

TECHNICKÁ UNIVERZITA V LIBERCI

Fakulta strojní

**PRYŽKORDOVÁ STĚNA JAKO SPECIFICKÝ
KOMPOZITNÍ KONSTRUKČNÍ MATERIÁL -
PŘÍSPĚVEK K METODICE VÝPOČTU**

habilitační práce

Doc. Ing. Zdeněk PUSTKA, CSc

UNIVERZITNÍ KNIHOVNA
TECHNICKÉ UNIVERZITY V LIBERCI



3146071435

Březen 1995

TECHNICKÁ UNIVERZITA V LIBERCI
Univerzitní knihovna
Voroněžská 1329, Liberec 1
PSC 461 17

U298 s

Obsah

Úvod	3
Použitá označení	5
1.0. Pryžokordová stěna s kříženým kordem	10
1.1. Rovnovážný stav v pružné pryžokordové stěně s kříženým kordem	10
1.2. Deformační energie v pryžokordové stěně při malých deformacích	14
1.3. Deformační energie v pryžokordové stěně při větších deformacích	21
2.0. Pryžokordový plášť pracovního válce	25
2.1. Rovnovážný stav v plášti - vliv pryže zanedbán	25
2.2. Rovnovážný stav v plášti při malých deformacích - vliv pryže respektován	29
2.3. Rovnovážný stav v plášti při větších deformacích - vliv pryže respektován	32
3.0. Tvar pláště pracovního válce při působení vnitřního přetlaku	35
3.1. Matematický model tvaru pláště pracovního válce při působení vnitřního přetlaku	35
3.2. Deformační a energetická bilance ve stěně pracovního válce při působení vnitřního přetlaku	41
4.0. Pryž-kord - technické konstanty.....	48
4.1. Technické konstanty pryže a kordu	48
4.2. Technické konstanty pryžokordové vrstvy	49
Závěr	57
Literatura	59

Úvod

Pryžokordová stěna jako konstrukční materiál je nejčastěji spojována s konstrukcí pneumatik vozidel a pracovních strojů. Ostatním aplikacím je věnována jen okrajová publikační pozornost a není zdaleka vyvážena významem a důležitostí těchto výrobků. Uvedme jako příklad jen některé z nich: vlnovce, vaky, membrány a hadice pneumatických pružin, hradící, zatěžovací a lisovací vaky, nádrže, kontejnery apod. Tento stav je pochopitelný, neboť se jedná o speciální výrobky, u kterých si výrobce z konkurenčních důvodů chrání vytvořenou zdrojovou základnu pro navrhování výrobků a technologii jejich výroby. V odborné literatuře se publikují jen sporadicky základní funkční parametry hotových výrobků, výpočty vlastních konstrukčních prvků (včetně výpočtů pryžokordových plášťů) se neuvádějí vůbec.

Funkci a provozuschopnost finálních výrobků podmiňují primárně vlastnosti kompozitního pryžokordového anizotropního materiálu stěny. Mechanika kompozitních materiálů pryž-kord je však při větších deformacích složitá a i z dostupné literatury je zřejmé, že její řešení je ve stádiích počátečního rozvoje. Schopnost velkých provozních deformací stěny vyžaduje odlišný přístup k řešením, která tuto skutečnost musejí ve své podstatě respektovat. Nedostatek technických podkladů nutných k vytvoření optimální konstrukce výrobků pak v mnoha případech nutně supluje rozsáhlý a drahý experiment.

Předkládaná monografická zpráva shrnuje výsledky teoretických řešení mechaniky pryžokordové stěny, které autor rozpracoval na základě dostupných literárních pramenů při dlouhodobém vývoji a výzkumu pneumatických pružin tuzemské výroby na katedře částí a mechanismů strojů Technické univerzity v Liberci. Ty jsou dále zobecněny pro všestranné použití a aplikovány na případ aktivního rotačního pryžokordového pláště pracovního válce.

V první části jsou rozpracovány podmínky rovnovážného stavu a napjatost v pryžokordové stěně. Řešení vychází z literatury /1/, /4/ a /5/ (při podmínkách malých deformací), stěžejní částí je řešení při podmínkách větších deformací. Je proveden i rozbor známých závislostí rovinné napjatosti a rovinné deformace, neboť od nich se odvíjí ucelené řešení dané problematiky při různých vstupních podmínkách. Získané poznatky jsou v druhé kapitole aplikovány na výpočet pryžokordového pláště zatíženého vnitřním přetlakem. V třetí kapitole je proveden návrh metody matematického popisu skutečného meridiánového profilu pláště při působení vnitřního přetlaku. Ta umožní při výpočtech konkrétních výrobků

aplikovat odvozené zákonitosti pro pryžokordovou stěnu např. při výpočtu skutečného pláště pracovního válce. Výsledky řešení otevírají nový pohled na rovnovážný stav ve stěně rotačního pláště zatíženého vnitřním přetlakem. V závěrečné kapitole je naznačena problematika související s určením základních technických konstant kompozitního materiálu stěny kord - pryž s nekříženým a kříženým kordem.

Přestože bylo jedním z hlavních cílů řešení navrhnout co nejjednodušší matematickou výpočtovou metodiku, operativně aplikovatelnou na výpočty konstruovaných prvků, aplikace dosažených výsledků řešení se ani v tomto případě neobejdou bez podpory počítačové techniky.

Použitá označení

a	- mocněnec,
a_{x0}, b_{y0}	- počáteční rozměry řešeného elementu stěny,
A	- celková (součtová) energie,
$\Delta_{ax0}, \Delta_{by0}$	- prodloužení rozměrů a_{x0}, b_{y0} ,
A_1	- deformační energie v pryžokordové stěně jednotkové povrchové plochy - předpoklad malých deformací,
A_2	- deformační energie v pryžokordové stěně jednotkové povrchové plochy - předpoklad větších deformací,
A_p	- deformační energie pryžových vrstev pod jednotkovou povrchovou plochou,
A_{pk1}	- deformační energie vyvozená smykem a normálnou deformací ve vrstvě jednotkové povrchové plochy - předpoklad malých deformací,
A_{pk2}	- deformační energie vyvozená smykem a normálnou deformací ve vrstvě jednotkové povrchové plochy - předpoklad větších deformací,
A_v	- tlaková energie objemu,
A_{1c}	- deformační energie stěny válce - předpoklad malých deformací,
A_{2c}	- deformační energie stěny válce - předpoklad větších deformací,
A_γ	- deformační energie vyvozená smykem,
$A_{\gamma1}$	- deformační energie vyvozená smykem ve vrstvě jednotkové povrchové plochy - předpoklad malých deformací,
$A_{\gamma2}$	- deformační energie vyvozená smykem ve vrstvě jednotkové povrchové plochy - předpoklad větších deformací,
A_e	- deformační energie vyvozená normálnou deformací ve vrstvě jednotkové povrchové plochy,
A_{e1}	- deformační energie vyvozená normálnou deformací ve vrstvě jednotkové povrchové plochy - předpoklad malých deformací,
A_{e2}	- deformační energie vyvozená normálnou deformací ve vrstvě jednotkové povrchové plochy - předpoklad větších deformací,
dA_γ	- deformační energie elementu vyvozená smykem,
dA_e	- deformační energie elementu vyvozená normálnou deformací,
d	- jmenovitý průměr nitě,

D	- střední průměr pláště,
D_0	- počáteční střední průměr pláště,
E_k	- modul pružnosti nitě ve směru její osy,
E'_k	- modul pružnosti nitě ve směru kolmém na její osu,
E_p	- modul pružnosti pryže,
E_{k1}	- modul pružnosti základního vlákna,
E_x, E_y	- moduly pružnosti stěny v příslušných směrech,
E'_x, E'_y	- moduly pružnosti stěny v transformovaných souřadnicích,
$E_{y\alpha}$	- modul pružnosti vrstvy pod daným úhlem,
F_a	- vnitřní osová síla ve válci vyvozená přetlakem p_p ,
F_N	- osově síly v nitích kordu,
F_{N1}, F_{N2}	- osově síly v nitích jednotlivých vrstev kordu,
F_o	- síla ve stěně válce vyvozená osovým napětím,
F_{ox}, F_{oy}	- síly působící na jednotkovou délku řezu v příslušných směrech,
F_{oxy}	- smyková síla,
F_p	- tažná (tlačná) síla válce,
F_x, F_y	- síly působící na řešený element v příslušných směrech,
F_{xy}	- smyková síla v rovině xy,
F_{xk}	- osová síla v niti při působení síly F_x ,
F_{xp}	- síla v pryži při působení síly F_x ,
F_{yk}	- síla zatěžující pryžokordové vrstvy při působení síly F_y ,
F_{yp}	- síla zatěžující pryžové vrstvy při působení síly F_y ,
$dF_{y\alpha}$	- elementární síla působící v řezu pod daným úhlem,
G_k	- modul pružnosti nitě ve smyku,
G_p	- modul pružnosti pryže ve smyku,
G_{xy}	- modul pružnosti stěny ve smyku,
G'_{xy}	- modul pružnosti stěny v transformovaných souřadnicích,
h	- tloušťka stěny,
h_p	- součtová tloušťka pryžových vrstev,
h_r	- redukovaná tloušťka pryžokordové stěny,
K_1	- součinitel koncentrace deformační energie,
K_2 až K_{11}	- kumulační součinitelé,
l	- délka elementu,

l'	- délka pláště rovna stoupání šroubovice nití,
l_o	- počáteční délka (válce) pláště,
l_o'	- délka pláště rovna stoupání šroubovice nití - počáteční (výrobní),
l_1	- délka válce (pláště),
l_{1k}	- délka válce (pláště) po deformaci,
L	- základní délka nitě kordu obecně,
L'	- délka nitě příslušející stoupání její šroubovice na plášti,
L_1	- délka nitě příslušející délce pláště,
dL_1	- diferenciál L_1 ,
ΔL	- prodloužení délky L při deformaci stěny,
$\Delta L_x, \Delta L_y$	- průmět prodloužení ΔL do příslušné souřadnice,
n	- počet vrstev kordových vložek,
o	- souřadnice ve směru osy válce,
p_p	- přetlak ve válci,
R	- poloměr pláště,
R_k	- mezní poloměr pláště,
R_o	- počáteční (čelní) poloměr pláště,
S_o	- povrch pláště před deformací,
S_x	- průřez pryžokordové stěny zatížený silou F_x ,
S_{yk}	- podélný průřez kordových vrstev elementu,
dS	- plošný element povrchu pláště po deformaci,
dS_o	- plošný element povrchu pláště před deformací,
ds	- diferenciál délky křivky (meridiánového profilu),
T	- zákrut,
t	- rozteč nití obecně,
t_a	- rozteč v úhlovém sklonu,
t_o	- počáteční rozteč nití,
te	- souřadnice v tečném směru k povrchu válce,
Δt	- deformace rozteče obecně,
Δt_o	- změna rozteče při působení síly F_y ,
$\Delta t_{k\alpha}$	- změna délky vlákna pryže při působení síly F_y v řezu pod daným úhlem,
$\Delta t_{p\alpha}$	- změna rozměru nitě při působení síly F_y v řezu pod daným úhlem,

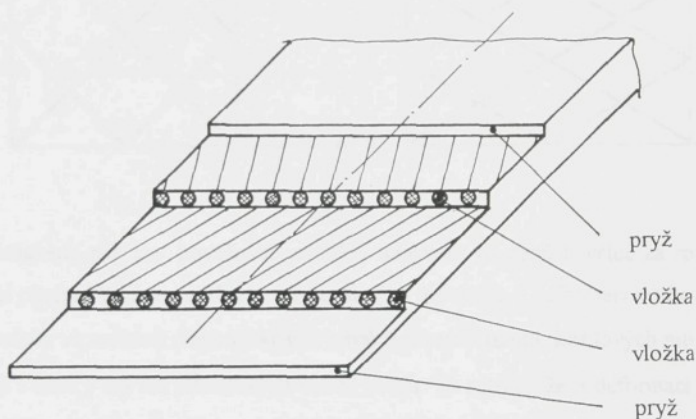
u	- posun,
x, y	- hlavní souřadnice v rovině stěny,
x', y'	- transformované souřadnice,
dx, dy	- diferenciály ve směru souřadnic,
α	- úhel sklonu,
$d\alpha$	- diferenciál úhlu α ,
β	- úhel křížení nití obecně,
β_k	- mezní úhel křížení nití při rovnovážném stavu ve stěně,
β_o	- úhel křížení nití (před deformací stěny), počáteční,
β_r	- úhel křížení nití při rovnovážném stavu
γ	- zkos obecně,
γ_0	- jmenovitý zkos stěny (vrstvy),
γ_α	- zkos (v řezu pod daným sklonem),
$\gamma_{x,y}$	- zkos (průměrný) v rovině xy ,
$\gamma_{\max}$	- maximální zkos (při úhlu $\alpha = 0^\circ$),
$\gamma_{k\alpha}$	- zkos nitě (v řezu pod daným úhlem),
$\gamma_{p\alpha}$	- zkos pryže (v řezu pod daným úhlem),
σ_o	- osově napětí ve stěně válce,
σ_t	- tečné napětí ve stěně válce,
σ_l	- napětí ve směru nití kordu,
σ_n	- napětí kolmo na směr nití,
σ_x, σ_y	- napětí ve stěně (průměrná) v příslušných směrech,
σ_{xk}	- osově napětí v nití při působení síly F_x ,
σ_{xp}	- napětí v pryži ve směru os nití při působení síly F_x ,
$\sigma_{y\alpha}$	- napětí v pryžokordové vrstvě (v řezu pod daným úhlem) při působení síly F_y ,
σ_{yka}	- napětí v kordu (v řezu pod daným úhlem) při působení síly F_y ,
$\sigma_{yp\alpha}$	- napětí v pryži (v řezu pod daným úhlem) při působení síly F_y ,
ε	- poměrná deformace obecně,
ε_{ll}	- jmenovitá poměrná deformace délky pláště,
ε_o	- jmenovitá poměrná deformace stěny (vrstvy),

ε_R	- poměrná deformace pláště v radiálním směru,
ε_t	- poměrná deformace rozteče nití kordu,
$\varepsilon_x, \varepsilon_y$	- poměrné deformace (průměrné) v příslušných směrech,
ε_l	- poměrná deformace ve směru nití,
ε_α	- poměrná deformace ve směru kolmém na osy nití (v úhlovém sklonu),
$\varepsilon_{\text{otmax}}$	- maximální poměrná deformace ve směru kolmém na osy nití,
ε_{xk}	- poměrná deformace nitě při působení síly F_x ,
ε_{xp}	- poměrná deformace pryže při působení síly F_x ,
μ_k	- Poissonovo číslo nitě,
μ_p	- Poissonovo číslo pryže,
μ_{xy}	- Poissonovo číslo pryžokordové stěny,
μ_{yx}	- Poissonovo číslo pryžokordové stěny,
μ'_{xy}	- Poissonovo číslo pryžokordové stěny v transformovaných souřadnicích,
μ'_{yx}	- Poissonovo číslo pryžokordové stěny v transformovaných souřadnicích,
τ_{xy}	- smykové napětí ve stěně (průměrné) v soustavě x,y,
τ_α	- smykové napětí v pryžokordové vrstvě v řezu pod daným úhlem při působení smykové síly F_{xy} .

