

DIPLOMOVÝ ÚKOL

pro **Jaroslava Kučeru**obor **automatizované systémy řízení výrobních procesů ve strojírenství**

Protože jste splnil..... požadavky učebního plánu, zadává Vám vedoucí katedry ve smyslu směrnic ministerstva školství ~~XXXXXX~~ o státních závěrečných zkouškách tento diplomový úkol:

Název tématu: **Identifikace na základě Kalmanova filtru**

Pokyny pro vypracování:

1. Prostudujte literaturu podle seznamu a seznamte se s teorií Kalmanova filtru pro diskrétní soustavy.
2. Sestavte program pro počítač RPP 16S pro identifikaci lineární diskrétní soustavy na základě Kalmanova filtru a odzkoušejte na příkladech.
3. Porovnejte zkoumanou metodu s metodou nejmenších čtverců.
4. Zhodnoťte přínos práce pro zkvalitnění řízení technologických procesů.

Autorské právo se řídí směrnicemi
MŠK pro státní záv. zkoušky č.j. 31
727/62-III/2 ze dne 13. července
1958, MŠK XVIII, sešit 24 ze
dne 13. 7. 1981, out. z č. 115/53 Sb.

V439/1980 S
VYSOKÁ ŠKOLA STROJNÍ A TEXTILNÍ
Ústřední knihovna
LIBEREC, STUDENTSKÁ 5
400 01 LIBEREC 17

Rozsah grafických laboratorních prací:

Rozsah průvodní zprávy:

50 - 60 stran

Seznam odborné literatury:

- /1/ Aström, K.I.: Introduction to Stochastic Control Theory.
Academic Press 1970
- /2/ Kwakernaak, H.: Linear Optimal Control Systems.
John Wiley & Sons, Inc., New York 1972
- /3/ Hanuš, B.: Navrhování lineárních algoritmů pro řídicí počítač.
Výzkumná zpráva KTK-0013, VŠST Liberec, 1975
- /4/ Streje, V.: Stavová teorie lineárního diskrétního řízení.
Academia, Praha 1978
- Časopisy: Kybernetika, ČSAV Praha
Automatizace, SNTL Praha
Automatica, Pergamon Press
- Avtomatika i telemekhanika,
Nauka Moskva

Vedoucí diplomové práce:

Pref. Ing. Beřivej H a n u š, CSc.

Konsultanti:

Ing. Vladimír K r a c í k, CSc.

Datum zahájení diplomové práce:

15.9.1980

Datum odevzdání diplomové práce:

12.6.1981



Alaxin
Doc. Ing. J. Alaxin, CSc.

Vedoucí katedry

Stříž
Doc. RNDr B. Stříž, CSc.

Děkan

v

Liberci

dne

15.9.

19 80

Kristopřesně prohlašuji, že jsem diplomovou práci vy-
pracoval samostatně s použitím uvedené literatury.

V Liberci dne 5.6.1981

Kučera Jaroslav

Vysoká škola strojní a textilní v Liberci
nositelka řádu práce

Fakulta strojní
Obor 23-40-8

automatizované systémy řízení
výrobních procesů ve strojírenství

Katedra technické kybernetiky

Identifikace na základě Kalmanova filtru

Jaroslav Kučera

Vedoucí práce : Prof. Ing. Bořivoj Hanuš, CSc.
Katedra technické kybernetiky
VŠST Liberec

Konzultant : Ing. Vladimír Křečík, CSc.
Katedra technické kybernetiky
VŠST Liberec

KTK ASŠSP 008

Rozech práce a příloh

Počet stran	56
Počet příloh a tabulek	3
Počet obrázků	9
Počet výkresů	-
Počet modelů nebo jiných příloh	-

KTK / AŠP-S
5.6.1981

Obsah

	str.
Přehled označení hlavních veličin	5
Úvod	6
1. Teorie Kalmanova estimatoru pro diskrétní lineární soustavy	7
2. Aplikace Kalmanova filtru na identifikaci parametrů soustav	18
2.1. Identifikace lineárních diskrétních soustav s 1 vstupem a 1 výstupem	18
2.2. Identifikace lineárních diskrétních soustav s více vstupy a více výstupy	23
3. Srovnání identifikace na základě Kalmanova filtru s jinými postupy identifikace	26
3.1. Metoda nejmenších čtverců	26
3.2. Gmmezinový filtr - algoritmus REFIL	32
4. Popis programu pro identifikaci na základě Kalmanova filtru	35
4.1. Popis vstupu	41
4.2. Popis výstupu	42
4.3. Popis podprogramů	44
4.4. Odesení programu	47
4.5. Časové nároky	48
4.6. Příklad zadání a vyřešení jednoduché simulace úlohy	48
4.7. Výpis programu	49
5. Závěr	53
6. Literatura	55
7. Seznam příloh	56

Přehled označení hlavních veličin

$\underline{e}$	-vektor výstupního šumu
k	-diskrétní čas
m	-řád pravé strany diferenční rovnice
n	-řád levé strany diferenční rovnice
r	-počet vstupů
s	-počet výstupů
t	-diskrétní čas
$\underline{u}$	-vektor vstupních veličin soustavy
$\underline{v}$	-vektor vstupního šumu
$\underline{x}$	-vektor stavových veličin soustavy
$\hat{\underline{x}}$	-odhad vektoru stavových veličin
$\tilde{\underline{x}}$	-chyba odhadu vektoru stavových veličin
$\underline{y}$	-vektor výstupních veličin soustavy
$\hat{\underline{y}}$	-odhad vektoru výstupních veličin
$\tilde{\underline{y}}$	-chyba odhadu vektoru výstupních veličin
A, B	-matice koeficientů
G	-trojúhelníková matice Choleského rozkladu
K	-matice Kalmanova filtru
P	-kovarianční matice chyby stavového vektoru
R_1	-kovarianční matice vstupního vektoru šumu
R_2	-kovarianční matice výstupního vektoru šumu
φ	-koeficient zapomínání
Γ	-vstupní matice soustavy
Θ	-výstupní matice soustavy
Φ	-vazební matice soustavy

Úvod

Významnou cestou zvyšování životní úrovně lidu, jak bylo zdůrazněno v závěrečích 16.sjezdu KSČ, je zavádění automatizace do stále širší oblasti života společnosti. Automatizace se stává progresivním směrem ve všech odvětvích národního hospodářství. Nachází tedy uplatnění nejen v průmyslové sféře, ale stále častěji ve sféře neprůmyslové (administrativa, zdravotnictví, kultura, výzkum apod.). Přínosem automatizace jsou významné úspory materiálu a energie a v neposlední řadě snižuje namáhavou fyzickou práci člověka. Zaváděním automatizovaných systémů řízení se zkvalitňuje veškerá řídicí práce. Kvalitní řízení však předpokládá úplnou znalost řízeného objektu, především jeho stavu. Velice často se však stává, že máme regulovat soustavu s neúplnou informací o stavových veličinách nebo soustavu, u níž neznáme matematický popis. Tyto chybějící informace jsou však nezbytné při zjišťování vlastností soustavy a též při samotném návrhu regulátoru. Pro doplnění těchto informací bylo již vypracováno mnoho metod identifikace (metoda nejmenších čtverců, REFIL, Kalmanův filtr apod.).

Cílem této diplomové práce je na základě Kalmanova filtru identifikovat lineární diskretní soustavy, tzn. nalézt neznámé koeficienty diferenční rovnice, která je matematickým popisem soustavy. Důležitým požadavkem je však možnost volně disponovat vstupy a výstupy soustavy, přičemž měření výstupu může být zatíženo náhodnou chybou.

Celá identifikace má být provedena na číslícovém samočinném počítači v některém vyšším programovacím jazyce.

1. Teorie Kalmanova estimátoru pro diskrétní lineární soustavy.

Pro uvažovanou lineární diskrétní soustavu viz obr.1.lze psát lineární diferenční stavové rovnice

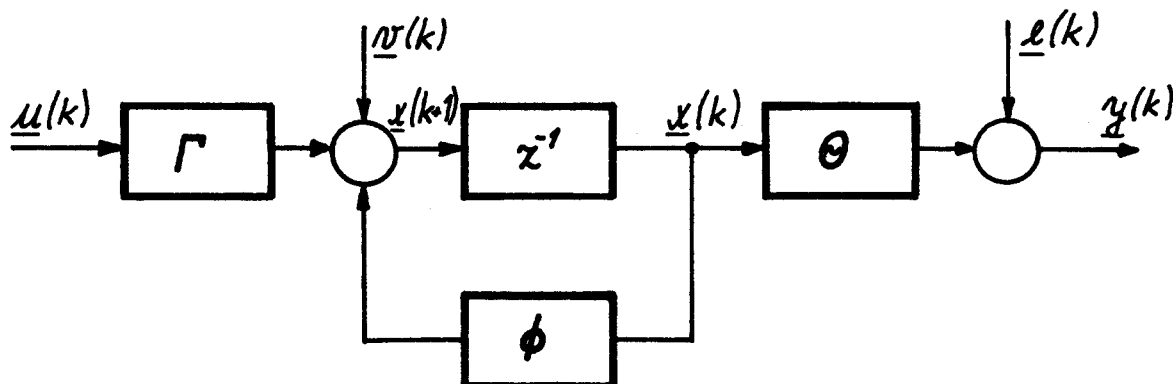
$$\underline{x}(k+1) = \underline{\phi} \underline{x}(k) + \underline{\Gamma} \underline{u}(k) + \underline{v}(k) \quad (1-1)$$

a lineární transformační vztah

$$\underline{y}(k) = \underline{\Theta} \underline{x}(k) + \underline{e}(k) \quad (1-2)$$

kde je

- $\underline{x}$ p vektor stavových veličin
- $\underline{u}$ r vektor vstupních veličin
- $\underline{v}$ r vektor vstupního šumu
- $\underline{e}$ s vektor výstupního šumu
- $\underline{y}$ s vektor výstupních veličin
- $\underline{\phi}$ p.p. vesební matice
- $\underline{\Gamma}$ p.r matice vstupu soustavy
- $\underline{\Theta}$ s.p matice výstupu soustavy
- k diskretizovaný čas



Obr.1. Blokové schéma lineární diskrétní soustavy

Jak již bylo řečeno, velice často se u reálných soustav stává, že některé nebo také žádné stavové veličiny nelze přímo odměřit, protože jsou přímému měření nepřístupné. U těchto soustav však lze vždy odměřit vstupní a výstupní veličiny. Přímě ze vztahu (1-2) však hledaný, neznámý stavový vektor nelze počítat, protože matice Θ není obecně čtvercová a tedy počet neznámých stavových veličin neodpovídá počtu rovnic. Navíc tento vztah obsahuje neznámý vektor šumu zatěžující měřené výstupní veličiny náhodnou chybou.

Předpokládejme, že střední hodnota šumu zatěžujícího vstup a výstup soustavy je nulová a počáteční stav $\underline{x}(0)$ není korelovan s $\underline{v}$ a $\underline{z}$.

Příslušné kovarianční matice proto jsou

$$M[\underline{v}(k) \underline{v}^T(k)] = R_1 \quad (1-3)$$

$$M[\underline{v}(k) \underline{z}^T(k)] = 0 \quad (1-4)$$

$$M[\underline{z}(k) \underline{z}^T(k)] = R_2 \quad (1-5)$$

$$M[\underline{x}(0) \underline{x}^T(0)] = R_0 \quad (1-6)$$

Kalmanova metoda identifikace je založena na nahrazení neměřitelného stavového vektoru pouze jeho odhadem, který je neustále upřesňován pomocí chyby výstupních veličin.

Pro tento odhad platí

$$\underline{x}(k) = \hat{\underline{x}}(k) + \tilde{\underline{x}}(k) \quad (1-7)$$

kde je

$\hat{\underline{x}}(k)$ odhad vektoru stavových veličin

$\tilde{\underline{x}}(k)$ chyba odhadu stavových veličin

obdobně lze psát pro výstupní vektor

$$\underline{y}(k) = \hat{\underline{y}}(k) + \tilde{\underline{y}}(k) \quad (1-8)$$

kde je

$\hat{\underline{y}}(k)$ odhad vektoru výstupních veličin

$\tilde{\underline{y}}(k)$ chyba odhadu výstupních veličin

Stavové veličiny určují vztahem (1-2) výstupní veličiny.

Potom odhad stavových veličin musí vycházet z předchozích výstupních veličin

$$\underline{y}_k^T = (\underline{y}(0), \underline{y}(1), \dots, \underline{y}(k)) \quad (1-9)$$

a je proto jimi podmíněn

$$\hat{\underline{x}}(k+1) = M[\underline{x}(k+1)/\underline{y}_k] \quad (1-10)$$

Obdobně musí platit pro odhad výstupních veličin

$$\hat{\underline{y}}(k) = M[\underline{y}(k)/\underline{y}_{k-1}] \quad (1-11)$$

Dosažením vztahu (1-2) do vztahu (1-11)

$$\hat{\underline{y}}(k) = M[\underline{\theta} \underline{x}(k) + \underline{e}(k)/\underline{y}_{k-1}] \quad (1-12)$$

a využitím vztahu (1-10) a předpokladu, že střední hodnota Gaussovských šumů je nulová, dostaneme

$$\hat{\underline{y}}(k) = \underline{\theta} \hat{\underline{x}}(k) \quad (1-13)$$

Chybu odhadu výstupních veličin lze určit užitím vztahů (1-8), (1-2) a (1-13)

$$\tilde{\underline{y}}(k) = \underline{\theta} \tilde{\underline{x}}(k) + \underline{e}(k) \quad (1-14)$$

V dalším postupu jsou využívány následující vztahy. Jejich odvození spolu s důkazy jsou v literatuře / 1 / .

