

Technická univerzita v Liberci

Fakulta mechatroniky a mezioborových inženýrských studií

**Přepínané regulátory
s estimací stavu regulované soustavy**

Ing. Libor Tůma, CSc.

habilitační práce

Liberec

2006

Obsah: strana

Předmluva	3
1. Úvod	3
2. Přepínané regulátory	6
2.1. Literatura	9
3. Komentář k přílohám	11
3.1. Seznam publikací	12

Přílohy:

- P1 Estimátor v systému regulace s proměnnou strukturou - jednorozměrová regulace
- P2 Estimátor v systému regulace s proměnnou strukturou - vícerozměrová regulace
- P3 Ověřování vícerozměrové regulace s přepínáním estimátorů

Předmluva

Práce se zabývá původním návrhem specifického algoritmu pro tzv. přepínané regulátory. Principem je proměnná struktura regulátoru s estimátory „laděnými“ na různé stavy systému a na různé typy vstupující neměřitelné poruchy. Vývoj tohoto algoritmu trval několik let a je společnou prací autorů Prof. Ing. Bořivoje Hanuše, DrSc. a Ing. Libora Tůmy, CSc. Dílčí výsledky byly průběžně publikovány na tuzemských i zahraničních konferencích a v recenzovaných odborných časopisech. Na základě získaných poznatků a simulačně ověřených výsledků byly vypracovány dvě výzkumné zprávy jako ucelený přehledový výklad dané problematiky, podepřený příslušnými simulačními výpočty. Oba tyto materiály jsou uvedeny jako přílohy habilitační práce. Podíl autora této práce je v rozpracování příslušných algoritmů, v sestavení simulačních modelů a v jejich ověřování.

1. Úvod

Základním úkolem teorie řízení je navrhnout pro danou soustavu takovou strategii řízení, která zajistí požadované průběhy regulovaných veličin a eliminuje působení případných poruchových vlivů. V průběhu již více než půl století trvající historie oboru teorie řízení byla navržena a rozpracována celá řada často velmi různě koncipovaných metod a přístupů, které tak či onak slouží k dosažení tohoto cíle. Na tomto místě samozřejmě není prostor pro jejich rozsáhlý přehled. Z hlediska zaměření této práce však je podstatná následující skutečnost. Většina metod teorie automatického řízení, které byly navrženy zhruba do konce sedmdesátých let minulého století, předpokládá, že popis řízené soustavy je znám s dostatečnou přesností. Pro dynamický systém, který modeluje regulovanou soustavu, se pak tyto metody snaží navrhnout regulátor, který zabezpečí, aby odezva regulačního obvodu byla z hlediska zvoleného kritéria optimální.

Problém ovšem nastává v okamžiku, kdy matematický model řízené soustavy není přesně znám nebo dochází ke změnám v chování řízené soustavy. Důvody, proč takováto situace nastává, mohou být velmi různé. V řadě případů je složité a nebo prostě neekonomické přesný matematický model vytvořit. Většina řízených soustav je také nelineárních a jejich chování se proto výrazně mění tak, jak se při změnách akčních či poruchových veličin posouvá pracovní bod soustavy. Často také soustava není časově invariantní, ale její parametry se s časem více či méně výrazně mění. Nicméně, ať již je příčina jakákoliv, může při nesouladu mezi skutečným chováním řízené soustavy a jejím matematickým modelem v relativně příznivějším případě dojít jen k jistému zhoršení kvality regulace, v horším případě však může regulační obvod vykazovat zcela nepřijatelné odezvy, nebo se dokonce stát nestabilním. Tak trochu paradoxně lze říci, že tímto typem problémů jsou ohroženy zejména různé pokročilé a složitější metody teorie řízení. V této souvislosti stojí za zmínku především dnes již klasická práce Doyleho z r.1978 [23], která ukazuje, že regulační obvod s LQG regulátorem může být za jistých okolností destabilizován již při libovolně malých odchylkách mezi skutečným chováním řízené soustavy a matematickým modelem, na jehož základě byl regulátor navržen. K obdobným výsledkům dospěl např. také Palmor [22] při zkoumání citlivosti Smithových regulátorů na rozdíly mezi předpokládaným a skutečným zpožděním regulované soustavy.

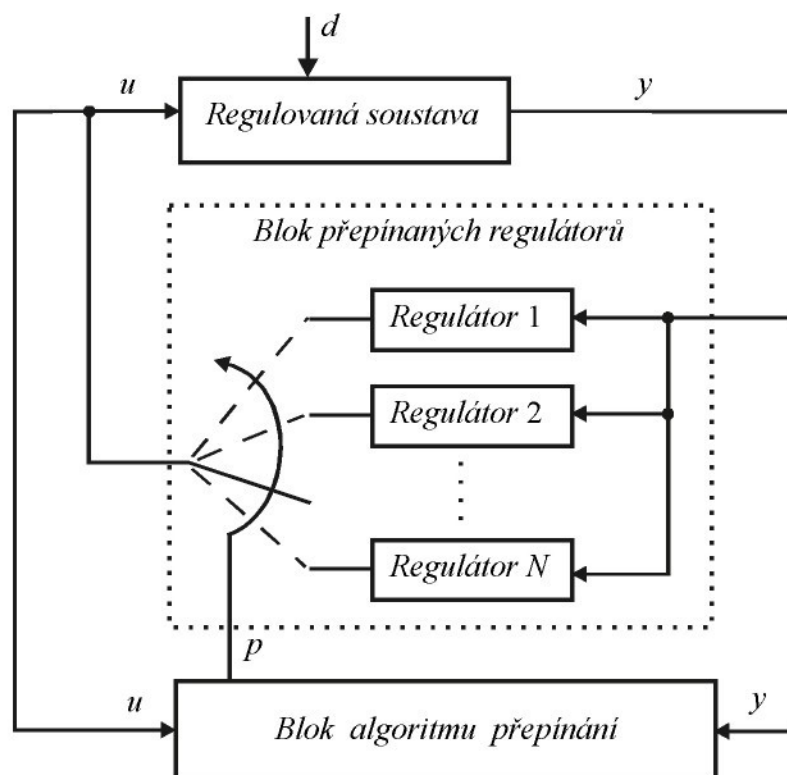
Jednou možnou odpovědí na tyto problémy je robustní řízení. Tento přístup se začal rozvíjet v první polovině osmdesátých let. Předpokládá, že model řízeného systému je sice zatížen neurčitostí, přesto však jsme schopni tuto neurčitost v jistém smyslu kvantitativně popsat a charakterizovat jakousi horní mezí. Cílem návrhu pak je regulátor, který zabezpečí, že i v případě největší odchylky od jmenovitého modelu řízené soustavy z uvažovaného rozmezí neurčitosti budou vlastnosti regulačního obvodu vyhovovat požadovaným specifikacím na kvalitu regulace. Problémem tohoto přístupu je však vedle jiného již samotné zjištění, jakou neurčitostí je zatížen identifikovaný model řízené soustavy, a zejména pak skutečnost, že v případě, kdy je neurčitost velká a parametry řízeného systému se mohou výrazně odlišovat od jmenovitých hodnot, je návrh regulátoru velmi konzervativní a odezvy regulačního obvodu ve jmenovitém případě jsou nepříjemně pomalé.

Jiným řešením může být ještě starší přístup, kterým je adaptivní řízení (viz např. klasickou práci Bellmana z r.1961 [24]). Odhlédneme-li od řady odlišných rysů různých adaptivních algoritmů, lze v nejobecnější rovině říci, že adaptivní řídicí algoritmus provádí průběžnou identifikaci modelu řízené soustavy a na jejím základě vybírá ze spojitě parametrizované množiny v úvahu připadajících regulátorů ten nejvhodnější. Na rozdíl od robustního řízení zde tedy regulátor není pevně daný, ale průběžně se mění. Je tedy v principu možné dosáhnout dobré kvality regulace i při značných změnách v chování řízené soustavy. Ve složitějších případech, kdy neznámé či proměnné parametry a vlivy komplikovaným způsobem ovlivňují chování řízené soustavy, však může být velmi nesnadné najít spojitě parametrizovanou množinu v úvahu připadajících regulátorů. Stejně tak se komplikovanou úlohou stává i průběžná identifikace modelu, na jejímž základě se má volba regulátoru provádět. V důsledku těchto problémů jsou praktické aplikace adaptivního řízení relativně málo běžné. V každém případě využití adaptivního řízení v praxi neodpovídá rozsáhlé a dlouhodobé intenzitě výzkumného zájmu o tuto oblast.

Naopak je v praxi poměrně často a již delší dobu využívána jednoduchá technika známá pod jménem programované zesílení (gain scheduling). Ta je určena pro řízení nelineárních soustav. Měnicímu se chování řízené soustavy v různých pracovních bodech se regulátor přizpůsobuje tak, že přepíná mezi několika sadami hodnot parametrů PID regulátoru. V současnosti je tato technika implementována ve většině komerčně dostupných PID regulátorů vyjma těch nejjednodušších přístrojů. Podle obsaženosti konkrétní implementace se může jednat o přepínání pouze proporcionálního zesílení nebo všech parametrů regulátoru a počet sad se běžně pohybuje od dvou do osmi až šestnácti. Zajímavá je v této souvislosti skutečnost, že ačkoliv se jedná o poměrně starou a v praxi dlouhodobě úspěšně používanou techniku, po dlouhou dobu nebyla příliš podrobována teoretické analýze (viz přehledový článek Rugh & Shamma z r. 2000 [10]). V podstatě lze říci, že až velký rozvoj teorie přepínaných a hybridních systémů v posledním desetiletí vedl k vybudování matematického aparátu, v jehož rámci je možné tuto techniku a její vlastnosti dobře teoreticky analyzovat a zkoumat.

Z hlediska tématu této práce je podstatné, že se tu prakticky zajímavých výsledků dosahuje nikoliv nějakou spojitou průběžnou adaptací, ale přepínáním mezi konečným počtem sad parametrů regulátoru. Navíc myšlenku přepínání je možné zobecnit. Nemusí se jednat jen o sady parametrů PID regulátoru. Stejně tak i přepínací logika nemusí znamenat jen jednoduché přepnutí na předpřipravenou sadu parametrů v závislosti na aktuální hodnotě akční, regulované či měřené poruchové veličiny. Lze uvažovat obecnou regulační strukturu složenou z konečného počtu dílčích regulátorů a rozhodovacího členu, který mezi nimi podle vhodně zvolených pravidel přepíná (viz obr.1). Oproti klasickému adaptivnímu řízení skýtá regulační struktura, která obsahuje konečnou množinu dílčích regulátorů a rozhodovací blok, který mezi nimi přepíná, řadu potenciálních výhod, zvláště pokud mají být použity pokročilé

regulační algoritmy, které nelze snadno spojitě parametrizovat. Lze dosáhnout podstatně rychlejší reakce na změny parametrů řízené soustavy, celý systém se vyznačuje větší pružností a modularitou.



Obr.1. Schéma regulačního obvodu s přepínanými regulátory, kde je y – regulovaná veličina, u – akční veličina, d – obecně neměřitelná porucha, p – signál přepínání.

Hlavním tématem této práce je tedy rozpracování jednoho možného přístupu k návrhu regulace, která je schopna se vyrovnat se změnami v chování řízené soustavy i s růzností poruchových vlivů ovlivňujících soustavu. Tento přístup je založen na přepínání mezi předem optimálně nastavenými regulátory pro různé, předem vhodně vybrané, možné stavy dynamické soustavy (dále „nominální stavy“ soustavy). Pro každý tento nominální stav je navržen diskretní estimátor, který je dále modifikován ve své struktuře tak, že pro určitý typ vstupující poruchy do regulačního obvodu vždy právě jeden z těchto estimátorů vykazuje v nejmenším možném počtu vzorkovacích okamžiků nulovou odchylku estimované regulované veličiny od měřené regulované veličiny na soustavě. Vzhledem k modifikačním zapojení estimátorů budeme dále nazývat tento algoritmus řízení jako regulaci s proměnnou strukturou. Postup při proměnné struktuře regulace tedy vyžaduje znalost (při nejmenším alespoň odhad) oblasti možných pracovních režimů regulované soustavy. Na základě této znalosti se pak stanoví konečný počet nominálních stavů a jim odpovídajících matematických modelů (a tedy i estimátorů pro odhad stavu regulované soustavy). Určí se odpovídající regulátory podle zvoleného kritéria regulace (před zahájením regulace). Estimátory a regulátory se tedy připraví předem pro všechny nominální režimy. Vzájemné odchylky všech výstupů estimátorů a regulovaného systému se vzorkují během provozu. Nejmenší absolutní chyba těchto odchylek v daném okamžiku určuje nejvhodnější estimátor, který se pak spolu s příslušným regulátorem zapojí do regulace. Potřebné výpočty pro strategii přepínání regulátorů tak probíhají během regulačního procesu paralelně a velmi rychle. Dosažená kvalita regulace je závislá na počtu stanovených nominálních režimů. Dříve než se však

budeme rozpracováním této problematiky zabývat podrobněji, bude užitečné se v krátkém přehledu seznámit s tím, co již bylo z hlediska problematiky přepínaných regulátorů publikováno.

2. Přepínané regulátory

V souvislosti s problematikou přepínaných regulátorů je v první řadě třeba říci, že zavedení přepínání do struktury regulátoru může pramenit z několika odlišných motivací. Jeden z možných důvodů byl již zmíněn v úvodu této práce. Cílem přepínání je vyrovnat se s neurčitostí a změnami v chování řízené soustavy resp. s růzností vlivů, které na ni působí. V tomto smyslu pak lze regulátory s přepínáním chápat jako určitou alternativu ke klasickým postupům robustního a adaptivního řízení. Tato práce se bude přepínanými regulátory zabývat právě z tohoto hlediska. Pro úplnost by však asi bylo vhodné zmínit, že jsou ještě další možné důvody, které mohou motivovat zájem o problematiku přepínaných regulátorů. Existuje třída systémů, která nesplňuje tzv. Brockettovu podmínku (původní formulace viz [21], případně [3]). Tyto systémy vznikají zejména při modelování některých mechanických soustav a v principu je nelze stabilizovat spojitou zpětnou vazbou, jsou však stabilizovatelné pomocí nespojitě zpětné vazby s přepínáním. Regulátor s přepínáním je tak jedinou možností, jak tyto systémy řídit. Vedle toho může být vhodnost přepínání dána také nespojitostmi a omezeními snímačů či akčních členů. Klasickým a nejjednodušším příkladem takového přepínaného regulátoru je známá úloha časově optimálního řízení motoru modelovaného jako dvojitý integrátor s uvažováním omezení na hodnoty akční veličiny. Podrobnější pojednání o takto motivovaných přístupech k návrhu řízení s přepínáním lze najít např. v práci Liberzona z r. 2003 [3]).

Budeme-li však na přepínané regulátory nahlížet především jako na alternativu ke klasickému adaptivnímu řízení, lze bezprostředně nalézt několik potenciálních výhod tohoto přístupu. Za zmínku stojí zejména následující:

Rychlá reakce na změny v chování řízené soustavy. Vzhledem k tomu, že přizpůsobení se regulátoru změnám v chování řízené soustavy neprobíhá spojitou změnou parametrů, ale skokovým přepnutím, lze je provést velmi rychle. To je důležité zejména pokud je třeba reagovat na náhlou a výraznou změnu v chování řízené soustavy, která by v případě, že by regulátor nebyl dostatečně rychle změněn, mohla vést k destabilizaci regulačního obvodu nebo přinejmenším k výraznému zhoršení kvality regulace.

Pružnost, modularita a snadné spojení s metodikou robustního řízení. Jednotlivé dílčí regulátory, mezi nimiž se přepíná, mohou být navrženy předem (off-line) na základě v podstatě libovolného z existujících přístupů k návrhu regulátorů bez ohledu na výpočetní složitost tohoto návrhu. Vzájemně se také mohou lišit nejen svými parametry, ale i svojí strukturou. Jelikož každý z dílčích regulátorů má být funkční v určitém rozsahu změn parametrů řízené soustavy, může být velmi výhodné spojení s postupy robustního řízení při návrhu jednotlivých dílčích regulátorů (viz např. [11]). Naproti tomu v rámci klasického adaptivního řízení je obvykle vazba mezi strukturou regulátoru a použitým adaptačním mechanismem poměrně těsná a návrháři regulátoru neposkytuje příliš mnoho volného prostoru. Vzhledem k tomu, že změna vlastností regulátoru probíhá spojitě a průběžně, je také třeba počítat s možnými problémy při použití složitějších a výpočetně náročných návrhových metod.

Oddělení adaptace a řízení. V intervalech mezi přepnutími je regulovaná soustava připojena k jednomu pevnému regulátoru. Dynamika tohoto spojení je pak dána právě jen vlastnostmi soustavy a regulátoru a není nijak ovlivňována vlastnostmi použitého přepínacího

mechanismu. V důsledku toho je regulační obvod celkově relativně robustnější, neboť nelinearity v přepínacím mechanismu v intervalech mezi přepnutími nijak neovlivňují celkovou dynamiku systému. Pokud tak jsou např. soustava i jednotlivé dílčí regulátory lineární, bude v obdobích mezi přepnutími lineární i celý regulační obvod. Naopak v případě klasického adaptivního algoritmu bude v důsledku kontinuálně probíhající adaptace regulační obvod i v tomto případě nelineární.

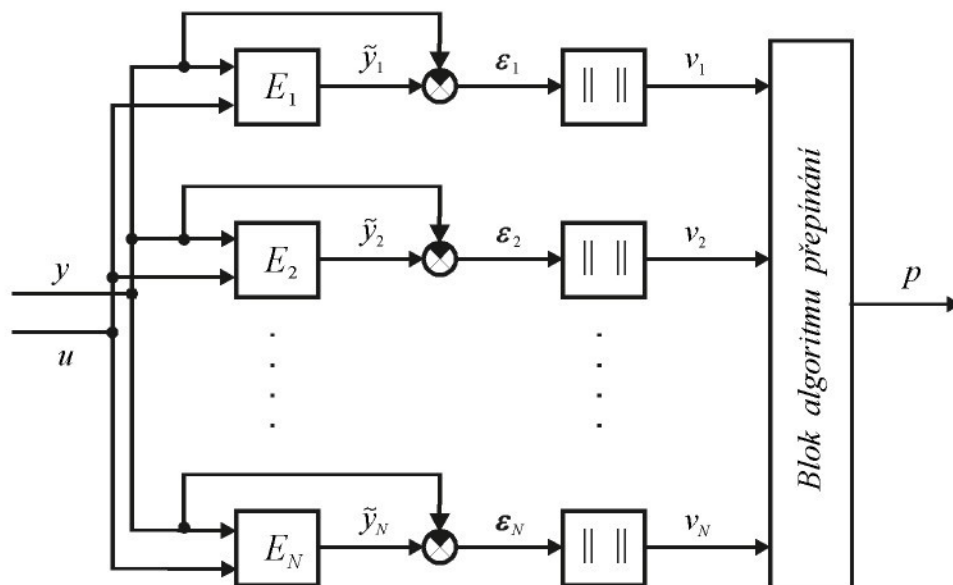
Přes tyto potenciální výhody je zájem o problematiku přepínaných regulátorů, jako alternativy k adaptivnímu resp. robustnímu řízení, rozvíjen teprve v nedávné minulosti. Pokud pomineme některé ojedinělé starší články, které se zabývají technikou programovaného zesílení, což je problematika sice do jisté míry příbuzná, nicméně samostatná, lze za jeden z hlavních výchozích bodů rozvoje tohoto přístupu pokládat práci Mártenssona z r. 1985 [20]). Tento vysloveně teoreticky koncipovaný článek se zabýval otázkou návrhu univerzálního regulátoru pro co nejširší třídu soustav a řešil tedy problém, jaká je minimální apriorní informace o lineárním systému, která postačuje k tomu, aby tento systém bylo možné adaptivně stabilizovat. Ukázal, že postačující apriorní informací je v tomto případě údaj, že uvažovaný systém v principu lze stabilizovat nějakým pevným neadaptivním regulátorem n -tého řádu. Vlastní vyhledávání stabilizujícího regulátoru pak probíhalo pomocí přepínání mezi prvky uspořádané množiny regulátorů. Je zřejmé, že tento postup neměl ještě přímé praktické využití, neboť vzhledem k časové náročnosti tohoto vyhledávání bylo chování takto koncipovaného regulátoru v přechodových dějích velmi špatné. Navíc tento algoritmus mohl být destabilizován přítomností libovolně malého šumu měřeného na výstupu soustavy.

Nicméně v návaznosti na něj byly publikovány další práce, které se snažily odstranit tyto nedostatky. Za zmínku v této souvislosti stojí na příklad [19], [17], [15] a další. Nehledě na dílčí zlepšení však v těchto pracích zůstával zásadní problém v koncepci přepínací logiky. Tato logika pracovala v podstatě na základě slepého sekvenčního hledání nejvhodnějšího regulátoru. K soustavě byl vždy připojen jeden regulátor z množiny předpřipravených regulátorů a pro něj bylo vyhodnoceno jeho chování s řízenou soustavou (např. pomocí kvadratického kritéria). Toto vyhodnocení si samozřejmě vyžádalo určitý čas. Pak byl připojen další regulátor v pořadí a pak opět další až do té doby, než byla splněna podmínka, kterou vyhledávání končilo. Např. v [15] bylo touto podmínkou nalezení regulátoru, s nímž regulační odchylka exponenciálně konvergovala k nule. Je zřejmé, že takovýto postup je schopen zabezpečit stabilizaci obvodu i sledování žádané hodnoty pouze v asymptotickém smyslu. Jeho chování v přechodových dějích je však nutně špatné, zvláště je-li množina regulátorů, mezi nimiž se vybírá ten nejvhodnější, rozsáhlá. Publikované texty proto také obvykle ukázky regulačních průběhů raději ani neobsahují. O rychlé adaptaci, která je jednou z potenciálních výhod přepínaných regulátorů, se zjevně v tomto případě zdaleka nejedná.

Aby algoritmus měl šanci být skutečně prakticky použitelný, je nezbytné průběžně vyhodnocovat potenciální vhodnost každého z jednotlivých dílčích regulátorů a tuto informaci využít pro řízení postupu vyhledávání nejvhodnějšího regulátoru. Vyhledávání pak již slepě nesleduje předem stanovený postup a vede podstatně efektivněji k cíli. V literatuře byla proto postupně navržena řada takto pracujících algoritmů přepínaných regulátorů. Z hlediska jejich principu lze publikované algoritmy dále rozdělit. Běžnější jsou postupy, které vycházejí z metod estimace modelu řízeného systému (viz např. [13], [14], [16] či aplikační článek [6]). Alternativou jsou postupy založené na přímém vyhodnocování kvality regulace každého jednotlivého dílčího regulátoru (viz např. [5], [8], [18]).

Algoritmy založené na estimaci průběžně porovnávají chování řízeného procesu s chováním několika přípustných modelů systému a vyhodnocují, který z těchto modelů

nejlépe odpovídá chování skutečného procesu. Tento model je pak vyhodnocen jako odhad chování skutečného procesu. To, který z množiny dílčích regulátorů je skutečně použit, pak závisí na tom, do jaké míry je vhodný pro tento vybraný model. Schematicky si lze strukturu přepínací logiky takového regulátoru znázornit např. podle [5] a [16] tak, jak je to zakresleno na obr.2.



Obr. 2 Struktura rozhodovací logiky založené na multi-estimátoru.

Tato struktura obsahuje N estimátorů E_i (souhrnně jsou nazývány jako tzv. multi-estimátor), které odpovídají jednotlivým předpokládaným modelům chování řízené soustavy. Na tento multi-estimátor lze nahlížet jako na dynamický systém, jehož vstupy jsou akční veličina u a měřená regulovaná veličina y a výstupem je N chyb estimate $\varepsilon_i = \tilde{y}_i - y$ spjatých s jednotlivými modely řízené soustavy. Návrh multi-estimátoru je ve svém principu založen na skutečnosti, že pokud si chování řízené soustavy a i -tého modelu odpovídají, bude se výstup i -tého estimátoru $\tilde{y}_i$ asymptoticky blížit k výstupu regulované soustavy. Jednotlivé odchylky ε_i pak lze chápat jako míru podobnosti mezi příslušným modelem a skutečným chováním řízené soustavy. Zpracování těchto odchylek může probíhat obdobně jako na obr.1. Na základě vhodné normy jednotlivých odchylek jsou generovány signály v_i vyjadřující kvalitu estimate příslušného estimátoru a na jejich základě pak přepínací logika generuje výběrový signál p , kterým do regulační smyčky zařazuje ten z dílčích regulátorů, který odpovídá momentálně nejlepšímu estimátoru. Myšlenka je to v zásadě velmi jednoduchá a výhodnost tohoto postupu oproti postupnému procházení všech regulátorů v předdefinované sekvenci je zřejmá. Přesto však byla poprvé použita relativně nedávno (viz Morse z roku 1996 [16]).

Jak již bylo řečeno, vedle algoritmů založených na estimaci, byly navrženy také přístupy založené na přímém vyhodnocování kvality regulace. Navržené postupy se vyznačují tím, že rozhodovací logika se snaží přímo vyhodnotit, který z dílčích regulátorů vede na nejlepší kvalitu regulace, aniž by se pokoušel odhadovat model řízeného procesu. Aby mohl provést toto vyhodnocení, vypočítává supervizor určité numerické charakteristiky, které vyjadřují, jak dobře by se každý dílčí regulátor choval v pomyslném experimentu, v němž by skutečný průběh akční veličiny u měl být generován příslušným regulátorem v odezvě na měřenou regulovanou veličinu y . Uvedený přístup je inspirován ideou falsifikace

regulátoru, která byla navržena v již zmíněném článku Safonova z r.1994 [18]). Tento supervizor se tak skládá z monitoru kvality regulace, který generuje tyto charakteristiky, a rozhodovací logiky, jež volí, který z dílčích regulátorů má být použit. Algoritmy založené na přímém vyhodnocování kvality regulace patří k těm relativně méně běžným. V této práci se jimi nebudeme dále zabývat, neboť přístup k návrhu přepínaných regulátorů, který je rozpracováván v rámci této práce, patří spíše do kategorie přístupů založených na estimaci modelu řízeného systému.

Pro úplnost by možná stálo za zmínku, že vedle tohoto hlavního proudu ve vývoji přepínaných regulátorů se lze setkat i s dalšími variantami přepínaných regulátorů, často navrženými *ad hoc* pro určitou aplikaci, která vyžaduje řízení v širokém rozsahu změn parametrů řízené soustavy. Příkladem mohou být třeba články [1] a [9], kde je přepínání regulátorů řešen návrh řízení tepelné elektrárny, která má pracovat s výrazně proměnným výkonem. Návrh rozhodovací logiky je v těchto článcích proveden pomocí metod fuzzy logiky.

Zhodnocení, zda výhody přepínaných regulátorů, které byly o několik odstavců výše uvedeny jako potenciální, tento přístup skutečně i přináší, je samozřejmě obtížnou a komplexní otázkou, která je příliš rozsáhlá na tento krátký přehled. Nicméně kvantitativní výsledky a simulační studie tak, jak byly uvedeny zejména v [2] a [12] svědčí přinejmenším o tom, že kvalita regulace dosažená s přepínacími regulátory může být velmi dobrá a má tedy smysl se touto problematikou dále zabývat.

Důležitým faktorem pro další rozvoj oboru přepínaných regulátorů jsou také výsledky dosažené v oblasti teorie hybridních systémů. Jak je zřejmé z předchozích stránek, nebyl vývoj problematiky přepínaných regulátorů ve svých počátcích s teorií hybridních systémů přímo spjat. Ve druhé polovině osmdesátých let, kdy začaly vznikat první články zabývající se přepínacími regulátory, teorie hybridních systémů ostatně ještě ani neexistovala. Nicméně regulátor, který obsahuje několik spojitých regulátorů ve spojení s přepínací logikou představuje přímo klasický příklad hybridního systému. Teorie hybridních systémů tak do budoucna představuje vhodný rámec, v němž se oblast přepínaných regulátorů může dále vyvíjet a řešit řadu důležitých otázek týkajících se zejména stability a robustnosti přepínaných regulátorů. Z relativně nedávných textů, které přistupují k oblasti přepínaných regulátorů z pohledu hybridních systémů a řeší tyto otázky, stojí za zmínku zejména monografie Savkina a Evanse z r. 2002 [4].

2.1. Literatura

- [1] Zhang, X.-X., Liu, H.B., Li S.-Y.: A wide-range operation intelligent coordinated control system for a fossil-fuel power unit, *Journal of Intelligent & Fuzzy Systems*, 2005, Vol. 16, pp. 181-188.
- [2] Hespanha, J. P., Liberzon D., Morse A., S.: Overcoming the limitations of adaptive control by means of logic based switching, *Systems & Control Letters*, 2003, Vol. 49, pp. 49-65.
- [3] Liberzon D.: *Switching in Systems Control*, 2003, Boston: Birkhäuser.
- [4] Savkin A. V., Evans R. J.: *Hybrid Dynamical Systems: Controller and Sensor Switching Problems*, 2002, Boston: Birkhäuser.
- [5] Agnoloni, T.: *Switching Supervisory Control based on Controller Falsification and Performance Inference*, PhD Thesis, 2001, University of Florence

- [6] Chang, G., Hespanha, J.P., Morse, A.S., Netto, M., Ortega, R.: Supervisory field-oriented control of induction motors with uncertain rotor resistance. *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing Special Issue on Switching and Logic*, 2001, Vol. 15, No. 3, pp. 353–375.
- [7] Mosca, E., Capecechi, F., Casavola, A.: Designing predictors for MIMO switching supervisory control, *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing Special*, Vol. 15, No. 3, 2001, pp. 265–286.]
- [8] Tsao, T.-C., Safonov, M.G.: *Unfalsified direct adaptive control of a two-link robot arm*, *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, 2001, Vol. 15, pp. 319-334.
- [9] Kallappa, P., Ray, A.: Fuzzy wide-range control of fossil power plants for life extension and robust performance, *Automatica*, 2000, Vol. 36, pp. 69-82.
- [10] Rugh, J. W., Shamma, J. S.: Research on gain scheduling, *Automatica*, 2000, Vol. 36, No. 10, pp. 1401-1425.
- [11] Landau, I.D.: From robust control to adaptive control, *Control Engineering Practice*, 1999, Vol. 7, pp. 1113-1124.
- [12] Morse, A.S.: A bound for the disturbance-to-tracking-error gain of a supervised set-point control system, In: D. Normand-Cyrot, Y.D. Landau (Eds.), *Perspectives in Control: Theory and Applications*, Springer, London, 1998, pp.23–41.
- [13] Morse, A.S.: Supervisory control of families of linear set-point controllers - part 2: robustness. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1997, Vol. 42, No. 11, pp. 1500-1515.
- [14] Zames, G.: Towards a general complexity-based theory of identification and adaptive control, In Morse, A.S. (Ed.), *Control Using Logic-Based Switching* .No. 222 in *Lecture Notes in Control and Information Sciences*. Springer-Verlag, London, 1997, pp. 208–223.
- [15] Fu, M.: Minimum switching control for adaptive tracking, *Proceedings of the 35th Conference on Decision and Control*, 1996, pp. 3749–3754.
- [16] Morse, A.S.: Supervisory control of families of linear set-point controllers part 1: exact matching, *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1996, Vol. 41, No. 10, pp. 1413-1431.
- [17] Chang M.H., Davison, E.J.: Switching control of a family of plants, *Proceedings of the 1995 American Control Conference*, 1995, Volume 1, pp. 1015–1020.
- [18] Safonov, M.G., Tsao, T.-C.: The unfalsified control concept and learning, *Proceedings of the 33rd Conference on Decision and Control*, 1994, pp. 2819–2824.
- [19] Fu, M., Barmish B.R.: Adaptive Stabilization of Linear Systems via Switching Control, *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1986, Vol. 31, No. 12, pp. 1097-1103.
- [20] Mårtensson, B.: The order of any stabilizing regulator is sufficient a priori information for adaptive stabilization, *Systems & Control Letters*, 1985, Vol. 6, No. 2, pp. 87–91.
- [21] Brockett, R.W.: Asymptotic stability and feedback stabilization. In: *Differential Geometric Control Theory* (Brockett, Millman & Sussmann, Eds.), 1983, pp. 181–191. Birkhäuser, Boston, MA.
- [22] Palmor, Z., J.: Stability of Smith Dead-Time Compensator Controllers, *International Journal of Control*, 1980, Vol. 32, No. 6, pp. 937-949.
- [23] Doyle, J. C.: Guaranteed margins for LQG regulators, *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1978, Vol. 23, pp. 756-757
- [24] Bellman, R. E.: *Adaptive Control Processes: A Guided Tour*, 1961, Princeton University Press.

3. Komentář k přílohám

Snahou habilitační práce je představit jeden z možných algoritmů řízení v rámci tzv. přepínaných regulátorů, kdy pro výběr vhodného zpětnovazebního regulátoru je využito estimace stavu regulované soustavy. Přínosem tohoto algoritmu je původní návrh zapojení diskrétního přírůstkového estimátoru (vychází z modelu regulované soustavy) pomocí korekčních vazeb tak, že během několika vzorkovacích okamžiků je vždy pro jeden z paralelně zapojených estimátorů nulová chyba estimace.

V příloze P1 je po stručném úvodu problematiky popsán princip navržených modifikací estimátoru a jsou analyticky odvozeny průběhy estimačních chyb pro jednotlivé případy zapojení. Tyto výsledky jsou pak dokumentovány na zvoleném příkladě soustavy 4. řádu s jedním vstupem a jedním výstupem. I když navrhovaný algoritmus přepínání nijak neomezuje volbu typu zpětnovazebního regulátoru, je pro ověřovací výpočty použit stavový regulátor, který využívá pro výpočet akčních zásahů estimace neměřitelných stavových veličin modelu regulované soustavy. Přepínací algoritmus tak současně s výběrem nastavení hodnot parametrů regulátoru zapojí do zpětnovazebního řízení i výstup příslušného estimátoru (s nejmenší chybou estimace). Celý text přílohy P1 byl publikován v roce 2006 v časopisu Automatizace.

Příloha P2 se věnuje zobecnění návrhu přírůstkového estimátoru pro MIMO systémy. V popisu estimátorů jsou samostatně uvažovány měřitelné regulované veličiny, další (pomocné) měřitelné veličiny a obecně stavové veličiny na soustavě neměřitelné. Dále je vzhledem k možným strukturám estimátoru podrobněji diskutován případ tzv. „blokové“ struktury regulované soustavy (ve vnitřním popisu existují bloky vazeb, kdy stavové proměnné se ovlivňují jen v rámci těchto bloků) a tzv. „globální“ struktury regulované soustavy (matice dynamiky stavového popisu může být libovolně zadána). Pro případ identifikace vnějšího popisu systému, např. z přechodových charakteristik, je diskutována možnost popisu pomocí diferenčních rovnic, kdy se výstupní měřitelné veličiny vzájemně neovlivňují (označuje se jako tvar normálních diferenčních rovnic) a možnost popisu, kdy se naopak můžou i výstupní měřitelné veličiny vzájemně ovlivňovat (označuje se jako tvar smíšených diferenčních rovnic). Na konkrétním zvoleném příkladě blokové i globální struktury identifikované soustavy je pak simulačně ukázána závislost přesnosti modelu na odhadu řádu systému. Text přílohy je doplněn kapitolou o možném zapojení estimátorů pro případ autonomní regulace.

Ověřování přepínacího algoritmu je ukázáno v příloze P3 opět na příkladu soustavy 4. řádu. Pro simulační výpočty jsou zvoleny dva nominální stavy regulované soustavy, kdy dynamika jejich změny je upravena pomocí tzv. koeficientu časové afinity, tedy parametru, kterým se násobí všechny časové konstanty soustavy. Pomocí tohoto parametru lze pak dosáhnout i časově afinních regulačních pochodů. Ověřovací výpočty prokázaly, že přepínací algoritmus dokáže rozpoznat nastavení parametrů regulované soustavy a typ vstupující poruchy, čehož je pro případ stavové regulace využito i pro zapojení „nejlepšího odhadu“ stavových proměnných k regulátoru.

3.1. Seznam publikací

V souvislosti s problematikou přepínaných regulátorů byly publikovány za posledních 5 let následující práce:

- [1] Hanuš,B., **Tůma,L.**: Variable control system with switched estimators. In: *WSEAS Transactions on System*. Vol. 5, pp.41-47, January 2006, Italy, ISSN: 1109-2777.
- [2] Hanuš,B., **Tůma,L.**: The multivariable control system with switching estimators. In: *7th International Scientific – Technical Conference Process Control 2006*, p.71. Pardubice, Czech Republic, ISBN 80-7194-860-8.
- [3] Hanuš,B., **Tůma,L.**: Estimators for hybrid multidimensional control system with variable structure. In: *15th International conference on Process Control*, Slovak University of Technology in Bratislava, pp.49. 7.-10.6.2005, Štrbské Pleso, Slovak Republic, ISBN 80-227-2235-9.
- [4] Hanuš,B., **Tůma,L.**: Estimátor v systému regulace s proměnnou strukturou I. Časopis Automatizace, červenec-srpen/2006.
- [5] Hanuš,B., **Tůma,L.**: Estimátor v systému regulace s proměnnou strukturou II. Časopis Automatizace, září/2006.
- [6] Hanuš,B., **Tůma,L.**: Hybrid Control Scheme With Discrete Estimator for Efficient Disturbance Rejection. In: *16th IFAC World Congress*. 3.8.-9.8.2005, Praha, Czech Republic.
- [7] Hanuš,B., **Tůma,L.**: Hybrid estimators for multivariable systems with variable parameters. In: *proceedings of WSEAS In. Conf. on DYNAMICAL SYSTEMS and CONTROL*. pp.198-203, 2.11.-4.11.2005, Venice, Italy, ISBN: 960-8457-37-8.
- [8] Hanuš,B., **Tůma,L.**: Vícerozměrová regulace s automatickým přepínáním. *Aktuální otázky a vybrané problémy řízení elektrizační soustavy*, pp.1-10. EGÚ Praha Engineering, a.s., 22.11.-23.11.2005 Poděbrady, Czech Republic.
- [9] Hanuš,B., **Tůma,L.**: Incremental estimator. In: *6th International conference Control of Power systems '04*, p.221. Vydavatel'stvo Slovenskej Technickej Univerzity Bratislava, Slovak Republic, ISBN 80-227-2059-3.
- [10] Hanuš,B., **Tůma,L.**: Investigation of the control with variable structure. In: *6th International Scientific – Technical Conference Process Control 2004*, p.71. Tiskařské středisko Univerzity Pardubice, Czech Republic, ISBN 80-227-1542-5.
- [11] Hanuš,B., **Tůma,L.**: Regulace s proměnnou strukturou. *Aktuální otázky a vybrané problémy řízení elektrizační soustavy*, str.1-10. EGÚ Praha Engineering, a.s., 2004 Poděbrady, Czech Republic.
- [12] Hanuš,B., Janeček, B., **Tůma,L.**: Continuous controller with flexible feedback and with variable structure. In: *6th International workshop on Electronics, Control, Measurement and Signals ECMS 2003*, pp.211-215. Technical university of Liberec, Czech Republic, ISBN 80-7083-708-X.
- [13] Hanuš,B., Modrlák,O., **Tůma,L.**: Fuzzy controller with variable structure. In: *“East West Fuzzy Colloquium 2002”*, Zittau. Zittau: Hochschule Zittau/Görlitz, 2002, pp.103-109. ISSN 3-9808089-2-0.
- [14] Hanuš,B., Janeček,B., **Tůma,L.**: Control system with variable structure. In: *5th International scientific – technical conference on “Process Control 2002”*, Kouty nad Desnou. Pardubice: University of Pardubice, 2002, pp.81-92. ISBN 80-7149-452-1.

