

**TECHNICKÁ UNIVERZITA V LIBERCI**

Fakulta strojní

Obor 23 - 40 - 8

Automatizované systémy řízení ve strojírenství

Katedra technické kybernetiky

**Identifikace soustav pomocí korelačních funkcí**

Jaroslav STŘELKA

Vedoucí diplomové práce: Doc.Ing.Miroslav Olehla,Csc.

Datum: 24.5.1996

Fakulta strojní

Katedra technické kybernetiky

Školní rok: 1995/96

## ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

pro Jaroslava STŘELKU

obor 23-40-8 Automatizované systémy řízení ve strojírenství

Vedoucí katedry Vám ve smyslu zákona č. 172/1990 Sb. o vysokých školách určuje tuto diplomovou práci:

Název tématu:

IDENTIFIKACE SOUSTAV POMOCÍ KORELAČNÍCH FUNKCÍ

Zásady pro vypracování:

1. Prostudujte literaturu pojednávající o možnostech identifikace.
2. Popište principy identifikace se zaměřením na korelační funkce.
3. Na simulovaných příkladech ověřte možnosti identifikace pro různé vstupní signály.
4. Porovnejte možnosti identifikace pro PRBS signál a pro různé typy generátorů.
5. Vyhodnotte výsledky pro řešení pomocí korelačních funkcí a pro řešení pomocí normálních rovnic.

## OBSAH

<b>1. ÚVOD .....</b>	<b>6</b>
<b>1.1. KLASIFIKACE A ROZDĚLENÍ METOD IDENTIFIKACE .....</b>	<b>7</b>
<b>1.1.1. PODMÍNKY PRO KLASIFIKACI METOD IDENTIFIKACE .....</b>	<b>7</b>
<b>1.1.2. ÚKOLY ŘEŠENÉ METODAMI IDENTIFIKACE.....</b>	<b>8</b>
<b>1.1.3. ROZDĚLENÍ METOD IDENTIFIKACE DLE POUŽITÝCH METOD..</b>	<b>9</b>
<b>2.1. ANALYTICKÝ PŘÍSTUP K IDENTIFIKACI .....</b>	<b>9</b>
<b>3.1. EXPERIMENTÁLNÍ PŘÍSTUP K IDENTIFIKACI .....</b>	<b>11</b>
<b>3.1.1. VSTUPNÍ SIGNÁL .....</b>	<b>12</b>
<b>3.1.1.1. PARAMETRY VSTUPNÍCH SIGNÁLU .....</b>	<b>13</b>
<b>3.1.1.2. ROZDĚLENÍ VSTUPNÍCH SIGNÁLU .....</b>	<b>13</b>
<b>3.1.2. VOLBA MODELU .....</b>	<b>15</b>
<b>3.1.2.1. ROZDĚLENÍ MODELU .....</b>	<b>16</b>
<b>3.1.3. METODY PRVOTNÍHO ZPRACOVÁNÍ DAT .....</b>	<b>18</b>
<b>3.1.3.1. KONTROLA ODCHÝLENÝCH MĚŘENÍ .....</b>	<b>19</b>
<b>3.1.3.2. TESTY EXTRÉMNÍCH ODCHYLEK .....</b>	<b>19</b>
<b>3.1.3.3. FILTROVÁNÍ REALIZACÍ .....</b>	<b>20</b>
<b>3.1.4. KRITERIUM SHODY .....</b>	<b>21</b>
<b>3.1.5. ROZDĚLENÍ METOD IDENTIFIKACE .....</b>	<b>22</b>
<b>4.1. MOŽNOSTI IDENTIFIKACE POMOCÍ KORELAČNÍCH FUNKCÍ ..</b>	<b>23</b>
<b>4.1.1. BÍLÝ ŠUM .....</b>	<b>24</b>
<b>4.1.2. NÁHODNÉ SIGNÁLY .....</b>	<b>25</b>
<b>4.1.2.1. HODNOCENÍ NÁHODNÝCH SIGNÁLU .....</b>	<b>26</b>
<b>4.1.2.2. KORELAČNÍ FUNKCE NÁHODNÝCH SIGNÁLU .....</b>	<b>27</b>
<b>4.1.3. PSEUDONÁHODNÉ SIGNÁLY .....</b>	<b>30</b>

4.1.3.1. SIGNÁL PRBS .....	31
4.1.3.2. KORELAČNÍ FUNKCE SIGNÁLU PRBS .....	33
4.1.3.3. OSTATNÍ PSEUDONÁHODNÉ SIGNÁLY .....	35
4.1.4. OVĚŘENÍ VÝSLEDKU.....	38
<b>5.1. PROGRAM IDENTIFIKACE v.1.0.</b> .....	<b>39</b>
5.1.1. ZHODNOCENÍ PROGRAMU IDENTIFIKACE v.1.0. ....	44
<b>6.1. ZHODNOCENÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE</b> .....	<b>46</b>
<b>7.1. LITERATURA</b> .....	<b>48</b>
PŘÍLOHA č.1. .....	49

GRAFICKÁ PŘÍLOHA č.1.

GRAFICKÁ PŘÍLOHA č.2.

GRAFICKÁ PŘÍLOHA č.3.

GRAFICKÁ PŘÍLOHA č.4.

GRAFICKÁ PŘÍLOHA č.5.

1.

## ÚVOD

Prudký rozvoj technických prostředků, především počítačů, umožňující řízení nejrozmanitějších systémů, jakými jsou např. technologické procesy, složité ekonomické systémy nebo komplikované robotizované soustavy s umělou inteligencí, podnítil velký rozvoj a zájem o co nejpřesnější identifikaci daných soustav a systémů. Výsledkem takové identifikace by měla být snaha o přesné a rychlé řízení těchto procesů.

Nebylo by účelné a z hlediska rozsahu této diplomové práce ani možné, snažit se o vyčerpávající souhrn všech až dosud navržených metod. Proto je provedeno pouze stručné rozdělení identifikačních metod, ze kterého by měla vyplynout souvislost mezi různými přístupy k identifikaci a současně by se mělo vymezit místo a význam metod využívajících korelačních funkcí pro identifikaci soustav a stanovení modelu ve tvaru impulsové charakteristiky.

Součástí mé diplomové práce je i navržení příslušného softwaru pro danou identifikační metodu, metodu identifikace pomocí korelačních funkcí.

## 1.1.

### **KLASIFIKACE A ROZDĚLENÍ METOD IDENTIFIKACE**

Vhodnou kombinací volby kriterií, struktur, algoritmu nastavování parametrů, použitím různých testovacích signálů atd. můžeme vytvořit velké množství identifikačních metod. Stejně tak s ohledem na podmínky, v kterých probíhají, můžeme vytvořit velké množství typů procesů. Určení vhodné metody identifikace, či podmínek, při kterých může být použita, je nelehký úkol, který může ulehčit pouze vhodná klasifikace identifikačních metod a procesů (objektů).

Výsledkem takovéto klasifikace by mělo být rozčlenění identifikačních metod do různých tříd a skupin, které v sobě zohledňují jednotlivé charakteristické znaky dané metody.

#### 1.1.1.

### **PODMÍNKY PRO KLASIFIKACI METOD IDENTIFIKACE**

Pomocí výběrové klasifikace, by mělo být možné vybrat takovou identifikační metodu, která by splňovala účel při:

- zadaných podmínkách pro identifikační proces, vliv okolí na proces (vstupní signály, poruchy, šumy apod.)
- zadaných požadavcích na strukturu modelu

- zadaných možnostech experimentování s procesem, měření signálů, přístrojové vybavenosti atd.

- zadaných omezovacích podmínkách (např. možnost přerušení výrobního režimu)

### 1.1.2.

#### ÚKOLY ŘEŠENÉ METODAMI IDENTIFIKACE

Z hlediska identifikace, by identifikační metoda měla řešit tyto základní úkoly v souvislosti s řídicím procesem :

- identifikace modelu (především parametry modelu) procesu, pomocí něhož můžeme určit vhodné řízení a jeho přínos

- identifikovat charakteristiky procesu, a z nich následné určení parametrů

- identifikovat okamžitý stav procesu, a z něj následné určení řídící veličiny

- identifikovat okamžité hodnoty řízení a z nich vyhledat optimální podmínky řízení procesu

### 1.1.3.

#### ROZDĚLENÍ METOD IDENTIFIKACE DLE POUŽITÝCH INFORMACÍ

Z hlediska získaných informací, z kterých vycházíme při identifikaci, dělíme identifikační procesy na:

- **analytické**; při analytické identifikaci sestavujeme matematický model procesu na základě analýzy procesu.
- **experimentální**; vstupními informacemi při sestavování matematického popisu procesu jsou experimentálně získané údaje o vstupních a výstupních veličinách procesu a nějaké základní informace o procesu (např. struktura procesu), toto není podmínkou.

### 2.1.

#### ANALYTICKÝ PŘÍSTUP K IDENTIFIKACI

První fázi při analytickém přístupu k identifikaci je výběr vhodného souboru veličin a vztahů mezi nimi, pomocí nichž dokážeme dostatečně přesně popsat uvažovaný reálný systém (proces). Vstupními informacemi jsou základní konstrukční údaje o zařízení, v kterém proces probíhá, různé tabulkové parametry pro látky, energii apod.. Vztahy mezi základními veličinami procesu sestavujeme na základě analytické approximace a aplikací známých fyzikálních a chemických vztahů na analyzovaný proces.

Další fázi při odvozování matematického modelu procesu je sestavení všeobecných závislostí a tím vytvoření struktury modelu. Tato fáze patří k nejobtížnějším fázím analytického odvozování modelu. Při sestavování modelu musíme kromě fyzikálních znalostí ovládat i znalosti z mechaniky, dynamiky, termodynamiky, kinematiky apod. mít dostatečnou zkušenosť s identifikací a schopnost posuzovat, které závislosti a vztahy jsou významné pro identifikaci. Výsledkem této fáze je pak systém závislostí (rovníc) s neurčitými parametry a koeficienty, který se dá použít u podobných realizací. Musíme však brát ohled na to, že při velmi podrobné analýze můžeme dostat velmi složitý matematický model. Proto je třeba předem zvážit, jak přesný a komplexní popis budeme vyžadovat a tím i určit složitost a nákladnost modelu procesu.

Pozn.: Při tvorbě struktury používáme všechny známé zákony a z nich odvozené vztahy. Všechny použité zákony při matematické analýze můžeme rozdělit do třech skupin:

- rovnice zachování rovnováhy (energie, hmoty, momenty sil atd.)

- rovnice elementárních procesů (výměna tepla, hmoty, chemické reakce, procesy vyvolané v důsledku hybné síly či potenciálu)

- rovnice stavu (vztahy mezi veličinami např. stavová rovnice plynů apod.).

Poslední fázi při odvozování matematického modelu je specifikace modelu pro konkrétní proces, tj. stanovení parametrů a koeficientů pro daný proces.

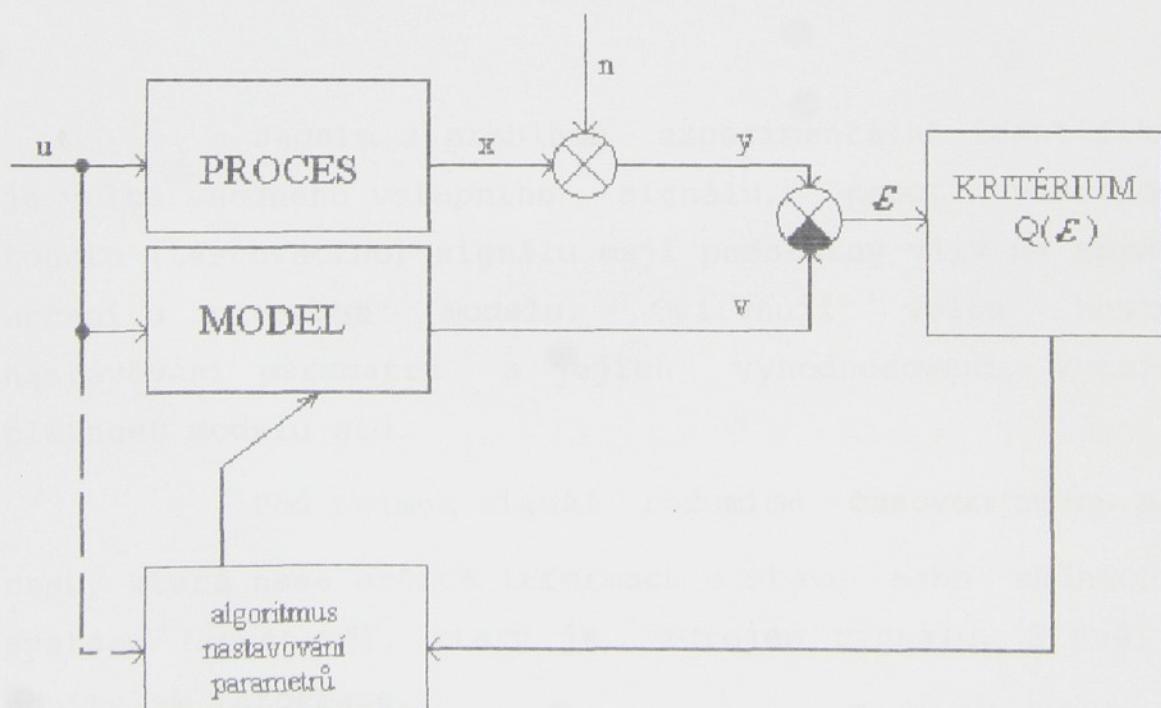
Příkladem matematického modelu může matematický popis výtoku kapaliny z nádrže skrz hydraulický odpor a následné stanovení výšky kapaliny.

### 3.1.

#### EXPERIMENTÁLNÍ PŘÍSTUP K IDENTIFIKACI

Základní charakteristikou experimentálního přístupu k identifikaci je, že vycházíme z údajů získaných o procesu během experimentování nebo pozorování procesu. Jednoduše řečeno, při experimentálním přístupu stanovujeme model procesu na základě souboru vstupních a výstupních údajů o procesu.

Při známých vstupních a výstupních datech a při známé, či předpokládané znalosti struktury, můžeme proces identifikace znázornit schématem.



obr. Základní schéma identifikace neznámého procesu

Vstupní signál procesu u působí na vstupu modelu s předpokládanou strukturou, odchylky ve struktuře a parametrech modelu a procesu způsobují, že výstupní signál modelu v se bude lišit od výstupního signálu  $x$ , zatíženého šumem  $n$ , tedy i od  $y = x + n$ . Odchylka  $s$  mezi signálem  $y$  a výstupem modelu  $v$ , tedy  $s = y - v$ , vykazuje neshodu mezi chováním procesu a modelu. Míru neshody určuje hodnota kritéria  $Q(s)$ , podle kterého shodu mezi modelem a procesem oceňujeme. Na základě hodnoty kritéria odchylky  $s$  se nastavují hodnoty parametrů modelu tak, aby hodnota kritéria  $Q(s)$  byla co nejmenší.

Nejnižší hodnotu kritéria  $Q(s)$  dosáhneme, vhdnou volbou následujících parametrů a podmínek identifikace.

### 3.1.1.

#### **VSTUPNÍ SIGNÁL**

Jedním z problémů experimentální identifikace je volba vhodného vstupního signálu, neboť vlastnosti tohoto (testovacího) signálu mají podstatný vliv na správné určení a přesnost modelu. Ovlivňují volbu postupu nastavování parametrů a jejich vyhodnocování, vymezují platnost modelu atd.

Pod pojmem signál rozumíme časovou změnu procesu, která nese určité informace o stavu nebo změnách v systému (soustavě), který je zdrojem signálu. Signál je nositelem informace.

### 3.1.1.1.

#### PARAMETRY VSTUPNÍHO SIGNÁLU

Z hlediska tvorby by měl vstupní signál splňovat následující požadavky ( okolnosti ) :

- signál musí být fyzikálně realizovatelný
- spektrální vlastnosti signálu musí být v relaci s frekvenční charakteristikou proměřované soustavy ( procesu )
  - signál musí odpovídat typu identifikované soustavy ( deterministické, či stochastické )
  - signál nesmí rušit normální provoz identifikované soustavy ( procesu )
  - reprodukovatelnost měření je možná jen u signálů deterministických a pseudonáhodných

### 3.1.1.2.

#### ROZDĚLENÍ VSTUPNÍCH SIGNÁLU

Z hlediska identifikace můžeme vstupní signály rozdělit do následujících skupin :

- deterministické signály ( známe průběh signálu v čase v každém okamžiku )
  - a) aperiodické ( spojité spektrum, např. skok, trojúhelníkový impuls, exponenciální impuls )
  - b) periodické ( diskrétní spektrum, např. sinusový průběh, trapézový průběh, pravoúhlý průběh )

- náhodné signály ( průběh těchto signálů v čase neznáme a nemůžeme je popsat žádnou funkcí, ale lze znát pravděpodobnostní charakteristiky )

a) stacionární ( určeny rozptylem, střední hodnotou, autokorelační funkci atd.)

b) ergodické ( charakteristiku lze určit z jedné dostatečně dlouhé realizace )

c) nestacionární

d) neergodické

- pseudonáhodné signály ( průběh v čase známý, chovají se jako náhodný signál v průběhu jedné periody )

a) dvouúrovňové ( např. pseudotelegrafní signál, pseudonáhodný binární signál )

b) víceúrovňové ( např. pseudonáhodný duobinární signál )

Za náhodné signály považujeme podněty, vzruchy běžně se vyskytující v procesu ( porucha, provozní signály, šumy atd.).

Zatímco deterministické a pseudonáhodné signály používáme při aktivní identifikaci ( experimentování ) např. jednotkový skok, harmonický sinusový signál atd.

Tabulka jednotlivých signálů, jejich časový průběh a některé základní charakteristiky jsou zobrazeny v příloze č.1..

### 3.1.2.

#### VOLBA MODELU

Volba modelu je jedním z hlavních měřítek při rozdělení metod, neboť k zvolenému modelu často přísluší i určitý druh signálu, kritéria shody a způsobu zpracování.

Model by měl splňovat tyto požadavky:

- měl by dokonale popisovat dynamické vlastnosti procesu (soustavy)

- měl by umožňovat relativně jednoduché matematické řešení při vyhodnocování naměřených dat

- měl by odpovídat tvaru požadovanému pro další využití

- měl by popisovat nebo vylučovat vliv rušivých signálů, které působí na identifikovaný proces (soustavu)

Pro vytváření modelu by měly být používány jen technicky realizovatelné vstupní signály.

Obecně můžeme modely rozdělit na parametrické a neparametrické. Pod pojmem parametrické modely označujeme tvary modelů, zejména pokud se týká jeho řádu (řádu diferenční rovnice nebo diferenciální rovnice), velikosti dopravního zpoždění atd. Parametrický model mění tedy pro různé druhy identifikovaných procesů (soustav) svoje parametry (strukturu). U metod pracujících s těmito modely je nutno znát strukturu dopředu nebo ji vhodně odhadnout, zatímco u metod neparametrických jsou výsledky identifikace ve formě tabulky, či grafu.

U neparametrických modelů je jednoduchá i složitá soustava (proces) popsána stejným počtem parametrů.

