

Vysoká škola: strojáři a textilní v Liberci

Katedra: mechaniky, pružnosti a pevnosti

Fakulta: strojáři

Školní rok: 1967 - 68

DIPLOMNÍ ÚKOL

pro Františka Opletala

odbor 04-1-04 Stavba výrobních strojů a zařízení

Protože jste splnil požadavky učebního plánu, zadává Vám vedoucí katedry ve smyslu směrnic ministerstva školství a kultury o státních závěrečných zkouškách tento diplomní úkol:

Název tématu: Napjatost přírubových spojů hranatých skříní a nádob

Pokyny pro vypracování:

Navrhněte konstrukci svařovaného modelu přírubového spoje skříně či nádoby s rovnými obdélníkovými stěnami a proveďte pro navržené rozkryty pevnostní výpočet. Okrajové podmínky přitom zjednodušte vhodným způsobem tak, aby výpočet bylo možno provést elementárními prostředky. Přibližnost výpočtu pak zhodnoťte tensometrickým měřením na vyrobeném modelu.

Autorské právo se řídí směrnicemi MŠK pro státní závěrečné zkoušky č. j. 31 7 62-III/2 ze dne 13. července 1962-Věstník MŠK XVIII, sešit 24 ze dne 31. 8. 1962 § 19 autorského zákona č. 115/53 Sb.

VYSOKÁ ŠKOLA STROJNÍ A TEXTILNÍ
Ústřední knihovna
LIBEREC 1, STUDENTSKÁ 5

S.
V54/1968

Rozsah grafických laboratorních prací: omezte se na výzkum napjatosti v nejvíce namáhaných místech

Rozsah průvodní zprávy: přibližně 30 stran textu

Seznam odborné literatury:

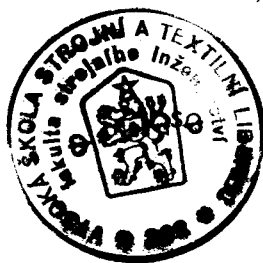
Timošenko, Š. - Woinowsky - Krieger : Plastinky i oboločki. Moskva 1966.

Vedoucí diplomní práce: Prof. Ing. Cyril Höschl

Konzultanti: Ing. Josef Mevald

Datum zahájení diplomní práce: 3. 10. 1967

Datum odevzdání diplomní práce: 17. 6. 1968



vedoucí katedry

děkan

v Liberci

dne 15. 12.

1967

VŠST Liberec	Katedra mechaniky, pružnosti a pevnosti
Fakulta strojní	DP 1

NAPJATOST PŘÍRUBOVÝCH SPOJŮ
HRANATÝCH SKŘÍŇÍ A NÁDOB

Vedoucí diplomní práce:
Prof. Ing. Cyril Höschl

Konsultant :
Ing. Josef Nevald

Vypracoval :
František Opletal

VŠST Liberec	Napjatost přírubových spojů hranatých skříní a nádob	Katedra KMP
Fakulta strojní		DP 3

O b s a h

	str.
Zadání	2
Obsah	3
1. Úvod	4
2. Teoretická část	5
2.1. Podmínky a předpoklady teoretického řešení	6
2.2. Určení průhybové plochy stěny skříně	8
2.3. Určení staticky neurčitých momentů $M_x/y/$..	11
2.4. Určení staticky neurčitého spojitě rozloženého momentu $f/x/$	16
2.5. Přehled výsledných vztahů	20
2.6. Numerický výpočet průběhu napětí na společné hraně stěny i příruby	22
3. Experimentální část	26
3.1. Popis modelu	27
3.2. Popis měření	29
3.3. Určení závislosti napětí ve stěně na zatěžovací síle	31
3.4. Určení průběhu napětí při zatěžování příruby silou působící postupně v místech A, B, C	34
4. Zhodnocení	40
5. Závěr	42
Seznam literatury	43

VŠST Liberec	Napjatost přírubových spojů hranatých skříní a nádob	Katedra KMP	
Fakulta strojní		DP	4

1. Úvod

Současný stav vývoje techniky je charakterisován vysokým stupněm využití materiálu, tedy malou váhou na jednotku výkonu stroje. To zvyšuje požadavky na teoretickou úroveň pevnostních výpočtů a co nejúčelnějšího tvarování jednotlivých součástí jak z hlediska technologického, tak z hlediska pevnostního.