- [15] Hanuš,B., **Tůma,L.:** Spojité řízení s proměnnou strukturou. *7.ročník semináře o energetice "Poděbrady 2002"*. Poděbrady. str.1-6, 19-20. listopadu 2002, Poděbrady, EGU Praha Engineering a.s., ČR.
- [16] Hanuš,B., **Tůma,L.:** Discrete State Estimator and Controller with Variable Structure. In: *13th International Conference on Process Control 2001*, Štrbské pleso, High Tatras 2001, Slovak Rep., pp.1-5. ISBN 80-227-1542-5.
- [17] Hanuš,B., **Tůma,L.:** The Increment Estimator for Digital State Controller. In: *"5th Workshop on Electronics, Control, Modelling, Measurement and Signals"*. 30.5-1.6 2001, Université Paul Sabatier Toulouse, France.

Estimátor v systému regulace s proměnnou strukturou

Jednorozměrová regulace

Prof. Ing. Bořivoj Hanuš, DrSc., Ing. Libor Tůma, CSc.
Katedra řídicí techniky
Fakulta mechatroniky a mezioborových inženýrských studií
Technická univerzita v Liberci, Hálkova 6, 461 17 Liberec

1. Úvod

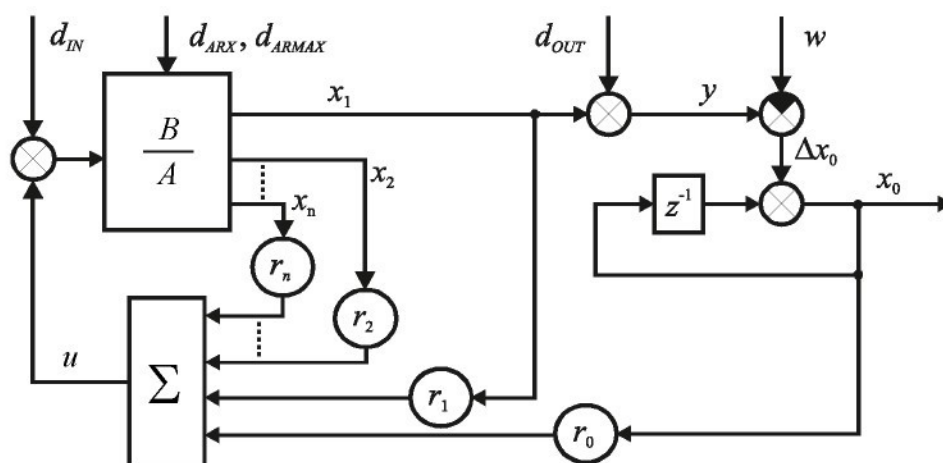
Regulace s proměnnou strukturou se uplatňuje zejména v případech, kdy regulační vlastnosti regulované soustavy se za provozu mění natolik, že jediný robustní regulátor již svojí kvalitou nemůže splnit požadavky na jakost regulace v celém provozním rozsahu a adaptivní regulátor, který se přestavuje na základě průběžné identifikace vlastností regulované soustavy, se nestačí dostatečně rychle přizpůsobit změnám v provozu. V systému regulace s proměnnou strukturou je činnost identifikace soustavy a optimalizace regulátoru časově oddělena od vlastního provozu. Provádí se již při návrhu regulačního systému a podle jejího výsledku se vytvoří pro každý vybraný provozní režim regulované soustavy a pro možnou vstupní poruchu kombinace estimátorů a regulátorů. Vybrané režimy pokrývají celou možnou oblast provozních režimů a tím i celou oblast možných vlastností regulované soustavy. Vybrané režimy a jim odpovídající navržené estimátory a regulátory označme jako nominální. V nominálním režimu soustavy zajišťuje příslušný nominální estimátor a regulátor optimální regulaci a je proto zapojen do regulace. V nenominálním režimu regulované soustavy je zapojena do regulace ta dvojice regulátoru a estimátoru, jejíž estimátor vykazuje nejmenší chybu svého výstupu vůči regulované veličině ze všech připravených nominálních dvojic (mezi parametry regulace v nominálních režimech lze též interpolovat). Výběr dvojice probíhá velmi rychle, činí několik vzorkovacích intervalů a probíhá současně v celém rozsahu režimů regulované soustavy [10] a [8]. Je proto globální oproti adaptivní regulaci, která je lokální a postupně se přibližuje k optimu. Přitom regulovaná soustava i regulátor mohou být libovolného typu nebo i hybridní – obsahují kombinaci lineárních a nelineárních členů, spojitě i nespojitě členy, časově či amplitudově diskrétní, členy s dopravním zpožděním, logické funkce apod. [6] až [7]. Estimátor postačí obvykle lineární, protože je navržen pro regulaci v určité malé oblasti v okolí nominálního bodu.

V této části je pozornost soustředěna na návrh jednorozměrového estimátoru, vhodného pro odhad vlastností regulované soustavy a pro řízení. Další části se budou zabývat vícerozměrovým estimátorem, algoritmem přepínání estimátoru a regulátoru v systému regulace s proměnnou strukturou a aplikacemi. Podkladem budou laboratorní výsledky získané na TU v Liberci.

2. Stavový regulátor

Stavový regulátor je nejlepším možným regulátorem každé regulované soustavy, protože vytváří akční veličinu na základě informace o aktuálních hodnotách nejen regulované veličiny, nýbrž i všech vnitřních stavových veličin. Obvykle používané schéma stavové

regulace je uvedeno na obr.1 pro regulovanou soustavu lineární n -tého řádu. Model regulace využívá hodnot přímo měřených stavových veličin a je určen pro navrhování struktury estimátoru a optimálního stavového regulátoru a pro srovnávání regulačních procesů při regulaci s přímo měřeními či jen odhadovanými stavovými veličinami.



Obr.1. Schéma regulačního systému s astatickým blokem na výstupu regulované soustavy,

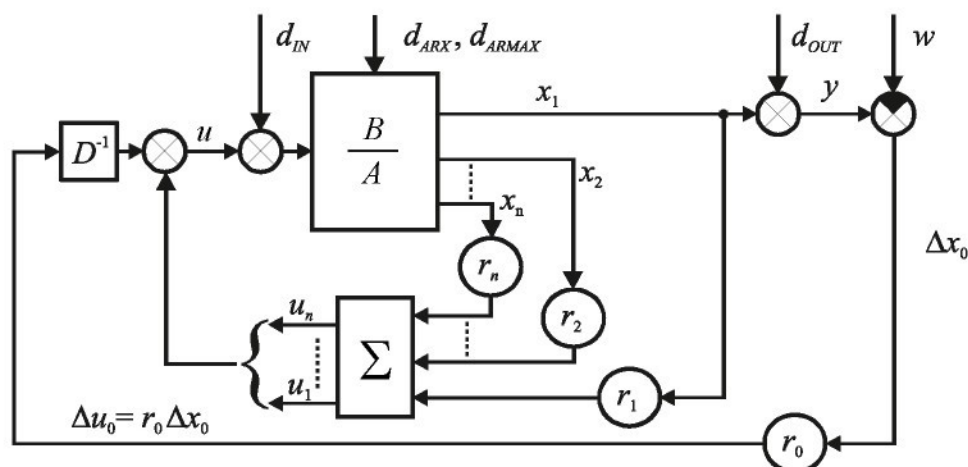
$\frac{B}{A}$ je přenos regulované soustavy.

Na obr.1 jsou znázorněny vstupy obvyklých poruch d_{IN} , d_{ARMAX} , d_{ARX} , d_{OUT} a žádané hodnoty w . Na výstup regulované soustavy je připojen astatický blok, zajišťující nulovou ustálenou regulační odchylku při vstupu statických poruch. Výstup x_0 tohoto bloku a výstupy stavových veličin x_1 až x_n jsou vedeny do stavového regulátoru, kde jsou s váhovými koeficienty r_0 až r_n sečteny na akční veličinu u v každém vzorkovacím intervalu. Váhové koeficienty se běžně řeší pomocí Riccatiho rovnice optimalizací regulačního procesu z počátečního rozvážení regulované soustavy $x(0)$ včetně astatického bloku. Kriterium jakosti je kvadratické

$$J = \sum_{k=0}^N \left(\mathbf{x}^T(k) \mathbf{Q}_x \mathbf{x}(k) + \mathbf{u}^T(k) \mathbf{Q}_u \mathbf{u}(k) \right), \quad (1)$$

kde $\mathbf{Q}_x$ je pozitivně semidefinitní čtvercová matice,
 $\mathbf{Q}_u$ je pozitivně definitní čtvercová matice,
 N je počet vzorkovacích intervalů.

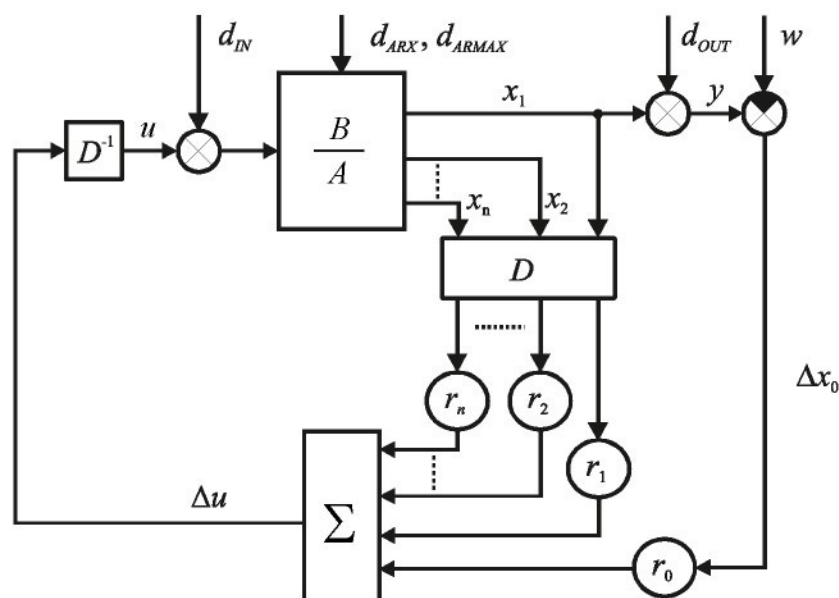
Další struktury regulačního systému v obr. 2 a 3 jsou získány pomocí pravidel blokové algebry a funkčně jsou proto úplně shodné se schématem na obr. 1. Na schématu v obr. 2 byl astatický člen přenesen z výstupu regulované soustavy na její vstup. Do astatického členu je zavedena stejná veličina Δx_0 . Zapojení stavových veličin x_1 až x_n zůstává stejné jako na obr. 1.



Obr.2. Ekvivalentní schéma zapojení s astatickým blokem na vstupu regulované soustavy,

$D^{-1} = \frac{1}{1-z^{-1}}$ je přenosová funkce astatického bloku, $\frac{B}{A}$ je přenos regulované soustavy.

Na obr. 3 jsou zavedeny do astatického členu i stavové veličiny Δx_1 až Δx_n . Aby se funkce schématu nezměnila, musí však všechny po výstupu z regulované soustavy projít jednotlivě diferenciátorem D , v kterém se každá proměnná změní na přírůstek $\Delta x_i(k) = x_i(k) - x_i(k-1)$. Všechny veličiny vstupující do regulátoru a vystupující z regulátoru jsou přírůstky. Přírůstek akční veličiny Δu musí proto projít astatickým členem $D^{-1} = 1/(1-z^{-1})$, aby mohl vstoupit jako akční veličina u do regulované soustavy. Všechny stejně značené koeficienty r_i regulátoru mají ve všech třech schématech obr.1. až 3. stejné hodnoty a regulační proces probíhá proto u všech tří schémat shodně.



Obr.3. Ekvivalentní schéma zapojení s přírůstky stavových proměnných,

$D = 1 - z^{-1}$ je přenosová funkce diferenciátoru, $\frac{B}{A}$ je přenos regulované soustavy.

3. Přírůstkový estimátor

Uvažuje se jako příklad SISO lineární regulovaná soustava třetího řádu se stavovým popisem v normálním tvaru pozorovatelnosti (obr.1.)

$$\mathbf{x} = z^{-1} \mathbf{A} \mathbf{x} + z^{-1} \mathbf{B} u + z^{-1} \mathbf{C} d, \quad (2)$$

$$\text{kde } \mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_1 & 1 & 0 \\ a_2 & 0 & 1 \\ a_3 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}, \quad d = d_{IN}, d_{ARMAX}, d_{ARX}, d_{OUT}.$$

Vstupní poruchové veličiny se předpokládají skokové: na vstupu regulované soustavy $d_{IN}(c_i=b_i)$, do soustavy $d_{ARX}(c_i=0 \text{ pro } i>1)$, dovnitř soustavy $d_{ARMAX}(c_i - \text{libovolné, formálně sem patří } d_{IN} \text{ i } d_{ARX})$ a na výstupu soustavy d_{OUT} , která se připojuje k výstupu soustavy x_1 a vytváří měřenou regulovanou veličinu

$$y = x_1 + d_{OUT} \quad (3)$$

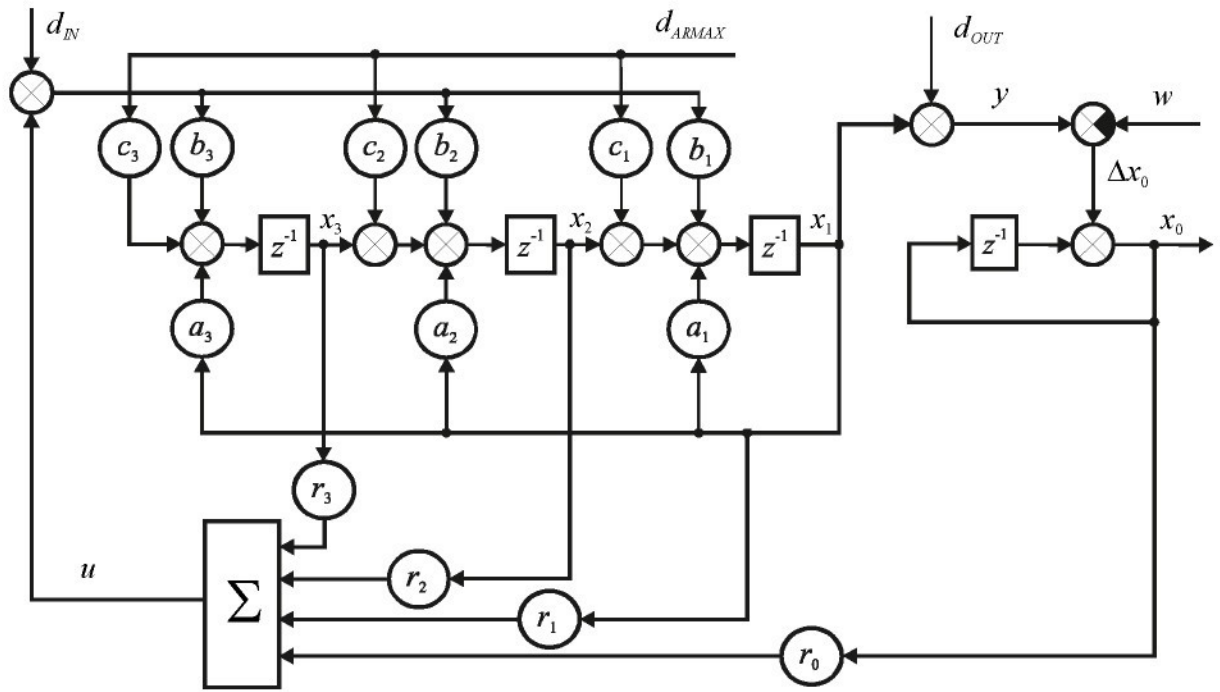
a žádaná hodnota regulované veličiny w . Nejčastější jsou vstupní poruchy d_{IN} , d_{OUT} a w . Porucha d_{ARMAX} byla vykonstruována a použita jako aproximace přenosu $\frac{B_{IN}}{A}$ regulované soustavy (27) přenosem $\frac{B_{ARMAX}}{A}$ (obr.9). Polynom B_{IN} obsahuje nestabilní nulový bod a proto není vhodný pro korekční zpětnou vazbu od odchylky estimátoru ε (přenos je nestabilní). Polynom B_{ARMAX} obsahuje jen stabilní nulové body (29).

Přenos astatického bloku je

$$x_0 = \frac{1}{1-z^{-1}}(x_1 + d_{OUT} - w) = \frac{1}{1-z^{-1}}(y - w). \quad (4)$$

Vstupy regulátoru $\mathbf{R}$ jsou x_0 až x_3 , výstupem je akční veličina u

$$u = \mathbf{R} \begin{bmatrix} x_0 \\ x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{R} = [r_0 \quad r_1 \quad r_2 \quad r_3]. \quad (5)$$



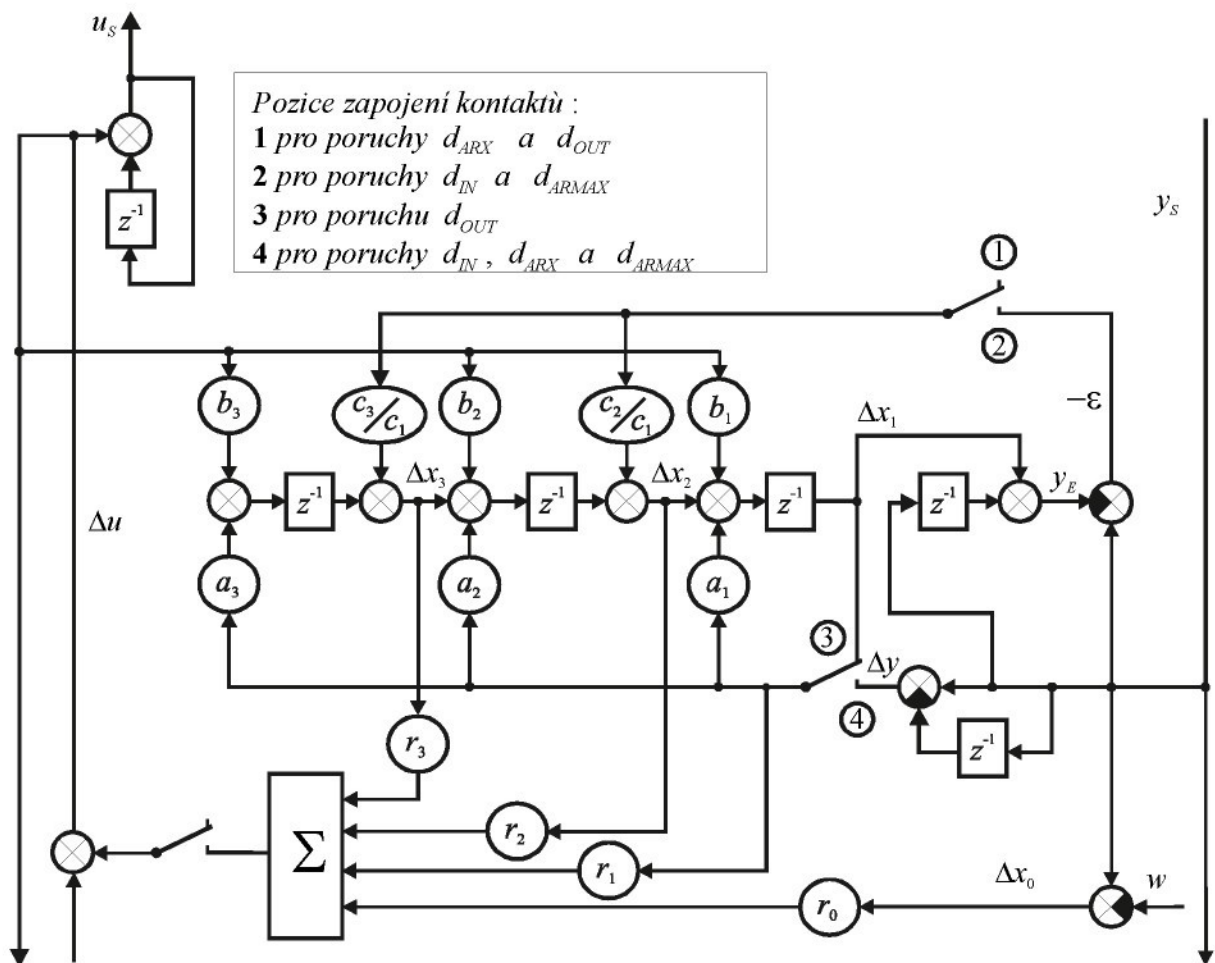
Obr.4. Schéma vyšetřovaného regulačního systému s poruchovými veličinami a měřitelnými stavovými veličinami.

Parametry r_i regulátoru se optimalizují podle kritéria (1) pomocí standardní procedury Matlabu „dlqr“ (je aplikována metoda řešení pomocí Riccatiho rovnice). Stavový popis celého regulačního systému je v Z-transformaci

$$\begin{bmatrix} x_0 \\ x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = z^{-1} \begin{bmatrix} 1 & a_1 & 1 & 0 \\ 0 & a_1 & 1 & 0 \\ 0 & a_2 & 0 & 1 \\ 0 & a_3 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_0 \\ x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + z^{-1} \begin{bmatrix} b_1 \\ b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix} u + z^{-1} \begin{bmatrix} c_1 \\ c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{bmatrix} d_{ARMAX} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} (d_{OUT} - w) \quad (6)$$

a jeho modelové schéma je na obr.4.

Schéma přírůstkového estimátoru je na obr.5. (viz též obr.3.). Podle polohy přepínačů je schéma nalaďeno na některou z uvedených poruch. V poloze 2 nebo 1 se zapíná či vypíná korekční zpětná vazba od chyby estimátoru ε . Vazební korekční signál vstupuje za zpožďovací člen (zatím co porucha vstupuje před ním) tak, aby se okamžitě měnila příslušná hodnota stavové veličiny estimátoru. V poloze 4 nebo 3 se přepíná vazba na signál regulované veličiny Δy nebo na signál výstupu estimátoru Δx_1 . Odpovídá to skutečnosti, že porucha d_{OUT} stavové veličiny regulované soustavy neovlivňuje. Porucha d_{ARX} nevyžaduje žádné korekční vazby. Ve schématu může být k regulované soustavě současně připojeno i více laděných estimátorů. Celé schéma je laděno na jeden nominální provozní režim regulované soustavy. Schémata pro ostatní nominální režimy se připojují na sběrnice y_S a Δu . Předpokládá se (v algoritmu řízení), že do soustavy ve stejný vzorkovací okamžik vstupuje jen jedna porucha.



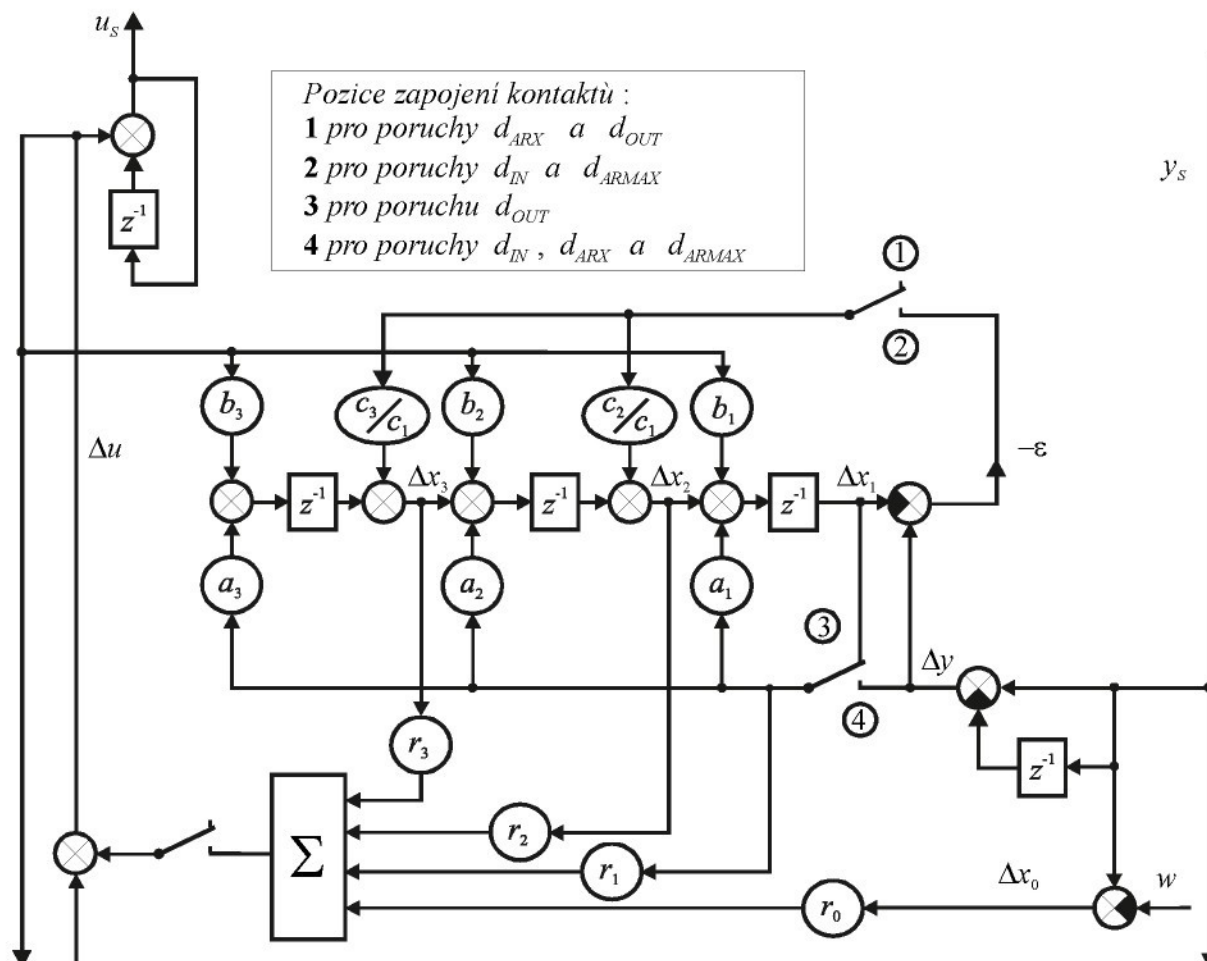
Obr.5. Schéma zapojení přírůstkového estimátoru s vyznačením přepínaných pozic pro různé vstupující poruchy (zapojení regulátoru s proměnnou strukturou), c_i jsou koeficienty odpovídající vstupní poruše, na kterou je estimátor nalaďen.

Samotné zavedení signálu Δy do estimátoru a současné zrušení jeho zpětné vazby od Δx_1 způsobuje, že matice dynamiky estimátoru, původně shodná s maticí $\mathbf{A}$ regulované soustavy (2), se stane „nilpotentní“ a jakékoliv skokové rozvážení regulované soustavy se přenesou do estimátoru E_{ARX} za maximálně n vzorkovacích intervalů. Podmínkou pro to ovšem je, aby všechny smyčky vytvořené vzájemnými vazbami ve schématu původní matice $\mathbf{A}$ se uzavíraly jen přes zpožďovací člen s výstupní stavovou veličinou x_1 . Normální tvar pozorovatelnosti tuto podmínku splňuje s rezervou. Příklad matice koeficientů ve stavovém popisu regulované soustavy čtvrtého řádu s maximálním počtem nenulových prvků bez vzniku vnitřních smyček mezi stavovými veličinami neprocházejících výstupní stavovou veličinou x_1 je na obr. 6.

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} x & x & x & x \\ x & 0 & x & x \\ x & 0 & 0 & x \\ x & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Obr.6. Matice koeficientů ve stavovém popisu regulované soustavy čtvrtého řádu s maximálním počtem nenulových prvků

Regulátor s estimátorem naladěným na skokovou poruchu, která přišla do regulované soustavy, vykazuje stejný regulační proces jako regulátor s přímo měřenými stavovými veličinami na soustavě.



Obr.7. Zjednodušené schéma přírůstkového estimátoru.

Jestliže jsou různě laděné estimátory a regulovaná soustava v klidu a do regulované soustavy přijde jakákoliv skoková porucha, všechny estimátory vykazují stejně velkou první chybu. Chyba estimátoru je definována jako rozdíl mezi vzorkovanou hodnotou výstupní veličiny estimátoru y_E a hodnotou výstupní veličiny regulované soustavy – regulované veličiny y_S

$$\varepsilon = y_E - y_S = (\Delta x_1 + z^{-1}y_S) - (\Delta y + z^{-1}y_S) = (\Delta x_1 - \Delta y). \quad (7)$$

Chyba estimátoru je způsobena růzností poruchových veličin vstupujících do regulované soustavy a poruchových veličin, na které je estimátor naladěný a dále je způsobena různým přenosem regulované soustavy a estimátoru. Tato chyba existuje pouze během vyvolaného procesu, po ustálení je chyba vždy nulová. Vzhledem ke vztahu (7) lze schéma estimátoru na obr.5 ještě zjednodušit na schéma obr.7 vypuštěním bloku s výstupem y_E .

Časový průběh vzorkované chyby estimátoru lze vyjádřit následujícími vztahy.

Bez regulace (obr.5):
pro estimátor E_{ARX}

$$\begin{aligned}\varepsilon_{ARX} &= y_E - y_S = (\Delta x_1 + z^{-1}y_S) - (\Delta y + z^{-1}y_S) = \Delta x_1 - \Delta y = \\ &= [B_E \Delta u + (z^{-1}a_{E1} + z^{-2}a_{E2} + z^{-3}a_{E3})\Delta y] - \Delta y = B_E \Delta u - A_E \Delta y = \\ &= B_E \Delta u - A_E \left(\frac{B}{A} \Delta u + \frac{C}{A} \Delta d_{ARMAX} + \Delta d_{OUT} \right),\end{aligned}\quad (8)$$

pro estimátor E_D naladěný pomocí polohy přepínače v pozici 2 na poruchu s přenosem $\frac{D_E}{A}$

$$\varepsilon_D = \Delta x_1 - \Delta y = \left[B_E \Delta u + (z^{-1}a_{E1} + z^{-2}a_{E2} + z^{-3}a_{E3})\Delta y - \left(\frac{D_E}{z^{-1}d_1} - 1 \right) \varepsilon_D \right] - \Delta y \quad (9)$$

a odtud po úpravě

$$\varepsilon_D = \frac{z^{-1}d_1}{D_E} B_E \Delta u - \frac{z^{-1}d_1}{D_E} A_E \left(\frac{B}{A} \Delta u + \frac{C}{A} \Delta d_{ARMAX} + \Delta d_{OUT} \right), \quad (10)$$

pro estimátor E_{OUT} naladěný na poruchu d_{OUT} (stačí do předchozího vztahu dosadit $D_E = A_E$, $z^{-1}d_1 = 1$)

$$\varepsilon_{OUT} = \Delta x_1 - \Delta y = \frac{B_E}{A_E} \Delta u - \Delta y = \frac{B_E}{A_E} \Delta u - \left(\frac{B}{A} \Delta u + \frac{C}{A} \Delta d_{ARMAX} + \Delta d_{OUT} \right). \quad (11)$$

Se zapojenou regulací (obr.5):
pro estimátor E_{ARX}

$$\begin{aligned}\varepsilon_{ARX} &= \Delta x_1 - \Delta y = [B_E \Delta u + (z^{-1}a_{E1} + z^{-2}a_{E2} + z^{-3}a_{E3})\Delta y] - \Delta y = B_E \Delta u - A_E \Delta y = \\ &= B_E \left[\left\{ \frac{u}{w} \right\} \Delta w + \left\{ \frac{u}{d_{ARMAX}} \right\} \Delta d_{ARMAX} + \left\{ \frac{u}{d_{OUT}} \right\} \Delta d_{OUT} \right] - \\ &\quad - A_E \left[\left\{ \frac{y}{w} \right\} \Delta w + \left\{ \frac{y}{d_{ARMAX}} \right\} \Delta d_{ARMAX} + \left\{ \frac{y}{d_{OUT}} \right\} \Delta d_{OUT} \right] = \\ &= \left(B_E - A_E \frac{B}{A} \right) \left\{ \frac{u}{w} \right\} \Delta w + \left[B_E \left\{ \frac{u}{d_{ARMAX}} \right\} - A_E \left\{ \frac{y}{d_{ARMAX}} \right\} \right] \Delta d_{ARMAX} + \\ &\quad + \left[B_E \left\{ \frac{u}{d_{OUT}} \right\} - A_E \left\{ \frac{y}{d_{OUT}} \right\} \right] \Delta d_{OUT},\end{aligned}\quad (12)$$

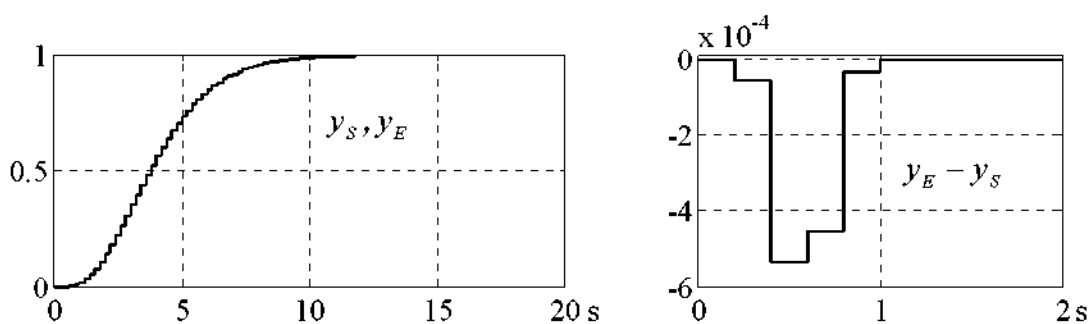
pro estimátor E_D nalaďený pomocí polohy přepínače v pozici 2 na poruchu s přenosem $\frac{D_E}{A}$

$$\begin{aligned}
 \varepsilon_D &= \Delta x_1 - \Delta y = \frac{z^{-1}d_1}{D_E} B_E \Delta u - \frac{z^{-1}d_1}{D_E} A_E \Delta y = \\
 &= \frac{z^{-1}d_1}{D_E} B_E \left[\left\{ \frac{u}{w} \right\} \Delta w + \left\{ \frac{u}{d_{ARMAX}} \right\} \Delta d_{ARMAX} + \left\{ \frac{u}{d_{OUT}} \right\} \Delta d_{OUT} \right] - \\
 &\quad - \frac{z^{-1}d_1}{D_E} A_E \left[\left\{ \frac{y}{w} \right\} \Delta w + \left\{ \frac{y}{d_{ARMAX}} \right\} \Delta d_{ARMAX} + \left\{ \frac{y}{d_{OUT}} \right\} \Delta d_{OUT} \right] = \\
 &= \frac{z^{-1}d_1}{D_E} \left(B_E - A_E \frac{B}{A} \right) \left\{ \frac{u}{w} \right\} \Delta w + \frac{z^{-1}d_1}{D_E} \left[B_E \left\{ \frac{u}{d_{ARMAX}} \right\} - A_E \left\{ \frac{y}{d_{ARMAX}} \right\} \right] \Delta d_{ARMAX} + \\
 &\quad + \frac{z^{-1}d_1}{D_E} \left[B_E \left\{ \frac{u}{d_{OUT}} \right\} - A_E \left\{ \frac{y}{d_{OUT}} \right\} \right] \Delta d_{OUT} ,
 \end{aligned} \tag{13}$$

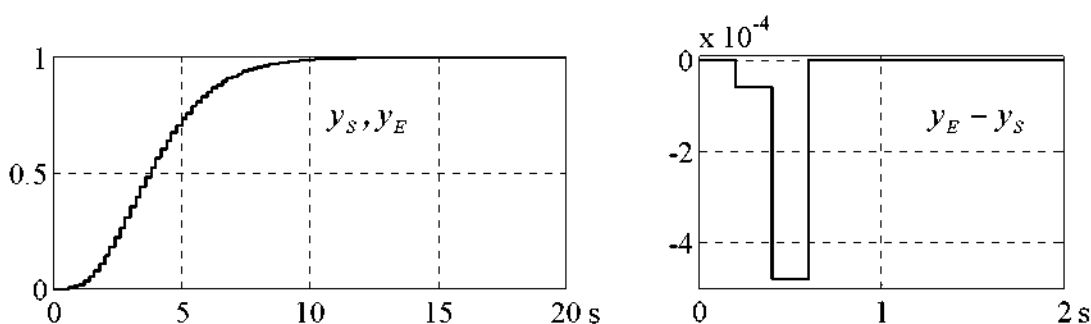
pro estimátor E_{OUT} nalaďený na poruchu d_{OUT} (stačí do předchozího vztahu dosadit $D_E = A_E, z^{-1}d_1 = 1$)

$$\begin{aligned}
 \varepsilon_{OUT} &= \Delta x_1 - \Delta y = \frac{B_E}{A_E} \Delta u - \Delta y = \\
 &= \frac{B_E}{A_E} \left[\left\{ \frac{u}{w} \right\} \Delta w + \left\{ \frac{u}{d_{ARMAX}} \right\} \Delta d_{ARMAX} + \left\{ \frac{u}{d_{OUT}} \right\} \Delta d_{OUT} \right] - \\
 &\quad - \left[\left\{ \frac{y}{w} \right\} \Delta w + \left\{ \frac{y}{d_{ARMAX}} \right\} \Delta d_{ARMAX} + \left\{ \frac{y}{d_{OUT}} \right\} \Delta d_{OUT} \right] = \\
 &= \left(\frac{B_E}{A_E} - \frac{B}{A} \right) \left\{ \frac{u}{w} \right\} \Delta w + \left[\frac{B_E}{A_E} \left\{ \frac{u}{d_{ARMAX}} \right\} - \left\{ \frac{y}{d_{ARMAX}} \right\} \right] \Delta d_{ARMAX} + \\
 &\quad + \left[\frac{B_E}{A_E} \left\{ \frac{u}{d_{OUT}} \right\} - \left\{ \frac{y}{d_{OUT}} \right\} \right] \Delta d_{OUT} ,
 \end{aligned} \tag{14}$$

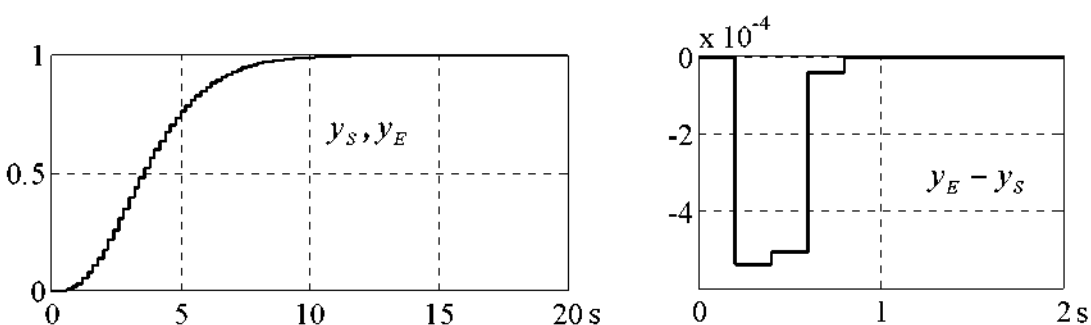
- kde B, A jsou polynomy v čitateli a jmenovateli přenosu regulované soustavy,
 B_E, A_E jsou polynomy odpovídajících přenosů estimátoru,
 C je polynom v čitateli přenosů $\frac{C}{A}$ poruchové veličiny vstupující do regulované soustavy (pro poruchu d_{OUT} platí $C = A$, pro poruchu d_{IN} platí $C = B$),
 D_E je polynom v čitateli přenosu vstupu poruchové veličiny, na kterou je estimátor nalaďen (je-li estimátor nalaďen na poruchu d_{OUT} , pak $D_E = A_E, z^{-1}d_1 = 1$),
 $z^{-1}d_1$ je první člen polynomu D_E ,
 $\{ \}$ symbol značící přenos od poruchové veličiny při regulaci.