### 3.1.2.1.

#### ROZDĚLENÍ MODELU

Bežně se pro volbu modelu používá kombinace niže uvedených parametrických a neparametrických modelů, které lze rozdělit zhruba na čtyři kategorie.

a) Model ve tvaru diferenciální rovnice nebo spojité přenosové funkce

Modely ve tvaru diferenciální rovnice popisují závislost mezi spojitými vstupními a výstupními signály. Protože většina identifikovaných soustav je spojitá, odpovídá často tento tvar modelu modelům získaným matematicko-fyzikální analýzou, takže koeficienty modelu představují fyzikální parametry soustavy. Na matematickém popisu soustav diferenciálními rovnicemi je založena klasická teorie automatické regulace (např. navrhování regulátoru, vyšetřování stability regulačního obvodu apod.). Do skupiny metod, využívající tento model, patří především jednoduché metody identifikace, jakými jsou např. approximace přechodových charakteristik tečnou v inflexním bodě, metoda postupné integrace, vyhodnocování impulsních charakteristik apod., vhodné pro identifikaci soustav bez rušivých signálů. Patří sem i metody, používající nastavitelné modely, realizované na analogových a hybridních počítačích, na kterých lze diferenciální rovnice snadno modelovat.

b) Model ve tvaru diferenční rovnice nebo diskrétní přenosové funkce

Diferenční rovnice popisuje závislost mezi diskrétními hodnotami vstupních signálů soustavy (procesu). Převodem spojitého signálu na diskrétní přechází matematický popis z diferenciální rovnice na rovnici diferenční. Derivace jsou v diferenční rovnici nahrazeny diskrétními hodnotami časové funkce posunutými v čase, což přináší podstatné zjednodušení numerického řešení odhadu parametrů. Tento způsob popisu modelů je úzce spjat s moderní teorií číslicového řízení.

Model ve tvaru diferenční rovnice se obvykle užívá u statistických metod odhadu parametrů, kdy je výpočet natolik složitý, že se neobejde bez výpočetní techniky.

c) Model ve tvaru frekvenční charakteristiky

Frekvenční charakteristika popisuje chování soustavy při různých frekvencích a sice pomocí absolutní hodnoty poměru výstupního a vstupního signálu soustavy (procesu) a pomocí jejich fázového posuvu. Klasický způsob proměřování soustav sinusovým signálem s proměnnou frekvencí je pro některý druh fyzikálních veličin běžný (např. pro napětí), pro jiné veličiny je však technicky nerealizovatelný (např. nelze dobře vytvořit sinusové změny složení látek). Frekvenční charakteristiku je možno získat také Fourierovou analýzou odezvy na jednodušší periodické signály (obdélníkové, lichoběžníkové), nebo výpočtem s použitím výkonné spektrální hustoty. Nevýhodou modelu ve tvaru frekvenční charakteristiky je, že se obtížně převádí na jiný typ modelu, vhodnější pro další využití.

#### d) Model ve tvaru impulsní charakteristiky

Impulsní charakteristiku lze získat buď přímým měřením odezvy na vstupní signál ve tvaru impulsu, nebo vyhodnocením vstupního a výstupního signálu soustavy (procesu) korelační analýzou, případně konvolucí. Přímé zavádění impulsu na vstup je možné jen u soustav bez šumových signálů, neboť odezva má relativně malou amplitudu. Výhodnější je metoda korelační analýzy, kterou je možno používat i pro soustavy, jejichž odezva obsahuje šum. Vstupní signál se v tomto případě volí náhodný nebo pseudonáhodný. Metoda korelační analýzy s následným získáváním impulsové charakteristiky pro různé vstupní signály je podrobněji popsána níže v této diplomové práci.

### 3.1.3.

#### METODY PRVOTNÍHO ZPRACOVÁNÍ DAT

Jednou z okolností ovlivňující výsledek identifikace je metoda (způsob) zpracování získaných dat. Při převodu spojité realizace signálu na číselný údaj, které se děje vzorkováním a kvantováním může dojít ke zkreslení získaných údajů. To může být zapříčiněno nevhodnou volbou intervalu vzorkování (periody vzorkování), nebo nevhodnou volbou rozpětí úrovní kvantování. Chyba může vzniknout i při převodu hodnoty signálu do číselné formy počítače, které znamená nahradu nekonečně mnoha hodnot, konečným počtem diskrétních úrovní. Stejně tak může chyba vzniknout při převodu z jedné číselné soustavy do druhé.

Tyto všechny chyby by měly eliminovat metody prvotního zpracování dat nebo vzniklou chybu minimalizovat.

### 3.1.3.1.

#### KONTROLA ODCHÝLENÝCH MĚŘENÍ

Častým způsobem je nakreslení průběhu získaných měření a jejich vizuální kontrola. V tomto případě dostáváme i dobrou představu o tvaru vstupních a výstupních signálů, atd. Vzhledem k časové náročnosti je však vhodné použít statistických testů extrémních odchylek.

### 3.1.3.2.

#### TESTY EXTRÉMNÍCH ODCHYLEK

Při experimentálních měřeních je při výpočtu často použito všech napozorovaných dat, tj. i těch, která jsou zatížena hrubou chybou. Aby bylo možno takovou naměřenou hodnotu ze souboru vyloučit, musí být její odchylka od ostatních zhodnocena statistickým testem, který se nazývá test extrémních odchylek. Používají se testy Grubbsův - parametrický a Dixonův - neparametrický. Grubbsův test můžeme použít jen v případě, že je splněn předpoklad normality základního souboru.

Dixonův test, který nevyžaduje splnění předpokladu normality, používá testovací kriterium, které je dáno vztahy ( uvažujeme vzestupně setříděné hodnoty )

$$Q_n = ( e_n - e_{n-1} ) / ( e_n - e_1 )$$

respektive

$$Q_1 = ( e_2 - e_1 ) / ( e_n - e_1 )$$

Máme-li podezření, že největší prvek souboru  $e_n$  je zatížen hrubou chybou, použijeme k testu  $Q_n$ . Druhý vztah  $Q_1$  je pro test nejmenší hodnoty  $e_1$ .

Pro  $Q_n > Q_\alpha(n)$ , respektive  $Q_1 > Q_\alpha(n)$  zamítáme nulovou hypotézu a testovaný prvek vyloučíme ze souboru. V praktických případech není nutné celou řadu setřídit. Je doatačující nalézt dva nejmenší a dva největší prvky, testovat nulovou hypotézu, v případě zamítnutí opravit či vyloučit prvek ze souboru.

### 3.1.3.3.

#### FILTROVÁNÍ REALIZACÍ

V případě, že data obsahují nízké frekvenční složky, je pro zvýšení přesnosti vhodné tyto složky odfiltrovat. Jednoduchý číslicový postup je založen na výpočet středních hodnot dle vztahu :

$$\underline{x}(k) = 1/(2*L) * \sum_j x(j) \quad \text{pro } j \in [k-L, k+L]$$

a při zpracování dat užijeme diskrétních hodnot, určených z rozdílu diskrétních naměřených hodnot a pohyblivé střední hodnoty. Tato filtrace je rovnocenná použití nízko-frekvenčního filtru s frekvencí propouštění dané vztahem :

$$f_d = 1 / (2*L*\Delta t)$$

Jiným filtrem, vhodnějším pro praktické použití je následující hanning filtr se stejnou frekvencí propouštění jako v předchozím případě. Váhová funkce tohoto filtru je :

$$g(k) = 0.5 * (1 + \cos(\Pi k / L)) \quad \text{pro } |k| \leq L$$

$$= 0 \quad \text{pro } |k| > L$$

### 3.1.4.

#### KRITERIUM SHODY SOUSTAVY A MODELU

Další okolnosti, která může podstatným způsobem ovlivnit proces identifikace je vhodná volba kritéria shody.

Kriterium shody je určeno tzv. chybovou funkcí, či kritériem shody  $Q(s)$  (viz. obr. základního regulačního schematu), které vyjadřuje rozdíl mezi chováním soustavy a modelu za určitou dobu měření. Chybu modelu oproti soustavě můžeme definovat jak pro spojité, tak i pro diskrétní signály třemi způsoby:

- chyba výstupu, kdy se porovnávají výstupní signály soustavy a modelu
- chyba vstupu, která se definuje jako rozdíl vstupního signálu soustavy a signálu, který by musel být na vstupu modelu, aby vstupní signál modelu a soustavy byl stejný
- chyby rovnice, která se používá pro dělený model procesu a je definována rozdílem mezi chybou výstupu části modelu (na vstupu modelu vstupní signál) a chybou vstupu druhé části modelu (na vstupu modelu výstup soustavy)

### 3.1.5.

#### ROZDĚLENÍ METOD IDENTIFIKACE

Na základě výše uvedených hledisek a okolnosti můžeme experimentální metody identifikace rozdělit na :

- podle způsobu vykonávání experimentu
  - a) aktívni (používají speciální externí signál)
  - b) pasívni (používají pouze provozní vstupní signály)
- podle charakteristik použitých vstupních signálů
  - a) deterministické (testovací signál je deterministický)
  - b) statistické (testovací signál je náhodný nebo pseudonáhodný)
- podle způsobu zpracování signálu
  - a) spojité (spojité průběhy vstupních a výstupních signálů)
  - b) diskrétní (soubor vzorků vstupních a výstupních signálů)
- podle formy modelu
  - a) implicitní (model procesu má implicitní tvar, jeho struktura je implicitní, např. frekvenční a přechodová charakteristika)

b) explicitní (struktura modelu má parametrický tvar např. přenos, diskrétní přenos, koeficienty řad funkcí apod.)

- podle realizování algoritmu metody

a) jednorázové (off-line, model procesu se stanoví na základě realizace vstupních a výstupních signálů)

b) průběžné (on-line, model a především jeho parametry se nepřetržitě vyhodnocují a adaptují)

Uvedená hlediska nám umožňují dostatečné rozdělení identifikačních metod do tříd a zároveň nám zachovávají základní charakteristiky metod (mohli by jsme je dálé například dělit dle struktury modelu na lineární a nelineární apod.), podle nichž můžeme určit procesy, na které se dají aplikovat.

#### 4.1.

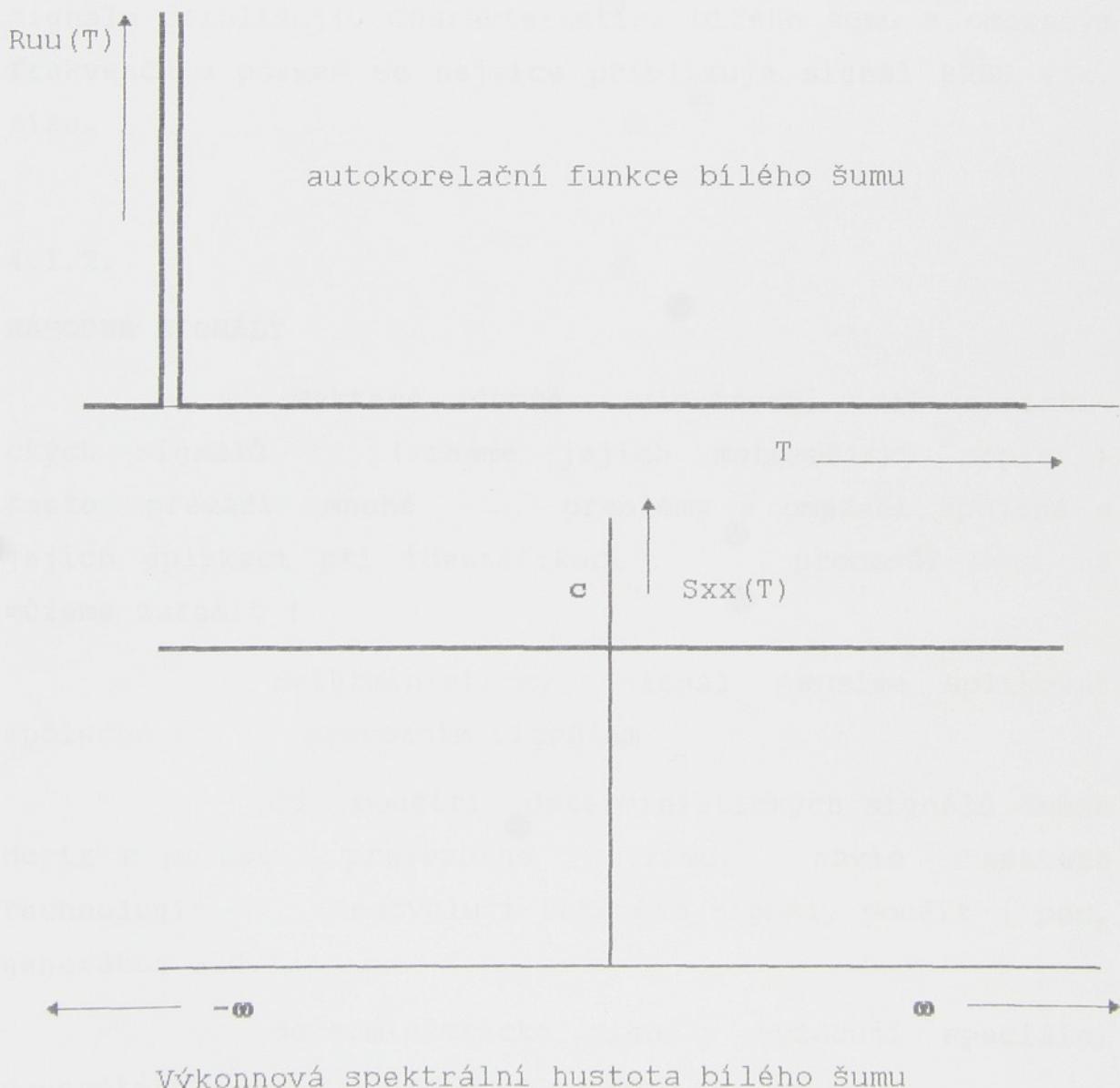
### MOŽNOSTI IDENTIFIKACE POMOCÍ KORELAČNÍCH FUNKCÍ

V této části diplomové části se blíže zaměřím na možnosti identifikace procesů pomocí korelačních funkcí a následné určení modelu ve formě impulsové charakteristiky. Pro vstupní signály budeme uvažovat signály běžně se vyskytující v procesu, tedy náhodné signály a signály, u kterých známe průběh v čase, nikoliv v periodě, signály pseudonáhodné.

#### 4.1.1.

### BÍLÝ ŠUM

Ideálním identifikačním signálem je tzv. „ bílý šum „. Vzhledem k charakteristice signálu by generátor bílého šumu musel mít nekonečný výkon a ve výkonnéovém spektru by musely být zastoupeny všechny frekvence v intervalu  $-\infty, \infty$ . Z těchto parametrů je jasné, že signál je prakticky nerealizovatelný.



Realizace náhodného procesu, rovnou bílému šumu, je v oblasti identifikace velmi lakavá, neboť signál

zahrnuje celé frekvenční spektrum ve stejné váze, navíc výpočet impulsové charakteristiky pomocí bílého šumu se redukuje na výpočet vzájemné korelační funkce vstupu a výstupu.

$$g(T) = 1/c * R_{xy}(T)$$

Jak však již bylo řečeno, je bílý šum pouze teoretickým signálem v praxi nerealizovatelným, proto hledáme signály, které se svojí charakteristikou tomuto signálu přibližují. Charakteristice bílého šumu s omezeným frekvenčním pásmem se nejvíce přibližuje signál PRBS viz. níže.

#### 4.1.2.

### NÁHODNÉ SIGNÁLY

Některé dobré vlastnosti deterministických signálů (známe jejich matematický popis) často převáží mnohé problémy a omezení spojené s jejich aplikací při identifikaci procesů. Mezi ně můžeme zařadit :

- deterministický signál musíme aplikovat společně s provozním signálem

- při použití deterministických signálů může dojít k poruše provozního režimu, navíc některé technologie nedovolují takovéto signály použít (pec, generátor atd.).

- deterministické signály vyžadují speciální generátory

- amplituda deterministických signálů musí být malá a při působení šumu a poruchy je nezbytné statické vyhodnocování

Proto vzhledem k výše uvedeným skutečnostem používáme často v experimentální identifikaci jako vstupního signálu, provozní signál. Ten můžeme vzhledem k jeho chování považovat za náhodný signál. Náhodný signál je charakteristický tím, že nelze přesně určit jeho další chování v následném časovém okamžiku, pouze při opakování experimentu můžeme očekávat přibližně stejné statistické parametry.

#### 4.1.2.1.

##### HODNOCENÍ NÁHODNÝCH SIGNÁLU

Vlastnosti náhodného procesu pak můžeme hodnotit:

- v časovém oblasti, průběh signálu v čase, tvar signálu, maximální, střední nebo efektivní hodnota náhodného procesu
- v frekvenční oblasti, harmonická analýza signálu, rozložení harmonických složek a frekvenční skladba signálu
- v pravděpodobnostní oblasti, hodnocení z hlediska hustoty pravděpodobnosti, či distribuční funkce
- v korelační oblasti, s cílem poznání vlastností procesu, či vlastností zkoumaného procesu na základě vzájemné korelační funkce. Tato oblast hodnocení náhodných signálů je náplní mé diplomové práce, a pro tuto oblast byl vytvořen příslušný aplikační software.
- v spektrální oblasti, za účelem identifikace frekvenčních špiček ve spektru, resp. frekvenčních vlastností přenášeného systému

#### 4.1.2.2.

### KORELAČNÍ FUNKCE NÁHODNÝCH SIGNÁLU

V této oblasti vyhodnocujeme vlastnosti procesu pomocí korelační a autokorelační funkce z jejichž hodnot následně určíme hodnoty impulsní charakteristiky.

Při vyhodnocování procesu v korelační oblasti musíme vyřešit tři základní problémy, tykající se diskrétní oblasti:

- musíme zvolit vhodnou vzorkovací periodu vstupních a výstupních signálů. Podle vzorkovacího teorému se informace přenáší až do frekvence  $f_m = 1 / (2 \cdot \Delta t)$
- signál nemůžeme hodnotit v rozsahu  $< -\infty, +\infty >$ , ale pouze v rámci "časového okna"  $< -t, +t >$
- musíme odfiltrovat všechny frekvence, než které jsme schopny sejmout do  $f_m$

Navíc musíme brát ohled na opakovací periodu signálu a za včasu signál přestat snímat.

Pro vyhodnocování náhodných procesů, budeme uvažovat lineární proces a získávání vstupních a výstupních vzorků ve stejných časových okamžicích. Známe tedy  $u(i)$  a  $y(i)$ , kde  $i = 0, 1, 2 \dots$

Pro získané vzorky můžeme následně spočítat autokorelační funkce :

$$\text{pro vstup } r_{uu}(r) = 1/(N-r) * \sum_{n=0}^{N-r-1} u(n) * u(n+r),$$

kde  $r = r \cdot \Delta t$ ,  $r = 0, 1, 2 \dots m$

$$\text{pro výstup } r_{yy}(r) = 1/(N-r) * \sum_{n=0}^{N-r-1} y(n) * y(n+r)$$

kde  $r = r \cdot \Delta t$ ,  $r = 0, 1, 2 \dots m$

respektive normovanou, centrovanou autokorelační funkci pro vstup  $R_{uu}(r) = 1/\sigma_u^2 * [1/(N-r) * \sum^{N-r-1} u(n) * u(n+r) - \underline{U}^2]$ ,

$$\text{kde } r = r * t, r = 0, 1, 2, \dots m$$

pro výstup  $R_{yy}(r) = 1/\sigma_y^2 * [1/(N-r) * \sum^{N-r-1} y(n) * y(n+r) - \underline{Y}^2]$ ,

$$\text{kde } r = r * \Delta t, r = 0, 1, 2, \dots m$$

a  $\underline{U} = 1/N * \sum^{N-1} u(n)$  střední hodnota vstupních vzorků

$\underline{Y} = 1/N * \sum^{N-1} y(n)$  střední hodnota výstupních vzorků

$\sigma_u^2 = R_{uu}(0) = 1/N * \sum^{N-1} [u(n) - \underline{U}]^2$  rozptyl vstupních vzorků

$\sigma_y^2 = R_{yy}(0) = 1/N * \sum^{N-1} [y(n) - \underline{Y}]^2$  rozptyl výstupních vzorků

Pro normovanové autokorelační funkce vstupu  $R_{uu}$  a výstupu  $R_{yy}$ , platí že nabývají hodnot v intervalu  $< -1, +1 >$ . Maximální posunutí  $m$  přitom nepřesahuje 10% délky realizace  $N$ , tedy  $m \leq 0.1 * N$ .

