

**TECHNICKÁ UNIVERZITA
V LIBERCI**

Fakulta pedagogická



**Piezoelektrické transformátory
využívající planárních módů**

AUTOREFERÁT DIZERTAČNÍ PRÁCE

2006

Petr Půlpán

TECHNICKÁ UNIVERZITA V LIBERCI
Fakulta pedagogická

**Piezoelektrické transformátory
využívající planárních módů**

Petr Půlpán

Studijní program: Aplikované vědy v inženýrství, P 3901

Studijní obor: Fyzikální inženýrství, 3901V012

Pracoviště: Katedra fyziky

Fakulta pedagogická

Technická univerzita v Liberci

Hálkova 6, 461 17 Liberec 1

Školitel: Doc. Mgr. Jiří Erhart, Ph.D.

Rozsah dizertační práce

Počet stran: 80

Počet příloh: 3

Počet obrázků: 76

Počet tabulek: 5

Počet vzorců: 105

říjen 2006

Uchazeč: Ing. Petr Půlpán

Školitel: Doc. Mgr. Jiří Erhart, Ph.D.

Oponenti: Doc. Ing. Rudolf Bálek, CSc.
ČVUT - fakulta elektrotechnická
katedra fyziky
Technická 2, 166 27 Praha 6

RNDr. Jan Kroupa, CSc.
Fyzikální ústav AVČR
Na Slovance 2, 182 21 Praha 8

Předseda oborové rady: Prof. Ing. Karel Vokurka, DrSc.

Obhajoba se koná v hodin před komisí pro
obhajoby doktorandských disertačních prací na Technické univerzitě
v Liberci v místnosti FYP, budova C, Studentská 5, Liberec 1.

Autoreferát byl rozeslán dne2006

Abstrakt

Piezoelektrické transformátory (PT) využívají k přeměně střídavého elektrického napětí nepřímého piezoelektrického jevu na vstupu a přímého jevu na výstupu. Vstupní elektrická energie je přenášena na výstup pomocí mechanických vibrací v blízkosti rezonance PT. Oproti konvenčním elektromagnetickým transformátorům mají řadu výhod (zejména provoz bez elektromagnetického šumu a vysokou hustotu přenášeného výkonu). Obecně existují dva typy PT, z nichž jeden je postaven na jednoduché destičce a druhý využívá vícevrstvých technologií. Transformační parametry obou druhů závisí na konstrukci, provozní frekvenci a zátěži. Ačkoliv bylo navrženo a experimentálně ověřeno mnoho typů transformátorů, teoretické práce se v této problematice vyskytují zřídka.

V dizertační práci jsou odvozeny modely tří typů PT využívajících planárních kmitů jednoduché homogenně polarizované destičky (již existující diskový typu *ring-dot* a nově navržené tyčinkový a dvojitý diskový). Modely, založené na teorii mechaniky kontinua, mají oproti simulacím pomocí náhradních obvodů výhodu ve větší komplexnosti poskytovaných informací (lze např. získat prostorové rozložení výchylek či mechanických napětí v PT). Teoretické modely jsou ověřovány experimentálně na vzorcích z tvrdé PZT keramiky. Dobrý souhlas modelů s experimentem je limitován použitými aproximacemi. Dále je v práci studován nový design diskových a prstencových transformátorů využívajících plošné střížných kmitů homogenně polarizované destičky.

Klíčová slova: piezoelektrický transformátor, PZT keramika, planární kmit

Abstract

Piezoelectric transformers (PTs) are used for transformation of alternating electric voltage. PT is excited near its resonant frequency by converse piezoelectric effect in the input part. These vibrations are converted to electric signal by direct piezoelectric effect in the output. PTs show several benefits with respect to the electromagnetic transformers (e.g. high power density and electromagnetic noise free operation). In general, two classes of PTs can be recognized. The first one is based on single plate structure. The multilayer or multistack construction is implemented in the second type. Both classes of PTs can exhibit the transformation characteristics depending on the construction, operational frequency and load. Although experimental goal has been satisfied in most present studies, not many of them have addressed the theoretical background issues.

In this thesis, models of three PTs' types are derived (existing disk *ring-dot* design and newly proposed bar and dual disk designs). The level of information complexness, provided by models based on continuum theory, is higher than the level of models based on the equivalent circuit approach (e.g. the space distribution of displacement or stress in PT body). Theoretical models are experimentally tested on hard PZT ceramics samples. The models are in good agreement with experimental data to the extent limited by approximations employed. Furthermore, the new design of disk and ring PTs operating in-plane shear vibration mode is studied. All presented PTs utilize planar vibrations of homogeneously polarized single plate.

Keywords: piezoelectric transformer, PZT ceramics, planar vibrations

Resümee

Piezoelektrische Transformatoren (PTn) werden für die Umwandlung der elektrischen Wechselspannung benutzt. PTn werden nahe ihren Resonanzfrequenz durch gegenteiligen piezoelektrischen Effekt im Eingangsteil erregt. Diese Erschütterungen werden in elektrisches Signal durch direkten piezoelektrischen Effekt im Ausgang umgewandelt. Im Gegenteil zu den elektromagnetischen Transformatoren weisen PTn einige Vorteile auf (z.B. hohe Leistungsdichte und elektromagnetischer lärmfreier Betrieb). Zwei Kategorien der PTn können im allgemeinen erkannt werden. Das erste beruht sich auf simpler Platte Struktur. Der mehrschichtige Aufbau ist in der zweiten Art eingeführt. Beide Kategorien der PTn können die Umwandlungseigenschaften abhängig von dem Aufbau, der Betriebsfrequenz und der Last aufweisen. Obwohl experimentelles Ziel in den meisten vorliegenden Untersuchungen erfüllt geworden ist, haben nicht viele von ihnen den theoretischen Hintergrundpunkt angesprochen.

In dieser These werden die Modelle von drei Arten der PTn abgeleitet (vorhandener Scheibe *ring-dot* Design und neu vorgeschlagener Stange und Doppelscheibe Designs). Das Niveau von Informationskomplexität, vorausgesetzt durch die Modelle, die sich auf Kontinuumtheorie beruhen, ist höher als das Niveau der Modelle, die sich auf der Ersatzschaltbildannäherung beruhen (z.B. die Raumverteilung der Versetzung oder der mechanischen Spannung im PT Körper). Theoretische Modelle werden experimentell auf harten PZT Keramikmuster geprüft. Die Modelle sind im Einverständnis mit experimentellen Daten im Umfang, der durch die eingesetzten Näherungswerte begrenzt ist. Ausserdem wird das neue Design der Scheibe und Ring PTn des funktionierenden Infläche Schererschütterung Modus studiert. Alle dargestellte PTn verwenden planare Erschütterungen der homogen polarisierten simplen Platte.

Indexwörter: piezoelektrischer Transformator, planare Erschütterungen, PZT Keramik

Obsah

1 Úvod	9
1.1 Současný stav problematiky	9
1.2 Cíle dizertační práce	11
2 Teoretické modely	12
2.1 Tyčinkový transformátor	12
2.2 Diskový <i>ring-dot</i> transformátor	15
2.3 Dvojitý diskový <i>ring-dot</i> transformátor	17
3 Experiment a diskuze výsledků	20
3.1 Design PT	20
3.2 Diskuze výsledků	21
3.2.1 Srovnání testovaných PT	23
4 Závěr	28
Literatura	29
Seznam prezentací	31

1 Úvod

Piezelektrické transformátory (PT) jsou určeny k transformaci střídavých elektrických napětí. PT je buzen na rezonanční frekvenci pomocí nepřímého piezelektrického jevu ve vstupní části. Za předpokladu dostatečného koeficientu elektromechanické vazby lze očekávat velké mechanické kmity. Tyto kmity jsou pak převedeny na elektrický signál pomocí přímého piezelektrického jevu na výstupu. Tvar PT a elektrod (vzhledem ke směru polarizace) určuje příslušný mód kmitu. Ve srovnání s elektromagnetickými transformátory mají PT řadu výhod (malé rozměry, vyšší účinnost ($> 90\%$) při stejném poměru výkonu k objemu, absence elektromagnetického šumu, nehořlavost). Tyto aspekty rostou na významu v souvislosti s vysokým stupněm integrace a miniaturizace moderní elektroniky.

Obecně lze rozdělit PT do dvou tříd. První typ je založený na jednoduché destičce, vícevrstvá (*multilayer* a *multistack*) struktura je implementována v PT druhého typu. Provozní parametry jsou ovlivněny využitím různých módů kmitů. Pracovní mód pak určuje systém elektrod, směry polarizace a tvar PT. Oba typy PT mohou mít zesílení elektrického napětí (podíl výstupní/vstupní napětí) větší nebo menší než 1 v závislosti na konstrukci, pracovní frekvenci a zátěži. Mezi faktory limitující použití PT pro výkonové aplikace patří generování tepla. Nárůst teploty PT vede ke změně jeho materiálových vlastností a tím k degradaci provozních parametrů. Přílišným zahříváním PT pak může dojít k jeho mechanickému poškození. Nároky na materiál vhodný pro PT (vysoké koeficienty elektromechanické vazby, vysoká mechanická a elektrická jakost a Curieova teplota) a požadavky na vyšší zesílení, případně vyšší hustotu výkonu vedly k návrhům mnoha nových designů PT. Hodnotícími parametry PT jsou zesílení vstupního elektrického napětí, výstupní výkon (resp. hustota výstupního výkonu jako podíl výstupního výkonu a objemu PT) a účinnost (jako podíl výstupního a vstupního výkonu).

1.1 Současný stav problematiky

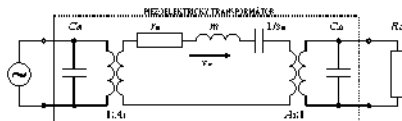
S prvním technicky použitelným návrhem PT přišla v roce 1954 skupina C. A. Rosena [1]. Podélné kmity tyčinky, jejichž polovina vlnové délky je rovna celkové délce tyčinky, jsou vybuzeny pomocí nepřímého piezelektrického jevu působením harmonického elektrického pole ve vstupní části. Prostřednictvím přímého piezelektrického jevu je na výstupní elektrodě generován náboj. Za účelem odstranění nedostatků PT Rosenova typu se dají aplikovat různé modifikace. Jiným uspořádáním elektrod, případně polarizace lze vybudit vyšší řady podélných kmitů.

V současnosti existují PT pracující v délkovém rozpínavém módu [1, 2], plošně rozpínavém módu [3, 4], ohybovém módu [5], tloušťkově rozpínavém

módu [6] a střížných módech [7, 8].

Vhodnou aplikací *multistack* konstrukce lze navrhnout PT, který bude využívat kmitů, jež nejsou u homogenní analogicky polarizované desky možné [9]. To umožní přesunout pracovní frekvenci PT bez výrazné změny rozměrů transformátoru. Uplatněním *multilayer* struktury lze při menším vstupním napětí získat stejné výstupní napětí (např. [10]). Volbou počtu vrstev a jejich zapojením pak lze měnit pracovní parametry PT.

V literatuře jsou nejčastěji publikována experimentální data o transformačním poměru, účinnosti či výkonu. Pro snadnější design PT je však třeba napřed vědět nebo se alespoň pokusit odhadnout jeho parametry za různých podmínek. Pro základní popis chování PT lze použít lineární teorii piezoelektriky. Na jejím základě bylo vyvinuto několik modelů PT různé složitosti. Mezi nejjednodušší patří metoda využívající náhradního obvodu se soustředěnými parametry [11]–[13]. Aplikací analogie s elektrickými obvody lze PT převést obvod na Obr. 1.



Obr. 1 Základní náhradní obvod PT

V analogii platí tyto principy - elektrické napětí je nahrazeno silou, proud rychlostí, ekvivalentní hmotnost m má význam indukčnosti, mechanický odpor (ztráty) r_m odpovídá elektrickému odporu a poddajnost ($1/s_m$) kapacitě. C_{d1} , C_{d2} , A_1 a A_2 představují popořadě upnutou kapacitu vstupu, upnutou kapacitu výstupu, transformační poměr vstupu a výstupu. R_L značí zátěž výstupní části PT. Analogií elektrické impedance je mechanická impedance Z_m , která je definována jako poměr síly působící na soustavu, a rychlosti, kterou soustava vlivem síly kmitá. V elektrickém analogickém obvodu soustavy jsou pak části mechanicky spojené na společnou sílu zapojeny paralelně, části spojené na společnou rychlost do série. Zdroj síly označujeme jako generátor, páku nebo jiný mechanický převod jako transformátor. Metodu založenou na Masonově náhradním obvodu použil Uchino pro odvození zesílení Rosenova PT [12].

Modely vycházející z náhradního obvodu však obvykle obsahují pouze jedinou nezávislou proměnnou - čas. Ačkoliv některé parametry PT mohou z takových modelů vystupovat (např. lze sledovat přechodové jevy [13]), jiné zůstávají skryty. Např. tvary kmitů či uzlové body nelze metodou náhradního obvodu získat. Tyto informace jsou však důležité pro praktické aplikace PT. Místa uzlových bodů jsou vhodná pro uchycení PT nebo pro připevnění vodičů. Analytické modely PT založené na mechanice kontinua se v literatuře

objevují zřídka [14]-[17]. Model PT Rosenova typu je uveden v [14]. Autoři vyšli z pohybové rovnice kontinua a stavových piezoelektrických rovnic. Za použití různých přiblížení (délkově rozpínavé kmity tenké tyčky) odvodili jednorozměrný model Rosenova PT. Ačkoliv bylo odvození provedeno pro jeden specifický PT, některé výsledky mají obecný charakter. Vztahy pro zesílení

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{\Gamma_1 Z_L}{Z_2 + Z_L}, \quad (1)$$

výstupní proud

$$I_2 = \frac{\Gamma_1}{Z_2 + Z_L} V_1, \quad (2)$$

vstupní admitanci

$$-\frac{I_1}{V_1} = \frac{1}{Z_1} - \frac{\Gamma_1 \Gamma_2}{Z_2 + Z_L} \quad (3)$$

a účinnost

$$\eta = \frac{\Gamma_1 \Gamma_1^* (Z_L + Z_L^*) Z_1 Z_1^*}{Z_1 Z_1^* [\Gamma_1 \Gamma_2 (Z_L^* + Z_2^*) + \Gamma_1^* \Gamma_2^* (Z_L + Z_2)] - (Z_1 + Z_1^*) (Z_L + Z_2) (Z_2 + Z_2^*)} \quad (4)$$

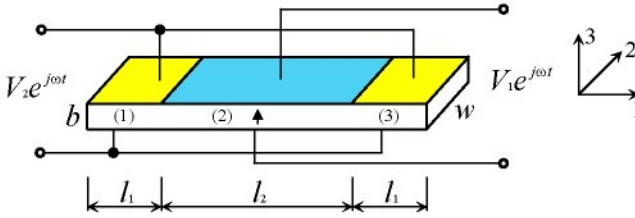
v závislosti na impedanci zátěže Z_L jsou platné pro libovolný PT (symbol * značí komplexně sdruženou hodnotu). Jednotlivé PT se pak liší v konkrétních hodnotách proměnných Γ_1 , Γ_2 , Z_1 a Z_2 .

Model PT Rosenova typu rozšířený o vliv mechanických a dielektrických ztrát byl vypracován v [15]. Optimalizace tvaru elektrod PT Rosenova typu pomocí analytického modelu byla provedena v [17].

Kombinací metody náhradního obvodu a analytických modelů lze zlepšit komplexnost informací o chování PT. Tvary kmitů a pozice uzlových bodů jsou údaje důležité pro vhodnou volbu uchycení PT a připevnění vodičů.

1.2 Cíle dizertační práce

Práce se snaží systematicky pokrýt (experimentálně, případně analyticky) oblast homogenně polarizovaných planárně kmitajících kruhových rezonátorů (disky a prstence), ve kterých má intenzita elektrického pole směr podél tloušťky rezonátoru. Frekvenční spektrum obrysově kmitajících kruhových keramických rezonátorů bylo shrnuto O. Stefanem v [18]. Cílem této práce je vytvoření analytických modelů existujícího designu diskového PT typu *ring-dot* [4] a modelů nově navržených PT (tyčinkový PT, diskový dvojitý PT typu *ring-dot*). Výsledkem modelů jsou výrazy pro zesílení a účinnost bezztrátového PT v závislosti na rozměrech, materiálových parametrech, pracovní frekvenci a zátěži PT. Modely se porovnají s experimentem.



Obr. 2 Model tyčinkového PT

2 Teoretické modely

Analytický model PT vychází z pohybové rovnice kontinua, ze které lze za pomoci stavových piezoelektrických rovnic, různých aproximací a okrajových podmínek určit tvar kmitu bezeztrátového piezoelektrického rezonátoru. Mezi nejběžnější piezoelektrické materiály patří PZT keramika, která po polarizaci vykazuje symetrii ∞m .

2.1 Tyčinkový transformátor

Geometrie modelu tyčinkového transformátoru je znázorněna na Obr. 2, přičemž počátek souřadného systému leží uprostřed transformátoru.

Pohybová rovnice kontinua (se zanedbáním působení objemových sil) má tvar (operace derivace je symbolicky nahrazena čárkou v dolním indexu, za níž následuje proměnná, resp. její index, podle které se derivuje - např. $\frac{\partial u_2}{\partial x_1} = u_{2,1}$)

$$T_{ij,j} = \rho \ddot{u}_i, \quad (5)$$

kde T_{ij} je mechanické napětí, ρ hustota a u_i posunutí. Použijeme stavové rovnice s nezávislými proměnnými mechanické napětí T_{kl} a intenzity elektrického pole E_k

$$S_{ij} = s_{ijkl}^E T_{kl} + d_{kij} E_k, \quad (6a)$$

$$D_i = d_{ikl} T_{kl} + \epsilon_{ik}^T E_k, \quad (6b)$$

kde D_i je elektrická indukce, s_{ijkl}^E elastický koeficient, d_{kij} piezoelektrický nábojový koeficient a ϵ_{ik}^T volná permitivita. Maxwellova rovnice pro dielektrikum bez volného náboje má tvar

$$D_{i,i} = 0. \quad (7)$$

Deformaci můžeme přepsat pomocí posunutí

$$S_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i}). \quad (8)$$

Za předpokladu délkově rozpínavých kmitů tenké tyčinky ($T_1 \neq 0$, $T_2 = T_3 = \dots = T_6 = 0$, $u_1 \neq 0$, $u_2 = u_3 = 0$), elektrod dle obr. ($E_3 \neq 0$, $E_1 = E_2 = 0$, $E_{3,1} = 0$) a materiálu o symetrii ∞m přejde pohybová rovnice (5) na tvar

$$u_{1,11} = s_{11}^E \rho \ddot{u}_i. \quad (9)$$

Řešení rovnice (9) lze nalézt ve tvaru

$$u_1 = (A \sin kx_1 + B \cos kx_1) e^{j\omega t}, \quad (10)$$

kde ω je úhlová frekvence a

$$k = \omega \sqrt{\rho s_{11}^E}. \quad (11)$$

Okrajové podmínky jsou následující:

- homogenní rozložení intenzity elektrického pole mezi elektrodami a nekonečně tenké mezery mezi vstupní a výstupními částmi

$$\begin{aligned} E_3^{(1)} &= -\frac{V_2}{b} e^{j\omega t}, & -l_1 - \frac{l_2}{2} < x_1 < -\frac{l_2}{2} \\ E_3^{(3)} &= -\frac{V_2}{b} e^{j\omega t}, & \frac{l_2}{2} < x_1 < l_1 + \frac{l_2}{2} \\ E_3^{(2)} &= -\frac{V_1}{b} e^{j\omega t}, & -\frac{l_2}{2} < x_1 < \frac{l_2}{2} \end{aligned} \quad (12)$$

- spojitost mechanického napětí a posunutí na rozhraní mezi vstupní a výstupní částí

$$\begin{aligned} T_1^{(1)} &= T_1^{(2)}, \quad u_1^{(1)} = u_1^{(2)}, & x_1 &= -\frac{l_2}{2} \\ T_1^{(2)} &= T_1^{(3)}, \quad u_1^{(2)} = u_1^{(3)}, & x_1 &= \frac{l_2}{2} \end{aligned} \quad (13)$$

- volný okraj tyčinky

$$\begin{aligned} T_1^{(1)} &= 0, & x_1 &= -l_1 - \frac{l_2}{2} \\ T_1^{(3)} &= 0, & x_1 &= l_1 + \frac{l_2}{2} \end{aligned} \quad (14)$$

Proud výstupní částí lze vypočítat pomocí vztahu

$$I_2 = \frac{I^{(1)} + I^{(3)}}{e^{j\omega t}} = \frac{1}{e^{j\omega t}} \left(\frac{\partial}{\partial t} \iint D_3^{(1)} dx_1 dx_2 + \frac{\partial}{\partial t} \iint D_3^{(3)} dx_1 dx_2 \right), \quad (15)$$

z něhož lze s použitím okrajových podmínek (12)-(14) a za pomoci výrazů $k_{31}^2 = \frac{d_{31}^2}{\epsilon_{11}^E \epsilon_{33}^E}$ a $I_2 = \frac{V_2}{Z_L}$ dostat transformační poměr napětí (1), kde Z_2 je impedance výstupní části

$$\frac{1}{Z_2} = j\omega \left[\frac{2\omega d_{31}^2 \sin kl_1 \cos k \frac{l_2}{2} + 2(\cos kl_1 - 1) \sin k \frac{l_2}{2}}{kbs_{11}^E \cos k \left(l_1 + \frac{l_2}{2} \right)} + \epsilon_{33}^T (1 - k_{31}^2) \frac{\omega l_1}{b} \right] \quad (16)$$

a

$$\Gamma_1 = j\omega Z_2 \frac{4\omega d_{31}^2}{kbs_{11}^E} \left[\frac{-\sin k \frac{l_1}{2} \sin k \frac{l_2}{2}}{\cos k \left(l_1 + \frac{l_2}{2} \right)} \right]. \quad (17)$$

Analogicky můžeme určit proud vstupní části I_1 , který lze upravit do tvaru

$$I_1 = -\frac{V_1}{Z_1} + \Gamma_2 I_2 = \left(-\frac{1}{Z_1} + \frac{\Gamma_1 \Gamma_2}{Z_2 + Z_L} \right) V_1, \quad (18)$$

kde Z_1 je impedance vstupní části

$$\frac{1}{Z_1} = j\omega \left[\frac{2\omega d_{31}^2 \sin k \frac{l_2}{2} \cos kl_1 + \Gamma_1 \sin k \frac{l_2}{2} (1 - \cos kl_1)}{kbs_{11}^E \cos k \left(l_1 + \frac{l_2}{2} \right)} + \epsilon_{33}^T (1 - k_{31}^2) \frac{\omega l_2}{b} \right] \quad (19)$$

a

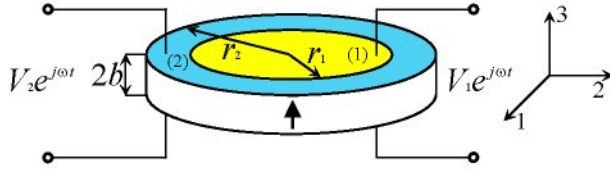
$$\Gamma_2 = j\omega Z_2 \frac{2\omega d_{31}^2}{kbs_{11}^E} \frac{\sin k \frac{l_2}{2} (1 - \cos kl_1)}{\cos k \left(l_1 + \frac{l_2}{2} \right)}. \quad (20)$$

Účinnost PT pak vypočítáme podle vztahu (4). Pro reálné Z_L lze účinnost upravit do tvaru

$$\eta = \frac{\lambda Z_L}{1 + \mu Z_L - \nu Z_L^2}, \quad (21)$$

kde

$$\begin{aligned} \lambda &= \frac{2|\Gamma_1|^2 |Z_1|^2}{(\Gamma_1 \Gamma_2 Z_2^* + \Gamma_1^* \Gamma_2^* Z_2) |Z_1|^2 - (Z_1 + Z_1^*) |Z_2|^2} \\ \mu &= \frac{(\Gamma_1 \Gamma_2 + \Gamma_1^* \Gamma_2^*) |Z_1|^2 - (Z_1 + Z_1^*) (Z_2 + Z_2^*)}{(\Gamma_1 \Gamma_2 Z_2^* + \Gamma_1^* \Gamma_2^* Z_2) |Z_1|^2 - (Z_1 + Z_1^*) |Z_2|^2} \\ \nu &= \frac{Z_1 + Z_1^*}{(\Gamma_1 \Gamma_2 Z_2^* + \Gamma_1^* \Gamma_2^* Z_2) |Z_1|^2 - (Z_1 + Z_1^*) |Z_2|^2}. \end{aligned} \quad (22)$$



Obr. 3 Model diskového PT typu ring-dot

2.2 Diskový ring-dot transformátor

Radiální kmity tenkého disku s plnými elektrodami byly řešeny v [19]. Podobně jako u tyčinkového PT vyjdeme u modelu diskového PT typu *ring-dot* (Obr. 3) z pohybové rovnice (5). Použijeme stavové rovnice s nezávislými proměnnými deformace S_{kl} a intenzity elektrického pole E_k

$$T_{ij} = c_{ijkl}^E S_{kl} - e_{kij} E_k, \quad (23a)$$

$$D_i = e_{ikl} S_{kl} + \epsilon_{ik}^S E_k, \quad (23b)$$

kde D_i je elektrická indukce, c_{ijkl}^E elastický modul, e_{kij} piezoelektrický modul a ϵ_{ik}^S upnutá permitivita. Užitím Maxwellovy rovnice pro dielektrikum bez volného náboje (7), zavedením elektrického potenciálu $E_k = -\varphi_{,k}$ a za předpokladu radiálních kmitů tenkého disku (T_1 a $T_2 \neq 0$, $T_3 = T_4 = T_5 = 0$, $u_r \neq 0$, $u_\theta = u_3 = 0$) a materiálové symetrie ∞m dostane pohybová rovnice (5) po transformaci do válcových souřadnic r , θ , x_3 tvar

$$c_{11}^P (u_{r,rr} + \frac{u_{r,r}}{r} - \frac{u_r}{r^2}) = \rho \ddot{u}_r, \quad (24)$$

kde

$$c_{11}^P = c_{11}^E - \frac{(c_{13}^E)^2}{c_{33}^E}. \quad (25)$$

Řešení rovnice (24) lze nalézt ve tvaru

$$u_r = [AJ_1(kr) + BY_1(kr)]e^{j\omega t}, \quad (26)$$

kde ω je úhlová frekvence, J_1 a Y_1 jsou Besselovy funkce 1. řádu, 1. a 2. druhu, a

$$k = \omega \sqrt{\frac{\rho}{c_{11}^P}}. \quad (27)$$

Okrajové podmínky jsou následující:

- konstantní elektrický potenciál na horních a dolních elektrodách ($x_3 = \pm b$) a nekonečně tenká mezera mezi vstupní a výstupní částí

$$\varphi^{(1)} = \pm \frac{V_1}{2} e^{j\omega t}, \quad \varphi^{(2)} = \pm \frac{V_2}{2} e^{j\omega t} \quad (28)$$

- spojitost radiálního mechanického napětí a posunutí na rozhraní mezi vstupní a výstupní částí ($r = r_1$)

$$T_{rr}^{(1)} = T_{rr}^{(2)}, \quad u_r^{(1)} = u_r^{(2)} \quad (29)$$

- volný okraj disku ($r = r_2$)

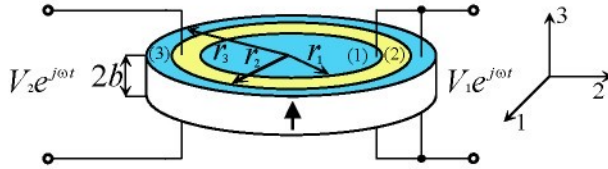
$$T_{rr}^{(2)} = 0 \quad (30)$$

S užitím okrajových podmínek (28)-(30) lze analogickým postupem jako u tyčinkového PT dostat výrazy

$$\begin{aligned} \frac{1}{Z_2} = j\omega 2\pi \left\{ \frac{(\epsilon_{31}^P)^2}{2b} \left[\frac{[Y_1(kr_1)\alpha(r_1) - J_1(kr_1)\beta(r_2)J_1(kr_1)]}{\alpha(r_2)[Y_1(kr_1)\alpha(r_1) - J_1(kr_1)\beta(r_1)]} \right. \right. \\ \left. \left. \cdot \frac{[r_2J_1(kr_2) - r_1J_1(kr_1)]}{\alpha(r_2)[Y_1(kr_1)\alpha(r_1) - J_1(kr_1)\beta(r_1)]} - \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{J_1(kr_1)[r_2Y_1(kr_2) - r_1Y_1(kr_1)]}{Y_1(kr_1)\alpha(r_1) - J_1(kr_1)\beta(r_1)} \right] + \epsilon_{33}^P \frac{r_2^2 - r_1^2}{4b} \right\}, \quad (31) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Gamma_1 = j\omega 2\pi Z_2 \frac{(\epsilon_{31}^P)^2}{2b} \left\{ \frac{\beta(r_2)J_1(kr_1)[r_2J_1(kr_2) - r_1J_1(kr_1)]}{\alpha(r_2)[Y_1(kr_1)\alpha(r_1) - J_1(kr_1)\beta(r_1)]} - \right. \\ \left. - \frac{J_1(kr_1)[r_2Y_1(kr_2) - r_1Y_1(kr_1)]}{Y_1(kr_1)\alpha(r_1) - J_1(kr_1)\beta(r_1)} \right\}, \quad (32) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{Z_1} = j\omega 2\pi \left[\frac{(\epsilon_{31}^P)^2}{2b} \frac{r_1J_1(kr_1)}{\alpha(r_2)} \left[\Gamma_1 \left\{ 1 + \left[1 + \right. \right. \right. \right. \\ \left. \left. \left. + \frac{\beta(r_2)J_1(kr_1)}{Y_1(kr_1)\alpha(r_1) - J_1(kr_1)\beta(r_2)} \left(\frac{Y_1(kr_1)}{J_1(kr_1)} - \frac{\beta(r_2)}{\alpha(r_2)} \right) \right] \right\} - \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{\beta(r_2)J_1(kr_1)}{Y_1(kr_1)\alpha(r_1) - J_1(kr_1)\beta(r_2)} \left(\frac{Y_1(kr_1)}{J_1(kr_1)} - \frac{\beta(r_2)}{\alpha(r_2)} \right) \right] + \epsilon_{33}^P \frac{r_1^2}{4b} \right], \quad (33) \end{aligned}$$



Obr. 4 Model dvojitého diskového PT typu ring-dot

a

$$\Gamma_2 = j\omega 2\pi Z_2 \frac{(\epsilon_{31}^P)^2}{2b} \frac{r_1 J_1(kr_1)}{\alpha(r_2)} \left\{ 1 + \left[1 + \frac{\beta(r_2) J_1(kr_1)}{Y_1(kr_1) \alpha(r_1) - J_1(kr_1) \beta(r_2)} \left(\frac{Y_1(kr_1)}{J_1(kr_1)} - \frac{\beta(r_2)}{\alpha(r_2)} \right) \right] \right\}. \quad (34)$$

Zde je označeno

$$\begin{aligned} c_{12}^P &= c_{12}^E - \frac{(c_{13}^E)^2}{c_{33}^E}, \quad e_{31}^P = e_{31} - e_{33} \frac{c_{13}^E}{c_{33}^E}, \quad \epsilon_{33}^P = \epsilon_{33}^S + \frac{\epsilon_{33}^2}{c_{33}^E}, \\ \alpha(r_1) &= c_{11}^P k J_0(kr_1) - (c_{11}^P - c_{12}^P) \frac{1}{r_1} J_1(kr_1), \\ \alpha(r_2) &= c_{11}^P k J_0(kr_2) - (c_{11}^P - c_{12}^P) \frac{1}{r_2} J_1(kr_2), \\ \beta(r_1) &= c_{11}^P k Y_0(kr_1) - (c_{11}^P - c_{12}^P) \frac{1}{r_1} Y_1(kr_1), \\ \beta(r_2) &= c_{11}^P k Y_0(kr_2) - (c_{11}^P - c_{12}^P) \frac{1}{r_2} Y_1(kr_2). \end{aligned} \quad (35)$$

2.3 Dvojité diskový ring-dot transformátor

Teoretický model dvojitého diskového ring-dot PT (Obr. 4) lze odvodit postupem analogickým k modelu diskového PT typu ring-dot (viz kapitola 2.2). Získáme pohybovou rovnici (24), jejíž řešení má tvar (26). Okrajové podmínky jsou následující:

- konstantní elektrický potenciál na horních a dolních elektrodách ($x_3 = \pm b$) a nekonečně tenké mezery mezi vstupními a výstupní částí

$$\varphi^{(1)} = \pm \frac{V_1}{2} e^{j\omega t}, \quad \varphi^{(2)} = \pm \frac{V_2}{2} e^{j\omega t}, \quad \varphi^{(3)} = \pm \frac{V_1}{2} e^{j\omega t} \quad (36)$$

- spojitost radiálního mechanického napětí a posunutí na rozhraní mezi vstupní a výstupní částí

$$\begin{aligned} T_{rr}^{(1)} &= T_{rr}^{(2)}, u_r^{(1)} = u_r^{(2)} & r &= r_1 \\ T_{rr}^{(2)} &= T_{rr}^{(3)}, u_r^{(2)} = u_r^{(3)} & r &= r_2 \end{aligned} \quad (37)$$

- volný okraj disku ($r = r_3$)

$$T_{rr}^{(3)} = 0 \quad (38)$$

S užitím okrajových podmínek (36)-(38) lze podobně jako u diskového PT typu *ring-dot* získat hodnoty funkcí

$$\begin{aligned} \frac{1}{Z_2} &= j\omega 2\pi \left\{ -\frac{(\epsilon_{31}^P)^2}{2b} \left\{ \xi_2 [r_2 J_1(kr_2) - r_1 J_1(kr_1)] - \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \xi_3 [r_2 Y_2(kr_2) - r_1 Y_1(kr_1)] \right\} + \frac{\epsilon_{33}^P}{4b} (r_2^2 - r_1^2) \right\}, \quad (39) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Gamma_1 &= j\omega 2\pi Z_2 \frac{-(\epsilon_{31}^P)^2}{2b} \left\{ \left(\xi_2 + \frac{1}{\alpha(r_3)} \right) [r_2 J_1(kr_2) - r_1 J_1(kr_1)] + \right. \\ &\quad \left. + \xi_3 [r_2 Y_2(kr_2) - r_1 Y_1(kr_1)] \right\}, \quad (40) \end{aligned}$$

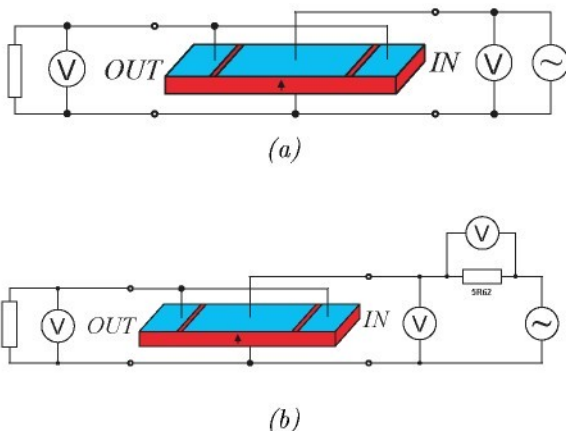
$$\begin{aligned} \frac{1}{Z_1} &= j\omega 2\pi \left\{ \frac{\epsilon_{33}^P}{4b} (r_1^2 + r_3^2 - r_2^2) + \frac{(\epsilon_{31}^P)^2}{2b} \left[\left(\xi_1 + \frac{1}{\alpha(r_3)} \right) J_1(kr_1) + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + (\xi_4 + \xi_5) [r_3 J_1(kr_3) - r_2 J_1(kr_2)] + \xi_5 [r_3 Y_1(kr_3) - r_2 Y_1(kr_2)] \right] - \right. \\ &\quad \left. - \Gamma_1 \frac{(\epsilon_{31}^P)^2}{2b} \left[\xi_1 r_1 J_1(kr_1) + \xi_4 [r_3 J_1(kr_3) - r_2 J_1(kr_2)] + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \xi_5 [r_3 Y_1(kr_3) - r_2 Y_1(kr_2)] \right] \right\}, \quad (41) \end{aligned}$$

a

$$\begin{aligned} \Gamma_2 &= j\omega 2\pi Z_2 \left\{ \frac{-(\epsilon_{31}^P)^2}{2b} \left[\xi_1 r_1 J_1(kr_1) + \xi_4 [r_3 J_1(kr_3) - r_2 J_1(kr_2)] + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \xi_5 [r_3 Y_1(kr_3) - r_2 Y_1(kr_2)] \right] \right\}, \quad (42) \end{aligned}$$

kde

$$\begin{aligned}
\xi_1 &= \frac{1}{\alpha(r_3)[Y_1(kr_1)\alpha(r_1) - J_1(kr_1)\beta(r_1)][Y_1(kr_2)\alpha(r_2) - J_1(kr_2)\beta(r_2)]} \\
&\quad \left[Y_1(kr_1)\{Y_1(kr_2)[\alpha(r_2) - \alpha(r_1)]\alpha(r_3) + J_1(kr_2)[\alpha(r_1)\beta(r_3) - \alpha(r_3)\beta(r_2)]\} + \right. \\
&\quad \left. + J_1(kr_1)\{J_1(kr_2)[\beta(r_2) - \beta(r_1)]\beta(r_3) + Y_1(kr_2)[\alpha(r_3)\beta(r_1) - \alpha(r_2)\beta(r_3)]\} \right], \\
\xi_2 &= \frac{1}{\alpha(r_3)[Y_1(kr_1)\alpha(r_1) - J_1(kr_1)\beta(r_1)][Y_1(kr_2)\alpha(r_2) - J_1(kr_2)\beta(r_2)]} \\
&\quad \left[Y_1(kr_1)\alpha(r_1)[J_1(kr_2)\beta(r_3) - Y_1(kr_2)\alpha(r_3)] + \right. \\
&\quad \left. + J_1(kr_1)\{J_1(kr_2)[\beta(r_2) - \beta(r_1)]\beta(r_3) + \right. \\
&\quad \left. + Y_1(kr_2)[\alpha(r_3)\beta(r_1) - \alpha(r_2)\beta(r_3)]\} \right], \\
\xi_3 &= \frac{J_1(kr_1)}{Y_1(kr_1)\alpha(r_1) - J_1(kr_1)\beta(r_1)}, \\
\xi_4 &= \frac{\beta(r_3)}{\alpha(r_3)[Y_1(kr_1)\alpha(r_1) - J_1(kr_1)\beta(r_1)][Y_1(kr_2)\alpha(r_2) - J_1(kr_2)\beta(r_2)]} \\
&\quad \left[J_1(kr_2)\{Y_1(kr_1)\alpha(r_1) + J_1(kr_1)[\beta(r_2) - \beta(r_1)]\} - J_1(kr_1)Y_1(kr_2)\alpha(r_2) \right], \\
\xi_5 &= \frac{1}{[Y_1(kr_1)\alpha(r_1) - J_1(kr_1)\beta(r_1)][Y_1(kr_2)\alpha(r_2) - J_1(kr_2)\beta(r_2)]} \\
&\quad \left[J_1(kr_1)Y_1(kr_2)\alpha(r_2) - J_1(kr_2)\{Y_1(kr_1)\alpha(r_1) + J_1(kr_1)[\beta(r_2) - \beta(r_1)]\} \right], \\
\alpha(r_1) &= c_{11}^P k J_0(kr_1) - (c_{11}^P - c_{12}^P) \frac{1}{r_1} J_1(kr_1), \\
\alpha(r_2) &= c_{11}^P k J_0(kr_2) - (c_{11}^P - c_{12}^P) \frac{1}{r_2} J_1(kr_2), \\
\alpha(r_3) &= c_{11}^P k J_0(kr_3) - (c_{11}^P - c_{12}^P) \frac{1}{r_3} J_1(kr_3), \\
\beta(r_1) &= c_{11}^P k Y_0(kr_1) - (c_{11}^P - c_{12}^P) \frac{1}{r_1} Y_1(kr_1), \\
\beta(r_2) &= c_{11}^P k Y_0(kr_2) - (c_{11}^P - c_{12}^P) \frac{1}{r_2} Y_1(kr_2), \\
\beta(r_3) &= c_{11}^P k Y_0(kr_3) - (c_{11}^P - c_{12}^P) \frac{1}{r_3} Y_1(kr_3). \tag{43}
\end{aligned}$$



Obr. 5 Schema měření charakteristik PT: (a) transformačního poměru, (b) účinnosti (při měření diskových PT typu ring-dot a tyčinkových PT odpor 5R62 nahrazen odporem 96,71 Ω)

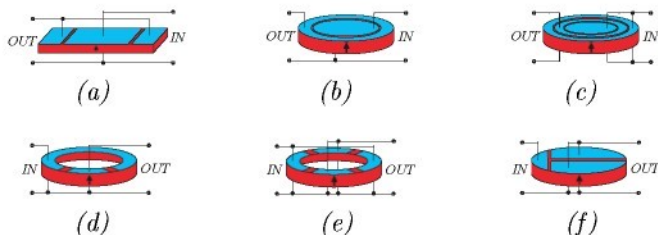
3 Experiment a diskuze výsledků

Analytické modely PT byly testovány experimentálně. Byl zjišťován vliv tvaru elektrod (poměr ploch elektrod PPE = poměr plochy elektrod vstupní a výstupní části) a zátěže na zesílení napětí a účinnost u tyčinkových PT (pracujících v délkově rozpínavém módu), diskových PT (pracujících v radiálně rozpínavém módu, typ *ring-dot*, případně plošně střižném módu - typ *disk-PS*) a prstencových PT (pracujících v plošně střižném módu). Pro porovnání s teoretickými modely byly uvažovány materiálové parametry *PZT* keramiky APC 841.