1.0. Pryžokordová stěna s kříženým kordem

1.1. Rovnovážný stav v pružné pryžokordové stěně s kříženým kordem

Nosným základem pryžokordové stěny jsou v párech uložené vrstvy kordu. Každá z vrstev je tvořena paralelními kordovými nitěmi opatřenými pryžovým povlakem. Při výrobě stěny se na sebe kladou jednotlivé vrstvy tak, aby směry nití sousedních vrstev svíraly s hlavní osou stěny protisměrný úhel stejné hodnoty. Takto definovaná konstrukce umožňuje vícesměrnou pružnou deformaci stěny. Stěnu dále tvoří vnější pryžové vrstvy, jejichž část materiálu při vulkanizaci vyplní prostor mezi nitěmi a přebírají i funkci nepropustnosti (těsnosti) stěny.



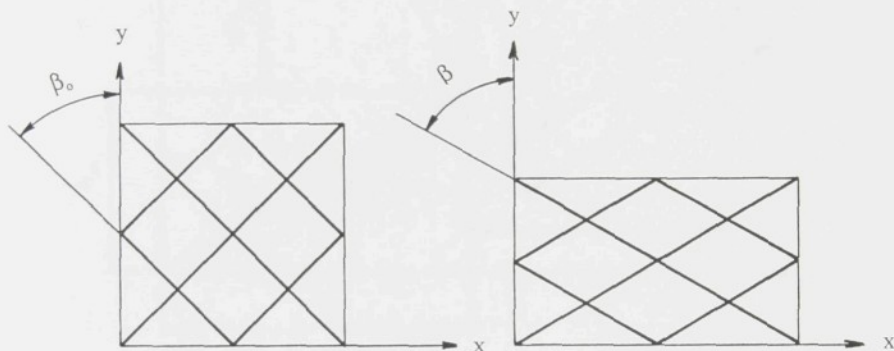
Obr. 1

Má-li být stěna za provozu ohýbaná, nevkládají se zpravidla při její výrobě mezi jednotlivé vrstvy kordu žádné folie pryže. Konstrukce takovéto stěny je zobrazena na obr. 1.

Výpočet silových poměrů a deformací v pryžokordových konstrukcích komplikuje výrazně odlišná tuhost pryže a kordových nití výztužných vrstev. Pro představu lze uvést rozsah hodnot modulů pružnosti v tahu u jednotlivých, běžně používaných materiálů.

pryž	- 5 až 20 MPa ,
textilní kord	- 3000 až 25000 MPa ,
kovový kord	- 10^5 MPa.

Předpoklad neroztažitelnosti kordových nití zavedeme ve výpočtech vzhledem k n-řádově odlišným hodnotám tuhosti kordu a pryže. Jako další předpoklad položíme, že pryžokordová stěna (rotační plášť) je pružný tenkostěnný prvek s rovnoměrně rozloženým zatížením po jeho průřezu. Zatižíme-li např. rotační plášť



Obr. 2

vnitřním přetlakem, pak lze považovat vzniklou napjatost ve stěnách válce za rovinou. Při respektování předpokladu neroztažitelnosti kordových nití dojde k deformaci podle obr.2. Osy x, y jsou voleny ve směrech diagonál kosočtverců tvořených osami kordových nití. Úhel β , (β_0) svírají s osou y osy nití jednotlivých vrstev kordu. Je patrné, že s deformací je spojena změna úhlu křížení, přičemž nitě si zachovávají svoji délku a zůstávají vzájemně rovnoběžné.

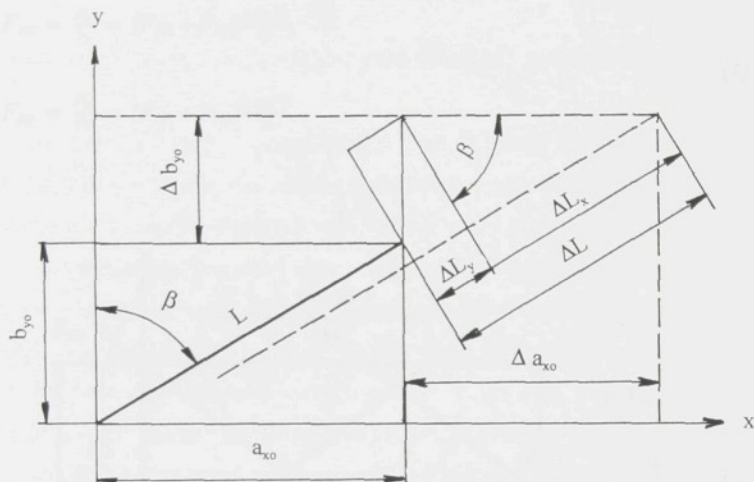
Nechť jsou poměrné deformace ve směrech x a y ϵ_x a ϵ_y . Pro relativně malé změny úhlů β (obr.3) a pro předpoklad, že nedojde ke změně hlavních směrů ($\gamma_{xy} = 0$), lze připomenout deformacemi vazbu následujícím postupem:

$$\Delta L = \Delta L_x + \Delta L_y = 0, \quad (1)$$

$$\Delta L = \Delta a_{x0} \sin \beta + \Delta b_{y0} \cos \beta = 0,$$

$$\varepsilon_L = \frac{\Delta L}{L} = \frac{\Delta a_{x0} \sin \beta}{L} + \frac{\Delta b_{y0} \cos \beta}{L} = 0,$$

$$\varepsilon_L = \frac{\Delta a_{x0}}{a_{x0}} \sin^2 \beta + \frac{\Delta b_{y0}}{b_{y0}} \cos^2 \beta = 0,$$



Obr.3

$$\varepsilon_L = \varepsilon_x \sin^2 \beta + \varepsilon_y \cos^2 \beta = 0,$$

$$\frac{\varepsilon_y}{\varepsilon_x} = -\tan^2 \beta. \quad (2)$$

Vzhledem k výrazně odlišným velikostem modulů pružnosti materiálů tvořících stěnu bude při deformaci stěny napětí v pryži podstatně nižší než napětí v kordu. Proto položíme pro pokračující řešení další předpoklad, a to, že silové účinky na stěnu jsou přenášeny jen tahovými osovými silami zatěžujícími nitě kordu a pryž přebírá funkci výplně a nepropustnosti stěny. Za tohoto předpokladu lze podle obr.4 určit vztah mezi vnějším zatížením stěny ve směrech x a y a vnitřními silami v nitích F_{N1} a F_{N2} .

$$F_x = (F_{N1} + F_{N2}) \sin \beta \frac{b_y \sin \beta}{t} \frac{n}{2} = \frac{b_y n \sin^2 \beta}{2t}, \quad (3)$$

$$F_y = (F_{N1} + F_{N2}) \cos \beta \frac{a_x \cos \beta}{t} \frac{n}{2} = \frac{a_x n \cos^2 \beta}{2t}.$$

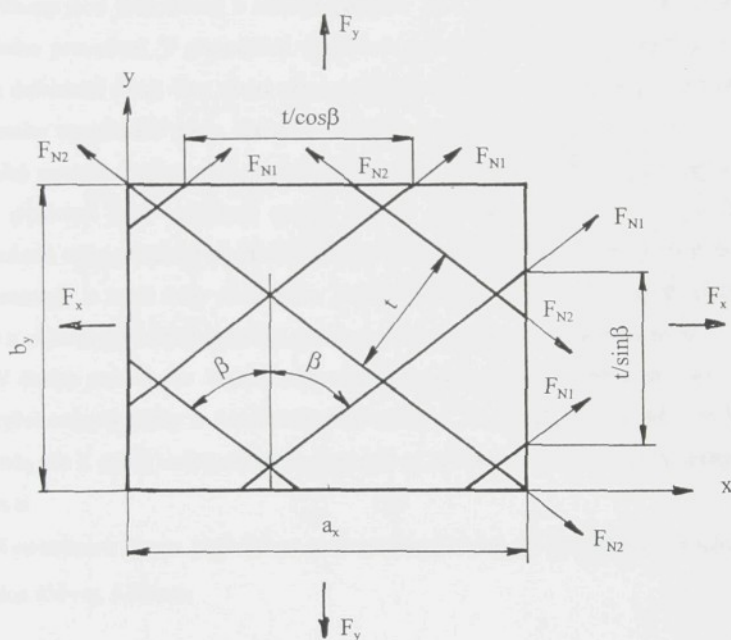
$\frac{b_y \sin \beta}{t}$, $\frac{a_x \cos \beta}{t}$ – počet nití každé vrstvy příslušející délkám elementu b_y , a_x .

Dále určíme vztahy mezi silami působícími na jednotkové délky (řezu) ve směrech x a y F_{ox} a F_{oy} a osovými silami F_{N1} a F_{N2} .

$$F_{ox} = \frac{F_x}{b_y} = (F_{N1} + F_{N2}) \frac{n \sin^2 \beta}{2t},$$

(4)

$$F_{oy} = \frac{F_y}{a_x} = (F_{N1} + F_{N2}) \frac{n \cos^2 \beta}{2t}.$$



Obr. 4

Potom

$$\frac{F_{ox}}{F_{oy}} = \tan^2 \beta.$$

(4a)

Pro příslušnou smykovou sílu pak dostaneme:

$$F_{oxy} = (F_{N1} - F_{N2}) \sin \beta \cos \beta \frac{r}{2l}. \quad (5)$$

Protože úhel β má v obou směrech stejné velikosti, je $F_{N1} = F_{N2}$, a též $F_{oxy} = 0$.

1.2. Deformační energie v pryžokordové stěně při malých deformacích

S odvozenými vztahy v předcházející části se vystačí při orientačních výpočtech. Početní úkony jsou jednoduché a získané poznatky jsou zpravidla dostačující pro posouzení koncepčního provedení. V přesnějších výpočtech je nutno respektovat i odpor pryže, který klade při deformaci stěny. Ten závisí nejen na jejich fyzikálně mechanických vlastnostech, ale i na vlastním uspořádání stěny. Za míru odporu při deformaci můžeme považovat velikost deformační energie. Deformační energii pryže pryžokordových vrstev a pryžových vrstev budeme uvažovat jako celkovou energii stěny. Z obr.2 je patrné, že při deformaci pryžokordové vrstvy dochází ke změně úhlu křížení, přičemž se nitě jednotlivých vrstev vůči sobě posouvají a mění svou vzájemnou polohu (rozteč). Pryž tvořící výplň mezinitového prostoru a objemu pryžových vrstev je proto namáhána smykem a tahem či tlakem.

V dalším provedeme výpočet deformační energie při smykovém a tahovém namáhání jedné pryžokordové vrstvy o tloušťce kordové nitě d . Necht' při smyku nedojde ke změně rozteče nití, ale k jejich vzájemnému posuvu, jak je zobrazeno na obr.5. Zkos stěny je určen posunem u .

Vymezíme-li řezem pod úhlem α elementární objem dV a vyjádříme-li jeho velikost jako funkci úhlu α , dostame:

$$dV = t \alpha \frac{d}{2} \cos \alpha d\alpha l,$$

$$dV = (t - d \cos \alpha) \frac{d}{2} \cos \alpha d\alpha l, \quad (6)$$

a současně

$$\frac{u}{t\alpha} = \tan \gamma_\alpha \Rightarrow u = t_\alpha \tan \gamma_\alpha, \text{ resp. } u = t \tan \gamma_o \quad (7)$$

a

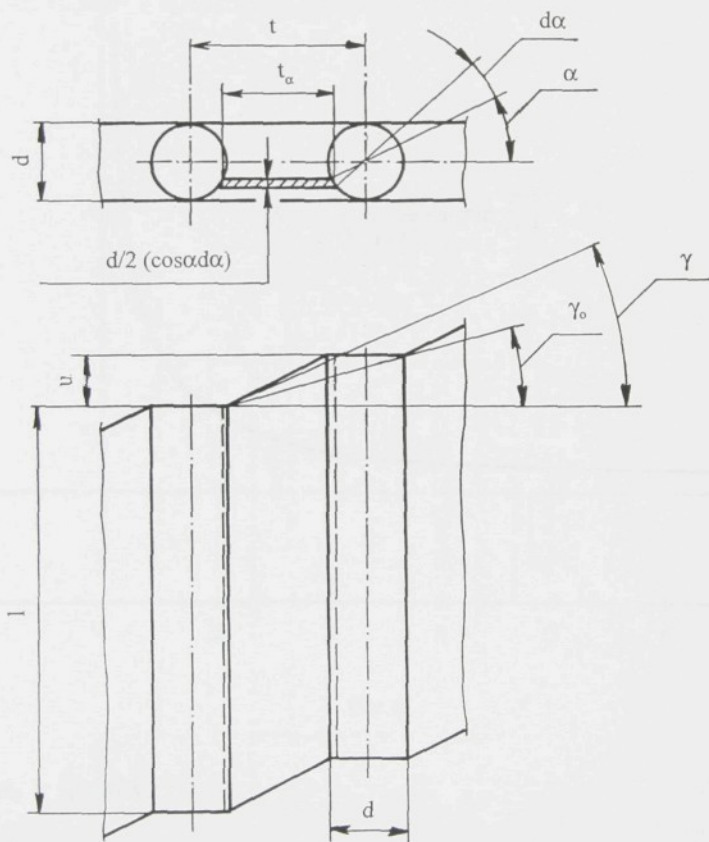
$$t_{\alpha} = (t - d \cos \alpha). \quad (8)$$

Pro malé úhly lze rovnici (7) uvést na tvar

$$\gamma_{\alpha} = \gamma_0 \frac{t}{t - d \cos \alpha}. \quad (9)$$

Této deformaci přísluší elementární deformační energie velikosti

$$dA_{\gamma} = \frac{G_p}{2} \gamma^2 dV. \quad (10)$$



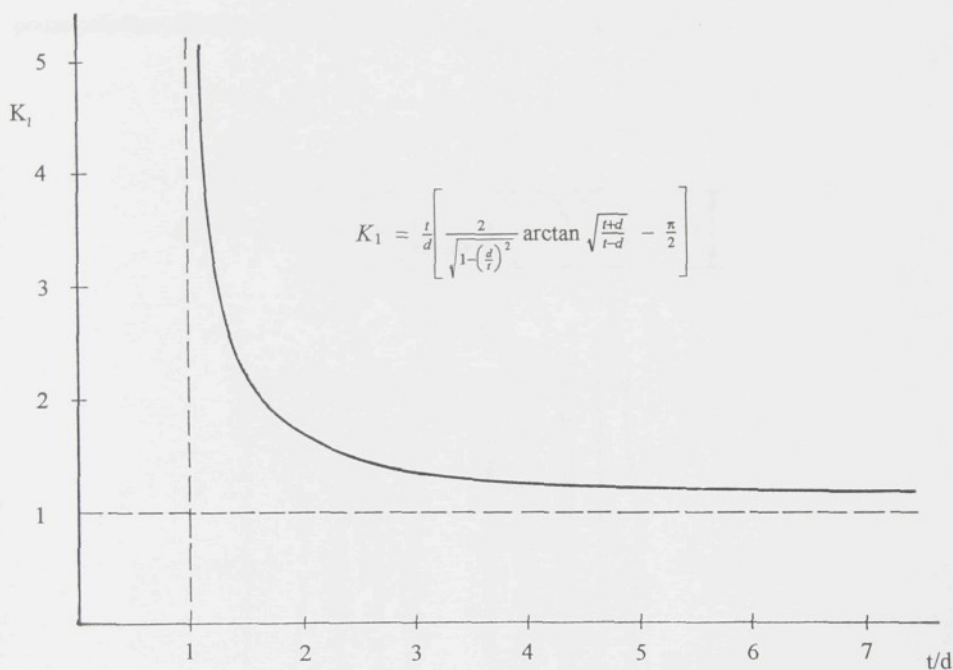
Obr. 5

Při dalších úpravách dostaneme:

$$dA_\gamma = \frac{G_F \gamma_o^2}{2} \frac{t^2}{(t-d \cos \alpha)^2} (t-d \cos \alpha)^{\frac{d}{2}} \cos \alpha d\alpha,$$

$$A_\gamma = \frac{1}{4} G_F \gamma_o^2 t^2 d \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos \alpha d\alpha}{(t-d \cos \alpha)^2},$$

$$A_\gamma = \frac{G_F \gamma_o^2 t^2}{2} d \left[\frac{2}{\sqrt{1-(\frac{d}{t})^2}} \arctan \sqrt{\frac{t+d}{t-d}} - \frac{\pi}{2} \right], \quad (11)$$