Obdobně lze provést výpočet vzájemných korelačních funkcí pro vstupní a výstupní vzorky ze vztahů:

$$r_{uy}(r) = 1/(N-r) * \sum^{N-r-1} u(n) * y(n+r)$$

$$r_{yu}(r) = 1/(N-r) * \sum^{N-r-1} y(n) * u(n+r)$$

$$\text{kde } r = r * \Delta t, r = 0, 1, 2, \dots m$$

autokorelační funkci je možno počítat i dle vztahu :

$$r_{uy}(r) = 1/(N+1) * \sum^N u(n-r) * y(n)$$

$$\text{kde } r = r * \Delta t, r = 0, 1, 2, \dots m$$

respektive normovanou, centrovanou vzájemnou korelační funkci

$$R_{uy}(r) = 1/(\sigma_u^* \sigma_y) * [1/(N-r) * \sum^{N-r-1} u(n)^* y(n+r) - \underline{U^* Y}]$$

$$R_{yu}(r) = 1/(\sigma_u^* \sigma_y) * [1/(N-r) * \sum^{N-r-1} y(n)^* u(n+r) - \underline{U^* Y}]$$

kde  $r = r^* \Delta t$ ,  $r = 0, 1, 2, \dots, m$

Pro normované vzájemné korelační funkce  $R_{uy}$  a  $R_{yu}$  platí, že nabývají hodnot v intervalu  $< -1, +1 >$ .

Pro řešení impulsové charakteristiky u spojitého průběhu vycházíme z Wiener-Hopfovy rovnice:

$$R_{uy}(T) = \int g(\lambda) * R_{uu}(T-\lambda) d\lambda$$

pro meze integrálu  $< -\infty, +\infty >$

Znalost průběhu korelačních funkcí nám umožnuje určení souřadnic impulsní charakteristiky řešením v diskrétním tvaru. Řešení má následující tvar :

$$R_{uy} = \sum^M g(i) * R_{uu}(k-i)$$

Řešení jednotlivých bodů impulsové charakteristiky získáme na základě rovnice:

$$g(i) = R_{uu}^{-1}(i) * R_{uy}(i)$$

#### 4.1.3.

### PSEUDONÁHODNÉ SIGNÁLY

Jak již bylo výše uvedeno pseudonáhodné signály, jsou signály jejichž průběh v čase je znám, ale průběh v jedné periodě nikoliv.

Základními požadavky na pseudonáhodné signály jsou :

- dobré a stabilní vlastnosti. Pseudonáhodné posloupnosti se musí svými vlastnostmi co nejvíce blížit náhodným poslupnostem a ani se změnou počátečních podmínek se nesmějí statistické vlastnosti přiliš měnit (požadavek stability)

- dlouhá perioda. Pseudonáhodné poslupnosti jsou periodické a mohou mít na svém počátku určitý úsek, který se dále neopakuje a nazývá se úsekem aperiodičnosti, a potom následuje neustále se opakující úsek, jehož délka se nazývá perioda. Je žádoucí, aby perioda byla co nejdelší.

- rychlá a krátká vytvářecí procedura. Z praktických důvodů je nutnou podmínkou co nejjednodušší algoritmus vytváření signálu a jeho snadné generování.

Pseudonáhodný signál můžeme získat různými způsoby. Nejjednodušší způsobem je zaznamenání průběhu bílého šumu a jeho následné opakování s periodou T. Tento způsob je velmi nevhodný pro generování pseudonáhodného signálu, vzhledem k realizačním těžkostem, vysoké energetické náročnosti a teoretické podobě bílého šumu (nerealizovatelný signál).

#### 4.1.3.1.

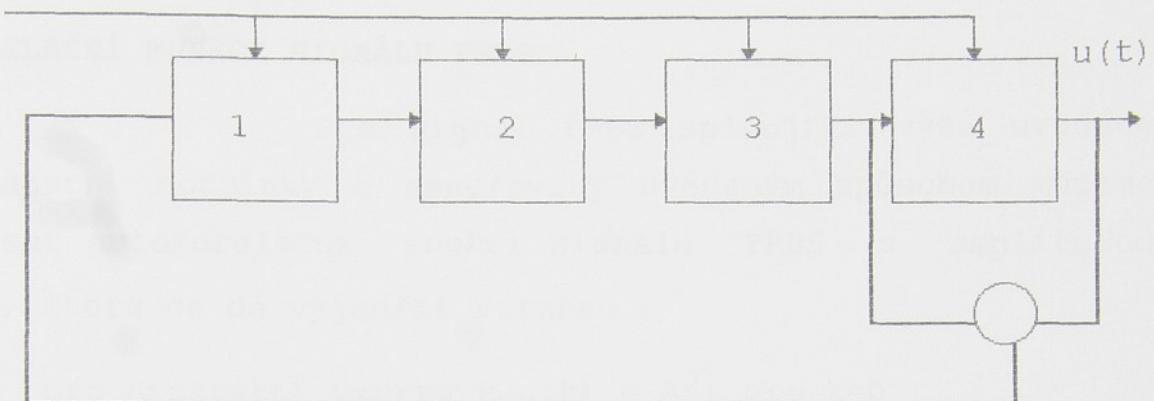
##### SIGNÁL PRBS

V praxi velmi výhodný a často používaný je **pseudobinární signál** (pseudonáhodný dvojhladinový signál). Jeho průběh a charakteristika viz. příloha 1. Jak je z průběhu zřetelné pseudonáhodný signál nemá ideální průběh, ale velmi dobře ho approximuje. Navíc se tento signál velmi dobře generuje a snadno získáme požadované autokorelační funkce při dodržení daných podmínek :

- signál musí být periodický s periodou T
- jeho amplituda může nabývat pouze konstantních hodnot  $+A$  a  $-A$ , přičemž jednotlivých hodnot může nabývat pouze v časových okamžicích  $k^* t$ , kde  $t$  je konstantní a  $k$  je celé číslo
- rozdíl stavů  $+A$  a  $-A$  nesmí být větší než jedna
  - počet za sebou jdoucích  $+A$  stavů, či  $-A$  stavů musí mít takovou četnost, že kratší stavy se musí vyskytovat častěji než delší stavy.

Z průběhu signálu je zřejmé, že tento druh signálu má oproti ostatním testovacím signálům. Pro generování signálu potřebujeme pouze dva stavy a to  $+A$  a  $-A$ , a tím se určení vzájemné korelační funkce omezuje pouze na změnu znaménka výstupu dle okamžitého stavu  $+A$  nebo  $-A$ . Stejně tak přeně známe autokorelační funkci **pseudonáhodného binárního signálu** v průběhu jedné periody.

posouvací impulsy



obr. generátor signálu PRBS

Signál PRBS vytváříme pomocí generátoru na principu posuvného registru. Generátor se skládá z **n**-stupňového registru se zpětnou vazbou, která vraci nonekvivalenci **n**-tého a **n-1** stupně registru. Ze schématu zapojení a s principu činnosti je zřejmé, že počet stavů **N** bude úměrně záviset na počtu registrů **n** a můžeme ho vyjádřit vzorcem:

$$N = 2^n - 1$$

( stav, kdy jsou všechny registry nulové je nepřípustný ).

příklad pro  $n = 4$  :

výstup z generátoru = registr 4 počet stavů = 15

registr	stavy
1	1 0 0 0 1 0 0 1 1 0 1 0 1 1 1
2	1 1 0 0 0 1 0 0 1 1 0 1 0 1 1
3	1 1 1 0 0 0 1 0 0 1 1 0 1 0 1
4	1 1 1 1 0 0 0 1 0 0 1 1 0 1 0

Tabulka stavů registru pro signál PRBS

#### 4.1.3.2.

#### KORELAČNÍ FUNKCE SIGNÁLU PRBS

Pro signál PRBS splňující výše uvedené počáteční podmínky a generovaný uvedeným způsobem můžeme napsat autokorelační funkci signálu PRBS s amplitudou  $\pm A$ , která se dá vyjádřit vztahem :

$$\text{pro diskrétní vzorky } R_{uu}(k) = A^2 \text{ pro } k=0$$

$$= - A^2/N \text{ pro } k = 1, 2, \dots, n$$

$$\text{pro spojitý průběh } R_{uu}(T) = A^2 [1 - ((N+1)/N) * (T/\Delta t)]$$

$$\text{pro } 0 \leq T < t$$

$$= - A^2/N \text{ pro } T \geq t$$

Vzájemnou korelační funkci signálu PRBS s amplitudou  $\pm A$ , můžeme vyjádřit vztahem :

- pro diskrétní vzorky

$$R_{uy}(i) = 1/(N-i) \sum^{N-i} y(k) * u(k+i) = A/(N-i) \sum^{N-i} y(k) * \text{sign } u(k+i)$$

- výpočet  $g(i)$  provádíme y výrazu pro  $i=0, 1, 2, \dots, M$

$$g(i) = R_{uy}(i) / R_{uy}(0) = \sum^{N-1} y(k) * u(k+i) / (A^2 * (N-i))$$

$$= \sum^{N-1} y(k) * \text{sign } u(k+i) / (A * (N-i))$$

Tento vztah lze použít jen pro PRBS signály s velkou periodou  $N$ , nebo vynechat alespoň tři první periody měření. Vzhledem k tomu, že délka periody  $N$  má být z hlediska malého rozptylu odhadu jen o několik intervalů vzorkování větší, něž je délka odezvy, je nutná korekce. Korekce umožňuje do hodnocení zahrnout již první periodu PRBS, neboť

$$R_{uy}(0) = g(0)*A^2 - g(1)*A^2/N - g(2)*A^2/N - \dots - g(M)*A^2/N$$

$$R_{uy}(1) = -g(0)*A^2/N - g(1)*A^2 - g(2)*A^2/N - \dots - g(M)*A^2/N$$

$$R_{uy}(M) = -g(0)*A^2/N - g(1)*A^2/N - g(2)*A^2/N - \dots - g(M)*A^2$$

výpočet  $g(i)$  provádíme tedy následovně

$$g(i) = R_{uy}(i)/A^2 + \sum_{j \neq i} g(j)/N \quad \text{pro } j \neq i, i=0,1,2,\dots,M$$

Pro průběžný výpočet vzájemné korelační funkce můžeme použít následujícího vztahu

$$R_{uy}(i,k) = R_{uy}(i,k-i) + (k+1)^{-1} * [u(k-i)*y(k) - R_{uy}(i,k-1)]$$

respektive

$$R_{uy}(i,k) = R_{uy}(i,k-1) + (k+1-T)^{-1} * [n(k-i)*y(k) - R_{uy}(i,k-1)]$$

$$\text{pro } R_{uy} = (i,-1) = 0, k = 0, 1, \dots$$

Impulsní charakteristiku určíme následně dle vzorce

$$\underline{g}(i,k) = \underline{g}(i,k-1) * (k-1)/k + g(i)*k^{-1}$$

kde  $k$  je  $k$ -tý krok měření impulsní charakteristiky.

V mnoha případech je však výhodné volit exponenciální zapomínání starších hodnot  $\underline{g}(i)$  a výpočet provádět podle vztahu

$$\underline{g}(i,k) = (q * \underline{g}(i,k-1) * s_{k-1} + g(i,k)) * (q * s_{k-1})$$

$$\text{pro } s_0 = 0, s_k = q * s_{k-1}$$

Z výše uvedených vzorců jsou, zřejmě výhody signálu PRBS :

- frekvenční pásmo můžeme měnit na základě změny  $t$  hodinových posouvacích impulsů generátoru a volbou počtu registrů  $n$

- díky charakteristikám signálu PRBS můžeme rovnou část spektra posunout do libovolné oblasti frekvence

- výhodou signálu PRBS je stabilita pseudonáhodného signálu, tzn. nezávislost signálu na čase a na změny okolí, čož u ostatních generovaných signálu těžko zaručíme

- pro jednou zvolený počet  $n$ ,  $t$ , amplitudu  $\pm A$  a zvolenou zpětnou vazbu jsou reprodukovatelné charakteristiky signálu ( autokorelační funkce, střední hodnota, spektrum... )

- navíc můžeme pomocí jednoho generátoru generovat více PRBS, tato výhoda se uplatňuje při identifikaci vícevstupních a výstupních soustav

#### 4.1.3.3.

### OSTATNÍ PSEUDONÁHODNÉ SIGNÁLY

#### Trojhladinový pseudonáhodný signál

Tento signál můžeme generovat pomocí vícestupňového posuvného registru ( každý stupeň může nabývat tří stavů ) s vytvořenou zpětnou vazbou ze součtu třech výstupů  $n$ -tého a  $k$ -tého stupně. Průběh tohoto signálu je zobrazen v příloha 1.

Při generování signálu pomocí n-stupňového generátoru má trojhladinový pseudonáhodný signál generovanou délku rovnou :

$$N = 3^n - 1 \quad \text{a periodu} \quad T = (3^n - 1) * \Delta t$$

Autokorelační funkce pro trojhladinový pseudonáhodný signál se dá vyjádřit vztahem :

$$\begin{aligned} R_{uu}(T) &= 1/(N * \Delta t) * \int_{N * \Delta t}^{N * \Delta t} u(t) * u(t+T) dt = \\ &= 2/3 * A^2 * ((N+1)/N) \quad \text{pro } T = 0, N * \Delta t, 2 * N * \Delta t \dots \\ &= -2/3 * A^2 * ((N+1)/N) \quad \text{pro } T = N * \Delta t/2, 3 * N * \Delta t/2 \dots \end{aligned}$$

Impulsovou charakteristiku pak získáme ze vztahu :

$$g(i, t) = 3/2 * (N/(N+1)) * (A^2 * \Delta t)^{-1} * R_{uy}(i\Delta t) \quad \text{pro } i = 1, 2, \dots, m$$

Trojhladinový signál je vhodným testovacím signálem pro identifikaci nelineárních procesů, neboť při identifikaci těchto procesů často nevystačíme pouze s dvěma stavy. Nevhodou tohoto signálu je, že při identifikaci impulsové charakteristiky s dobou trvání  $T_m$  musíme použít signál dvojnásobné délky, a to proto, že signál je v druhé polovině inverzní k první.

### Pseudonáhodný telegrafní signál

Charakteristickým rysem tohoto signálu je, že okamžiky, v kterých mění svoji amplitudu z jedné hladiny do druhé, jsou náhodné (s distribucí podle Poissona rozdělení).

Vzorkováním tohoto signálu dostaneme vzorky s konstantní amplitudou a jejich změna je možná pouze v diskrétních okamžicích. Průběh tohoto signálu je zobrazen v příloha 1.

Nevýhodou tohoto signálu pro identifikaci, je jeho neperiodičnost, takže pro určení autokorelační s dostatečnou přesností vyžaduje poměrně dlouhý čas na integraci.

### *Generování pseudonáhodných posloupností počítačem*

Pro generování pseudonáhodných posloupností na číslicovém počítači byly vypracovány metody realizace náhodných posloupností rekurentními metodami, například typu

$$x_{n+1} = f(x_n, x_{n-1}, \dots, x_{n-M}) \quad \text{pro } M \geq 0$$

Takto vzniklé posloupnosti jsou nutně periodické, vzhledem k omezenému počtu binárních míst ve slově počítače.

V současné době je rozšířenou metodou lineární kongruentní metoda, vytvářející posloupnost s rovnoměrným rozdělením. Vytváření posloupnosti je jednoduché a lze použít kongruentní metodou smíšenou, multiplikativní a aditivní. Pro jednotlivé metody jsou použity tyto vzorce :

- multiplikativní  $c_{n+1} = \lambda * c_n \pmod{P}$

- aditivní  $c_{n+1} = c_n + c_{n-j}$

- smíšené  $c_{n+1} = \lambda * c + \mu$

Pro číslicový počítač je možno dosáhnout maximální délky periody  $P/4$  při volbě lambda = 3 nebo 5.

V současné době neexistuje lepší metoda generování posloupnosti s rovnoměrným rozložením, nežli je multiplikativní metoda s pečlivě vybranou multiplikativní konstantou lambda. Její hodnota by měla obsahovat co nejvíce binárních jedniček a musí být dostatečně velká.

Pro potřeby simulace pro identifikaci (určení výstupního signálu pro známý vstup a výstup a vytváření poruch) je potřeba generování náhodných čísel s normálním rozdělením. Nejčastěji se používá centrální limitní věty teorie podle niž má součet

$$\xi = \xi_1 + \xi_2 + \dots + \xi_n$$

nezávislých náhodných veličin rozdělení asymptoticky normální. Potom tedy čísla

$$x_i = \sqrt{(12/n)} * (\sum_j^n (C_j - 0.5*n)),$$

kde  $C_j$  má rovnoramenné rozdělení v intervalu  $<0, 1>$  mají pro dostatečně velká  $n$  rozdělení přibližně normální  $N(1, 0)$ . Často se volí  $n = 12$  a pak

$$x_i = \sum^n C_j - 6$$

#### 4.1.4.

#### OVĚŘENÍ VÝSLEDKU

Ověření možnosti identifikace procesu pomocí korelačních funkcí bylo provedeno na základě identifikace známého průběhu (grafická příloha č.1., grafická příloha č.2.), a stejně tak i pro signály neznámé a to náhodné i pseudonáhodné (grafická příloha č.3., grafická příloha č.4.) ověřeny byly i autokorelační průběhy známých signálů signálů (grafická příloha č.5.) pomocí programu IDENTIFIKACE v.1.0, který jsem vzhledem k zadání diplomové práce naprogramoval.

5.1.

### PROGRAM IDENTIFIKACE v.1.0.

Program IDENTIFIKACE v.1.0. umožňuje identifikaci soustav pomocí impulsové charakteristiky, za pomoci zadaných vstupních a výstupních signálů. Vstupní signály mohou být deterministické, náhodné a pseudonáhodné. Kromě impulsové charakteristiky může uživatel získat hodnoty autokorelační a korelační funkce vstupních a výstupních signálů. Všechny získané hodnoty může uživatel uložit do zvoleného souboru a použít pro další práci se zadanými signály.

Program IDENTIFIKACE v.1.0. bylo vytvoren v programovacím jazyku Turbo Pascal 7.0. na počítači s procesorem Intel 486 DX2-80MHz 4MRAM.

Vzhledem k zadání diplomové práce a výše uvedeným vzorcům, které jsou nutné pro výpočet impulsové charakteristiky, bylo nutné pracovní prostředí programu rozčlenit na několik funkčních částí. Ty jsou aktivovány při stisku jednotlivých tlačítek na základní pracovní obrazovce za pomocí myši. Jsou tlačítka HELP, CANCEL, EXIT, DATA, NÁHODNÝ SIGNAL, PODPORA, VÝPIS v-v dat, PRBS a GRAF.