Nechť $\underline{x}$ a $\underline{y}$ jsou Gaussovské vektory a nechť

$$\underline{z} = \underline{x} - M[\underline{x}] - R_{xy} R_y^{-1} (\underline{y} - M[\underline{y}])$$

potom kovarianční matice vektoru $\underline{z}$ je

$$\underline{R}_z = \underline{R}_x - \underline{R}_{xy} \underline{R}_y^{-1} \underline{R}_{yx} \quad (1-15)$$

Střední hodnota podmíněného rozložení vektoru $\underline{x}$ vektorem $\underline{y}$ je

$$M[\underline{x}/\underline{y}] = M[\underline{x}] + \underline{R}_{xy} \underline{R}_y^{-1} (\underline{y} - M[\underline{y}]) \quad (1-16)$$

a kovarianční matice je potom

$$M[(\underline{x} - M(\underline{x}/\underline{y}))(\underline{x} - M(\underline{x}/\underline{y}))^T / \underline{y}] = \underline{R}_x - \underline{R}_{xy} \underline{R}_y^{-1} \underline{R}_{yx} = \underline{R}_z \quad (1-17)$$

kde náhodné proměnné $\underline{y}$ a $\{\underline{x} - M(\underline{x}/\underline{y})\}$ jsou nezávislé.

Nechť jsou dále vektory $\underline{x}$, $\underline{u}$ a $\underline{v}$ náhodné s Gaussovým rozložením a necht' vektory $\underline{u}$ a $\underline{v}$ jsou navíc nezávislé.

Potom platí

$$M[\underline{x}/\underline{u}, \underline{v}] = M[\underline{x}/\underline{u}] + M[\underline{x}/\underline{v}] - M[\underline{x}] \quad (1-18)$$

Z definice kovariance pro tyto vektory plyne

$$\text{cov}[\underline{x}, \underline{y}] = M[(\underline{x} - M[\underline{x}])(\underline{y} - M[\underline{y}])^T] \quad (1-19)$$

Abychom však mohli provést správnou identifikaci stavových veličin soustavy, je nutné vždy nový odhad stavových veličin $\hat{\underline{x}}(k+1)$ upravit, tzn. co nejvíce se blížit skutečnému stavu soustavy. Tuto korekci je třeba odvodit z takové veličiny, která poskytuje informaci nejen o odměřeném výstupním vektoru $\underline{y}(k)$, ale i o odezvě na předchozí odhad stavových veličin $\hat{\underline{y}}(k)$. Takovou veličinou je dle vztahů (1-8) a (1-14) chyba odhadu vektoru výstupních veličin $\tilde{\underline{y}}(k)$.

Te znamená, že nový odhad stavových veličin $\hat{\underline{x}}(k+1)$ již nebude odvozován přímo z veličin $\underline{y}_k$ viz vztah (1-9), ale z veličin $[\underline{y}_{k-1}, \tilde{\underline{y}}(k)]$

Proto lze vztah (1-10) upravit na

$$\hat{\underline{x}}(k+1) = M[\underline{x}(k+1)/\underline{y}_{k-1}, \tilde{\underline{y}}(k)] \quad (1-20)$$

a aplikací definice (1-19) dostaneme

$$\hat{\underline{x}}(k+1) = M[\underline{x}(k+1)/\underline{y}_{k-1}] + M[\underline{x}(k+1)/\tilde{\underline{y}}(k)] - M[\underline{x}(k+1)] \quad (1-21)$$

kde 1. člen za použití vztahů (1-1), (1-10) a (1-13)

$$M[\underline{x}(k+1)/\underline{y}_{k-1}] = \Phi \hat{\underline{x}}(k) + \Gamma \underline{\mu}(k) \quad (1-22)$$

a 2. člen užitím vztahu 1-16

$$M[\underline{x}(k+1)/\tilde{\underline{y}}(k)] = M[\underline{x}(k+1) + \underline{R}_{\underline{x}\tilde{\underline{y}}} \underline{R}_{\tilde{\underline{y}}}^{-1} \tilde{\underline{y}}(k)] \quad (1-23)$$

Označme

$$\underline{K}(k) = \underline{R}_{\underline{x}\tilde{\underline{y}}} \underline{R}_{\tilde{\underline{y}}}^{-1} \quad (1-24)$$

kde $\underline{R}_{\underline{x}\tilde{\underline{y}}}$ za použití vztahů (1-17), (1-1) a (1-2), (1-14)

$$\begin{aligned} \underline{R}_{\underline{x}\tilde{\underline{y}}} &= \text{cov}[\underline{x}(k+1), \tilde{\underline{y}}(k)] = \\ &= \Phi M[\tilde{\underline{x}}(k) \tilde{\underline{x}}^T(k)] \Theta^T \end{aligned} \quad (1-25)$$

označme

$$\underline{P}(k) = M[\tilde{\underline{x}}(k) \tilde{\underline{x}}^T(k)] \quad (1-26)$$

vztah (1-25) lze potom přepsat

$$\underline{R}_{\underline{x}\tilde{\underline{y}}} = \Phi \underline{P}(k) \Theta^T \quad (1-27)$$

Druhá kovarianční matice $\underline{R}_{\tilde{\underline{y}}}$ ze vztahu (1-24) je využitím vztahů (1-5), (1-15) a (1-26)

$$\begin{aligned} \underline{R}_{\tilde{\underline{y}}} &= \text{cov}[\tilde{\underline{y}}(k), \tilde{\underline{y}}(k)] = \\ &= \Theta \underline{P}(k) \Theta^T + \underline{R}_2 \end{aligned} \quad (1-28)$$

Dosažením (1-28), (1-27), (1-24), (1-23) a (1-22) do vztahu (1-21)

dostaneme

$$\hat{\underline{x}}(k+1) = \Phi \hat{\underline{x}}(k) + \Gamma \underline{\mu}(k) + \underline{K}(k) \tilde{\underline{y}}(k) \quad (1-29)$$

Srovnáme-li tento vztah s (1-1) je zřejmé, že $\underline{K}(k)$ je matice

filtru, která zavádí opravné hodnoty odvozené z chyby odhadu výstupních veličin k budoucímu odhadu stavových veličin.

Od estimátoru vytvářejícího odhad stavového vektoru $\hat{\underline{y}}(k)$ pomocí matice filtru $\underline{K}$ vyžadujeme, aby chyba odhadu stavového vek-

toru $\tilde{x}$ konvergovala v čase k nule

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \tilde{x}(k) = 0 \quad (1-30)$$

Časový průběh této chyby určíme rozdílem rovnic (1-1) a (1-29) a využitím vztahu (1-14)

$$\tilde{x}(k+1) = (\phi - K(k)\theta) \tilde{x}(k) - K(k) \underline{e}(k) + \underline{v}(k) \quad (1-31)$$

Bude-li tato chyba splňovat vztah (1-30) potom je systém (1-31) asymptoticky stabilní.

Ze vztahů (1-24), (1-27) a (1-28) lze určit tvar matice filtru

$$K(k) = \phi P(k) \theta^T [\theta P(k) \theta^T + R_2]^{-1} \quad (1-32)$$

Ověřme nyní, zda matice filtru v tomto stavu skutečně splňuje podmínku (1-30). Je zřejmé, že minimum střední kvadratické hodnoty skalárního součinu $\underline{c}^T \tilde{x}(k)$ splní uvedenou podmínku

$$\min_{K(k)} \{M[\underline{c}^T \tilde{x}(k) \tilde{x}^T(k) \underline{c}]\} = \min_{K(k)} \{\underline{c}^T P(k) \underline{c}\} ; \underline{c} \neq 0 \quad (1-33)$$

Dosažením (1-31) a vzhledem k vzájemné nezávislosti vektorů $\tilde{x}$, $\underline{v}$ a $\underline{e}$ je určen vztah pro $P(k+1)$

$$P(k+1) = (\phi - K(k)\theta) P(k) (\phi - K(k)\theta)^T + K R_2 K^T + R_1 \quad (1-34)$$

jehož rozepsáním a úpravou na kvadratický tvar a využitím symetričnosti matic $P(k)$, R_1 , R_2 , $\theta P(k) \theta^T$ dostaneme

$$\begin{aligned} P(k+1) = & \{K(k) - \phi P(k) \theta^T [\theta P(k) \theta^T + R_2]^{-1}\} [\theta P(k) \theta^T + R_2] \cdot \\ & \cdot \{K(k) - \phi P(k) \theta^T [\theta P(k) \theta^T + R_2]^{-1}\}^T + \\ & + \{R_1 + \phi P(k) \phi^T - \phi P(k) \theta^T [\theta P(k) \theta^T + R_2]^{-1} \theta P(k) \phi^T\} \end{aligned} \quad (1-35)$$

Poslední člen pravé strany vztahu (1-35) není závislý na matici filtru a minimum (1-33) proto neovlivní. První člen rovnice musí být naopak roven nule, protože jde o kvadratickou

formu, a odtud dostáváme

$$K(k) = \phi P(k) \theta^T [\theta P(k) \theta^T + R_2]^{-1} \quad (1-35)$$

což je identické s (1-32), a proto tento vztah vyhovuje podmínce (1-30) a je hledanou maticí filtru. Tato matice filtru nezávisí na naměřených hodnotách vstupu a výstupu.

Konverguje-li chyba stavového vektoru, musí rovněž matice filtru pro neomezeně rostoucí počet kroků limitovat ke konečné hodnotě

$$\lim_{k \rightarrow \infty} K(k) = K \quad (1-37)$$

Proto je možno maticí filtru K spočítat již před vlastním odhadem stavového vektoru $\hat{x}(k)$. To však nelze provést u takových soustav jejichž parametry ϕ, θ jsou proměnné v čase.

Odvozený algoritmus identifikace soustavy (1-1) a (1-2) na základě Kalmanova filtru je

$$\hat{x}(0) = x_0$$

$$P(0) = R_0 \quad ; \quad k = 1, 2, \dots$$

$$K(k) = \phi P(k) \theta^T [\theta P(k) \theta^T + R_2]^{-1} \quad (1-38)$$

$$P(k+1) = [\phi - K(k)\theta] P(k) [\phi - K(k)\theta]^T + K(k) R_2 K^T(k) + R_1$$

$$\hat{x}(k+1) = [\phi - K(k)\theta] \hat{x}(k) + \Gamma \underline{u}(k) + K(k) \underline{y}(k)$$

Tato identifikace je schematicky znázorněna na obr. 2.

Uvedený estimátor používá hodnoty měření výstupních veličin z předcházejícího intervalu. Lze však využít i hodnot okamžitých.

Pro uvažovanou soustavu popsanou rovnicemi (1-1) a (1-2)

musí platit pro odhad stavového vektoru z okamžitých hodnot

$$\hat{\underline{x}}(k+1) = \Phi \hat{\underline{x}}(k) + \Gamma \underline{u}(k) + K(k+1)[y(k+1) - \theta(\Phi \hat{\underline{x}}(k) + \Gamma \underline{u}(k))] \quad (1-39)$$

zde však již není plně využita skutečná chyba odhadu výstupních veličin, ale pouze její část ve tvaru

$$\tilde{y}(k+1) \approx [y(k+1) - \theta(\Phi \hat{\underline{x}}(k) + \Gamma \underline{u}(k))] \quad (1-40)$$

protože jinak by tento člen obsahoval nový odhad stavového vektoru $\hat{\underline{x}}(k+1)$ a vztah (1-39) by nebylo možné upravit na stejnou strukturu jakou má estimator (1-29) využívající měřené hodnoty z předcházejícího intervalu.

Pro chybu budoucího odhadu stavového vektoru $\tilde{\underline{x}}(k+1)$ platí vztah

$$\tilde{\underline{x}}(k+1) = \underline{x}(k+1) - \hat{\underline{x}}(k+1) \quad (1-41)$$

dosažením z (1-1) za stavový vektor $\underline{x}(k+1)$ a pomocí vztahu (1-2) dostaneme

$$\tilde{\underline{x}}(k+1) = (\Phi - K(k+1)\theta\Phi)\tilde{\underline{x}}(k) + (E - K(k+1)\theta)\underline{u}(k) - K(k+1)\underline{e}(k) \quad (1-42)$$

Označíme-li ve shodě s (1-26)

$$P(k+1) = M[\tilde{\underline{x}}(k+1)\tilde{\underline{x}}^T(k+1)] \quad (1-43)$$

potom

$$P(k+1) = \Phi P(k)\Phi^T + R_1 - K(k+1)\theta\Phi P(k)\Phi^T - K(k+1)\theta R_1 - R_1\theta^T K^T(k+1) - \\ - \Phi P(k)\Phi^T\theta^T K^T(k+1) + K(k+1)[\theta\Phi P(k)\Phi^T\theta^T + \theta R_1\theta^T + R_2]K^T(k+1) \quad (1-44)$$

a rozepsáním a doplněním na kvadratickou formu obdržíme

$$P(k+1) = \{K(k+1) - [\Phi P(k)\Phi^T\theta^T + \theta^T][\theta\Phi P(k)\Phi^T\theta^T + \theta R_1\theta^T + R_2]^{-1} \cdot \\ \cdot \{\theta\Phi P(k)\Phi^T\theta^T + \theta R_1\theta^T + R_2\} \cdot$$

$$\begin{aligned}
& \cdot \{K(k+1) - [\Phi P(k) \Phi^T + R_1, \Theta^T] [\Theta \Phi P(k) \Phi^T + \Theta R_1 \Theta^T + R_2]^{-1}\}^T + \\
& - \{[\Phi P(k) \Phi^T + R_1, \Theta^T] [\Theta \Phi P(k) \Phi^T + \Theta R_1 \Theta^T + R_2]^{-1} [\Phi P(k) \Phi^T + R_1]^T\} \\
& + \{\Phi P(k) \Phi^T + R_1\}
\end{aligned} \tag{1-45}$$

Druhý člen této rovnice není závislý na matici filtru a proto podmínku

$$\underline{c}^T P(k+1) \underline{c} \xrightarrow{K(k+1)} \min \quad ; \quad \underline{c} \neq \underline{0} \tag{1-46}$$

neovlivní. První člen rovnice je kvadratická forma a proto podmínka (1-46) bude splněna buď-li tento člen roven nule.

