

FYZIKÁLNÍ MODEL  
VNITŘNÍ STRUKTURY PŘÍZE

(kandidátská dizertační práce)

Liberec, 1975

Autor : Ing. Bohuslav Neckář

Školitel : Prof. Ing. Jaroslav Simon

Mateřské pracoviště : Státní výzkumný ústav textilní, Liberec

Školící pracoviště : Fakulta textilní VŠST, Liberec

### Resumé

V práci je formulován fyzikální model vnitřní struktury zakroucené příze, založený na interpretaci soustavy vláken jako orientovaného kontinua. Respektují se konečné deformace a nelinearita; navržený vztah mezi napětím a deformací je použit při řešení diferenciální rovnice rovnováhy elementu příze. Odvozuje se výpočet radiálního průběhu koeficientu zaplnění příze.

Je navržena metoda zjišťování průběhu koeficientu zaplnění a experimentálně realizována na bavlněných a viskózní přízi.

Vzájemné porovnání teoretických a experimentálních výsledků ukazuje dobrou shodu a vysvětluje některé procesy, které pravděpodobně probíhají při tvorbě příze.

## Předmluva

Podle Engelse /33/ : "Empirické bádání o přírodě nakupilo tak ohromné množství pozitivních poznatků, že se stalo přímo nezbytnou nutností uspořádat je v každé jednotlivé oblasti bádání soustavně a podle jejich vnitřní souvislosti".

Základním smyslem citovaných vnitřních souvislostí, t.j. základním smyslem vědeckého poznání vůbec je dle Kapicy /75/ : "... poskytnout nutné poznatky, aby bylo možné přetvořit přírodu tak, aby tato sloužila člověku v jeho kulturním rozvoji."

Dokladem aktuálnosti těchto tvrzení je též současná úroveň znalosti materiálů, které jsou hlavním předmětem zájmu textilní technologie. Je možno je nazvat "vlákenné soustavy". S vlákennými soustavami, zejména textilními, je kulturní vývoj společnosti odedávna úzce spjat a jejich vědecké poznání a optimální využívání má pro společnost značný význam.

V oblasti aplikované fyziky jsou proto v poslední době kladeny základy nového, relativně samostatného oboru - fyziky vlákenných soustav. Také tato práce je svým celkovým pojetím zaměřena na řešení a využití některých částí fyziky, resp. mechaniky vlákenných soustav. Výchozí impuls pro její zpracování byl dán praktickou potřebou objasnit v souvislosti s výzkumnými úkoly SVÚT některé stránky chování textilních materiálů, speciálně přízí a na tomto základě textilní výrobu optimalizovat.

V procesu řešení výzkumných úkolů se ukázala nutnost opřít konkrétní řešení o potřebné teoretické základy.

Bylo proto mou snahou vyřešit touto prací alespoň fragment fyziky vlákenných soustav (resp. její aplikace) a zaměřit řešení tak, aby jeho závěry mohly tvořit východisko některých částí textilně-technologického výzkumu.

Při zpracovávání přispěli svou radou a pomocí mnozí odborníci. Je mou milou povinností poděkovat především prof.ing. J.Simonovi za zájem, s jakým přistupoval k mé práci v celém procesu jejího řešení. Díky pochopení SVÚT, zejména ing.B.Hořeního, jsem mohl práci realizovat v dobrých podmínkách a s využitím značné kapacity výpočetní techniky. Svou radou mi byli nápomocni spolupracovníci ing.Salaba, ing.Švehla, RNDr Koldinský, ing.Stoklasa, ing.Militký a mnozí další. Můj dík patří též doc.RNDr Strážovi CSc z VŠST, ing.Fiřtovi CSc z MÚ ČSAV za obětavé konzultace některých speciálních problémů. Práci v laboratoři přispěli k ověření teoretických závěrů v rámci svých diplomových prací ing.Částek, ing.Poláček, ing.Hoduková a ing.Militká. Na přepsání rukopisu a rozmnožení práce se podílely s.Lochmanová, Vrbatová a Steinerová. Všem upřímně děkuji.

V Liberci, 11.6.1975

Autor

O B S A H

	str.
Titulní list	1
Resumé	2
Předmluva	3
Obsah	5
Použité symboly	10
1 Úvodní část	15
1.1 Úvodní charakteristika problému	16
1.2 Uspořádání práce a poznámky k použité terminologii	21
2 Charakteristika historického vývoje a současných koncepcí teorie struktury příze	23
2.1 Nástin historického vývoje	24
2.2 Charakteristika základních myšlenek o vnitřní struktuře příze	26
2.3 Koncepční východiska práce	30
3 Orientované vlákenné kontinuum	32
3.1 Vlákenný svazek a kontinuum	33
3.2 Vysoce orientovaný vlákenný svazek jako speciální případ ortotropního kontinua	34
3.3 Napětí a deformace vysoce orientovaného vlákenného svazku	37
3.3.1 Výchozí předpoklady	37
3.3.2 Vlákenný svazek namáhaný normálovými silami kolmými ke směru orientace	39
3.3.2.1 Efektivní pružná vazba mezi vlákny	39
3.3.2.2 Geometrie efektivní pružné vazby v rovině	46
3.3.2.3 Normálová napětí	49
3.3.2.4 Některé matematické vlastnosti odvozených vztahů	57

	str.	
3.3.3	Vlákněný svazek namáhaný normálovými silami v prostoru	66
3.3.3.1	Normálové zatížení a prodloužení svazku ve směru $\vec{v}$ orientace	66
3.3.3.2	Úprava vzorců pro normálová napětí, počáteční moduly	72
3.3.4	Smyková napětí; tenzor napětí a deformace	76
3.3.4.1	Charakteristika napjatosti vlákněného svazku tenzorem napětí; ortogonální transformace	76
3.3.4.2	Smyková napětí	82
3.3.4.3	Tenzor napětí a tenzor deformace; deformační zákon	86
4	Stavba příze z hlediska vlákněného kontinua	93
4.1	Tvorba příze	94
4.2	Rovnováha elementu příze	98
4.3	Řešení diferenciální rovnice radiální rovnováhy v přízi	106
4.3.1	Deformační zákon v rovnici radiální rovnováhy	106
4.3.2	Parametry diferenciální rovnice	109
4.3.3	Okrajové podmínky	118
4.3.4	Numerické řešení	123
5	Experimentální metody a experimenty	131
5.1	Volba měřených veličin a vztahů	132
5.2	Teorie použitých experimentálních metod a vyhodnocení jejich výsledků	133
5.2.1	Radiální průběh koeficientu zaplnění na přístroji OMEST	133
5.2.1.1	Princip metody	133
5.2.1.2	Teorie metody	135
5.2.1.3	Experimentální postup	147
5.2.2	Průměr příze	150
5.2.2.1	Princip metody	150

	str.	
5.2.2.2	Teorie vyhodnocení	152
5.2.3	Ostatní vlastnosti příze	155
5.3	Naměřené experimentální výsledky	155
5.3.1	Experimentálně zjišťovaný radiální průběh koeficientu zaplnění	155
5.3.2	Výsledky měření průměrů bavlněných přízí mykaných	162
6	Porovnání teorie s experimenty; diskuze	164
6.1	Volba konstant pro aplikaci teorie na bavlněné příze mykané	165
6.2	Porovnání výsledků teorie a experimentů pro experimentální příze H a M	168
6.3	Porovnání teorie s experimentálními hodnotami průměrů přízí	172
6.4	Diskuze	176
7	Závěr	183
Literatura		185

Seznam příloh

		str.
Příloha	I : program DIROP	P 1
Příloha	II : program VSOP	P 12
Příloha	III : teoretické a experimentální hodnoty příze H	P 17
Příloha	IV : teoretické a experimentální hodnoty příze M	P 22
Příloha	V : teoretické a experimentální hodnoty příze V	P 25
Příloha	VI : teoretické hodnoty příze 100 tex, 5000 m <sup>-1</sup> tex <sup>2/3</sup>	P 28
Příloha	VII : teoretické hodnoty příze 100 tex, 6000 m <sup>-1</sup> tex <sup>2/3</sup>	P 31
Příloha	VIII : teoretické hodnoty příze 100 tex, 7000 m <sup>-1</sup> tex <sup>2/3</sup>	P 34
Příloha	IX : teoretické hodnoty příze 100 tex, 8000 m <sup>-1</sup> tex <sup>2/3</sup>	P 37
Příloha	X : teoretické hodnoty příze 50 tex, 5000 m <sup>-1</sup> tex <sup>2/3</sup>	P 40
Příloha	XI : teoretické hodnoty příze 50 tex, 6000 m <sup>-1</sup> tex <sup>2/3</sup>	P 43
Příloha	XII : teoretické hodnoty příze 50 tex, 7000 m <sup>-1</sup> tex <sup>2/3</sup>	P 46
Příloha	XIII : teoretické hodnoty příze 50 tex, 8000 m <sup>-1</sup> tex <sup>2/3</sup>	P 49
Příloha	XIV : teoretické hodnoty příze 25 tex, 5000 m <sup>-1</sup> tex <sup>2/3</sup>	P 52
Příloha	XV : teoretické hodnoty příze 25 tex, 5500 m <sup>-1</sup> tex <sup>2/3</sup>	P 55
Příloha	XVI : teoretické hodnoty příze 25 tex, 6000 m <sup>-1</sup> tex <sup>2/3</sup>	P 58
Příloha	XVII : teoretické hodnoty příze 25 tex, 7000 m <sup>-1</sup> tex <sup>2/3</sup>	P 61
Příloha	XVIII : teoretické hodnoty příze 25 tex, 8000 m <sup>-1</sup> tex <sup>2/3</sup>	P 64
Příloha	XIX : teoretické hodnoty příze 16,66 tex, 5000 m <sup>-1</sup> tex <sup>2/3</sup>	P 67
Příloha	XX : teoretické hodnoty příze 16,66 tex, 6000 m <sup>-1</sup> tex <sup>2/3</sup>	P 70
Příloha	XXI : Tabulka hodnot K	P 73

Seznam tabulek

	str.
Tab. 3.1	61
Tab. 3.2	62
Tab. 4.1	123
Tab. 5.1	156
Tab. 5.2	157
Tab. 5.3	159
Tab. 5.4	160
Tab. 5.5	161
Tab. 6.1	165
Tab. 6.2	167
Tab. 6.3	168
Tab. 6.4	169
Tab. 6.5	172
Tab. 6.6	174

Seznam vyobrazení

Obr. 3.1	37
Obr. 3.2	39
Obr. 3.3	40
Obr. 3.4	45
Obr. 3.5	46
Obr. 3.6	66
Obr. 3.7	76
Obr. 3.8	83
Obr. 4.1	95
Obr. 4.2	96
Obr. 4.3	98
Obr. 4.4	101
Obr. 5.1	135

Použití symboly

- $A$  ... konstanta
- $a$  ... konstanta
- $a_{ki}$  ... směrový kosinus ortog.transformace
- $a_m$  ... zákrutový koeficient vztažený k (čm)
- $a_t$  ... zákrutový koeficient vztažený k T v /tex/
- $b$  ... konstanta
- $C$  ... konstanta
- $c$  ... konstanta
- $\check{c}m$  ... číslo metrické
- $d$  ... průměr příze
- $E_1, E_2, E_3$  ... počáteční moduly ve směru souřadných os
- $e_1, e_2, e_3$  ... poměrná prodloužení ve směru souřadných os po přiložení smykových napětí
- $E_{3tah}, E_{3stlak}$  ...  $E_3$  v tahu a tlaku
- $f$  ... funkce; frekvenční funkce
- $F_1, F_{r3}, F_{23}$  ... funkce
- $F_v$  ... plocha řezu vláknem
- $G$  ... váha příze
- $h$  ... vzdálenost
- $I(a, b, c, m)$  ... integrál definovaný (3.60)
- $I_1, I_2$  ... integrál definovaný (3.64)
- $j$  ... reálné číslo, index
- $J(a, b, n)$  ... integrál definovaný (3.61)
- $J_1, J_2$  ... integrál definovaný (3.64)

- $k$ ... reálné číslo; konstanta; index
- $k_q$ ... podíl deformace
- $k_1$ ... podíl deformace
- $K$ ... počáteční konstanta; konstanta
- $K^*$ ... tečná konstanta
- $L$ ... vzdálenost středů vláken
- $L_0$ ... výchozí vzdálenost středů vláken
- $L_\sigma$ ... "nedostatek" délky
- $L_c$ ... přebytek délky
- $L_i$ ... délka vláken v  $i$ -té třídě
- $l$ ... vzdálenost mezi vlákny
- $l_0$ ... výchozí vzdálenost mezi vlákny
- $dl$ ... diferenciál délky vlákna
- $m$ ... konstanta
- $n$ ... konstanta; celé číslo; počet vláken
- $dn$ ... diferenciální počet vláken
- $\sigma$ ... osa příze
- $P$ ... síla
- $P_1, P_2$ ... síly ve směru souřadných os
- $P_{\sigma 1}, P_{\sigma 2}$ ... síly deformující svazek vláken ve směru souřadných os
- $\varphi$ ... podíl "přebytku" délky účastníci se kompenzace; konstanta; exponent definující
- $R$ ... poloměr elementu ve výchozím válci
- $R^*$ ... největší  $R$  válce
- $r$ ... poloměr elementu v přízi

- $r^*$ ... největší  $r$  příze
- $r_n$ ... neutrální poloměr
- $r_i$ ... hranice třídy poloměru
- $r_1$ ... polovina průměru z rovnice (5.56)
- $r_2$ ... polovina průměru z rovnice (5.57)
- $r_{0,14}$ ... poloměr pro  $\mu = 0,14$
- $\Delta r^2$ ... rozdíl kvadrátů poloměru
- $\Delta r$ ... rozdíl poloměrů
- $T$ ... lineární hmotnost příze
- $T_t$ ...  $T$  v jednotkách tex
- $T_{ij}$ ... síla ve směru napětí  $\sigma_{ij}$
- $t$ ... integrační proměnná
- $V$ ... objem
- $V_v$ ... objem vláken
- $x$ ... souřadnice
- $x_1, x_2, x_3$ ... souřadné osy, souřadnice
- $y$ ... souřadnice
- $Z$ ... zákrut
- $Z_d$ ... zákrut z OMESTU (diferenciální definice)
- $Z_p$ ... zákrut příze dle ČSN
- $\mathcal{A}$ ... souřadnice
- $\alpha$ ... směrový úhel; výchozí úhel efektivní vazby
- $\alpha'$ ... konečný úhel efektivní vazby
- $\alpha_{ij}$ ... smykový úhel
- $\alpha_q$ ... zákrutový koeficient

- $\beta$  ... směrový úhel; úhel, který svírá šroubovice s osou  
 $\beta_n$  ...  $\beta$  na poloměru  $r_n$   
 $\beta_d$  ...  $\beta$  na průměru příze  
 $\delta$  ... průměr vlákna; úhel  
 $\delta_{ij}$  ... Kroneckerovo delta  
 $\eta$  ... poměrné prodloužení  
 $\varepsilon$  ... poměrné prodloužení  
 $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$  ... poměrné prodloužení ve směru souřadných os  
 $\varepsilon_p$  ... poměrné prodloužení příze zákrutem  
 $\varepsilon_v$  ... poměrné prodloužení vlákna v přízi  
 $\varepsilon_{ij}$  ... tenzor deformace  
 $\varphi$  ... úhel  
 $\Delta\varphi$  ... rozdíl souřadnic  
 $\mathcal{F}$  ... úhel  
 $\mathcal{A}$  ... pomocná veličina, definovaná (5.36)  
 $\lambda$  ... poměr délek  
 $u$  ... koeficient zaplnění  
 $u^0$  ... koeficient zaplnění výchozí  
 $u_0$  ... koeficient zaplnění v ose příze  
 $u_{lin}$  ... koeficient zaplnění plástové struktury  
 $u_e$  ... celkový koeficient zaplnění příze  
 $\vec{D}$  ... vektor směru orientace  
 $\nu_m$  ... m-tá složka vektoru  
 $\nu$  ... podíl značených vláken  
 $\psi$  ... úhel  
 $\rho$  ... poloměr křivosti; korelační koeficient

- $\rho_m$ ... měrná hmotnost vláken  
 $\bar{\sigma}, \bar{\sigma}_{jk}$ ... definiční obor  
 $\tau_{ij}$ ... tenzor napětí  
 $\tau_x$ ... tahové napětí ve vlákně  
 $\varrho$ ... poloměr křivosti  
 $V$ ... objem  
 $V_v$ ... objem vláken  
 $\xi$ ... pomocná veličina  
 $\xi$ ... souřadnice  
 $\Delta\xi$ ... rozdíl souřadnic

1. ÚVODNÍ ČÁST

## 1.1 Úvodní charakteristika problému

Soudobé úkoly vědecko-technického rozvoje vytýčil 14.sjezd KSČ, podrobně rozpracovalo květnové plénum ÚV KSČ (1974) a znovu zdůraznilo listopadové plénum ÚV KSČ (1974). Hlavním cílem je, stručně řečeno, využít maximálně v životě společnosti dialektickou jednotu teorie a praxe. Realizace těchto záměrů vyžaduje na úseku teorie vyhledávat, objevovat a propracovávat teoretické zákonitosti v oblastech s perspektivou aplikace a předávat je praxi; na úseku praxe pak přebírat a využívat výsledky teorie a podněcovat praktickými zkušenostmi další vývoj teorie.

Pozn.: 1) Podrobněji z hlediska filozofického je toto téma rozpracováno v /25/.

2) Vzájemná komunikace mezi vědou (teorií) a výrobou (praxí) je zprostředkována výzkumem a vývojem; proto bývá též používán řetězec věda-výzkum-vývoj-výroba a spotřeba.

Při plnění stanovených cílů je možno narazit na tři okruhy problémů:

- a) ne­příprave­nost­ vědecké­ teorie, (která obvykle vede k nahrazování vědy ve výzkumu nedosti exaktními nesystematickými poznatky).
- b) ne­příprave­nost­ výzkumu­ a­ vývoje (t.j. neschopnost v krátké době transformovat teorii do praxe a naopak praxi do teorie)
- c) ne­přípravenost­ praktické­ výroby (značně ztěžující realizaci výzkumu - viz též Kapica /75/)

Pozn.: Srovnej též Keldyš : "Naši první a nejdůležitější úlohou je rozvoj perspektivní vědy. Náš druhý hlavní úkol spočívá v tom, abychom pokud možno viděli, co tato perspektivní věda dává praxi a životu a abychom ukazovali, jak prakticky využít vědeckých poznatků". (Citováno dle /41/).

Potřeba rychlého vědecko-technického rozvoje se promítá též na úseku textilní technologie, kde je východzí impuls dán soudobými potřebami jak výrobní, tak spotřebitelské sféry.

Je obecně známo, že historicky se tradiční textilní výroba rozvíjela na empirické bázi, důsledkem čehož byl nedostatek závažných podnětů pro rozvoj speciálních vědních disciplin. Současnost si však (vzhledem k nutnosti řešit problémy užitné hodnoty, surovin, pracovních sil apod.) vynucuje komplexní, vědecky podložené zpracování celé problematiky. A zde je stále ještě možno narazit na nedostatečnou připravenost teoretických základů. Nositel Nobelovy ceny, H.Theorell, v této souvislosti říká /165/ : "Veškerý aplikovaný výzkum je postaven na výzkumu základním. Než jsou známa základní fakta, je naprostým mrháním peněz podporovat aplikace dosud neexistujícího teoretického poznání". Toto konstatování platí bezesporu i pro textilní struktury.

Textilní útvary jsou poměrně složité soustavy, složené ze základních jednotek - vláken. Fyzika vláken, jako specifická součást fyziky polymerů, dosahuje přes mnohá úskalí v současné době úrovně, jež dovoluje významným způsobem aplikovat vědecké poznání při výrobě che-

mických vláken. Podstatně méně prozkoumanou oblastí je fyzika soustav, vytvořených z vláken. Zde je chování závislé jak na vlastnostech vláken samotných, tak i na vzájemné mezivláčenné interakci. Tradiční způsob řešení analyzuje existující, resp. možné interakce a vytváří modelové představy, vedené snahou vyjádřit co nejlépe reálně existující mezivláčenné souvislosti. Neobyčejná různorodost a mnohotvárnost skutečných interakcí však často způsobuje značné rozdíly mezi modelovým s skutečným chováním textilií. Vede mnohdy k nesprávnému závěru o principiální nemožnosti či společenské neefektivnosti zpracování fyzikální teorie vláčenných soustav. Uváží-li se však, že textilní útvary jsou složeny z poměrně velkého počtu vláken a navíc úseky ("segmenty") každého vlákna existují a projevují se relativně samostatně, pak je zřejmé, že konkrétní znalost každé skutečné interakce mezi vlákny není pro řešení nezbytně nutná. Vlákenná soustava může být dobře modelována na principu efektivních interakcí zavedených fenomenologicky. Rozhodujícím kriteriem je, do jaké míry modelové chování vláčenné soustavy navenek (jako celek) koresponduje se skutečností. Přitom není nezbytně nutné, aby efektivní interakce odpovídaly skutečným.

Pozn.: Analogii lze nalézt v řadě oborů; připomeňme např. modely viskoelastického chování polymerů apod.

Řešení fyzikálních problémů vláčenných soustav naznačeným myšlenkovým principem dovoluje nalézt potřebné exaktní zákonitosti v přijatelných časových a kapacitních nárocích. (Mnohé důkazy tohoto tvrzení jsou m.j. obsaženy v interních materiálech SVÚT). Tím je dána reálná možnost k dobudování příslušných úseků teorie.

V návaznosti na vývoj teorie je nutno připravovat ve výzkumu a vývoji též cesty k jejímu širokému využití. Současná praxe se někdy ještě přiklání k izolovaným formám aplikace jednotlivých teoretických poznatků. Tím vznikají jednak rizika neuvažovaných (sekundárních) negativních dopadů ve výrobě a na druhé straně nejsou poznatky využívány dostatečně efektivně. Nepříznivým dopadům lze zabránit systémovým řešením úkolů výzkumu a vývoje. Proto je středem zájmu řady pracovišť zpracování vhodných systémů optimalizace (projektování) textilií a jejich výroby.

Pozn.: V ČSSR se řešením zabývá zejména SVÚT Liberec. Dosažené výsledky a rostoucí zájem textilní výroby jen dokumentují principiální správnost, aplikabilitu a perspektivu této cesty.

Potřeba naplnit konkrétní varianty systému optimalizace exaktními poznatky však přímo formuluje požadavky na vědeckou teorii a podněcuje tak její intenzivní rozvoj. Dialektika tohoto sepětí se v současné době projevuje m. j. ve formě polární kategorie : fyzika vláknenných soustav - systém optimalizace textilií.

Z předchozího nástinu lze učinit následující rámcový závěr : intenzivní rozvoj fyziky vláknenných soustav a její aplikace (prostřednictvím budování systému optimalizace textilií a textilní výroby) do praxe je nutnou součástí úspěšného plnění úkolů na úseku zkvalitnění a zrychlení cyklu věda-výzkum-vývoj-výroba a spotřeba v textilním průmyslu.

Dílčím odrazem této skutečnosti je i tato práce. Vznikla jako součást potřeby zpracovat některé úseky fyziky vláknenných soustav pro použití v systémech optima-

lizace textilií a jejich výroby (řešených v rámci výzkumných úkolů SVÚT). Vlastní zpracování tématu nebylo sice zahrnuto jmenovitě do plánu výzkumu SVÚT; ukázalo se však nutné řešit postupně též teoretickou základnu optimalizačních systémů textilií, v tomto případě vyráběných ze staplových přízí (tkanin, pletenin i textilií vyráběných novými technologiemi). Příze v plné míře určuje užité vlastnosti a užitnou hodnotu z ní vyrobené textilie. (Tkanina či pletenina je pak v podstatě soustava pravidelně uspořádaných na sebe vzájemně působících přízí.) Aby bylo možné exaktně popsat změny, ke kterým v přízi dochází působením vnějších vlivů (např. působením okolních přízí ve tkanině či pletenině), je především nutné znát její výchozí stav (výchozí strukturu). Proto se zde speciálně zabývám fyzikálním modelem výchozí struktury staplových přízí, a to z hlediska geometrického a mechanického. Některé prvky použitého řešení (zejména orientované vlákenné kontinuum - část 3) však mohou mít obecnější charakter a bylo by pravděpodobně možné aplikovat nalezené poznatky či alespoň zvolenou metodu i na řešení některých jiných vlákenných útvarů (rouna). To ovšem již není náplní této práce.

Charakter získaných poznatků neumožňuje jejich bezprostřední aplikaci v textilní výrobě. Vytváří však, společně s novými poznatky z ostatních prací a úseků, nezbytné zázemí a podklady pro exaktní naplnění systému optimalizace textilií a jejich výroby.

## 1.2 Uspořádání práce a poznámky k použité terminologii

Jak již bylo řečeno, zabývá se práce návrhem a experimentálním ověřením struktury staplové zakroucené příze, a to zejména vzhledem k radiálnímu průběhu koeficientu zaplnění.

Prvním krokem řešení je odvození mechanického chování vláknenné hmoty. Jedná se o formulaci představy o vzájemné souvislosti mezi napjatostí a zdeformováním vláknenného materiálu. Po zvážení poznatků obsažených v literatuře (část 2) je problém řešen zavedením efektivních pružných vazeb mezi vlákny a zpracován poté do formy funkčního přiřazení tenzorů napětí a deformace (část 3).

Vlastní struktura příze je charakterizována výsledky, vyplývajícími z požadavku statické rovnováhy každého elementu příze. Řešení vychází z principů mechaniky kontinua a je vedeno až do fáze numerického výpočtu na výpočetní technice (část 4).

Pro stanovení potřebných charakteristických konstant a posouzení teoretických výsledků se navrhuje a provádí experiment na bavlněných a viskóзовé přízi, založený na vyhodnocení souřadnic bodů značených vláken, jejichž prostorová trajektorie se fotograficky zjišťuje na přístroji OMEST. Dále jsou zachyceny experimentální hodnoty příčných rozměrů (průměrů) bavlněných přízí ve formě regresní funkce. Teorie použitých experimentálních metod, provedené experimenty a jejich zpracované výsledky jsou obsaženy v části 5.

Teoretické a experimentální výsledky jsou vzájemně porovnány v části 6, kde se též diskutuje míra souhla-

su teoretického modelu se skutečností a pravděpodobné příčiny nalezených rozdílů.

Při řešení modelu struktury příze bylo třeba používat řadu obecně známých pojmů. Jejich význam, z intuitivního hlediska zdánlivě jednoznačný, vede při hlubší úvaze k nejednoznačným. Problémy vznikají zejména u termínů, jejichž významev ý obsah souvisí s geometrickou topologií textilních útvarů. (Pojmy jako vláknenný svazek, orientace vláken, osa vlákna a příze, průměr příze, zákrut apod.).

Pozn.: Vzhledem k fyzikální potřebě přesně vymežit používané pojmy se postupně začínají topologií zabývat i pracovníci textilního zaměření /100/. (Některé problémy charakteristické i pro textilní útvary, jsou naznačeny též v úvodní části knihy /3/).

V této práci nejsou topologické definice používaných pojmů uvedeny. (Pokud již existují, nejsou širší odbornou veřejností prozatím považovány za závazně platné a některé vlastní návrhy autora by bylo nutné podrobit oponentuře specialistů.)

Bylo však snahou autora formulovat textovou a matematickou část práce tak, aby nejednoznačnost možné interpretace použitých termínů byla omezena na minimum.

2. CHARAKTERISTIKA HISTORICKÉHO VÝVOJE  
A SOUČASNÝCH KONCEPCÍ TEORIE  
STRUKTURY PŘÍZE

## 2.1 Nástin historického vývoje

Souběžně s historickým vývojem textilní výroby probíhal také vývoj snah o co nejdokonalejší a nejúplnější proniknutí do podstaty textilních útvarů, který by bylo možné orientačně rozdělit do tří časových údobí /82, 153/ :

1. Empirické údobí - přibližně do 80.let minulého století,
2. údobí nesystematického výzkumu - přibližně do konce první poloviny tohoto století a
3. současné údobí - druhá polovina tohoto století.

V nejstarším empirickém údobí sledovali textilní výrobky a tedy i příze jejich tehdejší výrobci a poznatky intuitivního charakteru se ústně tradovaly. Význam empirického údobí spočívá zejména v tom, že byl vytvořen základní, výchozí soubor odpozorovaných poznatků.

Rozvoj průmyslové výroby ve společnosti způsobil, že se fyzikálně-matematický styl myšlení z původně ryze akademických oblastí dostával stále více do technické sféry lidské činnosti. To se na přelomu století projevilo v problematice struktury příze vznikem prvních prací "nového" typu, k nimž patří např. publikace Müllera (1880) - cituje /153/, Marschika (1904) - /113/, Gegaufa (1902 a 1907) - cituje /19, 54/. V těchto pracích jsou formulovány elementy strukturální teorie přízí, zejména nástin šroubovicové geometrie vláken a statické rovnováhy působících sil.

Základní otázky byly pak dále zpracovávány autory hlavně z Anglie, Sovětského svazu a Německa. Problematiku zkoumali např. Staub - cituje /74, 102/, Balls (1928) - cituje /54/, Budnikov (1939), Afončikov (1934, 1941) - cituje /19/, Obuch (1936) - /134/, Pierce (1926, 1937), Schwarz (1933, 1934, 1936) - cituje /54/, Johansen - /74/ a jiní.

Na bázi šroubovicové geometrie příze se zkoumal zákrutový koeficient (Staub), seskání (Afončikov, Budnikov, Obuch), mechanické chování příze (Pierco, Schwarz). Tvorba příze byla již v roce 1928 (Balls) uvažována z dvojího pohledu: jako zkrucování válce i jako zkrucování stužky. Pravděpodobně nejpropracovanější a nejkomplexnější model struktury příze je obsažen v publikaci Braschlera (1935) - /16/. Celkově lze říci, že práce této doby objasnily principiální zákonitosti stavby příze a definovaly základní strukturální veličiny, používané dodnes.

Některé zjištěné rozdíly mezi teorií a skutečností přiměly textilní odborníky v letech čtyřicátých k podrobnějšímu studiu morfologie zakroucených přízí. Studium příčných řezů prokázali nejprve Bělicin, Pejsachov a Pavlov - cituje /77, 99, 146, 153, 156/, že příze je tvořena vlákny, jejichž trajektorie se výrazně liší od teoreticky předpokládané šroubovice. Morton /117, 118/ navrhnul novou experimentální metodu sledování těchto trajektorií ("tacer-fibre" technika) v přízi a nazval pozorované změny poloměru vlákna "migrací".

Tak byla ve své původní podobě definitivně vyvrácena hypotéza o šroubovicové avrstvovité struktuře vláken v přízi.

Pozn.: Pojem "migrace" je používán v literatuře též ve smyslu vzájemného rozložení (promísení) vlákněných komponent ve směsové přízi /31, 149, 150/. V této práci je však použit výhradně ve významu zvađeném Mortonem.

Do posledního čtvrtstoletí vstupovala problematika struktury příze ovlivněna m. j. dvěma významnými fakty. Přelevším to byl prudký nástup chemických vláken, který podstatně

rozšířil perspektivu využití všech poznatků a začal klást řadu specifických úkolů. Postup dalších prací ovlivnila i moderní přístrojová technika, která umožnila např. měřit a vyhodnocovat hmotnou a později též optickou nestejnomyěrnost příze (přístroje firmy Zellweger-Uster).

Výzkum problémů struktury příze se výrazně zintenzivnil a začal být řešen celými výzkumnými týmy. Z tématického hlediska se postupně oddělily dva základní směry :

- a) výzkum vlastní vnitřní struktury příze, zastoupený v současné době především anglickou školou (Hearle, Treloar, Gupta a.j.), a
- b) výzkum v oblasti hmotové nestejnoměrnosti příze vztažený k procesům jejího vzniku. Tento směr je reprezentován sovětskou školou (Sevosťjanov) a některými dalšími pracemi.

Pozn.: Uvedené dělení není zcela výstižné, neboť existují poznatky na rozhraní obou směrů. Je možné se domnívat, že v budoucnu dojde k jejich syntéze a vznikne tak strukturální teorie příze vyšší úrovně.

## 2.2 Charakteristika základních myšlenek o vnitřní struktuře příze

Soudobé koncepce výzkumu vnitřní struktury příze jsou založeny na několika základních ideích.

První z nich je již zmiňovaný problém migrace. Základem vyhodnocování trajektorií vláken v přízi je původní metoda Mortona /118/, později modifikovaná Kašpárkem /76/. Morton také navrhnul fyzikální vysvětlení migrace vycházející z rozdílů délek vláken v povrchové a osově části příze. Dle něho jsou povrchová vlákna v přízi značně napjata a tato síla je vtlačuje dovnitř, odkud jsou pak málo napjatá vlák-

na vytlačována k povrchu. Riding - cituje /54/ - podrobil trajektorie vláken analýze na bázi autokorelačních funkcí a určil periodu migrace, jejíž fyzikální vysvětlení vycházející z úvah o kroucení stužky /40, 52/ podali Hearle a Bose /47/ (druhý, geometrický mechanismus migrace). Souhrn obou navržených mechanismů analyzovala pak práce /50/. Pro vyhodnocování migrace Hearle, Gupta a Merchant /46/ navrhli tři charakteristiky : střední polohu vláken, amplitudu migrace a rychlost migrace. Z hlediska tvorby příze na doprácím stroji je možno formulovat též další geometrický (úhlový) mechanismus migrace, který spočívá v tom, že vlákno je v zákrutovém trojúhelníku (pojem je objasněn např. v /84/ ) přiváděno na daný poloměr pod "nesprávným" úhlem. (S touto úvahou autora koresponduje schéma zakrucování uvedené v /32/). Protože trajektorie vlákna v přízi, resp. její průmět je výsledkem náhodných procesů, vyskytují se v poslední době též studie založené na využití Fourierových řad /61/ či teorie Markovských řetězců /1/. Z českých autorů se analýzou tvaru vláken v přízi zabýval zejména Kašpárek /77, 78, 81/, který využil přístroje OMEST /159/. Ve svých pracích objasnil význam tzv. "koeficientu zapředení" pro mechanické vlastnosti vyráběné příze.

Pozn.: Mnohé další poznatky jsou obsaženy např. v publikacích /21,28,29,37,38,39,45,48,49,55,57/.

Také myšlenka šroubovicového modelu příze je stále východiskem prací mnoha autorů. Základní varianta byla v návaznosti na starší práce zformulována Treloarem /166/. Čistě geometrické využití tohoto modelu se nejčastěji vyskytuje při výpočtech seskání a dalších geometrických veličin příze, či zakrouceného hedvábí (např. /119, 105, 112, 121, 135, 136, 156/). Podstatně větší význam má však jeho aplikace pro řešení otázek mechaniky struktury příze. V této souvislosti lze citovat celou řadu prací, např. /12, 13, 18,

35, 42, 44, 51, 68, 70, 72, 83, 106, 108, 145, 168, 170, 172/ a jiné.

Jsou známy (např. dle /92/) v podstatě dvě metody řešení mechaniky příze. První z nich by bylo možné nazvat metodou energetickou. Její princip (popsaný s příslušnými citacemi v /116/) vychází z ekvivalence vnitřní a vložené energie. Tímto způsobem byly popsány "vnější" mechanické vlastnosti příze (souhrnně viz např. /54/). Pro poznání vnitřní mechaniky příze (ale nejen příze - viz např. /56/) se uplatňuje zejména postup založený na bázi mechaniky kontinua /17/. Příze je v tomto případě interpretována jako kontinuum a vychází se z požadavku statické rovnováhy jejího obecného elementu. Pravděpodobně první komplexnější publikací tohoto typu je, dosud stále ještě nedoceněná, práce Budnikova /18/. Rovnováha elementu byla poté studována v pracích /42, 44, 68, 70, 129/ a j. Otevřeným problémem však zůstává vztah mezi napjatostí a zdeformováním elementu kontinua, a to zejména při tlakovém namáhání. Speciálně touto otázkou se teoreticky a experimentálně zabývali Baljasov /5 až 10/, Dunlop /30/, Hearle /43/, Komarov /87, 88, 89/, Mikut /114, 115/ Terasaki /164/, ale i mnozí jiní. Obecné řešení bude pravděpodobně možné až po objasnění vzájemného spolupůsobení mezivláčkových kontaktů, tření, orientace vláken apod. (viz např. /69, 104, 157/) a do té doby bude třeba zavádět vhodné zjednodušující podmínky /42, 167/ a fenomenologické modely deformačního chování (/129/a v analogickém, i když netextilním problému též např. /34/).

Pozn.: Součástí mechaniky příze jsou samozřejmě i specifické problémy rázového namáhání /103/, torze /111, 112/, ohybu /26, 90, 91, 110/ a pod. Zde však podrobněji charakterizovány nejsou.

Cestou k poznávání zákonitostí mechaniky příze je též využití vhodných rheologických modelů chování vláken a vláknenných soustav /2, 64/. Je pravděpodobné, že v budoucnosti budou ještě intenzivněji využívány poznatky a myšlenkové principy rozpracovávané dnes pro řešení mechaniky a rheologie polymerů i kompozitních materiálů /62, 63, 66, 97, 98, 138, 171/.

Z geometrických a mechanických zákonitostí vláknenných soustav vyplývá konečná struktura příze a její chování. Mnohé vlastnosti přízových útvarů jsou však též předmětem přímého experimentálního zjišťování. Pozornost je v tomto směru věnována jak geometrickým vlastnostem příze (tvaru příze /27, 79, 132, 133/, průměru příze /např. 131, 122, 162, 123, 174/, zákrutovému koeficientu /109, 121, 147/, povrchové geometrii a chlupatosti - např. /11/ a mnoho dalších prací Barelly), tak také vlastnostem mechanickým, zejména tahovému namáhání (např. /65/ a j.).

V poslední době se podrobněji zkoumá koeficient zaplnění příze ("fibre packing density", "koeficient plotnosti") /60, 93, 122, 123, 142/, neboť jeho hodnota, resp radiální průběh ovlivňuje významně mnoho vlastností (platí pro textilní útvary obecně - viz např. /175, 85/).

Poznatky o struktuře a chování příze i ostatních textilních útvarů jsou zpracovávány a vyjadřovány nejčastěji prostřednictvím matematického aparátu, což dovoluje využívat soudobé prostředky výpočetní techniky. Zcela přirozeně se tak nabízí možnosti optimalizace (projektování) textilií a jejich výroby v dílčích částech i v rozsáhlejších systémovém řešení /20, 24, 59, 73, 86, 120, 124, 128/.

Pozn.: Zajímavou metodickou úvahu na toto téma publikoval Sevošťjanov /151/.

Lze předpokládat, že právě optimalizační systémy budou v budoucnu efektivním prostředkem pro využití poznatků vědy v textilní výrobní sféře.

Pozn.: Souhrnně lze nalézt mnohé z uvedených úvah a řešení strukturálních problémů příze v knižních publikacích /54, 94, 95, 156, 176/.

### 2.3 Koncepční východiska práce

Východiskem koncepce řešení této práce jsou poznatky o struktuře příze, citované v předchozích kapitolách.

Poznatky o trajektorii vláken v přízi ukazují její složitý a náhodný charakter a modely, založené na její idealizaci nevystihují dobře chování zkoumaných struktur (šroubovicový, ideálně-migrační model). Na druhé straně je však jednoznačně prokázán šroubovicový trend vláken či vláknenných svazků, který je tedy nutné do úvah zahrnout.

Chování vláknenné hmoty, ze které je příze vytvořena, je závislé na vlastnostech jednotlivých vláken a jejich vzájemných interakcích. Diskrétní řešení (pro každé vlákno a každý kontakt mezi vlákny) není prozatím dnešními prostředky možné. Použitý alternativní postup proto interpretuje přízi jako mechanické kontinuum a chování vláken včetně interakcí se souhrnně promítá ve formě charakteristik tohoto kontinua. Vhodné charakteristiky je možno stanovit z v podstatě fenomenologického přechodu od diskrétních úvah ke kontinuu. Známé rovnice rovnováhy elementu v přízi pak umožňují řešit model vnitřního rozložení sil a hmoty.

"Čistá" koncepce kontinua však nedovoluje předpokládat přesuny hmoty z jednoho elementu do elementu jiného (určitý "tok" části hmoty z centra příze k jejímu okraji). Migrační charakter vlákněných trajektorií však takový posuv (prokluz) připouští. Proto je "čistá" koncepce kontinua pro přízi v tomto smyslu zde korigována.

Vnitřní silové poměry v přízi nelze prozatím přímo experimentálně zkoumat. Teoretické závěry však lze porovnat s rozložením hmoty v přízi, (zjišťovaným laboratorně, především na přístroji OMEST) a na tomto základě dospět k modelu, který koresponduje se skutečností.

Znalost takového modelu nevede sice bezprostředně k přímé aplikaci v textilní výrobě; vytváří však nutný základ pro poznání plošných textilií (z přízí) a tím i pro optimalizaci jejich výroby.

3. ORIENTOVANÉ VLÁKENNÉ KONTINUUM

### 3.1 Vláknenný svazek a kontinuum

Vláknenné útvary jsou systémy elementárních partikulí - vláken, jejichž vzájemná interakce je v reálných strukturách neobyčejně složitá a vymyká se tak (s výjimkou ideálních modelových stavů) současným možnostem jak teoretického, tak experimentálního poznání.

Při budování teoretického systému popisu struktury a zejména mechanického chování vláknenných útvarů je proto nutné vycházet nikoliv přímo z vláken a jejich vzájemné interakce, ale zavést do jisté míry nový pojem "vláknenného svazku". Vlákenný svazek si lze představit jako "malý" objem myšleně vyjmutý z vláknenného útvaru. Uvnitř vláknenného svazku se nalézají vlákna se vši rozmanitostí vlastností, vzájemných poloh a interakcí; tato skutečnost je nazvána vnitřní struktura vláknenného svazku. Jejím vnějším projevem jsou pak zákonitosti chování vláknenného svazku (ve zde sledovaném smyslu mechanické).

Celý vláknenný útvar jako celek (např. přízi) lze nyní interpretovat jako souhrn (sjednocení) na sebe vzájemně působících vláknenných svazků, kde vzájemné působení je důsledkem zákonitosti jejich chování, tj. jejich vnějších projevů.

Důsledkem této koncepce je následující hierarchie pojmů:

- VLÁKNO - jehož vlastnosti jsou důsledkem vlastností a struktury vláknenné hmoty
- VLÁKENNÝ SVAZEK - s vlastnostmi určenými vnitřní (vláknennou) strukturou a vlastnostmi vláken
- VLÁKENNÝ ÚTVAR - jehož vlastnosti jsou určeny vnějšími zákonitostmi chování vláknenných svazků a způsobem jejich uspořádání v útvaru

Pozn.: Zavedením pojmu vlákenného svazku se problematika struktury vlákenného útvaru rozpadá do dvou částí:

- a) uspořádání a interakce vláken ve svazcích
- b) uspořádání a interakce svazků ve vlákenném útvaru

Jelikož vlákenný svazek je vzhledem k dimenzím celého vlákenného útvaru definován jako objem "dostatečně malý", nabízí se přirozeně možnost interpretovat jej limitní představou elementu kontinua.

Oprávněnost takové interpretace je ovšem modelová a může být z praktického hlediska potvrzena pouze korespondencí teoretických výsledků s praxí.

V této práci je naznačená modelová představa použita jako východisko teoretické koncepce a v tomto smyslu jsou nadále používány pojmy "vlákenné kontinuum", "vnitřní struktura elementu kontinua" atp. Pojmy "element kontinua" a "vlákenný svazek" jsou v dalším textu považovány za identické; "vlákenný svazek" je používán v souvislosti s představami o vnitřní struktuře, pojmu "element kontinua" je dáována přednost tam, kde jsou zdůrazňovány diferenciální dimenze, resp. mechanické vlastnosti, jež se k nim váží.

### 3.2 Vysoce orientovaný vlákenný svazek jako speciální případ ortotropního kontinua

Vlákenný svazek jako element kontinua je tvořen určitou prostorovou konfigurací vláken (resp. přesněji úseků vláken), obecně v rozmanitém uspořádání.

Pro popis některých stránek tohoto uspořádání je vhodné zavést pojem orientace.

Výraz "orientace" je v této práci důsledně používán jako speciální případ obecnějšího pojmu "ortotropie" (který sám je zvláštním případem anisotropie; definice např./163 /)

Nechť je rozložení vláken (resp. elementů vláken) co do směru v 3-dimenzionálním eukleidovském prostoru popsáno spojitou frekvenční funkcí  $f(\alpha, \beta)$ , kde  $\alpha, \beta$  jsou směrové úhly vzhledem k osám  $x_1, x_2$  pravouhlého kartézského souřadného systému  $(x_1, x_2, x_3)$ . Definičním oborem  $\mathcal{G}$  této frekvenční funkce je libovolný obor  $\mathcal{G}_{j,k}$ , pro nějž platí

$$\mathcal{G}_{j,k} \equiv \left\{ \begin{array}{l} \alpha \in \langle k, k+\pi \rangle \\ \beta \in \langle j, j+\pi \rangle \\ \cos^2 \beta + \cos^2 \alpha \leq 1 \\ k, j \dots \text{lib. reál. čísla} \end{array} \right. \quad (3.1)$$

Takže

$$\iint_{\mathcal{G}_{j,k}} f(\alpha, \beta) \cdot d\alpha \cdot d\beta = 1 \quad (3.2)$$

Je-li zkoumané rozložení vláken ortotropní a roviny symetrie jsou totožné se souřadnými rovinami  $(x_1 x_2)$ ,  $(x_2 x_3)$ ,  $(x_3 x_1)$ , potom vzhledem k této symetrii platí

$$\left. \begin{array}{l} f(\alpha, \beta) = f(|\alpha|, |\beta|) \\ \text{pokud: } \alpha \in \mathcal{G}, |\alpha| \in \mathcal{G} \\ \beta \in \mathcal{G}, |\beta| \in \mathcal{G} \end{array} \right\} \quad (3.3)$$

Použije-li se v (3.1)  $k=0, j=0$ , plyne z (3.3) možnost redukovat úvahy o frekvenční funkci uvažovaného ortotropního systému na 1. kvadrant. Integrál  $f(\alpha, \beta)$  přes

1. kvadrant pak vzhledem k (3.1, 3.2, 3.3) nabývá hodnoty  $1/4$ . V rámci této podmínky však může být  $f(\alpha, \beta)$  u ortotropních systémů zcela libovolná. Proto je užitečné definovat podskupinu "jednoduchých" ortotropních soustav.

Definice: Nechť pro ortotropní systém platí :

a)  $f(\alpha, \beta)$  je na  $\mathcal{G}$  hladká

b) existuje právě jeden jednotkový vektor  $\bar{v}$ , pro který platí

$$\bar{v} \equiv (\cos \alpha_v, \cos \beta_v, \sqrt{1 - \cos^2 \alpha_v - \cos^2 \beta_v}); (\alpha_v, \beta_v) \in \mathcal{G}$$

$$f(\alpha_v, \beta_v) \geq f(\alpha, \beta); (\alpha, \beta) \in \mathcal{G}$$

c) pro všechny vektory

$$\bar{r} \equiv (\cos \alpha_r, \cos \beta_r, \sqrt{1 - \cos^2 \alpha_r - \cos^2 \beta_r}); (\alpha_r, \beta_r) \in \mathcal{G}$$

$$\bar{s} \equiv (\cos \alpha_s, \cos \beta_s, \sqrt{1 - \cos^2 \alpha_s - \cos^2 \beta_s}); (\alpha_s, \beta_s) \in \mathcal{G}$$

pro něž platí  $|\bar{v} \cdot \bar{r}| = \text{konst.} > |\bar{v} \cdot \bar{s}|$

platí též  $f(\alpha_r, \beta_r) = \text{konst.} \geq f(\alpha_s, \beta_s)$

pak tento systém je nazýván orientovaný a vektor  $\bar{v}$  je vektor směru orientace.

Ve speciálním případě, kdy platí  $f(\alpha, \beta) = 0$  pro

$$(\alpha, \beta) \in [\mathcal{G} \setminus (\alpha_v, \beta_v)], f(\alpha_v, \beta_v) = \infty$$

bude systém nazýván dokonale orientovaný.

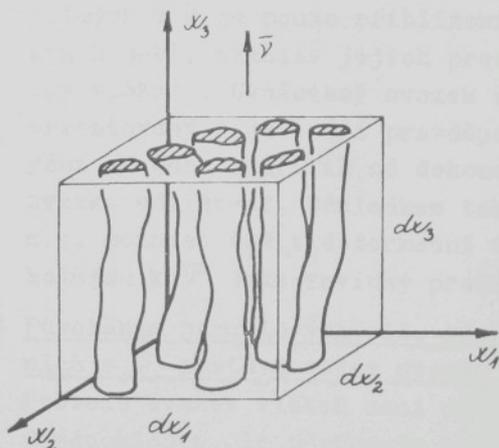
V těch případech, kdy orientovaný systém se z fyzikálního a technického pohledu přibližuje dokonale orientovanému systému, bude používán termín vysoce orientovaný systém (vlákenný svazek, kontinuum).

Pozn.: 1) Zavedené pojmy jsou geometrické. Existuje ovšem též fyzikální ortotropie / 34 / resp. orientace; tyto pojmy budou zavedeny později.

2) Pro zaměření práce postačuje zde uvedený výčet pojmů. Případná zobecnění do jiných struktur (pojené textilie) by ovšem vyžadovala podrobnější rozbor tvaru a uspořádání partikulí (vláken, pojiva atp.) např. cestou ortogonálních modelů vícefázových látek / 155 / apod.

### 3.3 Napětí a deformace vysoce orientovaného vláknenného svazku

#### 3.3.1 Výchozí předpoklady



Obr. 3.1

Mějme souřadný systém  $(x_1, x_2, x_3)$  a v něm element vysoce orientovaného vláknenného kontinua umístěný tak, že směr orientace  $\bar{v}$  je kolineární se souřadnou osou  $x_3$  (obr.3.1). Je-li na tento element působeno silami, dochází k jeho deformaci.

Pro popis mechanických zákonitostí je nutno vyslovit několik předpokladů :

1) Existuje na čase nezávislé jednoznačné přiřazení tenzoru napětí a tenzoru deformace

Tento předpoklad vylučuje z dalších úvah problémy viskoelastických a plastických toků, které v reálných vlákenných strukturách existují. Při tvorbě příze nedochází k cyklickému namáhání vlákenné hmoty a proces vzniku (klasicky předené) příze je velmi rychlý (řádově  $10^{-3}$  s). Proto je uvedený předpoklad modelově přijatelný. Z formálního hlediska pak jeho zavedení výrazně usnadňuje řešení celého problému, neboť vylučuje z modelové úvahy složitý problém času.

2) Působením sil resp. napětí kolmých k  $\vec{v}$  nevzniká deformace ve směru  $\vec{v}$ .

U dokonale orientovaného svazku vláken je tento předpoklad založen na představě, že důsledkem sil kolmých k  $\vec{v}$  je pouze přiblížení (paralelních) vláken k sobě, nikoliv jejich prodloužení (ve směru osy vláken). Uvažovaný svazek vláken je vysoce orientovaný a je tudíž pravděpodobné, že jeho chování se nebude příliš od dokonale orientovaného svazku odlišovat. Důsledkem tohoto předpokladu je m.j. možnost řešit deformační účinky sil a napětí kolmých k  $\vec{v}$  jako rovinný problém.

3) Působením normálových sil, resp. napětí, kolineárních s  $\vec{v}$  zůstává objem svazku zachován.

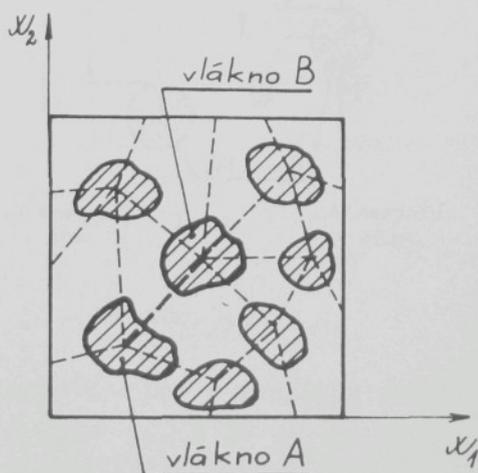
Protože svazek vláken není orientován dokonale, lze předpokládat, že působením uvedených sil či napětí dochází ke "zúžení", t.j. ke zmenšování jeho rozměrů  $dx_1, dx_2$ . Zachování objemu je ovšem již předpoklad ryze modelový.

- 4) Nenapjatý vláknenný svazek má ve všech směrech kolmých k  $\vec{\nu}$  stejné vlastnosti, t.j. je v rovinách kolmých k  $\vec{\nu}$  isotropní. Uvedený předpoklad znamená, že výchozí uspořádání svazku nepreferuje žádný směr v rovině kolmé k  $\vec{\nu}$ ; to značně usnadňuje řešení rovinného problému, který vzniká dle předpokladu 2.

### 3.3.2 Vláknenný svazek namáhaný normálovými silami kolmými ke směru orientace

#### 3.3.2.1 Efektivní pružná vazba mezi vlákny

Vzhledem k předpokladu 2 lze uvedený problém řešit bezesbytku v libovolné rovině kolmé k  $\vec{\nu}$ . Řez vláknenného svazku takovou rovinou je znázorněn na obr. 3.2. Působí-li se na svazek (tlakovými) silami, dochází bezesporu k jeho deformaci (stlačování), což se v řezu (obr.3.2) projeví přiblížením vláknenných řezů (vyšrafované plochy) k sobě navzájem. Skutečnost, že toto přiblížení vyžaduje silové působení, je v reálné vláknenné struktuře způsobena velmi složitou soustavou interakčních vztahů mezi vlákny.

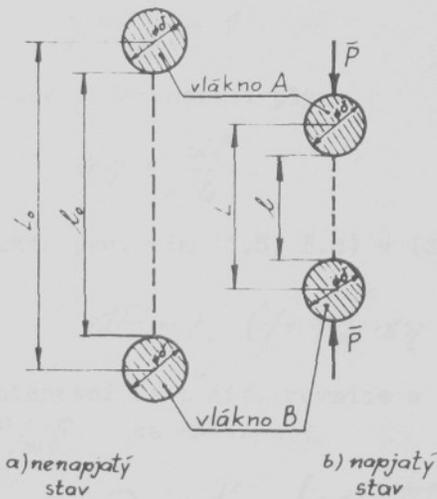


Obr. 3.2

V rovinném řešení lze existenci interakčních vztahů nahradit zavedením představy pružných vazeb (čárkované spojnice - obr.3.2) mezi vlákny. O těchto vazbách však lze hovořit pouze jako o efektivních vazbách; jejich reálnou existenci není nutno předpokládat.

Pozn.: V dalším textu je "efektivní pružná vazba" nazývána též zkráceně pouze "vazba".

Prvním krokem modelového řešení je tak analýza jedné vazby. Nechť ve vlákněném svazku existují vlákna A, B spjatá navzájem efektivní pružnou vazbou (obr. 3.3).



Obr.3.3

stavu  $l_0 < L_0$ , v napjatém stavu  $l < L$ . (Zřejmě  $l \geq 0, \Rightarrow L \geq \delta$ )

Mezi zatěžující silou  $P$  a délkou  $l$  nechť platí :

Nechť vazba AB vykazuje v nenapjatém stavu délku  $L_0$ , v napjatém stavu pak délku  $L$ . Předpokládejme, že vlákna A, B jsou tuhá (rovinná) tělesa s průměrným příčným rozměrem  $\delta$ ; pro následující úvahy jsou proto nahrazena kruhy s průměrem  $\delta$ . Vzhledem k této představě je deformovatelná délka vazby v nenapjatém

- 1)  $dP$  je přímo úměrné  $d\ell$
- 2)  $\frac{dP}{d\ell}$  je nepřímo úměrné  $\ell$
- 3)  $\frac{dP}{d\ell}$  roste s obecnou mocninou poměru  $\frac{\ell}{\ell_0}$

Uvedeným požadavkům vyhovuje vztah :

$$dP = K \cdot \frac{d\ell}{\ell_0} \cdot \left(\frac{\ell}{\ell_0}\right)^A \quad (3.4)$$

$K, A \dots$  reálné konstanty

Poměrné prodloužení  $\eta$  výchozí délky  $\ell_0$  je

$$\eta = \frac{\ell}{\ell_0} - 1 \quad (3.5)$$

odkud diferenciací plyne

$$d\eta = \frac{d\ell}{\ell_0} \quad (3.6)$$

takže použitím (3.5, 3.6) v (3.4) plyne

$$dP = K \cdot (1 + \eta)^A \cdot d\eta \quad (3.7)$$

Integrací této dif. rovnice s okrajovou podmínkou

$\frac{P}{\eta=0} = 0$  se nalezne :

$$P = \frac{K}{A+1} \cdot \left[ (1+\eta)^{A+1} - 1 \right] \quad (3.8)$$

Speciální případy (3.8) :

- a)  $A=0, \Rightarrow P = K \eta$  (linearita)
- b)  $A=-1, \Rightarrow P = K \cdot \ln(1+\eta)$
- c)  $A > -1, \Rightarrow \lim_{\eta \rightarrow (-1)^+} P = -\frac{K}{A+1}$
- d)  $A \leq -1, \Rightarrow \lim_{\eta \rightarrow (-1)^+} P = -\infty$

Vzhledem k logicky očekávanému  $\lim_{\eta \rightarrow (-1)^+} P = -\infty$  by pro popis vazby přicházelo v úvahu pouze  $A \leq -1$ , t.j. případ ad d).