Prizmatické skříně s přírubou se velmi často vyskytují v běžné technické praxi. Jsou to skříně různých převodovek, klikové skříně ap. U takových skříní dosahuje napětí ve stěně vzniklé utažením spojovacích šroubů příruby mnohonásobně vyšších hodnot než bývají napětí provozní.

U prizmatických skříní existuje několik základních variant provedení přírubového spoje. Pro výpočet a měření jsem proto vybral ten typ, u kterého předpokládám největší hodnoty ohybového napětí ve stěně :

Úkolem mé diplomové práce je určit výpočtem velikost a průběhy napětí v nejnamáhanějších částech skříně a na základě experimentu posoudit přibližnost výpočtu.

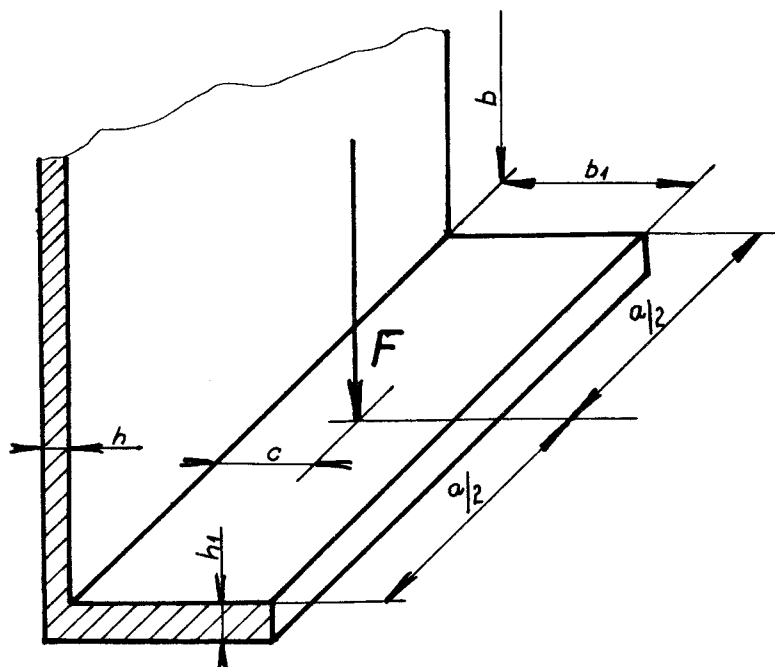
VŠST Liberec	Napjatost přírubových spojů hranatých skříní a nádob	Katedra KMP
Fakulta strojní		DP 5

2 . T E O R E T I C K Á Č Á S T

VŠST Liberec	Napjatost přírubových spojů hranatých skříní a nádob	Katedra KMP	6
Fakulta strojní		DP	

2.1. Podmínky a předpoklady teoretického řešení.

Prizmatická skříň bývá vyztužována žebry, případně přepážkami, které rozdělují stěnu skříně na úseky. Každý takový úsek je možno považovat za tenkou desku, vetknutou po třech stranách. Čtvrtá, společná hrana pro přírubu i stěnu je podepřena kloubově. Vytknutá část skříně je znázorněna na obr.1.



Obr.1

Při utažení šroubů se příruba deformuje. Podél společné hrany bude deformace stěny i příruby stejná. Důsledkem toho je, že příruba působí na stěnu skříně spojitě rozloženým momentem $f/x/$ a naopak.

Způsob uvolnění desky a zavedení staticky neurčitých veličin, spojitě rozložených momentů $M_x/y/$ a $M_y/x/$ a $f/x/$ je znázorněn na obr.2.

