pmm , cmm , $p3$, $p31m$, $p3m1$, $p4$, $p4g$, $p4m$, $p6$ a $p6m$. Při konstrukci objektu třídy Lattice jsou používány tyto názvy jako vstupní parametry konstruktoru. Použitím vstupního parametru se definuje s jakou grupou symetrie se bude dál pracovat. Při zakládání objektu grupy symetrie jsou nastaveny souřadnice vrcholů jejichž spojením bude vytvořena individuální motivu. Dále jsou nastaveny souřadnice referenčního bodu a zadána výška a šířka motivu. Příklad konkrétní jedné třídy symetrie $p1$ ukazuje obrázek 60.

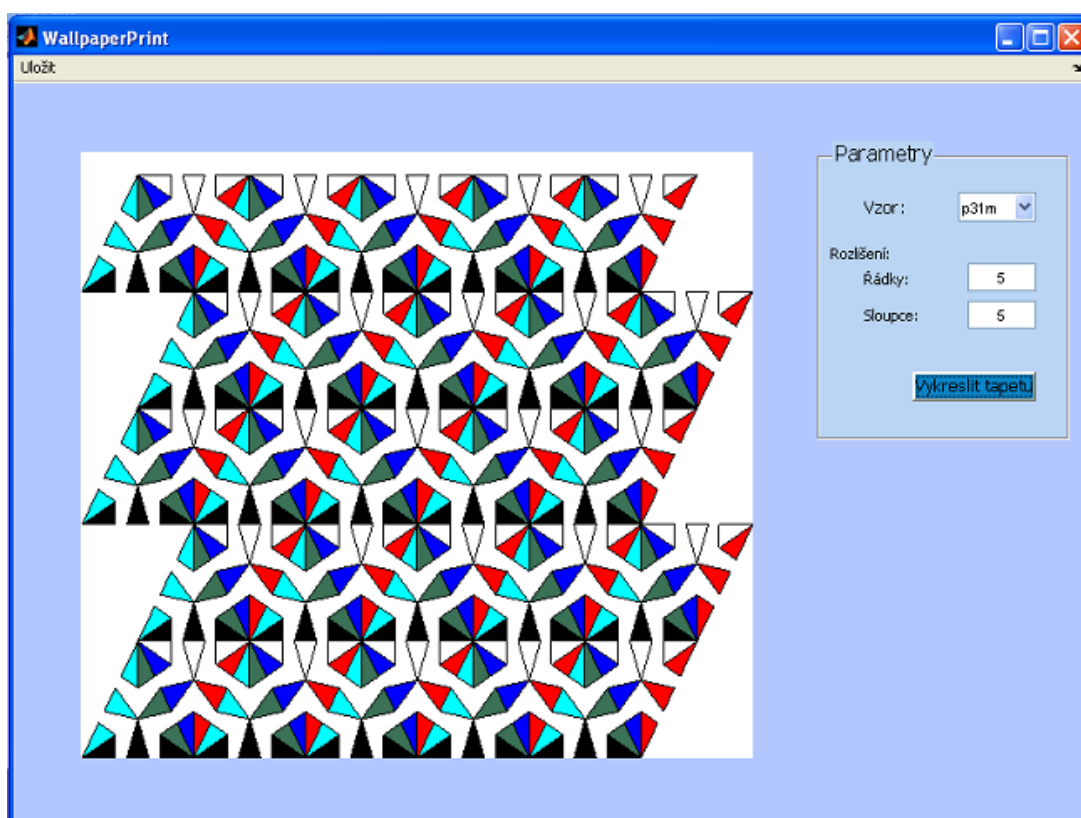
```
classdef p1 < motif
    methods
        function t = p1(varargin)
            t = t@motif(varargin);
            t.SetVertices([0 0;
                           4 0;
                           5 5;
                           1 5]);
            t.SetFaces([1 2 3 4]);
            t.SetReferencePoint([5 5])
            t.SetWidth(4);
            t.SetHeight(5);
        end
    end
end
```

Obrázek 60: Třída symetrie $p1$.

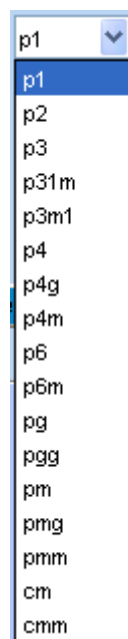
7.7 Popis WallpaperPrint

WallpaperPrint.m je aplikace s uživatelským rozhraním, která umožňuje interaktivní s tvorbou vzorovaných tapet. Vzhled aplikace zobrazuje obrázek 61 (a).

Aplikace obsahuje řadu ovládacích prvků. Rolovací menu umožňuje volbu jedné ze 17 grup symetrie. Detail rolovacího menu ukazuje obrázek 61 (b). Při poklepání myši na vybranou grupu je vykreslena jedna základní buňka. Dalším nastavitelným parametrem je počet řádků a sloupců tapety. Detail tohoto nastavení zobrazuje obrázek 61 (c). Kreslení tapety je vyvoláno stiskem tlačítka ‚Vykreslit tapetu‘. Detail je vyobrazen na obrázku 61 (c). Vykreslenou tapetu je možné uložit ve formátu JPEG v rozlišení 2400 dpi. Při poklepáním pravým tlačítkem na vybraný motiv se otevře nabídka možností obarvení hrany motivu nebo výplně motivu. Takto je možné změnit barvu každé jednotlivé části vzoru. Obrázek 61(d) ukazuje nabídku základních barev a vedle možnost výběru širšího spektra barev. Ovšem je třeba upozornit na to, že aby byla dodržena pravidla tvorby grup symetrie musí být obarven vždy pouze jeden motiv a ten opakován po celé dvourozměrné tapetě. Tento prvek byl přidán spíše kvůli dalšímu využití této aplikace. Obrázek 62 (a) ukazuje vykreslený motiv grupy symetrie $p3$. Vykreslený motiv po barevné úpravě ukazuje obrázek 62 (b). Vykreslenou tapetu s 5 řádky a 5 sloupky pak ukazuje obrázek 62 (c).