Z rovnice (3.3) plyne  $\left(\frac{dP}{d\eta}\right)_{\eta=0} = K$  ; K tedy charakterizuje průběh funkce  $P=P(\eta)$  v okolí počátku a lze ji nazvat počáteční konstanta (analogicky pojmu "počáteční modul"). Diferenciací (3.7)

$$d^2P = A \cdot \frac{d\eta}{1+\eta}$$

a vydělením tohoto výrazu (3.7) se nalezne

$$\frac{d^2P}{dP} = A \frac{d\eta}{1+\eta} \quad (3.9)$$

Zavedením tečné konstanty  $K^*$  (pojem analogický "tečnému modulu") z (3.7) :

$$K^* = \frac{dP}{d\eta} = K(1+\eta)^A \quad (3.10)$$

a diferencováním tohoto výrazu

$$dK^* = K \cdot A \cdot (1+\eta)^{A-1} \cdot d\eta = K^* \cdot A \cdot \frac{d\eta}{1+\eta}$$

$$\frac{dK^*}{K^*} = A \frac{d\eta}{1+\eta} \quad (3.11)$$

nalezne se z (3.9) nebo (3.11)

$$A = \frac{\frac{d^2P}{dP}}{\frac{d\eta}{1+\eta}} = \frac{\frac{dK^*}{K^*}}{\frac{d\eta}{1+\eta}} \quad (3.12)$$

Ze vztahu (3.12) je zřejmý logický význam konstanty A, jenž vyjadřuje podíl relativní změny tečné konstanty ku relativní změně okamžité délky. Ze vztahu (3.10) pak plyne :

$A > 0$  .....  $K^*$  s rostoucí  $P$  roste  
 $A = 0$  .....  $K^* = K$  nezávisle na  $P$   
 $A < 0$  .....  $K^*$  s rostoucí  $P$  klesá

Pro další řešení je třeba zavést hodnocení pracovní křivky vzhledem k délkám  $L_0, L$  (obr. 3.3).

Zavede-li se poměrné prodloužení

$$\varepsilon = \frac{L}{L_0} - 1 \quad (3.13)$$

lze též psát

$$L = L_0 + L_0 \varepsilon \quad (3.14)$$

Z obr. 3.3 dále plyne

$$L_0 - \delta = l_0 \quad (3.15)$$

$$L - \delta = l \quad (3.16)$$

Dosazením do vztahu (3.5) a použitím (3.14) se získá výraz pro  $\eta$  ve tvaru

$$\eta = \frac{L - \delta}{L_0 - \delta} - 1 = \frac{L_0 + L_0 \varepsilon - \delta}{L_0 - \delta} - 1$$
$$\eta = \frac{\varepsilon}{1 - \frac{\delta}{L_0}} \quad (3.17)$$

Použitím (3.15) do (3.17) a úpravou se pak nalezne

$$\eta = \frac{L_0}{l_0} \varepsilon \quad (3.18)$$

Poměr délek označený

$$\lambda = \frac{l_0}{L_0} \quad (3.19)$$

vede na konečný tvar

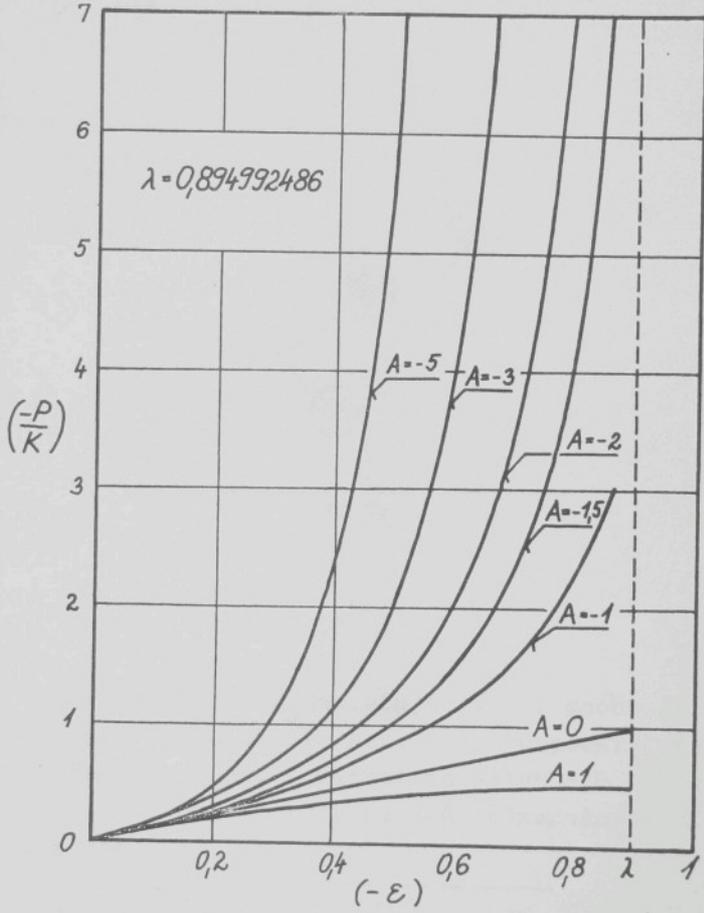
$$\eta = \frac{\varepsilon}{\lambda} \quad (3.20)$$

Pracovní křivka popsaná rovnicí (3.8) může být zavedením (3.20) vyjádřena ve formě

$$P = \frac{K}{A+1} \left[ \left( 1 + \frac{\varepsilon}{\lambda} \right)^{A+1} - 1 \right] \quad (3.21)$$

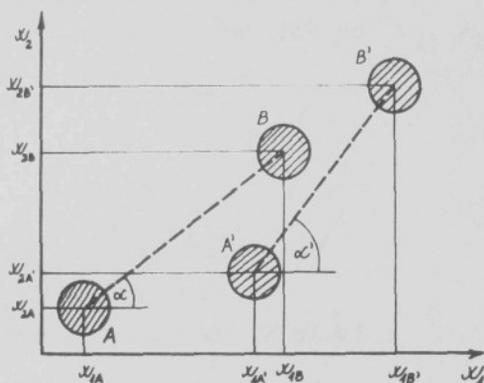
Pro ilustraci jsou na obr. 3.4 znázorněny průběhy několika variant této závislosti.

Závěrem této kapitoly je třeba poznamenat, že tvar (3.21) je pouze modelový návrh popisu pracovní křivky efektivní pružné vazby; oprávněnost jeho použití je v podstatě dána empirií.



Obr. 3.4

### 3.3.2.2 Geometrie efektivní pružné vazby v rovině



Obr. 3.5

Nechť v rovině  $x_1 x_2$  existuje (vedle mnoha jiných) nenapjatá vazba  $AB$  dle obr. 3.5. Působením vnějších sil přejdou vlákna z výchozích poloh  $A, B$  do poloh  $A', B'$ . Z geometrických poměrů znázorněných na obr. 3.5 plyne

$$L_0 = \sqrt{(x_{1B} - x_{1A})^2 + (x_{2B} - x_{2A})^2} \quad (3.22)$$

$$L = \sqrt{(x_{1B'} - x_{1A'})^2 + (x_{2B'} - x_{2A'})^2} \quad (3.23)$$

a ve shodě s (3.13)

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{(\lambda_{1B'} - \lambda_{1A'})^2 + (\lambda_{2B'} - \lambda_{2A'})^2}{(\lambda_{1B} - \lambda_{1A})^2 + (\lambda_{2B} - \lambda_{2A})^2}} - 1 \quad (3.24)$$

Dále nechť jsou definována poměrná prodloužení  $\varepsilon_1, \varepsilon_2$  vazby ve směru souřadných os  $x_1, x_2$  vztahy :

$$\varepsilon_1 = \frac{\lambda_{1B'} - \lambda_{1A'}}{\lambda_{1B} - \lambda_{1A}} - 1 \quad (3.25)$$

$$\varepsilon_2 = \frac{\lambda_{2B'} - \lambda_{2A'}}{\lambda_{2B} - \lambda_{2A}} - 1 \quad (3.26)$$

Konečně pro úhly  $\alpha, \alpha'$  platí :

$$\cos \alpha = \frac{\lambda_{1B} - \lambda_{1A}}{\sqrt{(\lambda_{1B} - \lambda_{1A})^2 + (\lambda_{2B} - \lambda_{2A})^2}} \quad (3.27)$$

$$\sin \alpha = \frac{\lambda_{2B} - \lambda_{2A}}{\sqrt{(\lambda_{1B} - \lambda_{1A})^2 + (\lambda_{2B} - \lambda_{2A})^2}} \quad (3.28)$$

$$\cos \alpha' = \frac{\lambda_{1B'} - \lambda_{1A'}}{\sqrt{(\lambda_{1B'} - \lambda_{1A'})^2 + (\lambda_{2B'} - \lambda_{2A'})^2}} \quad (3.29)$$

$$\sin \alpha' = \frac{\lambda_{2B'} - \lambda_{2A'}}{\sqrt{(\lambda_{1B'} - \lambda_{1A'})^2 + (\lambda_{2B'} - \lambda_{2A'})^2}} \quad (3.30)$$

Ze vztahů (3.24) až (3.30) plyne

$$\cos \alpha' = \frac{1 + \varepsilon_1}{1 + \varepsilon} \cos \alpha \quad (3.31)$$

$$\sin \alpha' = \frac{1 + \varepsilon_2}{1 + \varepsilon} \sin \alpha \quad (3.32)$$

Úpravou (3.24) a použitím (3.25) až (3.28) se získá vztah

$$(1 + \varepsilon)^2 = (1 + \varepsilon_1)^2 \cdot \cos^2 \alpha + (1 + \varepsilon_2)^2 \cdot \sin^2 \alpha \quad (3.33)$$

Z tohoto vztahu mimo jiné vyplývá, že platí vždy některá z následujících relací

$$(1 + \varepsilon_1) \geq (1 + \varepsilon) \geq (1 + \varepsilon_2) \quad (3.34)$$

Z (3.33) dále plyne :

$$\cos \alpha = \sqrt{\frac{(1 + \varepsilon)^2 - (1 + \varepsilon_2)^2}{(1 + \varepsilon_1)^2 - (1 + \varepsilon_2)^2}} \quad (3.35)$$

$$\sin \alpha = \sqrt{\frac{(1 + \varepsilon)^2 - (1 + \varepsilon_1)^2}{(1 + \varepsilon_2)^2 - (1 + \varepsilon_1)^2}} \quad (3.36)$$

přičemž nevýhodou těchto tvarů je, že výrazy nejsou přímo definovány pro případ rovnosti v relaci (3.34).

Sílu  $P$  nutnou k deformaci vazby  $AB$  lze rozepsat do složek :

$$P_1 = P \cdot \cos \alpha' \quad (3.37)$$

$$P_2 = P \cdot \sin \alpha' \quad (3.38)$$

což po dosazení (3.21, 3.31, 3.32) vede na vztahy

$$P_1 = \frac{K}{A+1} \left[ \left(1 + \frac{\varepsilon}{\lambda}\right)^{A+1} - 1 \right] \frac{1+\varepsilon_1}{1+\varepsilon} \cos \alpha \quad (3.39)$$

$$P_2 = \frac{K}{A+1} \left[ \left(1 + \frac{\varepsilon}{\lambda}\right)^{A+1} - 1 \right] \frac{1+\varepsilon_2}{1+\varepsilon} \sin \alpha \quad (3.40)$$

### 3.3.2.3 Normálová napětí

V reálných vlákenných strukturách existují velmi rozmanité vztahy mechanického působení vláken navzájem. V modelu efektivních pružných vazeb (obr.3.2) by bylo nutno respektovat takovou skutečnost zavedením individuálních (vzájemně různých) charakteristik  $K, A, \ell_0, \lambda$  pro každou vazbu (čárkovanou spojnicí - obr.3.2).

K takovému řešení, i když by bylo co do obecnosti nejspříhodnější, však neexistují exaktní podklady, a proto je třeba volit jednodušší, speciálněji variantu řešení. Takovou může být postup, založený na předpokladu, že všechny vazby ve svazku jsou popsány stejnými (průměrnými) charakteristikami  $K, A, \ell_0, \lambda$ .

Nenapjatá reálná vlákenná struktura vykazuje určitou konkrétní prostorovou konfiguraci, takže při představě rovinných vazeb (obr.3.2) vede řešení obecně na úlohu staticky neurčitě rovinné příhradové konstrukce. Výchozí geometrie uspořádání vláken (vlákenných řezů) však není známa a je pravděpodobně velmi různorodá. V důsledku toho je řešení na principu příhradové konstrukce obtížné a závislé na zjednodušujících předpokladech, jež musí být pro řešení formulovány.

Pozn.: Tato varianta řešení se údajně osvědčila při řešení mechaniky některých sypkých hmot, např. písku / 154 /.

Pro účely této práce byla však volena jiná, dále podrobněji popsaná forma zjednodušení.

Mějme výchozí nenapjatý svazek (např. dle obr.3.2). Působením normálových napětí dojde k jeho deformaci, přičemž označme  $\epsilon_{1S}$ ,  $\epsilon_{2S}$  jeho poměrná prodloužení ve směrech souřadných os  $x_1$ ,  $x_2$ . Jedna, libovolně vybraná vazba (např. mezi vlákny A,B - obr.3.2) se v důsledku tohoto působení na celý svazek prodlouží o poměrné prodloužení  $\epsilon$ , přičemž vlákna se přemístí (analogicky obr.3.5) tak, že vazba vykáže ve směrech koordinat poměrná prodloužení  $\epsilon_1$ ,  $\epsilon_2$  (viz. kap.3.3.2.2, rovnice (3.25) a (3.26)). Zde se naskýtá otázka vztahu mezi  $\epsilon_{1S}$ ,  $\epsilon_{2S}$  svazku a  $\epsilon_1$ ,  $\epsilon_2$  libovolné vazby ve svazku.

Při úvaze o modelovém popsání těchto závislostí se vychází z předpokladu, že žádná efektivní pružná vazba v procesu deformace svazku nevzniká ani nezaniká.

Nechť ve studovaném svazku vláken existuje  $m$  vazeb s poř.čísly  $1, 2, 3, \dots, i, \dots, m$ . (Rovnice z předchozích kapitol budou doplněny v dalším použití o indexy  $i=1, 2, 3, \dots, m$  všude tam, kde je veličina obecně závislá na vazbě). V napjatém svazku je průměrná délka průmětu vazby do osy  $x_1$  :

$$\bar{L}_1 = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m L_i \cos \alpha_i \quad (3.41)$$

Použitím (3.14) a (3.31) se nalezne (za předpokladu, že  $L_0$  není závislé na poř.čísle vazby) :

$$\bar{L}_1 = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m L_0 \cdot \cos \alpha_i \left( 1 + \frac{\sum_{i=1}^m \epsilon_{1i} \cos \alpha_i}{\sum_{i=1}^m \cos \alpha_i} \right) \quad (3.42)$$

Zde však

$$\bar{L}_{0,1} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m L_0 \cdot \cos \alpha_i \quad (3.43)$$

vyjadřuje průměrnou délku průmětu vazby do osy  $x_1$  v nenapjatém svazku. Odtud plyne, že existuje průměrné  $\varepsilon_{1i}$ , jež musí být rovno  $\varepsilon_{1s}$ , tedy

$$\varepsilon_{1s} = \sum_{i=1}^m \left( \frac{\cos \alpha_i}{\sum_{i=1}^m \cos \alpha_i} \right) \cdot \varepsilon_{1i} \quad (3.44)$$

Analogickou úvahou pro osu  $x_2$  lze nalézt

$$\varepsilon_{2s} = \sum_{i=1}^m \left( \frac{\sin \alpha_i}{\sum_{i=1}^m \sin \alpha_i} \right) \cdot \varepsilon_{2i} \quad (3.45)$$

Z předpokladu 4 (kap.4.3.1) plyne možnost zapsat předchozí vztahy v integrálním tvaru :

$$\varepsilon_{1s} = \frac{1}{2} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \varepsilon_{1\alpha} \cdot \cos \alpha \cdot d\alpha \quad (3.46)$$

$$\varepsilon_{2s} = \frac{1}{2} \int_0^{\pi} \varepsilon_{2\alpha} \cdot \sin \alpha \cdot d\alpha \quad (3.47)$$

kde  $\varepsilon_{1\alpha}$ ,  $\varepsilon_{2\alpha}$  vyjadřuje prodloužení vazeb, jež se vyskytují ve svazku pod úhlem  $\alpha$ .

Platí-li speciálně  $\varepsilon_1 = \varepsilon_{1\alpha} = f(\alpha)$ ,  $\varepsilon_2 = \varepsilon_{2\alpha} = f(\alpha)$ , plyne z předchozích vztahů

$$\epsilon_{1S} = \epsilon_1 \quad (3.48)$$

$$\epsilon_{2S} = \epsilon_2 \quad (3.49)$$

Tyto rovnosti vyjadřují vztah mezi poměrným prodloužením svazku a vazby. Posledně zavedenou podmínku jejich platnosti lze slovně formulovat takto : poměrná prodloužení  $\epsilon_1, \epsilon_2$  vazby nejsou závislá na poloze (nenapjaté) vazby (tj. na  $\alpha$ ).

Pozn.: 1) Předpoklad 4 (kap.3.3.1), jenž byl použit při odvození vztahů (3.46) a (3.47) je interpretován v geometrickém smyslu, t.j. předpokládá se, že frekvenční funkce rozložení vazeb v nezatíženém svazku v závislosti na úhlu  $\alpha$  je konstanta

2) Protože se důsledně vychází z platnosti rovností (3.48), (3.49), je v dalším textu používána jednotně symbolika  $\epsilon_1, \epsilon_2$ , a to jak ve vztahu k jedné vazbě, tak i ve vztahu ke svazku.

Pro síly  $P_{01}, P_{02}$  potřebné ke zdeformování svazku ve směrech  $x_1, x_2$  o poměrná prodloužení  $\epsilon_1, \epsilon_2$  lze za všech výše zavedených předpokladů formulovat následující relace :

$$P_{01} \sim \frac{1}{\pi} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} P_1 d\alpha \quad (3.50)$$

$$P_{02} \sim \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} P_2 d\alpha \quad (3.51)$$

a vzhledem k symetrii dle souřadných os

$$P_{01} \sim \frac{2}{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} P_1 d\alpha \quad (3.52)$$

$$P_{02} \sim \frac{2}{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} P_2 d\alpha \quad (3.53)$$

Dosazením (3.39) a (3.40)

$$P_{01} \sim \frac{2K}{\pi(A+1)} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left[ \left(1 + \frac{\epsilon}{\lambda}\right)^{A+1} - 1 \right] \frac{1+\epsilon_1}{1+\epsilon} \cos\alpha \cdot d\alpha \quad (3.54)$$

$$P_{02} \sim \frac{2K}{\pi(A+1)} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left[ \left(1 + \frac{\epsilon}{\lambda}\right)^{A+1} - 1 \right] \frac{1+\epsilon_2}{1+\epsilon} \sin\alpha \cdot d\alpha \quad (3.55)$$

Poslední relaci lze zavedením substituce

$$\sin\beta = \cos\alpha \quad (3.56)$$

do funkce i mezí upravit :

$$P_{02} \sim \frac{2K}{\pi(A+1)} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left[ \left(1 + \frac{\epsilon}{\lambda}\right)^{A+1} - 1 \right] \frac{1+\epsilon_2}{1+\epsilon} \cos\beta \cdot d\beta \quad (3.57)$$

Vztahy (3.54) a (3.57) je možno upravit použitím (3.33), (3.56) a vztahem

$$\frac{(1 + \frac{\varepsilon}{\lambda})^{A+1}}{(1 + \varepsilon)} = \frac{1}{\lambda^{A+1}} \cdot \frac{[(1 + \varepsilon) - (1 - \lambda)]^{A+1}}{(1 + \varepsilon)}$$

do tvaru

$$P_{\square 1} \sim \frac{2K}{\pi(A+1)} \left\{ \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{\lambda^{A+1}} \frac{[\sqrt{(1 + \varepsilon_1)^2 \cos^2 \alpha + (1 + \varepsilon_2)^2 \sin^2 \alpha} - (1 - \lambda)]^{A+1}}{\sqrt{(1 + \varepsilon_1)^2 \cos^2 \alpha + (1 + \varepsilon_2)^2 \sin^2 \alpha}} \cdot (1 + \varepsilon_1) \cos \alpha \, d\alpha - \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{(1 + \varepsilon_1) \cos \alpha \, d\alpha}{\sqrt{(1 + \varepsilon_1)^2 \cos^2 \alpha + (1 + \varepsilon_2)^2 \sin^2 \alpha}} \right\} \quad (3.58)$$

$$P_{\square 2} \sim \frac{2K}{\pi(A+1)} \left\{ \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{\lambda^{A+1}} \frac{[\sqrt{(1 + \varepsilon_2)^2 \cos^2 \beta + (1 + \varepsilon_1)^2 \sin^2 \beta} - (1 - \lambda)]^{A+1}}{\sqrt{(1 + \varepsilon_2)^2 \cos^2 \beta + (1 + \varepsilon_1)^2 \sin^2 \beta}} \cdot (1 + \varepsilon_2) \cos \beta \, d\beta - \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{(1 + \varepsilon_2) \cdot \cos \beta \, d\beta}{\sqrt{(1 + \varepsilon_2)^2 \cos^2 \beta + (1 + \varepsilon_1)^2 \sin^2 \beta}} \right\} \quad (3.59)$$

Pro snazší manipulaci s výrazy (3.58) a (3.59) je výhodné definovat následující integrál :

$$I(a, b, c, m) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{[\sqrt{a \cdot \cos^2 \varphi + b \cdot \sin^2 \varphi} - c]^m}{\sqrt{a \cdot \cos^2 \varphi + b \cdot \sin^2 \varphi}} \cos \varphi \, d\varphi \quad (3.60)$$

pro  $c \geq 0$ ,  $\sqrt{a} \geq c$ ,  $\sqrt{b} \geq c$ .

Speciální případ  $c=0$  vede na tvar, jenž při náhradě  $(m-1)=2n$  lze zapsat :

$$J(a, b, n) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} [a \cdot \cos^2 \varphi + b \cdot \sin^2 \varphi]^n \cos \varphi \, d\varphi = I(a, b, c=0, m=2n+1) \quad (3.61)$$

Zavedením substituce  $\sin \varphi = t$  se nalezne :

$$I(a, b, c, m) = \int_0^1 \frac{[\sqrt{a+t^2(b-a)} - c]^m}{\sqrt{a+t^2(b-a)}} dt \quad (3.62)$$

$$J(a, b, n) = \int_0^1 [a+t^2(b-a)]^n dt \quad (3.63)$$

Pro zkrácení zápisu je speciálně označeno

$$\begin{aligned}
 I(a=(1+\varepsilon_1)^2, b=(1+\varepsilon_2)^2, c=1-\lambda, m=A+1) &= I_1 \\
 I(a=(1+\varepsilon_2)^2, b=(1+\varepsilon_1)^2, c=1-\lambda, m=A+1) &= I_2 \\
 J(a=(1+\varepsilon_1)^2, b=(1+\varepsilon_2)^2, n=-1/2) &= J_1 \\
 J(a=(1+\varepsilon_2)^2, b=(1+\varepsilon_1)^2, n=-1/2) &= J_2
 \end{aligned}
 \tag{3.64}$$

Nyní lze úpravou (3.58) a (3.59) za použití (3.60) a (3.61) nalézt :

$$P_{01} \sim \frac{2K}{\pi(A+1)} \left[ \frac{(1+\varepsilon_1)}{\lambda^{A+1}} I_1 - (1+\varepsilon_1) J_1 \right]
 \tag{3.65}$$

$$P_{02} \sim \frac{2K}{\pi(A+1)} \left[ \frac{(1+\varepsilon_2)}{\lambda^{A+1}} I_2 - (1+\varepsilon_2) J_2 \right]
 \tag{3.66}$$

Pro normálová napětí  $\sigma_{11}$ ,  $\sigma_{22}$  ve směru souřadných os  $x_1$ ,  $x_2$  však platí

$$\sigma_{11} \sim \frac{P_{01}}{1+\varepsilon_2}
 \tag{3.67}$$

$$\sigma_{22} \sim \frac{P_{02}}{1+\varepsilon_1}
 \tag{3.68}$$

Dosazením a úpravou, při zavedení konstanty úměrnosti k se konečně naleznou výrazy :

$$\sigma_{11} = \frac{2kK}{\pi(A+1)} \cdot \frac{1+\varepsilon_1}{1+\varepsilon_2} \cdot \left[ \frac{I_1}{\lambda^{A+1}} - J_1 \right]
 \tag{3.69}$$

$$\tilde{\epsilon}_{22} = \frac{2R_K}{\pi(A+1)} \cdot \frac{1+\epsilon_2}{1+\epsilon_1} \left[ \frac{L_2}{\lambda^{A+1}} - \right]_2 \quad (3.70)$$

což jsou funkce, přiřazující poměrným prodloužením  $\epsilon_1$ ,  $\epsilon_2$  hodnoty normálových napětí  $\epsilon_{11}$ ,  $\epsilon_{22}$ .

Pozn.: O smykových napětích bude pojednáno později komplexně.

#### 3.3.2.4 Některé matematické vlastnosti odvozených vztahů

Konvergence integrálu  $I(a, b, c, m)$  pro  $a=c^2$ :

Dosažením

$$a = c^2 \quad (3.71)$$

do (3.62) a úpravou se získá pro případ  $c > 0$

$$I(a=c^2, b, c, m) = c^{m-1} \int_0^1 \frac{[\sqrt{1+t^2(\frac{b}{c^2}-1)} - 1]^m}{\sqrt{1+t^2(\frac{b}{c^2}-1)}} dt \quad (3.72)$$

Nyní definujeme :

$$f(t) = |f(t)| = \frac{[\sqrt{1+t^2(\frac{b}{c^2}-1)} - 1]^m}{\sqrt{1+t^2(\frac{b}{c^2}-1)}} \quad (3.73)$$

$$\varphi(t) = |\varphi(t)| = [\sqrt{1+t^2(\frac{b}{c^2}-1)} - 1]^m \quad (3.74)$$

Dále :

$$\lim_{t \rightarrow 0^+} \frac{|f(t)|}{|\varphi(t)|} = \lim_{t \rightarrow 0^+} \frac{1}{\sqrt{1+t^2(\frac{b}{c^2}-1)}} = 1 \neq 0 \quad (3.75)$$

Dle / 144 / str.467, je-li limita (3.75)  $\neq 0$ , pak konverguje-li (diverguje-li) integrál  $\varphi(t)$ , konverguje (diverguje) integrál  $f(t)$ .

Zbývá řešit konvergenci integrálu

$$\int_0^1 [\sqrt{1+t^2(\frac{b}{c^2}-1)} - 1]^m dt \quad (3.76)$$

Vztah (3.76) pro  $b > c^2$  evidentně konverguje, je-li  $m \geq 0$ . Úpravou integrálu (3.76) do tvaru

$$\int_0^1 [\sqrt{1+t^2(\frac{b}{c^2}-1)} - 1]^m dt = \int_0^1 \frac{[t^2(\frac{b}{c^2}-1)]^m}{[\sqrt{1+t^2(\frac{b}{c^2}-1)} + 1]^m} dt \quad (3.77)$$

a zavedením :

$$F(t) = |F(t)| = \frac{[t^2(\frac{b}{c^2}-1)]^m}{[\sqrt{1+t^2(\frac{b}{c^2}-1)} + 1]^m} \quad (3.78)$$

$$\phi(t) = |\phi(t)| = [t^2(\frac{b}{c^2}-1)]^m \quad (3.79)$$

plyne :

$$\lim_{t \rightarrow 0^+} \frac{|F(t)|}{|\phi(t)|} = \frac{1}{2^m} \neq 0 \quad (3.80)$$

Z téže věty jako u limity (3.75) vyplývá závislost konvergence (3.76) na konvergenci integrálu

$$\int_0^1 \left[ t^2 \left( \frac{b}{c^2} - 1 \right) \right]^m dt \quad (3.81)$$

Jeho řešení je (stále za podmínky  $b > c^2$ ):

$$\int_0^1 \left[ t^2 \left( \frac{b}{c^2} - 1 \right) \right]^m dt = \begin{cases} \left( \frac{b}{c^2} - 1 \right)^m \cdot \left( \frac{1}{2m+1} - \lim_{t \rightarrow 0^+} \frac{t^{2m+1}}{2m+1} \right) \text{ pro } m \neq -\frac{1}{2} \\ \left( \frac{b}{c^2} - 1 \right)^m \cdot \left( -\lim_{t \rightarrow 0^+} \ln t \right) \text{ pro } m = -\frac{1}{2} \end{cases} \quad (3.82)$$

Integrál (3.81) tedy konverguje pro  $m > \frac{1}{2}$  a diverguje pro  $m \leq \frac{1}{2}$  (přičemž se uvažuje  $b > c^2$ ).

Jestliže však  $b \rightarrow c^2$ , pak integrál (3.72) přejde na tvar

$$\lim_{b \rightarrow c^2} I(a=c^2, b, c, m) = c^{m-1} \int_0^1 \lim_{k \rightarrow 0^+} \left[ \sqrt{1 + k t^2} - 1 \right]^m dt \quad (3.83)$$

Z (3.83) plyne, že integrál konverguje pro  $m > 0$ , diverguje pro  $m < 0$  a nelze z (3.83) přímo rozhodnout o konvergenci pro  $m = 0$ . V tomto případě plyne

z (3.72)

$$I(a=c^2, b, c, m=0) = c^{m-1} \int_0^1 \frac{dt}{\sqrt{1+t^2(\frac{b}{c^2}-1)}} \quad (3.84)$$

a tento integrál pro  $b \rightarrow c^2$  evidentně konverguje. Konečně je-li  $c = 0$  lze (3.62) převést (při  $a = c^2 = 0$ ) úpravou na tvar

$$I(a=0, b, c=0, m) = \int_0^1 [t/b]^{m-1} dt \quad (3.85)$$

a integrací se nalezne

$$\int_0^1 [t/b]^{m-1} dt = \begin{cases} b^{\frac{m-1}{2}} \left( \frac{1}{m} - \lim_{t \rightarrow 0^+} \frac{t^m}{m} \right) & \text{pro } m \neq 0 \\ b^{\frac{-1}{2}} \left( - \lim_{t \rightarrow 0^+} \ln t \right) & \text{pro } m = 0 \end{cases} \quad (3.86)$$

Odtud plyne, že při  $b > 0$  integrál konverguje při  $m > 0$  a diverguje při  $m \leq 0$ . Jestliže  $b \rightarrow 0$ , potom integrál konverguje pro  $m \geq 0$  a diverguje pro  $m < 1$ .

Souhrnně jsou vlastnosti integrálu  $I(a, b, c, m)$ , který je určen rovnicí (3.62) uspořádány v tabulce 3.1.

Tabulka 3.1

a	b	c	m	I (a,b,c,m)
a → c <sup>2</sup>	b > c <sup>2</sup>	c > 0	m > $\frac{1}{2}$	konv.
			m ≤ $\frac{1}{2}$	div.
	b → c <sup>2</sup>		m ≥ 0	konv.
			m < 0	div.
	b > c <sup>2</sup>	c = 0	m > 0	konv.
			m ≤ 0	div.
	b → c <sup>2</sup>		m ≥ 1	konv.
			m < 1	div.

Konvergence integrálu J(a,b,n) pro a = c<sup>2</sup>

Jestliže c = 0, pak vzhledem k odvození (3.61) z (3.60), (t.j. I(a,b,c=0,m=2n+1) = J(a,b,n)), lze pro vlastnosti J(a,b,n) použít druhou polovinu tabulky 3.1, kde m=2n+1. Je-li c<sup>2</sup> > 0, nalezne se dosazením a = c<sup>2</sup> do (3.63) tvar

$$J(a=c^2, b, n) = c^{2n} \int_0^1 [1+t^2(\frac{b}{c^2}-1)]^n \quad (3.87)$$

Protože však také J(a,b,n) je definováno pro  $\sqrt{b} \geq c$ , je zřejmé, že integrál (3.87) konverguje pro všechna reálná n. Souhrnně lze vlastnosti integrálu J(a,b,n) shrnout do tabulky 3.2

Tabulka 3.2

a	b	n	J(a,b,n)
$a = c^2 > 0$	$b \geq c^2$	reálné	konv.
$a = c^2 = 0$	$b > 0$	$n > -\frac{1}{2}$	konv.
		$n \leq -\frac{1}{2}$	div.
	$b = 0$	$n \geq 0$	konv.
		$n < 0$	div.

Hodnoty integrálů  $I(a,b,c,m)$ ,  $J(a,b,n)$  pro  $a=b=1$

Je-li  $a=b=1$ , lze integrály (3.6.2), (3.6.3) vyjádřit tvary :

$$I(a=1, b=1, c, m) = \int_0^1 (1-c)^m dt = (1-c)^m \quad (3.88)$$

$$J(a=1, b=1, n) = \int_0^1 dt = 1 \quad (3.89)$$

Hodnoty integrálů  $I(a,b,c,m)$ ,  $J(a,b,n)$  pro  $a=b$

Integrály (3.6.2), (3.6.3) lze v tomto případě vyjádřit tvary :

$$\bar{J}(a=b, b, c, m) = \int_0^1 \frac{[\sqrt{a-c}]^m}{\sqrt{a}} dt = \frac{[\sqrt{a-c}]^m}{\sqrt{a}} \quad (3.90)$$

$$J(a=b, b, n) = \int_0^1 a^n dt = a^n \quad (3.91)$$

Integrál  $J(a, b, n)$  pro  $n = -\frac{1}{2}$

Z (3.63) plyne

$$J(a, b, n = -1/2) = \int_0^1 \frac{dt}{\sqrt{a+t^2(b-a)}} \quad (3.92)$$

Řešením tohoto integrálu je

$$\frac{1}{\sqrt{b-a}} \cdot \ln \frac{1 + \sqrt{\frac{a}{b-a} + 1}}{\sqrt{\frac{a}{b-a}}} \quad \text{pro } b > a \quad (3.93)$$

$$\frac{1}{\sqrt{a-b}} \cdot \arcsin \sqrt{\frac{a-b}{a}} \quad \text{pro } b < a \quad (3.94)$$

$$\frac{1}{\sqrt{a}} \quad \text{pro } b = a \quad (3.95)$$

Pozn.: Tyto výsledky jsou využity v numerickém řešení.

Divergence napětí  $\tau_{11}, \tau_{22}$  - -

Maximální tlaková deformace ve směru "1" je ve shodě s obr. 3.3 a vztahy (3.5), (3.13), (3.19) dána vztahem

$$1 + \varepsilon_1 = 1 - \lambda \quad (3.96)$$

Dále nechť  $(1 + \varepsilon_2) > (1 + \varepsilon_1)$ . Aby  $\tau_{11}$  ve vztahu (3.69) divergovalo, musí divergovat alespoň jeden z integrálů  $I_1, J_1$ . V souhlasu s (3.64) nyní platí :

$$a = (1 + \varepsilon_1)^2 = (1 - \lambda)^2 = c^2 > 0$$

$$b = (1 + \varepsilon_2)^2 > c^2$$

$$c = (1 - \lambda)$$

$$m = A + 1$$

$$n = -\frac{1}{2}$$

Za těchto podmínek  $J_1$  dle tab. 3.2 konverguje. Integrál  $I_1$  diverguje za uvedených podmínek pouze tehdy, jestliže dle tab. 3.1 platí  $m \leq -\frac{1}{2}$ , tedy

$$A \leq -1,5 \quad (3.97)$$

Analogicky lze dokázat totéž pro maximální tlakovou deformaci ve směru "2".

Tedy souhrnně : Je-li  $A \leq -1,5$ , pak napětí  $\tau_{11}$  (resp.  $\tau_{22}$ ) limituje pro  $\varepsilon_1$  (resp.  $\varepsilon_2$ ) blížící se k  $(-\lambda)$  k nekonečnu.

Napětí  $\tau_{11}, \tau_{22}$  při nulových deformacích

Po dosazení (3.88), (3.89) s použitím symboliky (3.64) do vztahů (3.69), (3.70) se nalezne :

$$\tau_{11} = \tau_{22} = \frac{2kK}{\pi(A+1)} \left[ \frac{(1-(1-\lambda)^{A+1})}{\lambda^{A+1}} - 1 \right] = 0 \quad (3.89)$$

což je předpokládaný výsledek.

Tedy při nulových deformacích jsou napětí nulová

Napětí  $\tau_{11}$ ,  $\tau_{22}$  při ekvivalenci deformací  $\epsilon_1 = \epsilon_2 = \epsilon^{\lambda}$

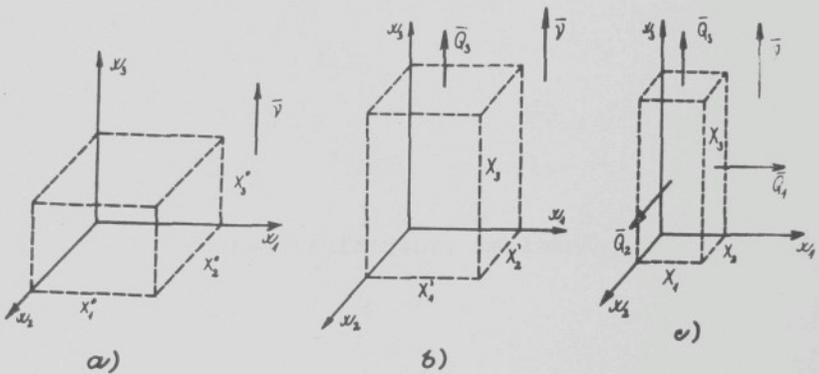
Po dosazení (3.90), (3.91) s použitím symboliky (3.64) do vztahů (3.69) (3.70) se nalezne po úpravě :

$$\tau_{11} = \tau_{22} = \frac{2kK}{\pi(A+1)} \left[ \frac{(1 + \frac{\epsilon^{\lambda}}{\lambda})^{A+1} - 1}{1 + \epsilon^{\lambda}} \right] \quad (3.99)$$

Pozn.: Vztah (3.99) lze stanovit též přímo, vycházejí z varianty rovnosti v relaci (3.34); potom v (3.33) není  $(1+\epsilon)$  závislé na  $\alpha$ , výraz (3.54) se integruje pouze ve vztahu ke  $\cos \alpha$ , takže po integraci se nalezne výraz (3.99) až na konstantu úměrnosti k  $a$  a jmenovatel  $(1+\epsilon^{\lambda})$ , který je zaveden v definici (3.67) normálového napětí.

### 3.3.3 Vláknenný svazek namáhaný normálovými silami v prostoru

#### 3.3.3.1 Normálové zatížení a prodloužení svazku ve směru $\vec{v}$ orientace



Obr. 3.6

Vysoce orientovaný vláknenný svazek v přirozeném (nenapjatém) stavu je naznačen na obr. 3.6.a). Jeho rozměry jsou  $x_1^0, x_2^0, x_3^0$  (přičemž se předpokládá, že tyto rozměry jsou velmi, v limitě diferenciálně, malé). Působením normálové síly  $\bar{Q}_3 // \vec{v}$  přejde vláknenný svazek do tvaru 3.6.b). Konečně přiložením sil  $\bar{Q}_1$  a  $\bar{Q}_2$  se svazek zdeformuje do tvaru dle obr. 3.6.c). (Rovněž síly  $\bar{Q}_1, \bar{Q}_2, \bar{Q}_3$  jsou velmi, t.j. v limitě diferenciálně malé).

Pozn.: Pro odlišení jsou použity indexy takto :

obr.3.6.a) ... index 0 vpravo nahoře (má smysl indexu, nikoliv exponentu !)

obr. 3.6.b) ..... index ' vpravo nahoře

obr. 3.6.c) ..... bez indexu

Pro další úvahy je výhodné zavést koeficienty zaplnění vláknenných svazků ve všech třech naznačených stavech. V této úvaze se předpokládá, že objem  $V_m$  vláknenné hmoty ve svazku se deformací nemění. Pro objemy vláknenného svazku platí dle obr.3.6.

$$V^0 = X_1^0 \cdot X_2^0 \cdot X_3^0 \quad (3.100)$$

$$V' = X_1' \cdot X_2' \cdot X_3 \quad (3.101)$$

$$V = X_1 \cdot X_2 \cdot X_3 \quad (3.102)$$

takže pro příslušné koeficienty zaplnění platí

$$\mu^0 = \frac{V_m}{V^0} \quad (3.103)$$

$$\mu' = \frac{V_m}{V'} \quad (3.104)$$

$$\mu = \frac{V_m}{V} \quad (3.105)$$

Dále je pro úvahu třeba předpokládat :

- nejmenší možný koeficient zaplnění vláknenného svazku je  $\mu^0$ . Představa vychází z názoru, že svazek má přirozenou snahu zachovávat alespoň minimální úroveň interakce mezi vlákny. Pokud takové chování není svazku umožněno a "násilím" se minimální sepětí ("propletení") vláken poruší (např. vložení kladných sil  $\bar{Q}_1, \bar{Q}_2$  na svazek dle obr. 3.6.c.), dojde k destrukci svazku na jeho elementární partikule - vlákna, mezi kterými již neexistuje (významná) interakce; svazek by pak nebylo možno interpretovat jako element kontinua.

- minimum deformační energie vlákného svazku napjatého silou  $Q_3 \neq 0$  (obr.3.6.b) je určeno podmínkami

$$\left. \begin{array}{l} Q_1 = Q_2 \\ \alpha' = \alpha^0 \end{array} \right\} \Rightarrow Q_1 - Q_2 = 0 \quad (3.106)$$

Zde se vychází z názoru, že při daném  $Q_3 \neq 0$  a při  $Q_1 = Q_2$  je deformační práce tím větší, čím větší je koeficient zaplnění. Vůbec nejmenší hodnoty tak nabude při nejmenším koeficientu zaplnění, t.j. při  $\alpha' = \alpha^0$ .

Z (3.103), (3.104) vyplývá tedy dle předchozího předpokladu :

$$V^0 = V' \quad (3.107)$$

Pozn.: Naznačená úvaha je podrobněji diskutovaný předpoklad 3, kap. 3.3.1

Konečně definujeme poměrná prodloužení z obr. 3.6 :

$$\left. \begin{array}{l} \varepsilon_1 = \frac{X_1}{X_1^0} - 1 \\ \varepsilon_2 = \frac{X_2}{X_2^0} - 1 \\ \varepsilon_3 = \frac{X_3}{X_3^0} - 1 \end{array} \right\} \quad (3.108)$$

$$\left. \begin{array}{l} \varepsilon'_1 = \frac{X'_1}{X_1^0} - 1 \\ \varepsilon'_2 = \frac{X'_2}{X_2^0} - 1 \\ \varepsilon'_3 = \frac{X'_3}{X_3^0} - 1 \end{array} \right\} \quad (3.109)$$

Za použití (3.100), (3.101), (3.109) lze (3.107) zapsat též výrazem

$$1 = (1 + \epsilon_1')(1 + \epsilon_2')(1 + \epsilon_3') \quad (3.110)$$

Vzhledem k isotropii svazku v rovině  $x_1, x_2$  (kap. 3.3.1, podmínka 4) však musí platit  $\epsilon_1' = \epsilon_2'$  a z (3.110) poté vyplývá

$$1 + \epsilon_1' = 1 + \epsilon_2' = \frac{1}{\sqrt{1 + \epsilon_3}} \quad (3.111)$$

Přiloží-li se nyní na svazek dle obr. 3.6.b) normálové síly  $Q_1, Q_2$  (obr. 3.6.c)), pak toto působení nevyvolá změnu hodnoty  $\epsilon_3$  (dle podmínky 2, kap. 3.3.1). Jde tedy nadále o rovinný problém, zpracovaný v kap. 3.3.2.

Na rozdíl od kap. 3.3.2 je však v tomto případě  $\epsilon_1, \epsilon_2$  důsledkem nejenom sil  $Q_1, Q_2$ , ale též síly  $Q_3$ . Pouze důsledkem působení sil  $Q_1, Q_2$  jsou poměrná prodloužení  $\epsilon_1'', \epsilon_2''$  definována takto :

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_1'' &= \frac{x_1}{x_1'} - 1 = (1 + \epsilon_1) \sqrt{1 + \epsilon_3} - 1 \\ \epsilon_2'' &= \frac{x_2}{x_2'} - 1 = (1 + \epsilon_2) \sqrt{1 + \epsilon_3} - 1 \end{aligned} \right\} \quad (3.112)$$

Pozn.: Při úpravě bylo použito vztahů (3.108), (3.109), (3.111); logický význam  $\epsilon_1'', \epsilon_2''$  je patrný z obr. 3.6.b)-c).

Pro výpočet vztahu mezi napětími

$$\tau_{22} = \frac{Q_2}{x_1 x_3}$$

$$\tau_{11} = \frac{Q_1}{x_2 \cdot x_3} ,$$

a deformacemi lze

tedy použít rovnice (3.69), (3.70), avšak místo  $\epsilon_1, \epsilon_2$  je třeba dosadit  $\epsilon_1'', \epsilon_2''$  do všech potřebných vztahů (včetně (3.64)).

Zbývá stanovit normálové napětí  $\tau_{33}$  ve směru osy  $x_3$ . K tomuto účelu je zvoleno, při předpokladu malých tahových deformací vláken :

$$\tau_{33} = E_{vl} \cdot \epsilon_{vl} \quad (3.113)$$

kde :  $\tau_{33}$  ... osově napětí v (reálném, konečně velkém) vlákně

$\epsilon_{vl}$  ... poměrné prodloužení vlákna

$E_{vl}$  ... modul pružnosti vlákna

Protože uvažovaný vlákenný svazek je vysoce orientovaný platí (přibližně) pro každé vlákno

$$\epsilon_{vl} = \epsilon_3 \quad (3.114)$$

Plocha vláken obsažená v ploše  $X_1 X_2$  (obr.3.6.c) je  $\mu \cdot X_1 \cdot X_2$ . Pokud by nyní veškerá deformace  $\epsilon_3$  byla realizována prodloužením vláken, byla by síla  $Q_3$  určena vztahem

$$Q_3 = \mu \cdot X_1 \cdot X_2 \cdot \tau_{33} = E_{vl} \cdot \epsilon_3 \cdot \mu \cdot X_1 \cdot X_2 \quad (4.115)$$

Ve skutečnosti se část deformace  $\epsilon_3$  realizuje posunutím a přemístěním (ne ideálně orientovaných, zčásti zkadeřených) vláken.

Lze však vyslovit předpoklad, že takové napětí  $\tau_{33}^{skut.}$  ve vlákně je menší než  $\tau_{33}$ , je však tomuto napětí úměrné s konstantou úměrnosti  $C < 1$ . Tedy :

$$\mathcal{T}_{rel. skut.} = \mathcal{T}_{rel} \cdot C \quad (3.116)$$

Pro sílu  $Q_3$  nyní platí analogicky (3.115)

$$Q_3 = C \cdot E_{rel} \cdot \epsilon_3 \cdot X_1 \cdot X_2 \cdot \mu \quad (3.117)$$

Napětí  $\mathcal{E}_{33} = \frac{Q_3}{X_1 X_2}$  (viz obr. 3.6.c), takže

$$\mathcal{E}_{33} = C \cdot E_{rel} \cdot \epsilon_3 \cdot \mu \quad (3.118)$$

Protože však z (3.100) (3.102) (3.103) (3.105) (3.108) lze odvodit :

$$\mu = \frac{\mu^0}{(1+\epsilon_1)(1+\epsilon_2)(1+\epsilon_3)} \quad (3.119)$$

platí

$$\mathcal{E}_{33} = C E_{rel} \mu^0 \frac{\epsilon_3}{(1+\epsilon_1)(1+\epsilon_2)(1+\epsilon_3)} \quad (3.120)$$

Použije-li se konečně

$$E_3 = C \cdot E_{rel} \cdot \mu^0 \quad (3.121)$$

platí pro napětí  $\mathcal{E}_{33}$  závěrečný vztah

$$\mathcal{E}_{33} = E_3 \frac{\epsilon_3}{(1+\epsilon_1)(1+\epsilon_2)(1+\epsilon_3)} \quad (3.122)$$

3.3.3.2 Úprava vzorců pro normálová napětí; počáteční moduly

Derivace  $\left(\frac{\partial}{\partial a} I(a, b=1, c, m)\right)_{a=1}$

Z (3.62) plyne při  $b=1$

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial I}{\partial a}\right)_{\substack{a=1 \\ b=1}} &= \left(\frac{\partial}{\partial a} \int_0^1 \frac{[\sqrt{a+t^2(1-a)}-c]^m}{\sqrt{a+t^2(1-a)}} dt\right)_{a=1} = \\ &= \left(\int_0^1 \frac{m[\sqrt{a+t^2(1-a)}-c]^{m-1} \frac{(1-t^2)\sqrt{a+t^2(1-a)}}{2\sqrt{a+t^2(1-a)}} - [\sqrt{a+t^2(1-a)}-c]^m \frac{1-t^2}{2\sqrt{a+t^2(1-a)}}}{a+t^2(1-a)} dt\right)_{a=1} = \\ &= \int_0^1 \left[ \frac{m(1-c)^{m-1}}{2} (1-t^2) - \frac{(1-c)^m}{2} (1-t^2) \right] dt = (1-c)^m \left[ \frac{m}{3(1-c)} - \frac{1}{3} \right] \quad (3.123) \end{aligned}$$

Derivace  $\left(\frac{\partial}{\partial a} J(a, b=1, n)\right)_{a=1}$

Z (3.63) plyne při  $b=1$  :

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial J}{\partial a}\right)_{\substack{a=1 \\ b=1}} &= \left(\frac{\partial}{\partial a} \int_0^1 [a+t^2(1-a)]^n dt\right)_{a=1} = \\ &= \left(\int_0^1 n[a+t^2(1-a)]^{n-1} \cdot (1-t^2) dt\right)_{a=1} = \\ &= \int_0^1 n(1-t^2) dt = \frac{2}{3} n \quad (3.124) \end{aligned}$$

Počáteční moduly  $E_1, E_2, E_3$

Počáteční modul je definován obecným vztahem

$$\left( \frac{\partial \mathcal{T}_{ii}}{\partial \varepsilon_i} \right)_{\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon_3 = 0} = E_i \quad ; \quad i = 1, 2, 3 \quad (3.125)$$

Derivováním výrazu (3.122) pro  $\mathcal{T}_{33}$  se snadno nalezne

$$\left( \frac{\partial \mathcal{T}_{33}}{\partial \varepsilon_3} \right)_{\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon_3 = 0} = E_3 \quad (3.126)$$

takže konstanta  $E_3$  v (3.122) je počáteční modul ve směru  $x_3$ .

Dále je nutno řešit

$$\left( \frac{\partial \mathcal{T}_{11}}{\partial \varepsilon_1} \right)_{\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon_3 = 0}$$

Protože  $\varepsilon_3 = 0$  lze použít (3.69) bez úpravy (platí totiž  $\varepsilon_1'' = \varepsilon_1$ ,  $\varepsilon_2'' = \varepsilon_2$ ). Derivací se nalezne

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{T}_{11}}{\partial \varepsilon_1} &= \frac{2kK}{\pi(A+1)} \frac{1}{(1+\varepsilon_2)} \left[ \frac{I_1}{\lambda^{A+1}} - J_1 \right] + \frac{2kK}{\pi(A+1)} \frac{1+\varepsilon_1}{1+\varepsilon_2} \left[ \frac{1}{\lambda^{A+1}} \frac{\partial I_1}{\partial \varepsilon_1} - \frac{\partial J_1}{\partial \varepsilon_1} \right] = \\ &= \frac{\mathcal{T}_{11}}{1+\varepsilon_1} + \frac{2kK}{\pi(A+1)} \left[ \frac{1}{\lambda^{A+1}} \frac{\partial I_1}{\partial \varepsilon_1} - \frac{\partial J_1}{\partial \varepsilon_1} \right] \end{aligned}$$

Protože  $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 0$ , platí dle (3.64)  $a=b=1$ ; za použití (3.19), (3.64), (3.98), (3.123), (3.124) se nalezne:

$$\begin{aligned} \left( \frac{\partial \mathcal{Q}_{11}}{\partial \varepsilon_1} \right)_{\varepsilon_1=\varepsilon_2=\varepsilon_3=0} &= E_1 = \frac{2kK}{\pi(A+1)} \left[ \frac{1}{\lambda^{A+1}} \left( \frac{\partial I_1}{\partial \varepsilon_1} \right)_{a=1, b=1} - \left( \frac{\partial J_1}{\partial \varepsilon_1} \right)_{a=1, b=1} \right] 2(1+\varepsilon_1)_{\varepsilon_1=0} = \\ &= \frac{2kK}{\pi(A+1)} \left[ \frac{1}{\lambda^{A+1}} \cdot \lambda^{A+1} \left( \frac{A+1}{3\lambda} - \frac{1}{3} \right) + \frac{1}{3} \right] 2 \end{aligned}$$

$$E_1 = \frac{4kK}{3\pi\lambda} \tag{3.127}$$

Vzhledem k symetrii vztahů (3.69) a (3.70) platí nutně

$$E_1 = E_2 \tag{3.128}$$

Souhrn upravených vztahů

Dosazením  $\varepsilon_1''$ ,  $\varepsilon_2''$  z (3.112) a (3.127), (3.128) místo  $\varepsilon_1$ ,  $\varepsilon_2$  a konstant do (3.69), (3.70), (3.64) nalezneme se

$$\left. \begin{aligned} \mathcal{Q}_{11} &= E_1 \frac{3\lambda}{2(A+1)} \cdot \frac{1+\varepsilon_1}{1+\varepsilon_2} \cdot \left[ \frac{I_1}{\lambda^{A+1}} - J_1 \right] \\ I_1 &= I(a, b, c, m) \\ J_1 &= J(a, b, n) \end{aligned} \right\} \text{kde: } \begin{aligned} a &= (1+\varepsilon_1)^2(1+\varepsilon_3) \\ b &= (1+\varepsilon_2)^2(1+\varepsilon_3) \\ c &= 1-\lambda \\ m &= A+1 \\ n &= -1/2 \end{aligned} \tag{3.129}$$

$$\left. \begin{aligned} \tau_{22} &= E_2 \frac{3\lambda}{2(A+1)} \cdot \frac{1+\varepsilon_2}{1+\varepsilon_1} \left[ \frac{\bar{I}_2}{\lambda^{A+1}} - J_2 \right] \\ \bar{I}_2 &= \bar{I}(a, b, c, m) \\ J_2 &= J(a, b, n) \end{aligned} \right\} \text{kde: } \begin{aligned} a &= (1+\varepsilon_2)^2 (1+\varepsilon_3) \\ b &= (1+\varepsilon_1)^2 (1+\varepsilon_3) \\ c &= 1-\lambda \\ m &= A+1 \\ n &= -1/2 \end{aligned} \quad (3.130)$$

$$\tau_{33} = E_3 \frac{\varepsilon_3}{(1+\varepsilon_1)(1+\varepsilon_2)(1+\varepsilon_3)} \quad (3.131)$$

$$\left. \begin{aligned} \bar{I}(a, b, c, m) &= \int_0^1 \frac{[\sqrt{a+t^2(b-a)} - c]^m}{\sqrt{a+t^2(b-a)}} dt \\ J(a, b, n) &= \int_0^1 [a+t^2(b-a)]^n dt \end{aligned} \right\} (3.132)$$

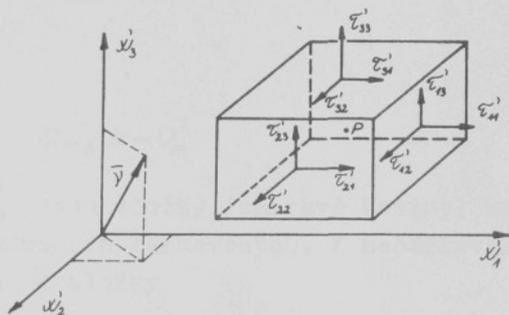
$$\begin{aligned} E_1 &= E_2 \\ \lambda &= \frac{l_0}{L_0} \end{aligned}$$

Vztahy (3.129) až (3.132) vyjadřují vztah mezi normálovými napětími a deformacemi vláknenného svazku.

### 3.3.4 Smyková napětí; tenzor napětí a deformace

Pozn.: Indexování veličin v této kapitole respektuje Einsteinovo sumační pravidlo; symbol  $\delta_{ij}$  označuje Kroneckerova delta.

#### 3.3.4.1 Charakteristika napjatosti vláknenného svazku tenzorem napětí; ortogonální transformace



Obr. 3.7

Nechť v pravouhlých souřadnicích  $(x'_1, x'_2, x'_3)$  je v okolí bodu P element napjatého vláknenného kontinua (obr. 3.7). Směr orientace vláken svazku je určen vektorem  $\bar{v}$  ( $|\bar{v}|=1$ ), napjatost elementu je určena tenzorem napětí  $\tau'_{AE}$ .

V obecně jiných pravouhlých souřadnicích  $(x_1, x_2, x_3)$  je napjatost v okolí bodu P určena tenzorem napětí

$T_{ij}$  pro nějž platí dle /17, 96/ ortogonální transformace ve tvaru

$$T_{ij} = a_{ki} a_{lj} \cdot T'_{kl} \quad (3.133)$$

kde obecně :

$$a_{mn} = \cos(\widehat{x'_m, x_n}) \quad (3.134)$$

Zvolí-li se soustava  $(x_1, x_2, x_3)$  tak, aby osa  $x_3$  byla kolineární s  $\bar{v}$ , musí platit :

$$a_{m3} = v'_m \quad (3.135)$$

nebo

$$a_{m3} = -v'_m \quad (3.136)$$

kde  $v'_m$  jsou složky (směrové kosiny) vektoru  $\bar{v}$  v souřadnicích čárkovaných. V nečárkovaných souřadnicích má  $\bar{v}$  složky

$$v_n = a_{mn} v'_m \quad (3.137)$$

Protože mezi směrovými kosiny platí obecný vztah

$$a_{ki} a_{kj} = \delta_{ij} \quad (3.137)$$

nalezne se dosazením (3.135) nebo (3.136) do (3.137):

$$v_n = a_{mn} \cdot a_{m3} = \delta_{n3} \quad (3.138)$$

$$v_n = a_{mn} \cdot (-a_{m3}) = -\delta_{n3} \quad (3.139)$$

Tedy směr orientace  $\bar{v}$  je kolineární s osou  $x_3$  jestliže souřadná soustava  $(x_1, x_2, x_3)$  vznikla ortogonální transformací ze souřadné soustavy  $(x'_1, x'_2, x'_3)$  tak, že prvky determinantu  $\det(a_{mn})$  splňují podmínky (3.135) nebo (3.136).