Obr.6

$$A_\gamma = \frac{G_F \gamma_o^2}{2} t d K_1. \quad (11a)$$

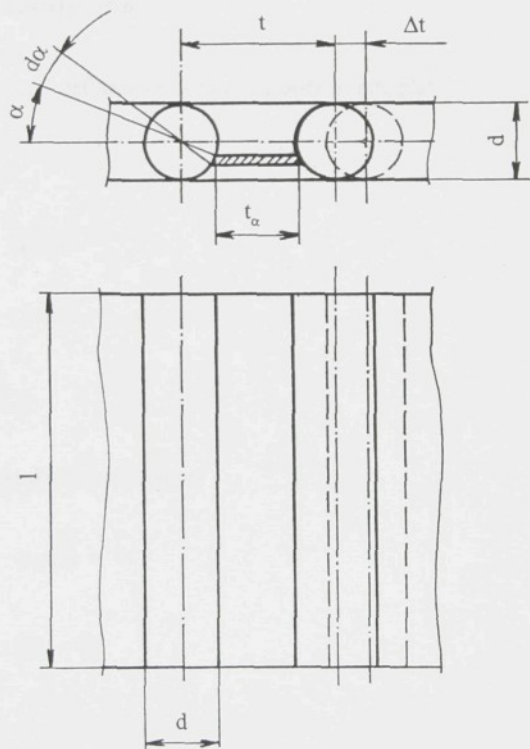
Zde je

$$K_1 = \frac{t}{d} \left[\frac{2}{\sqrt{1 - \left(\frac{d}{t}\right)^2}} \arctan \sqrt{\frac{t+d}{t-d}} - \frac{\pi}{2} \right] \quad (12)$$

Rovnici (11a) upravíme na tvar

$$A_{\gamma l} = \frac{A_{\gamma}}{tl} = \frac{G_p}{2} \gamma_o^2 d K_1. \quad (13)$$

Rovnice (13) vyjadřuje velikost deformační energie v pryžokordové vrstvě jednotkové povrchové plochy a tloušťky d . Součinitel K_1 udává, kolikrát je větší deformační energie v pryžokordové vrstvě než ve vrstvě pryžové stejných rozměrů. Velikost součinitele K_1 je funkcí pouze průměru nitě d a rozteče t , resp. poměru t/d (viz. rovnice (12a)):



Obr.7

$$K_1 = \frac{t}{d} \sqrt{\frac{2}{1 - \left(\frac{d}{t}\right)^2} \arctan \sqrt{\frac{\frac{t}{d} + 1}{\frac{t}{d} - 1}} - \frac{\pi}{2}}. \quad (12a)$$

Tuto závislost zobrazuje diagram na obr.6.

Za normálovou deformaci budeme považovat změnu roztečné vzdálenosti nití (přitom změnu tloušťky vrstvy zanedbáme). Uspořádání je zobrazeno na obr.7. Změna vzdáleností kordových nití je omezena přírůstkem rozteče Δt . Výpočet deformační energie stanovíme v závislosti na velikosti poměrné deformace ϵ elementárních objemů dV .

Nechť platí:

$$t_\alpha = t - d \cos \alpha,$$

$$dV = (t - d \cos \alpha)^{\frac{d}{2}} \cos \alpha d\alpha l. \quad (6)$$

Je-li element podle obr.7 deformován kolmo na směr os nití, platí:

$$\epsilon_o = \frac{\Delta t}{t}, \quad (14)$$

$$\epsilon_\alpha = \frac{\Delta t}{t_\alpha} = \frac{\Delta t}{t - d \cos \alpha}. \quad (15)$$

Potom

$$\epsilon_\alpha = \epsilon_o \frac{t}{t - d \cos \alpha}. \quad (15a)$$

Z podmínky konstantní délky nitě plyne:

$$\epsilon_l = \frac{1}{E_p} (\sigma_l - \mu_p \sigma_n) = 0. \quad (16)$$

Odtud

$$\sigma_l = \mu_p \sigma_n. \quad (17)$$

$$\epsilon_\alpha = \frac{1}{E_p} (\sigma_n - \mu_p \sigma_l), \quad (18)$$

$$\varepsilon_{\alpha} = \frac{1}{E_p} (\sigma_n - \mu_p^2 \sigma_n) \quad (18a)$$

$$\sigma_n = \frac{\varepsilon_{\alpha} E_p}{1 - \mu_p^2} \quad (19)$$

Poissonovo číslo pro pryž má hodnotu $\mu_p = 0,5$, takže:

$$\sigma_n = \frac{4}{3} E_p \varepsilon_{\alpha} \quad \sigma_l = \frac{2}{3} E_p \varepsilon_{\alpha} \quad (19a)$$

Při této deformaci má deformační energie v elementu dV velikost

$$dA_{\varepsilon} = \frac{1}{2E_p} (\sigma_l^2 + \sigma_n^2 - 2\mu_p \sigma_l \sigma_n) dV \quad (20)$$

Po dosazení a úpravě:

$$dA_{\varepsilon} = \frac{1}{2E_p} E_p^2 \varepsilon_{\alpha}^2 \left(\frac{4}{9} + \frac{16}{9} - \frac{2 \cdot 4}{3 \cdot 3} \right) dV \quad (20a)$$

Při $\mu_p = 0,5$ je $E_p = 3G_p$, takže

$$dA_{\varepsilon} = \frac{2}{3} E_p \varepsilon_o^2 \frac{t^2}{(t - d \cos \alpha)^2} \frac{d}{2} \cos \alpha (t - d \cos \alpha) d\alpha \quad (20b)$$

a po integraci a úpravě

$$A_{\varepsilon} = \frac{G_p}{2} 4 \varepsilon_o^2 K_1 t dl, \quad (21)$$

resp.

$$A_{\varepsilon l} = 2G_p \varepsilon_o^2 K_1 d. \quad (22)$$

$A_{\varepsilon l}$ je velikost deformační energie v pryžokordové vrstvě jednotkové povrchové plochy a tloušťky d vyvolaná jmenovitou deformací ε_o . Při současném působení zkosu a normálního deformace dostaneme pro tento objem

$$A_{pk1} = A_{\gamma 1} + A_{\epsilon 1} = 2G_p K_1 d \left(\frac{\gamma_o^2}{4} + \epsilon_o^2 \right). \quad (23)$$

Při deformaci pryžokordových vrstev dochází současně i k obdobným jmenovitým deformacím pryžových vrstev (mezivrstev). Je-li jejich součtová tloušťka h_p , potom platí:

$$A_p = 2G_p h_p \left(\frac{\gamma_o^2}{4} + \epsilon_o^2 \right). \quad (24)$$

Pro stěnu tloušťky h , průměr nití d , počet vrstev kordu n o jednotkové povrchové ploše je

$$A_1 = nA_{pk1} + A_p, \quad (25)$$

$$A_1 = 2nG_p K_1 d \left(\frac{\gamma_o^2}{4} + \epsilon_o^2 \right) + 2G_p (h - nd) \left(\frac{\gamma_o^2}{4} + \epsilon_o^2 \right),$$

$$A_1 = 2G_p \left(\frac{\gamma_o^2}{4} + \epsilon_o^2 \right) [h + nd(K_1 - 1)], \quad (25a)$$

$$A_1 = 2G_p \left(\frac{\gamma_o^2}{4} + \epsilon_o^2 \right) h_r, \quad (25b)$$

kde

$$h_r = h + nd(K_1 - 1) \quad (26)$$

je redukovaná tloušťka stěny.

Nyní vyjádříme γ_o a ϵ_o pomocí složek deformace ve směrech x a y , dostaneme:

$$\gamma_o = (\epsilon_x - \epsilon_y) 2 \sin \beta \cos \beta, \quad (27)$$

$$\epsilon_o = \epsilon_x \cos^2 \beta + \epsilon_y \sin^2 \beta.$$

Rovnice (25b) přejde po dosazení ve tvar

$$A_1 = 2G_p h_r \left(\epsilon_x^2 \cos^2 \beta + \epsilon_y^2 \sin^2 \beta \right). \quad (25c)$$

Aplikací vztahu (2) na rovnici (25c) získáme tuto závislost ve tvaru

$$A_1 = 2G_p h_r (1 + \tan^6 \beta) \cos^2 \beta \varepsilon_x^2,$$

respektive

(25d)

$$A_1 = 2G_p h_r (1 + \cot^6 \beta) \sin^2 \beta \varepsilon_y^2.$$

1.3. Deformační energie v pryžokordové stěně při větších deformacích

V následující části budeme řešit deformační, silové a energetické vazby v pryžokordové stěně při předpokladu větších deformací. Ostatní předpoklady ponecháme z předcházejících úvah.

Odvození přesnějších vztahů mezi jednotlivými složkami deformace pryžokordové stěny provedeme podle obr.8. Deformace v rovině xy jsou vázány změnou úhlu křížení kordových nití z úhlu β_o na úhel β , takže platí:

$$\varepsilon_x = \frac{L \sin \beta - L \sin \beta_o}{L \sin \beta_o} = \frac{\sin \beta}{\sin \beta_o} - 1, \quad (28)$$

odkud

$$\sin \beta = \sin \beta_o (1 + \varepsilon_x). \quad (28a)$$

Dále

$$\varepsilon_y = \frac{L \cos \beta - L \cos \beta_o}{L \cos \beta_o} = \frac{\cos \beta}{\cos \beta_o} - 1, \quad (29)$$

odkud

$$\cos \beta = \cos \beta_o (1 + \varepsilon_y). \quad (30)$$

Pro poměrnou deformaci rozteče kordových nití ϵ_t dostaneme:

$$\epsilon_t = \frac{t-t_0}{t} = \frac{L \sin \beta \cos \beta - L \sin \beta_0 \cos \beta_0}{L \sin \beta_0 \cos \beta_0} = \frac{\sin 2\beta}{\sin 2\beta_0} - 1, \quad (31)$$

ale též

$$\epsilon_t = (\epsilon_x + 1) \frac{\cos \beta}{\cos \beta_0} - 1, \quad (31a)$$

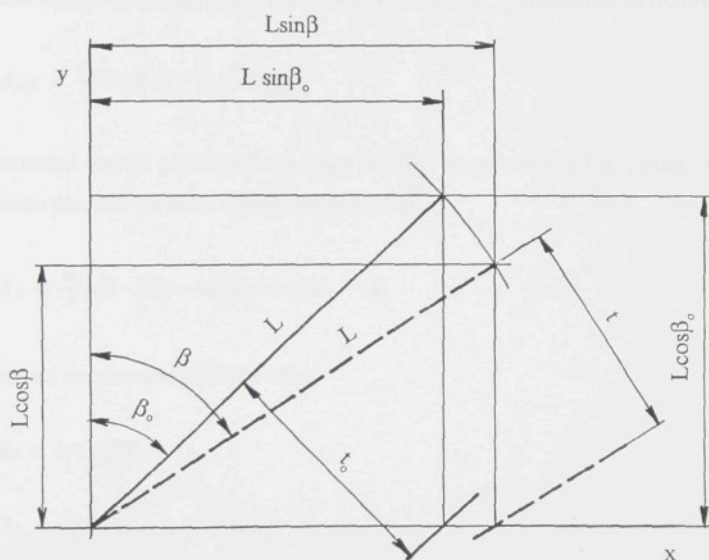
resp.

$$\epsilon_t = (\epsilon_y + 1) \frac{\sin \beta}{\sin \beta_0} - 1. \quad (31b)$$

Platí:

$$\cos \beta = \sqrt{1 - \sin^2 \beta}, \quad (32)$$

$$\cos \beta = \sqrt{1 - (\epsilon_x + 1)^2 \sin^2 \beta_0},$$



Obr. 8

pro ε_t po dosazení:

$$\varepsilon_t = (\varepsilon_x + 1) \frac{\sqrt{1 - (\varepsilon_x + 1)^2 \sin^2 \beta_o}}{\cos \beta_o} - 1, \quad (31c)$$

resp.

$$\varepsilon_t = (\varepsilon_y + 1) \frac{\sqrt{1 - (\varepsilon_y + 1)^2 \cos^2 \beta_o}}{\sin \beta_o} - 1. \quad (31d)$$

Poměrná deformace ε_t je totožná s jmenovitou poměrnou deformací vrstvy (stěny) ε_o , tedy

$$\varepsilon_t = \varepsilon_o. \quad (33)$$

Za jmenovitý zkos vrstvy (stěny) lze považovat

$$\gamma_o = \beta - \beta_o \quad (34)$$

Rovnice (33) a (34) dosadíme do rovnice (22), a tak získáme vztah pro výpočet deformační energie jedné pryžokordové vrstvy o tloušťce d jednotkové povrchové plochy .

$$A_{pk2} = \frac{G_p}{2} K_1 d [(\beta - \beta_o)^2 + 4\varepsilon_o^2]. \quad (35)$$

Pro deformační energii pryžokordové stěny tloušťky h , průměru nití d a počtu vrstev n pod jednotkovou plochou povrchu dostaneme (viz 25a):

$$A_2 = \frac{G_p}{2} [(\beta - \beta_o^2) + 4\varepsilon_o^2] [h + nd(K_1 - 1)] \quad (36)$$

a po zavedení redukované tloušťky stěny

$$h_r = h + nd(K_1 - 1),$$

$$A_2 = \frac{G_p}{2} h_r [(\beta - \beta_o)^2 + 4\varepsilon_o^2]. \quad (36a)$$

Je-li dána velikost úhlu β_o , stačí k určení velikosti deformační energie pryžokordového pláště znalost jedné z hodnot poměrných deformací ϵ_x , ϵ_y nebo úhel β , protože při daných předpokladech jsou tyto veličiny vzájemně vázány rovnicemi (31c) a (31d).