Tlačítkem **HELP** aktivujeme centrální návod programu. Návod obsahuje popis funkcí jednotlivých tlačítek.

Tlačítko **CANCEL** umožňuje zrušení zvolené funkce programu, tzn. zpět o jeden krok v libovolné části programu. Aktivizace funkcí spojených s tímto tlačítkem probíhá po jeho stisku.

Tlačítko **EXIT** je jediným funkčním tlačítkem, kterým můžeme program opustit a to v základní pracovní obrazovce programu tak i v libovolné jeho části.

Tlačítkem **DATA** aktivujeme funkce určené pro zadávání hodnot nutných pro výpočet korelačních, autokorelačních funkcí a impulsové charakteristiky. Po jeho stisku se objeví na pracovní obrazovce další tlačítkové menu - **KLAVESNICE** a **SOUBOR**.

Při výběru tlačítka **KLAVESNICE** a jeho následovném stisku má uživatel možnost zadávat vstupní a výstupní hodnoty z klávesnice, pro náhodné procesy (pracovní signály) je nutné zadat jak vstupní tak i výstupní hodnoty (maximálně však 100 hodnot). Pro pseudonáhodné signály je postačující zadání hodnot pouze pro výstup, neboť program pro zvolený pseudonáhodný signál hodnoty sám dopočítává, jejich počet je roven počtu zadaných výstupních hodnot.

Při výběru tlačítka **SOUBOR** má uživatel možnost zadávání hodnot z souboru. Po stisku tlačítka se objeví nabídkové menu, kdy pod tlačítky klávesnice "1", "2", "3", "4" má uživatel následující možnosti.

Tlačítko "1" zadávání pouze vstupních hodnot ze souboru, při zadaném názvu souboru a cestě k němu.

Tlačítko "2" zadávání pouze výstupních hodnot ze souboru, při zadaném názvu souboru a cestě k němu.

Tlačítko "3" zadávání vstupních a výstupních hodnot ze souboru, při zadaném názvu souboru a cestě k němu.

Tlačítko "4" ukončení zadávání. Návrat do základní pracovní obrazovky programu probíhá po stisku tlačítka **CANCEL**.

Stiskem tlačítka **NÁHODNÝ SIGNÁL** a následném stisku tlačítka **KORELACNÍ FUNKCE** aktivujeme funkce a procedury programu určené pro výpočet korelačních a autokorelačních funkcí.

Na obrazovce se objeví nabídkové menu pro výběr výpočtu autokorelačních funkcí tlačítko "**A**" , korelačních funkcí tlačítko "**K**" , či ukončení výpočtů tlačítko "**E**".

Stiskem tlačítka klávesnice "**A**" máme možnost zadávání parametrů nutných pro výpočet autokorelační funkce, jsou to počet realizací vstup a výstupních signálů pro výpočet a počet kroků posunutí k. Toto zadávání probíhá z klávesnice. Po zadání parametrů proběhne na pracovní obrazovce výpis autokorelační a centrované autokorelační funkce pro vstupní a výstupní signál, pokud byly zadány, jinak pouze pro zadáný signál ( pouze vstup, či výstup ) a počet kroků k.

Stiskem tlačítka klávesnice "**K**" máme možnost zadávání parametrů nutných pro výpočet korelační funkce, jsou to počet realizací vstup a výstupních signálů pro výpočet a počet kroků posunutí k. Toto zadávání probíhá z klávesnice. Po zadání parametrů proběhne na pracovní výpis výpis korelační a centrované korelační funkce pro vstupní a výstupní signál pro počet kroků k.

Návrat do základní pracovní obrazovky programu probíhá po stisku tlačítka **CANCEL**, po výběru možnosti uložení získaných hodnot ( y/n ).

Stiskem tlačítka **PODPORA** a následném stisku tlačítka **IMPULSOVÁ CHARAKTERISTIKA**. aktivujeme funkce a procedury nutné pro výpočet impulsové charakteristiky.

Na pracovní obrazovce se po stisku příslušných tlačítek objeví výpis prvních třiceti hodnot vstupních, výstupních signálů a impulsové charakteristiky, pokud byl zadán dostačující počet vstupních a výstupních hodnot. Jestkž tak učiněno nebylo objeví se na obrazovce výpis pouze pro zadané hodnoty. Toto tlačítko je určeno pouze pro vstupní náhodné signály. Při zadání pseudonáhodných hodnot není zaručena správnost výsledků.

Návrat do základní pracovní obrazovky programu probíhá po stisku tlačítka **CANCEL**, po výběru možnosti uložení získaných hodnot (y/n).

Po stisku tlačítka **VÝPIS** uživatel aktivuje procedury, které umožňují výpis zadaných vstupních a výstupních hodnot na pracovní obrazovku.

Návrat do základní pracovní obrazovky programu probíhá po stisku tlačítka **CANCEL**.

Stiskem tlačítka **PRBS** má uživatel možnost výpočtu korelační funkce signálu PRBS, autokorelační funkce pro vstupní signál PRBS a výstupní signál zadaný pomocí tlačítka **DATA** a impulsové charakteristiky.

Na pracovní obrazovce si program vyžádá zadání parametrů pro signál PRBS ( počet bitů pro tvorbu PRBS ), velikost střídy signálu PRBS a počet posunutí pro korelační funkci k, touto hodnotou je i dán počet bodu impulsové charakteristiky.

Po následném výpisu výpočtených hodnot a výběru možnosti uložení (y/n) je možno pracovní obrazovku opustit tlačítkem **CANCEL**.

Tlačítko **GRAF** nám umožňuje orientační zobrazení průběhu impulsové charakteristiky na monitoru pro zadaný počet bodů impulsové charakteristiky. Při nezadaných vstupních a výstupních hodnotách program nic nezobrazí a uživatele programu na tuto skutečnost upozorní

Program Identifikace v.1.0. obsahuje kromě zdrojového textu programu ( diplomka.pas ) i podporné unity, které zabezpečují funkci mouse ( myše ) PROMYS.PAS a funkce a procedury spojené s garfickým prostředím programu ( OKENKO.PAS ).

Unit PROMYS.PAS obsahuje :

funkci **GETMOUSE**(xm,ym:integer) - funkce vrací hodnotu stisknutého tlačítka (0-žádné,1-levé,2-pravé) a v hodnotách xm,ym souřadnice myši v daném okamžiku funkci **INITMOUSE** - vrací hodnotu počtu tlačítek myši nebo 0, když není myš instalována

funkci **MYSKA**(x1,y1,x2,y2:integer) - vrací logickou "1", jestliže se kurzor myši nachází v rozmezí x1,x2 a zároveň y1, y2 , jinak logická "0"

proceduru **MOUSEINMODE** - inicializuje myš do aktuálního modu

proceduru **MOUSEON** - zviditelnění kurSORU myši

proceduru **MOUSEOFF** - vypne kurzOR myši

proceduru **SETMOUSE**(x,y:integer) - nastaví souřadnice myši dle x,y

Unit OKENKO.PAS obsahuje :

proceduru **NESTL**(x1,y1,x2,y2:integer) - vykreslení nestlačeného tlačítka, definovaného souřadnicemi horního levého a dolního pravého rohu

proceduru **STL**(x1,y1,x2,y2:integer) - vykreslení stlačeného tlačítka, definovaného souřadnicemi horního levého a dolního pravého rohu

proceduru **STISK** ( x1,y1,x2,y2:integer ) - provede stisk tlačítka definovaného souřadnicemi horního levého a dolního pravého rohu

proceduru **RAMECEK**(x1,y1,x2,y2:integer,color:word) - provede vykreslení rámečku definovaného souřadnicemi levého horního a pravého dolního rohu při zvolené barvě

#### Soubor HELP.PAS

Tento soubor není programovou součástí programu, ale souborem obsahujícím text návodů - helpu. Obsahuje popis jednotlivých funkcí programu.

#### 5.1.1.

#### ZHODNOCENÍ PROGRAMU IDENTIFIKACE v.1.0.

Program IDENTIFIKACE v.1.0. neumožňuje otevření, či prací s více meny najednou. Jednotlivé práce s meny a tlačítky se musí uskutečňovat postupně.

Program v případě, že nemá zadány požadované hodnoty pro jednotlivé procedury, upozorní uživatele výpisem hlášení v dané pracovní obrazovce. Po potvrzení

hlašení ( stisk libovolného tlačítka klávesnice ) může uživatel pokračovat v práci s programem.

Program byl napsán strukturovaně, každá funkce programu má svoji proceduru. Byly vytvořeny unity pro práci s myší ( PROMYS.PAS ), stlačítky ( OKENKO.PAS ) a soubor pro výpis programové nápovědy ( HELP.PAS ). Takto napsaný a odladěný program umožňuje jeho další rozšíření, například o výpočet frekvenční charakteristiky, či přechodové charakteristiky atd. Proto se jednotlivá tlačítka základní obrazovky rozvíjejí dále do tlačítkového menu, i když někde pouze jedno tlačítko, aby bylo umožněno vložení dalších funkcí a procedur do programu pod jednotlivá tlačítka menu.

## 6.1.

### ZHODNOCENÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

Cílem této diplomové práce bylo ověření možnosti identifikace soustav, s bližším zaměřením na identifikaci soustav s pomocí korelačních funkcí pro různé vstupní signály.

Z uvedených poznatků a výsledků je zřejmé, že problém identifikace procesů (soustav) je velmi složitý, a že nalezení optimální metody identifikace kromě zvládnutého matematického aparátu, vyžaduje i značnou dávku zkušeností v tomto oboru.

Identifikační metody založené na principu korelačních funkcí nám umožňují identifikovat proces ve tvaru impulsové charakteristiky. Oproti některým metodám identifikace májí výhodu v tom, že pro vlastní identifikaci nepotřebujeme žádné vstupní parametry kromě vstupních a výstupních signálů. Nemusíme určovat řád a dopravní zpoždění modelu. I když známe mnoho způsobů, kterými můžeme převést impulsovou charakteristiku na jinou formu prezentace systému (procesu) např. přenos, frekvenční přenos atd., přesto musíme počítat s určitými nevýhodami této metody:

Tato metoda umožňuje poměrně jednoduché a rychlé získání základní charakteristiky procesu, ale její tvar je neparametrický (impulsová charakteristika), a proto se těžko hodí pro další využití.

Tato metoda se nedá využít u všech procesů, Nevyužitelná je u procesů, které mění své parametry s časem.

V případě, že systém obsahuje nelinearitu, potom po převodu získaná přechodová funkce, přenos mají platnost pouze pro odpovídající vstupní signál.

Pro zvolenou identifikační metodu byl vy-tvořen program IDENTIFIKACE v.1.0., který je výsledným produktem nastudování a ověření identifikační metody s využitím korelačních funkcí. Přínos tohoto programu by měl spočívat v naprogramování matemetického aparátu nutného pro výpočet implusové charakteristiky (korelační, autokorelační funkce, inverse matic, výpočet impulsové charakteristiky...) a tím usnadnění práce pro předmět IDENTIFIKACE SOUSTAV a při vhodném souboru vstupních a výstupních dat může tento program plnit i výukové požadavky ( možnost ověření průběhu impulsové charakteristiky pro známý průběh ).

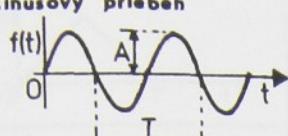
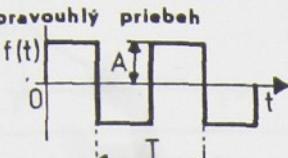
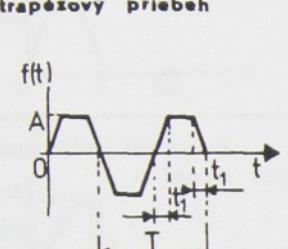
Další možnosti využití tohoto programu je jeho zapracování do vyššího programovacího prostředí formou EXE modulu a společně s dalšími EXE moduly týkajícími se identifikace( např.identifikace pomocí výkonné spektrální hustoty, diferenční rovnice atd.) by mohly vytvořit komplexní software pro identifikaci soustav a jeho využití při studiu předmětů týkajících se této problematiky.

## 7.1.

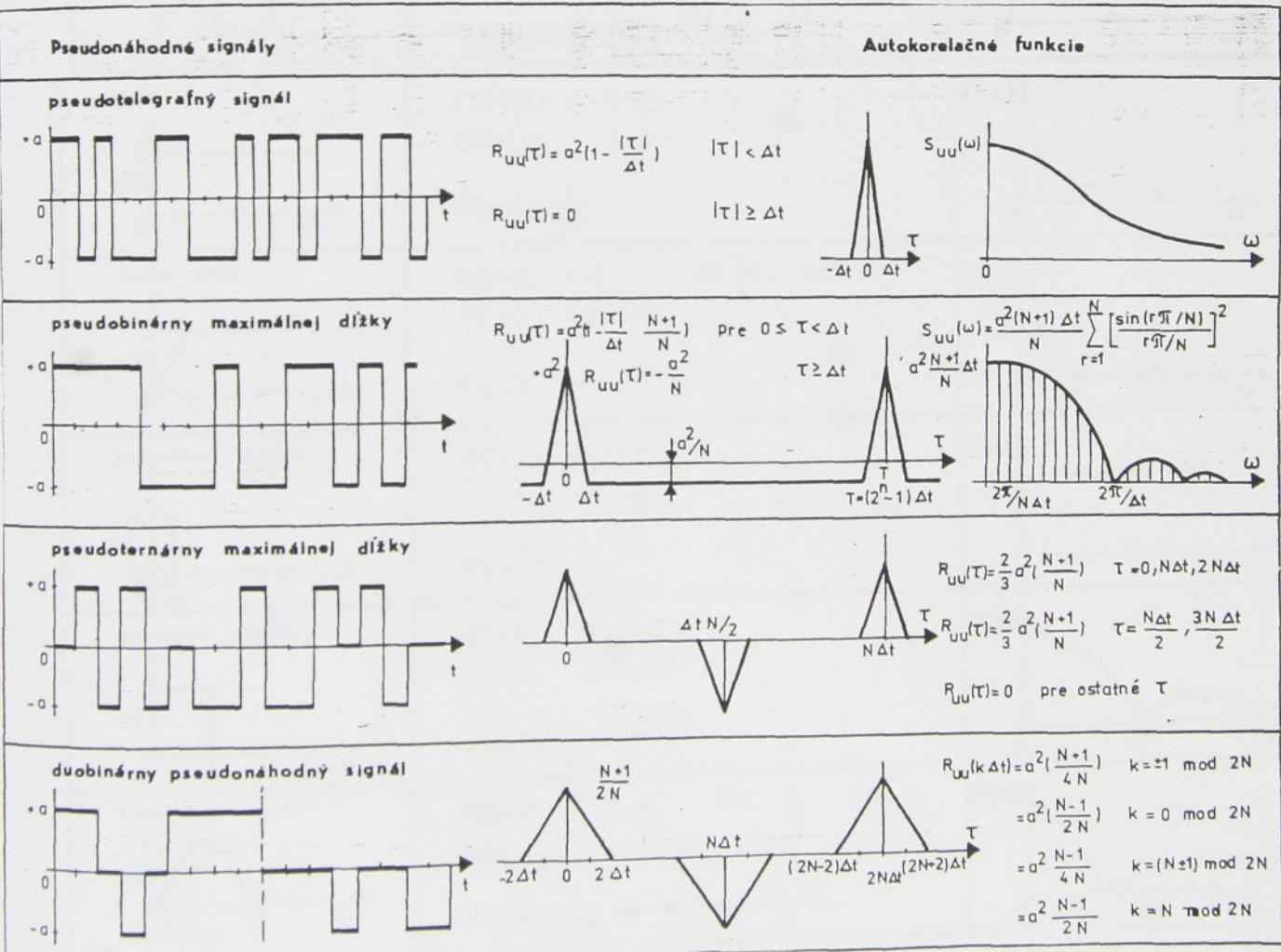
### LITERATURA

- [1] VARGA, Miroslav-Šutek Ľubomír: Experimentálne metody identifikácie, Veda, Bratislava 1981
- [2] HORNIŠ, Josef: Identifikácia systémov (Experimentálne metody identifikace), Alfa, Bratislava 1982
- [3] NEUSCHL Štefan a kolektív: Modelovanie a simulácia, Alfa, Bratislava 1988
- [4] DRÁBEK, Oldřich - MACHÁČEK Jiří: Experimentální identifikace, VŠCHT Pardubice, Pardubice 1987
- [5] DUŘT, Zdeněk-OLEHLA, Miroslav-NOVÁK, Vladimír: Simulace systémů, VŠST Liberec, Liberec 1987
- [6] HANUŠ, Bořivoj - BALDA, Milan: Základy technické kybernetiky I, VŠST Liberec, Liberec 1989
- [7] DRÁB, Zdeněk: Identifikace systémů, Dům techniky ČSVTS Praha, Praha 1983
- [8] OLEHLA, Miroslav: Přednášky Identifikace soustav, TÚ Liberec 1994-1995
- [9]

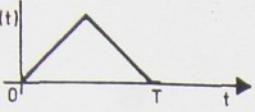
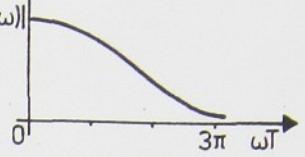
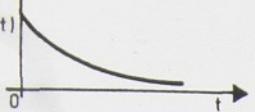
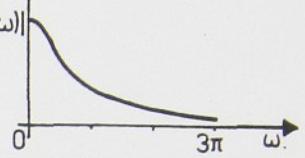
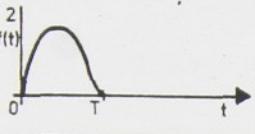
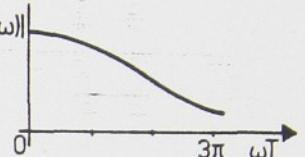
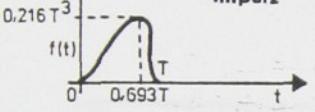
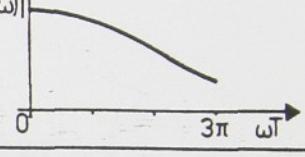
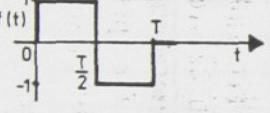
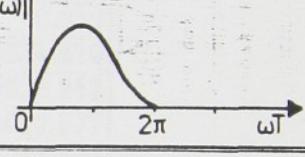
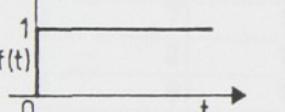
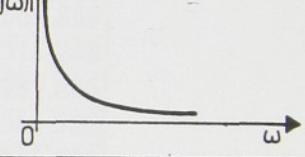
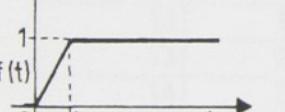
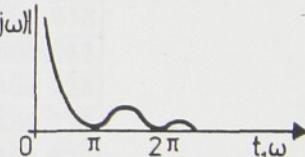
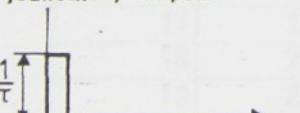
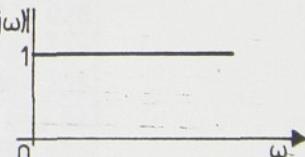
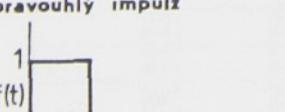
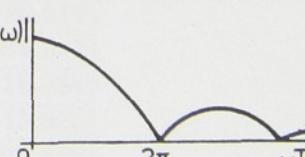
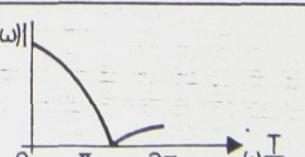
# Charakteristiky periodických signálov