Tenzor napětí je symetrický. Tento poznatek je sice některými autory, např. / 58 /, str.13 považován za ne zcela obecně platný, avšak vzhledem k momentové podmínce rovnováhy elementu je důkaz, např. v / 17 / považován pro tuto práci za dostačující. Složkový zápis tenzoru napětí  $\tau_{ij}$  je tedy

$$\tau_{ij} = \begin{pmatrix} \tau_{11} & \tau_{12} & \tau_{13} \\ & \tau_{22} & \tau_{23} \\ & & \tau_{33} \end{pmatrix} \quad (3.140)$$

Nechť platí :

$$\tau_{ij} = \tau_{ij}^* + \tau_{ij}^{**} \quad (3.141)$$

kde :

$$\tau_{ij}^* = \begin{pmatrix} \tau_{11} & \tau_{12} & 0 \\ & \tau_{22} & 0 \\ & & \tau_{33} \end{pmatrix} \quad (3.142)$$

$$\tau_{ij}^{**} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \tau_{13} \\ & 0 & \tau_{23} \\ & & 0 \end{pmatrix} \quad (3.143)$$

Napjatost definovaná tenzorem  $\tau_{ij}^*$  obsahuje pouze smykové napětí  $\tau_{12} = \tau_{21}$ , kolmé ke směru orientace  $\bar{v}$ . Protože však v rovinách kolmých k  $\bar{v}$  se vlákněný svazek chová isotropně (předpoklad 4 kap. 3.3.1) lze nenulovou

hodnotu  $\tau_{12}$  odstranit ortogonální transformací. K tenzor  $\tau_{ij}^*$  příslušná sekulární rovnice má tvar :

$$\begin{vmatrix} \tau_{11} - \tau & \tau_{12} & 0 \\ \tau_{12} & \tau_{22} - \tau & 0 \\ 0 & 0 & \tau_{33} - \tau \end{vmatrix} = 0 \quad (3.144)$$

a úpravou se nalezne sekulární rovnice ve formě

$$(\tau_{33} - \tau) [(\tau_{11} - \tau)(\tau_{22} - \tau) - \tau_{12}^2] = 0 \quad (3.145)$$

Řešením (3.145) se naleznou 3 kořeny  $\tau_{1,2,3}$  ve tvaru :

$$\tau_3 = \tau_{33} \quad (3.146)$$

$$\tau_{1,2} = \frac{\tau_{11} + \tau_{22}}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\tau_{11} - \tau_{22}}{2}\right)^2 + \tau_{12}^2} \quad (3.147)$$

Každý kořen sekulární rovnice určuje hlavní osu Cauchyho kvadriky napětí; směrové kosiny  $a_k$  hlavní osy jsou dány vztahem :

$$(\tau_{ij}^* - \delta_{ij} \tau) a_j = 0 \quad (3.147)$$

kde :  $a_k$  ... směrový kosinus hlavní osy s k-tou osou souřadnic

$\tau$  ... kořen sekulární rovnice.

Použitím (3.142) do (3.147) lze v rozepsání získat soustavu :

$$\left. \begin{aligned} (\tau_{11} - \tau) a_1 + \tau_{12} a_2 &= 0 \\ \tau_{21} a_1 + (\tau_{22} - \tau) a_2 &= 0 \\ (\tau_{33} - \tau) a_3 &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (3.147)$$

Pro třetí hlavní osu  $\tau = \tau_3 = \tau_{33}$  plyne z této soustavy  $a_1 = 0$ ,  $a_2 = 0$ ,  $a_3 = 1$  (hlavní osa je totožná s osou  $x_3$  souřadnic). Pro první a druhou hlavní osu ( $\tau = \tau_1$  a  $\tau = \tau_2$ ) musí vzhledem k třetí rovnici soustavy (3.147) platit  $a_3 = 0$ .

Jsou-li po řadě první, druhá a třetí hlavní osa voleny jako souřadné osy  $(x_1^h, x_2^h, x_3^h)$  nového souřadného systému, pak z předchozího vyplývá, že matice kosinů ortogonální transformace má složky ve tvaru :

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & 0 \\ a_{21} & a_{22} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{array}{l} \dots \text{ 1. hlavní osa} \\ \dots \text{ 2. hlavní osa} \\ \dots \text{ 3. hlavní osa} \end{array} \quad (3.148)$$

V souřadné soustavě  $(x_1^h, x_2^h, x_3^h)$  má tenzor  $\tau_{ij}^*$  složkový tvar :

$$\tau_{ij}^{*h} = \begin{matrix} \tau_1 & 0 & 0 \\ & \tau_2 & 0 \\ & & \tau_3 \end{matrix} \quad (3.149)$$

Do téže souřadné soustavy  $(x_1^h, x_2^h, x_3^h)$  je dále třeba transformovat tenzor  $\tau_{ij}^*$  (viz rovnice (3.143)). Transformace je definována obecně platným předpisem (3.133), přičemž je nutno použít matici transformace (3.148). Při této ortogonální transformaci jsou v (Einsteinově) sumaci nulové pouze členy, které obsahují

jen veličiny  $\bar{\tau}_{13} = \bar{\tau}_{31}$ ,  $\bar{\tau}_{23} = \bar{\tau}_{32}$ ,  $a_{11}$ ,  $a_{12}$ ,  $a_{21}$ ,  $a_{22}$ ,  $a_{33}$ .

Provedením transformace se nalezne

$$\bar{\tau}_{ij}^{*h} = \begin{matrix} 0 & 0 & \bar{\tau}_{13}^h \\ & 0 & \bar{\tau}_{23}^h \\ & & 0 \end{matrix} \quad \text{kde:} \quad \begin{cases} \bar{\tau}_{13}^h = a_{11} \bar{\tau}_{13} + a_{12} \bar{\tau}_{23} \\ \bar{\tau}_{23}^h = a_{21} \bar{\tau}_{13} + a_{22} \bar{\tau}_{23} \end{cases} \quad (3.150)$$

Protože součet transformovaných tenzorů je transformovaný součet tenzorů, vyplývá pro transformaci tenzoru  $\bar{\tau}_{ij}$  (3.140) do souřadného systému  $(x_1^h, x_2^h, x_3^h)$  výsledný tvar (z (3.141)):

$$\bar{\tau}_{ij}^h = \begin{matrix} \bar{\tau}_{11}^h & 0 & \bar{\tau}_{13}^h \\ & \bar{\tau}_{22}^h & \bar{\tau}_{23}^h \\ & & \bar{\tau}_{33}^h \end{matrix} \quad \text{kde:} \quad \begin{cases} \bar{\tau}_{11}^h = \bar{\tau}_1 \\ \bar{\tau}_{22}^h = \bar{\tau}_2 \\ \bar{\tau}_{33}^h = \bar{\tau}_3 \\ \bar{\tau}_{13}^h = a_{11} \bar{\tau}_{13} + a_{12} \bar{\tau}_{23} \\ \bar{\tau}_{23}^h = a_{21} \bar{\tau}_{13} + a_{22} \bar{\tau}_{23} \end{cases} \quad (3.151)$$

Předchozí úvahy stanovují postup, jak obecně napjatý element vlákněného kontinua transformovat tak, aby směr orientace  $\bar{v}$  byl kolineární s osou  $x_3$  a tenzor napětí neobsahoval smykové síly kolmé k  $\bar{v}$  (t.j.  $\bar{\tau}_{12}^h = 0$ )

Pozn.: Pro další úvahy bude index "h" vynecháván; východiskem bude tedy souřadný systém  $(x_1, x_2, x_3)$  takový, že tenzor napětí  $\bar{\tau}_{ij}$  má ve složkách tvar

$$\bar{\tau}_{ij} = \begin{matrix} \bar{\tau}_{11} & 0 & \bar{\tau}_{13} \\ & \bar{\tau}_{22} & \bar{\tau}_{23} \\ & & \bar{\tau}_{33} \end{matrix} \quad (3.152)$$

a směr  $\bar{v}$  orientace je kolineární s  $x_3$ .

### 3.3.4.2 Smyková napětí

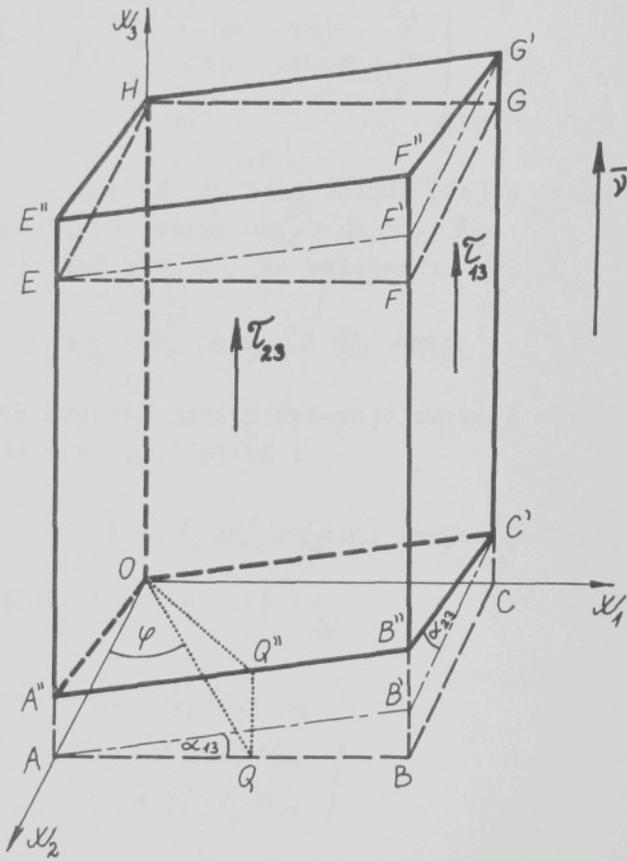
V tenzoru napětí  $\tau_{ij}$  dle (3.152) se vyskytují normálová napětí  $\tau_{11}, \tau_{22}, \tau_{33}$  a též smyková napětí  $\tau_{13}, \tau_{23}$ . Pokud by platilo  $\tau_{13} = \tau_{23} = 0$ , pak napjatost je vzhledem k deformacím popsána vztahy (3.129) až (3.132). Nenulové hodnoty smykových napětí  $\tau_{13}, \tau_{23}$  však způsobí další deformace uvažovaného elementu, a to obecně jak z hlediska smykových úhlů, tak i z hlediska poměrných prodloužení.

Pro zde použité modelové řešení však jsou použity následující předpoklady :

- 1) Jestliže se k elementu napjatému pouze normálovými napětími  $\tau_{ii}$  ( $\tau_{33} // \bar{\nu}$ ) přiloží smyková napětí  $\tau_{13}, \tau_{23}$ , vznikne další deformace taková, že body elementu se posunou po přímkách kolineárních s  $\bar{\nu}$ .
- 2) Vzdálenost libovolných dvou bodů, ležících na přímce kolineární s  $\bar{\nu}$  se přiložením smykových napětí  $\tau_{13}, \tau_{23}$ , nezmění.

Pozn.: Pokud by byl element kontinua "dokonale" orientovaný, pak předpoklady znamenají, že "paralelní" vlákna se v důsledku smykových sil po sobě osově posunou, aniž se prodlouží či vzájemně přiblíží.

Zdeformování elementu je naznačeno na obr. 3.8., kde pouze (v obrázku nezakreslenými) normálovými napětími zatížený element ABCOEFHG přejde působením napětí  $\tau_{13}$  do polohy AB'C'OEF'G'H a dalším přiložením  $\tau_{23}$  do koncové polohy A"B"C'OE"F"G'H. Smykové úhly jsou označeny  $\alpha_{13}, \alpha_{23}$ .



Obr. 3.8

Pootočením souřadnic kolem osy  $x_3$  přejde původní osa  $x_1$  do nové osy  $x_1'$ , která svírá se starou osou  $x_2$  úhel  $\varphi$ . Determinant této ortogonální transformace je

$$D = \begin{vmatrix} \sin\varphi & \cos\varphi & 0 \\ -\cos\varphi & \sin\varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \quad (3.153)$$

Tenzor napětí  $\tau_{ij}$  (dle 3.152) přejde ortogonální transformací na tenzor  $\tau'_{kl} = a_{ki} a_{lj} \tau_{ij}$ .

Speciálně pro  $\tau'_{13}$  se nalezne :

$$\tau'_{13} \equiv \tau_{13} \sin\varphi + \tau_{23} \cos\varphi \quad (3.154)$$

Toto smykové napětí vyvozuje smykový úhel  $\alpha'_{13}$ , pro nějž z obr.3.8 platí :

$$\frac{\tau'_{13}}{\sigma'_{11}} = \operatorname{tg} \alpha'_{13} \equiv \operatorname{tg} \alpha_{13} \cdot \sin\varphi + \operatorname{tg} \alpha_{23} \cdot \cos\varphi \quad (3.155)$$

Vyjádří-li se obecně :

$$\left. \begin{aligned} \tau_{13} &\equiv F_{13} \cdot \operatorname{tg} \alpha_{13} \\ \tau_{23} &\equiv F_{23} \cdot \operatorname{tg} \alpha_{23} \\ \tau'_{13} &\equiv F'_{13} \cdot \operatorname{tg} \alpha'_{13} \end{aligned} \right\} \quad (3.156)$$

kde  $F_{13}$ ,  $F_{23}$ ,  $F'_{13}$  jsou prozatím bližší neurčené funkce, lze dosazením do (3.154) psát :

$$F'_{13} \operatorname{tg} \alpha'_{13} \equiv F_{13} \operatorname{tg} \alpha_{13} \sin\varphi + F_{23} \operatorname{tg} \alpha_{23} \cos\varphi \quad (3.157)$$

a v případě  $\alpha'_{13} \neq 0$  pak

$$F'_{13} \equiv F_{13} \frac{\operatorname{tg} \alpha_{13} \sin \varphi}{\operatorname{tg} \alpha'_{13}} + F_{23} \frac{\operatorname{tg} \alpha_{23} \cos \varphi}{\operatorname{tg} \alpha'_{23}} \quad (3.158)$$

Jak je zřejmé z obr. 3.8, platí pro  $\varphi = \frac{\pi}{2}$  rovnost  $F'_{13} = F_{13}$ , takže pro tento případ se za použití (3.155) nalezne z (3.158)

$$F'_{13} = F_{13} \equiv F_{13} - (F_{13} - F_{23}) \frac{\operatorname{tg} \alpha_{23} \sin \varphi}{\operatorname{tg} \alpha'_{13}} = F_{13} - (F_{13} - F_{23}) \frac{\operatorname{tg} \alpha_{23}}{\operatorname{tg} \alpha_{13}} \quad (3.159)$$

Odtud plyne :

$$F_{13} \equiv F_{23} \quad (3.160)$$

Z (3.157) a (3.160) za použití (3.155) pak platí :

$$F'_{13} \equiv F_{13} \equiv F_{23} \quad (3.161)$$

Protože analogickou úvahu lze provést pro  $F'_{23}$ , platí relace :

$$F'_{13} \equiv F'_{23} \equiv F_{13} \equiv F_{23} \equiv F \quad (3.161)$$

Takže je-li  $\vec{v}$  kolineární s osou  $x_3$ , platí pro smyková napětí

$$\tau_{i3} = F \cdot \operatorname{tg} \alpha_{i3} \quad ; \quad i=1,2 \quad (3.162)$$

kde funkční hodnota  $F$  je nezávislá na pootočení kolem  $x_3$ .

Pro normálová napětí tenzoru  $\tau_{ij}$  (3.152) je zaveden následující předpoklad :

- normálová napětí tenzoru  $\tau_{ij}$  dle (3.152) jsou nezávislá na smykových napětích  $\tau_{13}, \tau_{23}$ .

Za uvedeného předpokladu lze m. j. tvrdit, že  $F$  ve vztahu (3.162) je funkcí invariantů tenzoru napětí vzhledem k pootočení kolem  $x_3$  (t. j. funkcí 3 invariantů tenzoru  $\tau_{ij}$  a 2 invariantů tenzoru  $\begin{pmatrix} \tau_{11} & 0 \\ 0 & \tau_{22} \end{pmatrix}$ )

### 3.3.4.3 Tenzor napětí a tenzor deformace; deformační zákon

Jestliže v tenzoru napětí  $\tau_{ij}$  (3.152) jsou  $\tau_{13} = \tau_{23} = 0$  pak pro normálová napětí  $\tau_{11}, \tau_{22}, \tau_{33}$  platí, jak bylo odvozeno v kap. 3.3.3, vztahy (3.129) až (3.131), přičemž v nich použité symboly  $\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3$  vyjadřují poměrná prodloužení úseček, které byly v nenapjatém stavu (a stále jsou) rovnoběžné se souřadnými osami. Přiložením smykových napětí  $\tau_{13}, \tau_{23}$  však dojde k další deformaci těchto úseček (např. AB přejde do  $A^*B^*$  - obr. 3.8). Poměrná prodloužení elementu zatíženého jen normálovými napětími budou značena původní symbolikou  $\epsilon_{1,2,3}$ , poměrná prodloužení elementu po přiložení smykových napětí budou označena  $e_1, e_2, e_3$  (tedy  $e_i = \epsilon_i, i=1,2,3$  pouze pro  $\tau_{13} = \tau_{23} = 0$ ). Jak vyplývá z obr. 3.8, platí mezi  $e_{1,2,3}$  a  $\epsilon_{1,2,3}$  následující relace :

$$\left. \begin{aligned} (1+\epsilon_1) &= (1+e_1) \cdot \cos \alpha_{13} \\ (1+\epsilon_2) &= (1+e_2) \cdot \cos \alpha_{23} \\ (1+\epsilon_3) &= (1+e_3) \end{aligned} \right\} \quad (3.163)$$

Z poslední podmínky předchozí kapitoly pak plyne výpočet normálových napětí, při kterém je třeba do vztahů (3.129) až (3.131) dosadit výrazy (3.162).

Veličiny  $\alpha_{13}$ ,  $\alpha_{23}$  vyjadřují smykové úhly. Zbývá vyjádřit poslední smykový úhel  $\alpha_{12}$ , pro nějž z obr. 3.8 evidentně plyne

$$\widehat{A''OC'} = \frac{\pi}{2} - \alpha_{12} \quad (3.164)$$

$$\cos(\widehat{A''OC'}) = \sin \alpha_{12} \quad (3.165)$$

Ze skalárního součinu vektorů  $\overline{OA''}$ ,  $\overline{OC'}$  plyne

$$\cos(\widehat{A''OC'}) = \sin \alpha_{12} = \sin \alpha_{13} \cdot \sin \alpha_{23} \quad (3.166)$$

Na základě znalostí poměrných prodloužení  $e_1, e_2, e_3$  a smykových úhlů  $\alpha_{12}, \alpha_{23}, \alpha_{13}$  lze jak známo definovat tenzor deformace  $\epsilon_{ij}$ , jehož složky dle / 17 / jsou

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_{11} &= e_1 \left(1 + \frac{1}{2} e_1\right) \\ \epsilon_{22} &= e_2 \left(1 + \frac{1}{2} e_2\right) \\ \epsilon_{33} &= e_3 \left(1 + \frac{1}{2} e_3\right) \\ \epsilon_{12} &= \sin \alpha_{12} \cdot \frac{1}{2} (1 + e_1)(1 + e_2) \\ \epsilon_{13} &= \sin \alpha_{13} \cdot \frac{1}{2} (1 + e_1)(1 + e_3) \\ \epsilon_{23} &= \sin \alpha_{23} \cdot \frac{1}{2} (1 + e_2)(1 + e_3) \end{aligned} \right\} \quad (3.167)$$

a ostatní složky jsou dány symetrií tenzoru  $\epsilon_{ij}$ .

Jestliže je znám obecný tenzor napětí, pak mu lze přiřadit tenzor deformace následujícím postupem :

- na základě postupu dle kap. 3.3.4.1 se provedou potřebné ortogonální transformace, jejichž výsledkem je tenzor napětí ve tvaru (3.152)
- normálová napětí z tenzoru (3.152) se dosadí do vztahů (3.129) až (3.131) a vypočtou se hodnoty  $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$  (3 rovnice pro 3 neznámé)
- smyková napětí tenzoru (3.151) se dosadí do vztahů (3.162), přičemž do analytického tvaru funkce  $F$  se dosadí potřebné invarianty tenzoru (3.151); ze vztahů (3.162) se poté vyčíslí smykové úhly  $\alpha_{13}, \alpha_{23}$
- dosazením  $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$  a  $\alpha_{13}, \alpha_{23}$  do (3.163) se vypočtou poměrná prodloužení  $e_1, e_2, e_3$
- dosazením  $\alpha_{13}, \alpha_{23}$  do (3.166) se vypočte úhel  $\alpha_{12}$
- vypočtené hodnoty se použijí ve vztahu (3.167) pro výpočet prvků tenzoru deformace  $\varepsilon_{ij}$

Je třeba poznamenat, že takto vzniklý tenzor deformace je "speciální" v tom smyslu, že koordináta  $x_3$  je kolineární s  $\bar{\nu}$  a smykové úhly splňují relaci (3.166).

Pro řešení inverzní úlohy, která požaduje přiřadit tenzor napětí k obecně zadanému tenzoru deformace, je proto třeba transformovat obecně zadaný tenzor do této "speciální" souřadné soustavy. Transformaci do soustavy, kde  $x_3 // \bar{\nu}$  lze provést analogicky jako v kap. 3.3.4.1 u tenzoru napětí. Transformace, která vede dále ke splnění relace (3.166) je poněkud obtížnější.

Nechť je znám tenzor  $\varepsilon_{ij}$  deformace v souřadnicích  $(x_1, x_2, x_3)$  takových, že  $x_3 // \bar{\nu}$ . Dále nechť souřadná soustava  $(x_1, x_2, x_3)$ , jenž je vzhledem k  $(x_1, x_2, x_3)$  pootočena kolem osy  $x_3$  je určena (analogicky

k (3.153) ) determinantern transformace :

$$D = \begin{vmatrix} \sin \psi & \cos \psi & 0 \\ -\cos \psi & \sin \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = \det(a_{ij}) = 1 \quad (3.168)$$

V čárkované souřadné soustavě nechť je splněna relace (3.166). Tenzor  $\epsilon'_{ij}$  deformace musí mít tedy složky, pro něž (dosazením (3.167) do (3.166), přičemž se přidávají indexy) platí po úpravě :

$$2\epsilon'_{13} \epsilon'_{23} = (1 + 2\epsilon'_{33}) \epsilon'_{12} \quad (3.169)$$

(což je přepsaná relace (3.166)).

Obecný transformační vztah tenzoru deformace je

$$\epsilon'_{ij} = a_{ik} a_{jl} \epsilon_{kl} \quad (3.170)$$

Použitím (3.168) do (3.170) se naleznou pro jednotlivé složky  $\epsilon'_{ij}$  (po úpravě) následující výrazy :

$$\begin{aligned} \epsilon'_{11} &= \epsilon_{11} + (\cos^2 \psi) [\epsilon_{22} - \epsilon_{11}] + 2 \sin \psi \cdot \cos \psi \cdot \epsilon_{12} \\ \epsilon'_{12} &= \epsilon_{12} - 2(\cos^2 \psi) \epsilon_{12} + \sin \psi \cdot \cos \psi (\epsilon_{22} - \epsilon_{11}) \\ \epsilon'_{13} &= (\sin \psi) \cdot \epsilon_{13} + (\cos \psi) \epsilon_{23} \\ \epsilon'_{22} &= \epsilon_{22} - (\cos^2 \psi) [\epsilon_{22} - \epsilon_{11}] - 2 \sin \psi \cdot \cos \psi \cdot \epsilon_{12} \\ \epsilon'_{23} &= (\sin \psi) \cdot \epsilon_{23} - (\cos \psi) \cdot \epsilon_{13} \\ \epsilon'_{33} &= \epsilon_{33} \end{aligned} \quad (3.171)$$

Dosazením z (3.171) do (3.169) a úpravou se získá

$$a = \frac{\epsilon_{13} \cdot \epsilon_{23}}{\frac{1}{2} + \epsilon_{33}} - \epsilon_{12} \quad ; \quad b = \frac{\epsilon_{23}^2 - \epsilon_{13}^2}{\frac{1}{2} + \epsilon_{33}} - \epsilon_{22} + \epsilon_{11}$$

$$\operatorname{tg} \psi = \xi \tag{3.172}$$

$$a\xi^2 + b\xi - a = 0$$

Protože diskriminant této kvadratické rovnice je nezáporný, existuje vždy řešení ve tvaru:

$$\xi_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 + 4a^2}}{2a} \tag{3.173}$$

Příčemž součin kořenů

$$\xi_1 \cdot \xi_2 = -1 \tag{3.174}$$

Zpětným dosazením nalezneme

$$\operatorname{tg} \psi_1 \cdot \operatorname{tg} \psi_2 = -1 \tag{3.175}$$

odkud úpravou plyne

$$\operatorname{tg} \psi_1 = -\operatorname{cotg} \psi_2 = \operatorname{tg} \left( \frac{\pi}{2} + \psi_2 \right) \tag{3.176}$$

Odtud je zřejmé, že kořeny  $\psi_1, \psi_2$  jsou pootočený vzájemně o  $\frac{\pi}{2}$ . Protože však funkce  $(\operatorname{tg} \psi)$  je periodická s periodou  $\pi$ , vyhovují zřejmě řešení úhly všechna  $\psi$ , pro která platí :

$$\psi = \psi_1 + n \cdot \frac{\pi}{2} \quad ; \quad n \dots \text{lib. celé číslo} \quad (3.177)$$

Z intervalu  $\psi \in \langle 0, 2\pi \rangle$  vyhovují řešení 4 úhly, vzájemně pootočené o  $\frac{\pi}{2}$ .

Dosazením některého z úhlů (3.177) do (3.171) se naleznou složky tenzoru  $\epsilon'_{ij}$ , jenž vyhovuje relaci (3.166). Použitím (3.167) pak lze vypočítat

$$\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3, \alpha_{12}, \alpha_{13}, \alpha_{23}.$$

Dosazením do (3.163) vzniknou hodnoty  $\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3$  které použitím (3.129) až (3.131) umožňují vyčíslit normálová napětí. Při jejich znalosti jsou potřebné invarianty tenzoru napětí pouze funkcí smykových napětí  $\tau_{13}, \tau_{23}$ , takže též funkce  $F$  vztahu (3.162) je závislá pouze na  $\tau_{13}, \tau_{23}$ . Dosazením všech dosud známých hodnot do (3.162) se nalezne soustava 2 rovnic pro 2 neznámé  $\tau_{13}, \tau_{23}$ .

Řešením této soustavy se pak vypočtou poslední chybějící prvky tenzoru napětí (samozřejmě, že platí  $\tau_{12} = 0$ ).

Popsaný postup tedy přiřazuje tenzoru deformace tenzor napětí.

Pozn.: Pro konkrétní výpočet je třeba stanovit ještě analytický tvar funkce  $F$ . Protože však vztah (3.162) nebude dále používán numericky, není v této části matematický model zkonkretizován.

Jak bylo dovozeno, dovoluje soustava uvedených matematických vztahů jednoznačně přiřazovat tenzory deformace a napětí.

Lze tedy konstatovat, že je navržen matematický model deformačního zákona vysoce orientovaného vláknenného kontinua.

Pozn.: V následujících kapitolách bude třeba řešit pouze speciální, zjednodušený případ ( $\tau_{23} = 0$ , smyková napětí nebude nutné vyčíslit numeric-ky, atp.).

Lze však předpokládat, že potřeba matematického modelu deformační zákonitosti přesahuje téma této práce a dotýká se kromě příze i jiných struktur (orientovaná rouna, prameny aj.) Pro případnou budoucí aplikaci zde popsaného modelu do těchto struktur bylo zvoleno toto obecnější pojetí.

4. STAVBA PŘÍZE Z HLEDISKA  
VLÁKENNÉHO KONTINUA

#### 4.1 Tvorba příze

Příze se svou vnitřní strukturou a svými vlastnostmi je výsledkem procesu výroby, jehož poslední fáze, při které příze vzniká, je vlastní proces tvorby příze.

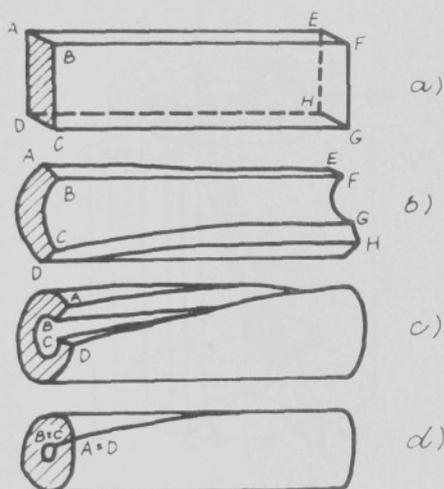
Protože principů tvorby příze je v současné době známa a využívána celá řada (předení klasické na dopřádacích strojích, různé formy bezvřetenového předení, předení typu "self-twist", "fascies-yarn" a mnoho jiných), nelze hovořit o přízi "jako takové", ale vždy ve vztahu ke způsobu její tvorby.

Poznání procesu tvorby příze je neobejitelným faktorem, nutným pro poznání samotné podstaty každé příze. Tato práce je zaměřena na příze, vzniklé dopřádáním na (bavlnářských) dopřádacích strojích. Pojem "příze" a "tvorba příze" je dále používán pouze v tomto smyslu.

Proces tvorby (klasicky předené) příze není dosud zcela objasněn a je neustále předmětem studia. Především je třeba ozřejmit, jaký je a jaké vlastnosti má vláknový útvar, který do procesu tvorby příze vstupuje. Experimenty s reálnou i modelovou tvorbou příze /32, 52, 53, 54/ ukazují, že útvar vstupující do procesu tvorby i sám tento proces jsou neobyčejně složité, takže jejich popis se mnohdy vymyká současným technickým možnostem. Je proto třeba složitou realitu redukovat do zjednodušených představ, které vystihují alespoň nejpodstatnější rysy skutečnosti a jsou současnými prostředky řešitelné.

V literatuře se nejčastěji používá buď představa zakrucování výchozího válce vláken / 16, 18, 19 / nebo zakrucování stužky vláken / 52, 53, 54 /. Za jistých předpokladů lze též tvrdit, že výchozí válec je

"limitním" případem představy výchozí stužky. Jestliže poměr šířky a tloušťky vlákenné stužky se blíží k 1, pak je uvedená limitní představa evidentní. Ke zkrucování válce jako určité limitě kroucení stužky je však možno dospět i z jiného hlediska. Výchozí stužka (obr.4.1.a)



Obr. 4.1.

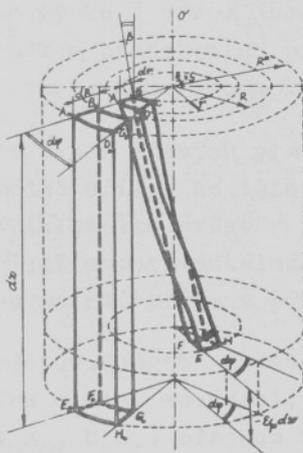
se působením kroucení začne stáčet, takže přímky, rovnoběžné se směrem orientace (např. BF) přechází do šroubovice a stužka se současně počne stáčet (např. BC) - obr. 4.1.b).

Tento proces pokračuje, přičemž hrany (AB a CD) se k sobě přibližují (obr. 3.4.c)). Konečně se hrany AB,CD ztotožní (obr.4.1.d) a vznikne válcový útvar

s dutinou v ose válce. V tomto stavu je ovšem  $BC \ll AD$ , takže BC je výrazně více stlačeno než AD. Pripustí-li se však představa, že rozdíly v délkách AD,BC jsou vykompenzovány nevratným přesuvem vlákenné hmoty při zakrucování z vnitřní do vnější strany stužky, potom útvar dle obr. 4.1.d) je identický s útvarem, který by vznikl zakrucováním válce vláken s dutinou v ose. Nastíněná představa tedy nahrazuje tvorbu příze ze stužky představou tvorby příze z válce s dutinou. Pokud poloměr vnitřní dutiny takového válce je dostatečně malý, lze předpokládat, že až na osovou oblast je problém identický s řeše-

ním na bázi výchozího (plného) válce.

Představa tvorby příze z výchozího (plného) válce vláken (orientovaných ve směru osy válce) je znázorněna na obr. 4.2. Výchozí válec s vnějším poloměrem  $R^*$  je



Obr.4.2

tvořen elementy vláknenného kontinua  $A_0B_0C_0D_0E_0F_0G_0H_0$ , přičemž směr orientace je kolineární s hranami  $\parallel o$ . Zakrucovacím procesem přejde element z výchozího poloměru  $0 \leq R \leq R^*$  na poloměr  $r$  a zaujme polohu ABCDEFGH. Průmět tohoto elementu do osy  $o$  se "prodlouží" o poměrné prodloužení (příze)  $\epsilon_p$ . (Ve skutečnosti jde o seskání,

tedy  $\epsilon_p \leq 0$ ). Při uvedeném přechodu je třeba vyhovět nutným geometrickým (modelovým) podmínkám.

Pro stanovení těchto podmínek se předpokládá, že výchozí válec je souměrný dle osy  $o$ , jeho vnější poloměr  $R^* = \text{konst.}$ , v každém jeho bodě je koeficient zaplnění  $\alpha^o = \text{konst.}$  a směr orientace  $\vec{v} \parallel o$ . Dále se předpokládá, že v procesu tvorby příze zůstává právě každý jednoduše souvislý element jednoduše souvislým (t.j. homeomorfním zobrazením koule; obecně podrobněji k těmto pojmům viz např. /3, 23/ ).

Ve výchozím válci je uspořádání elementů typu  $A_0B_0C_0D_0E_0F_0G_0H_0$  (obr.4.2) symetrické vzhledem k ose  $o$ . Zakrucovací proces je považován obecně za proces probíhající v důsledku působení takové prostorové soustavy sil, která je symetrická vzhledem k  $o$ . Konečně se předpokládá, že deformační vlastnosti vlákného kontinua tvořícího výchozí válec jsou ve všech jeho bodech stejné. Výsledkem předchozích předpokladů je pak nutně požadavek symetrie konečného útvaru - příze.

Pozn.: Ve všech známých pracech, které řeší matematický model příze, se tato symetrie předpokládá (jako příklad lze uvést / 16, 54 / a jiné). Podrobnější experimentální výzkum ukázal však mírnou asymetrii příze v příčném řezu; viz zejména / 132 /.

Na základě uvedených představ vyplývá (též vzhledem k principu minima energie), že výchozí přímky (např.  $A_0E_0$ ,  $D_0H_0$ ) přejdou zkroucením na šroubovice stejné výšky závitů, přičemž všechny přímky stejného výchozího poloměru  $R$  přejdou na stejný konečný poloměr  $r$ . (Šroubovice je, jak známo, nejkratší spojnice 2 bodů na válci.)

Pozn.: V tomto smyslu se <sup>zde</sup> vychází ze známého šroubovicového modelu příze. Na rozdíl od klasické koncepce však nepodléhají zákonitostem šroubovice vlákna (jak je tomu např. v / 16, 166 /) ale elementy kontinua (viz např. též / 18, 42, 44 /).

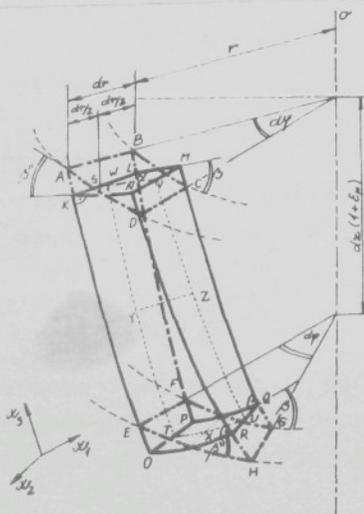
V důsledku předchozích požadavků lze křivky po řadě  $A_0E_0$ ,  $B_0F_0$ ,  $AE$ ,  $BF$  považovat za identické s křivkami  $D_0H_0$ ,  $C_0G$ ,  $DH$ ,  $CG$ , pootočenými o stále stejný úhel  $d\varphi$  kolem osy  $o$  (obr. 4.2).

Body, např.  $B_0C_0$  leží na kružnici s poloměrem  $R$ . Zakroucením musí tato výchozí kružnice přejít na uzavřenou křivku, kterou je (vzhledem k osové symetrii) kružnice s poloměrem  $r$  a středem  $S \in \sigma$ . Platí tedy  $BC \perp \sigma$

Konečně (vzhledem k minimu energie) přímka  $A_0S_0$  přejde do přímky  $AS$  ( $S \equiv S_0 \in \sigma$ ). Důsledkem naznačených úvah je skutečnost, že výchozí rovina kolmá k  $o$  přejde zakrucováním opět do roviny kolmé k  $o$ , přičemž úhlové vzdálenosti odpovídajících si bodů zůstanou nezměněny (např.  $\angle A_0S_0D_0 = \angle ASD = d\varphi$ ).

Závěrem je třeba ještě stanovit úhly, jež mezi sebou svírají hrany elementu. V nezakrouceném stavu evidentně platí  $\angle E_0A_0B_0 = \angle E_0A_0D_0 = \angle B_0A_0D_0 = \frac{\pi}{2}$ . V zakrouceném elementu však platí pouze  $\angle EAB = \angle BAD = \frac{\pi}{2}$ , zatímco  $\angle EAD \neq \frac{\pi}{2}$ .

#### 4.2 Rovnováha elementu příže



Element kontinua, tvořící příži, je znázorněn na obr. 4.3. Konečná poloha elementu je ABCDEFGH. (viz též obr.4.2). Některé hrany tohoto elementu spolu nesvírají pravý úhel; element proto není přímo vhodný k analýze rovnováhy (neboť tenzor napětí je zde definován na elementu s kolmými hranami).

Obr. 4.3

Proto je výhodné studovat rovnováhu elementu KLMNOPQR, jehož hrany jsou navzájem kolmé. Element ABCDEFGH je však výsledkem procesu zakrucování, přičemž v nenapjatém stavu (obr. 4.2 - indexy  $o$ ) jsou jeho hrany vzájemně kolmé; proto je užitečné z jeho konečného tvaru dedukovat existence smykových napětí v elementu KLMNOPQR.

Protože  $AD \parallel BC \perp AB \parallel CD$  resp.  $EH \parallel FG \perp EF \parallel GH$  a  $AE \parallel BF \perp AB \parallel EF$  resp.  $DH \parallel CG \perp NM \parallel HG$  (při zanedbání diferenciálních odchylek), platí při zavedení souřadné soustavy ( $x_1 \parallel KN$ ;  $x_2 \parallel KL$ ;  $x_3 \parallel OK$ ), že smyková napětí  $\tau_{12} = \tau_{23} = 0$ . Tenzor napětí elementu KLMNOPQR má tedy ve složkách tvar :

$$\tau_{ij} = \begin{matrix} \tau_{11} & 0 & \tau_{13} \\ & \tau_{22} & 0 \\ & & \tau_{33} \end{matrix} \quad (4.1)$$

(viz též obr.4.4).

Dále je zavedeno následující značení

$$\left. \begin{aligned} r + \frac{dr}{2} &= r' \\ r + dr &= r'' \end{aligned} \right\} \quad (4.2)$$

a všechny ostatní veličiny vztahující se k poloměrům  $r$ ,  $r'$ ,  $r''$  jsou označeny shodně čárkovými indexy. Pro další výpočty je nutno ještě stanovit poloměr  $\rho$  křivosti šroubovice (např. MQ) ležící na poloměru  $r$ , která svírá s osou  $o$  úhel  $\beta$ . Platí

$$\rho = \frac{r}{\sin^2 \beta} \quad (4.3)$$

(Srovnej též / 19 / ).

Šroubovice, která předchází kolmo protíná (např. LM) vykazuje poloměr  $\rho$  křivosti, určený vztahem :

$$\vartheta = \frac{r}{\cos^2 \beta} \quad (4.4)$$

Z obr. 4.3 plynou následující geometrické vztahy pro hrany elementu KLMNOPQR :

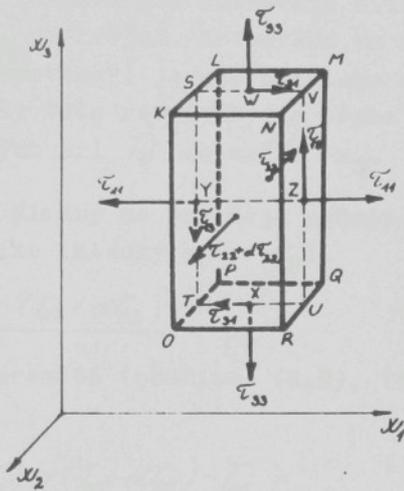
$$\left. \begin{aligned} KL = MN = OP = QR &= dr \\ LM = PQ &= r \cdot \cos \beta \cdot dy \\ KN = OR &= r'' \cos \beta'' \cdot dz \\ LP = MQ &= \frac{1 + \epsilon_p}{\cos \beta} dz \\ KO = NR &= \frac{1 + \epsilon_p}{\cos \beta''} dz \\ WX = ST = VU &= \frac{1 + \epsilon_p}{\cos \beta'} dz \\ YZ = SV = TU &= r' \cos \beta' \cdot dy \end{aligned} \right\} \quad (4.5)$$

Pro hraniční plochy téhož elementu platí použitím (4.5) z obr. 4.3 :

$$\left. \begin{aligned} LMQP &= LM \cdot MQ = (1 + \epsilon_p) \cdot r \cdot dy \cdot dz \\ KNRO &= KN \cdot NR = (1 + \epsilon_p) r'' \cdot dy \cdot dz \\ KLMN = OPQR &= KL \cdot SV = r' \cos \beta' \cdot dr \cdot dy \\ KLPO = MNQR &= KL \cdot ST = \frac{1 + \epsilon_p}{\cos \beta} \cdot dr \cdot dz \end{aligned} \right\} \quad (4.6)$$

Příslušná napětí k jednotlivým plochám jsou schematicky znázorněna na obr. 4.4, kde je pouze pro grafickou názornost zakreslen element jako nezakřivený. Diferenciální síly působící na jednotlivých plochách budou označovány symbolem  $T_{ij}$  s indexy shodnými s příslušnou složkou tenzoru napětí.

Z obr. 4.4 a vztahů (4.6) vyplývá :



Obr. 4.4

$$T_{11} = \sigma_{11} \cdot MNQR = \sigma_{11} \cdot \frac{1+\epsilon_p}{\cos\beta'} \cdot dr \cdot dz \quad (4.7)$$

$$T_{13} = \tau_{13} \cdot MNQR = \tau_{13} \cdot \frac{1+\epsilon_p}{\cos\beta'} \cdot dr \cdot dz \quad (4.8)$$

$$T_{22} = \sigma_{22} \cdot LMQP = \sigma_{22} \cdot (1+\epsilon_p) \cdot r \cdot dy \cdot dz \quad (4.9)$$

$$T_{22} + dT_{22} = (\sigma_{22} + d\sigma_{22}) \cdot KNRO = (\sigma_{22} + d\sigma_{22}) \cdot (1+\epsilon_p) \cdot r'' \cdot dy \cdot dz \quad (4.10)$$

$$T_{33} = \sigma_{33} \cdot KLMN = \sigma_{33} \cdot r' \cdot \cos\beta' \cdot dr \cdot dy \quad (4.11)$$

$$T_{31} = \tau_{31} \cdot KLMN = \tau_{31} \cdot r' \cdot \cos\beta' \cdot dr \cdot dy \quad (4.12)$$

Momentová rovnováha a rovnováha sil ve směru souřadných os  $x_1, x_3$  je zřejmá. Rovnováha ve směru  $x_2$  (tzv. "radiální rovnováha") je naproti tomu složitější. Pro určení podmínky této rovnováhy je třeba stanovit průměty jednotlivých sil  $T_{ij}$  do směru  $x_3$ .

Pozn.: Za kladný se považuje průmět směřující od středu příže (kladný směr  $x_2$ ).

Síly  $T_{22}$ ,  $(T_{22} + dT_{22})$ :

Do  $x_2$  se promítá (použito (4.9), (4.10), (4.2)):

$$\begin{aligned} d(T_{22}) &= (T_{22} + dT_{22}) - T_{22} = \\ &= \sigma_{22}(1 + \epsilon_p) dr dy dz + d\sigma_{22}(1 + \epsilon_p) \cdot r \cdot dy dz \end{aligned} \quad (4.13)$$

Síly  $T_{33}$ : Síly leží na oblouku šroubovice WX a svírají úhel

$$d\delta = \frac{rX}{\rho'} \quad (4.14)$$

kde  $\rho'$  ... poloměr křivosti šroubovice WX (srovnej (4.3)).

Do  $x_3$  se tedy promítá (použito (4.5), (4.11)):

$$d(T_{33}) = -T_{33} \cdot d\delta = -\sigma_{33}(1 + \epsilon_p) \frac{r'}{\rho'} dr dy dz \quad (4.15)$$

Síly  $T_{44}$ : Síly leží na oblouku šroubovice YZ a svírají úhel

$$d\delta' = \frac{YZ}{\rho'} \quad (4.16)$$

kde  $\rho'$  ... poloměr křivosti šroubovice YZ (srovnej (4.4)).

Do  $x_2$  se promítá (použito (4.5), (4.7)) :

$$d(T_{11})_2 = -T_{11} d\delta = -\tau_{11} (1 + \epsilon_p) \frac{r'}{r} \cdot dr \cdot d\varphi \cdot dz \quad (4.17)$$

Síly  $T_{13}$  : Síly  $T_{13}$  lze rozložit na složky  $(T_{13} \cos \beta')$  paralelní s osou  $o$ , a složky  $(T_{13} \sin \beta')$  tečné ke kružnici s poloměrem  $r'$ .

Tyto tečné složky svírají úhel

$$d\psi = \frac{ZY \cdot \cos \beta'}{r'} \quad (4.18)$$

a do  $x_2$  se tak promítá (použito (4.5), (4.8)) :

$$d(T_{13})_2 = T_{13} \sin \beta' d\psi = \tau_{13} (1 + \epsilon_p) \sin \beta' \cos \beta' dr \cdot d\varphi \cdot dz \quad (4.19)$$

Síly  $T_{31}$  : Složky sil  $T_{31}$ , tečné ke kružnici s poloměrem  $r'$  jsou  $(T_{31} \cos \beta')$ . Svírají spolu úhel

$$d\alpha = \frac{WX \cdot \sin \beta'}{r'} \quad (4.20)$$

a do  $x_2$  se tak promítá (použito (4.5), (4.12)) :

$$d(T_{31})_2 = T_{31} \cos \beta' d\alpha = \tau_{31} (1 + \epsilon_p) \sin \beta' \cos \beta' dr \cdot d\varphi \cdot dz \quad (4.21)$$

kde vzhledem k symetrii tenzoru napětí je  $\tau_{31} = \tau_{13}$   
takže  $d(T_{31})_2 = d(T_{13})_2$

Pro radiální rovnováhu tedy platí :

$$d(T_{22})_2 + d(T_{33})_2 + d(T_{44})_2 + d(T_{r3})_2 + d(T_{3r})_2 = 0 \quad (4.22)$$

Dosazením odvozených vztahů a vydělením výrazem

$(1+\epsilon_p) \cdot dr \cdot dy \cdot dz$  se nalezne :

$$\tau_{22} + r \frac{d\tau_{22}}{dr} - \tau_{33} \frac{r'}{\rho'} - \tau_{44} \frac{r'}{y'} + 2\tau_{r3} \cdot \sin\beta' \cdot \cos\beta' = 0 \quad (4.23)$$

Zanedbáním diferenciálních členů lze konečně zapsat podmínku rovnováhy vztahem

$$\tau_{22} + r \frac{d\tau_{22}}{dr} - \tau_{33} \frac{r}{\rho} - \tau_{44} \frac{r}{y} + 2\tau_{r3} \cdot \sin\beta \cdot \cos\beta = 0 \quad (4.24)$$

Smykové napětí  $\tau_{r3}$  je možno za použití matematického modelu z části 3 této práce vyjádřit rovnicí (3.162). Smykový úhel  $\alpha_{r3}$  obsažený v tomto vztahu, je - jak je zřejmé z obr. 4.3 - ekvivalentní úhlu  $(-\beta)$ . Tedy platí :

$$2\tau_{r3} \cdot \sin\beta \cdot \cos\beta = -2F \cdot \sin^2\beta \quad (4.25)$$

Použitím (4.3) pak :

$$2\tau_{r3} \cdot \sin\beta \cdot \cos\beta = -2F \frac{r}{\rho} \quad (4.26)$$

což dosazeno do rovnovážné podmínky (4.24) vede na její konečnou podobu :

$$\tau_{22} + r \frac{d\tau_{22}}{dr} - \frac{r}{\rho} (\tau_{33} + 2F) - \tau_{44} \frac{r}{y} = 0 \quad (4.27)$$

Symbol  $F$  je, dle kap. 3.3.4.2, funkce invariantů tenzoru napětí a invariantů rovinného tenzoru  $\begin{matrix} \tau_{11} & 0 \\ 0 & \tau_{22} \end{matrix}$ .

Invariantem tenzoru napětí je m. j.  $J = \tau_{11} + \tau_{22} + \tau_{33}$ ; invariantem rovinného tenzoru je též výraz  $A = \tau_{11} + \tau_{22}$ .

$F$  tedy může být funkcí výrazu  $J - A = \tau_{33}$ . Pokud by speciálně např. platilo

$$F = \left( \frac{k}{2} - \frac{1}{2} \right) \cdot \tau_{33} \quad ; \quad k \dots \text{lib. reálné} \quad (4.28)$$

Pak (4.27) lze vyjádřit zápisem :

$$\tau_{22} + r \frac{d\tau_{22}}{dr} - \tau_{33} \cdot k \cdot \frac{r}{\rho} - \tau_{11} \frac{r}{\rho} = 0 \quad (4.29)$$

Zahrne-li se pak  $k$  jako součást konstanty počátečního modulu  $E_3$  ve vztahu (3.131), (pak ovšem  $E_3$  ztrácí logický smysl počátečního modulu pro všechna  $k \neq 1$ ), je možno zapsat rovnici rovnováhy :

$$\tau_{22} + r \frac{d\tau_{22}}{dr} - \tau_{33} \frac{r}{\rho} - \tau_{11} \frac{r}{\rho} = 0 \quad (4.30)$$

Platnost této rovnice je ovšem podmíněna (4.28). V této formě odvodili rovnici radiální rovnováhy Cheng, White a Duckett / 70 /.

### 4.3 Řešení diferenciální rovnice radiální rovnováhy v přízi

#### 4.3.1 Deformační zákon v rovnici radiální rovnováhy

V diferenciální rovnici (4.27) se vyskytují napětí  $\tau_{11}, \tau_{22}, \tau_{33}$ , jako složky tenzoru napětí (4.1). (F jako funkce příslušných invariantů obecně obsahuje též  $\tau_{13}$ , které však může být dle (3.162), kde  $i=1, \alpha_{13}=\beta$ , vyjádřeno jako funkce normálových napětí.) Protože souřadné osy jsou zavedeny tak, že  $x_3 \parallel \bar{v}$ , je zřejmé, že tenzor napětí  $\tau_{ij}$  dle (4.1) je speciálním případem tenzoru  $\tau_{ij}$  dle (3.152), takže pro normálová napětí lze použít vztahy (3.129) až (3.131). Platí zde též vztahy (3.163), kde ovšem  $\alpha_{13}=\beta, \alpha_{23}=0$ ; tedy :

$$\left. \begin{aligned} (1+\varepsilon_1) &= (1+\varepsilon_1) \cdot \cos \beta \\ (1+\varepsilon_2) &= (1+\varepsilon_2) \\ (1+\varepsilon_3) &= (1+\varepsilon_3) \end{aligned} \right\} \quad (4.31)$$

Pro poměrná prodloužení  $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$  platí, jak plyne z obr. 4.2 :

$$\left. \begin{aligned} (1+\varepsilon_1) &= \frac{BC}{B_0 C_0} \\ (1+\varepsilon_2) &= \frac{AB}{A_0 B_0} \\ (1+\varepsilon_3) &= \frac{BF}{B_0 F_0} \end{aligned} \right\} \quad (4.32)$$

Z obr. 4.2 plynou též geometrické relace :

$$\begin{aligned} AB &= dr \\ BC &= r \cdot d\varphi \\ BF &= \frac{(1+\varepsilon_p) \cdot dx}{\cos\beta} \end{aligned} \quad (4.33)$$

$$\begin{aligned} A_0 B_0 &= dR \\ B_0 C_0 &= R d\varphi \\ B_0 F_0 &= d\xi \end{aligned}$$

Použitím (4.31), (4.32), (4.33) se naleznou vztahy :

$$(1+\varepsilon_1) = \frac{r}{R} \cos\beta \quad (4.34)$$

$$(1+\varepsilon_2) = \frac{dr}{dR} \quad (4.35)$$

$$(1+\varepsilon_3) = \frac{1+\varepsilon_p}{\cos\beta} \quad (4.36)$$

Smyková napětí jsou v def. zákonu zavedena tak, že jejich změna nemění objem elementu (srovnej např. obr. 3.8 resp. před ním formulované předpoklady); platnost vztahu (3.119) pro koeficient zaplnění tedy zůstává zachována. Dosazením odvozených výrazů do (3.119) se nalezne :

$$\mu = \frac{\mu^0}{(1+\varepsilon_p)} \cdot \frac{R}{r} \cdot \frac{dR}{dr} \quad (4.37)$$

Před formulací dalších výrazů je třeba ještě uvést výraz pro  $\beta$ , vztahový na (v textilní praxi obvyklý) pojem zákrutu  $Z$  (počet ovinů šroubovice na jednotku délky). Evidentně platí (viz např. /107, 121/):

$$\operatorname{tg} \beta = 2\pi r Z \quad (4.38)$$

$$\cos \beta = \frac{1}{\sqrt{1 + (2\pi r Z)^2}} \quad (4.39)$$

Pro výraz  $(\tau_{33} \cdot \frac{r}{\rho})$  lze za použití (3.131), (3.119), (4.36), (4.3) po úpravě nalézt

$$\tau_{33} \frac{r}{\rho} = \frac{E_3}{\omega^0} \cdot \mu \cdot \sin^2 \beta \cdot \left( \frac{1 + E_p}{\cos \beta} - 1 \right) \quad (4.40)$$

a dosazením (4.38), (4.39):

$$\tau_{33} \frac{r}{\rho} = \frac{E_3}{\omega^0} \cdot \frac{\mu (2\pi r Z)^2 [(1 + E_p) \sqrt{1 + (2\pi r Z)^2} - 1]}{1 + (2\pi r Z)^2} \quad (4.41)$$

což je vztah s proměnnými (po dosazení (4.37))  $r, R, \frac{dR}{dr}$ .

Výraz  $\tau_{11} \frac{r}{\rho}$  je použitím (3.129), (4.34) až (4.36), (4.4), (4.39) vyjádřitelný ve tvaru, který obsahuje  $R, r, \frac{dR}{dr}$ .

Výraz  $\tau_{22}$  je rovněž, z (3.130), (4.34) až (4.36), (4.39), funkcí  $R, r, \frac{dR}{dr}$ . Jeho derivace  $\frac{d\tau_{22}}{dr}$  je tedy funkcí  $R, r, \frac{dR}{dr}, \frac{d^2R}{dr^2}$ .

Výraz  $F \frac{r}{\rho}$  je funkcí  $\tau_{11}, \tau_{22}, \tau_{33}$  (jak je uvedeno v úvodu této kapitoly), tedy vzhledem k předchozímu funkcí  $R, r, \frac{dR}{dr}$ .

Diferenciální rovnice (4.27) je tedy rovnicí typu

$$0 = f \left( R, r, \frac{dR}{dr}, \frac{d^2R}{dr^2} \right) \quad (4.42)$$

což je obyčejná diferenciální rovnice 2.řádu s primitivní funkcí  $R = R(r)$ .

#### 4.3.2 Parametry diferenciální rovnice

Řešení diferenciální rovnice (4.27) v plné šíři by znamenalo stanovit ještě analytický tvar funkce  $F$ . Pro zjednodušení celého řešení bude nadále předpokládáno, že  $F$  vyhovuje vztahu (4.28).

Pozn.: Jestliže v (4.28) platí  $k=1$ , pak  $F=0$ , t.j. smyková napětí jsou zanedbána. Takový předpoklad byl při obdobných studiích učiněn všemi známými autory, např. /42, 18/.

Diferenciální rovnice nabývá za těchto okolností tvaru (4.30), který je identický s rovnicí v/ 70 / a při a priori volbě  $\tilde{\tau}_{11} = \tilde{\tau}_{22}$  též s rovnicí / 44 / s opravou / 167 /.

Po úpravě, naznačené v kap. 4.3.1 se získá rovnice ve tvaru (4.4.2), ve které jsou obsaženy následující parametry :

Parametr :	Vnesen ze vztahů :
$E_1 = E_2$	(3.129), (3.130)
$A$	(3.129), (3.130)
$\lambda$	(3.129), (3.130)
$E_3$	(3.131)
$Z$	(4.38), (4.39)
$\epsilon_p$	(4.37)
$u^0$	(4.37)

Pro řešení dané diferenciální rovnice je třeba hodnoty uvedených parametrů stanovit, a to následujícím způsobem :

### Parametry $Z$ , $\mu^0$ , $A$

Zákrut příze  $Z$  určuje druh příze, jejíž rovnováha se studuje; je vstupním parametrem. Výchozí koeficient zaplnění  $\mu^0$  je pro příze daného typu nutno zvolit na experimentální bázi. Podobně též parametr  $A$  musí být jako konstanta zvolen.