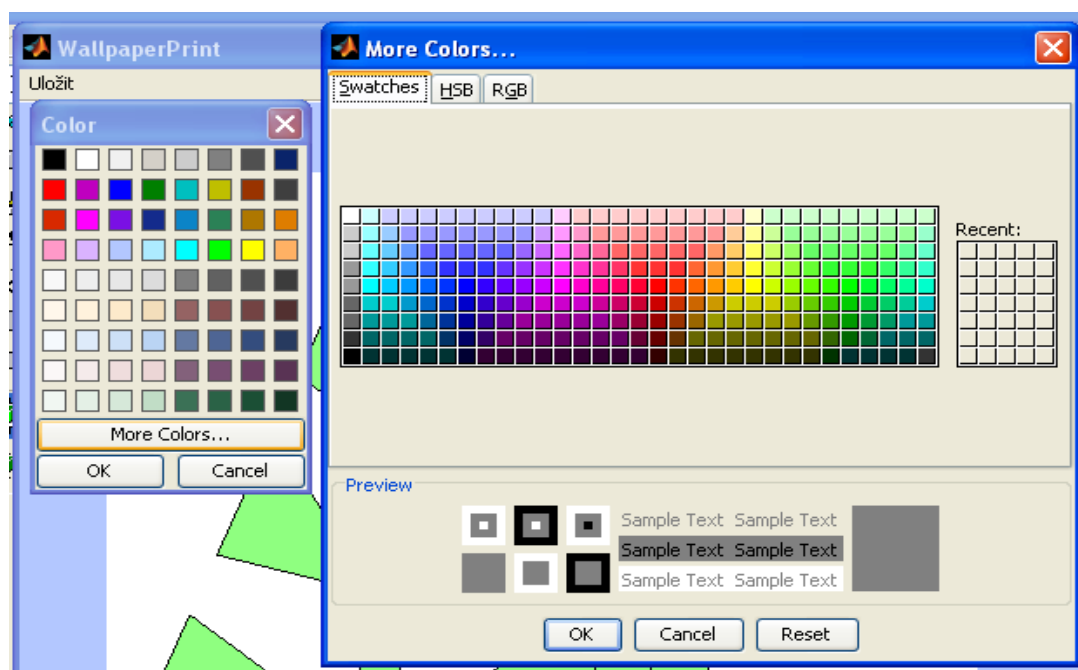
(a)



(b)

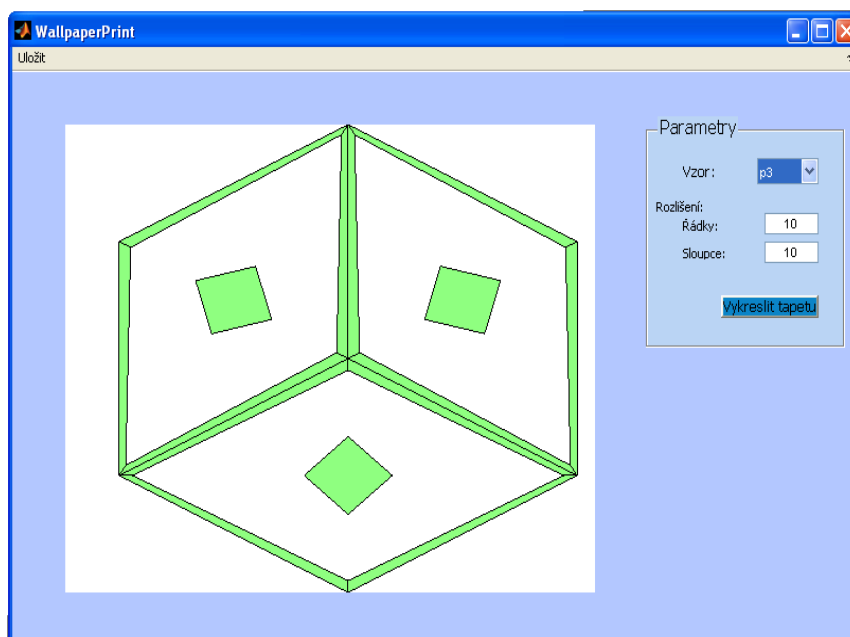


(c)

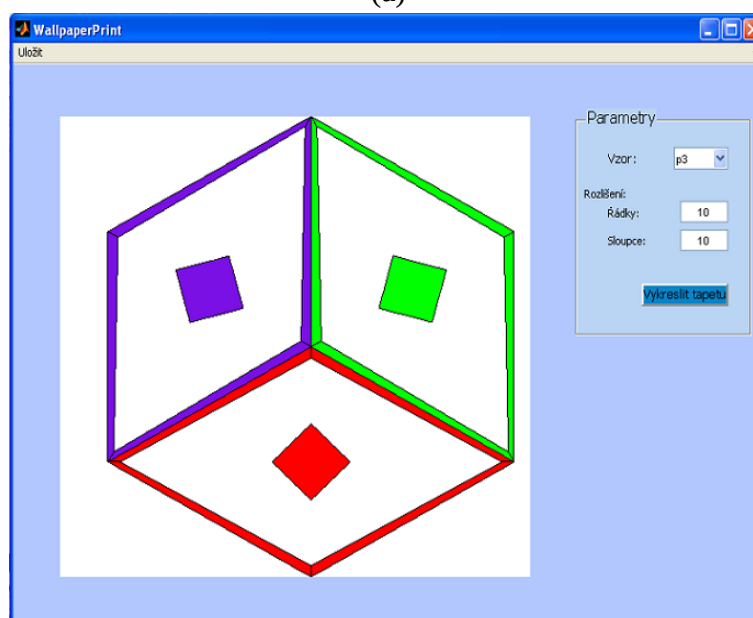


(d)

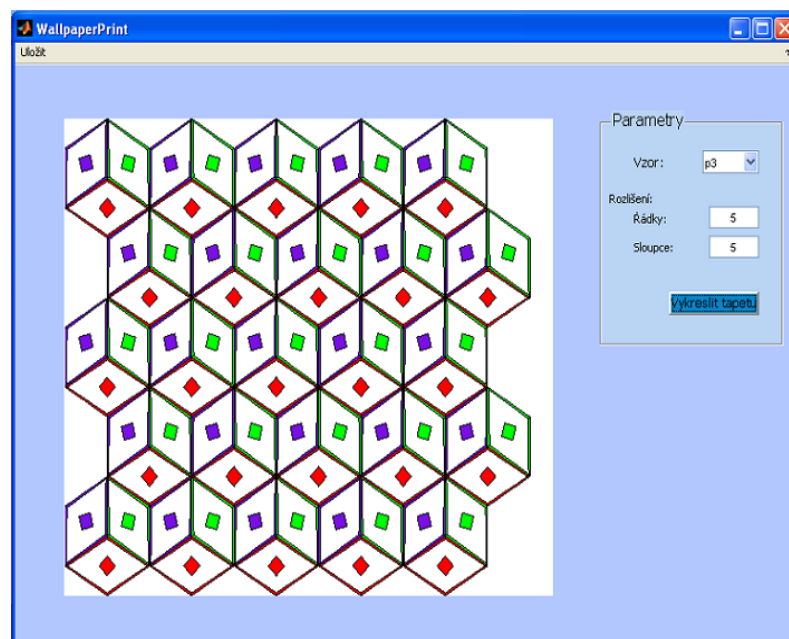
Obrázek 61: (a) Vzhled aplikace WallpaperPrint, (b) rolovací menu, (c) panel s nastavením parametrů, (d) panel škály barev.