Časový priebeh	Funkcie času Rozklad do Fourierova reedu
<b>sinusový priebeh</b> 	$f(t) = A \sin \omega t$ $f(t) = A \sin \omega t$
<b>pravouhlý priebeh</b> 	$f(t) = (-1)^n A, \quad n\frac{T}{2} \leq t \leq (n+1)\frac{T}{2}$ $f(t) = \frac{4A}{\pi} \sum_{v=0}^{\infty} \frac{\sin(2v+1)\omega t}{2v+1}$
<b>trapézový priebeh</b> 	$f(t) = (-1)^n \frac{t}{t_1} A, \quad n\frac{T}{2} \leq t \leq n\frac{T}{2} + t_1$ $f(t) = (-1)^n A, \quad n\frac{T}{2} + t_1 \leq t \leq \frac{T}{2}(n+1) - t_1$ $f(t) = (-1)^n A - \frac{T}{2t_1}(n+1)t, \quad \frac{T}{2}(n+1) - t_1 \leq t \leq (n+1)\frac{T}{2}$ $f(t) = \frac{2AT}{\pi^2 t_1} \sum_{v=0}^{\infty} \left[ \frac{\sin(2v+1)\omega t_1}{(2v+1)^2} \sin(2v+1)\omega t \right]$

## Charakteristiky pseudonáhodných signálov



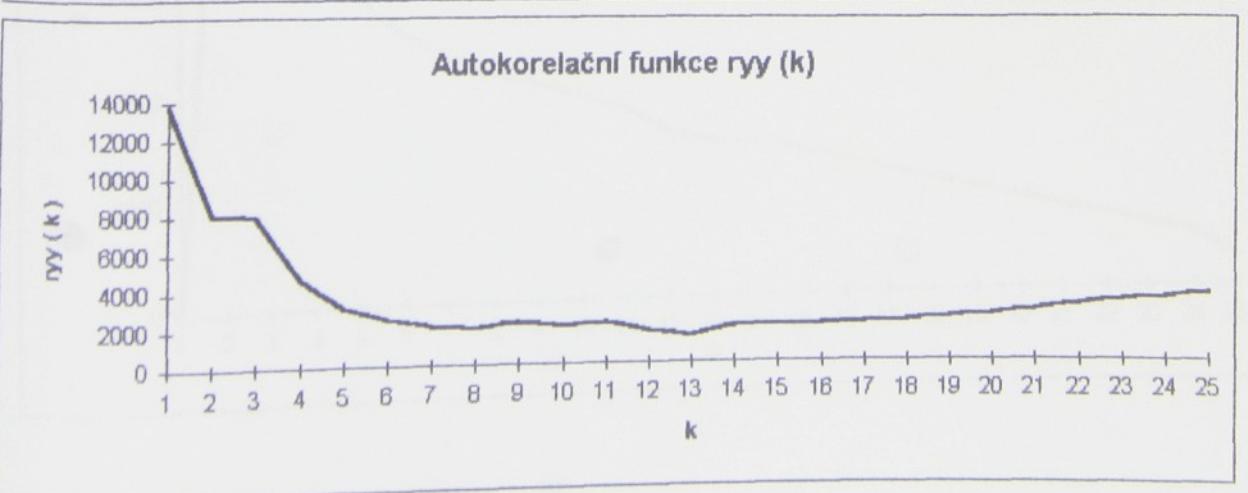
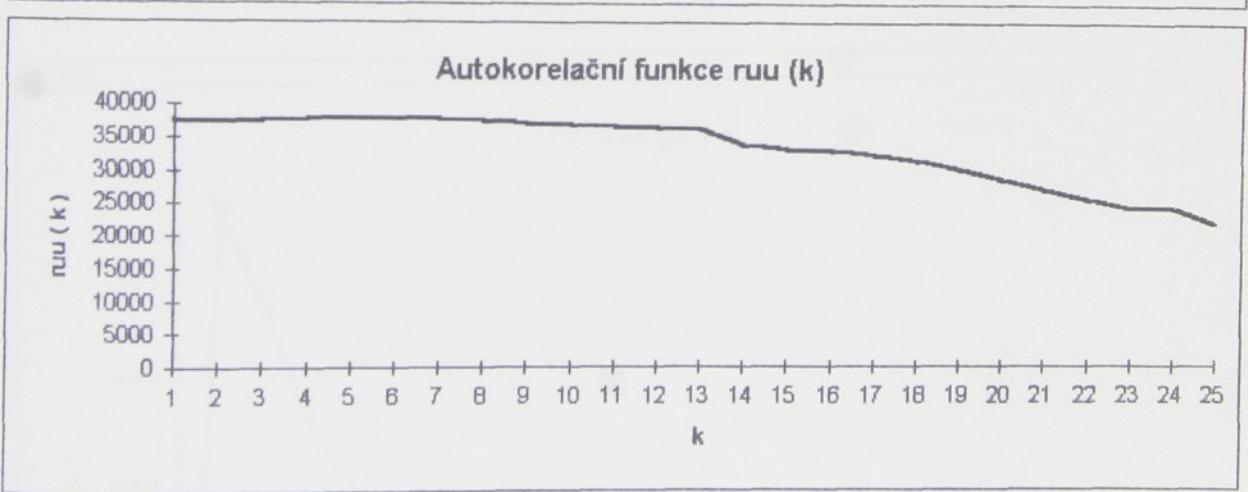
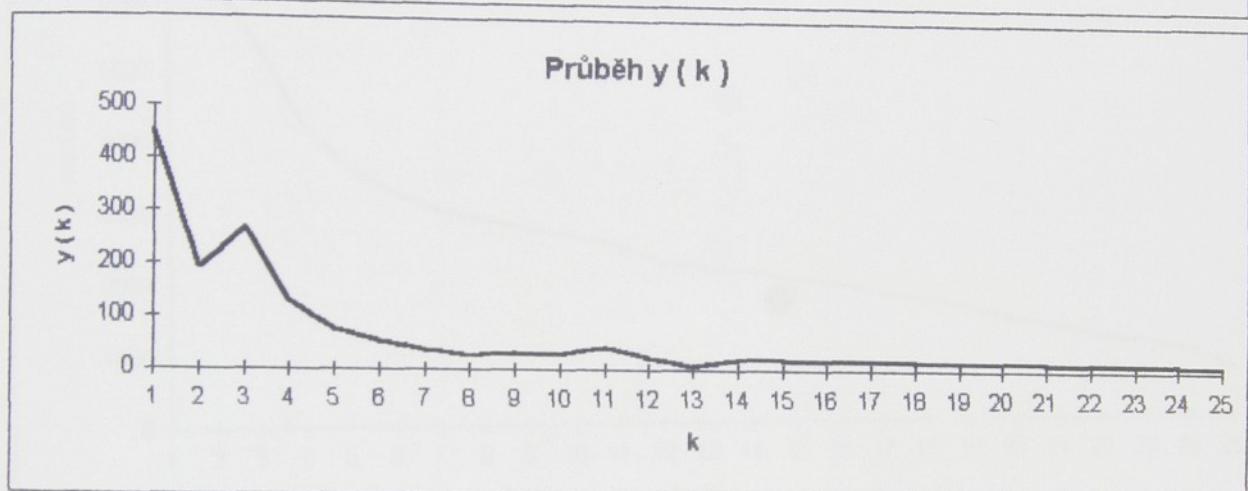
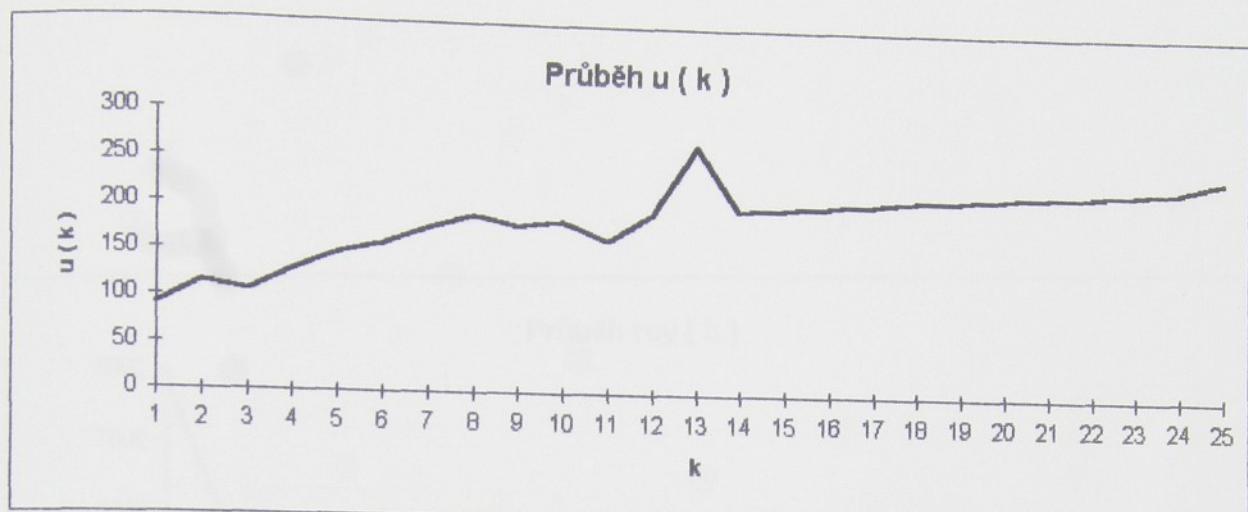
# Charakteristiky aperiodických signálov

Časový priebeh	Funkcie času Fourierova transformácia	Spektrum
trojuholníkový impulz 	$f(t) = \frac{2}{T}, \quad 0 \leq t \leq \frac{T}{2}$ $f(t) = 2 - \frac{2}{T}t, \quad \frac{T}{2} \leq t \leq T$ $F(j\omega) = -T \frac{1 - \cos \frac{\omega T}{2}}{\frac{\omega T^2}{2}} e^{-j\frac{\omega T}{2}}$	
exponenciálny impulz 	$f(t) = e^{-t}, \quad t \geq 0$ $f(t) = 0, \quad t < 0$ $F(j\omega) = \frac{1}{1 + j\omega}$	
posunutý kosinusový impulz 	$f(t) = 1 - \cos \frac{2\pi}{T}t, \quad 0 \leq t \leq T$ $F(j\omega) = T \frac{1}{1 - \frac{\omega T^2}{2\pi}} \frac{\sin \frac{\omega T}{2}}{\frac{\omega T}{2}}$	
posunutý vážený kosinusový impulz 	$f(t) = t^3 (1 - \cos \frac{2\pi}{T}t), \quad 0 \leq t \leq T$	
pravouhlá vlna 	$f(t) = 0, \quad T < t < 0$ $f(t) = 1, \quad 0 < t < \frac{T}{2}$ $f(t) = 1, \quad \frac{T}{2} < t < T$ $F(j\omega) = -\frac{2}{\omega} j [e^{-j\frac{\omega T}{2}} - 1]^2$	
skok 	$f(t) = 0, \quad t < 0$ $f(t) = 1, \quad t > 0$ $F(j\omega) = \frac{1}{j\omega}$	
reálny skok 	$f(t) = 0, \quad t < 0$ $f(t) = \frac{1}{t_1} t, \quad 0 \leq t \leq t_1$ $f(t) = 1, \quad t_1 \leq t \leq \infty$ $F(j\omega) = \frac{1}{\omega^2 t_1} e^{-j\omega t_1} - 1$	
jednotkový impulz 	$f(t) = \frac{1}{\tau}, \quad 0 \leq t \leq \tau$ $f(t) = 0, \quad \tau < t < 0$ $F(j\omega) = 1$	
pravouhlý impulz 	$f(t) = 0, \quad T < t < 0$ $f(t) = 1, \quad 0 < t < T$ $F(j\omega) = \frac{1}{j\omega} e^{(-j\omega T)} - 1$	
trapézový impulz 	$f(t) = 0, \quad T < t < 0$ $f(t) = \frac{t}{t_1}, \quad 0 \leq t < t_1$ $f(t) = \frac{T-t}{t_1}, \quad T-t_1 < t \leq T$ $f(t) = 1, \quad t_1 < t \leq T-t_1$ $ F(j\omega)  = \frac{4}{\omega^2 t_1} \sin \frac{\omega t_1}{2} \sin \frac{(T-t_1)\omega}{2}$	

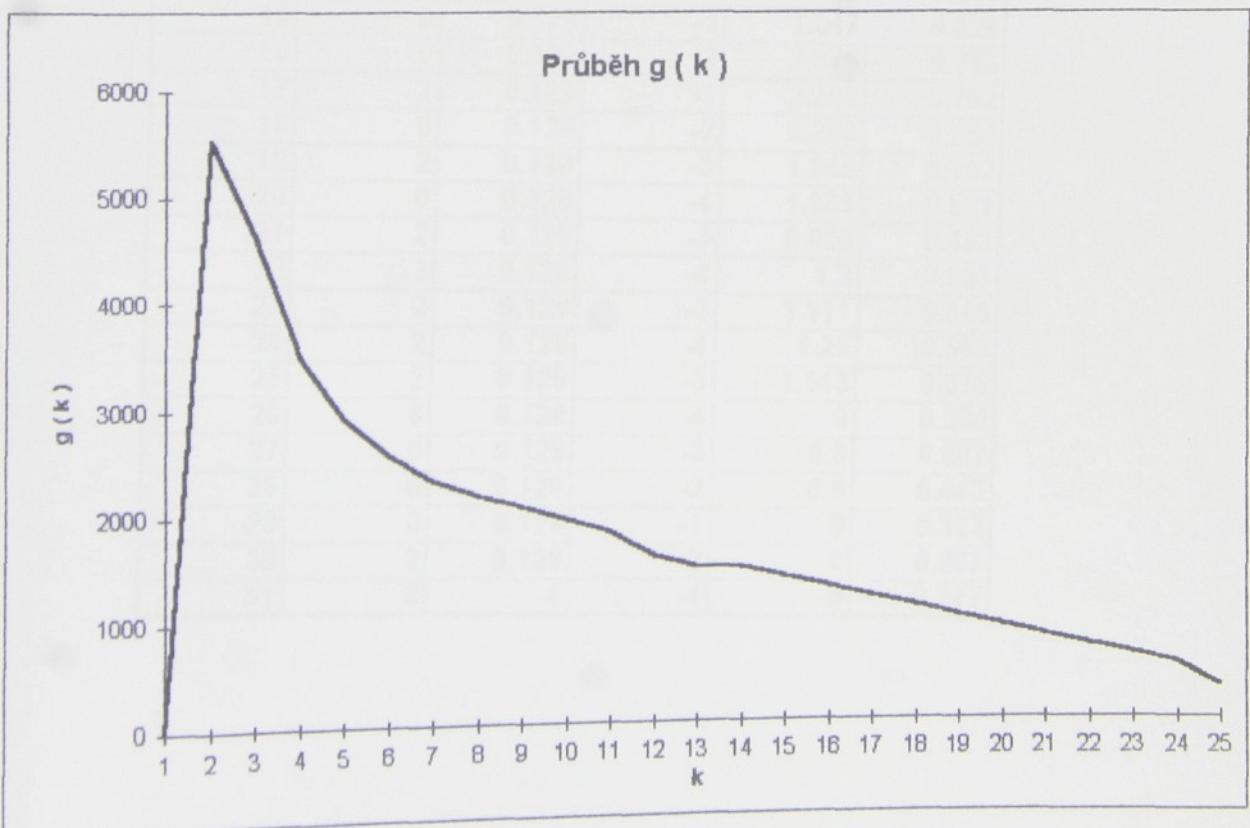
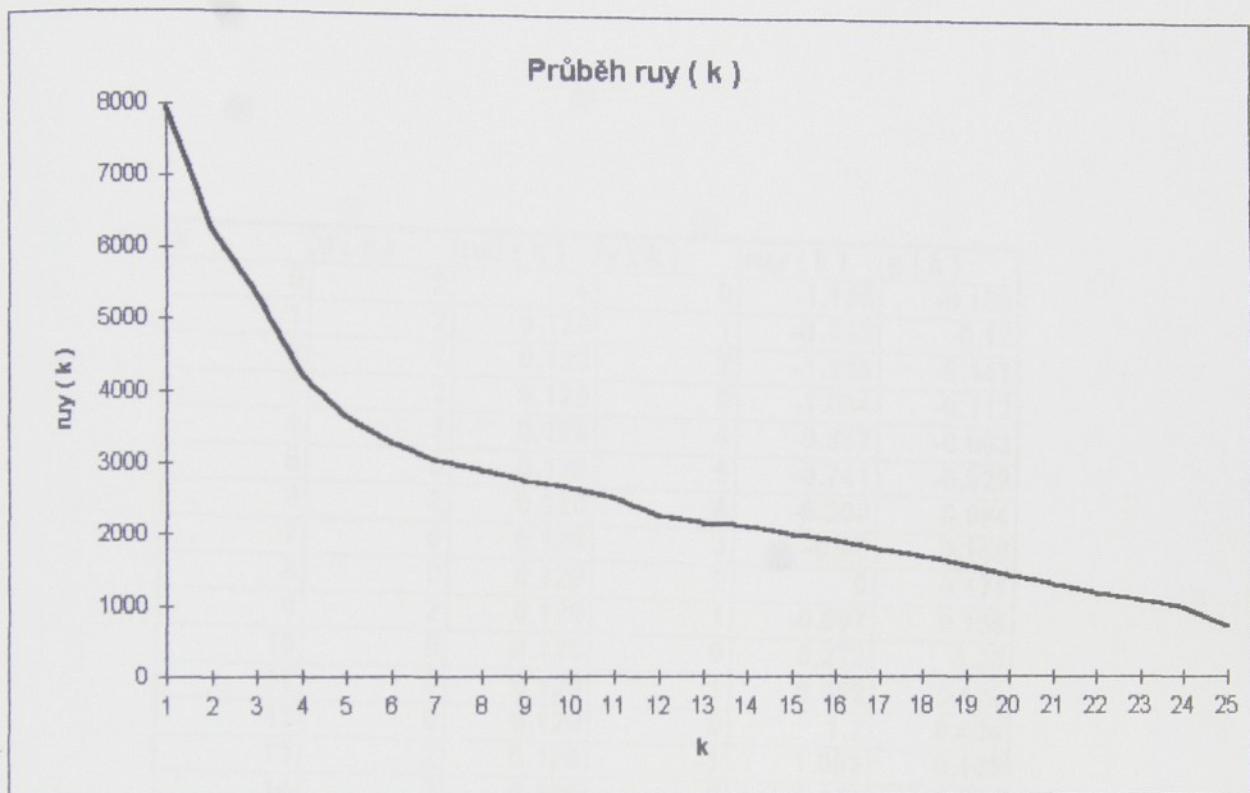
Náhodný signál tabulka hodnot

k	u (k)	y (k)	ruu (k)	ryy (k)	ruy (k)	g (k)
1	90	450.0001	37594.6	13770	7930.758	0.019
2	115	191.7002	37472.13	8112.492	6252.633	5534.979
3	107	267.5003	37524.52	7925.347	5347.57	4628.912
4	130	130.0004	37746.05	4582.571	4205.877	3482.977
5	148	74.0005	37790.57	3107.81	3637.74	2913.987
6	180	53.3006	37817.4	2488.554	3284.155	2559.888
7	177	35.4007	37702.32	2113.783	3036.311	2314.248
8	190	23.8008	37477.44	1941.86	2880.639	2162.883
9	180	30.0009	37212.12	2214.256	2758.997	2044.322
10	186	26.6001	36917.56	2012.627	2637.572	1930.538
11	185	41.25011	36601.93	2136.329	2502.907	1801.918
12	195	21.70012	36536.86	1666.986	2264.786	1565.043
13	270	5.40013	36154	1370.776	2158.638	1466.228
14	200	20.00014	33775	1943.158	2107.183	1460.335
15	203	18.50015	33130.09	1956.236	1999.1	1364.603
16	207	17.30016	33051	1985.877	1908.01	1275.028
17	210	16.20017	32317.78	2048.877	1800.511	1181.571
18	214	15.30018	31527.25	2150.387	1688.125	1084.325
19	216	14.40019	30060.14	2287.269	1559.243	983.54
20	219	13.9002	28533.33	2481.417	1433.633	887.172
21	222	13.00021	27101.6	2699.466	1309.66	790.619
22	224	12.40022	25528.25	2994.37	1188.75	699.841
23	226	11.90023	24189.67	3233.183	1083.167	619.894
24	229	11.50024	24220	3354.3	977.5	513.646
25	242	8.00025	21780	3600	720	302.876