### Parametr $\lambda$

Je definován rovnicí (3.19) - viz obr. 3.3, kap.3.3.2.1. Pro stanovení jeho hodnoty je vhodné vyjít z limitní představy idealizované, t.zv. "plástové" struktury / 105, 107, 152 /, jako "nejhustšího" možného uspořádání vláken. Koeficient zaplnění takové struktury je dle / 36, 105, 107, 121 / určen hodnotou  $\mu_{lim} = \frac{\pi}{2\sqrt{3}}$ .

Přešel-li výchozí koeficient zaplnění  $\mu^0$  na  $\mu_{lim}$  mezím přiblížením vlákených řezů z obr. 3.3 (při  $\mu_{lim}$  je  $l_0 = 0$ ), potom  $\frac{\mu^0}{\mu_{lim}}$  vyjadřuje zmenšení plochy (kolmé na směr vláken). Příslušné lineární zmenšení je tak  $\sqrt{\frac{\mu^0}{\mu_{lim}}}$  a vzhledem k obr.3.3 a rovnici (3.19) lze psát:

$$\frac{\mu^0}{\mu_{lim}} = \frac{\delta}{L_0} = 1 - \frac{l_0}{L_0} = 1 - \lambda \quad (4.43)$$

Odtud :

$$\lambda = 1 - \sqrt{\frac{\mu^0 \cdot 2\sqrt{3}}{\pi}} \quad (4.44)$$

Speciálně v případě  $\mu^0 = 0,01$  se nalezne

$$\lambda_{(\alpha^{\circ}=0,01)} = 0,894992486 \quad (4.45)$$

-----  
 Parametry  $E_1, E_2, E_3$   
 -----

Jak plyne z rovnice (4.30), její řešení se nezmění, jestliže napětí  $\tau_{11}, \tau_{22}, \tau_{33}$  se vynásobí libovolnou konstantou  $c \neq 0$ . Speciálně, jestliže se zvolí

$$c = \frac{4}{E_1 \cdot 3\lambda} \quad (4.45)$$

Nalezne se (při ekvivalenci  $E_1 = E_2$ , ve vztazích (3.129), (3.130)):

$$c \cdot E_1 \frac{3\lambda}{2} = c \cdot E_2 \frac{3\lambda}{2} = 2 \quad (4.46)$$

což formálně zjednodušuje rovnice (3.129), (3.130)

Pozn.: Volba  $c$  dle (4.45) vedoucí na hodnotu "2" konstanty (4.46) je poněkud nepřirozená; jednodušší by bylo volit  $c$  tak, aby hodnota (4.46) byla rovna 1. Při vývoji této teorie byla však nejprve řešena jednodušší varianta, kde volba  $c$  dle (4.45) byla výhodná. Pro porovnání relací byla proto její hodnota ponechána i zde.

Ve vztahu (3.131) resp. (4.41) se ovšem vynásobením  $c$  objeví místo  $(E_3/\alpha^{\circ})$  parametr  $K$ :

$$K = \frac{c E_3}{\alpha^{\circ}} = \frac{E_3}{E_1} \cdot \frac{4}{3\lambda\alpha^{\circ}} \quad (4.47)$$

Je tedy zřejmé, že není nutné stanovovat explicitně numerické hodnoty  $E_1, E_2, E_3$ , ale pro řešení postačí stanovit numerickou hodnotu parametru  $K$ , který je

přímo úměrný poč. modulu  $E_3$  (a to, je-li  $E_1 - E_2$  nezávislé na stavu napjatosti a poloze elementu, s konstantou úměrnosti  $\frac{4}{3E_1 \lambda \omega^2}$ )

Napětí  $\tau_{33}$  je rovno 0 v případě, že  $\epsilon_3 = 0$ ; dle (4.36) a (4.39)

$$\epsilon_3 = (1 + \epsilon_p) \sqrt{1 + (2\pi r Z)^2} - 1 \quad (4.48)$$

odtud

$$r_n = \frac{1}{2\pi Z} \sqrt{\frac{1}{(1 + \epsilon_p)^2} - 1} \quad (4.49)$$

kde  $r_n$  značí neutrální poloměr v přízi, pro který právě platí  $\tau_{33} = 0$ ; pro  $r > r_n$  je  $\tau_{33} > 0$  tahové, pro  $r < r_n$  je  $\tau_{33} < 0$  tlakové.

Elementy v přízi jsou tak namáhány jak tahem, tak také tlakem. Obecně neplatí, že modul  $E_3$  pro tah a tlak musí být ekvivalentní. Odtud je zřejmé, že je třeba uvažovat o existenci jiného parametru  $K$  pro tah a jiného pro tlak, tedy  $K_{\text{tah}} = \frac{E}{\omega^2} E_{3\text{tah}}$ ,  $K_{\text{tlak}} = \frac{E}{\omega^2} E_{3\text{tlak}}$  (dle 4.47).

Protože reálná vlákna v přízi migrují, může ve skutečnosti docházet k určitému vyrovnání tahového a tlakového napětí  $\tau_{33}$ , což je ovšem mechanismus, nevysvětlitelný dosud zavedeným "čistým" modelem kontinua. Popis tohoto mechanismu však může být postaven na bázi migračního modelu příze, který však konverguje / 169 / k rovnicím šroubovicového modelu. Ve šroubovicovém modelu má  $\epsilon_3$  smysl poměrného prodloužení vláken, takže dle (4.48)

$$\epsilon_v = (1 + \epsilon_p) \sqrt{1 + (2\pi r Z)^2} - 1 \quad (4.50)$$

Ízv. "počet vláken  $dn$  v diferenciální vrstvě" vyjadřuje přírůstek počtu vláken při přechodu z  $r$  na  $(r+dr)$  (podrobně viz / 10, 107, 121 /). Platí pro něj vztah :

$$dn = \frac{2\pi r dr \cdot u}{\frac{F_v}{\cos\beta}} = \frac{2\pi}{F_v} \cdot \frac{u \cdot r \cdot dr}{\sqrt{1 + (2\pi r Z)^2}} \quad (4.51)$$

kde :  $F_v$  .... plocha kolmého řezu průměrným vláknem

$\frac{F_v}{\cos\beta}$  .... plocha řezu vláknem rovinou kolmou k ose příze (vlákno svírá s osou  $\pm\beta$ )

V důsledku stlačení ( $\epsilon_{33} < 0$ ) v centrální oblasti příze ( $r \in \langle 0, r_n \rangle$ ) vykazují vlákna v této oblasti "přebytek" délky určený ve své sumě vztahem (použito (4.50), (4.51)) :

$$L_c = - \int_0^{r_n} \epsilon_v dn = - \int_0^{r_n} \frac{2\pi}{F_v} (1 + \epsilon_p) u r dr + \int_0^{r_n} \frac{2\pi}{F_v} \cdot \frac{u r dr}{\sqrt{1 + (2\pi r Z)^2}} \quad (4.52)$$

kde  $r_n$  je určeno vztahem (4.49).

Vlákna v okrajové oblasti příze ( $r > r_n$ ) jsou napínána ( $\epsilon_{33} > 0$ ) a vykazují tedy "nedostatek" délky, ve své sumě určený vztahem

$$L_o = \int_{r_n}^{\infty} \epsilon_v dn = \int_{r_n}^{\infty} \frac{2\pi}{F_v} (1 + \epsilon_p) u r dr - \int_{r_n}^{\infty} \frac{2\pi}{F_v} \cdot \frac{u r dr}{\sqrt{1 + (2\pi r Z)^2}} \quad (4.53)$$

Nechť v krajním případě platí, že veškerý "přebytek" délky vláken centrální oblasti se přesune na kompenzaci "nedostatku" délky v oblasti okrajové. V okrajové oblasti se poté vykáže "nedostatek" délky v hodnotě  $(L_{\sigma} - L_c)$ , který musí být kompenzován tahovou deformací vláken (zatímco celkový "nedostatek" délky je  $L_{\sigma} \geq L_{\sigma} - L_c$ ). Poměr

$$k_1 = \frac{L_{\sigma} - L_c}{L_{\sigma}} \quad (4.54)$$

vyjadřuje podíl deformace vláken ku celkové deformaci a po dosazení platí :

$$k_1 = \frac{\int_0^{\infty} \frac{2\pi}{F_v} (1 + \epsilon_p) u r \cdot dr - \int_0^{\infty} \frac{2\pi}{F_v} \frac{u r \cdot dr}{\sqrt{1 + (2\pi r Z)^2}}}{\int_{r_n}^{\infty} \frac{2\pi}{F_v} (1 + \epsilon_p) u r \cdot dr - \int_{r_n}^{\infty} \frac{2\pi}{F_v} \frac{u r \cdot dr}{\sqrt{1 + (2\pi r Z)^2}}} \quad (4.55)$$

Vzorec (4.55) byl odvozen pro limitní případ, kdy veškerý "přebytek" délky  $L_c$  kompenzuje výchozí "nedostatek"  $L_{\sigma}$ . V reálném případě tomu tak nebude; lze předpokládat, že kompenzace se zúčastní pouze  $(q \cdot 100)\%$  přebytku  $L_c$ . Pak ovšem podíl  $k_2$  deformace vláken ku celkové deformaci je určen vztahem

$$k_2 = \frac{L_{\sigma} - q L_c}{L_{\sigma}} \quad (4.56)$$

což vzhledem k definici  $k_1$  vzorcem (4.54) vede k výrazu

$$k_2 = 1 - q (1 - k_1) \quad (4.57)$$

Jak je zřejmé, ponechá-li se symbol  $\varepsilon_3$  ve tvaru (4.48), pak v diferenciální rovnici je nutno vzhledem k předešlým úvahám dosazovat místo  $\varepsilon_3$  výrazy

$$\left. \begin{array}{l} k_q \cdot \varepsilon_3 \quad \text{pro } r > r_n \\ (1-q) \cdot \varepsilon_3 \quad \text{pro } r < r_n \end{array} \right\} \quad (4.58)$$

kde  $q$  je další parametr řešení.

Protože však, jak je zřejmé z (4.57), (4.55), je  $k_q$  závislé na primitivní funkci  $R=R(r)$  a na její derivaci, vznikla by použitím (4.58) z dif. rovnice (4.42) velmi složitá integro-diferenciální rovnice, jejíž řešení by překročilo časové a technické možnosti. Problém bylo proto třeba po formální stránce zjednodušit.

Protože odchylka oproti správné hodnotě  $\varepsilon_3$  ve vztazích (3.129), (3.130) nezpůsobuje podstatné chyby při výpočtu napětí  $\sigma_{11}$ ,  $\sigma_{22}$ , nebyla korekce (4.58) do těchto vztahů zavedena. Ve vztahu pro  $\sigma_{33}$  ovšem  $\varepsilon_3$  hraje prvořadou úlohu a nelze proť o příslušnou korekci (4.58) zanedbat. Hodnoty  $k_q$  resp.  $(1-q)$  mohou být interpretovány formálně jako součinitel parametru  $E_3$  (srovnej s tvarem (1.131)). Konstantu  $K$ , původně definovanou (4.47) je pak užitečné zvolit ve tvaru

$$\left. \begin{array}{l} K_{\text{tah}} = \frac{c}{a^0} \cdot k_q \cdot E_{3\text{tah}} \\ K_{\text{tlak}} = \frac{c}{a^0} \cdot (1-q) \cdot E_{3\text{tlak}} \end{array} \right\} \quad (4.59)$$

Pozn.: I zde ovšem zůstává rovnice integro-diferenciální. Lze však nalézt vhodný algoritmus numerického řešení, jak bude popsáno později.

Z formálního hlediska lze sloučit  $c, \mu, E_3$  do jediné konstanty  $C$ , takže pak

$$\left. \begin{aligned} K &= K_{\text{tah}} = k_q \cdot C_{\text{tah}} \quad ; \quad \text{pro } r > r_n \\ K &= K_{\text{tlak}} = (1-q) C_{\text{tlak}} \quad ; \quad \text{pro } r \leq r_n \end{aligned} \right\} \quad (4.60)$$

kde parametry  $C_{\text{tah}}, C_{\text{tlak}}, q$  je třeba volit.

### Parametr $\epsilon_p$

Poměrné prodloužení příze  $\epsilon_p$  je důsledkem seskání, t.j.  $\epsilon_p \leq 0$ . Seskání je důsledkem axiální silové rovnováhy v přízi. Principiálně by bylo možné stanovit jej pootočením souřadnic  $(x_1, x_2, x_3)$  elementu KLMNOPQR - obr. 4.3 kolem osy  $x_2 \parallel KL$  o úhel  $\beta$ . Nové normálové napětí  $\tau'_{33}$  kolineární s novou osou  $x'_3 \parallel \sigma$  (obr.4.3) by mělo, vzhledem ke složkám původního tenzoru napětí, hodnotu

$$\tau'_{33} = (\sin^2 \beta) \cdot \tau_{11} + (\cos^2 \beta) \tau_{33} + (\sin 2\beta) \tau_{13} \quad (4.61)$$

a  $\epsilon_p$  by muselo být voleno tak, aby byla splněna podmínka

$$\int_0^{\infty} 2\pi r \cdot \tau'_{33} \cdot dr = 0 \quad (4.62)$$

Dosazením za komponenty výrazu (4.61) by se v integrálu (4.62) objevily hodnoty  $R, r, \frac{dR}{dr}, \epsilon_p$ , takže rovnice (4.30) tvořily soustavu, velmi obtížně numericky řešitelnou. Vzhledem k této skutečnosti (a omezením času a úrovně použité výpočetní techniky) bylo nutno nahradit podmínku (4.62) empirickou funkcí, která  $\epsilon_p$  přímo stanovuje.

V literatuře obsažené vztahy, odvozené na geometrickém principu lze roztrdit do následujících skupin :

a) vztah typu  $-\epsilon_n = 1 - \cos \beta_n$  ; kde  $\beta_n$  je úhel  $\beta$  na neutrálním poloměru  $r_n$  . Tento vztah uvádí např. Besset / 14 /, Obuch / 134 / . Pro vyčíslení je ovšem třeba navrhnout hodnotu  $r_n$  , resp. poměr  $(r_n/r^*)$ , kde  $r^*$  .... poloměr příze. Obuch navrhuje  $(r_n/r^*) = 0,607$  , Besset pro bavlněnou přízi volí  $(r_n/r^*) = 0,5$  , v jiných variantách bývá též voleno  $(r_n/r^*) = 1/\sqrt{2}$  (Korickij / 95 / )

b) vztah typu  $-\epsilon_p = \frac{\lg^2 \beta^*}{2}$  ; kde  $\beta^*$  je úhel  $\beta$  na okraji příze, t.j. pro  $r=r^*$  = poloměr příze. Ke vzorci tohoto typu dospěli např. Braschler / 16 /, Korickij / 94 /, / 95 / Treloar / 166 / Morton a Hearle / 119 /, Gracie / 36 /, Marko a Neckář / 105 /, a.j..

Také vzorec Budnikova / 18, 19 / limituje na tento vztah (pro běžné hodnoty  $\beta^*$  je s předchozím prakticky identický).

c) empirické vztahy bývají různého analytického typu. Tak např., Bhalakrishna, Iyer a Phatarfod / 15 / uvádí vztah

$$-\epsilon_p = 1 - \frac{n}{n + P \lg^2 \beta_n + Q \lg^4 \beta_n}$$

kde  $n$  ... počet vláken v řezu přízi

$P, Q$  ... konstanty, tabelované pro  $n, \beta_n$

Salaba / 147 / navrhuje vztah

$$-\epsilon_p = 4,85 \cdot 10^{-6} \cdot a_m^{2,23}$$

kde :  $a_m$  ... zákrutový koeficient dle Phrixe.

Sokolov / 156 / navrhnul pro bavlněné příze přibližný vztah

$$-\epsilon_p = \frac{a_m^2 \cdot l_m^3}{43500}$$

Rozsáhlý experimentální průzkum seskání bavlněných přízí provedl Afončikov (dle 156/); své výsledky publikoval tabelárně.

Charakter naměřených hodnot umožňuje nahradit tabelární vyjádření regresní funkcí

$$-\epsilon_p = \frac{0,00004261 \cdot a_m^{1,9877}}{l_m^{4,33153}} \quad (4.63)$$

s korelačním koeficientem 0,987.

Protože vztah (4.63) je výsledkem rozsáhlého experimentálního šetření, a v neposlední řadě též proto, že vykazuje s rostoucím čm příze pokles hodnot  $(-\epsilon_p)$  (což je experimentálně pozorovatelné), byl tento empirický výraz zvolen jako vhodný pro výpočet parametru  $\epsilon_p$  řešené diferenční rovnice.

### 4.3.3 Okrajové podmínky

Pro model tvorby příze z plného výchozího válce vláken (viz kap.4.1) lze formulovat okrajové podmínky na základě této představy.

#### První okrajová podmínka

První okrajová podmínka vyjadřuje souosost výchozího válce a vyrobené příze. Platí :

$$\frac{R}{r=0} = 0$$

(4.64)

Odtud, přímo dle definice derivace

$$\lim_{r \rightarrow 0} \frac{R}{r} = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{dR}{dr} \quad (4.64)$$

Ze vztahu (4.34) a (4.39) pak dle předchozího vztahu:

$$\lim_{r \rightarrow 0} (1 + \varepsilon_1) = \lim_{r \rightarrow 0} \left( \frac{r}{R} \cdot \cos \beta \right) = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{dr}{dR} \quad (4.65)$$

Ze (4.35) pak

$$\lim_{r \rightarrow 0} (1 + \varepsilon_2) = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{dr}{dR} \quad (4.66)$$

Z posledních dvou vztahů lze zapsat

$$\lim_{r \rightarrow 0} (1 + \varepsilon_1) = \lim_{r \rightarrow 0} (1 + \varepsilon_2) \quad (4.67)$$

Což dosazením do (3.129), (3.130) vede na :

$$\lim_{r \rightarrow 0} \varepsilon_{11} = \lim_{r \rightarrow 0} \varepsilon_{22} \quad (4.68)$$

Protože evidentně dle (4.4) platí, že  $\lim_{r \rightarrow 0} \frac{r}{R} = 1$ , lze diferenciální rovnici (4.30) v okolí bodu  $R=r=0$  vyjádřit vztahem :

$$\lim_{r \rightarrow 0} \frac{d\varepsilon_{22}}{dr} - \lim_{r \rightarrow 0} \left( \varepsilon_{33} \cdot \frac{r}{r} \right) = 0 \quad (4.69)$$

Dosazením z (4.41) se po úpravě nalezne

$$\lim_{r \rightarrow 0} \frac{d^2 \alpha_2}{dr} = 0 \quad (4.70)$$

Přitom  $\lim_{r \rightarrow 0} \alpha = \alpha_0$  (nezaměňovat s koef. zaplnění výchozího válce  $\alpha^0$ ) je nutně vlastní hodnota různá od 0. Z (4.37) a (4.64) pak plyne

$$\lim_{r \rightarrow 0} \frac{r}{R} = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{dr}{dR} \neq 0 \quad (4.71)$$

Pro další rozbor je vhodné nalézt vztah :

$$\begin{aligned} \lim_{r \rightarrow 0} \frac{d}{dr} \left( \frac{r}{R} \right) &= \lim_{r \rightarrow 0} \frac{1 - \frac{r}{R} \cdot \frac{dR}{dr}}{R} = \\ &= \lim_{r \rightarrow 0} \frac{-\frac{1 - \frac{r}{R} \cdot \frac{dR}{dr}}{R} \cdot \frac{dR}{dr} + \frac{r}{R} \cdot \frac{d^2 R}{dr^2}}{\frac{dR}{dr}} = \\ &= - \lim_{r \rightarrow 0} \frac{1 - \frac{r}{R} \cdot \frac{dR}{dr}}{R} + \lim_{r \rightarrow 0} \frac{\frac{r}{R}}{\frac{dR}{dr}} \cdot \frac{d^2 R}{dr^2} \end{aligned}$$

(Použito l'Hopitalova pravidla). Odtud :

$$\lim_{r \rightarrow 0} \frac{d}{dr} \left( \frac{r}{R} \right) = \frac{1}{2} \lim_{r \rightarrow 0} \left[ \left( \frac{dr}{dR} \cdot \frac{r}{R} \right) \cdot \frac{d^2 R}{dr^2} \right]$$

a použitím (4.64) konečně

$$\lim_{r \rightarrow 0} \frac{d}{dr} \left( \frac{r}{R} \right) = \frac{1}{2} \lim_{r \rightarrow 0} \left( \frac{dr}{dR} \right)^2 \cdot \lim_{r \rightarrow 0} \left( \frac{d^2 R}{dr^2} \right) \quad (4.72)$$

Ze vztahu (4.34) za použití (4.39), (4.71) se nalezne:

$$\lim_{r \rightarrow 0} \frac{d\varepsilon_1}{dr} = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{\left[ \frac{d(r)}{dr(R)} \right] \sqrt{1 + (2\pi r Z)^2} - \frac{r}{R} \frac{2r(2\pi Z)^2}{2\sqrt{1 + (2\pi r Z)^2}}}{1 + (2\pi r Z)^2} = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{d(r)}{dr(R)} \quad (4.73)$$

takže vzhledem k (4.72)

$$\lim_{r \rightarrow 0} \frac{d\varepsilon_2}{dr} = \frac{1}{2} \lim_{r \rightarrow 0} \left( \frac{dr}{dR} \right)^2 \cdot \lim_{r \rightarrow 0} \left( \frac{d^2 R}{dr^2} \right) \quad (4.74)$$

Dále ze vztahu (4.35)

$$\lim_{r \rightarrow 0} \frac{d\varepsilon_2}{dr} = - \lim_{r \rightarrow 0} \left[ \left( \frac{dr}{dR} \right)^2 \cdot \left( \frac{d^2 R}{dr^2} \right) \right] \quad (4.75)$$

Z rovnice (4.36) pak

$$\lim_{r \rightarrow 0} \frac{d\varepsilon_3}{dr} = 0 \quad (4.76)$$

Derivaci  $\varepsilon_{22}$  podle  $r$  lze dle (3.130) zapsat ve tvaru :

$$\frac{d\varepsilon_{22}}{dr} = \frac{\partial \varepsilon_{22}}{\partial \varepsilon_1} \cdot \frac{d\varepsilon_1}{dr} + \frac{\partial \varepsilon_{22}}{\partial \varepsilon_2} \cdot \frac{d\varepsilon_2}{dr} + \frac{\partial \varepsilon_{22}}{\partial \varepsilon_3} \cdot \frac{d\varepsilon_3}{dr} \quad (4.77)$$

Dosazením do tohoto vztahu výrazů (4.70), (4.74) až (4.76) se úpravou nalezne

$$\lim_{r \rightarrow 0} \left[ \frac{d^2 R}{dr^2} \left( \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial \varepsilon_{22}}{\partial \varepsilon_1} - \frac{\partial \varepsilon_{22}}{\partial \varepsilon_2} \right) \right] = 0 \quad (4.78)$$

Protože limita výrazu v kulatých závorkách nemusí být obecně rovna 0, plyne ze (4.78)

$$\lim_{r \rightarrow 0} \frac{d^2 R}{dr^2} = 0 \quad (4.79)$$

Tento výraz bude užitečný v numerickém řešení. Konečně je vhodné vyjádřit limitu derivace ( $dR/dr$ ) ze vztahů (4.37) a (4.64) tvarem

$$\lim_{r \rightarrow 0} \frac{dR}{dr} = \sqrt{\frac{\omega_0}{\omega^0} (1 + \varepsilon_p)} \quad (4.80)$$

Rovněž tento výraz bude použit při numerickém řešení.

#### Druhá okrajová podmínka

Druhá okrajová podmínka vyjadřuje nulové napětí na okraji příze, tj. na okrajovém poloměru  $r = r^*$ . Jak z předchozích kapitol vyplývá, přesunou se zakrucováním na tento poloměr body, které ležely ve výchozím válci na jeho okraji  $R^*$ . Okrajová podmínka má tak tvar :

$$\frac{\tilde{\varepsilon}_{22}}{r=r^*} = 0 \quad (4.81)$$

kde  $R^* = R(r^*)$

Hodnotu  $R^*$  lze evidentně vyjádřit vztahem

$$R^* = \sqrt{\frac{T(1 + \varepsilon_p)}{\pi \cdot \omega^0 \cdot \rho_m}} \quad (4.82)$$

- kde :  $T$  .... lineární hmotnost příze  
 $\alpha^0$  .... koef. zaplnění výchozího válce  
 $\beta_m$  .... měrná hmotnost vláknenného materiálu  
 $\epsilon_p$  .... poměrné prodloužení zakrucováním ( $\epsilon_p \leq 0$ )

#### 4.3.4 Numerické řešení

Pro určení numerického řešení je vhodné nejprve shromáždit všechny potřebné vztahy do jednotného přehledu :

#### Přehled vztahů používaných pro numerické řešení

Tabulka 4.1

Ze vztahů č.	V z t a h	Označení v přehledu
(4.30) (4.45)	$c\epsilon_{22} + r \frac{d(c\epsilon_{22})}{dr} - c\epsilon_{33} \frac{r}{\rho} - c\epsilon_{24} \frac{r}{\beta} = 0$	I.
(3.129) (4.45) (4.46) (4.4) (4.39)	$\frac{r}{\beta} c\epsilon_{11} = 2 \frac{1+\epsilon_1}{1+\epsilon_2} \left[ \frac{I_1}{\lambda^{A+1}} - J_1 \right] \frac{1}{1+(2\pi r Z)^2} \cdot \frac{1}{A+1}$ $\left. \begin{aligned} I_1 &= I(a, b, c, m) \\ J_1 &= J(a, b, n) \end{aligned} \right\} \text{kde: } a = (1+\epsilon_1)^2 (1+\epsilon_2)$ $b = (1+\epsilon_2)^2 (1+\epsilon_3)$ $c = 1 - \lambda$ $m = A + 1$ $n = -0,5$	II.
(3.130) (4.45) (4.46)	$c\epsilon_{22} = 2 \frac{1+\epsilon_2}{1+\epsilon_1} \left[ \frac{I_2}{\lambda^{A+1}} - J_2 \right] \frac{1}{A+1}$ $\left. \begin{aligned} I_2 &= I(a, b, c, m) \\ J_2 &= J(a, b, n) \end{aligned} \right\} \text{kde: } a = (1+\epsilon_2)^2 (1+\epsilon_3)$ $b = (1+\epsilon_1)^2 (1+\epsilon_3)$ $c = 1 - \lambda$ $m = A + 1$ $n = -0,5$	III.

<p>(4.41) (4.47)</p>	$(c\epsilon_{33}) \frac{r}{\rho} = K \frac{a(2\pi rZ)^2 [(1+\epsilon_p) \sqrt{1+(2\pi rZ)^2} - 1]}{1+(2\pi rZ)^2}$	<p>IV</p>
<p>(3.62)</p>	$I(a,b,c,m) = \int_0^1 \frac{[\sqrt{a+t^2(b-a)} - c]^m}{\sqrt{a+t^2(b-a)}} dt$	<p>V</p>
<p>(3.92) (3.93) (3.94) (3.95)</p>	$J(a,b,n=-0.5) = \frac{1}{\sqrt{b-a}} \ln \frac{1+\sqrt{\frac{a}{b-a}+1}}{\sqrt{\frac{a}{b-a}}}; b>a$ $= \frac{1}{\sqrt{a}}; b=a$ $= \frac{1}{\sqrt{a-b}} a \operatorname{arcsin} \sqrt{\frac{a-b}{a}}; b<a$	<p>VI</p>
<p>(4.34) (4.39)</p>	$1+\epsilon_1 = \frac{r}{R} \cdot \frac{1}{\sqrt{1+(2\pi rZ)^2}}$	<p>VII</p>
<p>(4.35)</p>	$1+\epsilon_2 = \frac{dr}{dR}$	<p>VIII</p>
<p>(4.36) (4.39)</p>	$1+\epsilon_3 = (1+\epsilon_p) \sqrt{1+(2\pi rZ)^2}$	<p>IX</p>

(4.37)	$u = \frac{u^0}{1+\epsilon_p} \cdot \frac{R}{r} \cdot \frac{dR}{dr}$	X
(4.60)	$K = K_{\text{tah}} = k_g \cdot C_{\text{tah}} ; \quad r > r_n$ $= K_{\text{lak}} = (1-q) \cdot C_{\text{lak}} ; \quad r \leq r_n$	XI
(4.49)	$r_n = \frac{1}{2\sigma Z} \sqrt{\frac{1}{(1+\epsilon_p)^2} - 1}$	XII
(4.57) (4.55)	$k_g = 1 - q(1 - k_1) ;$ <p>kde:</p> $k_1 = \frac{\int_0^{\infty} (1+\epsilon_p) u r dr - \int_0^{\infty} \frac{u r dr}{\sqrt{1+(2\sigma r Z)^2}}}{\int_{r_n}^{\infty} (1+\epsilon_p) u r dr - \int_{r_n}^{\infty} \frac{u r dr}{\sqrt{1+(2\sigma r Z)^2}}}$	XIII
(4.63)	$\epsilon_p = \frac{-4,261 \cdot 10^{-5} \cdot a_m^{1,80577}}{(\epsilon_m)^{0,233558}}$ <p>kde: <math>a_m = \frac{Z}{\epsilon_m^{2/3}}</math></p>	XIV
(4.64)	$\frac{R}{r} = 0$ <p><math>r=0</math></p>	XV
(4.64) (4.65) (4.66) (4.67)	$\lim_{r \rightarrow 0} \frac{R}{r} = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{dR}{dr} = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{1}{1+\epsilon_1} =$ $= \lim_{r \rightarrow 0} \frac{1}{1+\epsilon_2} = \sqrt{\frac{du^0}{u^0} (1+\epsilon_p)}$	XVI

(4.36) (4.39)	$\lim_{r \rightarrow 0} (1 + \varepsilon_3) = (1 + \varepsilon_p)$	XVII
(4.79)	$\lim_{r \rightarrow 0} \frac{d^2 R}{dr^2} = 0$	XVIII
(4.68) (3.99) (3.127) (4.45)	$\lim_{r \rightarrow 0} (c\varepsilon_{11}) = \lim_{r \rightarrow 0} (c\varepsilon_{22}) =$ $= \frac{2}{A+1} \cdot \frac{(1 + \frac{\varepsilon^A}{\lambda})^{A+1} - 1}{1 + \varepsilon^A}$ <p>kde: <math>(1 + \varepsilon^A) = \sqrt{\frac{\sigma_0}{\sigma_0}}</math> *)</p>	XIX
(4.81)	$c\varepsilon_{22} / \Big _{r=r^*} = 0$ $R^* = R(r^*)$	XX
(4.82)	$R^* = \sqrt{\frac{T(1 + \varepsilon_p)}{\varepsilon \sigma_0 \rho_m}}$	XXI
(4.44)	$\lambda = 1 - \sqrt{\frac{\sigma_0 \cdot 2\sqrt{3}}{\varepsilon}}$	XXII

\*) Výraz  $(1 + \varepsilon^A)$  byl v rovnici (3.99) (rovinný problém) roven  $(1 + \varepsilon_1)$ ; po zavedení prostorové napjatosti je nutno použít  $(1 + \varepsilon^A) = (1 + \varepsilon_1^A)$  kde  $(1 + \varepsilon_1^A)$  je určeno z rovnice (3.112) jako  $(1 + \varepsilon_1) \sqrt{1 + \varepsilon_3}$ ; v  $r \rightarrow 0$  je nutno použít (XVII) a (XVI), což vede na uvedený konečný výraz.

V uvedeném přehledu vztahů se vyskytují následující konstanty :

$T, \text{ resp. } (cm)$	...	délková hmotnost příze, resp. její převrácená hodnota		
$Z$	...	zákrut příze		
$\rho_m$	...	měrná hmotnost vláken		
$A$	}	konstanty, charakterizující defor-		
$C_{tlak}$			...	movatelnost vláknenného kontinua
$C_{tah}$				
$q$	...	charakteristika kompenzace napětí ve vláknech přesunem z centrální do okrajové oblasti		

Všechny ostatní veličiny a funkce jsou definovány na základě uvedených konstant vztahy (I) až (XXII).

Aby bylo možno numerický postup řešení snáze objasnit, předpokládejme prozatím, že též  $K = \text{konst.}$  Přechod od  $K = \text{konst.}$  ke  $K$  určenému funkcí (XI) bude popsán později.

V případě  $K = \text{konst.}$  (tj.  $K_{tah} = \text{konst.}$ ,  $K_{tlak} = \text{konst.}$ ) je vztah (I) po dosazení obyčejnou diferenciální rovnicí 2. řádu, s okrajovými podmínkami (XV) a (XX); analytický tvar je typu  $f(r, R, \frac{dR}{dr}, \frac{d^2R}{dr^2})$  a nelze jej upravit do žádné speciálnější formy (např. explicitně vyjádřit druhou derivací apod.). Tato skutečnost zužuje možnosti výběru vhodné numerické metody.

Při návrhu numerické metody je nejprve nutno vyřešit problém okrajových podmínek. Po rozboru a konzultaci s odbornými pracovníky MÚ ČSAV / 141 / byla zvolena

tzv. metoda střelby/ 4 /. Místo okrajové podmínky (XX) se provádí odhad derivace  $\frac{dR}{dr}$  pro  $r = 0$ . Vzhledem k (XVI) je zřejmé, že tento odhad lze provést odhadem hodnoty  $\mu_0$  koeficientu zaplnění v ose příže ( $r = 0$ ). Diferenciální rovnici (I) je nyní možno řešit s počátečními podmínkami (XV) a (XVI). Po výpočtu primitivní funkce je třeba ověřit, zda je splněna okrajová podmínka (XX). Není-li, je nutno volit jiný odhad a proces výpočtu opakovat s neustále novými odhady tak dlouho, až nalezená primitivní funkce splňuje s potřebnou přesností též okrajovou podmínku (XX). Z charakteru diferenciální rovnice vyplývá, že zvolí-li se příliš velký odhad  $\mu_0$ , pak  $c\tilde{\epsilon}_{22} = 0$  pro  $R < R^*$  a naopak. Odtud plyne možnost stanovit posloupnost odhadů hodnot  $\mu_0$  tak, aby nalézané primitivní funkce konvergovaly k požadovanému řešení.

Pozn.: Průběh výpočtů na počítači nevykazoval numericou nestabilitu, která je jinak, dle / 4 /, při použití metody střelby poměrně snadno možná.

Vlastní řešení primitivní funkce je prováděno krokovou metodou (s ekvidistantním krokem).

První odhad funkční hodnoty  $R$  v dalším kroku je řešen extrapolací Lagrangeovým polynomem / 130 /, derivace  $\frac{dR}{dr}$  je vypočítávána numericky dle vzorců v / 130 /, rovněž na bázi Lagrangeova polynomu (maximálně  $n = 5$ ). Pro stanovení prvních bodů hledané primitivní funkce  $R = R(r)$  je třeba použít vztahů (XVI) až (XIX). Vzhledem k (XVIII) je možno v okolí  $r = 0$  považovat  $\frac{R}{r} = \frac{dR}{dr} = konst.$  (průběh s nulovou křivostí).

Důsledkem dále je, že též  $(c\tilde{\epsilon}_{11}) = (c\tilde{\epsilon}_{22}) = konst.$  a  $d(c\tilde{\epsilon}_{22})/dr = 0$  (vše v okolí  $r = 0$ ). V dalších krocích byla derivace  $d(c\tilde{\epsilon}_{22})/dr$  též vypočítávána numericky.

Pozn.: Potřebné integrály typu (V) jsou počítány dle Simpsonova vzorce.

Celý program řešení byl zpracován pro stolní kalkulaátor Hewlett Packard 9810A se 111 registry, 2036 programovými kroky a připojenou termotiskárnou a magnetopáskovou jednotkou. Program byl označen názvem DIROP a je uveden v příloze I.

Dosavadní nástin numerického postupu se dotýkal varianty, kdy  $K = \text{konst.}$  Začlenění nekonstantního  $K$ , dle (XI) je řešeno vytvářením posloupnosti odhadů  $K$ , konvergující k požadované hodnotě.

První odhad  $K$  (tj.  $K_{\text{tah}}$  a  $K_{\text{tlak}}$ ) je v tomto postupu vložen do programu DIROP a poté určena primitivní funkce a dle (X) též průběh koeficientů zaplnění v závislosti na  $r$  ( $\mu = \mu(r)$ ), vše v tabelární formě. Takto zjištěná funkce  $\mu = \mu(r)$  je nahrazována polynomem (8. stupně) obvyklým regresním výpočtem.

Regresní vyjádření  $\mu = \mu(r)$  je poté dosazeno do (XIII), vypočteny hodnoty  $k_1, k_q$  a dle (XI) hodnoty  $K$  (tj.  $K_{\text{tah}}, K_{\text{tlak}}$ ).

Takto získané hodnoty jsou porovnávány se vstupními odhady a není-li dosaženo potřebné shody, slouží jako nové odhady  $K$  do řešení (programu DIROP). Praktické výpočty ukazují, že tento postup je konvergentní a poměrně velmi rychle vede ke shodě vstupních odhadů s následně vypočtenými hodnotami  $K$ .

Pozn.: Je však třeba konstatovat, že uvedené numerické řešení je velmi náročné na strojní čas. Řešení dif. rovnice programem DIROP trvá přibližně 15 hodin (v závislosti na požadavcích přesnosti) a

vzhledem ke  $K$  je třeba výpočetní proces i při zkušenosti s numerickými hodnotami opakovat nejméně 3-4x. Nejkratší době řešení jedné příze je tak cca 50 hodin na výpočetní technice.

Závěrem je nutno ještě jednou zdůraznit, že jedním z výsledků výpočtu je radiální průběh koeficientu zaplnění  $\mu$ ; způsob výpočtu je zřejmý ze vztahu (X).

## 5. EXPERIMENTÁLNÍ METODY A EXPERIMENTY

## 5.1 Volba měřených veličin a vztahů

Výsledkem dosud popsané teoretické koncepce je možnost stanovit výpočtem průběh primitivní funkce  $R = R(r)$ , dále radiální průběh všech (normálových) napětí (přesněji průběh jejich poměrů) a konečně průběh koeficientu zaplnění  $\mu = \mu(r)$ . Pro ověření teoretických závěrů se nejlépe hodí posledně jmenovaná závislost, neboť vyjadřuje rozložení hmoty vláken v útvaru příze. Ostatní závislosti lze experimentálně ověřit jen velmi obtížně, neboť buď jde o rozložení napětí a v útvaru tak malém, jako příze nelze dost dobře umístit čidla pro měření napětí nebo se jedná o měření funkce  $R = R(r)$ , což je ve své podstatě charakteristika procesu tvorby příze, který probíhá ve velmi malém prostoru a krátkém čase (v prostoru řádově  $10^{-3}$  /mm<sup>3</sup> / a čase řádově  $10^{-3}$  /sec/).

Z uvedených důvodů bylo nutno orientovat ověření teor. modelu výhradně na funkci  $\mu = \mu(r)$ , která charakterizuje hotovou přízi. Z experimentálního hlediska se jeví principiálně 2 možnosti měření, a to :

- a) experimentální stanovení celého průběhu funkce  $\mu = \mu(r)$
- b) experimentální stanovení některých charakteristických bodů funkce  $\mu = \mu(r)$

V experimentech konaných v souvislosti s touto prací byly použity oba možné postupy. Varianta ad a) je zřejmě úplnější (a v tomto smyslu správnější), je však, jak bude uvedeno dále, experimentálně velmi pracná; proto byla realizována pouze u několika vybraných přízí.

Varianta ad b) je experimentálně poměrně snadná v případě, hledá-li se (jako charakteristický bod) poloměr  $r$

příze (polovina průměru příze). Tato měření byla prováděna pro široký rozsah přízí.

## 5.2. Teorie použitých experimentálních metod a vyhodnocení jejich výsledků

---

### 5.2.1 Radiální průběh koeficientu zaplnění na přístroji OMEST

#### 5.2.1.1 Princip metody

Radiální průběh koeficientu zaplnění není doposud běžně měřenou charakteristikou příze a proto se nelze zcela opřít o tradiční prověřené experimentální postupy.

Z dosud používaných metod studia vnitřní struktury příze se nabízí 2 alternativy experimentálního postupu, založené buď na proměření příčných řezů přízí nebo na principu sledování značeného vlákna v přízi jejím ponořením do vhodné imersní kapaliny (metoda Mortona, původně navržená v /117, 118/).

Metodu založenou na sledování příčných řezů použili úspěšně Hickie a Chaikin / 60 / při studiu radiálního průběhu koeficientu zaplnění u česaných vlněných přízí. Značnou nevýhodou tohoto postupu je však jeho neobyčejná pracnost.

Poněkud méně pracná se jeví metoda založená na principu sledování značeného vlákna, zejména je-li využito aparatury OMEST.

Pozn.: Princip přístroje OMEST a jeho tradiční použití je popsáno v řadě publikací /77, 78, 81, 158, 159, 160, 161/. Zde se omezíme pouze na konstatování, že přístroj umožňuje m.j. získávat fotografie dvou

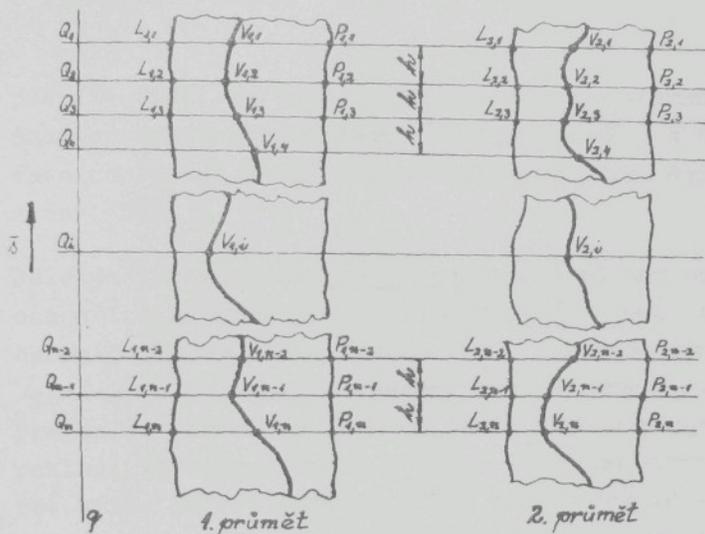
vzájemně kolmých průmětů značeného vlákna.

Vzájemně kolmé průměty značeného vlákna definují jeho uložení v prostoru - prostorovou křivku. (Tuto křivku je užitečné digitalizovat zvětšením fotografického negativu a proměřením souřadnic mnoha bodů.)

Z prostorových křivek mnoha značených vláken lze poté (vhodným výpočetním postupem) určit rozložení jejich hmoty kolem osy příze. Předpokládá-li se, že značená (tj. vhodně obarvená) vlákna se jako celek chovají v procesu tvorby příze stejně jako vlákna ostatní, pak rozložení hmoty značených vláken kolem osy příze je úměrné rozložení všech vláken kolem této osy; přitom celková hmotnost vláken v přízi plyne z lineární hmotnosti ("čísla") příze. Je tedy zřejmé, že proměřením dostatečného počtu značených vláken lze při znalosti lineární hmotnosti příze stanovit výpočtem radiální průběh koeficientu zaplnění.

Logika této úvahy vyplyne podrobněji z následující kapitoly.

5.2.1.2 Teorie metody



Obr. 5.1

Nechť jsou dány dva vzájemně kolmé průměty úseku příze, který obsahuje značené vlákno (obr.5.1). Dále nechť je dán směr  $\vec{s}$  osy promítání (směr průsečnice kolmých průmětů). Pak bez újmy na obecnosti lze považovat každou přímku  $Q_i \parallel \vec{s}$  za osu promítání. Na zvolené přímce lze stanovit body  $Q_i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) tak, aby pro všech  $i > 1$  platilo  $\|Q_{i-1} Q_i\| = h$  (ekvidistantní intervaly). Body  $V_{1,i}, V_{2,i}$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) jsou průměty (první a druhý) bodů  $V_i$  značeného vlákna (obr.5.1). Označí-li se:

$$\left. \begin{aligned} \|V_{1i} Q_i\| &\equiv x_i \\ \|V_{2i} Q_i\| &\equiv y_i \\ \|Q_i Q_i\| &\equiv x_i \end{aligned} \right\} \quad (5.1)$$

pak lze říci, že každý bod  $V_i$  značeného vlákna je určen prostorovými souřadnicemi  $(x_i, y_i, x_i) \equiv V_i$  a tyto souřadnice lze stanovit přímo odměřením příslušných úseků z obr. 5.1.

Dále je třeba určit osu o příze. Z názoru vyplývá, že osa příze by měla procházet "uprostřed" mezi čarami, ohraničujícími obrysy příze (t.j. 1. průmět mezi čarami  $L_{1,1}, L_{1,2}$  a  $P_{1,1}, P_{1,2}$ , 2. průmět mezi čarami  $L_{2,1}, L_{2,2}$  a  $P_{2,1}, P_{2,2}$ ). Pro další řešení je zaveden ještě zjednodušující předpoklad, že osa příze je přímka. (Což lze připustit, neboť příze je v přístroji OMEST vedena pod mírným napětím, takže je "marovnaná") Pak postačí k definici osy příze definovat pouze její 2 body (zde označené dále jako bod A a B).

Pro potřeby této práce byla navržena následující definice bodů

- při značení obecně :

$$\left. \begin{aligned} \|Q_i L_{ki}\| &= l_{ki} \\ \|Q_i P_{ki}\| &= p_{ki} \end{aligned} \right\} \quad (5.2)$$

je :

$$\left. \begin{aligned} x_A &= \frac{1}{6} \sum_{i=1}^3 (l_{1i} + p_{1i}) \\ y_A &= \frac{1}{6} \sum_{i=1}^3 (l_{2i} + p_{2i}) \\ x_B &= x_2 = \|Q_1 Q_2\| \end{aligned} \right\} \quad (5.3)$$

$$\left. \begin{aligned} x_B &= \frac{1}{6} \sum_{i=0}^n (l_{1i} + p_{1i}) \\ y_B &= \frac{1}{6} \sum_{i=0}^n (l_{2i} + p_{2i}) \\ x_B &= x_{n-1} = \|Q_1 Q_{n-1}\| \end{aligned} \right\} \quad (5.4)$$

Pozn.: Průměr z právě 3 "levých" a 3 "pravých" obrysových bodů příze (Obr.5.1) není obecně nutný; průměr z výrazně většího počtu bodů by však neúnosně prodlužoval i tak časově značně náročný experiment.

Rovněž zde je zřejmé, že potřebné délky lze odečíst přímo z grafického záznamu - obr.5.1.

Body A,B definovaná osa příze (přímka  $o \equiv AB$ ) dovoluje provést některou ortogonální transformaci souřadnic takovou, aby v nové souřadné soustavě  $(x', y', z')$  byla osa  $o$  příze identická se souřadnou osou  $z'$ .

V novém souřadném systému budou ovšem body  $V_i$  (obr.5.1) značeného vlákna mít nové souřadnice označené :

$$V_i \equiv (x'_i, y'_i, z'_i) \quad (5.5)$$

a body A,B osy příze budou mít souřadnice

$$\begin{aligned} A &\equiv (0, 0, z'_A) \\ B &\equiv (0, 0, z'_B) \end{aligned} \quad (5.6)$$

Pravouhlé kartézské souřadnice  $(x', y', z')$  lze převést do cylindrických známými převodními vztahy

$$\begin{aligned}
 r &= \sqrt{(x')^2 + (y')^2} \\
 \operatorname{tg} \varphi &= \frac{y'}{x'} \\
 f &= z'
 \end{aligned}
 \tag{5.7}$$

takže konečné body  $V_i$  značeného vlákna lze vyjádřit cylindrickými souřadnicemi

$$V_i = (r_i, \varphi_i, f_i) \tag{5.8}$$

Další úvahy vychází důsledně z těchto cylindrických souřadnic. Dále se pro každou dvojici bodů  $V_i, V_{i+1}$  (viz obr.5.1) používá název dvojice sousedních bodů.

V dalším rozboru jsou tedy podrobněji sledovány průběhy křivky vlákna mezi sousedními body  $V_i = (r_i, \varphi_i, f_i)$ ,  
 $V_{i+1} = (r_{i+1}, \varphi_{i+1}, f_{i+1})$

Jsou-li známy souřadnice sousedních bodů, lze navrhnout vhodnou metodu interpolace křivky vlákna mezi nimi. Nejobecnější teoretickou křivkou vlákna, která byla v literatuře dosud popsána, je křivka na bázi ideálně migračního modelu (např. / 169 /), kterou lze charakterizovat následující dvojicí diferenciálních rovnic :

$$r \, dr = K \, d\varphi \tag{5.9}$$

$$\operatorname{tg} \beta = 2\pi r Z = \frac{r \, d\varphi}{df} \tag{5.10}$$

kde  $K$  je konstanta úměrnosti a  $Z$  značí zákrut příze.

Pozn.: Rovnice (5.9) není zcela přesná; je pouze aproximací složitějšího výrazu, který vede integrací na eliptický integrál. V / 169 / je však dokázá-

no, že vztah typu (5.9) je pro všechny možné praktické případy dostatečně přesný. Vztah (5.10) srovnaj též s rovnicí (4.38).

Integrací (5.9) a (5.10) se získá :

$$r^2 = k\varphi + c \quad (5.11)$$

$$2\pi Z f = \varphi + q \quad (5.12)$$

přičemž  $k, c, q, (2\pi Z)$  jsou vhodné konstanty.

Protože křivka vlákna v přízi, popsaná rovnicemi (5.11), (5.12) musí procházet oběma sousedními body  $V_i, V_{i+1}$ , lze konstanty vztahů vypočítat dosazením souřadnic uvedených bodů. Výpočtem se nalezne :

$$k = \frac{\Delta r^2}{\Delta \varphi} \quad (5.13)$$

$$c = r_i - k \frac{\Delta \varphi}{\Delta \varphi} \quad (5.14)$$

$$q = f_i \frac{\Delta \varphi}{\Delta f} - \varphi_i \quad (5.15)$$

$$2\pi Z = \frac{\Delta \varphi}{\Delta f} \quad (5.16)$$

kde je použito označení

$$r_i^2 - r_{i+1}^2 = \Delta r^2 \quad (5.17)$$

$$\varphi_i - \varphi_{i+1} = \Delta \varphi \quad (5.18)$$

$$f_i - f_{i+1} = \Delta f \quad (5.19)$$

Dosazením uvedených výrazů do (5.11) (5.12) se nalezná:

$$r^2 - r_i^2 = (\varphi - \varphi_i) \frac{\Delta r^2}{\Delta \varphi} \quad (5.20)$$

$$f - f_i = (\varphi - \varphi_i) \frac{\Delta f}{\Delta \varphi} \quad (5.21)$$

což je ideálnímu migračnímu modelu odpovídající interpolace křivky vlákna mezi sousedními body

Derivuje-li se nyní (5.30) a (5.21), získá se :

$$2r dr = \frac{\Delta r^2}{\Delta \varphi} d\varphi \quad (5.22)$$

$$df = \frac{\Delta f}{\Delta \varphi} d\varphi \quad (5.23)$$

a odtud přímo plyne

$$2r dr = \frac{\Delta r^2}{\Delta f} df \quad (5.24)$$

Pro diferenciál délky vlákna lze v cylindrických souřadnicích psát :

$$dl = \sqrt{(r d\varphi)^2 + (dr)^2 + (df)^2} \quad (5.25)$$

což dosazením z (5.22), (5.23), (5.24) vede na tvar :

$$dl = \sqrt{4r^2 \left(\frac{\Delta \varphi}{\Delta r^2}\right)^2 + 4r^2 \left(\frac{\Delta f}{\Delta r^2}\right)^2 + 1} dr \quad (5.26)$$

$\Delta r^2 \neq 0$

Pokud je speciálně  $\Delta r^2 = 0$  potom je z (5.22) též

$dr = 0$  , takže (5.25) v tomto případě přejde použitím (5.23) do tvaru :

$$dl = \sqrt{r^2 \left(\frac{\Delta\varphi}{\Delta\xi}\right)^2 + 1} d\xi ; \frac{\Delta r^2 = 0}{\Delta\xi \neq 0} \quad (5.27)$$

Pozn.: Jak je zřejmé, je v případě vyhodnocování popísaného experimentu podmínka  $\Delta\xi \neq 0$  vždy splněna.

Integrací  $dl$  (v případě (5.26) pouze numerickou) lze stanovit délku vlákna v daných mezích. (Konstanty  $\Delta\varphi, \Delta r^2, \Delta\xi$  jsou přitom určeny ze souřadnic sousedních bodů vztahy (5.17), (5.18), (5.19)).

Pro stanovení radiálního průběhu koeficientu zaplnění je třeba zjišťovat, jak jsou délky úseků vláken, ohraničených sousedními body  $V_i, V_{i+1}$ , rozloženy po poloměru. K tomuto účelu je třeba rozdělit poloměr  $r$  ( $r \geq 0$ ) na třídní intervaly (výhodně s konstantní šířkou třídy). Hranice tříd jsou označeny symboly  $r_j$  ( $j = 0, 1, 2, \dots$ ) a o obecném poloměru  $r$  platí, že je ve třídě  $(j+1)$ , jestliže  $r \in \langle r_j, r_{j+1} \rangle$ .

Sousední body  $V_i, V_{i+1}$  značeného vlákna mají souřadnice poloměru  $r_i, r_{i+1}$ . Pro další řešení je třeba označit :

$$\begin{aligned} r_i &= r_{\min} ; r_{i+1} = r_{\max} ; \text{pro } r_i < r_{i+1} \\ r_i &= r_{\max} ; r_{i+1} = r_{\min} ; \text{pro } r_i > r_{i+1} \\ r_i &= r_{i+1} = r_{\text{konst.}} ; \text{pro } r_i = r_{i+1} \end{aligned} \quad (5.28)$$

Nejprve je řešen případ  $r_i \neq r_{i+1}$ . V tomto případě je interval  $(r_{\min}, r_{\max})$  nenulový a může obsahovat též hranice  $r_j$  některých tříd. Z hodnot  $r_{\min}, r_{\max}$  a hranic tříd  $r_j \in (r_{\min}, r_{\max})$  lze vytvořit rostoucí posloupnost:

$$r_{\min}, r_k, r_{k+1}, \dots, r_{k+m}, r_{\max}$$

kde  $r_j \in (r_{\min}, r_{\max})$  pro přirozená  $j = k, k+1, \dots, k+m$ . Pak interval  $(r_{\min}, r_k)$  přísluší do  $k$ -té třídy, interval  $(r_k, r_{k+1})$  do třídy  $(k+1)$  atd až interval  $(r_{k+m}, r_{\max})$  do třídy  $(k+m+1)$ . Pro výpočet délek vláken, jež se vyskytují v jednotlivých třídách, je nyní nutno vypočítávat integrály (z (5.26)):

$$l_k = \int_{r=r_{\min}}^{r_k} dl$$

$$l_{k+1} = \int_{r=r_k}^{r_{k+1}} dl$$

$$\vdots$$

$$l_{k+m+1} = \int_{r=r_{k+m}}^{r_{\max}} dl$$

a zařazovat (načítat) je do tříd  $k, k+1, \dots, k+m+1$ .

Pozn.: Jestliže v intervalu  $(r_{\min}, r_{\max})$  neleží ani jedna hranice třídy, postačí samozřejmě stanovit a začlenit tuto délku do třídního intervalu, který obsahuje interval  $(r_{\min}, r_{\max})$ . Totéž platí pro případ, kdy  $r_i = r_{i+1} = r_{\text{konst.}}$  s tím, že je třeba integrovat vztah (5.27).

Pokud se doposud popsany postup provede pro všechny úseky (ohrazené sousedními body  $V_i, V_{i+1}$ ) všech proměřených značených vláken, nalezne se jako výsledek histogram rozložení délek značených vláken po poloměru příze, který je východiskem pro určení radiálního průběhu koeficientu zaplnění.

Pro získaný histogram rozložení délek je použito následující značení :  $i$ ... poř.číslo intervalu,  $L_i$ ... celková délka značených vláken nasčítaná v  $i$ -tém třídním intervalu,  $\Delta r$ ...šířka třídy (konstantní),  $\bar{r}_i$  ... střed třídy. Lineární hmotnost proměřeného úseku příze délky  $a$  a váhy  $G$  je

$$T = \frac{G}{a} \quad (5.29)$$

Označí-li se dále :  $\nu$  ... podíl značených vláken v přízi ( $1 > \nu \approx 0,005$ ),  $F_\nu$  ...plocha kolmého řezu průměrným vláknem,  $\rho_m$  ... měrná hmotnost vláken, lze váhu  $G$  příze vyjádřit tvarem

$$G = \frac{F_\nu \rho_m \sum_i L_i}{\nu} \quad (5.30)$$

Z těchto výrazů plyne

$$\frac{F_\nu \rho_m}{\nu} = \frac{T a}{\sum_i L_i} \quad (5.31)$$

Váha  $G_i$  vláken v  $i$ -té třídě je pak zřejmě při použití (5.31) :

$$G_i = \frac{F_\nu \rho_m L_i}{\nu} = L_i \frac{T a}{\sum_i L_i} \quad (5.33)$$

a jejich objem  $V_{ri}$  lze vyjádřit vztahem:

$$V_{ri} = L_i \frac{T a}{\rho_m \sum_i L_i} \quad (5.34)$$

Celkový objem  $V_i$   $i$ -té třídy je :

$$V_i = 2\pi \bar{r}_i \Delta r \cdot a \quad (5.35)$$

Konečně koeficient zaplnění  $\mu_i$  i-té třídy je z (5.34) a (5.35) určen výrazem :

$$\left. \begin{aligned} \mu_i &= \frac{V_{ri}}{V_i} = \frac{L_i}{\alpha \cdot \bar{r}_i} \\ \alpha &= \frac{1}{T} \cdot 2\pi \rho_m \cdot \Delta r \cdot \sum_i L_i \end{aligned} \right\} \quad (5.36)$$

Tento vzorec dovoluje vypočítat koeficienty zaplnění v jednotlivých třídách poloměru.