Při výpočtu předpokládám :

1. platnost Hookeova zákona
2. deformace desky je velmi malá
3. průřez příruby při deformaci nemění svůj tvar, nýbrž se pouze pootáčí

/ 2 /

Dosazením příslušných derivací vztahu /2/ do diferenciální rovnice /1/ vznikne homogenní lineární diferenciální rovnice čtvrtého řádu pro funkci Y_m :

$$Y_m'''' - 2 \frac{m^2 \pi^2}{a^2} Y_m'' + \frac{m^4 \pi^4}{a^4} Y_m = 0$$

Jejím řešením vyjde funkce Y_m ve tvaru :

$$Y_m = A_m \operatorname{sh} \frac{m\pi}{a} y + B_m \operatorname{ch} \frac{m\pi}{a} y + C_m \frac{m\pi}{a} y \operatorname{sh} \frac{m\pi}{a} y + D_m \frac{m\pi}{a} y \operatorname{ch} \frac{m\pi}{a} y$$

2.2. Určení průhybové plochy stěny skříně

2.2.1. Určení průhybové plochy w_1

w_1 je průhybová plocha desky kloubově podepřené, zatížená spojitě rozloženým momentem $f/x/$ na hraně $y = b$. Řešení bude mít tvar řady:

$$w_1 = \sum_{m=1,3,5}^{\infty} Y_m \cos \frac{m\pi}{a} x$$

$$Y_m = A_m \operatorname{sh} \frac{m\pi}{a} y + B_m \operatorname{ch} \frac{m\pi}{a} y + C_m \frac{m\pi}{a} y \operatorname{sh} \frac{m\pi}{a} y + D_m \frac{m\pi}{a} y \operatorname{ch} \frac{m\pi}{a} y$$

Konstanty A_m, B_m, C_m, D_m určíme z okrajových podmínek :

$$\begin{aligned} w=0 \quad \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} &= 0 & \text{pro } x &= \pm \frac{a}{2} \\ w=0 \quad \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} &= 0 & \text{pro } y &= 0 \\ w=0 \quad -D \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} &= f(x) & \text{pro } y &= b \end{aligned}$$

kde D je ohybová tuhost desky

Pro $x = \pm a/2$ je okrajová podmínka splněna identicky. K určení koeficientů A_m, B_m, C_m, D_m je nutno moment $f/x/$ rozvinout ve Fourierovu řadu.

$$f(x) = \sum_{m=1,3,5}^{\infty} (-1)^{\frac{m-1}{2}} E_m \cos \frac{m\pi}{a} x$$

/ 3 /

Z okrajových podmínek pro $y = 0, y = b$ vyplynou koeficienty: $B_m = C_m = 0$

$$D_m = -(-1)^{\frac{m-1}{2}} \left(\frac{a}{m\pi}\right)^2 \frac{E_m}{2D \operatorname{sh} \alpha_m}$$

$$A_m = (-1)^{\frac{m-1}{2}} \left(\frac{a}{m\pi}\right)^2 \frac{E_m \alpha_m \operatorname{cth} \alpha_m}{2D \operatorname{sh} \alpha_m}$$

$$\text{kde } \alpha_m = \frac{m\pi b}{a}$$

Dosazením konstant A_m a D_m do /2/ :

$$w_1 = \frac{a^2}{2\pi D} \sum_{m=1,3,5}^{\infty} (-1)^{\frac{m-1}{2}} \frac{E_m}{m^2 \operatorname{sh} \alpha_m} \left(\alpha_m \operatorname{cth} \alpha_m \operatorname{sh} \frac{m\pi}{a} y - \frac{m\pi}{a} y \operatorname{ch} \frac{m\pi}{a} y \right) \cos \frac{m\pi}{a} x$$

/ 4 /

2.2.2. Určení průhybové plochy w_2

Rovnice /1/ bude mít řešení ve tvaru řady :

$$w_2 = \sum_{n=1,2,3}^{\infty} X_n \sin \frac{n\pi}{b} y$$

/ 5 /

kde

$$X_n = A_n \operatorname{sh} \frac{n\pi}{b} x + B_n \operatorname{ch} \frac{n\pi}{b} x + C_n \frac{n\pi}{b} x \operatorname{sh} \frac{n\pi}{b} x + D_n \frac{n\pi}{b} x \operatorname{ch} \frac{n\pi}{b} x$$