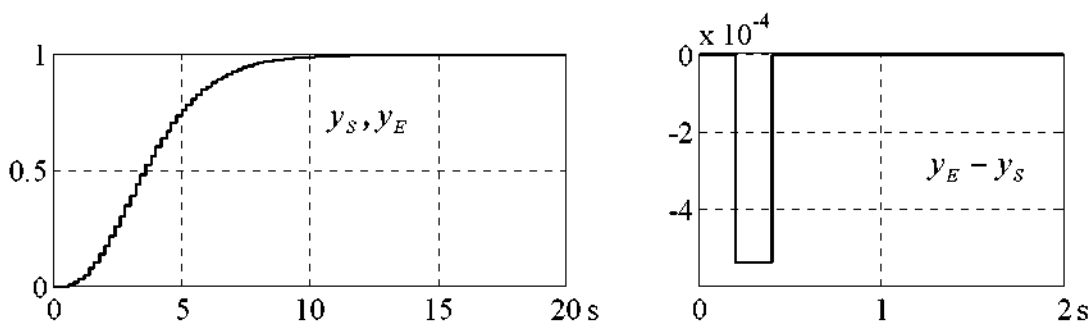
Obr. 8. Odezva y_S regulované soustavy a odezva y_E připojeného estimátoru E_{ARX} na skokovou poruchu d_{IN} do regulované soustavy.



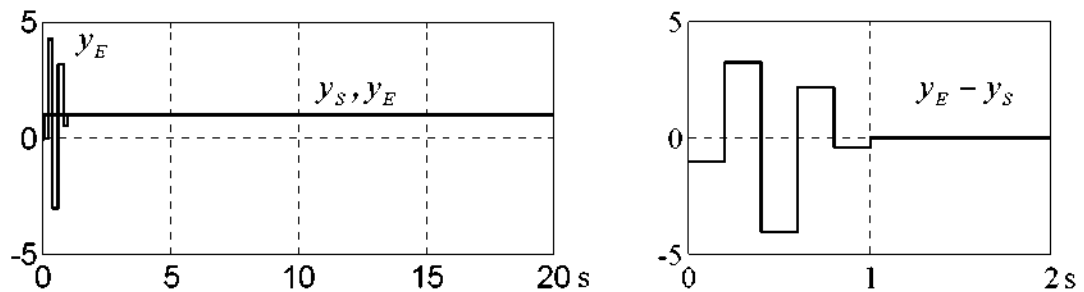
Obr. 9. Odezva y_S regulované soustavy a odezva y_E připojeného estimátoru E_{ARMAX} na skokovou poruchu d_{IN} do regulované soustavy.



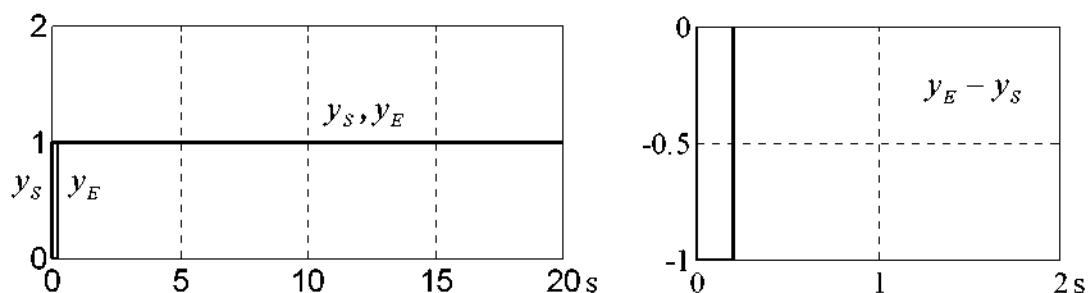
Obr. 10. Odezva y_S regulované soustavy a odezva y_E připojeného estimátoru E_{ARX} na skokovou poruchu d_{ARMAX} do regulované soustavy.



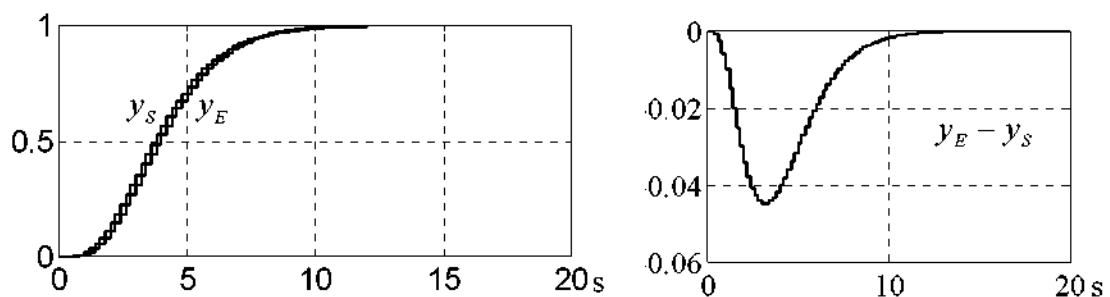
Obr. 11. Odezva y_S regulované soustavy a odezva y_E připojeného estimátoru E_{ARMAX} na skokovou poruchu d_{ARMAX} do regulované soustavy.



Obr. 12. Odezva y_S regulované soustavy a odezva y_E připojeného estimátoru E_{ARX} na skokovou poruchu d_{OUT} do regulované soustavy.



Obr. 13. Odezva y_S regulované soustavy a odezva y_E připojeného estimátoru E_{OUT} na skokovou poruchu d_{OUT} do regulované soustavy.



Obr. 14. Odezva y_S regulované soustavy a odezva y_E připojeného estimátoru E_{OUT} na skokovou poruchu d_{IN} do regulované soustavy.

Časové průběhy chyby estimátorů E_{ARMAX} , E_{OUT} , E_{ARX} s přesným přenosem $\frac{B_E}{A_E} = \frac{B}{A}$ při vstupu různých skokových poruchových veličin do regulované soustavy jsou uvedeny na obr. 8. až 14. bez regulace a na obr. 15. až 28. s regulací.

Vztahy (8) až (14) poskytují také informaci o stabilitě estimátoru. Není-li zapojena do provozu regulace (8) až (11) a regulovaná soustava sama je stabilní (její charakteristický polynom A má stabilní kořeny), pak jsou i estimátory stabilní, kromě ovšem v těch případech, kdy je polynom D_E v korekční zpětné vazbě estimátoru nestabilní. To způsobuje vždy nestabilitu estimátoru. Je-li regulovaná soustava sama nestabilní, jsou estimátory vždy též nestabilní. Způsobuje to nestabilní polynom A . U estimátoru E_{ARX} (8) je nestabilní polynom A částečně kompenzován polynomem A_E , takže rozbíhání chyby ε_{ARX} je pomalé.

Pro průběh chyby estimátoru ε_{ARX} bez vstupu zjevné poruchové veličiny platí bez zapojené regulace vztah

$$\varepsilon_{ARX} = A_E \Delta y. \quad (15)$$

Při nestabilní regulované soustavě se regulovaná veličina y_S samovolně mění a nabývá postupně neomezených hodnot. Chyba ε_{ARX} je váženým součtem časově posunutých hodnot přírůstků regulované veličiny Δy . Hodnota tohoto součtu roste rovněž neomezeně. Podobně je tomu u estimátoru E_{ARMAX} (ε_D v (10)). U estimátoru E_{OUT} (11) je chyba dána rozdílem dvou nestabilních výstupů.

Je-li regulace zapojena (12) až (14) a je stabilní, pak je vždy stabilní i estimátor E_{ARX} s chybou ε_{ARX} při stupu do soustavy jakékoliv poruchy. Estimátor E_D s chybou ε_D laděný na poruchu pomocí korekční zpětné vazby s polynomem D_E je při tom stabilní jen tehdy, když je tento polynom stabilní. Estimátor E_{OUT} s chybou ε_{OUT} je stabilní jen tehdy, když je stabilní polynom A_E tj. je stabilní sama regulovaná soustava. Není-li tomu tak, pak není regulace s estimátorem E_{OUT} stabilní (viz obr. 26). Nastává přitom stav, kdy akční veličina u a chyba estimátoru $y_E - y_S$ jsou kvazi-stabilní (vůči ostatním veličinám se mění velmi málo) a regulovaná veličina y_S a výstup estimátoru y_E jsou nestabilní. Přitom regulace stejného regulátoru na stejné nestabilní regulované soustavě s měřenými stavovými veličinami je stabilní. Přehled chování veličin regulačního obvodu s estimátorem v závislosti na stabilitě regulované soustavy se stabilní korekční vazbou estimátoru E_{ARMAX} je uveden v tabulce č. 1.

sledovaná veličina	regulovaná soustava	sledované veličiny při regulaci s estimátorem		
		E_{ARX}	E_{ARMAX}	E_{OUT}
y_S	nestabilní	stabilní	stabilní	nestabilní
u_S	nestabilní	stabilní	stabilní	kvazi-stabilní
y_E	nestabilní	stabilní	stabilní	nestabilní
$y_E - y_S$	nestabilní	stabilní	stabilní	kvazi-stabilní
y_S	stabilní	stabilní	stabilní	stabilní
u_S	stabilní	stabilní	stabilní	stabilní
y_E	stabilní	stabilní	stabilní	stabilní
$y_E - y_S$	stabilní	stabilní	stabilní	stabilní

Tab.1. Chování veličin regulačního obvodu s estimátorem

V případě, že do regulované soustavy s estimátorem E_{ARX} vstoupí tatáž porucha Δd jednou při zapojené regulaci a podruhé bez regulace (obr.12. a 18. nebo 8. a 15.), platí z rovnice (12) pro časový průběh chyby estimátoru E_{ARX}

$$\begin{aligned} \varepsilon_{ARX} &= \Delta x_1 - \Delta y = B_E \Delta u - A_E \Delta y = B_E \Delta u - A_E \left(F \Delta d + \frac{B}{A} \Delta u \right) = \\ &= A_E \left(\frac{B_E}{A_E} - \frac{B}{A} \right) \Delta u - A_E F \Delta d, \end{aligned} \quad (16)$$

kde je F – přenos od poruchy Δd na přírůstek regulované veličiny Δy ($F = \frac{B}{A}$ u poruchy Δd_{IN} , $F=1$ u poruchy Δd_{OUT}).

Jestliže vlastnosti regulované soustavy odpovídají přesně nominálnímu bodu $\left(\frac{B_E}{A_E} = \frac{B}{A}\right)$, pak je

$$\varepsilon_{ARX} = -A_E F \Delta d, \quad (17)$$

protože člen $\left(\frac{B_E}{A_E} - \frac{B}{A}\right) \Delta u$ je nulový v obou případech – bez regulace i s regulací. Pro vstupní poruchu například d_{IN} je tedy v obou případech

$$\varepsilon_{ARX} = -A_E \frac{B}{A} \Delta d_{IN} = -B \Delta d_{IN} \quad (18)$$

a pro vstupní poruchu d_{OUT}

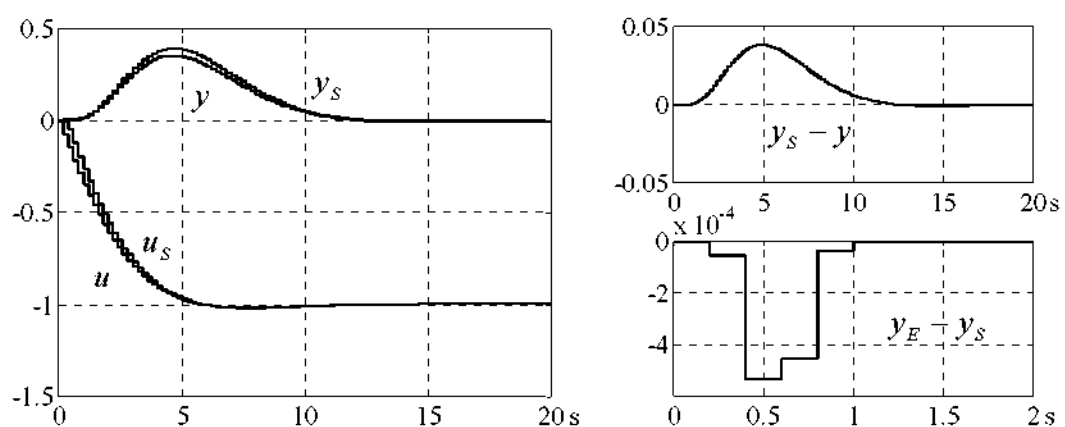
$$\varepsilon_{ARX} = -A_E d_{OUT}. \quad (19)$$

Vztahy platí jen pro stabilní regulovanou soustavu. Shoda odezev chyby estimátoru při stejné vstupní poruše s regulací a bez regulace nastává u všech estimátorů se stabilní regulací. Je to zapříčiněno tím, že akční veličina u vstupující do regulované soustavy a současně do estimátoru mají stejné odezvy veličin y_E a y_S a proto neovlivní chybu estimátoru $y_E - y_S$ (viz. obr.13. a 19., obr.21. a rovnice (8) a (12)). Chyba libovolného estimátoru je vyvolána vždy jen poruchou d .

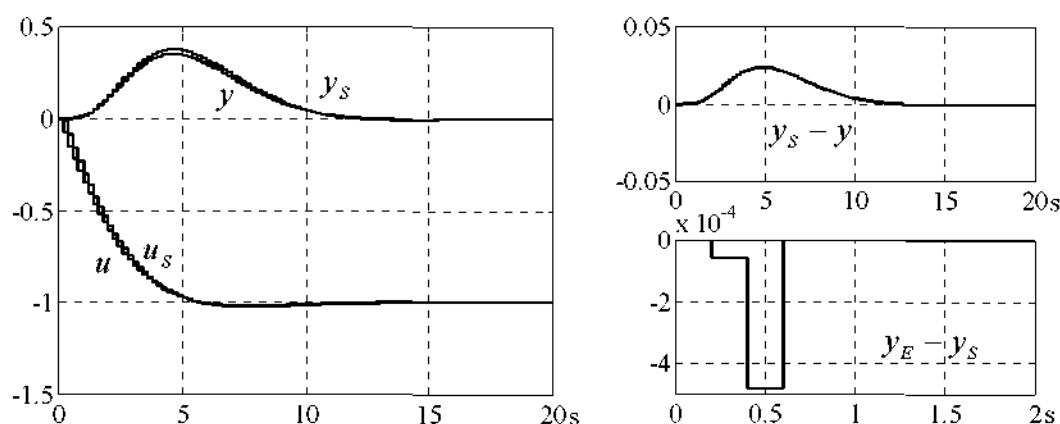
3.1. Regulační procesy

V případě stabilní regulace platí pro chybu estimátoru ε_{ARX} při změně žádané hodnoty regulované veličiny w

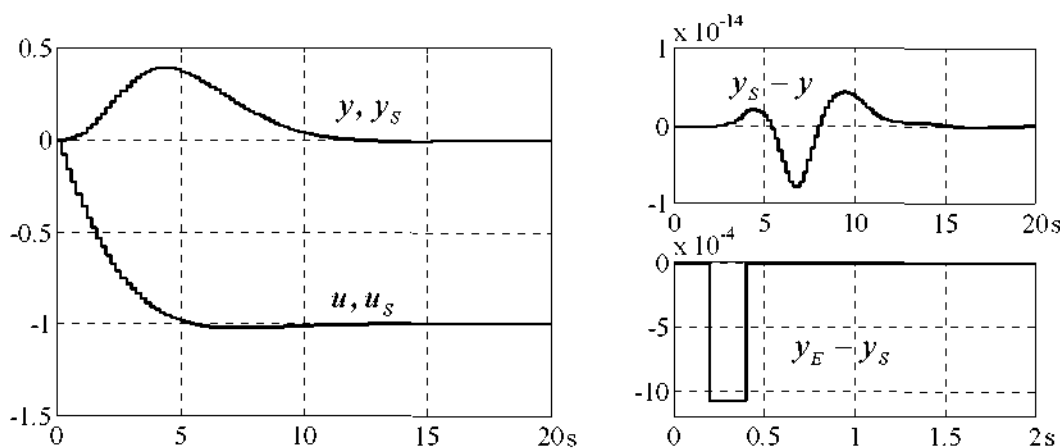
$$\varepsilon_{ARX} = B_E \left\{ \frac{u}{w} \right\} \Delta w - A_E \left\{ \frac{y}{w} \right\} \Delta w = \left(B_E \left\{ \frac{u}{w} \right\} - A_E \frac{B}{A} \left\{ \frac{u}{w} \right\} \right) \Delta w. \quad (20)$$



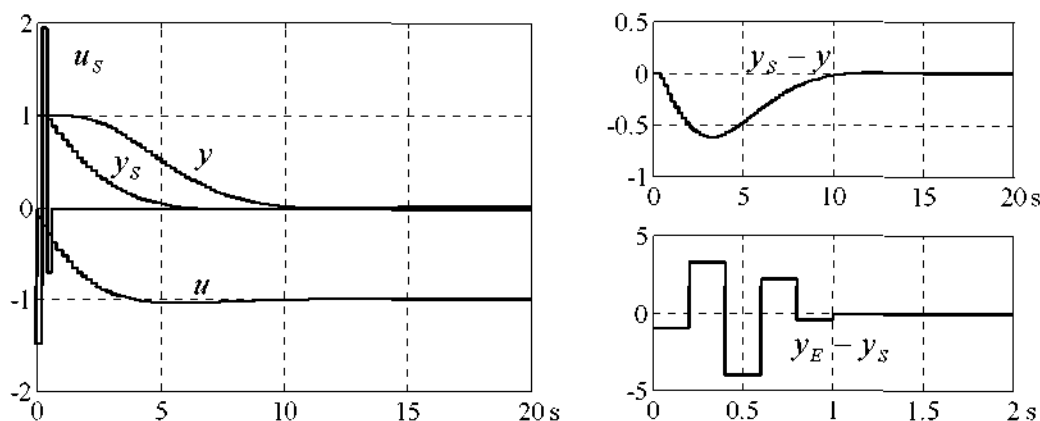
Obr.15. Regulační procesy y, u na regulované soustavě s měřenými stavovými veličinami a procesy y_S, u_S na regulované soustavě s připojeným estimátorem E_{ARX} při vstupu jednotkové skokové poruchy d_{IN} do obou regulovaných soustav.



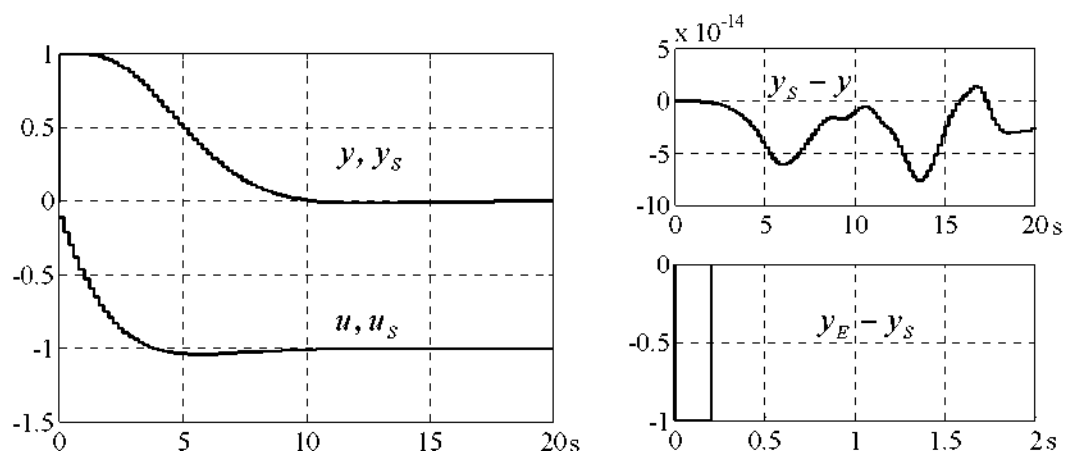
Obr.16. Regulační procesy y, u na regulované soustavě s měřeními stavovými veličinami a procesy y_s, u_s na regulované soustavě s připojeným estimátorem E_{ARMAX} při vstupu jednotkové skokové poruchy d_{IN} do obou regulovaných soustav.



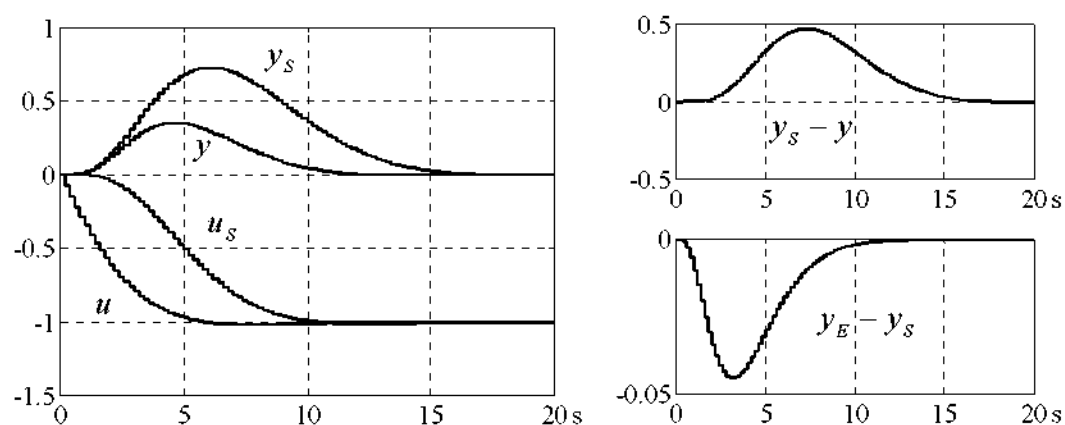
Obr.17. Regulační procesy y, u na regulované soustavě s měřeními stavovými veličinami a procesy y_s, u_s na regulované soustavě s připojeným estimátorem E_{ARX} při vstupu jednotkové skokové poruchy d_{ARX} do obou regulovaných soustav.



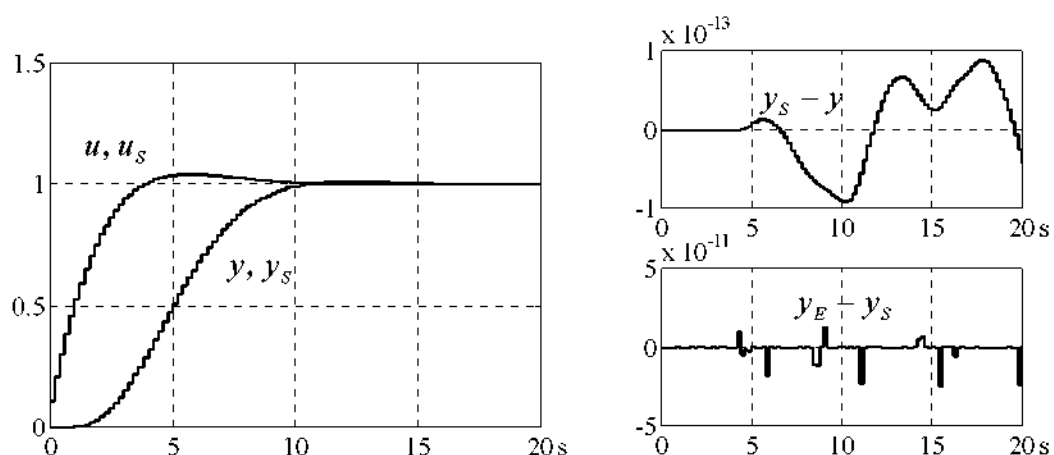
Obr.18. Regulační procesy y, u na regulované soustavě s měřeními stavovými veličinami a procesy y_s, u_s na regulované soustavě s připojeným estimátorem E_{ARX} při vstupu jednotkové skokové poruchy d_{OUT} do obou regulovaných soustav.



Obr.19. Regulační procesy y, u na regulované soustavě s měřeními stavovými veličinami a procesy y_s, u_s na regulované soustavě s připojeným estimátorem E_{OUT} při vstupu jednotkové skokové poruchy d_{OUT} do obou regulovaných soustav.



Obr.20. Regulační procesy y, u na regulované soustavě s měřeními stavovými veličinami a procesy y_s, u_s na regulované soustavě s připojeným estimátorem E_{OUT} při vstupu jednotkové skokové poruchy d_{IN} do obou regulovaných soustav.



Obr.21. Regulační procesy y, u na regulované soustavě s měřeními stavovými veličinami a procesy y_s, u_s na regulované soustavě s připojeným estimátorem E_{ARX} při vstupu jednotkové skokové poruchy w do obou regulovaných soustav.

Je zřejmé, že přenos $\left\{ \frac{u}{w} \right\}$ se nutně krátí proti polynomu A ve jmenovateli přenosu soustavy $\frac{B}{A}$, protože výsledný přenos musí mít stejný charakteristický polynom jako přenos $\left\{ \frac{y}{w} \right\}$. Platí to i v případě nestabilního polynomu A .

Například pro jednoduchý případ regulované soustavy S a regulátoru R

$$S: y = \frac{z^{-1}b_1}{1 - z^{-1}a_1} u = \frac{B}{A} u, \quad R: u = \left(\frac{r_0}{1 - z^{-1}} + r_1 \right) y - \frac{r_0}{1 - z^{-1}} w \quad (21)$$

je regulační pochod při změně žádané hodnoty w regulované veličiny

$$y = \frac{-z^{-1}b_1 r_0}{1 - z^{-1}(1 + a_1 + b_1 r_1 + b_1 r_0) + z^{-2}(a_1 + b_1 r_1)} w = \left\{ \frac{y}{w} \right\} w, \quad y(\infty) = w, \quad (22)$$

$$u = \left(\frac{r_0}{1 - z^{-1}} + r_1 \right) y - r_0 \frac{1}{1 - z^{-1}} w = \left\{ \frac{u}{w} \right\} w \quad (23)$$

a v přírůstcích

$$(1 - z^{-1})u = r_0(y - w) + r_1(1 - z^{-1})y, \quad \Delta u(\infty) = 0. \quad (24)$$

Po dosazení za y z první (22) do druhé (23) rovnice procesu dostáváme

$$\begin{aligned} u &= \frac{-(r_0 + (1 - z^{-1})r_1)z^{-1}b_1 r_0}{(1 - z^{-1})(1 - z^{-1}(1 + a_1 + b_1 r_1 + b_1 r_0) + z^{-2}(a_1 + b_1 r_1))} w - r_0 \frac{1}{1 - z^{-1}} w = \\ &= \frac{-r_0(1 - z^{-1})(1 - z^{-1}a_1)}{(1 - z^{-1})(1 - z^{-1}(1 + a_1 + b_1 r_1 + b_1 r_0) + z^{-2}(a_1 + b_1 r_1))} w = \left\{ \frac{u}{w} \right\} w, \quad u(\infty) = \frac{1 - a_1}{b_1} w. \end{aligned} \quad (25)$$

Po dosazení do vztahu

$$y = \frac{B}{A} \left\{ \frac{u}{w} \right\} w = \left\{ \frac{y}{w} \right\} w \quad (26)$$

se získá přenos $\left\{ \frac{y}{w} \right\}$ v rovnici (22). Vztahy platí pro případ stabilní regulace, samotná regulovaná soustava může být však nestabilní.

Tyto skutečnosti je třeba respektovat při návrhu algoritmu přepínání estimátorů. Regulace zapojovaná do provozu musí být stabilní, estimátor E_{ARX} se zapojuje do regulačního provozu co nejdříve i když jiný typ estimátoru ještě svou chybou vyhovuje. Jakmile je estimátor E_{ARX} do regulačního provozu zapojen, mohou se ostatní typy estimátorů přepojit rovněž na typ E_{ARX} . Na původní typ se přepojí v okamžiku příchodu poruchy.

4. Ověřování

Ověřování funkce estimátoru bylo prováděno pomocí počítačové simulace a pomocí programu MATLAB - Simulink. Hodnoty parametrů pro modelování regulované soustavy, estimátoru a regulátoru byly připraveny a optimalizovány. Regulovaná soustava byla řádu $n = 2$ až 4 s násobnou časovou konstantou $T = 1s$ a zesílením jednotkovým, vzorkovací interval se měnil v rozsahu 0.1 až $1s$. Stavový regulátor byl laděn podle kvadratického kritéria (1) pro schéma řízení na obr.4 s přímo měřenými stavovými veličinami na modelu regulované soustavy. Stejný regulátor byl pak použit pro schéma řízení s estimátorem na obr.5. Pokud přenosová funkce v Z-transformaci B/A regulované soustavy obsahovala nestabilní polynom B v čitateli, byl použit estimátor E_{ARMAX} s aproximativním stabilním polynomem v čitateli přenosu laděné poruchy d_{ARMAX} .

Jako demonstrační případy jsou srovnávány regulační procesy y , u a y_S , u_S získané se schématem řízení na obr.4 s měřenými stavovými veličinami a se schématem řízení s estimátorem na obr.5.

Regulační procesy vyvolané skokovými vstupními poruchovými veličinami d_{IN} , d_{ARMAX} , d_{ARX} , d_{OUT} a změnou žádané hodnoty w regulované veličiny jsou uvedeny na obr.15 až 21. Regulační procesy s přepínáním estimátorů jsou na obr.22. a 23. Přenosová spojitá funkce modelu regulované soustavy je $\frac{1}{(s+1)^4}$, odpovídající diskrétní přenos regulované soustavy se vzorkovacím intervalem $0.2s$ je

$$\frac{(5.684z^3 + 53.33z^2 + 45.44z + 3.517) \cdot 10^{-5}}{z^4 - 3.275z^3 + 4.022z^2 - 2.195z + 0.4493} \quad (27)$$

Regulátor je seřízen podle kritéria (1) s váhovými koeficienty $Q_x = \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ (kde nenulové koeficienty jsou použity pro stavové veličiny x_0 a x_1) a $Q_u = 80$ (viz (6) a obr.1). Zákon řízení regulátoru je

$$u = -0.107631x_0 - 73.013272x_1 - 71.306762x_2 - 68.885377x_3 - 66.304186x_4. \quad (28)$$

Seřízení pro vstupní poruchu d_{IN} je aproximováno seřízením pro d_{ARMAX} s přenosem $K \frac{B_a}{A} z^{-4} = \frac{B_{ARMAX}}{A}$ s jednotkovým zesílením a s polynomem

$$B_a = z(z - z_1)(z - z_2), \quad (29)$$

kde $z_1 = -0.852$, $z_2 = -0.086$ jsou stabilní kořeny polynomu B v čitateli přenosu regulované soustavy $\frac{B}{A}$. Koeficient K upravuje zesílení přenosu na jednotku.

Přenosová spojitá funkce modelu nestabilní regulované soustavy je dána ve tvaru

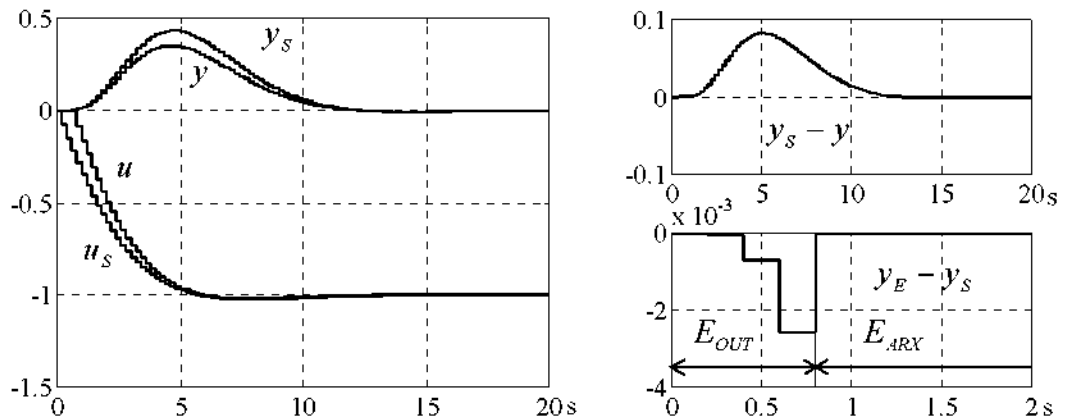
$\frac{1}{(s+1)^3(-s+1)}$, odpovídající diskrétní přenos regulované soustavy se vzorkovacím intervalem 0.2s je

$$-\frac{(6.167z^3 + 62.85z^2 + 58.01z + 4.851) \cdot 10^{-5}}{z^4 - 3.678z^3 + 5.011z^2 - 3.005z + 0.6703} \quad (30)$$

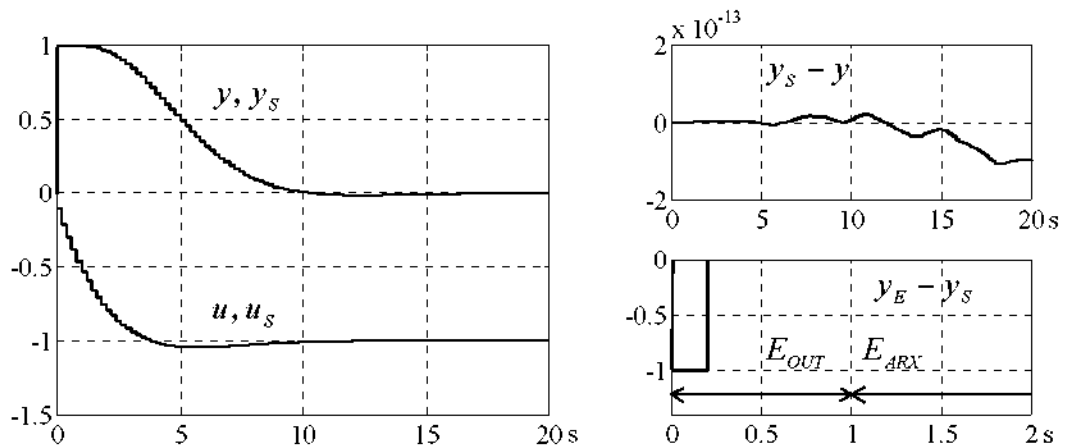
Regulátor je seřízen podle kriteria (1) s výše uvedenými váhovými koeficienty, zákon řízení je

$$u = 0.088125x_0 + 500.9832x_1 + 399.98237x_2 + 317.44066x_3 + 250.1033x_4. \quad (31)$$

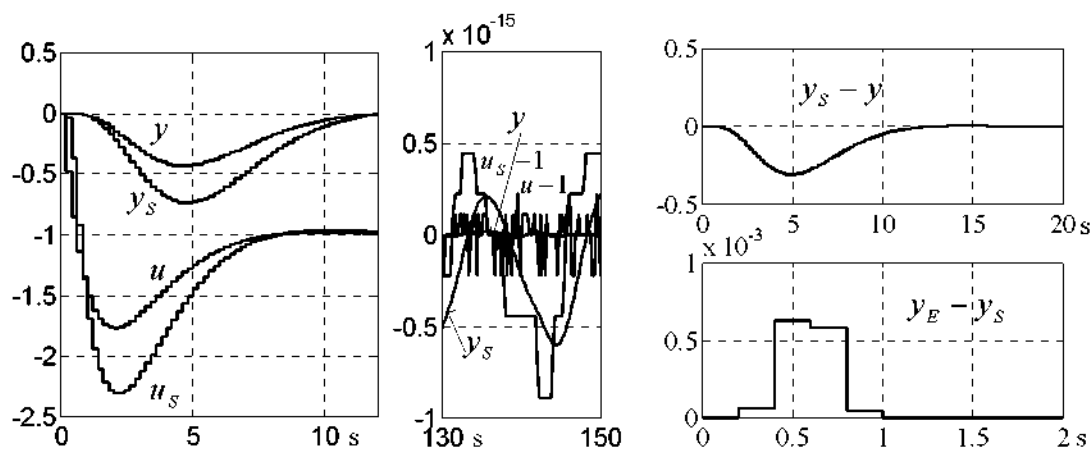
Regulační procesy jsou na obr.24. až 28.



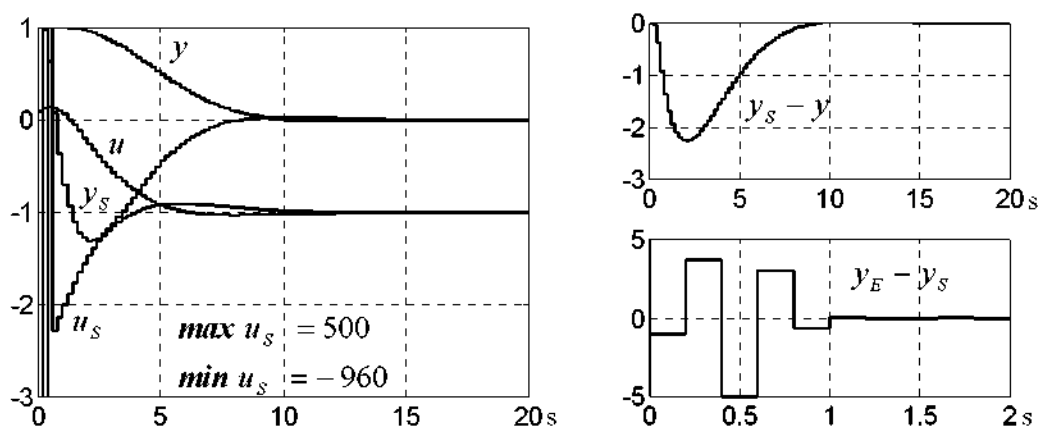
Obr.22. Regulační procesy y, u na regulované soustavě s měřenými stavovými veličinami a procesy y_S, u_S na regulované soustavě s přepojovanými estimátory E_{OUT} a E_{ARX} při vstupu jednotkové skokové poruchy d_{IN} do obou regulovaných soustav.