- Pozn.: 1) Jestliže absolutní chyba měření  $L_i$  je nezávislá na  $i$ , pak je ze vzorce (5.36) zřejmé, že chyba vyčísleného koeficientu zaplnění klesá hyperbolicky s růstem  $r_i$ ; Hodnoty budou tedy nejméně přesné v okolí kolem osy příze (v prvních poloměrových třídách)
- 2) Odvozený postup zpracování experimentálních výsledků předpokládá, že plocha příčného řezu  $F_v$  vlákna je nezávislá na  $i$ , t.j. že v přízi nedochází k rozdělení hrubých a jemných vláken po poloměru.

Popsaným způsobem vyhodnocení lze dále získat též některé jiné charakteristiky příze. První z nich je "zákrut" a jeho distribuce. Pojem "zákrut" lze interpretovat dvojím způsobem :

- jako počet otáček vložených do jednotky délky příze, t.j. veličina příslušná celé přízi (obvyklá interpretace v prádelnické technologii a textilním zkušebnictví)
- jako podíl tangenty úhlu  $\beta$ , jenž přísluší diferenciálu vybraného vlákna, ku obvodu kruhu, na němž diferen-

ciál leží (neboť z (5.10) resp. (4.38) plyne

$$Z = \frac{\text{tg}\beta}{2sr}.$$

Tento zákrut lze z (5.10) vyjádřit též vztahem

$$Z = \frac{d\varphi}{2s} / d\delta, \quad \text{odkud je diferenciální charakter jeho definice zřejmý. Takto definovaný zákrut}$$

přísluší tedy každému bodu každého vlákna příze a v jedné přízi může být bod od bodu různý.

Pro zjednodušení symboliky nebyly dosud tyto dva druhy zákrutu rozlišeny v označení. Z hlediska experimentů je však třeba je důsledně odlišovat. Zákrut ad a) bude proto označován  $Z_p$ , zákrut definovaný ad b) bude značen symbolem  $Z_d$ . Vzorec (5.10) je pak ovšem nutno zapsat přesněji tvarem

$$\text{tg}\beta = 2sr Z_d = \frac{r d\varphi}{d\delta} \quad (5.37)$$

Použitím (5.23) se pak nalezne

$$Z_d = \frac{\text{tg}\beta}{2sr} = \frac{1}{2s} \cdot \frac{\Delta\varphi}{\Delta\delta} \quad (5.38)$$

Tento vztah vyjadřuje a umožňuje z experimentů vyčís- lit hodnotu zákrutu  $Z_d$  příslušnou úseku značeného vlák- na mezi sousedními body ( $V_i$  a  $V_{i+1}$ ).

Vyjádří-li se hodnoty  $Z_d$  pro všechny úseky všech sle- dovaných (značených) vláken, je možno vytvořit histogram rozložení četností  $Z_d$  v přízi.

Pozn.: V případě šroubovicového či ideálně migračního modelu platí pro všechny body všech vláken jed- né modelové příze  $Z_d = Z_p = \text{konst}$ ; histogram rozlo- žení četností  $Z_d$  tak může posloužit k testování adekvátnosti těchto modelů s reálnou přízí.

Další veličinou, kterou lze z naměřených hodnot stanovit je veličina, již lze nazvat charakteristika migrace  $\alpha$ . Průmět migrujícího vlákna do roviny kolmé k přízi protíná kružnici s poloměrem  $r$  pod úhlem  $\beta$ , přičemž je známo, že platí

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{dr}{r d\varphi} \quad (5.39)$$

Dosazením z (5.22) lze nalézt

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{\Delta r^2}{2r^2 \Delta \varphi} \quad (5.40)$$

a charakteristika migrace  $\alpha$  je definována vztahem:

$$\alpha = r^2 \cdot \operatorname{tg} \beta = \frac{1}{2} \cdot \frac{\Delta r^2}{\Delta \varphi} \quad (5.41)$$

Pozn.: 1) V případě ideálně migračního modelu je  $|\alpha|$  nezávisle pro všechny body (úseky) všech vláken v přízi konstanta. Proto  $\alpha$  resp.  $|\alpha|$  může též dobře sloužit k testování adekvátnosti migračního modelu s reálnou přízí.

2) V této práci nejsou histogramy charakteristiky migrace  $\alpha$  vyčísleny; podle popsané metody jsou však stanoveny např. v / 22 /.

V této kapitole popsaný způsob vyhodnocení souřadnic bodů značených vláken byl zpracován (pro počítač HP 9810 A se snímačem děrné pásky) do programu VSOP ("Vnitřní struktura OMESTEM proměřené příze"), který byl poté používán ve všech dále uvedených konkrétních případech měření. Program VSOP je uveden v příloze II.

### 5.2.1.3 Experimentální postup

Provedení celého experimentu se v principu skládá z následujících operací :

- 1) Výroba experimentální příze
- 2) Příprava příze pro OMEST
- 3) Fotografování značených vláken v přístroji OMEST a vyvolání negativů
- 4) Vyhodnocení negativů do souřadnic bodů značených vláken
- 5) Děrování a výpočetní zpracování dat programem VSOP.

V následujícím textu jsou uvedené operace podrobněji popsány :

#### 1) Výroba experimentální příze

Pro analýzu na přístroji OMEST je používána příze, obsahující značená (obarvená) vlákna v množství cca 0,5 vlákna z celkového počtu vláken v řezu. Tato koncentrace značených vláken zaručuje, že v experimentální přízi se značená vlákna vyskytují z větší části po jednom a lze tak jejich průběh dobře sledovat. Pro barvení bavlněných vláken se v průběhu experimentů nejlépe osvědčila metodika dle Militké / 116 / (60 minut při 50°C v lázni 10% Levafixschwarz E-RL, 50 g/l NaCl, 25% Slovaton O; poté dalších 60 minut při 50°C s přídatkem 25 g/l sody). Tento postup barvení za nízkých teplot zaručuje minimální změny vlastností bavlněných vláken. Obarvená vlákna je vhodné nejprve na (laboratorním) mykacím stroji zpracovat s trojnásobným množstvím neznačených (původních) vláken. Touto operací se jednak rozvolní chomáčky obarvených vláken a dále se vytvoří surovina s cca 25%ním obsahem barvených vláken, se kterou se dále lé-

pe pracuje. Potřebné množství této směsi se pak ve formě chomáček pokládá na obvyklým způsobem vytvořenou stůčku, vstupující do mykacího stroje. Výsledkem je pramen s požadovanou koncentrací ojednocených značených vláken. Následující operace výpředu příze se již nijak neliší od obvyklého technologického postupu.

## 2) Příprava příze pro OMEST

Jak již bylo řečeno, pracuje OMEST na principu Mortonovy metody zprůhlednění příze ve vhodné imersní kapalině. V případě celulózových vláken byl jako nejvhodnější imersní kapalina vytypován metylsalycilát (salycilan metylnatý). Z principu metody vyplývá, že v uvažovaném experimentu působí pigmenty a látky výrazně jiného indexu lomu rušivě; tyto substance, vyskytující se zejména na povrchu vláken je proto třeba odstranit. Pro bavlněná vlákna je autory přístroje navržena metoda zpracování příze v kyselině mravenčí a  $ZnCl_2$  / 146 /. Lepšího efektu je však dosaženo, zpracuje-li se experimentální příze postupem dle Houdkové / 67 /. (Máčení 30 minut v petroléteru,  $18^{\circ}C$ , propláchnutí  $H_2O$ , poté máčení 30 minut v lihu 99%,  $18^{\circ}C$ , praní, sušení. Následuje lázeň  $NaOH$  28-32<sup>0</sup>Bé s Merceritem 20 ml/l, nejprve za teploty  $-4^{\circ}C$ , po dobu 1 minuty, za teploty  $19^{\circ}C$ , 2 min, propláchnuto vodou a odmáčknutí a nakonec za teploty  $-1^{\circ}C$ , 1 min, a neutralizace a praní). Pro viskózová vlákna lesklá (bez matovacího prostřelku) není nutné provádět žádné speciální přípravy vzorku.

## 3) Fotografování značených vláken v přístroji OMEST a vyvolání filmových negativů-----

Založení příze do přístroje, manipulace a fotografová-

ní lze provádět dle návodu výrobce. Z možných variant se jako nejlepší osvědčila : clona 22, okulárový filtr N3, tvarový filtr N3, tmavý filtr na hranolech, expozice 3,5 sec s intenzitou světla indikovanou OMESTEM jako 23 mA.

Vyvolání negativů je třeba provádět v tvrdé vývojce. (Byl používán filmový materiál DOKUMENT čsl.výroby).

#### 4) Vyhodnocení negativů do souřadnic bodů značených vláken

Protože na negativu je obraz příze se značeným vláknem zvětšen pouze 2,5x, je pro vyhodnocení třeba dále jej výrazně zvětšit; maximální zvětšení je však omezeno velikostí zrna získaného negativu. Jako vhodné se ukazuje 100násobné zvětšení negativu (t.j. 250-ti násobné zvětšení příze). Tohoto zvětšení je možno dosáhnout např. na "profilprojektoru" (projekčním mikroskopu). Vhodnou konstrukční úpravou, popsanou v / 22, 140 / lze na tomto zařízení snadno potřebné souřadnice proměřit.

#### 5) Děrování a výpočetní zpracování dat

Souřadnice bodů je třeba převést na děrnou pásku, se kterou pracuje program VSOP. Protože jde o značný počet dat, nelze vyloučit chyby vzniklé omylem při děrování. Další chyby tohoto typu mohou též vzniknout omylem při odečtu a zápisu dat do protokolů. Takové chyby mohou způsobit znehodnocení konečných výsledků, a proto je užitečné děrnou pásku ještě před rozběhnutím programu VSOP testovat. Data, která vybočují z obvyklých mezí je nutno prověřit a pokud, vzhledem k souřadnicím předchozích a následujících bodů, lze předpokládat, že naděrovaná hodnota je omyl, je nutno ji opravit (buď správnou hodnotou z protoko-

lu, a je-li omyl již zde, interpolací ze sousedních hodnot).

Pozn.: Testaci děrné pásky lze doporučit i z hlediska strojního času, neboť každý omyl na děrné pásce způsobuje, nepřihlížíme-li ke kvalitě výsledků, též značné prodloužení doby výpočtu.

Vlastní výpočet programem VSOP je plně řízen počítačem a nevyžaduje žádné zvláštní zásahy.

## 5.2.2 Průměr příze

### 5.2.2.1 Princip metody

Pojem "průměr" příze je velmi starého data; zavádí jej např. Marschik / 113 / v r.1904 i práce ještě starší. Vlastní definice tohoto pojmu není však doposud obecně stanovena a přijata a dle / 122 / : "lze dokázat, že průměr příze jako takový postrádá z hlediska fyzikálního smyslu. Fyzikální smysl nabývá teprve usančním zavedením dalších vhodných definičních podmínek".

Z intuitivního hlediska je průměr příze považován za střední hodnotu průměru jistého myšleného nejmenšího válce, ve kterém je soustředěna podstatná část hmoty příze, t.j. za střední hodnotu průmětů příze. Hranice průmětu příze jsou pak definovány usancí, danou použitou experimentální metodou. Dle této koncepce sestává měření průměru příze z následujících operací :

- 1) Vytvoření průmětu příze (ve zvětšení)
- 2) Proměření průmětu příze
- 3) Výpočet střední hodnoty z naměřených průmětů (výpočet průměru příze).

Vlastní vytvoření průmětu příze není z experimentálního hlediska principiálně obtížné a spočívá ve vložení příze do rovnoběžného svazku světelných paprsků. Rovněž poslední operace - výpočet střední hodnoty - se provádí zcela obvyklým způsobem. Experimentální problémy se koncentrují zejména do operace proměření průmětu příze, kde vzniká otázka kam položit hranici průmětu. Jestliže totiž střední část příze pohlcuje prakticky veškerý světelný tok (na stínítku se zobrazí jednoznačně jako stín), pak okraje příze se projevují jako přechod z plného stínu do plného světla přes řadu polostíňů. (Srovnej např. / 27, 801.) Hranice průmětu příze je proto třeba definovat určitou intenditou světelného toku.

V SVŮT Liberec byly rozpracovány 2 experimentální metody, založeno na popsaném principu. První z nich je založena na využití projekčního mikroskopu ("profilprojektoru"). Příze je zde umístěna v zorném poli tohoto zařízení a zvětšený obraz jejího průmětu se promítá na matnici. Rozhraní světla a stínu je určováno subjektivně, posouzením obrazu na matnici laborantkou; podrobněji viz / 174 /. Druhá metoda byla použita při vývoji speciálního přístroje na měření příčných rozměrů přízí. Přístroj označený D-METER vytváří svou speciální optikou zvětšený obraz příze, jehož hranice jsou indikovány fotometricky; viz / 148 /. Vzájemné porovnání obou naznačených postupů vykazalo velmi dobrou shodu zjištěných průměrů / 148 /.

Pozn.: V textu se měření označují jako "měření profilprojektorem" a "měření D-METEREM".

Naznačeným postupem lze stanovit průměry u přízí různých jemností a zákrutů. Pro vyhodnocení experimentálních výsledků je však třeba podrobnější rozbor, jehož logický

princip je navržen v / 122, 126 /  
a též v následující kapitole.

### 5.2.2.2 Teorie vyhodnocení

Pro charakteristiku přádních zákrutů příze se obvykle vyjadřuje tzv. zákrutový koeficient (zákrutová míra). Obecně lze zákrutový koeficient  $\alpha_q$  definovat vztahem:

$$\alpha_q = Z \cdot T^q \quad (5.42)$$

kde: Z .... zákrut příze  
T .... jemnost příze ("váhové číslo")  
q .... vhodný exponent

Položí-li se  $q = 0,5$ , je  $\alpha_q$  typ koeficientu dle Koechlina, pro  $q = 2/3$  je  $\alpha_q$  typ koeficientu dle Phrise. Dále se předpokládá / 74, 109 / že nezávisle na jemnosti příze vyjadřuje stejný zákrutový koeficient  $\alpha_q$ , stejný úhel stoupání povrchové šroubovice příze. Označí-li se průměr příze  $d$ , a úhel  $\beta$  na povrchu příze  $\beta_\alpha$ , nalezne se pro  $\text{tg} \beta_\alpha$  vztah (srovnej s rovnicí (4.38)) ve tvaru :

$$\text{tg} \beta_\alpha = \pi d Z = \pi d \alpha_q T^{-q} \quad (5.43)$$

Celkový koeficient zaplnění  $\mu_c$  příze je koeficient zaplnění prostoru uvnitř válce s průměrem  $d$ .

Pozn.: Mezi radiálním koeficientem zaplnění  $\mu(r)$  a celkovým koeficientem zaplnění  $\mu_c$  platí dle / 107, 121 / definiční vztah :

$$\mu_c = \frac{8}{d^2} \int_0^{d/2} \mu(r) \cdot r \cdot dr \quad (5.44)$$

Je-li  $\rho_m$  měrná hmotnost vláken, plyne z definice jemnosti příze

$$T = \pi d^2 \mu_c \rho_m \quad (5.45)$$

Dosazením za  $d$  z (5.43) do (5.45) lze psát

$$T = \pi \frac{t_g^2 \beta_d \cdot T^{2g}}{s^2 \cdot d_g^2} \cdot \mu_c \rho_m = \left[ \frac{t_g^2 \beta_d}{d_g^2} \cdot \frac{\rho_m}{s} \right] T^{2g} \mu_c \quad (5.46)$$

$$\mu_c = T^{1-2g} \left[ \frac{d_g^2}{t_g^2 \beta_d} \cdot \frac{s}{\rho_m} \right] \quad (5.47)$$

Bere-li se v úvahu výše citovaný předpoklad, že  $\beta_d$  je funkcí pouze  $d_g$ , potom závorka posledního výrazu je funkcí pouze  $d_g$ . Výraz (5.47) je tedy možno formálně zapsat

$$\mu_c = T^{1-2g} \cdot f(d_g) \quad (5.48)$$

Připustí-li se dále, že funkce  $f(d_g)$  je (v technologicky reálném rozsahu zákrutů) dobře aproximovatelná obecnou parabolou typu

$$f(d_g) = b \cdot d_g^c \quad (5.49)$$

$b, c \dots$  vhodné konstanty,  
pak platí

$$\mu_c = T^{1-2g} \cdot b \cdot d_g^c \quad (5.50)$$

Dosazením výrazu (5.50) do (5.45) a úpravou je možno vyjádřit průměr příze vztahem

$$d = \frac{1}{\sqrt{\pi} \rho_m b} \cdot \frac{T^g}{a^c} \quad (5.51)$$

Z (5.42) lze psát

$$d_g^c = d_{2/3}^c \cdot T^{g-\frac{2}{3}}$$

a při zavedení

$$k = \frac{1}{\sqrt{\pi} \rho_m b} \quad (5.52)$$

$$d_{2/3} = a \quad (5.53)$$

$$g - cg + \frac{2}{3}c = g \quad (5.54)$$

platí konečně

$$d = k \frac{T^g}{a^c} \quad (5.55)$$

Protože u proměřovaných přízí je jejich jemnost  $T$  a zákrutový koeficient dle Phrixe  $a$  znám a průměr  $d$  je měřen, lze (linearizovanou regresí) stanovit regresní konstanty  $k$ ,  $g$ ,  $c$ .

Pozn.: Zkušenosti s tímto způsobem vyhodnocení vykazují dobré výsledky, zejména pro střední a jemné příze. Pro hrubé příze je vhodné zpřesnit vztah (5.55)

dodatečně stanoveným korekčním členem.

### 5.2.3 Ostatní vlastnosti příze

Ostatní vlastnosti příze jako jemnost a přední zákrut jsou proměřovány způsobem, který předepisují platné ČSN. Rozsah měření je vždy v souladu s ČSN. (Často je volen podstatně větší než předepisuje příslušná norma).

## 5.3 Naměřené experimentální výsledky

### 5.3.1 Experimentálně zjišťovaný radiální průběh koeficientu zaplnění

Radiální průběh koeficientu zaplnění byl experimentálně zjištěn u dvou přízí bavlněných a jedné příze vypředené z viskóзовých vláken. Některé základní charakteristiky použitého experimentálního materiálu jsou uvedeny v následující tabulce 5.1 :

TAB. 5.1

	Rozměr	Příze H	Příze M	Příze V
Surovina		M III MADAB 37 mm	M III MADAB 37 mm	VSs Spolana lesklá 60mm 3,5 den
Jmenovitá jemnost příze	<i>tex</i>	25	50	33,33
	$m \cdot g^{-1}$	40	20	30
Jmenovitý zákrutový koeficient (Phrix)	$m^{-1} tex^{2/3}$	5500	8000	5500
	$m^{-5/3} g^{2/3}$	55	80	55
Způsob výroby		mykaná klas. předaná 1)	mykaná klas. předaná 2)	mykaná klas. předaná 3)
Výpřed proveden v		VŠST	VŠST-SVÚT	VÚB
Skutečná jemnost příze	<i>tex</i>	25,2	56,6	33,5
	$m \cdot g^{-1}$	39,7	17,7	29,9
Skutečný zákrut	$m^{-1}$	632,1	544,2	543,0
Skuteč. zákrutový koeficient (Phrix)	$m^{-1} tex^{2/3}$	5430	8010	5640
	$m^{-5/3} g^{2/3}$	54,3	80,2	56,4

1) Podrobněji popsáno v /67/

2) Podrobněji popsáno v /116/

3) Podrobněji popsáno v /22, 40/

Parametry vlastního experimentu jsou uvedeny v tabulce 5.2

TAB. 5.2

	Příze H	Příze M	Příze V
Příprava příze postupem dle kap. 5.2.1.3	ano	ano	bez úpravy
Zvětšení příze na negativu	2,5	2,5	2,5
negativu v projekčním mikroskopu	100	100	100
celkové příze	250	250	250
Souřadnice vláken proměřeny s krokem na ose příze			
na matnici	25,- mm	25,- mm	25,- mm
na negativu	0,25 mm	0,25 mm	0,25 mm
na přízi	0,10 mm	0,10 mm	0,10 mm
Počet kroků na 1 zákrut příze	15,82	18,38	18,42
Úhlové pootočení šroubovice při posuvu o 1 krok	22,76°	19,59°	19,55°
Max.chyba odečtu souřadnic na matnici	+ 1 mm	+ 1 mm	+ 1 mm
odpovídá v přízi	- 0,004mm	- 0,004mm	- 0,004mm
Počet proměřených vláken	60	60	80
Počet proměř.bodů na 1 vlákně	100	100	100
Celkový počet proměřených bodů	6000	6000	8000

Výběr značených vláken byl prováděn zcela náhodně. Foto-  
grafováno bylo každé značené vlákno, které se vyskytova-  
lo v daném úseku příze osamoceně a nebylo ohnuto do  
"háčku". Proměřené souřadnice každého vlákna byly zazna-  
menány do protokolu.

Protokoly od vláken jedné příze byly rozděleny  
do dvou skupin a údaje z každé skupiny protokolů byly  
vyděrovány na samostatnou děrnou pásku. Vyhodnocovacím  
programem VSQP byla pak vyhodnocena jednak každá páska  
samostatně a dále obě dohromady. (V dalším textu jsou  
děrné pásky označovány písmenem příslušné příze a čís-  
lem 1 nebo 2.) Výpočtem byly stanoveny :

- rozložení délek vláken v středních inter-  
valech poloměru
- hodnoty koeficientu zaplnění v třídnicích  
intervalech
- četnost výskytu zákrutů  $Z_d$  (viz (5.38) ).

Zjištěné hodnoty jsou uvedeny v tabulkách 5.3., 5.4,  
5.5.

Rozložení délek vláken x) xx)

TAB. 5.3

Poř. čís.	Třídní interval /mm/	Střed třídy /mm/	Příze H			Příze M			Příze V		
			H 1	H 2	H celk.	M 1	M 2	M celk.	V 1	V 2	V celk.
1	0 -0,01	0,005	298	348	646	195	136	330	726	477	1203
2	0,01-0,02	0,015	1603	1926	3528	1332	855	2187	3160	2765	5925
3	0,02-0,03	0,025	3832	3398	7230	3333	1782	4115	4903	3598	8502
4	0,03-0,04	0,035	5246	5493	10739	3345	2621	5966	7461	5833	13294
5	0,04-0,05	0,045	6537	6844	13380	3643	3127	6770	9940	7958	17898
6	0,05-0,06	0,055	8206	9276	17483	4113	3640	7753	8817	8443	17260
7	0,06-0,07	0,065	9910	9998	19909	5367	3947	9314	8384	10112	18496
8	0,07-0,08	0,075	10068	10279	20348	5952	3864	9816	9162	11062	20224
9	0,08-0,09	0,085	9729	8033	17762	6011	5209	11220	8476	9849	18326
10	0,09-0,10	0,095	9981	5545	15526	6690	5307	11997	6799	8622	15421
11	0,10-0,11	0,105	6515	4604	11116	7828	5623	13451	6394	7215	13609
12	0,11-0,12	0,115	3368	2977	6344	6973	6881	13855	3636	5715	9351
13	0,12-0,13	0,125	2089	1622	3711	7132	7149	14281	2711	3699	6410
14	0,13-0,14	0,135	1024	1115	2138	6198	6353	12551	1944	3179	5123
15	0,14-0,15	0,145	580	1033	1614	5550	6228	11778	1383	2340	3723
16	0,15-0,16	0,155	353	799	1152	4250	5938	10188	920	1566	2486
17	0,16-0,17	0,165	197	514	711	3260	4753	8012	810	1104	1914
18	0,17-0,18	0,175	155	389	543	2191	3139	5330	633	769	1402
19	0,18-0,19	0,185	123	258	381	1331	2211	3541	583	674	1257
20	0,19-0,20	0,195	91	228	318	925	1364	2288	650	780	1430
Součet			79904	74677	154581	84621	80125	164746	87493	94762	182254

x) Uvedené hodnoty jsou 250x zvětšeny proti skutečnosti (zvětšení OMESTU a projekčního mikroskopu)

xx) V této tabulce jsou uvedeny pouze zaokrouhlené hodnoty (počítací pracuje v plo-  
voucí čárce s hodnotami prvních 9 nenulových číslic)

TAB. 5.4

Radiální koeficient zaplnění x)

Poř. čís.	Trídní interval /mm/	Střed třídy /mm/	Příze H			Příze M			Příze V		
			H 1	H 2	H celk.	M 1	M 2	M celk.	V 1	V 2	V celk.
			0,199	0,249	0,223	0,277	0,202	0,240	0,589	0,357	0,468
0,357	0,459	0,406	0,630	0,427	0,531	0,854	0,690	0,769			
0,512	0,486	0,530	0,662	0,534	0,600	0,795	0,539	0,662			
0,501	0,561	0,530	0,678	0,561	0,621	0,865	0,624	0,740			
0,486	0,544	0,514	0,574	0,520	0,548	0,896	0,662	0,774			
0,499	0,603	0,549	0,530	0,496	0,513	0,650	0,574	0,611			
0,510	0,550	0,529	0,586	0,455	0,522	0,523	0,583	0,554			
0,419	0,490	0,469	0,563	0,386	0,477	0,495	0,552	0,525			
0,383	0,338	0,361	0,502	0,459	0,481	0,404	0,434	0,420			
0,351	0,209	0,282	0,499	0,418	0,460	0,290	0,340	0,316			
0,207	0,157	0,183	0,523	0,401	0,467	0,247	0,257	0,252			
0,098	0,093	0,095	0,430	0,448	0,439	0,128	0,186	0,158			
0,056	0,046	0,051	0,405	0,428	0,416	0,088	0,111	0,100			
0,025	0,030	0,027	0,326	0,352	0,339	0,058	0,088	0,074			
0,013	0,025	0,019	0,271	0,322	0,296	0,038	0,035	0,037			
0,013	0,018	0,013	0,194	0,287	0,239	0,024	0,038	0,031			
0,008	0,011	0,007	0,140	0,216	0,177	0,020	0,025	0,022			
0,004	0,008	0,005	0,089	0,134	0,111	0,015	0,016	0,016			
0,003	0,005	0,003	0,051	0,089	0,070	0,013	0,014	0,013			
0,002	0,005	0,003	0,037	0,052	0,043	0,014	0,015	0,014			
0,002	0,004	0,003	0,037	0,052	0,043	0,014	0,015	0,014			

x) V tabulce jsou uvedeny zaokrouhlené hodnoty

## Četnost zákrutů

TAB. 5.5

Poř. čís.	Třídni interval zákrutů /m <sup>-1</sup> /	Střední hodnota třídy /m <sup>-1</sup> /	Příze H celkem	Příze M celkem	Příze V celkem
1	0 - 100	50	192	135	356
2	100 - 200	150	221	157	442
3	200 - 300	250	251	212	719
4	300 - 400	350	364	360	1081
5	400 - 500	450	515	516	1192
6	500 - 600	550	671	<b>777</b>	1039
7	600 - 700	650	636	836	766
8	700 - 800	750	641	758	568
9	800 - 900	850	579	605	362
10	900 - 1000	950	574	466	236
11	1000 - 1100	1050	341	331	134
12	1100 - 1200	1150	259	231	97
13	1200 - 1300	1250	185	166	84
14	1300 - 1400	1350	124	93	39
15	1400 - 1500	1450	85	60	38
16	1500 - 1600	1550	63	50	24
17	1600 - 1700	1650	36	35	20
18	1700 - 1800	1750	48	23	12
19	1800 - 1900	1850	24	19	16
20	1900 - 2000	1950	17	16	7
Vyhodno- cení	Stř. hodnota /m <sup>-1</sup> /		727,68	720,63	526,18
	Směrod. odch. /m <sup>-1</sup> /		367,15	330,72	299,30
	Var. koef. / % /		50,46	45,89	56,88
	Chyba (α=5%) /m <sup>-1</sup> /		9,51	8,48	6,90

Rozsah prováděného měření u každé příze je možno posoudit stanovením korelace mezi výsledky radiálního koeficientu zaplnění, které byly dosaženy u první a druhé skupiny dat. Z tab. 5.4 jsou vypočteny následující hodnoty:

Korelace mezi	H1, H2 <sup>x)</sup>	M1, M2	V1, V2
Korel. koef. $ \rho $	0,9585	0,9369	0,9589
Determinace $\rho^2$ <sup>xx)</sup>	0,9187	0,8777	0,9194

x) Výpočet proveden pouze pro poloměry menší než 0,15, t.j. pro koeficienty zaplnění větší než 0,01; při zařazení všech hodnot z tab. 5.4 se nalezne  $|\rho|=0,9731$ ,  $\rho^2=0,9470$ .

xx) Definice koeficientu determinace je uvedena např. v / 143 /.

Výše zjištěných korelačních koeficientů mezi výsledky z obou pásek dosahují hodnot, které umožňují považovat provedený rozsah měření u každé příze za dostačující.

Pozn.: Z technického hlediska představuje uvedené proměření každé příze minimálně 250 pracovních hodin a cca 26 hodin výpočetní techniky (varianta Hewlett Packard 9810A).

### 5.3.2 Výsledky měření průměrů bavlněných přízí mykaných

Pro zjištění průměrů bavlněných mykaných přízí bylo proměřeno 24 přízí ze speciálního výpředu (jednotná surovina, technika a technologie) a dalších 25 přízí z průmyslové výroby. Popis těchto přízí a získané numerické hodnoty jsou uvedeny v /122, 123, 126, 174/.

Naměřeným hodnotám odpovídá regresní funkce

$$d = 5,5531 \cdot a_m^{0,25727} \cdot (\dot{c}m)^{-0,60007} =$$

$$= 0,28765 \cdot a_t^{0,25727} \cdot T_t^{0,60007} \quad (5.56)$$

kde :  $d$  ..... /mm/, průměr příze  
 $a_m$  ..... /m<sup>-5/3</sup> · g<sup>2/3</sup> /, Zákrutový koeficient dle Phrixe,  
 vztahený k  $\dot{c}m$   
 $\dot{c}m$  ..... /m · g<sup>-1</sup> / číslo metrické příze  
 $a_t$  ..... /m<sup>-1</sup> tex<sup>2/3</sup> / zákr.koef. dle Phrixe, vztahený  
 k  $T_t$   
 $T_t$  ..... /tex/, délková hmotnost příze

Koeficient korelace této regresní funkce činil  $|r| = 0,9147$   
 a platnost funkce je omezena

$$a_m \in \langle 45; 75 \rangle \quad (a_t \in \langle 4500; 7500 \rangle)$$

$$\dot{c}m \in \langle 10; 68 \rangle \quad (T_t \in \langle 14,706; 100 \rangle)$$

Stanovená regresní funkce (5.56) vykazuje odchylky od  
 měřených hodnot zejména u hrubších přízí a pro  $\dot{c}m < 10$ ,  
 ( $T_t > 100$ ) je již zcela nepoužitelná.

Proměřením hrubších čísel přízí / 147 / byly získány do-  
 datečné informace, na jejichž základě byla formulována  
 regresní funkce ve tvaru :

$$d = 5,5531 \cdot a_m^{0,25727} \cdot (\dot{c}m)^{-0,60007} \left[ 1 + 2,09133 (\dot{c}m)^{-1,4750} \right] =$$

$$= 0,28765 \cdot a_t^{0,25727} \cdot T_t^{0,60007} \left[ 1 + 7,86 \cdot 10^{-5} \cdot T_t^{-1,4750} \right] \quad (5.57)$$

Uvedená rovnice vystihuje průměr příze přesněji a je  
 v dalším textu vzata za základ pro porovnání teoretických a  
 experimentálních výsledků.

6. POROVNÁNÍ TEORIE S EXPERIMENTY;  
DISKUSE

### 6.1 Volba konstant pro aplikaci teorie na bavlněné příze mykané

Aby bylo možno provést konkrétní numerický výpočet radiálního průběhu koeficientu zaplnění v přízi, je nutno nalézt hodnoty potřebných konstant (parametrů). Jejich přehled je uveden v následující tabulce 6.1 a vyplývá z kap. 4.3.2 a 4.3.3.

TAB. 6.1

Konstanty charakterizující hmotu vláken	$\rho_m$
Konstanty definující přízi	$Z$ $T$ resp. $\text{čm}$
Konstanty charakterizující vlákenný svazek jako mechanické kontinuum	$\lambda$ $\alpha^0$ $A$ $C_{\text{zak}}, C_{\text{zak}}$
Konstanty charakterizující vnitřní procesy v přízi	$\varphi$

Měrná hmotnost  $\rho_m$  bavlněných vláken je v literatuře uváděna různě, v závislosti na autorovi, způsobu měření a provenienci bavlněné suroviny. Uváděné hodnoty se však ve všech případech příliš neliší od hodnoty  $\rho_m = 1,5 \text{ g.cm}^{-3} = 1500 \text{ kg.m}^{-3}$ .

Zákrut  $Z$  příze, stejně jako její délková hmotnost  $T$  (resp.  $\text{čm}$ ) jsou definiční veličiny, určující vypočítávanou přízi.

Koeficient zaplnění  $\alpha^0$  nenapjatého vlákenného svazku je možno odhadnout proměřením koeficientu zaplnění různých

"volných" útvarů z bavlněných vláken (rouna, prameny apod.)  
Prováděná orientační měření oscilovala kolem hodnoty  
 $\mu^0 = 0,01$ .

Poměr délek  $\lambda$ , definovaný vztahem (3.18) je možno vyjádřit výpočtem z (4.44), což při  $\mu^0 = 0,01$  vede dle (4.45) na hodnotu  $\lambda = 0,894992486$ .

Konečně je třeba stanovit hodnoty konstant  $A$ ,  $C_{\text{tah}}$ ,  $C_{\text{tlak}}$  a konstanty  $q$ . Na rozdíl od všech předchozích nelze hodnoty těchto konstant stanovit ani teoretickým výpočtem, ani (prozatím) přímým měřením mechanického chování vlákněného svazku. Jediná dostupná informace o těchto hodnotách je implicitně skryta v experimentálně zjištěném radiálním průběhu koeficientu zaplnění proměřených bavlněných přízí H a M (kap. 5.3.1). Jinými slovy, je-li teorie správná, pak existují hodnoty výše uvedených konstant takové, že teoretický a experimentální průběh koeficientu zaplnění se ztotožní. Stanovení hodnot konstant pak může být provedeno na principu práce / 127 /. Původně byl stanoven a priori předpoklad, že  $q = 0$  (t.j. "přebytek" délky vláken v centru příze nekompensuje "nedostatek" délky vláken v okrajových částech - viz kap. 4.3.2) a dále se předpokládalo  $C_{\text{tah}} = C_{\text{tlak}} = C$ .

V tomto případě bylo řešení redukováno na vyhledání pouze dvou konstant  $A$  a  $C$ . Výsledky teoretických výpočtů byly nejprve konfrontovány s experimentálními údaji příze H a byla nalezena dobrá shoda teorie a experimentu pro  $A = -1,5$ ,  $C = C_{\text{tah}} = C_{\text{tlak}} = 120\ 000$ . (Výsledky tohoto propočtu jsou popsány a graficky znázorněny v / 129 / ). Z takto získaných výsledků vyplývalo m.j., že snížení koeficientu zaplnění v centrální části příze (tab.5.4) je způsobeno ztláčováním šroubovic v centru příze, t.j. interpretace, která byla navržena již v / 18 /.

Jakmile však byla s těmito konstantami propočtena příze M, byly teoretické křivky v příkrém rozporu s experimentálními výsledky. Výpočty bylo dále zjištěno, že neexistuje žádná jiná dvojice konstant A a C, která by experimentální výsledky u příze M dobře popsala. Proto bylo nutno ustoupit od původních předpokladů a vycházet z  $q \neq 0$ ,  $C_{\text{tah}} \neq C_{\text{tlak}}$ . Bylo zjištěno, že dobře vyhovují (až na úzkou oblast kolem osy příze) hodnoty  $A = -1,5$ ,  $C_{\text{tah}} = 144\ 054,1471$ ,  $C_{\text{tlak}} = 0$ ,  $q = 0,6265664160$ .

Pro bavlněné příze mykané je tedy používána následující soustava konstant

TAB. 6.2

$\rho_m$	$= 1,5 \text{ g.cm}^{-3} = 1\ 500 \text{ kg.m}^{-3}$
$\omega^0$	$= 0,01$
$\lambda$	$= 0,894992486$
$A$	$= -1,5$
$C_{\text{tah}}$	$= 144\ 054,1471$
$C_{\text{tlak}}$	$= 0$
$q$	$= 0,6265664160$

- Pozn.: 1) Seskání příze (resp. "prodloužení" příze  $\epsilon_p$ ) je, pokud není výslovně uvedeno jinak, vypočítáváno ze vzorce (4.63) - dle Afončikova.  
 2) Jak plyne ze (4.60) je v případě  $C_{\text{tlak}}=0$  též  $K_{\text{tlak}}=0$ . Ze (4.59) je pak zřejmé, že též  $E_3 \text{ tlak}=0$ .

## 6.2 Porovnání výsledků teorie a experimentů pro experimentální příže H a M

Teoretické výsledky, odpovídající přízím H a M byly vypočteny na základě použití konstant z tab. 6.2; za jemnost příže a zákrut byly dosazeny skutečné hodnoty, odpovídající tab. 5.1. Pro numerické integrální procedury byl použit Simpsonův vzorec pro 100 kroků; krok řešení činil u příže H 0,0066 /mm/, u příže M 0,015 /mm/. Výpočet byl proveden programem DIROP. Výsledek numerického řešení je zaznamenán v příloze III, IV.

Aby bylo možno posoudit relace mezi teorií a experimentem, bylo nejprve nutno z teoreticky vypočtených hodnot interpolací (Newtonův polynom) stanovit hodnoty koeficientu zaplnění na poloměrech, odpovídajících středům tříd v experimentálním měření. Interpolací byly stanoveny následující teoretické hodnoty :

TAB. 6.3

Poloměr r /mm/	Teor.koef.zaplnění $\mu$ (interpolovaný)	
	příže H	příže M
0,005	0,543459	0,511402
0,015	0,542316	0,509795
0,025	0,540249	0,507511
0,035	0,537159	0,505450
0,045	0,532983	0,501920
0,055	0,527630	0,498698
0,065	0,514854	0,497042
0,075	0,479000	0,487021
0,085	0,408865	0,479698
0,095	0,299876	0,473512
0,105	0,191522	0,464653
0,115	0,111390	0,448295
0,125	0,063621	0,417287

TAB.6.3 - pokračování

0,135	0,022772	0,367507
0,145	-	0,301686
0,155	-	0,208462
0,165	-	0,157292
0,175	-	0,107756
0,185	-	0,073905
0,195	-	0,052205

Teoretické hodnoty koeficientu zaplnění je možno porovnat s experimentálně zjištěnými hodnotami (tab.5.4). Graficky je toto porovnání zřejmé z grafů příloh III a IV. Pro statistické porovnání byly vypočteny parametry lineární regrese mezi teoretickými (tab. 6.3) a experimentálními (tab. 5.4) hodnotami koeficientů zaplnění. Byly zjištěny hodnoty, uvedené v následující tabulce:

TAB. 6.4

Příze	Použité body pro lin. regresi	Veličiny regrese <sup>x)</sup>		Vypočtená hodnota
		název	symbol	
H	všechny	korel.koef.	$ \rho $	0,8986
		koef.determ.	$\rho^2$	0,8074
		směrnice	$k$	0,8599
		úsek	$q$	0,0108
	prvé tři ( $r < 0,03\text{mm}$ )	korel.koef.	$ \rho $	0,9392
		koef.determ.	$\rho^2$	0,8821
		směrnice	$k$	-81,2468
		úsek	$q$	44,4129
	čtvrtý a další ( $r > 0,03\text{mm}$ )	korel.koef.	$ \rho $	0,9961
		koef.determ.	$\rho^2$	0,9921
		směrnice	$k$	1,0095
		úsek	$q$	-0,0121

TAB. 6.4 - pokračován

M	všechny	korel.koef.	$ \rho $	0,912463
		koef.determ.	$\rho^2$	0,832590
		směrnice	$k$	0,991434
		úsek	$q$	0,004158
	prvých pět ( $r < 0,05mm$ )	korel.koef.	$ \rho $	0,630067
		koef.determ.	$\rho^2$	0,396985
		směrnice	$k$	- 26,058681
		úsek	$q$	13,725359
	šestý a další ( $r > 0,05mm$ )	korel.koef.	$ \rho $	0,995596
		koef.determ.	$\rho^2$	0,991211
		směrnice	$k$	0,992987
		úsek	$q$	0,003296

x) Byla počítána regrese typu

$$U_{\text{experimentální}} = k \cdot U_{\text{teoretická}} + q$$

Je třeba poznamenat, že mohou obecně nastat 4 mezí varianty :

- varianta I :  $|\rho|=1, k=1, q=0$
- varianta II :  $|\rho|=1, k \neq 1$  nebo  $q \neq 0$  nebo obojí současně
- varianta III :  $|\rho| \neq 1, k=1, q=0$
- varianta IV :  $|\rho| \neq 1, k \neq 1$  nebo  $q \neq 0$  nebo obojí současně

Varianta I vyjadřuje absolutní shodu teorie a experimentu. Varianta II vyjadřuje lineární závislost teorie a experimentu, avšak teorie se s experimentem neshoduje. Varianta III vyjadřuje rovnoměrný rozptyl experimentálních hodnot kolem teorie. Varianta IV vyjadřuje, že experiment je rozptýlen kolem teorie nerovnoměrně.

Pozn.: Lze do jisté míry říci, že (zlineárního hlediska) varianty I a II jsou "přesné" a varianty I a III jsou "správné".

Posoudí-li se nyní výsledky tab. 6.4 naznačeným způsobem, je zřejmé, že u příže H pro  $r > 0,03$  mm a u příže M pro  $r > 0,05$  mm existuje dobrá shoda mezi teorií a experimentem (výsledky se blíží variantě I). Naproti tomu v osové oblasti těchto příží ( $r < 0,03$  mm, resp.  $r < 0,05$  mm) se teorie s experimentálními výsledky neshoduje (výsledky odpovídají variantě IV).

Z výsledků všech bodů pak u obou příží lze konstatovat, že shoda teorie s experimentem je převažujícím rysem zkoumané relace.

Pozn.: Objasnění rozdílů v osové části příže bude popsáno v části diskuse.

Průměr  $d_H$  příže H byl stanoven výpočtem z experimentálně zjištěného vztahu (5.57) a činil  $d_H = 0,220192$  mm; odtud  $d_H/2 = 0,110096$  mm. Tato hodnota poloměru příže odpovídá v teoretickém i experimentálním průběhu u příže H hodnotě koeficientu zaplnění  $\mu \approx 0,14$ . Průměr  $d_M$  příže M nelze stanovit z (5.57), neboť zákrutový koeficient ( $a_m = 80,1$ ) vybočuje z mezí platnosti tohoto vztahu. Proto byl průměr  $d_M$  vypočten z údajů proměřených na negativách z OMESTU (průměrná vzdálenost bodů L a P - viz obr. 5.1). Výpočtem ze 720 údajů byla určena hodnota  $d_M = 0,341$  mm, t.j.  $d_M/2 = 0,171$  mm. Také této hodnotě poloměru příže vyhovuje v teoretickém i experimentálním průběhu u příže M hodnota  $\mu \approx 0,14$ .

---

x) Program a výpočet na HP 9810 provedla D. Militká

Je tedy pravděpodobné, že měřené poloměry  $d/2$  přízí leží na hodnotě koeficientu zaplnění  $\mu = 0,14$ . Shoda poloměrů obou přízí na jediné hladině  $\mu$  je logicky očekávatelná a skutečnost, že jí odpovídají teoretické křivky je fakt, svědčící ve prospěch <sup>shody</sup> teorie s experimentem.

### 6.3 Porovnání teorie s experimentálními hodnotami průměrů přízí

Pro porovnání teoretických výsledků s hodnotami průměrů, resp. poloměrů byly nejprve programem DIROP propočteny příze různých jemností a zákrutů. Pro každou byl výpočet, vzhledem k potřebě nalézt správnou hodnotu  $K$  (viz kap. 4.3.4) několikrát opakován, až  $K$  do výpočtu vložené a  $K$  vyhodnocené z výsledků výpočtu byly dostatečně blízké. Dosažená přesnost je charakterizována tabulkou 6.5.

TAB.6.5

Příze		K vložené do z výsledku výpočtu	K <sup>xx)</sup> výpočtu	k <sub>1</sub> <sup>x)</sup>
T <sub>t</sub> / tex /	a <sub>t</sub> /m <sup>-1</sup> tex <sup>2/3</sup>			
100	5000	81000	79934	0,289604
100	6000	63500	63411	0,106545
100	7000	47700	47553	-0,069145
100	8000	33800	33670	-0,222964
50	5000	108600	108512	0,606223
50	6000	95000	95392	0,460862
50	7000	79500	80052	0,290915
50	8000	66000	65000	0,124149
25	5000	124000	124217	0,780227
25	5500	120000	119999	0,73350

TAB. 6.5 - pokračování

25	6000	116700	116468	0,694363
25	7000	108000	107499	0,59500
25	8000	98300	98210	0,492087
16,66	5000	129500	129689	0,840851
16,66	6000 <sup>+</sup> )	124000	124240	0,780486
příze	H	120000	120884	0,743298
příze	M	60000	60026	0,069040
příze	V <sup>xxx)</sup>	111400	111843	0,643123

x) Definice viz vzorec (4.55) a vzorec XIII v tab.4.1

xx) Viz též vzorec (XI), (XIII) v tab. 4.1 - kde  
 $K = K_{tah}$

xxx) Vypočítáváno jako mykaná bavlněná příze

+) Pro vyšší hodnoty a program DIROP divergoval - řešení je principiálně možné, avšak vyžadovalo by zaměnit numerický algoritmus výpočtu.

Pozn.: Hodnoty K lze aproximovat též regresní funkcí

$$K = b_0 + b_1 T_t + b_2 a_t + b_3 T_t a_t + b_4 T_t^2 a_t + b_5 T_t a_t^2 + b_6 T_t^2 a_t^2 ; \quad (6.1)$$

kde :  $T_t$  ... jemnost příze v /tex/

$a_t$  ... zákrutový koeficient v /m<sup>-1</sup>tex<sup>2/3</sup>/

Regresní konstanty nabývají hodnoty :

$$b_0 = 1,587546875 \cdot 10^5$$

$$b_1 = 3,195496094 \cdot 10^2$$

$$b_2 = -2,345429688$$

$$b_3 = -2,519954590 \cdot 10^{-1}$$

$$b_4 = 2,14069019 \cdot 10^{-4}$$

$$b_5 = -2,583312981 \cdot 10^{-6}$$

$$b_6 = 9,733440743 \cdot 10^{-8}$$

Lineární regrese mezi (průměrnými) hodnotami  $K$  v tab. 6.5 a vypočtenými hodnotami z rovnice (6.1) má následující tvar :

$$K_{\text{rovnice (6.1)}} = 1,000910 \cdot K_{\text{tab.6.5}} + 15,249537$$

korel.koef.: 0,999065

koef.determinace: 0,998130

Odtud je zřejmá velmi dobrá shoda tabulky 6.5 s regresní rovnicí (6.1). Tabulka  $K$  vypočtená z regresní rovnice je uvedena v příloze XXI

Vlastní výsledky přepočtu jednotlivých přízí jsou uvedeny v přílohách III až XX, včetně grafického znázornění průběhů koeficientů zaplnění.

Poloměry odpovídající hodnotě koeficientů zaplnění  $\mu = 0,14$  jsou vypočteny numericky a uvedeny společně s dalšími charakteristickými poloměry v tabulce 6.6.

TAB. 6.6

Příze		Poloměr	Poloměr	Poloměr	Poloměr
$T_t$ /tex/	$m^{-1} a_t^{2/3}$ /m <sup>-1</sup> tex <sup>2/3</sup> /	$r_{0,14}$ pro $\mu = 0,14$ /mm/	$r_1 = \frac{d}{2}$ z empir. rovnice (5,56) /mm/	$r_2 = \frac{d}{2}$ z empir. rovnice (5,57) /mm/	Poloměr neutrální $r_n$ z rovnice (4.49) /mm/
100	5000	0,266910	0,254906	0,272763	0,169430
100	6000	0,259499	0,243204	0,260241	0,167736
100	7000	0,254561	0,233748	0,250122	0,166888
100	8000	0,251828	0,225854 <sup>x</sup>	0,241675 <sup>x</sup>	0,166686
50	5000	0,173511	0,168200	0,172438	0,097944
50	6000	0,165288	0,160455	0,164498	0,096952
50	7000	0,158498	0,154190	0,158076	0,096341
50	8000	0,154273	0,149030 <sup>x</sup>	0,152785 <sup>x</sup>	0,096043
25	5000	0,113278	0,110924	0,111930	0,056743

TAB.6.6 - pokračování

25	5500	0,10927	0,10826	0,10924	0,056385
25	6000	0,106658	0,105841	0,106801	0,056092
25	7000	0,10120	0,10173	0,10265	0,055706
25	8000	0,097130	0,098291 <sup>x)</sup>	0,099182 <sup>x)</sup>	0,055550
16,66	5000	0,087682	0,086984	0,087418	0,041240
16,66	6000	0,081831	0,082980	0,083394	0,040750
příže H		0,110654	0,109108	0,110109	0,056751
příže M		0,16830	0,16036 <sup>x)</sup>	0,16521 <sup>x)</sup>	0,105930
příže V <sup>xx)</sup>		0,129599	0,128090	0,129874	0,070827

x) Použité empirické rovnice negarantují platnost pro tak vysoký zákrut; u příže M viz též měření OMESTEM - závěr kapitoly 6.2

xx) Vypočítáváno jako mykaná bavlněná příže

Mezi poloměrem  $r_{0,14}$  a  $r_1$  byla nalezena lineární regrese (bez přízí H, M, V) :

$$r_1 = 0,886986 r_{0,14} + 0,011487$$

korel.koef. : 0,998378

koef.determinace : 0,996758

Mezi poloměrem  $r_{0,14}$  a  $r_2$  byla nalezena lineární regrese (bez přízí H, M, V) :

$$r_2 = 0,985712 \cdot r_{0,14} + 0,001721$$

korel.koef. : 0,998783

koef.determinace : 0,997568

Odtud je zřejmé, že poloměry  $r_2$  z rovnice (5.57) jsou téměř identické s poloměry  $r_{0,14}$  (směrnice se přibližuje jedné, absolutní člen nule a korel.koeficient jedné).

Pozn.: Bez přízí  $T_t=100$  tex, které vykazují menší odchylky se dokonce naleznou korel. koeficient v hodnotě 0,999628.

Naproti tomu rozdíl mezi  $r_1$  a  $r_{0,14}$  je již významnější. Tyto výsledky jsou však v souladu s kap. 5.3.2, kde je z experimentálního hlediska považována rovnice (5.57) oproti (5.56) za správnější. Z normálního porovnání je možno učinit závěr, že vypočtené hodnoty polo-  
měrů ( $r_{0,14}$  pro  $\mu = 0,14$ ) dobře korespondují s experimentálními výsledky (rovnice (5.57)).

#### 6.4 Diskuze

Výsledky, nalezené v této práci nabízí k diskuzi řadu námětů z oblasti vnitřní struktury příze a některé poznatky mají pravděpodobně obecnější platnost.

Předmětem neustálého zájmu, ale i sporů /29/ je např. problém centrální oblasti příze. Experimentální výsledky zjištěné zde u přízí H, M a V (tab. 5.4 a grafy v přílohách III, IV, V) ukazují jednoznačně, že v úzké oblasti kolem osy příze je poměrně nízká hodnota koeficientu zaplnění  $\mu$ . Tentýž jev pozorovali též Hickie a Chaikin /60/ u česaných vlněných přízí. To nasvědčuje existenci jisté "klenby" ve vnitřní struktuře, jež zabraňuje průniku napětí z vnějších vrstev do centra.

V principu lze navrhnout dva mechanismy, jež mohou vést ke vzniku této "klenby". První z nich vychází z úvahy, že šroubovice v centru příze stlačované, vytváří radiální síly ve směru od osy příze (hypo-

téza<sup>x)</sup> Budnikova /18/). Tento způsob vysvětlení, předpokládaný dříve též autorem /129/, se však ukázal málo pravděpodobný (kap. 6.1). Reálnější se jeví druhé vysvětlení založené na úvaze o tvorbě příze ze stužky (popisují jej též Hickie a Chaikin /60/).

Zde navržený teoretický model "klenbu" nezahrnuje ani neřeší. Bylo by však v další etapě zajímavé pokusit se numericky vyřešit dif. rovnici radiální rovnováhy za podmínky  $\mathcal{E}_{22} = 0$  pro  $r=0$ , jak je naznačeno v kap. 4.1; dosáhlo by se tak zřejmě alespoň částečné řešení tohoto problému.

Koeficient zaplnění směrem od osy příze prudce stoupá a v krátké vzdálenosti dosahuje maximální hodnoty ( $\frac{\partial \mu}{\partial r} = 0$ )

Pozn.: Experimentální průběhy u přízí H, M, V (tab. 5.4 a grafy příloh III, IV, V) vykazují v těchto místech kolísavý průběh. Příčiny by bylo nutné studovat podrobněji, může však jít o nahodilé chyby experimentu, které pro malá  $r$  je třeba předpokládat (viz pozn.1 za rovnicí (5.36)).

Poloměr s nejvyšší hodnotou  $\mu$  nazvěme "poloměr klenby". V případě ostře kroucené hrubé příze (příze M, příloha IV) je zřejmé, že jeho hodnota (ležící v intervalu 0,02 - 0,05 mm) je výrazně nižší než hodnota neutrálního poloměru  $r_n$  ( $r_n = 0,105930$  mm). Lze tedy

---

x) Pojem vědecké hypotézy je z obecného hlediska velmi přehledně objasněn v práci /71/.

učinít závěr, že "poloměr klenby" a neutrální poloměr  $r_n$  jsou dva různé charakteristické poloměry. U přízí jemných či málo zakroucených však leží oba poloměry blízko sebe a experimentální výsledky (příze H) mohou budít zdání jejich identity (která je podstatou hypotézy Budnikova (op.cit.)).

- Pozn.: 1) Experimentální výsledky příze V leží co do relací obou poloměrů mezi přízí M a H  
2) O rozdílnosti obou poloměrů svědčí i průběhy zjištěné Hickie a Chaikinem (op.cit.).

Zamítnutí hypotézy Budnikova (op.cit.) na základě experimentálních výsledků však znamená v teorii přijmout podmínku  $C_{tlak}=0$  (tab.6.2) a nalézt pro tuto hodnotu fyzikální vysvětlení. Lze navrhnout následující hypotézu: Stlačování vláken v centru příze (ke kterému musí docházet vzhledem k existenci seskání) nesleduje šroubovici, ale vlákna se "skládají" ("ohýbají", "vlní") nahodile do všech směrů. Dále je část jejich "přebytku délky" vzhledem k migračnímu charakteru vlákněných trajektorií "odčerpána" prokluzem ("tokem") do vnějších částí příze.

Skutečně se též v soustavě vyhovujících konstant (tab. 6.2) požaduje, aby cca 63 % ( $q=0,626566416$ ) "přebytku délky" přešlo z centrálních oblastí do vnějších vrstev.

- Pozn.: 1) Úvahy některých autorů vedoucí na  $q=0$  či  $q=1$  je pak vzhledem k těmto výsledkům třeba považovat za limitní  
2) Hodnota  $q$ , uvedená v tab.6.2 vyhovuje bavlněným přízím mykaným; obecně je ovšem závislá jak na vlastnostech vláken (tření, tuhost aj.), tak i na jejich uspořádání (orientace, migrace atp.)

Mimo centrální oblast byla nalezena dobrá shoda teoretického a experimentálního průběhu koeficientu zaplnění (u přízí H a M - viz tab. 6.4). Výpočet teoretického průběhu byl velmi citlivý na hodnotu  $\lambda$  (viz kap.4.3.2), která souvisí s maximálně možným (limitním) stlačením vlákenného svazku. I malé odchylky od vztahu (4.44) způsobily nereálné výsledky (které nebylo možno vykompenzovat změnou ostatních konstant). Protože (4.44) vychází z plástové struktury, potvrdil se tak její limitní charakter (prokazovaný již dříve experimentálně u hedvábí např. v /105,121/).

Pro nalezení správných průběhů byla dále rozhodující volba hodnot  $C_{\text{tah}}$  a A, jež charakterizují deformovatelnost vlákenného kontinua. Právě prostřednictvím těchto konstant je teoretický výpočet charakteristik vnitřní struktury příze spjat s volbou suroviny a technologií výroby.

(Analogicky jako je např. Youngův modul pružnosti oceli determinován procesem její výroby).

Nebylo cílem práce zabývat se vztahem těchto konstant k vlastnostem vláken a procesům jejich zpracování, avšak z teoretické koncepce jsou některé souvislosti zřejmé. Tak např. při zakrucování hedvábí jsou vlákna uspořádána velmi dokonale (paralelně), což znamená, že již nepřilíš velká síla stlačí vlákna do téměř plástové struktury a další přírůstek síly nezpůsobí v podstatě žádnou přidavnou deformaci. Tento jev logicky odpovídá vysokým hodnotám  $C_{\text{tah}}$  a (-A) a použijí-li se, přiblíží se průběh koeficientu zaplnění limitě ( $\mu = \text{konst.}$ ). To však je výsledek očekávaný ze znalosti příčných řezů zakrouceného hedvábí. (U hedvábí byl pozorován /54,105/ průměrný koeficient zaplnění až 0,89, přičemž pro plástovou strukturu je odvozena hodnota

0,905). Podobnou úvahou lze předpokládat, že příze z viskóзовé stříže bude oproti mykané bavlněné přízi poněkud posunuta svým charakterem směrem k hedvábí. (Reas a Singh - cituje /116/, uvádějí průměrné koeficienty zaplnění příze při stejné jemnosti a zákrutech u mykané bavlny 0,394 a u VSs 0,485). Porovná-li se nyní teoretická křivka příze  $V$  (příloha  $\underline{V}$  ; vypočtena s konstantami platnými pro příze bavlněné) s výsledky experimentálními, je zřejmý výrazný nesouhlas obou průběhů. Vypočtený průběh by bylo možné přiblížit experimentálnímu právě zvýšením hodnoty  $C_{\text{tah}}$  (a případně též zvětšením  $-A$  ).