3.1 Design PT

Všechny transformátory jsou homogenně polarizované ve směru tloušťky a jsou vyrobeny z tvrdé (*hard*) *PZT* keramiky (výrobce Piezokeramika s.r.o, Librice), která je vhodná pro výkonové aplikace kvůli nízkým dielektrickým ztrátám. Systém elektrod a připojení vodičů byl vytvořen pomocí stříbrné pasty. Vzorky PT typu *ring-dot* bylo nutno zpolarizovat, ostatní byly dodány polarizované. Transformátory byly buzeny sinusovým napětím, na výstupu PT byla připojena odporová zátěž (Obr. 5). Všechny zobrazené výsledky byly získány pro PT pracující v blízkosti některé (většinou základní) rezonanční frekvence.

Hodnoty zátěže pro tzv. *impedanční přizpůsobení* (teoreticky by pro tuto zátěž měla účinnost nabývat maxima) byly určeny při zkratované vstupní části PT. Byly stanoveny jednak jako velikost impedance na rezonanční frekvenci (R_r). Druhým způsobem bylo určení impedance výstupní části jako impedance kondenzátoru na uvedené rezonanční frekvenci (R_c), přičemž statická kapacita byla změřena na frekvenci 1 kHz.

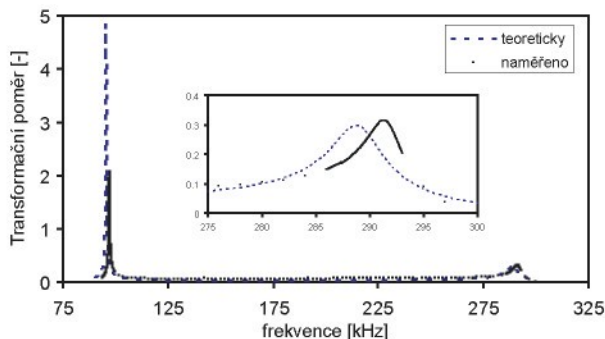


Obr. 6 Zapojení PT: (a) tyčinkových, (b) diskových typu ring-dot, (c) diskových dvojitých typu ring-dot, (d) prstencových dvousegmentových, (e) prstencových čtyřsegmentových, (f) diskových typu disk-PS

Vlastnosti tyčinkových PT byly prověřovány na vzorcích o délce 17,4 mm, šířce 2,4 mm a tloušťce 1 mm, diskových PT typu *ring-dot* dvou různých velikostech vzorků (1. průměr 25 mm a tloušťka 2 mm, 2. průměr 40 mm a tloušťka 2,1 mm). Experimentální část studia dvojitých diskových PT typu *ring-dot* byla provedena O. Štípkem v [20] na vzorcích o průměru 30 mm a tloušťce 0,7 mm. Tento PT otevírá oproti jednoduchému PT typu *ring-dot* (Obr. 6(b)) více možností při volbě velikosti a rozmístění elektrod. Pro experiment byly zvoleny elektrody výstupní části o konstantní šířce (cca 4 mm) s různou vzdáleností od středu disku. PT typu *disk-PS* byly vytvořeny na discích o průměru 28 mm a tloušťce 1,8 mm, prstencové PT na vzorcích o vnějším průměru 25 mm, vnitřním průměru 15 mm a tloušťce 5 mm.

3.2 Diskuze výsledků

Typický průběh transformačního poměru tyčinkového PT v závislosti na frekvenci je na Obr. 7. Teoretické průběhy všech studovaných PT dosahují maxima na frekvencích přibližně o 2-5 % nižších než naměřené závislosti. Rozdíl v absolutní velikosti zesílení může být způsoben odlišnými materiálovými parametry a předpokladem bezeztrátového netlumeného transformátoru v teoretickém odvození. Teoretické zesílení se podle vztahu (1) a příslušné funkce Γ_1 blíží nekonečnu pro transformátor pracující naprázdno. Vypočtený transformační poměr v závislosti na zátěži má trend podobný



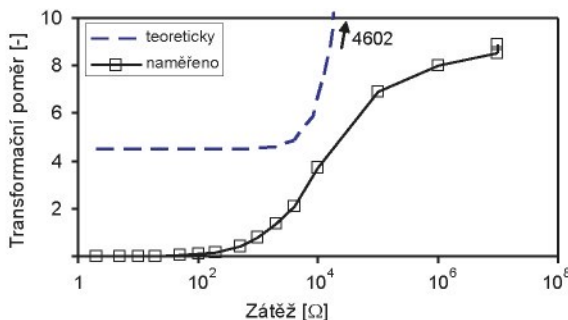
Obr. 7 Průběh zesílení tyčinkového PT v závislosti na frekvenci ($PPE = 1,56$, zátěž $4 \text{ k}\Omega$, amplituda vstupního napětí 1 V)

naměřeným hodnotám až do jisté mezní velikosti zátěže (u tyčinkových PT typicky $10^2 \Omega$, u PT typu *ring-dot* pak $10^4 \Omega$) (Obr. 8). Poté se impedance zátěže ve vztahu (1) stává větší než impedance výstupní části a zesílení se blíží hodnotě funkce Γ_1 .

Závislost zesílení na PPE má u tyčinkových PT společný rostoucí charakter pro teoretické i naměřené hodnoty. U PT typu *ring-dot* je experimentálně zjištěný průběh závislosti zesílení na PPE je oproti teoretickému modelu silně závislý na velikosti zátěže. Při překročení výše uvedených mezních hranic velikosti zátěže se modely značně liší od naměřených hodnot a pro vysoké hodnoty impedance zátěže (blíží se situaci bez zátěže) dostává změněný průběh oproti teoretickému zcela odlišný charakter ((Obr. 9)). Mimo uvedeného zanedbání ztrát může být příčinou konflikt poměru stran (tzv. *aspect ratio*) jednotlivých částí PT s předpoklady daného módu kmitů (délkově rozpínavé kmitů tenké tyčinky, radiálně rozpínavé kmitů tenkého disku či prstence).

Experiment také potvrdil trend teoretické závislosti relativního posunu frekvence, na které dosahuje PT maxima zesílení (Obr. 10). Relativní posun se snižující se hodnotou impedance zátěže je u tyčinkových PT a PT typu *ring-dot* malý pro nízké PPE v případě buzení střední elektrody.

Diskové PT typu *disk-PS* a prstencové PT mají podle Obr. 11 oproti předchozím PT značně složitější spektrum rezonancí ve studovaném oboru frekvencí (do 300 kHz). To je nevýhodné z hlediska rozložení energie ve spektru (v ideálním případě by byla veškerá energie soustředěna do vybrané rezonance jednoho módu kmitů). Dvousegmentový prstencový PT vykazuje ve spektru více rezonancí oproti čtyřsegmentovému PT. Příčinou může být nižší efektivní symetrie dvousegmentového PT (m vs. $mm2$).



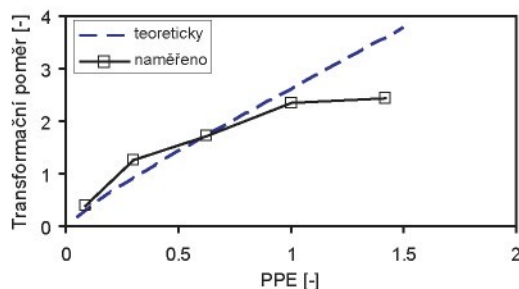
Obr. 8 Závislost zesílení tyčinkového PT na zátěži ($PPE = 1,56$, základní rezonanční frekvence, amplituda vstupního napětí 1 V)

3.2.1 Srovnání testovaných PT

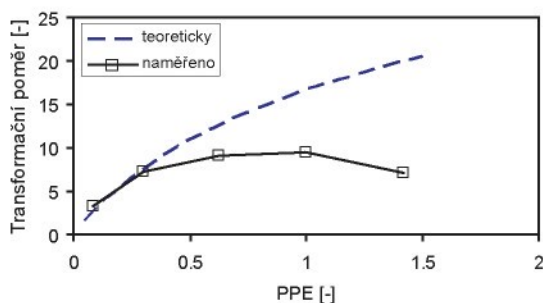
Zesílení tyčinkových PT bez zátěže (pracujících v základním délkově rozpínavém módu) dosahují nízkých saturevaných hodnot (zesílení 9) pro poměr ploch elektrod $PPE = 0,28-0,93$. Diskové PT typu *ring-dot* (pracující v základním radiálně rozpínavém módu) vykazují poněkud větší zesílení (kolem 30, $PPE = 0,085$), dvojité PT téhož typu pak asi 20 pro $PPE = 2$ (u těchto PT nelze zvolenou metodou rozmístění elektrod příliš ovlivnit transformační poměr). U PT typu *disk-PS* (provozovaných na druhém řádu plošně střížných kmitů) je největšího zesílení (kolem 20) dosaženo pro $PPE = 1$. Prstencové PT (pracující v základním plošně střížném módu) mají maximální zesílení (kolem 30) pro $PPE = 3$ u dvousegmentových a pro $PPE = 2$ u čtyřsegmentových PT. PT typu *disk-PS* s $PPE = 1$ je speciálním případem transformátorů ve tvaru disku s klínovitě dělenou elektrodou. Jejich charakteristiky byly experimentálně studovány J. Kopalem v [21] na sadě vzorků s různým úhlem primární elektrody (při úhlu 180° je právě $PPE = 1$). V závislosti na PPE dosahují tyto PT bez zátěže zesílení 20-25 na základní rezonanční frekvenci.

U všech PT existuje saturace transformačního poměru napětí v závislosti na velikosti impedance zátěže. Pro malé hodnoty odporu je zesílení malé - menší než 1 a výstup PT lze považovat za zkratovaný. Při velkých hodnotách odporu zátěže se zesílení blíží hodnotám nezátíženého transformátoru - velikost impedance zátěže je mnohem větší než impedance výstupní části a výstupní napětí se blíží napětí naprázdno. Avšak při hodnotách zátěže $> 1 \text{ M}\Omega$ je již třeba uvažovat vliv měřících přístrojů (jejich vstupní impedance se pohybují v rozmezí 1-10 MΩ).

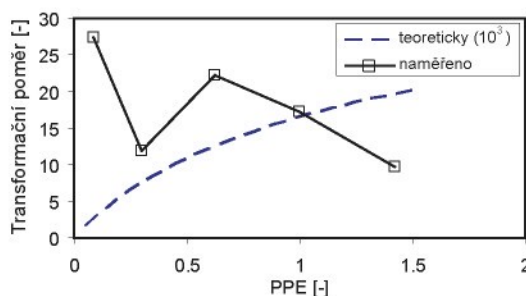
V závislosti na impedanci zátěže byl také pozorován posun frekvence,



(a)

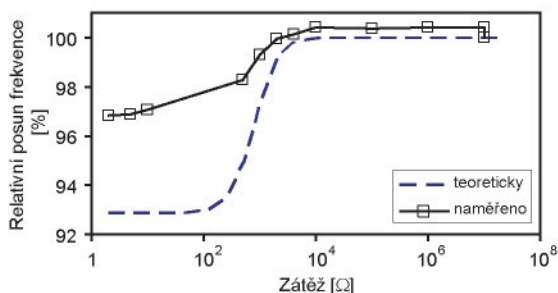


(b)

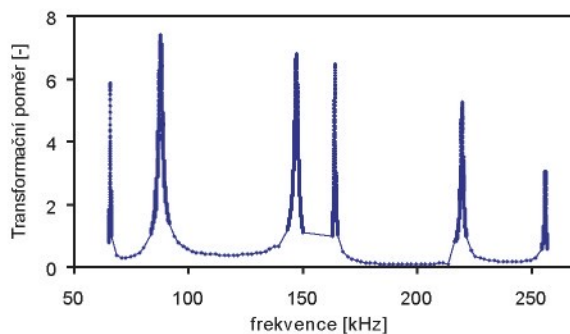


(c)

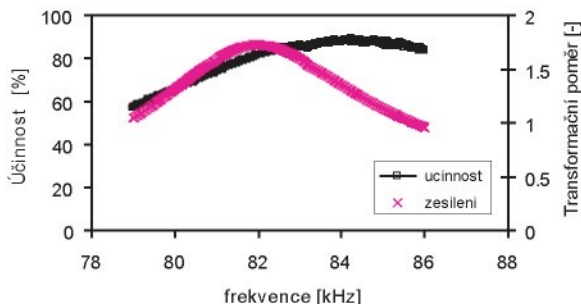
Obr. 9 Závislost zesílení diskového PT typu ring-dot na PPE, základní rezonanční frekvence, amplituda vstupního napětí 1 V, zátěž: (a) 1 kΩ, (b) 10 kΩ, (c) bez zátěže



Obr. 10 Závislost relativního posunu frekvence diskového PT typu ring-dot na zátěži (průměr 25 mm, $PPE = 0,30$, základní rezonanční frekvence, amplituda vstupního napětí 1 V)



Obr. 11 Průběh zesílení diskového PT typu disk-PS v závislosti na frekvenci ($PPE = 1$, zátěž 10 kΩ, amplituda vstupního napětí 1 V)

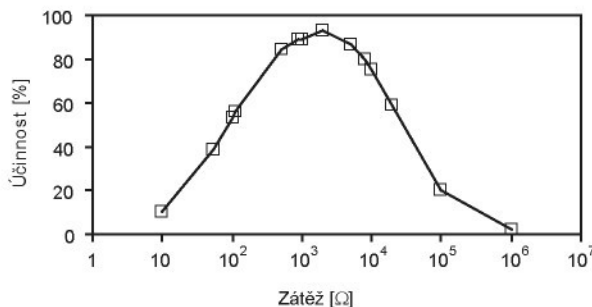


Obr. 12 Průběh účinnosti a zesílení diskového dvojitého PT typu ring-dot v blízkosti základní rezonanční frekvence ($PPE = 2$, zátěž 872Ω , amplituda vstupního napětí 10 V)

kde PT dosahují maxima zesílení. Relativní posun se snižující se hodnotou impedance zátěže je malý pro nízké PPE u PT typu *disk-PS* a pro vysoké PPE u prstencových PT. U všech PT byl zjištěný posun menší než 10 % v rozsahu zátěží od 10Ω do $10 M\Omega$.

Prstencové, tyčinkové a PT typu *disk-PS* vykazují maximum účinnosti v relativně úzké oblasti v okolí dané rezonance (oblast maxima účinnosti pokrývá typicky několik desítek Hz). U dvojitých diskových PT je toto pásmo široké několik stovek Hz (typicky 800 Hz až 1 kHz, Obr. 12). Největší frekvenční rozsah (z hlediska maxima účinnosti) vykazují diskové PT typu *ring-dot*, u kterých je účinnost $> 90 \%$ v zóně široké 1,5-2,5 kHz. U všech studovaných PT je frekvence, na které je dosaženo maxima účinnosti, vyšší než frekvence, při níž nabývá maximální hodnoty transformační poměr. Při kmitech na frekvencích blíže k antirezonanční frekvenci daného módu by mělo docházet k nižším ztrátám [22]. Dvojité diskové PT vykazují maximum účinnosti typicky na frekvenci o 2 kHz větší (ostatní PT o několik desítek až stovek Hz) než je frekvence příslušející největšímu zesílení.

V závislosti na zátěži se u všech PT mění účinnost (Obr. 13). Existuje úzká oblast optimálních hodnot zátěže, při kterých nabývá účinnost maxima. Ze studovaných PT dosáhly největší účinnosti (přes 95 %) diskové PT typu *ring-dot*. Hranici 90 % účinnosti překonaly také dvojité diskové PT typu *ring-dot*, ostatní mají účinnost nižší (80-87 %). Výjimkou jsou tyčinkové PT, které vykazují pouze 68 % účinnost. Pro impedance R_c dosahovaly větší účinnosti než pro impedance R_r , ve většině případů se ale nejednalo o největší zjištěnou účinnost (vyjma PT typu *disk-PS* a prstencových PT). Je však nutno podotknout, že použitá metoda měření byla zatížena velkou



Obr. 13 Závislost účinnosti diskového dvojitého PT typu ring-dot na zátěži ($PPE = 2$, základní rezonanční frekvence, amplituda vstupního napětí 10 V)

chybou způsobenou zejména malým úbytkem napětí na měřicím odporu (minimálně 23 %).

Transformační poměr i relativní posun frekvence jsou závislé také na amplitudě budícího signálu. Zvýšení amplitudy budícího signálu z 1 V na 10 V má za následek pokles zesílení naprázdno asi o 30 % (pro zátěže $< 10 \text{ k}\Omega$ je tento pokles $< 10 \%$) a relativní posun frekvence v řádu 10^{-3} (u některých typů transformátorů je srovnatelný s posunem frekvence vlivem impedanční zátěže). Zde se projevuje nelinearita vlastností piezoelektrických materiálů, která je v teoretických modelech zanedbána.

Na sledované parametry má u všech PT ve skutečnosti vliv také velikost mezer oddělujících vstupní a výstupní části. V teoretických modelech však není tento aspekt zahrnut.

4 Závěr

Piezoelektrické transformátory nacházejí uplatnění v moderních elektronických zařízeních díky svým vlastnostem. Návrhy PT vycházející z Rosenova typu odstraňují jeho konstrukční nedostatky. Nové typy PT, využívající jiných módů kmitů, mají srovnatelné nebo lepší vlastnosti. Některé materiálové parametry bývají větší než ostatní (např. $k_p > k_{31}$) - vybuzení kmitů jejich prostřednictvím je výhodnější z hlediska dosahovaných zesílení, výkonu a účinnosti. Využitím vyšších harmonických frekvencí příslušného módu kmitů lze přesunout nežádoucí koncentrace mechanického napětí do míst, kde nevadí nebo jsou vhodnější např. pro umístění vodičů či uchycení. Transformační poměr, výstupní výkon a účinnost uvedených PT nabývají maxima v blízkosti rezonanční frekvence PT. Transformační poměr a frekvence, na které dosahuje PT maxima transformačního poměru, klesají s narůstajícím odporem zátěže.

V práci byly odvozeny analytické modely existujících PT (diskový *ring-dot*) i nově navržených PT (tyčinkový, diskový dvojitého typu *ring-dot*). Platnost modelů je omezena vybraným módem kmitu, geometrií PT (při určitých rozměrech vstupní a výstupní části již nemusí být splněny podmínky pro daný mód kmitu a bylo by zřejmě vhodnější uvažovat kmity vázané) a materiálovými vlastnostmi (je uvažováno pouze lineární bezeztrátové chování PT). Modely byly ověřovány experimentálně. Ve většině případů předpovídá model dobře průběh sledovaných parametrů PT. Odlišnost absolutní velikosti od experimentálních dat je způsobena výše uvedenými limity platnosti analytických modelů.

Další nové typy PT (diskový typu *disk-PS* a prstencový dvou- a čtyřsegmentový) byly studovány pouze experimentálně. Na rozdíl od výše uvedených PT mají mnohem složitější spektrum rezonancí ve studovaném oboru frekvencí. Jejich použití v praxi je tak limitováno rozptýlením energie do více typů kmitů. Na druhou stranu to poskytuje více možností pro konkrétní aplikaci - využitím příslušné rezonance lze obejít jisté restriktce plynoucí z obtížnosti výroby (např. prakticky nepoužitelné rozměry PT pracujícího na základní rezonanci, složitá struktura polarizace, nutnost aplikace vícevrstvé struktury). Všechny typy studovaných PT jsou homogenně polarizované ve směru tloušťky a nevyžadují tak náročné technologické výrobní postupy.

Analytické modely lze použít k optimalizaci designu vybraných typů PT. Pro optimalizaci pro konkrétní aplikaci by však bylo třeba znát provozní frekvenci, elektrické napětí a impedanci zátěže. V reálné situaci jsou, oproti modelu, vstupní a výstupní části odděleny mezerami konečné šířky. Vzhledem k její velikosti, zejména ve vztahu k tloušťce PT, by zahrnutí mezer do modelu zřejmě ve většině případů vyžadovalo uvažování vázaných kmitů. Model diskového dvojitého PT typu *ring-dot* však již nyní nabízí optimalizaci rozmístění elektrod vstupní a výstupní části.

Literatura

- [1] C. A. Rosen: *Electromechanical transducer*, US Patent Specification 2830274 (1958)
- [2] H. Kawai et al.: *High power transformer employing piezoelectric ceramics*, Jpn. J. Appl. Phys. **35** (1996) 5015-5017
- [3] D. A. Berlincourt: *Piezoelectric transformer*, US Patent Specification 3764848 (1973)
- [4] P. Laoratanakul et al.: *Unipoled disk-type piezoelectric transformers*, Jpn. J. Appl. Phys. **41** (2002) 1446-1450
- [5] T. Futakuchi et al.: *Preparation of piezoelectric ceramic transformer operating in bending vibration mode*, Jpn. J. Appl. Phys. **38** (1999) 3596-3599
- [6] O. Onishi et al.: *Piezoelectric ceramic transformer operating in thickness extensional vibration mode for power supply*, IEEE Ultrason. Symp. (1992) 483-488
- [7] J. Du et al.: *Modeling and analysis of dual-output piezoelectric transformer operating at the thickness-shear vibration mode*, IEEE Trans. Ultrason., Ferroel., Freq. Contr. **53** (2006) 579-585
- [8] B. Koc et al.: *Design of a circular piezoelectric transformer with crescent-shaped input electrodes*, Jpn. J. Appl. Phys. **42** (2003) 509-514
- [9] N. Wong et al.: *A bilayer piezoelectric transformer operating in a bending vibration mode*, Mat. Sci. & Eng. **B99** (2003) 164-167
- [10] S. Kawashima et al.: *Third order longitudinal mode piezoelectric ceramic transformer and its application to high-voltage power inverter*, IEEE Ultrason. Symp. (1994) 525-530
- [11] G. Ivensky et al.: *Generic operational characteristics of piezoelectric transformers*, IEEE Trans. Power Electr. **17** (2002) 1049-1057
- [12] K. Uchino: *Ferroelectric devices*, Marcel Dekker (2000)
- [13] K.-T. Chang: *Transient Response Analysis of a Rosen-Type Piezoelectric Transformer and Its Applications*, IEEE Trans. Ultrason., Ferroel., Freq. Contr. **52** (2005) 1534-1545
- [14] J.S. Yang, X. Zhang: *Extensional vibration of a nonuniform piezoceramic rod and high voltage generation*, Int. J. Appl. Electromagn. Mechan. **16** (2002) 29-42
- [15] V. L. Karlash: *Influence of energy losses on the performance of a piezoelectric transformer plate*, Int. Appl. Mechan. **39** (2003) 987-992
- [16] V. L. Karlash: *Electroelastic characteristics of a piezoelectric transformer plate*, Int. Appl. Mechan. **39** (2003) 870-874

- [17] Y.-H. Hsu et al.: *Electrical and Mechanical Fully Coupled Theory and Experimental Verification of Rosen-Type Piezoelectric Transformers*, IEEE Trans. Ultrason., Ferroel., Freq. Contr. **52** (2005) 1829-1839
- [18] O. Štefan: *Obrysové kmity kruhových keramických rezonátorů*, Čs. čas. fyz. **A 20** (1970) 113-228
- [19] A. H. Meitzler et al.: *Definition and measurement of radial mode coupling factors in piezoelectric ceramic materials with large variations in Poisson's ratio*, IEEE Trans. Son. & Ultrason. **SU-20** (1973) 233-239
- [20] O. Štípek: *Piezoelektrické transformátory ve tvaru disku s radiálně dělenou elektrodou*, TU Liberec, bakalářská práce fakulty mechatroniky a mezipředmětových inženýrských studií, 2006
- [21] J. Kopal: *Piezoelektrické transformátory ve tvaru disku s klínovitě dělenou elektrodou*, TU Liberec, bakalářská práce fakulty mechatroniky a mezipředmětových inženýrských studií, 2006
- [22] K. Uchino, S. Hirose: *Loss mechanisms in piezoelectrics: How to measure different losses separately*, IEEE Trans. Ultrason., Ferroel., Freq. Contr. **48** (2001) 307-321

Seznam prezentací

PUBLIKACE

- P. Půlpán, J. Erhart: *Parametry piezoelektrických bimorfů*, Elektro, č. 3 (2002) 4-7
- P. Půlpán, J. Erhart: *Parametry piezoelektrických unimorfů*, Elektro, č. 1 (2005) 4-6
- P. Půlpán, J. Erhart: *Piezoelektrické transformátory*, Elektro, č. 1 (2006) 8-12

NEPUBLIKOVÁNO

- P. Půlpán, J. Erhart: Transforming ratio of "ring-dot" planar piezoelectric transformer (zasláno do Sensors and Actuators A)
- P. Půlpán, L. Rusin, J. Erhart: The influence of poling conditions on the PZT ceramics material properties (zasláno do J. European Ceramic Society)
- P. Půlpán, J. Erhart, O. Štípek: Analytical modeling of piezoelectric transformers (přijato ve Ferroelectrics)

ÚČAST NA KONFERENCÍCH

- ANSYS Users' Meeting, Čejkovice, 26.-27.9.2002, téma *Simulace piezoelektrických bimorfů a unimorfů* (ústní prezentace)
- 6th International Workshop on Electronics, Control, Measurement and Signals 2003, Liberec, 2.-4.6.2003, téma *Piezoelectric flexural structures* (ústní prezentace)
- Polar Oxides - Properties, Characterization and Imaging, Capri, 8.-11.2003, téma *The influence of poling conditions on the PZT ceramics material properties* (poster)
- 7th European Conference on Applications of Polar Dielectrics, Liberec, 6.-9.9.2004, téma *Design and properties of piezoelectric transformers* (poster)
- EUROMAT 2005: European Congress on Advanced Materials and Processes, Praha, 5.-8.9.2005, téma *Piezoceramic transformers based on planar vibrations* (poster)
- 8th European Conference on Applications of Polar Dielectrics, Metz, 5.-8.9.2006, téma *Analytical modeling of piezoelectric transformers* (poster)

Petr Půlpán

Piezelektrické transformátory využívající planárních módů
Autoreferát dizertační práce

Technická univerzita v Liberci
Fakulta pedagogická

Náklad 20 výtisků

říjen 2006

TECHNICKÁ UNIVERZITA V LIBERCI

Fakulta pedagogická



DOKTORSKÁ DIZERTAČNÍ PRÁCE

**Piezoelektrické transformátory
využívající planárních módů**

2006

Petr Půlpán

TECHNICKÁ UNIVERZITA V LIBERCI

Fakulta pedagogická

Piezoelektrické transformátory využívající planárních módů

Petr Půlpán

Studijní program: Aplikované vědy v inženýrství, P 3901

Studijní obor: Fyzikální inženýrství, 3901V012

Pracoviště: Katedra fyziky
Fakulta pedagogická
Technická univerzita v Liberci
Hálkova 6, 461 17 Liberec 1

Školitel: Doc. Mgr. Jiří Erhart, Ph.D.

Rozsah dizertační práce

Počet stran:	80
Počet příloh:	3
Počet obrázků:	76
Počet tabulek:	5
Počet vzorců:	105

říjen 2006

Abstrakt

Piezelektrické transformátory (PT) využívají k přeměně střídavého elektrického napětí nepřímého piezelektrického jevu na vstupu a přímého jevu na výstupu. Vstupní elektrická energie je přenášena na výstup pomocí mechanických vibrací v blízkosti rezonance PT. Oproti konvenčním elektromagnetickým transformátorům mají řadu výhod (zejména provoz bez elektromagnetického šumu a vysokou hustotu přenášeného výkonu). Obecně existují dva typy PT, z nichž jeden je postaven na jednoduché destičce a druhý využívá vícevrstevných technologií. Transformační parametry obou druhů závisí na konstrukci, provozní frekvenci a zátěži. Ačkoliv bylo navrženo a experimentálně ověřeno mnoho typů transformátorů, teoretické práce se v této problematice vyskytují zřídka.

V dizertační práci jsou odvozeny modely tří typů PT využívajících planárních kmitů jednoduché homogenně polarizované destičky (již existující diskový typu *ring-dot* a nově navržené tyčinkový a dvojité diskový). Modely, založené na teorii mechaniky kontinua, mají oproti simulacím pomocí náhradních obvodů výhodu ve větší komplexnosti poskytovaných informací (lze např. získat prostorové rozložení výchylek či mechanických napětí v PT). Teoretické modely jsou ověřovány experimentálně na vzorcích z tvrdé PZT keramiky. Dobrý souhlas modelů s experimentem je limitován použitými aproximacemi. Dále je v práci studován nový design diskových a prstencových transformátorů využívajících plošně střížných kmitů homogenně polarizované destičky.

Klíčová slova: piezelektrický transformátor, PZT keramika, planární kmit

Abstract

Piezoelectric transformers (PTs) are used for transformation of alternating electric voltage. PT is excited near its resonant frequency by converse piezoelectric effect in the input part. These vibrations are converted to electric signal by direct piezoelectric effect in the output. PTs show several benefits with respect to the electromagnetic transformers (e.g. high power density and electromagnetic noise free operation). In general, two classes of PTs can be recognized. The first one is based on single plate structure. The multilayer or multistack construction is implemented in the second type. Both classes of PTs can exhibit the transformation characteristics depending on the construction, operational frequency and load. Although experimental goal has been satisfied in most present studies, not many of them have addressed the theoretical background issues.

In this thesis, models of three PTs' types are derived (existing disk *ring-dot* design and newly proposed bar and dual disk designs). The level of information complexness, provided by models based on continuum theory, is higher than the level of models based on the equivalent circuit approach (e.g. the space distribution of displacement or stress in PT body). Theoretical models are experimentally tested on hard PZT ceramics samples. The models are in good agreement with experimental data to the extent limited by approximations employed. Furthermore, the new design of disk and ring PTs operating in-plane shear vibration mode is studied. All presented PTs utilize planar vibrations of homogeneously polarized single plate.

Keywords: piezoelectric transformer, PZT ceramics, planar vibrations

Resümee

Piezoelektrische Transformatoren (PTh) werden für die Umwandlung der elektrischen Wechselspannung benutzt. PTh werden nahe ihrer Resonanzfrequenz durch gegenteiligen piezoelektrischen Effekt im Eingangsteil erregt. Diese Erschütterungen werden in elektrisches Signal durch direkten piezoelektrischen Effekt im Ausgang umgewandelt. Im Gegenteil zu den elektromagnetischen Transformatoren weisen PTh einige Vorteile auf (z.B. hohe Leistungsdichte und elektromagnetischer lärmfreier Betrieb). Zwei Kategorien der PTh können im allgemeinen erkannt werden. Das erste beruht sich auf simpler Plattenstruktur. Der mehrschichtige Aufbau ist in der zweiten Art eingeführt. Beide Kategorien der PTh können die Umwandlungseigenschaften abhängig von dem Aufbau, der Betriebsfrequenz und der Last aufweisen. Obwohl experimentelles Ziel in den meisten vorliegenden Untersuchungen erfüllt worden ist, haben nicht viele von ihnen den theoretischen Hintergrundpunkt angesprochen.

In dieser These werden die Modelle von drei Arten der PTh abgeleitet (vorhandener Scheibe *ring-dot* Design und neu vorgeschlagener Stange und Doppelscheibe Designs). Das Niveau von Informationskomplexität, vorausgesetzt durch die Modelle, die sich auf Kontinuumsmechanik beruhen, ist höher als das Niveau der Modelle, die sich auf der Ersatzschaltbildannäherung beruhen (z.B. die Raumverteilung der Versetzung oder der mechanischen Spannung im PT Körper). Theoretische Modelle werden experimentell auf harten PZT Keramikmuster geprüft. Die Modelle werden im Einverständnis mit experimentellen Daten im Umfang, der durch die eingesetzten Näherungswerte begrenzt ist. Ausserdem wird das neue Design der Scheibe und Ring PTh des funktionierenden Infläche Schererschütterung Modus studiert. Alle dargestellten PTh verwenden planare Erschütterungen der homogen polarisierten simplen Platte.

Indexwörter: piezoelektrischer Transformator, planare Erschütterungen,
PZT Keramik

Prohlášení

Byl(a) jsem seznámen(a) s tím, že na mou dizertační práci se plně vztahuje zákon č. 121/2000 Sb. o právu autorském, zejména § 60 - školní dílo.

Beru na vědomí, že Technická univerzita v Liberci (TUL) nezasahuje do mých autorských práv užitím mé dizertační práce pro vnitřní potřebu TUL.

Užiji-li dizertační práci nebo poskytnu-li licenci k jejímu využití, jsem si vědom povinnosti informovat o této skutečnosti TUL; v tomto případě má TUL právo ode mne požadovat úhradu nákladů, které vynaložila na vytvoření díla, až do jejich skutečné výše.

Dizertační práci jsem vypracoval samostatně s použitím uvedené literatury a na základě konzultací se školitelem.

V Liberci

.....

Petr Půlpán

Poděkování

Rád bych poděkoval svému školiteli doc. Mgr. Jiřímu Erhartovi, Ph.D. za trpělivost, cenné rady a připomínky k teoretické i experimentální práci, doc. Ing. Pavlu Rydlovi, Ph.D. a RNDr. Petru Hánovi, CSc. za vstřícnou pomoc při experimentální práci.

Petr Půlpán

Obsah

1	Úvod	15
1.1	Transformátory využívající jednoduché destičky	16
1.2	Vícevrstvé transformátory	21
1.3	Náhradní obvod PT	28
1.4	Analytické modely PT	33
2	Teoretické modely	36
2.1	Tyčinkový transformátor	36
2.2	Diskový <i>ring-dot</i> transformátor	41
2.3	Dvojitý diskový <i>ring-dot</i> transformátor	45
3	Experiment a diskuze výsledků	49
3.1	Design PT	49
3.2	Diskuze výsledků	52
3.2.1	Tyčinkový PT	52
3.2.2	Diskový PT typu <i>ring-dot</i>	57
3.2.3	Dvojitý diskový PT typu <i>ring-dot</i>	60
3.2.4	Diskový PT typu <i>disk-PS</i> a prstencové PT	66
3.3	Srovnání testovaných PT	66
4	Závěr	79
	Literatura	81
A	Přílohy	I
A.1	Transformace do válcových souřadnic	I
A.2	Dodatky měření	III
A.2.1	Kalibrace měřicího odporu	III
A.2.2	Popis řídicích programů	V
A.3	Seznam prezentací	X

1 Úvod

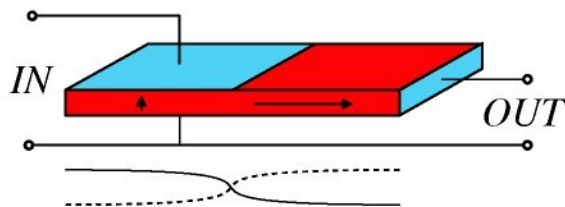
Piezelektrické transformátory (PT) jsou určeny k transformaci střídavých elektrických napětí. PT je buzen na rezonanční frekvenci pomocí nepřímého piezelektrického jevu ve vstupní části. Za předpokladu dostatečného koeficientu elektromechanické vazby lze očekávat velké mechanické kmity. Tyto kmity jsou pak převedeny na elektrický signál pomocí přímého piezelektrického jevu na výstupu. Tvar PT a elektrod (vzhledem ke směru polarizace) určuje příslušný mód kmitu. Ve srovnání s elektromagnetickými transformátory mají PT řadu výhod:

- malé rozměry
- vyšší účinnost ($> 90 \%$) při stejném poměru výkonu k objemu
- absence elektromagnetického šumu
- nehořlavost

Tyto aspekty rostou na významu v souvislosti s vysokým stupněm integrace a miniaturizace moderní elektroniky. PT tak nacházejí uplatnění v měničích AC-AC nebo AC-DC, v řídicích jednotkách fluorescenčních lamp se studenou katodou (např. podsvětlení displejů z tekutých krystalů), mohou být integrovány s piezelektrickými motory atd. AC-DC aplikace (zdroje stejnosměrného napětí, rychlé regulátory) zeslabujících PT využívají usměrňovacích prvků nebo častěji techniky vysokofrekvenčního spínání (klasické elektromagnetické transformátory ztrácejí účinnost při vysokých frekvencích - ztráty v jádře - za podmínek současné minimalizace rozměrů).

Obecně lze rozdělit PT do dvou tříd. První typ je založený na jednoduché destičce, vícevrstvá (*multilayer a multistack*) struktura je implementována v PT druhého typu. Provozní parametry jsou ovlivněny využitím různých módů kmitů. Pracovní mód pak určuje systém elektrod, směry polarizace a tvar PT. Oba typy PT mohou mít zesílení elektrického napětí (podíl výstupní/vstupní napětí) větší nebo menší než 1 v závislosti na konstrukci, pracovní frekvenci a zátěži. Mezi faktory limitující použití PT pro výkonové aplikace patří generování tepla. Nárůst teploty PT vede ke změně jeho materiálových vlastností a tím k degradaci provozních parametrů. Přílišným zahřáním PT pak může dojít k jeho mechanickému poškození. Materiál vhodný pro PT by měl splňovat tyto požadavky:

- vysoké koeficienty elektromechanické vazby (velké zesílení)



Obr. 1.1 Piezoelektrický transformátor - Rosenův typ se znázorněním podélné výchylky, podle [1]

- vysoká mechanická jakost Q_m (stabilita kmitočtu, účinnost, snížení generování tepla)
- vysoká elektrická jakost Q_e (snížení generování tepla, malá závislost permitivity (impedance) na frekvenci)
- vysoká Curieova teplota T_C (možnost práce na vyšších teplotách)

Tyto důvody a požadavky na vyšší zesílení, případně vyšší hustotu výkonu vedly k návrhům mnoha nových designů PT. Hodnotícími parametry PT jsou zesílení vstupního elektrického napětí, výstupní výkon (resp. hustota výstupního výkonu jako podíl výstupního výkonu a objemu PT) a účinnost (jako podíl výstupního a vstupního výkonu).

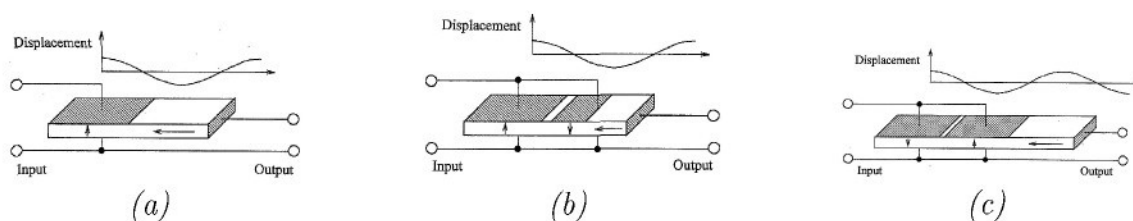
S prvním technicky použitelným návrhem PT přišla v roce 1954 skupina C. A. Rosena (Obr. 1.1) [1]. Podélné kmity tyčinky, jejichž polovina vlnové délky je rovna celkové délce tyčinky, jsou vybudeny pomocí nepřímého piezoelektrického jevu působením harmonického elektrického pole ve vstupní části. Prostřednictvím přímého piezoelektrického jevu je na výstupní elektrodě generován náboj. Poněvadž je směr vibrací kolmý na směr působícího elektrického pole, je využito příčného koeficientu elektromechanické vazby (k_{31}). Ve výstupní části mají kmity směr rovnoběžný se směrem polarizace, a proto je uplatňován podélný koeficient elektromechanické vazby (k_{33}).

První výrobky však měly problémy se spolehlivostí kvůli velkým elastickým napětím uprostřed transformátoru (jednak koncentrace zbytkových elastických napětí na rozhraní oblastí s různou polarizací a také maximální elastické napětí indukované v uzlu vibrací). Z tohoto důvodu docházelo často k mechanickému poškození transformátoru.