Celkovou energii deformace vyjádříme postupně v závislosti na ϵ_x , ϵ_y , β a β_o .

$$A_2 = \frac{G_F}{2} h_r \left[\left(\arcsin [(\epsilon_x + 1) \sin \beta_o] - \beta_o \right)^2 + 4 \left[(\epsilon_x + 1) \frac{\sqrt{1 - (\epsilon_x + 1)^2 \sin^2 \beta_o}}{\cos \beta_o} - 1 \right]^2 \right], \quad (36b)$$

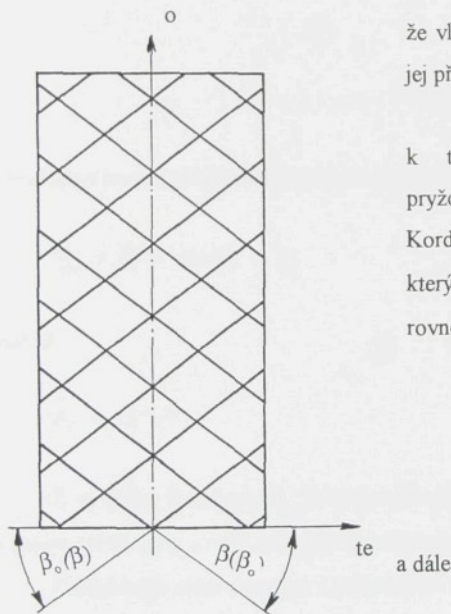
$$A_2 = \frac{G_F}{2} h_r \left[\left(\arccos [(\epsilon_y + 1) \cos \beta_o] - \beta_o \right)^2 + 4 \left[(\epsilon_y + 1) \frac{\sqrt{1 - (\epsilon_y + 1)^2 \cos^2 \beta_o}}{\sin \beta_o} - 1 \right]^2 \right], \quad (36c)$$

$$A_2 = \frac{G_F}{2} h_r \left[(\beta - \beta_o)^2 + 4 \left(\frac{\sin 2\beta}{\sin 2\beta_o} - 1 \right)^2 \right]. \quad (36d)$$

2.0. Pryžokordový plášť tažného válce

2.1. Rovnovážný stav v plášti - vliv pryže zanedbán

Poznanky o pryžokordové stěně, uvedené v předcházející části, lze aplikovat i na řešení silové rovnováhy a deformace válcového pryžokordového pláště zatíženého vnitřním přetlakem. Přitom budeme respektovat předpoklad, že plášť má charakter tenkostěnné pružné stěny, a dále, že i po deformaci zaujme plášť tvar válce (zanedbání vlivu okrajových podmínek, nekonečně dlouhý vzorek). Necht' je stěna válce uspořádaná podle obr.9. V daném případě je zobrazená orientace vzhledem k předchozímu: o nahrazuje x , te nahrazuje y .



Obr.9

Další řešení provedeme za předpokladu, že vliv pryže na deformaci je minimální, a proto jej při řešení zanedbáme.

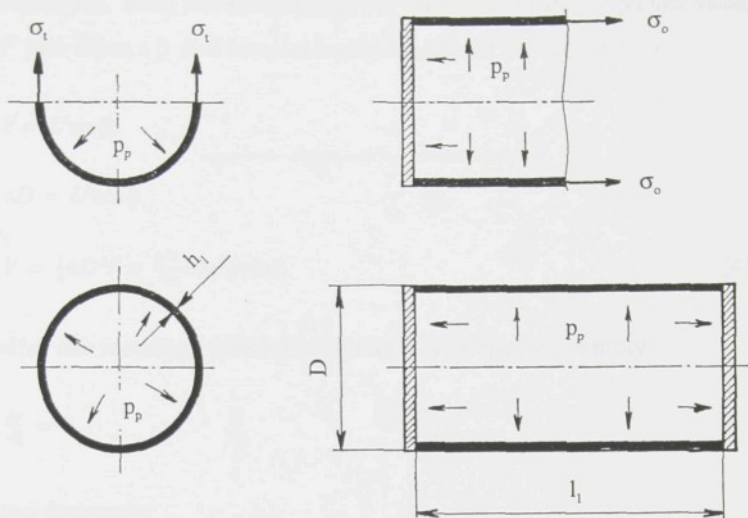
Působí-li ve válci vnitřní přetlak p_p , dojde k takové deformaci stěny, která uvede pryžokordový plášť do rovnovážného stavu. Kordové nitě zaujmou konečný směr (sklon), který označíme β_k . Podle obr.10 můžeme psát pro rovnováhu:

$$p_p \frac{1}{4} \pi D^2 = \sigma_o h \pi, \quad (37)$$

$$\sigma_o h = p_p \frac{D}{4}, \quad (37a)$$

$$p_p D l = \sigma_t 2h l, \quad (38)$$

$$\sigma_t h = p_p \frac{D}{2}. \quad (38a)$$



Obr.10

V souladu s rovnicí (4a) musí při rovnovážném stavu platit:

$$\frac{h\sigma_o}{h\sigma_r} = \frac{\sigma_o}{\sigma_r} = \tan \beta_k^2 = \frac{1}{2} \quad (39)$$

a odtud

$$\beta_k = 35^\circ 16' \quad (40)$$

Z výsledku řešení plyne, že za daných podmínek je hodnota úhlu β_k pevná, nezávislá na parametrech stěny a velikosti vnitřního přetlaku.

Pokud bude válec vyroben s počátečním úhlem $\beta_o \neq \beta_k$, dojde při působení vnitřního přetlaku vždy k jeho deformaci. V případě, že $\beta_o < \beta_k$, dojde k prodlužování válce a ke zmenšování jeho průměru, při $\beta_o > \beta_k$ naopak ke zkracování jeho délky a ke zvětšování jeho průměru.

K získanému závěru lze dospět i následujícím postupem. Je zřejmé, že při působení vnitřního přetlaku bude mít plášť snahu zaujmout maximální objem.

Nechť je L' délka nitě kordu příslušející velikosti stoupání, D průměr válce, l' jeho délka, V jeho objem a β úhel stoupání šroubovice (sklonu nití). Potom platí:

$$l' = L' \sin \beta,$$

$$\pi D = L' \cos \beta,$$

$$V = \frac{1}{4} \pi D^2 l' = \frac{L'^3}{4\pi} \cos^2 \beta \sin \beta. \quad (41)$$

Rovnovážný stav nastane při extrémním objemu, tedy při splnění podmínky

$$\frac{dV}{d\beta} = 0.$$

Po derivaci dostaneme:

$$\frac{dV}{d\beta} = \frac{L'^3}{4\pi} (-2 \cos \beta_k \sin^2 \beta_k + \cos^3 \beta_k) = 0. \quad (42)$$

Po úpravě

$$\tan^2 \beta_k = \frac{1}{2}, \quad (43)$$

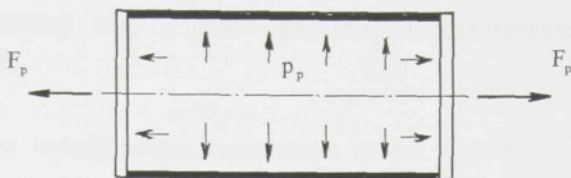
$$\beta_k = 35^\circ 16'. \quad (40)$$

Zabráníme-li při stavu $\beta_o \neq \beta_k$ a při působení přetlaku p_p osové deformaci stěny válce, dostaneme postupně pro stanovení podmínky silové rovnováhy (viz obr.11):

$$\sigma_o = \sigma_t \tan^2 \beta_o = p_p \frac{D_o}{2h} \tan^2 \beta_o, \quad (44)$$

Síla ve stěně od tohoto napětí má velikost

$$F_o = \sigma_o \pi D_o h = \pi p_p \frac{D_o^2}{2} \tan^2 \beta_o, \quad (45)$$



Obr. 11

kdežto osová síla vyvozená přetlakem a působící na čelo válce má velikost

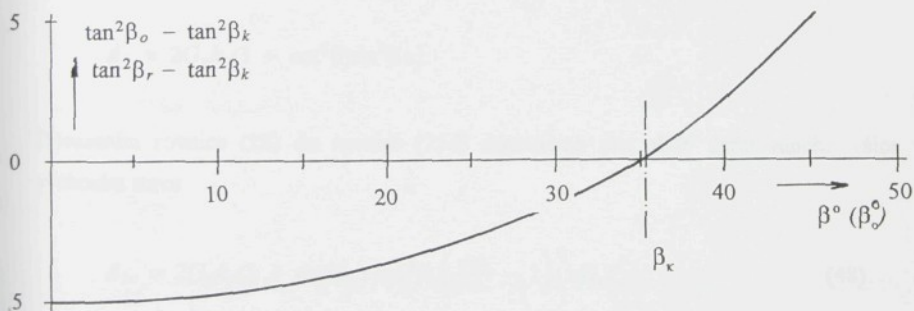
$$F_a = p_p \pi \frac{D_o^2}{4}. \quad (46)$$

Rozdíl těchto sil

$$F_p = F_a - F_o = \frac{1}{2} p_p \pi D_o^2 \left(\tan^2 \beta_o - \frac{1}{2} \right), \quad (47)$$

respektive

$$F_p = \frac{1}{2} p_p \pi D_o^2 (\tan^2 \beta_o - \tan^2 \beta_k) \quad (47a)$$



Obr. 12

je funkční síla pracovního válce. Kladná hodnota odpovídá tlačné síle, záporná hodnota tažné síle. Na obr. 12 zobrazuje diagram charakter funkční závislosti dané rovnici (47a).

2.2. Rovnovážný stav v plášti při malých deformacích - vliv pryže respektován

Nyní se budeme zabývat rovnovážným stavem v plášti za podmínek pro malé deformace při vlivu odporu pryže. Výsledky dosažené touto metodou dají přesnější představu o skutečných poměrech, vlastní řešení je i zde nenáročné.

Řešme opět válec definovaný v předcházející části o objemu daném rovnicí (41), tj.

$$V = \frac{1}{4}\pi D^2 l' = \frac{L^3}{4\pi} \cos^2 \beta \sin \beta.$$

Nechť při působení přetlaku p_p o určité velikosti dojde k poměrné osové deformaci dané rovnicí (28), tj.

$$\varepsilon_x = \frac{\sin \beta}{\sin \beta_o} - 1.$$

Velikost deformační energie pryžokordové stěny je pro jednotkovou povrchovou plochu dán i pro tento případ rovnicí (25d), tj.

$$A_1 = 2G_p h_r (1 + \tan^6 \beta) \cos^2 \beta \varepsilon_x^2,$$

resp.

$$A_1 = 2G_p h_r (1 + \cot^6 \beta) \sin^2 \beta \varepsilon_y^2.$$

Dosazením rovnice (28) do rovnice (25d) dostaneme pro plášť definovaného válce ve výchozím stavu

$$A_{1c} = 2G_p h_r (1 + \tan^6 \beta_o) \cos^2 \beta_o \left(\frac{\sin \beta}{\sin \beta_o} - 1 \right)^2 \pi D_o l'_o \quad (48)$$

a po úpravě

$$A_{1c} = 2G_p h_r \pi^2 D_o^2 (1 + \tan^6 \beta_o) \tan \beta_o \cos^2 \beta_o \left(\frac{\sin \beta}{\sin \beta_o} - 1 \right)^2. \quad (48a)$$

Označme dále:

$$K_2 = 2G_p h_r \pi^2 D_o^2 (1 + \tan^6 \beta_o) \tan \beta_o \cos^2 \beta_o . \quad (49)$$

Potom dostaneme pro velikost deformační energie stěny rovnici ve tvaru

$$A_{c1} = K_2 \left(\frac{\sin \beta}{\sin \beta_o} - 1 \right)^2 . \quad (48b)$$

Tato energie musí být v rovnováze s energií objemovou, jejíž velikost udává následující rovnice:

$$A_v = -p_p V, \quad (50)$$

$$A_v = -p_p \frac{D_o^3 \pi^2}{4 \cos^3 \beta_o} \cos^2 \beta \sin \beta . \quad (50a)$$

Označme :

$$K_3 = p_p \frac{D_o^3 \pi^2}{4 \cos^3 \beta_o} , \quad (51)$$

potom

$$A_v = -K_3 \cos^2 \beta \sin \beta . \quad (50b)$$

Pro energetickou rovnováhu platí:

$$K_2 \left(\frac{\sin \beta}{\sin \beta_o} - 1 \right)^2 - K_3 \cos^2 \beta \sin \beta = A . \quad (52)$$

Aby energie nabyla pro daný případ minimální hodnoty, musí být derivace podle β výrazu (52) rovna 0.

$$K_2 2 \left(\frac{\sin \beta_k}{\sin \beta_o} - 1 \right) \frac{\cos \beta_k}{\sin \beta_o} - K_3 \left(\cos^3 \beta_k - 2 \sin^2 \beta_k \cos \beta_k \right) = 0 \quad (53)$$

a po úpravě

$$2K_2 \frac{\sin \beta_k}{\sin^2 \beta_o} - 2K_2 \frac{1}{\sin \beta_o} - K_3 + 3K_3 \sin^2 \beta_k = 0. \quad (53a)$$

Označíme - li nyní

$$K_4 = \frac{K_3}{2K_2} \sin^2 \beta_o, \quad (54)$$

lze rovnici (53a) upravit na tvar

$$\sin \beta_k - \sin \beta_o - K_4 (1 - 3 \sin^2 \beta_k) = 0. \quad (53b)$$

Přitom vezměme v úvahu, že hodnota konstanty K_4 je dána vztahem

$$K_4 = \frac{p_p D_o \tan \beta_o}{16 G_p h_r \cos^3 \beta_o (1 + \tan^2 \beta_o)}. \quad (54a)$$

Pro daný válcový plášť je konečný stav závislý jen na velikosti přetlaku p_p a je vymezen kvadratickou rovnicí (53b). Reálným řešením rovnice (53b) s ohledem na definiční obor funkce $\sin$ je

$$\sin \beta_k = \frac{1}{6K_4} (\sqrt{1 + 12K_4 + 12K_4^2} + 1) \quad (55)$$

a dále pro β_k

$$\beta_k = \arcsin \left[\frac{1}{6K_4} (\sqrt{1 + 12K_4 + 12K_4^2} + 1) \right]. \quad (56)$$

Z rovnice (53b) dále plyne: je-li $p_p = 0$ je $K_4 = 0$ a

$$\sin \beta_k = \sin \beta_o. \quad (57)$$

Podělíme-li rovnici (53b) konstantou $K_4 \neq 0$, potom pro $p_p \rightarrow \infty$ platí:

$$\sin \beta_k = \sqrt{\frac{1}{3}} \quad (58)$$

a pro mezní úhel opět dostaneme

$$\beta_k = 35^\circ 16' . \quad (58a)$$

Zabráníme-li deformaci vypočtené podle rovnice (56), tj. přechodu z úhlu β_o na úhel β_k , (nepřipustíme osovou deformaci pláště na rovnovážný stav), nebo připustíme-li jen určitou deformaci (na úhel β_r), vyvodí válec vnější pracovní sílu velikosti

$$F_p = \frac{1}{2} p_p \pi D_o^2 (\tan^2 \beta_o - \tan^2 \beta_k) , \quad (59)$$

respektive

$$F_p = \frac{1}{2} p_p \pi D_o^2 (\tan^2 \beta_r - \tan^2 \beta_k) . \quad (59a)$$

2.3. Rovnovážný stav v plášti při větších deformacích - vliv pryže respektován

Následujícím postupem stanovíme podmínky rovnovážného stavu v plášti při podmínkách řešení větších deformací pryžokordové stěny a respektování vlivu pryže.