Podobně lze předpokládat, že se do konstant  $C_{\text{tah}}$  a  $A$  promítají např. tuhost vláken (souvisící též s jemností), délka vláken, obloučkovitost, třecí vlastnosti, ale též počet pasáží a způsob protahování, česání aj. Je možno se domnívat, že objasnění těchto souvislostí bude mít v budoucnu značný význam.

Na jednotlivých poloměrech příze byly výpočtem z teoretického modelu stanoveny m.j. též hodnoty úměrné napětím  $\tau_{11}$  a  $\tau_{22}$  (viz tabulky v přílohách). Zjištěné hodnoty Hearleho hypotézu /42,167/ ekvivalence  $\tau_{11} = \tau_{22}$  nepotvrdily a podporují spíše přístup Cheng, White a Ducketta /70/ k dané problematice. Naproti tomu předpoklad o možnosti zanedbat smyková napětí, formulovaný Hearlem (op.cit.), se i v kontextu této práce ukázal výhodný. Zda je možno považovat jej také za fyzikálně oprávněný nelze ovšem prozatím rozhodnout.

Z teoretických křivek  $\mu = \mu(r)$  vplynuly poloměry příze (definované podmínkou  $\mu = 0,14$ ), jež dobře korelují s experimentálními výsledky (kap.6.3). Podmín-

ku  $\mu = 0,14$  je ovšem třeba považovat za vyhovující pouze v omezeném rozsahu jemností a zákrutů. (Nebož např. bavlněný přást hodnotu  $\mu = 0,14$  nikde nedosáhne). Obecněji platné kritérium by bylo třeba stanovit z podrobnějšího rozboru procesů, které probíhají při měření průměrů přízí. Stanovená hodnota  $\mu = 0,14$  se může z intuitivního hlediska jevit jako poněkud vysoká. Lze ji však objasnit úvahou vycházející z (diskontinuálního) charakteru povrchu příze.

Mikrofotografie příze (z mikroskopu STEREOSCAN - interní materiály SVÚT) ukazují, že její povrch je zbrzděn "rýhami" (ve tvaru šroubovice) nahodilé šířky a hloubky. Tyto rýhy jsou odděleny šroubovými "hřebeny" vytvořenými různě mohutnými svazky vláken. V oblasti těchto "rýh" a "hřebenů" je pak buď stlačený vláknenný materiál (v "hřebenech") nebo prázdný prostor (v "rýhách"). Při experimentálním měření se náhodně klade hranice průmětu příze buď na "dno rýhy" nebo na "vrchol hřebenu", resp. do různých mezipoloh a průměr příze je vyhodnocen jako střední hodnota. Z tohoto hlediska je pravděpodobné, že diskontinuální popis jevů na povrchu příze by přinesl zajímavé výsledky.

Pozn.: Jako prvek diskontinua by bylo třeba uvažovat vláknenný svazek (o němž v jiných souvislostech hovoří též /139,173/); problémů diskontinua na povrchu příze se dotýká též práce /68/.

Aproximuje-li se však rozložení hmoty vláken na povrchu příze kontinuálním modelem (uvedeným též v této práci), pak hodnota  $\mu = 0,14$  pro průměr se jeví jako dobře možná.

V souvislosti s prováděnými experimenty na přízích H, M a V byly též vyhodnoceny zákruty  $Z_d$  (viz text u rovnice (5.38) a tabulka 5.5) a jejich rozložení. Hodnota zjištěných variačních koeficientů (pro všechny příze cca 50%) dokazuje neudržitelnost tradiční představy o konstantním úhlu stoupání vláken (což je dalším argumentem ve prospěch zvolené koncepce continua).

V závěru této kapitoly obraťme ještě pozornost k formální stránce navrženého modelu vnitřní struktury příze. Je nesporné, že patří k modelům poměrně složitým. To však není na závadu jeho dobré a pohotové použitelnosti, neboť jednou zpracované výsledky je možno vždy vyjádřit vhodnou, potřebně jednoduchou formou (regresní funkce, interpolační vyjádření - viz též /125/, nomografické a jiné zpracování).

Významný teoretický fyzik R.E.Peierls v této souvislosti říká (/137/str.302): "Náš názor, že správné zákony nakonec musí být jednoduché je možná předsudkem. Pociťujeme jisté intelektuální uspokojení, když jednoduché zákony odpovídají faktům. Pojem jednoduchosti a složitosti je však zčásti věcí zvyku našeho myšlení. Absolutní kritérium zde neexistuje."

7. Z Á V Ě R

Výsledky obsažené v této práci charakterizují některé stránky vnitřní struktury se zaměřením na bavlněné příze mykané. Bylo by třeba v budoucnu podobným způsobem vyjasnit i problematiku přízí jiných, vyráběných např. z chemických vláken či přízí bezvřetenových a platnosti strukturálních zákonitostí pak zobecnit pro většinu zakroucených vláknenných útvarů.

Na základě poznané struktury výchozí příze je možné řešit fyzikální procesy, probíhající jako důsledek působení vnějších sil (tahové, ohybové, torzní namáhání, namáhání příze radiálními tlaky apod.). Textilně-technologickým výsledkem takových procesů je vznik a chování očka (v pletenině), vazného bodu (ve tkanině) či jiného strukturálního elementu plošné textilie, který pak určuje její konstrukční uspořádání a užité vlastnosti, včetně výsledků ekonomických.

Cesta k tomuto poznání vláknenných soustav není ani lehká ani krátkodobá. Vede však k žádanému cíli i tam, kde použití jednodušších, např. stochastických forem (plánované experimenty, regresní analýza apod.) pro množství vstupujících faktorů a složitost jejich interakce selhává. Též tato práce je příspěvkem k cestě za poznáním textilních vláknenných soustav.

L i t e r a t u r a

Pozn.: 1) Použity zkrácené citace dle ČSN 01 0197

2) V seznamu jsou uváděny následující zkratky :

JTI ... Journal of the Textile Institute (Transaction)

TRJ ... Textile Research Journal

MTB ... Melliland Textilberichte (International)

- 1 ABHIRAMAN, A.S. - GEORGE, W., TRJ, 44, 1974, s.736
- 2 AKSAN, S. - ŽUREK, W.: In : Prace Institutu włokiennictwa, XXVI, s.65
- 3 BABUŠKA, I. - REKTORYS, K. - VYČIHLA, F.: Matematická teorie rovinné pružnosti. Praha 1955
- 4 BABUŠKA, I. - PRAGER, M. - VITÁSEK, E.: Numerické řešení diferenciálních rovnic. Praha 1964
- 5 BALJASOV, P.D., Technologia tex.prom., č.3, 1963, s.7
- 6 BALJASOV, P.D., Technologia tex.prom., č.5, 1963, s.10
- 7 BALJASOV, P.D., Technologia tex.prom., č.6, 1967, s.28
- 8 BALJASOV, P.D., Technologia tex.prom., č.5, 1969, s.21
- 9 BALJASOV, P.D., Technologia tex.prom., č.4, 1973, s.13
- 10 BALJASOV, P.D., Technologia tex.prom., č.4, 1973, s.22
- 11 BARELLA, A. - VIAPLANA, A., TRJ, 40, 1970, s.267
- 12 BATRA, S., JTI, 64, 1973, s.209
- 13 BATRA, S., - a j., JTI, 64, 1973, s.
- 14 BESSET, M.C., L'Ind.Text., 1948, s.737
- 15 BALAKRISHNA - IYER - PHATARFOD, JTI, 56, 1965, s.225
- 16 BRASCHLER, E.: Die Festigkeit von Baumwollgespinnsten. (Doktorská dizertace), ETH Zürich (1935)
- 17 BRDIČKA, M.: Mechanika kontinua. Praha 1959
- 18 BUDNIKOV, V.I. In: Naučno-issledovatel'skije trendy moskovskovo t'kstil'novo instituta, tom X, Moskva 1948, s.29
- 19 BUDNIKOV, V.I., a j.: Grundlagen des Spinnens, Berlin 1955
- 20 Computer simuliert Wollgarn, MTB, 50, 1969, s.1036
- 21 Controlling migration of fibers in yarn, Textile World, 1967, č.8, s.65
- 22 ČÁSTEK, A.: Experimentální vyhodnocení sklonu vláken v přízi (Dipl.práce) Liberec 1973 - VŠST
- 23 ČECH, E.: Bodové množiny. Praha 1974
- 24 ČIRLIČ, J.B., In : Sborník vědeckých prací VŠST, Liberec 1968
- 25 ČÍŽEK, F.: Teorie a empirie. Praha 1974
- 26 DADEPPO, D.A., TRJ, 41, 1971, s.911
- 27 DAŘENOVÁ, E., Zajímavosti v tex. průmyslu, SVÚT, Liberec, 1970
- 28 DOGU, I., TRJ, 42, 1972, s.726
- 29 DOGU, I., TRJ, 44, 1974, s.395
- 30 DUNLOP, J.I., JTI, 62, 1974, s.532
- 31 EL-BEHERY, H.M. - BATAVIA, D.H., TRJ, 41, 1971, s.812
- 32 EL-SHIEKH, A. - BACKER, S., TRJ, 42, 1972, s.137
- 33 ENGELS, B.: Dialektika přírody. Praha 1952
- 34 FÍŘT, V., Acta Technica ČSAV, 1970, č.1, s.83
- 35 GLASINOVA, T.M. - TRUEJCEV, N.I., Technologia teks. prom., 1963, č.4, s.17

- 36 GRACIE, P.S., JTI, 51, 1960, s.271
- 37 GUPTA, B.S. - HAMBY, D.S., TRJ, 39, 1969, s.55
- 38 GUPTA, B.S., TRJ, 40, 1970, s.15
- 39 GUPTA, B.S., TRJ, 42, 1972, s.181
- 40 GUPTA, B.S., TRJ, 44, 1974, s.125
- 41 HAJKOV, V., *Práce*, 17.5.1974, s.3
- 42 HEARLE, J.W.S., JTI, 49, 1958, s.383
- 43 HEARLE, J.W.S. - EL-BEHERY, H.M., JTI, 51, 1960, s.164
- 44 HEARLE, J.W.S. - EL-BEHERY, H.M. - THAKUR, V.M., JTI, 52, 1961, s.197
- 45 HEARLE, J.W.S. - MERCHANT, V.B., JTI, 53, 1962, s.537
- 46 HEARLE, J.W.S. - GUPTA, B.S. - MERCHANT, V.B., TRJ, 35, 1965, s.329
- 47 HEARLE, J.W.S. - BOSE, O.N., TRJ, 35, 1965, s.693
- 48 HEARLE, J.W.S. - GUPTA, B.S., TRJ, 35, 1965, s.788
- 49 HEARLE, J.W.S. - GUPTA, B.S., TRJ, 35, 1965, s.885
- 50 HEARLE, J.W.S. - GUPTA, B.S. - GOSWAMI, B.C., TRJ, 35, 1965, s.972
- 51 HEARLE, J.W.S., TRJ, 35, 1965, s.1060
- 52 HEARLE, J.W.S. - BOSE, O.N., JTI, 57, 1966, s.294
- 53 HEARLE, J.W.S. - BOSE, O.N., JTI, 57, 1966, s.308
- 54 HEARLE, J.W.S. - GROESBERG, P. - BACKER, S.: Structural mechanics of fibres, yarns and fabrics. Volume I., New York, London, Sydney, Toronto, 1969
- 55 HEARLE, J.W.S. - GOSWAMI, B.C., TRJ, 40, 1970, s.598
- 56 HEARLE, J.W.S. - KONOPASEK, M. - NEWTON, A., TRJ, 63, 1972, s.613
- 57 HEARLE, J.W.S. - LORD, P.R. - SENTURK, N., JTI, 63, 1972, s.605
- 58 HEARMON, R.F.S.: An introduction to applied anisotropic elasticity. Olford 1961 (česky Praha 1965)
- 59 HEMPEL, P., Deutsche Textiltechnik, 21, 1971, s.673
- 60 HICKIE, I.S. - CHAIKIN, M., JTI, 65, 1974, s.433
- 61 HICKIE, I.S. - CHAIKIN, M., JTI, 65, 1974, s.537
- 62 HILL, R., J.Mech.Phys.Solids., 12, 1964, s.199
- 63 HILL, R., J.Mech.Phys.Solids., 12, 1964, s.213
- 64 HLADÍK, V., Textil 25, 1970, č.2, s.35
- 65 HOFMAN, M. - JANSKA, J., Maggy.Textiltechnik, 27, 1974, s.157
- 66 HOLZMÜLLER, W. - ALTENBURG, K.: Physik der Kunststoffe. Berlin, 1961, (česky Praha 1966)
- 67 HODUKOVÁ, J.: Struktura a vlastnosti bavlněné příze mykané (Dipl.práce) Liberec 1974, VŠST
- 68 HUANG, N.C. - FUNK, G.E., TRJ, 45, 1975, s.14
- 69 CHOW, T.S. - HERMANS, J.J., TRJ, 40, 1970, s.982
- 70 CHENG, C.C. - WHITE, J.L. - DUCKETT, K.E., TRJ, 44, 1974, s.798
- 71 CHILKEVIČ, A.P.: Gnoseologičeskaja priroda gipotozy. Minsk 1974
- 72 JAKUBOVSKIJ, J.V., Tekstilnaja prom., 31, 1971, č.1, s.8
- 73 JAŠINA, G.A., Tekstilnaja prom., 30, 1970, č.5, s.16
- 74 JOHANSEN, O.: Handbuch der Baumwollspinnerei, Band I. Leipzig (1930)
- 75 KAPICA, P.L.: Eksperiment, teorija, praktika. Moskva 1974
- 76 KAŠPÁREK, J., Technol.tex.prom. 1965, č.3, s.37
- 77 KAŠPÁREK, J.: Struktura, geometrické a mechanické vlastnosti bavlněné bezvětšenové příze (kandidátská dizertace). Moskva 1967
- 78 KAŠPÁREK, J., In : SIRTEC, Paris 1969, s.249
- 79 KAŠPÁREK, J., In : Sborník vědeckých prací VŠST, Liberec 1969, s.285
- 80 KAŠPÁREK, J., Textil, 25, 1970, č.1, s.6

- 81 KAŠPÁREK, J., In : Sborník přednášek ze semináře "Struktura příze", Pardubice 1972
- 82 KAZDA, O. a j.: Metodika výzkumu přízí. (Výzkumná zpráva), Liberec, SVÚT 1971
- 83 KILBY, W.F., JTI, 55, 1964, s.589
- 84 KOLACINSKI, T., Przegląd Włakien, 1970, č.1, s.1
- 85 KOLDINSKÝ, O. a j.: Stavové veličiny ... (výzkumná zpráva), Liberec, SVÚT 1973
- 86 KOLDINSKÝ, O. - ŠVEHLA, K., In : Sborník "Výpočetní navrhování a hodnocení textilií", Liberec 1975, s.139
- 87 KOMAROV, B.P., Technologia tex.prom., 1961, č.2, s.33
- 88 KOMAROV, B.P., Technologia tex.prom., 1962, č.5, s.21
- 89 KOMAROV, B.P., Technologia tex.prom., 1963, č.3, s.27
- 90 KONOPÁSEK, M. - KUBOŇOVÁ, E., Textil, 20, č.10, s.391
- 91 KONOPÁSEK, M. - HEARLE, J.W.S., Fibre Science and Technology, 1972
- 92 KONOPÁSEK, M. - HEARLE, J.W.S., JTI, 65, 1974, s.217
- 93 KORICKIJ, K.I., Technologia tex.prom., 1961, č.5, s.30
- 94 KORICKIJ, K.I.: Osnovy projektovanija svojestvo prjaži. Moskva 1963
- 95 KORICKIJ, K.I.: Inženérnoje proektirovanie textilnych materiálov, Moskva 1971
- 96 KORN, G.A. - KORN, T.M.: Mathematical handbook for scientists and engineers. New York 1968 (rusky Moskva 1973)
- 97 KRATOCHVÍL, J. - DILLON, O.W., J.of App.Phys., 40, 1969, s.3207
- 98 KRATOCHVÍL, J. - DILLON, O.W., J.of App.Phys., 41, 1970, s.1470
- 99 KUKIN, G.N. - SOLOVJEV, A.N.: Těkstilnoje materiálovedenie. Moskva 1961
- 100 LIBSCHER, In : Přednáška na konferenci k 50.výročí založení TU Dresden, Dresden 1975
- 101 LJUSTERNIK, L.A. - a j.: Matěmaticeskij analiz. Moskva 1961 (česky Praha 1969)
- 102 LÜDICKE, A.: Die Spinnerei. Berlin 1927
- 103 LYONS, W.J.: Impact phenomena in textiles. Cambridge, Massachusetts, 1963
- 104 MALTIN, G., TRJ, 41, 1971, s.685
- 105 MARKO, J. - NECKÁŘ, B.: Tvarování nepravým zákrutem - geometrie kroucení. (Výzkumná zpráva), Liberec, VŠST, 1968
- 106 MARKO, J. - GAHLER, D.: Tvarování nepravým zákrutem - mechanika kroucení. (Výzkumná zpráva), Liberec, VŠST, 1969
- 107 MARKO, J. - NECKÁŘ, B., In : Věda a výzkum v tex. prům., XI., 1970, s.29
- 108 MARKO, J.: Tvarování nepravým zákrutem - teorie tvarovacího procesu. (Výzkumná zpráva), Liberec, VŠST, 1970-1971
- 109 MARKO, J., In : Sborník přednášek ze semináře "Struktura příze", Pardubice 1972
- 110 MARKO, J., Zajímavosti v tex. prům., SVÚT, Liberec 1973, č.6-7, (zvláštní příloha)
- 111 MARKO, J., MTB, 54, 1973, s.1019
- 112 MARKO, J.: Bezmomentová skaná nit. (Výzkumná zpráva), Liberec, VŠST, 1974
- 113 MARSCHIK, S.: Physikalisch-technische Untersuchungen von Gespinsten und Geweben. Wien 1904
- 114 MIKUT, R., Faserforschung u.Text.techn., 21, 1970, s.323
- 115 MIKUT, R., Faserforschung u.Text.techn., 21, 1970, s.389
- 116 MILITKÁ, D.: Stanovte radiální průběh koeficientu zaplnění ... (dipl.práce). Liberec 1975, VŠST
- 117 MORTON, W.E. - SUMMERS, R.J., JTI, 40, 1949, s.106
- 118 MORTON, W.E., TRJ, 26, 1956, s.325
- 119 MORTON, W.E. - HEARLE, J.W.S., JTI, 48, 1957, s.159
- 120 WAGUFUMI, Y. - AKIO, G. - MASAICHIRO, K. - GORO, T., Hitachi Hyoron, 56, 1974, s.31. In : Ref.Ž.leg prom., č.9, 1974, B 10

- 121 NECKÁŘ, D.: Studie vlivu geometrických charakteristik PAD hedvábí na proces jeho zakrucování. (Diplomová práce). Liberec 1967, VŠST
- 122 NECKÁŘ, B. - a j.: Struktura a vlastnosti ba-příze mykané. (Výzkumná zpráva). Liberec, SVÚT 1971
- 123 NECKÁŘ, B. - a j.: Návoje pro výpočet konstrukčních vlastností bavlněných přízí mykaných. (Výzkumná zpráva). Liberec, SVÚT 1971
- 124 NECKÁŘ, B. - MÁDR, I. - STOKLASA, J.: Projektování textilií. (Výzkumná zpráva). Liberec, SVÚT 1971
- 125 NECKÁŘ, B. - MÁDR, I., Zajímavosti v text.prům., SVÚT, 6.9.-10, 1972, s.187
- 126 NECKÁŘ, B., In : Sborník přednášek ze semináře "Struktura příze", Pardubice, 1972
- 127 NECKÁŘ, B. - MÁDR, I., Zajímavosti v text.prům., SVÚT, 6.11, 1974
- 128 NECKÁŘ, B., In : Sborník "Výpočetní navrhování a hodnocení textilií", Liberec 1975, s.17
- 129 NECKÁŘ, B., In : Sborník "Výpočetní navrhování a hodnocení textilií", Liberec 1975, s.193
- 130 NEKVINDA, M. - a j.: Úvod do numerické matematiky (skriptum VŠST), Liberec 1968
- 131 NISSAN, A.H.: Textile engineering process, London 1959
- 132 NOKOTA, S. - KAWABATA, S. - KAWAI, H., J.Text.Mach. Soc.Jap., 22, 1969, s.168
- 133 NOKOTA, S. - KAWABATA, S. - KAWAI, H., J.Text.Mach.Soc.Jap., 22, 1969, s.177
- 134 OBUCH, I., Chl.bum.prom., 6.1-2, 1936
- 135 PAUL, W., Textilpraxis, 1969, s.290
- 136 PAUL, W., Textilpraxis, 1969, s.509
- 137 PEIERLS, R.E.: Základy přírody, Praha 1961
- 138 PLANDER, I. - TOMÁŠ, J.: Dynamické vlastnosti viskoelastických materiálův a ich meranie, Bratislava 1964
- 139 PIGNONIX, S.L., Fibre Sci. a Technol., 7, 1974, s.15
- 140 POLÁČEK, J.: Vyhodnocení radiálního průběhu koeficientu zaplnění přízo. (Dipl.práce). Liberec 1971, VŠST
- 141 PRAGER, M., MÚ-ČSAV - soukromé sdělení
- 142 RATIANI, N.I. - DIEDULDOZE, A.K. - CINCADZE, I.B., Sakartvelos polyteknikury instituty Šromebi, 6.2, s.22. In : Ref.Ž.Ind.prom., 6.11, 1974, B 96
- 143 REISENAUER, R.: Metody matematické statistiky, Praha 1970
- 144 REKTORYS, K. - a j.: Přehled užití matematiky. Praha 1963
- 145 RIDING, G., JTI, 56, 1965, s.189
- 146 ROULENA, V. - a j.: Bezvřetenové přejání, Praha 1971
- 147 SALABA, J.: nepublikované práce, SVÚT Liberec
- 148 SALABA, J. - a j.: Základní ověření funkce přístroje D-meter. (Výzkumná zpráva). Liberec, SVÚT, 1972
- 149 SEVOŠŤJANOV, A.G.: Sostavlenije směsok i směšivanije v chlopkoprjadilnom proizvoďstve. Moskva 1954
- 150 SEVOŠŤJANOV, A.G.: Metody issledovanija nerovnoty produktov prjaděnija. Moskva 1962
- 151 SEVOŠŤJANOV, A.G., Technol.tex. prom., 1971, 6.4, s.10
- 152 SIMON, J.: Teorie předení, díl III. (Skriptum VŠST). Liberec 1956
- 153 SIMON, J. - a j., In : Sborník přednášek ze semináře "Struktura příze", Pardubice 1972
- 154 SOBOTKA, Z. - FIŘT, V., ÚTAM-ČSAV - soukromé sdělení
- 155 SOBOTKOVÁ, E., Stavebnický časopis SAV, 21, 6.6-8, 1973, s.431

- 156 SOKOLOV, G.V.: Voprosy teorii kručeniija voloknistych materiatov, Moskva 1957
- 157 STEARN, A.E., JTI, 62, 1971, s.353
- 158 STEJSKAL, A. - KAŠPÁREK, J., pat. ČSSR č. 117 179
- 159 STEJSKAL, A., Jemná mechanika a optika, č.12, 1965, s.377
- 160 STEJSKAL, A., In : Sborník přednášek ze semináře "Struktura příze", Pardubice 1972
- 161 STEJSKAL, A. - KAŠPÁREK, J., autorské osvědčení č. 152083, ČSSR
- 162 ŠELEPUGIN, J.K. - a j., Technol.tex.prom., č.2, 1972, s.23
- 163 Technický slovník naučný, III.díl, Praha 1963
- 164 TERASAKI, H. - SABATA, Y. - KATAGIRI, Y., J.Soc. Text. Cellulose Ing.Jap., 16, s.701
- 165 THEORELL, H., Vesmír, 53, 1974, s.290
- 166 TRELOAR, L.R.G., JTI, 47, 1956, s.348
- 167 TRELOAR, L.R.G. - HEARLE, J.W.S., JTI, 53, 1962, s.446
- 168 TRELOAR, L.R.G. - RIDING, G., JTI, 54, 1963, s.156
- 169 TRELOAR, L.R.G., JTI, 56, 1965, s.359
- 170 TRELOAR, L.R.G., JTI, 56, 1965, s.447
- 171 TRELOAR, L.R.G., In : J.Polymer Sci., Polymer symposium, č.18, 1974, s.107
- 172 WEGENER, W. - KÜHNEL, A.: Ein Model für die Anordnung der Elementarfäden in einem gedrehten Faden. (Výzkumná zpráva). Köln am Rhein 1967
- 173 WEGENER, W. - HOPI, G., MTB, 1969, s.1015
- 174 ŽID, J.: Studie příčných rozměrů přízi. (Výzkumná zpráva). Liberec, SVĚT, 1967
- 175 ŽID, V. - NECKÁŘ, B., Zajímavosti v text. prům., č.3, 1969, s.69
- 176 ŽUREK, W.: Struktura przędzy. Warszawa 1971

U 78 + př.

Příloha I

Program DIROP - pro stolní kalkulátor

HP 9810 A

PROGRAM DIROP - USEK (FILE) 1

0000	FMT	42	0050	SFL	54	0100	CNT	47	0150	CNT	47	0200	CLR	20	0250	0	71
0001	5	05	0051	SFL	54	0101	CNT	47	0151	I	65	0201	CLR	20	0251	N	73
0002	CLX	37	0052	SFL	54	0102	5	56	0152	N	73	0202	CLR	20	0252	XTO	40
0003	FMT	42	0053	SFL	54	0103	0	71	0153	XTO	20	0203	2	02	0253	XTO	20
0004	5	05	0054	SFL	54	0104	XTO	40	0154	E	60	0204	PSE	57	0254	A	62
0005	CNT	47	0055	SFL	54	0105	XTO	20	0155	0	10	0205	CNT	47	0255	N	73
0006	FMT	42	0056	SFL	54	0106	1X	17	0156	INT	64	0206	K	55	0256	XTO	20
0007	FMT	42	0057	SFL	54	0107	0	56	0157	R	62	0207	0	71	0257	A	62
0008	CNT	47	0058	CLP	20	0108	1X	17	0158	L	72	0208	N	73	0258	CNT	47
0009	CNT	47	0059	0	01	0109	1X	17	0159	1X	17	0209	XTO	20	0259	K	55
0010	CNT	47	0060	PSE	57	0110	CLR	20	0160	CLR	20	0210	XTO	20	0260	SFL	54
0011	CNT	47	0061	CNT	47	0111	0	10	0161	N	73	0211	A	62	0261	FMT	42
0012	INT	64	0062	F	55	0112	1X	17	0162	1X	17	0212	N	73	0262	STP	41
0013	3FR	61	0063	0	71	0113	F	55	0163	M	70	0213	XTO	20	0263	FMT	45
0014	C	61	0064	0	71	0114	L	72	0164	E	60	0214	XFR	57	0264	XTO	20
0015	H	73	0065	XTO	40	0115	L	72	0165	0	13	0215	XFR	57	0265	9	11
0016	0	71	0066	XTO	20	0116	D	63	0166	0	65	0216	CNT	47	0266	I	61
0017	X50	12	0067	H	62	0117	D	63	0167	C	61	0217	CNT	47	0267	FMT	42
0018	I	65	0068	N	73	0118	N	73	0168	K	55	0218	PMT	45	0268	FMT	42
0019	CLP	20	0069	XTO	20	0119	CNT	47	0169	E	60	0219	F	10	0269	0	10
0020	CLP	20	0070	XFR	67	0120	K	55	0170	CNT	47	0220	XFR	67	0270	E	60
0021	CNT	47	0071	CLP	20	0121	0	13	0171	I	65	0221	X50	12	0271	L	72
0022	CNT	47	0072	CNT	47	0122	0	13	0172	N	73	0222	I	65	0272	R	62
0023	CNT	47	0073	CNT	47	0123	K	55	0173	XTO	20	0223	I	65	0273	XTO	20
0024	CNT	47	0074	INT	64	0124	CLP	20	0174	E	60	0224	H	62	0274	I	65
0025	INT	64	0075	XFR	67	0125	0	13	0175	G	15	0225	L	72	0275	INT	64
0026	XTO	40	0076	5	56	0126	0	66	0176	0	34	0226	N	73	0276	N	73
0027	XTO	20	0077	0	71	0127	XTO	40	0177	0	13	0227	I	65	0277	I	65
0028	1X	17	0078	0	61	0128	H	62	0178	H	62	0228	CLR	20	0278	CNT	47
0029	5	56	0079	F	60	0129	H	73	0179	C	61	0229	CLP	20	0279	H	70
0030	H	73	0080	XTO	20	0130	I	65	0180	0	71	0230	XTO	20	0280	0	71
0031	I	65	0081	H	73	0131	CNT	47	0181	CNT	47	0231	0	71	0281	D	63
0032	CLR	20	0082	I	65	0132	XV	52	0182	1X	17	0232	1X	17	0282	1X	17
0033	CNT	47	0083	C	61	0133	H	70	0183	XTO	40	0233	H	74	0283	0	30
0034	CNT	47	0084	H	70	0134	H	70	0184	I	65	0234	0	13	0284	CLR	20
0035	CNT	47	0085	CLP	20	0135	0SE	57	0185	N	73	0235	N	73	0285	L	72
0036	K	55	0086	CNT	47	0136	SFL	54	0186	0	56	0236	0	71	0286	0	71
0037	0	71	0087	CNT	47	0137	FMT	42	0187	XTO	40	0237	H	62	0287	INT	64
0038	H	73	0088	1X	17	0138	STP	42	0188	0	71	0238	CNT	47	0288	H	62
0039	XTO	20	0089	1X	17	0139	CNT	45	0189	N	73	0239	CNT	47	0289	CNT	47
0040	XTO	20	0090	H	70	0140	XTO	20	0190	0SE	57	0240	0	71	0290	X50	12
0041	A	62	0091	E	60	0141	9	11	0191	SFL	54	0241	D	63	0291	M	70
0042	N	73	0092	0	13	0142	0	00	0192	FMT	42	0242	1X	17	0292	E	60
0043	XTO	20	0093	I	65	0143	FMT	42	0193	STP	41	0243	L	72	0293	N	73
0044	XFR	67	0094	C	61	0144	CNT	42	0194	FMT	45	0244	0	71	0294	A	62
0045	CLR	20	0095	K	55	0145	5	56	0195	XTO	20	0245	0	71	0295	CNT	47
0046	CNT	47	0096	XFR	67	0146	0	71	0196	8	10	0246	INT	64	0296	H	62
0047	CNT	47	0097	C	61	0147	C	61	0197	3	03	0247	H	62	0297	SFL	54
0048	CNT	47	0098	H	74	0148	E	60	0198	FMT	42	0248	CNT	47	0298	FMT	42
0049	SFL	54	0099	CLR	20	0149	XTO	20	0199	FMT	42	0249	K	55	0299	FMT	42

0300	STP	41	0490	XTO	23	0430	F	116	0560	XTO	23	0550	9	111	
0301	ENT	45	0401	XKY	22	0431	T	65	0501	I	65	0551	8	110	
0302	XO	23	0402	XVO	23	0432	C	61	0502	INT	64	0552	ENT	44	
0303	9	11	0403	E	60	0433	K	55	0503	N	73	0553	X	42	
0304	2	02	0404	VE	24	0434	H	63	0504	I	65	0554	X	35	
0305	ENT	42	0405	PSE	57	0435	ENT	47	0505	ENT	47	0555	X	35	
0306	ENT	43	0406	SFL	54	0436	CNT	74	0506	H	56	0556	X	35	
0307	4	59	0407	ENT	42	0437	H	70	0507	H	70	0557	X	30	
0308	0	71	0408	STP	41	0438	H	71	0508	H	71	0558	X	30	
0309	M	70	0409	ENT	45	0439	XTO	23	0509	D	60	0559	X	30	
0310	E	60	0410	XTO	23	0440	X	34	0510	X	34	0560	X	34	
0311	6	15	0411	9	11	0441	H	71	0511	ENT	47	0561	X	34	
0312	H	73	0412	5	65	0442	0	71	0512	L	72	0562	X	34	
0313	H	62	0413	FMT	40	0443	XTO	23	0513	L	71	0563	X	34	
0314	ENT	47	0414	FMT	40	0444	XTO	23	0514	XSO	18	0564	X	34	
0315	D	63	0415	XSO	18	0445	CNT	47	0515	XSO	18	0565	X	34	
0316	E	60	0416	H	66	0446	ENT	47	0516	E	60	0566	X	34	
0317	L	72	0417	R	66	0447	ENT	47	0517	H	70	0567	X	34	
0318	9	11	0418	R	65	0448	L	72	0518	H	70	0568	X	34	
0319	X	42	0419	R	65	0449	R	62	0519	X	34	0569	X	34	
0320	CLK	20	0420	XTO	23	0450	K	55	0520	ENT	47	0570	X	34	
0321	L	72	0421	XTO	23	0451	E	60	0521	X	34	0571	CLR	20	
0322	L	62	0422	CNT	47	0452	N	73	0522	X	34	0572	CLR	20	
0323	H	62	0423	F	59	0453	CLP	20	0523	X	34	0573	FMT	42	
0324	H	69	0424	0	19	0454	CNT	47	0524	XSO	18	0574	FMT	42	
0325	H	69	0425	XSO	18	0455	0	19	0525	XSO	18	0575	FMT	42	
0326	H	60	0426	E	60	0456	0	19	0526	CLP	20	0576	0	60	
0327	SFL	54	0427	CLP	20	0457	XKY	52	0527	H	70	0577	E	60	
0328	ENT	42	0428	CNT	47	0458	H	62	0528	XTO	23	0578	XTO	23	
0329	TP	42	0429	XSO	12	0459	0	15	0529	H	62	0579	0	13	
0330	ENT	45	0430	XKY	52	0459	DIV	35	0530	H	62	0580	H	62	
0331	XTO	23	0431	I	61	0460	1	X	17	0531	XTO	23	0581	L	72
0332	9	11	0432	DIV	35	0461	B	69	0532	E	60	0582	H	62	
0333	0	00	0433	H	62	0462	0	19	0533	E	60	0583	H	62	
0334	ENT	42	0434	H	70	0463	0	19	0534	CLP	20	0584	ENT	42	
0335	ENT	42	0435	H	70	0464	0	19	0535	CLP	20	0585	ENT	42	
0336	ENT	44	0436	PSE	57	0465	H	62	0536	ENT	47	0586	K	55	
0337	ENT	44	0437	SFL	54	0466	HSE	57	0537	ENT	47	0587	K	55	
0338	ENT	42	0438	ENT	42	0467	SFL	54	0538	ENT	47	0588	E	60	
0339	H	74	0439	STP	41	0468	ENT	42	0539	XTO	23	0589	E	60	
0340	0	71	0440	ENT	45	0469	STP	41	0540	H	62	0590	I	65	
0341	XSO	12	0441	9	11	0470	ENT	45	0541	L	72	0591	0	61	
0342	ENT	47	0442	9	11	0471	XTO	23	0542	H	62	0592	0	61	
0343	ENT	47	0443	9	11	0472	9	11	0543	H	62	0593	0	61	
0344	ENT	45	0444	ENT	42	0473	7	01	0544	H	62	0594	0	61	
0345	0	71	0445	XTO	23	0474	ENT	42	0545	H	62	0595	0	61	
0346	0	71	0446	XTO	23	0475	ENT	42	0546	H	62	0596	0	61	
0347	E	60	0447	XTO	23	0476	ENT	42	0547	H	62	0597	0	61	
0348	E	60	0448	E	60	0477	E	60	0548	H	62	0598	0	61	
0349	ENT	42	0449	C	61	0478	L	72	0549	H	62	0599	0	61	
0350	ENT	42	0450	I	65	0479	L	62	0550	XTO	23	0600	0	61	

0600	L	---	72	0650	---	0	---	00
0601	N	---	73	0651	---	I	---	01
0602	E	---	60	0652	---	CNT	---	47
0603	N	---	73	0653	---	CNT	---	47
0604	I	---	55	0654	---	STP	---	41
0605	CLR	---	20	0655	---	I	---	01
0606	CNT	---	47	0656	---	I	---	02
0607	M	---	70	0657	---	ENT	---	42
0608	I	---	55	0658	---	ENT	---	42
0609	XCT	---	52	0659	---	XTO	---	23
0610	I	---	13	0660	---	L	---	72
0611	SFL	---	54	0661	---	A	---	62
0612	0	---	00	0662	---	K	---	55
0613	PSE	---	57	0663	---	0	---	21
0614	SFL	---	54	0664	---	K	---	55
0615	ENT	---	42	0665	---	SPL	---	54
0616	STP	---	41	0666	---	0	---	00
0617	PNT	---	45	0667	---	CLR	---	30
0618	XTO	---	23	0668	---	---	---	34
0619	9	---	11	0669	---	---	---	34
0620	9	---	11	0670	---	---	---	34
0621	ENT	---	42	0671	---	---	---	34
0622	ENT	---	42	0672	---	---	---	34
0623	---	---	34	0673	---	---	---	34
0624	---	---	34	0674	---	---	---	34
0625	---	---	34	0675	---	---	---	34
0626	---	---	34	0676	---	---	---	34
0627	---	---	34	0677	---	---	---	34
0628	---	---	34	0678	---	---	---	34
0629	---	---	34	0679	---	---	---	34
0630	---	---	34	0680	---	---	---	34
0631	---	---	34	0681	---	---	---	34
0632	---	---	34	0682	---	---	---	34
0633	---	---	34	0683	---	---	---	34
0634	---	---	34	0684	---	ENT	---	42
0635	---	---	34	0685	---	STO	---	44
0636	---	---	34	0686	---	0	---	00
0637	---	---	34	0687	---	END	---	46
0638	---	---	34					
0639	ENT	---	42					
0640	CLX	---	37					
0641	XTO	---	23					
0642	I	---	01					
0643	0	---	00					
0644	0	---	00					
0645	CNT	---	47					
0646	.	---	21					
0647	I	---	01					
0648	XTO	---	23					
0649	I	---	01					



0300	XFR	67	0550	GTO	44	0400	XFR	1	01	0500	1	01	05	0550	XFR	67
0301	9	01	0551	LBL	51	0401	XFR	1	01	0450	X	7	50	0551	2	02
0302	0	00	0552	6	06	0451	GTO	44	50	0451	GTO	44	50	0552	5	05
0303	XTO	23	0553	LBL	51	0452	LBL	51	51	0452	LBL	51	51	0553	Y	50
0304	7	07	0554	9	11	0453	IND	51	51	0453	IND	51	51	0554	GTO	44
0305	CNT	47	0555	XFR	67	0454	CNT	47	47	0454	CNT	47	47	0555	IND	51
0306	5	05	0556	7	07	0455	XFR	67	67	0455	XFR	67	67	0556	IND	51
0307	3	03	0557	XTO	23	0456	3	03	03	0456	3	03	03	0557	CNT	47
0308	GTO	44	0558	+	23	0457	1	01	01	0457	1	01	01	0558	XFR	67
0309	SR	77	0559	1	01	0458	UP	27	27	0458	UP	27	27	0559	3	03
0310	LBL	51	0560	6	06	0459	XFR	67	67	0459	XFR	67	67	0560	8	08
0311	1	01	0561	XTO	23	0460	6	06	06	0460	6	06	06	0561	XFR	67
0312	LBL	51	0562	1	01	0461	2	02	02	0461	2	02	02	0562	4	04
0313	5	05	0563	0	00	0462	X	7	50	0462	X	7	50	0563	4	04
0314	XFR	67	0564	7	07	0463	GTO	44	44	0463	GTO	44	44	0564	8	08
0315	7	07	0565	7	07	0464	LBL	51	51	0464	LBL	51	51	0565	UP	27
0316	XTO	23	0566	XTO	23	0465	5	05	05	0465	5	05	05	0566	G	15
0317	7	07	0567	DIV	35	0466	CNT	47	47	0466	CNT	47	47	0567	LEX	26
0318	1	01	0568	7	07	0467	GTO	44	44	0467	GTO	44	44	0568	PHS	32
0319	1	01	0569	XFR	67	0468	LBL	51	51	0468	LBL	51	51	0569	6	06
0320	SR	77	0570	UP	27	0469	0	00	00	0469	0	00	00	0570	XFR	67
0321	GTO	44	0571	EX	36	0470	STP	41	41	0470	STP	41	41	0571	X	36
0322	LBL	51	0572	GHS	32	0471	LBL	51	51	0471	LBL	51	51	0572	X	36
0323	4	04	0573	4	04	0472	7	07	07	0472	7	07	07	0573	K	10
0324	F	16	0574	XFR	67	0473	XFR	67	67	0473	XFR	67	67	0574	6	06
0325	XY	52	0575	X	36	0474	3	03	03	0474	3	03	03	0575	X	36
0326	GTO	44	0576	8	08	0475	5	05	05	0475	5	05	05	0576	GTO	44
0327	LBL	51	0577	8	08	0476	UP	27	27	0476	UP	27	27	0577	LBL	51
0328	6	06	0578	6	06	0477	XFR	67	67	0477	XFR	67	67	0578	CNT	47
0329	CNT	47	0579	XTO	23	0478	2	02	02	0478	2	02	02	0579	3	03
0330	LBL	51	0580	GTO	44	0479	5	05	05	0479	5	05	05	0580	LBL	51
0331	8	08	0581	5	05	0480	G	15	15	0480	G	15	15	0581	USE	57
0332	CNT	47	0582	CNT	47	0481	XE	10	30	0481	XE	10	30	0582	X	36
0333	2	02	0583	XFR	67	0482	15	15	15	0482	15	15	15	0583	3	03
0334	XFR	67	0584	X	36	0483	XY	52	52	0483	XY	52	52	0584	1	01
0335	3	03	0585	3	03	0484	GTO	44	44	0484	GTO	44	44	0585	UP	27
0336	3	03	0586	5	05	0485	LBL	51	51	0485	LBL	51	51	0586	XFR	67
0337	7	07	0587	XTO	23	0486	XFR	67	67	0486	XFR	67	67	0587	3	03
0338	0	00	0588	2	02	0487	CNT	47	47	0487	CNT	47	47	0588	3	03
0339	1	01	0589	5	05	0488	INF	43	43	0488	INF	43	43	0589	X	36
0340	6	06	0590	XFR	67	0489	GTO	44	44	0489	GTO	44	44	0590	CNT	47
0341	LBL	51	0591	3	03	0490	LBL	51	51	0490	LBL	51	51	0591	3	03
0342	XFR	67	0592	6	06	0491	9	09	09	0491	9	09	09	0592	5	05
0343	GTO	44	0593	XTO	23	0492	CNT	47	47	0492	CNT	47	47	0593	GTO	44
0344	SR	77	0594	3	03	0493	GTO	44	44	0493	GTO	44	44	0594	LBL	51
0345	LBL	51	0595	XFR	67	0494	K	10	10	0494	K	10	10	0595	Y	50
0346	F	16	0596	3	03	0495	5	05	05	0495	5	05	05	0596	4	04
0347	F	16	0597	7	07	0496	UP	27	27	0496	UP	27	27	0597	5	05
0348	XY	52	0598	XTO	23	0497	LBL	51	51	0497	LBL	51	51	0598	GTO	44
0349	5	05	0599	1	01	0498	XFR	67	67	0498	XFR	67	67	0599	LBL	51
0350	5	05	0600	5	05	0499	XFR	67	67	0499	XFR	67	67	0600	UP	27

0600	STP	41	0650	CHT	47	0700	6	0800	1	0850	XXY	52
0601	LBL	67	0651	XPR	67	0701	XY	01	0801	UP	67	13
0602	WD	31	0652	2	0653	6FL	54	0802	1	0851	6	54
0603	WD	31	0654	2	0702	GTO	44	0803	5FL	08	13	13
0604	WT	43	0655	X>Y	0703	GTO	44	0804	CHT	0	00	00
0605	WT	43	0656	GTO	0704	LBL	51	0805	4FL	49	57	57
0606	CHT	47	0657	GTO	0705	XTO	23	0806	5FL	51	54	54
0607	CHT	47	0658	LBL	0706	XPR	67	0807	CHT	47	42	42
0608	CHT	47	0659	INT	0707	ENT	42	0808	CHT	47	47	47
0609	1	01	0650	CHT	0708	K	55	0809	CHT	47	47	47
0610	1	01	0651	XPR	0709	N	73	0810	9	11	11	11
0611	ENT	45	0652	8	0710	XY	53	0811	9	11	11	11
0612	XPR	67	0653	3	0711	N	73	0812	XTO	23	23	23
0613	1	01	0654	UP	0712	E	60	0813	1	01	01	01
0614	6	06	0655	XPR	0713	C	61	0814	ENT	42	42	42
0615	ENT	45	0656	1	0714	CLR	20	0815	X	06	06	06
0616	ENT	45	0657	5	0715	CLR	20	0816	H	74	74	74
0617	3	02	0658	X>Y	0716	CLR	20	0817	0	10	10	10
0618	1	01	0659	GTO	0717	CLR	20	0818	H	74	74	74
0619	ENT	45	0660	LBL	0718	CLR	20	0819	H	74	74	74
0620	XPR	67	0661	XTO	0719	CLR	20	0820	C	61	61	61
0621	2	02	0662	GTO	0720	ENT	42	0821	C	61	61	61
0622	3	02	0663	GTO	0721	STP	41	0822	N	73	73	73
0623	ENT	45	0664	1/X	0722	LBL	51	0823	N	73	73	73
0624	XPR	67	0665	STP	0723	LBL	51	0824	I	65	65	65
0625	2	02	0666	2	0724	XPR	67	0825	I	65	65	65
0626	2	02	0667	1/X	0725	1	01	0826	I	65	65	65
0627	ENT	45	0668	GTO	0726	0	00	0827	I	65	65	65
0628	XPR	67	0669	GTO	0727	0	00	0828	I	65	65	65
0629	2	02	0670	S/R	0728	UP	27	0829	I	65	65	65
0630	6	06	0671	LBL	0729	CLX	37	0830	I	65	65	65
0631	ENT	45	0672	0	0730	X>Y	55	0831	I	65	65	65
0632	XPR	67	0673	XPR	0731	GTO	44	0832	I	65	65	65
0633	2	02	0674	9	0732	LBL	51	0833	I	65	65	65
0634	1	01	0675	LBL	0733	5	15	0834	I	65	65	65
0635	ENT	45	0676	1/X	0734	ENT	47	0835	I	65	65	65
0636	2	02	0677	GTO	0735	0	00	0836	I	65	65	65
0637	XPR	67	0678	S/R	0736	UP	27	0837	I	65	65	65
0638	2	02	0679	LBL	0737	5FL	54	0838	I	65	65	65
0639	6	06	0680	0	0738	GTO	44	0839	I	65	65	65
0640	ENT	45	0681	XPR	0739	LBL	51	0840	I	65	65	65
0641	2	02	0682	9	0740	N	73	0841	I	65	65	65
0642	1	01	0683	0	0741	X>Y	52	0842	I	65	65	65
0643	UP	27	0684	XTO	0742	GTO	44	0843	I	65	65	65
0644	XPR	67	0685	+	0743	LBL	51	0844	I	65	65	65
0645	2	02	0686	1	0744	IFG	43	0845	I	65	65	65
0646	5	05	0687	1	0745	6FL	54	0846	I	65	65	65
0647	ENT	45	0688	GTO	0746	GTO	44	0847	I	65	65	65
0648	ENT	45	0689	LBL	0747	LBL	51	0848	I	65	65	65
0649	UP	27	0690	2	0748	N	73	0849	I	65	65	65
0650	UP	27	0691	3	0749	0	00	0850	I	65	65	65
0651	UP	27	0692	STP	0750	X>Y	52	0851	I	65	65	65
0652	UP	27	0693	LBL	0751	GTO	44	0852	I	65	65	65
0653	UP	27	0694	LBL	0752	LBL	51	0853	I	65	65	65
0654	UP	27	0695	INT	0753	N	70	0854	I	65	65	65
0655	UP	27	0696	XPR	0754	ENT	47	0855	I	65	65	65
0656	UP	27	0697	UP	0755	XPR	67	0856	I	65	65	65
0657	UP	27	0698	XPR	0756	1	01	0857	I	65	65	65
0658	UP	27	0699	XPR	0757	0	00	0858	I	65	65	65
0659	UP	27	0700	XPR	0758	1	01	0859	I	65	65	65
0660	UP	27	0701	XPR	0759	0	00	0860	I	65	65	65
0661	UP	27	0702	XPR	0760	0	00	0861	I	65	65	65
0662	UP	27	0703	XPR	0761	0	00	0862	I	65	65	65
0663	UP	27	0704	XPR	0762	0	00	0863	I	65	65	65
0664	UP	27	0705	XPR	0763	0	00	0864	I	65	65	65
0665	UP	27	0706	XPR	0764	0	00	0865	I	65	65	65
0666	UP	27	0707	XPR	0765	0	00	0866	I	65	65	65
0667	UP	27	0708	XPR	0766	0	00	0867	I	65	65	65
0668	UP	27	0709	XPR	0767	0	00	0868	I	65	65	65
0669	UP	27	0710	XPR	0768	0	00	0869	I	65	65	65
0670	UP	27	0711	XPR	0769	0	00	0870	I	65	65	65
0671	UP	27	0712	XPR	0770	0	00	0871	I	65	65	65
0672	UP	27	0713	XPR	0771	0	00	0872	I	65	65	65
0673	UP	27	0714	XPR	0772	0	00	0873	I	65	65	65
0674	UP	27	0715	XPR	0773	0	00	0874	I	65	65	65
0675	UP	27	0716	XPR	0774	0	00	0875	I	65	65	65
0676	UP	27	0717	XPR	0775	0	00	0876	I	65	65	65
0677	UP	27	0718	XPR	0776	0	00	0877	I	65	65	65
0678	UP	27	0719	XPR	0777	0	00	0878	I	65	65	65
0679	UP	27	0720	XPR	0778	0	00	0879	I	65	65	65
0680	UP	27	0721	XPR	0779	0	00	0880	I	65	65	65
0681	UP	27	0722	XPR	0780	0	00	0881	I	65	65	65
0682	UP	27	0723	XPR	0781	0	00	0882	I	65	65	65
0683	UP	27	0724	XPR	0782	0	00	0883	I	65	65	65
0684	UP	27	0725	XPR	0783	0	00	0884	I	65	65	65
0685	UP	27	0726	XPR	0784	0	00	0885	I	65	65	65
0686	UP	27	0727	XPR	0785	0	00	0886	I	65	65	65
0687	UP	27	0728	XPR	0786	0	00	0887	I	65	65	65
0688	UP	27	0729	XPR	0787	0	00	0888	I	65	65	65
0689	UP	27	0730	XPR	0788	0	00	0889	I	65	65	65
0690	UP	27	0731	XPR	0789	0	00	0890	I	65	65	65
0691	UP	27	0732	XPR	0790	0	00	0891	I	65	65	65
0692	UP	27	0733	XPR	0791	0	00	0892	I	65	65	65
0693	UP	27	0734	XPR	0792	0	00	0893	I	65	65	65
0694	UP	27	0735	XPR	0793	0	00	0894	I	65	65	65
0695	UP	27	0736	XPR	0794	0	00	0895	I	65	65	65
0696	UP	27	0737	XPR	0795	0	00	0896	I	65	65	65
0697	UP	27	0738	XPR	0796	0	00	0897	I	65	65	65
0698	UP	27	0739	XPR	0797	0	00	0898	I	65	65	65
0699	UP	27	0740	XPR	0798	0	00	0899	I	65	65	65
0700	UP	27	0741	XPR	0799	0	00	0900	I	65	65	65
0701	UP	27	0742	XPR	0800	0	00	0901	I	65	65	65
0702	UP	27	0743	XPR	0801	0	00	0902	I	65	65	65
0703	UP	27	0744	XPR	0802	0	00	0903	I	65	65	65
0704	UP	27	0745	XPR	0803	0	00	0904	I	65	65	65
0705	UP	27	0746	XPR	0804	0	00	0905	I	65	65	65
0706	UP	27	0747	XPR	0805	0	00	0906	I	65	65	65
0707	UP	27	0748	XPR	0806	0	00	0907	I	65	65	65
0708	UP	27	0749	XPR	0807	0	00	0908	I	65	65	65
0709	UP	27	0750	XPR	0808	0	00	0909	I	65	65	65
0710	UP	27	0751	XPR	0809	0	00	0910	I	65	65	65
0711	UP	27	0752	XPR	0810	0	00	0911	I	65	65	65
0712	UP	27	0753	XPR	0811	0	00	0912	I	65	65	65
0713	UP	27	0754	XPR	0812	0	00	0913	I	65	65	65
0714	UP	27	0755	XPR	0813	0	00	0914	I	65	65	65
0715	UP	27	0756	XPR	0814	0	00	0915	I	65	65	65
0716	UP	27	0757	XPR	0815	0	00	0916	I	65	65	65
0717	UP	27	0758	XPR	0816	0	00	0917	I	65	65	65
0718	UP	27	0759	XPR	0817	0	00	0918	I	65	65	65
0719	UP	27	0760	XPR	0818	0	00	0919	I	65	65	65
0720	UP	27	0761	XPR	0819	0	00	0920	I	65	65	65
0721	UP	27	0762	XPR	0820	0	00	0921	I	65	65	65
0722	UP	27	0763	XPR	0821	0	00	0922	I	65	65	65
0723	UP	27	0764	XPR	0822	0	00	0923	I	65		

0900	CLR--20	1000	9	11	1058	5	06	1100	GT0--44	1150	XFR--67
0901	CLR--20	1001	YE	24	1051	XFR	12	1101	SFR--77	1151	+--30
0902	ENT--23	1002	2	02	1052	XFR	35	1102	LBL--51	1152	4--04
0903	GTO--44	1003	0	00	1053	DIV	37	1103	LBL--51	1153	XFR--67
0904	LBL--51	1004	VE	24	1054	1	01	1104	XFR--67	1154	DIV--35
0905	1--00	1005	2	02	1055	0	00	1105	5--10	1155	8--10
0906	STP--41	1006	VE	06	1056	XFR	37	1106	5--09	1156	UP--27
0907	STP--41	1007	VE	24	1057	X	36	1107	XTO--39	1157	2--02
0908	LBL--51	1008	2	02	1058	8	10	1108	X--36	1158	X--36
0909	1--00	1009	7	07	1059	4	04	1109	4--04	1159	XE--24
0910	XTO--23	1010	VE	24	1060	XTO	23	1110	GTO--44	1160	DIV--35
0911	6--14	1011	2	02	1061	6	14	1111	SFR--77	1161	8--10
0912	1--01	1012	8	10	1062	XFR	67	1112	LBL--51	1162	1--01
0913	UP--27	1013	VE	24	1063	2	02	1113	YTO--40	1163	YTO--40
0914	XFR--67	1014	2	02	1064	1	01	1114	CRS--32	1164	2--02
0915	2--02	1015	6	11	1065	X	17	1115	XFR--67	1165	2--02
0916	5--06	1016	YE	24	1066	XO	12	1116	+--30	1166	XFR--67
0917	XTO--23	1017	3	03	1067	XFR	67	1117	4--04	1167	1--01
0918	IND--31	1018	9	00	1068	X	36	1118	XFR--67	1168	0--00
0919	6--14	1019	SFR	77	1069	8	10	1119	X--36	1169	XO--12
0920	6--14	1020	STP	41	1070	4	04	1120	0--10	1170	DIV--35
0921	XFR--67	1021	LBL	51	1071	XFR	67	1121	UP--27	1171	YTO--40
0922	3--00	1022	F	16	1072	X	36	1122	2--02	1172	2--02
0923	1--01	1023	C	51	1073	1	01	1123	X--36	1173	5--05
0924	XTO--23	1024	XV	53	1074	0	00	1124	VE--39	1174	XFR--67
0925	IND--31	1025	XEV	30	1075	XTO	23	1125	DIV--35	1175	2--02
0926	6--14	1026	CNT	47	1076	6	13	1126	8--10	1176	1--01
0927	1--01	1027	CNT	47	1077	XFR	67	1127	1--01	1177	XTO--23
0928	XFR--67	1028	CNT	47	1078	2	02	1128	YTO--40	1178	1--01
0929	1--01	1029	UP	27	1079	1	01	1129	5--06	1179	XFR--67
0930	1--01	1030	UP	27	1080	X	17	1130	6--10	1180	X--36
0931	XTO--23	1031	XFR	67	1081	XFR	67	1131	C--36	1181	1--01
0932	IND--31	1032	8	10	1082	DIV	35	1132	0--10	1182	5--06
0933	6--14	1033	2	02	1083	1	01	1133	VE--39	1183	XFR--67
0934	1--01	1034	SFR	77	1084	1	01	1134	VE--39	1184	DIV--35
0935	XFR--67	1035	STP	41	1085	XFR	67	1135	GTO--44	1185	1--01
0936	1--01	1036	LBL	51	1086	X	36	1136	SFR--77	1186	1--01
0937	6--10	1037	A	62	1087	1	01	1137	LBL--51	1187	XFR--67
0938	XTO--23	1038	1	01	1088	6	06	1138	5--10	1188	X--36
0939	IND--31	1039	6	06	1089	XFR	67	1139	XFR--67	1189	X--36
0940	6--14	1040	GTO	44	1090	X	36	1140	5--10	1190	4--04
0941	1--01	1041	SFR	77	1091	1	01	1141	5--10	1191	XFR--67
0942	XFR--67	1042	LBL	51	1092	0	00	1142	XTO--39	1192	DIV--35
0943	2--02	1043	D	67	1093	8	10	1143	X--36	1193	4--04
0944	1--01	1044	XFR	67	1094	6	10	1144	4--04	1194	4--04
0945	XTO--23	1045	1	01	1095	SFR	77	1145	GTO--44	1195	XTO--23
0946	IND--31	1046	1	01	1096	STP	41	1146	SFR--77	1196	2--02
0947	6--14	1047	XFR	67	1097	STP	41	1147	LBL--51	1197	2--02
0948	1--01	1048	DIV	35	1098	LBL	51	1148	LBL--51	1198	XFR--67
0949	XFR--67	1049	1	01	1099	X	36	1149	CRS--32	1199	X--36

1200	-- 9	-- 11	1500	-- 5	-- 05	1300	-- VE	-- 24	1380	--	----	1400	-- 6	-- 14	1410	-- XTO	-- 23
1201	-- XFR	-- 27	1501	-- 6	-- 14	1301	-- 6	-- 02	1381	-- 2	----	1401	-- XFR	-- 67	1411	-- 3	-- 03
1202	-- 5	-- 36	1502	-- G	-- 15	1302	-- 5	-- 05	1382	-- UP	-- 27	1402	--	----	1412	-- CLX	-- 27
1203	-- 9	-- 01	1503	-- X-Y	-- 50	1303	-- +	-- 40	1383	-- 6	-- 14	1403	-- 6	-- 13	1413	-- XTO	-- 23
1204	-- 1	-- 01	1504	-- UP	-- 27	1304	-- XTO	-- 40	1384	-- XFR	-- 67	1404	-- DIV	-- 35	1414	-- 4	----
1205	-- CLX	-- 27	1505	-- 1	-- 01	1305	-- 0	-- 13	1385	-- 0	-- 31	1405	-- F	-- 76	1415	-- CNT	-- 47
1206	-- UP	-- 27	1506	-- 6	-- 06	1306	-- XFR	-- 67	1386	-- XFR	-- 67	1406	-- XTO	-- 23	1416	-- CNT	-- 47
1207	-- X-Y	-- 50	1507	-- CNT	-- 47	1307	-- IND	-- 31	1387	-- 2	----	1407	-- 0	-- 00	1417	-- S-R	-- 77
1208	-- XFR	-- 67	1508	-- 10	-- 31	1308	-- 10	-- 31	1388	-- 10	-- 31	1408	-- 0	-- 00	1418	-- S-R	-- 77
1209	-- CRT	-- 47	1509	-- XTO	-- 40	1309	-- XTO	-- 23	1389	-- DIV	-- 35	1409	-- 1	----	1419	-- LBL	-- 51
1210	-- CNT	-- 47	1510	-- 3	-- 03	1310	-- 3	-- 03	1390	-- X	-- 36	1410	-- X-Y	-- 30	1420	-- LBL	-- 51
1211	-- CNT	-- 47	1511	-- 1	-- 01	1311	-- CNT	-- 47	1391	-- 1	----	1411	-- +	----	1421	-- XFR	-- 67
1212	-- DN	-- 33	1512	-- CNT	-- 47	1312	-- CNT	-- 47	1392	-- K	-- 55	1412	-- K	-- 55	1422	-- 8	-- 10
1213	-- XTO	-- 23	1513	-- CNT	-- 47	1313	-- GTO	-- 44	1393	-- S-R	-- 77	1413	-- X-Y	-- 30	1423	-- 1	----
1214	-- 2	-- 33	1514	-- CNT	-- 47	1314	-- S-R	-- 77	1394	-- 1	-- 01	1414	-- UP	-- 27	1424	-- XFR	-- 67
1215	-- 2	-- 32	1515	-- S-R	-- 77	1315	-- LBL	-- 51	1395	-- LBL	-- 51	1415	-- UP	-- 27	1425	-- 0	-- 13
1216	-- 5	-- 05	1516	-- LBL	-- 51	1316	-- SFL	-- 54	1396	-- 1	-- 75	1416	-- +	----	1426	-- F	-- 76
1217	-- CNT	-- 47	1517	-- L	-- 72	1317	-- 0	-- 13	1397	-- K	-- 55	1417	-- +	----	1427	-- XFR	-- 67
1218	-- 2	-- 02	1518	-- 4	-- 04	1318	-- XTO	-- 33	1398	-- 2	----	1418	-- DN	-- 35	1428	-- 8	-- 10
1219	-- 6	-- 06	1519	-- 4	-- 04	1319	-- +	----	1399	-- 6	-- 61	1419	-- X-Y	-- 30	1429	-- 2	----
1220	-- GTO	-- 44	1520	-- 0	-- 00	1320	-- 0	----	1400	-- X-Y	-- 52	1420	-- DIV	-- 35	1430	-- 8	-- 10
1221	-- S-R	-- 77	1521	-- CLX	-- 37	1321	-- 6	-- 06	1401	-- GTO	-- 44	1421	-- DN	-- 25	1431	-- 3	-- 03
1222	-- LBL	-- 51	1522	-- XTO	-- 23	1322	-- K	-- 55	1402	-- LBL	-- 51	1422	-- 1	----	1432	-- UP	-- 27
1223	-- 1	-- 01	1523	-- 1	-- 01	1323	-- S-R	-- 77	1403	-- S-R	-- 77	1423	-- XFR	-- 67	1433	-- UP	-- 27
1224	-- XFR	-- 67	1524	-- 6	-- 06	1324	-- 0	-- 00	1404	-- CNT	-- 47	1424	-- S-R	-- 77	1434	-- 2	----
1225	-- 1	-- 01	1525	-- CNT	-- 47	1325	-- LBL	-- 51	1405	-- X-Y	-- 50	1425	-- 0	-- 00	1435	-- DIV	-- 35
1226	-- UP	-- 27	1526	-- CNT	-- 47	1326	-- SFL	-- 54	1406	-- SFL	-- 54	1426	-- S-R	-- 77	1436	-- 0	-- 00
1227	-- VE	-- 34	1527	-- GTO	-- 44	1327	-- XFR	-- 67	1407	-- X-X	-- 17	1427	-- LBL	-- 51	1437	-- X	-- 36
1228	-- 2	-- 02	1528	-- S-R	-- 77	1328	-- 0	-- 00	1408	-- CNT	-- 47	1428	-- 1	----	1438	-- 4	----
1229	-- 1	-- 01	1529	-- LBL	-- 51	1329	-- 0	----	1409	-- UP	-- 27	1429	-- XFR	-- 67	1439	-- 4	----
1230	-- YTO	-- 40	1530	-- IFG	-- 43	1330	-- XFR	-- 67	1410	-- 8	-- 10	1430	-- 8	-- 10	1440	-- X	-- 36
1231	-- 2	-- 02	1531	-- CNT	-- 47	1331	-- 1	-- 01	1411	-- UP	-- 27	1431	-- 3	-- 03	1441	-- X	-- 36
1232	-- 4	-- 04	1532	-- S-R	-- 77	1332	-- X-Y	-- 50	1412	-- XFR	-- 67	1432	-- XFR	-- 67	1442	-- 1	----
1233	-- VE	-- 34	1533	-- LBL	-- 51	1333	-- CNT	-- 47	1413	-- 3	-- 34	1433	-- UP	-- 27	1443	-- 4	----
1234	-- X	-- 36	1534	-- IFG	-- 43	1334	-- K	-- 55	1414	-- 6	-- 14	1434	-- 2	----	1444	-- 4	----
1235	-- 4	-- 04	1535	-- 4	-- 04	1335	-- S-R	-- 77	1415	-- DIV	-- 35	1435	-- DIV	-- 35	1445	-- 3	-- 03
1236	-- 1	-- 01	1536	-- XTO	-- 23	1336	-- 1	-- 01	1416	-- F	----	1436	-- XTO	-- 40	1446	-- X	-- 36
1237	-- YTO	-- 40	1537	-- 1	-- 01	1337	-- CNT	-- 47	1417	-- X-Y	-- 30	1437	-- 0	-- 00	1447	-- X	-- 36
1238	-- 5	-- 05	1538	-- CNT	-- 47	1338	-- 1	-- 01	1418	-- X-Y	-- 30	1438	-- RUP	-- 22	1448	-- 4	----
1239	-- 2	-- 02	1539	-- 1	-- 01	1339	-- 1	-- 01	1419	-- X	-- 36	1439	-- 1	----	1449	-- 4	----
1240	-- 5	-- 05	1540	-- 1	-- 01	1340	-- XFR	-- 67	1420	-- 1	----	1440	-- X	-- 36	1450	-- CNT	-- 47
1241	-- XFR	-- 67	1541	-- XFR	-- 67	1341	-- 1	-- 01	1421	-- X-X	-- 17	1441	-- X	-- 36	1451	-- X	-- 36
1242	-- 2	-- 02	1542	-- +	-- 33	1342	-- 1	-- 01	1422	-- M	-- 72	1442	-- 1	-- 01	1452	-- LBL	-- 51
1243	-- 6	-- 06	1543	-- 0	-- 00	1343	-- XTO	-- 23	1423	-- X-Y	-- 30	1443	-- XTO	-- 23	1453	-- LBL	-- 51
1244	-- XTO	-- 23	1544	-- 0	-- 00	1344	-- DIV	-- 35	1424	-- DIV	-- 35	1444	-- 2	----	1454	-- XFR	-- 67
1245	-- 5	-- 05	1545	-- 6	-- 14	1345	-- XFR	-- 67	1425	-- DN	-- 35	1445	-- 3	-- 03	1455	-- XFR	-- 67
1246	-- 2	-- 02	1546	-- XFR	-- 67	1346	-- 1	-- 01	1426	-- S-R	-- 77	1446	-- 3	-- 03	1456	-- X	-- 36
1247	-- 5	-- 05	1547	-- IND	-- 31	1347	-- 1	-- 01	1427	-- S-R	-- 77	1447	-- X	-- 36	1457	-- X	-- 36
1248	-- XFR	-- 67	1548	-- 6	-- 14	1348	-- 1	-- 01	1428	-- 5	-- 13	1448	-- 0	-- 00	1458	-- X	-- 36
1249	-- 2	-- 02	1549	-- UP	-- 27	1349	-- IND	-- 31	1429	-- 6	-- 14	1449	-- 0	-- 00	1459	-- X	-- 36



1800--GT0--44  
1801--JBL--51  
1802--IND--31  
1803--CNT--47  
1804--XER--67  
1805--8--05  
1806--8--10  
1807--OP--27  
1808--XER--67  
1809--4--04  
1810--8--10  
1811--G--15  
1812--XY--09  
1813--G--15  
1814--G--09  
1815--G--10  
1816--EX--26  
1817--CHS--32  
1818--6--06  
1819--XY--52  
1820--GT0--44  
1821--JBL--51  
1822--ASE--57  
1823--CNT--47  
1824--CLX--27  
1825--X10--23  
1826--2--02  
1827--2--02  
1828--CNT--47  
1829--1--01  
1830--CNT--47  
1831--GT0--23  
1832--2--02  
1833--6--06  
1834--GT0--44  
1835--JBL--51  
1836--IND--31  
1837--STP--41  
1838--END--46

Příloha II

Program VSOP - pro stolní kalkulátor  
HP 9810 A

PROGRAM VSOP

0080	GTO	44	0100	4	0150	8	0200	LBL	51	0250	LBL	51		
0081	SR	77	0101	XSO	12	0151	DN	25	0201	9	0251	H	62	
0082	LBL	51	0102	FMT	42	0152	XFR	67	0202	CNT	47	0252	H	62
0083	CNT	47	0103	YTO	40	0153	DIV	35	0203	DN	25	0253	5	21
0084	CNT	47	0104	YTO	40	0154	2	02	0204	DIV	35	0254	5	05
0085	LBL	51	0105	7	07	0155	UP	11	0205	DN	25	0255	XFR	67
0086	XSO	12	0106	XFR	67	0156	UP	27	0206	XSO	12	0256	XFR	67
0087	GTO	44	0107	2	03	0157	2	02	0207	UP	27	0257	3	00
0088	SR	77	0108	3	03	0158	UP	27	0208	4	04	0258	5	00
0089	LBL	51	0109	XFR	67	0159	4	04	0209	X	56	0259	X	56
0090	1	01	0110	3	03	0160	4	04	0210	YTO	40	0260	GTO	44
0091	FMT	42	0111	2	02	0161	DN	25	0211	3	03	0261	LBL	51
0092	CNT	47	0112	6	06	0162	DIV	35	0212	2	02	0262	H	62
0093	UP	27	0113	XTO	20	0163	YTO	40	0213	XFR	67	0263	CNT	47
0094	FMT	42	0114	2	02	0164	3	03	0214	2	02	0264	XFR	67
0095	CNT	47	0115	9	11	0165	0	00	0215	3	03	0265	3	03
0096	YTO	40	0116	XFR	67	0166	XFR	67	0216	XFR	67	0266	7	07
0097	YTO	33	0117	2	02	0167	2	02	0217	DIV	35	0267	XTO	23
0098	2	02	0118	2	02	0168	7	07	0218	7	07	0268	3	03
0099	1	01	0119	XFR	67	0169	UP	27	0219	2	02	0269	4	04
0090	XFR	67	0120	XFR	67	0170	XFR	67	0220	XSO	12	0270	X	56
0091	2	02	0121	2	02	0171	2	02	0221	UP	27	0271	YTO	40
0092	2	02	0122	5	05	0172	8	18	0222	4	04	0272	3	03
0093	XTO	33	0123	UP	27	0173	UP	27	0223	X	36	0273	4	04
0094	2	02	0124	UP	27	0174	CLX	37	0224	YTO	40	0274	CNT	47
0095	2	02	0125	G	15	0175	XEV	30	0225	3	03	0275	XFR	67
0096	XFR	67	0126	4	04	0176	XEV	50	0226	3	03	0276	3	03
0097	YTO	40	0127	X	56	0177	CLX	36	0227	XFR	67	0277	4	04
0098	2	02	0128	DN	25	0178	CHS	32	0228	2	02	0278	UP	27
0099	XTO	33	0129	GTO	44	0179	9	11	0229	1	01	0279	2	02
0090	2	02	0130	LBL	51	0180	0	00	0230	UP	27	0280	5	21
0091	3	03	0131	3	03	0181	RUP	22	0231	XFR	67	0281	5	21
0092	F	16	0132	CLX	37	0182	XEV	30	0232	2	02	0282	DIV	35
0093	XTO	33	0133	X	56	0183	DIV	35	0233	4	04	0283	DN	25
0094	2	02	0134	GTO	44	0184	2	02	0234	X	56	0284	UP	27
0095	4	04	0135	LBL	51	0185	DIV	35	0235	CNT	47	0285	INT	64
0096	YTO	40	0136	3	03	0186	YTO	40	0236	XEV	30	0286	XEV	30
0097	CNT	47	0137	CNT	47	0187	3	03	0237	CNT	47	0287	X	56
0098	5	05	0138	DN	25	0188	1	01	0238	CNT	47	0288	CNT	47
0099	DN	25	0139	DIV	35	0189	XFR	67	0239	XTO	23	0289	1	01
0090	YTO	40	0140	UP	27	0190	2	02	0240	3	03	0290	3	03
0091	2	02	0141	4	04	0191	8	18	0241	8	18	0291	CNT	47
0092	6	06	0142	3	03	0192	UP	27	0242	XTO	23	0292	1	01
0093	XFR	67	0143	XSO	12	0193	XFR	67	0243	3	03	0293	2	02
0094	CNT	47	0144	DN	25	0194	2	02	0244	5	05	0294	4	04
0095	1	01	0145	X	35	0195	7	07	0245	YTO	40	0295	1	01
0096	XSO	12	0146	LBL	51	0196	UP	27	0246	7	07	0296	X	56
0097	UP	27	0147	3	03	0197	CLX	37	0247	7	07	0297	UP	27
0098	XFR	67	0148	YTO	40	0198	XEV	50	0248	CLX	37	0298	CNT	47
0099	2	02	0149	2	02	0199	GTO	44	0249	UP	27	0299	CNT	47

0300-CNT--47	0400-LBL--51	0450-GT0--44	0500-XFR--67	0550-XFR--67	0600-XFR--67
0301-5	0401-CNT--47	0451-S-R-77	0501-DIV--35	0551-S-R-77	0601-DIV--35
0302-0	0402-C	0452-LNT--64	0502-1	0552-S-R-77	0602-S-R-77
0303-4	0403-CLX--37	0453-INT--64	0503-5	0553-S-R-77	0603-S-R-77
0304-YTO--40	0404-CNT--47	0454-S-R-77	0504-L	0554-S-R-77	0604-S-R-77
0305-4	0405-STR--41	0455-XTO--23	0505-0	0555-S-R-77	0605-S-R-77
0306-0	0406-RUP--22	0456-DIV--13	0506-UP--27	0556-S-R-77	0606-S-R-77
0307-GT0--44	0407-PNT--45	0457-1	0507-N	0557-S-R-77	0607-S-R-77
0308-S-R-77	0408-XTO--33	0458-XTO--23	0508-KEY--30	0558-S-R-77	0608-S-R-77
0309-LBL--51	0409-1	0459-DIV--35	0509-0	0559-S-R-77	0609-S-R-77
0310-1	0410-0	0460-6	0510-XTO--23	0560-LBL--51	0610-LBL--51
0311-LBL--51	0411-0	0461-XTO--23	0511-1	0561-0	0611-0
0312-0	0412-PUP--22	0462-DIV--35	0512-YTO--40	0562-XTO--23	0612-XTO--23
0313-XTO--23	0413-CNT--47	0463-1	0513-2	0563-INT--64	0613-INT--64
0314-INT--31	0414-XTO--23	0464-XTO--23	0514-XFR--67	0564-INT--64	0614-INT--64
0315-4	0415-1	0465-DIV--35	0515-1	0565-0	0615-0
0316-4	0416-0	0466-2	0516-3	0566-0	0616-0
0317-0	0417-1	0467-1	0517-XFR--67	0567-S-R-77	0617-S-R-77
0318-XFR--67	0418-RUP--22	0468-0	0518-1	0568-S-R-77	0618-S-R-77
0319-3	0419-CNT--45	0469-XTO--23	0519-1	0569-S-R-77	0619-S-R-77
0320-4	0420-CNT--45	0470-1	0520-1	0570-LBL--51	0620-LBL--51
0321-UP--27	0421-CNT--45	0471-2	0521-XSO--12	0571-LNT--64	0621-LNT--64
0322-XFR--67	0422-PNT--45	0472-YTO--46	0522-UP--27	0572-FNT--42	0622-FNT--42
0323-3	0423-XTO--23	0473-1	0523-XFR--67	0573-CNT--47	0623-CNT--47
0324-7	0424-X	0474-1	0524-1	0574-UP--27	0624-UP--27
0325-XV--50	0425-0	0475-XFR--67	0525-5	0575-FNT--42	0625-FNT--42
0326-GT0--44	0426-2	0476-1	0526-XSO--12	0576-CNT--47	0626-CNT--47
0327-LBL--51	0427-1	0477-XTO--23	0527-1	0577-0	0627-0
0328-LBL--51	0428-0	0478-1	0528-BR--25	0578-FNT--42	0628-FNT--42
0329-INT--31	0429-S-R-77	0479-4	0529-1	0579-CNT--47	0629-CNT--47
0330-CNT--47	0430-LBL--51	0480-XFR--67	0530-UP--27	0580-UP--27	0630-UP--27
0331-3	0431-1	0481-2	0531-XFR--67	0581-FNT--42	0631-FNT--42
0332-3	0432-CNT--47	0482-XTO--23	0532-1	0582-CNT--47	0632-CNT--47
0333-5	0433-4	0483-1	0533-4	0583-0	0633-0
0334-GT0--44	0434-9	0484-3	0534-XFR--67	0584-DN--25	0634-DN--25
0335-LBL--51	0435-XTO--23	0485-3	0535-1	0585-E	0635-E
0336-0	0436-0	0486-2	0536-1	0586-FNT--42	0636-FNT--42
0337-LBL--51	0437-CLR--20	0487-5	0537-2	0587-CNT--47	0637-CNT--47
0338-9	0438-CNT--47	0488-0	0538-DIV--35	0588-UP--27	0638-UP--27
0339-2	0439-CNT--47	0489-0	0539-DN--25	0589-FNT--42	0639-FNT--42
0340-4	0440-GT0--44	0490-XTO--23	0540-L	0590-CNT--47	0640-CNT--47
0341-UP--27	0441-S-R-77	0491-1	0541-L	0591-0	0641-0
0342-0	0442-LBL--51	0492-5	0542-0	0592-FNT--42	0642-FNT--42
0343-7	0443-0	0493-XFR--67	0543-UP--27	0593-CNT--47	0643-CNT--47
0344-0	0444-CNT--47	0494-1	0544-N	0594-UP--27	0644-UP--27
0345-5	0445-3	0495-3	0545-KEY--30	0595-FNT--42	0645-FNT--42
0346-DN--25	0446-XTO--23	0496-XFR--67	0546-N	0596-CNT--47	0646-CNT--47
0347-INT--31	0447-0	0497-34	0547-XTO--23	0597-0	0647-0
0348-S-R-77	0448-CNT--47	0498-1	0548-3	0598-DN--25	0648-DN--25
0349-S-R-77	0449-CNT--47	0499-1	0549-YTO--40	0599-XTO--23	0649-XTO--23



1050---N---73  
 1051---UP---37  
 1052---EEX---36  
 1053---2---02  
 1054---DIV---5  
 1055---7---07  
 1056---5---05  
 1057---+---33  
 1058---YTO---40  
 1059---0---13  
 1060---1---01  
 1061---XTO---33  
 1062---IND---31  
 1063---+---33  
 1064---0---13  
 1065---GTO---44  
 1066---LBL---51  
 1067---2---02  
 1068---STR---41  
 1069---END---46

1000---X---36  
 1001---DN---25  
 1002---PNT---45  
 1003---1---01  
 1004---XTO---23  
 1005---+---33  
 1006---0---13  
 1007---K---55  
 1008---SR---77  
 1009---0---00  
 1010---STP---41  
 1011---LBL---51  
 1012---IND---31  
 1013---XPR---67  
 1014---5---05  
 1015---0---00  
 1016---UP---27  
 1017---2---02  
 1018---5---05  
 1019---0---00  
 1020---X---36  
 1021---EEX---26  
 1022---0---00  
 1023---X---36  
 1024---G---15  
 1025---CLX---37  
 1026---LBL---51  
 1027---M---70  
 1028---UP---27  
 1029---EEX---26  
 1030---2---02  
 1031---+---33  
 1032---2---02  
 1033---EEX---26  
 1034---3---03  
 1035---XY---52  
 1036---DN---25  
 1037---GTO---44  
 1038---LBL---51  
 1039---N---73  
 1040---DN---25  
 1041---XY---53  
 1042---GTO---44  
 1043---LBL---51  
 1044---N---73  
 1045---CNT---47  
 1046---GTO---44  
 1047---LBL---51  
 1048---N---70  
 1049---LBL---51

0950---LBL---51  
 0951---YE---24  
 0952---7---07  
 0953---1---01  
 0954---CNT---47  
 0955---XPR---67  
 0956---+---33  
 0957---0---00  
 0958---XTO---23  
 0959---0---13  
 0960---XPR---67  
 0961---IND---31  
 0962---0---13  
 0963---CNT---45  
 0964---XTO---23  
 0965---+---33  
 0966---K---55  
 0967---K---55  
 0968---SR---77  
 0969---0---00  
 0970---LBL---51  
 0971---XPR---67  
 0972---5---05  
 0973---0---00  
 0974---CHS---32  
 0975---XPR---67  
 0976---+---33  
 0977---0---13  
 0978---UP---27  
 0979---0---00  
 0980---0---00  
 0981---1---01  
 0982---X---36  
 0983---21  
 0984---0---00  
 0985---0---00  
 0986---5---05  
 0987---24  
 0988---0---00  
 0989---0---00  
 0990---2---02  
 0991---X---36  
 0992---X---36  
 0993---X---36  
 0994---DN---25  
 0995---X---17  
 0996---XPR---67  
 0997---IND---31  
 0998---X---36  
 0999---0---13

0900---UP---27  
 0901---XPR---67  
 0902---1---01  
 0903---0---00  
 0904---0---00  
 0905---XPR---67  
 0906---X---36  
 0907---1---01  
 0908---0---00  
 0909---2---02  
 0910---UP---27  
 0911---1---01  
 0912---XEY---30  
 0913---DIV---35  
 0914---DN---25  
 0915---XEY---30  
 0916---DIV---35  
 0917---DN---25  
 0918---PNT---45  
 0919---PNT---45  
 0920---PNT---45  
 0921---UP---27  
 0922---5---05  
 0923---1---01  
 0924---XTO---23  
 0925---0---13  
 0926---2---02  
 0927---0---00  
 0928---XTO---23  
 0929---0---00  
 0930---CNT---47  
 0931---CNT---47  
 0932---GTO---44  
 0933---SR---77  
 0934---LBL---51  
 0935---XPR---67  
 0936---FMT---42  
 0937---FMT---42  
 0938---CLR---20  
 0939---CLR---20  
 0940---CLR---20  
 0941---CLR---20  
 0942---CLR---20  
 0943---CLR---20  
 0944---FMT---42  
 0945---STP---41  
 0946---STP---41  
 0947---STP---41  
 0948---STP---41  
 0949---STP---41

Příloha III

Teoretické a experimentální hodnoty  
příze H

Legenda k přílohám III až XX

A) V tabulkách (kopie záznamů z výpočetní techniky) jsou uvedeny vedle veličin vstupujících do výpočtu programu DIROP následující výsledky :

$r$  ... poloměr v přízi

$R$  ... korespondující poloměr v nezakrouceném válci

$dR/dr$  ... derivace

$\mu$  ... koeficient zaplnění na poloměru  $r$

$\sim \mathcal{E}_{11}$  ... hodnota úměrná napětí  $\mathcal{E}_{11}$

$\sim \mathcal{E}_{32}$  ... hodnota úměrná napětí  $\mathcal{E}_{32}$

$\sim d\mathcal{E}_{32}/dr$  ... hodnota úměrná derivaci napětí  $\mathcal{E}_{32}$

$\Delta$  ... vypočtená hodnota levé strany diferen-  
ciální rovnice (ideálně  $\Delta = 0$ )

Regresní koeficienty (označeno "REGR.KOEF.") polynomicke regrese  $\mu = \sum_{i=0}^8 a_i r^i$  pod sebou v pořadí  $a_0, a_1, a_2, \dots, a_8$ .

Pozn.: 1. Hodnoty napětí jsou úměrné se stejnou konstantou úměrnosti.

2. Zápis z počítače, např. 1.23456789 07 nebo 1.23456789-07 znamená  $1,23456789 \cdot 10^7$  nebo  $1,23456789 \cdot 10^{-7}$ .

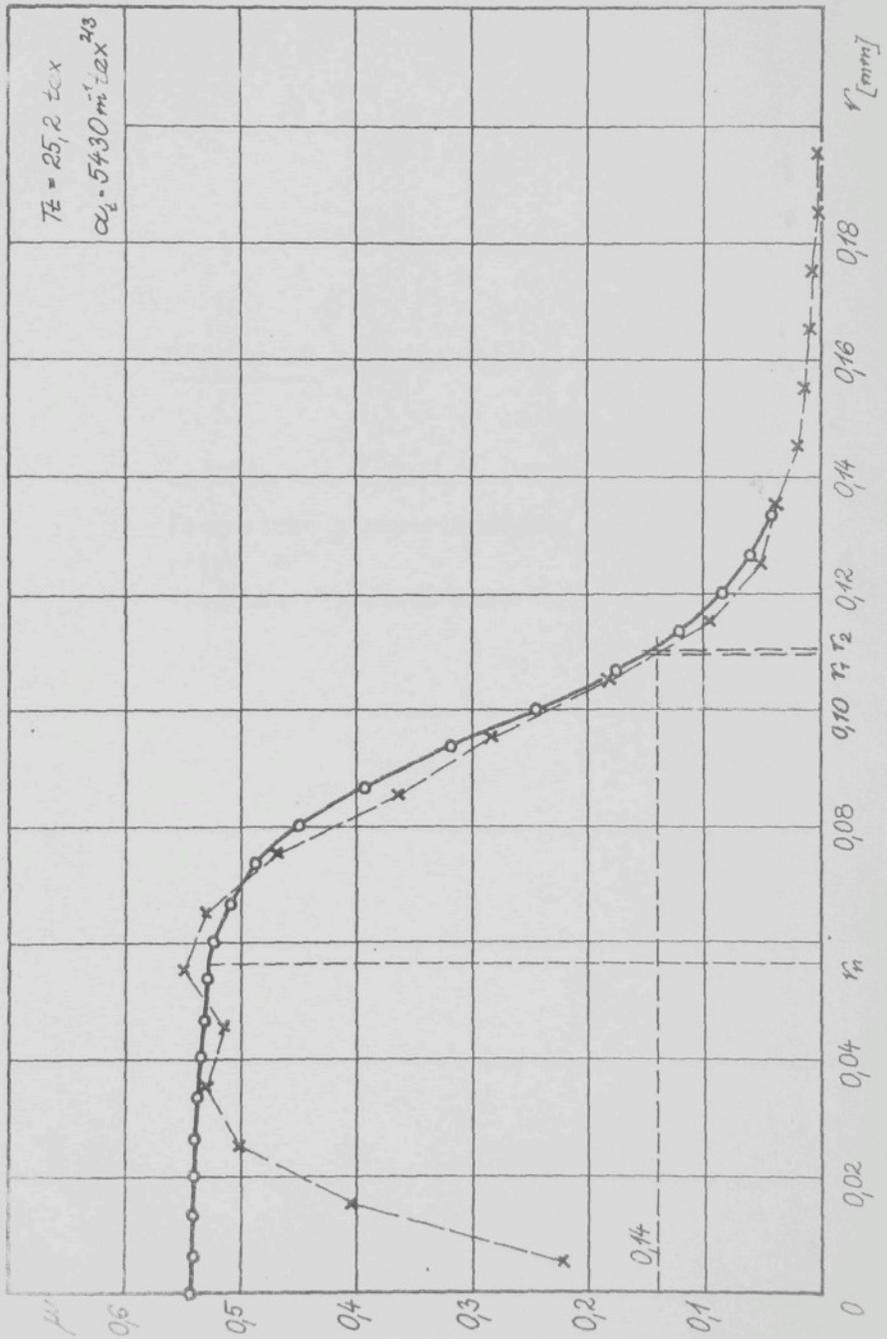
B) V grafech jsou uvedena kolečka pro označení teoreticky vypočtených bodů ( $r, \mu$ ). V přílohách III, IV, V jsou též zakresleny křížky označující analogické body experimentální (koresponduje s tabulkou 5.1).

V grafech označené poloměry :

- $r_1$  ... polovina  $d$  z rovnice (5.56) - viz tab. 6.6
- $r_2$  ... polovina  $d$  z rovnice (5.57) - viz tab. 6.6
- $r_n$  ... neutrální poloměr z rovnice (4.49) - viz tab. 6.6

1) KONSTANTY VYPOCETNICH NUMERICKYCH POSTUPU	0.000000 0.000000 7.282638 7.524195 0.537736 -126.839542 -128.866569 106.372735 0.003875 0.000000 0.006667 0.280495 7.180223 0.543363 -129.818456 -129.854411 18.769725 0.000436	0.000000 0.006667 0.473729 6.530371 0.537736 -113.185300 -128.105380 765.708466 0.014312 0.040000 0.973333 0.525077 6.551551 0.488330 -192.776319 -113.543656 1259.818931 -0.026381	0.100000 0.664300 0.579359 0.537323 0.011941 -1.023004 59.563572 234.846527 -0.0094125 0.100000 0.166567 0.680679 0.722153 -0.591913 0.820433 -0.175938 -15.120822 -44.180867 2686.591772 0.003818	REGR. KONST.	5.44955303-01 -1.730533394 00 -2.784780696 02 -1.630306579 04 -4.287666549 05 -5.423934848 06 -3.070969491 07 -8.215557486 07 -6.896551724 07
2) KONSTANTY FYZIKALNI	0.013333 0.042052 7.180223 7.524195 0.537736 -126.839542 -128.866569 106.372735 0.003875 0.040000 0.280495 7.180223 0.543363 -129.818456 -129.854411 18.769725 0.000436	0.096667 0.473729 6.530371 0.537323 0.011941 -113.185300 -128.105380 765.708466 0.014312 0.040000 0.973333 0.525077 6.551551 0.488330 -192.776319 -113.543656 1259.818931 -0.026381	0.100000 0.664300 0.579359 0.537323 0.011941 -1.023004 59.563572 234.846527 -0.0094125 0.100000 0.166567 0.680679 0.722153 -0.591913 0.820433 -0.175938 -15.120822 -44.180867 2686.591772 0.003818	0.113333 0.696252 1.939945 0.122106 -0.772597 -32.613787 1745.223759 0.038358 0.120000 0.707112 1.394991 0.804564 -0.911589 -21.482589 1409.682739 0.014195	
SOUHRNNA MODULO- VA KONSTANTA K= 1.200000000 05* RELATIVNI MODU- LOVA ZMENR R= FOVNERNA BELKA LAMBARA= VYCHOZI KOEF. ZAPLHNI MI 10)= 0.010000= LINEARNI HMOT- NOST PRIZE TITEJ)= 25.200000* ZAKRUT PRIZE Z(1/HH)= 0.632100* SPECIFICKA HMOT- NOST VLAKEN ROM/G/KVE.CHJ)= 1.500000* RELATIVNI PROD- LOUZENI PRIZE ZAKRUTEM EPSILON.P= -0.024477*	0.013333 0.042052 7.180223 7.524195 0.537736 -126.839542 -128.866569 106.372735 0.003875 0.040000 0.280495 7.180223 0.543363 -129.818456 -129.854411 18.769725 0.000436	0.096667 0.473729 6.530371 0.537323 0.011941 -113.185300 -128.105380 765.708466 0.014312 0.040000 0.973333 0.525077 6.551551 0.488330 -192.776319 -113.543656 1259.818931 -0.026381	0.100000 0.664300 0.579359 0.537323 0.011941 -1.023004 59.563572 234.846527 -0.0094125 0.100000 0.166567 0.680679 0.722153 -0.591913 0.820433 -0.175938 -15.120822 -44.180867 2686.591772 0.003818		

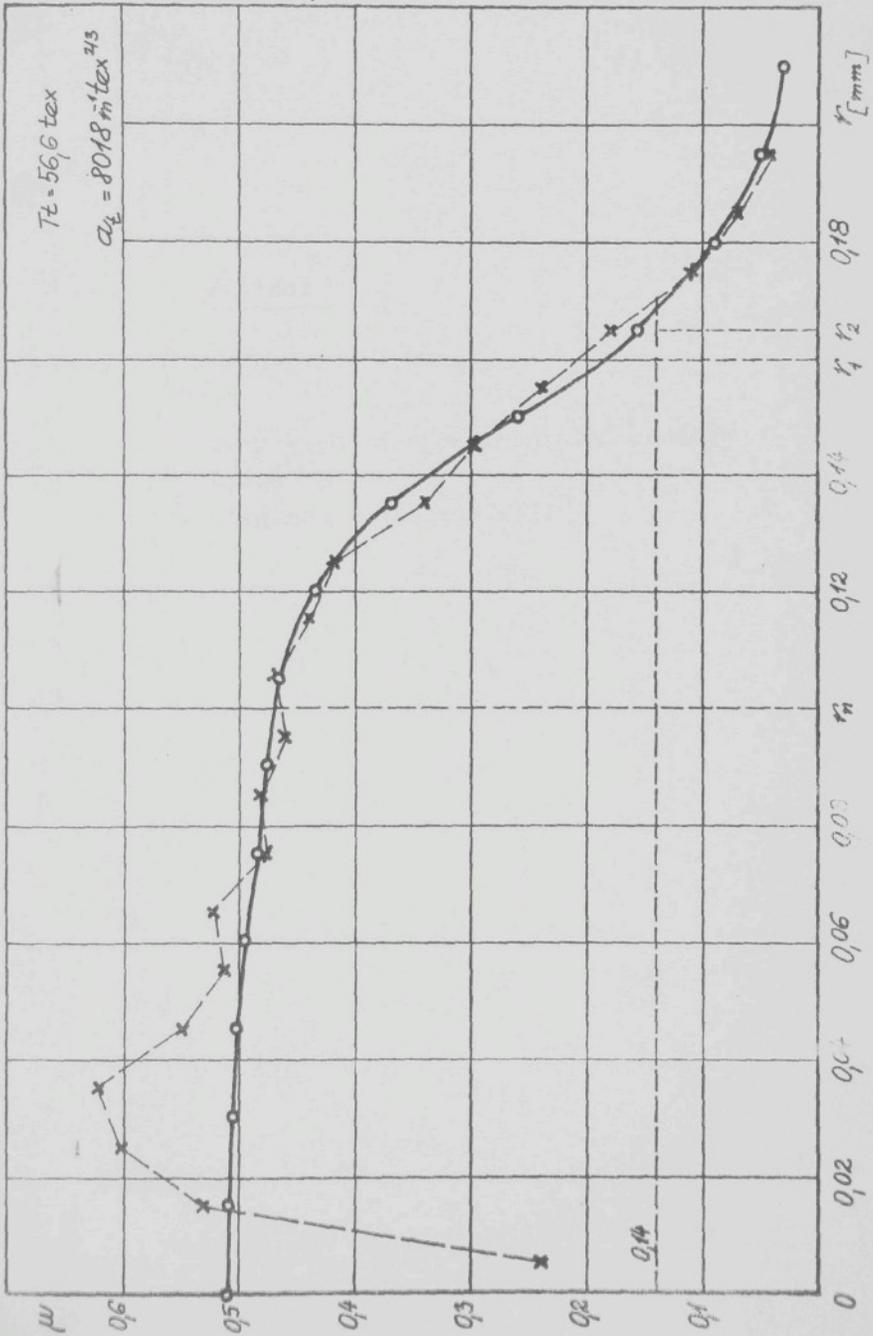
R  
dR/dt  
R  
R  
R  
R  
R



Příloha IV

Teoretické a experimentální hodnoty  
příze M  
(legenda v příloze III)

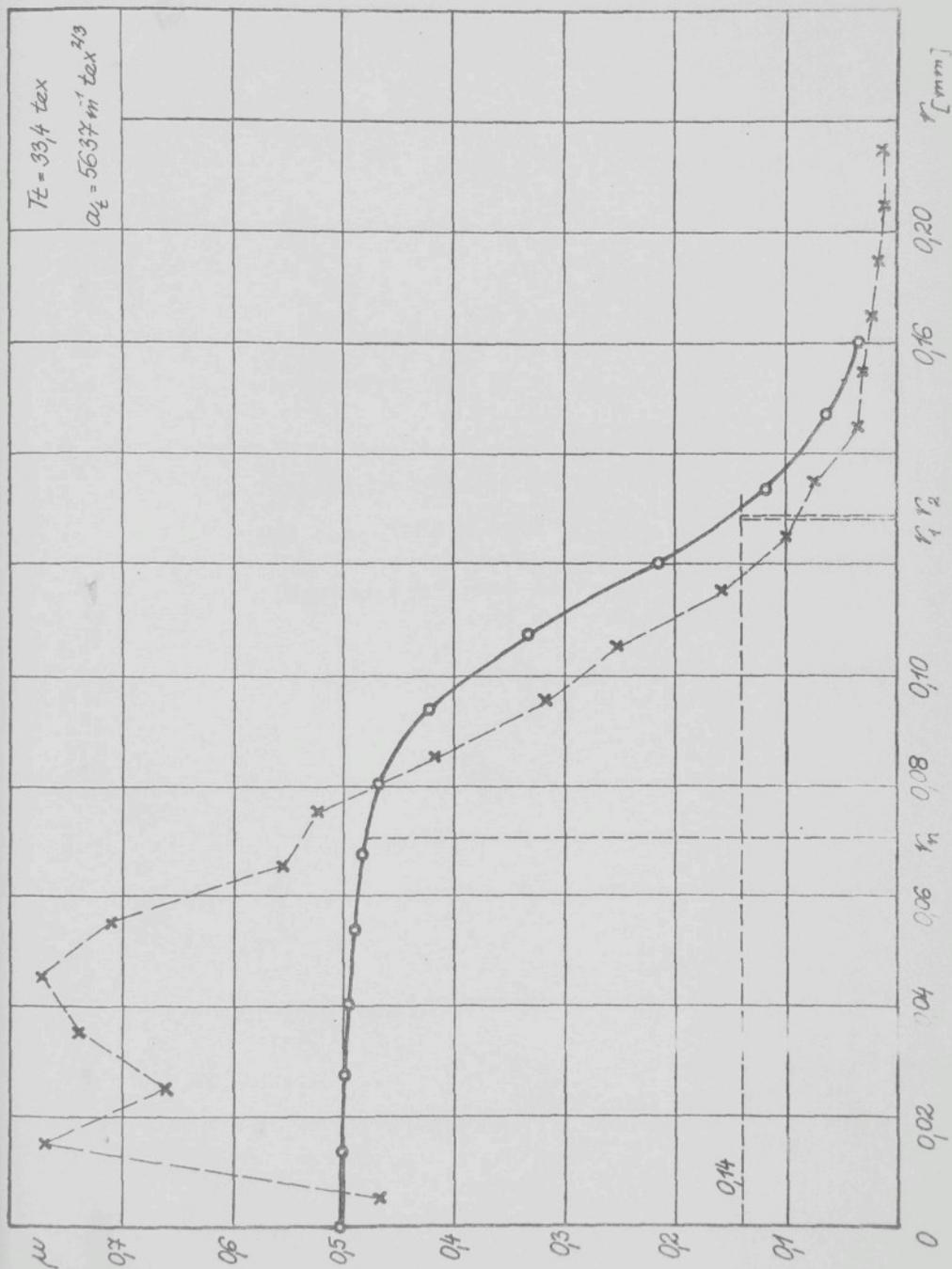




Příloha V

Teoretické a experimentální hodnoty  
příže V  
(legenda v příloze III)





Příloha VI

Teoretické hodnoty příze  
100 tex, 5000 m<sup>-1</sup>tex<sup>2/3</sup>

(legenda v příloze III)

	R	R	REGR. KONST.
1) KONSTANTY			
VYPOČETNICH			
NUMERICKYCH			
POSTUPU			
ZAVLAĐNI KROK			
RESENI (MM) =			
POCET INTERVALU			
NUMERICKE INTEG-			
RACE (SIMPSON) =			
100.0000000+			
2) KONSTANTY			
FYZIKALNI			
SOUHRNNÁ ROZDIL-			
VA KONSTANTA K =			
0.10000000 04*			
RELATIVNI MODOU-			
LOVA ZRENA H =			
-1.5000000*			
POMERNA DELKA			
LAMBDA =			
0.024992*			
VYCHOZI KOEF.			
ZAPLNENI MI(0) =			
0.0100000*			
LINEARNI HMOT-			
NOST PRIZE			
Y(TEX) =			
100.0000000*			
ZAKRUT PRIZE			
Z(11/MM) =			
0.232079*			
SPECIFICKA HMOT-			
NOST VLAKEN			
POHIG/KUB.CM) =			
1.500000*			
RELATIVNI PROD-			
LONZENI PRIZE			
ZAKRUTEM			
EPSILON.P =			
-0.029101*			

HRANICU R\* =  
1.435379

0.150000  
0.774048  
4.998439  
0.265667  
-6.016393  
-18.191103  
268.857564  
0.006516

0.100000  
0.921639  
1.396700  
1.257314  
0.054810  
-2.608309  
-19.569566  
231.579402  
-0.010312

0.000000  
0.000000  
5.248049  
0.283673  
-48.761287  
-48.761287  
31.914941  
0.000000

0.060000  
0.313628  
5.213132  
0.280667  
-47.908324  
-48.259148  
11.919259  
-0.000030

0.240000  
1.183622  
3.680960  
0.186977  
-23.324257  
-35.168989  
257.155379  
-0.001728

0.390000  
1.432332  
-0.486387  
-0.018394  
0.307901  
-1.903768  
5.515759  
-0.014721

0.270000  
1.281005  
2.731345  
0.133472  
-12.899636  
-26.885304  
291.656590  
-0.003303

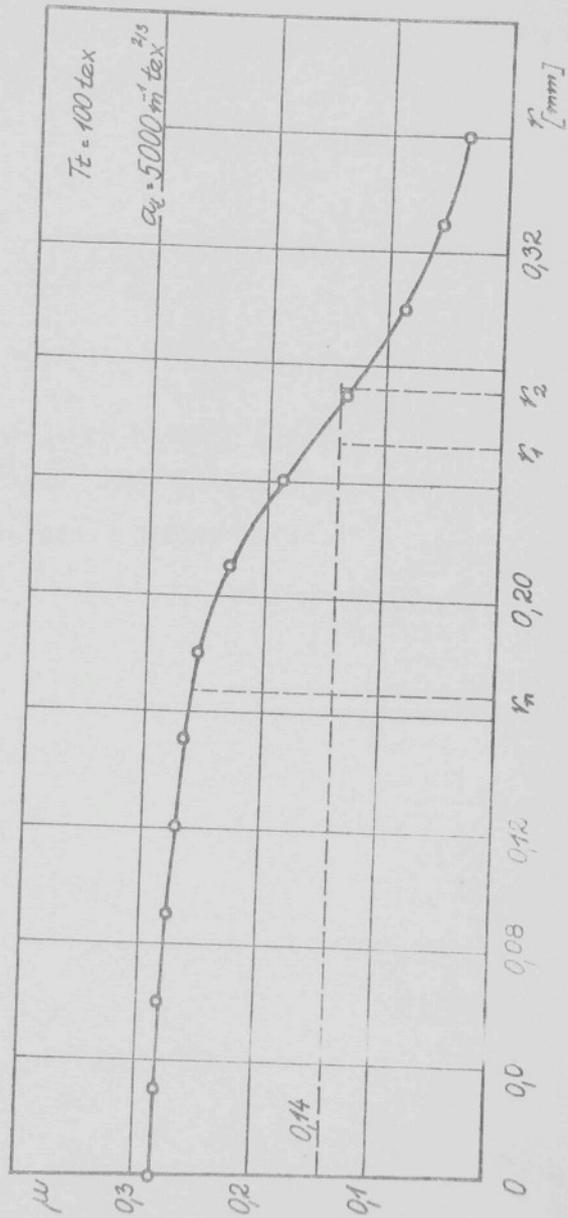
0.120000  
0.622683  
5.088390  
0.271984  
-45.256027  
-47.060208  
26.237135  
0.000259

0.090000  
0.468382  
5.161128  
0.277003  
-46.782000  
-47.749103  
19.542619  
0.000364

0.360000  
1.427008  
0.855312  
0.034328  
-1.122591  
4.576191  
174.164962  
0.007102

REGR. KONST.  
2.857002992-01  
-2.479671628-01  
1.465725142 01  
-3.873067445 02  
3.362337776 03  
-1.639701367 04  
3.743545579 04  
-3.209216998 04  
3.558718861 01

R  
dl/dr  
du  
dv  
dw  
dx/dr  
dy/dr  
Δ



Příloha VII

Teoretické hodnoty příze  
100 tex,  $6000 \text{ m}^{-1} \text{ tex}^{2/3}$   
(legenda v příloze III)

1) KONSTANTY  
VYPOCETNICH  
NUMERICKYCH  
POSTUPU

*R*  
*dr/dt*  
*du*  
*dr*  
*dr/dt*  
*dr/dt*  
*dr/dt*

0.600000  
0.000000  
5.571520  
0.33513  
0.13560  
-58.13560  
-58.13560  
-58.13560  
0.000000  
0.000000  
0.000000  
0.000000  
0.166842  
0.970720  
4.93632  
0.280437  
0.840752  
-1.295886  
-44.731094  
-51.551175  
113.532776  
0.000057  
0.210000  
1.112135  
4.495171  
0.243138  
-34.054291  
-46.036264  
-28.432383  
0.002104  
0.240000  
1.200500  
3.37984  
0.181567  
-20.626208  
-38.689323  
372.954050  
0.003963  
0.270000  
1.317149  
2.285712  
0.116288  
-3.389006  
-25.324463  
370.970140  
-0.006324

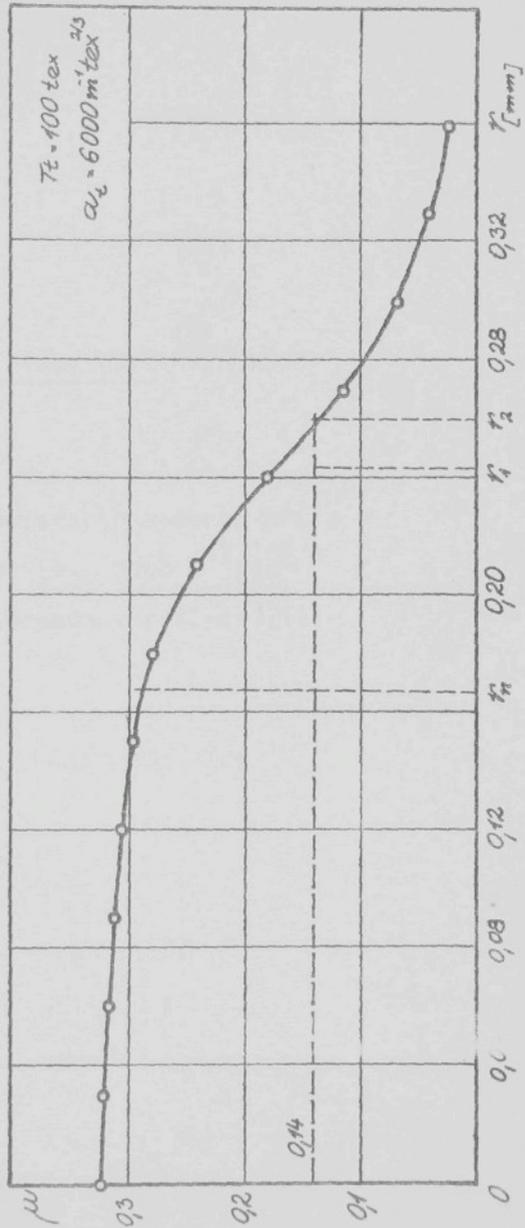
BRANIC I R+ =  
1.426945

2) KONSTANTY  
FYZIKALNI

REGR. KONST.