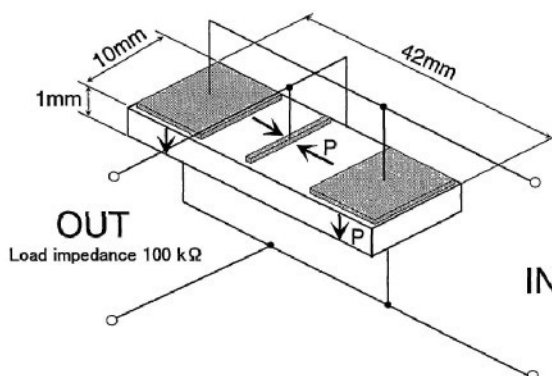
Za účelem odstranění nežádoucí koncentrace mechanických napětí v nevhodném místě PT Rosenova typu se dají aplikovat různé modifikace. Jiným uspořádáním elektrod, případně polarizace lze vybudit vyšší řády podélných kmitů.

1.1 Transformátory využívající jednoduché destičky

Obdélníkové destičky z keramiky $Pb[(Ni, Zn)_{1/3}Nb_{2/3}]O_3 - Pb(Zr, Ti)O_3 - MnO_2$ jsou polarizovány podle Obr. 1.2 [2, 3]. Typ A má rozměry 26,4x7,6x1 mm³, typ



Obr. 1.2 Střídavě polarizované PT včetně rozložení výchylky: (a) Rosenův typ pracující v λ módu, (b) střídavě polarizovaný PT - typ A, (c) střídavě polarizovaný PT - typ B, převzato z [3]

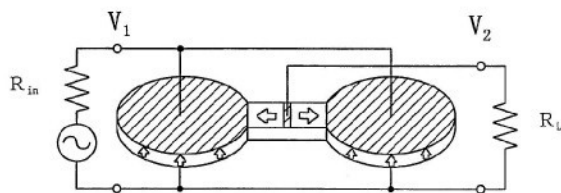


Obr. 1.3 Výkonová modifikace Rosenova typu PT - tvar elektrod a zapojení, převzato z [4]

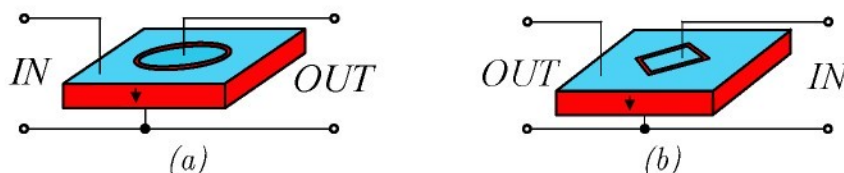
B $39,6 \times 7,6 \times 1 \text{ mm}^3$. Typ A má dva páry vstupních elektrod - jeden dlouhý $\lambda/2$, druhý téměř $\lambda/4$ (Obr. 1.2(b)). Typ B má dva páry vstupních elektrod dlouhých $\lambda/2$ (Obr. 1.2(c)). Elektrody jsou uspořádány stejně na vrchní i spodní straně PT. Tyto PT dosahují zesílení 15, účinnosti $> 95 \%$ a hustoty výstupního výkonu 130 W/cm^3 .

Modifikace Rosenova typu, umožňující větší přenášený výkon, byla navržena v [4, 5] (Obr. 1.3). Pomocí soustavy elektrod (stejně na vrchní i spodní straně PT) je buzen třetí řád délkově-rozpínavých kmitů. Pro výrobu PT o rozměrech $42 \times 10 \times 1 \text{ mm}^3$ byla použita keramika $[Pb(Mn_{1/3}Sb_{2/3})O_3]_{1-x-y} - [PbZrO_3]_x - [PbTiO_3]_y$. Nejmenšího zvýšení teploty při daném výstupním výkonu je dosaženo při složení $x = 0,47$ a $y = 0,43$. Při zátěži $100 \text{ k}\Omega$ dosahuje tento PT výkonu 26 W/cm^3 .

Podobná konstrukce PT byla navržena v [6, 7] (Obr. 1.4). Využívá základního módu radiálních kmitů disku ve vstupní části a podélných kmitů na výstupu. Vstupní impedance je tudíž nízká a je navíc snížena paralelním zapojením disků. V závislosti na délce výstupního elementu a zátěži dosahuje zesílení > 70 (až 170), přičemž účinnost je $> 90 \%$ v blízkosti rezonanční frekvence celé kompozitní struktury. Za podmínky maximálního nárůstu teploty o 20°C může být hustota přeneseného výkonu $> 7 \text{ W/cm}^3$. Těchto parametrů dosahuje PT o tloušťce 1 mm , s průměrem disků $16,7 \text{ mm}$, délkou a šířkou výstupního elementu $17,5 \text{ mm}$ a $5,98 \text{ mm}$.



Obr. 1.4 PT využívající radiální kmitů disku a vazebného prvku, převzato z [6]



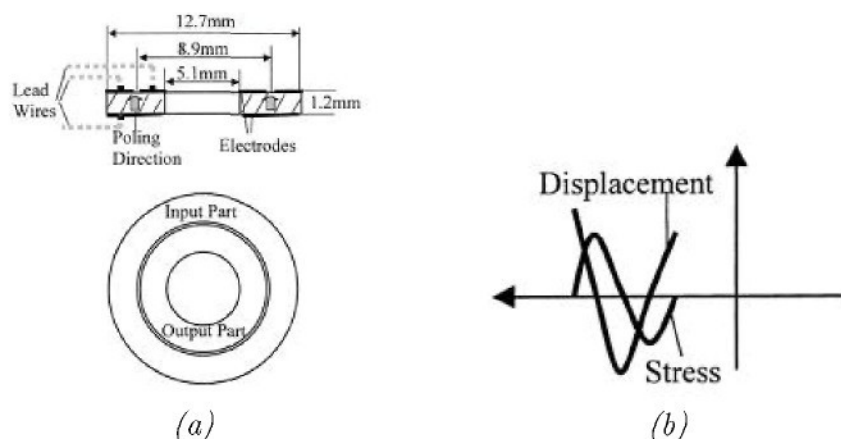
Obr. 1.5 PT typu ring-dot: (a) s kruhovou střední elektrodou, (b) s pravoúhlou střední elektrodou, podle [9, 10]

S návrhem PT typu *ring-dot*, využívajících planárních kmitů destičky, přišel D. A. Berlincourt [8]. Jejich výhodou proti PT Rosenova typu je jednoduchost struktury polarizace - většina těchto PT je polarizována homogenně ve směru tloušťky. Vstupním elektrickým napětím jsou buzeny obrysové kmity - využívá se tedy planárního koeficientu elektromechanické vazby. Na čtvercové destičce homogenně polarizované ve směru tloušťky jsou naneseny elektrody dle Obr. 1.5(a) - střední kruhová výstupní elektroda je oddělena od vnější prstencové vstupní elektrody úzkou mezerou [9]. Na spodní straně je plná společná elektroda. PT o rozměrech $31,5 \times 31,5 \times 2,5 \text{ mm}^3$ je vyroben z keramiky $Pb(Ni_{1/2}W_{1/2})O_3 - Pb(Mn_{1/3}Nb_{2/3})O_3 - Pb(Zr, Ti)O_3$. Tato konstrukce umožňuje dosáhnout zesílení 10, účinnosti 97 % a hustoty výstupního výkonu 11 W/cm^3 . Variantu PT ve tvaru čtvercové destičky představuje návrh s pravoúhlou centrální elektrodou (Obr. 1.5(b)) [10]. Destička z keramiky *PSN-PZT* o rozměrech $27,5 \times 27,5 \times 2,5 \text{ mm}^3$ je polarizovaná ve směru tloušťky. Keramika *PSN-PZT* má složení

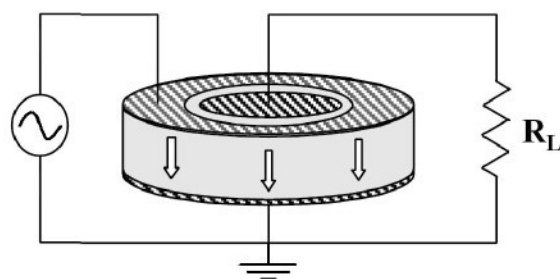
$$PSN - PZT = 0,03Pb(Sb_{1/2}Nb_{1/2})O_3 - 0,97Pb(Zr_{0,495}Ti_{0,505})O_3 + \\ 0,5wt \% PbO + 0,3wt \% MnO.$$

PT s pravoúhlou centrální elektrodou (Obr. 1.5(b)) dosahuje oproti PT s kruhovou elektrodou (Obr. 1.5(a)) vyššího výkonu a účinnosti (zesílení > 5 , účinnost $> 98 \%$, hustota výstupního výkonu 17 W/cm^3).

Prstencový PT (Obr. 1.6) pracuje na třetím řádu radiálně rozpínavých kmitů kvůli lepšímu rozložení mechanického napětí [11] (Obr. 1.6(b)). PT o vnějším průměru 12,7 mm, vnitřním průměru 5,1 mm a tloušťce 1,2 mm je vyroben z *PZT* keramiky. Vrchní stranu pokrývají dvě koncentrické prstencové elektrody (vstupní vnější a výstupní vnitřní) oddělené úzkou mezerou (Obr. 1.6(a)). Spodní strana je celá pokryta společnou elektrodou. Prstencový PT tak dosahuje zesílení 1,9, účinnosti



Obr. 1.6 Prstencový PT: (a) tvar elektrod, (b) rozložení mechanického napětí a výchylky, převzato z [11]



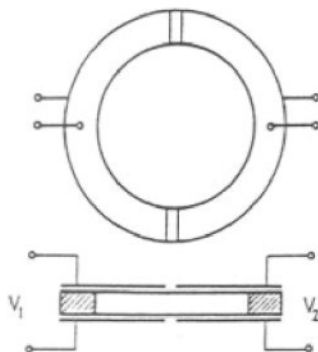
Obr. 1.7 Homogenně polarizovaný diskový PT typu ring-dot, převzato z [12]

$> 92 \%$ a hustoty výkonu 14 W/cm^3 . Paralelním spojením dvou prstencových PT lze dosáhnout výkonu $3,2 \text{ W}$.

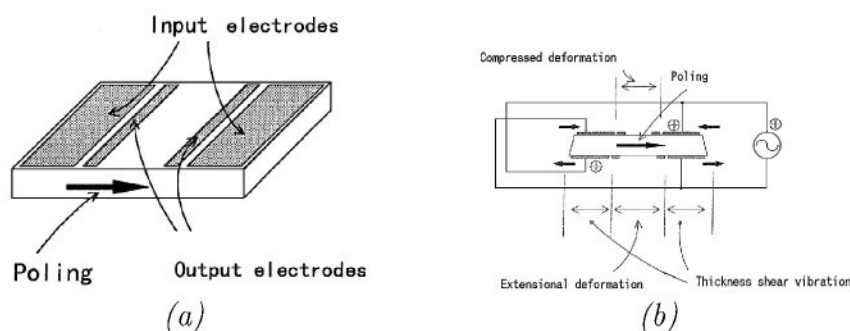
Homogenně polarizovaný diskový PT typu *ring-dot* byl navržen v [12]. Je vyrobený z *PZT* keramiky (typ APC 841) a polarizovaný podél tloušťky (Obr. 1.7). Na vrchní straně je centrální kruhová elektroda oddělena úzkou mezerou od vnější prstencové elektrody. Spodní stranu zcela pokrývá společná elektroda. PT je provozován na základním módu planárních kmitů. PT o průměru $23,6 \text{ mm}$, tloušťce 1 mm dosahuje zesílení až 60 , účinnosti $> 98 \%$ a hustoty výstupního výkonu 18 W/cm^3 .

Prstencový PT s elektrodami dělenými podle (Obr. 1.8), homogenně polarizovaný ve směru tloušťky, použili autoři [13] ke studiu nelinearit piezoelektrických a mechanických vlastností piezoelektrické keramiky. Nezatížený PT dosahoval zesílení až 30 při budícím poli 1 V/mm a poměru ploch elektrod 1 . Pro vysoké budící pole (asi 12 V/mm) došlo k poklesu zesílení asi na 6 .

PT pracující v ohybovém módu je znázorněn na Obr. 1.9. Destička o rozměrech $10 \times 12 \times 2 \text{ mm}^3$, homogenně polarizovaná ve směru délky, je vyrobena z keramiky $\text{Pb}[\text{Zr}_{0,48}\text{Ti}_{0,42}(\text{Mn}_{1/3}\text{Nb}_{2/3})_{0,1}]\text{O}_3$ [14]. Elektrody jsou nanášeny shodně na vrchní i spodní straně podle Obr. 1.9. Ohybové kmity vznikají kombinací dvou tloušťkově-střížných kmitů opačné polarizace na vstupu a délkově-rozpínavých kmitů na výstupu



Obr. 1.8 Prstencový PT, převzato z [13]



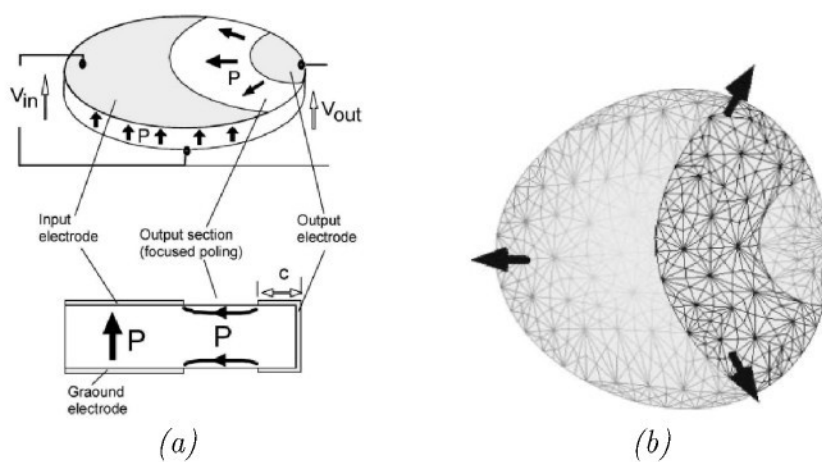
Obr. 1.9 PT pracující v ohybovém módu: (a) tvar elektrod, (b) zapojení a typy deformace, převzato z [14]

Obr. 1.9(b). Tento PT poskytuje zesílení až 25, účinnosti $> 80 \%$ a hustoty výstupního výkonu $0,2 \text{ W/cm}^3$.

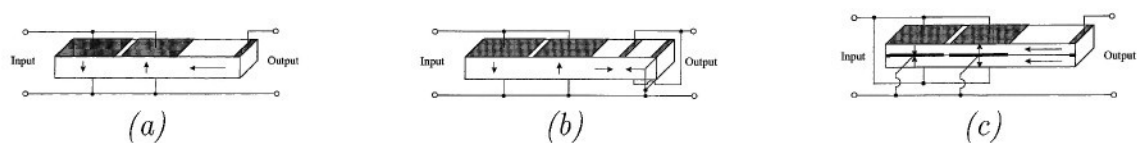
Tloušťkově-střížných kmitů destičky využívá návrh PT s více výstupy [15, 16, 17]. Obdélníková destička je polarizována homogenně ve směru šířky. Elektrody jsou nanášeny dle Obr. 1.10, spodní elektroda je společná. PT o rozměrech $120 \times 20 \times 4 \text{ mm}^3$ je vyroben z *PZT* keramiky. Zesílení obou typů (dvouvýstupový PT-A, Obr. 1.10(a); třívýstupový PT-B, Obr. 1.10(b)) je < 1 při zátěži rovné impedanci výstupu. Typ PT-A dosahuje hustoty celkového výstupního výkonu 10 W/cm^3 a účinnosti $> 98 \%$, typ PT-B pak výkonu $6,5 \text{ W/cm}^3$ a účinnosti $> 95 \%$. Největšího výstupního výkonu lze dosáhnout na výstupu 1 u typu PT-A (Output 1 - Obr. 1.10(a)) a na výstupu 3 u typu PT-B (Output 3 - Obr. 1.10(b)).

Dalším příkladem PT Rosenova typu je uspořádání do tvaru prstence (Obr. 1.11(a)), který pracuje v módu tečných kmitů [1]. Zejména z důvodu obtížnosti výroby se o tomto PT v dostupné literatuře nevyskytují další informace. Drobnou modifikaci (Obr. 1.11(b)), dosahující zesílení 13, předvedli autoři v [18].

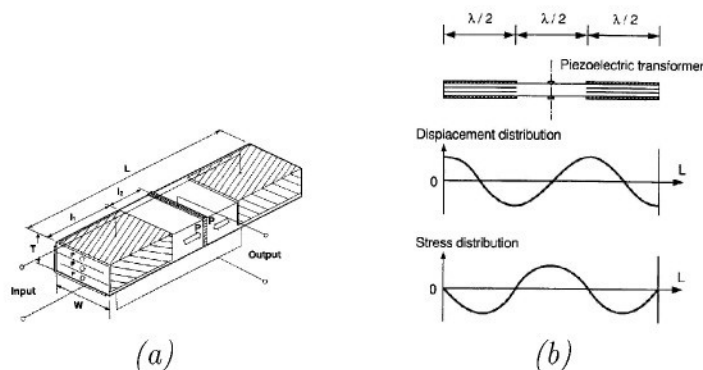
Mezi speciální PT Rosenova typu patří transformátor pracující na frekvenci radiálních kmitů disku, jenž byl navržen v [19] (Obr. 1.12). Disk z *PZT* keramiky (APC 841) o průměru 25,4 mm a tloušťce 1 mm je polarizován dle Obr. 1.12(a). Vstupní elektroda má tvar půlměsíce, výstupní je eliptická. Využívá koeficientů elektromecha-



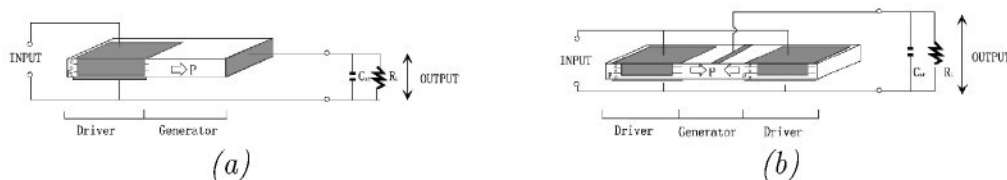
Obr. 1.12 PT s elektrodami ve tvaru půlměsíce: (a) tvar elektrod a zapojení, (b) tvar PT ve smykovém módu - expanze, převzato z [19]



Obr. 1.13 (a) Jednovrstvý střídavě polarizovaný PT (APT1-t), (b) jednovrstvý střídavě polarizovaný PT-modifikace (BAPT1-t) (c) vícevrstvý střídavě polarizovaný PT (APT2-t), převzato z [23]



Obr. 1.14 Vícevrstvý PT pracující na třetím řádu podélných kmitů: (a) tvar elektrod a zapojení, (b) rozložení výchylky (uprostřed) a mechanického napětí (dole), převzato z [21]

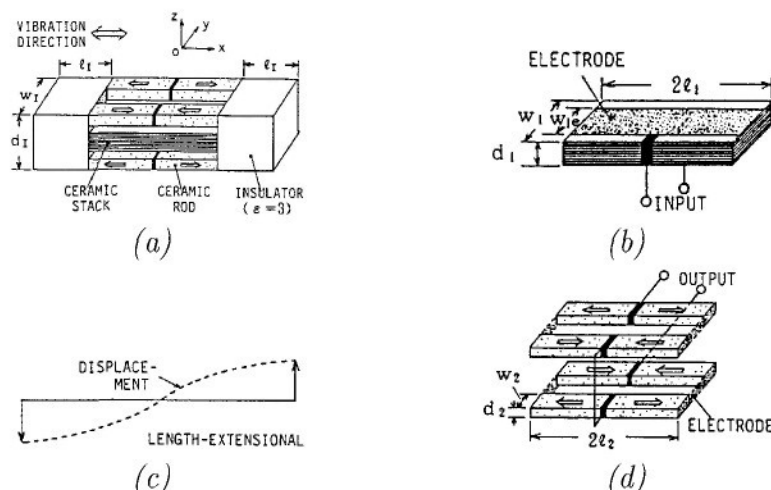


Obr. 1.15 Vícevrstvý PT pracující na (a) druhém, (b) třetím řádu podélných kmitů, převzato z [22]

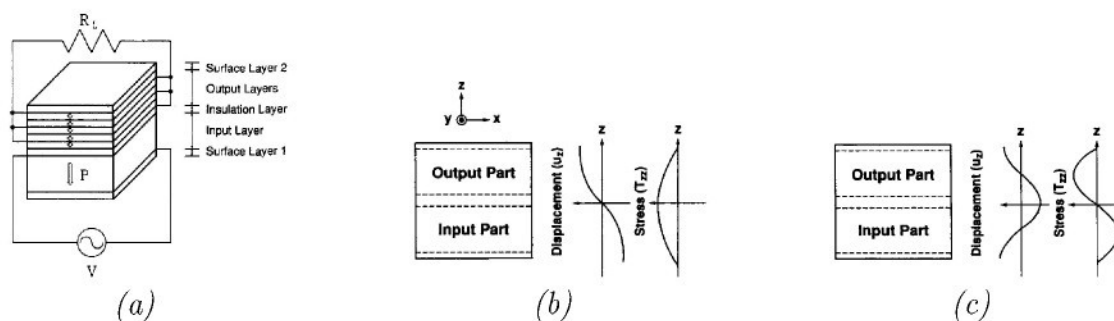
na obou koncích, výstupní elektroda je uprostřed. PT je rozdělen na tři stejně dlouhé ($\lambda/2$) části tak, že na rozhraní tloušťkové a podélné polarizace je nulové mechanické napětí (Obr. 1.14(b)). Zesílení může být až 40, účinnost $> 95 \%$ a hustota výstupního výkonu $5,5 \text{ W/cm}^3$ při rozměrech $42,86 \times 10 \times 1,26 \text{ mm}^3$.

Pro posouzení vlivu počtu vrstev byly zkoumány další PT využívající podélných kmitů [22]. Strukturu uvažovaných PT ilustruje Obr. 1.15. PT o rozměrech $20 \times 6 \times 0,9 \text{ mm}^3$ (jedno- a devítivrstvý) pro druhý řád (první typ) a $27 \times 4,5 \times 0,9 \text{ mm}^3$ (jedno- a sedmivrstvý) pro třetí řád (druhý typ) podélných kmitů jsou vyrobeny z keramiky NEPEC 8 (Tokin). Zesílení těchto PT je lineárně závislé na počtu vrstev. PT druhého typu vykazuje o asi 25 % větší zesílení než PT prvního typu při stejném počtu vrstev. Maximální hodnoty účinnosti dosahují 85 % a 95 % a hustoty výstupního výkonu $> 13 \text{ W/cm}^3$ a $> 32 \text{ W/cm}^3$, popořadě pro první a druhý typ, odpovídají zátěži $50 \text{ k}\Omega$ (zesílení obou typů PT je asi 50).

Pro aplikace vyžadující PT s velkým zesílením byl vyvinut transformátor kombinující vícevrstvou strukturu na vstupu a několik homogenních destiček na výstupu (Obr. 1.16) [24]. Skládá se z pěti piezokeramických bloků vlepených mezi dva bloky izolátoru na obou koncích. Celý PT pracuje v základním délkově-rozpínavém módu (Obr. 1.16(c)). Střední vstupní vícevrstvý blok (Obr. 1.16(b)) má elektrody vrstev propojeny paralelně (vrstvy jsou polarizovány ve směru tloušťky), struktura výstupní části je na Obr. 1.16(d) s vyznačenými směry polarizace podél délky (bloky jsou zapojeny v sérii). PT o rozměrech (v mm) $2l_1 = 40$, $w_1 = 15$, $w_{1e} = 11$, $d_1 = 7$, $2l_2 = 40$,



Obr. 1.16 PT s velkým zesílením: (a) celková konstrukce, (b) konstrukce vstupní části, (c) rozložení výchylky, (d) konstrukce výstupní části, převzato z [24]

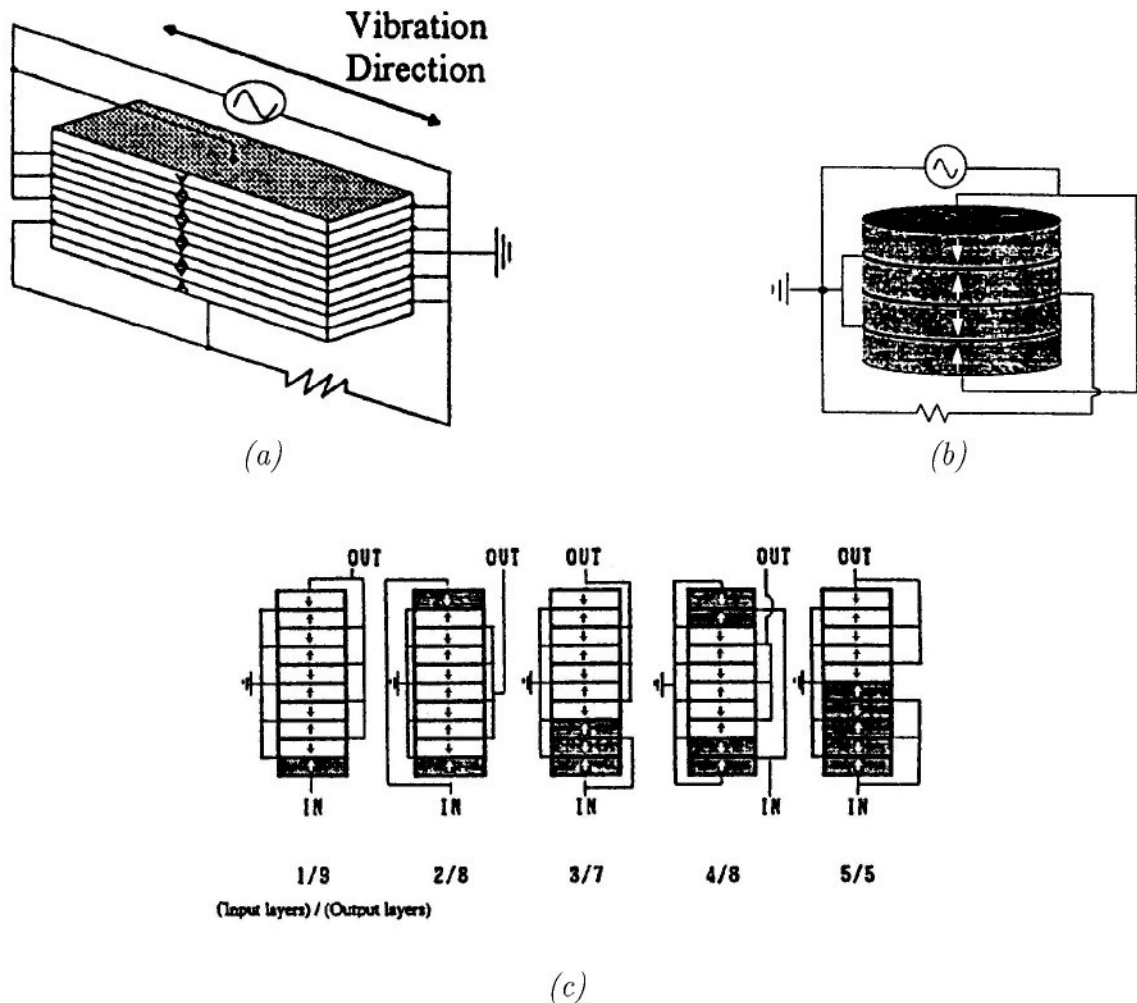


Obr. 1.17 PT pracující v tloušťkově rozpínavém módu: (a) tvar elektrod a zapojení, (b) rozložení výchylky a mechanického napětí v základním ($\lambda/2$) módu, (c) rozložení výchylky a mechanického napětí ve druhém (λ) módu, převzato z [25]

$w_2 = w_{2e} = 5$, $d_2 = 5$, $l_I = 11$, $w_I = 15$, $d_I = 23$ dosahuje zesílení 500-2000 při zátěži 10 M Ω .

Tloušťkově-rozpínavých kmitů je využito v PT na Obr. 1.17 [25]. Pro výrobu PT o rozměrech 15x15x2,2 mm³ byla použita keramika $PbTiO_3$ (vykazuje velkou anizotropii koeficientů k_t a k_p , která je výhodná pro potlačení nežádoucích kmitů v blízkosti tloušťkově-rozpínavého módu). Vstupní část jednovrstvá, výstupní vícevrstvá se střídajícím se směrem polarizace - tloušťka výstupní vrstvy by měla být větší než tloušťka vstupní vrstvy. PT je provozován na druhém řádu tloušťkově rozpínavých kmitů kvůli lepšímu rozložení mechanického napětí (Obr. 1.17(c)) - maximum napětí je uprostřed vstupní, resp. výstupní části a PT tak může dosáhnout větší účinnosti (účinnost > 80 %, hustota výstupního výkonu 16 W/cm³ při odpovídajícím zesílení 0,5).

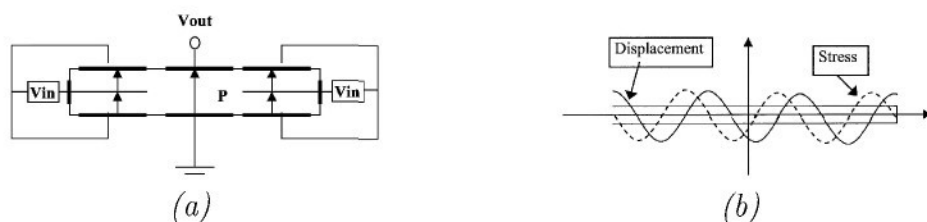
Příčného piezoelektrického jevu je využito v PT navržených v [26]. Autoři předlo-



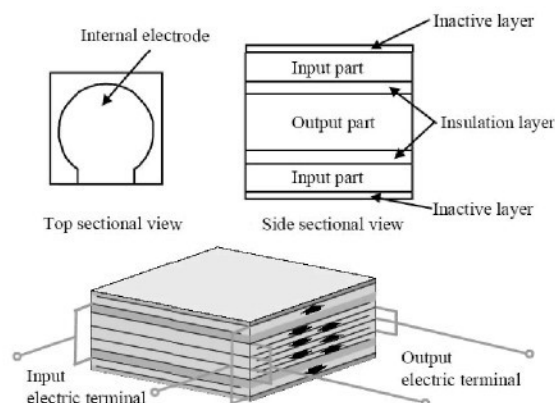
Obr. 1.18 PT využívající příčného piezoelektrického jevu: (a) délkově-rozpínavý mód, (b) planární mód, (c) konfigurace zapojení (dle poměru počtu vstupních a výstupních vrstev), převzato z [26]

žili PT pracující v délkově-rozpínavém (Obr. 1.18(a)) a planárním módu (Obr. 1.18(b)). Polarizace je kolmá na směr kmitů a využívá se tedy příčného piezoelektrického jevu (k_{31} a k_p). PT na Obr. 1.18(a) z PZT keramiky o rozměrech $31 \times 7 \times 1,8 \text{ mm}^3$ byl provozován v různých konfiguracích zapojení (Obr. 1.18(c)) v základní délkově-rozpínavém ($\lambda/2$) módu. Různou konfigurací zapojení a počtu vstupních vrstev lze snadno měnit jeho provozní parametry (zesílení až 2, účinnost $> 90 \%$, hustota výstupního výkonu 18 W/cm^3).

Konstrukci dvouvrstvého PT pracujícího v ohybovém módu ilustruje Obr. 1.19 [20]. Tyčinkový PT o rozměrech $32 \times 8 \times 1,2 \text{ mm}^3$ se skládá ze dvou PZT keramických destiček. Spodní i vrchní strana je pokryta třemi stejnými elektrodami oddělenými tenkou mezerou (Obr. 1.19(a)). Vnitřní elektrody ve vstupních částech jsou vyvedeny na oba konce PT, které slouží jako zemní pól vstupního napětí. Dvouvrstvé vstupní



Obr. 1.19 Dvouvrstvý PT pracující v ohybovém módu: (a) konstrukce a zapojení, (b) rozložení výchylky a mechanického napětí, převzato z [20]



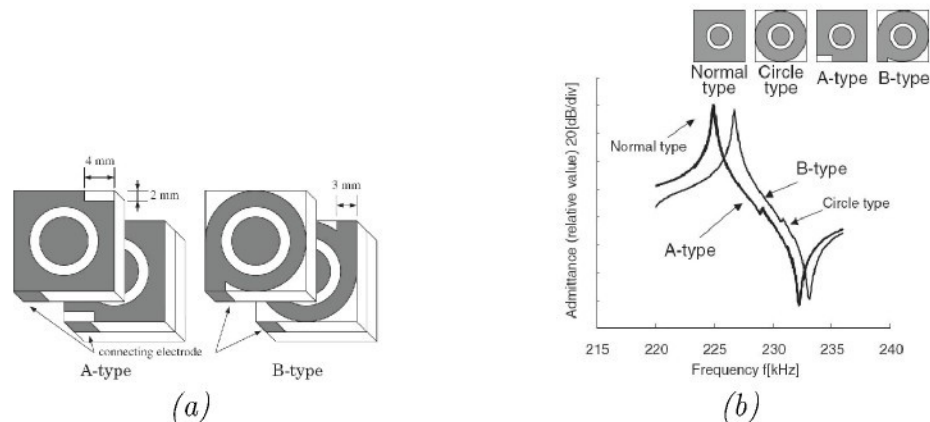
Obr. 1.20 Zeslabující PT v obrysově-rozpínavém módu, převzato z [27]

části jsou na obou koncích PT, výstupní část s jednovrstvou strukturou je uprostřed. Všechny části PT jsou polarizovány ve směru tloušťky. Ohyb vznikne složením kontrakce jedné a extenze druhé vrstvy. PT je provozován na takové frekvenci, aby se na délku PT vešly tři vlnové délky (Obr. 1.19(b)). V blízkosti výše zmíněné frekvence dosahuje PT zesílení 5, účinnosti $> 85 \%$ a hustoty výstupního výkonu $0,1 \text{ W/cm}^3$.

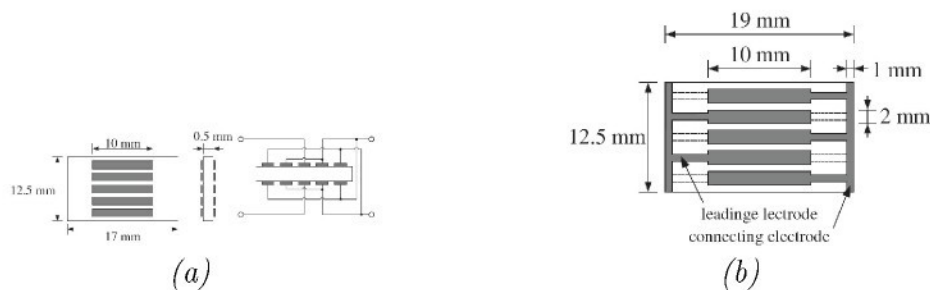
Struktura založená na základním obrysově-rozpínavém módu kmitů destičky je implementována v PT na Obr. 1.20 [27]. Pro výrobu PT o rozměrech $14 \times 14 \times 5,8 \text{ mm}^3$ byla použita keramika NEPEC 8 (Tokin). Střední výstupní vícevrstvá část je od vnějších jednovrstvých částí oddělena tenkými izolačními vrstvami. Rozdělení vstupní části na dva bloky s opačnou polarizací symetricky umístěných vzhledem k výstupní části zlepšuje potlačení nežádoucích ohybových kmitů. Maximu účinnosti $> 96 \%$ a hustoty výkonu 23 W/cm^3 odpovídá zesílení 0,4.

Speciální tvary elektrod pro potlačení nežádoucích kmitů vícevrstvého PT, pracujícího na druhém řádu planárních kmitů, byly navrženy v [28] (Obr. 1.21(a)). Elektrody jsou ve výstupní části zapojeny paralelně tak, že elektrody na vrchní a spodní straně každé vrstvy nejsou spojeny. Elektrody ve vstupní části jsou zapojeny v sérii. Podle FEM simulací nedošlo k absolutnímu potlačení nežádoucích kmitů, avšak u typu B (B-type) jsou menší než u ostatních typů (Obr. 1.21(b)).

Podobná analýza byla provedena i pro PT pracující na pátém řádu šířkově-rozpínavých kmitů s uvažováním různého zapojení elektrod pro potlačení nežádoucích



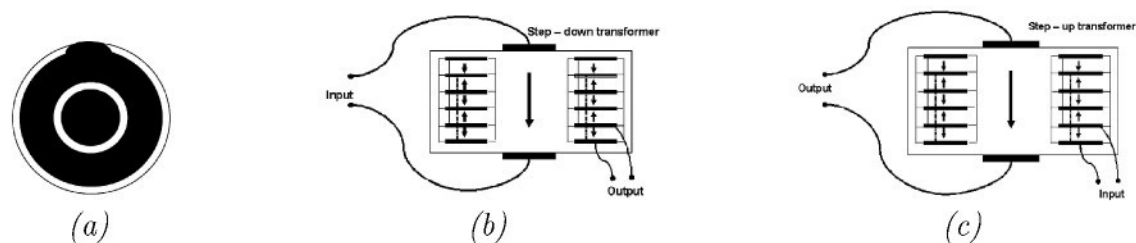
Obr. 1.21 Vícevrstvý PT pracující na druhém řádu planárních kmitů: (a) konstrukce včetně propojení vnitřních elektrod, (b) FEM simulace admitance vs. frekvence, převzato z [28]



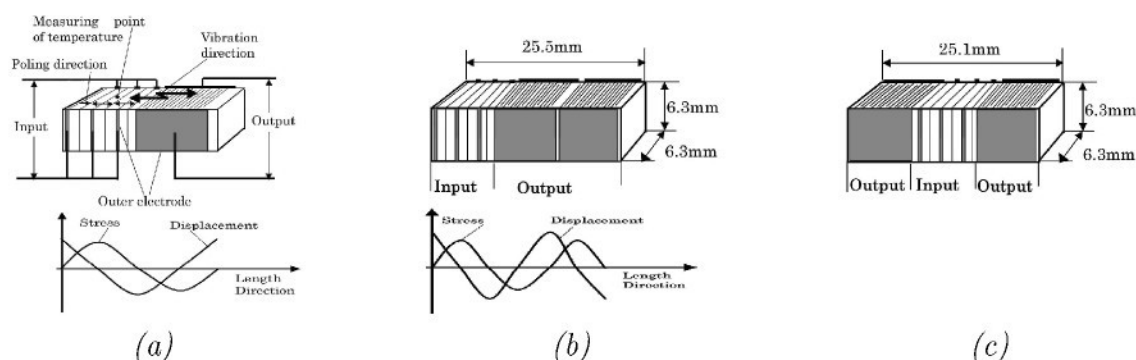
Obr. 1.22 Vícevrstvý PT pracující na pátém řádu šířkově-rozpínavých kmitů: (a) konstrukce a základní zapojení elektrod, (b) modifikované zapojení, převzato z [28]

módů (Obr. 1.22) [28]. Pro experimentální ověření byl z keramiky NP-6 (Nikko Corp.) vyroben PT o rozměrech $24,6 \times 24,6 \times 0,66 \text{ mm}^3$ pracující na druhém řádu planárních kmitů (průměr vstupní části je 6 mm). Při hustotě výstupního výkonu $12,5 \text{ W/cm}^3$ vykazuje zesílení 0,11 a maximální účinnost $> 93 \%$.

Vícevrstvá varianta PT typu *ring-dot* byla představena v [29, 30, 31]. Vylepšení tohoto designu kombinující jednovrstvou a vícevrstvou technologii bylo prezentováno v [32] (Obr. 1.23). PT lze provozovat v zeslabujícím zapojení (*step-down*, Obr. 1.23(b)) i v zesilujícím zapojení (*step-up*, Obr. 1.23(c)). Tato konstrukce řeší nedostatky předchozích návrhů, čistě vícevrstvých PT (nízké izolační pole mezi vstupní a výstupní částí, vysoké pracovní frekvence, nutnost přesně umístit elektrody kvůli pozici maxima kmitu). PT o vnějším průměru 15 mm a tloušťce 2,78 mm dosahuje zesílení 0,2, účinnosti 92 % a hustoty výstupního výkonu 12 W/cm^3 v *step-down* zapojení. Při zapojení *step-up* zesílení 9,5, účinnosti 97 % a hustoty výstupního výkonu 10 W/cm^3 . Konstrukci tyčinkového PT využívajícího druhého řádu délkově-rozpínavých (LE) kmitů ilustruje Obr. 1.24(a), PT využívající třetí řád LE kmitů je na Obr. 1.24(b) [33].