(a)



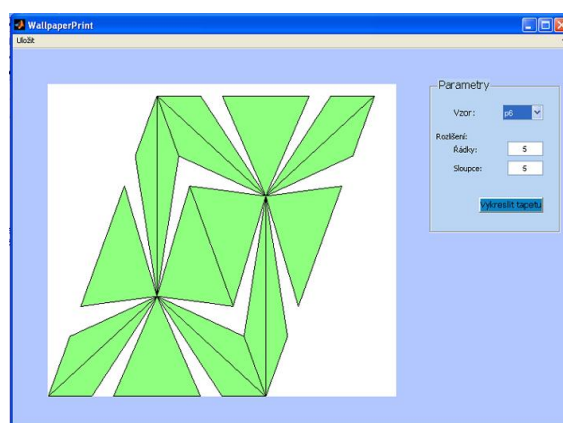
(b)



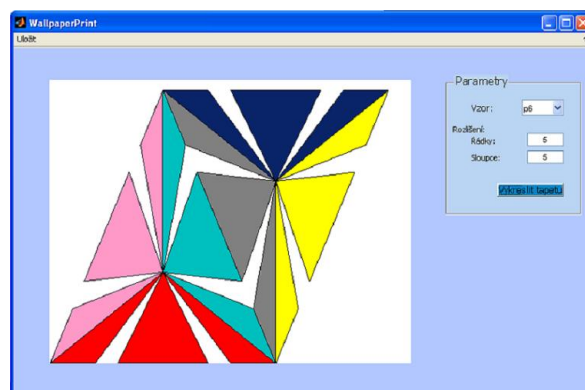
(c)

Obrázek 62: (a) Vykreslený vzor, (b) obarvený vzor, (c) dvourozměrná tapeta.

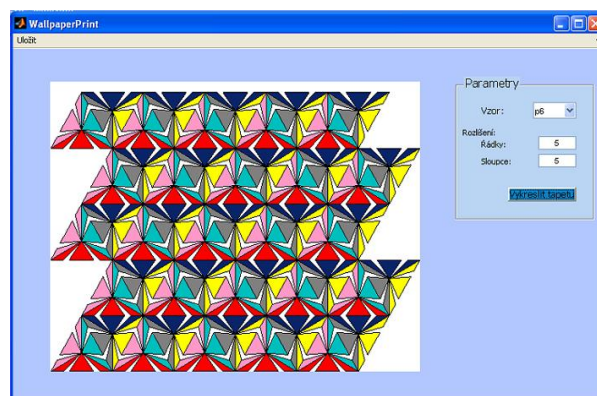
Pro ilustraci jsou přidány, ještě tapety dalších grup symetrií. Vykreslený základní tvar grupy symetrie $p6$ ukazuje obrázek 63 (a). Obrázek 63 (b) ukazuje obarvený motiv a 63(c) zobrazuje dvourozměrnou tapetu grupy symetrie $p6$. Tato tapeta je vykreslena s 5 řádky a 5 sloupky. Obrázek 64 (a) ukazuje základní buňku v přednastavené barvě jedná se o grupu symetrie $p31m$. Obrázek 64 (b) ukazuje obarvení základní buňky. Finální tapetu vygenerovanou pomocí programu WallpaperPrinter ukazuje obrázek 64 (c). Tato textura obsahuje 5 řádků a 5 sloupků. Obrázek 65 (a) zobrazuje texturu grupy symetrie $p4$. Obrázek 64 (5) zobrazuje vybarvený vzor. Nakonec obrázek 65 (c) ukazuje dvourozměrnou tapetu o 5 řádcích a o 5 sloupcích. Další struktury jsou uvedeny v příloze.



(a)

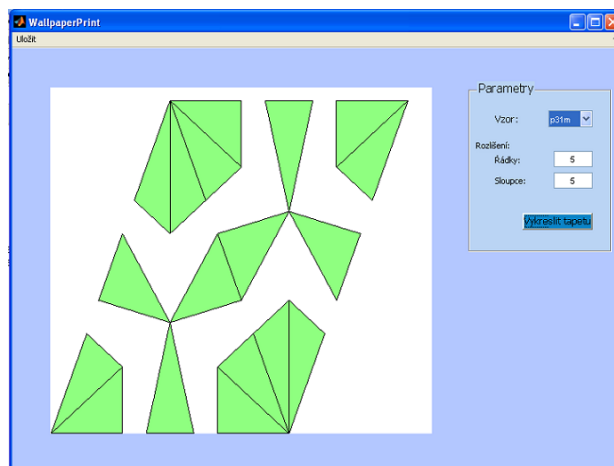


(b)

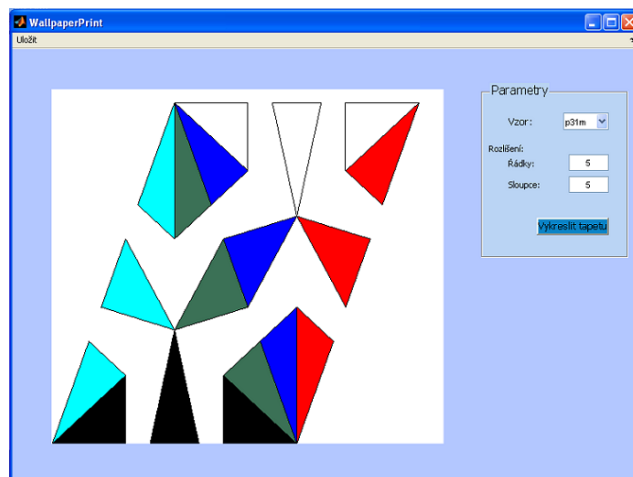


(c)

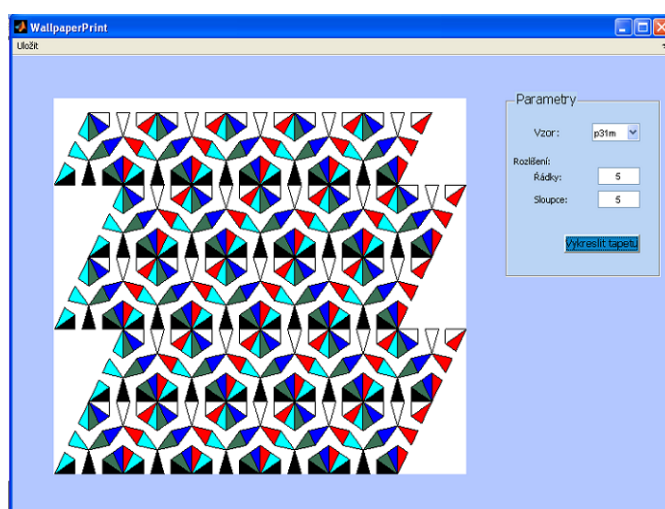
Obrázek 63: (a) Základní vzor, (b) obarvený vzor, (c) tapeta



(a)

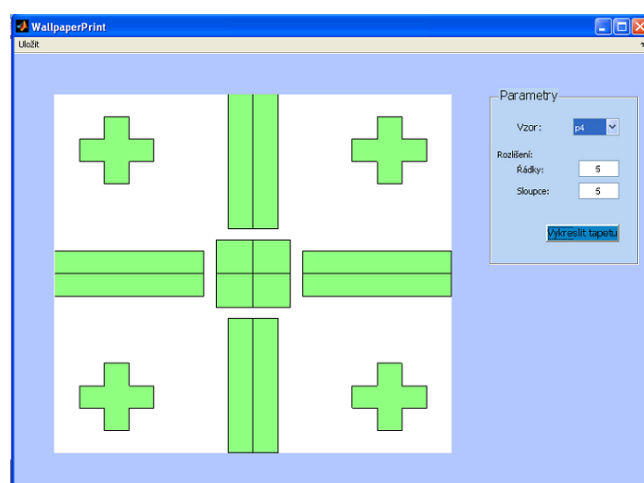


(b)