SOURCHNA ROZMEROV  
VA KONSTANTA P= 6.350000000 04  
RELATIVNI MODU-  
LOVA ZMENA R= -1.5000000+  
POHNERA DELKA  
LAMBDA= 0.894992\*  
VYCHOZI KOEF.  
ZAPLNE NI (0)= 0.010000\*  
LINEARNI RHOT-  
MIST PRIZE  
T(TEKT)=  
100.000000\*  
ZAKRUT PRIZE  
Z(1/RH)= 0.278435\*  
SPECIFICKA HMOT-  
NOST VLAKEN  
MIST VLAKEN  
ROM(G-KUB-CM)= 1.500000\*  
RELATIVNI PROD-  
LOUZERI PRIZE  
ZAKRUTEM  
EPSILON.P= -0.040477\*

3.23924732-01  
-4.041797046-01  
2.610847415 01  
-6.485952093 02  
7.162592822 03  
-4.031992503 04  
1.1681992503 05  
-1.646473262 05  
6.647680833 04  
0.330000  
1.406820  
0.917239  
0.840752  
-1.295886  
-6.443605  
228.263285  
-0.008086  
0.360000  
1.27959  
0.686424  
0.025069  
-0.529948  
-0.563448  
158.920591  
-0.011835  
0.150000  
0.81734  
5.25594  
0.33513  
-43.647960  
-53.980001  
50.217425  
-0.000616  
0.180000  
0.970720  
4.93632  
0.280437  
0.840752  
-1.295886  
-44.731094  
-51.551175  
113.532776  
0.000057  
0.210000  
1.112135  
4.495171  
0.243138  
-34.054291  
-46.036264  
-28.432383  
0.002104  
0.240000  
1.200500  
3.37984  
0.181567  
-20.626208  
-38.689323  
372.954050  
0.003963  
0.270000  
1.317149  
2.285712  
0.116288  
-3.389006  
-25.324463  
370.970140  
-0.006324



Příloha VIII

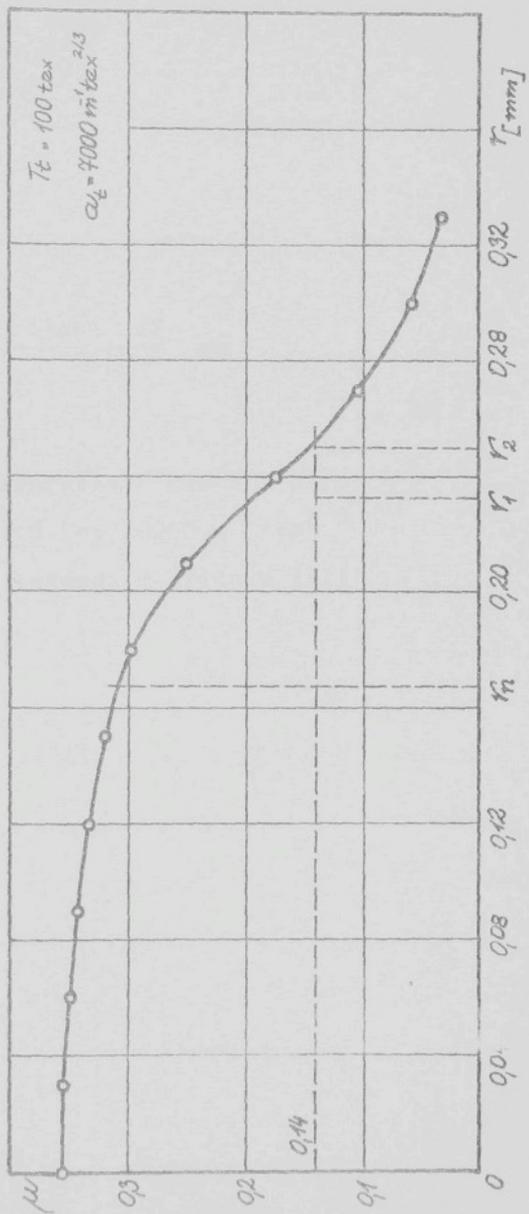
Teoretické hodnoty příze

100 tex,  $7000 \text{ m}^{-1} \text{ tex}^{2/3}$

(legenda v příloze III)

1) KONSTANTY VYPOČETNÍCH NUMERICKÝCH POSTUPŮ	0.000000 0.000000 0.000000 0.021275 0.373364 0.301314 0.054132 0.526098 -54.555591 -66.507634 -66.507634 72.011392 -0.000000 0.000000	0.150000 0.649197 1.302027 1.704132 0.054132 0.054132 0.054132 0.526098 -12.345150 317.214268 0.006596	HRANIČNÍ R* = 1.417261
ZAKLADNÍ KROF RESENI (M1)= 0.030000* POČET INTEGVALU NUMERICKE INTEG- RACE (SIMPSON)= 100.000000*	0.000000 0.174928 0.147228 0.307478 0.356314 -66.396363 -66.529868 12.719385 0.000000	0.330000 1.415943 0.415943 0.750000 0.054240 -0.895365 -3.047987 278.403003 -0.806516	
2) KONSTANTY FYZIKÁLNÍ	0.060000 0.546000 0.340010 0.350585 -38.127099 -49.767533 361.167887 -0.003443	0.305000 1.417801 -0.350844 -0.022920 0.320458 -0.691067 2.427912 0.090340	REGR. KONST.
SOUHRNNÁ MODULO- VA KONSTANTY K= 4.770000000 04* RELATIVNÍ MODU- LOVÁ ZÁMĚNA A= -1.500000* POMĚRNÁ DELKA LABDRA= 0.844992* VYCHOZÍ KOEF. ZAPLNĚNÍ M1(0)= 0.010000* LINEÁRNÍ HMOT- NOST PRIZE T(TEX)= 100.000000* ZAKRUT PRIZE Z1(M1)= 0.324911* SPECIFICKÁ HMOT- NOST VLAKEN RON(G-KUE,CM)= 1.500000* RELATIVNÍ PRŮD- LOUŽENÍ PRIZE ZAKRUTEN EPSILOH.P= -0.053429*	0.210000 1.147328 0.340010 0.350585 -38.127099 -49.767533 361.167887 -0.003443 0.340000 1.261872 0.167955 0.175905 -18.413507 -37.676769 461.217438 0.003413 0.270000 1.540825 2.002405 0.105055 -7.261719 -24.103314 418.300003 -0.047864		

*r*  
*deklar*  
*au*  
*~<sup>top</sup>*  
*~<sup>bez</sup>*  
*metoda*  
*Δ*



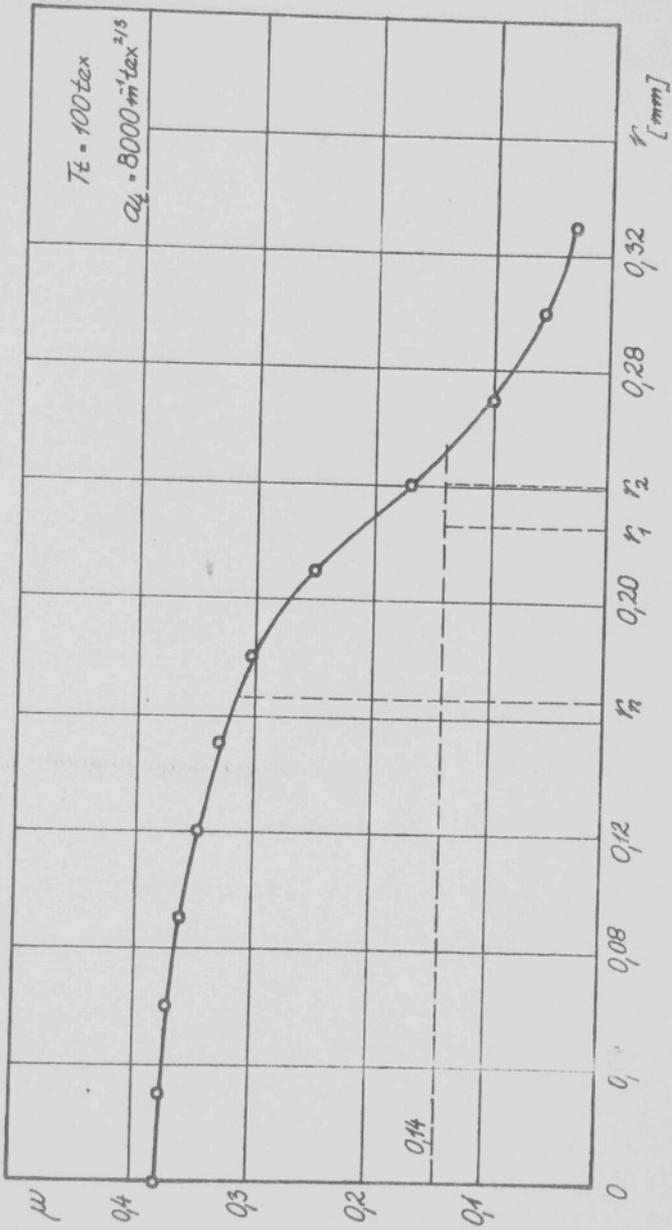
Příloha IX

Teoretické hodnoty příze

100 tex,  $8000 \text{ m}^{-1} \text{ tex}^{2/3}$

(legenda v příloze III)





Příloha X

Teoretické hodnoty přize

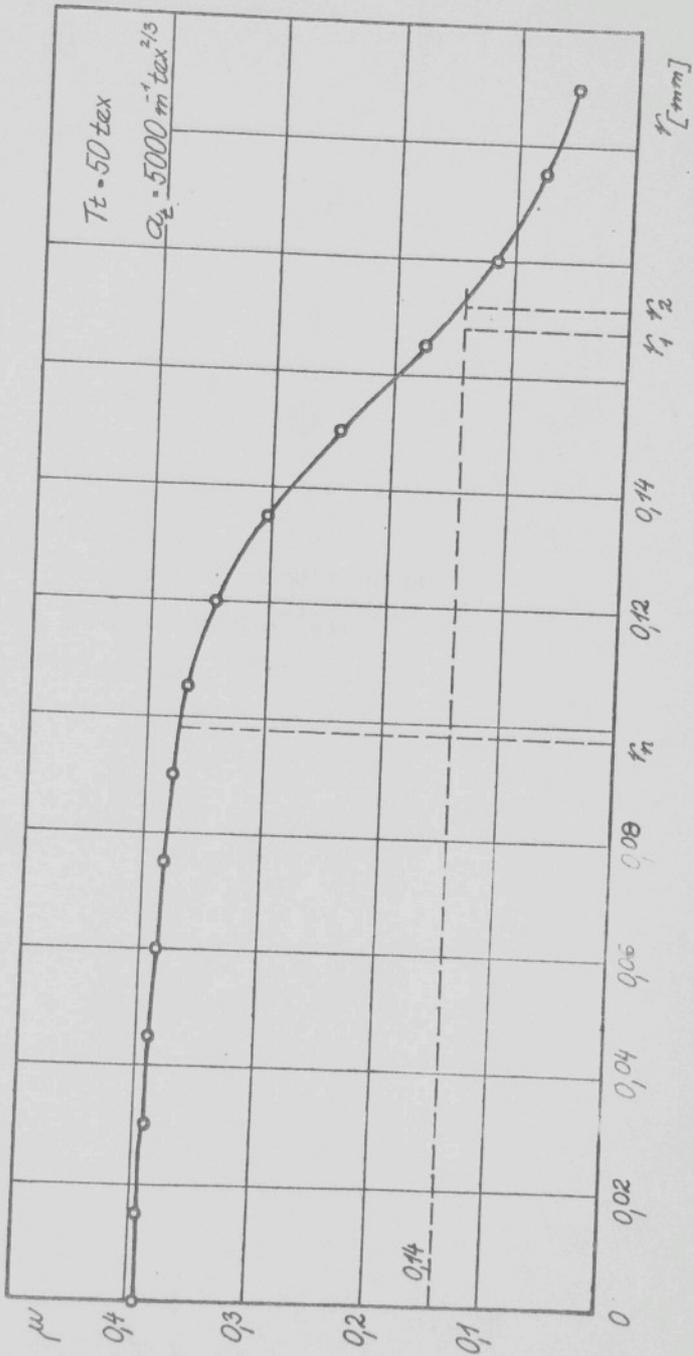
50 tex,  $5000 \text{ m}^{-1} \text{ tex}^{2/3}$

(legenda v příloze III)

	HRANICH	R* =	REGR. KONST.	
1) KONSTANTY VYPOČETNICH NUMERICKYCH POSTUPU	0.000000 0.000000 0.210567 0.343500 -77.252190 -77.252190 -77.252190 0.000000 0.000000	0.150000 0.150000 4.073406 0.243854 -0.119307 -50.878445 27.598894 -0.002773 0.039480	0.017233	
ZAKLADNI KROK RESENI (MM) =	0.090000 0.552591 6.002459 0.377836 -70.666120 -73.941292 68.974937 0.006770	0.165000 0.329553 3.036582 0.175412 -17.569968 -38.982666 799.65790 -0.004127		
2) KONSTANTY FYZIKALNI	0.020000 0.185959 6.189651 0.393866 -1.500000* -76.492821 -76.784950 21.984142 -0.600328	0.100000 0.641658 5.861106 0.368516 0.117517 -8.576230 -37.460657 704.007431 -0.020000		
SOUHRNNA MOHULO- VA KONSTANTA K =	0.045000 0.278486 6.160000 0.390091 -75.544465 -76.322934 35.236566 0.600000	0.195000 0.994854 1.471001 0.076955 -0.384700 -17.626104 581.036189 0.025381		
1. 0.06000000 05+ RELATIVNI MODU- LOVA ZHENP A =	0.060000 0.370563 6.118849 0.387494 -74.248982 -75.690344 47.508713 0.604459	0.210000 1.012919 1.025764 0.050732 -1.849767 -9.811882 +62.561448 0.018905		
-1.500000* POMERNA DELKA LANOSKA =	0.284392+ VYCHOZI KOEF. ZAPLACNI NITRO =			
0.010000+ LINEARNI HMOT- NOST PRICE TITEX) =	0.010000 0.278486 6.160000 0.390091 -75.544465 -76.322934 35.236566 0.600000	0.120000 0.727737 5.579875 0.046916 -60.109477 -68.364870 070.482950 -0.603935		
50.000000+ ZAKRUT PRICE Z(L)HM) =	0.060000 0.370563 6.118849 0.387494 -74.248982 -75.690344 47.508713 0.604459	0.130000 0.807293 4.980240 0.308374 -47.523116 -61.183214 608.604429 -0.600853		
0.360403+ SPECIFICKA HMOT- NOST VLAKEN ROMIG/KUB.CM) =	0.360403 1.500000+ RELATIVNI PLOD- LOZENI PRICE ZAKRUTEN EPSILON. P =	0.210000 0.210000 1.012919 1.025764 0.050732 -1.849767 -9.811882 +62.561448 0.018905		

*P  
delka  
de  
n  
n  
n  
n  
n*

100.000000+



Příloha XI

Teoretické hodnoty příze

60 tex,  $6000 \text{ m}^{-1} \text{ tex}^{2/3}$

(legenda v příloze III)

1) KONSTANTY  
 VYPOCETNICH  
 NUMERICKYCH  
 POSTUPU

*R*  
*dr/dt*  
*du*  
*-T*  
*u*  
*u*  
*u*

0.000000  
 0.000000  
 0.494959  
 6.481907  
 0.442984  
 -90.125370  
 -93.560626  
 95.664113  
 0.000000  
 0.000000  
 0.090000  
 0.591000  
 6.406546  
 0.435719  
 -87.139827  
 -92.004084  
 111.312942  
 0.000427  
 0.015000  
 0.093880  
 6.658573  
 0.453170  
 -97.139827  
 -97.219658  
 16.518448  
 0.000427  
 0.030000  
 0.193440  
 6.373208  
 0.456568  
 -96.206657  
 -96.669965  
 37.243167  
 0.001371  
 0.045000  
 0.298626  
 6.593938  
 0.453585  
 -94.709513  
 -95.889294  
 58.544009  
 0.002285  
 0.060000  
 0.395217  
 6.548972  
 0.448946  
 -92.678687  
 -94.860798  
 78.101596  
 0.000701  
 100.000000\*

0.075000  
 0.494959  
 6.481907  
 0.442984  
 -90.125370  
 -93.560626  
 95.664113  
 0.000000  
 0.090000  
 0.591000  
 6.406546  
 0.435719  
 -87.139827  
 -92.004084  
 111.312942  
 0.010789  
 0.105000  
 0.666331  
 6.224398  
 0.421354  
 -81.420868  
 -88.920660  
 386.241694  
 0.012162  
 0.120000  
 0.776445  
 5.761828  
 0.386894  
 -68.710308  
 -81.626588  
 709.715095  
 0.004347  
 0.135000  
 0.856542  
 4.841859  
 0.318097  
 -47.744309  
 -68.692895  
 1061.184079  
 0.015288  
 0.210000  
 1.013744  
 -0.319177  
 -0.015957  
 0.151662  
 -5.429325  
 26.198327  
 0.048674

2) KONSTANTY  
 FYZIKALNI

SOUBRANA MODULO-  
 VA KONSTANTA K=  
 9.500000000 04\*  
 RELATIVNI MODU-  
 LOVA ZMENA A=  
 -1.500000\*  
 PONERNA DELKA  
 LAMBDA=  
 0.894992\*  
 VYCHOZI KOEF.  
 ZAPLNE NI(U)=  
 0.010000\*  
 LINEARNI HROT-  
 MOST PRIZE  
 T(TEX)=  
 50.000000\*  
 ZAKRUT PRIZE  
 Z(I/MI)=  
 0.442084\*  
 SPECIFICKA HMOT-  
 MOST VLAKEN  
 ROM(G.KUB.CM)=  
 1.500000\*  
 RELATIVNI PROD-  
 LOUZENI PRIZE  
 ZAKRUTEM  
 EPSILON.P=  
 -0.034402\*

REGR. KONST.

4.602315265-01  
 -1.173006447 00  
 1.215301730 02  
 -4.615426167 03  
 7.819659577 04  
 -6.938155494 05  
 3.52382493 06  
 -3.612085218 06  
 -3.148148148 05

0.190000  
 0.992509  
 1.460944  
 0.092031  
 0.120760  
 20.128140  
 795.1730394  
 0.022953  
 0.195000  
 1.009568  
 0.945948  
 0.650722  
 -1.631417  
 -9.926295  
 594.786400  
 -0.032002

0.120000  
 0.776445  
 5.761828  
 0.386894  
 -68.710308  
 -81.626588  
 709.715095  
 0.004347  
 0.120000  
 0.776445  
 5.761828  
 0.386894  
 -68.710308  
 -81.626588  
 709.715095  
 0.004347

0.045000  
 0.298626  
 6.593938  
 0.453585  
 -94.709513  
 -95.889294  
 58.544009  
 0.002285  
 0.060000  
 0.395217  
 6.548972  
 0.448946  
 -92.678687  
 -94.860798  
 78.101596  
 0.000701

0.150000  
 0.920295  
 6.542993  
 0.425111  
 -25.348580  
 -51.772688  
 1172.731962  
 0.007970  
 0.165000  
 0.964536  
 3.312372  
 0.110048  
 -10.680206  
 -34.662360  
 1026.949717  
 0.005568  
 0.190000  
 0.992509  
 1.460944  
 0.092031  
 0.120760  
 20.128140  
 795.1730394  
 0.022953

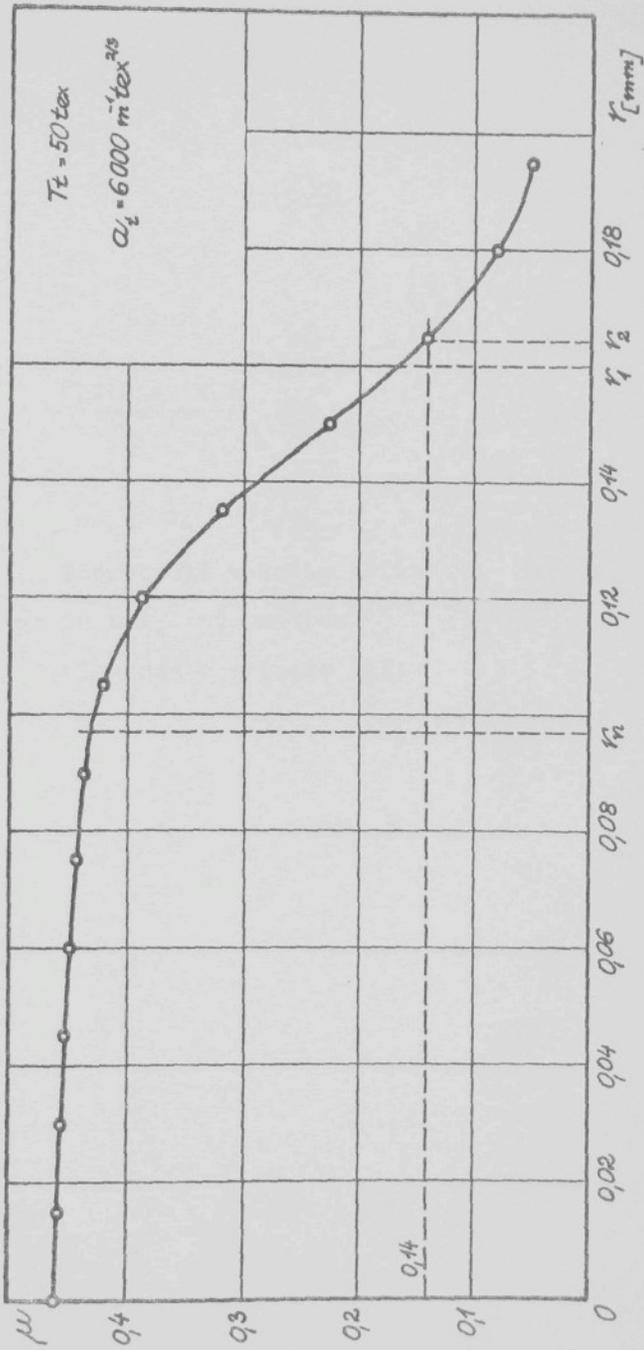
0.090000  
 0.591000  
 6.406546  
 0.435719  
 -87.139827  
 -92.004084  
 111.312942  
 0.010789  
 0.105000  
 0.666331  
 6.224398  
 0.421354  
 -81.420868  
 -88.920660  
 386.241694  
 0.012162  
 0.120000  
 0.776445  
 5.761828  
 0.386894  
 -68.710308  
 -81.626588  
 709.715095  
 0.004347

0.060000  
 0.395217  
 6.548972  
 0.448946  
 -92.678687  
 -94.860798  
 78.101596  
 0.000701  
 0.060000  
 0.395217  
 6.548972  
 0.448946  
 -92.678687  
 -94.860798  
 78.101596  
 0.000701

0.210000  
 1.013744  
 -0.319177  
 -0.015957  
 0.151662  
 -5.429325  
 26.198327  
 0.048674

0.135000  
 0.856542  
 4.841859  
 0.318097  
 -47.744309  
 -68.692895  
 1061.184079  
 0.015288

0.060000  
 0.395217  
 6.548972  
 0.448946  
 -92.678687  
 -94.860798  
 78.101596  
 0.000701



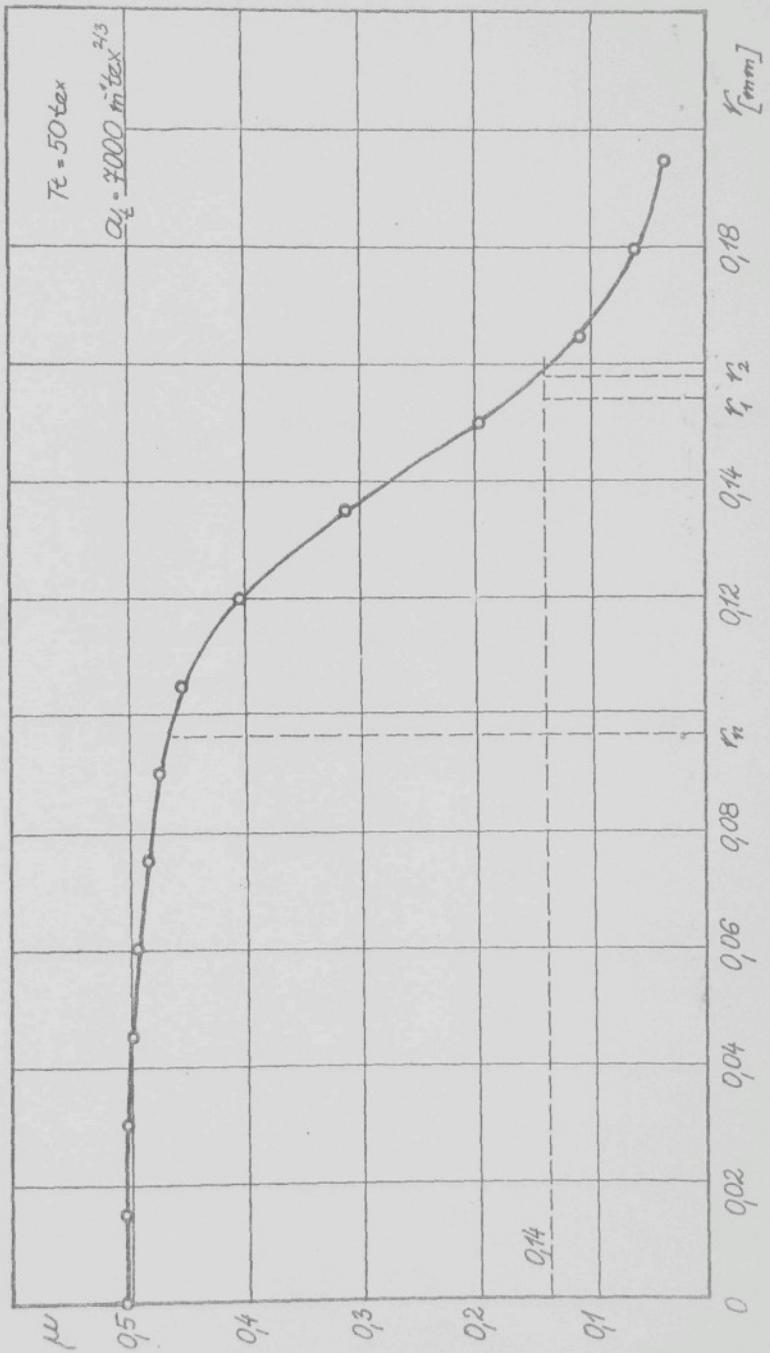
Příloha XII

Teoretické hodnoty příze

50 tex,  $7000 \text{ m}^{-1} \text{ tex}^{2/3}$

(legenda v příloze III)





Příloha XIII

Teoretické hodnoty přize

50 tex, 8000 m<sup>-1</sup>tex<sup>2/3</sup>)

(legenda v příloze III)

1) KONSTANTY  
 VYPOČETNICH  
 NUMERICKÝCH  
 POSTUPŮ

ZÁKLADNÍ KROK  
 KESENI (M) =  
 0,0150+  
 POCET INTERVALŮ  
 NUMERICKÉ INTEG-  
 RACE (SIMPSON) =  
 100,000000=

*R*  
*del*  
*de*  
*de*  
*de*  
*de*  
*de*  
*de*

2) KONSTANTY  
 FYZIKALNÍ

SOUHRNNÁ ROZLOU-  
 VA KONSTANTA K =  
 6,500000000 04+  
 RELATIVNÍ MŮDU-  
 LOVA ZMĚNA A =  
 -1,5000000+  
 POMĚRNA DELKA  
 LAMBDA =  
 0,894992+  
 VYCHOZÍ KOEF.  
 ZAPLNĚNÍ M(10) =  
 0,0100000+  
 LINEARNÍ HMOT-  
 NOST PRIZE  
 T(TEXT) =  
 50,0000000+  
 ZÁKROT PRIZE  
 Z(1/MM) =  
 0,589445+  
 SPECIFICKÁ HMOT-  
 NOST VLAKEN  
 ROMIG/KUB.CM) =  
 1,5000000+  
 RELATIVNÍ PROD-  
 LOUŽENÍ PRIZE  
 ZÁKROTEM  
 EPSILON.P =  
 -0,057830+

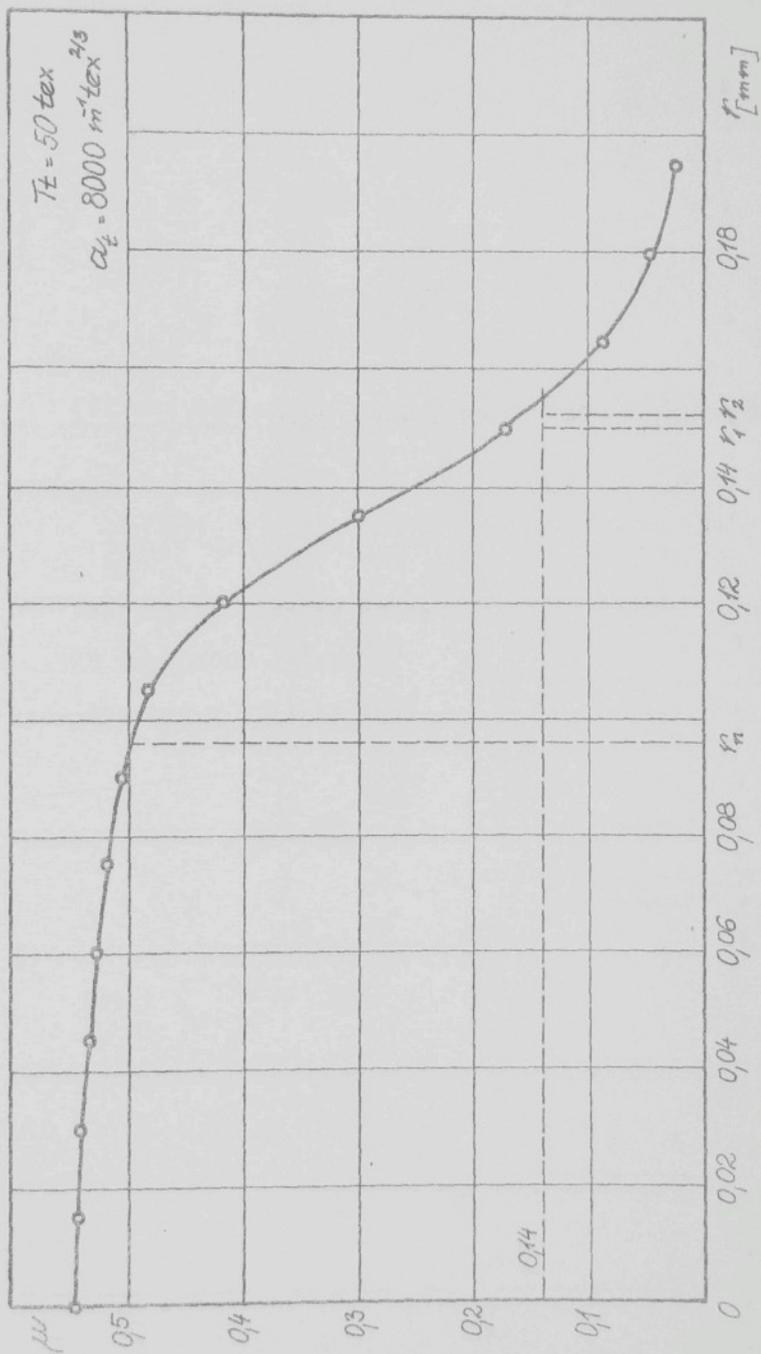
0,075000  
 0,500000  
 0,500000  
 6,903070  
 0,510005  
 -116,397662  
 -122,274772  
 190,160122  
 0,000000  
 0,000000  
 0,000000  
 0,632933  
 7,152703  
 6,783709  
 0,543028  
 0,586579  
 -110,709140  
 -119,210057  
 217,272751  
 0,015684  
 0,105000  
 0,732676  
 6,500000  
 0,483553  
 -93,425207  
 -112,575960  
 683,207605  
 -0,010910  
 0,120000  
 0,824767  
 5,725899  
 0,417200  
 -74,665075  
 -97,190171  
 1466,009611  
 0,005380  
 0,135000  
 0,900479  
 4,239974  
 0,300174  
 -39,629379  
 -72,667362  
 1859,817280  
 -0,000294

0,150000  
 0,500000  
 2,507004  
 0,171672  
 -13,949809  
 -45,643659  
 1619,160317  
 -0,016630  
 0,165000  
 0,982261  
 1,405163  
 0,088785  
 -4,051300  
 -23,550579  
 1130,665184  
 0,003313  
 0,180000  
 0,997450  
 0,815894  
 0,045811  
 -1,247177  
 -8,873865  
 750,323153  
 -0,004859  
 0,195000  
 1,005042  
 0,502203  
 0,027494  
 -0,424580  
 0,094754  
 545,499965  
 -0,011410

HRANICHI R = =  
 -0,999837

REGR. KONST.

5,42974965-01  
 0,972905045-01  
 -1,596938240 02  
 9,158091102 03  
 -2,58147509 05  
 3,67836001 66  
 -3,1943526+4 07  
 1,384695212 08  
 -2,765309343 08  
 1,597402597 08



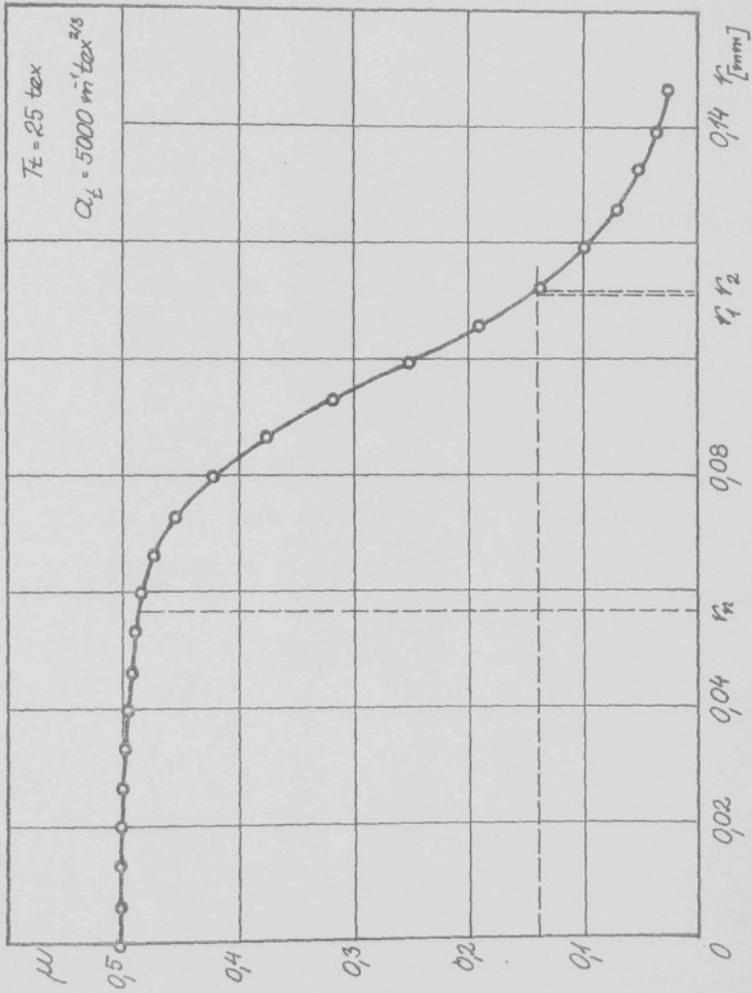
Příloha XIV

Teoretické hodnoty přize

25 tex, 5000 m<sup>-1</sup> tex<sup>2/3</sup>

(legenda v příloze III)





Příloha XV

Teoretické hodnoty přize

25 tex, 5500 m<sup>-1</sup>tex<sup>2/3</sup>

(legenda v příloze III)

1) KONSTANTY  
VYPOČETNICH  
NUMERICKÝCH  
FOSTUPU

ZAKLADNI EROK	0.000000	0.000000	0.000000	0.133333	0.133333
RESENI (M1) =	0.241129	0.477603	0.656691	0.768800	0.768800
POCET INTERVALU	7.194453	6.74533	6.74533	6.692866	6.692866
NUMERICKE INTEG	0.540000	0.503288	0.503131	0.470780	0.470780
PACE (STEPSON) =	124.961957	-110.548634	-73.966126	-61.829117	-61.829117
100.000000*	126.384925	-117.940400	-75.466118	-61.436437	-61.436437
	109.657640	824.183720	2010.440284	837.667627	837.667627
	-0.0101029	-0.003550	0.000463	-0.000950	-0.000950

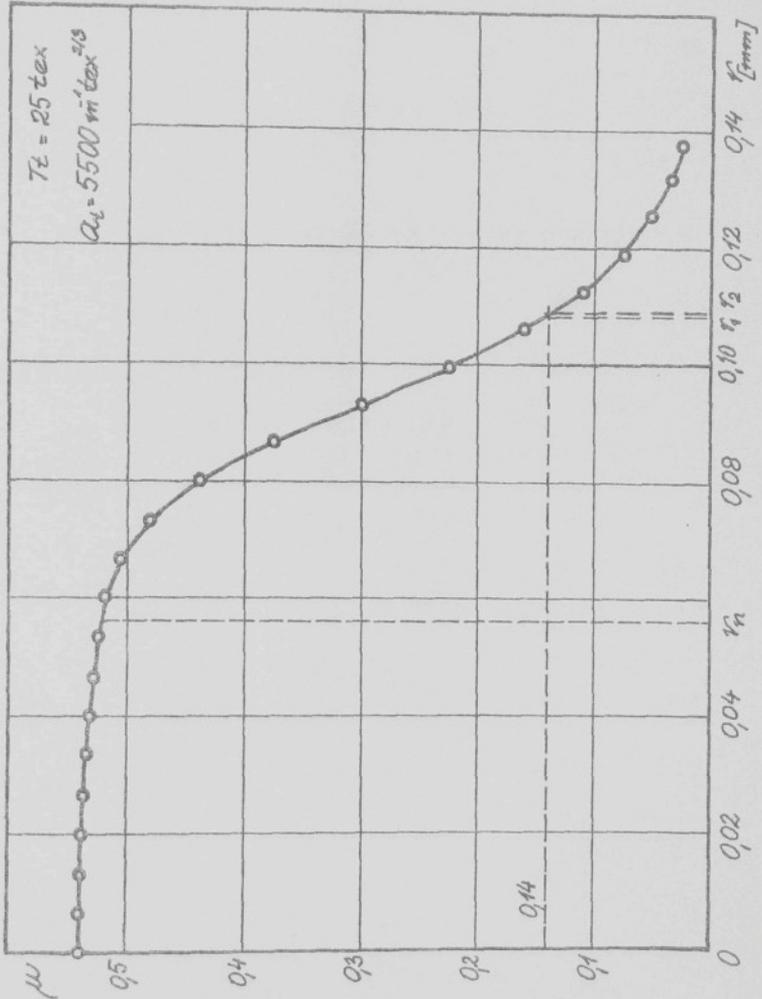
R  
deklar  
au  
-v  
-s  
-v  
-v

2) KONSTANTY  
FYZIKALNI

SOUHRNNIA MODULO-	0.006667	0.072333	0.106767	0.146800	0.146800
VA KONSTANTA K =	0.048000	0.524495	0.673369	0.712727	0.712727
1.200000000 65*	0.209006	0.566965	2.481564	0.501730	0.501730
RELATIVNI MODU-	7.167385	6.566965	6.479889	6.026197	6.026197
LOWE ZNEHA A =	0.531133	-99.410960	-12.500550	-8.419830	-8.419830
-1.500000*	120.525563	-110.917369	-41.282787	-49.407039	-49.407039
POHRAHA DELKA	120.525563	133.932420	2004.331530	649.892937	649.892937
LANEHA =	19.801462	-0.014113	0.621415	0.000483	0.000483
0.834992*	0.013333	0.046667	0.060000	0.110333	0.110333
VYCHOZI EDEF.	0.036669	0.336684	0.564676	0.686382	0.686382
ZAPLENI NI(0) =	7.246423	6.847614	6.847614	6.789572	6.789572
LINEARNI HMOI -	0.520847	0.520759	0.497813	0.470293	0.470293
HOST PRIZE	-127.781166	-92.617637	-61.594214	-46.594214	-46.594214
25.000000*	-127.945860	-100.310573	-25.973797	-25.973797	-25.973797
ZAKRUT PRIZE	42.158917	150.148074	1833.693959	1634.043313	1634.043313
Z(1/H0) =	0.001203	-0.018137	0.018389	0.000200	0.000200
0.643284*	0.000000	0.053353	0.936667	0.139400	0.139400
SPECIFICKA HMOI -	0.14923	0.384130	0.602537	0.656237	0.656237
NOST VLAKEN	7.232960	7.097821	5.277464	4.829610	4.829610
ROM(IG-KUB-CM) =	0.572623	0.523925	0.576380	0.576111	0.576111
1.500000*	-127.02349	-117.928328	-91.747494	-82.386473	-82.386473
RELATIVNI PROD-	-127.02349	-123.586309	-96.544144	-10.829360	-10.829360
LOUZENI PRIZE	55.590335	168.451263	2249.438433	1847.393774	1847.393774
ZAKRUTON	0.000611	-0.003664	0.002773	-0.011974	-0.011974
EPSILON P =	0.026667	0.050000	0.090333	0.126667	0.126667
NOST VLAKEN	0.431230	0.634691	0.769560	0.769560	0.769560
ROM(IG-KUB-CM) =	7.216725	7.030222	4.260105	0.520400	0.520400
1.500000*	0.535930	0.513223	0.299730	0.299730	0.299730
RELATIVNI PROD-	-128.145562	-116.852602	-90.103290	-70.831550	-70.831550
LOUZENI PRIZE	-127.044264	-121.789993	-70.864070	-10.776103	-10.776103
ZAKRUTON	88.432809	377.794345	2402.415154	1033.022443	1033.022443
EPSILON P =	-0.010667	0.025924	-0.005294	-0.054168	-0.054168

REGR. KONST.

0.540000
-2.633994
462.263949
-2.9475089517 00
8.626492318 00
1.020625587 07
1.052291694 00
-4.171830538 00
6.281097656 00



Příloha XVI

Teoretické hodnoty příze

25 tex,  $6000 \text{ m}^{-1} \text{ tex}^{2/3}$

(legenda v příloze III)

1) KONSTANTY  
VÝPOČETNICH  
NUMERICKÝCH  
POSTUPŮ

ZAKLADNÍ KROK  
RESENI (MM) =  
-151,27505  
POČET INTERVALŮ  
NUMERICKÉ INTEG-  
RACE (SIMPSON) =  
100,0000000\*

*R*  
*R*  
*ar* *lar*  
*ar*  
*ar*  
*ar*  
*ar*  
*ar*

0,000000  
0,000000  
0,251958  
7,493093  
0,581355  
-147,206322  
-148,747785  
139,311593  
0,010326  
0,040000  
0,300026  
7,466218  
0,587423  
-151,06812  
-151,107882  
25,888470  
0,000901

2) KONSTANTY  
FYZIKALNÍ

SOURAHRNÁ MODULO-  
VA KONSTANTA K =  
1,167000000 05\*

LOVA ZMENA R =  
-1,5000000\*  
POMERNA DELKA  
LAMBDA =  
0,894992\*

0,013333  
0,106637  
7,540017  
0,505560  
-150,527553  
-150,748309  
54,835911  
0,002097

REGR. KONST.

5,890193941 01  
-4,631321836 00  
8,111876597 92  
-4,989309761 04  
1,446784442 06  
-2,188258378 07  
1,750709235 03  
-7,601672131 08  
1,697562973 09

ZAPLNENÍ M(0) =  
1,0100000\*

LITERARNÍ HMOT-  
NOST PRIZE  
T (TEX) =

ZAKRUT PRIZE  
Z (1/MM) =

0,020000  
0,150876  
7,53722  
0,583501  
-149,716127  
-150,248597  
84,272465  
-0,000339

0,090000  
0,693849  
1,464674  
0,693171  
-4,465550  
-24,816750  
1820,700003  
0,025664  
0,120000  
0,707760  
1,011421  
0,061451  
-2,036628  
-62,933852  
-14,157389  
1388,90917  
0,021714

SPECIFICKÁ HMOT-  
NOST VLAKEN  
RHO(V-KUB, CM) =

RELATIVNÍ PROD-  
LOUZENÍ PRIZE  
ZAKRUTEN  
EPSILON, P =

0,201029  
7,519370  
0,583504  
-148,613783  
-149,586185  
112,831831  
-0,009313

0,126667  
0,713456  
0,707107  
0,041028  
-0,937024  
-6,0325261  
-2,603177  
1047,790869  
-0,012240  
0,033333  
0,56000  
4,006029  
0,280081  
-0,937024  
-36,0325261  
-2,603177  
1047,790869  
-0,033833

100,0000000\*

1,5000000\*

100,0000000\*

100,0000000\*

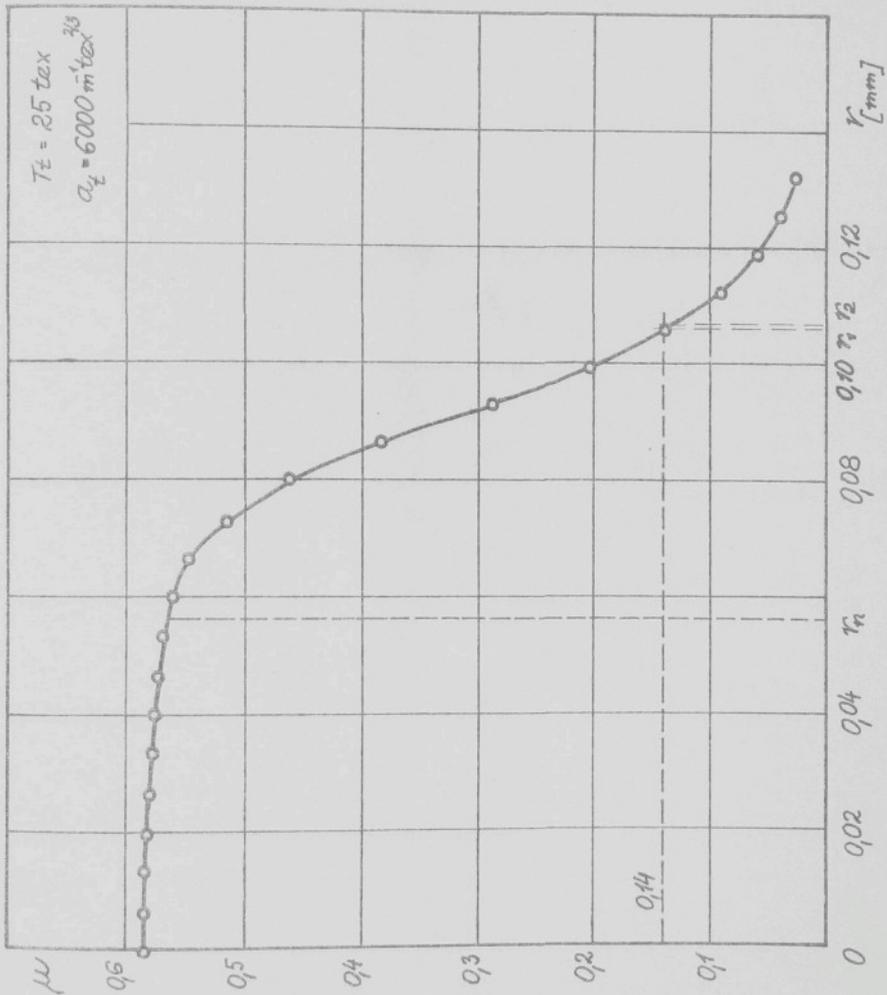
100,0000000\*

100,0000000\*

100,0000000\*

0,100000  
0,675053  
2,369150  
0,206720  
-19,521185  
-6,403152  
-6,002168  
78,643442  
-0,009793  
0,140000  
0,717116  
2,116668  
-0,630617  
0,659460  
2,557844  
-15,063299  
0,021418

0,056667  
0,473665  
7,14390  
0,59059  
-138,87635  
-137,219076  
1182,639997  
0,045466  
0,073333  
0,530081  
6,71721  
0,148487  
-9,639916  
-113,632471  
-137,71818  
2314,57373  
0,035594  
0,113333  
0,693849  
1,464674  
0,693171  
-4,465550  
-24,816750  
1820,700003  
0,025664  
0,120000  
0,707760  
1,011421  
0,061451  
-2,036628  
-62,933852  
-14,157389  
1388,90917  
0,021714  
0,033333  
0,56000  
4,006029  
0,280081  
-0,937024  
-36,0325261  
-2,603177  
1047,790869  
-0,033833



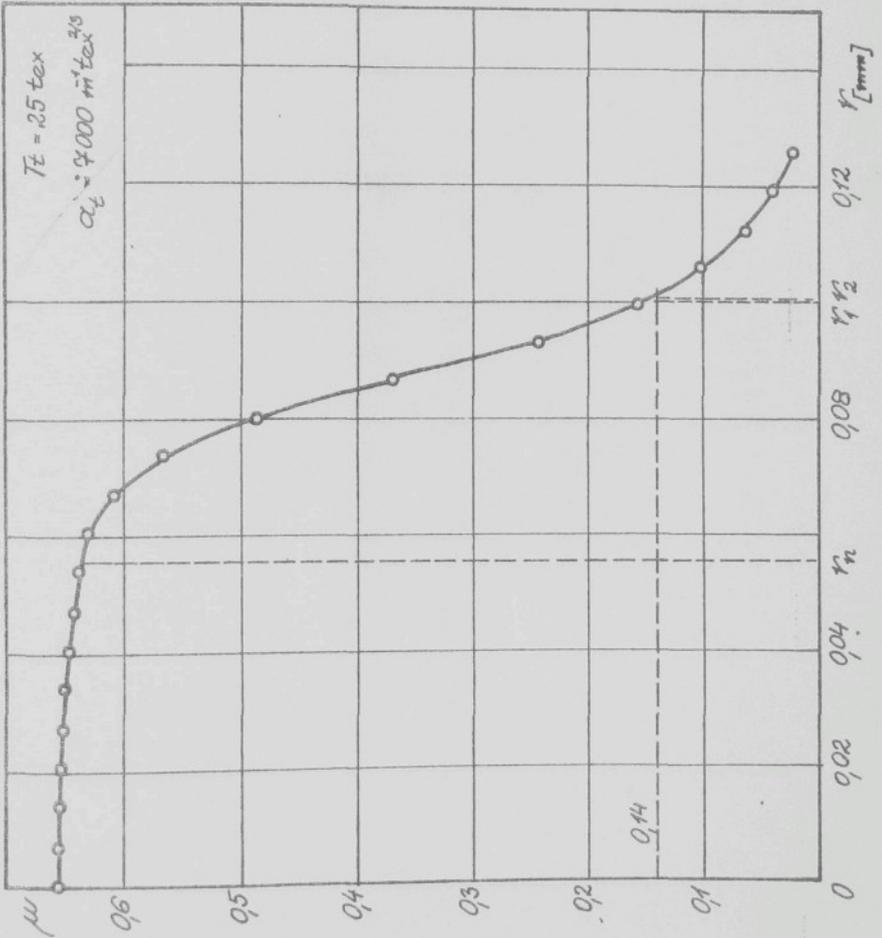
Příloha XVII

Teoretické hodnoty příze

25 tex,  $7000 \text{ m}^{-1} \text{ tex}^{2/3}$

(legenda v příloze III)





Příloha XVIII

Teoretické hodnoty přize

25 tex, 8000 m<sup>-1</sup>tex<sup>2/3</sup>

(legenda v příloze III)

REGNI: HI R<sup>2</sup> = 0.710226

REGR. KONST.

1) KONSTANTY  
VYPOCETNICH  
NUMERICKYCH  
POSTUPU

*R delar  
de  
new  
re  
re*

0.000000  
-0.000000  
8.187314  
0.705000  
-234.082715  
-234.082715  
0.000000  
0.000000  
0.005667  
0.025468  
8.185109  
0.174872  
0.704629  
-233.718823  
-232.729525  
55.474861  
-0.000650

2) KONSTANTY  
FYZIKALNI

0.633333  
0.272303  
8.137826  
0.693192  
-228.611795  
-224.119217  
3232.634754  
-0.005679  
0.040000  
0.539284  
8.114872  
0.696584  
-226.332828  
-227.163504  
316.173986  
0.043095

SOURPNRA MODULO-  
VA KONSTANTA K=  
9.83000000 04\*

0.046667  
0.392292  
5.321640  
0.492785  
-101.448362  
-136.638884  
832.649594  
0.027787  
0.000000  
0.422972  
5.321640  
0.492785  
-101.448362  
-136.638884  
832.649594  
0.027787

RELATIVNI MODU-  
LOVA ZRENA A=  
-1.500000\*

0.113333  
0.710766  
0.695298  
0.045861  
-0.989731  
-8.325625  
1818.604356  
0.002212

POMERRA DELKA  
LAMBDA=

0.894992\*  
0.053333  
0.434273  
8.045888  
0.709735  
-231.877158  
-232.013872  
183.670485  
-0.013402

VYCHAZI KOF.  
ZAPLNENI HI(0)=

0.857885  
0.066667  
0.056704  
4.164782  
0.027132  
-46.768334  
-95.088747  
5957.554585  
0.035026

LINEARNI HMOT-  
MOST PRIZE  
T(TEX)=

0.894992\*  
0.053333  
0.434273  
8.045888  
0.709735  
-231.877158  
-232.013872  
183.670485  
-0.013402

ZAKRUTEM  
Z(1/RR)=

0.053333  
0.066667  
0.056704  
4.164782  
0.027132  
-46.768334  
-95.088747  
5957.554585  
0.035026

SPECIFICKA HMOT-  
MOST VLAKEN  
POMIG-KUG.CH)=

0.894992\*  
0.053333  
0.434273  
8.045888  
0.709735  
-231.877158  
-232.013872  
183.670485  
-0.013402

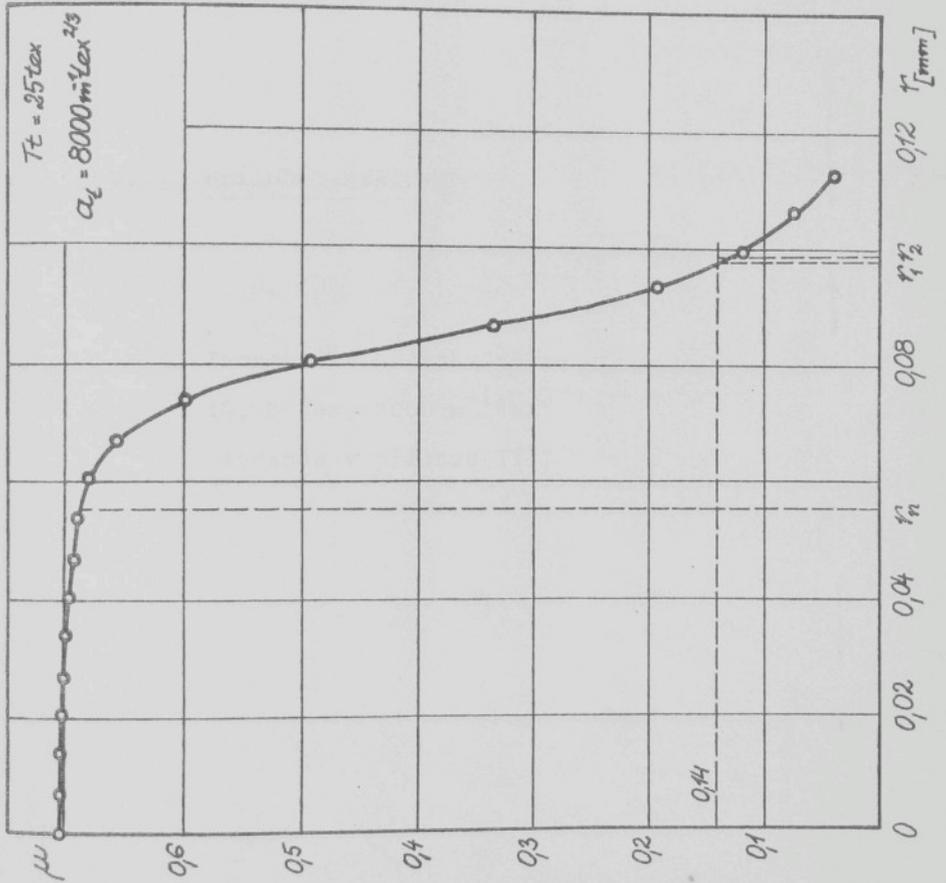
1.500000\*  
RELATIVNI PROD-  
LOUZENI PRIZE  
ZAKRUTEM

0.894992\*  
0.053333  
0.434273  
8.045888  
0.709735  
-231.877158  
-232.013872  
183.670485  
-0.013402

EPSILON.P=  
-0.649190\*

0.894992\*  
0.053333  
0.434273  
8.045888  
0.709735  
-231.877158  
-232.013872  
183.670485  
-0.013402

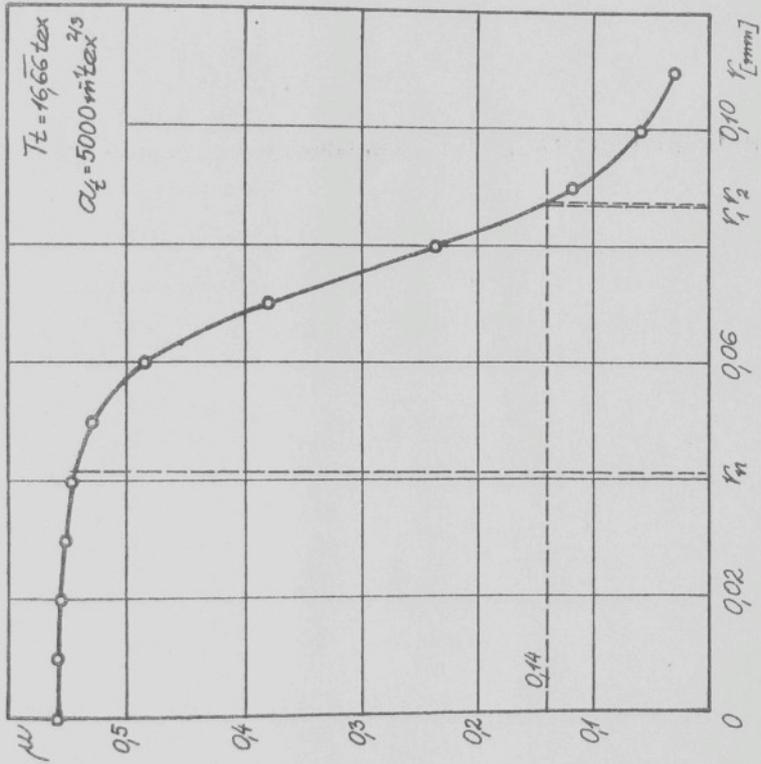
7.009253341-01  
2.825964982 08  
7.714599970 02  
7.162395839 04  
9.193368171 06  
-0.195438978 07  
-0.817106431 08  
5.490376229 09  
-1.348217654 10



Příloha XIX

Teoretické hodnoty přize  
16,66 tex, 5000 m<sup>-1</sup>tex<sup>2/3</sup>  
(legenda v příloze III)

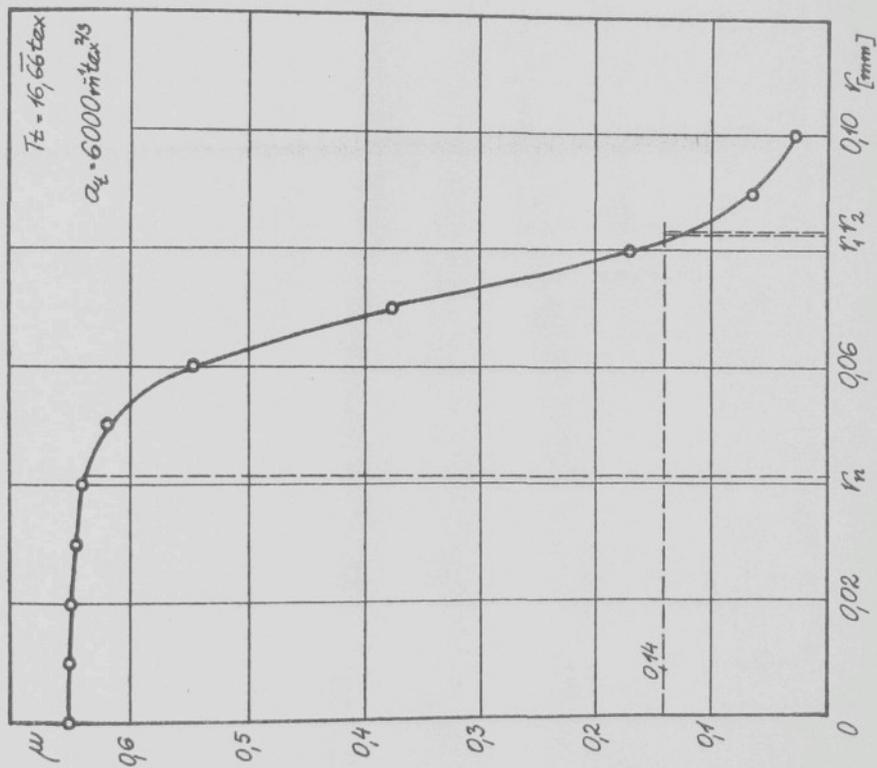




Příloha XX

Teoretické hodnoty přize  
16,66 tex,  $6000 \text{ m}^{-1} \text{ tex}^{2/3}$   
(legenda v příloze III)





Příloha XXI

Tabulka hodnot  $K$  z regresní rovnice  
(6.1)

TABULKA HODNOT K

$\frac{Q_c}{T_c} \frac{[m^3 \cdot sec^{-3}]}{[sec]}$	5000	5500	6000	6500	7000	7500	8000
16.	131844.	128597.	125341.	122077.	118905.	115755.	112636.
18.	130072.	126888.	123696.	120504.	117459.	114459.	111493.
20.	128220.	125192.	122088.	119032.	116074.	113164.	110292.
22.	126384.	123559.	120559.	117617.	114767.	111968.	109217.
24.	124560.	121984.	119088.	115848.	113113.	110441.	107814.
26.	122760.	120464.	117688.	114136.	111513.	108947.	106428.
28.	120984.	119000.	116368.	112528.	110013.	107554.	105141.
30.	119240.	117584.	114960.	111024.	108632.	106284.	103984.
32.	117520.	116224.	113744.	110336.	108048.	105764.	103536.
34.	115824.	114928.	112512.	109664.	107184.	104912.	102696.
36.	114144.	113688.	111344.	108984.	106704.	104536.	102464.
38.	112480.	112504.	110160.	108304.	106032.	103968.	102240.
40.	110832.	111376.	108944.	107632.	105368.	103408.	101920.
42.	109200.	110304.	107824.	106968.	104704.	102848.	101472.
44.	107584.	109248.	106768.	106304.	104048.	102192.	101024.
46.	106000.	108224.	105744.	105840.	103792.	101936.	100584.
48.	104448.	107248.	104768.	105376.	103328.	101472.	100144.
50.	102920.	106312.	103840.	104912.	102864.	101008.	99712.
52.	101424.	105424.	102944.	104448.	102400.	100544.	99264.
54.	100000.	104584.	102112.	103984.	101936.	100080.	98896.
56.	98592.	103792.	101696.	103536.	101472.	99624.	98432.
58.	97200.	103048.	101216.	103088.	101008.	99168.	98000.
60.	95824.	102352.	100736.	102648.	100544.	98704.	97536.
62.	94464.	101704.	100272.	102216.	100080.	98248.	97072.
64.	93120.	101104.	99808.	101792.	99632.	97792.	96624.
66.	91792.	100544.	99344.	101376.	99168.	97344.	96176.
68.	90480.	100032.	98896.	100960.	98704.	96904.	95744.
70.	89184.	99568.	98464.	100544.	98248.	96496.	95392.
72.	87904.	99152.	98048.	100128.	97856.	96096.	94944.
74.	86640.	98784.	97648.	99712.	97472.	95744.	94592.
76.	85400.	98464.	97264.	99264.	97056.	95376.	94144.
78.	84176.	98192.	96896.	98832.	96640.	94992.	93704.
80.	82976.	97968.	96544.	98416.	96224.	94608.	93264.
82.	81792.	97784.	96208.	98016.	95808.	94216.	92832.
84.	80624.	97640.	95872.	97632.	95400.	93824.	92400.
86.	79472.	97536.	95552.	97248.	95008.	93440.	91976.
88.	78344.	97472.	95248.	96872.	94624.	93056.	91560.
90.	77232.	97448.	94960.	96544.	94256.	92680.	91152.
92.	76144.	97464.	94688.	96224.	93896.	92312.	90744.
94.	75072.	97520.	94416.	95912.	93544.	91952.	90344.
96.	74024.	97616.	94144.	95544.	93192.	91584.	89952.
98.	73000.	97752.	93888.	95184.	92848.	91224.	89568.
100.	72000.	97928.	93648.	94832.	92512.	90872.	89192.