Obr. 1.23 Vícevrstvý PT typu ring-dot: (a) tvar vnějších elektrod, (b) zapojení pro zeslabující účely (step-down), (c) zapojení pro zesilující účely (step-up), převzato z [32]

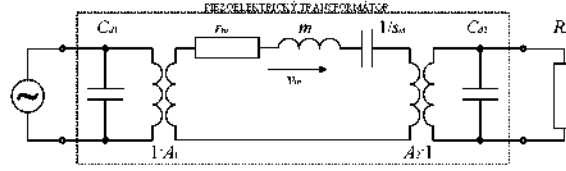


Obr. 1.24 Tyčinkový PT pracující v délkově-rozpínavém módu: (a) konstrukce, zapojení a rozložení výchylky a mechanického napětí pro druhý řád, (b) konstrukce a rozložení výchylky a mechanického napětí pro třetí řád, (c) modifikace PT pro třetí řád s lepším rozložením teploty, převzato z [33]

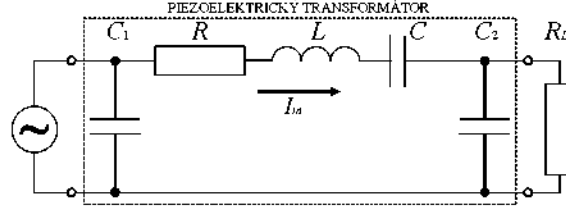
Všechny typy využívají hřebenových (IDT) elektrod. PT o rozměrech $30 \times 9 \times 6 \text{ mm}^3$ (pro druhý mód) a $25,5 \times 6,3 \times 6,3 \text{ mm}^3$ (pro třetí mód) je vyroben z keramiky NEPEC 8 (Tokin). PT pracující na druhém řádu LE kmitů vykazuje maximální hustotu výkonu 12 W/cm^3 . PT pracující na třetím řádu LE kmitů dosahuje maximální hustoty výkonu 20 W/cm^3 a účinnosti $> 90 \%$. Pro optimalizaci rozložení teploty (teplota vstupní části je vyšší než teplota výstupní) byl navržen PT dle Obr. 1.24(c) o rozměrech $25,1 \times 6,3 \times 6,3 \text{ mm}^3$, který dosahuje hustoty výkonu 27 W/cm^3 a účinnosti $> 94,3 \%$.

1.3 Náhradní obvod PT

V literatuře jsou nejčastěji publikována experimentální data o transformačním poměru, účinnosti či výkonu. Pro snadnější design PT je však třeba napřed vědět nebo se alespoň pokusit odhadnout jeho parametry za různých podmínek. Pro základní popis chování PT lze použít lineární teorii piezoelektriny. Na jejím základě bylo vyvinuto několik modelů PT různé složitosti. Mezi nejjednodušší patří metoda využívající náhradního obvodu se soustředěnými parametry [34]-[39]. Aplikací analogie s elektrickými obvody lze PT převést obvod na Obr. 1.25.



Obr. 1.25 Základní náhradní obvod PT

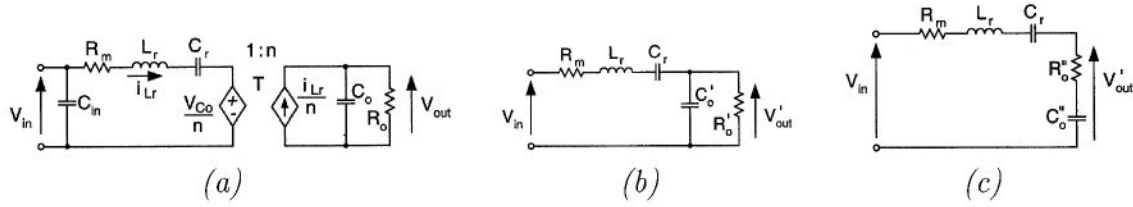


Obr. 1.26 Modifikovaný náhradní obvod PT

V analogii platí tyto principy - elektrické napětí je nahrazeno silou, proud rychlostí, ekvivalentní hmotnost m má význam indukčnosti, mechanický odpor (ztráty) r_m odpovídá elektrickému odporu a poddajnost ($1/s_m$) kapacitě. C_{d1} , C_{d2} , A_1 a A_2 představují popořadě upnutou kapacitu vstupu, upnutou kapacitu výstupu, transformační poměr vstupu a výstupu. R_L značí zátěž výstupní části PT. Analogií elektrické impedance je mechanická impedance Z_m , která je definována jako poměr síly působící na soustavu, a rychlosti, kterou soustava vlivem síly kmitá. V elektrickém analogickém obvodu soustavy jsou pak části mechanicky spojené na společnou sílu zapojeny paralelně, části spojené na společnou rychlost do série. Zdroj síly označujeme jako generátor, páku nebo jiný mechanický převod jako transformátor. Náhradní obvod PT na Obr. 1.25 lze modifikovat pro účely zapojení PT do obvodů střídavého proudu elektrickým obvodem na Obr. 1.26. Pro PT Rosenova typu, který je vyroben z piezoelektrické keramiky (délka l , šířka w , tloušťka t), mají parametry náhradního obvodu hodnoty uvedené v Tab. 1.1.

$$\begin{aligned}
 \omega_r &= \frac{2\pi}{l} \sqrt{\frac{1}{s_{11}^E \rho}} & m &= \frac{lw t \rho}{2} \\
 A_1 &= 2wd_{31} \frac{1}{s_{11}^E l} & s_m &= m\omega_r^2 - \frac{A_2^2}{C_{d2}} \\
 A_2 &= 4wtd_{33} \frac{1}{s_{33}^E l} & r_m &= \frac{m\omega_r}{Q_m} \\
 C_{d1} = C_1 &= \frac{w t \epsilon_{33}^T (1 - k_{31}^2)}{2t} & R &= \frac{r_m}{A_1^2} \\
 C_{d2} &= \frac{2w t \epsilon_{33}^T (1 - k_{32}^2)}{l} & L &= \frac{m}{A_1^2} \\
 C_2 &= \left(\frac{A_1}{A_2}\right)^2 C_{d2} & C &= \frac{A_1^2}{s_m}
 \end{aligned}$$

Tab. 1.1 Parametry náhradního obvodu Rosenova PT



Obr. 1.27 Náhradní obvod PT: (a) obecný model, (b) modifikace po promítnutí sekundáru do primáru, (c) modifikace po paralelně-sériové transformaci, převzato z [34]

Základní náhradní obvod PT Obr. 1.26 lze převést na obvod na Obr. 1.27a, který lze dále zjednodušit na obvody dle Obr. 1.27b a Obr. 1.27c [34]. Zde platí vztahy

$$R'_o = \frac{R'_o}{1 + (\omega C'_o R'_o)^2} \quad R'_o = \frac{R_o}{n^2}, \quad (1.1)$$

$$C''_o = C'_o \frac{1 + (\omega C'_o R'_o)^2}{(\omega C'_o R'_o)^2} \quad C'_o = n^2 C_o, \quad (1.2)$$

$$V'_{out} = \frac{V_{out}}{n}. \quad (1.3)$$

Pro zesílení lze odvodit výraz

$$\frac{V'_{out}}{V_{in}} = \left(\cos \varphi_m + \frac{R_m}{R_o \cos \varphi_m} \right)^{-1} = \left(\cos \varphi_m + \frac{c}{Q_m Q \cos \varphi_m} \right)^{-1}, \quad (1.4)$$

kde $\varphi_m = \arctan \left(Q \frac{\omega_m}{\omega_{rs}} \right) = \arctan(\omega_m C'_o R'_o)$, $c = \frac{C'_o}{C_r}$, $Q = (\omega_{rs} C_o R_o)$ a $Q_m = (\omega_{rs} C_r R_m)^{-1}$. Rezonanční frekvence při maximálním výstupním napětí je pro dané R'_o určena

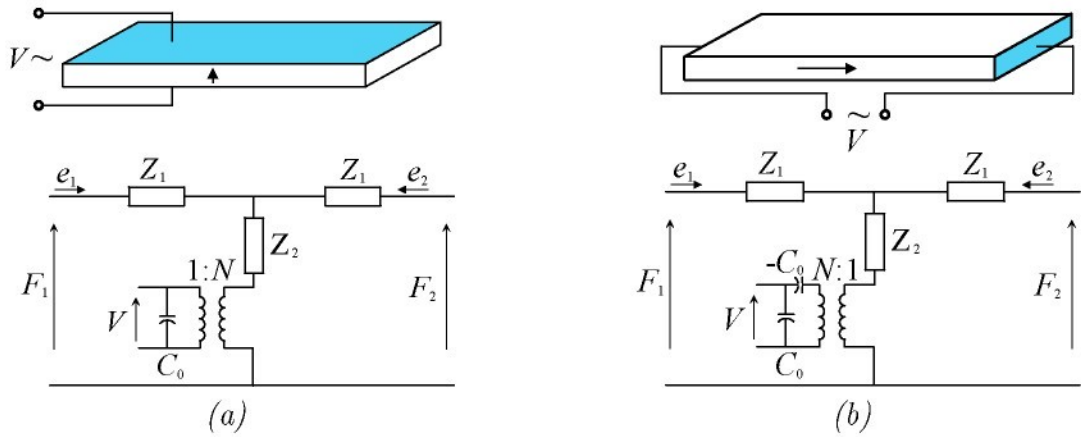
$$\omega_m = \left(\sqrt{L_r \frac{C_r C''_o}{C_r + C''_o}} \right)^{-1}, \quad (1.5)$$

rezonanční frekvence zkratovaného obvodu ($R_o = 0$) pak

$$\omega_{rs} = \left(\sqrt{L_r C_r} \right)^{-1}. \quad (1.6)$$

V situaci bez zátěže lze zesílení zjednodušit na

$$\left(\frac{V'_{out}}{V_{in}} \right)_{noload} = \frac{Q_m}{c \sqrt{1 + \frac{1}{c}}}. \quad (1.7)$$



Obr. 1.28 Masonův náhradní obvod délkově kmitající tyčinky: (a) elektrické pole kolmé na směr kmitů, (b) elektrické pole rovnoběžné se směrem kmitů, podle [35]

Maximální účinnost lze spočítat podle vztahu

$$\eta_m = \left(1 + \frac{2c}{Q_m} \sqrt{1 + \frac{1}{2c}} \right)^{-1} \quad (1.8)$$

a jí odpovídající výstupní výkon

$$(P_o)_{\eta_m} = \left(2c \sqrt{1 + \frac{1}{2c}} \right) \left(1 + \frac{2c \sqrt{1 + \frac{1}{2c}}}{Q_m} \right)^{-2} \sqrt{\frac{C_r}{L_r}} V_{in}^2. \quad (1.9)$$

Metodu založenou na Masonově náhradním obvodu použil Uchino pro odvození zesílení Rosenova PT [35]. Masonův náhradní obvod pro podélně kmitající tyčinku (elektrické pole kolmé na směr kmitů) znázorňuje Obr. 1.28(a), kde

$$Z_{1i} = Z_{0i} \tanh \frac{\omega L}{2v_b^E}, \quad (1.10)$$

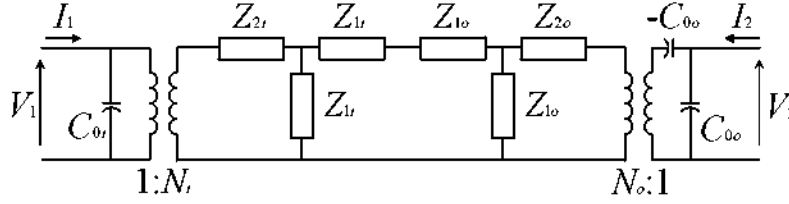
$$Z_{2i} = \frac{Z_{0i}}{\sinh \frac{\omega L}{2v_b^E}}, \quad (1.11)$$

L , w a t jsou postupně délka, šířka a tloušťka tyčinky a $v_b^E = 1/\sqrt{\rho s_{11}^E}$. Charakteristická mechanická impedance je

$$Z_{0i} = \rho w t v_b^E = w t \sqrt{\rho / s_{11}^E} \quad (1.12)$$

a upnutá kapacita

$$C_{0i} = \frac{L w \epsilon_{33}^T (1 - k_{31}^2)}{t}. \quad (1.13)$$



Obr. 1.29 Masonův náhradní obvod Rosenova PT, podle [35]

Převodní faktor N se dá vyjádřit jako

$$N_i = \frac{wd_{31}}{s_{11}^E} = w \sqrt{\frac{\epsilon_{33}^T}{s_{11}^E}} k_{31}. \quad (1.14)$$

Analogicky jsou parametry Masonova náhradního obvodu pro podélně kmitající tyčinku, kde elektrické pole je rovnoběžné se směrem kmitů (Obr. 1.28(b)),

$$Z_{1o} = Z_{0o} \tanh \frac{\omega L}{2v_b^D}, \quad (1.15)$$

$$Z_{2o} = \frac{Z_{0o}}{\sinh \frac{\omega L}{2v_b^D}}, \quad (1.16)$$

$$Z_{0o} = \rho w t v_b^D = w t \sqrt{\rho / s_{33}^D}, \quad (1.17)$$

$$C_{0o} = \frac{L w \epsilon_{33}^T (1 - k_{33}^2)}{L}, \quad (1.18)$$

$$N_o = \frac{w t d_{33}}{L s_{33}^E} = \frac{w t}{L} \sqrt{\frac{\epsilon_{33}^T}{s_{33}^D}} k_{33}, \quad (1.19)$$

kde $v_b^D = 1/\sqrt{\rho s_{11}^D}$. Jestliže jeden konec tyčinky bude volný ($F_1 = 0$), dostaneme spojením stran s F_2 náhradní obvod Rosenova PT (Obr. 1.29). Délku L je pak nutno nahradit pomocí $L/2$ ve vztazích (1.10)-(1.19).

Transformační poměr (podíl výstupního (V_2) a vstupního (V_1) napětí) nezatíženého PT lze odhadnout pomocí

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{2N_i N_o}{\omega C_{0o} R}, \quad (1.20)$$

kde $R = \frac{\pi Z_{0o}}{Q_m}$ a $\omega = 2\pi \frac{v_b^D}{L}$. S využitím vztahu $\frac{s_{33}^D}{s_{33}^E} = 1 - k_{33}^2$ můžeme transformační poměr přepsat na

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{4}{\pi^2} k_{31} k_{33} Q_m \frac{2\sqrt{s_{33}^E/s_{11}^E}}{1 + \sqrt{s_{33}^D/s_{11}^E}} \frac{L_2}{t}, \quad (1.21)$$

kde L_2 délka výstupní části.

1.4 Analytické modely PT

Modely vycházející z náhradního obvodu však obvykle obsahují pouze jedinou nezávislou proměnnou - čas. Ačkoliv některé parametry PT mohou z takových modelů vystupovat (např. lze sledovat přechodové jevy [39]), jiné zůstávají skryty. Např. tvary kmitů či uzlové body nelze metodou náhradního obvodu získat. Tyto informace jsou však důležité pro praktické aplikace PT. Místa uzlových bodů jsou vhodná pro uchytení PT nebo pro připevnění vodičů. Analytické modely PT založené na mechanice kontinua se v literatuře objevují zřídka [40]-[51]. Model PT Rosenova typu je uveden v [41]. Autoři vyšli z pohybové rovnice kontinua a stavových piezoelektrických rovnic. Za použití různých přiblížení (délově rozpínavé kmity tenké tyčky) odvodili jedno-rozměrný model Rosenova PT. Ačkoliv bylo odvození provedeno pro jeden specifický PT, některé výsledky mají obecný charakter. Vztahy pro zesílení

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{\Gamma_1 Z_L}{Z_2 + Z_L}, \quad (1.22)$$

výstupní proud

$$I_2 = \frac{\Gamma_1}{Z_2 + Z_L} V_1, \quad (1.23)$$

vstupní admitanci

$$-\frac{I_1}{V_1} = \frac{1}{Z_1} - \frac{\Gamma_1 \Gamma_2}{Z_2 + Z_L} \quad (1.24)$$

a účinnost

$$\eta = \frac{\Gamma_1 \Gamma_1^* (Z_L + Z_L^*) Z_1 Z_1^*}{Z_1 Z_1^* [\Gamma_1 \Gamma_2 (Z_L^* + Z_2^*) + \Gamma_1^* \Gamma_2^* (Z_L + Z_2)] - (Z_1 + Z_1^*) (Z_L + Z_2) (Z_2 + Z_2^*)} \quad (1.25)$$

jsou platné pro libovolný PT. Pro Rosenův PT o délce vstupní části a , délce výstupní části b , šířce w , tloušťce h , vyrobený z piezoelektrické keramiky jsou parametry ve vztazích (1.22)-(1.25) dány výrazy

$$\Gamma_1 = \frac{1}{2} + \frac{d_{31}}{d_{33}} \frac{1}{h} [\alpha_{12}(1 - \cos \bar{k}b) - \alpha_{22} \sin \bar{k}b], \quad (1.26)$$

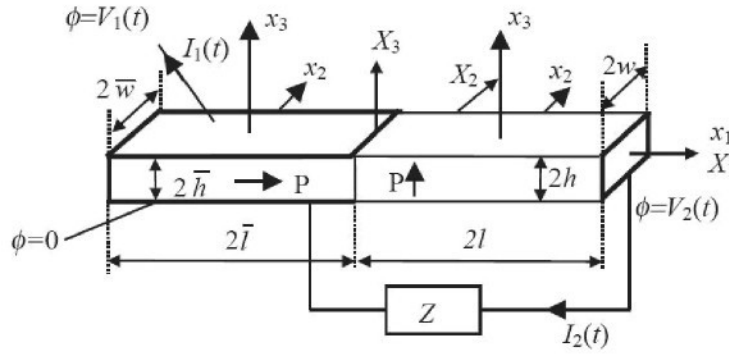
$$Z_2 = \frac{1}{1 - k_{33}^2} \frac{1}{b} [b - \beta_{22} k_{33}^2 \sin \bar{k}b + \beta_{12} k_{33}^2 (1 - \cos \bar{k}b)] \frac{b}{j\omega \epsilon_{33} w h}, \quad (1.27)$$

$$\frac{1}{Z_1} = \frac{1}{a} \left[a - \frac{k_{31}^2}{1 - k_{31}^2} (\alpha_{12} + \alpha_{11} \sin ka - \alpha_{12} \cos ka) \right] \frac{j\omega \bar{\epsilon}_{33} w a}{h}, \quad (1.28)$$

$$\Gamma_2 = k_{33}^2 \frac{s_{33} d_{31}}{s_{11} d_{33}} \frac{1}{h} (\beta_{12} + \beta_{11} \sin ka - \beta_{12} \cos ka), \quad (1.29)$$

kde

$$\bar{\epsilon}_{33} = \epsilon_{33}^T (1 - k_{31}^2), \quad k_{31}^2 = \frac{d_{31}^2}{s_{11}^E \epsilon_{33}^T}, \quad \bar{s}_{33} = s_{33}^E (1 - k_{33}^2), \quad k_{33}^2 = \frac{d_{33}^2}{s_{33}^E \epsilon_{33}^T},$$



Obr. 1.30 PT Rosenova typu využívající tloušťkově střižných kmitů, převzato z [41]

$$\begin{aligned}
 \bar{d}_{33} &= d_{33} \left(1 - \frac{1}{k_{33}^2} \right), \quad k = \omega \sqrt{\rho s_{11}^E}, \quad \bar{k} = \omega \sqrt{\rho \bar{s}_{33}}, \\
 \alpha_{11} &= -\frac{1}{\Delta \cos ka} \bar{s}_{33} \cos \bar{k}b \sin ka (\cos ka - 1) - \frac{1}{k \cos ka}, \\
 \alpha_{12} &= \frac{1}{\Delta} \bar{s}_{33} \cos \bar{k}b (\cos ka - 1), \\
 \alpha_{22} &= \frac{1}{\Delta} \bar{s}_{33} \sin \bar{k}b (\cos ka - 1), \\
 \beta_{11} &= \frac{1}{\Delta} s_{11}^E \sin ka (1 - \cos \bar{k}b), \\
 \beta_{12} &= -\frac{1}{\Delta} s_{11}^E \cos ka (1 - \cos \bar{k}b), \\
 \beta_{22} &= -\frac{1}{\Delta \cos \bar{k}b} s_{11}^E \sin \bar{k}b \cos ka (1 - \cos \bar{k}b) + \frac{1}{\bar{k} \cos ka}, \\
 \Delta &= s_{11}^E \bar{k} \sin \bar{k}b \cos ka + \bar{s}_{33} k \sin ka \cos \bar{k}b.
 \end{aligned} \tag{1.30}$$

Tento model lze teoreticky zobecnit pro PT tyčinkového tvaru s libovolným počtem vstupních a výstupních částí.

Stejná technika byla použita k návrhu variace PT Rosenova typu, využívajícího tloušťkově střižných kmitů tyčinky Obr. 1.30 [40, 42]. Zesílení, výstupní proud a vstupní admitance jsou postupně

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{k_{15}^2}{(1 + h/\bar{h})(1 + Z_2/Z_L)(\omega^2/\omega_0^2 - 1) - k_{15}^2 h/\bar{h} \bar{h}}, \tag{1.31}$$

$$I_2 = \frac{k_{15}^2}{(1 + h/\bar{h})(1 + Z_L/Z_2)(\omega^2/\omega_0^2 - 1) - k_{15}^2 h Z_L/(\bar{h} Z_2)} \frac{l}{\bar{h}} \frac{V_1}{Z_2} \tag{1.32}$$

a

$$-\frac{I_1}{V_1} = \frac{1}{Z_1} - \frac{k_{15}^2 (1 + Z_2/Z_L)}{Z_1 [(1 + h/\bar{h})(1 + Z_2/Z_L)(\omega^2/\omega_0^2 - 1) - k_{15}^2 h/\bar{h}]}, \tag{1.33}$$

kde

$$\begin{aligned} k_{15}^2 &= \frac{e_{15}^2}{c_{44}^E e_{11}^S}, & \omega_0^2 &= \frac{3\kappa^2 c_{44}^E}{\rho(h^2 - h\bar{h} + \bar{h}^2)}, \\ Z_1 &= \frac{\bar{h}}{j\omega\epsilon_{11}^S 2l\bar{w}}, & Z_2 &= \frac{l}{j\omega\epsilon_{11}^S 2wh} \end{aligned} \quad (1.34)$$

a $2\bar{l}$, $2\bar{w}$ a $2\bar{h}$ jsou postupně délka, šířka a tloušťka vstupní části, $2l$, $2w$ a $2h$ délka, šířka a tloušťka výstupní části.

Model PT Rosenova typu rozšířený o vliv mechanických a dielektrických ztrát byl vypracován v [43]–[46]. Transformační poměr je dán vztahem

$$K_{12} = \frac{l_1(\alpha'_* + j\alpha''_*)(\alpha'_1\alpha'_2\Delta_1 + 2\kappa''\beta\Delta_2 - j\alpha'_1\alpha'_2\Delta_2)}{2h\delta\gamma\kappa'(\Delta_1^2 + \Delta_2^2)}, \quad (1.35)$$

kde

$$\begin{aligned} s_l &= s'_l - js''_l \quad (l = 11, 12, 13, 33, 44), & \epsilon_n &= \epsilon'_n - j\epsilon''_n \quad (n = 11, 33), \\ d_k &= d'_k - jd''_k \quad (k = 31, 33, 15), & \gamma &= \sqrt{\frac{s_{33}^D l_2}{s_{11}^E l_1}}, & \delta &= \frac{l_1}{l_2}, \\ \alpha'_* &= \frac{d_{33}'' d_{31}'}{s_{11}^{E'} \epsilon_{11}^{T'}}, & \alpha''_* &= \alpha'_* \left(\frac{s_{11}^{E''}}{s_{11}^{E'}} + \frac{\epsilon_{33}^{T''}}{\epsilon_{33}^{T'}} - \frac{d_{31}''}{d_{31}'} - \frac{d_{33}''}{d_{33}'} \right), \\ \kappa' &= \rho\omega^2 s_{11}^{E'}, & \kappa'' &= \rho\omega^2 s_{11}^{E''}, \\ \alpha'_1 &= 1 - \cos \kappa', & \alpha'_2 &= 1 - \cos \gamma\kappa', \\ \beta &= \gamma\alpha'_1 \sin \frac{\gamma\kappa'}{2} \cos \frac{\gamma\kappa'}{2} + \alpha'_2 \sin \frac{\kappa'}{2} \cos \frac{\kappa'}{2}, \\ \Delta_1 &= \cos \kappa' \sin \gamma\kappa' + \gamma\delta \sin \kappa' \cos \gamma\kappa', \\ \Delta_2 &= (1 + \gamma^2\delta) \kappa'' \sin \kappa' \sin \gamma\kappa' - (1 + \delta)\gamma\kappa'' \cos \kappa' \cos \gamma\kappa' \end{aligned} \quad (1.36)$$

a l_1 je délka vstupní části, l_2 délka výstupní části, $2h$ tloušťka, $2b$ šířka PT. Optimalizace tvaru elektrod PT Rosenova typu pomocí analytického modelu byla provedena v [51].

Kombinací metody náhradního obvodu a analytických modelů lze zlepšit komplexnost informací o chování PT. Tvary kmitů a pozice uzlových bodů jsou údaje důležité pro vhodnou volbu uchycení PT a připevnění vodičů.

Práce se snaží systematicky pokrýt (experimentálně, případně analyticky) oblast homogenně polarizovaných planárně kmitajících kruhových rezonátorů (disky a prstence), ve kterých má intenzita elektrického pole směr podél tloušťky rezonátoru. Frekvenční spektrum obrysově kmitajících kruhových keramických rezonátorů bylo shrnuto O. Stefanem v [52]. Cílem této práce je vytvoření analytických modelů existujícího designu diskového PT typu *ring-dot* [12] a modelů nově navržených PT (tyčinkový PT, diskový dvojitý PT typu *ring-dot*). Výsledkem modelů jsou výrazy pro zesílení a účinnost bezetrátového PT v závislosti na rozměrech, materiálových parametrech, pracovní frekvenci a zátěži PT. Modely se porovnají s experimentem.

2 Teoretické modely

Analytický model PT vychází z pohybové rovnice kontinua, ze které lze za pomoci stavových piezoelektrických rovnic, různých aproximací a okrajových podmínek určit tvar kmitu bezeztrátového piezoelektrického rezonátoru. Mezi nejběžnější piezoelektrické materiály patří PZT keramika, která po polarizaci vykazuje symetrii ∞m (materiálové parametry viz Tab. 2.1).

2.1 Tyčinkový transformátor

Geometrie modelu tyčinkového transformátoru je znázorněna na Obr. 2.1, přičemž počátek souřadného systému leží uprostřed transformátoru.

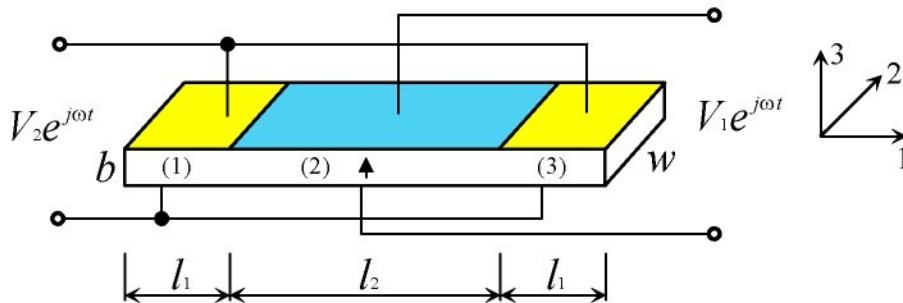
Pohybová rovnice kontinua (se zanedbáním působení objemových sil) má tvar (operace derivace je symbolicky nahrazena čárkou v dolním indexu, za níž následuje proměnná, resp. její index, podle které se derivuje - např. $\frac{\partial u_2}{\partial x_1} = u_{2,1}$)

$$T_{ij,j} = \rho \ddot{u}_i, \quad (2.1)$$

kde T_{ij} je mechanické napětí, ρ hustota a u_i posunutí. Použijeme stavové rovnice s nezávislými proměnnými mechanické napětí T_{kl} a intenzity elektrického pole E_k

$$S_{ij} = s_{ijkl}^E T_{kl} + d_{kij} E_k, \quad (2.2a)$$

$$D_i = d_{ikl} T_{kl} + \epsilon_{ik}^T E_k, \quad (2.2b)$$



Obr. 2.1 Model tyčinkového PT

$$\begin{pmatrix} \epsilon_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_{11} & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{33} \end{pmatrix}
\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & e_{15} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e_{15} & 0 & 0 \\ e_{31} & e_{31} & e_{33} & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}
\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & d_{15} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d_{15} & 0 & 0 \\ d_{31} & d_{31} & d_{33} & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}
\begin{pmatrix} c_{11}^E & c_{12}^E & c_{13}^E & 0 & 0 & 0 \\ c_{12}^E & c_{11}^E & c_{13}^E & 0 & 0 & 0 \\ c_{13}^E & c_{13}^E & c_{33}^E & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{44}^E & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{44}^E & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2}(c_{11}^E - c_{12}^E) \end{pmatrix}
\begin{pmatrix} s_{11}^E & s_{12}^E & s_{13}^E & 0 & 0 & 0 \\ s_{12}^E & s_{11}^E & s_{13}^E & 0 & 0 & 0 \\ s_{13}^E & s_{13}^E & s_{33}^E & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & s_{44}^E & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & s_{44}^E & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2(s_{11}^E - s_{12}^E) \end{pmatrix}$$

Tab. 2.1 Materiálové parametry pro symetrii ∞m

kde D_i je elektrická indukce, s_{ijkl}^E elastický koeficient, d_{kij} piezoelektrický nábojový koeficient a ϵ_{ik}^T volná permitivita. Maxwellova rovnice pro dielektrikum bez volného náboje má tvar

$$D_{i,i} = 0. \quad (2.3)$$

Deformaci můžeme přepsat pomocí posunutí

$$S_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i}). \quad (2.4)$$

Za předpokladu délkově rozpínavých kmitů tenké tyčinky ($T_1 \neq 0$, $T_2 = T_3 = \dots = T_6 = 0$, $u_1 \neq 0$, $u_2 = u_3 = 0$), elektrod dle obr. ($E_3 \neq 0$, $E_1 = E_2 = 0$, $E_{3,1} = 0$) a materiálu o symetrii ∞m (viz Tab. 2.1) dostanou stavové rovnice (2.2) tvar

$$S_1 = s_{11}^E T_1 + d_{31} E_3, \quad (2.5a)$$

$$D_3 = d_{31} T_1 + \epsilon_{33}^T E_3. \quad (2.5b)$$

Po vyjádření mechanického napětí z rovnice (2.5a) s využitím rovnice (2.4)

$$T_1 = \frac{1}{s_{11}^E}(u_{1,1} - d_{31} E_3), \quad (2.6)$$

přejde pohybová rovnice (2.1) na tvar

$$u_{1,11} = s_{11}^E \rho \ddot{u}_1. \quad (2.7)$$

Řešení rovnice (2.7) lze nalézt ve tvaru

$$u_1 = (A \sin kx_1 + B \cos kx_1)e^{j\omega t}, \quad (2.8)$$

kde ω je úhlová frekvence a

$$k = \omega \sqrt{\rho s_{11}^E}. \quad (2.9)$$

Posunutí výstupních částí (označené horními indexy (1) a (3)) se dají vyjádřit jako

$$u_1^{(1)} = (A^{(1)} \sin kx_1 + B^{(1)} \cos kx_1) e^{j\omega t}, \quad (2.10)$$

$$u_1^{(3)} = (A^{(3)} \sin kx_1 + B^{(3)} \cos kx_1) e^{j\omega t}. \quad (2.11)$$

Posunutí vstupní části (označené horním indexem (2)) je pak

$$u_1^{(2)} = (A^{(2)} \sin kx_1 + B^{(2)} \cos kx_1) e^{j\omega t}. \quad (2.12)$$

Okrajové podmínky jsou následující:

- homogenní rozložení intenzity elektrického pole mezi elektrodami a nekonečně tenké mezery mezi vstupní a výstupními částmi

$$\begin{aligned} E_3^{(1)} &= -\frac{V_2}{b} e^{j\omega t}, & -l_1 - \frac{l_2}{2} < x_1 < -\frac{l_2}{2} \\ E_3^{(3)} &= -\frac{V_2}{b} e^{j\omega t}, & \frac{l_2}{2} < x_1 < l_1 + \frac{l_2}{2} \\ E_3^{(2)} &= -\frac{V_1}{b} e^{j\omega t}, & -\frac{l_2}{2} < x_1 < \frac{l_2}{2} \end{aligned} \quad (2.13)$$

- spojitost mechanického napětí a posunutí na rozhraní mezi vstupní a výstupní částí

$$\begin{aligned} T_1^{(1)} &= T_1^{(2)}, \quad u_1^{(1)} = u_1^{(2)}, & x_1 &= -\frac{l_2}{2} \\ T_1^{(2)} &= T_1^{(3)}, \quad u_1^{(2)} = u_1^{(3)}, & x_1 &= \frac{l_2}{2} \end{aligned} \quad (2.14)$$

- volný okraj tyčinky

$$\begin{aligned} T_1^{(1)} &= 0, & x_1 &= -l_1 - \frac{l_2}{2} \\ T_1^{(3)} &= 0, & x_1 &= l_1 + \frac{l_2}{2} \end{aligned} \quad (2.15)$$

Užitím okrajových podmínek (2.13)-(2.15) dostaneme konstanty

$$A^{(1)} = A^{(3)} = \frac{1}{\alpha_{11}} (\gamma_1 - \alpha_{12} \alpha_{22} \gamma_2),$$

$$B^{(1)} = -B^{(3)} = \alpha_{22} \gamma_2$$

$$\begin{aligned} A^{(2)} &= \frac{1}{\alpha_{11}} [\gamma_1 - (\alpha_{11}\alpha_{21} + \alpha_{12}\alpha_{22})\gamma_2], \\ B^{(2)} &= 0 \end{aligned} \quad (2.16)$$

kde

$$\begin{aligned} \alpha_{11} &= \cos k \left(l_1 + \frac{l_2}{2} \right), \alpha_{12} = \sin k \left(l_1 + \frac{l_2}{2} \right), \alpha_{21} = \cos k \frac{l_2}{2}, \alpha_{22} = \sin k \frac{l_2}{2}, \\ \gamma_1 &= -d_{31} \frac{V_2}{kb}, \gamma_2 = d_{31} \frac{V_1 - V_2}{kb}. \end{aligned} \quad (2.17)$$

Proud výstupní částí lze vypočítat pomocí vztahu

$$I_2 = \frac{I^{(1)} + I^{(3)}}{e^{j\omega t}} = \frac{1}{e^{j\omega t}} \left(\frac{\partial}{\partial t} \iint D_3^{(1)} dx_1 dx_2 + \frac{\partial}{\partial t} \iint D_3^{(3)} dx_1 dx_2 \right). \quad (2.18)$$

Řešení rovnice (2.18) lze pomocí výrazu $k_{31}^2 = \frac{d_{31}^2}{s_{11}^E \epsilon_{33}^T}$ a po dosazení řešení výrazu

$$I^{(1)} = j\omega e^{j\omega t} \int_{-l_1 - \frac{l_2}{2}}^{\frac{l_2}{2}} \int_{-\frac{w}{2}}^{\frac{w}{2}} \left[\frac{k d_{31}}{s_{11}^E} (A^{(1)} \cos kx_1 - B^{(1)} \sin kx_1) - \epsilon_{33}^T (1 - k_{31}^2) \frac{V_2}{b} \right] dx_1 dx_2 \quad (2.19)$$

a

$$I^{(3)} = j\omega e^{j\omega t} \int_{\frac{l_2}{2}}^{l_1 + \frac{l_2}{2}} \int_{-\frac{w}{2}}^{\frac{w}{2}} \left[\frac{k d_{31}}{s_{11}^E} (A^{(3)} \cos kx_1 - B^{(3)} \sin kx_1) - \epsilon_{33}^T (1 - k_{31}^2) \frac{V_2}{b} \right] dx_1 dx_2 \quad (2.20)$$

přepsat ve tvaru

$$V_2 = \Gamma_1 V_1 - Z_2 I_2, \quad (2.21)$$

kde Z_2 je impedance výstupní části

$$\frac{1}{Z_2} = j\omega \left[\frac{2wd_{31}^2 \sin kl_1 \cos k \frac{l_2}{2} + 2(\cos kl_1 - 1) \sin k \frac{l_2}{2}}{kbs_{11}^E \cos k \left(l_1 + \frac{l_2}{2} \right)} + \epsilon_{33}^T (1 - k_{31}^2) \frac{wl_1}{b} \right] \quad (2.22)$$

a

$$\Gamma_1 = j\omega Z_2 \frac{4wd_{31}^2}{kbs_{11}^E} \left[\frac{-\sin k \frac{l_1}{2} \sin k \frac{l_2}{2}}{\cos k \left(l_1 + \frac{l_2}{2} \right)} \right]. \quad (2.23)$$

Nahrazením proudu I_2 ve vztahu (2.21) pomocí výstupního napětí V_2 a impedance zátěže Z_L

$$I_2 = \frac{V_2}{Z_L} \quad (2.24)$$

můžeme dostat transformační poměr napětí (1.22)

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{\Gamma_1 Z_L}{Z_2 + Z_L}.$$

Analogicky můžeme určit proud vstupní částí I_1

$$I_1 = \frac{I^{(2)}}{e^{j\omega t}} = j\omega \int_{-\frac{l_2}{2}}^{\frac{l_2}{2}} \int_{-\frac{w}{2}}^{\frac{w}{2}} \left[\frac{kd_{31}}{s_{11}^E} (A^{(2)} \cos kx_1 - B^{(2)} \sin kx_1) - \epsilon_{33}^T (1 - k_{31}^2) \frac{V_1}{b} \right] dx_1 dx_2. \quad (2.25)$$

Výraz (2.25) lze přepsat ve tvaru

$$I_1 = -\frac{V_1}{Z_1} + \Gamma_2 I_2 = \left(-\frac{1}{Z_1} + \frac{\Gamma_1 \Gamma_2}{Z_2 + Z_L} \right) V_1, \quad (2.26)$$

kde Z_1 je impedance vstupní části

$$\frac{1}{Z_1} = j\omega \left[\frac{2wd_{31}^2 \sin k\frac{l_2}{2} \cos kl_1 + \Gamma_1 \sin k\frac{l_2}{2} (1 - \cos kl_1)}{kbs_{11}^E \cos k(l_1 + \frac{l_2}{2})} + \epsilon_{33}^T (1 - k_{31}^2) \frac{wl_2}{b} \right] \quad (2.27)$$

a

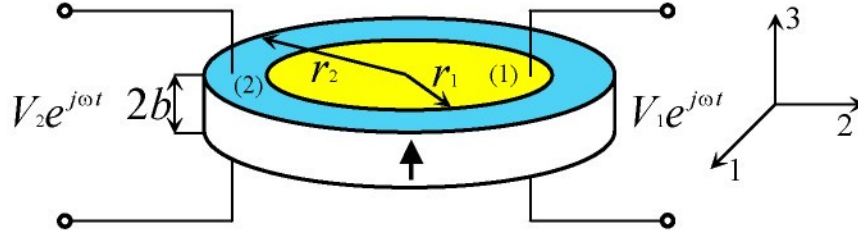
$$\Gamma_2 = j\omega Z_2 \frac{2wd_{31}^2 \sin k\frac{l_2}{2} (1 - \cos kl_1)}{kbs_{11}^E \cos k(l_1 + \frac{l_2}{2})}. \quad (2.28)$$

Vstupní výkon je dán vztahem

$$\begin{aligned} P_1 &= \frac{1}{4} (I_1 V_1^* + I_1^* V_1) = \\ &= \frac{1}{4} \left\{ \frac{Z_1 Z_1^* [\Gamma_1 \Gamma_2 (Z_L^* + Z_2^*) + \Gamma_1^* \Gamma_2^* (Z_L + Z_2)]}{Z_1 Z_1^* (Z_L + Z_2) (Z_L^* + Z_2^*)} - \right. \\ &\quad \left. - \frac{(Z_1 + Z_1^*) (Z_L + Z_2) (Z_2 + Z_2^*)}{Z_1 Z_1^* (Z_L + Z_2) (Z_L^* + Z_2^*)} \right\} V_1 V_1^* \quad (2.29) \end{aligned}$$

a výstupní výkon vztahem

$$P_2 = \frac{1}{4} (I_2 V_2^* + I_2^* V_2) = \frac{1}{4} \frac{\Gamma_1 \Gamma_1^* (Z_L + Z_L^*)}{(Z_L + Z_2) (Z_L^* + Z_2^*)} V_1 V_1^*, \quad (2.30)$$



Obr. 2.2 Model diskového PT typu ring-dot

kde symbol $*$ značí komplexně sdruženou hodnotu. Účinnost PT pak vypočítáme podle vztahu (1.25)

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{\Gamma_1 \Gamma_1^* (Z_L + Z_L^*) Z_1 Z_1^*}{Z_1 Z_1^* [\Gamma_1 \Gamma_2 (Z_L^* + Z_2^*) + \Gamma_1^* \Gamma_2^* (Z_L + Z_2)] - (Z_1 + Z_1^*) (Z_L + Z_2) (Z_2 + Z_2^*)}.$$

Pro reálné Z_L lze účinnost upravit do tvaru

$$\eta = \frac{\lambda Z_L}{1 + \mu Z_L - \nu Z_L^2}, \quad (2.31)$$

kde

$$\begin{aligned} \lambda &= \frac{2|\Gamma_1|^2 |Z_1|^2}{(\Gamma_1 \Gamma_2 Z_2^* + \Gamma_1^* \Gamma_2^* Z_2) |Z_1|^2 - (Z_1 + Z_1^*) |Z_2|^2} \\ \mu &= \frac{(\Gamma_1 \Gamma_2 + \Gamma_1^* \Gamma_2^*) |Z_1|^2 - (Z_1 + Z_1^*) (Z_2 + Z_2^*)}{(\Gamma_1 \Gamma_2 Z_2^* + \Gamma_1^* \Gamma_2^* Z_2) |Z_1|^2 - (Z_1 + Z_1^*) |Z_2|^2} \\ \nu &= \frac{Z_1 + Z_1^*}{(\Gamma_1 \Gamma_2 Z_2^* + \Gamma_1^* \Gamma_2^* Z_2) |Z_1|^2 - (Z_1 + Z_1^*) |Z_2|^2}. \end{aligned} \quad (2.32)$$

Jak již bylo uvedeno v [41], uvedené vztahy pro zesílení (transformační poměr) (1.22), výkony (2.29), (2.30) a účinnost (1.25) jsou platné pro libovolný typ transformátoru. Vlastní provedení PT se projeví jinými hodnotami funkcí Γ_1 , Γ_2 , Z_1 a Z_2 .