### Náhodný signál průběh signálu

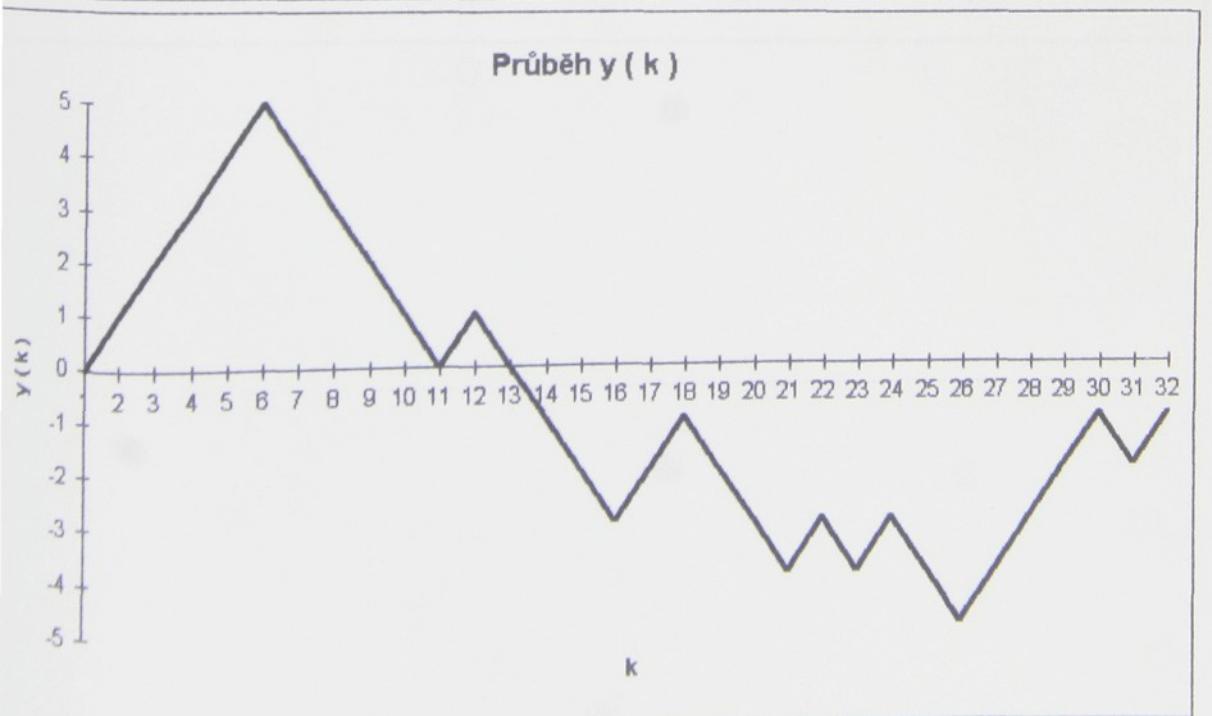
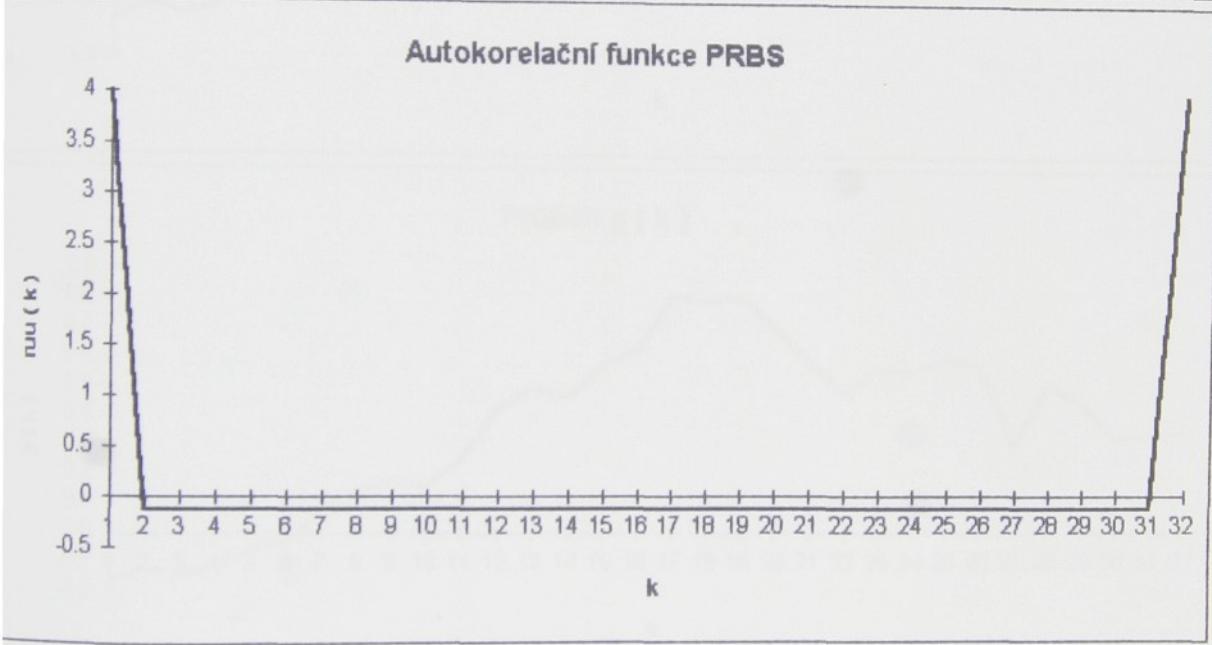
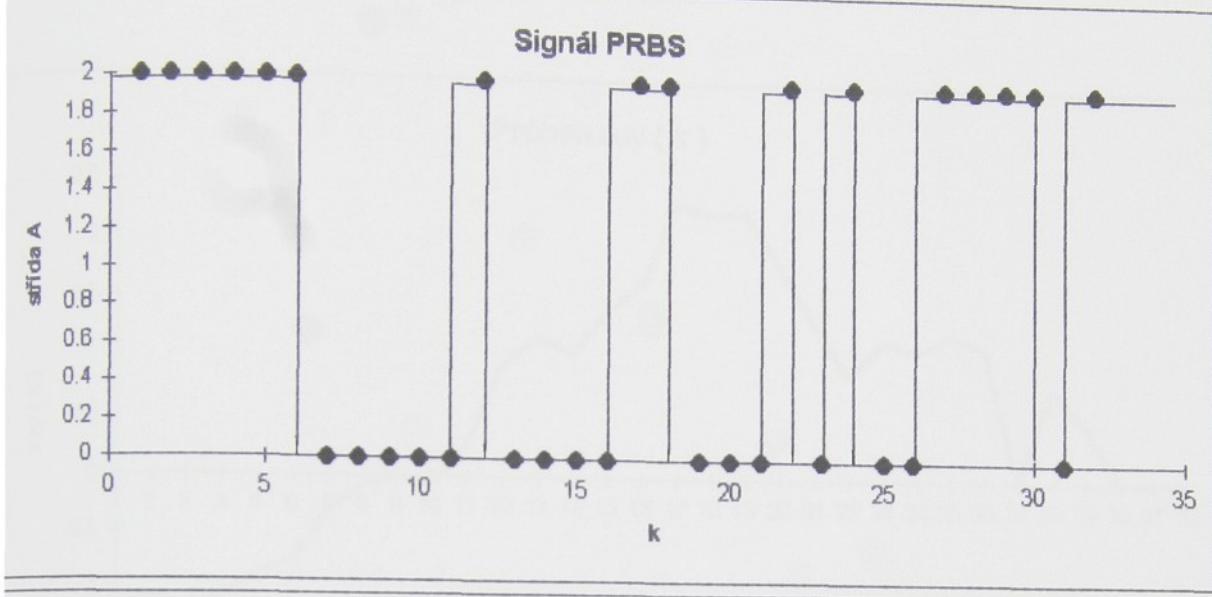


## Náhodný signál průběh signálu

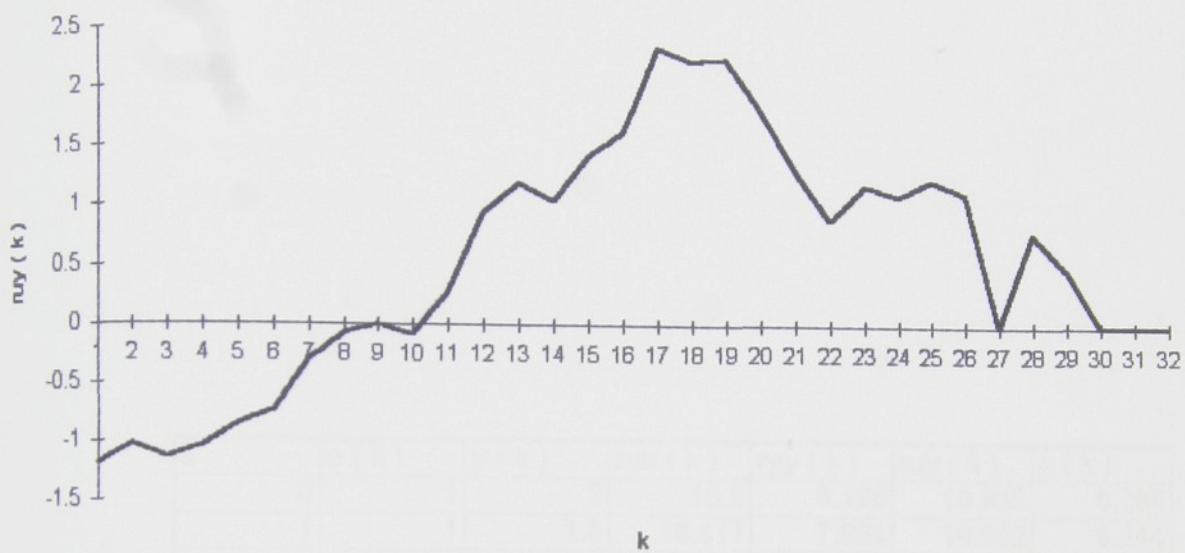


Signál PRBS tabulka hodnot

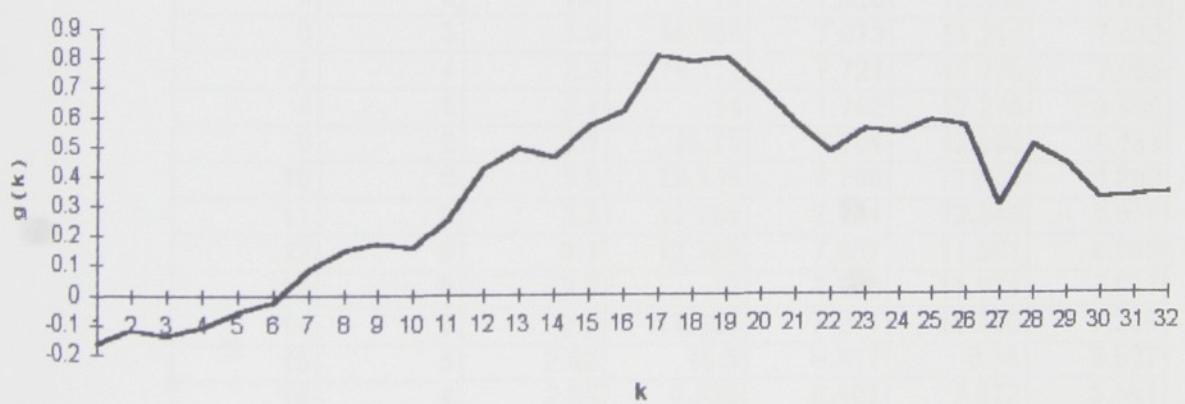
$k$	$u(k)$	$ruu(k)$	$y(k)$	$ruy(k)$	$g(k)$
0	2	4	0	-1.188	-0.163
1	2	0.129	1	-1.032	-0.12
2	2	0.129	2	-1.133	-0.141
3	2	0.129	0	-1.034	-0.112
4	2	0.129	4	-0.857	-0.063
5	0	0.129	5	-0.741	-0.029
6	0	0.129	4	-0.308	0.084
7	0	0.129	3	-0.08	0.146
8	0	0.129	2	0	0.171
9	2	0.129	1	-0.087	0.155
10	0	0.129	0	0.273	0.25
11	0	0.129	1	0.952	0.426
12	0	0.129	0	1.2	0.494
13	2	0.129	-1	1.053	0.463
14	2	0.129	-2	1.444	0.567
15	0	0.129	-3	1.647	0.624
16	0	0.129	-2	2.375	0.813
17	2	0.129	-1	2.267	0.792
18	0	0.129	-2	2.286	0.804
19	2	0.129	-3	1.846	0.702
20	0	0.129	-4	1.333	0.581
21	2	0.129	-3	0.909	0.483
22	2	0.129	-4	1.2	0.563
23	2	0.129	-3	1.111	0.549
24	2	0.129	-4	1.25	0.593
25	2	0.129	-5	1.143	0.575
26	0	0.129	-4	0	0.298
27	0	0.129	-3	0.8	0.507
28	0	0.129	-2	0.5	0.442
29	0	0.129	-1	0	0.327
30	2	0.129	-2	0	0.337
31	0	4	-1	0	0.347



Průběh ruy ( k )



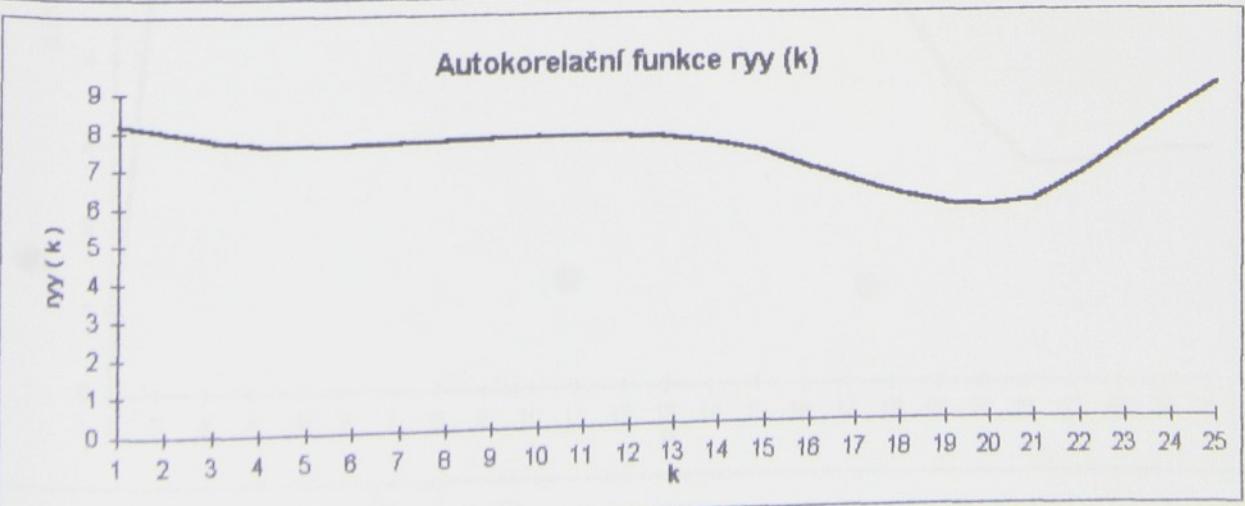
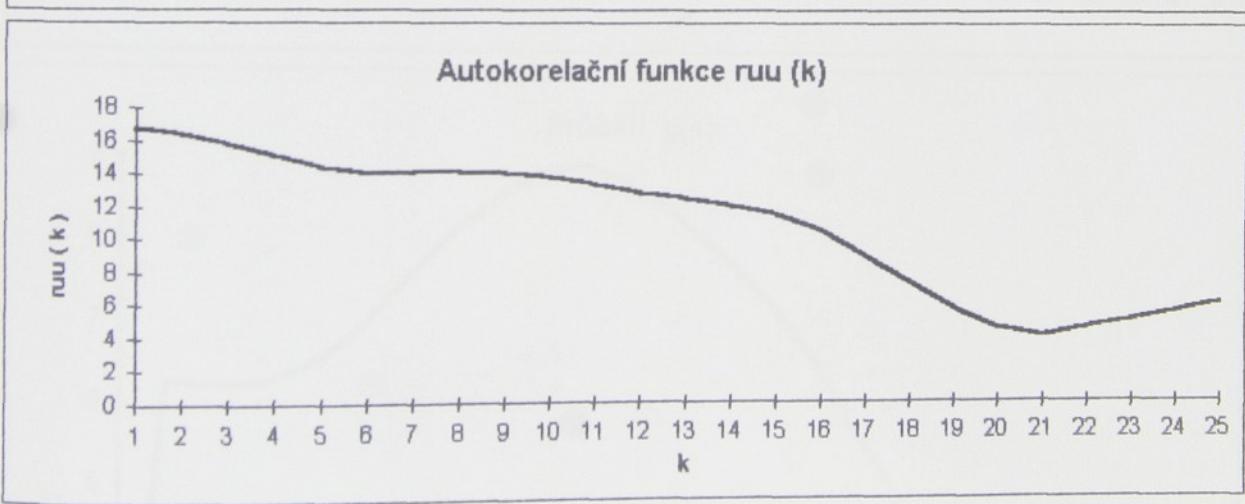
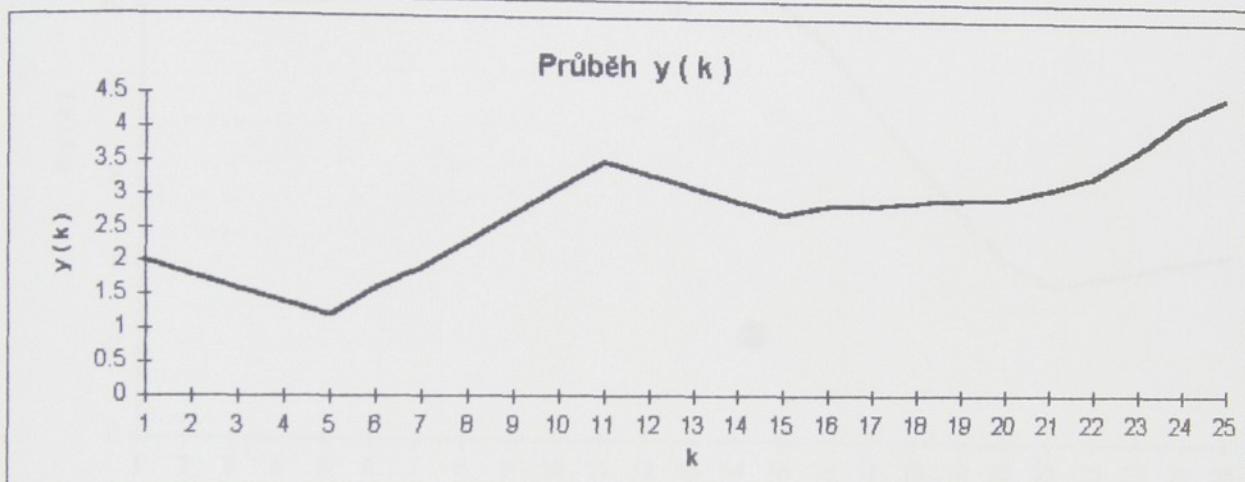
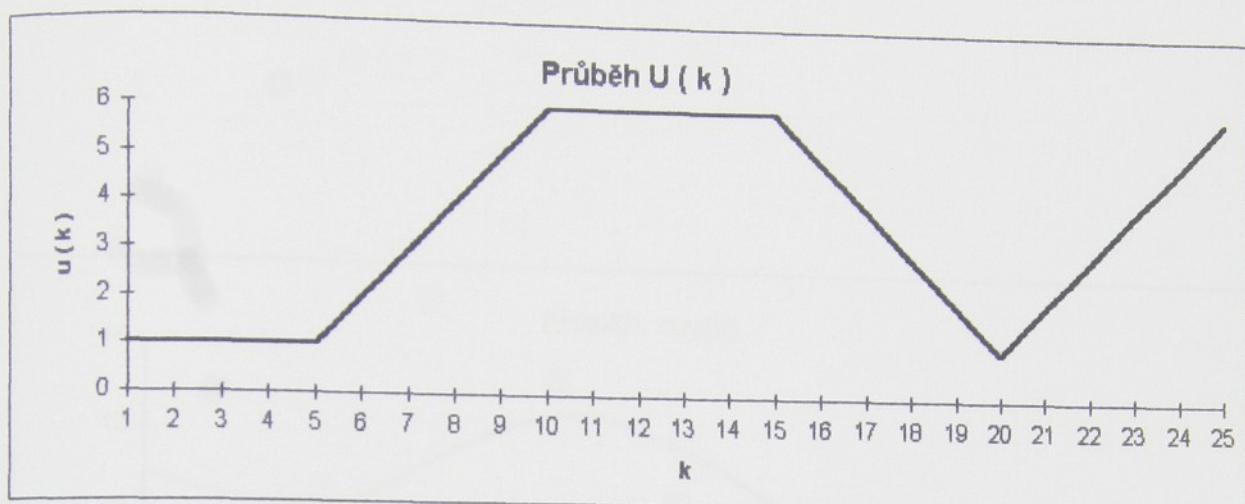
Průběh g ( k )