Necht' je opět dán válec o objemu vymezeném rovnicí (41), tj.

$$V = \frac{1}{4} \pi D^2 l = \frac{l^3}{4\pi} \cos^2 \beta \sin \beta .$$

V daném případě určuje velikost deformační energie pod jednotkovou plochou povrchu každý ze vztahů (36b) až (36d), např.

$$A_2 = \frac{G_p}{2} h_r \left[(\beta - \beta_o)^2 + 4 \left(\frac{\sin 2\beta}{\sin 2\beta_o} - 1 \right)^2 \right] .$$

Deformační energie celého objemu pláště výše definovaného válce je pak

$$A_{2c} = \left[(\beta - \beta_o)^2 + 4 \left(\frac{\sin 2\beta}{\sin 2\beta_o} - 1 \right)^2 \right] \pi D_o l_o \quad (60)$$

a po dosazení za D_o a l_o z kap. 2.1

$$A_{2c} = \frac{G_p}{4} h_r L'^2 \sin 2\beta_o \left[(\beta - \beta_o)^2 + 4 \left(\frac{\sin 2\beta}{\sin 2\beta_o} \right)^2 \right]. \quad (60a)$$

Tato energie musí být v rovnováze s objemovou energií stlačeného media, jejíž velikost je dána vztahem

$$A_v = -p_p \frac{D_o^3 \pi^2}{4 \cos^3 \beta_o} \cos^2 \beta \sin \beta,$$

resp.

$$A_v = -p_p \frac{L'^3}{4\pi} \cos^2 \beta \sin \beta.$$

Energetická bilance je v tomto případě daná vztahem

$$A = K_5 \left[(\beta - \beta_o)^2 + 4 \left(\frac{\sin 2\beta}{\sin 2\beta_o} \right)^2 \right] - K_3 \cos^2 \beta \sin \beta, \quad (61)$$

kde

$$K_5 = \frac{G_p}{4} h_r L'^2 \sin 2\beta_o \quad (62)$$

a K_3 je dáno rovnicí (51).

Rovnovážný stav odpovídá extrému funkce (61), příslušný mezní úhel β_k je vázán podmínkou nulové hodnoty derivace této funkce, tj.

$$K_5 \left[2(\beta_k - \beta_o) + 8 \left(\frac{\sin 2\beta_k}{\sin 2\beta_o} - 1 \right) \frac{\cos 2\beta_k}{\sin 2\beta_o} 2 \right] - K_3 (\cos^3 \beta_k - 2 \cos \beta_k \sin^2 \beta_k) = 0 \quad (63)$$

a po úpravě

$$2K_5 \left[(\beta_k - \beta_o) + 8 \left(\frac{\sin 2\beta_k}{\sin 2\beta_o} - 1 \right) \frac{\cos 2\beta_k}{\sin 2\beta_o} \right] - K_3 \cos \beta_k (1 - \sin^2 \beta_k) = 0 \quad (63a)$$

Pro případ, že $p_p = 0$ (např. počáteční stav), přejde rovnice (63a) ve tvar

$$\beta_k - \beta_o + 8 \left(\frac{\sin 2\beta_k}{\sin 2\beta_o} - 1 \right) \frac{\cos 2\beta_k}{\sin 2\beta_o} = 0 . \quad (64)$$

Této rovnici vyhoví $\beta_k = \beta_o$.

Je-li $p_p \neq 0$, potom lze rovnici (63a) dělit součinitelem K_3 . Při předpokladu, že $p_p \rightarrow \infty$, přejde upravená rovnice (63a) ve tvar

$$\cos \beta_k (1 - 3 \sin^2 \beta_k) = 0 , \quad (65)$$

resp.

$$1 - 3 \sin^2 \beta_k = 0 , \quad (65a)$$

protože pro $\beta_k = \pi/2$ není úloha z pohledu deformačních předpokladů a konstrukčních důvodů reálná. Potom

$$\sin^2 \beta_k = \frac{1}{3}$$

a

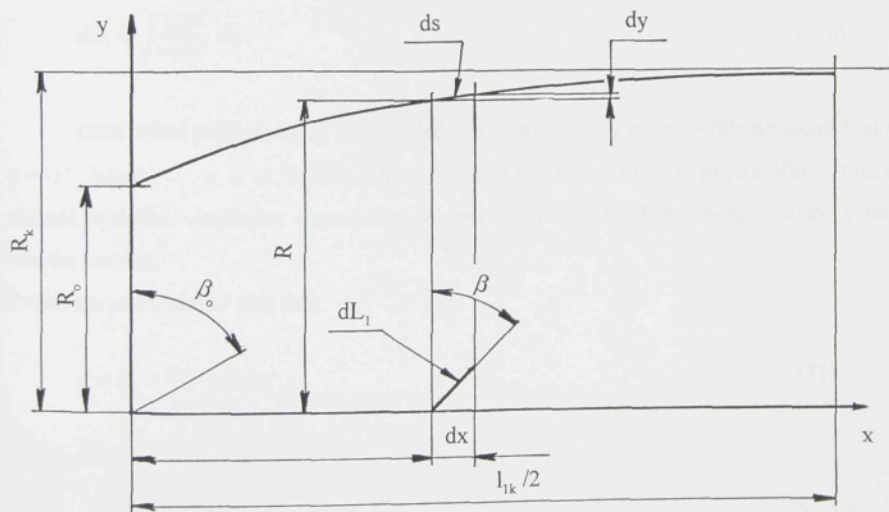
$$\beta_k = 35^\circ 16' . \quad (58a)$$

3.0. Tvar pláště pracovního válce při působení vnitřního přetlaku

3.1. Matematický model tvaru pláště pracovního válce při působení vnitřního přetlaku

Obecné závislosti, odvozené v první a druhé kapitole, lze aplikovat na výpočet skutečného pláště pracovního válce jen za předpokladu, bude-li definován matematicky jeho tvar. Je zřejmé, že rozhodující vliv na jeho konečné tvarové uspořádání při působení vnitřního přetlaku budou mít okrajové podmínky. Pevné zakotvení pláště do čel umožní jen postupné zvětšování (zmenšování) jeho průměru na jeho maximální hodnotu v jeho poloviční délce.

Nechť vedeme řešení ke stanovení modelu konečného tvaru pláště následujícím způsobem. Na obr.13 je zobrazen tlustou plnou čarou předpokládaný meridiánový profil skutečného pláště pracovního válce, zakotveného pevně do čela, při působení vnitřního přetlaku.



Obr.13

Podle zobrazení můžeme psát:

$$ds = \sqrt{dx^2 + dy^2} = \sqrt{1 + y'^2} dx, \quad (66)$$

$$dL_1 = \frac{ds}{\sin \beta}, \quad (67)$$

$$\cos \beta = R \frac{\cos \beta_o}{R_o}. \quad (68)$$

Označíme-li následující vazbu vstupních hodnot

$$K_6 = \frac{\cos \beta_o}{R_o}, \quad (69)$$

dostaneme

$$\cos \beta = K_6 R, \quad (68a)$$

$$\sin \beta = \sqrt{1 - K_6^2 R^2}. \quad (70)$$

Po dosazení do rovnice (67) pak:

$$dL_1 = \sqrt{\frac{1+R'^2}{1-K_6^2 R^2}} dx. \quad (67a)$$

Další řešení provedeme za předpokladu, že meridiánový profil se řídí závislostí funkce $y = -a^x$, kde $0 < a \leq 1$. Průběh exponenciální funkce lze pro tento případ připustit již na základě výsledku vizuálního pozorování skutečného tvaru pláště pracovního válce v jeho funkční podobě.

Potom lze podle obr. 13 dále psát:

$$R = R_k - (R_k - R_o)a^x. \quad (71)$$

Označme dále

$$K_7 = (R_k - R_o), \quad (72)$$

potom platí:

$$R = R_k - K_7 a^x, \quad (71a)$$

$$R^2 = R_k^2 - 2K_7 R_k a^x + K_7^2 a^{2x}, \quad (73)$$

$$R' = -K_7 a^x \ln a, \quad (74)$$

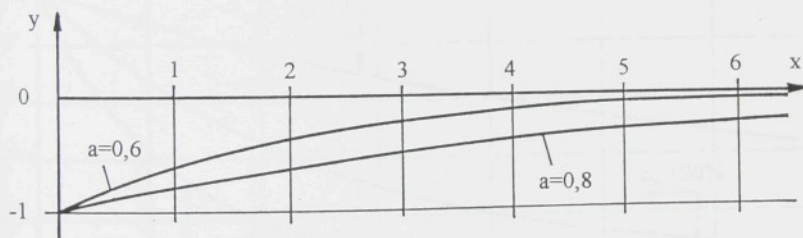
$$R'^2 = K_7^2 a^{2x} \ln^2 a. \quad (75)$$

Rovnice (73) a (75) dosadíme do rovnice (67a) a dostaneme

$$dL_1 = \sqrt{\frac{1 + K_7^2 a^{2x} \ln^2 a}{1 - K_6^2 R_k^2 + 2K_6^2 K_7 R_k a^x - K_6^2 K_7^2 a^{2x}}} dx. \quad (67b)$$

Provedeme-li integraci rovnice (67b) v mezích 0 , $1/2 l_{1k}$ (poloviční délky deformovaného pláště) , dostaneme příslušející délku nitě kordu. Její velikost musí být shodná s délkou nitě na poloviční výchozí délce pláště $l_0/2$, tedy $1/2 l_0 / \sin \beta_0$. Proto platí:

$$\int_0^{1/2 l_{1k}} dL_1 = \frac{1}{2} \frac{l_0}{\sin \beta_0} \quad (76)$$

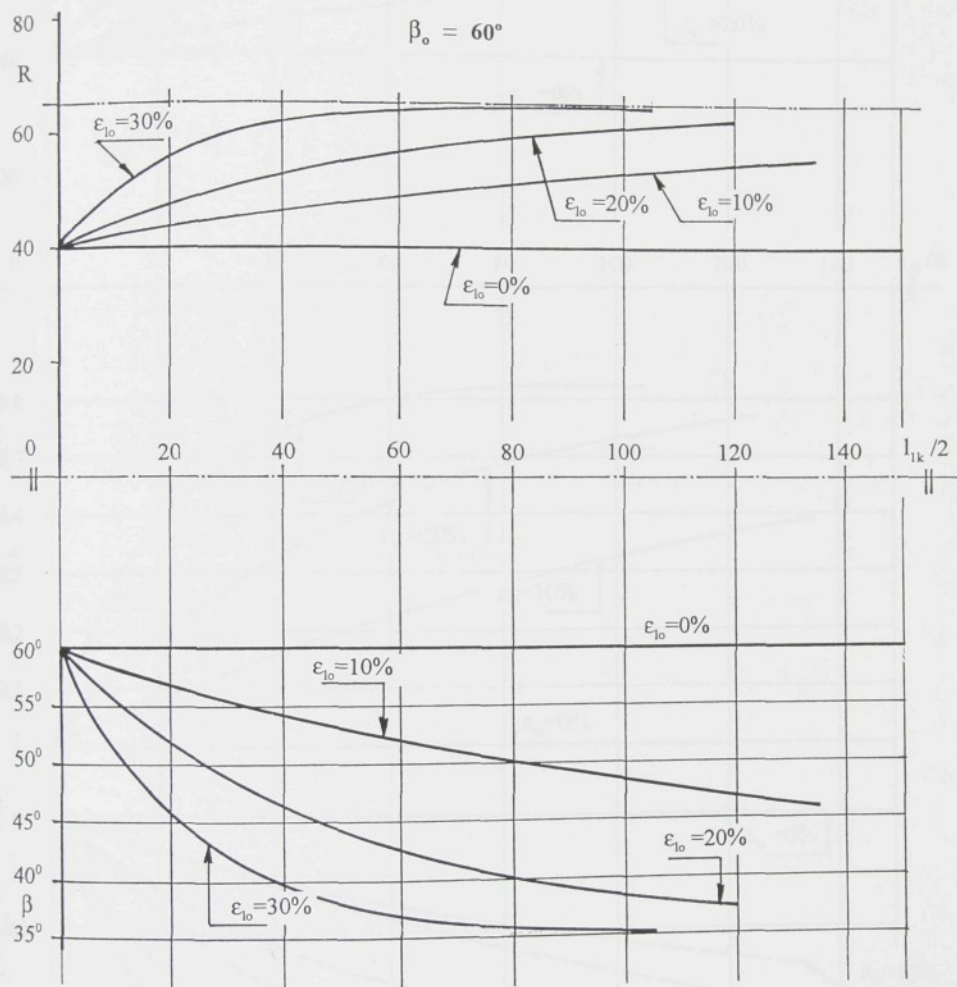


Obr.14

Řešením rovnice (76) dostaneme hodnotu mocněnce a příslušející konečné délce stěny válce l_{1k} . Výsledku lze dosáhnout nejlépe prostřednictvím vhodné numerické metody s využitím výpočetní techniky. Pro ilustraci je na obr.14 zobrazen tvar funkční závislosti pro velikosti mocněnce $a = 0,6$, $a = 0,8$. Známe-li po vyřešení rovnice (76) hodnotu veličiny a , můžeme již stanovit skutečný obrys pláště pracovního válce s použitím rovnice (71a). Tato skutečnost pak skýtá možnost určit v libovolném místě velikost poměrné radiální deformace

$$\epsilon_R = \frac{R - R_o}{R_o} 100 [\%],$$

(77)



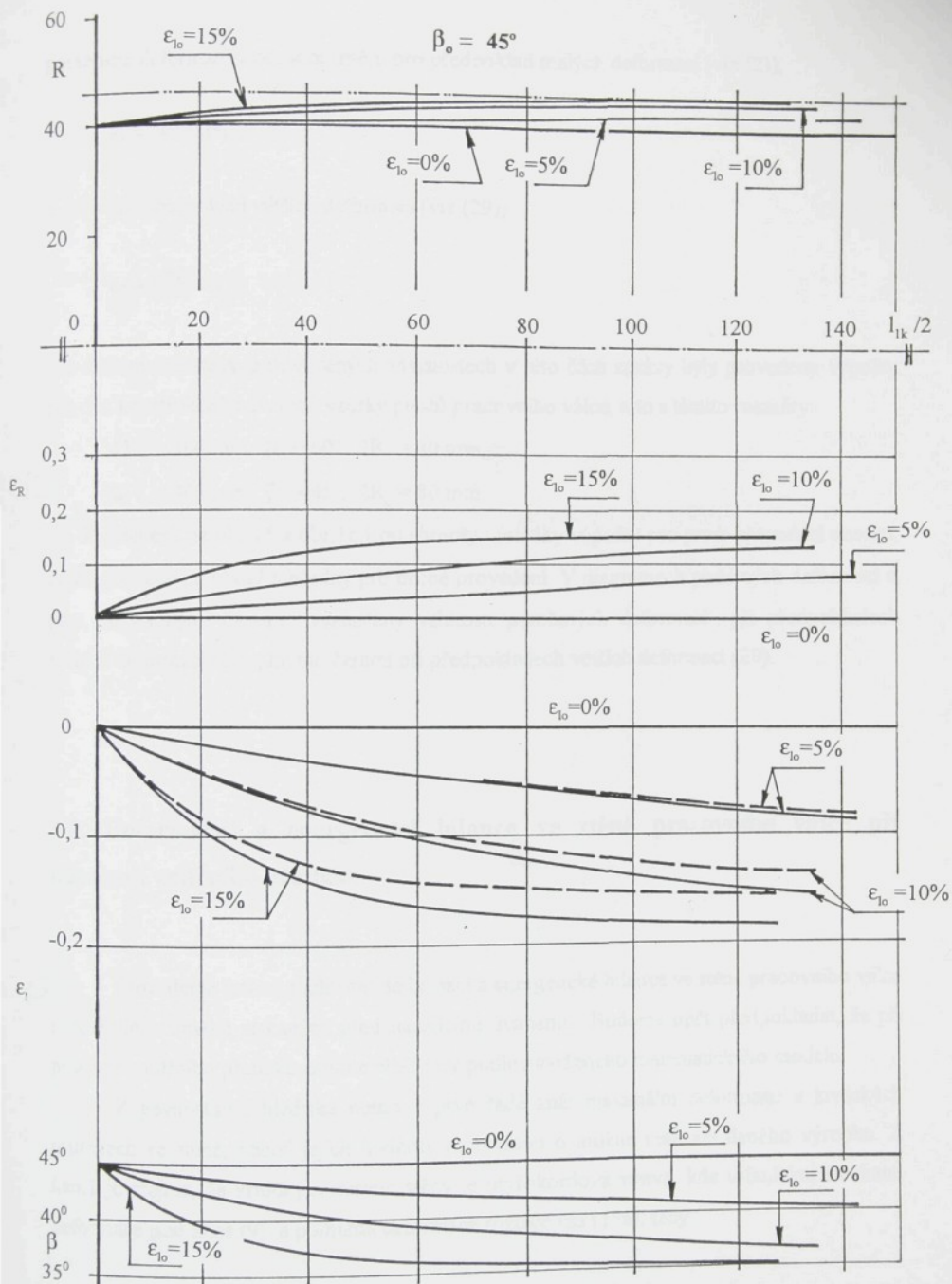
Obr. 15

příslušný úhel sklonu nití (křížení) ze vztahu (68a),

$$\cos \beta = K_6 R,$$



Obr.16



Obr.17

poměrnou deformaci v osovém směru pro předpoklad malých deformací (viz (2)),

$$\varepsilon_I = -\varepsilon_R \cot^2 \beta_o,$$

a nebo pro předpoklad větších deformací (viz (29))

$$\varepsilon_I = \frac{\cos \beta}{\cos \beta_o} - 1.$$

Pro získání představy o odvozených závislostech v této části zprávy byly provedeny výpočty pro dva konstrukčně navržené vzorky plášťů pracovního válce, a to s těmito rozměry:

$$1) l_o = 300 \text{ mm}, \beta_o = 60^\circ, 2R_o = 80 \text{ mm},$$

$$2) l_o = 300 \text{ mm}, \beta_o = 45^\circ, 2R_o = 80 \text{ mm}.$$

Na diagramech na obr.15 a obr.16 jsou shrnuty výsledky výpočtu pro první provedení vzorku, na diagramech na obr.17 výsledky pro druhé provedení. V diagramech podélných deformací ε_I jsou čárkovanými čarami vyznačeny velikosti poměrných deformací při předpokladech malých deformací (2), plnými čarami při předpokladech větších deformací (29).