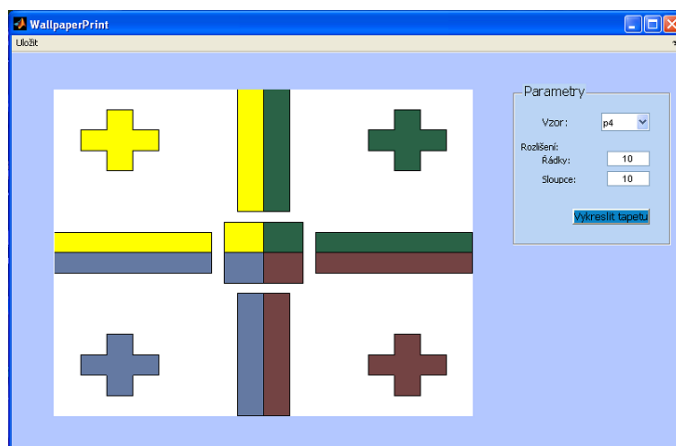


(c)

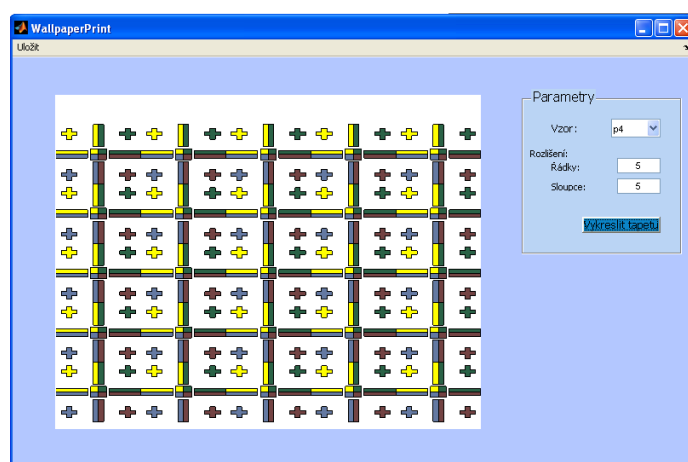
Obrázek 64: (a) Vzor grupy, (b) obarvený vzor, (c) dvourozměrná tapeta.



(a)



(b)



(c)

Obrázek 65: (a) Vzor p4, (b) obarvený vzor, (c) hotová tapeta.

Závěr

Cílem práce bylo připravit aplikaci, která bude vytvářet tapety podle pravidel 17 grup symetrie. Pomocí objektově orientovaného programování byla vytvořena s využitím GUIDE v Matlabu skript WallpaperPrint. Aplikace může ukládat vygenerované obrazy ve formátu BMP nebo JPEG v rozlišení 2400 dpi. Změnit ukládání na jiný formát s jiným rozlišením je prosté. WallpaperPrinter obsahuje několik volitelných prvků jako rolovací menu s výběrem grupy symetrie s možností určit počet řádků a sloupců opakovaných motivů. Jednotlivým tapetám může být přiřazena barva výplně a barva okrajů. Aplikace má dobrý základ pro vlastní širší využití. Po drobných úpravách bude možné využít WallpaperPrinter nejen ke generování vzorů, ale také zpětnému rozpoznávání textur. Během programování bylo zjištěno, že po určitých úpravách by bylo možné využít aplikaci WallpaperPrint k vyhledávání textur v databázích textilních vzorů.

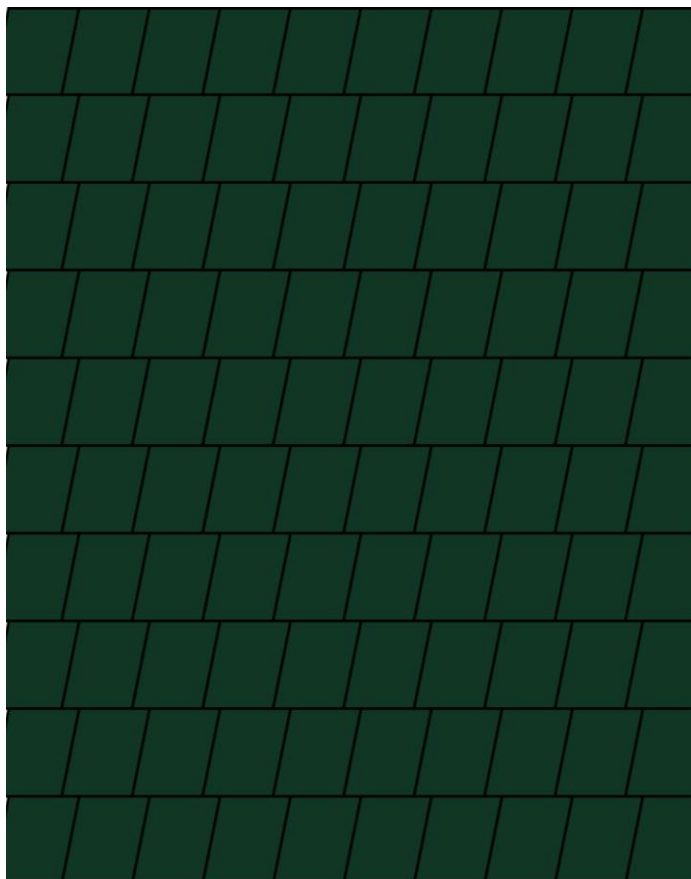
Literatura:

- [1] Ngan, H.,Y.,T., Pang, G. K. H., Young N., H., C., Performance Evolution for Motif-Based Patterned Texture Defect Detection. *IEEE Transaction on Automation Science and Engineering*, Vol. 7, No.1, pp.58-72, 2010
- [2] Ngan ,H.,Y.,T., Pang G.,K.,H., Tumb, N.,H.,C., *Motif-based defect detection for patterned fabric*, Industrial Automation Reserch Laboratory, Department of Electrical and Eloquentic Engineering,The University of HongKong, Pokfulam Road, Hong Kong
- [3] Yanxi Liu, Robert T. Collins, and Yanghai Tsin, A computational Model for Periodec Pattern Perception Based on Frieze and Wallpaper Groups, *IEEE Transaction on Pattern analysis and Machine inteligece*, Vol. 26, No. 3, March 2004
- [4] Horne C. E.,*Geometric symmetry in patterns and tillings*, Textile Institute CRC Press, Woodhead Publishing, New York, 2002, ISBN 1 85573 492 3.
- [5] Weiss Z., Rieder M. (1996b): Operace symetrie, prvky symetrie a grupy symetrie. – Nepublikované učební texty. Zdroj: <http://www.sci.muni.cz/>
- [6] Han M. A., Thomson G. M., The geometry of regularly repeating patterns, *Textile Prog. Ser.*, 1992, s.22(1)
- [7] Crowe D. W., Washburn D.K., *Material Anthropology: Contemporary Approaches to Material Culture*, Lanham, maryland, University Pres sof America, 1987
- [8] Schattschneider, D., The plane Symmetry Groups: Thein Recognition and Notation. *American Mathematical Monthly*, Vol. 85, No. 6, pp. 439-450, 1978
- [9] Schattsneider D., *In black and white: How to create perfectly coloured symmetry patterns*, *In symmetry:Unifying Human Understanding*, ed. I. Hargittai, New York, Pergamon Press, 1986, s.674
- [10] Washburn D.K.,Crowe D.K., *Symmetries of Culture: Tudory and practise of Plane Pattern Analysis*, Seattle, University of Washington Press, 1988
- [11] Owen J., *The Grammar of Ornament*, Bernard Quaritch, London,1856
- [12] Keogh J., Dianini M., *OOP bez předchozích znalostí*, Computer Press, 2006
- [13] Pecinovský R.,Virius M., *Objektové programování 2 Učebnice s příklady v Turbo Pascalu a Borland C++*, Grada Publishing, 1996