Protože w_2 je průhybová plocha desky kloubově podepřené po obvodě a zatížená spojitě rozloženým momentem $M_x/y/$ na stranách $x = a/2$ a $x = -a/2$ budou okrajové podmínky:

$$w_2 = 0 \quad \frac{\partial^2 w_2}{\partial y^2} = 0 \quad \text{pro } y = 0, y = b$$

$$w_2 = 0 \quad -D \frac{\partial^2 w_2}{\partial x^2} = M_x(y) \quad \text{pro } x = \frac{a}{2}$$

$$w_2 = 0 \quad -D \frac{\partial^2 w_2}{\partial x^2} = M_x(y) \quad \text{pro } x = -\frac{a}{2}$$

Pro $y = 0, y = b$ jsou okrajové podmínky splněny identicky. Moment $M_x/y/$ rozvedu v řadu:

$$M_x(y) = \sum_{n=1,2,3}^{\infty} \bar{M}_{x_n} \sin \frac{n\pi}{b} y$$

/ 6 /

VŠST Liberec	Napjatost přírubových spojů hranatých skříní a nádob	Katedra KMP	
Fakulta strojní		DP	10

Dosazením /5/ a /6/ do okrajových podmínek pro $x = a/2$ a $x = -a/2$ vyplynou koeficienty A_n, B_n, C_n, D_n :

$$A_n = D_n = 0$$

$$C_n = -\left(\frac{a}{n\pi}\right)^2 \frac{\bar{M}_{x_n}}{2 Dch\beta_n} \quad B_n = \left(\frac{b}{n\pi}\right)^2 \frac{\bar{M}_{x_n}}{2 Dch\beta_n} \beta_n th\beta_n$$

kde $\beta_n = \frac{n\pi}{2b} a$

Dosazením C_n a B_n do /5/ dostanu vztah pro průhyb w_2 desky:

$$w_2 = \frac{b^2}{2\pi^2 D} \sum_{n=1,2,3}^{\infty} \frac{\bar{M}_{x_n}}{n^2} \frac{\sin \frac{n\pi}{b} y}{ch\beta_n} \left(\beta_n th\beta_n ch \frac{n\pi}{b} x - \frac{n\pi}{b} x sh \frac{n\pi}{b} x \right) \quad /7/$$

2.2.3. Určení průhybové plochy w_3

Průhybovou plochu w_3 předpokládám ve tvaru řady :

$$w_3 = \sum_{m=1,3,5}^{\infty} Y_m \cos \frac{m\pi}{a} x$$

kde

$$Y_m = A_m sh \frac{m\pi}{a} y + B_m ch \frac{m\pi}{a} y + C_m \frac{m\pi}{a} y sh \frac{m\pi}{a} y + D_m \frac{m\pi}{a} y ch \frac{m\pi}{a} y$$

Průhybová plocha w_3 vznikne zatížením desky, kloubově uložené po obvodě, spojitě rozloženým momentem $M_y/x/$ po hraně $y = 0$. Proto budou platit okrajové podmínky :

$$w_3 = 0 \quad \frac{\partial^2 w_3}{\partial x^2} = 0 \quad \text{pro } x = \pm \frac{a}{2}$$

$$w_3 = 0 \quad -D \frac{\partial^2 w_3}{\partial y^2} = M_y(x) \quad \text{pro } y = 0; \quad w_3 = 0; \quad \frac{\partial w_3}{\partial y} = 0 \quad \text{pro } y = b$$

Moment $M_y/x/$ rozvinu v řadu :

$$M_y(x) = \sum_{m=1,3,5}^{\infty} (-1)^{\frac{m-1}{2}} \bar{M}_{y_m} \cos \frac{m\pi}{a} x$$

VŠST Liberec	Napjatost přírubových spojů hranatých skříní a nádob	Katedra
Fakulta		DP 11