2.2 Diskový *ring-dot* transformátor

Radiální kmity homogenně polarizovaného tenkého disku s plnými elektrodami byly řešeny v [53]. Podobně jako u tyčinkového PT vyjdeme u modelu diskového PT typu *ring-dot* (Obr. 2.2) z pohybové rovnice (2.1). Použijeme stavové rovnice s nezávislými proměnnými deformace S_{kl} a intenzity elektrického pole E_k

$$T_{ij} = c_{ijkl}^E S_{kl} - e_{kij} E_k, \quad (2.33a)$$

$$D_i = e_{ikl} S_{kl} + \epsilon_{ik}^S E_k, \quad (2.33b)$$

kde D_i je elektrická indukce, c_{ijkl}^E elastický modul, e_{kij} piezoelektrický modul a ϵ_{ik}^S upnutá permitivita. Užitím Maxwellovy rovnice pro dielektrikum bez volného náboje (2.3), zavedením elektrického potenciálu

$$E_k = -\varphi_{,k}, \quad (2.34)$$

a přepsáním deformace pomocí posunutí (2.4) lze transformovat stavové rovnice (2.33) do válcových souřadnic r, θ, x_3 (viz příloha A.1)

$$T_{rr} = c_{11}^P u_{r,r} + c_{12}^P \frac{u_r}{r} + e_{31}^P \varphi_{,3}, \quad (2.35a)$$

$$T_{\theta\theta} = c_{11}^P \frac{u_r}{r} + c_{12}^P u_{r,r} + e_{31}^P \varphi_{,3}, \quad (2.35b)$$

$$T_{r\theta} = 0, \quad (2.35c)$$

$$D_3 = e_{31}^P (u_{r,r} + \frac{u_r}{r}) - \epsilon_{33}^P \varphi_{,3}. \quad (2.35d)$$

Zde je označeno

$$c_{11}^P = c_{11}^E - \frac{(c_{13}^E)^2}{c_{33}^E}, \quad c_{12}^P = c_{12}^E - \frac{(c_{13}^E)^2}{c_{33}^E}, \quad e_{31}^P = e_{31} - e_{33} \frac{c_{13}^E}{c_{33}^E}, \quad \epsilon_{33}^P = \epsilon_{33}^S + \frac{e_{33}^2}{c_{33}^E}. \quad (2.36)$$

Předchozí transformace je platná za předpokladu radiálních kmitů tenkého disku (T_1 a $T_2 \neq 0, T_3 = T_4 = T_5 = 0, u_r \neq 0, u_\theta = u_3 = 0$) a materiálové symetrie ∞m (viz Tab. 2.1). Pohybová rovnice (2.1), transformovaná za uvedených předpokladů do válcových souřadnic

$$T_{rr,r} + \frac{1}{r}(T_{rr} - T_{\theta\theta}) = \rho \ddot{u}_r, \quad (2.37)$$

pak přejde na tvar

$$c_{11}^P (u_{r,rr} + \frac{u_{r,r}}{r} - \frac{u_r}{r^2}) = \rho \ddot{u}_r. \quad (2.38)$$

Řešení rovnice (2.38) lze nalézt ve tvaru

$$u_r = [A J_1(kr) + B Y_1(kr)] e^{j\omega t}, \quad (2.39)$$

kde ω je úhlová frekvence, J_1 a Y_1 jsou Besselovy funkce 1. řádu, 1. a 2. druhu, a

$$k = \omega \sqrt{\frac{\rho}{c_{11}^P}}. \quad (2.40)$$

Posunutí vstupní části (označené horním indexem (1)) se dá vyjádřit jako

$$u_r^{(1)} = A^{(1)} J_1(kr) e^{j\omega t}, \quad B^{(1)} = 0 \quad (Y_1(kr) \rightarrow \infty \text{ pro } r \rightarrow 0). \quad (2.41)$$

Posunutí výstupní části (označené horním indexem (2)) je pak

$$u_r^{(2)} = [A^{(2)} J_1(kr) + B^{(2)} Y_1(kr)] e^{j\omega t}. \quad (2.42)$$

Okrajové podmínky jsou následující:

- konstantní elektrický potenciál na horních a dolních elektrodách ($x_3 = \pm b$) a nekonečně tenká mezera mezi vstupní a výstupní částí

$$\varphi^{(1)} = \pm \frac{V_1}{2} e^{j\omega t}, \quad \varphi^{(2)} = \pm \frac{V_2}{2} e^{j\omega t} \quad (2.43)$$

- spojitost radiálního mechanického napětí a posunutí na rozhraní mezi vstupní a výstupní částí ($r = r_1$)

$$T_{rr}^{(1)} = T_{rr}^{(2)}, \quad u_r^{(1)} = u_r^{(2)} \quad (2.44)$$

- volný okraj disku ($r = r_2$)

$$T_{rr}^{(2)} = 0 \quad (2.45)$$

Užitím okrajových podmínek (2.43)-(2.45) dostaneme konstanty

$$\begin{aligned} A^{(1)} &= \left[\frac{\gamma_2}{\alpha(r_2)} - \frac{\gamma_1 \beta(r_2)}{\alpha(r_2)} \cdot \frac{J_1(kr_1)}{Y_1(kr_1)\alpha(r_1) - J_1(kr_1)\beta(r_1)} \right] \left[\frac{Y_1(kr_1)}{J_1(kr_1)} - \frac{\beta(r_2)}{\alpha(r_2)} \right] + \\ &\quad + \frac{\gamma_2}{\alpha(r_2)}, \\ A^{(2)} &= \frac{\gamma_2}{\alpha(r_2)} - \frac{\gamma_1 \beta(r_2)}{\alpha(r_2)} \cdot \frac{J_1(kr_1)}{Y_1(kr_1)\alpha(r_1) - J_1(kr_1)\beta(r_1)}, \\ B^{(2)} &= \frac{\gamma_1 J_1(kr_1)}{Y_1(kr_1)\alpha(r_1) - J_1(kr_1)\beta(r_1)}, \end{aligned} \quad (2.46)$$

kde

$$\begin{aligned} \alpha(r_1) &= c_{11}^P k J_0(kr_1) - (c_{11}^P - c_{12}^P) \frac{1}{r_1} J_1(kr_1), \\ \alpha(r_2) &= c_{11}^P k J_0(kr_2) - (c_{11}^P - c_{12}^P) \frac{1}{r_2} J_1(kr_2), \\ \beta(r_1) &= c_{11}^P k Y_0(kr_1) - (c_{11}^P - c_{12}^P) \frac{1}{r_1} Y_1(kr_1), \\ \beta(r_2) &= c_{11}^P k Y_0(kr_2) - (c_{11}^P - c_{12}^P) \frac{1}{r_2} Y_1(kr_2), \\ \gamma_1 &= e_{31}^P \frac{V_2 - V_1}{2b}, \quad \gamma_2 = -e_{31}^P \frac{V_2}{2b}. \end{aligned} \quad (2.47)$$

Proud výstupní částí lze vypočítat pomocí vztahu

$$I_2 = \frac{I^{(2)}}{e^{j\omega t}} = j\omega \int_{r_1}^{r_2} D_3^{(2)} 2\pi r dr, \quad (2.48)$$

kde

$$D_3^{(2)} = e_{31}^P [A^{(2)} k J_0(kr) + B^{(2)} k Y_0(kr)] - \epsilon_{33}^P \frac{V_2}{2b}. \quad (2.49)$$

Řešení rovnice (2.48) se dá přepsat do tvaru (2.21), kde impedance výstupní části je dána vztahem

$$\frac{1}{Z_2} = j\omega 2\pi \left\{ \frac{(e_{31}^P)^2}{2b} \left[\frac{[Y_1(kr_1)\alpha(r_1) - J_1(kr_1)\beta(r_2)J_1(kr_1)][r_2 J_1(kr_2) - r_1 J_1(kr_1)]}{\alpha(r_2)[Y_1(kr_1)\alpha(r_1) - J_1(kr_1)\beta(r_1)]} - \frac{J_1(kr_1)[r_2 Y_1(kr_2) - r_1 Y_1(kr_1)]}{Y_1(kr_1)\alpha(r_1) - J_1(kr_1)\beta(r_1)} \right] + \epsilon_{33}^P \frac{r_2^2 - r_1^2}{4b} \right\} \quad (2.50)$$

a

$$\Gamma_1 = j\omega 2\pi Z_2 \frac{(e_{31}^P)^2}{2b} \left\{ \frac{\beta(r_2)J_1(kr_1)[r_2 J_1(kr_2) - r_1 J_1(kr_1)]}{\alpha(r_2)[Y_1(kr_1)\alpha(r_1) - J_1(kr_1)\beta(r_1)]} - \frac{J_1(kr_1)[r_2 Y_1(kr_2) - r_1 Y_1(kr_1)]}{Y_1(kr_1)\alpha(r_1) - J_1(kr_1)\beta(r_1)} \right\}. \quad (2.51)$$

Zesílení (transformační poměr) diskového PT lze opět vypočítat dle vztahu (1.22). Analogickým postupem jako u tyčinkového PT určíme proud vstupní částí

$$I_1 = \frac{I^{(1)}}{e^{j\omega t}} = j\omega 2\pi \int_0^{r_1} \left\{ e_{31}^P [A^{(1)} k r J_0(kr)] - \epsilon_{33}^P \frac{V_1}{2b} r \right\} dr. \quad (2.52)$$

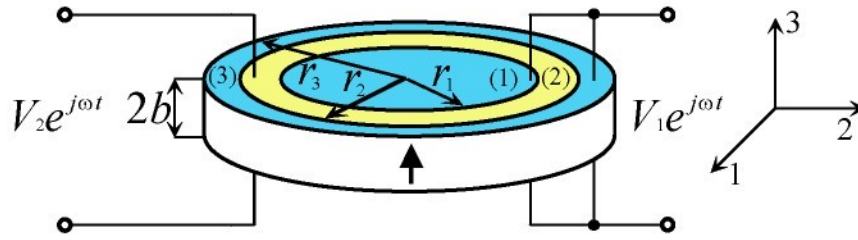
Výsledek výrazu (2.52) lze přepsat ve tvaru (2.26), kde impedance vstupní části je

$$\frac{1}{Z_1} = j\omega 2\pi \left[\frac{(e_{31}^P)^2}{2b} \frac{r_1 J_1(kr_1)}{\alpha(r_2)} \left[\Gamma_1 \left\{ 1 + \left[1 + \frac{\beta(r_2)J_1(kr_1)}{Y_1(kr_1)\alpha(r_1) - J_1(kr_1)\beta(r_2)} \left(\frac{Y_1(kr_1)}{J_1(kr_1)} - \frac{\beta(r_2)}{\alpha(r_2)} \right) \right] \right\} - \frac{\beta(r_2)J_1(kr_1)}{Y_1(kr_1)\alpha(r_1) - J_1(kr_1)\beta(r_2)} \left(\frac{Y_1(kr_1)}{J_1(kr_1)} - \frac{\beta(r_2)}{\alpha(r_2)} \right) \right] + \epsilon_{33}^P \frac{r_1^2}{4b} \right] \quad (2.53)$$

a

$$\Gamma_2 = j\omega 2\pi Z_2 \frac{(e_{31}^P)^2}{2b} \frac{r_1 J_1(kr_1)}{\alpha(r_2)} \left\{ 1 + \left[1 + \frac{\beta(r_2)J_1(kr_1)}{Y_1(kr_1)\alpha(r_1) - J_1(kr_1)\beta(r_2)} \left(\frac{Y_1(kr_1)}{J_1(kr_1)} - \frac{\beta(r_2)}{\alpha(r_2)} \right) \right] \right\}. \quad (2.54)$$

Účinnost diskového PT typu *ring-dot* pak lze určit podle vztahu (1.25).



Obr. 2.3 Model dvojitého diskového PT typu ring-dot

2.3 Dvojitý diskový *ring-dot* transformátor

Teoretický model dvojitého diskového *ring-dot* PT (Obr. 2.3) lze odvodit postupem analogickým k modelu diskového *ring-dot* (viz kapitola 2.2). Opět vyjdeme z pohybové rovnice (2.1), stavových rovnic (2.33), Maxwellovy rovnice pro dielektrikum bez volného náboje (2.3), zavedení elektrického potenciálu (2.34), vztahu deformace a posunutí (2.4). Transformací do válcových souřadnic r, θ, x_3 (viz příloha A.1) získáme pohybovou rovnici (2.38), jejíž řešení má tvar

- v oblasti $0 < r < r_1$ (označené horním indexem (1))

$$u_r^{(1)} = A^{(1)} J_1(kr) e^{j\omega t} \quad B^{(1)} = 0 \quad (Y_1(kr) \rightarrow \infty \text{ pro } r \rightarrow 0), \quad (2.55)$$

- v oblasti $r_1 < r < r_2$ (označené horním indexem (2))

$$u_r^{(2)} = [A^{(2)} J_1(kr) + B^{(2)} Y_1(kr)] e^{j\omega t}, \quad (2.56)$$

- v oblasti $r_2 < r < r_3$ (označené horním indexem (3))

$$u_r^{(3)} = [A^{(3)} J_1(kr) + B^{(3)} Y_1(kr)] e^{j\omega t}, \quad (2.57)$$

Okrajové podmínky jsou následující:

- konstantní elektrický potenciál na horních a dolních elektrodách ($x_3 = \pm b$) a nekonečně tenké mezery mezi vstupními a výstupní částí

$$\varphi^{(1)} = \pm \frac{V_1}{2} e^{j\omega t}, \quad \varphi^{(2)} = \pm \frac{V_2}{2} e^{j\omega t}, \quad \varphi^{(3)} = \pm \frac{V_1}{2} e^{j\omega t} \quad (2.58)$$

- spojitost radiálního mechanického napětí a posunutí na rozhraní mezi vstupní a výstupní částí

$$\begin{aligned} T_{rr}^{(1)} &= T_{rr}^{(2)}, \quad u_r^{(1)} = u_r^{(2)} & r &= r_1 \\ T_{rr}^{(2)} &= T_{rr}^{(3)}, \quad u_r^{(2)} = u_r^{(3)} & r &= r_2 \end{aligned} \quad (2.59)$$

- volný okraj disku ($r = r_3$)

$$T_{rr}^{(3)} = 0 \quad (2.60)$$

Užitím okrajových podmínek (2.58)-(2.60) dostaneme konstanty

$$\begin{aligned} A^{(1)} &= \xi_1 \gamma_1 + \frac{1}{\alpha(r_3)} \gamma_2, \\ A^{(2)} &= \xi_2 \gamma_1 + \frac{1}{\alpha(r_3)} \gamma_2, \\ B^{(2)} &= \xi_3 \gamma_1, \\ A^{(3)} &= \xi_4 \gamma_1 + \frac{1}{\alpha(r_3)} \gamma_2, \\ B^{(3)} &= \xi_5 \gamma_1, \end{aligned} \quad (2.61)$$

kde

$$\begin{aligned} \xi_1 &= \frac{Y_1(kr_1) \{ Y_1(kr_2) [\alpha(r_2) - \alpha(r_1)] \alpha(r_3) + J_1(kr_2) [\alpha(r_1) \beta(r_3) - \alpha(r_3) \beta(r_2)] \}}{\alpha(r_3) [Y_1(kr_1) \alpha(r_1) - J_1(kr_1) \beta(r_1)] [Y_1(kr_2) \alpha(r_2) - J_1(kr_2) \beta(r_2)]} + \\ &+ \frac{J_1(kr_1) \{ J_1(kr_2) [\beta(r_2) - \beta(r_1)] \beta(r_3) + Y_1(kr_2) [\alpha(r_3) \beta(r_1) - \alpha(r_2) \beta(r_3)] \}}{\alpha(r_3) [Y_1(kr_1) \alpha(r_1) - J_1(kr_1) \beta(r_1)] [Y_1(kr_2) \alpha(r_2) - J_1(kr_2) \beta(r_2)]}, \\ \xi_2 &= \frac{Y_1(kr_1) \alpha(r_1) [J_1(kr_2) \beta(r_3) - Y_1(kr_2) \alpha(r_3)]}{\alpha(r_3) [Y_1(kr_1) \alpha(r_1) - J_1(kr_1) \beta(r_1)] [Y_1(kr_2) \alpha(r_2) - J_1(kr_2) \beta(r_2)]} + \\ &+ \frac{J_1(kr_1) \{ J_1(kr_2) [\beta(r_2) - \beta(r_1)] \beta(r_3) + Y_1(kr_2) [\alpha(r_3) \beta(r_1) - \alpha(r_2) \beta(r_3)] \}}{\alpha(r_3) [Y_1(kr_1) \alpha(r_1) - J_1(kr_1) \beta(r_1)] [Y_1(kr_2) \alpha(r_2) - J_1(kr_2) \beta(r_2)]}, \\ \xi_3 &= \frac{J_1(kr_1)}{Y_1(kr_1) \alpha(r_1) - J_1(kr_1) \beta(r_1)}, \\ \xi_4 &= \beta(r_3) \left\{ \frac{J_1(kr_2) \{ Y_1(kr_1) \alpha(r_1) + J_1(kr_1) [\beta(r_2) - \beta(r_1)] \}}{\alpha(r_3) [Y_1(kr_1) \alpha(r_1) - J_1(kr_1) \beta(r_1)] [Y_1(kr_2) \alpha(r_2) - J_1(kr_2) \beta(r_2)]} - \right. \\ &\quad \left. - \frac{J_1(kr_1) Y_1(kr_2) \alpha(r_2)}{\alpha(r_3) [Y_1(kr_1) \alpha(r_1) - J_1(kr_1) \beta(r_1)] [Y_1(kr_2) \alpha(r_2) - J_1(kr_2) \beta(r_2)]} \right\}, \\ \xi_5 &= \frac{J_1(kr_1) Y_1(kr_2) \alpha(r_2) - J_1(kr_2) \{ Y_1(kr_1) \alpha(r_1) + J_1(kr_1) [\beta(r_2) - \beta(r_1)] \}}{[Y_1(kr_1) \alpha(r_1) - J_1(kr_1) \beta(r_1)] [Y_1(kr_2) \alpha(r_2) - J_1(kr_2) \beta(r_2)]}, \\ \alpha(r_1) &= c_{11}^P k J_0(kr_1) - (c_{11}^P - c_{12}^P) \frac{1}{r_1} J_1(kr_1), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\alpha(r_2) &= c_{11}^P k J_0(kr_2) - (c_{11}^P - c_{12}^P) \frac{1}{r_2} J_1(kr_2), \\
\alpha(r_3) &= c_{11}^P k J_0(kr_3) - (c_{11}^P - c_{12}^P) \frac{1}{r_3} J_1(kr_3), \\
\beta(r_1) &= c_{11}^P k Y_0(kr_1) - (c_{11}^P - c_{12}^P) \frac{1}{r_1} Y_1(kr_1), \\
\beta(r_2) &= c_{11}^P k Y_0(kr_2) - (c_{11}^P - c_{12}^P) \frac{1}{r_2} Y_1(kr_2), \\
\beta(r_3) &= c_{11}^P k Y_0(kr_3) - (c_{11}^P - c_{12}^P) \frac{1}{r_3} Y_1(kr_3), \\
\gamma_1 &= e_{31}^P \frac{V_2 - V_1}{2b}, \quad \gamma_2 = -e_{31}^P \frac{V_1}{2b}.
\end{aligned} \tag{2.62}$$

Proud výstupní částí lze vypočítat pomocí vztahu

$$I_2 = \frac{I^{(2)}}{e^{j\omega t}} = j\omega \int_{r_1}^{r_2} D_3^{(2)} 2\pi r dr, \tag{2.63}$$

kde

$$D_3^{(2)} = e_{31}^P [A^{(2)} k J_0(kr) + B^{(2)} k Y_0(kr)] - \epsilon_{33}^P \frac{V_2}{2b}. \tag{2.64}$$

Řešení rovnice (2.63) se dá přepsat do tvaru (2.21), kde impedance výstupní části je dána vztahem

$$\begin{aligned}
\frac{1}{Z_2} &= j\omega 2\pi \left\{ -\frac{(e_{31}^P)^2}{2b} \left\{ \xi_2 [r_2 J_1(kr_2) - r_1 J_1(kr_1)] - \xi_3 [r_2 Y_1(kr_2) - r_1 Y_1(kr_1)] \right\} + \right. \\
&\quad \left. + \frac{\epsilon_{33}^P}{4b} (r_2^2 - r_1^2) \right\}
\end{aligned} \tag{2.65}$$

a

$$\begin{aligned}
\Gamma_1 &= j\omega 2\pi Z_2 \frac{-(e_{31}^P)^2}{2b} \left\{ \left(\xi_2 + \frac{1}{\alpha(r_3)} \right) [r_2 J_1(kr_2) - r_1 J_1(kr_1)] + \right. \\
&\quad \left. + \xi_3 [r_2 Y_1(kr_2) - r_1 Y_1(kr_1)] \right\}.
\end{aligned} \tag{2.66}$$

Zesílení (transformační poměr) diskového PT lze opět vypočítat dle vztahu (1.22). Analogickým postupem jako u diskového *ring-dot* PT určíme proud vstupní částí

$$\begin{aligned}
I_1 &= \frac{I^{(1)} + I^{(3)}}{e^{j\omega t}} = j\omega 2\pi \int_0^{r_1} \left\{ e_{31}^P [A^{(1)} k r J_0(kr)] - \epsilon_{33}^P \frac{V_1}{2b} r \right\} dr + \\
&\quad + j\omega 2\pi \int_{r_2}^{r_3} \left\{ e_{31}^P [A^{(2)} k r J_0(kr) + B^{(2)} k r Y_0(kr)] - \epsilon_{33}^P \frac{V_1}{2b} r \right\} dr.
\end{aligned} \tag{2.67}$$

Výsledek výrazu (2.67) lze přepsat ve tvaru (2.26), kde impedance vstupní části je

$$\begin{aligned} \frac{1}{Z_1} = j\omega 2\pi \left\{ \frac{(e_{31}^P)^2}{2b} \left[\left(\xi_1 + \frac{1}{\alpha(r_3)} \right) J_1(kr_1) + (\xi_4 + \xi_5)[r_3 J_1(kr_3) - r_2 J_1(kr_2)] + \right. \right. \\ \left. \left. + \xi_5[r_3 Y_1(kr_3) - r_2 Y_1(kr_2)] \right] + \frac{\epsilon_{33}^P}{4b} (r_1^2 + r_3^2 - r_2^2) - \right. \\ \left. - \Gamma_1 \frac{(e_{31}^P)^2}{2b} [\xi_1 r_1 J_1(kr_1) + \xi_4[r_3 J_1(kr_3) - r_2 J_1(kr_2)] + \xi_5[r_3 Y_1(kr_3) - r_2 Y_1(kr_2)]] \right\} \end{aligned} \quad (2.68)$$

a

$$\begin{aligned} \Gamma_2 = j\omega 2\pi Z_2 \left\{ \frac{-(e_{31}^P)^2}{2b} [\xi_1 r_1 J_1(kr_1) + \xi_4[r_3 J_1(kr_3) - r_2 J_1(kr_2)] + \right. \\ \left. + \xi_5[r_3 Y_1(kr_3) - r_2 Y_1(kr_2)]] \right\}. \end{aligned} \quad (2.69)$$

Účinnost diskového dvojitého PT typu *ring-dot* pak lze určit podle vztahu (1.25).

3 Experiment a diskuze výsledků

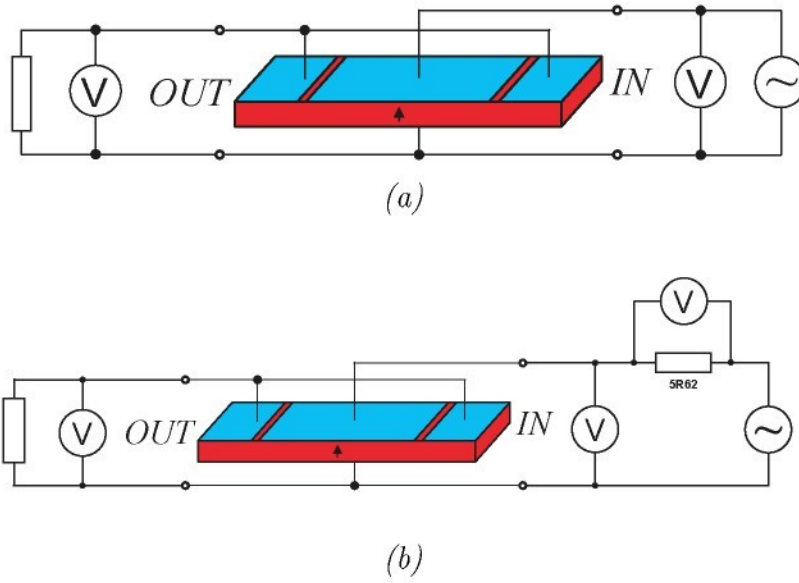
Analytické modely PT byly testovány experimentálně. Byl zjišťován vliv tvaru elektrod (poměr ploch elektrod PPE = poměr plochy elektrod vstupní/výstupní části) a zátěže na zesílení napětí a účinnost u tyčinkových PT (pracujících v délkově rozpínavém módu), diskových PT (pracujících v radiálně rozpínavém módu, typ *ring-dot*, případně plošně střížném módu - typ *disk-PS*) a prstencových PT (pracujících v plošně střížném módu).

3.1 Design PT

Všechny transformátory jsou homogenně polarizované ve směru tloušťky a jsou vyrobeny z tvrdé (*hard*) PZT keramiky (výrobce Piezokeramika s.r.o, Libřice), která je vhodná pro výkonové aplikace kvůli nízkým dielektrickým ztrátám. Systém elektrod a připojení vodičů byl vytvořen pomocí stříbrné pasty. Vzorky diskových PT typu *ring-dot* bylo nutno zpolarizovat (elektrickým polem o intenzitě 1,5 kV/mm, dvojité diskové PT polem o intenzitě 3 kV/mm v lázni silikonového oleje o teplotě 130 °C po dobu 5 min), ostatní byly dodány polarizované. Transformátory byly buzeny sinusovým napětím z funkčního generátoru Hewlett-Packard HP3325A (amplitudy 1 V, 2 V, 5 V a 10 V), napětí na vstupu (V_1) a výstupu (V_2) byla měřena pomocí digitálních multimetrů Agilent (Hewlett-Packard) HP34401A. Na výstupu PT byla připojena odporová zátěž (Obr. 3.1(a)).

Pro zjištění účinnosti byla měřicí soustava modifikována (Obr. 3.1(b)). PT byly buzeny sinusovým napětím (generátor HP3325A) o amplitudě 10 V. Vstupní a výstupní napětí byla snímána osciloskopem Tektronix TDS 224. Vstupní proud byl měřen jako úbytek napětí na měřícím odporu pomocí diferenční sondy Agilent N2772A. Kalibrace měřícího odporu byla provedena pomocí impedančního analyzátoru Hewlett-Packard HP4192A (viz příloha A.2.1). Všechny zobrazené výsledky byly získány pro PT pracující v blízkosti některé (většinou základní) rezonanční frekvence. Měření transformačního poměru a měření účinnosti při vybrané velikosti zátěže bylo automatizováno pomocí prostředí Agilent VEE Pro 6.2 (popis programu viz příloha A.2.2).

Teoreticky by měla účinnost nabývat maxima pro velikost zátěže rovnou velikosti výstupní části PT (přesněji pokud je impedance zátěže rovna komplexně sdružené hodnotě impedance výstupní části, tzv. *impedanční přizpůsobení*). Při měření byla předpokládána čistě rezistivní zátěž, proto stačilo určit velikost impedance výstupní



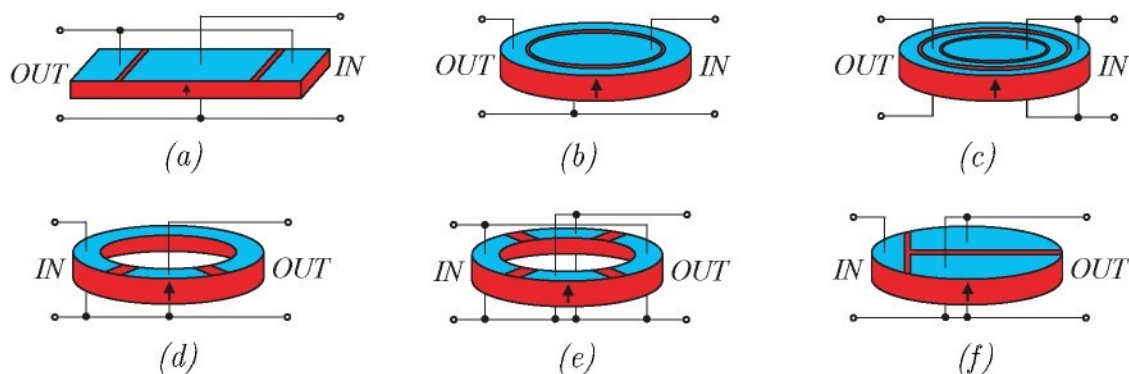
Obr. 3.1 Schema měření charakteristik PT: (a) transformačního poměru, (b) účinnosti (při měření diskových PT typu ring-dot a tyčinkových PT byl rezistor 5R62 nahrazen rezistorem 96,71 Ω)

$$\begin{array}{ll}
 c_{11}^E = 19,3 \times 10^{10} \text{ Pa} & e_{31} = -8,42 \text{ C}\cdot\text{m}^{-2} \\
 c_{12}^E = 12,7 \times 10^{10} \text{ Pa} & e_{33} = 7,21 \text{ C}\cdot\text{m}^{-2} \\
 c_{13}^E = 11,6 \times 10^{10} \text{ Pa} & e_{15} = 21,13 \text{ C}\cdot\text{m}^{-2} \\
 c_{33}^E = 12,9 \times 10^{10} \text{ Pa} & d_{31} = -104 \times 10^{-12} \text{ C}\cdot\text{N}^{-1} \\
 c_{44}^E = 9,42 \times 10^{10} \text{ Pa} & \epsilon_{33}^T = 1170\epsilon_0 \\
 s_{11}^E = 11,6 \times 10^{-12} \text{ Pa}^{-1} & \epsilon_{33}^S = 953\epsilon_0 \\
 \rho = 7600 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3} &
 \end{array}$$

Tab. 3.1 Materiálové parametry PZT keramiky pro výpočty a FEM simulace (APC 841)

části daného PT. Ta byla zjišťována pomocí impedančního analyzátoru HP4192A při zkratované vstupní části. Byla stanovena jednak jako velikost impedance na rezonanční frekvenci (R_r). Druhým způsobem bylo určení impedance výstupní části jako impedance kondenzátoru na uvedené rezonanční frekvenci (R_c), přičemž statická kapacita byla změřena na frekvenci 1 kHz.

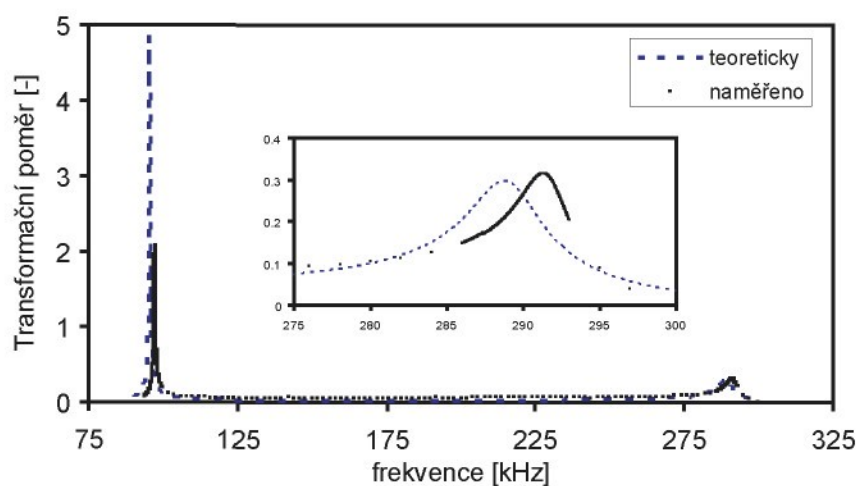
Pro teoretické výpočty byly uvažovány materiálové parametry PZT keramiky uvedené v Tab. 3.1.



Obr. 3.2 Zapojení PT: (a) tyčinkových, (b) diskových typu ring-dot, (c) diskových dvojitéch typu ring-dot, (d) prstencových dvousegmentových, (e) prstencových čtyřsegmentových, (f) diskových typu disk-PS



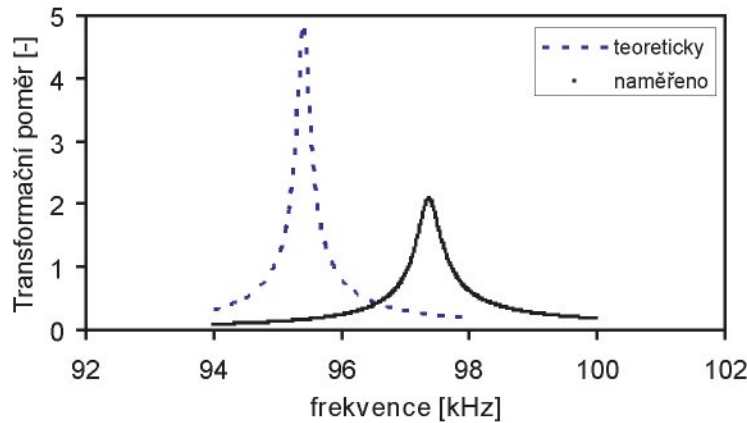
Obr. 3.3 Vzorky tyčinkových PT



Obr. 3.4 Průběh zesílení tyčinkového PT v závislosti na frekvenci ($PPE = 1,56$, zátěž $4 \text{ k}\Omega$, amplituda vstupního napětí 1 V)

PPE	l_1/w	l_2/w	l_1/b	l_2/b
1,56	1,25	3,92	3	9,4
0,93	1,67	3,08	4	7,4
0,54	2,08	2,25	5	5,4
0,28	2,50	1,42	6	3,4
0,10	2,92	0,58	7	1,4

Tab. 3.2 Poměr ploch elektrod a aspect ratio tyčinkových PT



Obr. 3.5 Průběh zesílení tyčinkového PT v blízkosti základní rezonanční frekvence ($PPE = 1,56$, zátěž $4 \text{ k}\Omega$, amplituda vstupního napětí 1 V)

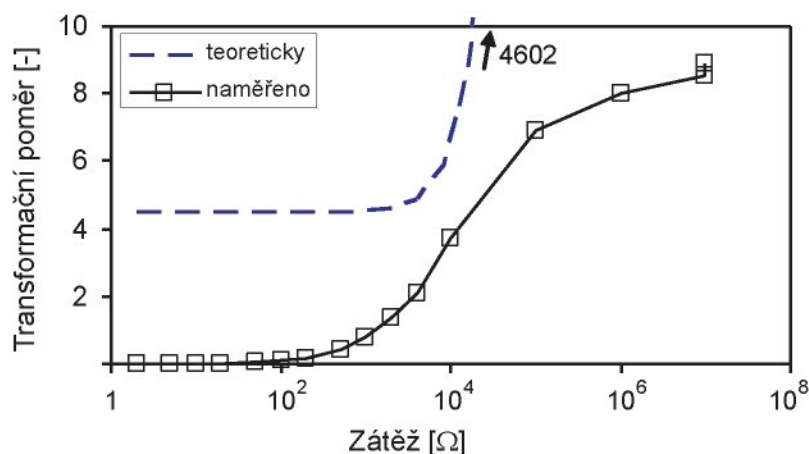
3.2 Diskuze výsledků

3.2.1 Tyčinkový PT

Vlastnosti tyčinkových PT byly prověřovány na vzorcích o délce 17,4 mm, šířce 2,4 mm a tloušťce 1 mm (Obr. 3.3). Typický průběh transformačního poměru tyčinkového PT v závislosti na frekvenci je na Obr. 3.4. Obr. 3.5 detailněji zobrazuje závislost zesílení na frekvenci v blízkosti základní rezonanční frekvence ($PPE = 1,56$). Teoretické průběhy dosahují maxima na frekvencích přibližně o 2 % nižších než naměřené závislosti. Rozdíl v absolutní velikosti zesílení může být způsoben odlišnými materiálovými parametry a předpokladem bezztrátového netlumeného transformátoru v teoretickém odvození. Teoretické zesílení se podle vztahů (1.22) a (2.23) blíží nekonečnu pro transformátor pracující naprázdno.

Vypočtený transformační poměr má trend podobný naměřeným hodnotám až do velikosti zátěže $10^2 \Omega$ (Obr. 3.6). Poté se impedance zátěže ve vztahu (1.22) stává větší než impedance výstupní části a zesílení se blíží hodnotě výrazu (2.23).

Závislost zesílení na PPE má společný rostoucí charakter pro teoretické i naměřené hodnoty. Avšak pro $PPE > 0,5$ a impedanci zátěže $> 4 \text{ k}\Omega$ se značně rozchází



Obr. 3.6 Závislost zesílení tyčinkového PT na zátěži ($PPE = 1,56$, základní rezonanční frekvence, amplituda vstupního napětí 1 V)

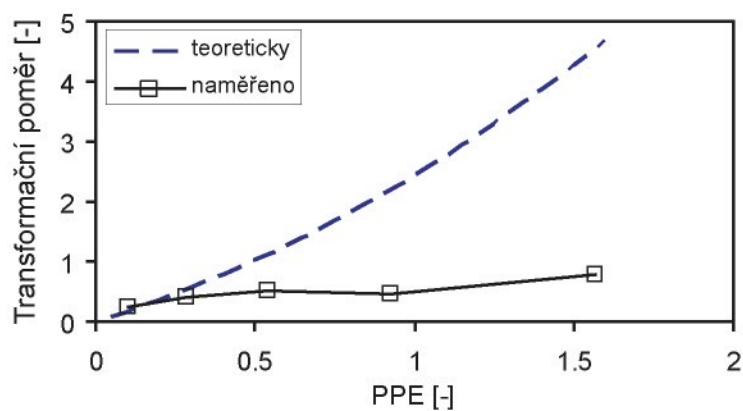
průměr 25 mm, tloušťka 2 mm			průměr 40 mm, tloušťka 2,1 mm		
PPE	$r_1/2b$	$(r_2 - r_1^*)/2b$	PPE	$r_1/2b$	$(r_2 - r_1^*)/2b$
0,08	1,71	4,05	0,09	2,68	6,37
0,30	2,88	2,88	0,31	4,52	4,52
0,63	3,68	2,08	0,63	5,72	3,33
1,00	4,16	1,59	1,00	6,49	2,56
1,42	4,49	1,26	1,46	7,05	2,00

Tab. 3.3 Poměr ploch elektrod a aspect ratio diskových PT typu ring-dot (r_1^* je poloměr r_1 zvětšený o mezeru 1 mm)

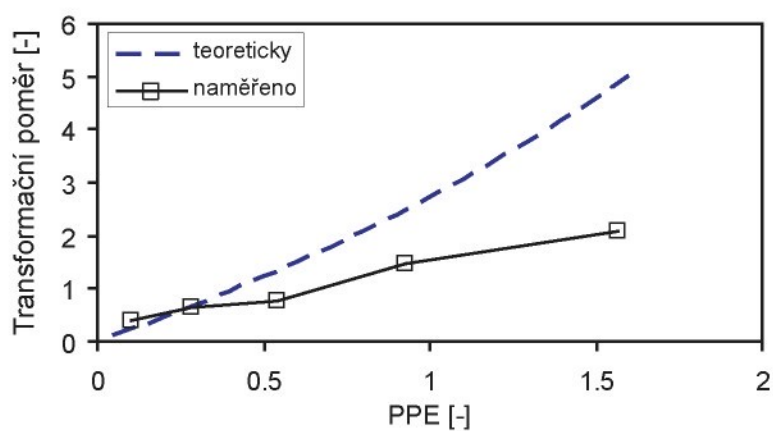
(Obr. 3.7). Pro vysoké hodnoty impedance zátěže (blíží se situaci bez zátěže) má změřený průběh oproti teoretickému zcela odlišný charakter. To může být zapříčiněno konfliktem poměru stran (tzv. *aspect ratio*, viz Tab. 3.2) výstupní části s předpoklady délkově rozpínavých kmitů tenké tyčinky. Podle [54] by měly rozměry tyčinky splňovat podmínky $(\text{délka}/\text{šířka})^2 > 10$ a $(\text{délka}/\text{tloušťka})^2 > 10$.