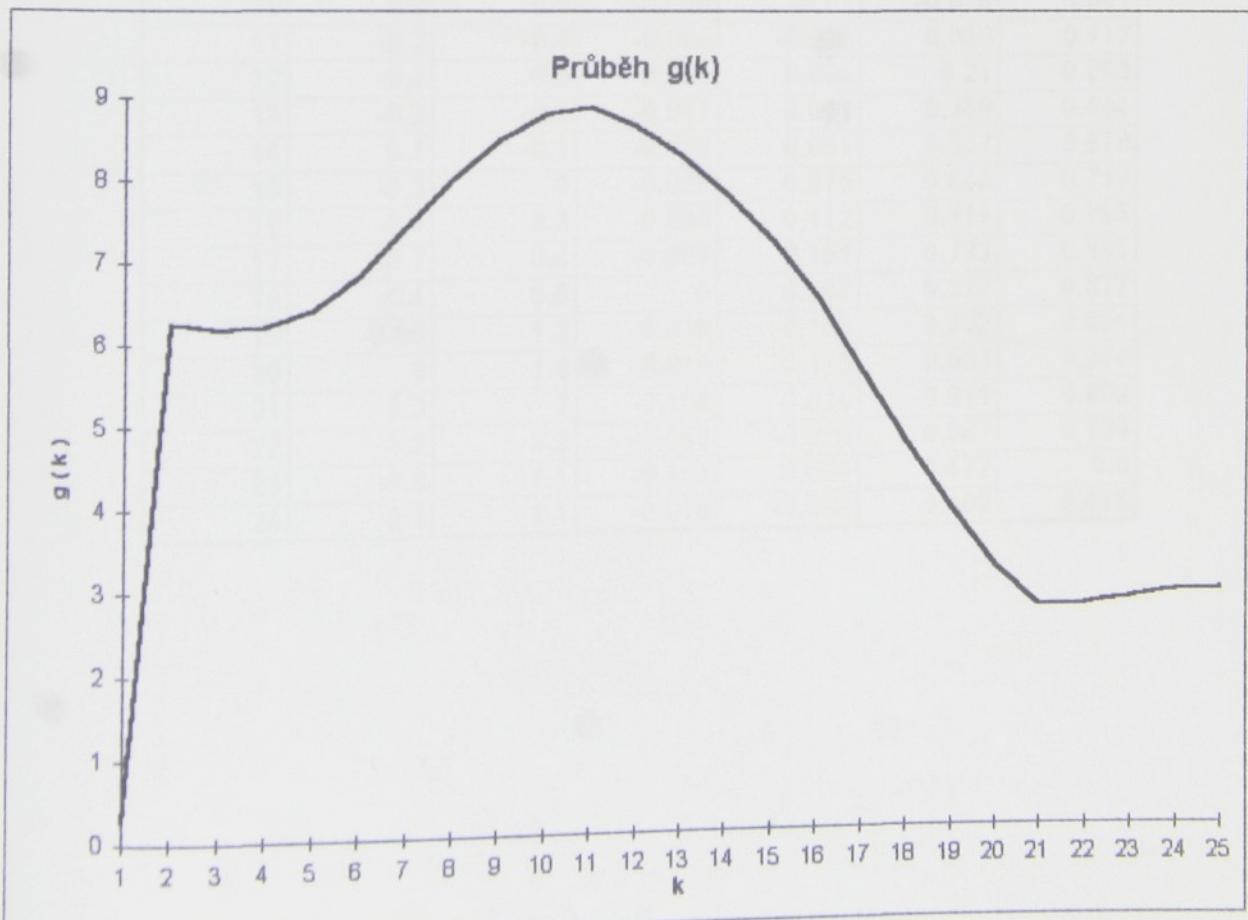
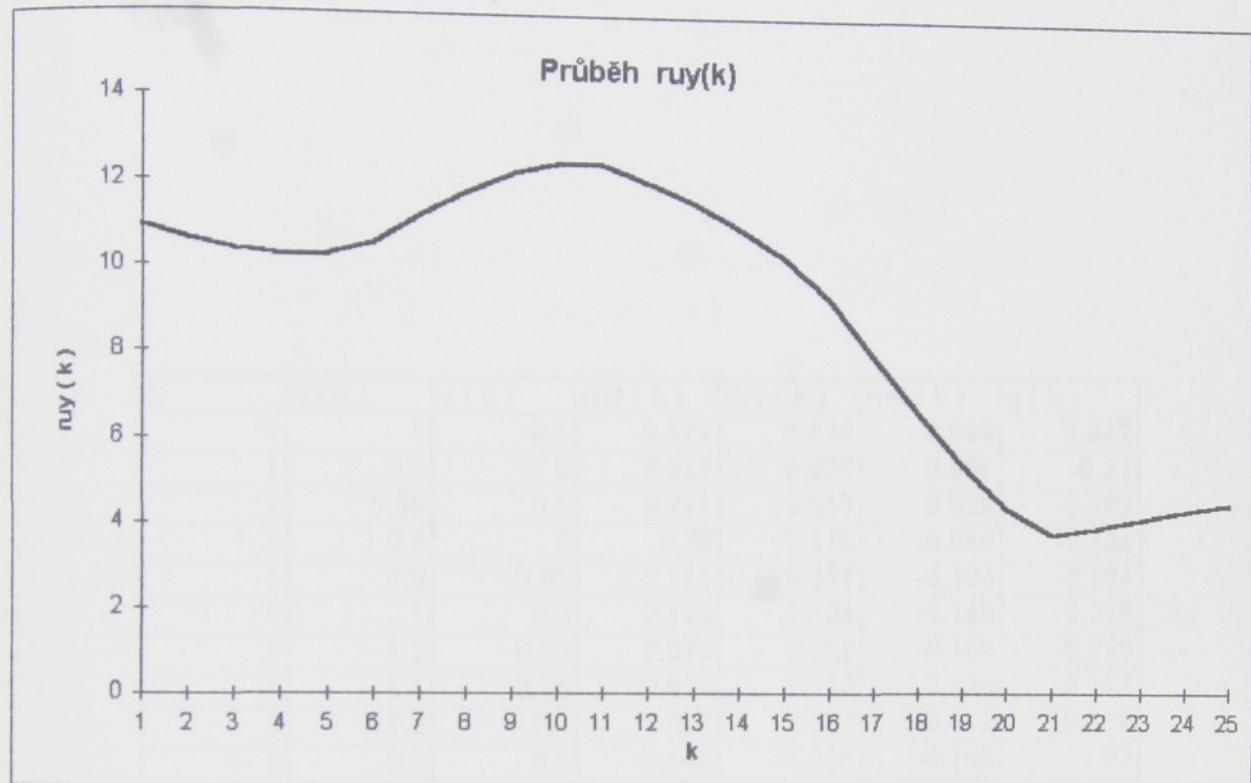
Náhodný signál tabulka hodnot

k	u (k)	y (k)	ruu (k)	ryy (k)	ruy (k)	g (k)
0	1	2	16.8	8.166	10.932	0.268
1	1	1.8	16.417	7.964	10.642	6.244
2	1	1.6	15.783	7.766	10.398	6.17
3	1	1.4	15.045	7.638	10.248	6.218
4	1	1.2	14.381	7.594	10.269	6.417
5	2	1.6	14	7.628	10.565	6.815
6	3	1.9	14.105	7.873	11.211	7.432
7	4	2.3	14.111	7.721	11.775	7.995
8	5	2.7	14	7.762	12.215	8.465
9	6	3.1	13.75	7.784	12.466	8.783
10	6	3.5	13.333	7.766	12.44	8.869
11	6	3.3	12.786	7.734	12.043	8.618
12	6	3.1	12.385	7.857	11.581	8.263
13	6	2.9	12	7.506	11.021	7.807
14	6	2.7	11.455	7.241	10.305	7.236
15	5	2.85	10.5	6.817	9.34	6.527
16	4	2.85	8.889	6.401	7.972	5.591
17	3	2.9	7.25	6.048	6.65	4.708
18	2	2.95	5.714	5.786	5.414	3.884
19	1	2.95	4.5	5.697	4.375	3.17
20	2	3.1	4	5.868	3.76	2.689
21	3	3.3	4.5	6.57	3.925	2.72
22	4	3.7	5	7.387	4.133	2.794
23	5	4.2	5.5	8.25	4.35	2.877
24	6	4.5	6	9	4.5	2.893

### Náhodný signál průběh signálu



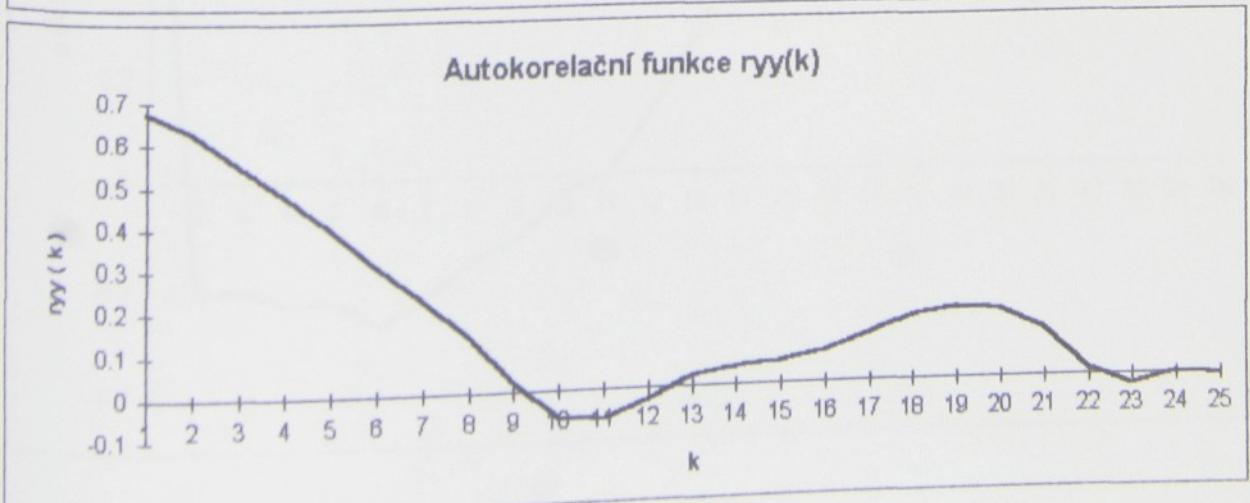
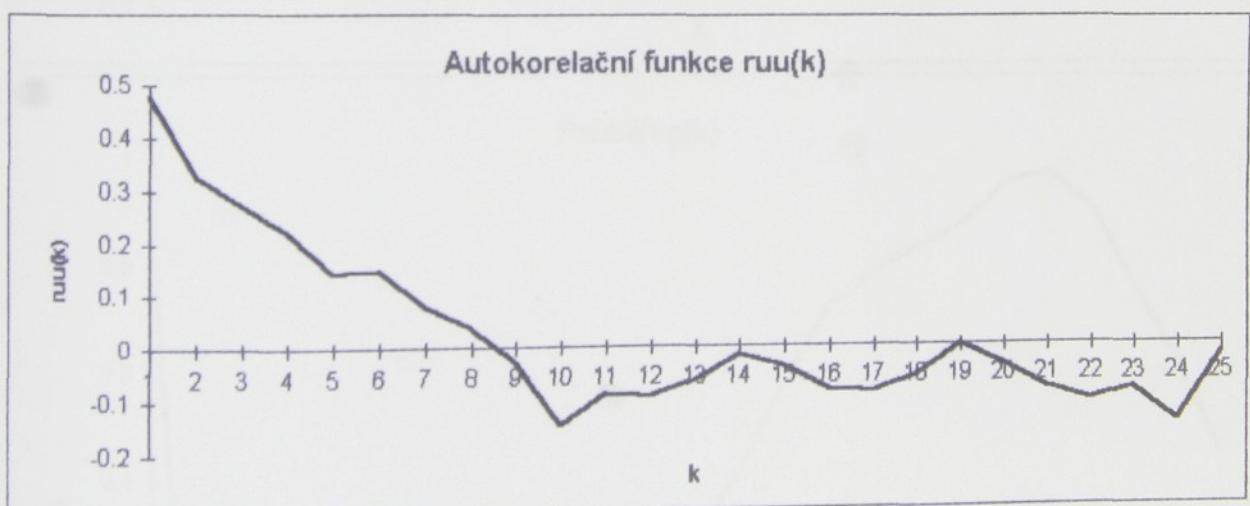
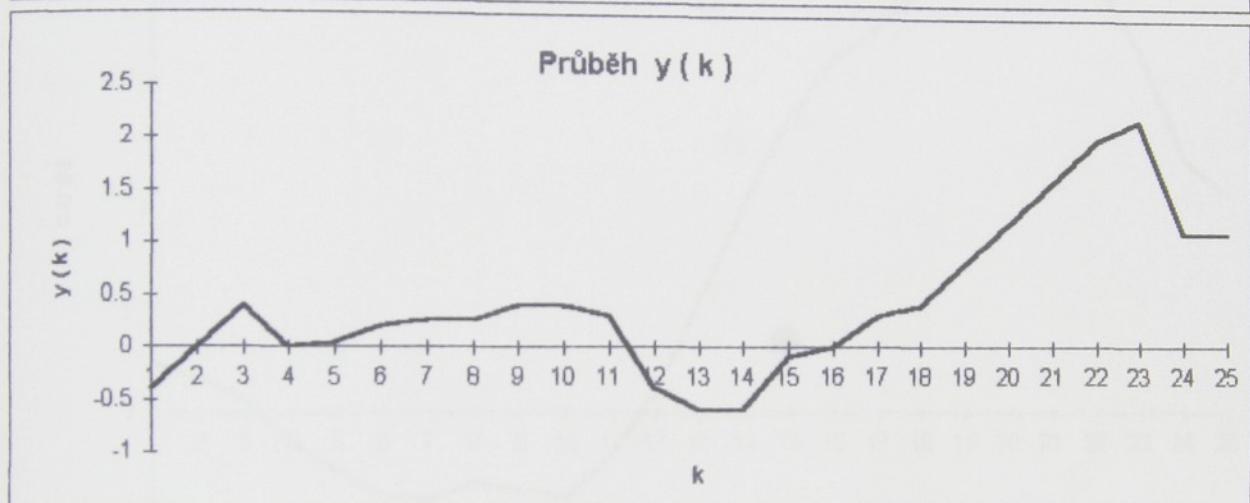
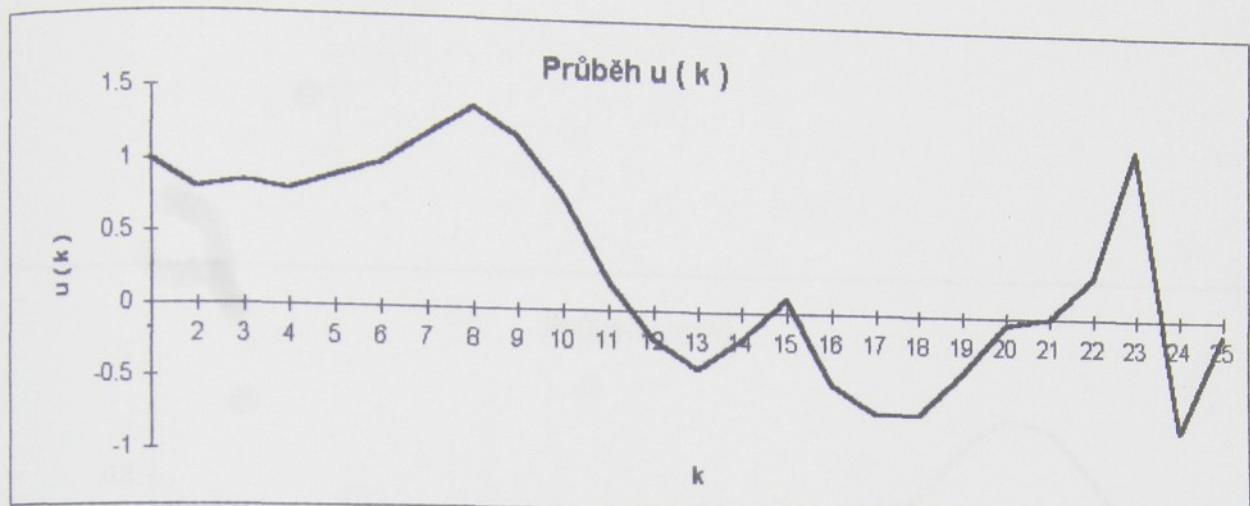
### Náhodný signál průběh signálu