Z toho plyne vztah pro matici filtru

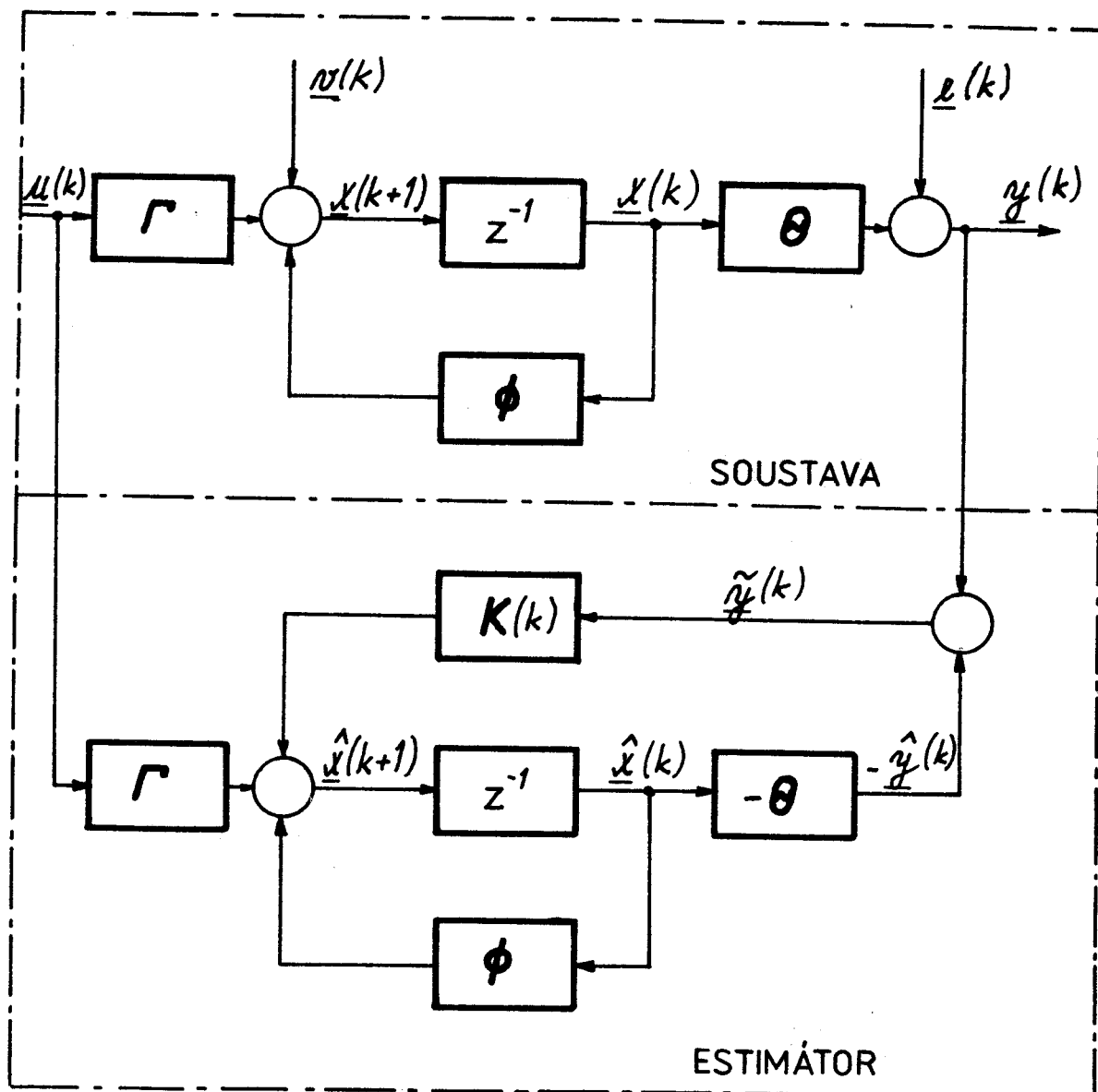
$$K(k+1) = [\Phi P(k) \Phi^T + R_1] \Theta^T [\Theta (\Phi P(k) \Phi^T + R_1) \Theta^T + R_2]^{-1} \tag{1-47}$$

Tato matice filtru je neoptimálnější maticí pro estimator (1-39) vycházející ze současných hodnot měření.

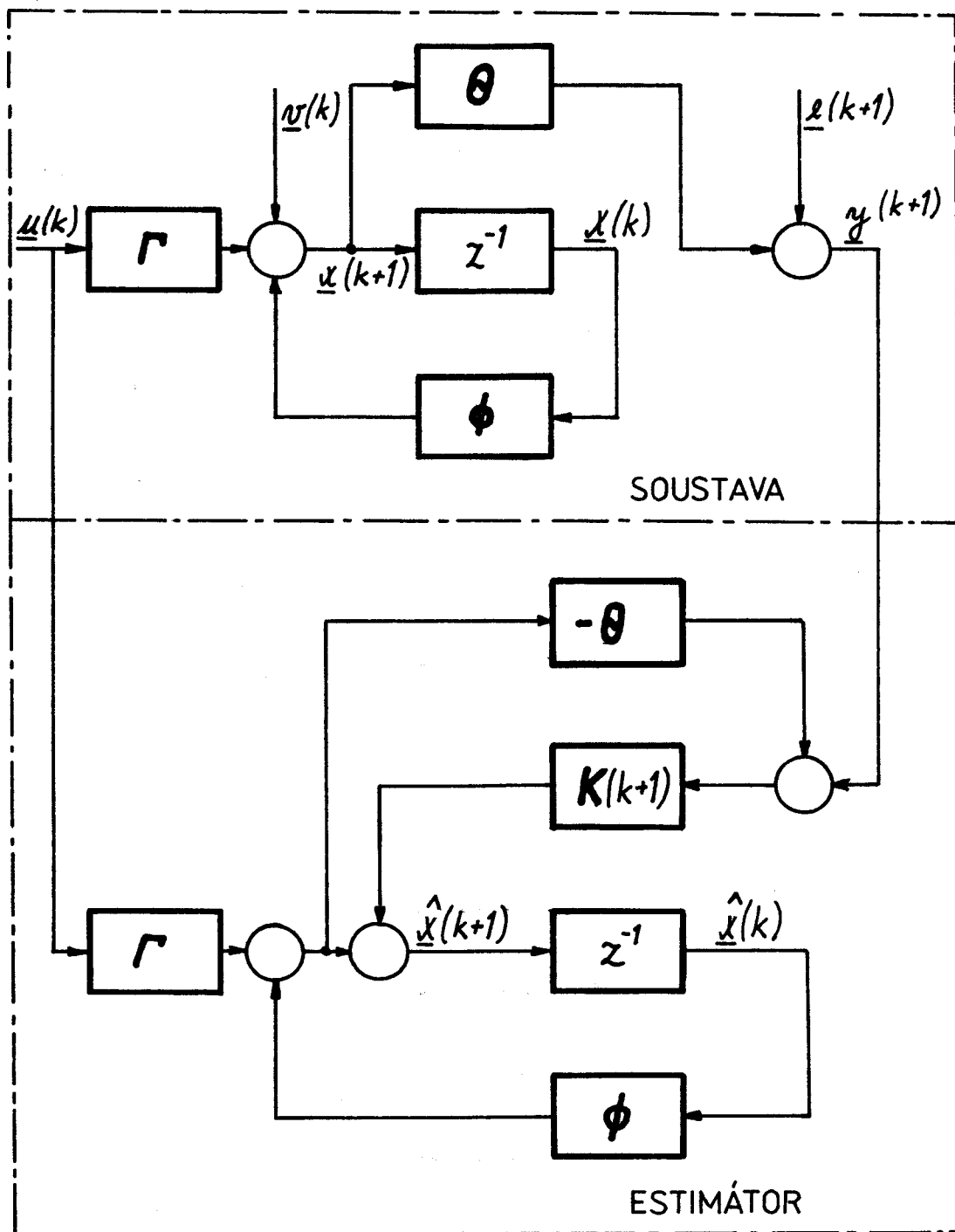
Uvedená estimace ovlivněná současnou výstupní veličinou $y(k+1)$ umožňuje sice provést odhad stavových veličin s dostatečnou přesností v menším počtu kroků iterace oproti dříve uvedené estimaci vycházející z výstupních veličin naměřených v minulém intervalu, ale náročnější je na iterační výpočet.

Schéma na obr. 2. znázorňuje systém estimatoru ve spojení se soustavou s neúplnou informací o stavových veličinách. Estimator využívá výstupní veličiny $y(k)$ měřené v minulém kroku výpočtu.

Matice filtru $K(k)$ může být počítána buď průběžně v každém kroku - viz vztah (1-38), nebo na základě vztahu (1-37) lze matici filtru K spočítat předem a v estimatoru používat již konstantní matici filtru K .



Obr.2. Schema identifikace využívající výstupní veličiny měřené v minulém kroku výpočtu.



Obr.3. Schema identifikace využívající výstupní veličiny měřené v současném kroku výpočtu

2. Aplikace Kalmanova filtru na identifikaci parametrů soustav

V praxi se velice často stává, že částečně nebo zcela neznáme koeficienty přenosu sledované soustavy. Úplná znalost těchto koeficientů je nutná např. při simulaci systémů pro správné sestavení modelu soustavy, při návrhu regulace neznámých soustav u nichž máme k dispozici pouze vstupy a výstupy - tzv. „Problém černé schránky“.

Znalost koeficientů je však nutná i pro vlastní estimaci stavových proměnných na základě Kalmanova filtru.

2.1. Identifikace lineárních diskretních soustav s 1 vstupem a 1 výstupem

Identifikace soustav s více vstupy a výstupy přináší další odlišné problémy, proto se nejprve zabýváme podstatně jednodušší a v mnoha případech zcela postačující identifikací soustav s 1 vstupem a 1 výstupem.

Diferenční rovnice charakterizující takovou lineární diskretní soustavu je

$$y(k) + \sum_{i=1}^n a_i y(k-i) = \sum_{j=1}^m b_j u(k-j) + e(k) \quad (2.1 - 1)$$

kde je

y výstupní veličina

u vstupní veličina

a_i, b_j koeficienty soustavy

n řád levé strany diferenční rovnice

m řád pravé strany diferenční rovnice

e šum ovlivňující výstup soustavy

k diskretizovaný čas

Diferenční rovnici (2.1.-1) lze přepsat na soustavu diferenčních rovnic v maticovém tvaru

$$y(k) = \theta(k) \underline{x}(k) + e(k) \quad (2.1.-2)$$

kde je

$$\theta(k) = [y(k-1), y(k-2), \dots, y(k-n), u(k-1), u(k-2), \dots, u(k-m)]$$

= vektor vstupních a výstupních veličin a

$$\underline{x}^T(k) = [-a_1, -a_2, \dots, -a_n, b_1, b_2, \dots, b_m]$$

= vektor koeficientů

Vektor koeficientů byl záměrně označen jako stavový vektor $\underline{x}$, protože tyto koeficienty charakterizují vnitřní stálý stav soustavy, přičemž tento stav neznáme.