3.2. Deformační a energetická bilance ve stěně pracovního válce při působení vnitřního přetlaku

Provedeme šetření rozložení deformací a energetické bilance ve stěně pracovního válce s využitím poznatků získaných předcházejícími úvahami. Budeme opět předpokládat, že při působení vnitřního přetlaku zaujme plášť tvar podle navrženého matematického modelu.

Z pevnostního hlediska nutno v první řadě znát maximální deformace v kritických průřezích ve stěně, neboť jejich hodnoty rozhodnou o možné realizaci daného výrobku. Z kap.1 je zřejmé, že kritickým místem stěny je pryřokordová vrstva, kde určujícími složkami deformace jsou zkos (9) a poměrná deformace rozteče nití (15a), tedy:

$$\gamma_\alpha = \gamma_o \frac{l_o}{l_o - d \cos \alpha},$$

$$\varepsilon_{\alpha} = \varepsilon_o \frac{t_o}{t_o - d \cos \alpha} .$$

Maximálních hodnot nabudou při úhlu $\alpha = 0$. Potom přejdou předcházející rovnice ve tvar:

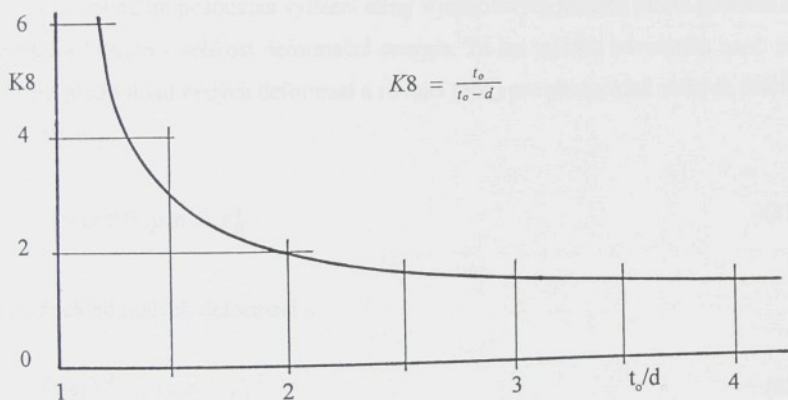
$$\gamma_{\alpha \max} = \gamma_o \frac{t_o}{t_o - d} = \gamma_o K_8 , \quad (78)$$

$$\varepsilon_{\alpha \max} = \varepsilon_o \frac{t_o}{t_o - d} = \varepsilon_o K_8 , \quad (79)$$

kde

$$K_8 = \frac{t_o}{t_o - d} . \quad (80)$$

Velikost konstanty K_8 v závislosti na poměru t_o/d je vynesena v diagramu na obr.18.



Obr.18

Jmenovitý zkos a jmenovitá poměrná deformace jsou pro předpoklad malých deformací dány vztahy (27). Po dosazení do posledních rovnic dostaneme:

$$\gamma_{\alpha \max} = (\varepsilon_x - \varepsilon_y) \sin 2\beta K_8 , \quad (78a)$$

$$\varepsilon_{\alpha \max} = (\varepsilon_x \cos^2 \beta + \varepsilon_y \sin^2 \beta) K_8 . \quad (79a)$$

Pro předpoklad větších deformací jsou jmenovitý zkos a jmenovitá poměrná deformace vázány vztahy (31) a (34), pro maxima přejdou rovnice (78) a (79) ve tvary:

$$\gamma_{\alpha \max} = (\beta - \beta_o)K_8, \quad (78b)$$

$$\epsilon_{\alpha \max} = \left(\frac{\sin 2\beta}{\sin 2\beta_o} - 1 \right) K_8. \quad (79b)$$

Skutečný stav deformace ve stěně lze nejlépe posoudit podle velikosti jmenovitého zkosu γ_o a jmenovité poměrné deformace ϵ_o . S pomocí výpočetní techniky byl proveden výpočet velikosti těchto deformací u obou, dříve definovaných vzorků. Výsledky výpočtu jsou zpracovány do diagramové podoby na obr.19 a obr.20. První zobrazení je pro vzorek s úhlem $\beta_o = 60^\circ$, druhé zobrazení pro vzorek s úhlem $\beta_o = 45^\circ$. Plné čáry zobrazují výsledky získané při předpokladu velkých deformací, čárkované čáry zobrazují získané výsledky při předpokladu malých deformací.

Pro optimální posouzení vytižení stěny v jednotlivých místech pláště poslouží též místní energetická bilance - velikost deformační energie. Tu lze vyjádřit odvoláním např. na rovnici (25d) pro předpoklad malých deformací a rovnici (36d) pro předpoklad velkých deformací.

Výrazy

$$(1 + \cot^6 \beta_o) \sin^2 \beta_o \epsilon_R^2 \quad (81)$$

pro předpoklad malých deformací a

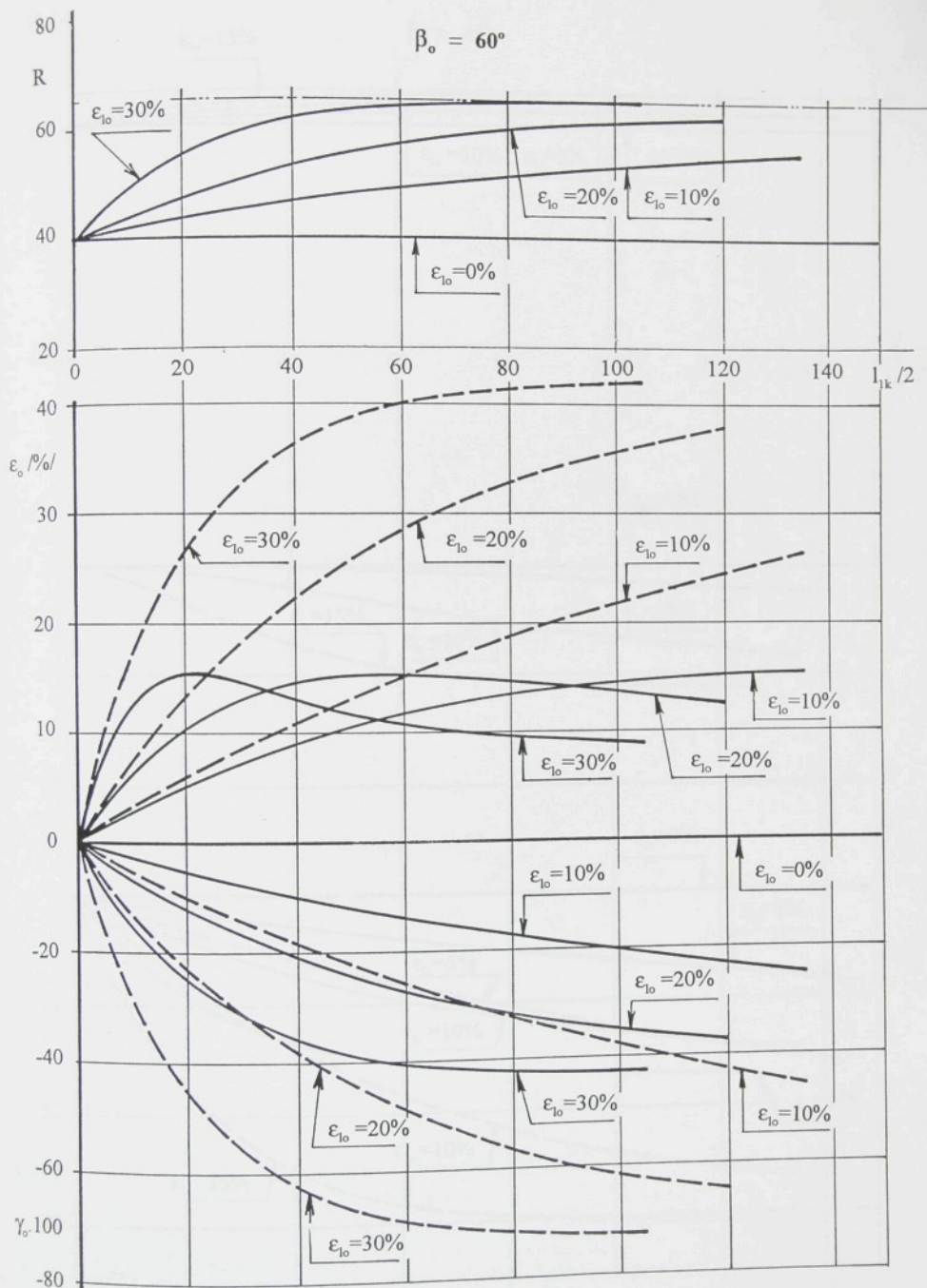
$$\left(\frac{\beta - \beta_o}{2} \right)^2 + \left(\frac{\sin 2\beta}{\sin 2\beta_o} - 1 \right)^2 \quad (82)$$

pro předpoklad velkých deformací ve své podstatě určují funkční závislost na jmenovitých deformacích, neboť výraz

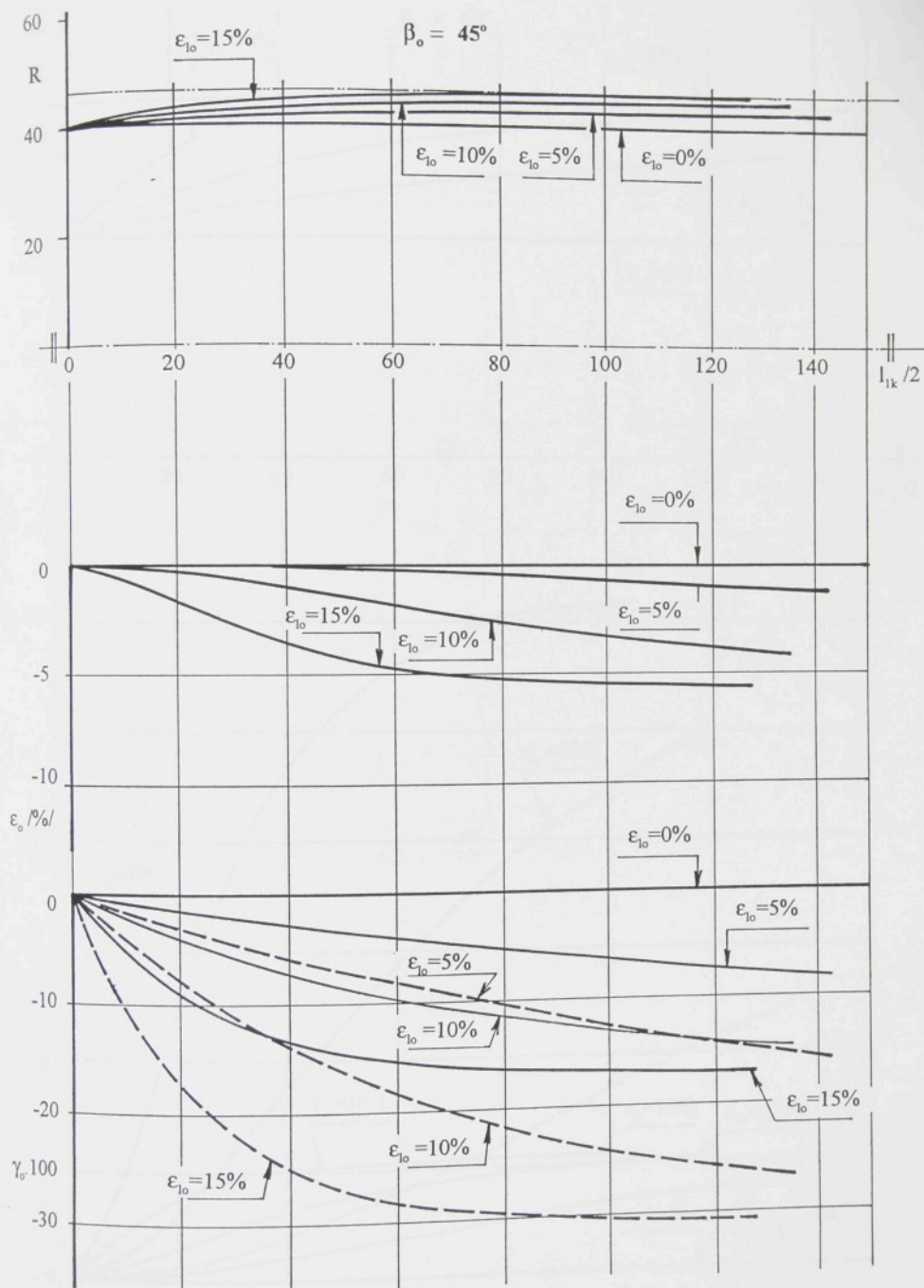
$$2G_p h_r$$

je materiálově konstrukční konstanta. Grafické vyobrazení řešení rovnic (81) a (82), aplikované na oba vzorky, je zobrazeno pro úhel $\beta_o = 60^\circ$ na obr.21, pro úhel $\beta_o = 45^\circ$ na obr.22.

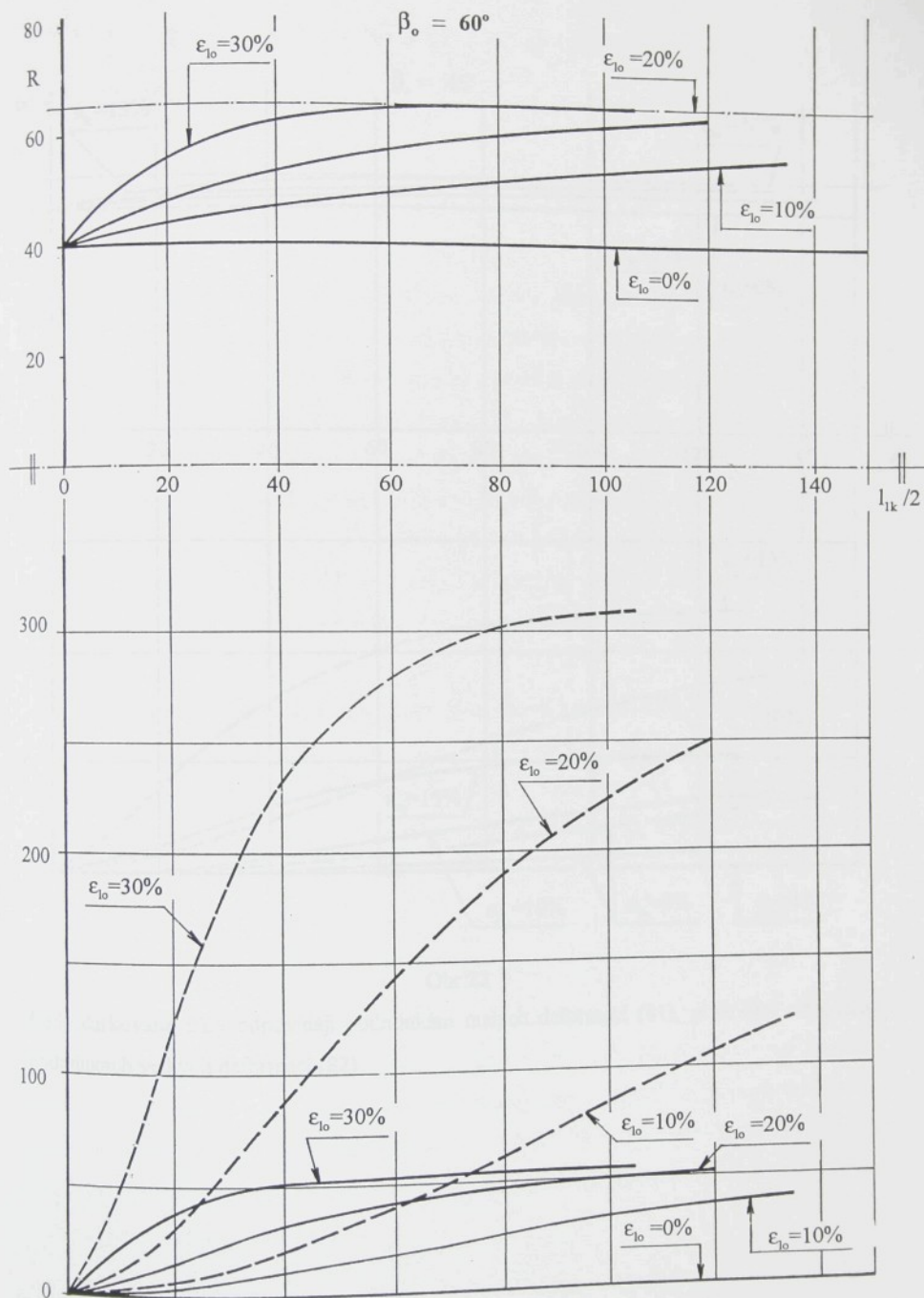
$\beta_0 = 60^\circ$



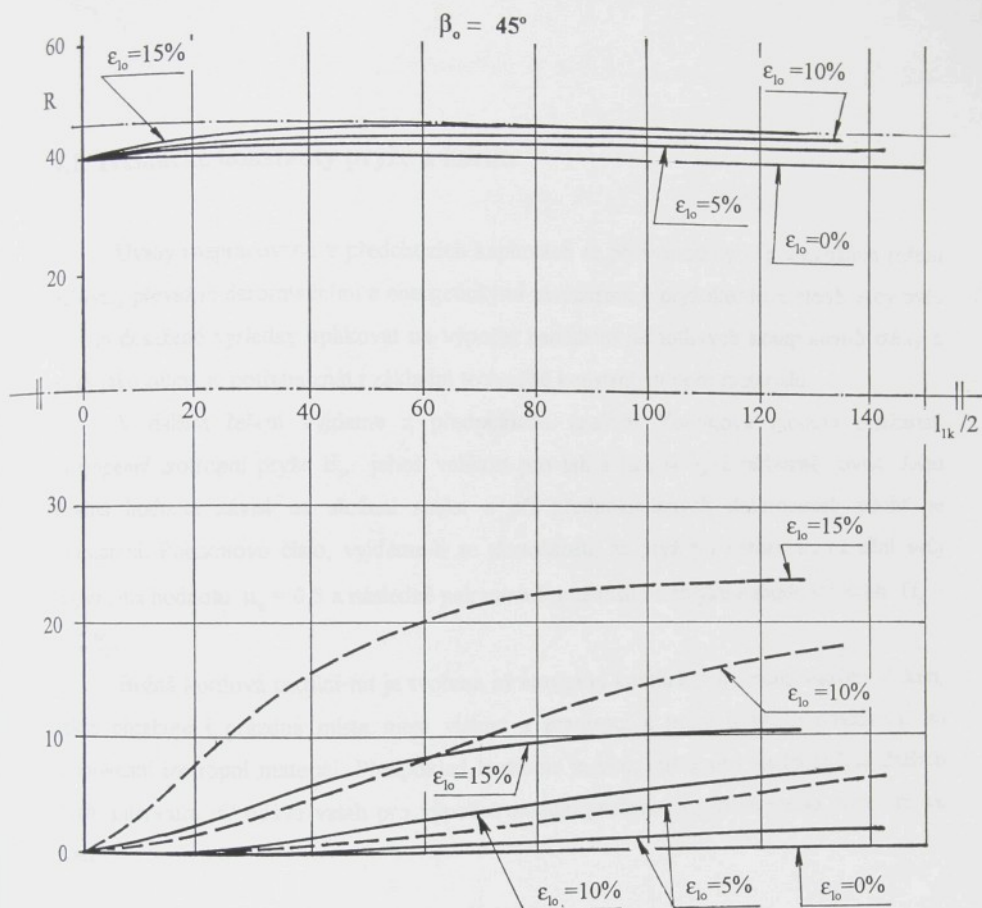
Obr. 19



Obr.20



Obr.21



Obr.22

I zde čárkované čáry odpovídají podmínkám malých deformací (81), plné čáry odpovídají podmínkám velkých deformací (82).

4.0. Pryž-kord - technické konstanty

4.1. Technické konstanty pryže a kordu

Úvahy rozpracované v předchozích kapitolách se při vymezených podmínkách řešení zabývaly převážně deformačními a energetickými závislostmi v pryžokordové stěně. Aby bylo možno dosažené výsledky aplikovat na výpočet namáhání jednotlivých komponentů stěny a stěny jako celku, je potřeba znát i základní technické konstanty tohoto materiálu.

V dalším řešení vyjdeme z předpokladu znalosti Youngova modulu pružnosti homogenní izotropní pryže E_p , jehož velikost pro tah a tlak si bývá přibližně rovna. Jeho číselná hodnota závisí na složení směsi a při předpokládaných deformacích nechť je konstantní. Poissonovo číslo, vyjdeme-li ze skutečnosti, že pryž při deformaci nemění svůj objem, má hodnotu $\mu_p = 0,5$ a následně pak modul pružnosti ve smyku nabude velikosti $G_p = 1/3 E_p$.

Běžná kordová textilní nit je tvořena až stovkami kontinuíálních orientovaných vláken, takže obsahuje i prázdná místa mezi vlákny a pramenci a nelze ji proto považovat za homogenní izotropní materiál. Předpoklad izotropie je však nutný pro zjednodušení dalších úvah. Literatura [6] udává vztah pro výpočet modulu pružnosti E_k krouceného provazce ve tvaru

$$E_k = E_{k1}(1 + \pi d^2 T^2),$$

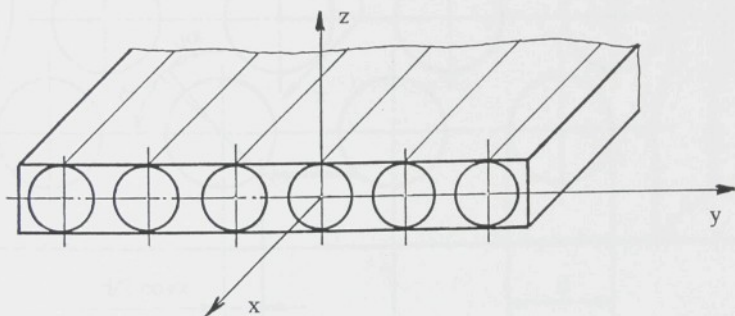
kde písmenem T je označen zákrut.

Pro smykové moduly G_k organických pneumatikových kordů se obvykle počítá s hodnotou 4,8 MPa [6], skutečně naměřené hodnoty nejsou běžně k dispozici. Naopak u ocelového kordu je hodnota smykového modulu, např. 6900 MPa pro konstrukci kordu 5x1x0,25, většinou ověřena experimentem. Poissonovo číslo μ_k bývá větší než 0,5 a jeho velikost roste s velikostí zákrutu.

4.2. Technické konstanty kompozitního materiálu pryž-kord

Příklad nehomogenního, anizotropního speciálně ortotropického materiálu jedné pryžokordové vrstvy je zobrazen na obr. 23. Směry x, y tvoří orientační systém totožný s hlavními směry os ortotropie. Aby bylo možno definovat vlastnosti tohoto materiálu, je nutné znát pět technických konstant, z nichž čtyři jsou nezávislé: E_x , E_y , G_{xy} , hlavní Poissonovo číslo μ_{xy} , a vedlejší μ_{yx} , jak vyplývá z Hookeova zákona pro ortotropickou stěnu s průměrnými hodnotami deformací a napětí vyjádřeného maticovým tvarem

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{E_x} & -\frac{\mu_{yx}}{E_y} & 0 \\ -\frac{\mu_{xy}}{E_x} & \frac{1}{E_y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{G_{xy}} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{pmatrix} \quad (83)$$



Obr.23

Dalším řešením se pokusíme vypracovat metodiku pro výpočet jednotlivých technických konstant obecné pryžokordové stěny. Vytkneme ze stěny podle obr.24 element o velikosti

$$S_x 1 = h t_o 1$$

(tj. jednotkové délky) a zatížíme jej silou F_x . Díl této síly F_{sk} přenesou nitě a zbývající část F_{xp} přenesou pryž, takže platí:

$$F_{xk} = n \frac{\pi d^2}{4} \sigma_{xk},$$

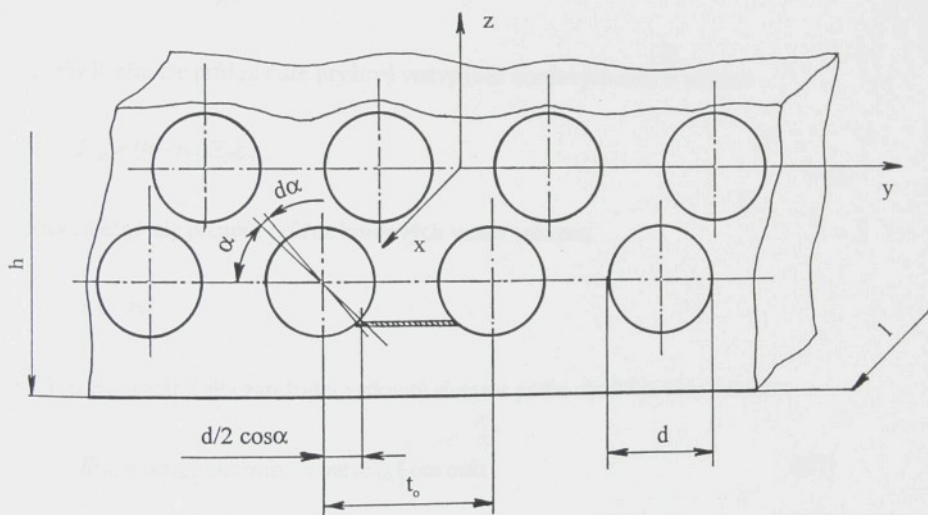
$$F_{xp} = \left(h t_o - n \frac{\pi d^2}{4} \right) \sigma_{xp}. \quad (84)$$

S použitím výminky rovnováhy

$$F_x = F_{xk} + F_{xp}$$

a deformační výminky

$$\epsilon_x = \epsilon_{xk} = \epsilon_{xp},$$



Obr.24

dostaneme pro modul pružnosti stěny ve směru x

$$E_x = K_9 E_k + (1 - K_9) E_p, \quad (85)$$

kde

$$K_9 = \frac{\pi d^2 n}{4 h t_o}. \quad (86)$$

Zatížíme-li vytknutý element ve směru y silou F_y , potom při vyvolané průměrné poměrné deformaci

$$\varepsilon_y = \frac{\Delta t_o}{t_o}$$

platí pro elementární vrstvu pod úhlem α (obr.24) deformační výminka ve tvaru

$$\Delta t_o = \Delta t_{k\alpha} + \Delta t_{p\alpha}$$

a rovnovážná výminka

$$\sigma_{y\alpha} = \sigma_{yk\alpha} = \sigma_{yp\alpha} .$$

Část síly F_y přenese průřez čisté pryžové vrstvy (bez kordových nití) o velikosti

$$F_{yp} = (h - nd)E_p\varepsilon_y ,$$

zbytek zátěžné síly přenesa průřez kordových vrstev velikosti

$$S_{yk} = nd .$$

Velikost elementární síly zatěžující vytknutý element podle obr.24 je dána vztahem

$$dF_{y\alpha} = n\sigma_{y\alpha} \frac{d}{2} \cos \alpha d\alpha = n\varepsilon_y E_{y\alpha} \frac{d}{2} \cos \alpha d\alpha . \quad (87)$$

Upravíme deformační výminku na tvar:

$$t_o \frac{\sigma_{y\alpha}}{E_{y\alpha}} = d \cos \alpha \frac{\sigma_{y\alpha}}{E_k} + (t_o - d \cos \alpha) \frac{\sigma_{y\alpha}}{E_p} .$$

Potom

$$E_{y\alpha} = \frac{t_o E_k^j E_p}{E_p d \cos \alpha + E_k^j t_o - E_k^j d \cos \alpha} = \frac{t_o E_p}{\frac{E_p}{E_k^j} d \cos \alpha + t_o - d \cos \alpha} \quad (88)$$

a po dosazení do rovnice (87) dostaneme

$$dF_{yx} = n \frac{d}{2} \epsilon_y \frac{t_o E_p}{t_o + \left(\frac{E_p}{E'_k} - 1 \right) d \cos \alpha} \cos \alpha d\alpha \quad (87a)$$

Pro celkovou sílu zatěžující pryžokordové vrstvy pak platí:

$$F_{yk} = nd t_o E_p \epsilon_y \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos \alpha d\alpha}{t_o + \left(\frac{E_p}{E'_k} - 1 \right) d \cos \alpha} \quad (89)$$

Z rovnovážné výminky a s použitím rovnice (89) dostaneme pro modul pružnosti stěny ve směru y:

$$E_y = \frac{(h - nd) E_p + nd t_o E_p \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos \alpha d\alpha}{t_o + \left(\frac{E_p}{E'_k} - 1 \right) d \cos \alpha}}{h} \quad (90)$$

Označíme-li dále

$$K_{10} = \frac{E_p}{E'_k}, \quad (91)$$

potom po integraci a dalších úpravách dostaneme

$$E_y = \frac{nd}{h} E_p \left[\left(\frac{\pi}{2} - 1 \right) - \frac{d(K_{10} - 1)}{\sqrt{t_o^2 - d^2(K_{10} - 1)^2}} \ln \frac{t_o - d(K_{10} - 1) + \sqrt{t_o^2 - d^2(K_{10} - 1)^2}}{t_o - d(K_{10} - 1) - \sqrt{t_o^2 - d^2(K_{10} - 1)^2}} \right] + E_p \quad (90a)$$

V případě, že velikost modulu pružnosti nitě kordu E'_k bude mnohem větší než modul pružnosti pryže E_p , potom se bude K_{10} blížit k nule a rovnice (90a) přejde ve tvar

$$E_y = \frac{nd}{h} E_p \left(\frac{\pi}{2} - 1 \right) + E_p + \frac{nd}{h} E_p \frac{d}{\sqrt{t_o^2 - d^2}} \ln \frac{(t_o + d) + \sqrt{t_o^2 - d^2}}{(t_o + d) - \sqrt{t_o^2 - d^2}} \quad (90b)$$

Nechť při zatížení řešeného elementu smykovou silou F_{xy} dojde k deformaci podle obr.