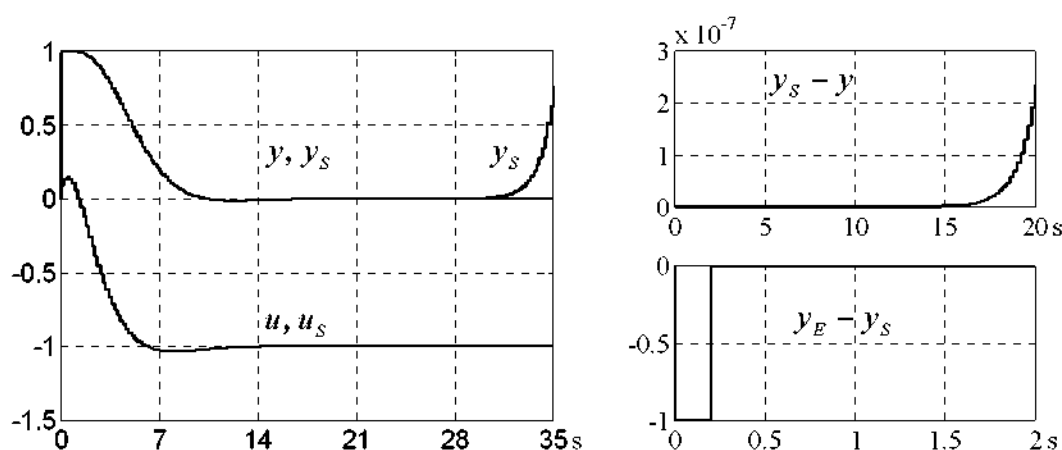
Obr.23. Regulační procesy y, u na regulované soustavě s měřenými stavovými veličinami a procesy y_S, u_S na regulované soustavě s přepojovanými estimátory E_{OUT} a E_{ARX} při vstupu jednotkové skokové poruchy d_{OUT} do obou regulovaných soustav.



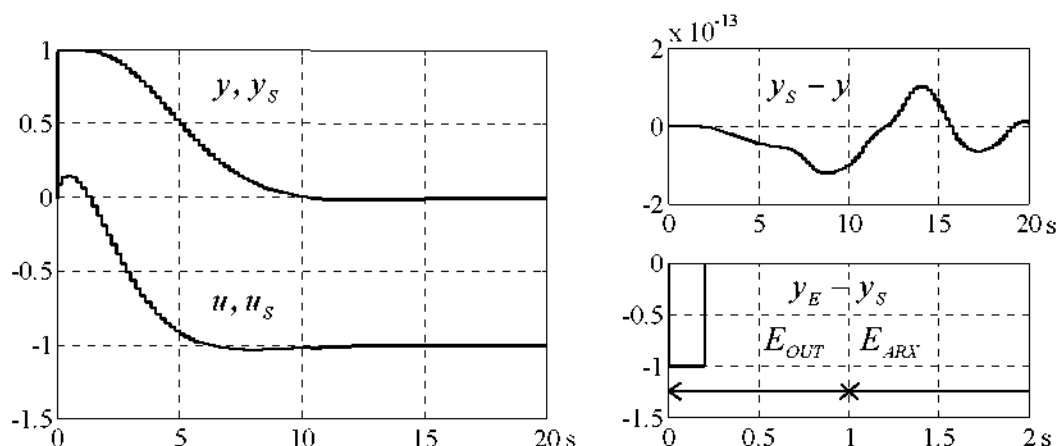
Obr.24. Regulační procesy y, u na nestabilní regulované soustavě s měřeními stavovými veličinami a procesy y_s, u_s na nestabilní regulované soustavě s připojeným estimátorem E_{ARX} při vstupu jednotkové skokové poruchy d_{IN} do obou regulovaných soustav.



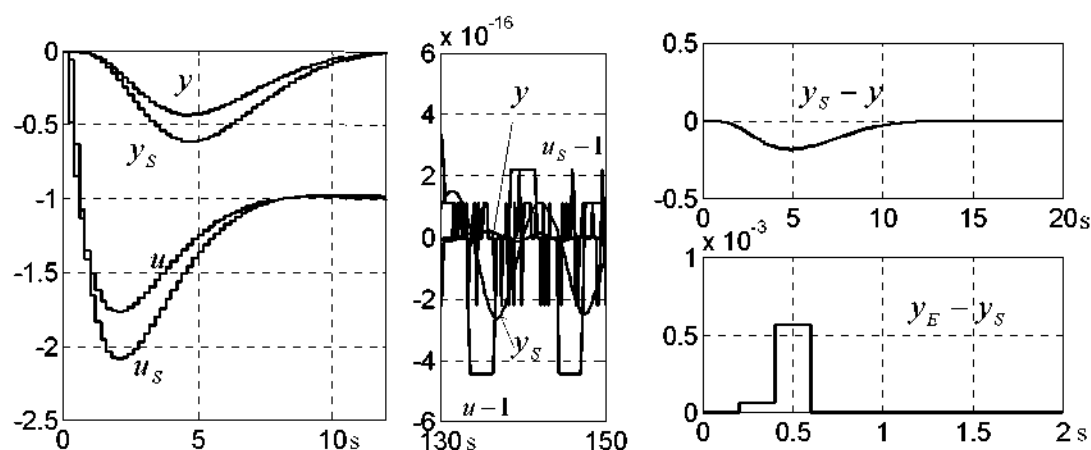
Obr.25. Regulační procesy y, u na nestabilní regulované soustavě s měřeními stavovými veličinami a procesy y_s, u_s na nestabilní regulované soustavě s připojeným estimátorem E_{ARX} při vstupu jednotkové skokové poruchy d_{OUT} do obou regulovaných soustav.



Obr.26. Regulační procesy y, u na nestabilní regulované soustavě s měřeními stavovými veličinami a procesy y_s, u_s na nestabilní regulované soustavě s připojeným estimátorem E_{OUT} při vstupu jednotkové skokové poruchy d_{OUT} do obou regulovaných soustav.



Obr.27. Regulační procesy y, u na nestabilní regulované soustavě s měřenými stavovými veličinami a procesy y_s, u_s na nestabilní regulované soustavě s přepojovanými estimátory E_{OUT} a E_{ARX} při vstupu jednotkové skokové poruchy d_{OUT} do obou regulovaných soustav.



Obr.28. Regulační procesy y, u na nestabilní regulované soustavě s měřenými stavovými veličinami a procesy y_s, u_s na nestabilní regulované soustavě s připojeným estimátorem E_{ARMAX} při vstupu jednotkové skokové poruchy d_{IN} do obou regulovaných soustav.

5. Závěr

Struktura časově diskrétního přírůstkového estimátoru na obr.5 je odvozena ze schématu řídicího systému na obr.3. a 4. Výhodou tohoto estimátoru je, že je schopen rychle a přesně reagovat na vstup poruchových veličin do regulované soustavy a na změny vlastností regulované soustavy během provozu a že v ustáleném stavu jsou všechny jeho výstupy nulové. To jej činí velmi vhodným pro použití v regulaci s proměnnou strukturou. Ověřovaný estimátor byl lineární, ale samotný regulátor může být při tom libovolného typu – lineární i nelineární, spojitý i nespojitý, s dopravním zpožděním [5], s logickým rozhodováním, a fuzzy [6], atd. Ani regulovaná soustava nemusí být lineární. Lineární estimátor je pak lineární aproximací regulované soustavy v jednotlivých nominálních provozních režimech. Estimátor může však být v nominálních režimech i jiného typu nebo jejich kombinací a tím být v principu vhodný i pro velmi obecné hybridní systémy [7].

Literatura:

- [1] Hanuš, B., Tůma, L.: Hybrid Control Scheme With Discrete Estimator for Efficient Disturbance Rejection. In: 16th IFAC World Congress. 3.8.-9.8.2005, Praha.
- [2] Hanuš, B., Tůma, L.: Investigation of the control with variable structure. In: proceedings of 6th International Scientific – Technical Conference Process Control, Pardubice 2004, ISBN 80-227-1542-5.
- [3] Hanuš, B., Tůma, L.: Incremental estimator. In: 6th International conference Control of Power systems '04, Bratislava 2004, ISBN 80-227-2059-3.
- [4] Herajtn, P., Janeček, J.: Some possibilities of robust improvement design. In: International Carpatian Control Conference ICC, Tatranská Lomnica 2003, ISBN 80-7099-509-2.
- [5] Hanuš, B., Janeček, B., Tůma, L.: Continuous controller with flexible feedback and with variable structure. In: 6th International workshop on Electronics, Control, Measurement and Signals, Liberec 2003, ISBN 80-7083-708-X.
- [6] Hanuš, B., Modrlák, O., Tůma, L.: Fuzzy controller with variable structure. In: proceedings of East West Fuzzy Colloquium, Zittau/Görlitz 2002, ISSN 3-9808089-2-0.
- [7] Hlava, J., Šulc, B.: Hybridní systémy: nové možnosti pro další rozvoj teorie i praxe automatického řízení, *Automatizace*, ročník 45 (2002), č. 3, str. 193-195.
- [8] Hanuš, B., Janeček, B., Tůma, L.: Discrete state estimator and controller with variable structure. In: 13th International conference on Process Control, Bratislava 2001, ISBN 80-227-1542-5.
- [9] Hanuš, B., Olehla, M., Modrlák, O.: Číslicová regulace technologických procesů. Brno, VUTUM 2000.
- [10] Hanuš, B., Janeček, B., Janeček, J.: Discrete time estimator for a digital controller. In: 45. Internationales wissenschaftliches Kolloquium, Ilmenau 2000, ISSN 0943-7207.

Estimátor v systému regulace s proměnnou strukturou

Vícerozměrová regulace

Prof. Ing. Bořivoj Hanuš, DrSc., Ing. Libor Tůma, CSc.
Katedra řídicí techniky
Fakulta mechatroniky a mezioborových inženýrských studií
Technická univerzita v Liberci, Hájkova 6, 461 17 Liberec

1. Úvod

Regulované soustavy se vyskytují ve dvou zásadně rozdílných strukturách, blokové a globální. V prvním případě blokové struktury tvoří soustavu několik bloků, přičemž stavové veličiny se navzájem ovlivňují jen uvnitř každého bloku a mezi bloky se neovlivňují, viz obr.1. V globální struktuře tvoří soustavu jediný blok, uvnitř kterého se stavové veličiny navzájem ovlivňují, viz obr.2. Ve stavovém popisu

$$\mathbf{x} = z^{-1} \mathbf{A} \mathbf{x} + z^{-1} \mathbf{B} \mathbf{u} \quad (1)$$

se v globální struktuře stavové veličiny $\mathbf{x}$ navzájem ovlivňují prostřednictvím matice koeficientů $\mathbf{A}$. V blokové struktuře se matice $\mathbf{A}$ rozpadá na jednotlivé bloky. Výsledný řád soustavy je dán součtem řádů jednotlivých bloků soustavy. Každý blok lze samostatně dynamicky popsat. Například pro dvojrozměrovou soustavu blokové struktury je

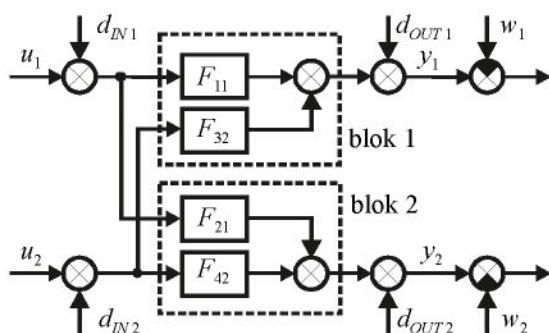
$$\begin{bmatrix} \mathbf{x}_1 \\ \mathbf{x}_2 \end{bmatrix} = z^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{11} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{A}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1 \\ \mathbf{x}_2 \end{bmatrix} + z^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{B}_{11} & \mathbf{B}_{12} \\ \mathbf{B}_{21} & \mathbf{B}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{u}_1 \\ \mathbf{u}_2 \end{bmatrix}, \quad (2)$$

což můžeme formálně přepsat na tvar:

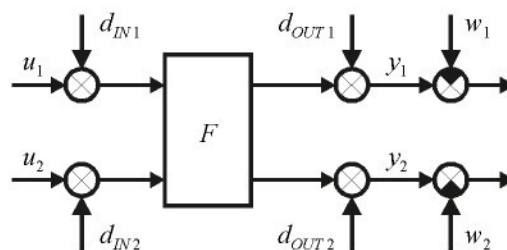
$$\mathbf{x}_1 = z^{-1} \mathbf{A}_{11} \mathbf{x}_1 + z^{-1} \mathbf{B}_{11} \mathbf{u}_1 + z^{-1} \mathbf{B}_{12} \mathbf{u}_2, \quad \mathbf{x}_2 = z^{-1} \mathbf{A}_{22} \mathbf{x}_2 + z^{-1} \mathbf{B}_{21} \mathbf{u}_1 + z^{-1} \mathbf{B}_{22} \mathbf{u}_2, \quad (3)$$

kde je

- $\mathbf{x}_1$ - vektor stavových veličin prvního bloku,
- $\mathbf{x}_2$ - vektor stavových veličin druhého bloku
- $\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2$ - akční veličiny, které působí na stavové veličiny obou bloků.



Obr.1. Bloková struktura.



Obr.2. Globální struktura.

V blokové struktuře je každá regulovaná veličina funkcí stavových veličin jen ze svého bloku

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} {}_1\mathbf{C} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & {}_2\mathbf{C} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1 \\ \mathbf{x}_2 \end{bmatrix}, \quad {}_1\mathbf{C} = [{}_1c_1 \text{ až } {}_1c_{n_1}], \quad {}_2\mathbf{C} = [{}_2c_1 \text{ až } {}_2c_{n_2}], \quad (4)$$

kde je n_i řád i -tého bloku.

Každý blok tvoří jednorozměrovou soustavu se samostatnými výstupy, akční veličiny jsou společné všem blokům. Pokud by i akční veličiny působily vždy jen na jeden a různý blok, pak by bylo např.

$$\mathbf{B}_{12} = \mathbf{0}, \mathbf{B}_{21} = \mathbf{0} \quad (5)$$

a bloky by pak tvořily dva nezávislé jednorozměrové obvody vždy s jedním blokem soustavy a jedním samostatným regulátorem jedné regulované veličiny.

2. Estimátor

Lineární vícerozměrovou regulovanou soustavu n -tého řádu (obr.1) lze obecně popsat stavovými veličinami v časově diskrétním prostoru maticovým vztahem

$$\mathbf{x} = \mathbf{z}^{-1} \mathbf{A} \mathbf{x} + \mathbf{z}^{-1} \mathbf{B} \mathbf{u} + \mathbf{z}^{-1} \mathbf{B}_S \mathbf{d}_S, \quad \begin{bmatrix} \mathbf{y} \\ \mathbf{y}_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{C} \\ \mathbf{C}_p \end{bmatrix} \mathbf{x}, \quad (6)$$

kde je

- $\mathbf{x}$ - vektor $(n,1)$ stavových veličin regulované soustavy,
- $\mathbf{u}$ - vektor $(q,1)$ akčních veličin,
- $\mathbf{d}_S$ - vektor $(s,1)$ očekávaných poruchových veličin,
- $\mathbf{y}$ - vektor $(r,1)$ regulovaných veličin (nejvýše tolik, kolik je akčních veličin $\mathbf{u}$),
- $\mathbf{y}_p$ - vektor $(p,1)$ pomocných regulovaných veličin (libovolný počet $p \leq n - r$, jejich hodnota se v ustálených stavech nepředepisuje),
- $\mathbf{A}$ - matice (n,n) koeficientů regulované soustavy,
- $\mathbf{B}$ - matice (n,q) buzení,
- $\mathbf{B}_S$ - matice (n,s) poruchového buzení,
- $\mathbf{C}$ - matice (r,n) výstupu regulovaných veličin,
- $\mathbf{C}_p$ - matice (p,n) výstupu pomocných regulovaných veličin.

Regulací se dosahuje nezávislých předepsaných hodnot w regulovaných veličin y . Regulované a pomocné regulované veličiny bývají na regulované soustavě vesměs měřitelné, zbývající veličiny stavové ${}_2x$ měřitelné obvykle nebývají.

Optimální regulace se dosahuje zpravidla minimalizací kritériální funkce

$$J_{\text{opt}} = \mathbf{x}^T \mathbf{Q}_x \mathbf{x} + \mathbf{u}^T \mathbf{Q}_u \mathbf{u} \rightarrow \min., \quad (7)$$

kde $\mathbf{x}$ a $\mathbf{u}$ jsou hodnoty stavových veličin a akčních veličin v průběhu regulačního pochodu. Pro výpočet je možné využít např. programového prostředku MATLAB – Simulink. Za tím účelem je však třeba popis (6) (získaný matematicko-fyzikální analýzou nebo identifikací na reálné soustavě) převést lineární transformací (8) na tvar, kde měřené veličiny y a y_p se stanou veličinami stavovými ${}_1x$ a neměřené stavové veličiny ${}_2x$ zůstávají zachovány

$$\begin{bmatrix} {}_1x \\ {}_2x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y \\ y_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{C} \\ \mathbf{C}_p \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \mathbf{x} = \mathbf{T} \mathbf{x}, \quad (8)$$

kde je

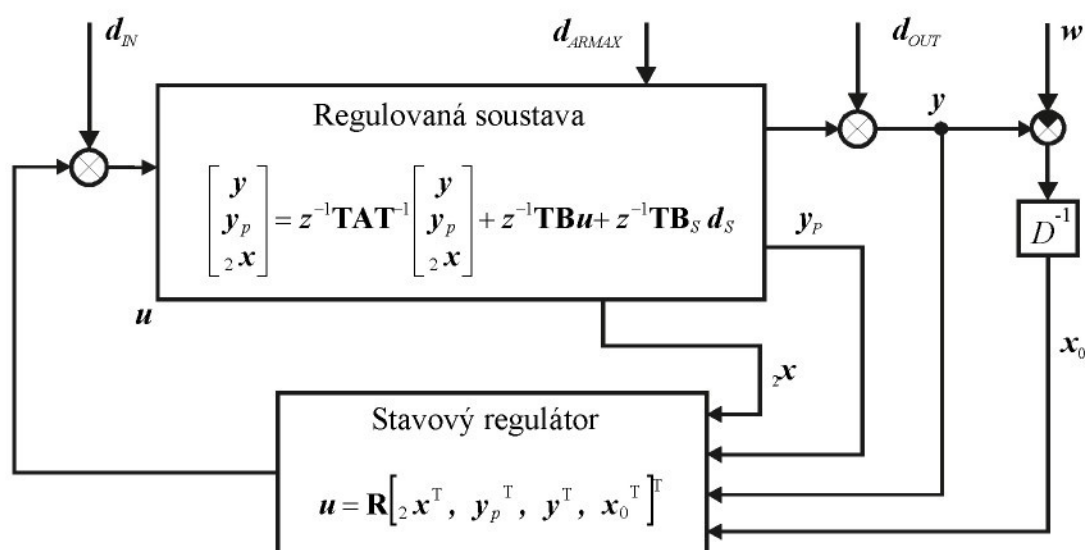
- ${}_1x$ - vektor stavových veličin měřitelných na regulované soustavě,
- ${}_2x$ - vektor stavových veličin neměřitelných.

Po provedení transformace popisu (6) získáme stavový model regulované soustavy (9)(obr.3), kde všechny měřitelné veličiny y , y_p a neměřitelné veličiny ${}_2x$ jsou stavové

$$\begin{bmatrix} {}_1x \\ {}_2x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y \\ y_p \end{bmatrix} = \mathbf{z}^{-1} \mathbf{T} \mathbf{A} \mathbf{T}^{-1} \begin{bmatrix} y \\ y_p \\ {}_2x \end{bmatrix} + \mathbf{z}^{-1} \mathbf{T} \mathbf{B} \mathbf{u} + \mathbf{z}^{-1} \mathbf{T} \mathbf{B}_s \mathbf{d}. \quad (9)$$

Model (9) na obr.3 slouží jednak pro výpočet optimálního seřízení regulátoru a jednak pro návrh struktury estimátoru, kterým se stavové veličiny na soustavě neměřitelné pro regulátor odhadují. Eventuelní měřitelné stavové veličiny jsou formálně zařazeny ve (9) mezi pomocné regulované veličiny. Měřitelné veličiny y_p upřesňují a urychlují odhad neměřitelných stavových veličin ${}_2x$. Je ovšem vždy potřeba zjistit na reálné soustavě (6) vztah mezi měřenou veličinou y_p a stavovými veličinami $\mathbf{x}$, tj. matici $\mathbf{C}_p$ (8).

Pro odhad hodnot neměřitelných stavových veličin ${}_2x$ se používá estimátor přírůstkového typu na obr.4, kde je současně vyznačen způsob zapojení estimátoru do systému regulace s proměnnou strukturou. U takové regulace se předem určí množina nominálních bodů v celé oblasti proměnné struktury regulované soustavy, připraví se popisy dynamiky v nominálních bodech a pro ně se dopředu navrhnu estimátory a optimální regulátory. Vstup očekávaných poruch $\mathbf{d}_s$ se respektuje laděním estimátorů na poruchu (E_{IN} , E_{ARMAX} , E_{OUT}). Jeden estimátor se může ladit na současný vstup více poruch, pro další poruchy se ladí další estimátory. Do regulace se zapojí ta kombinace estimátorů a regulátorů, jejichž dynamika nejvíce odpovídá okamžité dynamice regulované soustavy. Vyhledávání optimální kombinace je velmi rychlé, protože se provádí paralelně v celé oblasti a je globální. Výsledné řízení je ovšem optimální jen přímo v nominálních bodech, jinak je suboptimální. Zlepšení je možno dosáhnout zvýšením počtu nominálních bodů nebo iterací v okolí optima.



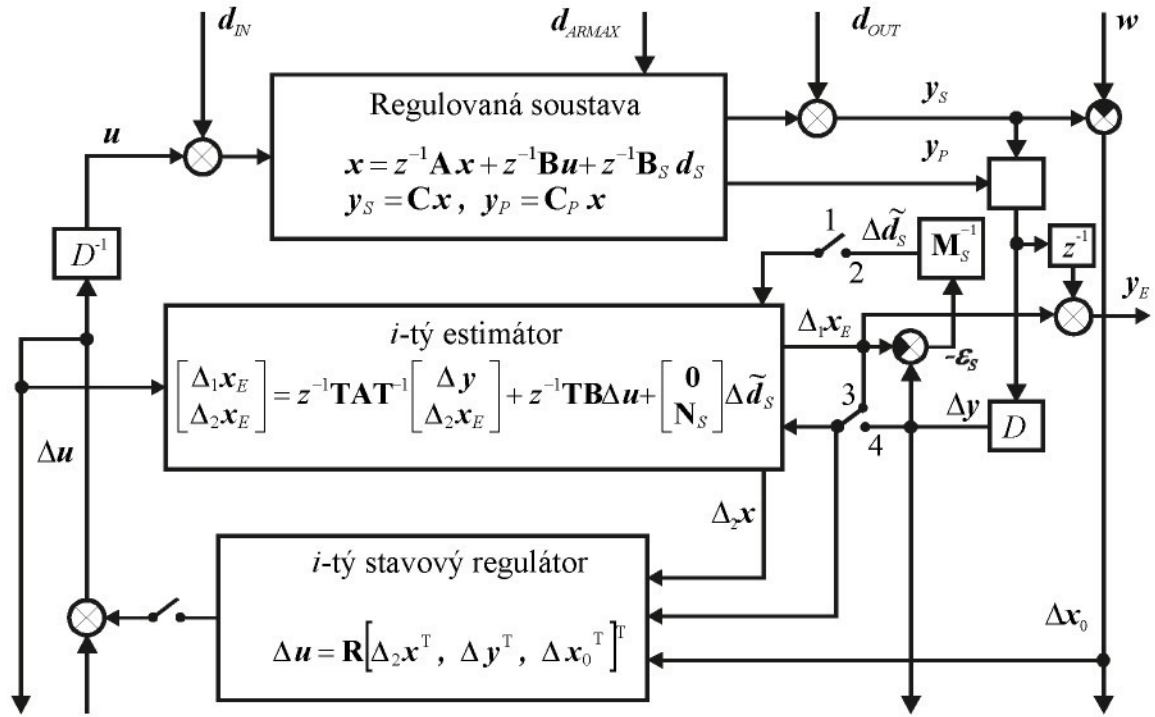
Obr.3. Model regulované soustavy se stavovým regulátorem, kde D^{-1} je astatický člen.

Stejně jako u estimátoru jednorozměrového znamenají všechny veličiny estimátoru vícerozměrového časové přírůstky během intervalu vzorkování. Proto všechny veličiny přicházející do estimátoru z regulované soustavy musí nejdříve projít diferenciátorem $D = 1 - z^{-1}$. Časové přírůstky z estimátoru přicházejí do regulátoru $\mathbf{R}$ (obr.4) stejně seřazeného jako je stavový regulátor na modelu obr.3, takže jeho výstup do regulované soustavy musí projít naopak astatickým členem $D^{-1} = 1/(1 - z^{-1})$. Podobně procházejí astatickým členem i odchylky regulovaných veličin Δx_0 , čímž se vytváří integrační složka regulace.

Estimátor je navržen tak, aby svým nalaďením na určitou skokovou poruchu poskytoval pro regulaci co nejdříve správné hodnoty neměřitelných stavových veličin. U estimátoru typu E_{IN} , E_{ARX} a E_{ARMAX} (pro vyrovnání skokových poruch d_{IN} , d_{ARX} a d_{ARMAX}) všechny veličiny estimátoru, které odpovídají měřitelným veličinám regulované soustavy, se ve vazbách těmito veličinami v estimátoru nahradí (obr.4). Dynamika estimátoru je pak (viz obr.4)

$$\begin{bmatrix} \Delta_1 x_E \\ \Delta_2 x_E \end{bmatrix} = z^{-1} \mathbf{TAT}^{-1} \begin{bmatrix} \Delta y \\ \Delta_2 x_E \end{bmatrix} + z^{-1} \mathbf{TB} \Delta u + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{N}_s \end{bmatrix} \Delta \tilde{d}_s, \quad (10)$$

kde je $\Delta_1 x$ - vektor časových přírůstků měřitelných stavových veličin soustavy $\Delta_1 x = \Delta y$,
 $\Delta_1 x_E$ - vektor veličin estimátoru odpovídajících měřitelným veličinám soustavy ${}_1 x$,
 $\Delta_2 x_E$ - vektor veličin estimátoru odpovídajících neměřitelným veličinám $\Delta_2 x_E$ soustavy ${}_2 x$,
 Δx_0 - vektor odchylek regulované veličiny,
 d_s - vektor neměřitelných skokových poruch,
 $\Delta \tilde{d}_s$ - odhad velikosti a typu neměřitelných skokových poruch.



Obr.4. Estimátor navržený na základě modelu regulované soustavy na obr.3 a zapojený do systému regulace s proměnnou strukturou, kde $D = 1 - z^{-1}$, $\begin{bmatrix} \mathbf{M}_s \\ \mathbf{N}_s \end{bmatrix} = \mathbf{T}\mathbf{B}_s$. Polohy přepínačů: 1 pro E_{ARX} a E_{OUT} , 2 pro E_{ARMAX} a E_{IN} , 3 pro E_{OUT} , 4 pro E_{IN} , E_{ARX} a E_{ARMAX} .

Pro správnou funkci estimátoru je třeba, aby eventuelní smyčky v popisu regulované soustavy (obr.3,4), podle kterého je estimátor navrhován, vesměs procházely výstupem měřitelné veličiny y , y_p . Tím je zajištěno, že jakákoliv skoková porucha na soustavě se zcela promítne do estimátoru typu E_{ARX} v konečném počtu krokovacích intervalů (přímo úměrného řádu regulované soustavy a nepřímo počtu měřitelných veličin). Matice dynamiky v popisu estimátoru se tím stává nilpotentní. Příklad struktury takové matice v popisu regulované soustavy s maximálním počtem nenulových koeficientů je uveden v (11) (pro dvourozměrovou soustavu, kde první dvě stavové proměnné odpovídají měřitelným výstupním veličinám na soustavě)

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} x & x & x & x \\ x & x & x & x \\ x & x & 0 & x \\ x & x & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (11)$$

Jestliže na regulované soustavě například dvourozměrové čtvrtého řádu budou hodnoty všech stavových veličin trvale nulové, pak hodnoty na estimátoru E_{ARX} při počátečních hodnotách $\Delta_1 \mathbf{x}_E(0)$ a $\Delta_2 \mathbf{x}_E(0)$ budou při dalším vzorkování $k \geq 1$

$$\begin{bmatrix} \Delta_1 \mathbf{x}_{E1}(k) \\ \Delta_1 \mathbf{x}_{E2}(k) \\ \Delta_2 \mathbf{x}_{E3}(k) \\ \Delta_2 \mathbf{x}_{E4}(k) \end{bmatrix} = \mathbf{A}^k \begin{bmatrix} \Delta_1 \mathbf{x}_1(0) \\ \Delta_1 \mathbf{x}_2(0) \\ \Delta_2 \mathbf{x}_{E3}(0) \\ \Delta_2 \mathbf{x}_{E4}(0) \end{bmatrix}. \quad (12)$$

Při dodržení pravidla pro strukturu (11) matice $\mathbf{A}$ platí pro mocniny matice $\mathbf{A}$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & x & x \\ 0 & 0 & x & x \\ 0 & 0 & 0 & x \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \mathbf{A}^2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & x \\ 0 & 0 & 0 & x \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \mathbf{A}^3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (13)$$

Po dvou vzorkovacích okamžicích budou hodnoty na estimátoru nulové stejně, jako na regulované soustavě. Shoda mezi hodnotami estimátoru a soustavy nastává tedy v konečné době.

Při nedodržení pravidla pro strukturu matice $\mathbf{A}$ však bude např.

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & x & x \\ 0 & 0 & x & x \\ 0 & 0 & x & x \\ 0 & 0 & x & x \end{bmatrix}, \mathbf{A}^2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & x & x \\ 0 & 0 & x & x \\ 0 & 0 & x & x \\ 0 & 0 & x & x \end{bmatrix}, \mathbf{A}^3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & x & x \\ 0 & 0 & x & x \\ 0 & 0 & x & x \\ 0 & 0 & x & x \end{bmatrix}, \dots \quad (14)$$

Při stabilním estimátoru hodnoty postupně klesají k nule. Pokud počáteční podmínky na estimátoru jsou nulové nebo odpovídají počátečním podmínkám regulované soustavy, pak shoda mezi hodnotami na estimátoru a na soustavě bude od začátku trvalá.

Při vstupu poruchy, na kterou je estimátor (E_{IN} , E_{ARX} a E_{ARMAX}) seřízen korekční vazbou od chyby estimátoru ε_S , probíhá poruchou vyvolaný regulační proces optimálně již od jeho samého začátku. Z chyby estimátoru ε_S v prvním vzorkovacím intervalu se pomocí matice $\mathbf{M}_S$ (obr.4) a vztahu

$${}_1x(1) = \mathbf{M}_S \Delta d_S(0) = -\varepsilon_S(1) \quad (15)$$

odhaduje ve vzorkovacím okamžiku $k=1$ velikost vstupní poruchy $\Delta \tilde{d}_S$ a tento signál se zavádí do estimátoru (obr.4 a obr.7) se stejnými koeficienty jako porucha do modelu reálné regulované soustavy a na stejné zpožďovací bloky, ale až na jejich výstup (obr.4, (10) – odpovídá výstupu ${}_2x$).

$$\Delta {}_2\tilde{x}_E(1) = \mathbf{N}_S \Delta \tilde{d}_S(0), \quad \begin{bmatrix} \mathbf{M}_S \\ \mathbf{N}_S \end{bmatrix} = \mathbf{T} \mathbf{B}_S \quad (16)$$

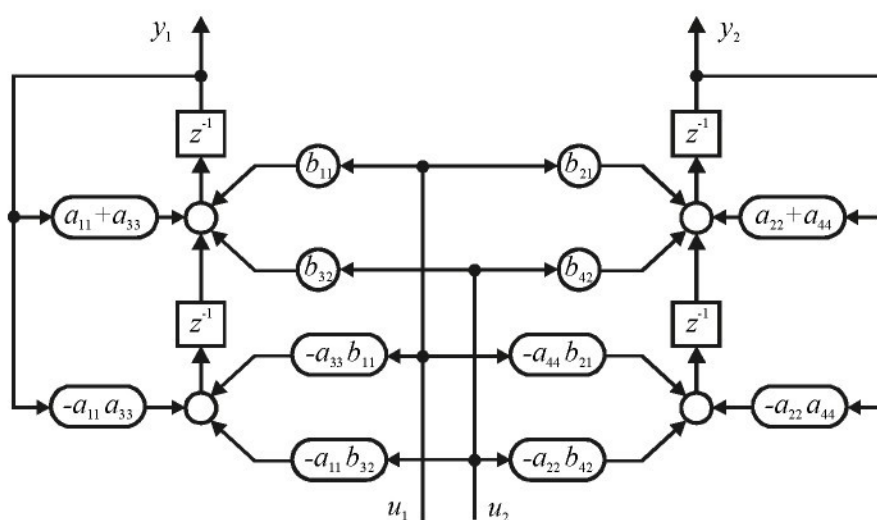
Tím se odstraňuje jednokrokové časové zpoždění mezi příchodem poruchy do reálné soustavy a její identifikací a zavedení odhadu do estimátoru. Při vstupu jiných skokových poruch, než na které je estimátor seřízen, je regulační pochod optimální za konečný počet kroků jen u estimátoru typu E_{ARX} , ($k \leq 1$).

U estimátorů typu E_{OUT} se využívá skutečnosti, že porucha d_{OUT} na výstupu regulované soustavy vůbec nepůsobí na stavové veličiny. Působí jen na hodnoty akčních veličin přes výstup připojeného regulátoru. Proto u estimátoru E_{OUT} jsou zachovány zpětné vazby od vlastního výstupu ${}_1x_E$. Při regulaci se zvyšuje jen počet stavových veličin o x_0 .

Změna žádané hodnoty w je veličinou měřitelnou, nezpůsobuje tedy chybu estimátoru ε_S a není třeba speciálně ladit estimátor na tuto poruchu.

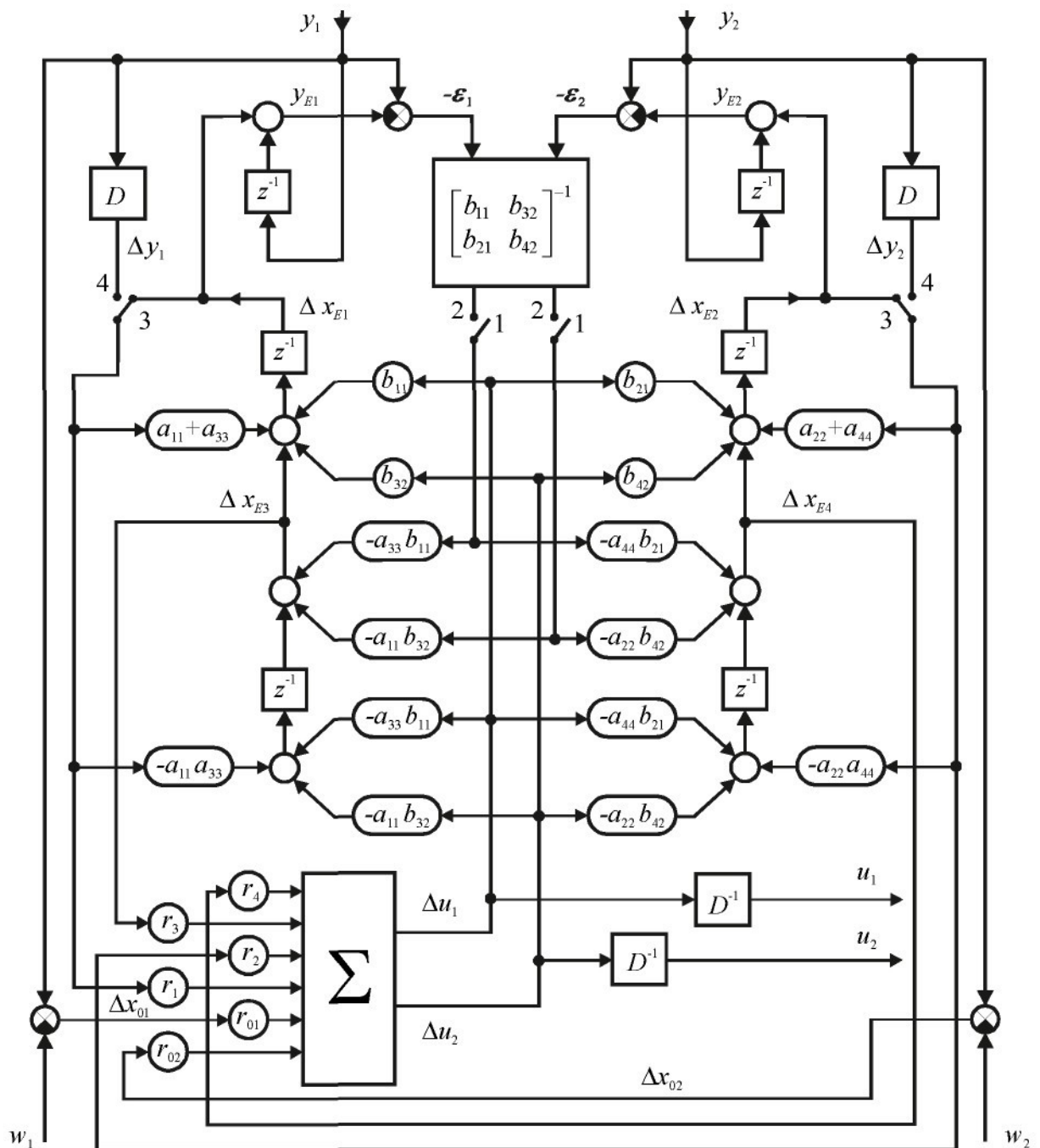
Počet současných různých skokových poruchových veličin ve vektoru $\mathbf{d}_S$, na které je možno jeden estimátor naladit, je maximálně roven počtu měřitelných veličin y_S a y_P na regulované soustavě. Tím je dán počet prvků vektoru poruchy $\mathbf{d}_S$. Další skupiny současně vstupujících poruch $\mathbf{d}_S[r+p,1]$ je možno ladit na dalších estimátorech. Jejich počet není omezen, avšak zatímco při jediné skupině dochází ku správné identifikaci velikosti všech poruch ve skupině už v okamžiku prvního vzorkování chyby estimátoru ε_S (viz (15)) a další chyby estimátoru jsou již nutně nulové, při více skupinách estimátorů v prvním vzorkování vykáží chybu všechny použité estimátory a jenom jeden z nich vykáže nulovou chybu až ve druhém vzorkovacím okamžiku. Je to ten, který je naladěn právě na příšlou poruchu. Identifikovat správně typ a velikost poruchy, kterých je více, než-li měřených veličin na regulované soustavě, je tedy možno až ve druhém vzorkovacím intervalu. Během identifikování poruchy více estimátory, nemusí být do regulace zapojen žádný estimátor nebo jen jeden z nich. Ze srovnávání procesů vyplývá, že vhodným estimátorem je E_{OUT} (dává nejvíce robustní regulaci). Pokud není při identifikaci třeba estimátor do regulace zapojovat, pak se vhodným jeví estimátor E_{ARX} , který vykazuje nulovou chybu už po několika vzorkovacích intervalech (s odhadem $n/(r+p)$ intervalů) u poruch všech typů (u poruchy $\mathbf{d}_{ARX}$ už po prvním vzorkování) a pak se estimátor E_{ARX} do regulace zapojuje. Další estimátory pro ladění jiné vstupní poruchy už nejsou zapotřebí. V tomto případě může regulátor pracovat s delším časovým intervalem akčních zásahů vzhledem k vzorkování u estimátoru.