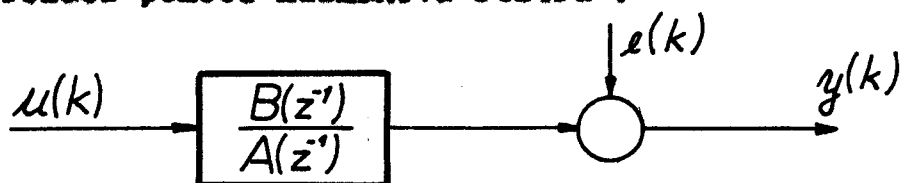
Musí proto platit

$$\underline{x}(k+1) = E \underline{x}(k) \quad (2.1.-3)$$

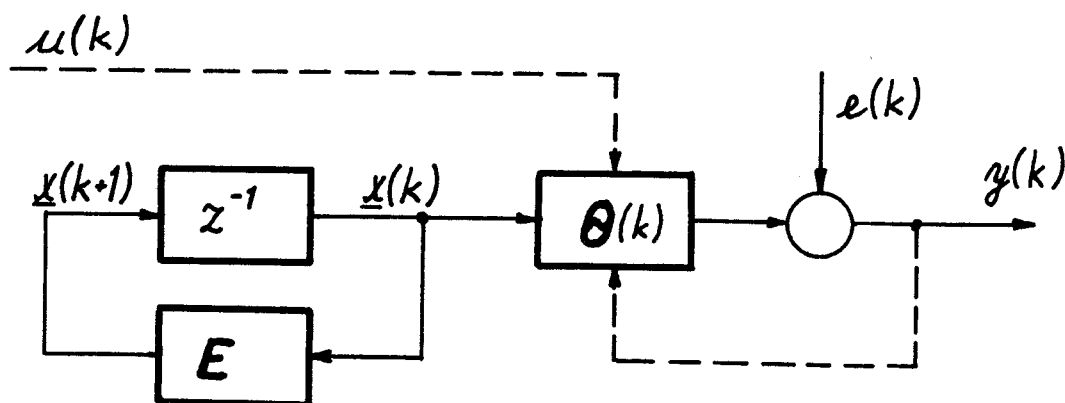
kde je

E jednotková matice

Tím byla sestavena stavová diferenční rovnice a úloha určení neznámých koeficientů diferenční rovnice soustavy viz obr.4. -vztah (2.1.-1) byla převedena na úlohu určení neznámých konstantních stavových veličin $\underline{x}$ soustavy s proměnnými parametry θ viz obr.5. -vztahy (2.1.-2) a (2.1.-3). Tato úloha je charakterizována systémem diferenčních rovnic (2.1.-2) a (2.1.-3), na které lze již plně aplikovat identifikaci pomocí Kalmanova filtru.



Obr.4. Lineární diskrétní soustava s 1 vstupem a 1 výstupem



Obr.5. Převedení koeficientů soustavy na stavové proměnné

Zavedme předpoklady v souladu s kapitolou 1.

$$M[\underline{x}(k)] = 0 \quad (2.1.-4)$$

$$M[\underline{x}^2(k)] = R_2 \quad (2.1.-5)$$

a odtud plyne

$$M[\underline{\tilde{x}}(k)] = 0 \quad (2.1.-6)$$

Pro odhad stavového vektoru platí

$$\underline{\hat{x}}(k) = M[\underline{x}(k) | \mathcal{Y}_{k-1}] = \underline{x}(k) - \underline{\tilde{x}}(k) \quad (2.1.-7)$$

a obdobně pro odhad výstupní proměnné platí

$$\hat{y}(k) = M[y(k) | \mathcal{Y}_{k-1}] = y(k) - \tilde{y}(k) \quad (2.1.-8)$$

Dosažením vztahu (2.1.-2) a použitím (2.1.-6) dostaneme

$$\hat{y}(k) = \theta(k) \underline{\hat{x}}(k) \quad (2.1.-9)$$

Pro odhad stavového vektoru v následujícím intervalu $k+1$ využijeme Kalmanův filtr vycházející z hodnoty výstupní proměnné měřené v minulém intervalu k a zatížené šumem $e(k)$ viz kapitola 1.

$$\begin{aligned} \underline{\hat{x}}(k+1) &= E \underline{\hat{x}}(k) + K(k) \tilde{y}(k) \\ &= E \underline{\hat{x}}(k) + K(k) [y(k) - \theta(k) \underline{\hat{x}}(k)] \end{aligned} \quad (2.1.-10)$$

a odtud využitím vztahu (2.1-7) plyne pro chybu odhadu

$$\tilde{x}(k+1) = [E - K(k)\theta(k)] \tilde{x}(k) - K(k) e(k) \quad (2.1-11)$$

Kovarianční matice chyby odhadu při nezávislosti x a e je

$$\begin{aligned} P(k+1) &= M[\tilde{x}(k+1) \tilde{x}^T(k+1)] = \\ &= [E - K(k)\theta(k)] P(k) [E - K(k)\theta(k)]^T + K(k) R_2 K^T(k) \end{aligned} \quad (2.1-12)$$

Rozepsáním a doplněním na čtverec dostaneme

$$\begin{aligned} P(k+1) &= \{K(k) - P(k)\theta^T(k)[R_2 + \theta(k)P(k)\theta^T(k)]^{-1}\} \{R_2 + \theta(k)P(k)\theta^T(k)\} \cdot \\ &\cdot \{K(k) - P(k)\theta^T(k)[R_2 + \theta(k)P(k)\theta^T(k)]^{-1}\}^T + \\ &+ \{P(k) - P(k)\theta^T(k)[R_2 + \theta(k)P(k)\theta^T(k)]^{-1}\theta(k)P(k) \end{aligned} \quad (2.1-13)$$

kde 2. člen není závislý na matici filtru K a 1. člen bude nulový pro

$$K(k) = P(k)\theta^T(k)[R_2 + \theta(k)P(k)\theta^T(k)]^{-1} \quad (2.1-14)$$

Matici filtru lze opět určit předem iterací ze vztahů

(2.1-12) a (2.1-14) neboť i zde platí

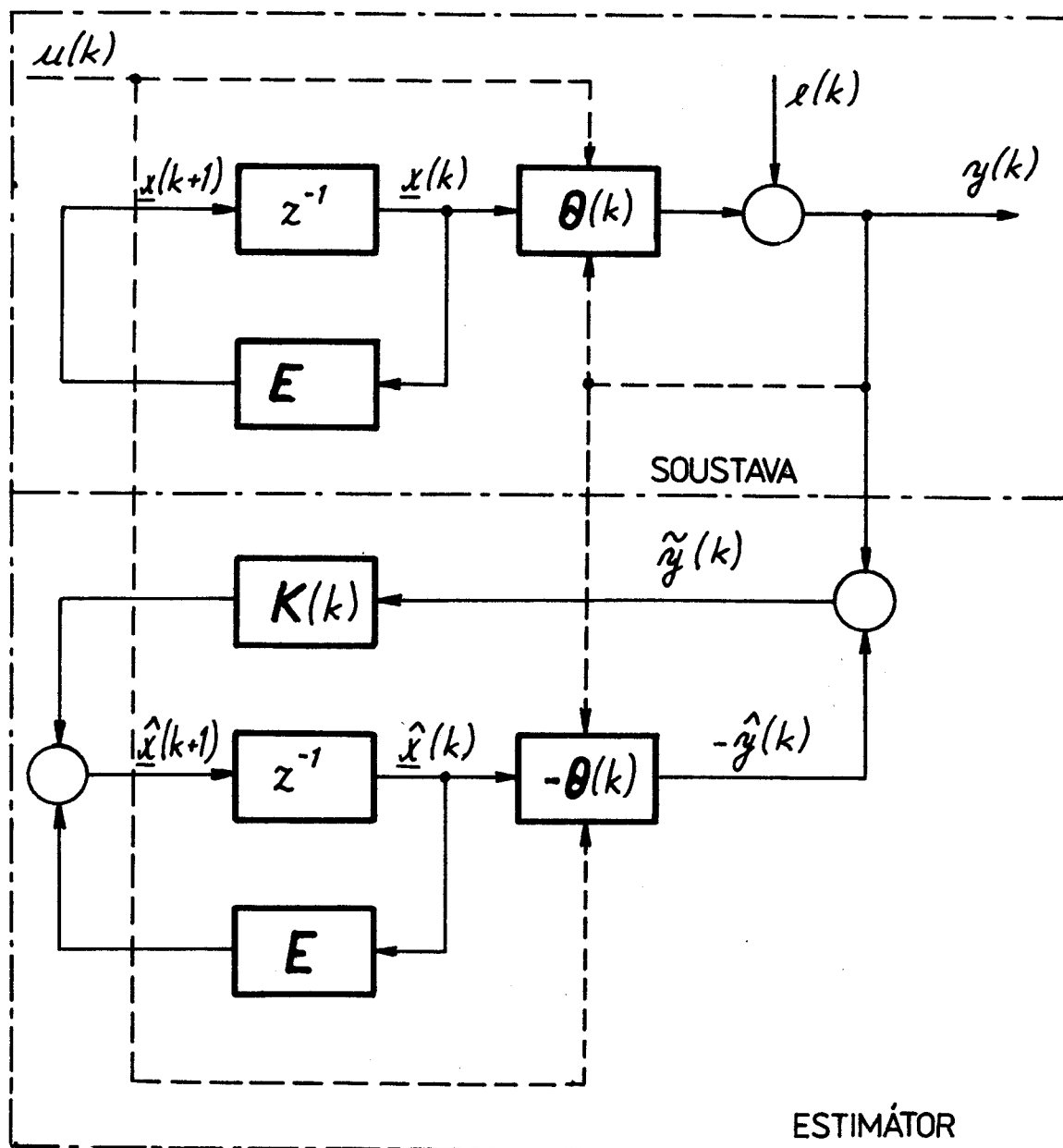
$$\lim_{k \rightarrow \infty} K(k) = K \quad (2.1-15)$$

a nebo lze matici filtru počítat průběžně s vlastní identifikací (2.1-10), což je v tomto případě efektivnější vzhledem ke konstantnímu stavovému vektoru sledované soustavy.

Tuto metodu identifikace soustav s 1 vstupem a 1 výstupem, jejíž algoritmus je charakterizován rovnicemi (2.1-12) (2.1-10) a (2.1-14), lze použít též pro lineární diskretní soustavy s více vstupy a výstupy s platností principu superpozice a to tak, že postupnou identifikací všech vzájemných jednotlivých přenosů vstup/výstup zjistíme prvky matic koeficientů soustavy diferenčních rovnic (2.2-1). Nevýhodou je však mnohonásobné použití uvedeného algoritmu.

Má-li soustava r vstupů a s výstupů, potom je počet použití roven součinu $r \cdot s$.

Z obr.6. je opět zřejmé, že identifikátor má obdobnou strukturu jako sledovaná soustava.



Obr.6. Schema identifikace neznámé soustavy s 1 vstupem a 1 výstupem

2.2. Identifikace lineárních diskretních soustav s více vstupy a více výstupy

Diferenční rovnice charakterizující diskretní lineární soustavu s více vstupy a výstupy je

$$\underline{y}(k) + \sum_{i=1}^n \underline{A}_i \underline{y}(k-i) = \sum_{j=1}^m \underline{B}_j \underline{u}(k-j) + \underline{e}(k) \quad (2.2-1)$$

kde je

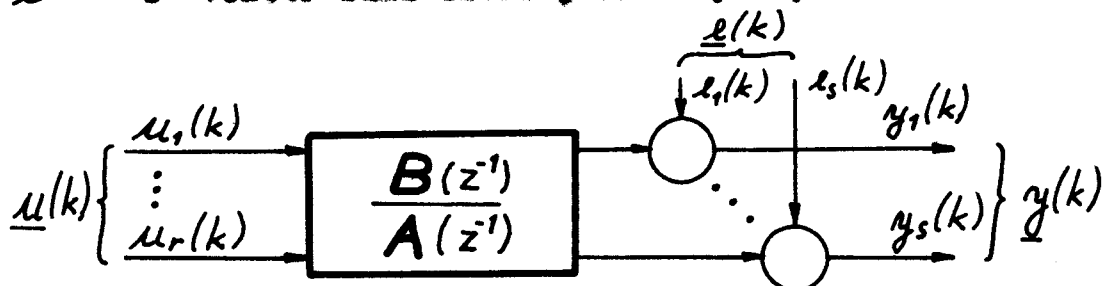
$\underline{y}$ s vektor výstupních veličin

$\underline{u}$ r vektor vstupních veličin

$\underline{A}_i$ s.s matice koeficientů

$\underline{B}_j$ s.r matice koeficientů

$\underline{e}$ s vektor šumu zatěžující výstup



Obr.7. Schema soustavy s více vstupy a výstupy

Rovnice (2.2.-1) lze přepsat na maticový tvar

$$\underline{y}(k) = [-\underline{A}_1, \dots, -\underline{A}_n, \underline{B}_1, \dots, \underline{B}_m] \begin{bmatrix} y_1(1) \\ \vdots \\ y_1(n) \\ \underline{u}(1) \\ \vdots \\ \underline{u}(m) \end{bmatrix} + \underline{e}(k) \quad (2.2-2)$$

Tvar této rovnice je však nevhodný pro aplikaci Kalmanova filtru, proto ji přepíšeme takto

$$\underline{y}(k) = \underline{\theta}(k) \underline{x}(k) + \underline{e}(k) \quad (2.2-3)$$

kde je $\underline{\theta}(k) = [E_{y_1(k-1)}, \dots, E_{y_s(k-1)}, \dots, E_{y_1(k-n)}, \dots, E_{y_s(k-n)}, E_{u_1(k-1)}, \dots, E_{u_r(k-1)}, \dots, E_{u_1(k-m)}, \dots, E_{u_r(k-m)}]$

kde E je jednotková matice a

$$\underline{x}^T(k) = [\{n(A_1)\}^T \dots \{n(A_m)\}^T \{n(B_1)\}^T \dots \{n(B_m)\}^T]$$

kde $n(A)$ znamená vektorový rozvin matice A po sloupcích např.:

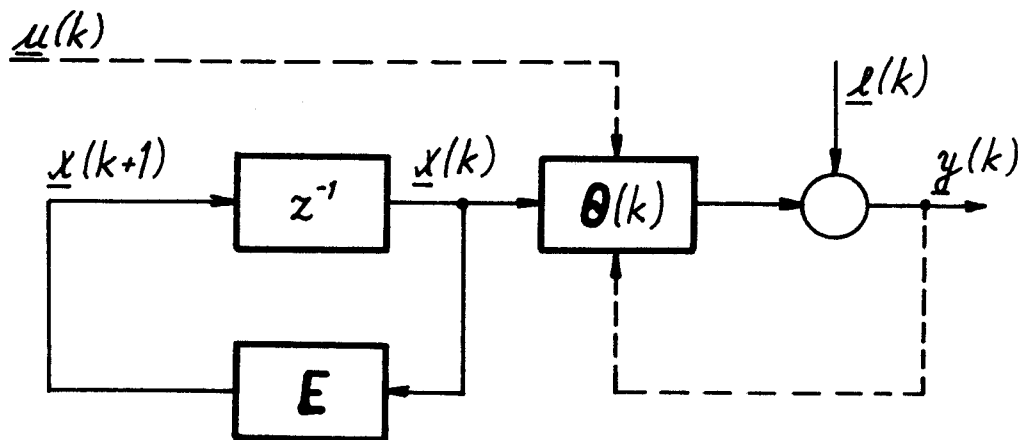
$$n \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} = [a_{11} \ a_{21} \ a_{12} \ a_{22}]^T$$

Tento formální přepis vztahu (2.2.-2) umožní aplikovat identifikaci na základě Kalmanova Filtru .