Předpokládaný posun frekvence (vzhledem ke stavu bez zátěže, tj. 100 %)), na které je dosaženo maxima zesílení, je menší než 3 % pro impedance zátěže pod 1 kΩ. Trend teoretické závislosti je podobný naměřeným hodnotám (Obr. 3.8).

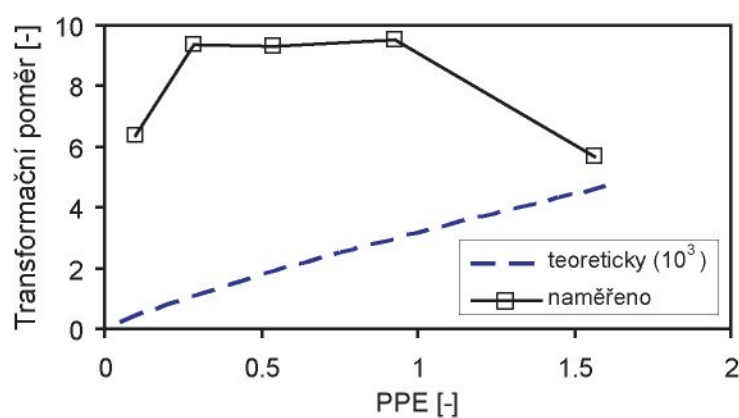
Typický průběh účinnosti tyčinkového PT v okolí základní rezonance je na Obr. 3.9. Poloha a velikost maxima účinnosti závisí na hodnotě zátěže PT (Obr. 3.10). Tyčinkový PT s $PPE = 0,93$ vykazuje účinnost > 60 % pro zátěže 5-12 kΩ, přičemž největších hodnot (68 %) je dosaženo v blízkosti 10 kΩ. Při zátěži $R_r = 2246 \Omega$ dosáhl tento PT účinnosti 56 %, při zátěži $R_c = 8717 \Omega$ pak asi 67 %.



(a)

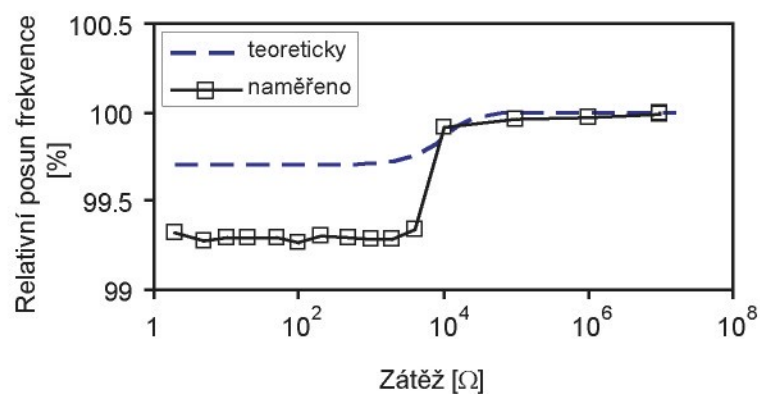


(b)

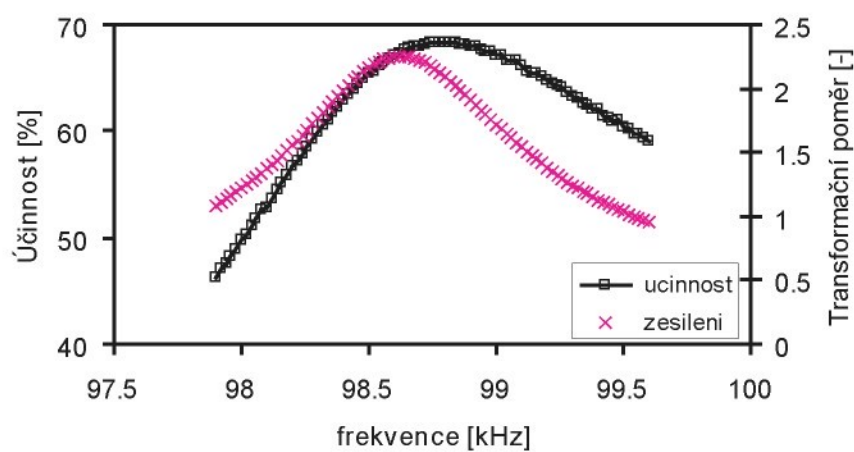


(c)

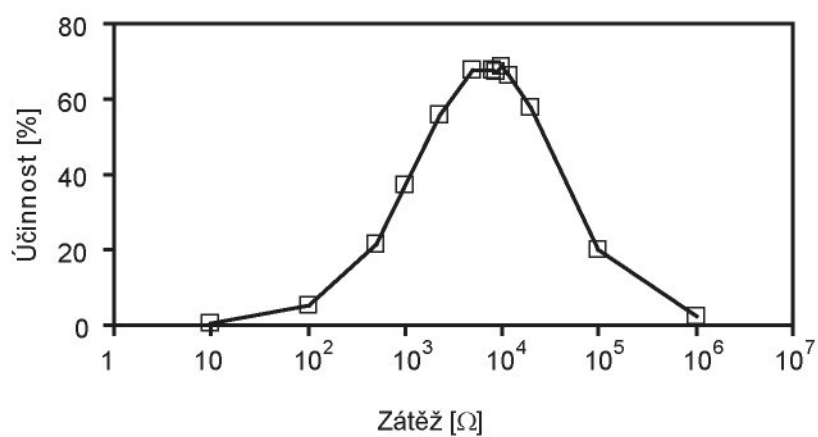
Obr. 3.7 Závislost zesílení tyčinkového PT na PPE, základní rezonanční frekvence, amplituda vstupního napětí 1 V, zátěž: (a) 1 kΩ, (b) 4 kΩ, (c) bez zátěže



Obr. 3.8 Závislost relativního posunu frekvence tyčinkového PT na zátěži ($PPE = 1,56$, základní rezonanční frekvence, amplituda vstupního napětí 1 V)



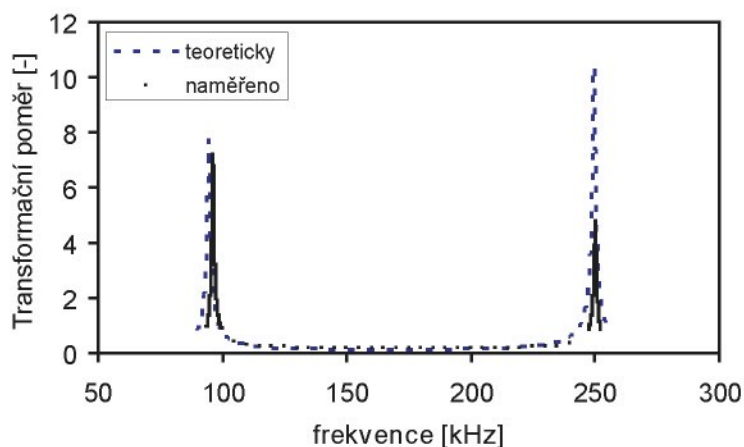
Obr. 3.9 Průběh účinnosti a zesílení tyčinkového PT v blízkosti základní rezonanční frekvence ($PPE = 0,93$, zátěž 10 k Ω , amplituda vstupního napětí 10 V)



Obr. 3.10 Závislost účinnosti tyčinkového PT na zátěži ($PPE = 0,93$, základní rezonanční frekvence, amplituda vstupního napětí 10 V)



Obr. 3.11 Vzorky diskových PT typu ring-dot



Obr. 3.12 Průběh zesílení diskového PT typu *ring-dot* v závislosti na frekvenci (průměr 25 mm, $PPE = 0,30$, zátěž $10\text{ k}\Omega$, amplituda vstupního napětí 1 V)

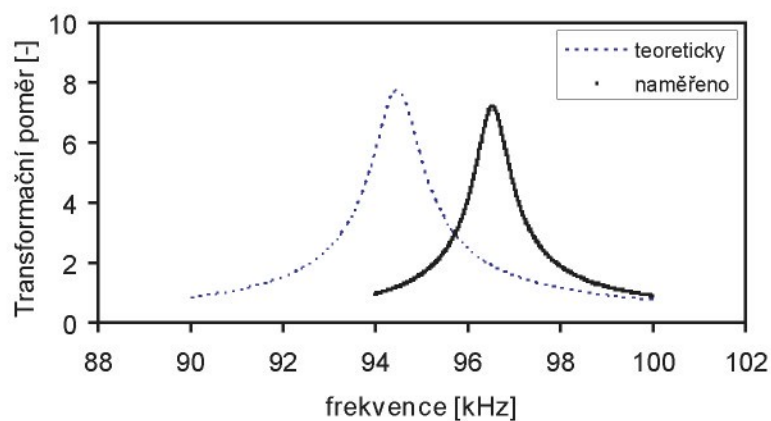
3.2.2 Diskový PT typu *ring-dot*

Charakteristiky diskových PT typu *ring-dot* byly studovány na dvou různých velikostech vzorků (Obr. 3.11, 1. průměr 25 mm a tloušťka 2 mm, 2. průměr 40 mm a tloušťka 2,1 mm). Typický průběh transformačního poměru diskového PT typu *ring-dot* v závislosti na frekvenci je na Obr. 3.12. Obr. 3.13 zobrazuje závislost zesílení na frekvenci v blízkosti základní rezonanční frekvence (průměr 25 mm, $PPE = 0,30$). Maxima zesílení by teoreticky mělo být dosaženo na frekvencích asi o 2 % nižších než bylo zjištěno experimentálně. Odlišnost teoretické velikosti transformačního poměru od naměřených hodnot je způsobena stejnými příčinami jako u tyčinkového transformátoru (materiálové parametry a bezztrátový netlumený transformátor uvažované v analytickém modelu). Absolutní hodnota transformačního poměru by se opět podle vztahů (1.22) a (2.51) měla blížit nekonečnu.

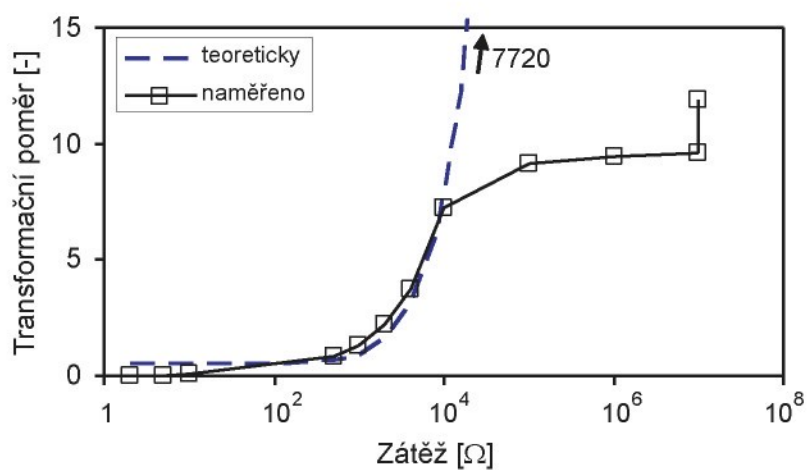
V závislosti transformačního poměru na velikosti zátěže jsou naměřené hodnoty v dobré shodě s analytickým modelem až do zátěže $10^4\ \Omega$ (Obr. 3.14). Při dalším zvyšování velikosti zátěže převažuje ve výrazu (1.22) hodnota členu Γ_1 daná výrazem (2.51) (impedance zátěže je mnohem větší než impedance výstupní části PT).

Experimentálně zjištěný průběh závislosti zesílení na PPE je oproti teoretickému modelu silně závislý na velikosti zátěže. Pro nízké hodnoty zátěže ($< 10\text{ k}\Omega$) je model v dobré shodě s experimentem až do $PPE = 1$. Při vyšší velikosti zátěže je teoretické zesílení odlišné od naměřeného již při $PPE > 0,5$ a při měření naprázdno má opačný charakter průběhu (Obr. 3.15). Důvodem může být rozpor *aspect ratio* výstupní části transformátoru (viz Tab. 3.3) s předpokladem radiálně rozpínavých kmitů tenkého disku a zanedbání ztrát transformátoru. Podle [53] by rozměry tenkého disku vyrobeného z keramiky našeho typu měly splňovat podmínku $\text{průměr}/\text{tloušťka} > 15$.

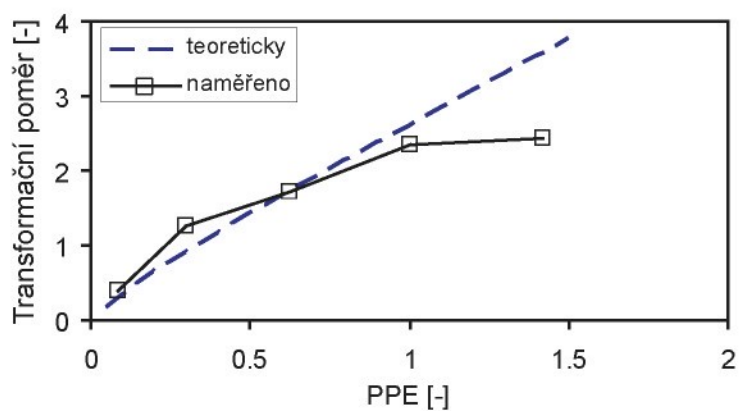
Teoretická závislost relativního posunu frekvence, na které dosahuje PT maxima zesílení, vykazuje podobný průběh jako experimentální data. Pro zátěže $< 1\text{ k}\Omega$ byl



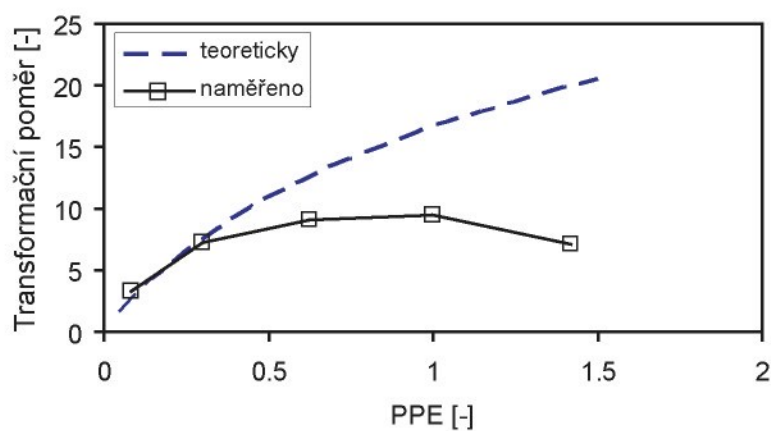
Obr. 3.13 Průběh zesílení diskového PT typu ring-dot v blízkosti základní rezonanční frekvence (průměr 25 mm, $PPE = 0,30$, zátěž $10\text{ k}\Omega$, amplituda vstupního napětí 1 V)



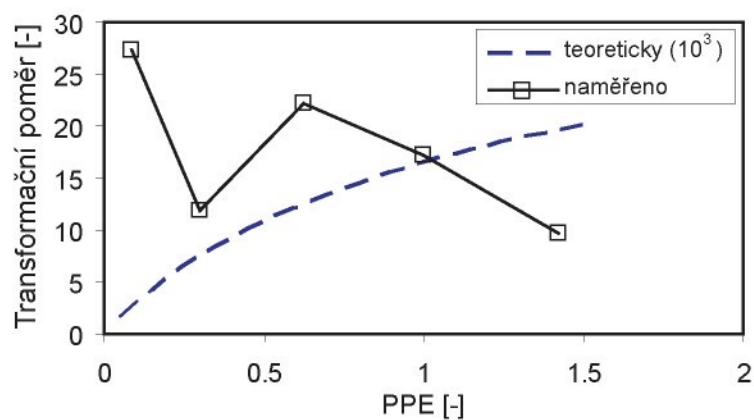
Obr. 3.14 Závislost zesílení diskového PT typu ring-dot na zátěži (průměr 25 mm, $PPE = 0,30$, základní rezonanční frekvence, amplituda vstupního napětí 1 V)



(a)

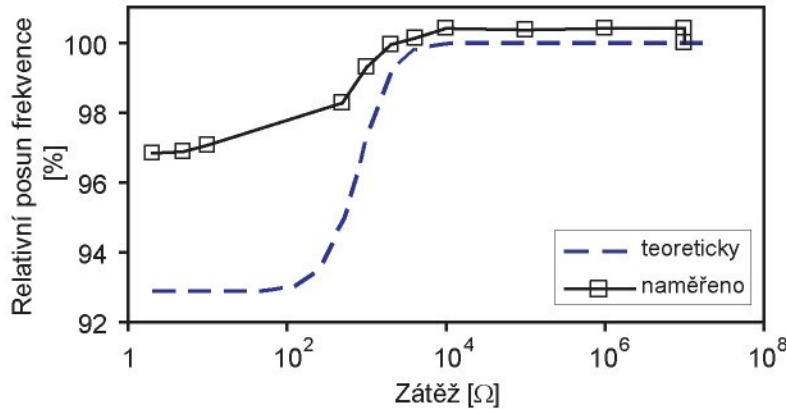


(b)



(c)

Obr. 3.15 Závislost zesílení diskového PT typu ring-dot na PPE, základní rezonanční frekvence, amplituda vstupního napětí 1 V, zátěž: (a) 1 kΩ, (b) 10 kΩ, (c) bez zátěže



Obr. 3.16 Závislost relativního posunu frekvence diskového PT typu ring-dot na zátěži (průměr 25 mm, $PPE = 0,30$, základní rezonanční frekvence, amplituda vstupního napětí 1 V)

průměr 30 mm, tloušťka 0,7 mm			
PPE	$r_1^*/2b$	$(r_2^* - r_1^*)/2b$	$(r_3 - r_2^*)/2b$
1,37	10,00	7,14	4,29
2,00	7,14	7,14	7,14
3,69	5,71	5,71	10,00

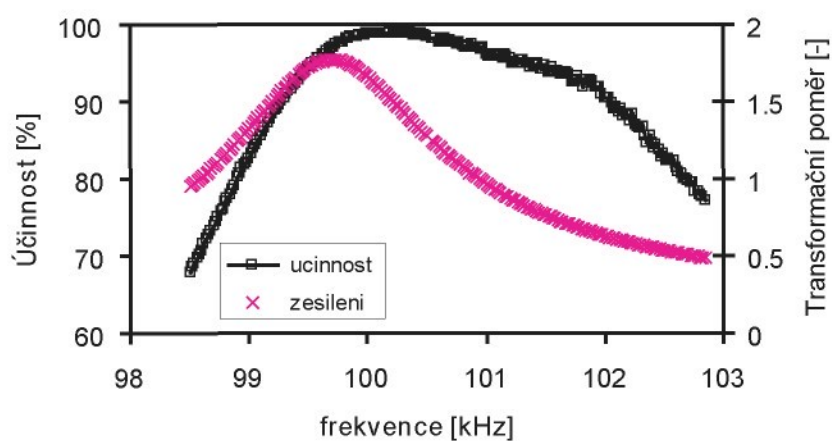
Tab. 3.4 Poměr ploch elektrod a aspect ratio dvojitých diskových PT typu ring-dot (r_1^* a r_2^* jsou poloměry r_1 a r_2 zvětšené o mezery 1 mm, PPE je počítáno z poloměrů r_1^* , r_2^* a r_3)

zjištěn maximální teoretický posun o 7 %, experimentem pak největší posun o 10 % (na Obr. 3.16 však pro daný PT činil naměřený posun pouze 3 %).

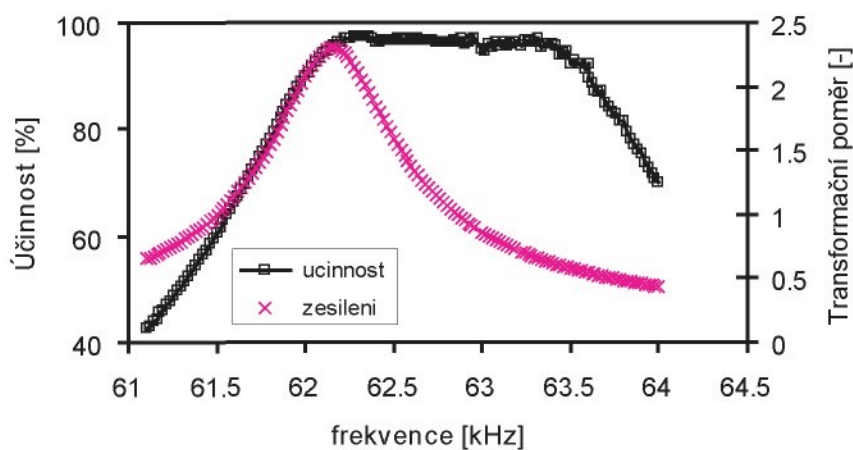
Typický průběh účinnosti diskového PT typu *ring-dot* v okolí základní rezonance je na Obr. 3.17. Maximum účinnosti se mění s velikostí zátěže PT (Obr. 3.18). Diskový PT typu *ring-dot* o průměru 25 mm s $PPE = 0,08$ dosahuje účinnosti > 80 % pro zátěže 1-20 kΩ, přičemž největší hodnoty (99 %) je dosaženo pro zátěž 5 kΩ. Při zátěži $R_r = 39$ Ω dosáhl tento PT účinnosti 46 %, při zátěži $R_c = 592$ Ω pak asi 76 %. Diskový PT typu *ring-dot* o průměru 40 mm s $PPE = 0,09$ vykazuje obdobné parametry (účinnost > 80 % v rozsahu zátěží 0,5-10 kΩ, maximum 97 % pro zátěž 5 kΩ). Při zátěži $R_r = 43$ Ω dosáhl tento PT účinnosti 54 %, při zátěži $R_c = 428$ Ω asi 79 %.

3.2.3 Dvojitý diskový PT typu *ring-dot*

Experimentální část byla provedena O. Štípkem v [55] na vzorcích o průměru 30 mm a tloušťce 0,7 mm (Obr. 3.19). Tento PT otevírá oproti jednoduchému PT typu

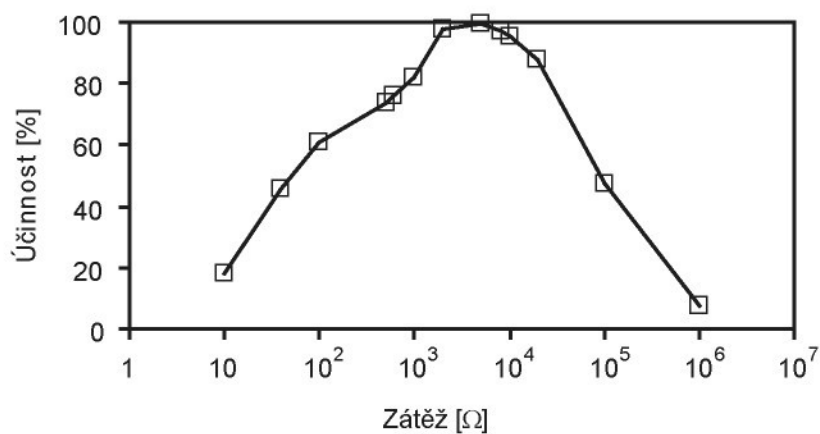


(a)

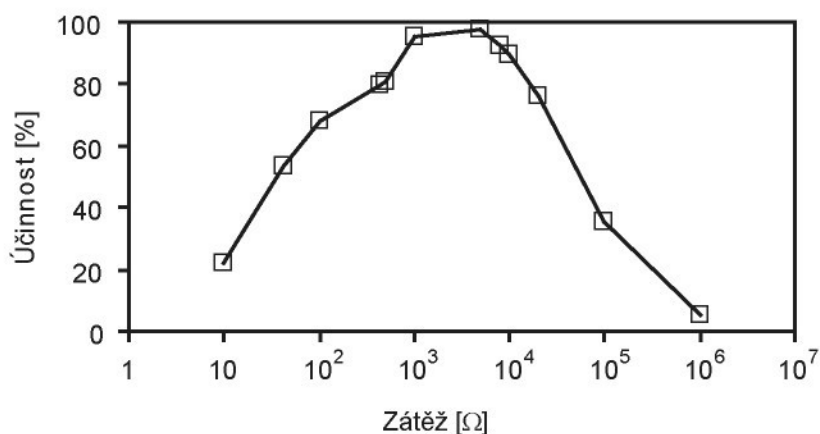


(b)

Obr. 3.17 Průběh účinnosti a zesílení diskového PT typu ring-dot v blízkosti základní rezonanční frekvence (amplituda vstupního napětí 10 V, zátěž 5 k Ω): (a) průměr 25 mm, PPE = 0,08, (b) průměr 40 mm, PPE = 0,09

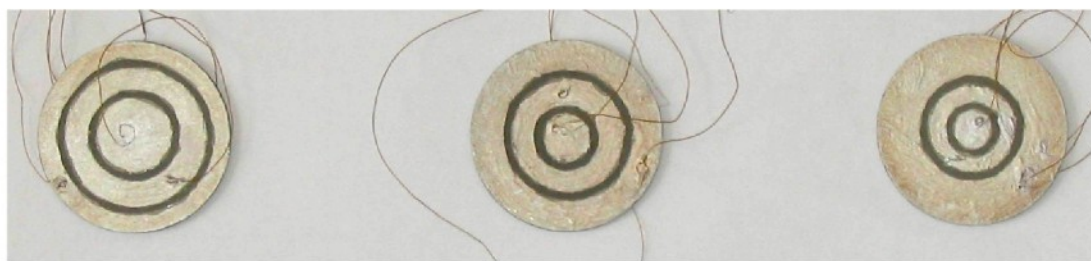


(a)

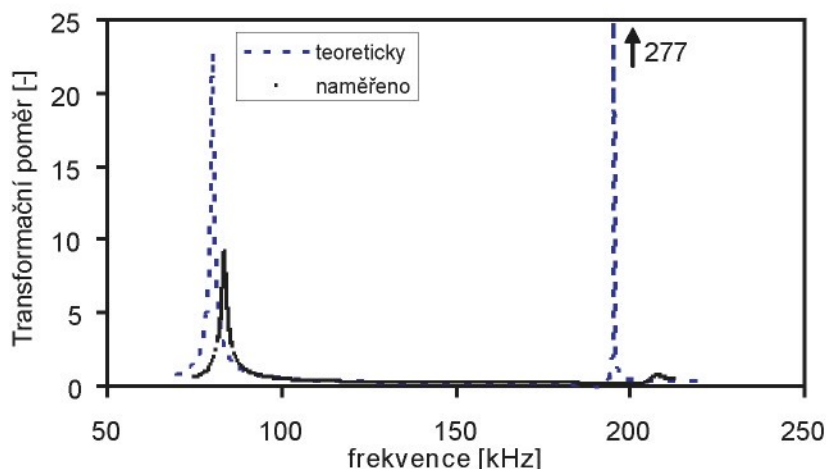


(b)

Obr. 3.18 Závislost účinnosti diskového PT typu ring-dot na zátěži (základní rezonanční frekvence, amplituda vstupního napětí 10 V): (a) průměr 25 mm, $PPE = 0,08$, (b) průměr 40 mm, $PPE = 0,09$



Obr. 3.19 Vzorčky diskových dvojitéch PT typu ring-dot



Obr. 3.20 Průběh zesílení dvojitého diskového PT typu ring-dot v závislosti na frekvenci ($PPE = 2$, zátěž $10\text{ k}\Omega$, amplituda vstupního napětí 1 V)

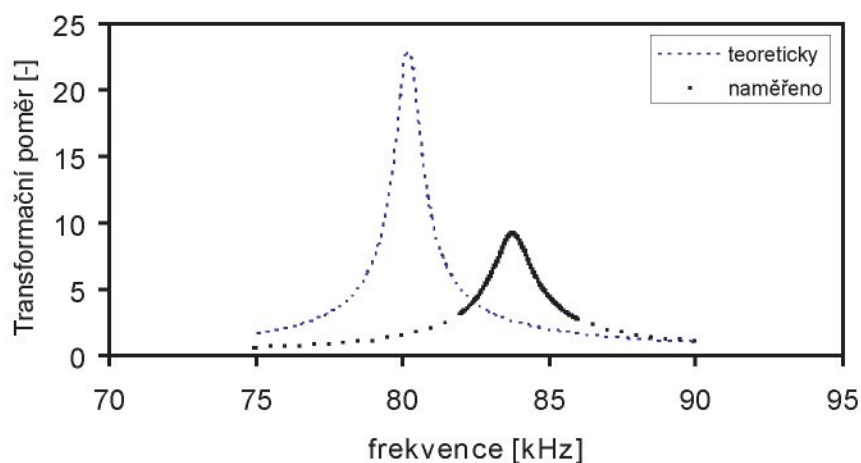
ring-dot (Obr. 3.2(b)) více možností při volbě velikosti a rozmístění elektrod. Pro experiment byly zvoleny elektrody výstupní části o konstantní šířce (cca 4 mm) s různou vzdáleností od středu disku. Typický průběh transformačního poměru diskového PT typu ring-dot v závislosti na frekvenci je na Obr. 3.20. Podrobněji je závislost zesílení na frekvenci v blízkosti základní rezonanční frekvence ilustrována na Obr. 3.21. Teoreticky určené zesílení nabývá maxima na frekvencích asi o 5% nižších oproti experimentu. Odlišnost teoretické velikosti transformačního poměru od naměřených hodnot je způsobena stejnými příčinami jako u PT diskutovaných v předchozích odstavcích (materiálové parametry a bezetrátový netlumený transformátor uvažované v analytickém modelu). Absolutní hodnota transformačního poměru by se opět podle vztahů (1.22) a (2.66) měla blížit nekonečnu.

Teoretickým modelem předpovězená velikost transformačního poměru v závislosti na velikosti zátěže je velmi blízká naměřeným hodnotám až do zátěže $10^4\text{ }\Omega$ (Obr. 3.22). Pro větší hodnotu zátěže dominuje ve výrazu (1.22) hodnota členu Γ_1 daná výrazem (2.66) (impedance zátěže je mnohem větší než impedance výstupní části PT).

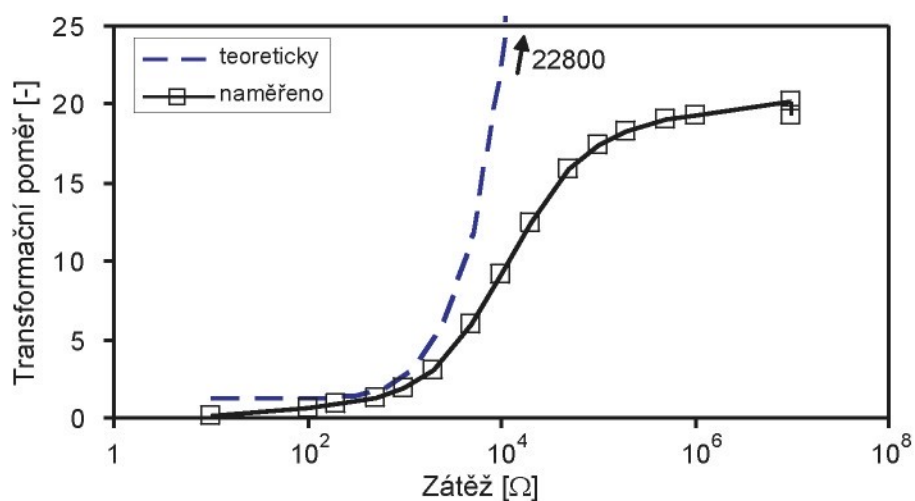
Charakter závislosti zesílení na PPE je v dobré shodě s experimentem pro nízké hodnoty zátěže ($< 10\text{ k}\Omega$, Obr. 3.23). Je patrné, že ve skutečnosti nelze zvolenou metodou rozmístění elektrod příliš ovlivnit transformační poměr.

Experiment také potvrdil trend teoretické závislosti relativního posunu frekvence, na které dosahuje PT maxima zesílení. Pro zátěže $< 1\text{ k}\Omega$ byl zjištěn maximální teoretický posun o 9% , avšak podle experimentu došlo k posunu nejvíce o 10% (na Obr. 3.24 činí změřený posun asi 5%).

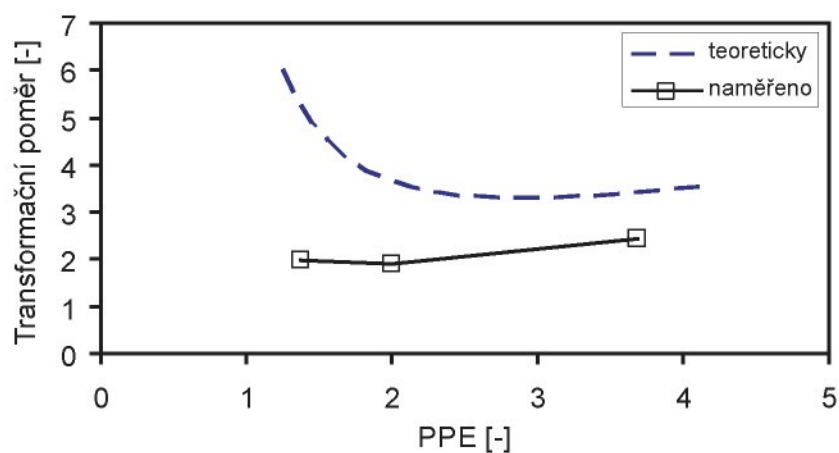
Typický průběh účinnosti dvojitého diskového PT typu ring-dot v okolí základní rezonance je na Obr. 3.25. Poloha a velikost maxima účinnosti závisí na hodnotě zátěže PT (Obr. 3.26). Diskový dvojitý PT s $PPE = 2$ vykazuje účinnost $> 70\%$ pro zátěže $0,5\text{--}8\text{ k}\Omega$, přičemž největších hodnot (93%) je dosaženo v blízkosti $2\text{ k}\Omega$.



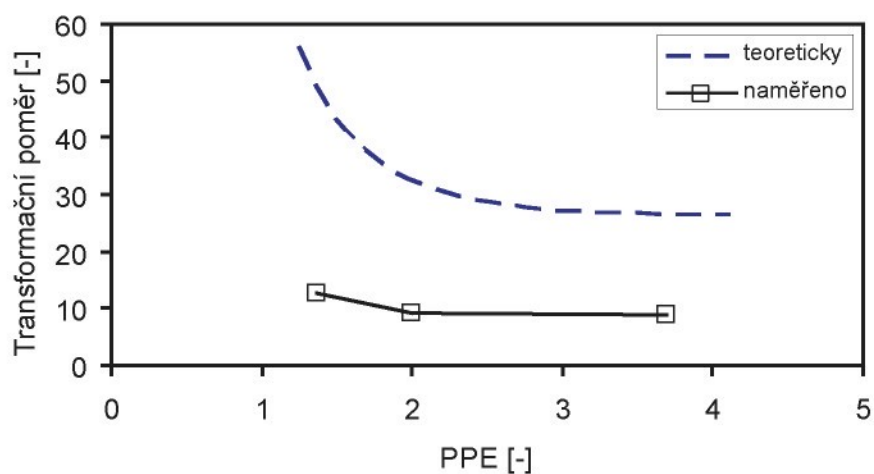
Obr. 3.21 Průběh zesílení dvojitého diskového PT typu ring-dot v blízkosti základní rezonanční frekvence ($PPE = 2$, zátěž $10\text{ k}\Omega$, amplituda vstupního napětí 1 V)



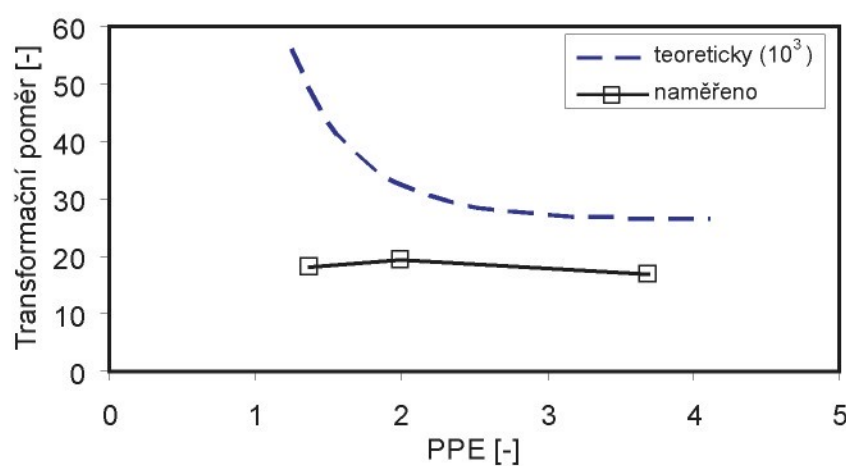
Obr. 3.22 Závislost zesílení dvojitého diskového PT typu ring-dot na zátěži ($PPE = 2$, základní rezonanční frekvence, amplituda vstupního napětí 1 V)



(a)

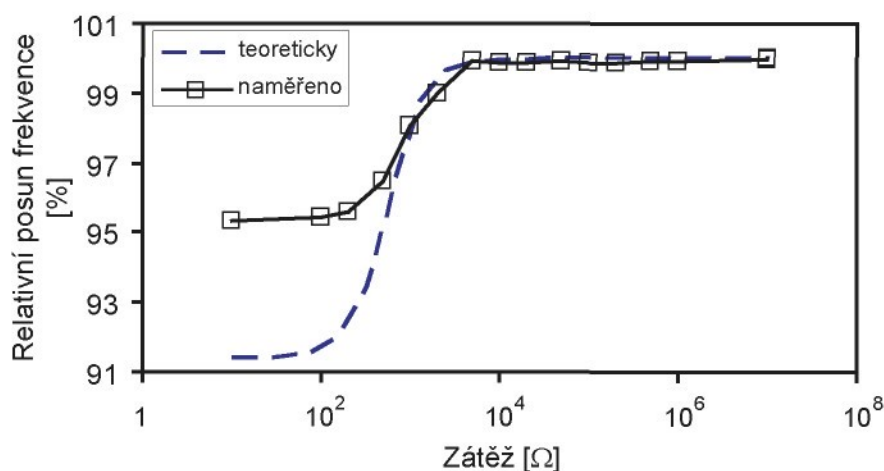


(b)



(c)

Obr. 3.23 Závislost zesílení dvojitého diskového PT typu ring-dot na PPE, základní rezonanční frekvence, amplituda vstupního napětí 1 V, zátěž: (a) 1 kΩ, (b) 10 kΩ, (c) bez zátěže



Obr. 3.24 Závislost relativního posunu frekvence dvojitého diskového PT typu ring-dot na zátěži ($PPE = 2$, základní rezonanční frekvence, amplituda vstupního napětí 1 V)

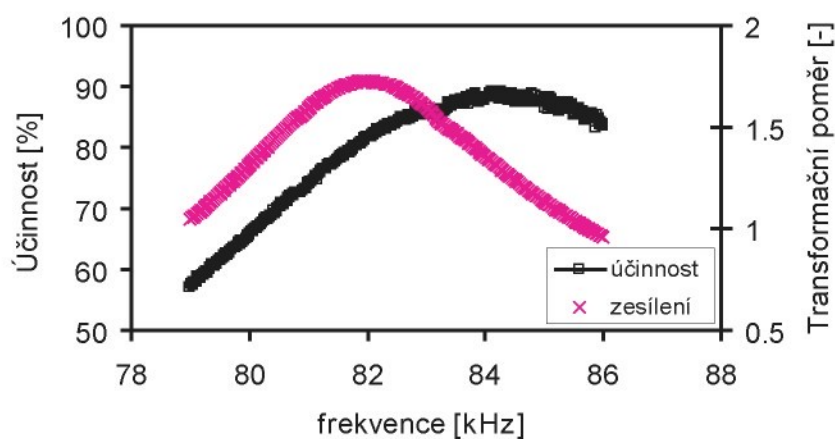
Při zátěži $R_r = 110 \Omega$ dosáhl tento PT účinnosti 56 %, při zátěži $R_c = 872 \Omega$ pak asi 89 %.