25. Potom platí:

$$\tan \gamma_{xy} = \frac{u}{t_o}$$

a deformační výminka pro objemový element pryžokordové vrstvy

$$u = t_o \tan \gamma_{xy} = d \cos \alpha \tan \gamma_k + (t_o - d \cos \alpha) \tan \gamma_p. \quad (91)$$

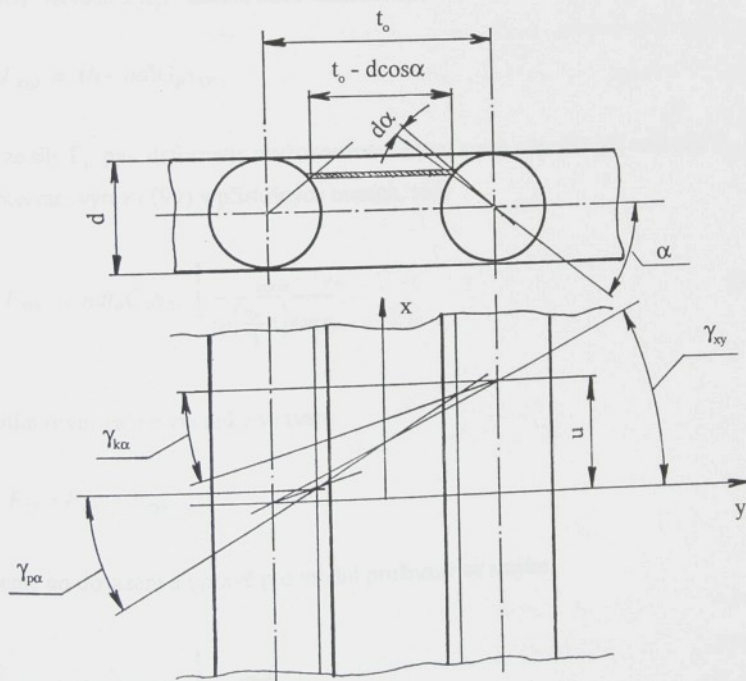
Pro malý zkos budeme počítat s dostatečnou přesností s výrazem

$$t_o \gamma_{xy} = d \cos \alpha \gamma_k + (t_o - d \cos \alpha) \gamma_p,$$

resp.

(91a)

$$t_o \frac{\tau}{G_{xy}} = d \cos \alpha \frac{\tau}{G_k} + (t_o - d \cos \alpha) \frac{\tau}{G_p}.$$



Obr.25

Z upravené rovnice (91a) vyjádříme:

$$G_{xy\alpha} = \frac{t_o G_k G_p}{G_p d \cos \alpha + G_k t_o - G_k d \cos \alpha} = \frac{t_o G_p}{\frac{G_p}{G_k} d \cos \alpha + t_o - d \cos \alpha} \quad (92)$$

Rovnice (92) udává stejnou matematickou závislost jako rovnice (88) pro určení modulu $E_{y\alpha}$. Proto budeme v dalším řešení postupovat obdobnou metodikou, která vede ke konečnému výsledku řešení. V následujícím uvedeme jen průběžné výsledky:

Elementární síla, která vyvozuje ve vytknutých objemových elementech pod úhlem α v pryžokordových vrstvách zkoso γ_{xy} , má velikost

$$dF_{xy\alpha} = n r_{xy} \frac{d}{2} \frac{t_o G_p}{t_o + \left(\frac{G_p}{G_k} - 1\right) d \cos \alpha} \cos \alpha d\alpha \quad (93)$$

Smyková síla F_{xy} se rozdělí na dvě části. První část F_{xyp} vyvolí smykovou deformaci v čistě pryžových vrstvách a její velikost bude dána rovnicí

$$F_{xyp} = (h - nd) G_p \gamma_{xy}.$$

Zbytek ze síly F_{xy} pak deformuje pryžokordové vrstvy a pro výpočet její velikosti F_{xyk} získáme vztah integrací výrazu (93) v příslušných mezích, tedy

$$F_{xyk} = n d t_o G_p \gamma_{xy} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos \alpha}{t_o + \left(\frac{G_p}{G_k} - 1\right) d \cos \alpha} d\alpha \quad (94)$$

S použitím rovnovážné výminky ve tvaru

$$F_{xy} = F_{xyp} + F_{xyk}$$

dostaneme po dosazení a úpravě pro modul pružnosti ve smyku

$$G_{xy} = \frac{(h - nd) + n d t_o G_p \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos \alpha d\alpha}{t_o + \left(\frac{G_p}{G_k} - 1\right) d \cos \alpha}}{h} \quad (95)$$

a po vyčíslení

$$G_{xy} = \frac{\pi d}{h} G_p \left[\left(\frac{\pi}{2} - 1 \right) - \frac{d(K_{11}-1)}{\sqrt{t_0^2 - d^2(K_{11}-1)^2}} \ln \frac{t_0 - d(K_{11}-1) + \sqrt{t_0^2 - d^2(K_{11}-1)^2}}{t_0 - d(K_{11}-1) - \sqrt{t_0^2 - d^2(K_{11}-1)^2}} \right] + G_p . \quad (95a)$$

Zde

$$K_{11} = \frac{G_p}{G_k} . \quad (96)$$

Konečně zbývá určit velikosti Poissonových čísel, určujících kontrakce při zatíženích ve směrech x a y . Dá se jednoduše prokázat, že změna objemu, zatíženého ve třech na sebe kolmých směrech dosáhne přibližné velikosti

$$\Delta V = V(\varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z) . \quad (97)$$

Aplikujeme-li danou závislost na pryžokordovou stěnu, potom změna objemu vytknutého elementu stěny bude rovna součtu objemových změn dílčích komponentů (pryž, kord). Při platnosti výrazu (83) a za předpokladu, že vlastnosti stěny jsou ve směru z přibližně rovny vlastnostem stěny ve směru y , potom platí:

$$V\varepsilon_x(1 - 2\mu_{xy}) = V_p\varepsilon_x(1 - 2\mu_p) + V_k\varepsilon_x(1 - 2\mu_k) . \quad (98)$$

Po úpravě a při skutečnosti, že $\mu_p = 0,5$ dostaneme:

$$\mu_{xy} = \frac{V_k}{2V}(2\mu_k - 1) + \frac{1}{2} . \quad (99)$$

Druhé Poissonovo číslo již určíme ze známé závislosti

$$\mu_{yx} = \mu_{xy} \frac{E_y}{E_x} . \quad (100)$$

V případě stěny s kříženým kordem jsou hlavní směry os ortotropie skloněny vzhledem k hlavním osám pryžokordové stěny o úhel β . Pro reálné výpočty nutno ale znát hodnoty technických konstant právě v hlavních směrech konečné pryžokordové stěny. Pro transformaci do nových směrů použijeme známé transformační vztahy [7]:

$$\frac{1}{E'_y} = \frac{\cos^4 \beta}{E_x} + \left(\frac{1}{G_{xy}} - \frac{2\mu_{xy}}{E_x} \right) \sin^2 \beta \cos^2 \beta + \frac{\sin^4 \beta}{E_y},$$

$$\frac{1}{E'_y} = \frac{\sin^4 \beta}{E_x} + \left(\frac{1}{G_{xy}} - \frac{2\mu_{xy}}{E_x} \right) \sin^2 \beta \cos^2 \beta + \frac{\cos^4 \beta}{E_y},$$

(101)

$$\frac{1}{G'_{xy}} = \frac{1}{G_{xy}} + 4 \left(\frac{1+\mu_{xy}}{E_x} + \frac{1+\mu_{yx}}{E_y} - \frac{1}{G_{xy}} \right) \sin^2 \beta \cos^2 \beta,$$

$$\mu'_{yx} = \left[\left(\frac{1+\mu_{xy}}{E_x} + \frac{1+\mu_{yx}}{E_y} - \frac{1}{G_{xy}} \right) \sin^2 \beta \cos^2 \beta - \frac{\mu_{xy}}{E_x} \right] E'_y.$$

Velikost Poissonova čísla μ'_{xy} se nakonec určí z rovnice (100).

Pryžokordový materiál, jako kompozitní stěna specifických fyzikálně mechanických vlastností, skýtá široké možnosti uplatnění v technické praxi. Různorodost vhodných aplikací však sebou přináší rozličné pracovní podmínky, kterým nutno konstrukci přizpůsobit. Aby je mohli konstruktér i výrobní technologie respektovat, musejí mít na prvním místě k dispozici dostatek technických informací potřebných ke stanovení optimální konstrukce i výrobního zázemí.

S výjimkou pneumatikářského průmyslu, kde se problematikám konstrukce, výpočtům a technologii výroby věnuje nutná komplexní pozornost, výrobci ostatních výrobků zaměřují pozornost předně na dosažení jejich požadovaných funkčních parametrů, zatímco je optimalizace stavby stěny nejčastěji řešena jen využitím zkušenosti a následným, zpravidla náročným experimentem. To vede většinou k nedokonalosti stavby stěny a tím i ke snížení užité hodnoty výrobku. Problém je komplikován i tím, že dosažený technický stav výrobní firmy v technické literatuře nepublikují (patrně) z konkurenčních důvodů.

Předložená zpráva rozšiřuje poznání obecně platných zákonitostí pro pryžokordovou stěnu a navrhuje osnovu jednoduché výpočtové metodiky pryžokordového rotačního pláště zatíženého vnitřním přetlakem. Početní operace respektují vytyčený záměr jednoduchosti výpočtu v hladině přesnosti vstupních parametrů tak, aby výsledky byly dostačující pro zásadní soudy v konstrukční technické praxi.

Rozdělení řešené problematiky deformačních vazeb, napětí a energetické bilance v deformované pryžokordové stěně na řešení při předpokladech pro malé deformace a nových řešení při předpokladech pro velké deformace přineslo mnoho cenných poznatků:

1) Praktické aplikace v kap.3.0 závěrů teoretických výpočtů zvýrazňují mj. poznatek o rostoucí rozdílnosti výstupů při zvětšující se jmenovité deformaci stěny, provede-li se řešení při obou vstupních předpokladech. Ukazuje se, že podmínky pro malé deformace jsou reálné jen pro několikaprocentní jmenovité deformace stěny, a to ještě ve vazbě na velikost úhlu křížení β . Vzhledem k tomu, že u většiny výrobků s pryžokordovou stěnou dochází k výraznějším provozním deformacím stěny (není výjimkou velikost v desítkách procent), je zřejmé, že výpočty s předpokladem větších deformací jsou nevyhnutelné. Přitom je třeba respektovat skutečnost, že i výpočty málo deformované stěny s předpoklady pro výpočet větších deformací nahradí výpočty provedené s podmínkami pro malé deformace.

2) Protože jsou hodnoty technických konstant pryže velmi nízké, předpokládá se zpravidla mylně, že její vliv na skutečné deformace stěny není podstatný. Aplikací odvozených rovnic ((25d), (36b) až (36d)) ve výpočtech vymezujících dosažení rovnovážné konfigurace stěny lze řešení deformací a energetické napjatosti ve stěně podstatně upřesnit. Hodnověrnost výsledků výpočtu pak podmiňují jen nepřesné materiálové údaje, uváděné v materiálových listech.

3) Vymezením vztahů v kap.4.0 pro výpočet technických konstant pro kompozitní pryžokordovou stěnu s kříženým kordem se otevírá možnost aplikací obecně platných výpočetních metod. Při vlastních výpočtech nutno mít na zřeteli, že se při deformaci stěny mění hodnoty technických konstant v závislosti na velikosti deformace a úhlu křížení β .

4) Závěry získané předloženým postupem, byly stanoveny při určitých podmínkách řešení, více či méně blízkých skutečnosti. Pro přiblížení výstupů pravdivým výsledkům bude potřeba v další etapě výzkumu zaměřit úsilí na korekce odvozených vztahů porovnáváním s výsledky experimentu. Tato etapa však bude náročnější nejen na čas, ale i na finanční zabezpečení, neboť si vyžádá značné množství měření s náročnou přípravou zkušebních vzorků.

Literatura

- /1/ FISCHER, M.: Konstrukce pneumatik. Praha 1962.
- /2/ JOHANNSEN, P.: Luftfederung. Continental Gumi-werke AG. Hanover, BRD.
- /3/ KUBÍK, J.: Gumárenská technologie V. Praha 1962.
- /4/ MAREŠ, A.: Konstrukce pneumatik. Praha 1958.
- /5/ PONOMAREV : Rasčety rezinovyh i rezinokordnyh detalej. In: Rasčety na pročnost v mašinostrojenii. Moskva 1958, s. 486 - 951.
- /6/ MRCÍN, J - ZÍTEK, P.: Pneumatiky. SNTL, Praha 1985.
- /7/ BRILLA, J.: Anizotropické stěny. SAV, Bratislava 1958.
- /8/ PUSTKA, Z.: Rotačně symetrické pryžokordové pláště vzduchových pružin. (Kandidátská disertační práce). Brno, VUT 1967.
- /9/ PUSTKA, Z.: Příspěvek k řešení rozložení deformací v pryžokordové stěně. In: Sborník II referátů XIV. celostátní konference kateder částí strojů. Liberec, VŠST 1973.
- /10/ PUSTKA, Z.: Namáhání vlnovce pneumatické pružiny jako funkce jeho rozměrů. In: Sborník XVI. vědecké konference kateder částí strojů. Brno 1975.
- /11/ PUSTKA, Z.: Příspěvek k pevnostní kontrole pryžokordového vlnovcového pláště tlakové nádoby. In.: Sborník XXV. konference kateder částí a mechanismů strojů. Podolánky 1984.
- /12/ PUSTKA, Z.: Tažné pneumatické prvky. In.: Sborník IV. konference o teorii strojů a mechanismů. Liberec, VŠST 1984.
- /13/ PUSTKA, Z.: Pryžokordový plášť jako aktivní člen tahové pneumatické pružiny. In: Sborník XXXII. konference kateder částí a mechanismů strojů. Košice, VŠT 1991.