Stavová diferenční rovnice je

$$\underline{x}(k+1) = E \underline{x}(k) \quad (2.2.-4)$$

Rovnice (2.2.-3) a (2.2.-4) charakterizují uvažovanou soustavu



Obr.8. Převodění koeficientů vztahu (2.2.-1) na stavové proměnné

Aplikujeme-li Kalmanův estimátor využívající měření výstupních veličin z minulého kroku

$$\hat{\underline{x}}(k+1) = \underline{E} \hat{\underline{x}}(k) + \underline{K}(k) \tilde{y}(k) \quad (2.2-5)$$

potom lze využít algoritmus (1.-18) odvozený v 1.kapitole s tím, že

$$\phi = \underline{E}$$

$$\underline{R}_1 = \underline{0}$$

$$\theta = \theta(k)$$

$$\underline{\Gamma} = \underline{0}$$

(2.2-6)

a po dosazení dostaneme

$$\hat{\underline{x}}(0) = \underline{x}_0$$

$$\underline{P}(0) = \underline{R}_0$$

$$\underline{K}(k) = \underline{P}(k) \theta^T(k) [\theta(k) \underline{P}(k) \theta^T(k) + \underline{R}_2]^{-1} \quad (2.2-7)$$

$$\underline{P}(k+1) = [\underline{E} - \underline{K}(k) \theta(k)] \underline{P}(k) [\underline{E} - \underline{K}(k) \theta(k)]^T + \underline{K}(k) \underline{R}_2 \underline{K}^T(k)$$

$$\hat{\underline{x}}(k+1) = [\underline{E} - \underline{K}(k) \theta(k)] \hat{\underline{x}}(k) + \underline{K}(k) y(k)$$

Schéma znázorňující strukturu identifikace (2.2-7) je na obr.6. kde vstup $\underline{u}(k)$, výstup $y(k)$ a šum $\underline{e}(k)$ jsou vektory.

Zůstává ještě vyřešit problém spuštění iteračních algoritmů viz (2.2-7) nebo 2.1.

Obecně lze za počáteční odhad stavového vektoru $\underline{x}_0$ volit libovolný vektor a za počáteční kovanční matici chyby odhadu stavových veličin $\underline{R}_0$ libovolnou nenulovou symetrickou matici.

Uvedené algoritmy však konvergují velice pomalu ke správnému řešení a proto je libovolná volba počátečních hodnot málo efektivní a může se stát, že náhodně zvolíme takové

počáteční hodnoty, že výpočet vůbec nekonverguje ke správnému řešení. Proto je vhodné volit za $\underline{x}_0$ a R_0 takové hodnoty, které již určitou měrou charakterizují zjišťovanou soustavu. To je možné provést např. některou jednoduchou identifikační metodou jako např. metodou nejmenších čtverců, viz následující kapitola.

3. Srovnání identifikace na základě Kalmanova filtru s jinými postupy identifikace

Identifikace na základě Kalmanova filtru je pouze jednou z mnoha možných způsobů identifikace. Nejznámějšími postupy jsou: metoda nejmenších čtverců a odmocninový filtr/REFIL/. Každá z těchto metod má však menší či větší nedostatky.

3.1. Metoda nejmenších čtverců

Uvažujme opět lineární diskretní soustavu s jedním vstupem a jedním výstupem viz vztah (2.1-1). Tento vztah opět přepíšme do tvaru (2.1-2). Je zřejmé, že tento vztah platí pro různá k , proto lze psát soustavu diferenčních rovnic

$$\begin{aligned} y(k) &= \theta(k) \underline{x}(k) + e(k) \\ y(k+1) &= \theta(k+1) \underline{x}(k+1) + e(k+1) \\ &\vdots \\ y(k+N) &= \theta(k+N) \underline{x}(k+N) + e(k+N) \end{aligned} \quad (3.1-1)$$

Protože však koeficienty soustavy $\underline{x}$ jsou v čase konstantní

$$\underline{x}(k) = \underline{x}(k+1) = \dots = \underline{x}(k+N) = \underline{x} \quad (3.1-2)$$

lze soustavu rovnic (3.1-1) přepsat na

$$Y = \phi \underline{x} + \underline{e} \quad (3.1-3)$$

kde

$$Y^T = [y(k), y(k+1), \dots, y(k+N)]$$

$$\phi^T = [\theta^T(k), \theta^T(k+1), \dots, \theta^T(k+N)]$$

$$\underline{e}^T = [e(k), e(k+1), \dots, e(k+N)]$$

V souladu s (2.1-9) musí platit pro odhadu stavového vektoru $\underline{x}$ a její chybu

$$\hat{Y} = \phi \hat{\underline{x}}$$

$$\tilde{Y} = Y - \hat{Y} = Y - \phi \hat{\underline{x}} \quad (3.1-4)$$

Nyní požadujeme, aby čtverec chyby odhadu výstupu byl minimální vzhledem k $\hat{\underline{x}}$

$$J = (Y - \phi \hat{\underline{x}})^T (Y - \phi \hat{\underline{x}}) \rightarrow \min \quad (3.1-5)$$

Z této podmínky lze po úpravě a rozepsání přímo určit odhad stavového vektoru $\hat{\underline{x}}$.

$$J = \{(\hat{\underline{x}} - (\phi^T \phi)^{-1} \phi^T Y)^T \phi^T \phi (\hat{\underline{x}} - (\phi^T \phi)^{-1} \phi^T Y)\} - \{Y^T \phi (\phi^T \phi)^{-1} \phi^T Y\} \quad (3.1-6)$$

Na odhadu $\hat{\underline{x}}$ závisí pouze 1. člen, který je kvadratickou formou a proto funkcionál J bude minimální pro

$$\hat{\underline{x}} = (\phi^T \phi)^{-1} \phi^T Y \quad (3.1-7)$$

Tento odhad $\hat{\underline{x}}$ vyjadřující pseudoinverzi vztahu (3.1-4) je tedy pouze nejlepším odhadem ve smyslu minima čtverce odchylek $\tilde{Y}$. Lze ukázat, že odhad $\hat{\underline{x}}$ získaný metodou nejmenších čtverců dává správné hodnoty pro $N \rightarrow \infty$.

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \hat{\underline{x}} = \underline{x} \quad (3.1-8)$$

Ze vztahu (3.1-7) a (3.1-3) lze psát pro $\phi^T Y$

$$\phi^T Y = \phi^T \phi \underline{x} + \phi^T \underline{e} \quad (3.1-9)$$

2. člen tohoto vztahu bude nulový, protože střední hodnota šumu ε je rovna nule. Dosadíme-li toto zpět do vztahu (3.1-7) získáme vztah (3.1-8) .

Parametr N však určuje rozměr matic Y a Φ . Výpočet odhadu koeficientů soustavy je jednorázový a proto, pokud bychom chtěli získat maximálně věrohodný odhad, potom je třeba počítat s velice obsáhlými maticemi, což kladé veliké nároky na použité výpočetní prostředky. V tom je také nevýhoda této metody. Uvedenou nevýhodu lze částečně odstranit zapomináním dřívějších veličin a průběžným výpočtem odhadu.

Uvažujme opět lineární diskrétní soustavu popsanou vztahem (2.1-2), kde šum zatěžující výstup nahradíme exponenciálně zapominanou veličinou

$$\varepsilon(k) = \varphi^{-(t-k)} n(k) \quad (3.1-10)$$

kde je

$\varphi \leq 1$ koeficient exponenciálního zapominání, jehož optimální volba je v intervalu $0,9 < \varphi \leq 1$

t okamžitý diskrétní čas

Potom lze psát soustavu rovnic

$$\begin{aligned} \varphi^{(t-1)} y(1) &= \varphi^{(t-1)} \theta(1) \underline{x} + n(1) \\ \varphi^2 y(t-2) &= \varphi^2 \theta(t-2) \underline{x} + n(t-2) \\ \varphi y(t-1) &= \varphi \theta(t-1) \underline{x} + n(t-1) \\ 1 y(t) &= 1 \theta(t) \underline{x} + n(t) \end{aligned} \quad (3.1-11)$$

Odtud označme

$$\begin{aligned} Y^T(t) &= [\varphi^{(t-1)} y(1), \varphi^{(t-2)} y(2), \dots, \varphi^{(0)} y(t)] \\ \Phi^T(t) &= [\varphi^{(t-1)} \theta^T(1), \varphi^{(t-2)} \theta^T(2), \dots, \varphi^{(0)} \theta^T(t)] \end{aligned}$$

Ze vztahu (3.1-11) a uvedených označení plyne, že pro nové matice $Y(k+1)$ a $\Phi(k+1)$ musí platit

$$\begin{aligned}\Phi^T(t+1)\Phi(t+1) &= \varphi^2\Phi^T(t)\Phi(t) + \Theta^T(t+1)\Theta(t+1) \\ \Phi^T(t+1)Y(t+1) &= \varphi^2\Phi^T(t)Y(t) + \Theta^T(t+1)y(t+1)\end{aligned}\quad (3.1-12)$$

Označme

$$C(t) = [\Phi^T(t)\Phi(t)]^{-1} \quad (3.1-13)$$

a dosazením vztahu (3.1-12) do vztahu (3.1-12) dostaneme

$$C(t+1) = [\varphi^2 C^{-1}(t) + \Theta^T(t+1)\Theta(t+1)]^{-1} \quad (3.1-14)$$

Rozkladem této inverze obdržíme

$$C(t+1) = \frac{1}{\varphi^2} \left[C(t) - \frac{1}{\sigma^2(t+1)} C(t)\Theta^T(t)\Theta(t)C(t) \right] \quad (3.1-15)$$

kde je

$$\sigma^2(t+1) = \varphi^2 + \Theta(t+1)C(t)\Theta^T(t+1)$$

Z tohoto vztahu jednoduchou úpravou získáme

$$C(t+1) = \frac{1}{\sigma^2(t+1)} C(t) \quad (3.1-16)$$

Dosazením vztahů (3.1-13) a (3.1-12) do vztahu (3.1-7) dostaneme

$$C^{-1}(t+1)\hat{x}(t+1) = \varphi^2 C^{-1}(t)\hat{x}(t) + \Theta^T(t+1)y(t+1) \quad (3.1-17)$$

a odtud

$$\hat{x}(t+1) = \hat{x}(t) + \frac{1}{\sigma^2(t+1)} C(t)\Theta^T(t+1)[y(t+1) - \Theta(t+1)\hat{x}(t)] \quad (3.1-18)$$

Vztahy (3.1-13), (3.1-15) a (3.1-18) umožňují iterace výpočet odhadu stavového vektoru $\hat{x}$.

Srovnáme nyní tuto metodu nejmenších čtverců s metodou identifikace na základě Kalmanova filtru.