3.2.4 Diskový PT typu *disk-PS* a prstencové PT

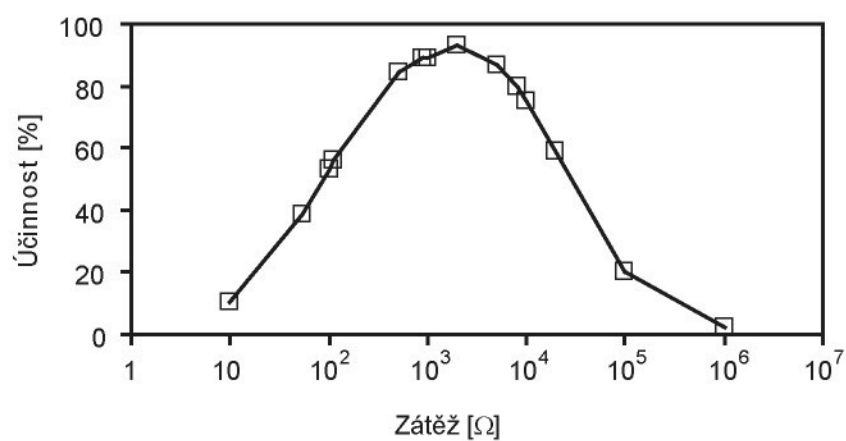
PT typu *disk-PS* byly vytvořeny na discích o průměru 28 mm a tloušťce 1,8 mm, prstencové PT na vzorcích o vnějším průměru 25 mm, vnitřním průměru 15 mm a tloušťce 5 mm (Obr. 3.27). Podle Obr. 3.28-Obr. 3.30 mají tyto PT oproti předchozím PT značně složitější spektrum rezonancí ve studovaném oboru frekvencí (do 300 kHz). To je nevýhodné z hlediska rozložení energie ve spektru (v ideálním případě by byla veškerá energie soustředěna do vybrané rezonance jednoho módu kmitů). Dvousegmentový prstencový PT vykazuje ve spektru více rezonancí oproti čtyřsegmentovému PT. Příčinou může být nižší efektivní symetrie dvousegmentového PT (m vs. mm^2). Tyto typy PT byly zkoumány pouze experimentálně, proto je diskuze jejich charakteristik začleněna v následující sekci.

3.3 Srovnání testovaných PT

Zesílení tyčinkových PT bez zátěže (pracujících v základním délkově rozpínavém módu) dosahují nízkých saturevaných hodnot (zesílení 9) pro poměr ploch elektrod $PPE = 0,28-0,93$. Diskové PT typu *ring-dot* (pracující v základním radiálně rozpínavém módu) vykazují poněkud větší zesílení (kolem 30, $PPE = 0,085$), dvojité PT téhož typu pak asi 20 pro $PPE = 2$. U PT typu *disk-PS* (provozovaných na druhém řádu plošně střížných kmitů) je největšího zesílení (kolem 20) dosaženo pro $PPE = 1$. Prstencové PT (pracující v základním plošně střížném módu) mají maximální zesílení



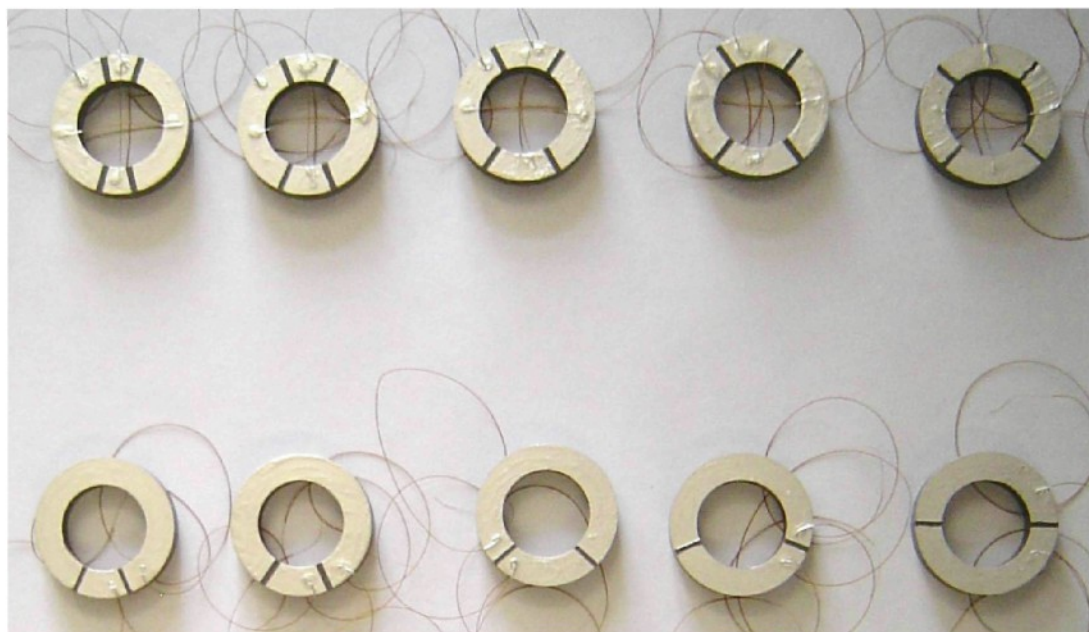
Obr. 3.25 Průběh účinnosti a zesílení diskového dvojitého PT typu ring-dot v blízkosti základní rezonanční frekvence ($PPE = 2$, zátěž 872Ω , amplituda vstupního napětí 10 V)



Obr. 3.26 Závislost účinnosti diskového dvojitého PT typu ring-dot na zátěži ($PPE = 2$, základní rezonanční frekvence, amplituda vstupního napětí 10 V)

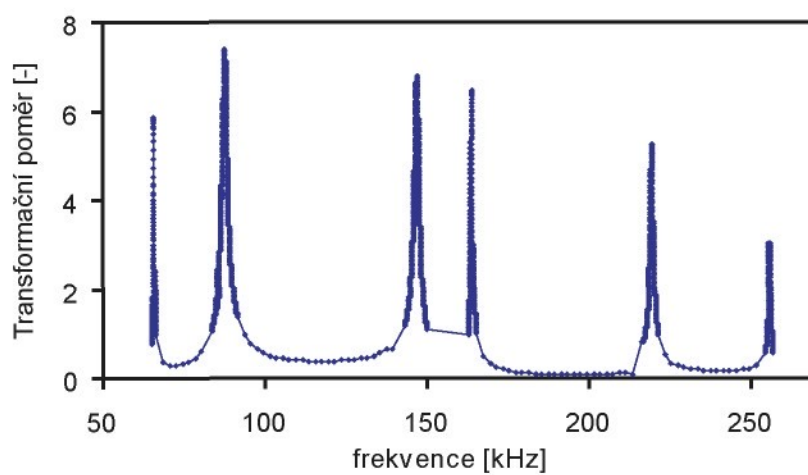


(a)

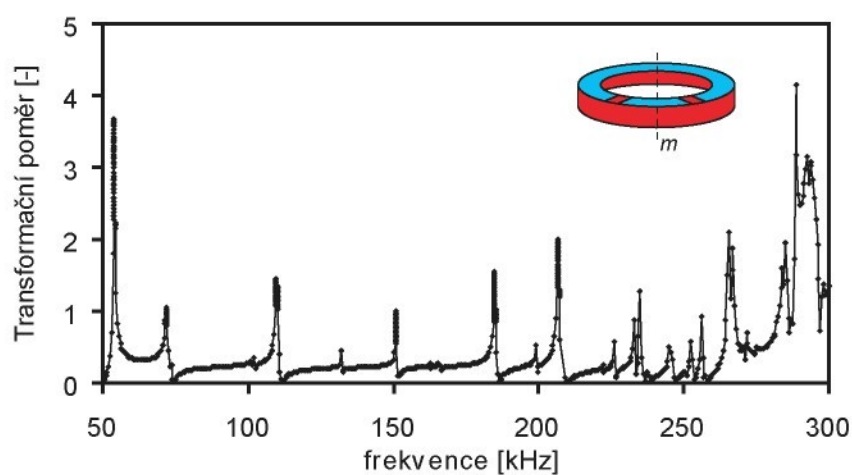


(b)

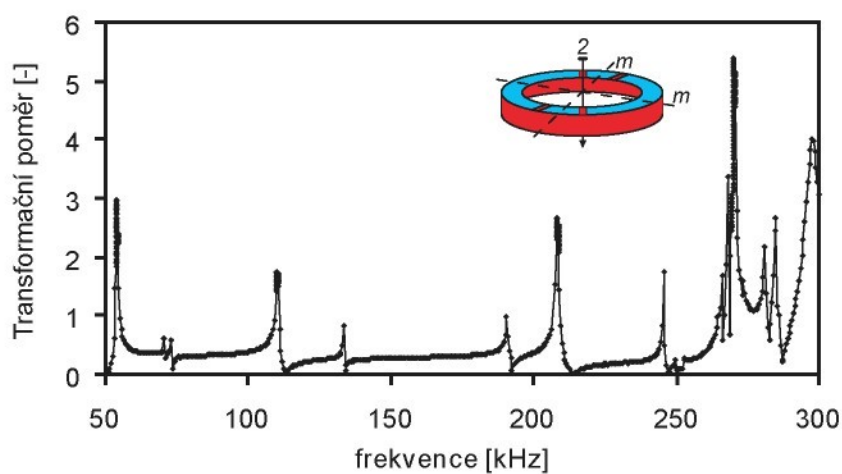
Obr. 3.27 Vzorky: (a) diskových PT typu disk-PS, (b) prstencových PT



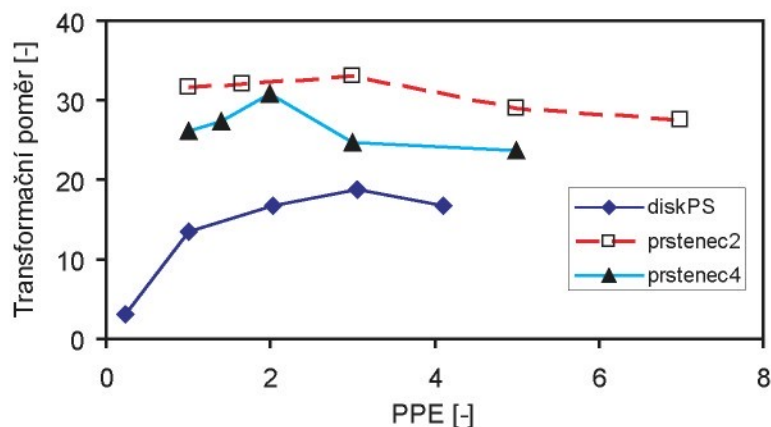
Obr. 3.28 Průběh zesílení diskového PT typu disk-PS v závislosti na frekvenci ($PPE = 1$, zátěž $10\text{ k}\Omega$, amplituda vstupního napětí 1 V)



Obr. 3.29 Průběh zesílení prstencového dvousegmentového PT v závislosti na frekvenci ($PPE = 3$, zátěž $10\text{ k}\Omega$, amplituda vstupního napětí 1 V)



Obr. 3.30 Průběh zesílení prstencového čtyřsegmentového PT v závislosti na frekvenci ($PPE = 2$, zátěž $10\text{ k}\Omega$, amplituda vstupního napětí 1 V)



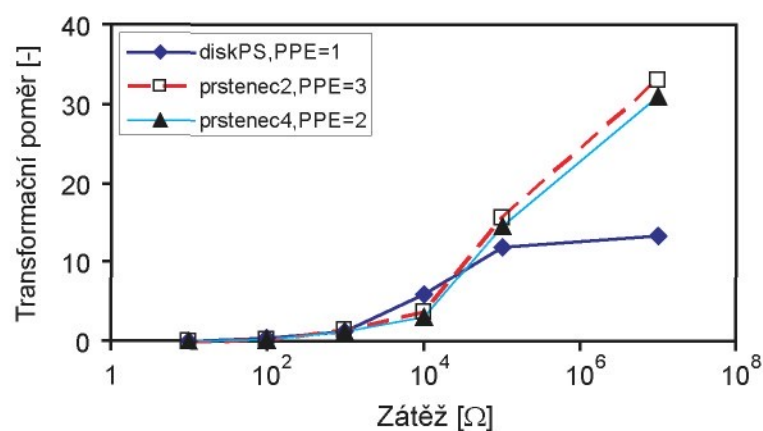
Obr. 3.31 Závislost zesílení diskového PT typu disk-PS a prstencových PT na PPE (základní rezonanční frekvence, amplituda vstupního napětí 1 V, bez zátěže)

(kolem 30) pro $PPE = 3$ u dvousegmentových a pro $PPE = 2$ u čtyřsegmentových PT (Obr. 3.31). PT typu *disk-PS* s $PPE = 1$ je speciálním případem transformátorů ve tvaru disku s klínovitě dělenou elektrodou. Jejich charakteristiky byly experimentálně studovány J. Kopalem v [56] na sadě vzorků s úhlem primární elektrody rovným 50° , 100° , 150° a 180° (při úhlu 180° je právě $PPE = 1$). V závislosti na PPE dosahují tyto PT bez zátěže zesílení 20-25 na základní rezonanční frekvenci.

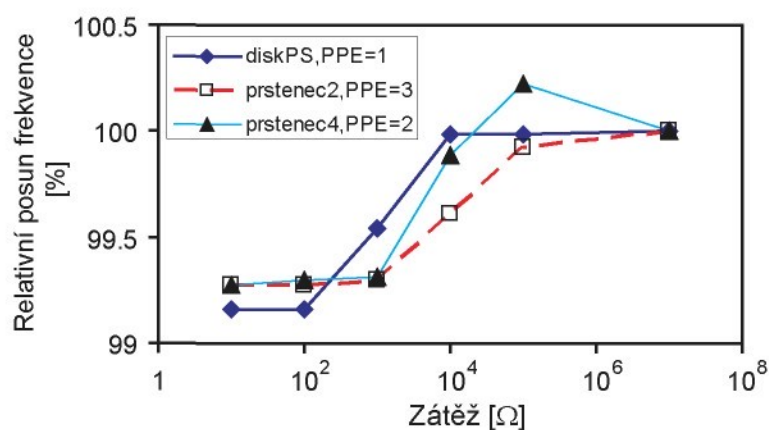
U všech PT existuje saturace transformačního poměru napětí v závislosti na velikosti impedance zátěže. Pro malé hodnoty odporu je zesílení malé - menší než 1 a výstup PT lze považovat za zkratovaný (Obr. 3.32). Při velkých hodnotách odporu zátěže se zesílení blíží hodnotám nezatíženého transformátoru - velikost impedance zátěže je mnohem větší než impedance výstupní části a výstupní napětí se blíží napětí naprázdno. Avšak při hodnotách zátěže $> 1 \text{ M}\Omega$ je již třeba uvažovat vliv měřících přístrojů (jejich vstupní impedance se pohybují v rozmezí 1-10 $\text{M}\Omega$).

V závislosti na impedanci zátěže byl také pozorován posun frekvence, kde PT dosahují maxima zesílení (Obr. 3.33). Relativní posun se snižující se hodnotou impedance zátěže je malý pro nízké PPE u PT typu *disk-PS* a pro vysoké PPE u prstencových PT. U tyčinkových PT a PT typu *ring-dot* je posun malý pro nízké PPE v případě buzení střední elektrody. U všech PT byl zjištěný posun menší než 10 % v rozsahu zátěží od 10 Ω do 10 $\text{M}\Omega$.

Prstencové, tyčinkové a PT typu *disk-PS* vykazují maximum účinnosti v relativně úzké oblasti v okolí dané rezonance (oblast maxima účinnosti pokrývá typicky několik desítek Hz). U dvojitých diskových PT je toto pásmo široké několik stovek Hz (typicky 800 Hz až 1 kHz). Největší frekvenční rozsah (z hlediska maxima účinnosti) vykazují diskové PT typu *ring-dot*, u kterých je účinnost $> 90 \%$ v zóně široké 1,5-2,5 kHz. U všech studovaných PT je frekvence, na které je dosaženo maxima účinnosti, vyšší než frekvence, při níž nabývá maximální hodnoty transformační poměr. Při kmitech na frekvencích blíže k antirezonanční frekvenci daného módu by mělo docházet k nižším



Obr. 3.32 Závislost zesílení diskového PT typu disk-PS a prstencových PT na zátěži (základní rezonanční frekvence, amplituda vstupního napětí 1 V)



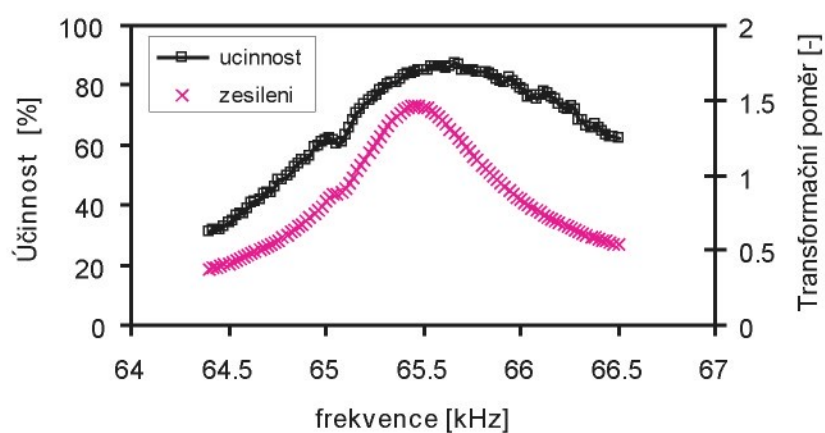
Obr. 3.33 Závislost relativního posunu frekvence diskového PT typu disk-PS a prstencových PT na zátěži (základní rezonanční frekvence, amplituda vstupního napětí 1 V)

ztrátám v přenosu energie [57, 58]. Dvojité diskové PT vykazují maximum účinnosti typicky na frekvenci o 2 kHz větší (ostatní PT o několik desítek až stovek Hz) než je frekvence příslušející největšímu zesílení.

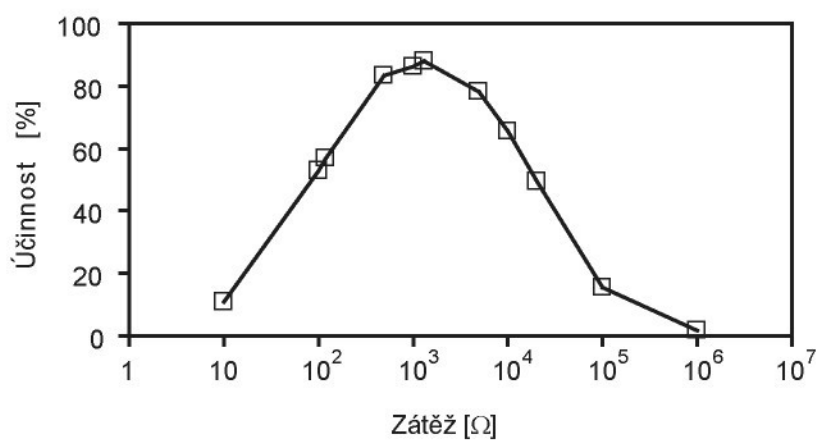
V závislosti na zátěži se u všech PT mění účinnost. Existuje úzká oblast optimálních hodnot zátěže, při kterých nabývá účinnost maxima. Ze studovaných PT dosáhly největší účinnosti (přes 95 %) diskové PT typu *ring-dot*. Hranici 90 % účinnosti překonaly také dvojité diskové PT typu *ring-dot*, ostatní mají účinnost nižší (80-87 %). Výjimkou jsou tyčinkové PT, které vykazují pouze 68 % účinnost. Pro impedance R_c dosahovaly větší účinnosti než pro impedance R_r , ve většině případů se ale nejednalo o největší zjištěnou účinnost (vyjma PT typu *disk-PS* a prstencových PT). Je však nutno podotknout, že použitá metoda měření byla zatížena velkou chybou způsobenou zejména malým úbytkem napětí na měřicím odporu (minimálně 23 %, určeno jako chyba nepřímo měřených veličin). Velikost použitých měřicích odporů byla alespoň 9 krát menší než velikost impedance vstupní části transformátoru na rezonanční frekvenci (měřeno pomocí impedančního analyzátoru HP 4192A při zkratované výstupní části PT). Použití větší hodnoty měřicího odporu by mohlo vést k nežádoucímu vlivu měřicí soustavy na chování samotného transformátoru (u prstencových PT byla velikost měřicího odporu asi 20-26 krát menší než impedance vstupní části PT při rezonanci, u ostatních PT byla impedance vstupní části asi 10-13 krát větší). Pro zvýšení přesnosti by navíc bylo vhodnější měřit také proud výstupní části PT.

Typický průběh účinnosti diskového PT typu *disk-PS* v okolí základní rezonance je na Obr. 3.34. Poloha a velikost maxima účinnosti závisí na hodnotě zátěže PT (Obr. 3.35). Diskový PT typu *disk-PS* s $PPE = 1$ vykazuje účinnost > 80 % pro zátěže 0,5-1,3 k Ω , přičemž největších hodnot (87 %) je dosaženo v blízkosti 1 k Ω . Při zátěži $R_r = 118 \Omega$ dosáhl tento PT účinnosti 57 %, při zátěži $R_c = 1291 \Omega$ pak asi 87 %. Závislost účinnosti prstencového dvousegmentového PT na frekvenci v okolí základní rezonance ilustruje Obr. 3.36. Velikostí zátěže PT je ovlivněna pozice a hodnota maxima účinnosti (Obr. 3.37). Prstencový dvousegmentový PT s $PPE = 3$ dosahuje účinnosti > 80 % pro zátěže 5-20 k Ω . Největších hodnot (85 %) je dosaženo pro zátěž blízkou 10 k Ω . Při zátěži $R_r = 1093 \Omega$ dosáhl tento PT účinnosti 52 %, při zátěži $R_c = 14860 \Omega$ pak asi 83 %. Typický průběh účinnosti prstencového čtyřsegmentového PT v okolí základní rezonance je na Obr. 3.38. Poloha a velikost maxima účinnosti závisí na hodnotě zátěže PT (Obr. 3.39). Prstencový čtyřsegmentový PT s $PPE = 2$ vykazuje účinnost > 80 % pro zátěže 5-20 k Ω , přičemž největších hodnot (84 %) je dosaženo v blízkosti 15 k Ω . Při zátěži $R_r = 567 \Omega$ dosáhl tento PT účinnosti 45 %, při zátěži $R_c = 14119 \Omega$ pak asi 84 %.

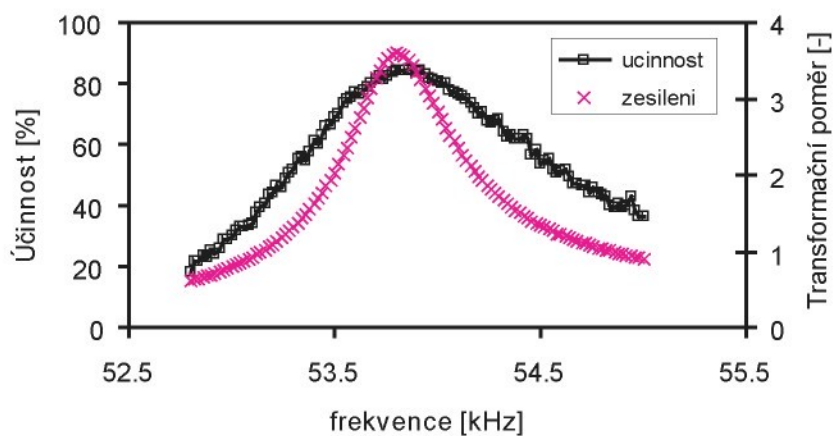
Transformační poměr i relativní posun frekvence jsou závislé také na amplitudě budícího signálu (Obr. 3.40). Zvýšení amplitudy budícího signálu z 1 V na 10 V má za následek pokles zesílení naprázdno asi o 30 % (pro zátěže < 10 k Ω je tento pokles < 10 %) a relativní posun frekvence v řádu 10^{-3} (u některých typů transformátorů je srovnatelný s posunem frekvence vlivem impedanční zátěže). Zde se projevuje nelinearita vlastností piezoelektrických materiálů, která je v teoretických modelech



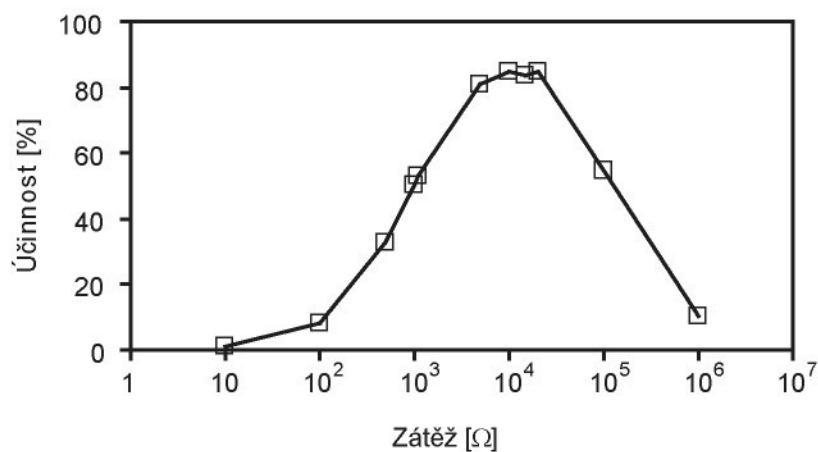
Obr. 3.34 Průběh účinnosti a zesílení diskového PT typu disk-PS v blízkosti základní rezonanční frekvence ($PPE = 1$, zátěž 1291Ω , amplituda vstupního napětí 10 V)



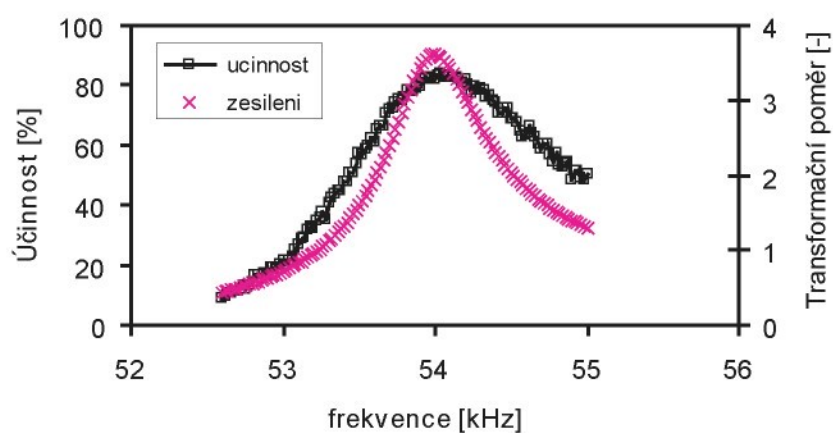
Obr. 3.35 Závislost účinnosti diskového dvojitého PT typu ring-dot na zátěži ($PPE = 2$, základní rezonanční frekvence, amplituda vstupního napětí 10 V)



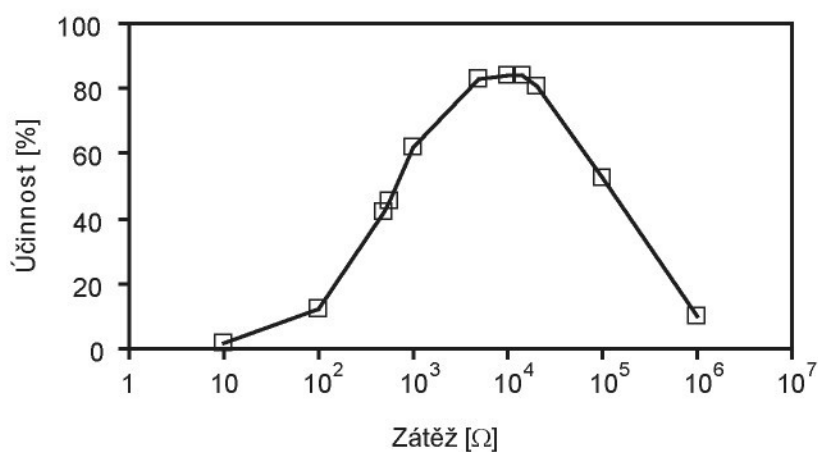
Obr. 3.36 Průběh účinnosti a zesílení prstencového dvousegmentového PT v blízkosti základní rezonanční frekvence ($PPE = 3$, zátěž $10\text{ k}\Omega$, amplituda vstupního napětí 10 V)



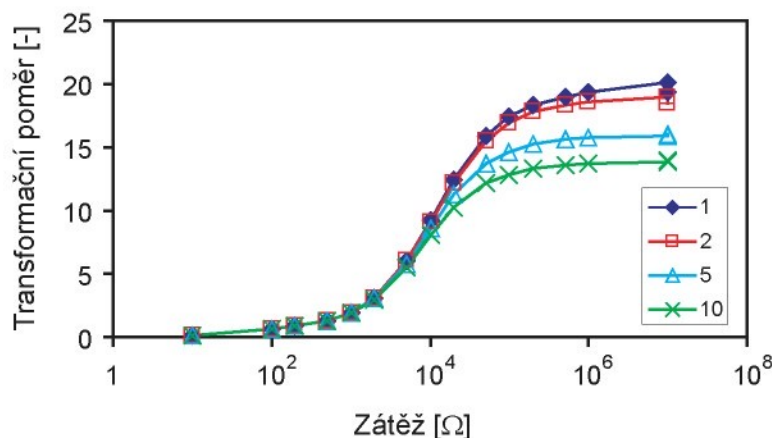
Obr. 3.37 Závislost účinnosti prstencového dvousegmentového PT typu na zátěži ($PPE = 3$, základní rezonanční frekvence, amplituda vstupního napětí 10 V)



Obr. 3.38 Průběh účinnosti a zesílení prstencového čtyřsegmentového PT v blízkosti základní rezonanční frekvence ($PPE = 2$, zátěž 14119Ω , amplituda vstupního napětí 10 V)



Obr. 3.39 Závislost účinnosti prstencového čtyřsegmentového PT typu na zátěži ($PPE = 2$, základní rezonanční frekvence, amplituda vstupního napětí 10 V)



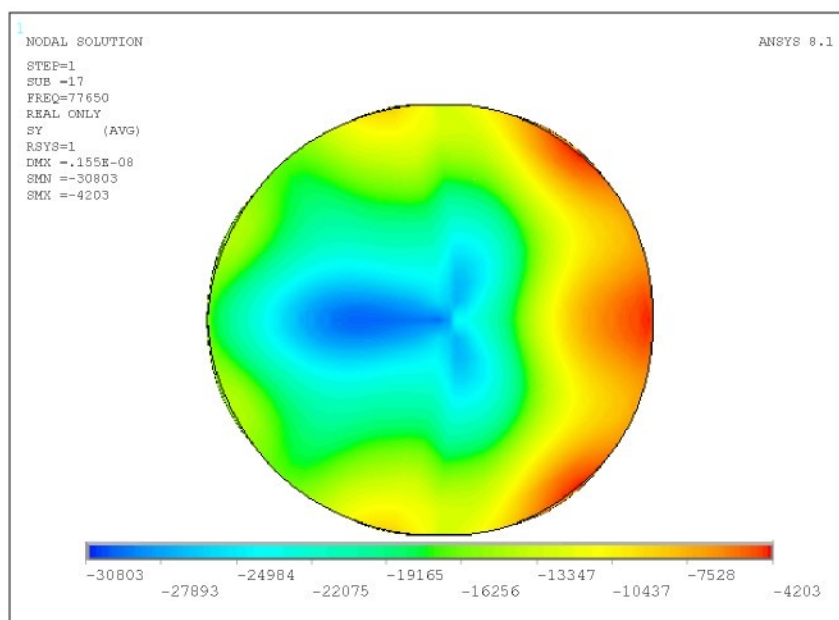
Obr. 3.40 Transformační poměr PT v závislosti na velikosti zátěže jako funkce amplitudy vstupního napětí (diskový dvojitý PT typu ring-dot, $PPE = 2$, základní rezonanční frekvence)

zanedbána. V důsledku větší energie vstupující do PT se změní materiálové vlastnosti tak, že dojde ke zhoršení konverze mezi elektrickou a mechanickou energií.

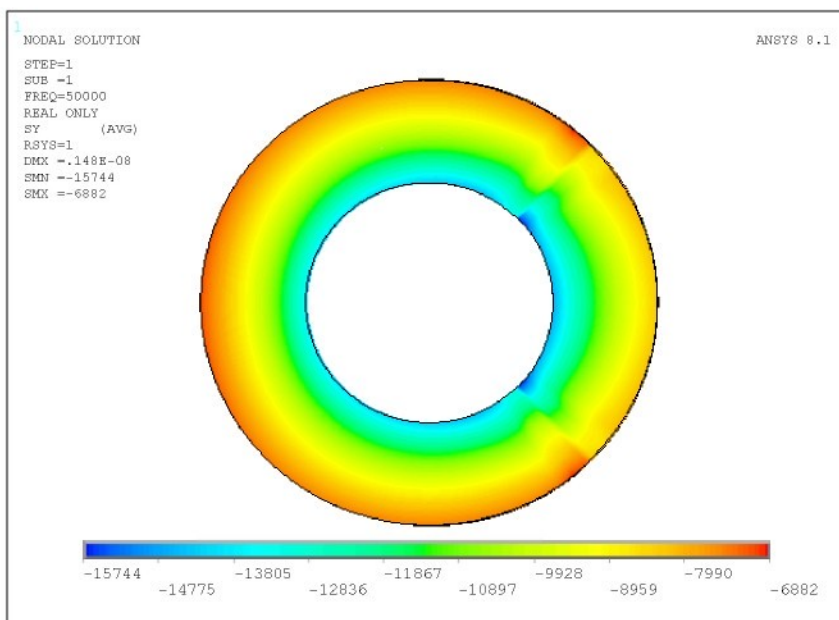
Na PT typu *disk-PS* a prstencových PT byla provedena simulace metodou konečných prvků v prostředí ANSYS (Obr. 3.41-Obr. 3.43). U simulovaných PT je patrná symetrie v rozložení tečného mechanického napětí podle vodorovné osy, u čtyřsegmentového prstencového PT navíc podle svislé osy (vzhledem k nákrese). V PT typu *disk-PS* by mělo docházet k největším tlakům v blízkosti středu, v prstencových PT pak blízko vnitřního okraje.

Na sledované parametry má u všech PT ve skutečnosti vliv také velikost mezer oddělujících vstupní a výstupní části. V teoretických modelech však není tento aspekt zahrnut.

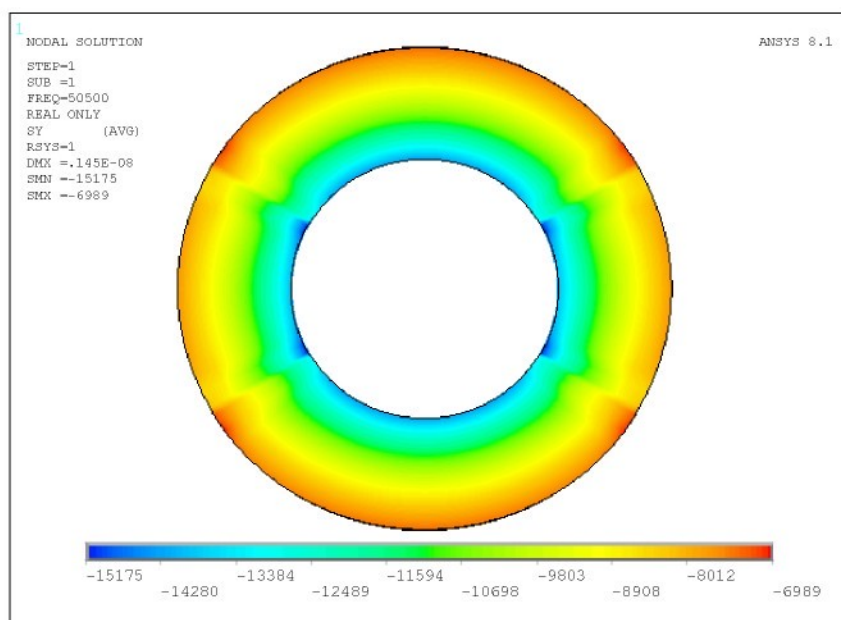
Pozn.: Další údaje jsou uvedeny v příloze A.2.



Obr. 3.41 Rozložení tečného mechanického napětí v PT typu disk-PS, $PPE = 1$, základní rezonance, vstupní část je tvořena levou polovinou disku



Obr. 3.42 Rozložení tečného mechanického napětí v dvousegmentovém prstencovém PT, $PPE = 3$, základní rezonance, vstupní část je tvořena větším segmentem



Obr. 3.43 Rozložení tečného mechanického napětí v čtyřsegmentovém prstencovém PT, $PPE = 2$, základní rezonance, vstupní část je tvořena většími segmenty

4 Závěr

Piezelektrické transformátory nacházejí uplatnění v moderních elektronických zařízeních díky svým vlastnostem (např. vysoká efektivita při malých rozměrech). Návrhy PT vycházející z Rosenova typu odstraňují jeho konstrukční nedostatky. Nové typy PT, využívající jiných módů kmitů (oproti Rosenově typu), mají srovnatelné nebo lepší vlastnosti. Některé materiálové parametry bývají větší než ostatní (např. $k_p > k_{31}$) - vybudování kmitů jejich prostřednictvím je výhodnější z hlediska dosahovaných zesílení, výkonu a účinnosti. Využitím vyšších harmonických frekvencí příslušného módu kmitů lze přesunout nežádoucí koncentrace mechanického napětí do míst, kde nevádí nebo jsou vhodnější např. pro umístění vodičů či uchycení. Transformační poměr, výstupní výkon a účinnost uvedených PT nabývají maxima v blízkosti rezonanční frekvence PT. Transformační poměr a frekvence, na které dosahuje PT maxima transformačního poměru, klesají s narůstajícím odporem zátěže.

V práci byly odvozeny analytické modely existujících PT (diskový *ring-dot*) i nově navržených PT (tyčinkový, diskový dvojitý typu *ring-dot*). Platnost modelů je omezena vybraným módem kmitu, geometrií PT (při určitých rozměrech vstupní a výstupní části již nemusí být splněny podmínky pro daný mód kmitu a bylo by zřejmě vhodnější uvažovat kmity vázané) a materiálovými vlastnostmi (je uvažováno pouze lineární bezseztrátové chování PT). Modely byly ověřovány experimentálně. Ve většině případů předpovídá model dobře průběh sledovaných parametrů PT. Odlišnost absolutní velikosti od experimentálních dat je způsobena výše uvedenými limity platnosti analytických modelů.

Další nové typy PT (diskový typu *disk-PS* a prstencový dvou- a čtyřsegmentový) byly studovány pouze experimentálně. Na rozdíl od výše uvedených PT mají mnohem složitější spektrum rezonancí ve studovaném oboru frekvencí. Jejich použití v praxi je tak limitováno rozptýlením energie do více typů kmitů. Na druhou stranu to poskytuje více možností pro konkrétní aplikaci - využitím příslušné rezonance lze obejít jisté restriktce plynoucí z obtížnosti výroby (např. prakticky nepoužitelné rozměry PT pracujících na základní rezonanci, složitá struktura polarizace, nutnost aplikace vícevrstevných struktur). Všechny typy studovaných PT jsou homogenně polarizované ve směru tloušťky a nevyžadují tak náročné technologické výrobní postupy.

Analytické modely lze použít k optimalizaci designu vybraných typů PT. Pro optimalizaci pro konkrétní aplikaci by však bylo třeba znát provozní frekvenci, elektrické napětí a impedanci zátěže. V reálné situaci jsou, oproti modelu, vstupní a výstupní části odděleny mezerami konečné šířky. Vzhledem k její velikosti, zejména ve vztahu

k tloušťce PT, by zahrnutí mezer do modelu zřejmě ve většině případů vyžadovalo uvažování vázaných kmitů. Model diskového dvojitého PT typu *ring-dot* však již nyní nabízí optimalizaci rozmístění elektrod vstupní a výstupní části.