Pro $x = a/2$ a $x = -a/2$ jsou okrajové podmínky splněny. Do okrajových podmínek pro $y = b$ a $y = 0$ dosadím rovnice /7/ a /2/. Tím získám konstanty rovnice /2/ :

$$A_m = \frac{(-1)^{\frac{m-1}{2}}}{2D} \left(\frac{a}{m\pi}\right)^2 M_{ym} (1 - \operatorname{cth}^2 \alpha_m) \alpha_m \quad B_m = 0$$

$$C_m = -(-1)^{\frac{m-1}{2}} \bar{M}_{ym} \left(\frac{a}{m\pi}\right)^2 \frac{1}{2D} \quad D_m = \frac{(-1)^{\frac{m-1}{2}}}{2D} \left(\frac{a}{m\pi}\right)^2 M_{ym} \operatorname{coth} \alpha_m$$

Dosazením konstant C_m, A_m, D_m do rovnice /2/ průhybové plochy je :

$$w_3 = \frac{a^2}{2\pi^2 D} \sum_{m=1,3,5}^{\infty} (-1)^{\frac{m-1}{2}} \frac{M_{ym}}{m^2} \cos \frac{m\pi}{a} x \left[\alpha_m (1 - \operatorname{cth}^2 \alpha_m) \operatorname{sh} \frac{m\pi}{a} y + \frac{m\pi}{a} y \left(\operatorname{cth} \alpha_m \operatorname{ch} \frac{m\pi}{a} y - \operatorname{sh} \frac{m\pi}{a} y \right) \right] \quad / 9 /$$

2.3. Určení staticky neurčitých momentů $M_x/y/$ a $M_y/x/$

Přídavné momenty $M_x/y/$ a $M_y/x/$ se určí z deformační podmínky na hranách $y = 0$ a $x = \pm a/2$

Deformační podmínky :

$$\left[\frac{\partial w}{\partial x} \right]_{x=\pm \frac{a}{2}} = \left[\frac{\partial w_1}{\partial x} + \frac{\partial w_2}{\partial x} + \frac{\partial w_3}{\partial x} \right]_{x=\pm \frac{a}{2}} = 0 \quad / 10 /$$

$$\left[\frac{\partial w}{\partial y} \right]_{y=0} = \left[\frac{\partial w_1}{\partial y} + \frac{\partial w_2}{\partial y} + \frac{\partial w_3}{\partial y} \right]_{y=0} = 0 \quad / 11 /$$

Derivací w_1, w_2, w_3 podle x a dosazením $x = a/2$ dostanu:

$$\left[\frac{\partial w_1}{\partial x} \right]_{x=\frac{a}{2}} = \frac{a}{2\pi D} \sum_{m=1,3,5}^{\infty} \frac{E_m}{m \operatorname{sh} \alpha_m} \left(\alpha_m \operatorname{cth} \alpha_m \operatorname{sh} \frac{m\pi}{a} y - \frac{m\pi}{a} y \operatorname{ch} \frac{m\pi}{a} y \right) \quad (12)$$

$$\left[\frac{\partial w_2}{\partial x} \right]_{x=\frac{a}{2}} = \frac{b}{2\pi D} \sum_{n=1,2,3}^{\infty} \frac{\bar{M}_x}{n} \left[\operatorname{th} \beta_n (\beta_n + \operatorname{th} \beta_n - 1) - \beta_n \right] \sin \frac{n\pi}{a} y \quad (13)$$

$$\left[\frac{\partial w_3}{\partial x} \right]_{x=\frac{a}{2}} = -\frac{a}{2\pi D} \sum_{m=1,3,5}^{\infty} \frac{M_{ym}}{m} \left[\alpha_m (1 - \operatorname{cth}^2 \alpha_m) \operatorname{sh} \frac{m\pi}{a} y + \frac{m\pi}{a} y \left(\operatorname{cth} \alpha_m \operatorname{ch} \frac{m\pi}{a} y - \operatorname{sh} \frac{m\pi}{a} y \right) \right] \quad (14)$$