Metoda nejmenších čtverců však vychází z měření výstupní veličiny v současném kroku výpočtu a je ji proto nutno srovnávat s identifikací pomocí Kalmanova filtru, vycházející rovněž ze současného měření výstupní veličiny viz kapitola 1. vztahy (1-39), (1-44) a (1-47). Tyto vztahy upravme ve smyslu 2.kapitoly pro identifikaci parametrů soustavy (2.1-2) a (2.1-5) s tím, že

$$\Phi = E$$

$$\Gamma = R_1 = 0 \quad (3.1-19)$$

$$\Theta = \Theta(k+1)$$

Potom odhad $\hat{x}$ Kalmanovým filtrem ze vztahu (1-39) je po úpravě

$$\hat{x}(k+1) = [E - K(k+1)\Theta(k+1)]\hat{x}(k) + K(k+1)y(k+1) \quad (3.1-20)$$

a odhad parametrů soustavy $\hat{x}$ metodou nejmenších čtverců ze vztahu (3.1-18) je

$$\hat{x}(k+1) = [E - \frac{1}{\sigma^2(t+1)} C(t)\Theta^T(t+1)\Theta(t+1)]\hat{x}(k) + \frac{1}{\sigma^2(t+1)} C(t)\Theta^T(t+1)y(t+1) \quad (3.1-21)$$

Matice Kalmanova filtru úpravou vztahu (1-47) pomocí vztahů (3.1-19) je

$$K(k+1) = P(k)\Theta(k+1)[R_2 + \Theta(k+1)P(k)\Theta^T(k+1)]^{-1} \quad (3.1-22)$$

a kovarianční matice P chyby odhadu stavového vektoru úpravou vztahu (1-45) pomocí vztahů (3.1-19) a dosazením vztahu (3.1-22) je

$$P(k+1) = P(k) - P(k)\Theta^T(k+1)[R_2 + \Theta(k+1)P(k)\Theta^T(k+1)]^{-1}\Theta(k+1)P(k) \quad (3.1-23)$$

Vytknutím matice R_2 /v tomto případě 1.1/ ze vztahu (3.1-23) obdržíme

$$P(k+1) = P(k) - \{P(k)R_2^{-1}\}\Theta^T(k+1)[1 + \Theta(k+1)\{P(k)R_2^{-1}\}\Theta^T(k+1)]^{-1} \cdot \Theta(k+1)P(k) \quad (3.1-24)$$

a vynásobením celého vztahu inverzní maticí R_2^{-1} dostaneme

$$\{P(k+1)R_2^{-1}\} = \{P(k)R_2^{-1}\} - \{P(k)R_2^{-1}\}\theta^T(k+1)[1 + \theta(k+1)\{P(k)R_2^{-1}\} \cdot \theta^T(k+1)]^{-1}\theta(k+1)\{P(k)R_2^{-1}\} \quad (3.1-25)$$

Zvolíme-li koeficient exponenciálního zapomínání φ rovný jedné, potom ze vztahu (3.1-15) dostaneme

$$C(t+1) = C(t) - C(t)\theta^T(t+1)[1 + \theta(t+1)C(t)\theta^T(t+1)]^{-1}\theta(t+1)C(t) \quad (3.1-26)$$

Srovnáme-li vztahy (3.1-25) a (3.1-26) jejichž struktura je stejná, je zřejmé, že obě metody identifikace - metoda nejmenších čtverců s koeficientem exponenciálního zapomínání rovným jedné a identifikace na základě Kalmanova filtru s využitím hodnot výstupní proměnné měřené v současném kroku výpočtu - jsou identické, platí-li

$$P(k) = C(t)R_2 \quad (3.1-27)$$

Jinak řečeno, obě metody jsou totožné zvolíme-li počáteční matici $P(0)$ a $C(0)$ tak, aby splňovaly vztah (3.1-27).

Postupný způsob výpočtu odhadu stavových veličin metodou nejmenších čtverců sice odstraňuje nutnost počítání s rozsáhlými maticemi, jako je tomu při jednorázovém způsobu výpočtu viz vztah (3.1-7), ale neuvažuje náhodnou chybu (šum) zatěžující měření výstupní veličiny a proto ke správnému řešení konverguje pomaleji než identifikace na základě Kalmanova filtru.

Další nevýhodou metody nejmenších čtverců je ta skutečnost, že při identifikaci více vstupových a více výstupových soustav se neúměrně zvětšují rozměry matic θ , ϕ a C .

3.2 Edmocninový filtr - algoritmus REFIL

U předchozích metod identifikace (viz kapitoly 2 a 3.1) může docházet vlivem velkého počtu kroků výpočtu a vlivem nepřesnosti výpočtu v každém kroku k porušení symetričnosti kovarianční matice P nebo C . Tento nedostatek odstraňuje níže uvedený algoritmus REFIL tím, že matici C s metody nejmenších čtverců rozkládá na dvě trojúhelníkové matice navzájem transponované, takže algoritmus počítá s jednou maticí G a tím je zajištěna symetričnost matice C .

$$C(t) = G(t)G^T(t) \quad (3.2-1)$$

kde $G(t)$ je horní trojúhelníková matice.

Vztah (3.1-15) upravíme na

$$G(t+1)G^T(t+1) = \frac{1}{\varphi^2} G(t) \left[E - \frac{1}{\sigma^2(t+1)} f(t+1)f^T(t+1) \right] G^T(t) \quad (3.2-2)$$

kde je

$$f(t+1) = G_{n+1}^T \theta^T(t+1)$$

Vztah (3.2-2) lze upravit na

$$G(t+1)G^T(t+1) = \frac{1}{\varphi} G(t) \left[E; j \frac{f(t+1)}{\sigma(t+1)} \right] U U^T \begin{bmatrix} E \\ j \frac{f(t+1)}{\sigma(t+1)} \end{bmatrix} G^T(t) \frac{1}{\varphi} \quad (3.2-3)$$

kde je

j imaginární jednotka

U $(m+n+1) \cdot (m+n+1)$ ortogonální matice; $U U^T = E$

Na vztahu (3.2-3) je založena celá tato metoda edmocninového filtru - REFIL.

$$G(t+1) = \frac{1}{\varphi} G(t) [H; 0] \quad (3.2-4)$$

$$[H; 0] = [E; j \frac{f(t+1)}{G(t+1)}] U \quad (3.20)$$
$$U = U^{(N)} U^{(N-1)} \dots U^{(i)} \dots U^{(1)} \quad (3.2-6)$$
$$U = \begin{bmatrix} 1 & & & & & \\ & \ddots & & & & \\ & & 1 & & & \\ & & & c_i & -js_i & \\ & & & 1 & \ddots & \\ & & & -js_i & & c_i \end{bmatrix} \begin{matrix} \\ \\ \\ \text{--- } i \\ \\ \text{--- } i+1 \end{matrix}$$
$$g = m + n$$
$$C_i^2 + S_i^2 = 1 \quad (3.2-7)$$
$$\sigma_i = \sqrt{\varphi^2 + \sum_{k=1}^i f_k^2} = \sqrt{\sigma_{i-1}^2 + f_i^2}$$
$$G_0^2 = \varphi^2$$

$$j = 1, 2, \dots, \varphi$$

$$f_j = \sum_{i=1}^j G(t)_{ij} \theta(t+1)_i$$

$$a = \frac{1}{\varphi} \zeta_{j-1}$$

$$b = f_j G_{j-1}^{-2}$$

$$G_j^2 = G_{j-1}^2 + f_j^2$$

$$c = \frac{a}{G_j}$$

$$g_j = G(t)_{jj} f_j$$

$$G(t+1)_{jj} = c G(t)_{jj}$$

$$i = 1, 2, \dots, j-1$$

$$d = G(t)_{ij}$$

$$G(t+1)_{ij} = c(d - b g_i)$$

$$g_i = d f_j + g_i$$

Algoritmus REFIL tedy umožňuje určit matici C pro průběžnou identifikaci metodou nejmenších čtverců tak, že je zaručena její pozitivní semidefinitnost, která je nutná ke správné konvergenci metody.

Protože však metoda REFIL vychází z metody nejmenších čtverců všechny ostatní nevýhody popsané v kapitole 3.1 sdílávají.

4. Popis programu pro identifikaci na základě Kalmanova filtru

Program IDENTIFIKACE - KALMAN realizuje identifikaci neznámých koeficientů diferenčních rovnic lineárních diskretních soustav s jedním vstupem a s jedním výstupem. Tento výstup je zatížen náhodnou chybou měření, jejíž střední hodnota je rovna nule. Rovněž vstupní veličinou je náhodná veličina se střední hodnotou rovnou nule.

Program je realizován v programovacím jazyce RPP Algolu, který je reprezentací Algolu 60 na počítači Tesla RPP 168. Tento jazyk byl zvolen z toho důvodu, že má lepší programovací možnosti než programovací jazyk RPP Fortran.

Program umožňuje vhodnou volbou vstupních parametrů vytvořit různé varianty použití programu a zpracování výsledků / vnitřní generování zvolené soustavy a její následná identifikace, zpracování zkušebních příkladů identifikace, identifikace vnější neznámé soustavy, průběžný tisk, tisk výsledné diferenční rovnice - viz části 4.1 a 4.2 /.

Program se skládá ze záhlaví / č.řádku 1 + 90/, které obsahuje deklarace jednoduchých proměnných, polí a podprogramů. Podprogramy jsou blíže popsány v části 4.3. Dále následuje funkční část programu realizující identifikaci lineárních diskretních soustav na základě Kalmanova filtru. Počáteční hodnoty odhadu $\hat{x}(0)$ a kovarianční matice jsou určeny na základě metody nejmenších čtverců s $2x(n+m) - 1$ počátečních odezev. Na základě těchto odezev lze psát vztah (3.1-3) a spolu se vztahem (3.1-7) lze odvodit vztah pro chybu odhadu

$$\underline{\tilde{x}} = - (\phi^T \phi)^{-1} \phi^T \underline{x} \quad (4-1)$$

a pro kovarianční matici této chyby plyne

$$M[\tilde{x} \tilde{x}^T] \doteq (\phi^T \phi)^{-1} \phi^T M[x x^T] \phi (\phi^T \phi)^{-1} \quad (4-2)$$

Má-li náhodná veličina $x(i)$ rovnoměrné rozložení v parametrisovaném intervalu $\langle -\frac{1}{2}\mathcal{X}, \frac{1}{2}\mathcal{X} \rangle$ a vně intervalu je tato veličina rovna nule potom

$$\begin{aligned} M[x^2(i)] &= \int_{-\frac{\mathcal{X}}{2}}^{\frac{\mathcal{X}}{2}} (\mathcal{X} \xi)^2 d\xi = \\ &= \frac{1}{12} \mathcal{X}^2 \end{aligned} \quad (4-3)$$

kde je

$\mathcal{X}$ parametr velikosti intervalu

ξ náhodná veličina s intervalu $\langle -\frac{1}{2}, \frac{1}{2} \rangle$ s rovnoměrným rozložením a vně intervalu je rovna nule

Počáteční kovarianční matice $P(0)$ je proto

$$P(0) \doteq \frac{1}{12} \mathcal{X}^2 (\phi^T \phi)^{-1} \quad (4-4)$$

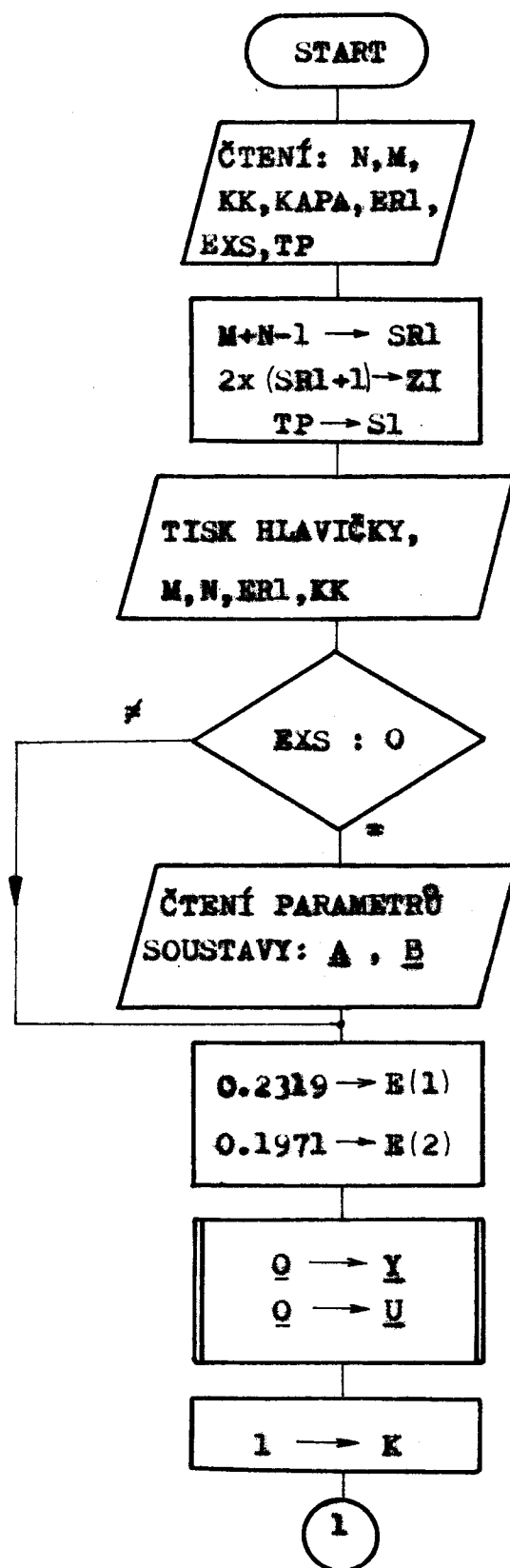
a počáteční odhad koeficientů $\hat{x}(0)$ je přímo ze vztahu (3.1-7)

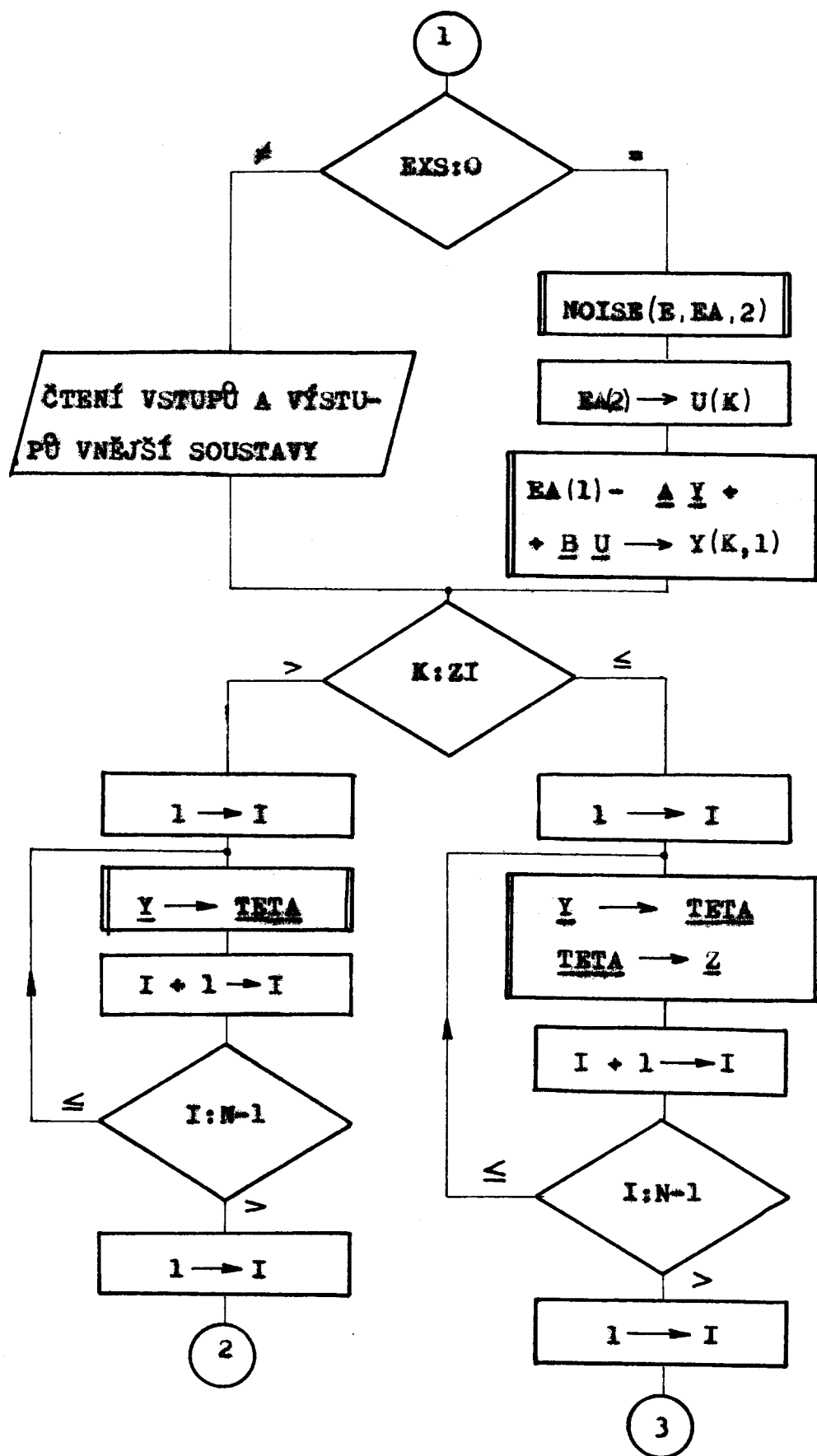
$$\hat{x}(0) \doteq (\phi^T \phi)^{-1} \phi^T Y \quad (4-5)$$

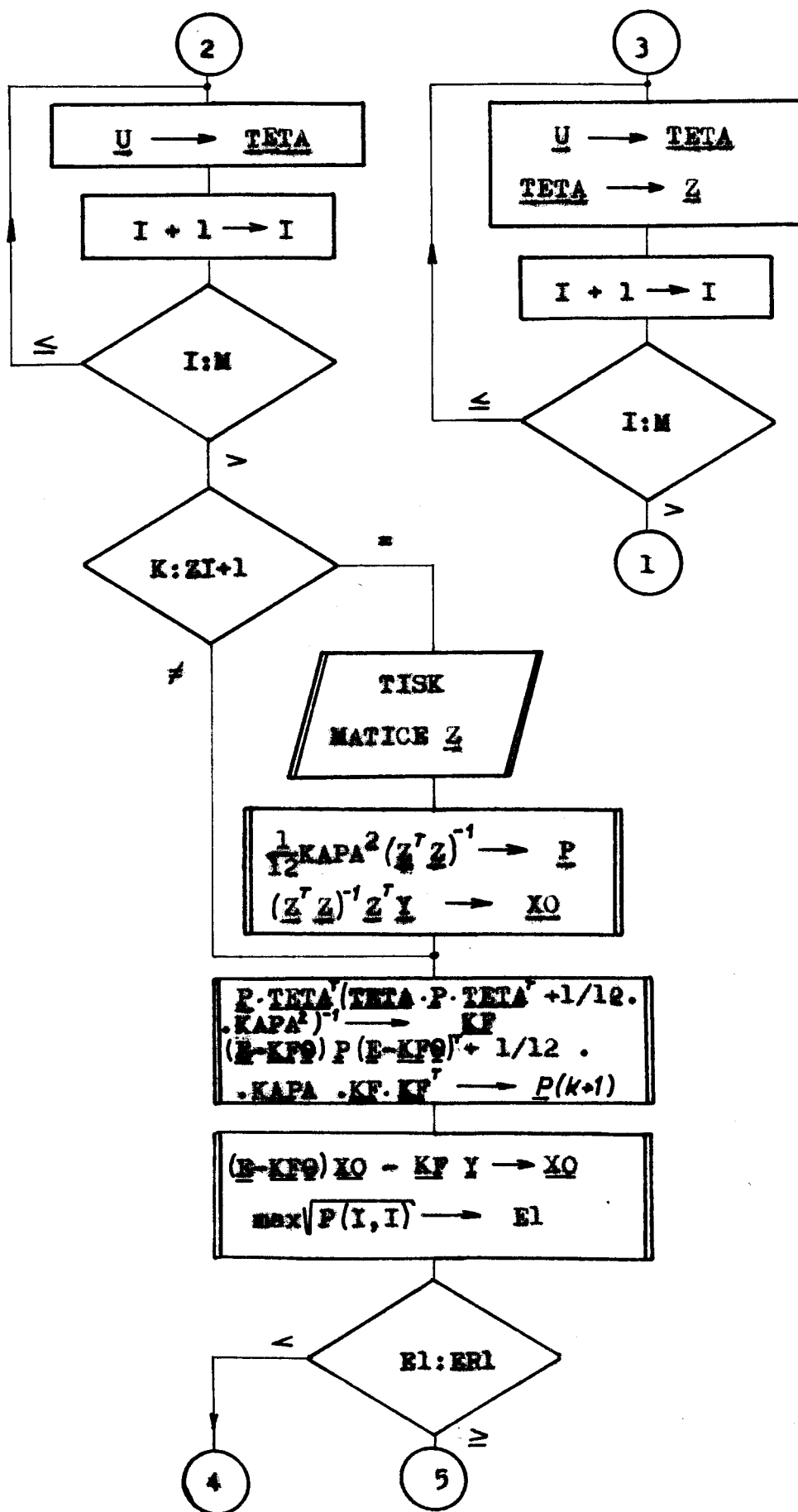
s těmito počátečními hodnotami je dále prováděn vlastní algoritmus identifikace lineárních soustav na základě Kalmanova filtru tak jak je popsán v části 2.1

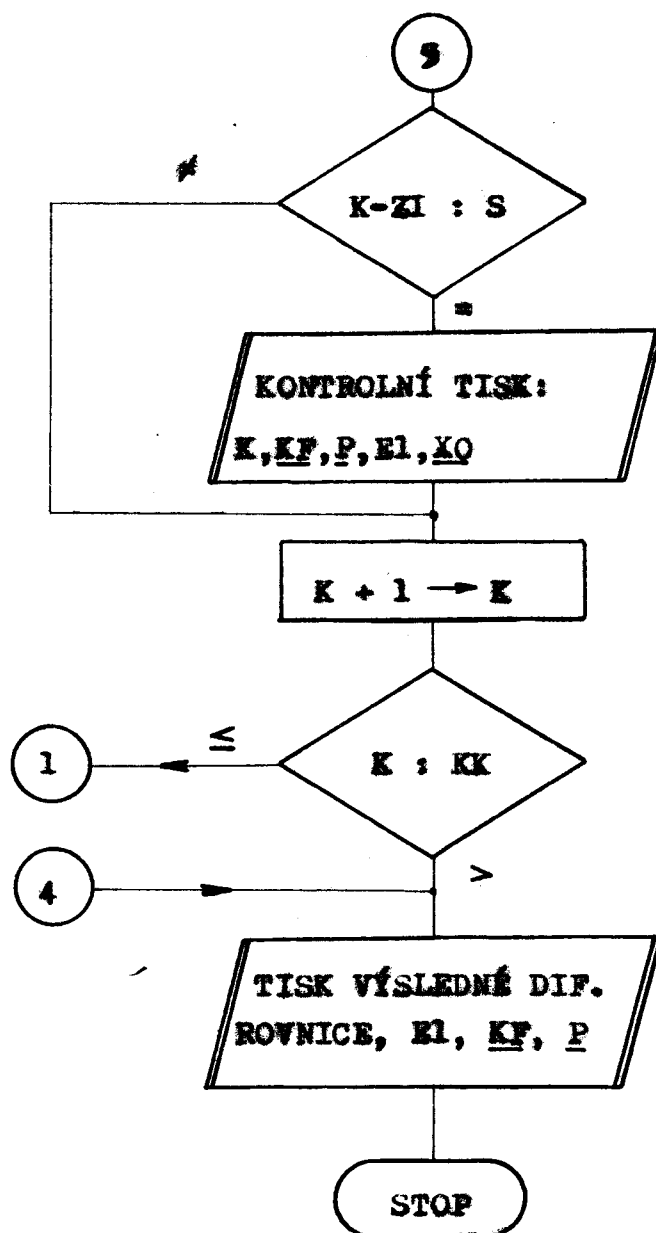
Ukončení iteračního výpočtu odhadů koeficientů je odvozeno z velikosti prvků na hlavní diagonále kovarianční matice $P(k)$, neboť těmito prvky jsou druhé mocniny jednotlivých chyb odhadů. Ukončení je též možné, jestliže počet iteračních kroků přesáhne zvolený maximální počet kroků výpočtu.

Hrubý vývojový diagram funkční části programu je následující:









Obr. 9. Hrubý vývojový diagram vypracovaného programu pro identifikaci lineárních diskrétních soustav s 1 vstupem a 1 výstupem, který je zatížen šumem.

4.1 Popis vstupu

Pro zabezpečení chodu vypracovaného programu identifikace pomocí Kalmanova filtru je nutné zadat tyto následující parametry:

Jméno	Typ	Význam
N	INTEGER	Zvolený řád levé strany hledané diferenční rovnice
M	INTEGER	Zvolený řád pravé strany hledané diferenční rovnice
KK	INTEGER	Zvolený maximální počet kroků výpočtu identifikace
KAPA	REAL	Parametr velikosti šumu zatěžujícího výstup soustavy/je-li KAPA=2.0 potom se tento šum pohybuje v intervalu $(-1, 1)$ /
ER1	REAL	Zvolená přesnost odhadu, které má být dosaženo, tzn. že pokud $K < KK$, potom je výpočet ukončen při $\max_i (x_i - \hat{x}_i) < ER1$
EXS	INTEGER	Parametr zadávání soustavy, je-li EXS=1 potom musí být zadáván vstup a výstup z vnější identifikované soustavy. Je-li EXS=0 potom je možno program ověřovat pomocí zkušebního příkladu - soustava je generována programem.
TP	INTEGER	Parametr periody kontrolního tisku

Jméno	Typ	Význam
A	REAL(N-1)	Koeficienty levé strany diferenční rovnice. Pouze je-li EXS=0.
B	REAL (M)	Koeficienty pravé strany diferenční rovnice. Pouze je-li EXS=0.
U	REAL (KK)	Vstup vnější identifikované soustavy. Pouze je-li EXS=1.
Y	REAL (KK)	Výstup z vnější identifikované soustavy. Pouze je-li EXS=1.

Vstupní data jsou vyděrována v děrné pásce a vstupují do počítače snímačem děrné pásky. Čísla ve vstupních datech musí být od sebe oddělena pouze některým z následujících znaků: , : ; = * % () [] ? / písmeno mezera nový řádek (12) .

Vstup a výstup vnější identifikované soustavy může být zadáván prostřednictvím jednotky styku s prostředím.

4.2 Popis výstupu

Výstup vypracovaného programu je realizován na mozaikové tiskárně.

Nejprve se tiskne hlavička výpočtu v tomto tvaru:

IDENTIFIKACE NA ZAKLADE KALMANOVA FILTRU

ZVOLENY RAD PRAVE STRANY DIFERENCNI ROVNICE JE (M)

A LEVE STRANY (N-1)

PRESNOST ITERACE ER = (ER1)

MAX. POCET ITERACNICH KROKU KK = (KK)

Dále je tištěna matice sestavená z vstupních veličin a odezev v prvních $2m(M+N)-1$ krocích. Z této matice je také na základě metody nejmenších čtverců odvozen počáteční odhad a počáteční kovarianční matice chyby odhadu /zpracování of-line/. Matice $\underline{g}$ je nadepsána takto:

MATICE VSTUPNICH A VYSTUPNICH PRVKU Z

Dále se již provádí identifikace na základě Kalmanova filtru /zpracování on-line/.

Je-li perioda kontrolního tisku $TP < KK$ potom je tištěn po TP krocích kontrolní tisk mezivýsledků:

KROK : (K)

MATICE FILTRU

($\underline{KF}$)

KOVARIANČNÍ MATICE

($\underline{P}$)

NEPŘESNOST ODHADU V TOMTO KROKU = ($\underline{E1}$)

ODHAD KOEF. DIF. ROVNICE

($\underline{X0}$)

Je-li perioda kontrolního tisku $TP > KK$ nebo $TP = 0$ nebo je-li splněna požadovaná přesnost $ER1$ odhadu potom se tiskne výsledné řešení v následujícím tvaru:

KROK : (K)

VÝSLEDNÉ ŘEŠENÍ ESTIMACE SOUSTAVY :

$$Y(K) + X0(1)Y(K-1) + \dots + X0(N-1)Y(K-N+1) = \\ = X0(1+N-1)U(K-1) + \dots + X0(M+N-1)U(K-M)$$

MINIMALNE DOSAZENA NEPRESNOST

ESTIMACE : (E1)

MATICE KALMANOVA FILTRU:

(KF)

KOVARIANČNI MATICE:

(P)

Není-li do KKtého kroku splněna přesnost odhadu tak jak byla zvolena potom je v KK+1 kroku rovněž vytištěno výledné řešení estimace soustavy.

4.3 Popis podprogramů

Činnost programu IDENTIFIKACE-KALMAN je možná pouze v součinnosti s dalšími podprogramy. Všechny použité podprogramy jsou uvedeny v záhlaví programu.

Nejužívanějším podprogramem je podprogram pro násobení matic.

- (1) Jmeno : NASMAT
- (2) Volací příkaz : NASMAT (A,B,C,N,M,L)
- (3) Účel podprogramu : Násobení matic $\underline{A} \cdot \underline{B} = \underline{C}$
- (4) Popis proměnných ve volacím příkazu :

Jmeno	Typ	Role	Význam
A	R(N,M)	Vst.	Vstupní N.M matice.
B	R(M,L)	Vst.	Vstupní M.L matice.
C	R(N,L)	Výst.	Výstupní N.L matice = $\underline{A} \cdot \underline{B}$.
M,N,L	I	Vst.	Rozměry matic $\underline{A}$, $\underline{B}$ a $\underline{C}$.

- (5) Počet instrukcí : 9
- (6) Popis algoritmu : Algoritmus je shodný s klasickým

algoritmem pro násobení matic.

Dalším podprogramem je podprogram pro transpozici matic:

- (1) Jmeno : TRANSP
- (2) Volací příkaz : TRANSP (A,AT,M,N,)
- (3) Účel podprogramu : Transpozice matice A .
- (4) Popis proměnných ve volacím příkazu :

Jméno	Typ	Role	Význam
A	R(M,N)	Vst.	Vstupní matice M.N
AT	R(N,M)	Výst.	Výstupní matice $AT = A^T$ N.M
M,N	I	Vst.	Rozměry matic <u>A</u> a <u>AT</u> .

- (5) Počet instrukcí : 7
- (6) Popis algoritmu : Algoritmus je jednoduchý, neboť jde o pouhou vzájemnou záměnu řádků a sloupců matice/přiřazení pomocí přehozených indexů/

Nejsložitějším podprogramem je podprogram pro výpočet inverse matice. Podprogram je určen pouze pro symetrické matice a proto je podstatně jednodušší než standardní podprogramy pro inverzi obecné čtvercové matice .

- (1) Jméno : INVERS
- (2) Volací příkaz : INVERS (A,B,N,ID)
- (3) Účel podprogramu : Inverse symetrické matice A
- (4) Popis proměnných ve volacím příkazu:

Jméno	Typ	Role	Význam
A	R(N,N)	Vst.	Vstupní N.N matice.
B	R(N,N)	Výst.	Výstupní N.N matice $B = A^{-1}$
N	I	Vst.	Rozměr matic <u>A</u> a <u>B</u> .
ID	I	Výst.	Indikace singularity při inverzi ID=1...singularita

Nebyla-li singularita při inverzi potom ID=0

- (5) Počet instrukcí : 25
- (6) Popis algoritmu : Algoritmus tohoto podprogramu je založen na úsporném převodu $[AE]$ na $[EB]$ pomocí lineárních kombinací řádků.

Dalším nezbytným podprogramem je podprogram generující náhodná čísla v intervalu $(-0,5, 0,5)$:

- (1) Jméno : NOISE
- (2) Volací příkaz : NOISE (E,A,S)
- (3) Účel podprogramu : Generování náhodných čísel se střední hodnotou rovnou nule .
- (4) Popis proměnných ve volacím příkazu :

Jméno	Typ	Role	Význam
E	R(S)	Vst.	Vstupní S vektor náhodných čísel /počáteční nebo předchozí hodnoty/ .
A	R(S)	Výst.	Výstupní S vektor náhodných čísel.
S	I	Vst.	Rozměr vektorů <u>E</u> a <u>A</u> .

- (5) Počet instrukcí : 12
- (6) Popis algoritmu : Některá 4 ciferná čísla mají tu vlastnost, že střední část druhé mocniny uvažovaného čísla není korelována s původním číslem:

$$\begin{array}{rcl}
 (x \ x \ x \ x)^2 & = & x \ x \ x \ x \ x \ x \ x \ x \\
 & & \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \\
 & & (x \ x \ x \ x)^2 = x \ x \ x \ x \ x \ x \ x \ x \\
 & & \text{atd.}
 \end{array}$$

Tato 4 ciferná čísla jsou upravována na: 0,x x x x -0,5

Výstup matic na mozaikovou tiskárnu umožňuje realizovat následující podprogram :

- (1) Jméno : MATISK
- (2) Volací příkaz : MATISK (A,N,M)
- (3) Účel podprogramu : Tisk matice A o rozměrech N.M .
- (4) Popis proměnných ve volacím příkazu :

Jméno	Typ	Role	Význam
A	R(M,N)	Vst.	Tištěná matice M.N
N	I	Vst.	Rozměr tištěné matice
M	I	Vst.	Rozměr tištěné matice

- (5) Počet instrukcí : 11
- (6) Popis algoritmu : Jde o cykl v cyklu, z nichž vnitřní cykl tiskne prvky v řádku daném vnějším cyklem a vnější cykl vyvolává nový řádek na tiskárně.

4.4 Omezení programu

Sestaveným a v této práci předloženým programem lze identifikovat koeficienty lineární diferenční rovnice, která popisuje neznámou soustavu. Tato soustava může mít maximálně jeden vstup a jeden výstup, který může být navíc zatížen náhodnou chybou /šumem/. Náhodná veličina vstupující do soustavy a náhodná veličina zatěžující výstup musejí být navzájem nezávislé a jejich střední hodnota musí být rovna nule.

Řád pravé strany diferenční rovnice lze zvolit maximálně 12 a maximální řád levé strany diferenční rovnice lze zvolit rovněž 12 . Tento rozsah je však pro většinu úloh identifikace zcela postačující. Jiná omezení již program nepřináší.

4.5. Časové nároky

Program předložený v této práci byl odladěn a vyzkoušen na samočinném číslicovém počítači Tesla RPP 16S .

Doba úplného překladu programu byla 2 minuty 36 sekund.

4.6. Příklad zadání a vyřešení jednoduché zkušební úlohy

Mějme stabilní lineární soustavu popsanou diferenční rovnicí:

$$y(k) - 0.75 y(k-1) + 0.125 y(k-2) = 0.6 u(k-1) + 0.1 u(k-2)$$

Měření výstupu nechť je zatíženo náhodnou chybou z intervalu $(-KAPA \ 0.5, KAPA \ 0.5)$ postupně pro $KAPA = 0.001; 0.01; 0.1; .$

Pouhou znalostí vstupu a výstupu v každém kroku estimace máme použitím vypracovaného programu určit se zvolenou přesností koeficienty zvolené zkušební soustavy.

Počet členů levé strany diferenční rovnice je 3 a pravé strany 2 . Maximální počet kroků estimace zvolme 300 . Ze zvolených intervalů šumu vyplývají jednotlivé parametry šumu KAPA. Přesnost odhadu zvolme 0.01 . Soustavu bude simulovat program, proto $EXS=0$. Dále požadujeme kontrolní tisk mezi-výsledků vždy po deseti krocích. Vstupní data budou mít potom tento tvar:

3;2;300;0.001;0.01;0;10;-0.75;0.125;0.6;0.1;

3;2;300;0.01;0.01;0;10;-0.75;0.125;0.6;0.1;

3;2;300;0.1;0.01;0;10;-0.75;0.125;0.6;0.1;

Z průběhů estimace viz přílohy je patrný vliv velikosti šumu zatěžujícího výstup soustavy. Tak zatímco pro $KAPA=0.001$ byla soustava identifikována již v 11 . kroku a pro $KAPA=0.01$ až v 39 . kroku se zvolenou přesností, potom pro $KAPA=0.1$ již nestačil zvolený maximální počet kroků výpočtu 300 .

5. Závěr

Tato práce vychází z teorie Kalmanova estimátoru pro lineární diskrétní soustavy. Tato teorie je objasněna v 1. kapitole. Pomocí Kalmanova estimátoru lze identifikovat neznámé stavové veličiny nebo neznámé koeficienty diferenční rovnice soustavy. Tato práce řeší problém nalezení neznámých koeficientů diferenční rovnice tak, aby takto zjištěná diferenční rovnice se se zvolenou přesností blížila skutečnému popisu soustavy - tzv. „problém černé schránky“. U identifikované soustavy musí být měřitelný vstup a výstup, přičemž měření výstupu může být zatíženo náhodnou chybou viz 2. kapitola. Pro tuto identifikaci byl sestaven program v programovacím jazyce RPP-Algol a odladěn na samočinném počítači Tesla RPP 16S a vyzkoušen na příkladech viz část 4.6. a přílohy. Programem lze identifikovat soustavy až do 12. řádu, což je pro praktické použití více než postačující. Program navíc umožňuje provádět různé varianty zpracování podle vstupních parametrů úlohy. Programem lze identifikovat buď vnější neznámou soustavu, kdy program čte vstupní a výstupní veličinu v každém kroku estimace a nebo je možné při zkoušení programu identifikovat známou, předem zvolenou soustavu simulovanou programem. Lze rovněž zvolit průběžné kontrolní tisky mezivýsledků nebo pouze tisk výsledků - viz část 4.1. .

Výsledkem identifikace soustavy sestaveným programem je přehledně vytištěná hledaná diferenční rovnice, která se od skutečné diferenční rovnice liší pouze zvolenou přesností.

Metoda identifikace na základě Kalmanova filtru je jednou z mnoha známých metod identifikace. V 3. kapitole je však

ukázáno ve srovnání s metodou nejmenších čtverců, že identifikace na základě Kalmanova filtru dává vůbec nejlepší odhady hledaných koeficientů diferenční rovnice.

Rychlost konvergence odhadů použité metody ke správnému řešení je závislá na velikosti rozptylu šumu zatěžujícího výstup soustavy. Na vyřešených zkušebních příkladech, viz přílohy, je tento vliv patrný: je-li rozptyl šumu $\frac{1}{12} \cdot 10^{-6}$, tedy jeho úroveň vzhledem k vstupnímu signálu je -60 dB, potom bylo zvolené přesnosti dosaženo již v 11. kroku, pro rozptyl šumu $\frac{1}{12} \cdot 10^{-4}$ (-40 dB) a stejnou přesnost bylo již třeba 39. kroků a pro rozptyl $\frac{1}{12} \cdot 10^{-2}$ (-20 dB) a stejnou přesnost již nestačil maximální zvolený počet kroků KK. Konvergence odhadů ke skutečným hodnotám má zhruba charakter $1:\sqrt{K+1}$, kde K je krok iterace, to znamená, že např. při sto krocích se odhad přiblíží pouze asi desetkrát.

Předložené práce, která umožňuje pomocí samočinného počítače identifikovat v minimálním počtu kroků neznámé lineární diskrétní nebo diskretizované soustavy, pomáhá v praxi lépe poznat zkoumané soustavy technologického procesu. Na množství a kvalitě získaných znalostí o soustavách potom závisí návrh řízení (regulátoru) a tedy také kvalita řízení (regulace) soustav technologického procesu. Důsledkem jsou potom vyšší úspory materiálu, energie apod. Tato práce řeší nalezení matematického popisu neznámé soustavy a tím umožňuje zkvalitnit řízení technologických ale i netechnologických procesů.

Závěrem autor děkuje vedoucímu diplomové práce Prof. Ing. Bořivoji Hanušovi, CSc a konzultantovi Ing. Vladimíru Kracíkovi, CSc za ochotu a odborné vedení při vypracování předložené práce.

6. Literatura

- / 1 / Aström, K. J.: Introduction to stochastic control theory. Academic Press New York 1970.
- / 2 / Kwakernaak, H., Sivan, R.: Linějnye optimalnye sistemy upravlenija.
- / 3 / Hanuš, B.: Navrhování lineárních algoritmů pro řídicí počítač. Výzkumná zpráva KTK-0013. VŠST Liberec 1975.
- / 4 / Peterka, V.: Square root filtering. Kybernetika, vol.11, 1975, č. 1, s. 54 - 67.
- / 5 / Aström, K. J., Eyknoff, P.: System Identification-A Survey, Automatica, vol.7, 1971, č.3, s 123 - 162.
- / 6 / Henig, J., Manas, B.: Reprezentace ALGOLU 60 na počítači Tesla RPP 16S. Plzeň 1979.

7. Seznam příloh

- KTK ASŠSF 008/I ... výpočet koeficientů soustavy zadané v části 4.6 pro parametr šumu $KAP_A=0.001$
- KTK ASŠSF 008/II ... výpočet koeficientů soustavy zadané v části 4.6 pro parametr šumu $KAP_A=0.01$
- KTK ASŠSF 008/III... výpočet koeficientů soustavy zadané v části 4.6 pro parametr šumu $KAP_A=0.1$