Jako příklad regulované soustavy čtvrtého řádu blokové struktury se dvěma regulovanými veličinami je uvedeno na obr.5 schéma, které vychází z popisu pomocí normálních diferenčních rovnic (19),(22).



Obr.5. Schéma modelu dvourozměrové regulované soustavy blokové struktury čtvrtého řádu s použitím normálních diferenčních rovnic (22) (výsledný řád je $n = 4$).

Na dalším obr.6 je schéma příslušného estimátoru s možností přepínání na typ E_{ARX} , E_{IN} a E_{OUT} . Vliv skokové poruchy typu $\mathbf{d}_{ARX}$ (s jediným koeficientem mnohočlenu v čitateli přenosu poruchy na veličinu regulovanou y_1 a y_2), $\mathbf{d}_{IN}$ (s příchodem na vstup regulované soustavy, přičítá se k akční veličině u_1 a u_2), $\mathbf{d}_{ARMAX}$ (porucha s jiným vstupem, s přenosem lišícím se od poruchy $\mathbf{d}_{IN}$ mnohočlenem v čitateli) a $\mathbf{d}_{OUT}$ (aditivní porucha na výstupu regulované soustavy) lze odpovídající chování estimátoru zjišťovat i bez regulace po připojení estimátoru na reálnou soustavu nebo její model. Lze to ovšem provést i jednoduchým výpočtem z dynamických popisů.



Obr.6. Schéma dvourozměrového přírůstkového estimátoru (22) pro regulovanou soustavu blokové struktury (viz obr.5, matice $\mathbf{M}_s$ a $\mathbf{N}_s$ odpovídá poruše $\mathbf{d}_{IN}$).

Přijde-li ve vzorkovacím okamžiku $k = 0$ skoková porucha do regulované soustavy, projeví se její účinek na měřených stavových veličinách soustavy $\mathbf{y}$ nejdříve ve vzorkovacím okamžiku $k = 1$ (viz obr.4 a rovnici (9)) a v estimátoru se současně vzorkuje chyba (15) estimátoru (obr.4).

Vztah (15) slouží v krokovacím intervalu $k = 1$ k odhadu neměřitelné poruchy $\Delta \tilde{\mathbf{d}}_s(0)$

$$\Delta \tilde{\mathbf{d}}_s(0) = -\mathbf{M}_s^{-1} \boldsymbol{\varepsilon}_s(1) . \quad (17)$$

Signál od $\Delta \tilde{d}_s(0)$ se zavede aditivně přes matici koeficientů N_S na výstup stejných zpožďovacích členů, do jejichž vstupů se při simulaci zavádí signál reálné poruchy $\Delta d(0)$ (viz. (16)). Zavedením signálu $\Delta \tilde{d}_s(0)$ se dodatečně koriguje hodnota $\Delta_2 x_E(1)$ na výstupu estimátoru. Signál korekce $\Delta \tilde{d}_s(0)$ je znám až v okamžiku $k = 1$, kdy se odezva na vstup $d(0)$ projevuje v soustavě už na výstupu těchto zpožďovacích členů. Tento signál korekce se zavádí jen k neměřitelným stavovým veličinám, u měřitelných není korekce zapotřebí. Korekci lze vyjádřit vztahem

$$\Delta_2 x_{kor}(1) = N_S \Delta \tilde{d}_s(0) . \quad (18)$$

Po zavedení jednorázové korekce v krokovacím okamžiku $k = 1$ už další korekce při skokové poruše zapotřebí nejsou. U estimátorů laděných na poruchu se během dynamického procesu objeví pouze jediný impuls chyby $\varepsilon_s(1)$. Tato chyba však regulační proces neovlivňuje, protože do regulátoru nepřicházejí tyto signály $\Delta_1 x_E$ z estimátoru, nýbrž přímo $\Delta_1 x$ z regulované soustavy. Při následujících vstupech skokových poruch nastává superpozice odezev.

U estimátoru E_{ARX} se žádná korekce neprovádí. Úplná informace o poruše se do estimátoru dostává již signálem $\Delta_1 x (= \Delta y)$.

U estimátoru E_{OUT} se rovněž korekce neprovádí. Informace o poruše se dostává přímo do regulátoru prostřednictvím stavové veličiny Δx_0 . Stavové veličiny soustavy a estimátoru se mění shodně působením jen akčních veličin při regulaci.

2.1. Ověřování funkce estimátoru bez regulace

Správnou funkci estimátoru lze ověřit i bez regulace změřením jeho přechodových charakteristik, t.j. odezev na skokové změny veličin vstupujících do regulované soustavy (akční a poruchové veličiny). Vlastní ověřování se může provádět dvěma různými postupy.

Při prvním postupu se zavádějí poruchy (impulsní) současně do regulované soustavy a do estimátorů, které nejsou propojeny s regulovanou soustavou. Porovnávají se stavové veličiny na soustavě a odpovídající výstupy z estimátoru. Průběh veličin na soustavě a na estimátoru musí být shodný v celém časovém procesu. Tak lze např. ověřovat odezvy akčních veličin. Průběh neměřitelných veličin lze takto ověřovat jen s pomocí modelu. Při srovnávání je třeba respektovat, že všechny veličiny estimátoru jsou přírůstkové.

Při druhém postupu se poruchy (skokové) zavádějí jenom do regulované soustavy, do připojeného estimátoru přicházejí až prostřednictvím měřitelných veličin y_s, y_p . Průběh u odpovídajících přírůstkových veličin ze soustavy a z estimátoru se může lišit jen v několika málo prvních k vzorkovacích intervalech ($k \leq n$ u estimátoru E_{ARX} , $k = 1$ u estimátorů laděných na vstupní poruchu $E_{IN}, d_{ARMAX}, d_{OUT}$).

Ověřování bylo provedeno u estimátoru pro regulovanou soustavu blokové struktury (obr.1 a obr.5) ve tvaru

$$y_1 = F_{11} u_1 + F_{32} u_2, \quad y_2 = F_{21} u_1 + F_{42} u_2, \quad (19)$$

s přenosy v Laplaceově transformaci

$$F_{11}(s) = \frac{1}{0.5s+1}, \quad F_{21}(s) = -\frac{0.5}{s+1}, \quad F_{32}(s) = -\frac{0.5}{1.5s+1}, \quad F_{42}(s) = \frac{1}{2s+1}. \quad (20)$$

Přenosy jsou pak v Z -transformaci dány vztahy

$$F_{11}(z) = \frac{z^{-1}b_{11}}{1 - z^{-1}a_{11}}, \quad F_{32}(z) = \frac{z^{-1}b_{32}}{1 - z^{-1}a_{33}}, \quad F_{21}(z) = \frac{z^{-1}b_{21}}{1 - z^{-1}a_{22}}, \quad F_{42}(z) = \frac{z^{-1}b_{42}}{1 - z^{-1}a_{44}}, \quad (21)$$

což odpovídá diferenčním rovnicím (schéma modelu viz obr.5)

$$\begin{aligned} (1 - z^{-1}a_{11})(1 - z^{-1}a_{33})y_1 &= z^{-1}(1 - z^{-1}a_{33})b_{11}u_1 + z^{-1}(1 - z^{-1}a_{11})b_{32}u_2, \\ (1 - z^{-1}a_{22})(1 - z^{-1}a_{44})y_2 &= z^{-1}(1 - z^{-1}a_{44})b_{21}u_1 + z^{-1}(1 - z^{-1}a_{22})b_{42}u_2, \end{aligned} \quad (22)$$

a numericky pro periodu vzorkování $\Delta T = 0.2s$

$$\begin{aligned} F_{11}(z) &= \frac{0.3297z^{-1}}{1 - 0.6703z^{-1}}, & F_{32}(z) &= \frac{-0.06241z^{-1}}{1 - 0.8752z^{-1}}, \\ F_{21}(z) &= \frac{-0.09063z^{-1}}{1 - 0.8187z^{-1}}, & F_{42}(z) &= \frac{0.09516z^{-1}}{1 - 0.9048z^{-1}} \end{aligned} \quad (23)$$

a s numerickým popisem ve stavovém prostoru včetně výstupů astatického členu x_{01} a x_{02} a žádaných hodnot w a poruch d_{IN}

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} x_{01} \\ x_{02} \\ {}_1x_1 \\ {}_2x_3 \\ {}_1x_2 \\ {}_2x_4 \end{bmatrix} &= z^{-1} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1.5455 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1.7236 & 1 \\ 0 & 0 & 1.5455 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0.5866 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1.7236 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -0.7408 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{01} \\ x_{02} \\ {}_1x_1 \\ {}_2x_3 \\ {}_1x_2 \\ {}_2x_4 \end{bmatrix} + \\ &+ z^{-1} \begin{bmatrix} 0.3297 & -0.0624 \\ -0.0906 & 0.0952 \\ 0.3297 & -0.0624 \\ -0.2885 & 0.0418 \\ -0.0906 & 0.0952 \\ 0.0820 & -0.0779 \end{bmatrix} (u + d_{IN}) + \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} w, \end{aligned} \quad (24)$$

kde je $y_1 = {}_1x_1$,

$y_2 = {}_1x_2$,

w vektor žádaných hodnot,

d_{IN} vektor poruch se vstupní maticí ($B_{IN} = B$) stejnou jako pro akční veličiny u ,

matice B_S pro výstupní poruchu d_{OUT} je nulová a porucha d_{OUT} se přičítá až

k výstupní veličině (matice M_S^{-1} je z definice jednotková, ale její výstup $\tilde{d}(0)$

není ve schematu estimátoru využit), tj. $\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} {}_1x_1 \\ {}_1x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} d_{OUT1} \\ d_{OUT2} \end{bmatrix}$.

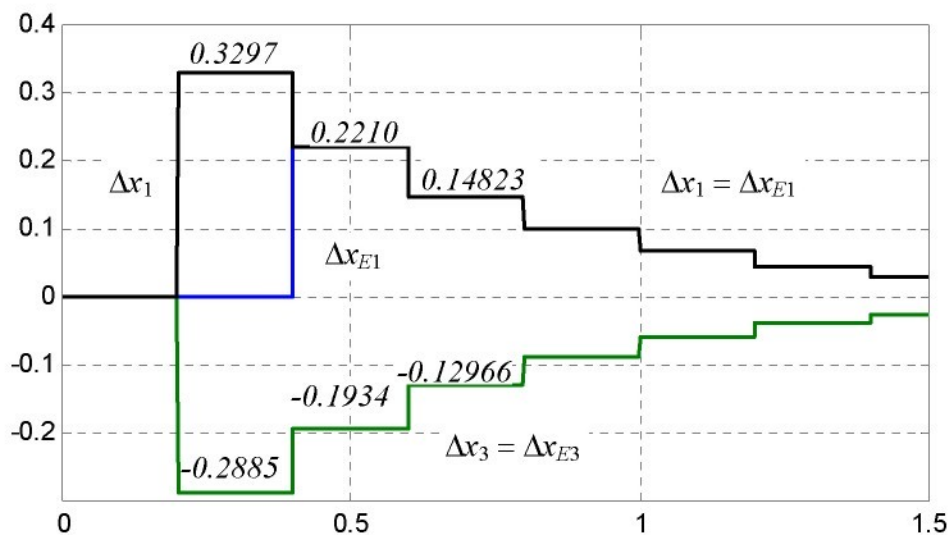
Schéma estimátoru navrženého podle (24) a obr.5 je na obr.6. Popis slouží pro návrh optimálního estimátoru. Pomocí tohoto schématu lze snadno popsat přechodový proces na estimátoru po vstupu poruchy do regulované soustavy. Např. pro levou polovinu schématu estimátoru na obr.6 lze psát soustavu čtyř diferenčních rovnic (24), kde veličiny Δx_1 a Δx_2 jsou hodnoty přírůstků stavových veličin regulované soustavy. Veličiny Δx_{E1} a Δx_{E2} jsou přírůstky stavových veličin estimátoru.

Signál odhadu poruchy $\Delta \tilde{d}_{IN1}$, získaný s jednokrokovým zpožděním, je přiváděn v estimátoru až na výstup zpožďovacího členu.

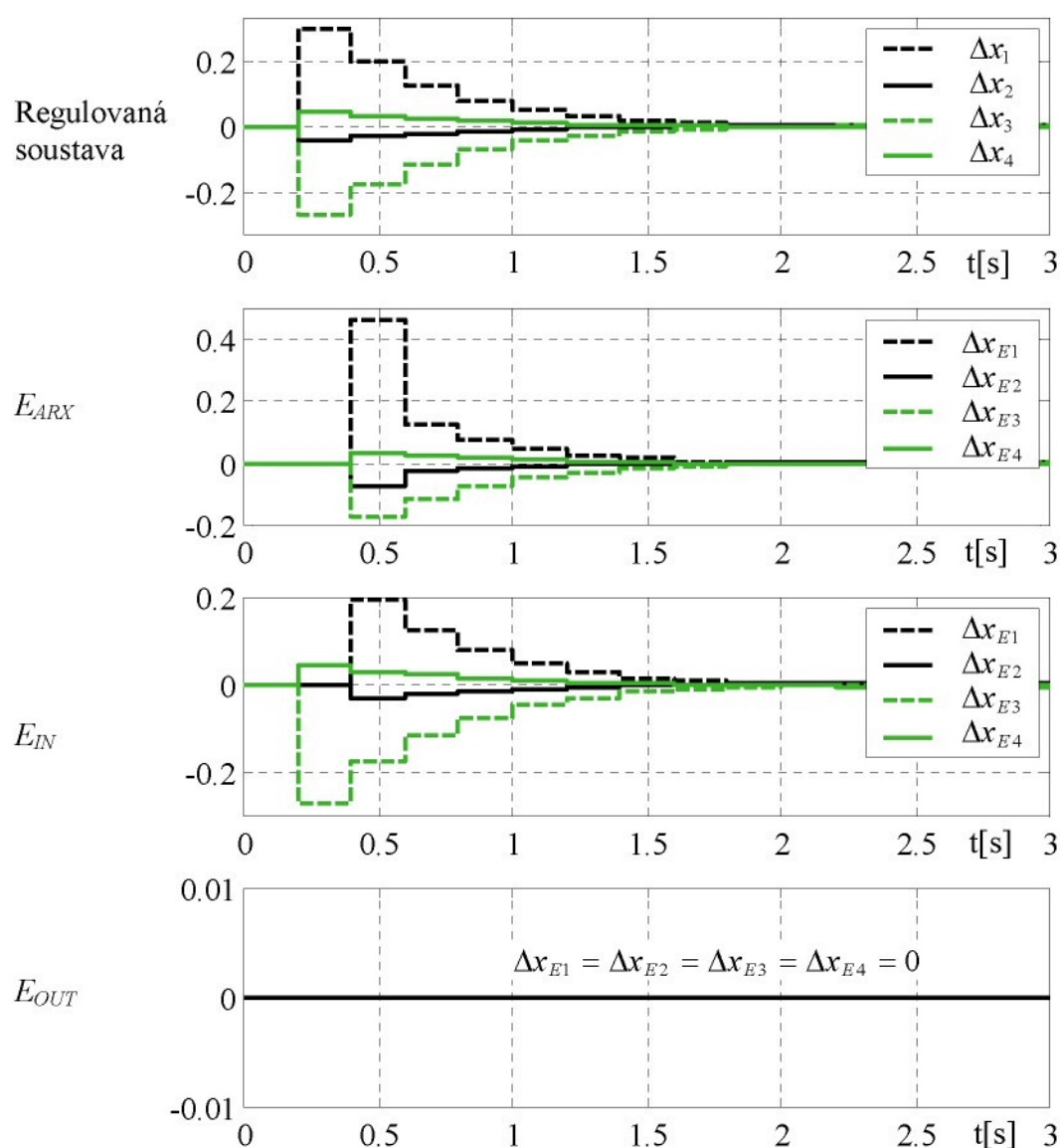
$$\begin{aligned}
 \Delta x_1(k) &= 1.5455\Delta x_1(k-1) + \Delta x_3(k-1) + 0.3297\Delta d_{IN1}(0), \\
 \Delta x_3(k) &= -0.5866\Delta x_1(k-1) - 0.2885\Delta d_{IN1}(0), \\
 \Delta x_{E1}(k) &= 1.5455\Delta x_1(k-1) + \Delta x_{E3}(k-1), \\
 \Delta x_{E3}(k) &= -0.5866\Delta x_1(k-1) - 0.2885\Delta \tilde{d}_{IN1}(0), \\
 -\varepsilon_1(k) &= \Delta x_1(k) - \Delta x_{E1}(k), \quad \Delta \tilde{d}_{IN1}(0) = -\frac{1}{0.3297} \varepsilon_1(k),
 \end{aligned} \tag{25}$$

Počáteční podmínky: $\Delta x_1(0) = \Delta x_3(0) = \Delta x_{E1}(0) = \Delta x_{E3}(0) = 0$, $\Delta d_{IN1}(0) = 1$.

Na obr.7 jsou počítačovou simulací získané přechodové procesy stavových veličin regulované soustavy a estimátoru při vstupu skokové poruchy $d_{IN1}(0) = 1$ do regulované soustavy v okamžiku vzorkování $k = 0$. Hodnoty počítané ze vzorců (25) jsou připsány. Další procesy pro úplné schéma obr.5 jsou na obrazech 8 a 9.



Obr 7. Průběh přírůstků stavových veličin Δx_1 a Δx_3 regulované soustavy a odpovídajících veličin Δx_{E1} a Δx_{E3} na připojeném estimátoru E_{IN} při vstupu skokové poruchy $d_{IN} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}^T$ do regulované soustavy bez regulace. Průběhy jsou získány simulací, číselné hodnoty jsou vypočteny z rovnice (25).

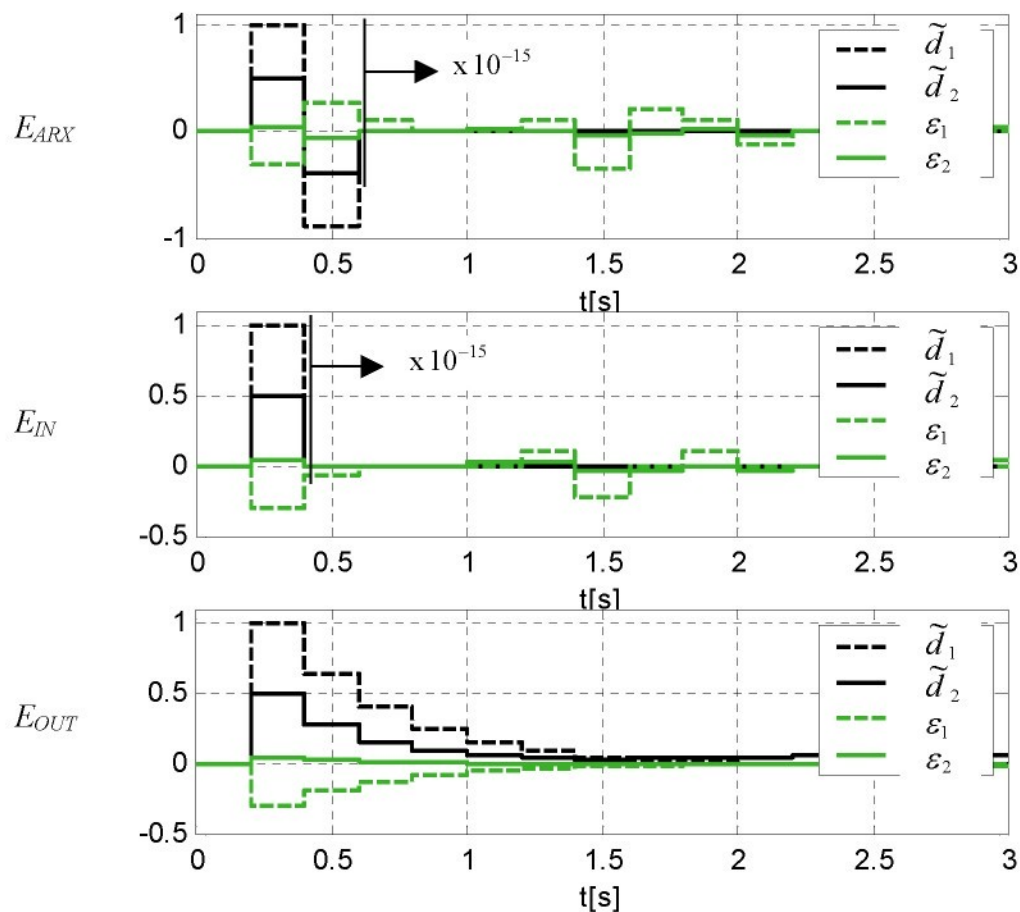


Obr.8. Průběh přírůstků stavových veličin Δx_E na estimátoru E_{ARX} , E_{IN} , E_{OUT} a stavových veličin Δx na regulované soustavě při vstupu skokové poruchy $d_{IN} = [1 \ 0.5]^T$ do regulované soustavy bez regulace (estimátory jsou laděny na poruchy d_{ARX} , d_{IN} a d_{OUT}).

3. Matematický popis

V předcházejících kapitolách byl estimátor stejně jako model regulované soustavy matematicky popsán stavovými veličinami v maticovém tvaru. Popis estimátoru a soustavy byly vždy stejného řádu. Jestliže popis estimátoru splňoval ještě podmínku nilpotentnosti matice dynamiky (při zavedení měřitelných signálů regulované soustavy do estimátoru), poskytoval tento popis regulační procesy (v případě, že do soustavy vstoupila porucha, na kterou byl estimátor seřízen) shodné s regulačními procesy se stejným regulátorem a

měřenými stavovými veličinami na soustavě. Při jiných poruchách jsou regulační pochody s estimátorem vždy méně dobré.



Obr 9. Průběh odhadu $\tilde{d}_{IN}$ vstupující poruchy d_{IN} do regulované soustavy a chyb ϵ_{IN} estimátoru E_{ARX} , E_{IN} , E_{OUT} při vstupu skokové poruchy $d_{IN} = \begin{bmatrix} 1 & 0.5 \end{bmatrix}^T$ do regulované soustavy bez regulace (estimátory jsou laděny na poruchy d_{ARX} , d_{IN} a d_{OUT}).

Zajištění podmínky nilpotentnosti může činit obtíže, zatímco při použití např. popisu diferenčními rovnicemi je podmínka nilpotentnosti automaticky splněna a obtíže může naopak činit rozdílnost řádů obou druhů popisu.

Např. u regulovaných soustav blokové struktury lze stavový popis (3) každého maticového bloku A_{11} a A_{22} řádu n_1 a n_2 převést snadno na popis dvěma diferenčními rovnicemi jednorozměrovými s výstupem $y_1(=x_{11})$ a $y_2(=x_{21})$ stejného řádu n_1 a n_2 a splňující vždy podmínku nilpotentnosti.

Složitější je problém u regulovaných soustav s globální strukturou. Tam rozklad matice koeficientů pouze na dva nezávislé bloky A_{11} a A_{22} není možný. Výsledný řád diferenčních rovnic $(n_1 + n_2)$ může být proto větší, než řád regulované soustavy, maximálně až

$$\sum_{i=1}^{r+p} n_i = n(r+p), \quad (26)$$

kde n je řád celé soustavy a n_i je řád i -té smíšené diferenční rovnice.

Vhodnější se proto jeví použití místo normálních diferenčních rovnic diferenční rovnice smíšené

$$y_i = \sum_{j=1}^{r+p} A_{ij} y_j + \sum_{l=1}^q B_{il} u_l, \quad (27)$$

kde výsledný řád diferenčních rovnic lze orientačně vyjádřit výrazem

$$n \leq \sum_{i=1}^{r+p} n_i \leq (n-r-p+1)(r+p). \quad (28)$$

Estimátor lze navrhovat tedy obecně podle různého matematického popisu v závislosti na jeho dosažitelnosti a na kvalitě regulačních pochodů s takto navrženým estimátorem.

Pro simulační ověřování soustav s blokovou strukturou byla volena dvourozměrová soustava čtvrtého řádu s přenosy v Z -transformaci (perioda vzorkování $\Delta T = 0.2s$)

$$\begin{aligned} y_1 &= \frac{z^{-1}}{1-z^{-1}a_{11}} b_{11} u_1 + \frac{z^{-1}}{1-z^{-1}a_{33}} b_{32} u_2, \\ y_2 &= \frac{z^{-1}}{1-z^{-1}a_{22}} b_{21} u_1 + \frac{z^{-1}}{1-z^{-1}a_{44}} b_{42} u_2. \end{aligned} \quad (29)$$

Odpovídající stavový popis je

$$x = z^{-1} A x + z^{-1} B u, \quad y = C x, \quad (30)$$

kde

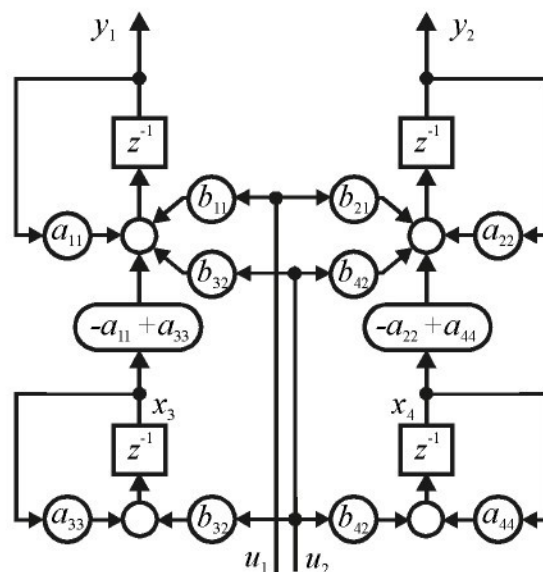
$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_{22} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_{33} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_{44} \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} b_{11} & 0 \\ b_{21} & 0 \\ 0 & b_{32} \\ 0 & b_{42} \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Po zařazení regulovaných veličin y_1 a y_2 mezi veličiny stavové a zachování neměřitelných stavových veličin x_3 a x_4 je pomocí lineární transformace T

$$T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad T^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} y \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} &= \mathbf{T} \mathbf{x} = z^{-1} \mathbf{T} \mathbf{A} \mathbf{T}^{-1} \begin{bmatrix} y \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + z^{-1} \mathbf{T} \mathbf{B} \mathbf{u} = \\
 &= z^{-1} \begin{bmatrix} a_{11} & 0 & (-a_{11} + a_{33}) & 0 \\ 0 & a_{22} & 0 & (-a_{22} + a_{44}) \\ 0 & 0 & a_{33} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + z^{-1} \begin{bmatrix} b_{11} & b_{32} \\ b_{21} & b_{42} \\ 0 & b_{32} \\ 0 & b_{42} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}.
 \end{aligned} \tag{31}$$

Příslušné schéma modelu soustavy je na obr.10. Nevyhovuje podmínice nilpotentnosti a bylo proto přetransformováno vyloučením stavových proměnných x_3 a x_4 na dvě normální diferenční rovnice (22). Výsledné schéma je na obr.5. Diferenční rovnice splňují podmínku nilpotentnosti automaticky. Příslušný estimátor je na obr.6.



Obr.10. Schéma modelu regulované soustavy blokové struktury s použitím stavového popisu (31) (výsledný řád $n = 4$).

Ze schématu na obr.5 lze snadno psát stavový popis soustavy, který podmínku nilpotentnosti již splňuje. Všechny popisy jsou stejného řádu. Z toho vyplývá, že u soustav blokové struktury lze vždy určit stavový popis shodný s popisem pomocí normálních diferenčních rovnic. Popis pomocí smíšených diferenčních rovnic není možný, protože bloky se navzájem neovlivňují.

Je ovšem možno volit již při lineární transformaci (31) vhodnější matici $\mathbf{T}$ tak, aby výsledná matice $\mathbf{TAT}^{-1}$ splňovala také podmínku pro dosažení nilpotentnosti. Z popisu (29) a (30) je ihned zřejmé, že soustava je blokové struktury. První blok například je ve stavovém popisu

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & 0 \\ 0 & a_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_3 \end{bmatrix} + z^{-1} \begin{bmatrix} b_{11} & 0 \\ 0 & b_{32} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}, \quad y_1 = x_1 + x_3, \tag{32}$$

a v číselném tvaru

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.6703 & 0 \\ 0 & 0.8752 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_3 \end{bmatrix} + z^{-1} \begin{bmatrix} 0.3297 & 0 \\ 0 & -0.0624 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}.$$

Zařazením regulované veličiny y_1 mezi stavové veličiny lze provést pomocí matice $\mathbf{T}$

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ c_3 & c_4 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{T}^{-1} = \frac{1}{c_4 - c_3} \begin{bmatrix} c_4 & -1 \\ -c_3 & 1 \end{bmatrix}, \quad (33)$$

kde se koeficienty c_3 a c_4 volí tak, aby vyhověly přípustnému tvaru matice $\mathbf{TAT}^{-1}$ (11) pro jednorozměrovou soustavu

$$\mathbf{TAT}^{-1} = \begin{bmatrix} x & x \\ x & 0 \end{bmatrix}. \quad (34)$$

Po dosazení (32) a (33) do (34) je

$$\mathbf{TAT}^{-1} = \frac{1}{c_4 - c_3} \begin{bmatrix} (a_{11}c_4 - a_{33}c_3) & (-a_{11} + a_{33}) \\ (a_{11}c_3c_4 - a_{33}c_3c_4) & (-a_{11}c_3 + a_{33}c_4) \end{bmatrix}. \quad (35)$$

Podmínku (34) splňuje matice při $c_4 = \frac{a_{11}}{a_{33}}c_3$.

Po dosazení c_4 do matice (35) a volbou $c_3 = -a_{33}$ je konečný výsledek

$$\mathbf{TAT}^{-1} = \begin{bmatrix} (a_{11} + a_{33}) & -\frac{a_{33}}{c_3} \\ a_{11}c_3 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (a_{11} + a_{33}) & 1 \\ -a_{11}a_{33} & 0 \end{bmatrix}. \quad (36)$$

Nulové body determinantu s maticí (35) jsou stejné s maticí původní

$$\det(\mathbf{I} - z^{-1}\mathbf{TAT}^{-1}) = \det(\mathbf{I} - z^{-1}\mathbf{A}). \quad (37)$$

Lineární transformace (33) je použito v tomto případě pro zařazení měřitelné veličiny y_1 (32) mezi stavové veličiny modelu a pro změnu struktury matice koeficientů $\mathbf{A}$ (11). Transformační matice $\mathbf{T}$ soustavy n -tého řádu má celkem n^2 koeficientů a tolik podmínek lze hodnotami koeficientů splnit. Zařazení měřitelné veličiny y_1 mezi stavové veličiny znamená splnění prvních dvou podmínek (první řádka matice $\mathbf{T}$), zajištění možnosti nilpotentnosti je podmínkou třetí (nulový rohový koeficient, vztah mezi c_3 a c_4) a čtvrtou podmínkou je dosažení popisu odpovídajícího diferenční rovnicí (22) (vztah $c_3 = -a_{33}$) a ve stavovém popisu normálnímu tvaru pozorovatelnosti.

Transformovaný popis (32) je pak

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ {}_3x \end{bmatrix} = z^{-1}\mathbf{TAT}^{-1} \begin{bmatrix} y_1 \\ {}_3x \end{bmatrix} + z^{-1}\mathbf{TB} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{TB} = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{32} \\ c_3b_{11} & c_4b_{32} \end{bmatrix}, \quad c_3 = -a_{33}, \quad c_4 = -a_{11}. \quad (38)$$

Konečný popis v číselném tvaru je

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ {}_3x \end{bmatrix} = z^{-1} \begin{bmatrix} 1.5455 & 1 \\ -0.5866 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ {}_3x \end{bmatrix} + z^{-1} \begin{bmatrix} 0.3297 & -0.0624 \\ -0.2885 & 0.0418 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}. \quad (39)$$

Postup pro druhý blok soustavy je shodný.

3.1. Stavový popis

Při splnění podmínek dosažení nilpotentnosti matice koeficientů $\mathbf{A}$ (11) je stavový popis pro návrh estimátoru nejvhodnější, protože tak navržený estimátor zajišťuje v případě vstupu poruchy, na kterou je estimátor naladěn, stejné optimální regulační procesy, jako tentýž regulátor s přímo měřenými stavovými veličinami na regulované soustavě od prvního akčního zásahu. Pro jiné poruchy se regulační pochody zhoršují. Zlepšení lze dosáhnout přepínáním typu estimátoru podle typu vstupující poruchy (regulace s proměnnou strukturou). Pak může být regulační pochod optimální (stavové veličiny estimátoru a regulované soustavy si odpovídají přesně, chyba estimátoru je nulová) aspoň od druhého akčního zásahu.

Stavový popis regulované soustavy v obecném tvaru (6) se získává nejčastěji matematicko fyzikální analýzou soustavy. Lineární transformací se popis upraví ve tvar (9), kde všechny měřitelné regulované hlavní a pomocné veličiny na soustavě se stanou jejími stavovými veličinami.

3.1.1. Stavový popis z diferenčních rovnic

Stavový popis (6) lze ovšem získat též z normálních diferenčních rovnic identifikovaných měřením. Soustava s blokovou strukturou se rozpadá na r bloků (r je počet regulovaných veličin), kde stavové veličiny se mezi bloky vzájemně neovlivňují. Každou identifikovanou diferenční rovnici (3) soustavy lze přímo přepsat do stavového tvaru (2). Stavový a diferenční popis je shodný. Obě formy jsou pro popis estimátoru stejně vhodné.

U vícerozměrových soustav s globální strukturou (6) je převod obtížnější. Uvažujme např. dvourozměrovou regulovanou soustavu třetího řádu se stavovým popisem

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & 1 & 0 \\ a_{21} & 0 & 1 \\ a_{31} & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = [\mathbf{B}_1 \quad \mathbf{B}_2] = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \\ b_{31} & b_{32} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix}. \quad (40)$$

Identifikací měřením na soustavě byl obdržén diferenční popis

$$Ay_1 = B_1 u_1 + B_2 u_2 = (z^{-k})_1 \mathbf{B} \mathbf{u}, \quad (41)$$

$$Ay_2 = B_3 u_1 + B_4 u_2 = (z^{-k})_2 \mathbf{B} \mathbf{u}, \quad (42)$$

kde ${}_1 \mathbf{B} = [{}_1 \mathbf{B}_1 \quad {}_1 \mathbf{B}_2]$, ${}_2 \mathbf{B} = [{}_2 \mathbf{B}_1 \quad {}_2 \mathbf{B}_2]$, ${}_i \mathbf{B}_j^T = [{}_i b_{1j} \quad {}_i b_{2j} \quad {}_i b_{3j}]$,
 (z^{-k}) - jednořádková matice s prvky z^{-k} , $k = 1$ až 3.

Polynomy A na levé straně diferenčních rovnic jsou shodné, odpovídají charakteristickému polynomu regulované soustavy (determinantu matice $\mathbf{I} - z^{-1} \mathbf{A}$) v (6).