Literatura

- [1] C. A. Rosen: *Electromechanical transducer*, US Patent Specification 2830274 (1958)
- [2] K. Kanayama, N. Maruko: *Alternately poled piezoelectric transformers using rectangular ceramic plates*, Electronics and Communications in Japan, part 3 **81** (1998) 29-36
- [3] K. Kanayama, N. Maruko: *Properties of alternaly poled piezoelectric transformers*, Jpn. J. Appl. Phys. **36** (1997) 3048-3049
- [4] H. Kawai et al.: *High power transformer employing piezoelectric ceramics*, Jpn. J. Appl. Phys. **35** (1996) 5015-5017
- [5] K. Sakurai et al.: *Presentation of new equivalent circuit of a piezoelectric transformer under high-power operation*, Jpn. J. Appl. Phys. **38** (1999) 5592-5597
- [6] K. Sakurai et al.: *Experimental investigations of a piezoelectric ceramic transformer using radial vibration of disks combined with a coupling element*, Jpn. J. Appl. Phys. **37** (1998) 2896-2900
- [7] K. Sakurai et al.: *Characteristics of 1st radial-vibration-mode-disk coupler-type piezoelectric ceramic transformer*, Jpn. J. Appl. Phys. **37** (1998) 5326-5329
- [8] D. A. Berlincourt: *Piezoelectric transformer*, US Patent Specification 3764848 (1973)
- [9] J. Yoo et al.: *Electrical characteristics of high power piezoelectric transformer for 28 W fluorescent lamp*, Sensors and Actuators **A90** (2001) 132-137
- [10] J. Yoo et al.: *Electrical characteristics of the contour-vibration-mode piezoelectric transformer with ring/dot electrode area ratio*, Jpn. J. Appl. Phys. **39** (2000) 2680-2684
- [11] J. H. Hu et al.: *A ring-shaped piezoelectric transformer operating in the third symmetric extensional vibration mode*, Sensors and Actuators **A88** (2001) 79-86
- [12] P. Laoratanakul et al.: *Unipoled disk-type piezoelectric transformers*, Jpn. J. Appl. Phys. **41** (2002) 1446-1450

- [13] W. Pajewski et al.: *Resonant piezoelectric ring transformer*, IEEE Ultrason. Symp. (1998) 977-980
- [14] T. Futakuchi et al.: *Preparation of piezoelectric ceramic transformer operating in bending vibration mode*, Jpn. J. Appl. Phys. **38** (1999) 3596-3599
- [15] J. Du et al.: *High-power, multioutput piezoelectric transformers operating at the thickness-shear vibration mode*, IEEE Trans. Ultrason., Ferroel., Freq. Contr. **51** (2004) 502-509
- [16] J. Du et al.: *A plate-shaped high power-density piezoelectric transformer with dual outputs*, Ceramics Int. **30** (2004) 1797-1801
- [17] J. Du et al.: *Modeling and analysis of dual-output piezoelectric transformer operating at the thickness-shear vibration mode*, IEEE Trans. Ultrason., Ferroel., Freq. Contr. **53** (2006) 579-585
- [18] K. Uchino et al.: *Annular piezoelectric transformer*, US Patent Specification 5814922 (1998)
- [19] B. Koc et al.: *Design of a circular piezoelectric transformer with crescent-shaped input electrodes*, Jpn. J. Appl. Phys. **42** (2003) 509-514
- [20] N. Wong et al.: *A bilayer piezoelectric transformer operating in a bending vibration mode*, Mat. Sci. & Eng. **B99** (2003) 164-167
- [21] S. Kawashima et al.: *Third order longitudinal mode piezoelectric ceramic transformer and its application to high-voltage power inverter*, IEEE Ultrason. Symp. (1994) 525-530
- [22] Y. Sasaki et al.: *Small multilayer piezoelectric transformers with high power density-characteristics of second and third-mode Rosen-type transformers*, Jpn. J. Appl. Phys. **38** (1999) 5598-5602
- [23] K. Kanayama et al.: *Development of the multilayer alternately poled piezoelectric transformers*, Jpn. J. Appl. Phys. **37** (1998) 2891-2895
- [24] S. Hirose, H. Shimizu: *An advanced design of piezoelectric ceramic transformer for high voltage source*, IEEE Ultrason. Symp. (1989) 471-475
- [25] O. Onishi et al.: *Piezoelectric ceramic transformer operating in thickness extensional vibration mode for power supply*, IEEE Ultrason. Symp. (1992) 483-488
- [26] M. Miyauchi et al.: *Step-down transformer utilizing the piezoelectric transversal effect*, Electronics and Communications in Japan, part 3 **81** (1998) 23-28
- [27] M. Yamamoto et al.: *Step-down piezoelectric transformer for AC-DC converters*, Jpn. J. Appl. Phys. **40** (2001) 3637-3642

- [28] T. Endow, S. Hirose: *Multilayered piezoelectric transformers for small power supplies*, Jpn. J. Appl. Phys. **42** (2003) 6128-6130
- [29] S. Priya et al.: *Multilayered unipoled piezoelectric transformers*, Jpn. J. Appl. Phys. **43** (2004) 3503-3510
- [30] S. Priya et al.: *Unipoled piezoelectric transformers for automobile lighting*, prezentováno na Actuator 2004, Bremen, Germany, 2004
- [31] K. Uehara et al.: *Piezoelectric ceramic transformer*, US Patent Specification 5278471 (1994)
- [32] S. Priya et al.: *High power universal piezoelectric transformer*, IEEE Trans. Ultrason., Ferroel., Freq. Contr. **53** (2006) 810-816
- [33] J. Hu et al.: *A study on the rectangular-bar-shaped multilayer piezoelectric transformer using length extensional vibration mode*, Jpn. J. Appl. Phys. **38** (1999) 3208-3212
- [34] G. Ivensky et al.: *Generic operational characteristics of piezoelectric transformers*, IEEE Trans. Power Electr. **17** (2002) 1049-1057
- [35] K. Uchino: *Ferroelectric devices*, Marcel Dekker (2000)
- [36] K. Sakurai et al.: *Presentation of new equivalent circuit of a piezoelectric transformer under high-power operation*, Jpn. J. Appl. Phys. **38** (1999) 5592-5597
- [37] H. Shin et al.: *Modeling and analysis of multilayer piezoelectric transformer*, Materials Chemistry and Physics **92** (2005) 616-620
- [38] K.-T. Chang: *Finding Electrical Characteristics of a Piezoelectric Transformer through Open-Circuit Operation*, Jpn. J. Appl. Phys. **43** (2004) 6204-6211
- [39] K.-T. Chang: *Transient Response Analysis of a Rosen-Type Piezoelectric Transformer and Its Applications*, IEEE Trans. Ultrason., Ferroel., Freq. Contr. **52** (2005) 1534-1545
- [40] J. S. Yang, W. Zhang: *A thickness-shear high voltage piezoelectric transformer*, Int. J. Appl. Electromagn. Mechan. **10** (1999) 105-121
- [41] J.S. Yang, X. Zhang: *Extensional vibration of a nonuniform piezoceramic rod and high voltage generation*, Int. J. Appl. Electromagn. Mechan. **16** (2002) 29-42
- [42] J.S. Yang, X. Zhang: *Analysis of a thickness-shear piezoelectric transformer*, Int. J. Appl. Electromagn. Mechan. **21** (2005) 131-141
- [43] V. L. Karlash: *Frequency properties of a planar piezoelectric transformer of longitudinal-transverse type*, Int. Appl. Mechan. **36** (2000) 1103-1111

- [44] V. L. Karlash: *Influence of energy losses on the performance of a piezoelectric transformer plate*, Int. Appl. Mechan. **39** (2003) 987-992
- [45] V. L. Karlash: *Electroelastic characteristics of a piezoelectric transformer plate*, Int. Appl. Mechan. **39** (2003) 870-874
- [46] V. L. Karlash: *The forced electroelastic vibrations of a planar piezoelectric transformer of longitudinal-transverse type*, Int. Appl. Mechan. **36** (2000) 923-930
- [47] V. L. Karlash: *Electroelastic vibrations and transformation ratio of a planar piezoceramic transformer*, J. Sound and Vibration **277** (2004) 353-367
- [48] I. F. Kirichok: *Radial vibrations and heating of a ring piezoplate under electric excitation applied to nonuniformly electroded surfaces*, Int. Appl. Mechan. **40** (2004) 304-310
- [49] Y.-H. Hsu et al.: *Optimizing piezoelectric transformer for maximum power transfer*, Smart Mater. Struct. **12** (2003) 373-383
- [50] V. L. Karlash: *Longitudinal and Lateral Vibrations of a Planar Piezoceramic Transformer*, Jpn. J. Appl. Phys. **44** (2005) 1852-1856
- [51] Y.-H. Hsu et al.: *Electrical and Mechanical Fully Coupled Theory and Experimental Verification of Rosen-Type Piezoelectric Transformers*, IEEE Trans. Ultrason., Ferroel., Freq. Contr. **52** (2005) 1829-1839
- [52] O. Stefan: *Obrysové kmity kruhových keramických resonátorů*, Čs. čas. fyz. **A 20** (1970) 113-228
- [53] A. H. Meitzler et al.: *Definition and measurement of radial mode coupling factors in piezoelectric ceramic materials with large variations in Poisson's ratio*, IEEE Trans. Son. & Ultrason. **SU-20** (1973) 233-239
- [54] IEEE Standard on Piezoelectricity **176** (1987)
- [55] O. Štípek: *Piezoelektrické transformátory ve tvaru disku s radiálně dělenou elektrodou*, TU Liberec, bakalářská práce fakulty mechatroniky a mezioborových inženýrských studií, 2006
- [56] J. Kopal: *Piezoelektrické transformátory ve tvaru disku s klínovitě dělenou elektrodou*, TU Liberec, bakalářská práce fakulty mechatroniky a mezioborových inženýrských studií, 2006
- [57] K. Uchino, S. Hirose: *Loss mechanisms in piezoelectrics: How to measure different losses separately*, IEEE Trans. Ultrason., Ferroel., Freq. Contr. **48** (2001) 307-321
- [58] S. Hirose et al.: *High power characteristics at antiresonance frequency of piezoelectric transducers*, Ultrasonics **34** (1996) 213-217

A Přílohy

A.1 Transformace do válcových souřadnic

Pravoúhlý systém souřadnic lze přetransformovat do cylindrických souřadnic

$$\begin{pmatrix} \hat{x}_1 \\ \hat{x}_2 \\ \hat{x}_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{r} \\ \hat{\theta} \\ \hat{x}_3 \end{pmatrix}. \quad (\text{A.1})$$

Pak napětí, za předpokladu radiálních kmitů tenkého disku (T_1 a $T_2 \neq 0$, $T_3 = T_4 = T_5 = 0$), budou mít tvar

$$T_{11} = T_{rr} \cos^2 \theta + T_{\theta\theta} \sin^2 \theta - 2T_{r\theta} \cos \theta \sin \theta, \quad (\text{A.2a})$$

$$T_{22} = T_{rr} \sin^2 \theta + T_{\theta\theta} \cos^2 \theta + 2T_{r\theta} \cos \theta \sin \theta, \quad (\text{A.2b})$$

$$T_{12} = T_{rr} \cos \theta \sin \theta - T_{\theta\theta} \sin \theta \cos \theta + T_{r\theta}(\cos^2 \theta - \sin^2 \theta) \quad (\text{A.2c})$$

a výchylky tvar

$$u_1 = u_r \cos \theta - u_\theta \sin \theta, \quad (\text{A.3a})$$

$$u_2 = u_r \sin \theta + u_\theta \cos \theta, \quad (\text{A.3b})$$

$$u_3 = u_3. \quad (\text{A.3c})$$

Aplikací operací derivací

$$\frac{\partial}{\partial x_1} = \cos \theta \frac{\partial}{\partial r} - \frac{1}{r} \sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta}, \quad (\text{A.4a})$$

$$\frac{\partial}{\partial x_2} = \sin \theta \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r} \cos \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \quad (\text{A.4b})$$

$$\frac{\partial}{\partial x_3} = \frac{\partial}{\partial x_3} \quad (\text{A.4c})$$

přejde pohybová rovnice kontinua

$$\frac{\partial T_{ij}}{\partial x_j} = \rho \ddot{u}_i \quad (\text{A.5})$$

na tvar

$$\frac{\partial T_{rr}}{\partial r} + \frac{1}{r}(T_{rr} - T_{\theta\theta}) = \rho \ddot{u}_r, \quad (\text{A.6})$$

kde jsme využili aproximace tenkého disku (vypadnou členy derivované podle x_3), cylindrické symetrie (vypadnou členy derivované podle θ) a radiálních kmitů ($T_{r\theta}$ a T_{rx_3} jsou rovny 0).

Inverzní transformací lze získat vztahy

$$T_{rr} = T_{11} \cos^2 \theta + T_{22} \sin^2 \theta + 2T_{12} \cos \theta \sin \theta, \quad (\text{A.7a})$$

$$T_{\theta\theta} = T_{11} \sin^2 \theta + T_{22} \cos^2 \theta - 2T_{12} \cos \theta \sin \theta. \quad (\text{A.7b})$$

S použitím stavových rovnic

$$T_{ij} = c_{ijkl}^E S_{kl} - e_{kij} E_k, \quad (\text{A.8a})$$

$$D_i = e_{ikl} S_{kl} + \epsilon_{ik}^S E_k, \quad (\text{A.8b})$$

výrazu pro deformaci pomocí posunutí (operace derivace je symbolicky nahrazena čárkou v dolním indexu, za níž následuje proměnná, resp. její index, podle které se derivuje - např. $\frac{\partial u_2}{\partial x_1} = u_{2,1}$)

$$S_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i}) \quad (\text{A.9})$$

a vztahu mezi intenzitou elektrického pole a elektrickým potenciálem

$$E_i = -\varphi_{,i} \quad (\text{A.10})$$

dostanou rovnice (A.7) pro symetrii ∞m tvar

$$\begin{aligned} T_{rr} = & (c_{11}u_{1,1} + c_{12}u_{2,2} + c_{13}u_{3,3} + e_{31}\varphi_{,3}) \cos^2 \theta + \\ & + (c_{21}u_{1,1} + c_{11}u_{2,2} + c_{23}u_{3,3} + e_{32}\varphi_{,3}) \sin^2 \theta + 2c_{66}(u_{2,1} + u_{1,2}) \cos \theta \sin \theta, \end{aligned} \quad (\text{A.11a})$$

$$\begin{aligned} T_{\theta\theta} = & (c_{11}u_{1,1} + c_{12}u_{2,2} + c_{13}u_{3,3} + e_{31}\varphi_{,3}) \sin^2 \theta + \\ & + (c_{21}u_{1,1} + c_{11}u_{2,2} + c_{23}u_{3,3} + e_{32}\varphi_{,3}) \cos^2 \theta - 2c_{66}(u_{2,1} + u_{1,2}) \cos \theta \sin \theta. \end{aligned} \quad (\text{A.11b})$$

Zavedením výrazů (A.3) a (A.4) dostaneme po úpravách

$$T_{rr} = c_{11}^P u_{r,r} + c_{12}^P \frac{u_r}{r} + e_{31}^P \varphi_{,3}, \quad (\text{A.12a})$$

$$T_{\theta\theta} = c_{11}^P \frac{u_r}{r} + c_{12}^P u_{r,r} + e_{31}^P \varphi_{,3}, \quad (\text{A.12b})$$

kde

$$c_{11}^P = c_{11}^E - \frac{(c_{13}^E)^2}{c_{33}^E}, \quad c_{12}^P = c_{12}^E - \frac{(c_{13}^E)^2}{c_{33}^E}. \quad (\text{A.13})$$

Analogicky lze transformovat stavovou rovnici pro elektrickou indukci

$$D_3 = e_{31}(u_{1,1} + u_{2,2}) + e_{33}u_{3,3} - \epsilon_{33}\varphi_{,3} \quad (\text{A.14})$$

na tvar

$$D_3 = e_{31}^P(u_{r,r} + \frac{u_r}{r}) - \epsilon_{33}^P\varphi_{,3}, \quad (\text{A.15})$$

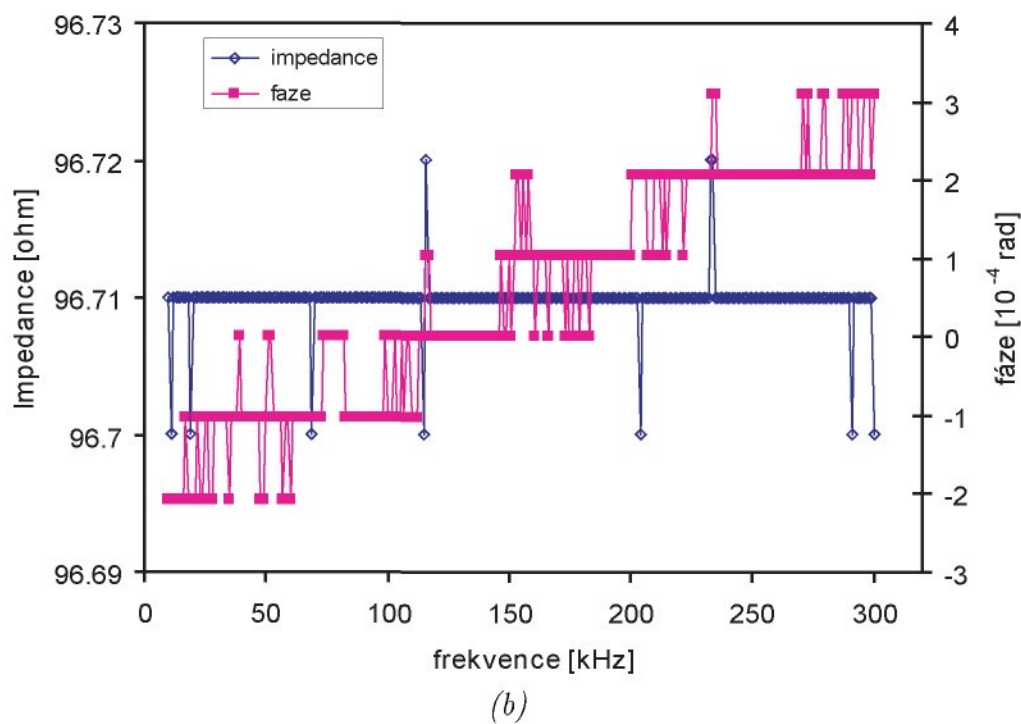
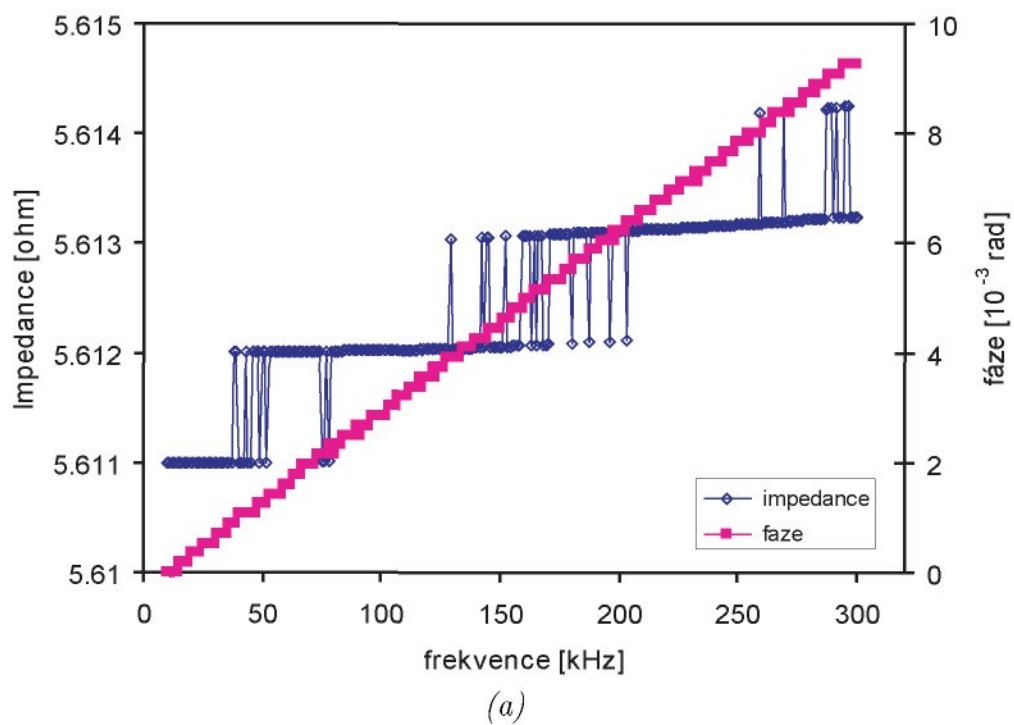
kde

$$e_{31}^P = e_{31} - e_{33}\frac{c_{13}^E}{c_{33}^E}, \quad \epsilon_{33}^P = \epsilon_{33}^S + \frac{e_{33}^2}{c_{33}^E}. \quad (\text{A.16})$$

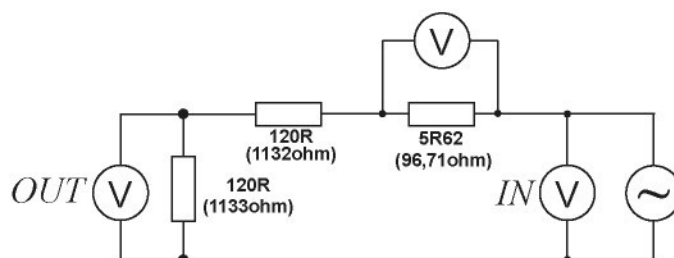
A.2 Dodatky měření

A.2.1 Kalibrace měřícího odporu

Pro účely měření účinnosti bylo nutno měřící odpor zkalibrovat. V prvním kroku byla stanovena závislost jeho impedance na frekvenci budícího napětí pomocí impedančního analyzátoru HP4192A (Obr. A.1). V dalším kroku byl měřící odpor zapojen do odporového děliče (Obr. A.2), jehož impedance byla opět proměřena (Obr. A.3). Poté byl dělič buzen z generátoru HP3325A signálem s amplitudou nastavenou na 10 V. Napětí na vstupu (*IN*) a výstupu (*OUT*) děliče byla snímána osciloskopem TDS 224, napětí na měřícím odporu diferenční sondou N2772A připojenou k osciloskopu. Pomocí velikosti vstupního napětí a velikosti impedance děliče byl vypočten proud tekoucí obvodem, pomocí velikosti úbytku napětí na měřícím odporu a velikosti impedance měřícího odporu pak proud změřený diferenční sondou. Získanou závislostí poměru proudu změřeného a proudu vypočteného diferenční sondou frekvenci budícího napětí byla proložena křivka popsaná polynomem 6. řádu (Obr. A.4). Vzhledem k takřka konstantní velikosti impedance měřícího odporu i celého děliče v měřeném rozsahu frekvencí je možno pomocí zmíněné křivky získat skutečnou velikost proudu protékajícího obvodem. Také bylo nutno provést korekci fázového posunu proudu určeného pomocí měřícího odporu. Analýza impedančního spektra ukázala, že ačkoliv se fázová složka impedance samotného měřícího odporu i testovacího děliče v daném rozsahu frekvencí mění až 54 krát, jsou tyto změny v absolutní velikosti zanedbatelné. Po kontrolním porovnání hodnot fázového rozdílu (mezi napětím a proudem) zjištěných ručním odečtem na osciloskopu a hodnot určených řídicím programem bylo třeba u většího měřícího odporu (96,71 Ω) korigovat vypočtený rozdíl o -10 % v měřeném frekvenčním rozsahu (u odporu 5R62 nebyl tento korekční zásah nutný).



Obr. A.1 Impedance měřicího odporu v závislosti na frekvenci: (a) odpor 5R62, (b) odpor 96,71 Ω

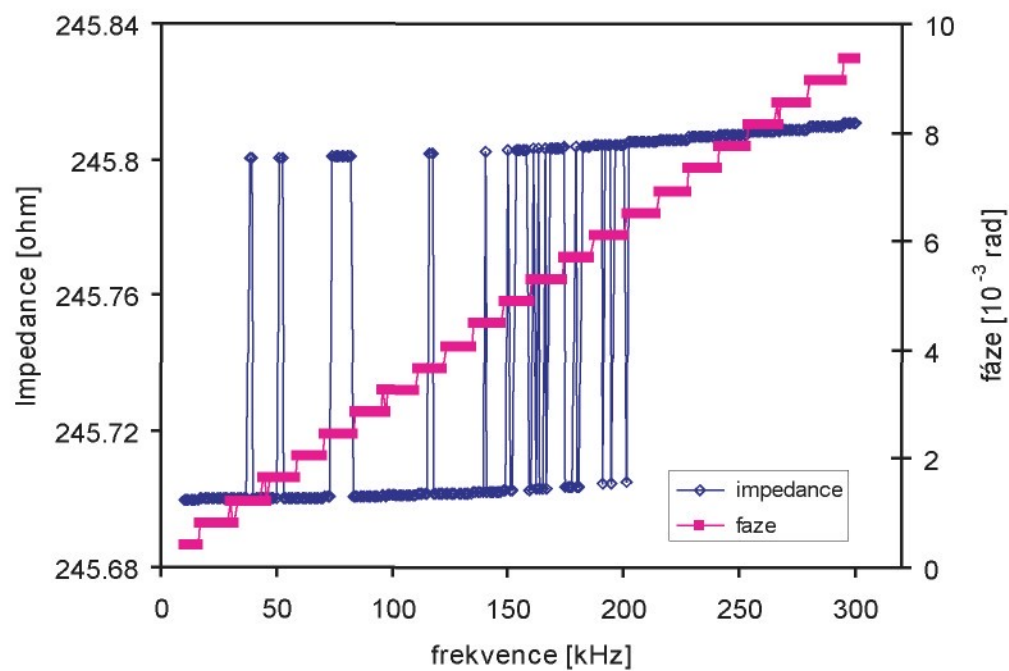


Obr. A.2 Obvod s testovacím děličem napětí pro kalibraci měřicího odporu, hodnoty v závorkách platí pro měřicí odpor 96,71 Ω

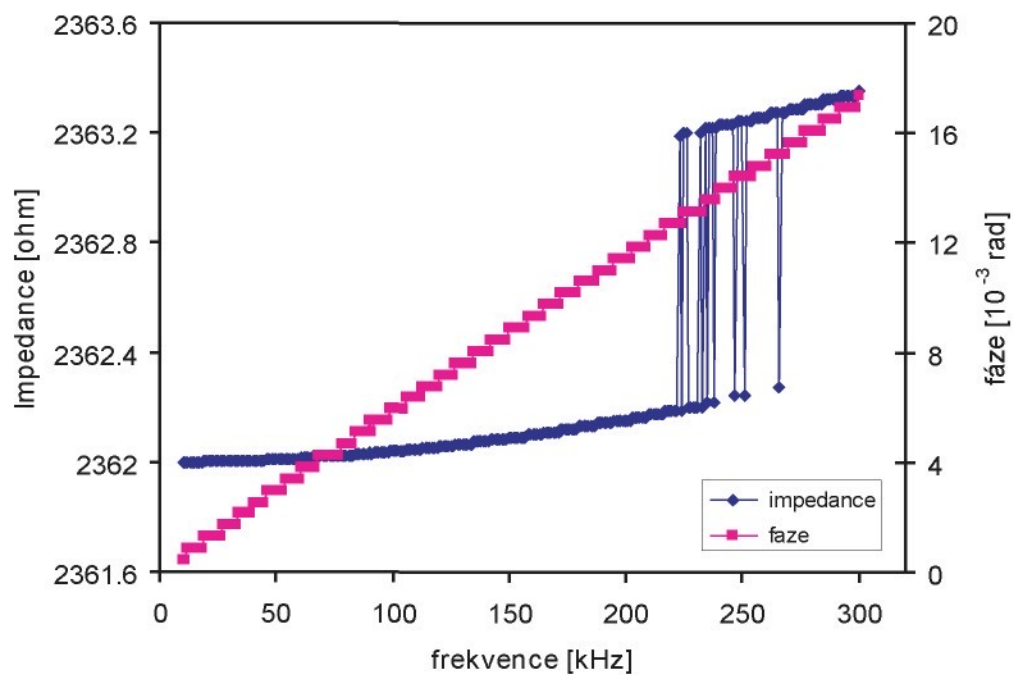
A.2.2 Popis řídicích programů

Pro měření transformačního poměru byl v prostředí Agilent VEE Pro 6.2 vyvinut program, umožňující zjištění průběhu ve třech různých frekvenčních intervalech (Obr. A.5, políčka f1 až f6). Po zadání frekvenčního kroku v daných intervalech (SmallStep) a mezi nimi (LargeStep), výběru měření na jedné či čtyřech amplitudách budícího signálu (při výběru 4 amplitud se po startu objeví okno pro jejich zadání) lze tlačítkem Start spustit měření. Předtím je ještě možné zvolit, zda multimetry budou automaticky nastavovat měřicí rozsah nebo bude měření probíhat při pevně nastaveném rozsahu (RANGE). Data jsou zaznamenávána do souboru (okno pro výběr souboru se objeví po stisknutí tlačítka Start). V průběhu jsou vyhodnocována získaná data pro určení maximálních transformačních poměrů (a jim odpovídajících frekvencí) v jednotlivých intervalech frekvencí (políčka Maximum Gain). Po skončení měření jsou tato maxima zapsána do souboru.

Pro účely zjištění účinnosti bylo třeba tento program modifikovat (Obr. A.6). Vzhledem k nevhodnosti automatického nastavování rozsahu osciloskopu při tomto měření (z důvodu rychlosti - funkce *Autoset* nastavuje všechny kanály osciloskopu) je před vlastním spuštěním programu třeba ručně zhruba vyhledat polohu maxima (políčka fc1 až fc3) při vybrané velikosti zátěže (Load). Program po spuštění a základní inicializaci přístrojů nastaví rozsah na jednotlivých kanálech tak, aby byly zobrazeny nejméně tři periody signálu a aby měřený signál pokrýval alespoň 36 % zobrazovací plochy ve vertikální ose. V případě, že úroveň měřeného signálu nepostačuje na splnění vertikální podmínky ani při nejmenším nastavitelném rozsahu, tento zůstane nastaven. To byl případ úbytku napětí na měřicím odporu (signál "proudu"), který se negativně projevil zejména u tyčinkových PT v měřeném rozsahu zátěží a u diskových PT typu *ring-dot* pro zátěže $< 500 \Omega$ (u ostatních PT tento případ nenastal). Vzhledem k této skutečnosti bylo zvoleno průměrování signálu ze 128 vzorků již v osciloskopu a následně byl ještě signál "proudu" vyhlazován v programu funkcí *MeanSmooth* (vyhlazovaný bod je určen jako aritmetický průměr z určitého počtu bodů v jeho okolí - byl zvolen počet 11, tj. 5 bodů před a 5 bodů za vyhlazovaným místem). Fázový rozdíl mezi vstupním napětím a proudem vstupní části PT

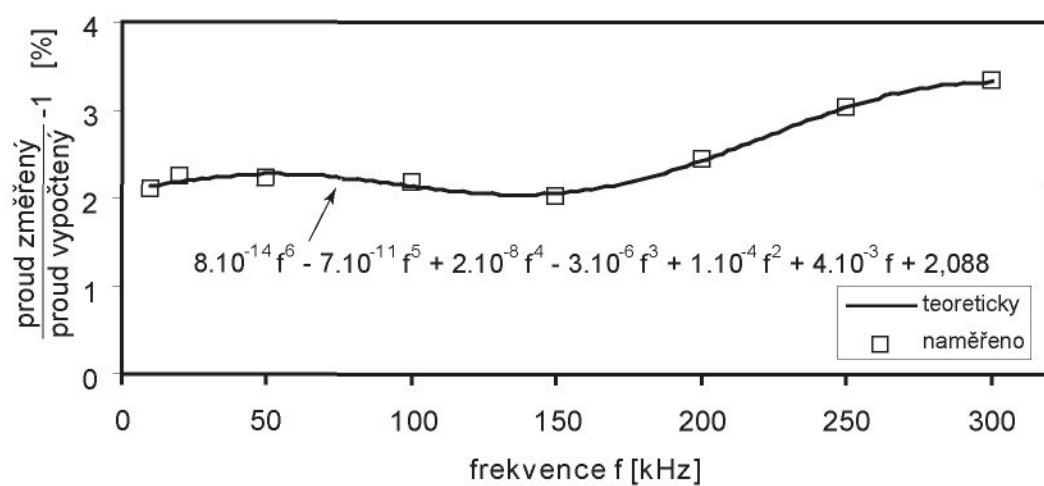


(a)

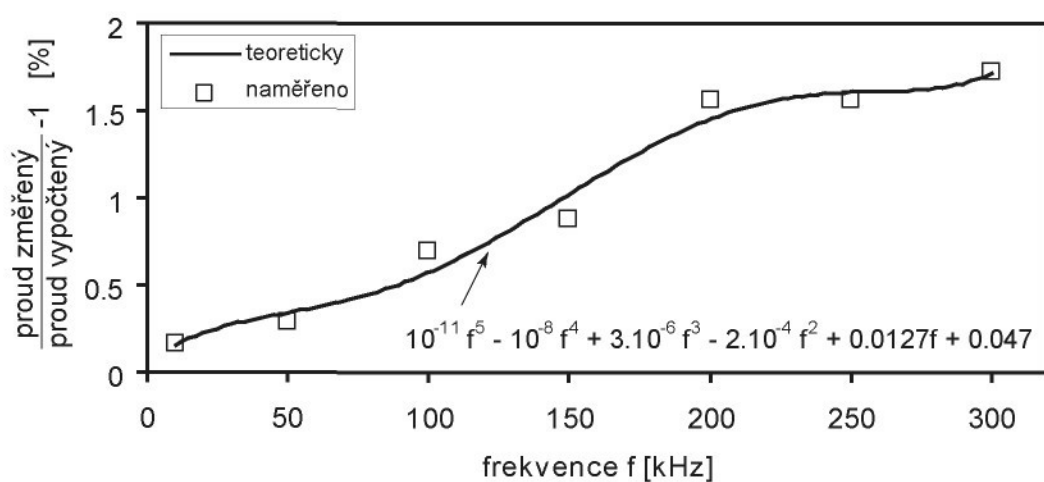


(b)

Obr. A.3 Impedance testovacího děliče v závislosti na frekvenci: (a) odpor 5R62, (b) odpor 96,71 Ω

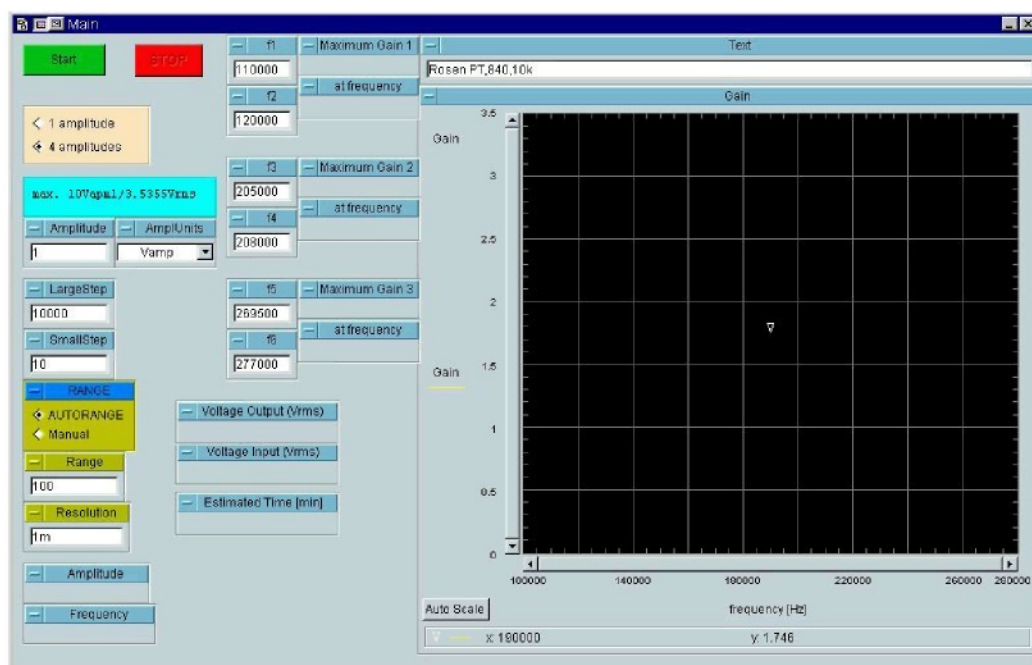


(a)



(b)

Obr. A.4 Poměr změřeného a vypočteného proudu v závislosti na frekvenci: (a) odpor 5R62, (b) odpor 96,71 Ω

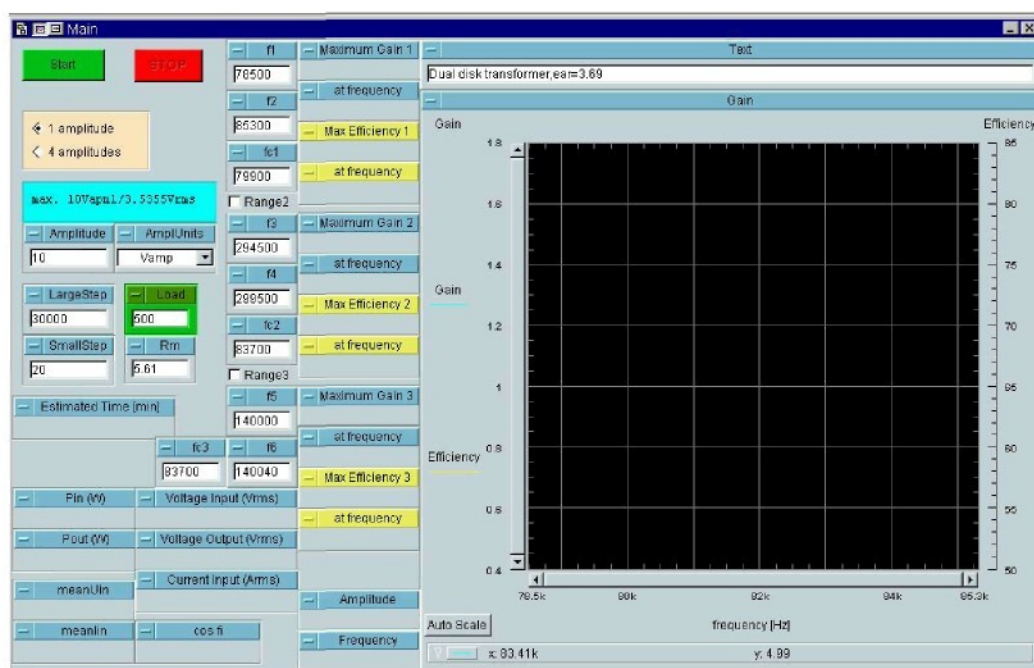


Obr. A.5 Program pro měření transformačního poměru

(zastoupeným úbytkem napětí na měřicím odporu) je pak počítán pomocí vztahu

$$\cos \varphi = \frac{A^2 - A_1^2 - A_2^2}{2A_1A_2}, \quad (\text{A.17})$$

kde A_1 je amplituda vstupního napětí, A_2 amplituda signálu "proudu" a A amplituda součtu obou signálů. Tento postup numericky selhává při velkém rozdílu velikostí dílčích signálů. Proto byl signál "proudu" ještě před výpočtem 100 krát zesílen (fázový rozdíl mezi vstupními signály tímto nebude ovlivněn). Tím se samozřejmě více projevil vliv šumu a bylo nutné provést korekci (viz kapitola A.2.1). Program opět průběžně vyhledává maximální dosažené hodnoty (políčka Maximum Gain a Max Efficiency), které po skončení měření zapíše do souboru.



Obr. A.6 Program pro měření účinnosti

A.3 Seznam prezentací

PUBLIKACE

- P. Půlpán, J. Erhart: *Parametry piezoelektrických bimorfů*, Elektro, č. 3 (2002) 4-7
- P. Půlpán, J. Erhart: *Parametry piezoelektrických unimorfů*, Elektro, č. 1 (2005) 4-6
- P. Půlpán, J. Erhart: *Piezoelektrické transformátory*, Elektro, č. 1 (2006) 8-12

NEPUBLIKOVÁNO

- P. Půlpán, J. Erhart: Transforming ratio of "ring-dot" planar piezoelectric transformer (zasláno do Sensors and Actuators A)
- P. Půlpán, L. Rusin and J. Erhart: The influence of poling conditions on the PZT ceramics material properties (zasláno do J. European Ceramic Society)
- P. Půlpán, J. Erhart, O. Štípek: Analytical modeling of piezoelectric transformers (přijato ve Ferroelectrics)

ÚČAST NA KONFERENCÍCH

- ANSYS Users' Meeting, Čejkovice, 26.-27.9.2002, téma *Simulace piezoelektrických bimorfů a unimorfů* (ústní prezentace)
- 6th International Workshop on Electronics, Control, Measurement and Signals 2003, Liberec, 2.-4.6.2003, téma *Piezoelectric flexural structures* (ústní prezentace)
- Polar Oxides - Properties, Characterization and Imaging, Capri, 8.-11.2003, téma *The influence of poling conditions on the PZT ceramics material properties* (poster)
- 7th European Conference on Applications of Polar Dielectrics, Liberec, 6.-9.9.2004, téma *Design and properties of piezoelectric transformers* (poster)
- EUROMAT 2005: European Congress on Advanced Materials and Processes, Praha, 5.-8.9.2005, téma *Piezoceramic transformers based on planar vibrations* (poster)
- 8th European Conference on Applications of Polar Dielectrics, Metz, 5.-8.9.2006, téma *Analytical modeling of piezoelectric transformers* (poster)