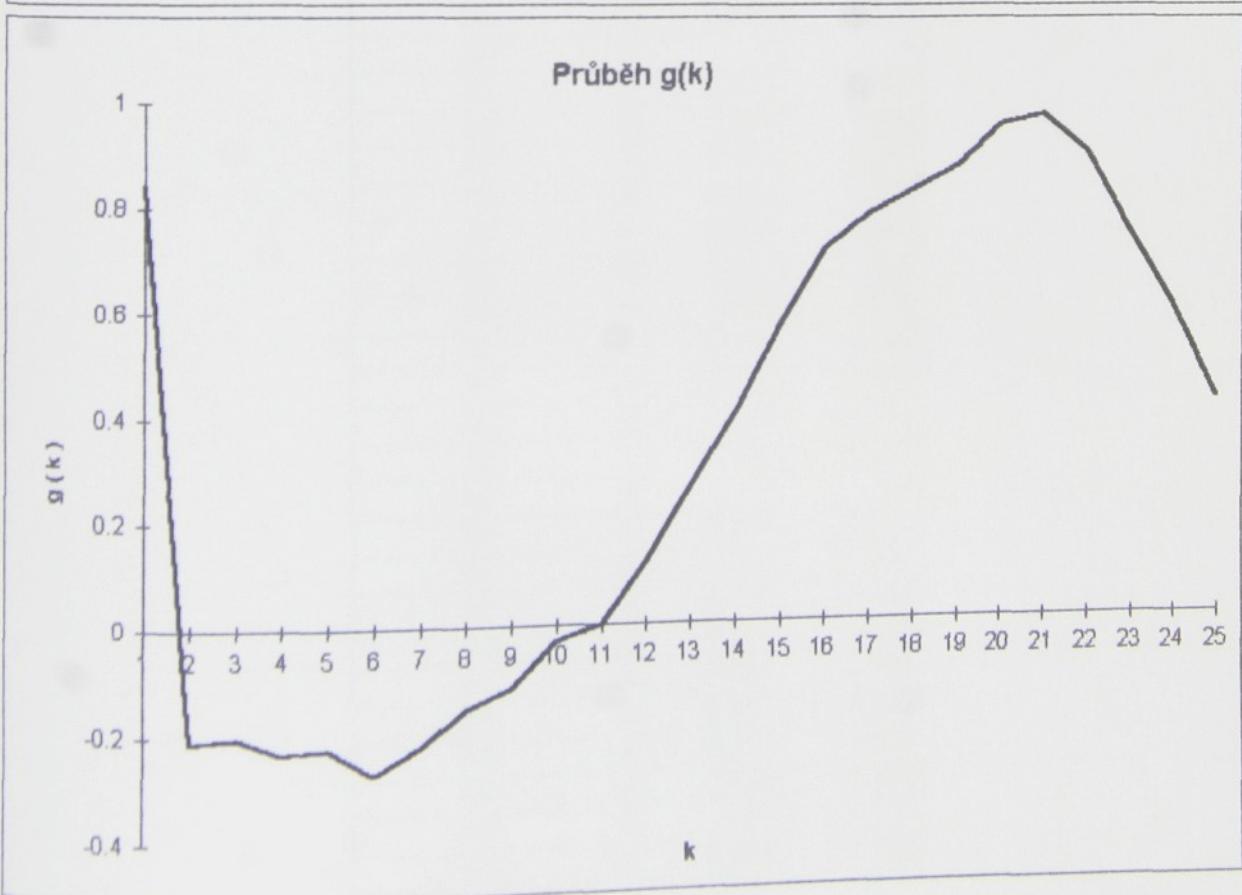
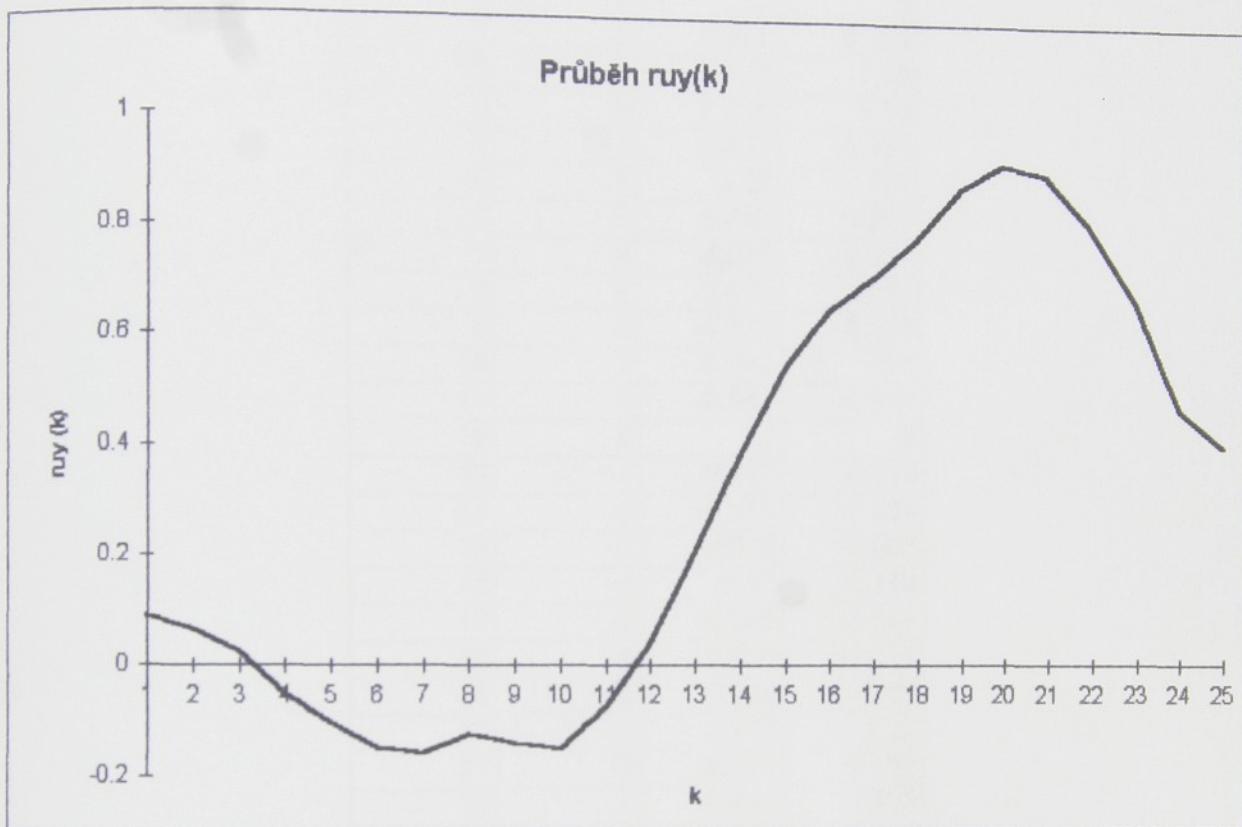
Náhodný signál tabulka hodnot

k	u(k)	y(k)	ruu(k)	ryy(k)	ruy(k)	g(k)
0	1	-0.4	0.478	0.676	0.089	0.842
1	0.8	0	0.326	0.626	0.064	-0.21
2	0.85	0.4	0.271	0.547	0.026	-0.202
3	0.8	0	0.22	0.476	-0.049	-0.234
4	0.9	0.05	0.144	0.397	-0.103	-0.224
5	1	0.2	0.149	0.304	-0.149	-0.275
6	1.2	0.25	0.078	0.222	-0.159	-0.225
7	1.4	0.25	0.037	0.132	-0.126	-0.157
8	1.2	0.4	-0.027	0.025	-0.142	-0.119
9	0.8	0.4	-0.146	-0.065	-0.153	-0.03
10	0.2	0.3	-0.089	-0.07	-0.074	0.001
11	-0.2	-0.4	-0.094	-0.029	0.039	0.117
12	-0.4	-0.6	-0.064	0.024	0.21	0.283
13	-0.2	-0.6	-0.017	0.041	0.389	0.404
14	0.1	-0.1	-0.038	0.051	0.547	0.579
15	-0.5	0	-0.082	0.075	0.648	0.717
16	-0.7	0.3	-0.088	0.112	0.711	0.785
17	-0.7	0.4	-0.057	0.151	0.783	0.831
18	-0.4	0.8	0	0.168	0.877	0.877
19	-0.05	1.2	-0.038	0.163	0.922	0.954
20	0	1.6	-0.084	0.113	0.903	0.974
21	0.3	2	-0.108	0.014	0.811	0.902
22	1.2	2.2	-0.086	-0.026	0.667	0.739
23	-0.8	1.1	-0.151	0.004	0.472	0.6
24	-0.1	1.1	-0.019	-0.006	0.402	0.418

### Náhodný signál průběh signálu



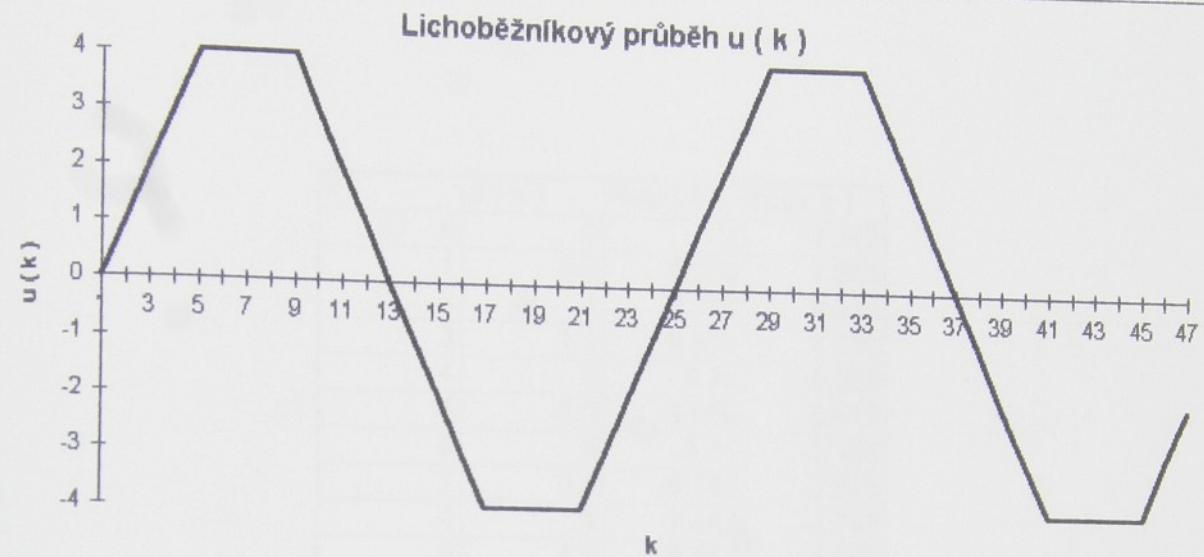
### Náhodný signál průběh signálu



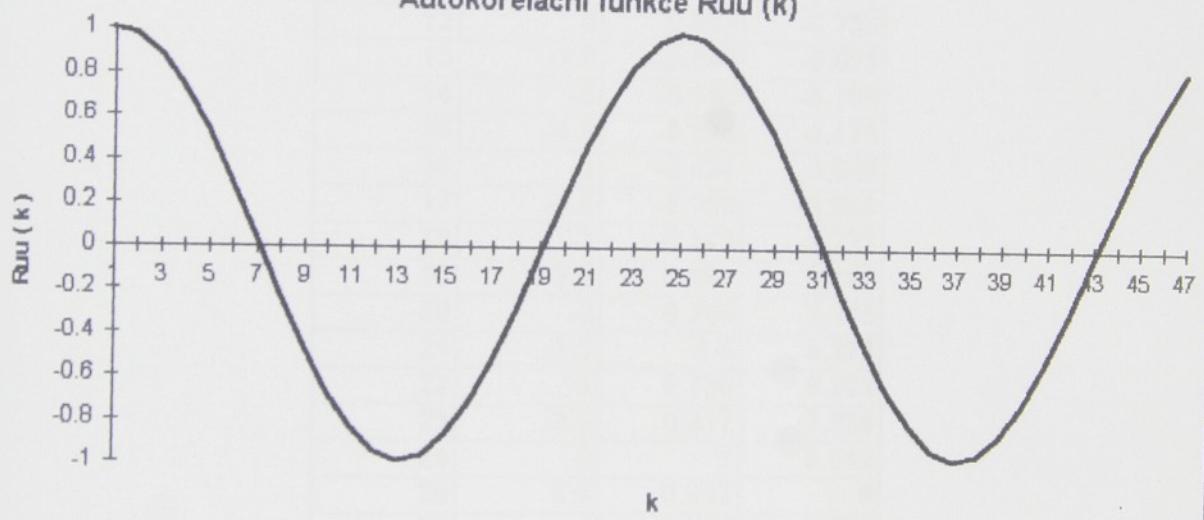
Lichoběžníkový průběh tabulka hodnot

k	u ( k )	Ruu ( k )	ruu ( k )
0	0	1	9
1	1	0.971	8.739
2	2	0.877	7.89
3	3	0.728	6.53
4	4	0.527	4.741
5	4	0.29	2.609
6	4	0.032	0.289
7	4	-0.228	-2.053
8	4	-0.472	-4.25
9	3	-0.681	-6.126
10	2	-0.844	-7.8
11	1	-0.954	-8.587
12	0	-1	-9
13	-1	-0.972	-8.748
14	-2	-0.878	-7.906
15	-3	-0.728	-6.552
16	-4	-0.53	-4.769
17	-4	-0.293	-2.641
18	-4	-0.036	-0.324
19	-4	0.224	2.02
20	-4	0.469	4.22
21	-3	0.678	6.101
22	-2	0.842	7.582
23	-1	0.953	8.577
24	0	1	9
25	1	0.973	8.758
26	2	0.881	7.926
27	3	0.731	6.581
28	4	0.534	4.804
29	4	0.298	2.681
30	4	0.041	0.367
31	4	-0.22	-1.978
32	4	-0.465	-4.182
33	3	-0.674	-6.069
34	2	-0.84	-7.558
35	1	-0.952	-8.565
36	0	-1	-9
37	-1	-0.975	-8.771
38	-2	-0.883	-7.951
39	-3	-0.735	-6.617
40	-4	-0.539	-4.85
41	-4	-0.304	-2.734
42	-4	-0.047	-0.423
43	-4	0.214	1.922
44	-4	0.459	4.132
45	-3	0.67	6.027
46	-2	0.836	7.527

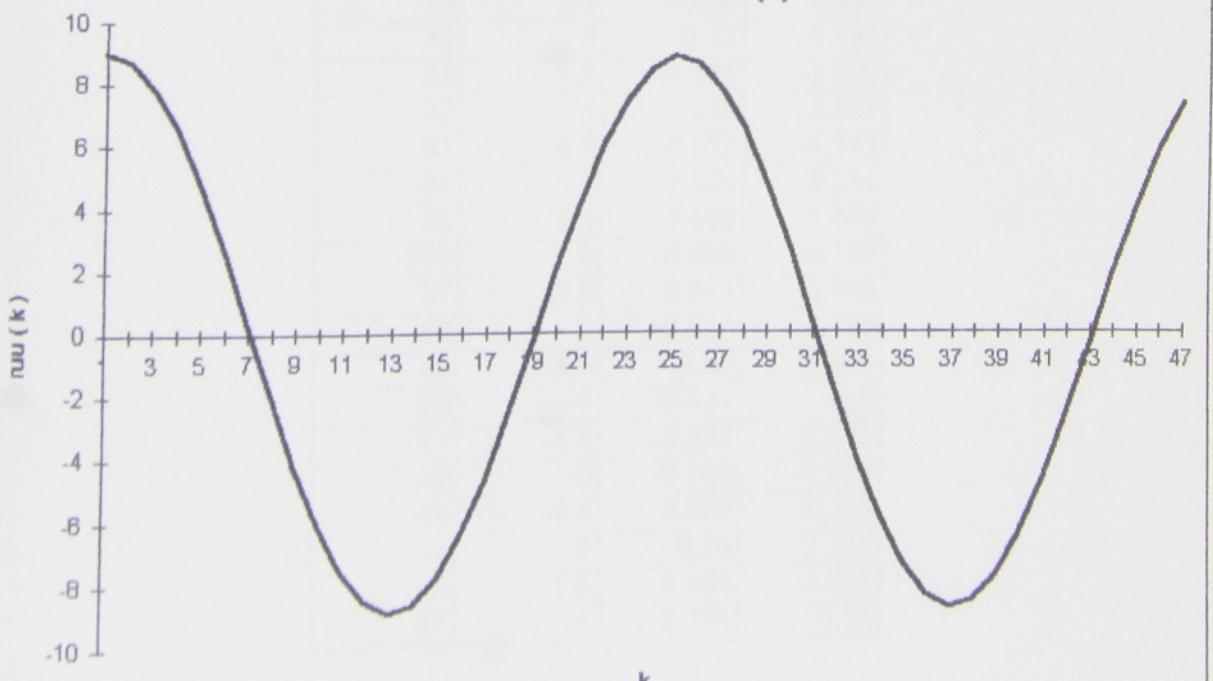
Lichoběžníkový průběh průběh signálu



Autokorelační funkce  $R_{uu}(k)$



Autokorelační funkce  $r_{uu}(k)$



Trojúhelníkový průběh tabulka hodnot

k	u (k)	Ruu (k)	ruu (k)
0	0	1	8.542
1	0.5	0.935	7.983
2	1	0.764	6.528
3	1.5	0.531	4.538
4	2	0.28	2.392
5	2.5	0.056	0.478
6	3	-0.14	-1.195
7	3.5	-0.307	-2.819
8	4	-0.443	-3.786
9	4.5	-0.548	-4.685
10	5	-0.621	-5.307
11	2.5	-0.661	-5.642
12	0	-0.668	-5.708
13	-2.5	-0.647	-5.523
14	-5	-0.598	-5.106
15	-4.5	-0.524	-4.476
16	-4	-0.424	-3.825
17	-3.5	-0.298	-2.544
18	-3	-0.143	-1.223
19	-2.5	0.041	0.347
20	-2	0.255	2.175
21	-1.5	0.5	4.273
22	-1	0.736	6.283
23	-0.5	0.917	7.835
24	0	1	8.542
25	0.5	0.937	8
26	1	0.768	6.556
27	1.5	0.535	4.57
28	2	0.283	2.418
29	2.5	0.058	0.495
30	3	-0.14	-1.192
31	3.5	-0.308	-2.629
32	4	-0.446	-3.807
33	4.5	-0.552	-4.713
34	5	-0.625	-5.334
35	2.5	-0.662	-5.859
36	0	-0.668	-5.708
37	-2.5	-0.645	-5.506
38	-5	-0.594	-5.076
39	-4.5	-0.52	-4.444
40	-4	-0.421	-3.6
41	-3.5	-0.296	-2.532
42	-3	-0.144	-1.228
43	-2.5	0.038	0.325
44	-2	0.25	2.138
45	-1.5	0.495	4.227
46	-1	0.731	6.24

Trojúhelníkový průběh průběh signálu