Řešení systému (6), kde koeficienty c_i jsou zatím neznámé, je

$$\det(\mathbf{I} - z^{-1} \mathbf{A}) \mathbf{y} = z^{-1} \mathbf{C} (\mathbf{I} - z^{-1} \mathbf{A})_{\text{adj}} \mathbf{B} \mathbf{u} = z^{-1} \begin{bmatrix} 1 & z^{-1} & z^{-2} \\ C_1 & C_2 & C_3 \end{bmatrix} \mathbf{B} \mathbf{u}, \quad (43)$$

kde

$$C_1 = c_1 + c_2(z^{-1}a_{21} + z^{-2}a_{31}) + c_3 z^{-1}a_{31},$$

$$\begin{aligned} C_2 &= c_1 z^{-1} + c_2 (1 - z^{-1} a_{11}) + c_3 z^{-2} a_{31}, \\ C_3 &= c_1 z^{-2} + c_2 z^{-1} (1 - z^{-1} a_{11}) + c_3 (1 - z^{-1} a_{11} - z^{-2} a_{21}). \end{aligned}$$

Srovnáním se vztahem (41) a (43) plyne

$$\mathbf{B} = {}^1\mathbf{B} \quad (44)$$

a srovnáním (43) a (44) plyne

$$\det(\mathbf{I} - z^{-1}\mathbf{A}) y_2 = z^{-1} [C_1 \quad C_2 \quad C_3] [\mathbf{B}_1 \quad \mathbf{B}_2] \mathbf{u} = (z^{-k}) [{}_2\mathbf{B}_1 \quad {}_2\mathbf{B}_2] \mathbf{u}. \quad (45)$$

Po přerovnání matice ve vztahu (45) (prvky mnohočlenů násobené $z^{-k} c_i$ se umístí v k -tém řádku a v i -tém sloupci matice ${}^1\mathbf{B}$ (46) nebo ${}^2\mathbf{B}$ (47) a vzhledem ke skutečnosti, že koeficienty c_i by měly vyhovovat pro vstup akční veličiny u_1 i u_2 zřejmě platí následující rovnice

$$(z^{-k}) {}^1\mathbf{B} \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{bmatrix} u_1 = (z^{-k}) {}_2\mathbf{B}_1 u_1, \quad (46)$$

$$(z^{-k}) {}^2\mathbf{B} \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{bmatrix} u_2 = (z^{-k}) {}_2\mathbf{B}_2 u_2, \quad (47)$$

$$\begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{bmatrix} = {}^1\mathbf{B}^{-1} {}_2\mathbf{B}_1 = {}^2\mathbf{B}^{-1} {}_2\mathbf{B}_2. \quad (48)$$

Nakonec se obě regulované veličiny y_1 a y_2 zařadí pomocí lineární transformace do stavového vektoru modelu stavového popisného systému

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \mathbf{T} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ c_1 & c_2 & c_3 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}. \quad (49)$$

Konečný tvar stavového popisu pak je

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = z^{-1} \mathbf{T} \mathbf{A} \mathbf{T}^{-1} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + z^{-1} \mathbf{T} \mathbf{B} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}. \quad (50)$$

3.1.2. Simulace

Pro simulační ověřování soustav s globální strukturou byl volen model dvourozměrové soustavy čtvrtého řádu se stavovým popisem (6) a (51) a maticemi (interval vzorkování $\Delta T = 0,5s$)

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & 1 & 0 & 0 \\ a_{21} & 0 & 1 & 0 \\ a_{31} & 0 & 0 & 1 \\ a_{41} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \\ b_{31} & b_{32} \\ b_{41} & b_{42} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ c_1 & 0 & c_3 & 0 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \mathbf{C} \mathbf{x}. \quad (51)$$

Matice koeficientů $\mathbf{A}$ a první sloupec matice $\mathbf{B}$ odpovídá přitom přenosu spojité soustavy v Laplaceově transformaci

$$x_1 = \frac{1}{(s+1)^4} u_1, \quad (52)$$

druhý sloupec matice $\mathbf{B}$ byl volen tak, aby se odezvy regulované veličiny x_1 na skokové změny u_1 a u_2 od sebe podstatně lišily. Zajistilo se to též lineární transformací (51) a relací (53)

$$c_1 = -c_3(a_{31} + a_{41}), \quad (53)$$

která pomáhá udržet uzavřený regulační obvod regulární a dobře podmíněný, jinak nepatrné změny žádaných hodnot w_1 a w_2 by mohly vyvolat nepřiměřeně velké změny akčních veličin (v ustáleném stavu). Číselné hodnoty matic (51) jsou

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2.4261 & 1.0000 & 0 & 0 \\ -2.2073 & 0 & 1.0000 & 0 \\ 0.8925 & 0 & 0 & 1.0000 \\ -0.1353 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0.0018 & 0.0010 \\ 0.0130 & 0.0050 \\ 0.0087 & 0.0500 \\ 0.0005 & 0.0010 \end{bmatrix}. \quad (54)$$

Po lineární transformaci

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ c_1 & 0 & c_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \text{kde} \quad c_1 = -7.5719 \quad \text{a} \quad c_3 = 10, \quad (55)$$

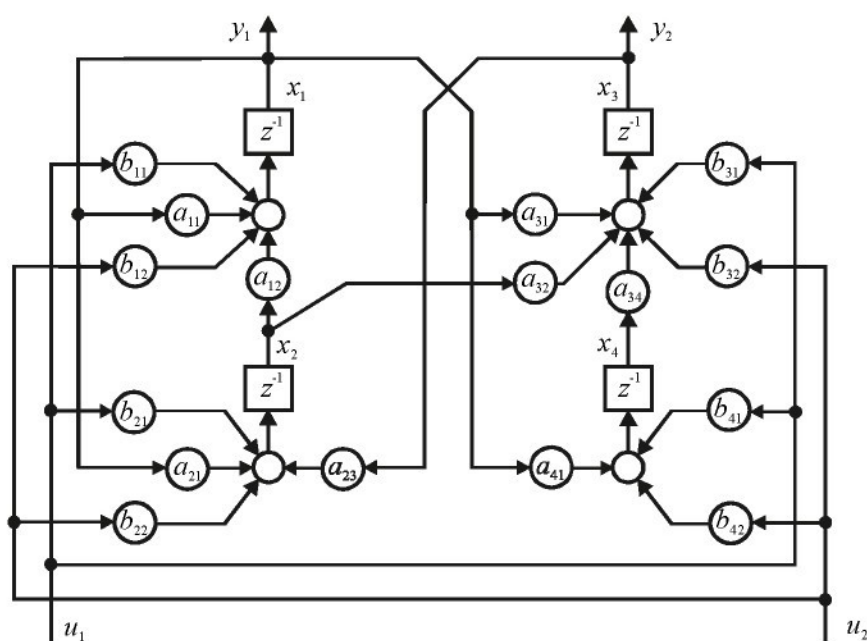
je konečný tvar stavového popisu regulované soustavy (indexy prvků v maticích (51) a (56) jsou polohové, stejné indexy nemusí znamenat stejnou hodnotu)

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ x_2 \\ y_2 \\ x_4 \end{bmatrix} = z^{-1} \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & 0 & 0 \\ a_{21} & 0 & a_{23} & 0 \\ a_{31} & a_{32} & 0 & a_{34} \\ a_{41} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ x_2 \\ y_2 \\ x_4 \end{bmatrix} + z^{-1} \begin{bmatrix} b_{11} \\ b_{21} \\ b_{31} \\ b_{41} \end{bmatrix} u_1 + z^{-1} \begin{bmatrix} b_{12} \\ b_{22} \\ b_{32} \\ b_{42} \end{bmatrix} u_2. \quad (56)$$

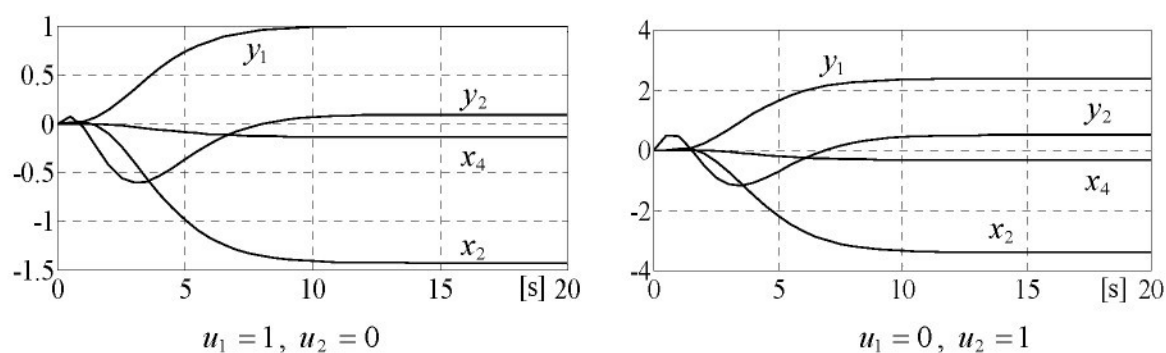
a numericky

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ x_2 \\ y_2 \\ x_4 \end{bmatrix} = z^{-1} \begin{bmatrix} 2.4261 & 1 & 0 & 0 \\ -1.4501 & 0 & 0.1 & 0 \\ -9.4450 & -7.5719 & 0 & 10 \\ -0.1353 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ x_2 \\ y_2 \\ x_4 \end{bmatrix} + z^{-1} \begin{bmatrix} 0.0018 & 0.0010 \\ 0.0130 & 0.0050 \\ 0.0738 & 0.4924 \\ 0.0005 & 0.0010 \end{bmatrix} \mathbf{u}. \quad (57)$$

Schéma regulované soustavy odpovídající popisu (56) je na obr.11 a přechodové charakteristiky soustavy jsou na obr.12.



Obr.11. Schéma modelu regulované soustavy globální struktury s použitím stavového popisu (56) a (57) (výsledný řád $n = 4$).



Obr.12. Přechodové charakteristiky modelu regulované soustavy globální struktury (57) na obr.11.

3.2. Normální diferenční rovnice

Diferenční rovnice se získávají obvykle matematicko fyzikální analýzou regulované soustavy nebo běžně identifikací na základě měření. Pokud je k dispozici stavový popis soustavy

$$\mathbf{x} = z^{-1} \mathbf{A} \mathbf{x} + z^{-1} \mathbf{B} \mathbf{u} + z^{-1} \mathbf{B}_s \mathbf{d}, \quad \mathbf{y} = \mathbf{C} \mathbf{x}, \quad (58)$$

lze diferenční rovnice získat postupným řešením (58)

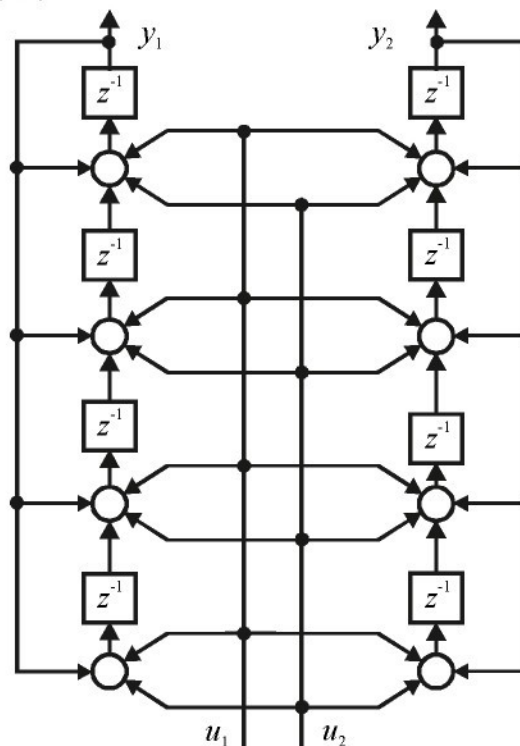
$$\begin{aligned} \mathbf{x} &= z^{-1} (\mathbf{I} - z^{-1} \mathbf{A})^{-1} (\mathbf{B} \mathbf{u} + \mathbf{B}_s \mathbf{d}), \\ \det(\mathbf{I} - z^{-1} \mathbf{A}) \mathbf{y} &= z^{-1} \mathbf{C} (\mathbf{I} - z^{-1} \mathbf{A})_{adj} (\mathbf{B} \mathbf{u} + \mathbf{B}_s \mathbf{d}). \end{aligned} \quad (59)$$

Jestliže regulované veličiny jsou už stavovými veličinami v popisu soustavy (58), pak řešení (59) znamená vyloučení všech ostatních veličin stavových v každé řádce pro y_i (58).

Normální diferenční rovnice jsou ekvivalentním popisem pouze u soustav s blokovou strukturou. Jinak řád popisu soustavy diferenčními rovnicemi může být až r -násobkem řádu popisu stavového. Diferenční rovnice pro model dvourozměrové soustavy s globální strukturou a se stavovým popisem (56) a (57) je v numerickém tvaru.

$$\begin{aligned} (1 - 2.426 z^{-1} + 2.207 z^{-2} - 0.8925 z^{-3} + 0.1353 z^{-4}) y_1 &= (0.001752 z^{-1} + 0.013 z^{-2} + \\ &+ 0.0087 z^{-3} + 0.000527 z^{-4}) u_1 + (0.001 z^{-1} + 0.005 z^{-2} + 0.05 z^{-3} + 0.001 z^{-4}) u_2, \\ (1 - 2.426 z^{-1} + 2.207 z^{-2} - 0.8925 z^{-3} + 0.1353 z^{-4}) y_2 &= (0.07376 z^{-1} - 0.2886 z^{-2} + \\ &+ 0.2269 z^{-3} - 0.009927 z^{-4}) u_1 + (0.492 z^{-1} - 1.232 z^{-2} + 0.744 z^{-3} + 0.00773 z^{-4}) u_2. \end{aligned} \quad (60)$$

Schéma modelu je na obr.13.



Obr.13. Schéma modelu regulované soustavy globální struktury s použitím popisu normálními diferenčními rovnicemi (60) (výsledný řád $n = 8$).

3.3 Smíšené diferenční rovnice

Smíšené diferenční rovnice se nejnázší získávají ze známého stavového popisu regulované soustavy, kde regulované veličiny se stávají stavovými měřitelnými veličinami ${}_1x$ a neměřitelné jsou stavové veličiny ${}_2x$

$$\begin{bmatrix} {}_1x \\ {}_2x \end{bmatrix} = z^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{11} & \mathbf{A}_{12} \\ \mathbf{A}_{21} & \mathbf{A}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}_1x \\ {}_2x \end{bmatrix} + z^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{B}_1 \\ \mathbf{B}_2 \end{bmatrix} u + z^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{M} \\ \mathbf{N} \end{bmatrix} d. \quad (61)$$

Vyloučením neměřitelných stavových veličin ${}_2x$ ze soustavy rovnic (61) získáme smíšené diferenční rovnice jen mezi měřitelnými stavovými veličinami ${}_1x$

$$\begin{aligned} (\mathbf{I} - z^{-1} \mathbf{A}_{22}) {}_2x &= z^{-1} \mathbf{A}_{21} {}_1x + z^{-1} \mathbf{B}_2 u + z^{-1} \mathbf{N} d, \\ {}_2x &= (\mathbf{I} - z^{-1} \mathbf{A}_{22})^{-1} [z^{-1} \mathbf{A}_{21} {}_1x + z^{-1} \mathbf{B}_2 u + z^{-1} \mathbf{N} d], \end{aligned} \quad (62)$$

$$\begin{aligned} {}_1x &= z^{-1} \mathbf{A}_{11} {}_1x + z^{-1} \mathbf{A}_{12} {}_2x + z^{-1} \mathbf{B}_1 u + z^{-1} \mathbf{M} d = \\ &= z^{-1} \mathbf{A}_{11} {}_1x + z^{-1} \mathbf{A}_{12} (\mathbf{I} - z^{-1} \mathbf{A}_{22})^{-1} [z^{-1} \mathbf{A}_{21} {}_1x + z^{-1} \mathbf{B}_2 u + z^{-1} \mathbf{N} d] + \\ &\quad + z^{-1} \mathbf{B}_1 u + z^{-1} \mathbf{M} d = \\ &= z^{-1} [\mathbf{A}_{11} + z^{-1} \mathbf{A}_{12} (\mathbf{I} - z^{-1} \mathbf{A}_{22})^{-1} \mathbf{A}_{21}] {}_1x + z^{-2} \mathbf{A}_{12} (\mathbf{I} - z^{-1} \mathbf{A}_{22})^{-1} \mathbf{B}_2 u + \\ &\quad + z^{-2} \mathbf{A}_{12} (\mathbf{I} - z^{-1} \mathbf{A}_{22})^{-1} \mathbf{N} d + z^{-1} \mathbf{B}_1 u + z^{-1} \mathbf{M} d, \end{aligned} \quad (63)$$

$$\begin{aligned} \left\{ \mathbf{I} - z^{-1} [\mathbf{A}_{11} + z^{-1} \mathbf{A}_{12} (\mathbf{I} - z^{-1} \mathbf{A}_{22})^{-1} \mathbf{A}_{21}] \right\} {}_1x &= z^{-1} [\mathbf{B}_1 + z^{-1} \mathbf{A}_{12} (\mathbf{I} - z^{-1} \mathbf{A}_{22})^{-1} \mathbf{B}_2] u + \\ &\quad + z^{-1} [\mathbf{M} + z^{-1} \mathbf{A}_{12} (\mathbf{I} - z^{-1} \mathbf{A}_{22})^{-1} \mathbf{N}] d. \end{aligned} \quad (64)$$

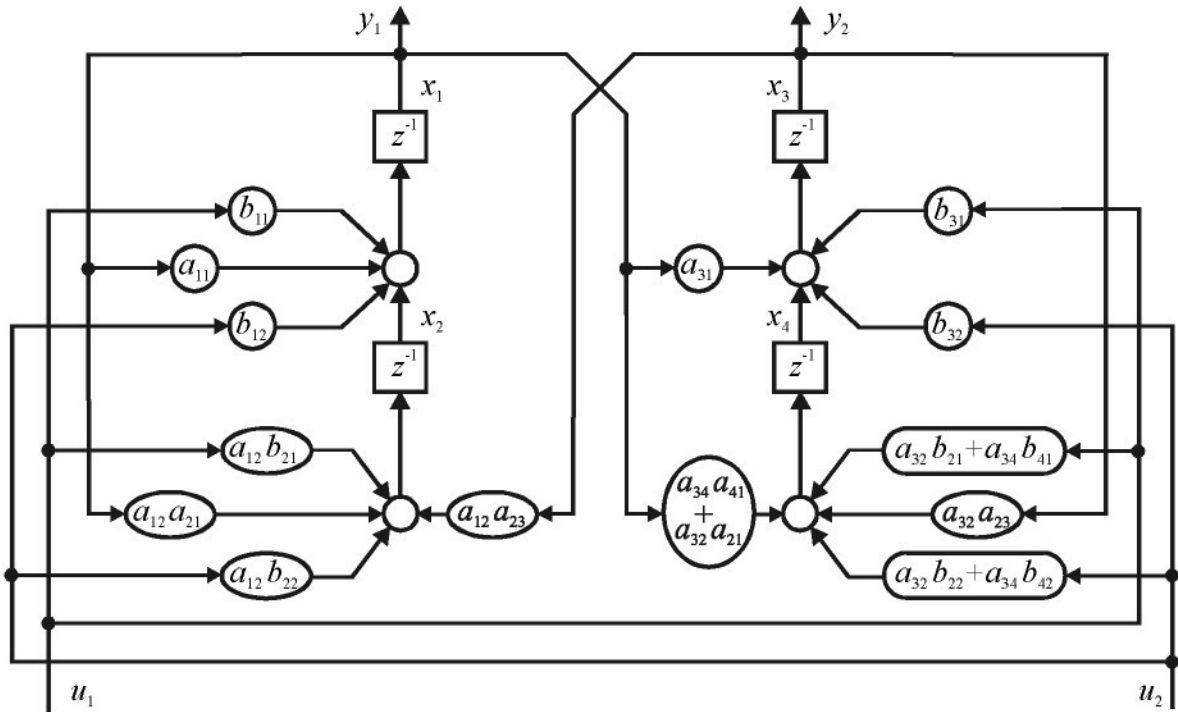
Vztahy je vhodné řešit až v číselném tvaru na počítači. Z číselného tvaru stavového popisu (57) modelu regulované soustavy s globální strukturou se tak získá přímo číselný tvar příslušných smíšených diferenčních rovnic

$$\begin{aligned} y_1 &= (2.4261 z^{-1} - 1.4501 z^{-2}) y_1 + 0.1 z^{-2} y_2 + (0.0018 z^{-1} + 0.013 z^{-2}) u_1 + \\ &\quad + (0.001 z^{-1} + 0.005 z^{-2}) u_2, \\ y_2 &= (-9.445 z^{-1} + 9.627 z^{-2}) y_1 - 0.7519 z^{-2} y_2 + (0.0738 z^{-1} - 0.09343 z^{-2}) u_1 + \\ &\quad + (0.4924 z^{-1} - 0.02786 z^{-2}) u_2. \end{aligned} \quad (65)$$

Pro model regulované soustavy se stavovým popisem v algebraickém tvaru (56) lze získat popis se smíšenými rovnicemi prostým dosazením za neměřitelné stavové veličiny x_2 a x_4 , jak je patrné z rovnice (66)

$$\begin{aligned} y_1 &= z^{-1} a_{11} y_1 + z^{-1} a_{12} (z^{-1} a_{21} y_1 + z^{-1} a_{23} y_2 + z^{-1} b_{21} u_1 + z^{-1} b_{22} u_2) + z^{-1} b_{11} u_1 + z^{-1} b_{12} u_2, \\ y_2 &= z^{-1} a_{31} y_1 + z^{-1} a_{32} (z^{-1} a_{21} y_1 + z^{-1} a_{23} y_2 + z^{-1} b_{21} u_1 + z^{-1} b_{22} u_2) + \\ &\quad + z^{-1} a_{34} (z^{-1} a_{41} y_1 + z^{-1} b_{41} u_1 + z^{-1} b_{42} u_2) + z^{-1} b_{31} u_1 + z^{-1} b_{32} u_2. \end{aligned} \quad (66)$$

Schéma modelu je na obr. 14.



Obr.14. Schéma modelu regulované soustavy globální struktury s použitím popisu smíšenými diferenčními rovnicemi (66) (výsledný řád $n = 4$).

Kromě vylučovacího postupu lze získat smíšené diferenční rovnice postupem identifikace přímo na počítači např. pomocí programových prostředků softwarového produktu MATLAB 6.5 a vyšších verzí, které v identifikačním toolboxu obsahují proceduru TH2ARX pro identifikaci parametrů soustavy ve tvaru ARX modelu z přechodových charakteristik dané dynamické soustavy. Kromě přechodových charakteristik je potřeba zadat jako parametr procedury odhady řádu systému, resp. počet koeficientů pro jednotlivé veličiny přenosu soustavy. Uvažujme MIMO systém, jehož popis pomocí diferenčních rovnic by měl obecně tvar:

$$\begin{aligned}
 & y_1(k) + a_1^{11} y_1(k-1) + a_2^{11} y_1(k-2) + \dots + a_{n11}^{11} y_1(k-n11) + \\
 & + a_1^{12} y_2(k-1) + a_2^{12} y_2(k-2) + \dots + a_{n12}^{12} y_2(k-n12) + \dots + \\
 & + a_1^{1n} y_n(k-1) + a_2^{1n} y_n(k-2) + \dots + a_{n1n}^{1n} y_n(k-n1n) = \\
 & = b_0^{11} u_1(k) + b_1^{11} u_1(k-1) + b_2^{11} u_1(k-2) + \dots + b_{m11}^{11} u_1(k-m11) + \\
 & + b_0^{12} u_2(k) + b_1^{12} u_2(k-1) + b_2^{12} u_2(k-2) + \dots + b_{m12}^{12} u_2(k-m12) + \dots + \\
 & + b_0^{1m} u_m(k) + b_1^{1m} u_m(k-1) + b_2^{1m} u_m(k-2) + \dots + b_{m1m}^{1m} u_1(k-m1m),
 \end{aligned} \tag{67}$$

$$\begin{aligned}
 & y_2(k) + a_1^{22} y_2(k-1) + a_2^{22} y_2(k-2) + \dots + a_{n22}^{22} y_2(k-n22) + \\
 & + a_1^{21} y_1(k-1) + a_2^{21} y_1(k-2) + \dots + a_{n21}^{21} y_1(k-n21) + \dots + \\
 & + a_1^{2n} y_n(k-1) + a_2^{2n} y_n(k-2) + \dots + a_{n2n}^{2n} y_n(k-n2n) = \\
 & = b_0^{21} u_1(k) + b_1^{21} u_1(k-1) + b_2^{21} u_1(k-2) + \dots + b_{m21}^{21} u_1(k-m21) + \\
 & + b_0^{22} u_2(k) + b_1^{22} u_2(k-1) + b_2^{22} u_2(k-2) + \dots + b_{m22}^{22} u_2(k-m22) + \dots + \\
 & + b_0^{2m} u_m(k) + b_1^{2m} u_m(k-1) + b_2^{2m} u_m(k-2) + \dots + b_{m2m}^{2m} u_1(k-m2m), \dots
 \end{aligned}$$

který je pak možné maticově zapsat jako

$$\begin{aligned} y(k) + A_1 y(k-1) + A_2 y(k-2) + \dots + A_m y(k-m) = \\ = B_0 u(k) + B_1 u(k-1) + B_2 u(k-2) + \dots + B_m u(k-m), \end{aligned} \quad (68)$$

$$\text{kde } A_1 = \begin{bmatrix} a_1^{11} & a_1^{12} & \dots & a_1^{1n} \\ a_1^{21} & a_1^{22} & \dots & a_1^{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_1^{n1} & a_1^{n2} & \dots & a_1^{nn} \end{bmatrix}, A_2 = \begin{bmatrix} a_2^{11} & a_2^{12} & \dots & a_2^{1n} \\ a_2^{21} & a_2^{22} & \dots & a_2^{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_2^{n1} & a_2^{n2} & \dots & a_2^{nn} \end{bmatrix}, \dots$$

Data pro odhad počtu koeficientů identifikovaného modelu se pak uvádějí v následujícím maticovém tvaru, kde jednotlivé parametry odpovídají značení v (67)

$$P = \begin{bmatrix} n11 & n12 & \dots & n1n & m11 & m12 & \dots & m1m & (n11-m11) & (n12-m12) & \dots & (n1n-m1m) \\ n21 & n22 & \dots & n2n & m21 & m22 & \dots & m2m & (n21-m21) & (n22-m22) & \dots & (n2n-m2m) \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ mn1 & mn2 & \dots & mnn & mn1 & mn2 & \dots & mnm & (mn1-mn1) & (mn2-mn2) & \dots & (mnn-mnm) \end{bmatrix}.$$

Kromě smíšených diferenčních rovnic (69) program MATLAB poskytuje v závislosti na zadání i normální diferenční rovnice (70). V případě soustav s blokovou strukturou a zadání na výpočet smíšených diferenčních rovnic (které teoreticky neexistují), program MATLAB vypočítá smíšené diferenční rovnice pro každý požadovaný výstup, ale s nulovými koeficienty u nepřípadných veličin (které výstup neovlivňují). To umožňuje využívat program MATLAB jednotně pro nastavení na výpočet smíšených diferenčních rovnic bez ohledu na strukturu vyšetřovaných soustav blokové struktury s popisem (20), (23) a globální struktury s popisem (57).

V našem případě soustavy čtvrtého řádu se dvěma vstupy a dvěma výstupy, jejíž diskretní popis získáme diskretizací spojitého modelu, má matice dat pro výpočet smíšených diferenčních rovnic tvar

$$P = \begin{bmatrix} n1 & n1 & n1 & n1 & 1 & 1 \\ n1 & n1 & n1 & n1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (69)$$

a pro výpočet normálních diferenčních rovnic tvar

$$P = \begin{bmatrix} n1 & 0 & n1 & n1 & 1 & 1 \\ 0 & n1 & n1 & n1 & 1 & 1 \end{bmatrix}. \quad (70)$$

Číselné výsledky ověřování programu MATLAB jsou uvedeny na následujících stránkách v podobě diferenčních rovnic, kde pro výpočet smíšených a normálních diferenčních rovnic v Matlabu bylo voleno $n1=1$ až 5. Jako optimální výsledek je označen výsledek, který dával nejmenší chybu a současně nejmenší řád $n1$. Výsledky jsou na obr.15 až 17 a jsou doplněny ukázkami přechodových charakteristik, které odpovídají vypočítaným koeficientům diferenčních rovnic a průběhy jejich chyb vůči charakteristikám zadaným.

Regulovaná soustava blokové struktury, výpočet smíšené diferenční rovnice**n1 = 1**

$$(1 - 0,6058 z^{-1}) y_1 = -0,1227 z^{-1} y_2 + 0,3360 z^{-1} u_1 - 0,0816 z^{-1} u_2$$

0,6058 (nulové body polynomů)

$$(1 - 0,9303 z^{-1}) y_2 = 0,0605 y_1 - 0,09881 z^{-1} u_1 + 0,1032 z^{-1} u_2$$

0,9303

n1 = 2, optimální řešení

$$(1 - 1,5455 z^{-1} + 0,5866 z^{-2}) y_1 = -1,0e^{-0,014}(-0,441 z^{-1} + 0,6217 z^{-2}) y_2 + (0,3297 z^{-1} - 0,2885 z^{-2}) u_1 + (-0,0624 z^{-1} + 0,0418 z^{-2}) u_2$$

0,8752 0,6703 1,40 0,8752 0,6703

$$(1 - 1,7236 z^{-1} + 0,7408 z^{-2}) y_2 = -1,0e^{-0,014}(0,5385 z^{-1} - 0,6328 z^{-2}) y_1 + (-0,0906 z^{-1} + 0,0820 z^{-2}) u_1 + (0,0952 z^{-1} - 0,0779 z^{-2}) u_2$$

0,9048 0,8187 1,1753 0,9048 0,8187

n1 = 3

$$(1 - 0,8967 z^{-1} - 0,4161 z^{-2} + 0,3806 z^{-3}) y_1 = -(0,0023 z^{-1} - 0,0040 z^{-2} + 0,0017 z^{-3}) y_2 + (0,3297 z^{-1} - 0,0748 z^{-2} - 0,1870 z^{-3}) u_1 +$$

-0,6488 0,8752 0,6703 0,9048 0,8187 0,8752 -0,6482

$$+ (-0,0624 z^{-1} + 0,0016 z^{-2} + 0,0270 z^{-3}) u_2$$

0,6699 -0,6449

$$(1 - 1,0608 z^{-1} - 0,4016 z^{-2} + 0,4910 z^{-3}) y_2 = -(0,0025 z^{-1} - 0,0038 z^{-2} + 0,0014 z^{-3}) y_1 + (-0,0906 z^{-1} + 0,0227 z^{-2} + 0,0536 z^{-3}) u_1 +$$

-0,6628 0,9048 0,8187 0,8752 0,6703 0,9050 -0,6540

$$+ (0,0952 z^{-1} - 0,0150 z^{-2} - 0,0515 z^{-3}) u_2$$

0,8189 -0,6613

n1 = 4

$$(1 - 0,5922 z^{-1} - 0,4174 z^{-2} - 0,1659 z^{-3} + 0,2753 z^{-4}) y_1 = - (0,0060 z^{-1} - 0,0062 z^{-2} - 0,0027 z^{-3} + 0,0030 z^{-4}) y_2 + \\ - 0,4766 \pm 0,4920i \quad 0,8752 \quad 0,6703 \quad - 0,6892 \quad 0,9048 \quad 0,8187 \\ + (0,3297 z^{-1} + 0,0252 z^{-2} - 0,1202 z^{-3} - 0,1350 z^{-4}) u_1 + (- 0,0624 z^{-1} - 0,0171 z^{-2} + 0,0105 z^{-3} + 0,0193 z^{-4}) u_2 \\ 0,8751 \quad - 0,4758 \pm 0,4916i \quad 0,6691 \quad - 0,4715 \pm 0,4900i$$

$$(1 - 0,7340 z^{-1} - 0,4718 z^{-2} - 0,1167 z^{-3} + 0,3653 z^{-4}) y_2 = - (0,0066 z^{-1} - 0,0060 z^{-2} - 0,0025 z^{-3} + 0,0025 z^{-4}) y_1 + \\ - 0,4948 \pm 0,4982i \quad 0,9048 \quad 0,8187 \quad - 0,6242 \quad 0,8752 \quad 0,6703 \\ + (- 0,0906 z^{-1} - 0,0055 z^{-2} + 0,0359 z^{-3} + 0,0393 z^{-4}) u_1 + (0,0952 z^{-1} + 0,0158 z^{-2} - 0,0302 z^{-3} - 0,0382 z^{-4}) u_2 \\ 0,9053 \quad - 0,4831 \pm 0,4949i \quad 0,8192 \quad - 0,4929 \pm 0,4976i$$

Regulovaná soustava globální struktury, výpočet smíšené diferenční rovnice

n1 = 1

$$(1 - 0,9860 z^{-1}) y_1 = - 0,1428 z^{-1} y_2 + 0,0291 z^{-1} u_1 + 0,1037 u_2 \\ 0,9860$$

$$(1 - 0,8534 z^{-1}) y_2 = 0,1216 z^{-1} y_1 - 0,1234 z^{-1} u_1 - 0,1952 u_2 \\ 0,8534$$

n1 = 2, optimální řešení

$$(1 - 2,4261 z^{-1} + 1,4501 z^{-2}) y_1 = (0,0000 z^{-1} + 0,1000 z^{-2}) y_2 + (0,0018 z^{-1} + 0,0130 z^{-2}) u_1 + (0,0010 z^{-1} + 0,0050 z^{-2}) u_2 \\ 1,3594 \quad 1,0667 \quad - 2,7582e + 014 \quad - 7,4142 \quad - 5,0000$$

$$(1 + 0,0000 z^{-1} + 0,7572 z^{-2}) y_2 = - (9,4450 z^{-1} - 9,6265 z^{-2}) y_1 + (0,0738 z^{-1} - 0,0931 z^{-2}) u_1 + (0,4924 z^{-1} - 0,0279 z^{-2}) u_2 \\ - 0,0000 \pm 0,8702i \quad 1,0192 \quad 1,2616 \quad 0,0566$$

Příloha 2 (P2)

n1= 3

$$(1 - 0,3911 z^{-1} - 0,3254 z^{-2} - 0,2714 z^{-3}) y_1 = - (0,3347 z^{-1} - 0,1000 z^{-2} + 0,0500 z^{-3}) y_2 + (0,0018 z^{-1} + 0,0412 z^{-2} - 0,0047 z^{-3}) u_1 + \\ 0,9936 \quad - 0,3012 \pm 0,4271i \quad 0,1494 \pm 0,3563i \quad - 23,6596 \quad 0,1140 \\ + (0,0010 z^{-1} + 0,1719 z^{-2} + 0,0008 z^{-3}) u_2 \\ - 171,8659 \quad - 0,0049$$

$$(1 - 1,3672 z^{-1} + 0,7572 z^{-2} - 0,1094 z^{-3}) y_2 = - (0,1862 z^{-1} - 0,0772 z^{-2} - 0,2643 z^{-3}) y_1 + (0,0738 z^{-1} - 0,2101 z^{-2} + 0,0070 z^{-3}) u_1 + \\ 0,5764 \pm 0,4216i \quad 0,2145 \quad 1,4165 \quad - 1,0022 \quad 2,8150 \quad 0,0337 \\ + (0,4924 z^{-1} - 0,7104 z^{-2} - 0,0082 z^{-3}) u_2 \\ 1,4541 \quad - 0,0115$$

n1= 4

$$(1 - 0,2969 z^{-1} - 0,2542 z^{-2} - 0,2245 z^{-3} - 0,1979 z^{-4}) y_1 = - (0,2208 z^{-1} + 0,1278 z^{-2} - 0,0457 z^{-3} + 0,0349 z^{-4}) y_2 + \\ 0,9886 \quad - 0,5616 \quad - 0,0651 \pm 0,5936i \quad - 0,1925 \pm 0,3563i$$

$$+ (0,0018 z^{-1} + 0,0330 z^{-2} + 0,0263 z^{-3} - 0,0033 z^{-4}) u_1 + (0,0010 z^{-1} + 0,1159 z^{-2} + 0,1181 z^{-3} + 0,0005 z^{-4}) u_2 \\ - 18,0022 \quad - 0,9515 \quad 0,1111 \quad - 114,8408 \quad - 1,0234 \quad - 0,0045$$

$$(1 - 0,7315 z^{-1} - 0,1648 z^{-2} + 0,3824 z^{-3} - 0,0747 z^{-4}) y_2 = - (0,0824 z^{-1} - 0,0545 z^{-2} - 0,1182 z^{-3} - 0,1649 z^{-4}) y_1 + \\ - 0,6592 \quad 0,5771 \pm 0,3821i \quad 0,2365 \quad 1,9362 \quad - 0,6376 \pm 0,7921i$$

$$+ (0,0738 z^{-1} - 0,1634 z^{-2} - 0,1324 z^{-3} + 0,0048 z^{-4}) u_1 + (0,4924 z^{-1} - 0,3974 z^{-2} - 0,4867 z^{-3} - 0,0055 z^{-4}) u_2 \\ 2,8396 \quad - 0,6592 \quad 0,0350 \quad 1,4799 \quad - 0,6615 \quad - 0,0114$$

n1= 5

$$(1 - 0,2466 z^{-1} - 0,2144 z^{-2} - 0,1836 z^{-3} - 0,1626 z^{-4} - 0,1433 z^{-5}) y_1 = (0,1564 z^{-1} + 0,1375 z^{-2} + 0,0849 z^{-3} - 0,0348 z^{-4} + 0,0271 z^{-5}) y_2 + \\ 0,9816 \quad 0,1300 \pm 0,6262i \quad - 0,4975 - 0,3307i \quad - 0,6710 \pm 0,7339i \quad 0,2315 \pm 0,3488i$$

Příloha 2 (P2)

$$+ (0,0018 z^{-1} + 0,0283 z^{-2} + 0,0350 z^{-3} + 0,0213 z^{-4} - 0,025 z^{-5}) u_1 + (0,0010 z^{-1} + 0,0842 z^{-2} + 0,1256 z^{-3} + 0,0961 z^{-4} + 0,0005 z^{-5}) u_2 \\ - 14,8919 \quad - 0,6942 \pm 0,6952i \quad 0,1011 \quad - 82,6825 \quad - 0,7501 \pm 0,7690i \quad - 0,0051$$

$$(1 - 0,4614 z^{-1} - 0,1443 z^{-2} + 0,0175 z^{-3} + 0,2036 z^{-4} - 0,0439 z^{-5}) y_2 = - (0,0467 z^{-1} - 0,0443 z^{-2} - 0,1017 z^{-3} - 0,1232 z^{-4} - 0,1388 z^{-5}) y_1 + \\ - 0,4656 \pm 0,4373i \quad 0,5853 \pm 0,3769i \quad 0,2220 \quad 2,4639 \quad - 1,0963 \quad - 0,2098 \pm 1,0273i \\ + (0,0738 z^{-1} - 0,1436 z^{-2} - 0,1611 z^{-3} - 0,0803 z^{-4} + 0,0027 z^{-5}) u_1 + (0,4924 z^{-1} - 0,2645 z^{-2} - 0,4869 z^{-3} - 0,3052 z^{-4} - 0,0035 z^{-5}) u_2 \\ 2,8464 \quad - 0,4658 \pm 0,4360i \quad 0,0313 \quad 1,4856 \quad - 0,4684 \pm 0,4359i \quad - 0,0118$$

Regulovaná soustava globální struktury, výpočet normální diferenční rovnice

n1 = 1

$$(1 - 0,9317 z^{-1}) y_1 = 0,0570 z^{-1} u_1 + 0,18217 u_2 \\ 0,9317$$

$$(1 - 0,9583 z^{-1}) y_2 = 0,0032 z^{-1} u_1 + 0,0185 u_2 \\ 0,8534$$

n1 = 2

$$(1 - 1,7862 z^{-1} + 0,8159 z^{-2}) y_1 = (0,0047 z^{-1} + 0,0271 z^{-2}) u_1 + (0,0010 z^{-1} + 0,0666 z^{-2}) u_2 \\ 0,8931 \pm 0,1350i \quad - 2,7890 \quad - 66,6100$$

$$(1 - 1,6471 z^{-1} + 0,7176 z^{-2}) y_2 = (0,1047 z^{-1} - 0,0772 z^{-2}) u_1 + (0,4924 z^{-1} - 0,4874 z^{-2}) u_2 \\ 0,8236 \pm 0,1983i \quad 0,7374 \quad 0,9898$$

n1 = 3

$$(1 - 2,2690 z^{-1} + 1,7767 z^{-2} - 0,4823 z^{-3}) y_1 = (0,0015 z^{-1} + 0,0133 z^{-2} - 0,0106 z^{-3}) u_1 + (0,0010 z^{-1} + 0,0052 z^{-2} + 0,0546 z^{-3}) u_2 \\ 0,8154 \quad 0,7268 \pm 0,2514i \quad - 8,10789 \quad - 0,88249 \quad - 2,5786 \pm 6,9278i$$

Příloha 2 (P2)

$$\begin{pmatrix} 1 - 2,3802 z^{-1} + 2,0375 z^{-2} - 0,6408 z^{-3} \\ 0,9310 \quad 0,7246 \pm 0,4041i \end{pmatrix} y_2 = \begin{pmatrix} 0,0712 z^{-1} - 0,2852 z^{-2} + 0,2142 z^{-3} \\ 3,0044 \quad 1,0013 \end{pmatrix} u_1 + \begin{pmatrix} 0,4924 z^{-1} - 1,2094 z^{-2} + 0,7279 z^{-3} \\ 1,4001 \quad 1,0558 \end{pmatrix} u_2$$

n1= 4, optimální řešení

$$\begin{pmatrix} 1 - 2,4261 z^{-1} + 2,2073 z^{-2} - 0,8925 z^{-3} + 0,1353 z^{-4} \\ 0,6067 \quad 0,6065 \pm 0,0001i \quad 0,6064 \end{pmatrix} y_1 = \begin{pmatrix} 0,0018 z^{-1} + 0,0130 z^{-2} + 0,0087 z^{-3} - 0,0005 z^{-4} \\ -6,6768 \quad -0,6701 \quad -0,0673 \end{pmatrix} u_1 +$$

$$+ \begin{pmatrix} 0,0010 z^{-1} + 0,0050 z^{-2} + 0,0500 z^{-3} + 0,0010 z^{-4} \\ -2,4900 \pm 6,6106i \quad -0,0200 \end{pmatrix} u_2$$

$$\begin{pmatrix} 1,0 - 2,2461 z^{-1} + 2,2073 z^{-2} - 0,8925 z^{-3} + 0,1353 z^{-4} \\ 0,6066 \pm 0,0001i \quad 0,6064 \pm 0,0001i \end{pmatrix} y_2 = \begin{pmatrix} 0,0738 z^{-1} - 0,2886 z^{-2} + 0,2269 z^{-3} - 0,0099 z^{-4} \\ 2,8485 \quad 1,0170 \quad 0,0465 \end{pmatrix} u_1 +$$

$$+ \begin{pmatrix} 0,4924 z^{-1} - 1,2320 z^{-2} + 0,7441 z^{-3} + 0,0077 z^{-4} \\ 1,4585 \quad 1,0536 \quad -0,0102 \end{pmatrix} u_2$$

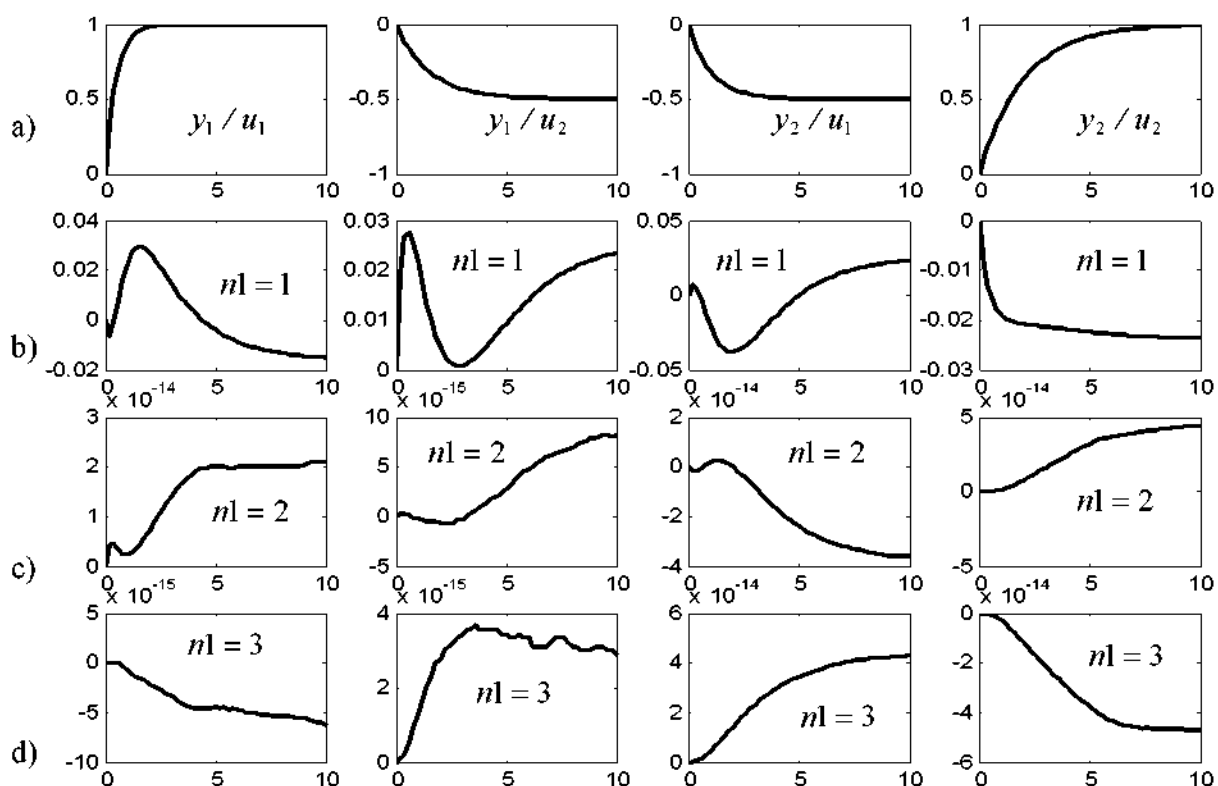
n1= 5

$$\begin{pmatrix} 1 - 1,6412 z^{-1} + 0,3028 z^{-2} + 0,8401 z^{-3} - 0,5653 z^{-4} + 0,1062 z^{-5} \\ -0,7850 \quad 0,6066 \pm 0,0001i \quad 0,6064 \pm 0,0001i \end{pmatrix} y_1 = \begin{pmatrix} 0,0018 z^{-1} + 0,0144 z^{-2} + 0,0189 z^{-3} + 0,0074 z^{-4} - 0,0004 z^{-5} \\ -6,6768 \quad -0,7850 \quad -0,6701 \quad -0,0673 \end{pmatrix} u_1 +$$

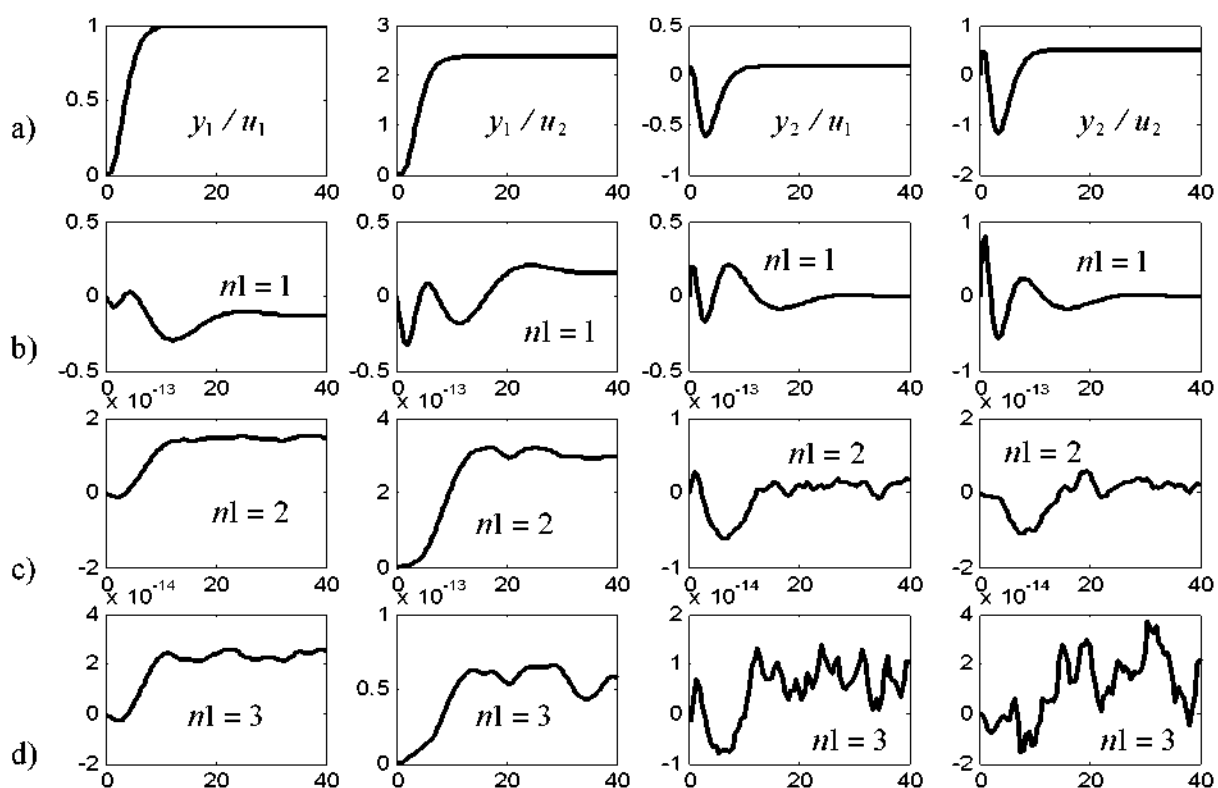
$$+ \begin{pmatrix} 0,0010 z^{-1} + 0,0058 z^{-2} + 0,0539 z^{-3} + 0,0402 z^{-4} + 0,0008 z^{-5} \\ -2,4900 \pm 6,6106i \quad -0,7850 \quad -0,0200 \end{pmatrix} u_2$$

$$\begin{pmatrix} 1 - 1,6623 z^{-1} + 0,3541 z^{-2} + 0,7935 z^{-3} - 0,5464 z^{-4} + 0,1034 z^{-5} \\ -0,7639 \quad 0,6066 \pm 0,0001i \quad 0,6064 \pm 0,0001i \end{pmatrix} y_2 = \begin{pmatrix} 0,0738 z^{-1} - 0,2322 z^{-2} + 0,0065 z^{-3} + 0,1634 z^{-4} - 0,0076 z^{-5} \\ 2,8485 \quad 1,0170 \quad -0,7639 \quad -0,0465 \end{pmatrix} u_1 +$$

$$+ \begin{pmatrix} 0,4924 z^{-1} - 0,8559 z^{-2} - 0,1970 z^{-3} + 0,5761 z^{-4} + 0,0059 z^{-5} \\ 1,4585 \quad 1,0536 \quad -0,7639 \quad -0,0102 \end{pmatrix} u_2$$

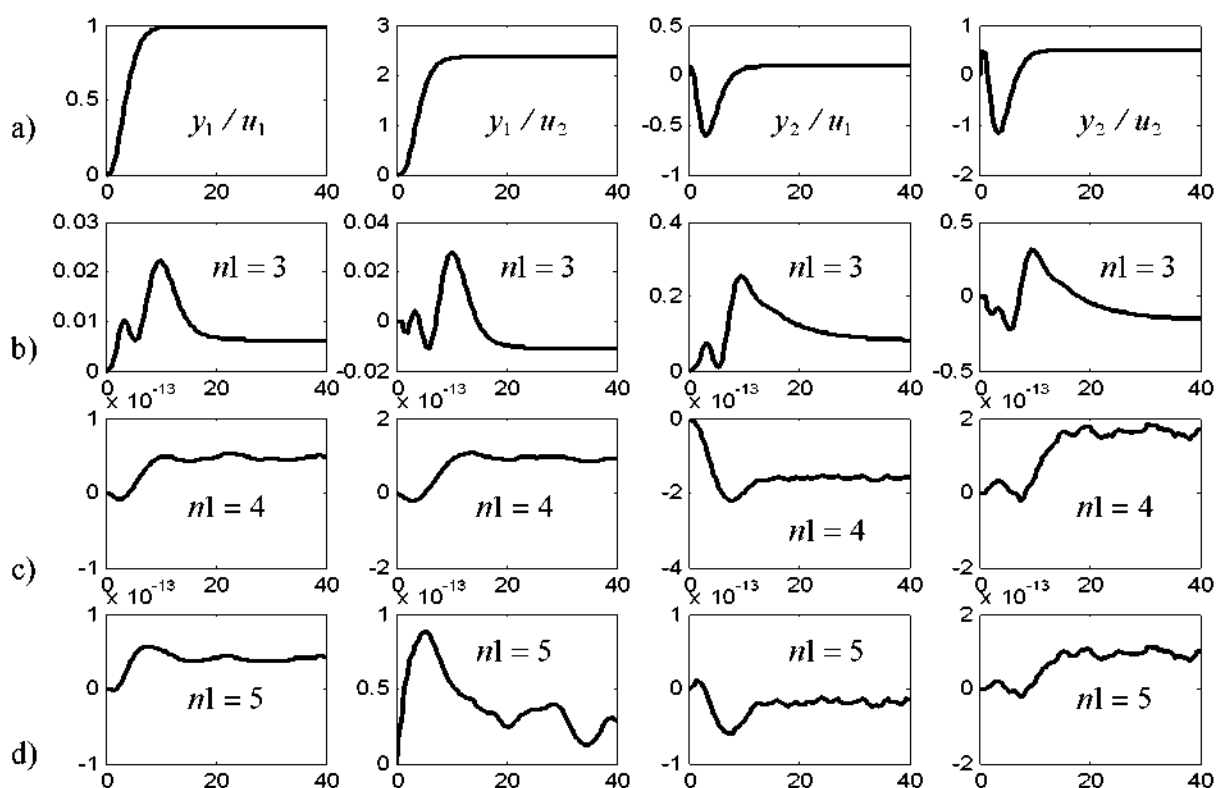


Obr. 15. Přechodové charakteristiky dvourozměrové regulované soustavy 4. řádu blokové struktury - a) základní charakteristika počítaná z popisu (19) a (23), b), c), d) chyby přechodových charakteristik počítané ze smíšené diferenční rovnice pro $nl = 1$, $nl = 2$ a $nl = 3$ vůči základní charakteristice.



Obr. 16. Přechodové charakteristiky dvourozměrové regulované soustavy 4. řádu globální

struktury - a) základní charakteristika počítaná z popisu (57), b), c), d) chyby přechodových charakteristik počítané ze smíšené diferenční rovnice pro $n1 = 1$, $n1 = 2$ a $n1 = 3$ vůči základní charakteristice.



Obr. 17. Přechodové charakteristiky dvourozměrové regulované soustavy 4. řádu globální struktury a) základní charakteristika počítaná z popisu (57), b), c), d) chyby přechodových charakteristik počítané z normální diferenční rovnice pro $n1 = 3$, $n1 = 4$ a $n1 = 5$ vůči základní charakteristice.

4. Autonomní regulace

Tento způsob regulace je v praxi často žádán. To však ještě neznamená, že autonomní regulace je lepší ve smyslu kritéria jakosti regulace (kvadratického), podle kterého je regulace optimalizována. Autonomní regulace představuje vázaný extrém kritéria. Umožňuje však volbu některých přenosů (73) a tím může příznivě ovlivnit regulační proces.

Návrh autonomní regulace vychází z popisu (22) soustavy s blokovou strukturou a jeho řešení

$$\det(\mathbf{I} - z^{-1}\mathbf{A})\mathbf{y} = z^{-1}\mathbf{C}(\mathbf{I} - z^{-1}\mathbf{A})_{\text{adj}}\mathbf{B}\mathbf{u} = z^{-1}\mathbf{D}\mathbf{u}. \quad (71)$$

Po eventuelním krácení v řádkách platí následující vztah

$$[\det_i \ y_i] = z^{-1}\mathbf{D}_0 \mathbf{u} \quad (72)$$

kde je

$[\det_i \ y_i]$ - vektor $(r,1)$ levých stran po krácení,
 $\mathbf{D}_0$ - matice $\mathbf{D}(r,r)$ po krácení.

Po zavedení podmínky autonomnosti do (72) musí být splněna rovnice

$$z^{-1} \mathbf{D}_0 \mathbf{u} = z^{-1} \mathbf{F}_0 \mathbf{v} \quad (73)$$

kde je

- $\mathbf{v}$ - vektor $(r, 1)$ virtuálních akčních veličin,
- $\mathbf{F}_0$ - volitelná diagonální matice (r, r) , volbou lze zlepšit dynamiku regulace.

Hodnoty reálných akčních veličin

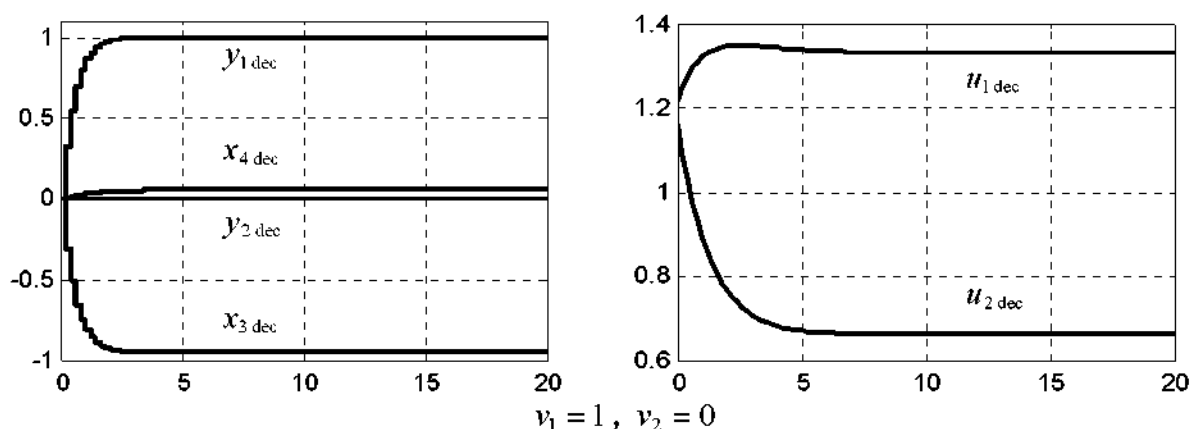
$$\det \mathbf{D}_0 \mathbf{u} = \mathbf{D}_{0 \text{ adj}} \mathbf{F}_0 \mathbf{v} \quad (74)$$

se určují přímo v regulačním obvodu z výstupů jednorozměrových časově diskrétních regulátorů R_i libovolného typu. Jsou navrhovány pro soustavu

$$[\det_i y_i] = z^{-1} F_{0i} v_i, \quad i = 1 \text{ až } r, \quad (75)$$

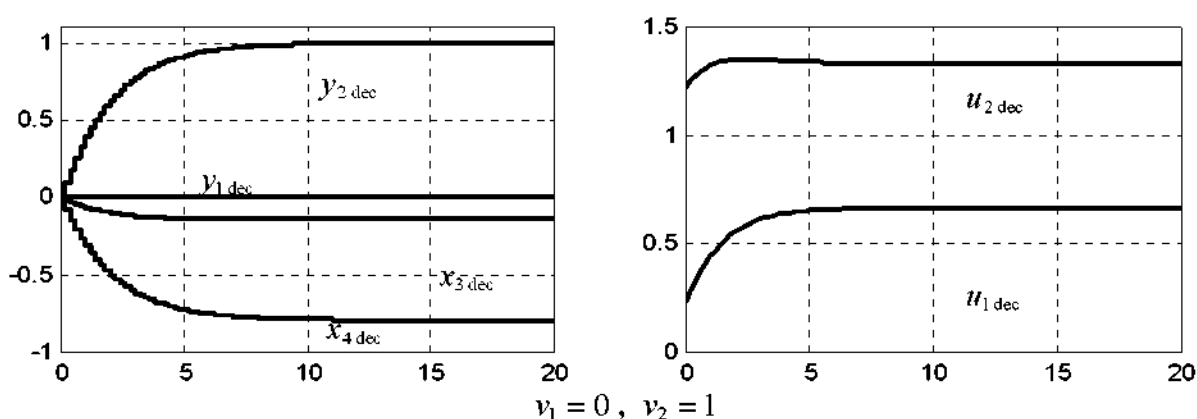
kde F_{0i} je přenosový mnohočlen.

Ruční řízení je možné pomocí proměnné v_i (autonomně v (75) nebo pomocí reálných akčních veličin u_i (neautonomně v (22), obr.18 až 21).



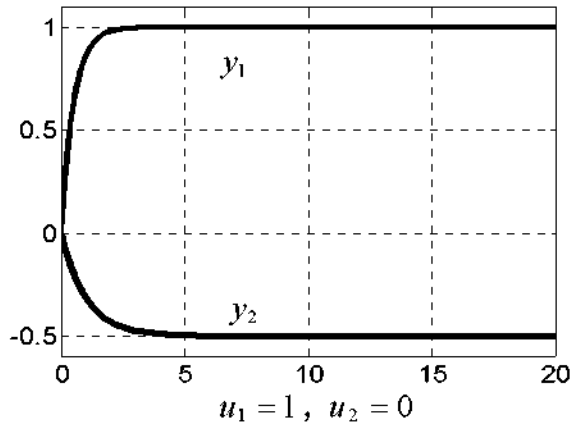
Obr.18. Ruční řízení soustavy blokové struktury s autonomní vazbou,

$$y_{1 \text{ dec}} = F_{01} v_1 = \frac{z^{-1} b_{11}}{1 - z^{-1} a_{11}} v_1, \quad y_{2 \text{ dec}} = 0.$$

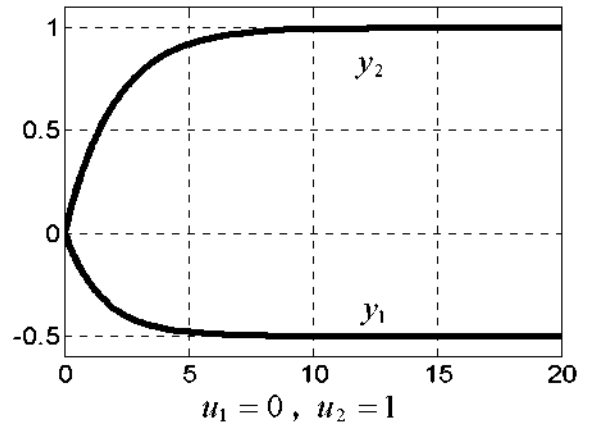


Obr.19. Ruční řízení soustavy blokové struktury s autonomní vazbou,

$$y_{1 \text{ dec}} = 0, \quad y_{2 \text{ dec}} = F_{02} v_2 = \frac{z^{-1} b_{42}}{1 - z^{-1} a_{44}} v_2.$$



Obr.20. Ruční řízení soustavy blokové struktury.



Obr.21. Ruční řízení soustavy blokové struktury.

4.1. Ověřování

Regulační procesy s autonomním systémem byly simulovány na počítači pro dvourozměrovou regulovanou soustavu čtvrtého řádu blokové struktury (22) a (24) pomocí podmínky (73). Po dosazení do (72) se získá popis dvěma normálními diferenčními rovnicemi

$$\begin{bmatrix} (1 - z^{-1}a_{11})(1 - z^{-1}a_{33})y_1 \\ (1 - z^{-1}a_{22})(1 - z^{-1}a_{44})y_2 \end{bmatrix} = z^{-1} \mathbf{D}_0 \mathbf{u} = z^{-1} \begin{bmatrix} (1 - z^{-1}a_{33})b_{11}(1 - z^{-1}a_{11})b_{32} \\ (1 - z^{-1}a_{44})b_{21}(1 - z^{-1}a_{22})b_{42} \end{bmatrix} \mathbf{u}. \quad (76)$$

Dosazením za determinant

$$\begin{aligned} \det \mathbf{D}_0 &= (1 - z^{-1}a_{33})b_{11}(1 - z^{-1}a_{22})b_{42} - (1 - z^{-1}a_{11})b_{32}(1 - z^{-1}a_{44})b_{21} = \\ &= b_{11}b_{42}(1 - z^{-1}(a_{22} + a_{33}) + z^{-2}a_{22}a_{33}) - \\ &\quad - b_{21}b_{32}(1 - z^{-1}(a_{11} + a_{44}) + z^{-2}a_{11}a_{44}) = \alpha + \beta z^{-1} + \gamma z^{-2}, \end{aligned} \quad (77)$$

kde je $\alpha = b_{11}b_{42} - b_{21}b_{32}$

$$\beta = -a_{33}b_{11}b_{42} - a_{22}b_{11}b_{42} + a_{44}b_{21}b_{32} + a_{11}b_{21}b_{32}$$

$$\gamma = a_{22}a_{33}b_{11}b_{42} - a_{11}a_{44}b_{21}b_{32}$$

a za adjungovanou matici

$$\mathbf{D}_{0 \text{ adj}} = \begin{bmatrix} (1 - z^{-1}a_{22})b_{42} & -(1 - z^{-1}a_{11})b_{32} \\ -(1 - z^{-1}a_{44})b_{21} & (1 - z^{-1}a_{33})b_{11} \end{bmatrix}$$

se získá diferenční vztah mezi reálnými u a virtuálními v akčními veličinami

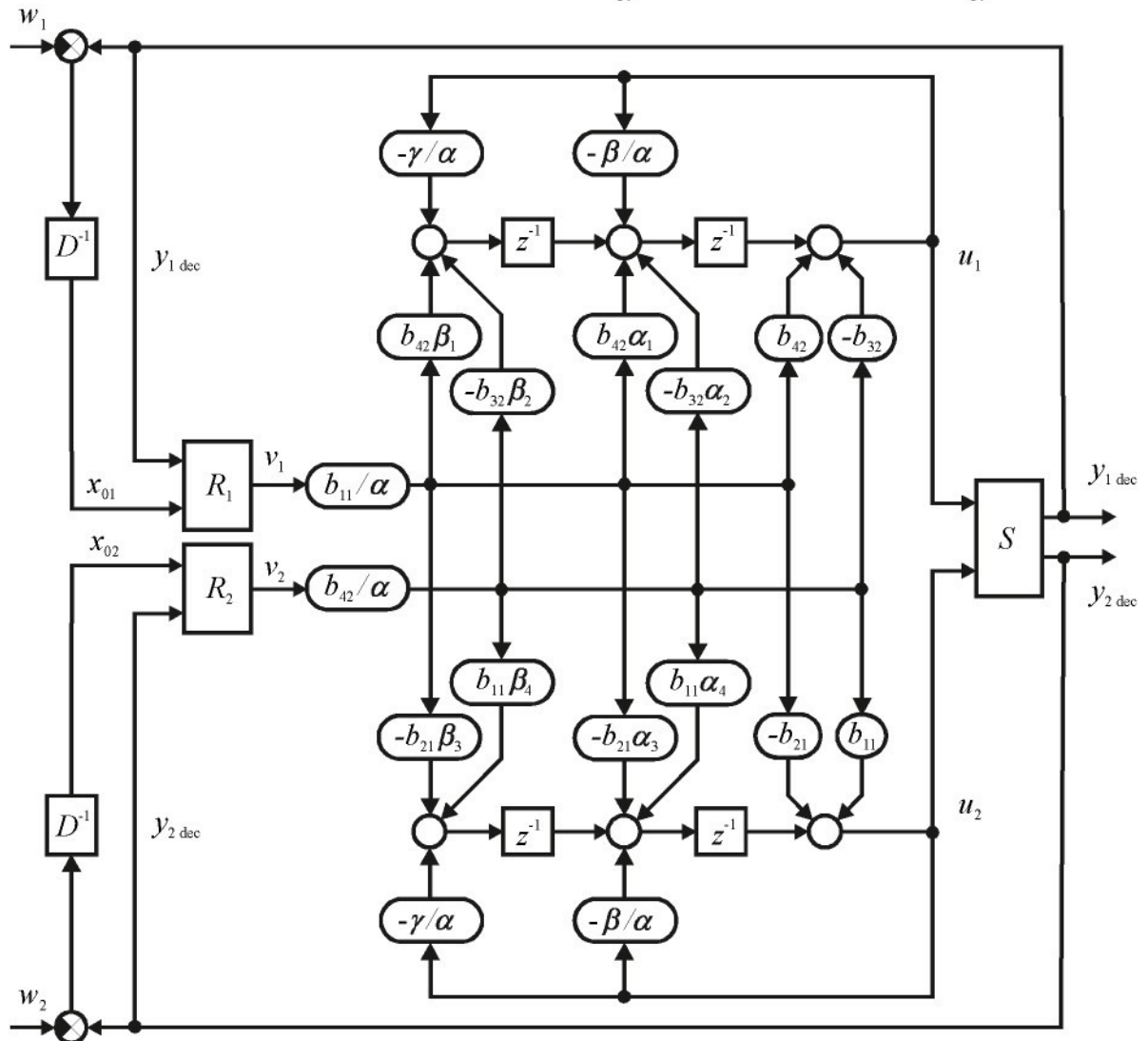
$$(\alpha + \beta z^{-1} + \gamma z^{-2}) \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \mathbf{D}_{0 \text{ adj}} \begin{bmatrix} F_{01}v_1 \\ F_{02}v_2 \end{bmatrix}. \quad (78)$$

Prvky matice $\mathbf{F}_0$ byly zvoleny

$$F_{01} = b_{11}(1 - z^{-1}a_{33}), \quad F_{02} = b_{42}(1 - z^{-1}a_{22}). \quad (79)$$

Po krácení v každém řádku členem α se upraví diferenční rovnice na konečný tvar

$$\begin{aligned}
 (1 + \beta/\alpha z^{-1} + \gamma/\alpha z^{-2})u_1 &= (1 - z^{-1}(a_{22} + a_{33}) + z^{-2}a_{22}a_{33})b_{42}\frac{b_{11}}{\alpha}v_1 - \\
 &\quad - (1 - z^{-1}(a_{11} + a_{22}) + z^{-2}a_{11}a_{22})b_{32}\frac{b_{42}}{\alpha}v_2 = \\
 &= b_{42}\left(1 + z^{-1}\alpha_1 + z^{-2}\beta_1\right)\frac{b_{11}}{\alpha}v_1 - b_{32}\left(1 + z^{-1}\alpha_2 + z^{-2}\beta_2\right)\frac{b_{42}}{\alpha}v_2, \\
 (1 + \beta/\alpha z^{-1} + \gamma/\alpha z^{-2})u_2 &= -(1 - z^{-1}(a_{44} + a_{33}) + z^{-2}a_{44}a_{33})b_{21}\frac{b_{11}}{\alpha}v_1 + \\
 &\quad + (1 - z^{-1}(a_{33} + a_{22}) + z^{-2}a_{33}a_{22})b_{11}\frac{b_{42}}{\alpha}v_2 = \\
 &= -b_{21}\left(1 + z^{-1}\alpha_3 + z^{-2}\beta_3\right)\frac{b_{11}}{\alpha}v_1 + b_{11}\left(1 + z^{-1}\alpha_4 + z^{-2}\beta_4\right)\frac{b_{42}}{\alpha}v_2.
 \end{aligned} \tag{80}$$



Obr.22. Schéma úplné autonomní regulace dvourozměrové soustavy čtvrtého řádu s blokovou strukturou (22).

Schéma úplné autonomní regulace je na obr.22. Úplné znamená, že virtuální akční členy v_1 a v_2 jsou funkcí jen stejně indexovaných regulovaných veličin $v_1(y_1)$ a $v_2(y_2)$. To je ve schématu zajištěno omezením počtu vstupních veličin do regulátoru R_1 jen na y_1 a $D^{-1}y_1$ a do regulátoru R_2 jen na y_2 a $D^{-1}y_2$. Hodnoty neměřitelných stavových

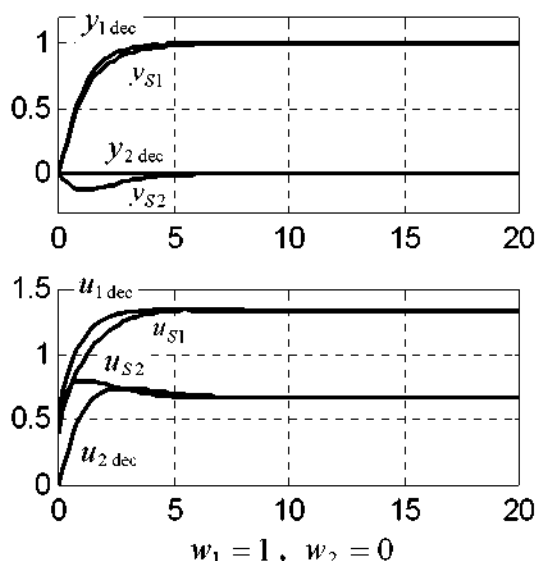
veličin x nejsou tedy potřeba. Pro rozpoznávání přichozích poruch a změn dynamiky regulované soustavy lze estimátor připojit k regulované soustavě S paralelně mezi veličiny u a y . Podle zjištěné chyby estimátoru ε se pak přepíná regulace na regulátor, který včetně schématu přenosu od v na u je nejbližší některému z vybraných nominálních pracovních bodů soustavy s proměnnou strukturou.

Časově diskrétní model regulované soustavy je uveden na obr.5. Odezvy autonomního systému byly srovnávány s odezvami na systému neautonomním s měřitelnými stavovými veličinami [2]. Ukázky procesů autonomní regulace ve srovnání se dvěma regulacemi jednorozměrovými jsou na obr.23 a 24. Autonomní regulátor byl nastaven na hodnoty:

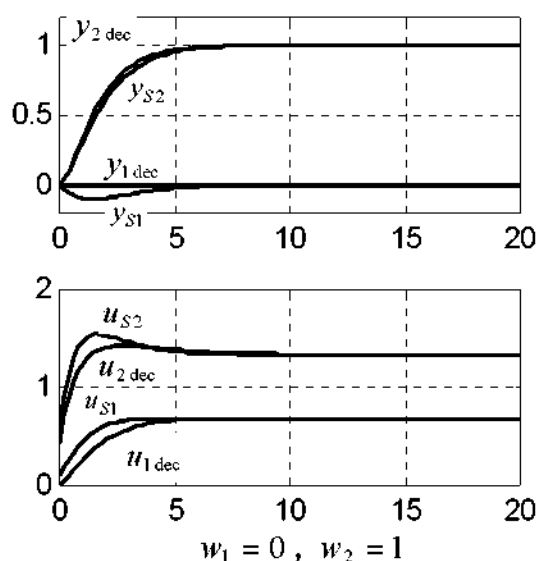
$$v_1(k) = -0.4002x_{01}(k) - 1.2354y_{1\text{dec}}(k), \quad v_2(k) = -0.4298x_{02}(k) - 3.0681y_{2\text{dec}}(k)$$

a jednorozměrové regulátory jen s jednou akční veličinou u_1 nebo u_2 byly nastaveny shodně

$$u_{s1}(k) = -0.4002x_{01}(k) - 1.2354y_{1\text{dec}}(k), \quad u_{s2}(k) = -0.4298x_{02}(k) - 3.0681y_{2\text{dec}}(k).$$



Obr.23. Autonomní regulace systému s blokovou strukturou.



Obr.24. Autonomní regulace systému s blokovou strukturou.

Příkladem praktické aplikace autonomní regulace může být regulace výkonu a tlaku odběrové páry na parní turbíně. Regulovaná soustava je druhého řádu blokové struktury se zjednodušeným popisem

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = z^{-1} \begin{bmatrix} a_{11} & 0 \\ 0 & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} + z^{-1} \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & -b_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}, \quad (81)$$

kde jsou

- y_1 - otáčky parní turbíny,
- y_2 - tlak odběrové páry,
- u_1 - množství páry protékající vysokotlakými ventily turbíny,
- u_2 - množství páry protékající nízkotlakými ventily turbíny.

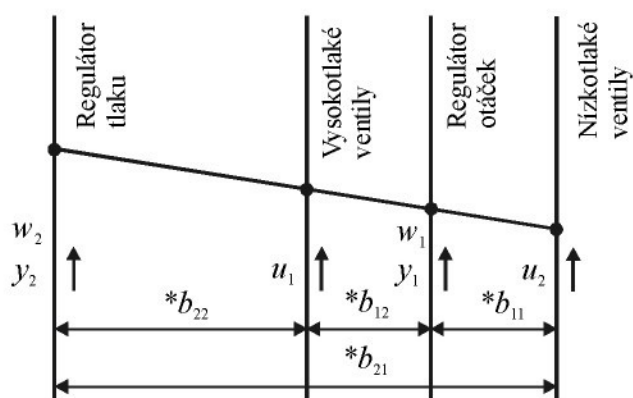
Vztah (74) mezi virtuální a reálnou akční veličinou je (po volbě $\mathbf{F}_0 = \mathbf{I}$) v tomto případě statický (počet regulovaných veličin je shodný s celkovým řádem popisu soustavy (81))

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & -a_{22} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{-b_{11}b_{22} - b_{12}b_{21}} \begin{bmatrix} -b_{22} & b_{12} \\ -b_{21} & b_{11} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix}, \quad (82)$$

takže

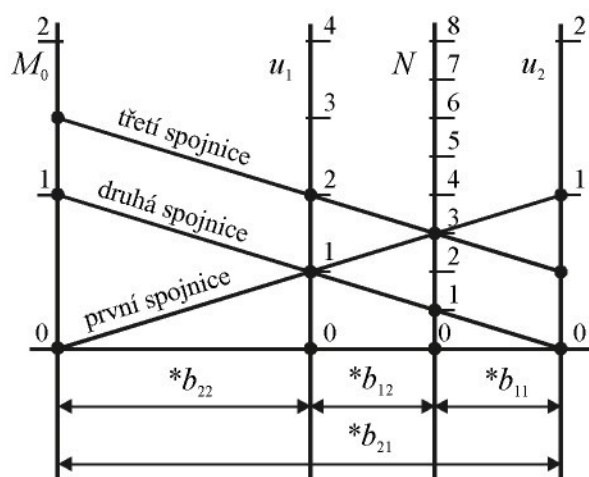
$$(b_{11}b_{22} + b_{12}b_{21})u_1 = b_{22}v_1 + b_{12}v_2, \quad (b_{11}b_{22} + b_{12}b_{21})u_2 = b_{21}v_1 + b_{11}v_2. \quad (83)$$

V praxi se návrh řízení řeší pomocí vahadla, které spojuje body působení ventilů a regulátorů (viz obr.25). Pro návrh lze použít metody spojnicových nomogramů, která byla pro tento účel aplikována Prof. Ing. J.Mayerem v ČKD a publikována [13].



Obr.25. Použití vahadla pro autonomní regulaci. Vzdálenosti $*b_{ij}$ odpovídají číselně koeficientům v popisu (23) a měřítkům veličin na stupnicích.

Příklad spojnicového nomogramu řešícího tento případ je na obr.26. Na svislých úsečkách nomogramu jsou stupnice v jednotkách množství páry u_1, u_2, M_0 a v jednotkách výkonu N . Veličiny označené hvězdičkou ($*b_{ij}$) na obr.25 a 26 odpovídají koeficientům b_{ij} v rovnici (81) a zvoleným měřítkům. Byly voleny koeficienty $b_{21} = b_{22}, *b_{11} + *b_{12} = *b_{22}$ a měřítko M_0, u_1, u_2 a N , tak jak jsou zobrazeny na obraze 26.



Obr.26. Spojnicový nomogram pro výpočet libovolných dvou veličin ze dvou zadáných veličin.

Pro případ provozu turbíny bez odběru prochází bodem stupnice $M_0 = 0$ první přímková spojnice při všech výkonech turbíny N . Je zakreslen případ $N = b_{11}u_1 + b_{12}u_2$, $u_1 = 1$, $u_2 = 1$. Tím jsou určena měřítka množství na stupnici u_1, u_2 .

Pro případ provozu protitlaké turbíny neprochází žádná pára nízkotlakovou částí turbíny ($u_2 = 0$) pro všechny výkony (druhá spojnice). Tím je určeno měřítko množství M_0 .

Platí dále pro autonomní řízení $\Delta N = b_{11}\Delta u_1 + b_{12}\Delta u_2 = 0$, takže při volbě $b_{12}/b_{11} = 2$, $b_{11} = 1$, $b_{12} = 2$ plyne $\Delta u_1 / \Delta u_2 = -2$. Pro tento poměr musí být stupnice výkonu uprostřed mezi stupnicemi veličin u_1 a u_2 . Tím je návrh nomogramu ukončen a podle nomogramu se provádí konstrukce autonomního zařízení.

Oba regulátory otáček a odběru bývají spojitě, proporcionálně s hydraulickými šoupátkovými servomotory. Servomotory jsou táhly připojeny k ramenu v místech odpovídajících stupnicím příslušných regulovaných veličin y_1, y_2 . Proporcionální zpětná vazba od servomotoru se přivádí na vložku šoupátka. Žádané hodnoty w_1, w_2 se mění přestavováním vložky.

To platí i při zapojení turbíny do elektrárenské sítě, kdy otáčky turbíny jsou drženy sítí a přestavováním žádané hodnoty otáček w_1 se turbína zatěžuje.

5. Závěr

Princip navrhování estimátoru pro vícerozměrovou regulaci je stejný jako u estimátoru jednorozměrového. Estimátor je přírůstkový, zpětná vazba od výstupu estimátoru ${}_1x_E$ je nahrazena signálem od regulované veličiny y (event. dalších měřených veličin y_p na soustavě). Schéma estimátoru odpovídá stavovému popisu regulované soustavy (kde regulované veličiny jsou stavové) nebo popisu diferenčními rovnicemi normálními či smíšenými. Schéma musí vyhovovat podmínce, aby každá signální smyčka procházela některým výstupem. Pak je schéma estimátoru nilpotentní a chyba estimátoru ε při vstupu jakékoliv skokové poruchy regulované soustavy se vynuluje během několika vzorkovacích intervalů. Jejich počet stoupá s řádem regulované soustavy a klesá s počtem měřených veličin na soustavě.

Estimátor lze ladit na určitou poruchu tak, že regulační pochody jsou při jejím vstupu do soustavy shodné v celém svém průběhu s případem stavových veličin přímo měřitelných. Počet poruch vstupujících do soustavy současně v jedné skupině může být maximálně roven počtu veličin na soustavě měřitelných. Pro větší počet vstupních poruch lze ladit i více estimátorů. Typ a velikost poruchy se určí v estimátorech na konci druhého vzorkovacího intervalu po vstupu poruchy do soustavy (bez ohledu na počet poruch a řád regulované soustavy).

Vlastnosti estimátoru byly ověřovány počítačovou simulací na modelu dvourozměrové soustavy čtvrtého řádu s blokovou či globální strukturou. U blokové struktury stavové veličiny z jednoho bloku neovlivňují stavové veličiny bloku druhého. U globální struktury se mohou všechny stavové veličiny soustavy libovolně ovlivňovat. Oba typy soustav lze vždy správně popsat ve stavovém prostoru. Popis normálními diferenčními rovnicemi u soustav blokové struktury odpovídá přesně popisu stavovému. Výsledné řady obou popisů jsou shodné. Popis diferenčními rovnicemi smíšenými není možný (stavové veličiny bloků se navzájem neovlivňují). U soustav globální struktury popis normálními diferenčními rovnicemi dává výsledný řád soustavy vždy vyšší než popis stavový (odezvy se liší

počátečními podmínkami). Popis smíšenými diferenčními rovnicemi dává oproti rovnicím normálním celkový řád nižší a může být (v závislosti na struktuře soustavy) shodný se stavovým popisem.

Pro vícerozměrové soustavy je typickou úlohou autonomní regulace, kde se žádá, aby regulátor jedné regulované veličiny neovlivňoval hodnotu druhé regulované veličiny (nebo i více druhých veličin) a vice versa. To je zvláště zapotřebí u regulace programové. Ověřování bylo provedeno na modelu soustavy s blokovou strukturou. Odezvy výstupních veličin u blokové struktury se navzájem více liší než u struktury globální. Nezávislost regulací výstupních veličin se proto lépe zajišťuje.

Pro konkrétní regulační úlohy je nutno původní popis soustavy různě upravovat. Pro zařazení regulovaných veličin (obecně veličin na soustavě měřených) mezi veličiny stavové je použita lineární transformace matice koeficientů ve stavovém popisu. Stejná metoda se používá pro úpravu struktury matice koeficientů pro získání možnosti nilpotentnosti. Diferenční rovnice normální resp. smíšené se získávají ze stavového popisu vyloučením všech ostatních stavových veličin na soustavě resp. veličin na soustavě neměřitelných. Použity byly přímý maticový výpočet či identifikační postup s využitím softwaru MATLAB. Maticový postup byl použit i v obrácené úloze možného obecného stavového popisu (s výstupní maticí C pro měřitelné veličiny regulované soustavy) v (6) z měřených (identifikovaných) normálních diferenčních rovnic.

Literatura

- [1] Hanuš, B., Tůma, L.: Estimators for hybrid multidimensional control system with variable structure. In: *15th International conference on Process Control*, Slovak University of Technology in Bratislava, pp.49. 7.-10.6.2005, Štrbské Pleso, Slovak Republic, ISBN 80-227-2235-9.
- [2] Hanuš, B., Tůma, L.: Hybrid Control Scheme With Discrete Estimator for Efficient Disturbance Rejection. In: *16th IFAC World Congress*. 3.8.-9.8.2005, Praha, Czech Republic.
- [3] Hanuš, B., Tůma, L.: Hybrid estimators for multivariable systems with variable parameters. In: *proceedings of WSEAS Int. Conf. on DYNAMICAL SYSTEMS and CONTROL*. pp.198-203, 2.11.-4.11.2005, Venice, Italy, ISBN: 960-8457-37-8.
- [4] Hanuš, B., Tůma, L.: Incremental estimator. In: *6th International conference Control of Power systems '04*, p.221. Vydavatel'stvo Slovenskej Technickej Univerzity Bratislava, 2004, Slovak Republic, ISBN 80-227-2059-3.
- [5] Hanuš, B., Janeček, B., Tůma, L.: Continuous controller with flexible feedback and with variable structure. In: *6th International workshop on Electronics, Control, Measurement and Signals ECMS 2003*, pp.211-215. Technical university of Liberec, 2003, Czech Republic, ISBN 80-7083-708-X.
- [6] Herajtn, P., Janeček, J.: Some possibilities of robust improvement design. In: *International Carpatian Control Conference ICC' 2003*, pp.496-499. Tatranská Lomnica, 2003, Slovak Republic. ISBN 80-7099-509-2.
- [7] Hanuš, B., Modrlák, O., Tůma, L.: Fuzzy controller with variable structure. In: *Proceedings of East West Fuzzy Colloquium 2002*, 103-109. Hochschule Zittau/Görlitz, 2002, Germany, ISSN 3-9808089-2-0.
- [8] Hlava, J., Šulc, B.: Hybridní systémy: nové možnosti pro další rozvoj teorie i praxe

automatického řízení, *Automatizace*, ročník 45 (2002), č. 3, str. 193-195.

- [9] Hanuš, B., Janeček, B., Tůma, L.: Discrete state estimator and controller with variable structure. In: *13th International conference on Process Control*, 1-5. Vydavatel'stvo Slovenskej Technickej Univerzity Bratislava, 2001, Slovak Republic, ISBN 80-227-1542-5.
- [10] Hanuš, B., Olehla, M., Modrlák, O.: Číslicová regulace technologických procesů. VUT Brno, VUTIUM, 2000.
- [11] Balda, M., Hanuš, B., et al.: Základy technické kybernetiky. Praha, SNTL, 1986.
- [12] Hanuš, B., Janeček, B., Janeček, J.: Discrete time estimator for a digital controller. In: *45. Internationales wissenschaftliches Kolloquium*, 27-32. Ilmenau, 2000, Germany, ISSN 0943-7207.
- [13] Mayer, J.: Řízení rozvodů turbíny použitím theorie spojnicových nomogramů. *Strojnický obzor SIA*, ročník 24 (1944), č.1, str. 12-14.

Ověřování vícerozměrové regulace s přepínáním estimátorů

Prof. Ing. Bořivoj Hanuš, DrSc., Ing. Libor Tůma, CSc.
Katedra řídicí techniky
Fakulta mechatroniky a mezipředmětových inženýrských studií
Technická univerzita v Liberci, Hájkova 6, 461 17 Liberec

1. Úvod

Pracovní režimy regulované soustavy ovlivňují její dynamické vlastnosti a tím i kvalitu regulace. Problém se v praxi řeší nejčastěji seřazením regulátoru tak, aby regulační výsledky byly v celé pracovní oblasti uspokojivé (robustní regulátor).

Adaptivní regulace se používá pro přísnější požadavky na kvalitu regulace. Regulační systém trvale identifikuje dynamiku regulované soustavy a navrhuje regulátor s ohledem na zvolené kritérium jakosti v každém vzorkovacím intervalu až se dosáhne optima. Výpočty jsou komplikovanější, zvláště když regulace není lineární a čas pro optimalizaci se prodlužuje. Výpočty jsou sériového typu. Optimum je lokální.

Postup při použití přepínaných regulátorů vyžaduje znalost (při nejmenším aspoň odhad) oblasti možných pracovních režimů soustavy. Vybere se konečný počet nominálních režimů a odpovídajících popisů regulované soustavy a určí se odpovídající regulátory (před zahájením regulace). Estimátory a regulátory se připraví pro všechny nominální režimy. Vzájemné odchylky estimátorů a výstupů regulačního systému se vzorkují během provozu. Nejmenší absolutní chyba určuje nejvhodnější estimátor, který se pak spolu s příslušným regulátorem zapojí do regulace. Výpočty probíhají paralelně a velmi rychle. Optimum je globální. Dosažená kvalita regulace odvisí od volby počtu nominálních režimů.

2. Řídicí systém

Modely regulované soustavy tvoří základ celého regulačního systému. Každý model reprezentuje regulovanou soustavu v jejím nominálním pracovním režimu. Popis regulované soustavy je

$$\begin{bmatrix} {}_1\mathbf{x} \\ {}_2\mathbf{x} \end{bmatrix} = \mathbf{z}^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{A}_1 \\ \mathbf{A}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}_1\mathbf{x} \\ {}_2\mathbf{x} \end{bmatrix} + \mathbf{z}^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{B}_1 \\ \mathbf{B}_2 \end{bmatrix} \mathbf{u} + \mathbf{z}^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{B}_{s1} \\ \mathbf{B}_{s2} \end{bmatrix} \mathbf{d}_s,$$

kde je

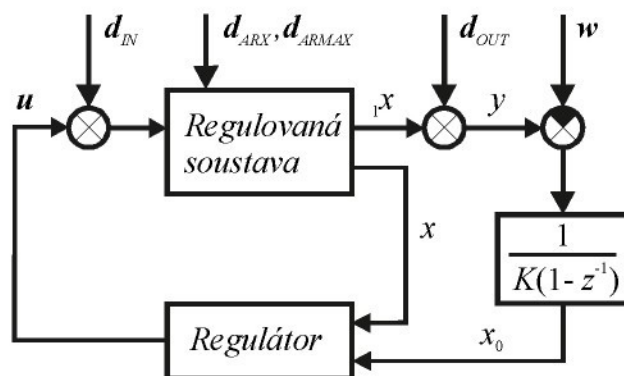
- ${}_1\mathbf{x}$ - vektor měřených stavových veličin regulované soustavy,
- ${}_2\mathbf{x}$ - vektor neměřených stavových veličin regulované soustavy,
- $\mathbf{d}_s$ - vektor vstupních skokových poruch.

Regulátory včetně astatických členů (které odpovídají integrátorům pro zamezení trvalé regulační odchylky) jsou navrženy pro každý nominální režim regulované soustavy. Je

navržena struktura astatického členu a člen je zapojen za model regulované soustavy při návrhu regulačního systému. Výstup astatického členu náleží do skupiny společně seřizovaných parametrů stavového regulátoru podle kritéria jakosti.

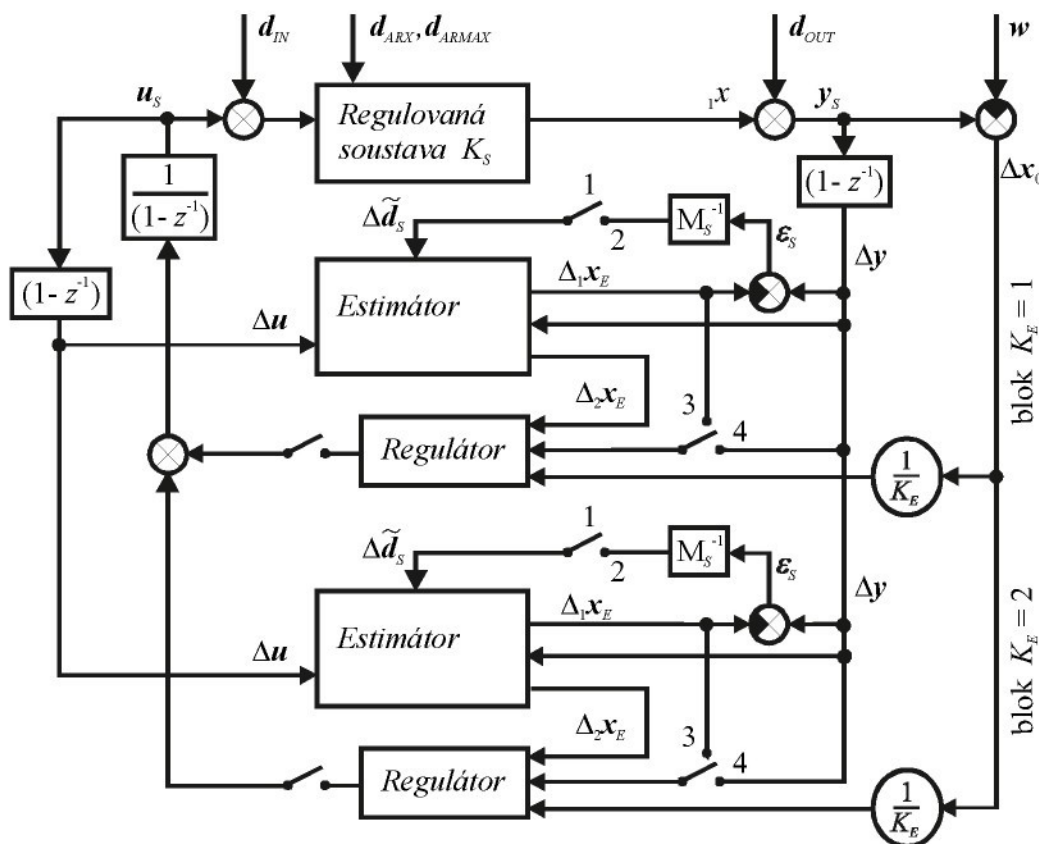
$$J = \mathbf{x}^T \mathbf{Q}_x \mathbf{x} + \mathbf{u}^T \mathbf{Q}_u \mathbf{u}, \quad (1)$$

kde je $\mathbf{x}^T = [\mathbf{x}_0^T \quad \mathbf{x}^T \quad \mathbf{x}_2^T]$ a $\mathbf{x}_0$ je výstup astatického členu (viz obr.1).



Obr.1. Model regulačního systému se všemi stavovými veličinami měřitelnými, tj. $\mathbf{x}^T = [\mathbf{x}_0^T \quad \mathbf{x}^T \quad \mathbf{x}_2^T]$.

V případě reálného regulátoru s estimátorem jsou astatické členy umístěny za výstup z regulátoru (obráz.2).



Obr. 2 Model regulačního systému s přírůstkovými estimátory.

Popis estimátoru je

$$\begin{bmatrix} \Delta_1 x_E \\ \Delta_2 x_E \end{bmatrix} = z^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{A}_1 \\ \mathbf{A}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta y \\ \Delta_2 x_E \end{bmatrix} + z^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{B}_1 \\ \mathbf{B}_2 \end{bmatrix} \Delta u + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{B}_{S2} \end{bmatrix} \Delta \tilde{d}_S,$$

kde je

$\Delta_1 x_E$, $\Delta_2 x_E$ - stavové veličiny estimátoru, odpovídající časovým přírůstkům stavových veličin regulované soustavy,

$\Delta \tilde{d}_S$ - vstupní poruchy, které jsou odhadnuty pomocí estimátoru ($\Delta \tilde{d}_S = \mathbf{M}_S^{-1} \varepsilon_s$, $\mathbf{M}_S = \mathbf{B}_{S1}$, pro $d_S = d_{IN}$, d_{ARMAX} , jinak $\Delta \tilde{d}_S = 0$).

Blok s přírůstkovými estimátory typu E_{ARX} , E_{ARMAX} , E_{IN} a E_{OUT} , které rovněž modelují regulovanou soustavu v nominálních režimech, je spojen s výstupy regulované soustavy a jeho výstupy $\Delta_2 x$ vstupují do regulátoru. Estimátory jsou naladěny na typy očekávaných vstupních poruch d_S . Informace o vstupu skokové poruchy je získána pomocí matice $\mathbf{M}$ (viz obr. 2) ze změřené chyby estimátoru ε a je dále zavedena do estimátoru pomocí korekční vazby (viz [1] až [4], [9]). Stavové veličiny estimátoru se pak mění přesně podle poruchy bez dopravního zpoždění.

Maximální počet poruch vstupujících do regulované soustavy současně v jedné skupině je shodný s počtem měřitelných stavových veličin na regulované soustavě. Větší počet takových skupin není omezen, ale rozpoznání typu poruchy se pak prodlouží o jeden vzorkovací interval estimátoru.

Každý estimátor je laděn pro jiný nominální režim regulované soustavy. Nejmenší chybu vykazuje proto estimátor, který je laděn na režim nejbližší skutečnému provoznímu režimu regulované soustavy. Tento estimátor se pak zapojí do regulace. Jestliže se při regulaci používá diskrétní stavový regulátor, estimátor poskytuje regulátoru odhady všech neměřitelných stavových veličin soustavy ${}_2 x$.

Každý estimátor z každého bloku nominálního režimu je trvale připojen na měřitelný výstup y_i reálné soustavy a její akční členy u_j . Estimátor pracuje buď ve své nominální funkci (E_{IN} , E_{ARMAX} , E_{OUT}) nebo se může přepnout na funkci E_{ARX} . Chyba každého estimátoru se měří a vyhodnocuje. Podle výsledku vyhodnocení se funkce estimátoru přepíná. Do regulace se zapojuje vždy jen jediný (nejvhodnější) estimátor spolu s příslušným regulátorem.

Strategií přepínání je dosažení nejmenší chyby ε_s regulujícího estimátoru co nejdříve. Kromě toho se zabráňuje častému přepínání (např. při převládajícím šumu) a nesprávnému přepínání (např. při odhadu $\tilde{d}_S$ nepravděpodobné velikosti poruchy). Přepínací algoritmus je realizován logickými funkcemi.

3. Ověřování

Regulace s proměnnou strukturou byla ověřována na spojitém modelu regulované soustavy blokové struktury (stavové veličiny jednoho bloku neovlivňují stavové veličiny druhých bloků a vice versa) s přenosem

$$y_1 = \frac{1}{K0.5s+1} u_1 - \frac{0.5}{K1.5s+1} u_2, \quad y_2 = -\frac{0.5}{Ks+1} u_1 + \frac{1}{K2s+1} u_2, \quad (2)$$

kde K je koeficient afinity pro první a druhý nominální režim ($K = 1$ a $K = 2$).

Časově diskretní přenosy se vzorkovacím intervalem $\Delta T = 0.2$ příslušné k (2) jsou pro $K = 1$

$$\begin{aligned} y_1 &= \frac{0.3297z^{-1}}{1-0.6703z^{-1}}u_1 - \frac{0.06241z^{-1}}{1-0.8752z^{-1}}u_2, \\ y_2 &= \frac{-0.09063z^{-1}}{1-0.8187z^{-1}}u_1 + \frac{0.09516z^{-1}}{1-0.9048z^{-1}}u_2, \end{aligned} \quad (3)$$

a pro $K = 2$

$$\begin{aligned} y_1 &= \frac{0.1813z^{-1}}{1-0.8187z^{-1}}u_1 - \frac{0.03225z^{-1}}{1-0.9355z^{-1}}u_2, \\ y_2 &= \frac{-0.04758z^{-1}}{1-0.9048z^{-1}}u_1 + \frac{0.04877z^{-1}}{1-0.9512z^{-1}}u_2. \end{aligned} \quad (4)$$

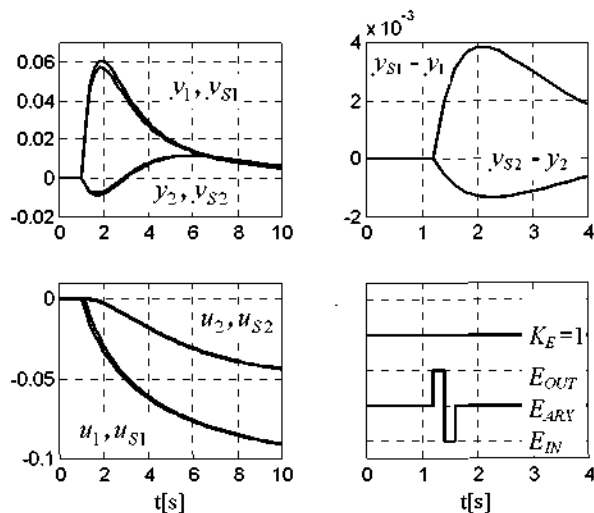
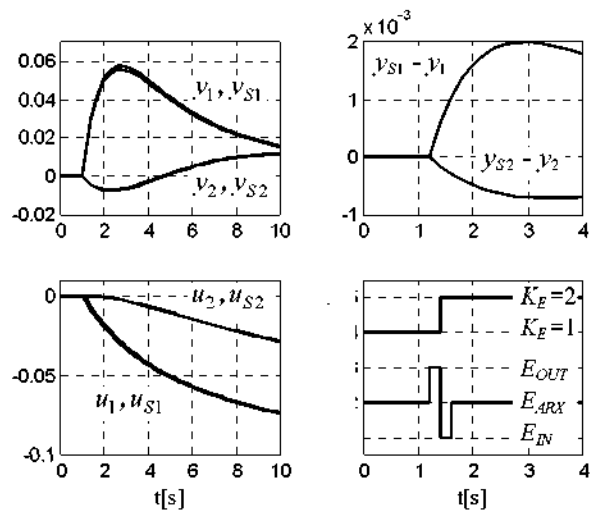
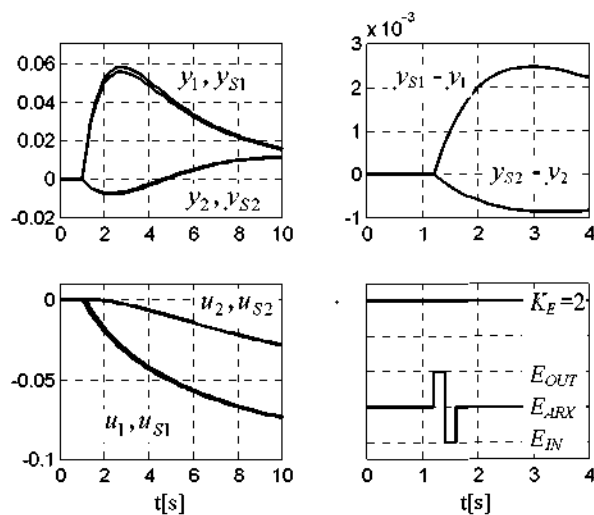
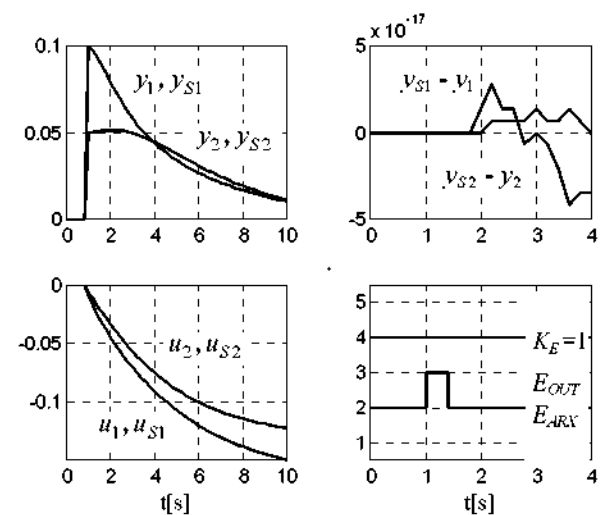
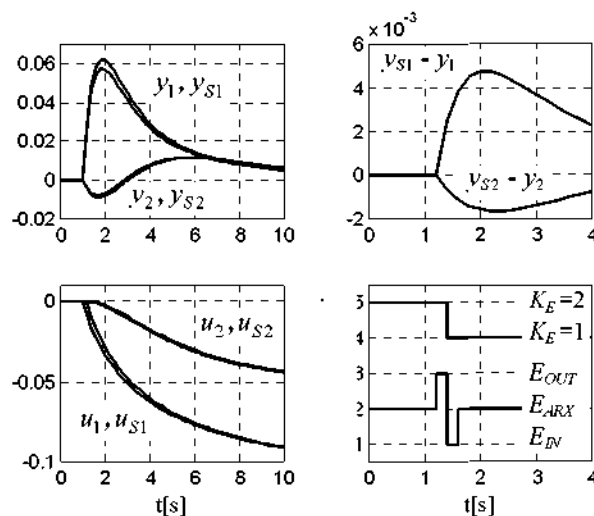
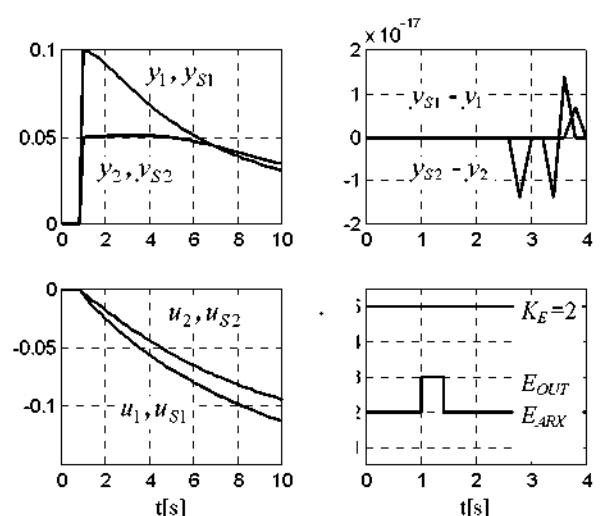
Změnu hodnot koeficientů afinity K je možno také provést změnou délky vzorkovacího intervalu ΔT . V tomto případě se časově diskretní popis přenosové funkce soustavy nemění. Jestliže však má být délka vzorkovacího intervalu zachována v celém regulačním obvodu, pak je nutno měnit přenosy soustavy (3) a (4) včetně přenosu astatického členu.

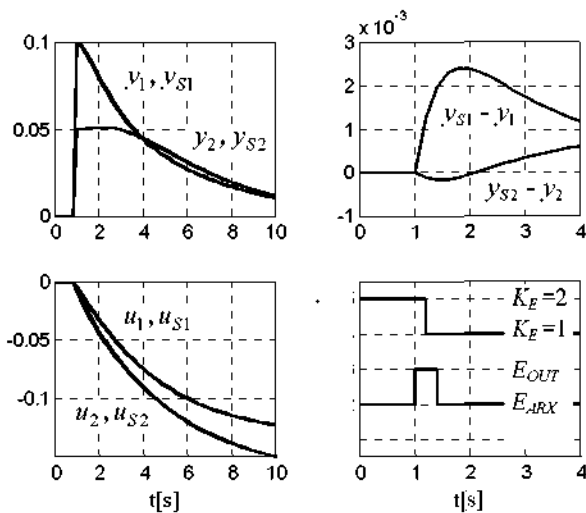
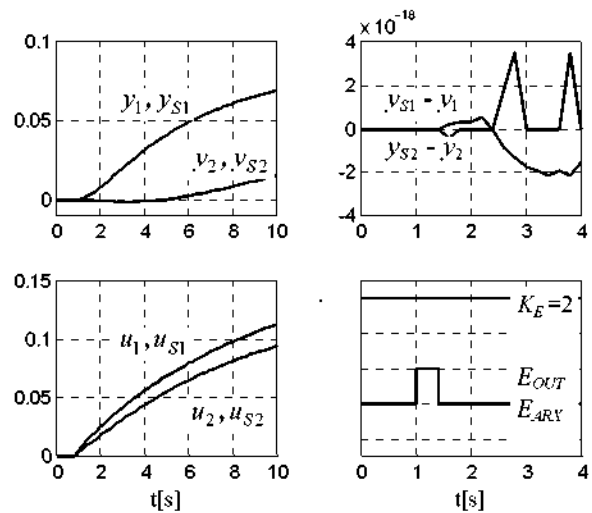
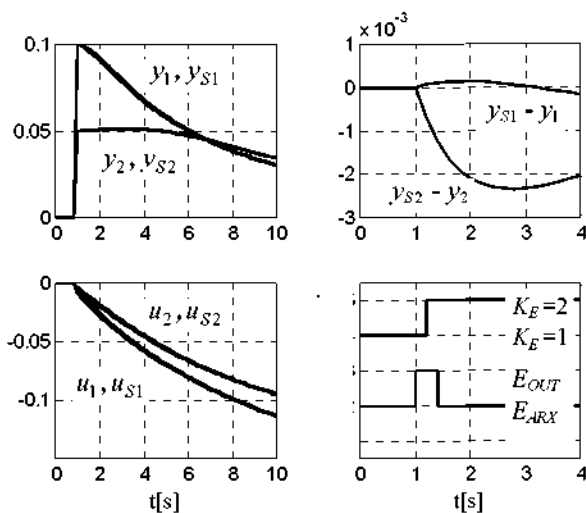
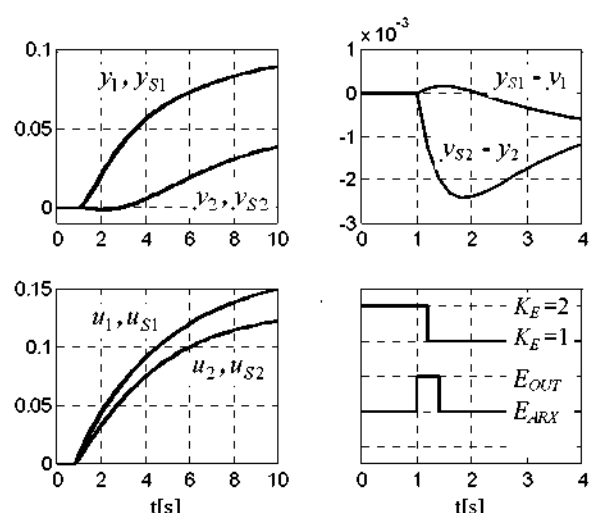
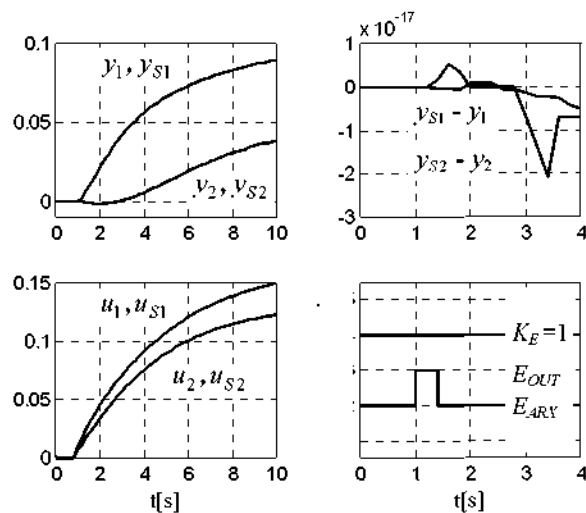
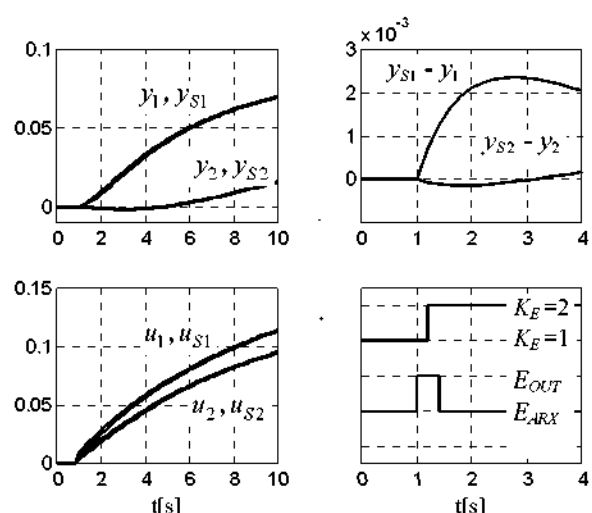
4. Výsledky ověřování

Regulace s proměnnou strukturou byla ověřována na časově diskretním modelu (3) a (4) reálné spojité soustavy (2). Hodnoty koeficientů afinity K modelu bylo možno přepínat. Výstupní regulované veličiny y_s byly trvale zapojeny do estimátorů (E_{ARX} , E_{IN} , E_{OUT}), které byly naladěny na skokové poruchy (d_{ARX} , d_{IN} , d_{OUT}). Řídicí systém přepíná funkce estimátorů ($E_{IN} \leftrightarrow E_{ARX}$, $E_{OUT} \leftrightarrow E_{ARX}$) a připojuje estimátor k regulátoru a regulátor ke sběrnici s astatickým členem na konci. Koeficient $1/K$ astatického členu je nastavován na signálu x_0 na vstupu do regulátoru (obr.2).

Regulační procesy byly ověřovány při různých koeficientech afinity K a různých typech skokových vstupních poruch do regulované soustavy. Procesy byly srovnávány s procesy na regulované soustavě se všemi stavovými veličinami měřitelnými. Regulátory obou řídicích systémů byly seřizeny podle stejného kritéria (1) a podle provozních režimů K (koeficienty afinity) regulované soustavy. Každý jednotlivý test byl proveden pro jeden nominální režim regulované soustavy ($K = 1$ nebo $K = 2$) a pro jeden typ vstupní poruchy (d_{IN} , d_{OUT} a w), která byla realizována v časovém okamžiku 1s. Test obsahuje regulační pochody na soustavě se všemi stavovými veličinami měřitelnými, tj. $y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix}$, $u = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}$ (viz obr.1) a pochody

$y_s = \begin{bmatrix} y_{s1} \\ y_{s2} \end{bmatrix}$, $u_s = \begin{bmatrix} u_{s1} \\ u_{s2} \end{bmatrix}$ na soustavě s estimátorem (viz obr.2). Dále difference $y_{s1} - y_1$ a $y_{s2} - y_2$ a změny nominálního režimu K_E a typu do regulace zapojeného estimátoru E_{ARX} , E_{IN} , E_{OUT} . Výsledky ověřování jsou na obr.3 až 14.


 Obr. 3. Regulační systém $K_S = 1$,
porucha $d_{IN} = [0.1 \ 0.05]^T$.

 Obr. 6. Regulační systém $K_S = 2$,
porucha $d_{IN} = [0.1 \ 0.05]^T$.

 Obr. 4. Regulační systém $K_S = 2$,
porucha $d_{IN} = [0.1 \ 0.05]^T$.

 Obr. 7. Regulační systém $K_S = 1$,
porucha $d_{OUT} = [0.1 \ 0.05]^T$.

 Obr. 5. Regulační systém $K_S = 1$,
porucha $d_{IN} = [0.1 \ 0.05]^T$.

 Obr. 8. Regulační systém $K_S = 2$,
porucha $d_{OUT} = [0.1 \ 0.05]^T$.


 Obr.9. Regulační systém $K_S = 1$,
porucha $d_{OUT} = [0.1 \ 0.05]^T$.

 Obr.12. Regulační systém $K_S = 2$,
porucha $w = [0.1 \ 0.05]^T$.

 Obr.10. Regulační systém $K_S = 2$,
porucha $d_{OUT} = [0.1 \ 0.05]^T$.

 Obr.13. Regulační systém $K_S = 1$,
porucha $w = [0.1 \ 0.05]^T$.

 Obr.11. Regulační systém $K_S = 1$,
porucha $w = [0.1 \ 0.05]^T$.

 Obr.14. Regulační systém $K_S = 2$,
porucha $w = [0.1 \ 0.05]^T$.

5. Závěr

Regulace s proměnnou strukturou byla ověřována pomocí počítačové simulace na modelu lineární dvourozměrové regulované soustavy čtvrtého řádu a se dvěma nominálními přenosy. Řídicí systém sestává ze dvou bloků s estimátory laděnými na očekávané poruchy (d_{IN} , d_{OUT} , d_{ARX}), každý blok odpovídá jednomu nominálnímu přenosu. Velikost poruch je vyhodnocena z chyby estimátoru v prvním okamžiku vzorkování (pomocí matice $\mathbf{M}$). Typ poruchy a nominální provozní režim regulované soustavy jsou určeny ve druhém vzorkovacím okamžiku pomocí vzájemného srovnání výstupů estimátorů a odezvy regulované soustavy. Změny žádané hodnoty w jsou vyregulovány bez chyby libovolným estimátorem se shodným nominálním přenosem s regulovanou soustavou.

Časově diskrétní estimátory mohou být použity pro velmi rozličné typy regulované soustavy (spojité, diskrétní, s dopravním zpožděním, nelineární) a pro různé typy regulátorů (spojitý, diskrétní, fuzzy, apod.) (viz [1], [5], [6], [8]). Řízení s přepínáním estimátorů s proměnnou strukturou se vyznačuje vlastnostmi tzv. hybridních systémů, kde jsou kombinovány různé typy spojitých systémů s diskrétními prvky (viz [7]).

Literatura

- [1] Hanuš, B., Tůma, L.: Hybrid estimators for multivariable systems with variable parameters. In: *proceedings of WSEAS Int. Conf. on DYNAMICAL SYSTEMS and CONTROL*. pp.198-203, 2.11.-4.11.2005, Venice, Italy, ISBN: 960-8457-37-8.
- [2] Hanuš, B., Tůma, L.: Hybrid Control Scheme With Discrete Estimator for Efficient Disturbance Rejection. In: *16th IFAC World Congress*. 3.8.-9.8.2005, Praha, Czech Republic.
- [3] Hanuš, B., Tůma, L.: Estimators for hybrid multidimensional control system with variable structure. In: *15th International conference on Process Control*, Slovak University of Technology in Bratislava, pp.49. 7.-10.6.2005, Štrbské Pleso, Slovak Republic, ISBN 80-227-2235-9.
- [4] Hanuš, B., Tůma, L.: Incremental estimator. In: *6th International conference Control of Power systems '04*, p.221. Vydavateľstvo Slovenskej Technickej Univerzity Bratislava, 2004, Slovak Republic, ISBN 80-227-2059-3.
- [5] Herajtn, P., Janeček, J.: Some possibilities of robust improvement design. In: *International Carpatian Control Conference ICC' 2003*, pp.496–499. Tatranská Lomnica, 2003, Slovak Republic. ISBN 80-7099-509-2.
- [6] Hanuš, B., Janeček, B., Tůma, L.: Continuous controller with flexible feedback and with variable structure. In: *6th International workshop on Electronics, Control, Measurement and Signals ECMS 2003*, pp.211-215. Technical university of Liberec, 2003, Czech Republic, ISBN 80-7083-708-X.
- [7] Hlava, J., Šulc, B.: Hybridní systémy: nové možnosti pro další rozvoj teorie i praxe automatického řízení, *Automatizace*, 2002, číslo.3, str. 193-195.
- [8] Hanuš, B., Modrlák, O., Tůma, L.: Fuzzy controller with variable structure. In: *Proceedings of East West Fuzzy Colloquium 2002*, 103-109. Hochschule Zittau/Görlitz, 2002, Germany, ISSN 3-9808089-2-0.
- [9] Hanuš, B., Janeček, B., Tůma, L.: Discrete state estimator and controller with variable structure. In: *13th International conference on Process Control*, 1-5. Vydavateľstvo Slovenskej Technickej Univerzity Bratislava, 2001, Slovak Republic, ISBN 80-227-1542-5.