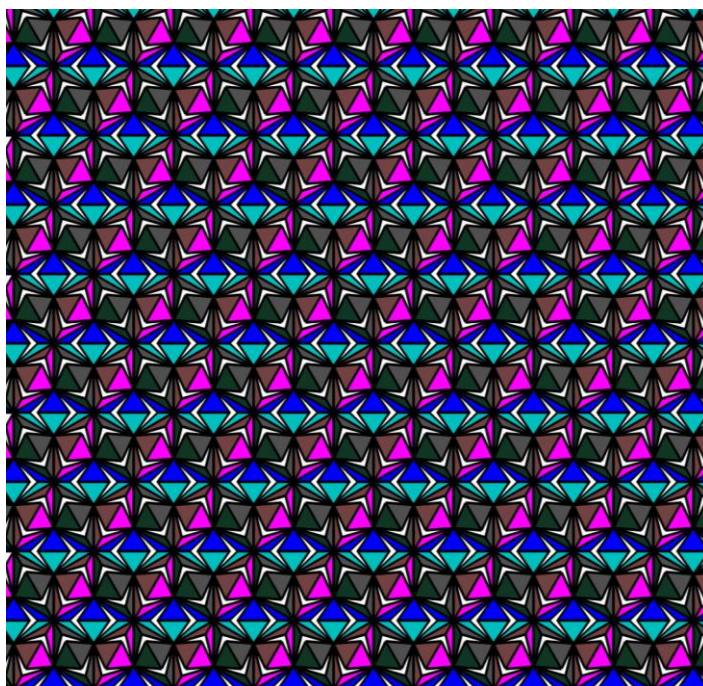
Seznam příloh:

Příloha 1:	<i>p1</i>
Příloha 2:	<i>pg</i>
Příloha 3:	<i>pm</i>
Příloha 4:	<i>cm</i>
Příloha 5:	<i>p2</i>
Příloha 6:	<i>pgg</i>
Příloha 7:	<i>pmg</i>
Příloha 8:	<i>pmm</i>
Příloha 9:	<i>cmm</i>
Příloha 10:	<i>p4</i>
Příloha 11:	<i>p4g</i>
Příloha 12:	<i>p4m</i>
Příloha 13:	<i>p3</i>
Příloha 14:	<i>p31m</i>
Příloha 15:	<i>p3m1</i>
Příloha 16:	<i>p6</i>
Příloha 17:	<i>p6m</i>

Příloha 1:



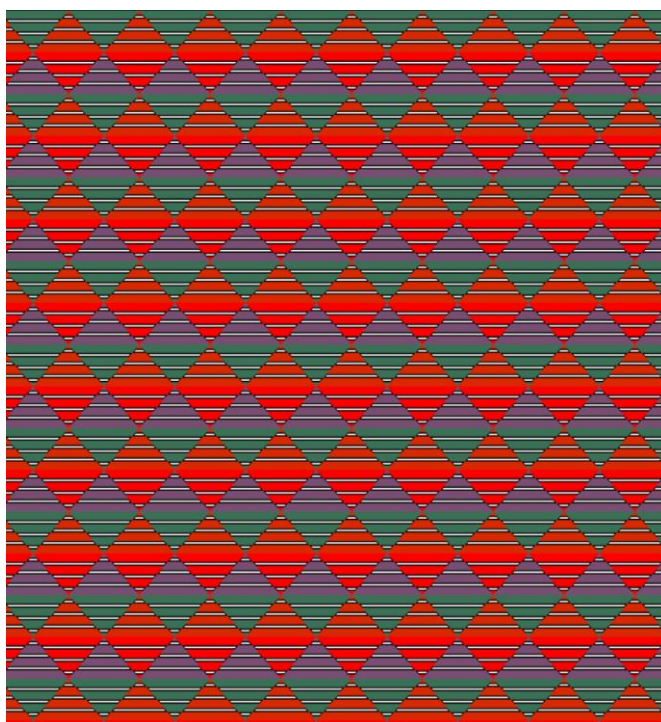
Příloha 2:



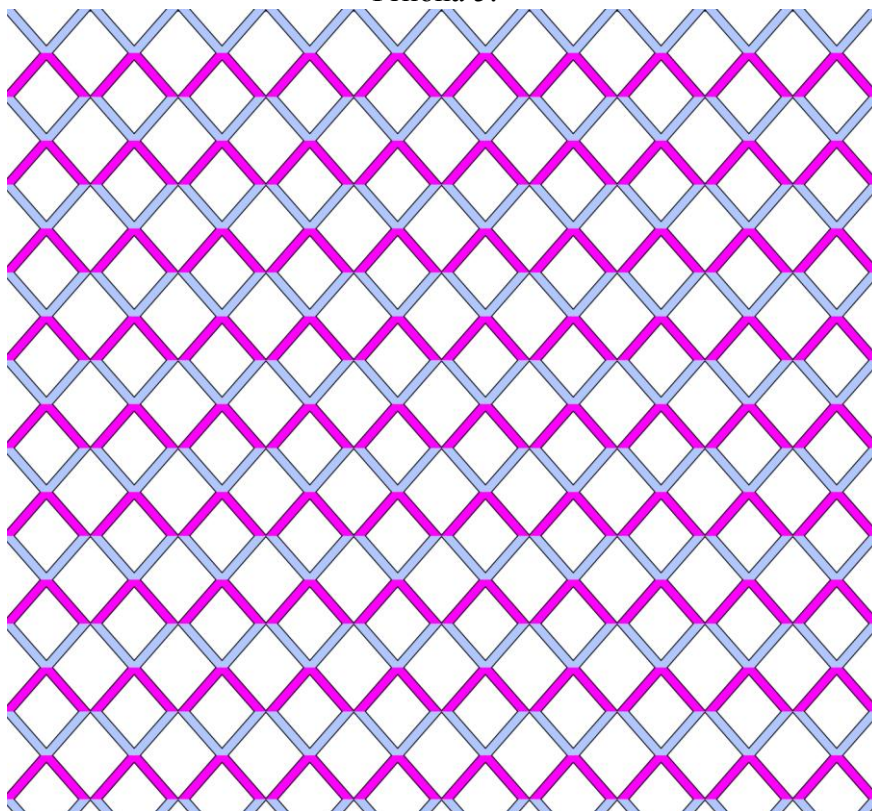
Příloha 3:



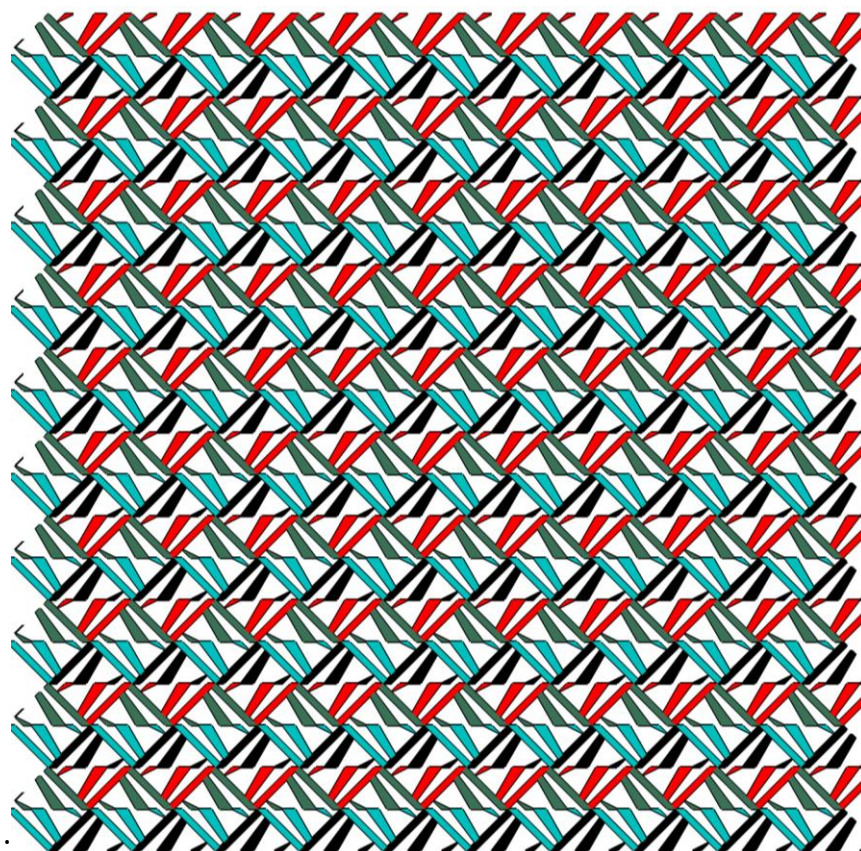
Příloha 4:



Příloha 5:



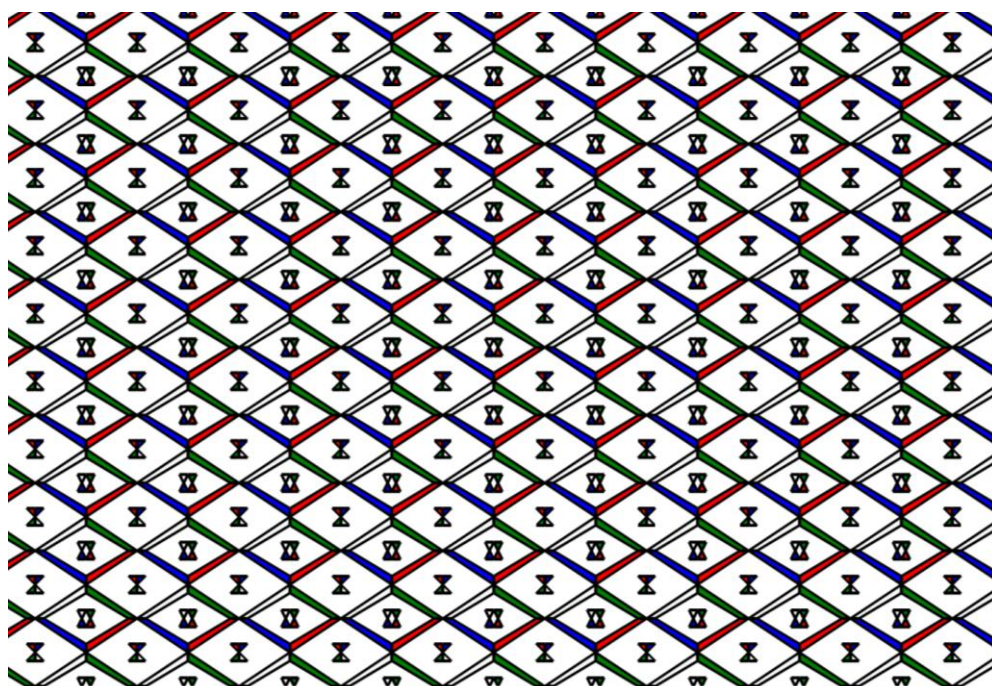
Příloha 6:



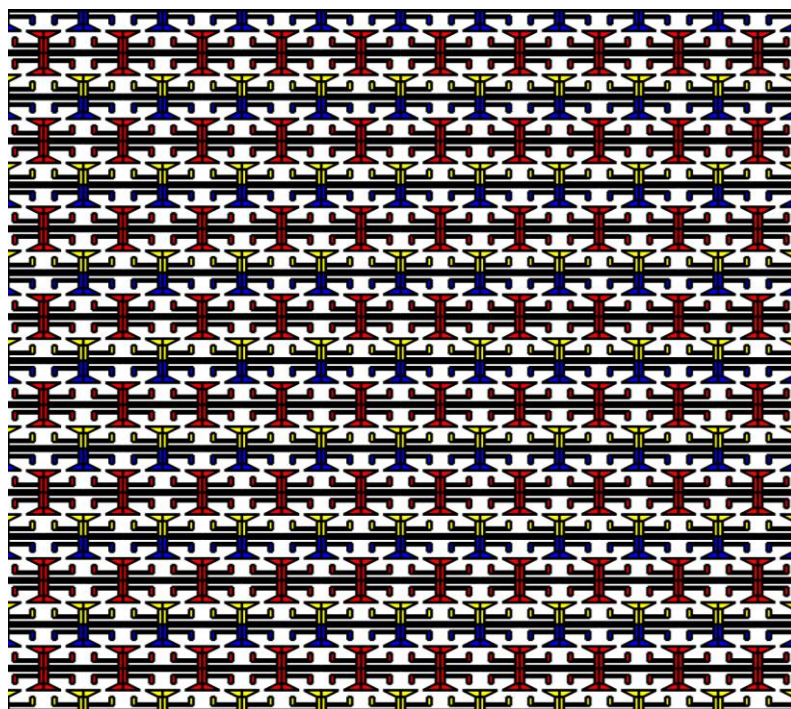
Příloha 7:



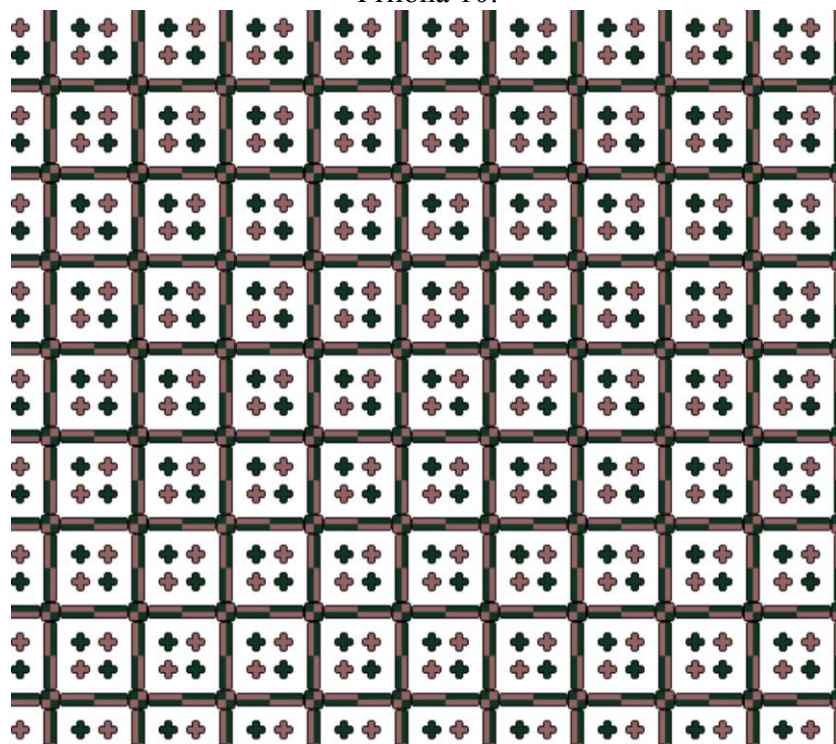
Příloha 8:



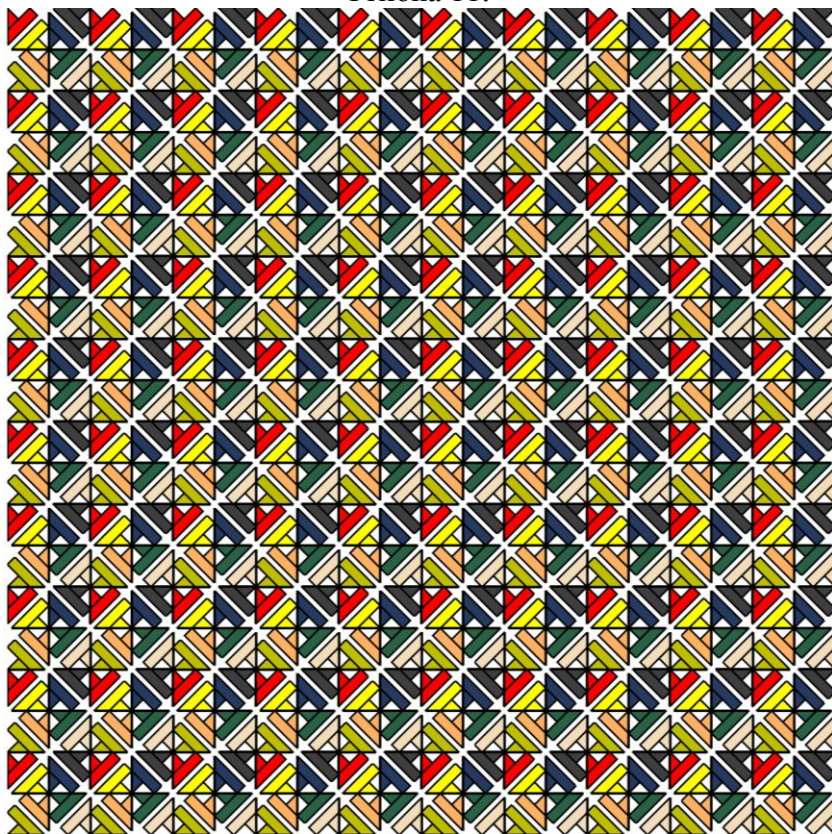
Příloha 9:



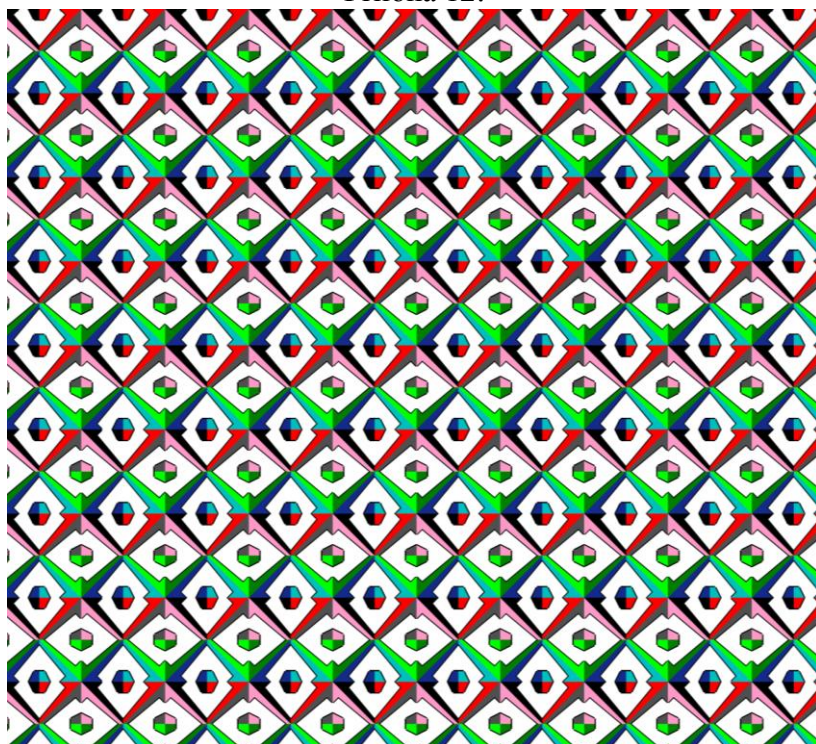
Příloha 10:



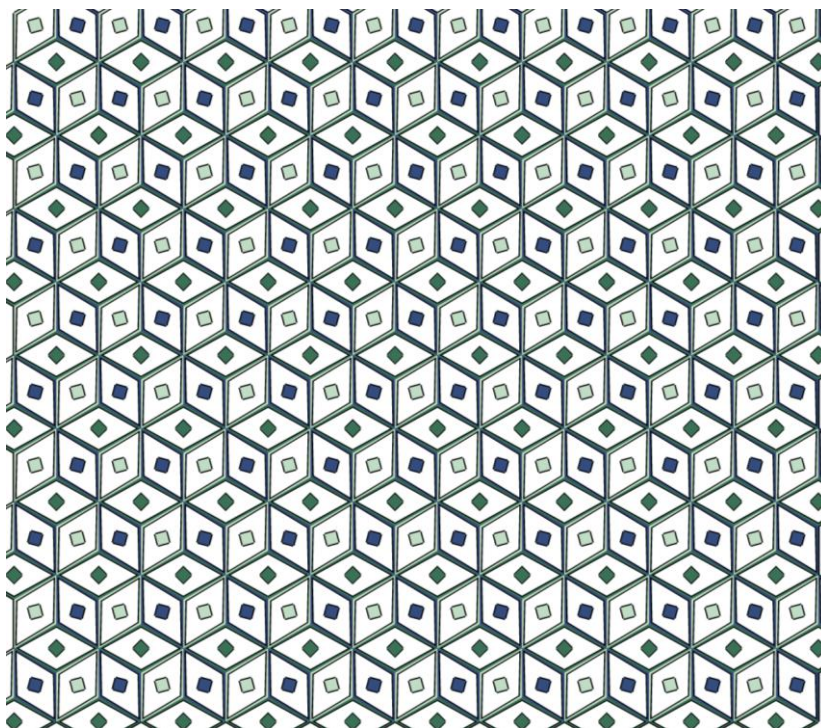
Příloha 11:



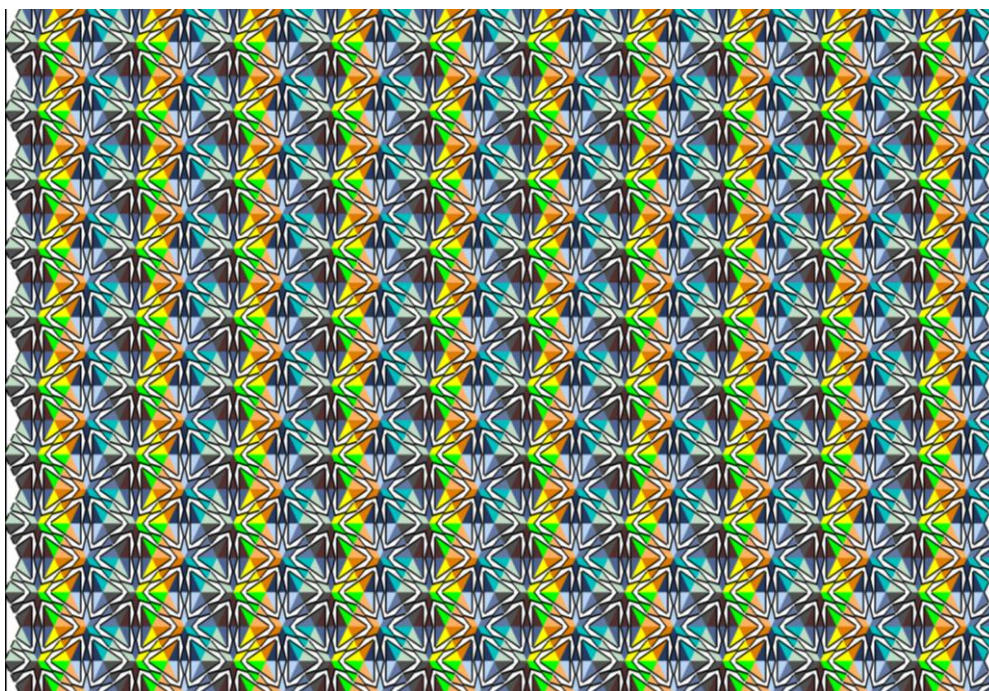
Příloha 12:



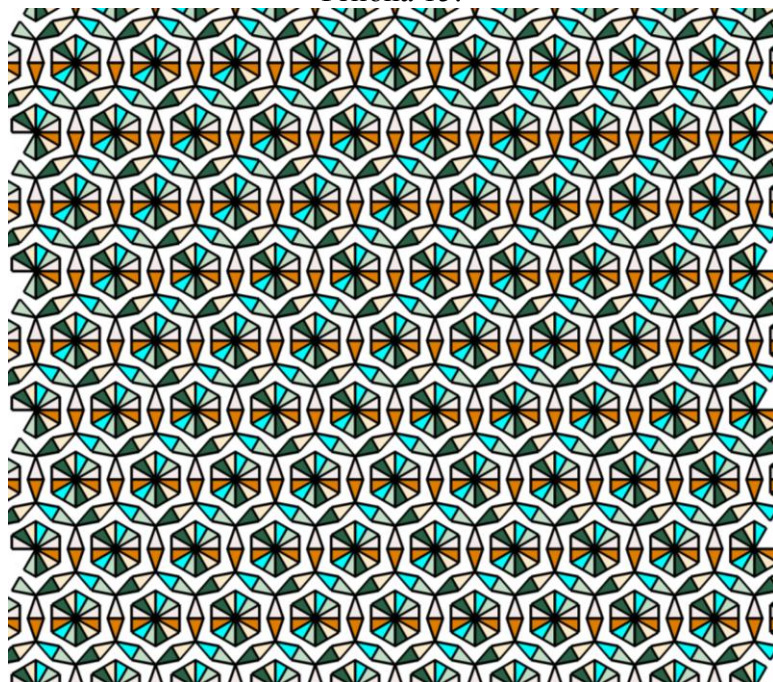
Příloha 13:



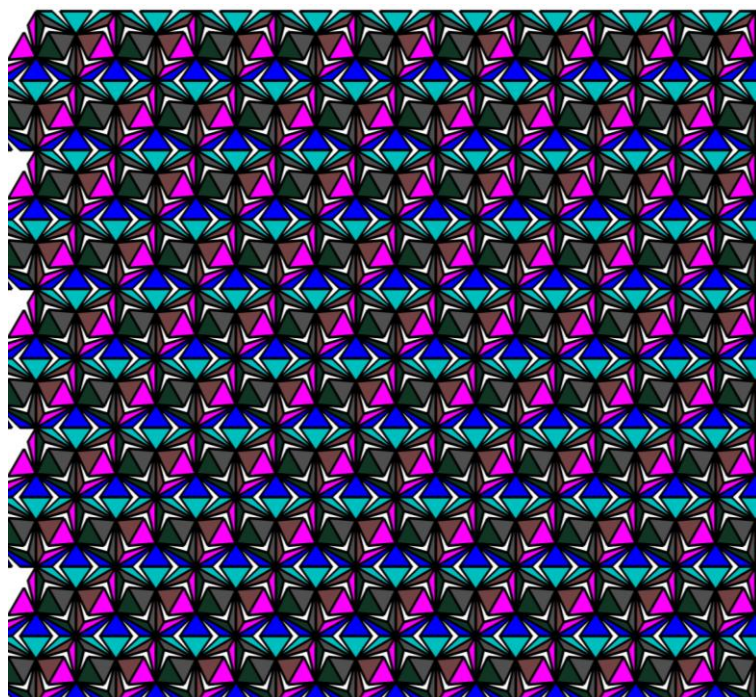
Příloha 14:



Příloha 15:



Příloha 16:



Příloha 17:

