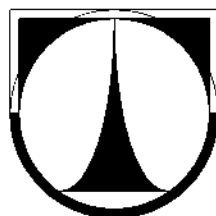


TECHNICKÁ UNIVERZITA V LIBERCI
Fakulta mechatroniky a mezioborových inženýrských studií



Studijní program: B 2612 – Elektrotechnika a informatika
Studijní obor: 3902T005 – Automatické řízení a inženýrská informatika

**Návrh stavové regulace
s ohledem na robustnost regulačního obvodu**

Project of state control with regard to robustness of control system

Diplomová práce

Autor: **Bc. Michal Ševela**
Vedoucí DP práce: **Doc., Ing. Josef Janeček, CSc.**
Konzultant: **Ing. Tomáš Zeman**

V Liberci 16.5.2008

Zadání ...

Prohlášení

Byl jsem seznámen s tím, že na mou diplomovou práci se plně vztahuje zákon č. 121/2000 o právu autorském, zejména § 60 (školní dílo).

Beru na vědomí, že TUL má právo na uzavření licenční smlouvy o užití mé DP a prohlašuji, že **s o u h l a s í m** s případným užitím mé diplomové práce (prodej, zapůjčení apod.).

Jsem si vědom toho, že užít své diplomové práce či poskytnout licenci k jejímu využití mohu jen se souhlasem TUL, která má právo ode mne požadovat přiměřený příspěvek na úhradu nákladů, vynaložených univerzitou na vytvoření díla (až do jejich skutečné výše).

Diplomovou práci jsem vypracoval samostatně s použitím uvedené literatury a na základě konzultací s vedoucím diplomové práce a konzultantem.

Datum

Podpis

Poděkování

Rád bych touto cestou poděkoval vedoucímu své diplomové práce panu Doc., Ing. Josef Janeček, CSc. zejména pak za jeho odborné vedení, podporu a cenné rady při tvorbě této práce.

Abstrakt

Tato práce je zaměřena zejména na praktický návrh robustního regulačního obvodu ve stavovém prostoru. V první části práce je popsána základní problematika stavového popisu. Pro sestavení regulačního obvodu je provedena analýza důležitých parametrů návrhu obvodu z hlediska jeho dynamiky. Tyto parametry jsou zohledněny při návrhu jednotlivých komponent, zejména při návrhu regulátoru. V závěru práce je diskutována problematika syntézy regulačního obvodu zejména s ohledem na jeho robustnost. Výsledky jsou ilustrovány na příkladu konkrétního modelu reálné laboratorní úlohy. V laboratorních podmínkách byly implementovány a ověřovány výsledky několika způsobů syntézy regulačního obvodu.

Klíčová slova: stavový popis, stabilita, robustní řízení, uzavřený regulační obvod

Abstract

This diploma thesis is focused on the practical design of the robust control system in state space. There are described the basic questions of the state space in the first part of my diploma thesis. The analysis of parameters is important for the proposal of the system and the parameters are executed with emphasis on the dynamics. The parameters are taken into account during the proposal of the individual components, especially through the proposal of the regulator. The end of thesis discussed about synthesis of control system with the emphasis on its robustness. The results are illustrated in concrete real laboratory model example. The results are implemented and verify in laboratory conditions in a few ways of synthesis control system.

Keywords: state space, stability, robust kontrol, closed control systém

Obsah

Úvod	7
1. Stavový popis dynamických systémů.....	7
1.1 Základní pojmy a souvislosti	9
1.1.1 Stavová trajektorie	9
1.1.2 Souvislost mezi vnitřním a vnějším popisem dynamického systému.....	10
1.1.3 Fundamentální matice systému	11
1.1.4 Stabilita lineárních systémů	11
1.1.5 Transformace stavového vyjádření	12
1.2 Diskrétní stavový model spojitého systému	14
1.3 Estimace stavu systému	16
1.4 Regulační obvod se stavovým regulátorem	19
2 Praktický návrh robustního obvodu	21
2.1 Robustnost.....	21
2.1.1 Model jednoduché soustavy.....	22
2.2 Metody nastavení regulátoru.....	23
2.2.1 Metoda přiřazení pólů obvodu.....	23
2.2.2 Metoda horizontu řízení	24
2.2.3 Nastavení stavového regulátoru podle kvadratického kritéria.....	25
2.2.4 Optimalizace parametrů regulátoru.....	26
2.3 Analýza parametrů	27
2.3.1 Vzorkovací perioda.....	27
2.3.2 Vliv přesnosti a rychlosti odhadu stavů	28
2.3.3 Vliv rychlosti regulace.....	32
2.4 Porovnání nastavení parametrů estimátoru a regulátoru.....	35
2.5 Porovnání metod nastavení regulátoru.....	37
2.6 Vhodné přepínání parametrů regulátoru	39
2.7 Aplikace regulace na vybrané úloze v laboratoři.....	40
Závěr	45
Literatura	46
Seznam příloh	47

Úvod

V polovině dvacátého století došlo v teorii automatického řízení k výrazné změně v přístupu k popisu, analýze i syntéze uzavřeného regulačního obvodu využívající sofistikované přístupy lineární algebry. Do této doby byl jako standard využíván převážně vnější popis přenosovými funkcemi. Rostoucí složitost regulačních obvodů a prudký rozvoj výpočetní techniky a informačních technologií vedly k vybudování a k prosazení nového matematického aparátu, k tzv. stavovému popisu dynamického systému, který umožňuje v uzavřeném tvaru s využitím všech nástrojů lineární algebry podrobnější a přesnější popis vlastností systému [1].

1. Stavový popis dynamických systémů

Základní myšlenkou stavového vyjádření je náhrada diferenciální či diferenční rovnice, která popisuje dynamiku dynamického systému, soustavou diferenciálních (resp. diferenčních) rovnic 1.řádu, viz. např.[1-3]. Matematický formalismus bývá vyjádřen maticovými rovnicemi popisujícími genezi tzv.stavu systému tvořeného n-ticí lineárně nezávislých stavových veličin uspořádaných do stavového vektoru a jeho vztahu k výstupním veličinám systému

$$\dot{\vec{x}}(t) = \mathbf{f}(\vec{x}, \vec{u}, t) \quad \text{resp.} \quad \dot{\vec{x}}(k+1) = \mathbf{f}(\vec{x}, \vec{u}, k) \quad (1-1)$$

$$\vec{y}(t) = \mathbf{g}(\vec{x}, \vec{u}, t) \quad \text{resp.} \quad \vec{y}(k) = \mathbf{g}(\vec{x}, \vec{u}, k) \quad (1-2)$$

Pro lineární časově invariantní dynamický systém popis přechází do tvaru

$$\dot{\vec{x}}(t) = \mathbf{A} \cdot \vec{x}(t) + \mathbf{B} \cdot \vec{u}(t) \quad \text{resp.} \quad \vec{x}(k+1) = \mathbf{M} \cdot \vec{x}(k) + \mathbf{N} \cdot \vec{u}(k) \quad (1-3)$$

$$\vec{y}(t) = \mathbf{C} \cdot \vec{x}(t) + \mathbf{D} \cdot \vec{u}(t) \quad \text{resp.} \quad \vec{y}(k) = \mathbf{C} \cdot \vec{x}(k) + \mathbf{D} \cdot \vec{u}(k) \quad (1-4)$$

Matice **A**, **B**, **C**, **D** (resp. **M**, **N**, **C**, **D**) jsou číselné matice, $\vec{x}$, $\vec{y}$, $\vec{u}$ jsou obecně vektory časových funkcí. Pro systémy SISO (jeden vstup, jeden výstup) jsou $\vec{y}$, $\vec{u}$ skalárními funkcemi, matice **D** je triviální jednoprvkovou maticí tvořená pouze jedním řádkem a sloupcem. Pro ryze-dynamické systémy, kdy nedochází k přímé vazbě vstupu na výstup, je matice **D** = **0** [2].

Dynamika fyzikálních procesů většiny regulovaných soustav bývá popsána nelineárními diferenciálními resp. diferenčními rovnicemi, které často z důvodu jednoduchosti jejich analýzy aproximujeme rovnicemi lineárními

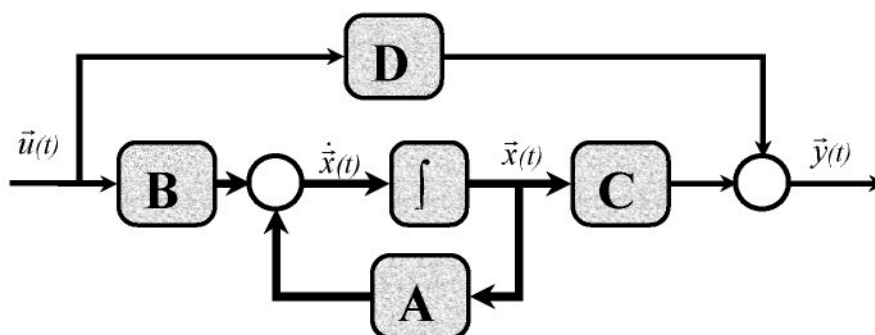
$$a_n \cdot y^{(n)} + a_{n-1} \cdot y^{(n-1)} + \dots + a_1 \cdot \dot{y} + a_0 \cdot y = b_m \cdot u^{(m)} + b_{m-1} \cdot u^{(m-1)} + \dots + b_1 \cdot \dot{u} + b_0 \cdot u \quad (1-5)$$

resp.

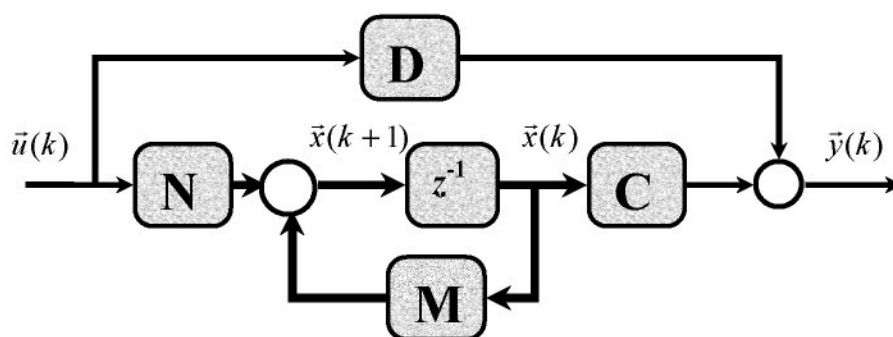
$$a_n \cdot y(k+n) + a_{n-1} \cdot y(k+n-1) + \dots + a_1 \cdot y(k+1) + a_0 \cdot y(k) = b_m \cdot u(k-m) + b_{m-1} \cdot u(k-m-1) + \dots + b_1 \cdot u(k-1) + b_0 \cdot u(k) \quad (1-6)$$

Nejvyšší derivace, resp. difference určuje tzv. řád systému. Dynamika systémů s více vstupy a výstupy (tzv. MIMO) je popsána pak jejich soustavami.

Výhoda stavového popisu spočívá kromě jiného i v jeho jednoduchosti a formální unifikaci popisu bez ohledu na to, zda se jedná o spojitý či diskrétní systém libovolného řádu. Unifikuje i některé přístupy k analýze systémů i syntéze celých regulačních obvodů. Jednoduchá formální struktura a nástroje lineární algebry umožňují jednoduchou algoritmizaci univerzálních matematických nástrojů.



Obr.1-1 Strukturální vazby stavového spojitého popisu

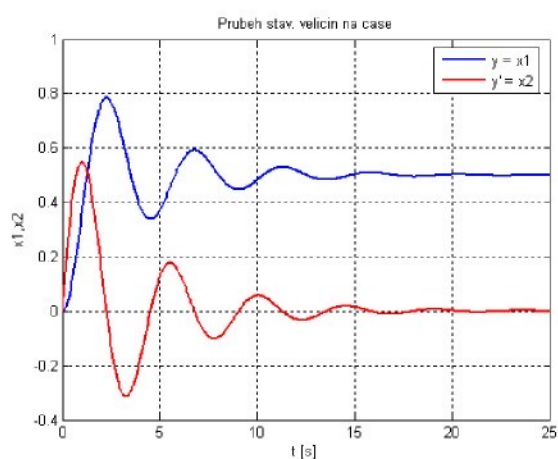


Obr. 1-2 Strukturální vazby stavového diskrétního popisu

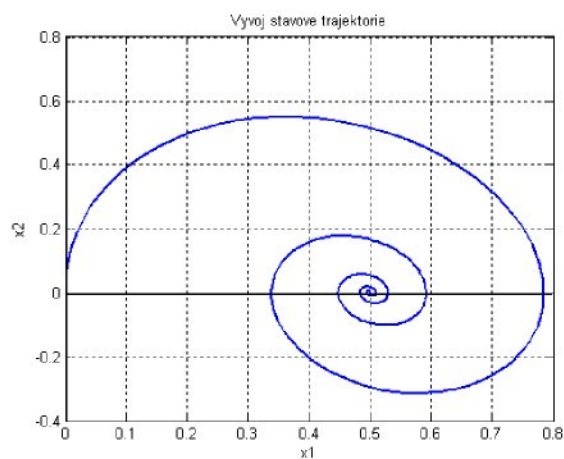
1.1 Základní pojmy a souvislosti

1.1.1 Stavová trajektorie

Vývoj dynamického systému lze vyjádřit ve stavové reprezentaci pohybem tzv. zastupujícího bodu (určen n souřadnicemi stavového vektoru $\vec{x}(t) = [x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)]^T$) ve stavovém prostoru (n-dimenzionální lineární Euklidovský prostor E_n). Tato časová závislost tvoří obecně prostorovou křivku, kterou nazýváme stavovou trajektorií [3, str.19].



Obr.1-3 Dynamika systému 2.řádu
v časové oblasti



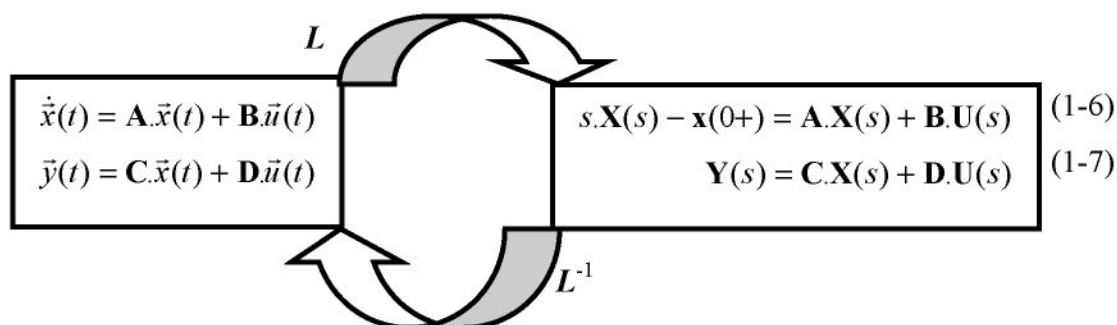
Obr. 1-4 Dynamika systému 2.řádu ve
stavovém prostoru

Pro řízení systémů obecně platí, že pokud systém přejde z jednoho do druhého stavu, tak existuje více možností jak toho dosáhnout. Způsob jak zvolit nejlepší trajektorii pro daný systém vede na problematiku optimálního řízení.

1.1.2 Souvislost mezi vnitřním a vnějším popisem dynamického systému

Vnějším popisem rozumíme popis dynamiky systému přenosovou funkcí, resp. diferenciální či diferenční rovnicí, vnitřním popisem naopak jeho stavovou reprezentací.

Uvedená souvislost vyplývá z jednoduché úvahy a řešení v Laplaceova transformaci



při nulových počátečních podmínkách

$$s\mathbf{X}(s) - \mathbf{A}\mathbf{X}(s) = (s\mathbf{E} - \mathbf{A})\mathbf{X}(s) = \mathbf{B}\mathbf{U}(s) \quad (1-8)$$

$$\mathbf{X}(s) = (s\mathbf{E} - \mathbf{A})^{-1} \mathbf{B}\mathbf{U}(s) \quad (1-9)$$

výsledný vztah (1-9) dosadíme do rovnice (1-7)

$$\mathbf{Y}(s) = \mathbf{C} \cdot (s\mathbf{E} - \mathbf{A})^{-1} \mathbf{B}\mathbf{U}(s) + \mathbf{D}\mathbf{U}(s) = [\mathbf{C} \cdot (s\mathbf{E} - \mathbf{A})^{-1} \mathbf{B} + \mathbf{D}] \mathbf{U}(s) \quad (1-10)$$

Protože přenos systému je definován jako poměr Laplaceových obrazů výstupní a vstupní funkce při nulových počátečních podmínkách $F(s) = Y(s)/U(s)$, je zřejmé, že

$$\mathbf{F}(s) = \frac{\mathbf{Y}(s)}{\mathbf{U}(s)} = \mathbf{C} \cdot (s\mathbf{E} - \mathbf{A})^{-1} \mathbf{B} + \mathbf{D} \quad (1-11)$$

resp. pro diskrétní dynam. systém

$$\mathbf{F}(z) = \frac{\mathbf{Y}(z)}{\mathbf{U}(z)} = \mathbf{C} \cdot (z\mathbf{E} - \mathbf{M})^{-1} \cdot \mathbf{N} + \mathbf{D} \quad (1-12)$$

1.1.3 Fundamentální matice systému

Vývoj stavového vektoru v časové oblasti lze v obecném případě vyjádřit inverzní Laplaceovou transformací z jeho obrazu (1-6)

$$s\mathbf{X}(s) - \mathbf{x}(0+) = \mathbf{A}\mathbf{X}(s) + \mathbf{B}\mathbf{U}(s)$$

$$\vec{x}(t) = \Phi(t) \cdot \vec{x}(0+) + \underbrace{\int_0^t \Phi(t-\tau) \cdot \mathbf{B} \vec{u}(\tau) d\tau}_{\text{konvolutorní integrál}}$$

kde $\mathcal{L}^{-1}\{(s\mathbf{E} - \mathbf{A})^{-1}\} = \Phi(t) = e^{\mathbf{A}t}$ nazýváme fundamentální maticí systému.

V obecném případě platí

$$\vec{x}(t) = \Phi(t - t_0) \cdot \vec{x}(t_0) + \int_{t_0}^t \Phi(t - \tau) \cdot \mathbf{B} \vec{u}(\tau) d\tau$$

1.1.4 Stabilita lineárních systémů

Charakteristická rovnice systému (jmenovatel přenosové funkce) je dán, viz. (1-13)

$$\mathbf{F}(s) = \frac{\mathbf{Y}(s)}{\mathbf{U}(s)} = \mathbf{C} \cdot (s\mathbf{E} - \mathbf{A})^{-1} \cdot \mathbf{B} + \mathbf{D} = \mathbf{C} \cdot \frac{\text{adj}(s\mathbf{E} - \mathbf{A})}{\det(s\mathbf{E} - \mathbf{A})} \cdot \mathbf{B} + \mathbf{D} \quad (1-13)$$

Zřejmě tedy charakteristický polynom matice systému $\mathbf{A}$ ($\det(s\mathbf{E} - \mathbf{A})$) je roven charakteristickému polynomu přenosové funkce a jeho kořeny, tedy vlastní čísla matice $\mathbf{A}$, jsou identické s póly přenosové funkce. Platí proto vše, co platí o pólech přenosové funkce bezesbytku i o vlastních číslech matice $\mathbf{A}$.

Podmínkou stability spojitých dynamických systémů je tedy poloha všech vlastních čísel matice $\mathbf{A}$ ve stabilní oblasti, tedy v levé polorovině Gaussovy roviny bez ohledu na jejich násobnost.

Zcela analogicky platí stejná podmínka o vlastních číslech matice **M** pro diskrétní systémy s tím, že stabilní oblast je v tomto případě vnitřek jednotkové kružnice.

1.1.5 Transformace stavového vyjádření

Výraznou výhodou stavového popisu dynamického systému je jeho modularita daná volbou báze systému jeho stavového prostoru. Lze tak nejen přizpůsobit tvar popisu fyzikální podstatě systému, ale i měnit vyjádření do tvarů vhodných pro některé numerické manipulace. Přejít od jednoho vyjádření k druhému je dán prostou regulární transformací

$$\mathbf{x} = \mathbf{T}\tilde{\mathbf{x}} \quad \Rightarrow \quad \mathbf{T}^{-1}.\mathbf{x} = \tilde{\mathbf{x}} \quad (1-14)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{T}.\dot{\tilde{\mathbf{x}}} &= \mathbf{A}.\tilde{\mathbf{x}} + \mathbf{B}.\tilde{\mathbf{u}} \quad \Rightarrow \quad \dot{\tilde{\mathbf{x}}} = \mathbf{T}^{-1}.\mathbf{A}.\mathbf{T}.\tilde{\mathbf{x}} + \mathbf{T}^{-1}.\mathbf{B}.\tilde{\mathbf{u}} = \tilde{\mathbf{A}}.\tilde{\mathbf{x}} + \tilde{\mathbf{B}}.\tilde{\mathbf{u}} \\ \tilde{\mathbf{y}} &= \mathbf{C}.\tilde{\mathbf{x}} + \mathbf{D}.\tilde{\mathbf{u}} = \tilde{\mathbf{C}}.\tilde{\mathbf{x}} + \tilde{\mathbf{D}}.\tilde{\mathbf{u}} \end{aligned}$$

kde **T** je libovolná regulární transformační matice a matice **$\tilde{\mathbf{A}}, \tilde{\mathbf{B}}, \tilde{\mathbf{C}}, \tilde{\mathbf{D}}$** jsou matice nového stavového vyjádření.

Příklad-1:

Uvažujme dynamický systém a jeho stavové vyjádření

$$y'' + 5y' + 6y = u \quad \Rightarrow \quad F(s) = \frac{1}{s^2 + 5s + 6} \quad \Rightarrow \quad \begin{aligned} \dot{x}_1 &= -5x_1 + x_2 \\ \dot{x}_2 &= -6x_1 + u \end{aligned} \quad y = x_1$$

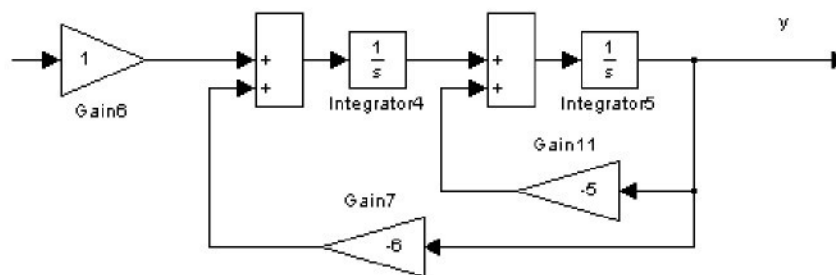
je jasné, že ze stavového vyjádření

$$\dot{\tilde{\mathbf{x}}}(t) = \mathbf{A}.\tilde{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{B}.\tilde{\mathbf{u}}(t); \quad \tilde{\mathbf{y}}(t) = \mathbf{C}.\tilde{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{D}.\tilde{\mathbf{u}}(t)$$

vyjdou matice ve tvaru

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -5 & 0 \\ -6 & 1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{C} = [1 \quad 0] \quad \mathbf{D} = [0]$$

následující struktura systému je uvedena na schématu



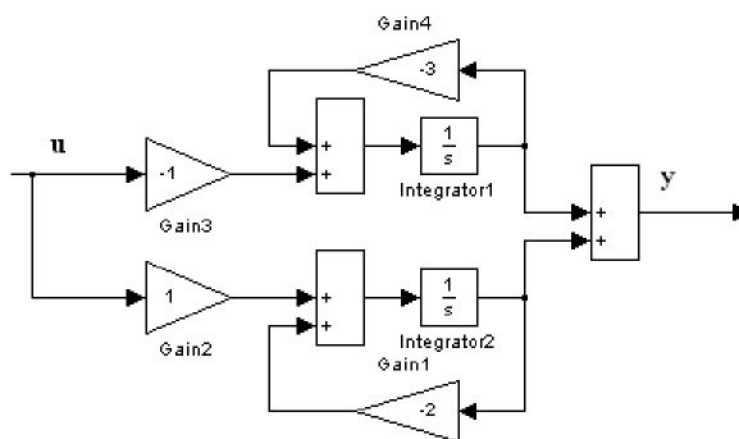
Volbou transformační matice

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -3 & -2 \end{bmatrix} \Rightarrow \mathbf{T}^{-1} = \begin{bmatrix} -2 & -1 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$$

přechází formálně stavový popis do tvaru

$$\tilde{\mathbf{A}} = \mathbf{T}^{-1} \cdot \mathbf{A} \cdot \mathbf{T} = \begin{bmatrix} -3 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix} \quad \tilde{\mathbf{B}} = \mathbf{T}^{-1} \cdot \mathbf{B} = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad \tilde{\mathbf{C}} = \mathbf{C} \cdot \mathbf{T} = [1 \quad 1] \quad \tilde{D} = D = [0]$$

a kde struktura přetransformovaného systému je vidět na schématu viz. níže.



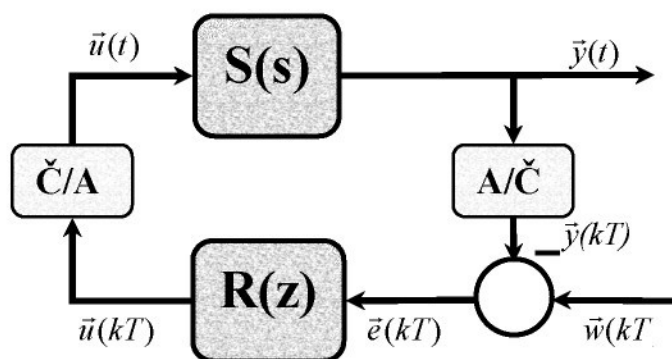
Pozn.: Výchozí tvar stavového popisu odpovídá tzv. normální formě pozorovatelnosti, transformovaný tvar přešel do tzv. Jordanovy formy, včetně jejich typických simulačních struktur.

Konec příkladu-1

1.2 Diskrétní stavový model spojitého systému

Rozvoj výpočetní techniky a informačních technologií spolu s rostoucí složitostí regulačních obvodů si vynutily vstup diskrétně (numericky) pracujících systémů do zpětné vazby regulačních obvodů. Náhrada klasických spojitých regulátorů numerickými systémy si vyžádala mj. modifikaci analytických nástrojů a popisů.

Spojitě pracující technologický proces a jeho spojité veličiny jsou vzorkovány (v pravidelných ekvidistantních okamžicích jejich pořadnice převedeny do numerické podoby jako posloupnost čísel) a zpracovávány číslicovým regulátorem ve zpětné vazbě.



Obr. 1-5 Blokové schéma diskrétně pracujícího spojitého modelu

V pravidelných časových intervalech (s tzv. periodou vzorkování T_{vz} popř. T) je regulátorem zpracovávána numerická informace finálně zpravidla interpretována schodovitým průběhem akční veličiny (skokově se měnící hodnota v okamžicích vzorkování, mezi nimi je konstantní). Pro analýzu takovéto hybridní struktury (spojitý systém spolupracující s diskrétním) je nutné vyjádřit diskrétní reprezentaci spojitého systému za těchto podmínek.

$\begin{aligned}\dot{\vec{x}}(t) &= \mathbf{A} \cdot \vec{x}(t) + \mathbf{B} \cdot \vec{u}(t) \\ \vec{y}(t) &= \mathbf{C} \cdot \vec{x}(t) + \mathbf{D} \cdot \vec{u}(t)\end{aligned}$	T_{vz}	$\begin{aligned}\vec{x}(k+1) &= \mathbf{M} \cdot \vec{x}(k) + \mathbf{N} \cdot \vec{u}(k) \\ \vec{y}(k) &= \mathbf{C} \cdot \vec{x}(k) + \mathbf{D} \cdot \vec{u}(k)\end{aligned}$	(1-15) (1-16)
--	----------	--	---

Diskrétní popis popisuje změnu stavového vektoru systému mezi po sobě následujícími okamžiky vzorkování a tomu odpovídající změnu výstupu. Klíčem k takovéto modifikaci popisu je výše zmíněný popis vývoje stavu, viz (1-15,16).

$$\underline{\underline{\bar{x}(t) = \Phi(t - t_0) \cdot \bar{x}(t_0) + \int_{t_0}^t \Phi(t - \tau) \cdot \mathbf{B} \bar{u}(\tau) d\tau}}$$

uvažujeme-li $t_0 = kT$, $t = (k+1)T$ a $\bar{u}(t)$ jako funkci schodovou, potom

$$\bar{x}[(k+1)T] = \underbrace{\Phi[(k+1)T - kT]}_{\mathbf{M}} \bar{x}(kT) + \underbrace{\int_{kT}^{(k+1)T} \Phi[(k+1)T - \tau] \mathbf{B} d\tau}_{\mathbf{N}} \underbrace{\bar{u}(\tau)}_{\bar{u}(kT) = \text{konst.}} \quad (1-17)$$

jak je naznačeno, tak matice $\mathbf{M}$ a $\mathbf{N}$ jsou dány

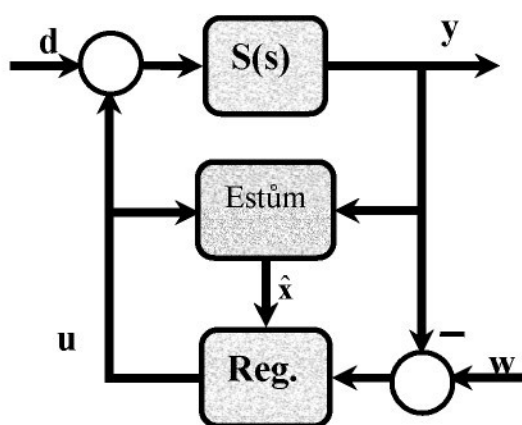
$$\mathbf{M} = \Phi(T) = \underline{\underline{e^{\mathbf{A}T}}} \quad (1-18)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{N} &= \int_{kT}^{(k+1)T} \Phi[(k+1)T - \tau] d\tau \mathbf{B} = \left| \begin{array}{l} (k+1)T - \tau = z \\ -d\tau = dz \end{array} \right| = \int_0^T \Phi(z) dz \mathbf{B} = \int_0^T e^{\mathbf{A}z} dz \mathbf{B} = \\ &= \mathbf{A}^{-1} [e^{\mathbf{A}T} - \mathbf{E}] \mathbf{B} = \underline{\underline{\mathbf{A}^{-1} [\mathbf{M} - \mathbf{E}] \mathbf{B}}} \end{aligned} \quad (1-19)$$

kde $\mathbf{x}(k) = \mathbf{x}(kT)$ apod.

1.3 Estimace stavu systému

Je zřejmé, že dynamické chování systému je zcela determinováno okamžitým stavem (n-ticí složek stavového vektoru) a průběhem budící veličiny. Pro návrh optimálního řízení, tj. působení akční veličinou na dynamický systém je nutná znalost jeho momentálního stavu. Stavový regulátor pro výpočet optimálního akčního zásahu využívá všech složek stavového vektoru. Problémem však zůstává možnost měření jen omezené části stavových veličin v reálných systémech. Nezbyvá v těchto případech než neměřitelné složky alespoň odhadnout – estimovat a odhady využít v algoritmech zpětné vazby. Technické zařízení umožňující odhad neměřitelných složek stavového vektoru obecně nazýváme estimátorem.



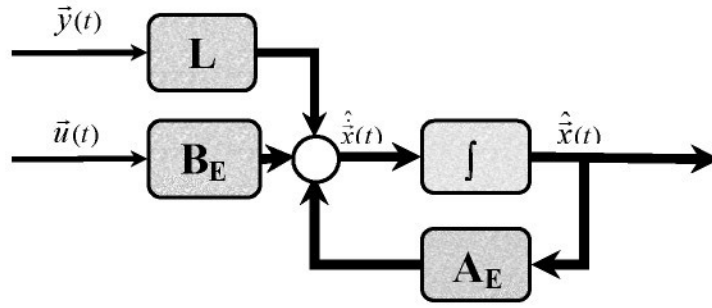
Estimátor, pomocí obvykle měřitelného vstupu a výstupu z regulované soustavy, odhaduje vnitřní stav systému (viz. obr. 1-6). Jak tento odhad bude přesný, záleží na dobré znalosti parametrů regulované soustavy.

Obr. 1-6 Regulační obvod s estimátorem

Klasickým deterministickým přístupem k odhadu stavu se stal princip původně publikovaný A. Luenbergerem dynamicky optimalizující odchylku mezi odhadem a skutečnou hodnotou stavu systému, využívající měřitelných vstupních a výstupních veličin systému. Popis je dán vztahem (1-20) a následující struktura je zobrazena na obr. 1-7.

$$\dot{\hat{x}}(t) = A_E \hat{x}(t) + B_E \bar{u}(t) + L \bar{y}(t) \quad (1-20)$$

,kde $\hat{\bar{x}}(t)$, $\hat{x}(t)$ jsou odhadované vektory stavu a $\bar{u}(t)$, $\bar{y}(t)$ tvoří měřené vektory



Obr. 1-7 Struktura estimatoru

Úkolem je navrhnout matice $\mathbf{A}_E$, $\mathbf{B}_E$, $\mathbf{L}$ tak, aby dynamika odchylky $\Delta\vec{x}(t) = \vec{x}(t) - \hat{\vec{x}}(t)$ byla stabilní a co nejrychleji se asymptoticky blížila k nule (správný odhad).

$$\Delta\vec{x}(t) = \vec{x}(t) - \hat{\vec{x}}(t) \Rightarrow \Delta\dot{\vec{x}}(t) = \dot{\vec{x}}(t) - \dot{\hat{\vec{x}}}(t) \Rightarrow 0 \quad (1-21)$$

pokud dosadíme do (1-21) rovnice (1-3) a (1-20) tak následovným odvozením dostaneme

$$\begin{aligned} \Delta\dot{\vec{x}}(t) &= \dot{\vec{x}}(t) - \dot{\hat{\vec{x}}}(t) = \mathbf{A}\vec{x}(t) + \mathbf{B}\vec{u}(t) - \mathbf{A}_E\hat{\vec{x}}(t) - \mathbf{B}_E\vec{u}(t) - \mathbf{L}\vec{y} = \\ &= \mathbf{A}\vec{x}(t) + \mathbf{B}\vec{u}(t) - \mathbf{A}_E\hat{\vec{x}}(t) - \mathbf{B}_E\vec{u}(t) - \mathbf{L}(\mathbf{C}\vec{x}(t) + \mathbf{D}\vec{u}(t)) = \\ &= (\mathbf{A} - \mathbf{L}\mathbf{C})\vec{x}(t) + (\mathbf{B} - \mathbf{L}\mathbf{D})\vec{u}(t) - \mathbf{A}_E\hat{\vec{x}}(t) - \mathbf{B}_E\vec{u}(t) = 0 \end{aligned} \quad (1-22)$$

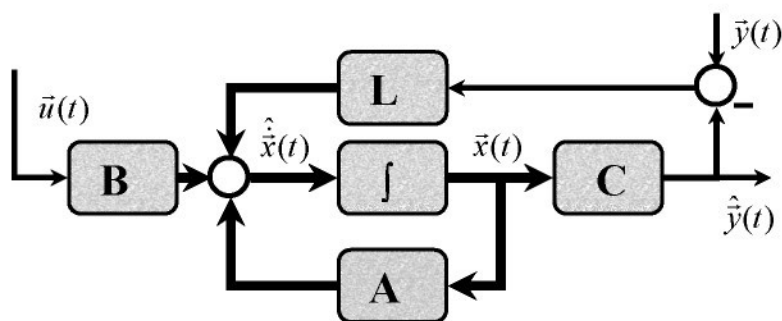
Aby dynamika dozrívání Δx byla nezávislá na momentálním stavu systému a buzení, volíme

$$\mathbf{A}_E = \mathbf{A} - \mathbf{L}\mathbf{C} \quad (1-23)$$

$$\mathbf{B}_E = \mathbf{B} - \mathbf{L}\mathbf{D} \quad (1-24)$$

Pro zajištění stability vývoje Δx volíme vlastní čísla matice $\mathbf{A}_E$ ve stabilní oblasti tj. v levé polorovině Gaussovy roviny. Volíme-li navíc vlastní čísla reálná záporná, je estimační proces nekmitavý a naopak.

Jednoduchým rozbořem lze ukázat, že takto navržený estimator je v podstatě paralelním modelem regulované soustavy s aditivní dotací rozdílu mezi skutečnou a estimovanou hodnotou $\vec{y}(t) - \hat{\vec{y}}(t)$ (viz. obr.1-8).



Obr.1-8 *Estimátor jako paralelní struktura modelu*

Diskrétní varianta estimátoru vede na strukturu

$$\hat{\vec{x}}(k+1) = \mathbf{M}_E \hat{\vec{x}}(k) + \mathbf{N}_E \vec{u}(k) + \mathbf{L} \vec{y}(k) \quad (1-25)$$

kde, $\mathbf{M}_E = \mathbf{M} - \mathbf{L}\mathbf{C}$, $\mathbf{N}_E = \mathbf{N} - \mathbf{L}\mathbf{D}$

s tím, že vlastní čísla $\mathbf{M}_E$ volíme uvnitř jednotkové kružnice (ve stabilní oblasti). Speciální volba vesměs nulových vlastních čísel matice $\mathbf{M}_E$ vede v tomto případě k variantě estimátoru operujícího v konečném a minimálním počtu kroků daným řádem soustavy. Správný odhad stavových složek tak dostáváme po odeznění tohoto estimačního pochodu.

Příklad-2:

Soustava je dána přenosem $F(s) = \frac{1}{s^2 + 3s + 2}$ a vzorkovací periodou $T_{vz} = 0,5s$.

Tento systém lze pomocí vztahů (1-15,16) zapsat v maticové podobě

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} 0.845 & 0.239 \\ -0.477 & 0.129 \end{bmatrix} \quad \mathbf{N} = \begin{bmatrix} 0.077 \\ 0.239 \end{bmatrix} \quad \mathbf{C} = [1 \quad 0]$$

Pro získání požadovaných vlastností je potřeba řešit charakteristickou rovnici estimátoru

$$\det(\lambda \mathbf{E} - \mathbf{M}_E) = \det(\lambda \mathbf{E} - \mathbf{M} + \mathbf{L}\mathbf{C}) = 0$$

po dosazení dostaneme: $\lambda^2 + \lambda(I_1 - 0.947) + (0.239 * I_2 - 0.129 * I_1 + 0.223) = 0$

, kde při zvolení

$$\lambda_1 = \lambda_2 = 0 \Rightarrow (\lambda - 0)(\lambda - 0) = \lambda^2 \rightarrow (\text{konečný a minimální počet kroků})$$

dostaneme výsledné matice

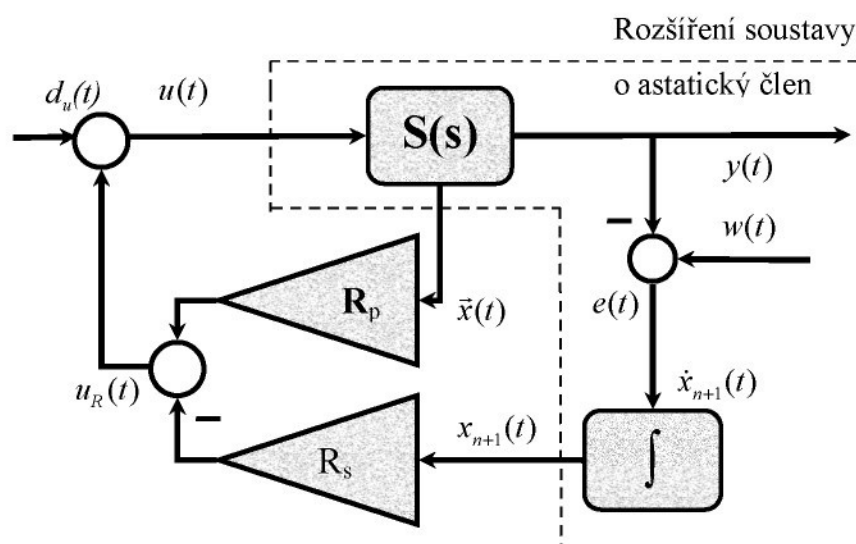
$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.947 \\ -0.407 \end{bmatrix} \quad \mathbf{M}_e = \begin{bmatrix} -0.129 & 0.239 \\ -0.070 & 0.129 \end{bmatrix} \quad \mathbf{N}_e = \begin{bmatrix} 0.077 \\ 0.239 \end{bmatrix}$$

konec příkladu 2

1.4 Regulační obvod se stavovým regulátorem

Řízení dynamického systému ve stavovém popisu pracuje ve zpětnovazebním struktuře. Stav systému je popsán stavovým vektorem, který je přiveden na proporciální regulátor. Řád regulátoru (počet proporciálních regulátorů) je opět dán řádem systému (hodnotí matice $\mathbf{A}$).

Proporciální zpětnovazební řízení zanechává trvalou regulační odchylku, kterou lze odstranit přidáním integrátoru do zpětné vazby. Při návrhu regulačního obvodu se pak hovoří o rozšířené regulační soustavě (viz. obr.1-9).



Obr.1-9 Stavový regulační obvod s rozšířením soustavy bez estimátoru

Struktura rozšířených popisů je popsána [1-3]. Diskrétně pracující dynamický systém pracuje s rozšířenými rovnicemi

$$\begin{bmatrix} \vec{x}_p(k+1) \\ x_s(k+1) \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{M} & \mathbf{0} \\ \mathbf{CM} & \mathbf{E} \end{bmatrix}}_{\mathbf{M}_R} \begin{bmatrix} \vec{x}_p(k) \\ x_s(k) \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{N} \\ \mathbf{CN} \end{bmatrix}}_{\mathbf{N}_R} u(k); \quad (1-26)$$

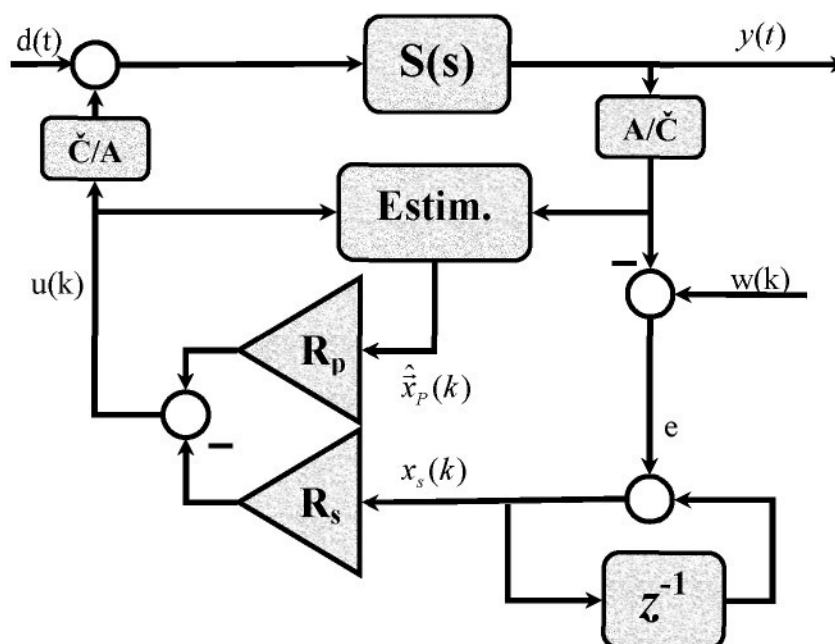
$$y(k) = \underbrace{[\mathbf{C} \quad \mathbf{0}]}_{\mathbf{C}_R} \begin{bmatrix} \vec{x}_p(k) \\ x_s(k) \end{bmatrix} \quad (1-27)$$

a pro takto popsanou soustavu lze snadno sestavit diskrétní regulátor

$$\mathbf{R}_R = [\mathbf{R}_p \quad \mathbf{R}_s] = -[0 \quad 0 \quad 1] \mathbf{G}_R^{-1} \Delta(\mathbf{M}_R) \quad (1-28)$$

,kde
$$\mathbf{G}_R = [\mathbf{N}_R, \mathbf{M}_R \cdot \mathbf{N}_R, \mathbf{M}_R^2 \cdot \mathbf{N}_R, \dots, \mathbf{M}_R^{n-1} \cdot \mathbf{N}_R] \quad (1-31)$$

Do takto rozšířeného regulačního obvodu zapojíme estimátor, který nám bude odhadovat původní neměřitelný vektor stavu. Konečná regulační podoba celého regulačního obvodu se tedy skládá ze tří základních částí (viz. obr. 1-10). První část tvoří soustava do které často zahrnujeme i dynamiku čidel. Druhou část tvoří estimátor, který nám dává informaci o vnitřních stavových veličinách a třetí část tvoří stavový regulátor rozšířený o astatickou složku $\mathbf{R}=[\mathbf{R}_p \ \mathbf{R}_s]$. Při návrhu stavového regulátoru a estimátoru platí princip separability, což znamená, že návrh regulátoru a estimátoru se vzájemně neovlivňuje.



Obr. 1-10 Blokové regulační schéma s estimátorem a s rozšířenou astatickou složkou

2 Praktický návrh robustního obvodu

V kapitole 1 je popsána základní syntéza regulačního obvodu. Kapitola 2 je zaměřena na analýzu návrhových parametrů ovlivňující chování regulačního stavového obvodu. Pro názornost je analýza prováděna na jednoduchém matematického modelu soustavy F_s (2-1), které jsou měněny parametry pomocí soustavy filtru T_f (2-2) a tyto výsledky jsou zkoumány na průběhu regulované veličiny a na pohybu kořenů charakteristického polynomu v Gaussovy komplexní rovině (dále jen GKR). Výsledky analýzy jsou následně aplikovány na reálný model laboratorní úlohy tachodynamy (viz. obr.2-26).

2.1 Robustnost

Na posouzení robustnosti ve stavovém prostoru neexistuje žádná metoda posouzení (anebo je mimo rámec této práce) a tak robustnost budu posuzovat podle regulačního pochodu a podle rychlosti pochodu kořenů charakteristického polynomu obvodu.

Při regulaci systému se vždy snažíme vyregulovat výstup systému optimálně podle daných podmínek, jako je například minimální překmit nebo rychlost vyregulování regulačních odchylek. Tento postup návrhu regulátoru ve stavovém prostoru vede na tzv. *tvrdý* regulátor¹. Tento „tvrdý“ regulátor, který má bere póly diskrétního obvodu navržené v počátku Gaussovy komplexní roviny GKR (Z-prostoru), se snaží vyregulovat regulační odchylku v konečném a zároveň minimálním počtu kroků a vede tím i na velké akční zásahy.

Pokud navrhujeme regulační robustní řídicí systém musí robustní regulátor být schopen řídit systém, který vznikne z modelu a odchylek mezi modelem a skutečnou soustavou.

¹ Tvrdý regulátor- regulace probíhá v minimálním a zároveň konečném počtu kroků – tvrdá ZV.

2.1.1 Model jednoduché soustavy

Vlivy parametrů důležitých při návrhu regulačního obvodu, zejména pak estimátoru a regulátoru je ukázán na jednoduchém modelu 3.řádu $Fs(s)$ (2-1), který je měněn pomocí filtru 2.řádu $Tf(s)$ (2-1). Tento jednoduchý model je volen z hlediska výrazné změny pozorovaných výsledků.

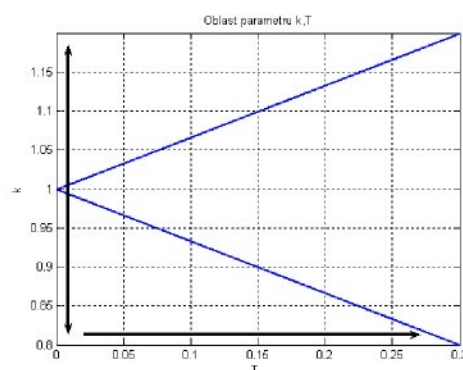
Jednoduchý model:

$$Fs(s) = \frac{24}{s^3 + 25s^2 + 80s + 40}; \quad (2-1)$$

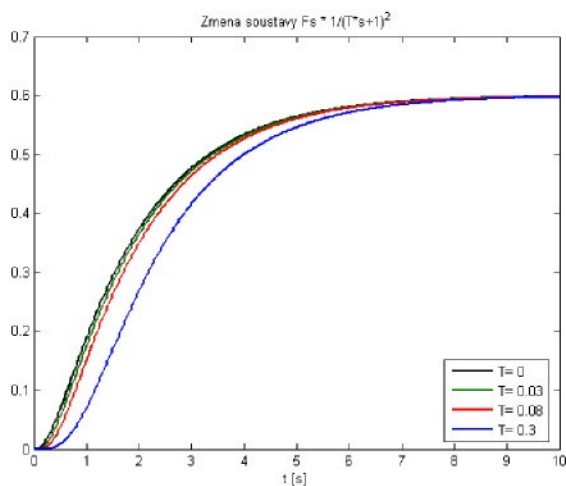
$$Tf(s) = \frac{k}{(T \cdot s + 1)^2} \quad (2-2)$$

$$T(i) = [0 \ 0.01 \ 0.03 \ 0.05 \ 0.08 \ 0.1 \ 0.3]$$

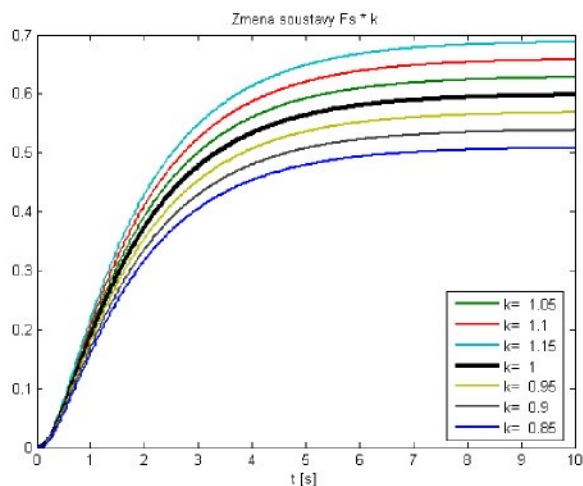
$$k = <0.825 \ 0.025 \ 1.175>$$



Obr.2-1 Změny parametrů



Obr. 2-2 Průběh změny dynamiky soustavy



Obr. 2-3 Průběh změny zesílení

2.2 Metody nastavení regulátoru

V této podkapitole jsou pospány základní myšlenky a způsoby nastavení parametrů regulátoru. Pro praktické ukázky jednotlivých příkladů jsou způsoby nastavení ukázány v programu Matlab² (popř. Matlab/Simulink), kde jsou dané nástroje a metody implementovány.

V předcházející podkapitole jsme si odvodili rovnice regulátoru. Velký vliv na robustnost regulačního obvodu má doba regulace. Podle rychlosti regulace zvolíme vhodný tvar rovnice (1-30) pomocí $\Delta(\mathbf{M}_R)$, který nám určuje rychlost (tvrdost) regulace. Pokud zvolíme regulaci v konečném a zároveň minimálním počtu kroků, což znamená, že regulace se ustálí v daném počtu kroků (podle řádu soustavy), zvolíme pro rovnici (1-30) koeficient $\Delta(\mathbf{M}_R) = \mathbf{M}_R^n$. Pro robustnější chování regulačního obvodu zvolíme pomalejší regulaci na delším horizontu regulace, kde má matice tvar $\Delta(\mathbf{M}_R) \neq \mathbf{M}_R^n$.

2.2.1 Metoda přiřazení pólů obvodu

Tato metoda návrhu stavového regulátoru využívá rozložení kořenů charakteristické rovnice. Tato metoda je také nazývána poles-placement. Pokud tedy řídíme soustavu se stavovým regulátorem, který jsme nastavili metodou poles-placement, určujeme rozmístění kořenů charakteristického polynomu, a tak i do jisté míry určujeme chování regulačního obvodu. Toto nastavení se používá v případech, kde je vyžadován charakteristický polynom s předem danými koeficienty nebo tam kde jsou už předem dány [3].

Toto nastavení regulátoru lze navrhnout tzv. Ackermanovou formulí, která je v Matlabu zahrnuta ve funkci ACKER (viz. Příloha č.1), a vychází již z odvozeného vzorce (1-30).

² Matlab je produktem společnosti The MathWorks, Inc.

2.2.2 Metoda horizontu řízení

Za horizont regulace se u regulátoru považuje délka (počet kroků) regulace, který předpokládá dopředu. Pokud budeme považovat krátký horizont regulace bude se to rovnat regulaci v konečném a minimálním počtu kroků. Při zvyšování horizontu regulace se regulační pochod prodlužuje, regulační zásahy se zmenší. Pro větší horizonty regulace se vlastnost délky regulace už příliš nemění.

Řízení pomocí metody horizontu řízení nastavujeme v inverzní matici $\mathbf{G}_R$, kde matice $\mathbf{G}_R$ je matice dosažitelnosti rozšířené soustavy. Matice $\mathbf{G}_R$ je nastavena tak, že maticím $\mathbf{M}_R$ je postupně přiřazena taková mocnina, která odpovídá danému kroku. Pro prodloužení doby regulace se jednoduše některé kroky vynechají a nahradí se mocninou, která odpovídá dalšímu danému kroku. Nastavení regulátoru je složitější ve smyslu volby vynechaných kroků regulace. Navrhovací algoritmy jsou zejména založeny na subjektivním posouzení. Návrh regulátoru regulujícího v konečném a zároveň minimálním počtu kroků regulace je

$$\mathbf{R}_R = [\mathbf{R}_p \quad \mathbf{R}_s] = -[0 \quad 0 \quad 1]\mathbf{G}_R^{-1} \cdot \Delta(\mathbf{M}_R) \quad , \text{ kde } \Delta(\mathbf{M}_R) = \mathbf{M}_R^n \quad (2-3)$$

$$\mathbf{G}_R = \begin{bmatrix} \mathbf{N}_R, \mathbf{M}_R \cdot \mathbf{N}_R, \mathbf{M}_R^2 \cdot \mathbf{N}_R, \dots, \mathbf{M}_R^{n-1} \cdot \mathbf{N}_R \end{bmatrix} \quad (2-4)$$

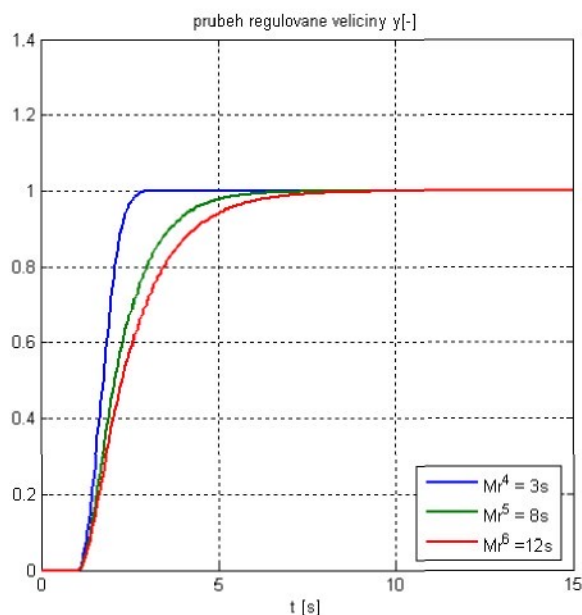
Na obrázku 2-4 je ukázka řízení modelu $F(s)$ s uvažováním posouvání posledního kroku regulace viz nastavení matice $\mathbf{G}_R$. Na průbězích regulované veličiny je vidět jak se regulační proces zpomalil.

Ukázka zvolení matice $\mathbf{G}_R$ pro soustavu 3.řádu s rozšířením:

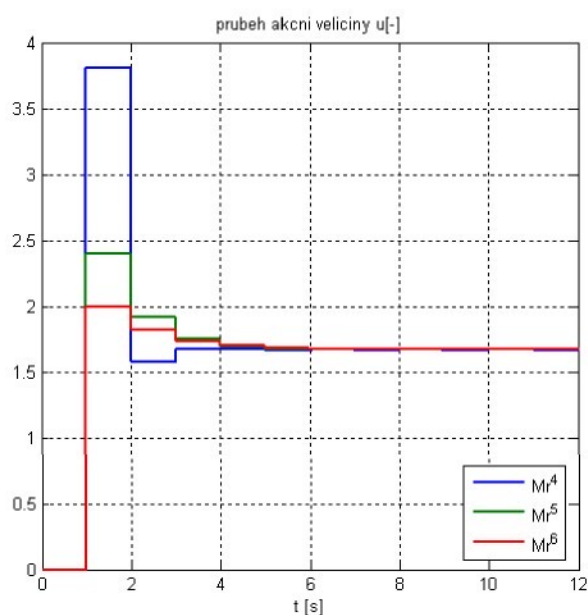
$$\mathbf{G}_R = [\mathbf{N}_R, \mathbf{M}_R \cdot \mathbf{N}_R, \mathbf{M}_R^2 \cdot \mathbf{N}_R, \mathbf{M}_R^3 \cdot \mathbf{N}_R] \quad \Delta(\mathbf{M}_R) = \mathbf{M}_R^4$$

$$\mathbf{G}_R = [\mathbf{N}_R, \mathbf{M}_R \cdot \mathbf{N}_R, \mathbf{M}_R^2 \cdot \mathbf{N}_R, \mathbf{M}_R^4 \cdot \mathbf{N}_R] \quad \Delta(\mathbf{M}_R) = \mathbf{M}_R^5$$

$$\mathbf{G}_R = [\mathbf{N}_R, \mathbf{M}_R \cdot \mathbf{N}_R, \mathbf{M}_R^2 \cdot \mathbf{N}_R, \mathbf{M}_R^5 \cdot \mathbf{N}_R] \quad \Delta(\mathbf{M}_R) = \mathbf{M}_R^6$$



Obr.2-4 Regulační pochod

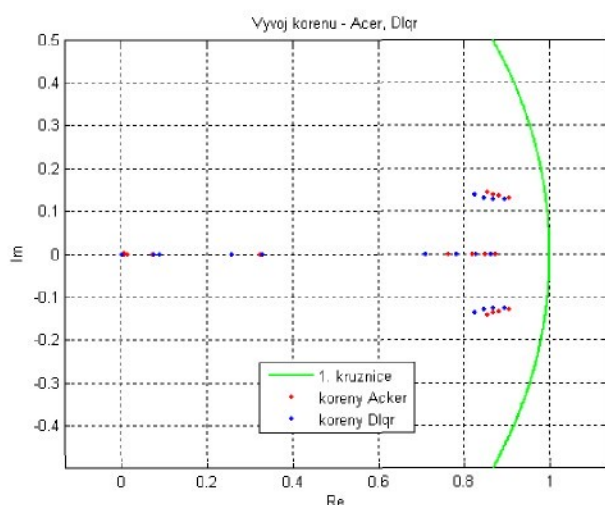


Obr.2-5 Akční zásahy

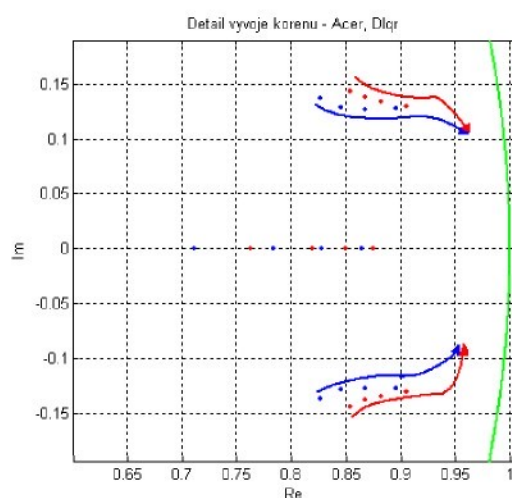
2.2.3 Nastavení stavového regulátoru podle kvadratického kritéria

Metoda nastavení stav. regulátoru podle kvadratického kritéria vychází z metody nejmenších čtverců. Při návrhu diskrétního stav. regulátoru se používá, pro vyrovnaní nenulového počátečního stavu, spíše rozšířené kvadratické kritérium (2-5). Nastavení regulátoru podle kvadratického kritéria je provedena funkcí DLQR (viz. Příloha č.1). Podrobnější informace je obsažena v [3, str. 57].

$$J(u_k) = \sum_{k=1}^{\infty} [\vec{x}_k^T \cdot \mathbf{Q} \cdot \vec{x}_k + \Delta \vec{u}_k^T \cdot \mathbf{R} \cdot \Delta \vec{u}_k] + 2 \cdot \vec{x}_k^T \cdot \mathbf{N} \cdot u_k \rightarrow MIN \quad (2-5)$$



Obr.2-6 Vývoj kořenů char. polynomu



Obr.2-7 Detailní zobrazení kořenů

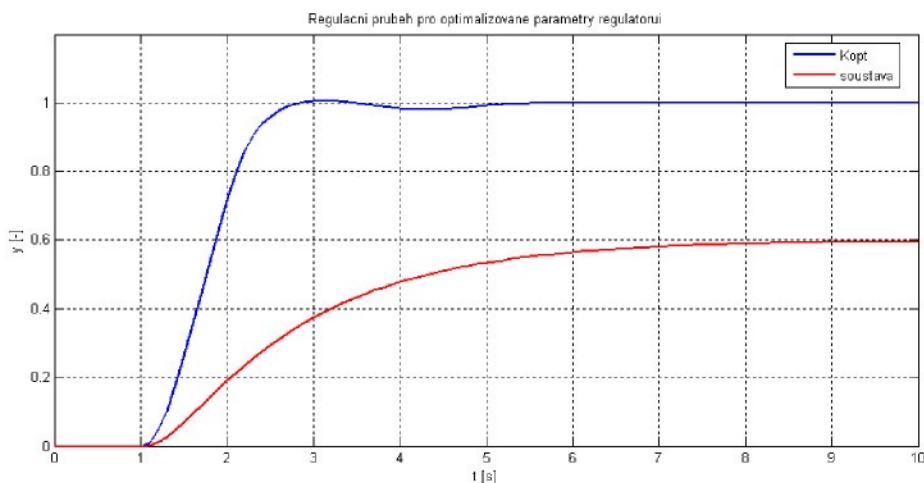
Z obrázku 2-6 je vidět, že pro seřízení regulátoru podle kvadratického kritéria se vývoj pólů obvodu chová podobně jako v případě nastavení regulátoru metodou přiřazení pólů obvodu, zejména pak pro větší odchylky uvažovaného modelu.

2.2.4 Optimalizace parametrů regulátoru

Algoritmy pro optimalizaci parametrů, lze dosáhnout vhodně zvoleným kritériem, optimálního nastavení regulátoru. Tyto algoritmy řadíme mezi iterační metody optimalizace. Pro seřízení regulátoru je použito kritérium, které bere v potaz kvadrát regulační odchylky a váhu na kvadratickou odchylku akční veličiny.

K optimalizaci parametrů regulátoru je použita výpočetní funkce `fminsearch` (viz. Příloha č.1) v programu matlab. Optimalizace parametrů regulátoru vedla na horší regulační pochod a to buď s větším podkmitem a nebo s překmitem a následným podkmitem (viz. obr.2-8). Pro zlepšení jsem se pokusil změnit kritérium pro výpočet minimalizace, ale velká změna nenastala.

Iterační metody pro hledání optimálního nastavení parametrů regulátoru jsou založeny na hledání lokálního minima z dané funkce, a proto jsou velmi citlivé na prvotním odhadu parametrů.



Obr. 2-8 Regulační pochod pro metodu optimalizovaných parametrů

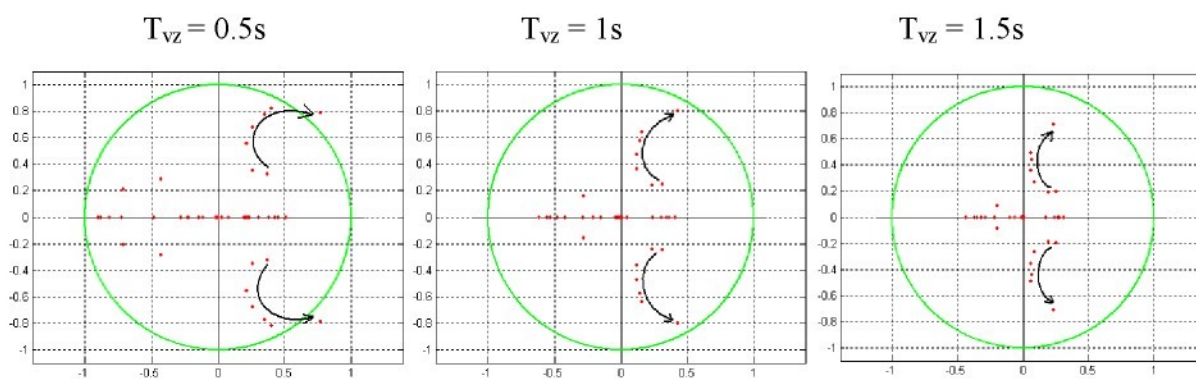
Pro jednoduchý model (2-1) jsem nenašel lepší optimalizované nastavení regulátoru. To bylo způsobeno nevhodně zvolenou vzorkovací periodou $T_{vz} = 1s$.

2.3 Analýza parametrů

V této podkapitole jsou popsány vlivy, které mají vliv na stabilitu, a tím i na robustnost regulačního obvodu. Je všeobecně známo, že citlivost regulačního obvodu roste zejména se změnou zesílení regulační soustavy. Vliv změny dynamiky není, díky dobré zpětné vazbě, tak zásadní. Z těchto důvodů budu vlivy daných parametrů poukazovat na změně soustavy F_s pomocí filtru T_f , kde budu parametry filtru k a T měnit zároveň v daném rozsahu. Mezi další parametry, kterými lze ovlivnit návrh regulačního obvodu tedy patří vzorkovací perioda, navržení estimátoru a regulátoru.

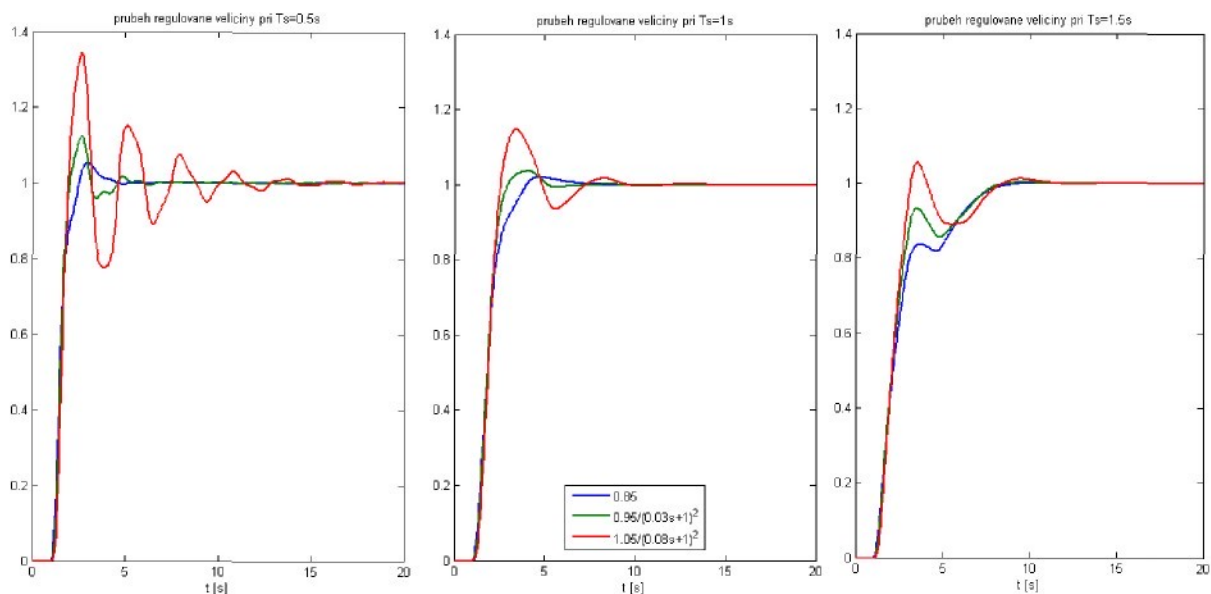
2.3.1 Vzorkovací perioda

Jeden ze základních a hlavních parametrů pro návrh diskrétně pracujícího regulačního obvodu je vzorkovací perioda. Pro volbu musíme vybrat takovou periodu vzorku, kterou nezpůsobíme, při převodu spojitě soustavy do diskrétní, aliasing nebo jinou nechtěnou změnu soustavy. Pro velkou periodu vzorku se může při převodu soustavy objevit neminimální fáze a naopak nesmí být moc malá, aby regulační pochod nebyl příliš rychlý, protože na vzorkovací periodě závisí akční zásahy [1].



Obr.2-9 Vývoj kořenů char. polynomu pro různé periody vzorkování T_{vz}

Malá vzorkovací perioda zvětší citlivost na modelu a navržený regulátor může, při velké změně parametrů soustavy F_s , obvod rychleji zdestabilizovat.



Obr.2-10 Regulační pochody při změně periody vzorkování T_v

Z obrázku 2-10 je vidět, že doba regulačního pochodu je též závislá na vzorkovací periodě. To lze jednoduše konstatovat na regulaci v konečném a minimálním počtu kroků regulace. Ta je dána řádem regulačního dynamického systému a tudíž počet kroků bude stejný, jen se změní rychlost po sobě jdoucích akčních zásahů.

2.3.2 Vliv přesnosti a rychlosti odhadu stavů

V první části se zaměřím na rychlost odhadu stavů estimátoru pracujícího se stejným taktem (rychlostí) jako má celý regulační obvod. V další části této podkapitoly ukážu estimátor pracující s rychlejším taktem než pracuje celý regulační obvod. Pro práci s estimátorem je nejdříve potřeba si něco říci o tom, jak navrhnou parametry (kořeny) estimátoru.

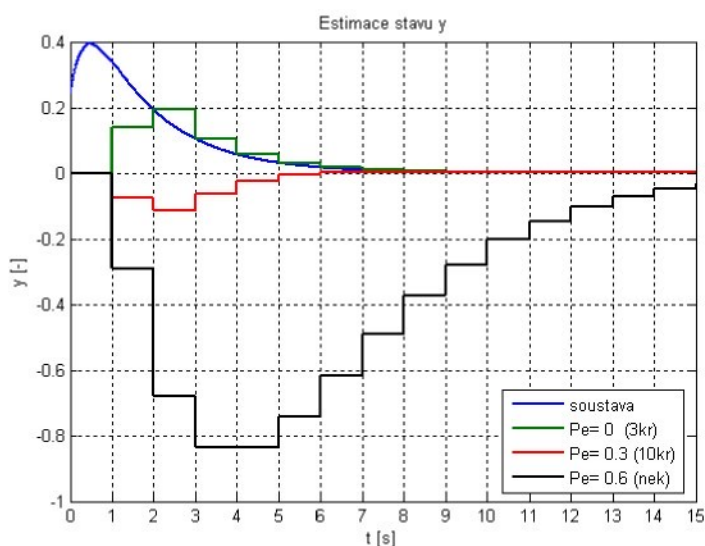
1) Nastavení estimátoru

V podkapitole 1.3 *Estimace stavu systému* bylo ukázáno odvození matematického modelu estimátoru. Stejně jako dynamika soustavy je popsána charakteristickou rovnicí, tak i dynamika (rozložení kořenů) estimátoru je popsána ve tvaru (2-6)

$$\det(\lambda \mathbf{E} - \mathbf{M}_e) = \det(\lambda \mathbf{E} - \mathbf{M} + \mathbf{L}^* \mathbf{C}) = (\lambda - \lambda_1)(\lambda - \lambda_2) \dots \quad (2-6)$$

Pokud nalezneme matici $\mathbf{L}$ tak, aby všechna vlastní čísla matice $\mathbf{M}_e$ byly rovný nule, bude odhad stavů probíhat v konečném a (minimálním) počtu kroků. Pro návrh matice $\mathbf{L}$ použijí modifikovanou metodu přiřazení pólů obvodu. Tato modifikovaná metoda se v prostředí matlab provádí stejnou funkcí jako pro návrh regulátoru, jen s upravenými parametry. Rychlost odhadu (rozložení) kořenů pomocí metodou přiřazení pólů obvodu s umístěním násobných kořenů $Pe = \langle 0, 0.3, 0.6 \rangle$ je vidět na obr.2-11.

Pokud matici $\mathbf{L}$ zvolíme tak, aby všechna vlastní čísla matice $\mathbf{M}_e$ byly rovný 0 ($Pe = 0$), budou odhady stavů s nulovou odchylkou provedeny v konečném (minimálním) počtu kroků. Pro zvolení vlastních čísel matice $\mathbf{M}_e$ mimo nulu ($Pe = 0.3$ a $Pe = 0.6$) nastává odhad stavů v nekonečnu. Tato vlastnost je vidět zejména pro pomalejší nastavení odhadu.

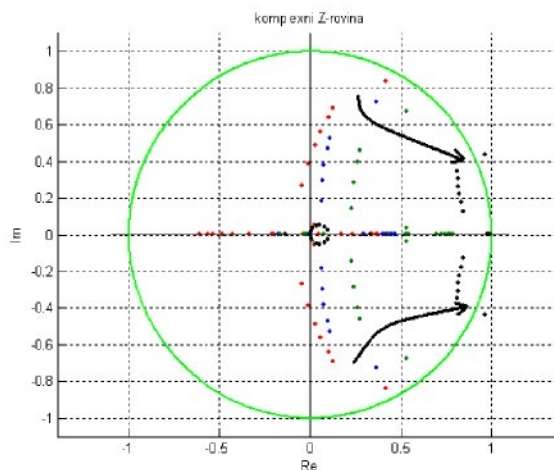


Obr.2-11 Odhad stavů při rozvážení soustavy pomocí počátečních podmínek

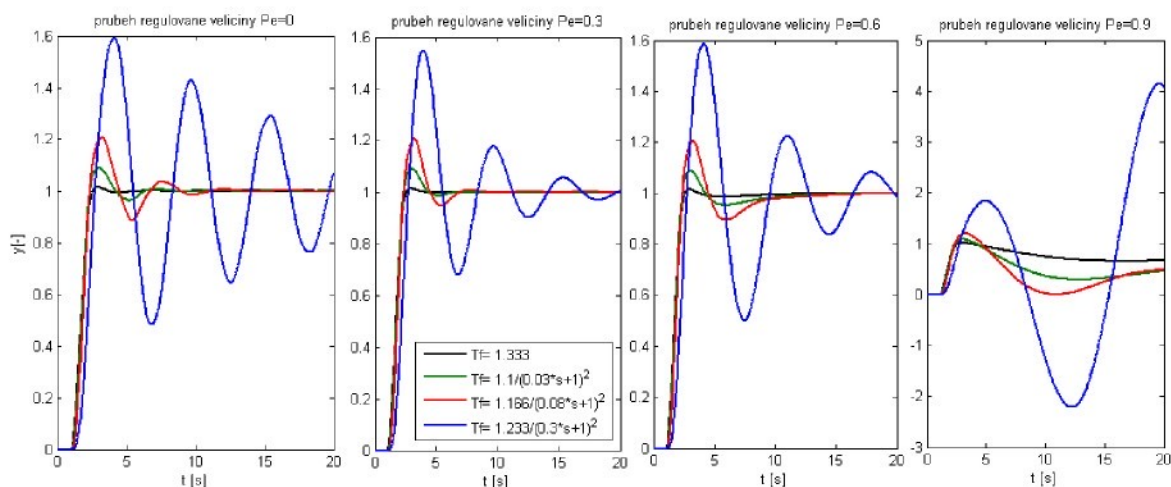
2) Vliv estimátoru při regulaci

Tato část je zaměřena na rychlost odhadu stavů při regulaci se změnou parametrů regulovaného modelu $F_s(s)$. Na tomto jednoduchém příkladu, kdy je změněna soustava F_s dynamikou a zesílením, vidíme, že velká změna parametrů soustavy a pomalejší odhad stavů má obecně destabilizační účinek. Změna rychlosti odhadu (estimace) stavů má malý vliv na akční zásahy, ale má vliv na rychlost regulace.

Může ale nastat situace, kdy při správné volbě rychlosti estimace, jak je na obr.2-12 naznačeno šipkami, se obvod ze stabilizuje a regulační pochod se zrychlí viz obr.2-13.



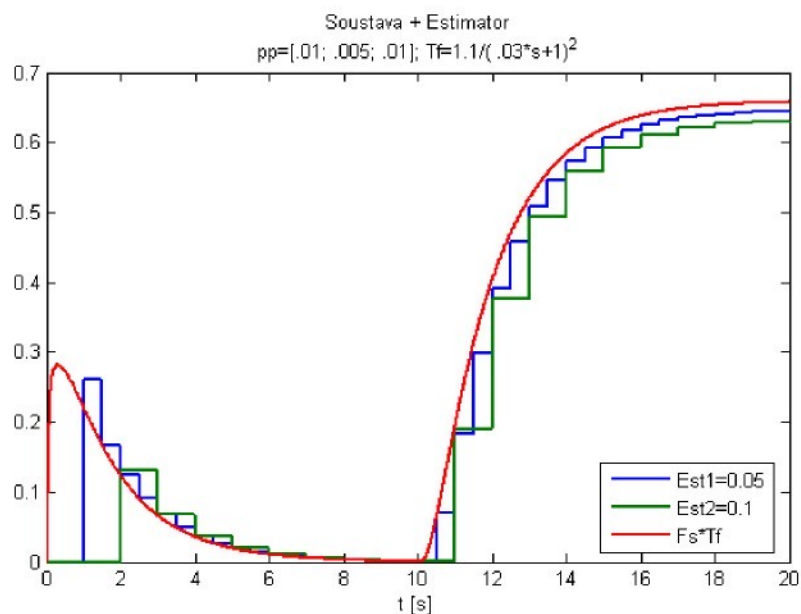
Obr.2-12 Vývoj kořenů char. polynomu pro různé rychlosti odhadu stavů



Obr.2-13 – Regulační průběhy pro různé rychlosti odhadu stavů

3) Rozdílná rychlost estimace a regulace

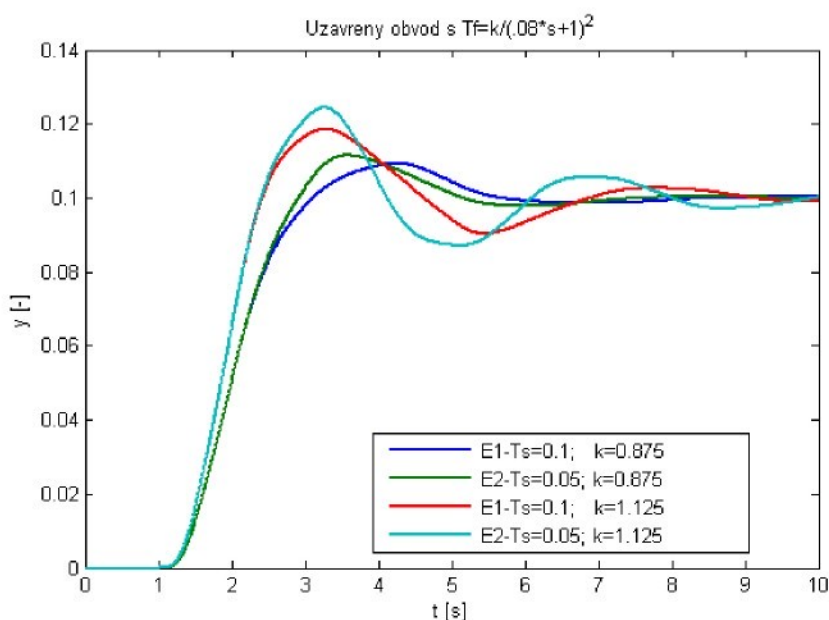
Myšlenka plyne z úvahy kdy při rychlejším taktu je estimátor schopen rychleji se přiblížit k odhadované hodnotě. Rychlost estimace je dobré volit v celistvých násobcích vzorkovací periody, takže jestliže rychlost regulačního obvodu byla dána pomocí vzorkovací periodou $T_{vz} = 1s$, tak rychlejší estimátor (Est1) bude pracovat se vzorkovací periodou $T_{vz} = 0.5s$. Na obrázku 2-14 je při změně soustavy vidět, že rychlejší estimátor Est1, se více přiblížil ke změněné soustavě.



Obr.2-14 Odhad stavů při různé rychlosti estimace

Při rychlejším odhadu stavů dochází při větších změnách modelu k větší citlivosti na model a regulační obvod se stává méně stabilní, ale při menší změně modelu je tomu naopak.

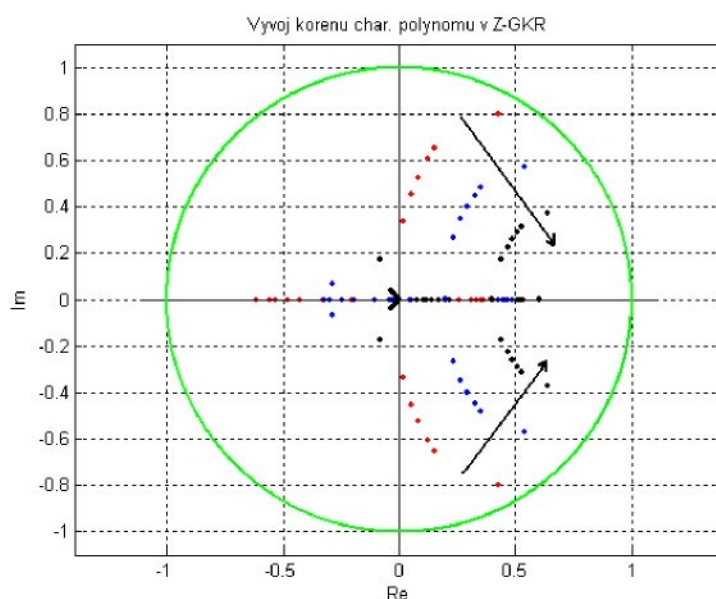
Regulační pochod, při rychlejším odhadu stavů, je rychlejší s většími regulačními překmity. Akční zásahy jsou srovnatelné s odhadem stavů pracující stejně rychle jako regulátor.



Obr.2-15 Regulační průběhy pro různé rychlosti odhadu stavů při změně zesílení

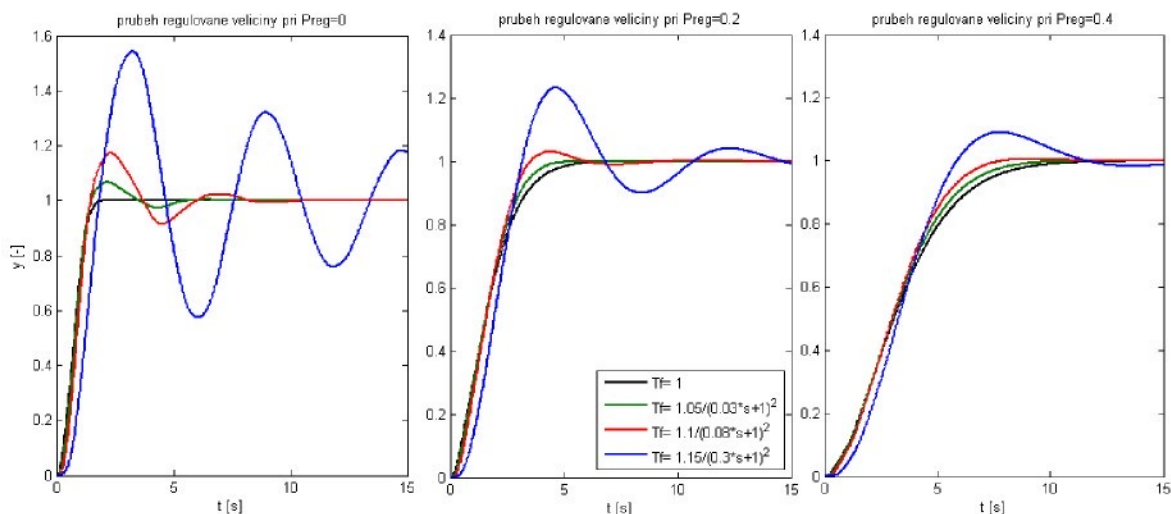
2.3.3 Vliv rychlosti regulace

Vliv rychlosti návrhu stavového regulátoru je ukázán opět na jednoduchém modelu $F_s(s)$ s navrženým regulátorem metodou přiřazení pólů obvodu. Volbou násobných kořenů charakteristického polynomu $P_{reg} <0, 0.2, 0.4>$ pro výpočet koeficientů regulátorů lze volit dobu regulačního pochodu. Správná rychlost regulace má vliv i na robustnost regulačního obvodu. Při zvolení jednonásobných kořenů charakteristického polynomu rozprostřených různě na ploše jednotkové kružnice, nedochází k lepším průběhům. Na obr.2-16 jsou znázorněny rozmístěné kořeny charakteristického polynomu a jejich pochod (změna) při rozvážení soustavy F_s (2-1) filtrem T_f (2-2).



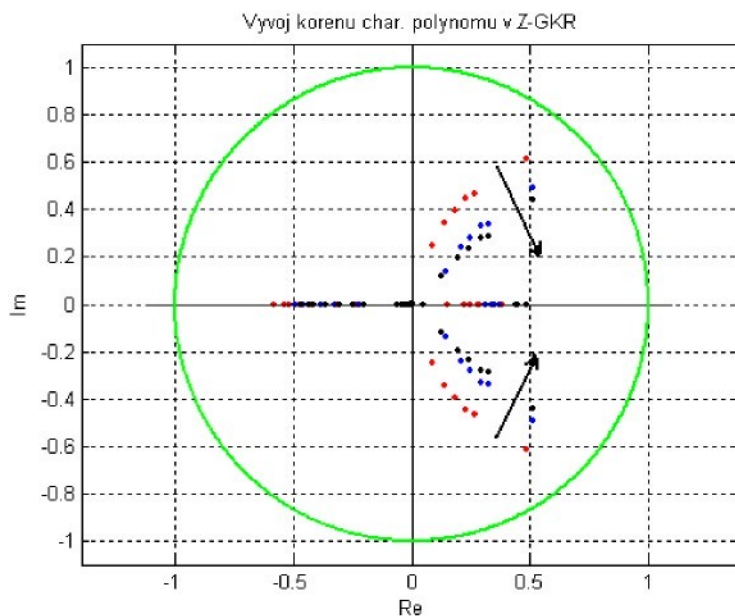
Obr.2-16 *Vývoj kořenů char. polynomu pro různé rychlosti regulace při změně soustavy (metoda poles-placement)*

Na obr.2-17 jsou vidět regulační pochody při jednotlivých změnách soustavy a doby regulace. Při menších nárocích na rychlost regulace se regulátor stává méně citlivý na přesnosti získaného modelu při identifikaci, a tím se obvod zestabilizuje.

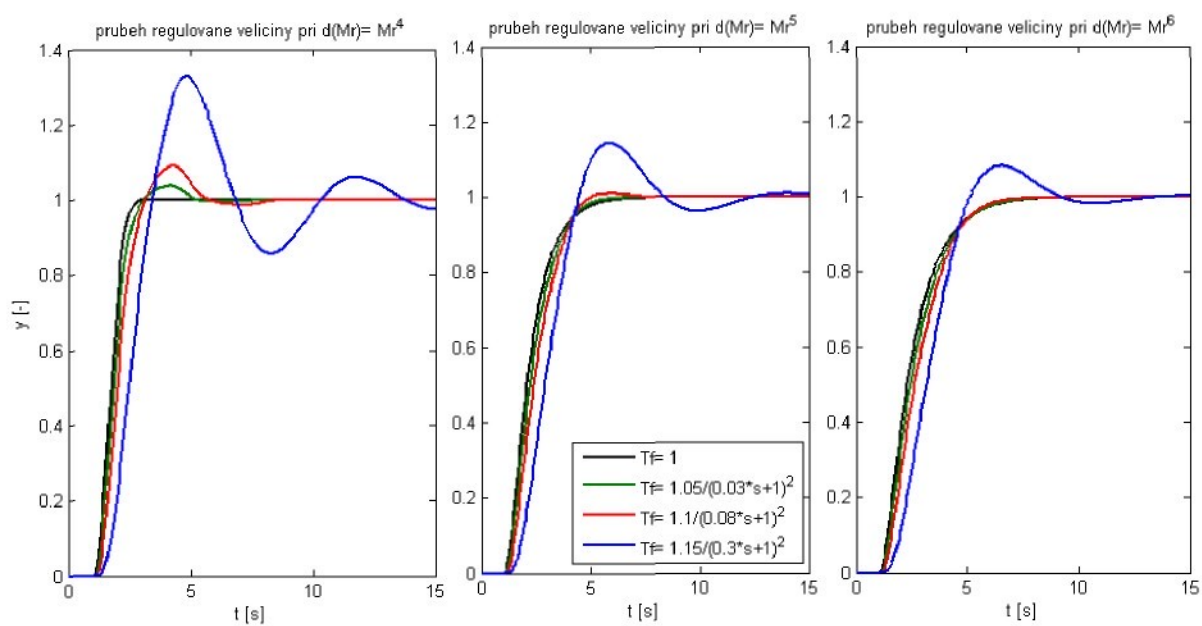


Obr.2-17 Regulační průběhy pro různé rychlosti regulace při změně soustavy
(metoda poles-placement)

Stejný závěr vychází pro metodu seřízení regulátoru podle horizontu regulace. Pro takto jednoduchý obvod je jedno jaký kroky pro návrh regulátoru zvolíme a tak tato podstata na analýzu nemá vliv a je zřejmé, že i tady je zásadní požadavek robustnosti celého obvodu na volbě doby regulačního pochodu.



Obr.2-18 Vývoj kořenů char. polynomu pro různé rychlosti regulace
při změně soustavy (metoda horizontu regulace)

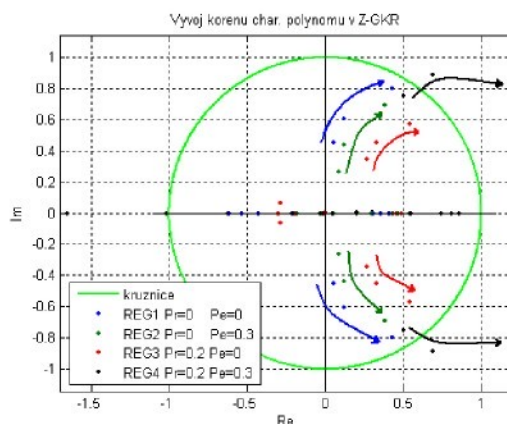


Obr.2-19 Regulační průběhy pro různé rychlost regulace při změně soustavy
(metoda horizontu regulace)

2.4 Porovnání nastavení parametrů estimátoru a regulátoru

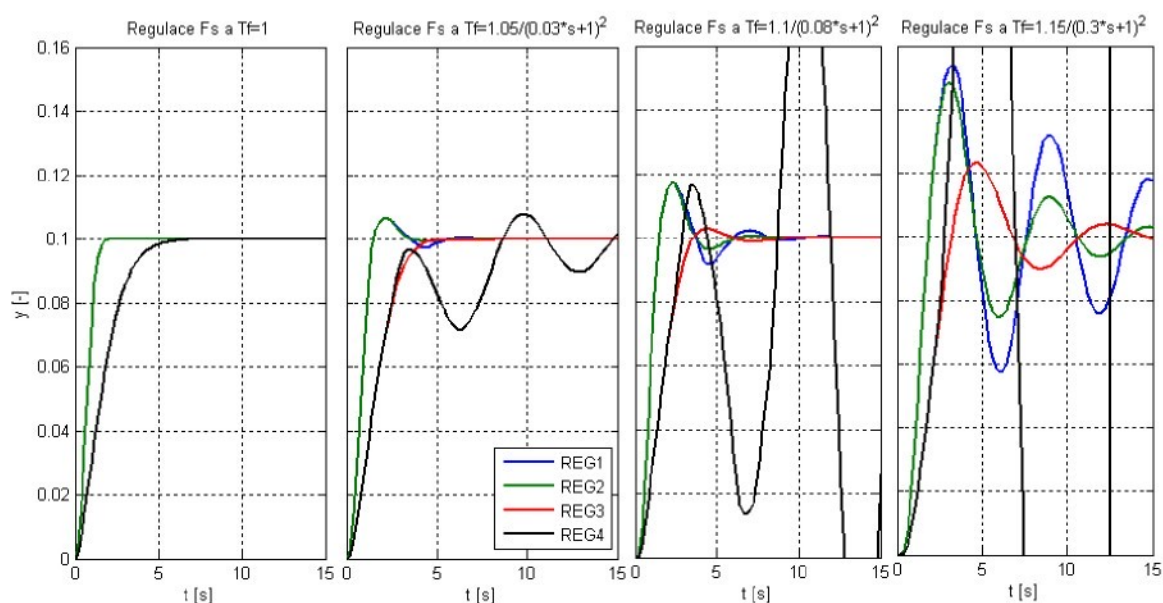
Pro soustavu F_s , která je 4.řádu a která se ustálí za 10s, jsem si zvolil periodu vzorkování 1s, kde 10 vzorků pro takto jednoduchý průběh stačí. Při takto zvolené periodě vzorkování si nesmíme stanovit požadavek ustálení regulačního pochodu dříve než za 4s, který vede na konečný a zároveň minimální počet kroků regulace.

Pro takto zvolené požadavky tedy navrhnu estimátor a regulátor. Z analýzy parametrů pro nastavení estimátoru je dobré zvolit rozložení násobných kořenů charakteristického polynomu v rozmezí $<0 - 0,3>$. Pro nastavení regulátoru je potřeba si nejprve zvolit jakou metodu chceme použít a následně z analýzy parametrů pro nastavení regulátoru vybrat vhodné parametry. Zvolím například metodu přiřazení pólů obvodu a z analýzy vyberu násobné kořeny v rozmezí $<0 - 0,2>$.



Obr.2-21 Vývoj kořenů char. polynomu pro různé nastavení parametrů estimátoru a regulátoru

Pro srovnání nastavíme 4 obvody, které svým nastavením pokryjí oblast použitých parametrů. První obvod (REG1) je nastaven na konečný a zároveň minimální počet kroků regulace a estimace ($P_r=0$ a $P_e=0$). Druhý obvod (REG2) je nastaven na konečný počet regulace a nekonečný (pomalejší) odhad stavů ($P_r=0$ a $P_e=0.3$). Třetí obvod (REG3) je nastaven na konečný odhad stavů a pomalejší průběh regulace ($P_r=0.2$ a $P_e=0$). Čtvrtý obvod (REG4) je nastaven na pomalejší průběh regulace a nekonečný odhad stavů ($P_r=0.2$ a $P_e=0.3$).



Obr.2-22 Regulační průběhy pro různé nastavení parametrů
estimátoru a regulátoru

Z výsledku srovnání regulačních pochodů (viz. obr.2-22) je obvod REG4 nevyhovující. Tento obvod je pomalý, hodně citlivý na model a tudíž rychle vede na nestabilní systém. Obvod REG1 je více robustnější než obvod REG4, ale při větším rozvážení modelu více kmitavý. Jako vyhovující jsou obvody REG2 a REG4. Pro takto nastavené obvody je regulační proces, vzhledem k velkému rozvážení modelu, kmitavý ale stále dosti robustní. Bohužel, při větším rozvážení modelu se nedocílí k ustálenému regulačnímu procesu do 5s.

2.5 Porovnání metod nastavení regulátoru

Pro úplnost je ukázáno srovnání návrhových metod regulátoru, které byly probrány v kapitole 2.2 *Metody nastavení regulátoru*. Regulátor **Kreg** je nastaven metodou přiřazení pólů obvodu při rozvržených násobných kořenech obvodu $P_r=0.025$ (konečný neminimální počet kroků regulace). Regulátor **Kdlqr** je nastaven pomocí kvadratického kritéria pomocí matic Q a R (viz. níže). Parametry regulátoru **Kopt** byly optimalizovány iterační metodou pomocí kvadratického kritéria (výpis programu a schéma pro výpočet kritéria je uveden v příloze č.2). Regulátor **Khor** je nastaven metodou horizontu, kde návrhové matice jsou uvedeny níže.

Na obr.2-24 je vidět, že při navržení podobné doby regulačního procesu různými metodami se obvod chová podobně. Je to vidět i z obr.2-23, kde jsou kořeny charakteristického polynomu obvodu obdobně rozvrženy a pohybují se stejným směrem.

Metoda přiřazení pólů obvodu:

Kreg = - acker (M_R , N_R , [0,025 0,025 0,025 0,025])

Kreg = [-73.9057 -26.1491 -1.0628 -3.4407]

Metoda nastavení regulátoru podle kvadratického kritéria:

$$J = \text{Sum} \{ \mathbf{x}'\mathbf{Q}\mathbf{x} + \mathbf{u}'\mathbf{R}\mathbf{u} + 2*\mathbf{x}'\mathbf{N}\mathbf{u} \} \quad \mathbf{Q} = \begin{bmatrix} 900 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 300 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 50 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 5 \end{bmatrix} \quad \mathbf{R} = 0.0001; \quad \mathbf{N}=\mathbf{0}$$

Kdlqr = - dlqr(M_R , N_R , Q , R , N)

Kdlqr = [-72.1576 -25.6973 -1.0458 -3.3228]

Optimalizační metoda nastavení regulátoru:

Kopt = [-77.8245 -24.6156 -1.0469 -3.7698]

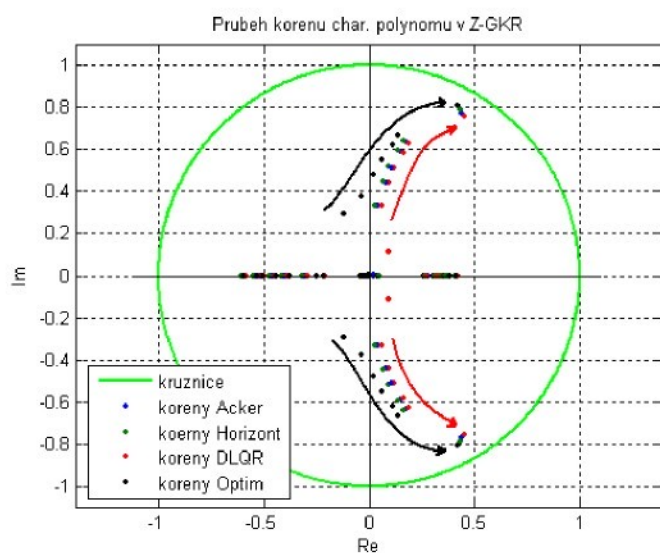
Výpočet optimálních parametrů regulátoru byl proveden za pomoci příloha č.2.

Horizont regulace:

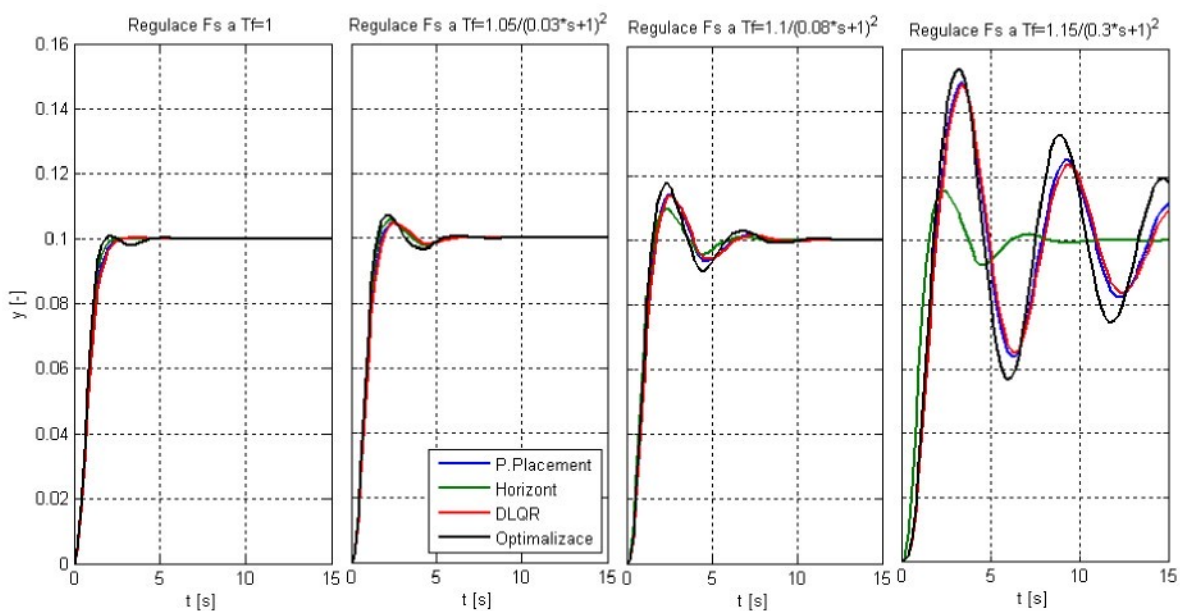
$G_R = [N_R \quad M_R*N_R \quad M_R^3*N_R \quad M_R^4*N_R];$

Khor = - [0 0 0 1]*inv(G_R)* M_R^5 ;

Khor = [-75.6139 -26.6967 -1.0850 -3.6479]



Obr. 2-23 Vývoj kořenů char. polynomu pro různé metody nastavení regulátoru

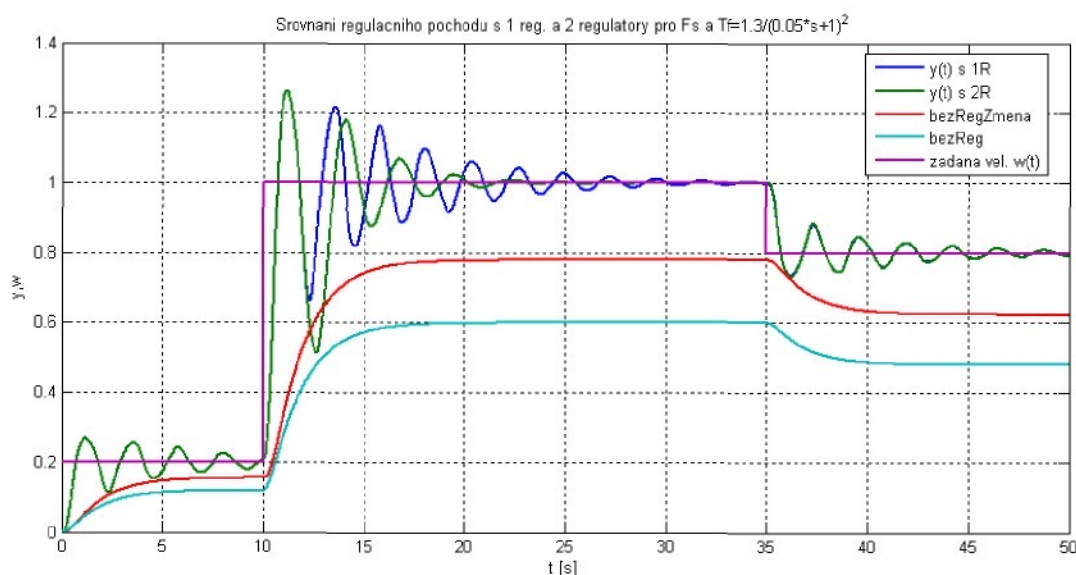


Obr.2-24 Průběhy regulačních pochodů pro různé metody nastavení regulátoru

Z obrázku 2-24 je ukázáno, že na způsobu návrhu regulátoru pro takto jednoduchou soustavu nezáleží. Vyplývá to i z rozložení kořenů charakteristického polynomu (viz. obr.2-23).

2.6 Vhodné přepínání parametrů regulátoru

Pro robustní řízení dynamických soustav se obecně vychází ze třech způsobech k přístupu řízení. Jeden ze způsobů robustního řízení je návrh regulátoru s proměnnou strukturou. Jedná se o dva či více regulátorů, které jsou podle vhodného kritéria logicky přepínány. Tento jev je aplikován na jednoduchý model, kde jsou použity dva různě seřizené regulátory a tyto regulátory jsou mezi sebou vhodně přepínány. Pro přepínání parametrů regulačního pochodu vede na problematiku **beznárazového přepínání** parametrů. Výpis programu spolu se simulačním schématem je obsaženo v příloze č.3.



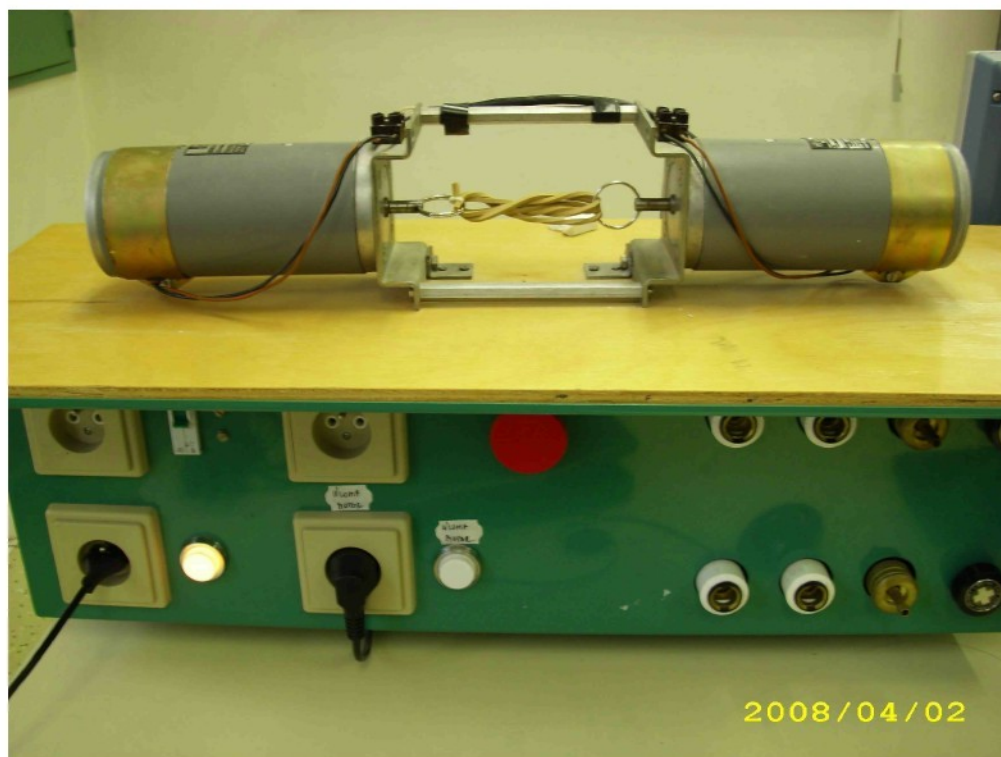
Obr.2-25 Regulační průběh s přepínáním parametrů regulátoru

Z důvodu rekonstrukce budovy A, kde se nacházela laboratoř s úlohami, nemohl být tento princip aplikován na reálné soustavě.

2.7 Aplikace regulace na vybrané úloze v laboratoři

V této podkapitole aplikuji poznatky ze stavové regulace na reálné laboratorní úloze tachodynamu (viz. obr.2-26). Po provedení identifikace reálné soustavy tachodynamu se soustava ukázala mírně nelineární. Jednak za to může pružná spojka, a druhým aspektem byla chyba identifikace, při které metoda minimalizace kritéria pracuje. Při vysokých otáčkách byly naměřené hodnoty více zašuměné a tím se zvedla i hodnota kritéria.

Z identifikace byly získány 3 podobné matematické modely. Každý matematický model (dále jen model) odpovídá danému rozsahu otáček. Model F1 (2-5) odpovídá identifikaci průběhu v rozmezí otáček 5%, model F2 (2-6) odpovídá rozmezí otáček 35% a model F3 (2-7) odpovídá rozmezí otáček 85%. U uvedených přenosů modelu je v závorkách znázorněna hodnota kritéria. Přechodové průběhy jsou znázorněny na obrázku 2-27. Z přechodových charakteristik vidíme malé změny dynamiky a zesílení.



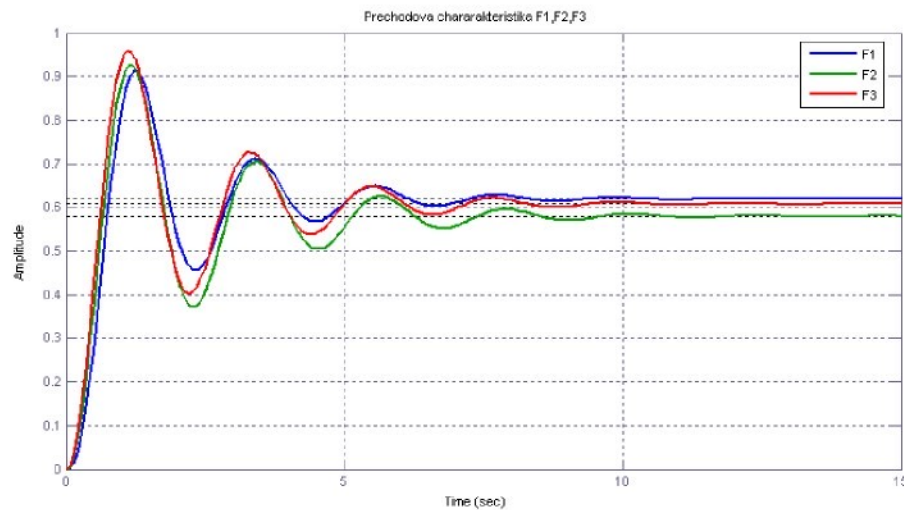
Obr. 2.26 Fotografie reálné laboratorní úlohy tachodynamu s pružnou spojkou

Získané matematické modely z identifikace:

$$F1(s) = \frac{0.1497s + 5.728}{0.05438s^3 + 1.162s^2 + 1.557s + 9.421} \quad (J= 6.11055e-004) \quad (2-5)$$

$$F2(s) = \frac{0.04711s + 5.377}{0.05309s^3 + 1.201s^2 + 1.469s + 9.273} \quad (J= 0.00395) \quad (2-6)$$

$$F3(s) = \frac{0.1135s + 4.156}{0.1545s^3 + 0.9261s^2 + 2.178s + 6.707} \quad (J= 0.018999) \quad (2-7)$$



Obr.2-27 Přechodové průběhy identifikovaných modelů

Regulační schéma řízení otáček tachodynamu je uveden v příloze č.4. Pro výpočet parametrů regulačního obvodu jsem použil model F2 s periodou vzorkování $T_{vz} = 0.05s$. Odhad stavů jsem volil v konečném počtu kroků a regulátor jsem vzhledem k periodě vzorkování volil dosti pomalý pro násobné kořeny char. polynomu $Pr = [0.85 \ 0.85 \ 0.85 \ 0.85]$.

Pro vypočtené parametry byl sestaven regulační schéma (viz. obr.P4 v příloze č.4) a výsledek regulačního procesu modelu je uveden na obrázku 2-28. Na obr.2-29 jsou znázorněny kořeny charakteristického polynomu soustavy s modelem. Na obr.2-32 jsou znázorněny průběhy regulované a akční veličiny naměřené na reálné soustavě s nastaveným regulátorem metodou přiřazení pólů obvodu.

Parametry estimátoru a regulátoru:

$$P_e = 0; \quad \rightarrow \quad \mathbf{L} = \text{acker}(\mathbf{M}', \mathbf{C}', [0 \ 0 \ 0])' \quad \mathbf{M}_e = \mathbf{M} - \mathbf{L} \cdot \mathbf{C}; \quad \mathbf{N}_e = \mathbf{N};$$

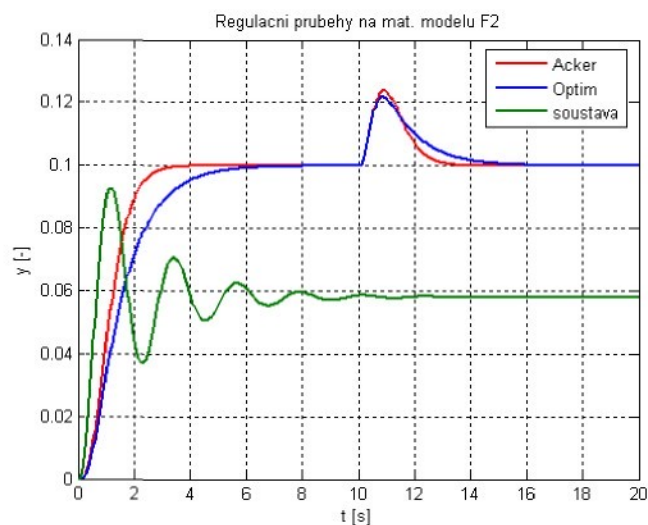
$$P_r = 0.85; \quad \rightarrow \quad \mathbf{K}_{\text{reg}} = - \text{acker}(\mathbf{M}_R, \mathbf{N}_R, [0.85 \ 0.85 \ 0.85 \ 0.85]);$$

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} 0.3805 \\ 4.8341 \\ 2.3415 \end{bmatrix} \quad \mathbf{K}_{\text{reg}} = [0.4623 \ -2.5932 \ 0.3039 \ -0.0672]$$

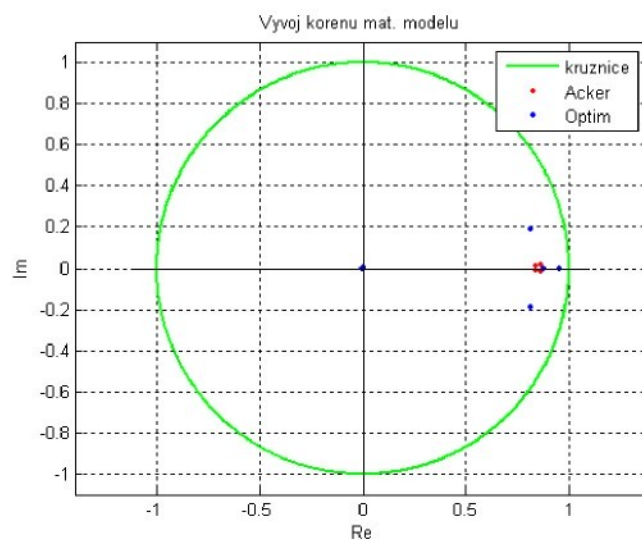
Z naměřených průběhů jsou vidět, pro větší změny žádané veličiny $w(t)$, poměrně velké překmity regulované veličiny $y(t)$. Pro lepší průběhy byla provedena změna parametrů optimalizační metodou, ve které bylo uvažováno kvadratické kritérium od regulační odchylky a odchylku akční veličiny (s vahou $\kappa = 0,35$). Nalezené parametry optimalizovaného regulátoru jsou

$$\mathbf{K}_{\text{opt}} = [0.1853 \ -2.6554 \ 0.4152 \ -0.0503]$$

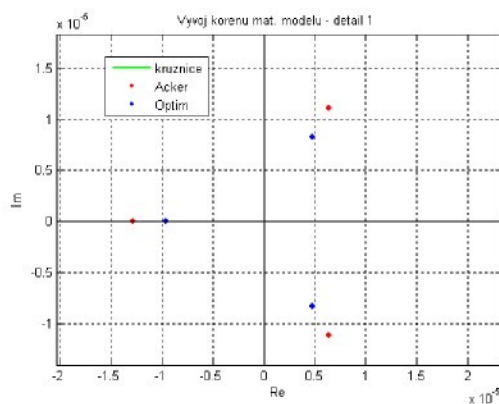
Na obr.2-33 jsou znázorněny průběhy regulované a akční veličiny naměřené na reálné soustavě s optimalizovanými parametry regulátoru $\mathbf{K}_{\text{opt}}$.



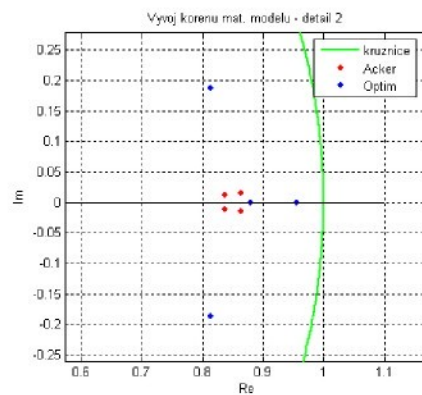
Obr.2-28 Regulační průběh mat. modelu F2 se řízením dvěma metodami



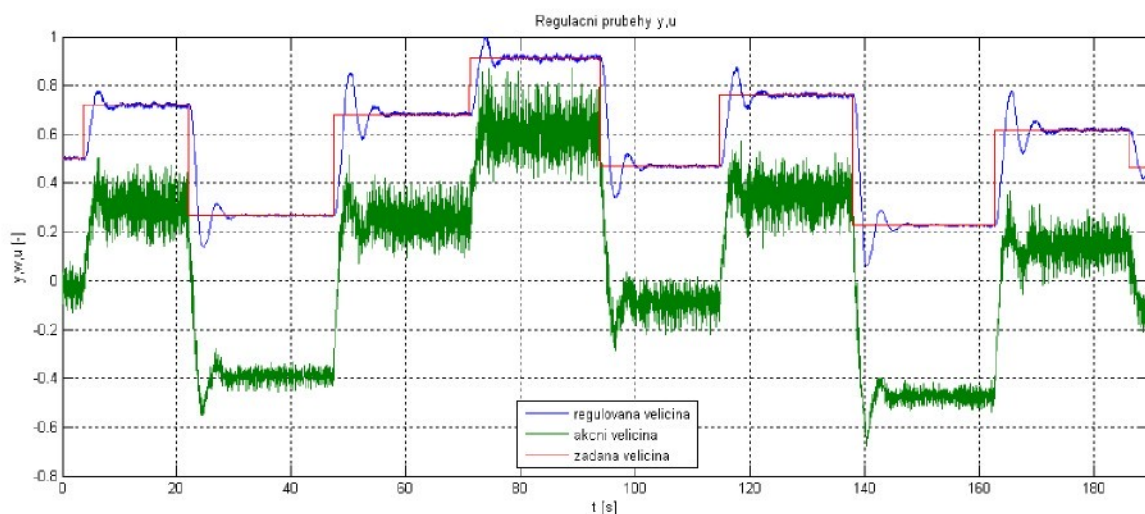
Obr.2-29 Rozmístění kořenů obvodu s mat. modelem F2



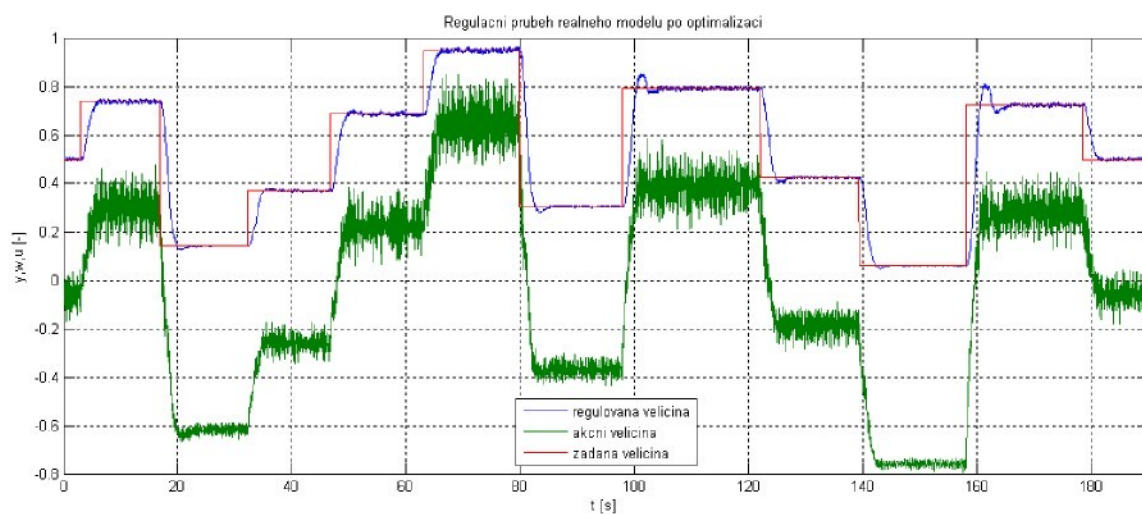
Obr. 2-30 Detailní rozmístění kořenů



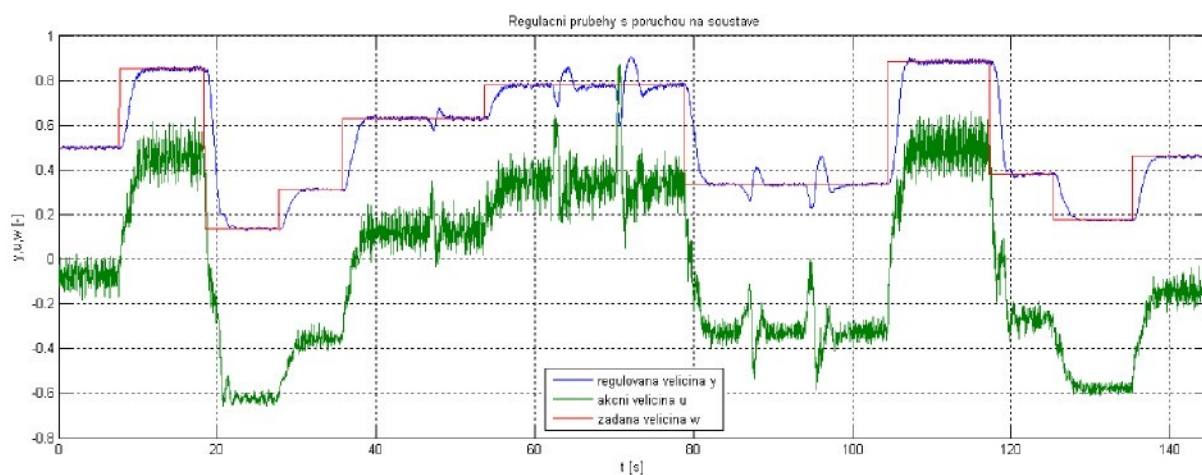
Obr.2-31 Detailní rozmístění kořenů



Obr.2-32 Regulační průběhy reálného modelu s regulátorem Kreg



Obr.2-33 Regulační průběhy reálného modelu s regulátorem Kopt



Obr.2-34 Regulační průběhy reálného modelu s regulátorem Kopt s poruchovou veličinou

Závěr

Cílem diplomové práce bylo seznámit se s principy stavového řízení zejména pro návrh robustního obvodu. Úvod práce mapuje základní problematiku řízení ve stavovém popisu. Detailní rozbor byly z důvodů rozsáhlosti tématu vypuštěny.

V další části práce byly nejprve vysvětleny principy nastavení regulátoru pomocí různých metod. Následně je provedena analýza návrhových parametrů z hlediska stability a dynamiky regulačního procesu, čímž byla posouzena robustnost regulačního obvodu. Výsledky analýzy byly nejprve ukázány při syntéze návrhu regulačního obvodu s jednoduchým matematickým modelem. Na tomto modelu byla provedena simulace robustního řízení s proměnnými parametry regulačního obvodu.

Z obr.2-26 je zřejmé, že pro větší odchylky modelu je regulační pochod s přepnutým parametrem regulátoru robustnější. Tímto způsobem řízení lze pro malé odchylky modelu dosáhnout poměrně rychlého regulačního pochodu, a zároveň eliminovat kmity a dobu regulace při větších odchylkách modelu. Z obr.2-25 lze usoudit, že regulační obvod s jedním regulátorem je méně robustní než obvod s více regulátory, které jsou při větších odchylkách postupně přepínány.

V závěru práce byla analýza parametrů aplikována na reálné laboratorní úloze. Z obr.2-32 je zřejmé, že prvotní nastavení regulačního obvodu je stabilní, ale při větších diferencích žádané hodnoty je regulační pochod více kmitavý. Po optimalizaci parametrů iterační metodou s větší váhou na akční veličině, se regulační pochod na matematickém modelu zpomalil. Na reálném modelu se regulační pochod oproti předešlému nastavení zrychlil, obvod se stal méně citlivý na modelu a tudíž má regulační pochod menší překmity.

Návaznost diplomové práce by mohla vézt na porovnání s výsledky jiných způsobů řízení, jako je metoda vnitřního modelu, nebo řízení s H_2 a H_∞ regulátory. Dále pak rozšíření metody robustního řízení s proměnou strukturou regulátoru. Zejména se zaměřením na větší sadu parametrů, způsoby řešení kritéria a volby přepínání těchto parametrů.

Literatura

- [1] **Šulc, B., Vítěčková, M.** : *Teorie a praxe návrhu regulačních obvodů.*
Praha: ČVUT, 2004
- [2] **Štecha, J.** : *Teorie dynamických systémů.*
Praha: ČVUT, 2003, Transparenty pro přednášky
- [3] **Modrlák, O.** : *Základy analýzy a syntézy ve stavovém prostoru.*
Liberec: TUL, 2004, Studijní materiály
- [4] **Modrlák, O., Votrubec, R., Volejník, O.** : *Řízení otáček tachodynamicky spojeného se stejnosměrným motorem pružnou spojkou.*
Liberec: TUL, 2004, Studijní materiály
<http://www.fm.tul.cz/~krtsb/fm/modrlak/ari/ari.php?smer=cviceni&button=3>

Seznam příloh

- Příloha č.1:** Softwarová podpora programu Matlab pro výpočet parametrů regulačního obvodu 2
- Příloha č.2:** Výpis programu pro výpočet optimalizačních parametrů s přiloženým schématem pro výpočet kritéria 2
- Příloha č.3:** Výpis programu a simulační schéma kapitoly 2.6 Přepínání parametrů regulátoru 2
- Příloha č.4:** Vypočtené parametry pro řízení reálné laboratorní úlohy tachodynamy s přiloženým simulačním schématem. 2
- Příloha č.5:** CD-ROM

Příloha č.1 – Softwarová podpora programu Matlab

Funkce **TF** - vytvoří spojitého (resp. diskrétního) přenos systému pomocí čitatele a jmenovatele soustavy

$SYS = TF(NUM, DEN)$ NUM – čítecel systému

$SYS = TF(NUM, DEN, TS)$ DEN – jmenovatel systému

TS – vzorkovací perioda

Funkce **ACKER** - vypočte matici stavového regulátoru pomocí metody přiřazení pólů obvodu

$K = ACKER(A, B, P)$ A – matice dynamiky systému

B – matice buzení systému

P – požadované rozmístění pólů obvodu

- modifikovaný výpočet matice estimátoru pomocí metody přiřazení pólů obvodu

$L = ACKER(M^T, C^T, P)^T$ M^T – transpozice matice dynamiky systému

C^T – transpozice matice výstupu systému

P – požadované rozmístění pólů obvodu

Funkce **DLQR** - vypočte matice diskrétního stavového regulátoru podle kvadratického kritéria $J = \text{Sum} \{x'Qx + u'Ru + 2*x'Nu\}$.

$[K, S, E] = DLQR(A, B, Q, R, N)$ A – matice dynamiky systému

B – matice buzení

Q – váhová matice stavových veličin v krit. J

R – váhová matice pro akční vel. v krit. J

N – váhová matice bilineárního členu v krit. J

S – řešení Riccatiho rovnice

E – kořeny char. polynomu systému

K – optimální diskrétní stavový regulátor minimalizující kritérium J

Funkce **FMINSEARCH** - výpočet minimalizační funkce

$$X = \text{FMINSEARCH}(\text{FUN}, X0, \text{OPTIONS})$$

FUN	- řešení kritéria popsaného v m-souboru
X0	- počáteční odhad parametrů
OPTIONS	- parametry minimalizace
X	- nalezený odhad

Funkce **SIM** - spustí a provede simulační výpočet modelu v matlab/simulink

$$\text{SIM}(\text{'model'}, \text{TIMESPAN}, \text{OPTIONS}, \text{UT})$$

$$[T, X, Y] = \text{SIM}(\text{'model'}, \text{TIMESPAN}, \text{OPTIONS}, \text{UT})$$

'model'	- jméno programu v matlab/simulink (simulační schéma)
TIMESPAN	- doba simulace
OPTIONS	- parametry simulace
UT	- externí vstup
T	- časový vektor získaný ze simulace
X	- uložený stavový vektor
Y	- výstup modelu ve tvaru matice nebo struktury

Funkce **DLINMOD** - ze simulačního programu vypočte parametry diskrétního systému

$$[A, B, C, D] = \text{DLINMOD}(\text{'SYS'}, \text{TS})$$

'SYS'	- jméno programu v matlab/simulink (simulační schéma)
TS	- perioda vzorkování
A,B,C,D	- získané matice systému ze simulace

Pozn. Pomocí této funkce získáme matici systému a z této funkce lze získat rozložení kořenů charakteristického polynomu

Příloha č.2 – Optimalizace parametrů regulátoru iterační metodou

Výpis programu: iterace_jmodel.m

```
close all;clear all;clc;
global Tmax As Bs kappa du w unek krit

%Parametry
Tb=1;Ta=[1];
Ts=1
Tmax=10;
du=0;
w=1;tw=1;
tdata=0.1
%*****
%Soustava - Motor
Bs4=[24];
As4=[1 25 80 40];
Bs=Bs4/As4(1);As=As4/As4(1);
sys=tf(Bs,As)

A=[0 1 0;
   0 0 1;
   -As(4) -As(3) -As(2)]
B=[0;0;1]
C=[Bs(1) 0 0]
D=[0]
Ord=length(C)

%*****
M=expm(A*Ts)
N=inv(A)*(M-eye(Ord))*B

%*****rozsireni soustav
Mi=[M zeros(Ord,1);C*M 1]
Ni=[N;C*N]

P1=0;
Pest=P1*ones(1,Ord)
LT=acker(M',C',Pest)

L=LT';
Me=M-L*C; Ne=N;

P2=0;
Preg=P2*ones(1,Ord+1);
K(1,:)=acker(Mi,Ni,Preg)
Kreg=K(1,:)

kappa=0.02;            %váha na u(t)
unek=Bs(length(Bs))/As(length(As))*w

x=[Kreg(1) Kreg(2) Kreg(3) Kreg(4)];

OPTIONS=optimset('LargeScale','off','MaxFunEvals',80,'Display','iter');
x = fminsearch('StavKr_jmodel',x,OPTIONS);
disp('Hodnota kriteria:')
krit
```

```

disp('Optimalizovane hodnoty regulatoru:')
x
Kreg=[x(1) x(2) x(3) x(4) ];

sim('model_jmodel.mdl');
figure(6);plot(tt,[y y_Sous y_SousZmena],'LineWidth',2);hold on;
legend('Stav R','soustava','soustavaZmena');

```

výpis programu kriteria: *StavKR.m*

```

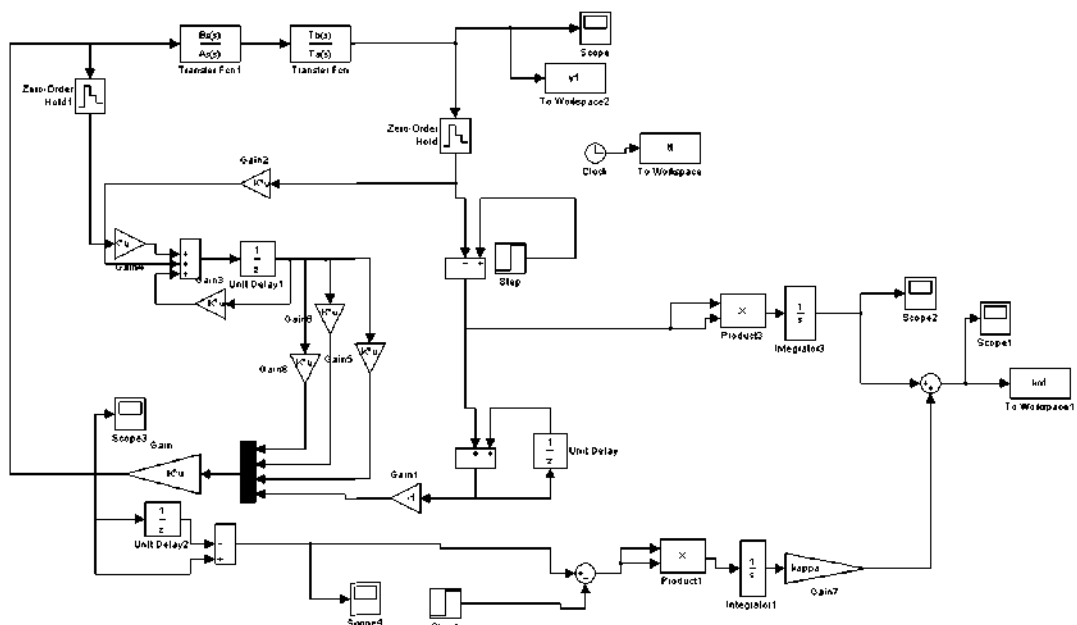
function f=StavKR(x)
global Tmax As Bs kappa du w unek krit %Tsim A B kappa du w unek

Kreg(1)=x(1);
Kreg(2)=x(2);
Kreg(3)=x(3);
Kreg(4)=x(4);

opt=simset('SrcWorkspace', 'current');
sim('modelKR_jmodel.mdl', Tmax,opt);
plot(tt,y1)
pause(.1);
f=krit;

```

Simulační schéma pro výpočet kritéria: *modelKR_jmodel.mdl*



Obr.P2 Simulační schéma pro výpočet kritéria

Příloha č.3 – Přepínání parametrů regulátoru

Výpis programu: prepniR.m

```
close all;clear all;clc;

%parametry
Ts=0.5;
Tmax=50;
tdata=0.01;
tw=0;w=0.2;tw2=10;w2=0.8tw3=35;w3=-0.2;
pp=[0 0 0]; %pp=[0.02 0.01 0.02];

%soustava Fs
Bs4=[0 24];
As4=[1 25 80 40];
Bs=Bs4/As4(1);As=As4/As4(1);
sys=tf(Bs,As)

A=[ 0 1 0;
    0 0 1;
    -As(4) -As(3) -As(2)]
B=[0;0;1]
C=[Bs(4) Bs(3) 0]
Cl=C;
D=0;
Ord=length(C);
AA=A;BB=B;CC=C;

M=expm(A*Ts);
N=inv(A)*(M-eye(Ord))*B;

P1=0;
Pest=P1*ones(1,Ord);
LT=acker(M',C',Pest);
L1=LT'

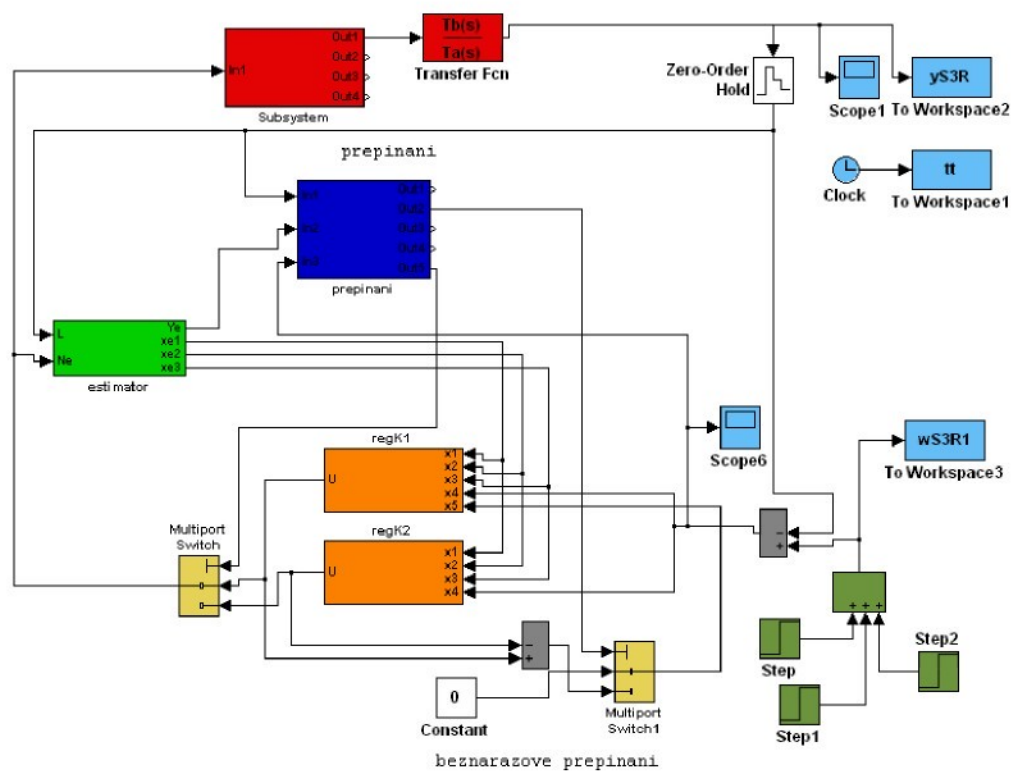
Me1=M-L1*C; Ne1=N;
Mi=[M zeros(Ord,1); %Mi=Mr
    C*M 1];
Ni=[N; C*N]; %Ni=Nr
%regulator R1

P21=0;
Preg=P21*ones(1,Ord+1);
K(1,:)=-acker(Mi,Ni,Preg);
%regulator R2

P22=0.15;
Preg=P22*ones(1,Ord+1);
K(2,:)=-acker(Mi,Ni,Preg);

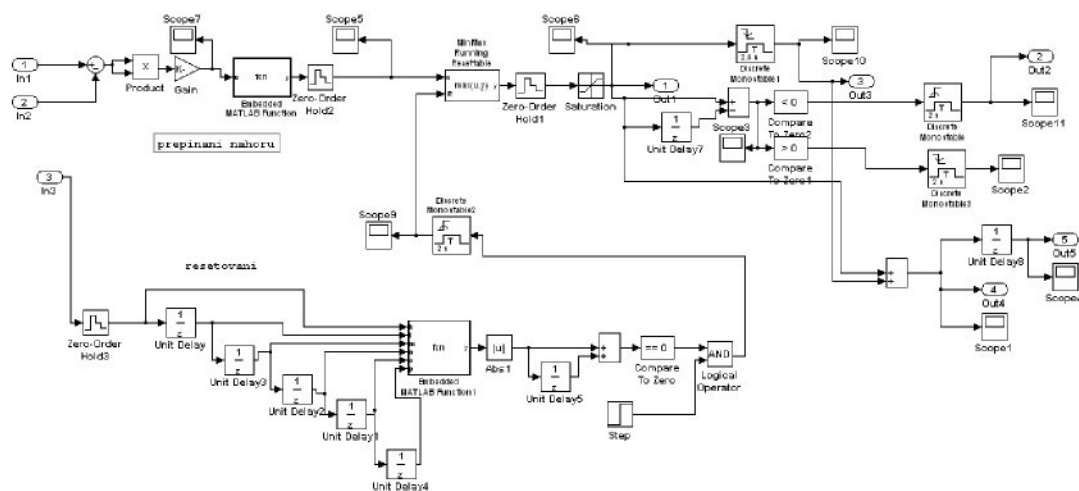
%filtr Tf
Ta=conv([0.05 1],[0.05 1])
Tb=1.3;
%simulace
sim('model_s1_Est_Reg.mdl')
sim('model_3Est_Reg4_B.mdl')
%figure();plot(tt,[estim(:,2) estim(:,3)]);
figure();plot(tt,[yS1R yS3R yBReg yBReg1 wS3R1],'LineWidth',2);hold
on;legend('1R','2R','bezRegZmena','bezReg');hold off;
```

simulační schéma:



Obr.P3-1 Simulační schéma s přepínáním regulátorů

přepínací funkce:



Obr.P3-2 Simulační schéma přepínací funkce

Příloha č.4

Popis úlohy je uložen na CD Tachodynamo.pdf. popřípadě na www stránkách:

<http://www.fm.tul.cz/~krtsub/fm/modrlak/ari/ari.php?smer=cviceni&button=3>

Vypočítané parametry:

Soustava F2(s) popsána pomocí matic

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -174,67 & -27,67 & -22,622 \end{bmatrix} \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 18,836 \end{bmatrix} \quad \mathbf{C} = [5,377 \quad 0,04711 \quad 0]$$

Následné diskrétní matice

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} 0,9972 & 0,0495 & 0,00088 \\ -0,154 & 0,9728 & 0,02957 \\ -5,166 & -0,9723 & 0,30378 \end{bmatrix} \quad \mathbf{N} = \begin{bmatrix} 0,0003 \\ 0,0166 \\ 0,5571 \end{bmatrix}$$

Matice estimátoru při daných vztazích

$P_e = 0;$ $\rightarrow \mathbf{L} = \text{acker}(\mathbf{M}', \mathbf{C}', [0 \ 0 \ 0])'$ $\mathbf{M}_e = \mathbf{M} - \mathbf{L} \cdot \mathbf{C}; \mathbf{N}_e = \mathbf{N};$

$$\mathbf{M}_e = \begin{bmatrix} -1,0489 & 0,03159 & 0,00088 \\ -26,147 & 0,74508 & 0,02957 \\ -17,756 & -1,0826 & 0,30378 \end{bmatrix} \quad \mathbf{N}_e = \begin{bmatrix} 0,0003 \\ 0,0166 \\ 0,5571 \end{bmatrix} \quad \mathbf{L} = \begin{bmatrix} 0,3805 \\ 4,8341 \\ 2,3415 \end{bmatrix}$$

Matice rozšířené soustavy

$$\mathbf{M}_R = \begin{bmatrix} 0,9972 & 0,0495 & 0,00088 & 0 \\ -0,154 & 0,9728 & 0,02957 & 0 \\ -5,166 & -0,9723 & 0,30378 & 0 \\ 5,3547 & 0,3121 & 0,00613 & 1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{N}_R = \begin{bmatrix} 0,0003 \\ 0,0166 \\ 0,5571 \\ 0,0024 \end{bmatrix}$$

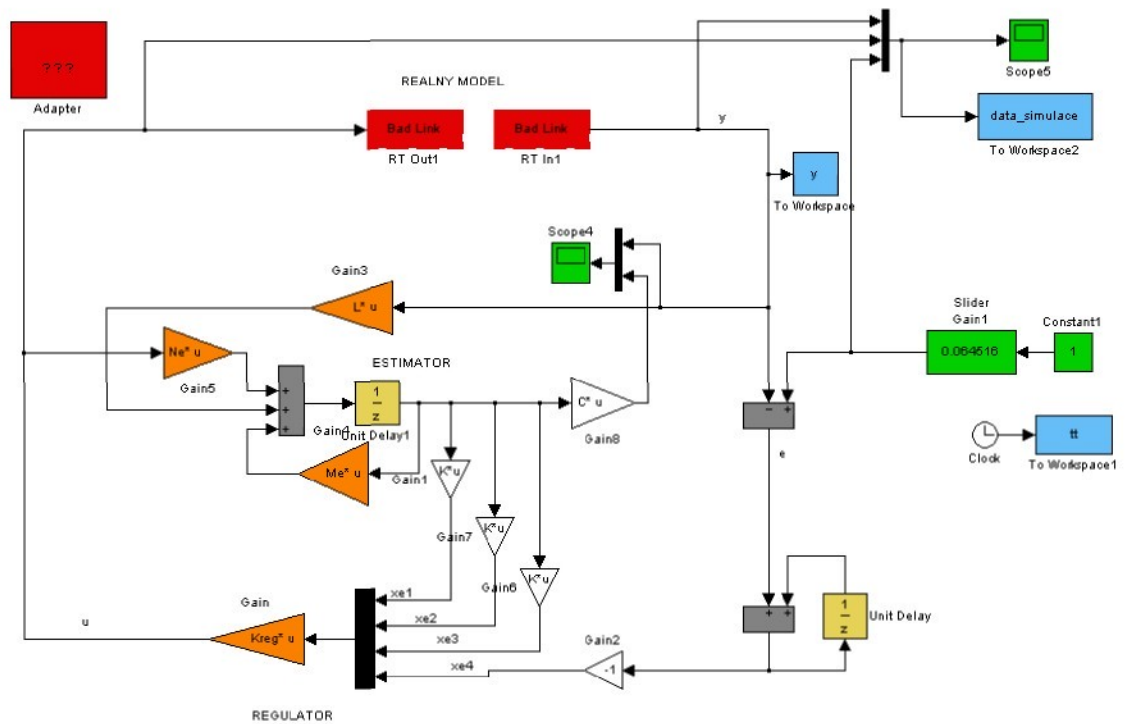
Vypočtená matice regulátoru pomocí $\mathbf{K}_{\text{reg}} = -\text{acker}(\mathbf{M}_R, \mathbf{N}_R, [0.85 \ 0.85 \ 0.85 \ 0.85]);$

$$\mathbf{K}_{\text{reg}} = [0.4623 \ -2.5932 \ 0.3039 \ -0.0672]$$

Nalezená matice regulátoru po optimalizaci pomocí **Přílohy č.2**

$$\mathbf{K}_{\text{opt}} = [0.1853 \ -2.6554 \ 0.4152 \ -0.0503]$$

Realizované schéma:



Obr.P4 Regulační schéma pro řízení otáček tachodynoma



TECHNICKÁ UNIVERZITA V LIBERCI

Hálkova 6, 461 17 Liberec 1, CZ

Fakulta mechatroniky a mezioborových inženýrských studií

Teorie automatického řízení I, II

Popis měření laboratorní úlohy:

**ŘÍZENÍ OTÁČEK TACHODYNAMA
SPOJENÉHO SE STEJNOMĚRNÝM
MOTOREM PRUŽNOU SPOJKOU**

Studijní materiál

Doc. Ing. Osvald Modrlák, CSc.

Ing. Radek Votrubec

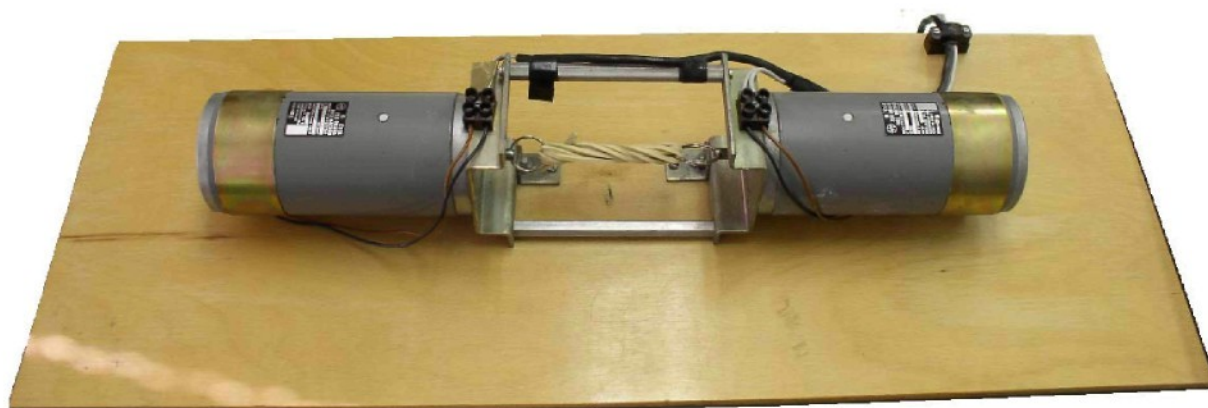
Ing. Ondřej Volejník



Katedra řídicí techniky

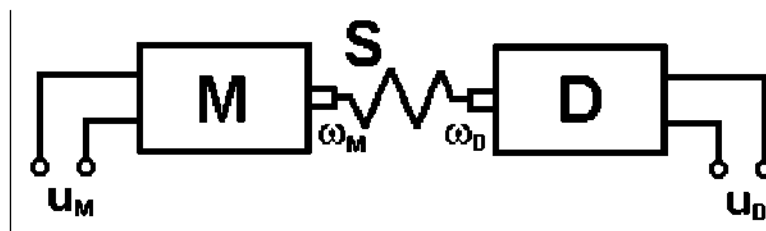
Obsah

1. Popis	2
2. Matematicko-fyzikální analýza	2
3. Popis zapojení úlohy a signálů	3
4. Práce se vstupy a výstupy v prostředí Matlab-Simulink-Realtime Toolbox	4



1. POPIS

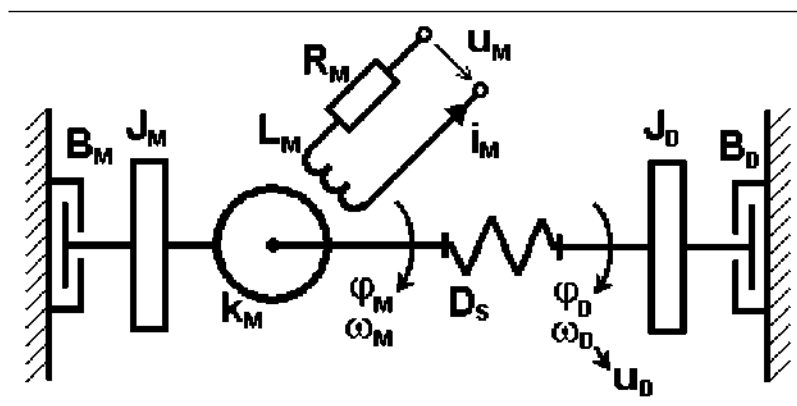
Dynamickou soustavu na obr.1-1 tvoří stejnosměrný elektromotor **M**, který je pomocí pružné spojky **S** spojen se stejnosměrným tachodynamem **D**. Soustava je buzena napětím U_M , výstupní měřenou veličinou je napětí tachodynamu U_D . Mechanickými fyzikálními veličinami jsou otáčky motoru ω_M a otáčky tachodynamu ω_D .



Obr.1-1 Dynamická soustava

2. MATEMATICKO-FYZIKÁLNÍ ANALÝZA

Uvažujte soustavu podle obr.2-1, přičemž vstupní veličinou je napětí na motoru a výstupní veličinou je napětí tachodynamu, a nalezněte odpovídající obrazový přenos.



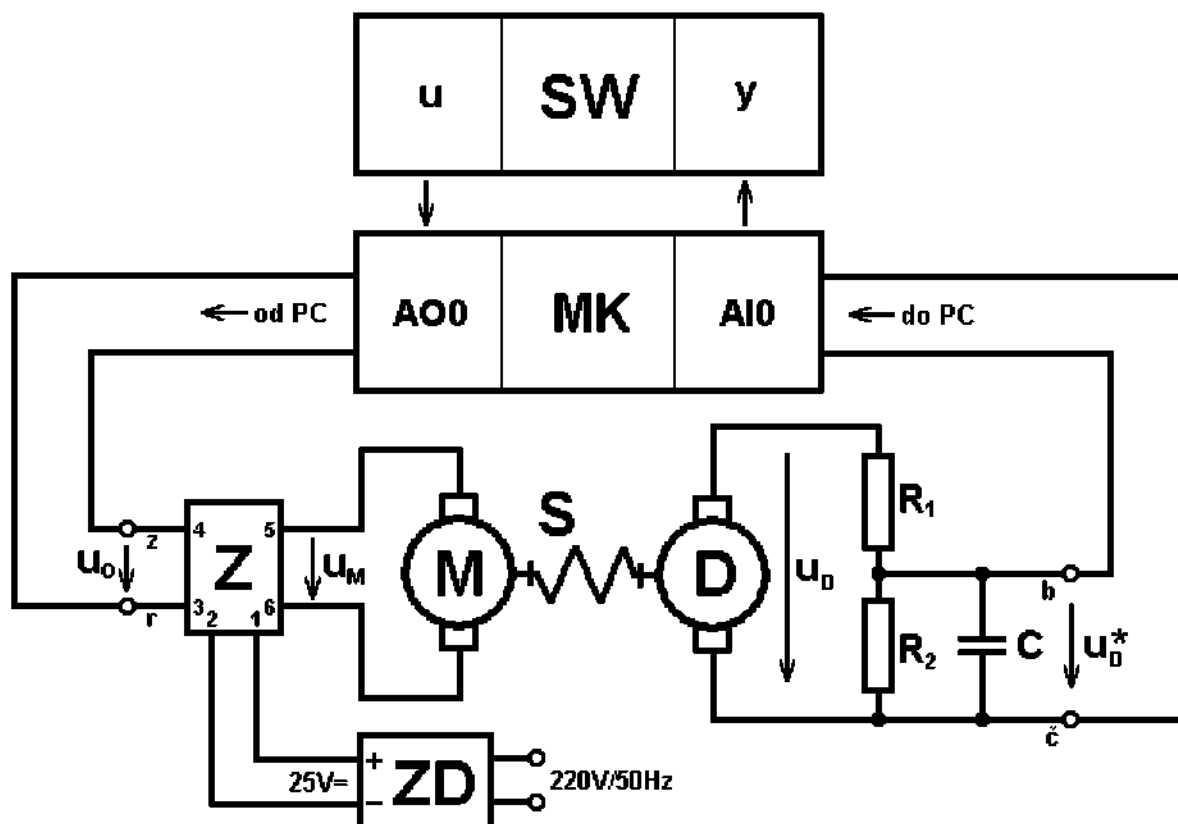
Obr.2-1 Matematicko-fyzikální analýza

kde je	B_M	koeficient rotačního tlumení motoru
	J_M	moment setrvačnosti motoru
	L_M	indukčnost
	R_M	odpor vinutí
	$u_M(t)$	řídící napětí motoru
	$i_M(t)$	řídící proud motoru
	k_M	konstanta motoru
	$\varphi_M(t)$	úhel natočení hřídele motoru
	$\omega_M(t)$	úhlová rychlost hřídele motoru
	D_s	tuhost pružné spojky
	$\varphi_D(t)$	úhel natočení hřídele tachodynamu
	$\omega_D(t)$	úhlová rychlost hřídele tachodynamu
	$u_D(t)$	napětí tachodynamu
	J_D	moment setrvačnosti tachodynamu
	B_D	koeficient rotačního tlumení tachodynamu

Při odvozování vycházejte z principu momentové rovnováhy u motoru a u tachodynamu, z 2. Kirchhoffova zákona pro budicí obvod motoru a ze základních vztahů pro stejnosměrné stroje.

3. POPIS ZAPOJENÍ ÚLOHY A SIGNÁLŮ

Na obr.3-1 je blokové schéma úlohy. Seznamte se s jednotlivými komponenty úlohy, navrhnete a ověříte způsoby měření všech signálů. Navrhnete možné způsoby regulace a nakreslete odpovídající regulační schémata.



Obr.3-1 Zapojení úlohy

Popis komponent na obr.3-1:

- M** motor s permanentním buzením, typ P2TV369 MEZ Náchod, 24V, 2000 ot/min, 80W
- D** dynamo (motor v režimu dynama), typ P2TV369, MEZ Náchod, 24V, 2000 ot/min, 80W
- S** pružná spojka
- Z** zesilovací a výkonový člen
- ZD** napájecí zdroj, DBP 271, ZPA Děčín, 25V/10A
- R₁** odpor děliče napětí, 33kΩ
- R₂** odpor děliče napětí, 8kΩ
- C** filtrační kondenzátor
- MK** měřicí karta v PC, Advantech PC11711
- AO0** analogový výstup karty PC11711
- AI0** analogový vstup karty PC11711
- SW** používaný software

Popis signálů:

- u** vstupní veličina soustavy, proměnná v Matlabu v rozsahu $<-1..1>$
- u₀** řídicí napětí z PC, rozsah 0..5V
- u_M** napájecí napětí motoru, rozsah 0..24V
- u_D** napětí na tachodynamu, rozsah 0..24V
- u_D*** vstupní napětí do PC, rozsah 0..5V
- y** výstupní veličina soustavy, proměnná v Matlabu v rozsahu $<0..1>$

Možnosti použití software pro ovládání měřicí karty PCI1711:

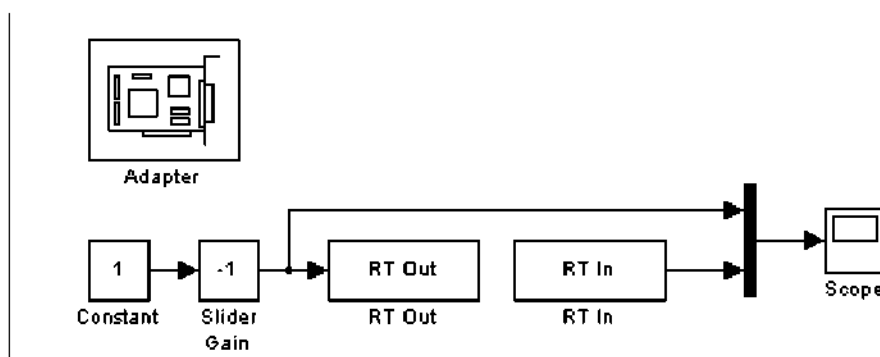
Matlab, Matlab+Simulink (oboje s využitím RealTime Toolbox)

veličina	I/O signál	rozsah U	kanál	rozsah	význam
u	AO0	0..5 V	2	-1..1	řídící napětí motoru
y	AI0	0..10 V	2	0..1	měřené napětí dynama

4. PRÁCE SE VSTUPY A VÝSTUPY V PROSTŘEDÍ MATLAB-SIMULINK-REALTIME TOOLBOX

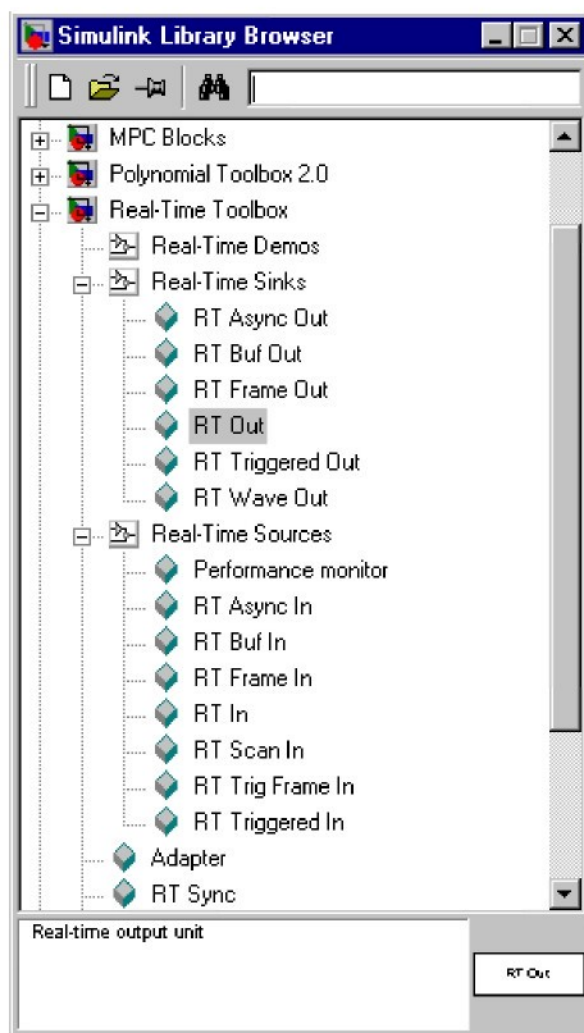
Veškerá práce s laboratorní úlohou Regulace otáček je orientována na prostředí Matlab s využitím Simulinku a Real-Time Toolboxu.

Podle obr.4-1 sestojte program umožňující měření otáček a zobrazení jejich průběhu do grafu a přímé ovládání motoru.



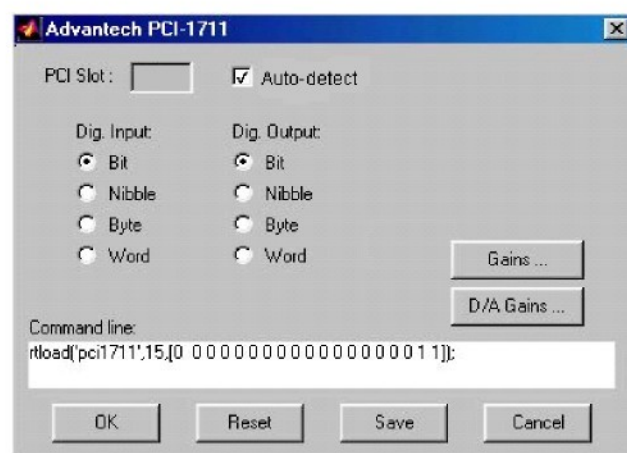
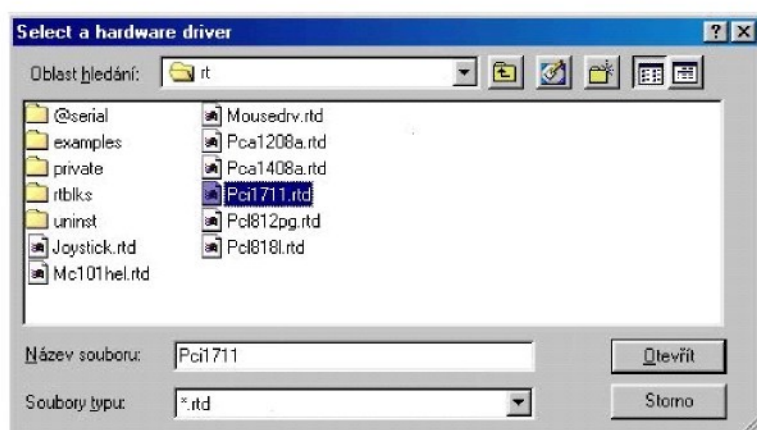
Obr.4-1 Základní technika ovládání vstupů a výstupů

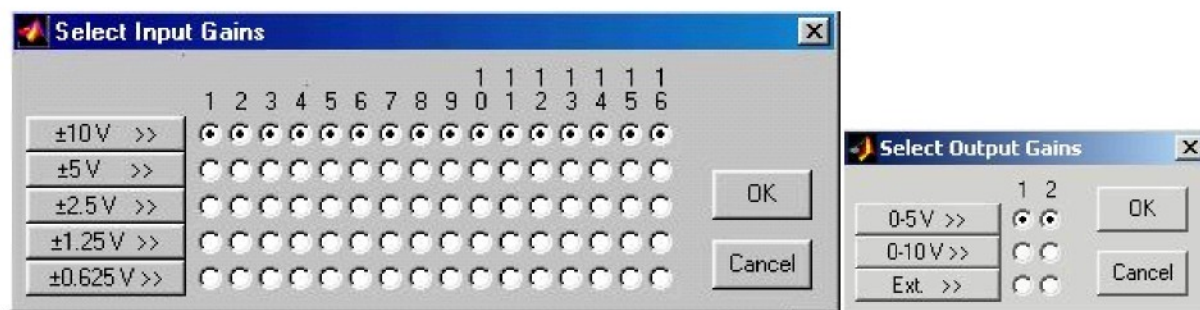
Blok *Adapter* slouží ke konfiguraci měřicí karty. Musí být obsažen v každém programu používajícím měřicí kartu. Tento blok není k dispozici v menu *Simulink Library Browser*, ale je nutné přímo zobrazit celou knihovnu Real-Time Toolboxu, obr.4-2.



Obr.4-2 Knihovna Real Time Toolbox

Při umístění na plochu vytvářeného programu je tento blok nenakonfigurovaný a je zobrazen červenou barvou. Po dvojkliku na tento blok se objeví zadání souboru s driverem, je

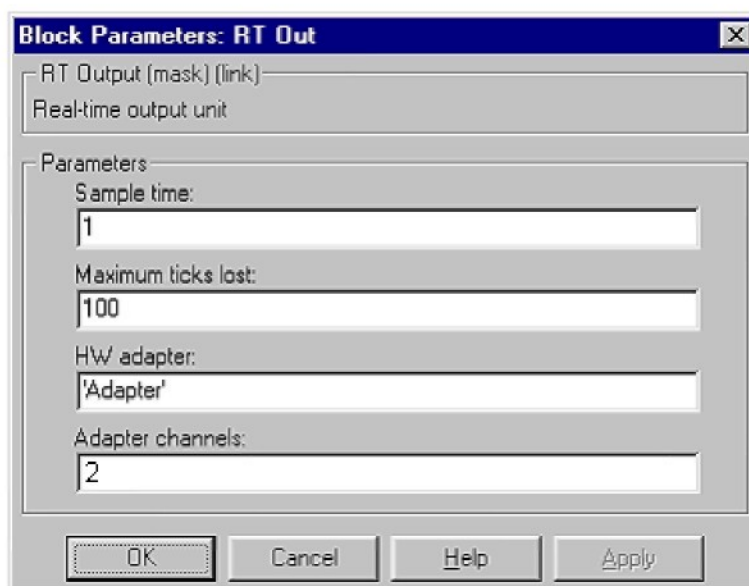
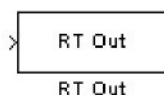




Obr.4-3 Konfigurace bloku Adapter

nutné vybrat správný soubor podle typu použité karty, v tomto případě je to soubor *Pci1711.rtd*. Následuje zadání parametrů měřicí karty, jež je nutné ponechat beze změn a pouze potvrdit tlačítkem *OK*. Proběhne-li konfigurace úspěšně, blok *Adapter* zčerná.

K ovládání výstupů z karty slouží dvojice bloků *RT Out* a *Output Plug*, která se propojí podle obr.4-4.



Obr.4-4 Ovládání výstupů karty

Na obr.4-4 jsou též znázorněny možnosti nastavení výstupu.

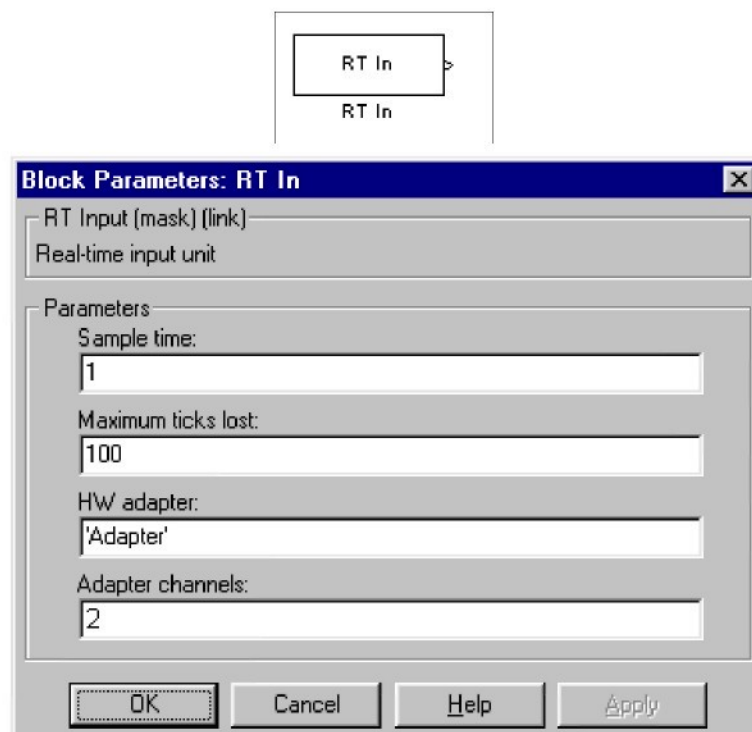
Proměnná *Sample time* určuje periodu posílání hodnot na výstup karty v sekundách. Pro danou úlohu je vhodné nastavit tuto hodnotu alespoň na 0.05 pro případy automatického řízení, v případě ručního ovládání postačí 0.1.

Proměnná *Maximum ticks lost* udává počet neposlaných dat v důsledku zaneprázdnění počítače jinou činností, než dojde k chybě a zastavení programu. V takovém případě je nutné zvětšit parametr *Sample time*. Doporučuji zvětšit hodnotu *Maximum ticks lost* na 10000, aby nedocházelo k zastavení programu při zásazích uživatele programu, které jsou zpravidla náročné na výpočtový čas a tyto zásahy omezit na minimum. Je třeba si uvědomit, že MS Windows není systém určený pro řízení a akce jako posouvání oken grafu zaneprázdní procesor natolik, že pak není schopen zaručit posílání dat v krátkých pevných intervalech.

Parametr *HW adapter* obsahuje název bloku *Adapter*, kterému přísluší. Je-li v počítači více měřících karet, je možno používat je současně tak, že každá karta má svůj blok *Adapter*.

Parametr *Adapter Channels* udává číslo kanálu nebo čísla kanálů.

Blok *Output Plug* nemá žádné možnosti nastavení, jeho použití má symbolický charakter.



Obr.4-5 Ovládání vstupů měřící karty

Ovládání vstupů měřící karty se provádí pomocí bloků *RT In* a *Input plug* propojených podle obr.4-5. Parametry jsou obdobou výstupních:

Sample time, nastavení periody vzorkování, doporučená hodnota alespoň 0.05

Maximum ticks lost, počet povolených ztracených vzorků, doporučená hodnota 10000

HW adapter, přiřazení bloku *Adapter*

Adapter channels, výběr vstupních kanálů

Program na obr.4-1, umožňuje přímé řízení motorku prostřednictvím bloku *Slider Gain* v celém rozmezí vstupní veličiny u , tj. $u \in \langle -1..1 \rangle$. Spolu se vstupní veličinou u zobrazuje do grafu měřenou výstupní veličinu y v rozmezí $y \in \langle 0..1 \rangle$.

Tento program využijte dále pro další základní měření, např. měření statické charakteristiky nebo měření převodních charakteristik mezi veličinami v Matlabu a fyzikálními veličinami, tj. napětími měřenými přímo na svorkách motoru a tachodynamu. Pro takováto měření je vhodné program doplnit o blok *Display*, který umožní sledovat hodnotu výstupní veličiny v číselném tvaru.