Aby bylo možno z rovnice /10/ vypočítat koeficienty $\bar{M}_{ym}$ a $\bar{M}_{xn}$ je nutno rovnice /12/ a /14/ rozvést v sinovou Fourierovu řadu. V rovnici /12/ rozvinu v sinovou řadu výraz

$$\alpha_m \operatorname{cth} \alpha_m \operatorname{sh} \frac{m\pi}{a} y - \frac{m\pi}{a} y \operatorname{ch} \frac{m\pi}{a} y$$

Řada bude mít tvar :

$$\sum_{i=1,2,3}^{\infty} A_i \sin \frac{i\pi}{b} y$$

kde konstanta A_i je dána integrálem

$$A_i = \frac{1}{b} \int_{-b}^b \left(\alpha_m \operatorname{cth} \alpha_m \operatorname{sh} \frac{m\pi}{a} y - \frac{m\pi}{a} y \operatorname{ch} \frac{m\pi}{a} y \right) \sin \frac{i\pi}{b} y dy$$

Řešením tohoto integrálu vyjde koeficient Fourierovy řady:

$$A_i = - \frac{(-1)^i}{\left(\frac{b^2}{a^2} + \frac{i^2}{m^2} \right)^2} \frac{4ib^2}{m^2 \pi^2 a^2} \operatorname{sh} \alpha_m$$

Dosazením rozvoje do rovnice /12/ obdržím:

$$\frac{\partial w_1}{\partial x} \Big|_{x=\frac{a}{2}} = \frac{2b^2}{a\pi^3 D} \sum_{m=1,3,5}^{\infty} \frac{E_m}{m^3} \sum_{i=1,2,3}^{\infty} \frac{i(-1)^i}{\left(\frac{b^2}{a^2} + \frac{i^2}{m^2} \right)^2} \sin \frac{i\pi}{b} y \quad / 15 /$$

Obdobným způsobem rozvinu v sinovou řadu výraz z rovnice /14/

$$\alpha_m (1 - \operatorname{cth}^2 \alpha_m) \operatorname{sh} \frac{m\pi}{a} y + \frac{m\pi}{a} y \left(\operatorname{cth} \alpha_m \operatorname{ch} \frac{m\pi}{a} y - \operatorname{sh} \frac{m\pi}{a} y \right)$$

Řada bude mít tvar :

$$\sum_{i=1,2,3}^{\infty} B_i \sin \frac{i\pi}{b} y$$

kde $B_i = \frac{1}{b} \int_{-b}^b \left[\alpha_m (1 - \operatorname{cth}^2 \alpha_m) \operatorname{sh} \frac{m\pi}{a} y + \frac{m\pi}{a} y \operatorname{cth} \alpha_m \operatorname{ch} \frac{m\pi}{a} y - \right. \\ \left. - \frac{m\pi}{a} y \operatorname{sh} \frac{m\pi}{a} y \right] \sin \frac{i\pi}{b} y dy$

Řešením integrálu dostanu koeficienty B_i :

$$B_i = \frac{2i}{m^2 \pi} \frac{(-1)^i}{\frac{b^2}{a^2} + \frac{i^2}{m^2}} \operatorname{sh} \alpha_m \left(\frac{b^2}{a^2} \frac{2 \operatorname{cth} \alpha_m}{\frac{b^2}{a^2} + \frac{i^2}{m^2}} - \alpha_m \right)$$

Dosazením rozvoje do rovnice /14/ bude:

$$\left[\frac{\partial w_3}{\partial x} \right]_{x=\frac{a}{2}} = -\frac{2a}{\pi^2 D} \sum_{m=1,3,5}^{\infty} \frac{M_{ym}}{m} \sum_{i=1,2,3}^{\infty} \frac{i(-1)^i}{\frac{b^2}{a^2} + \frac{i^2}{m^2}} \left(\frac{b^2}{a^2} \frac{2 \operatorname{cth} \alpha_m}{\frac{b^2}{a^2} + \frac{i^2}{m^2}} - \frac{\alpha_m}{2} \right) \sin \frac{i\pi}{b} y \quad (16)$$

Dosazením rovnic /13/, /15/, /16/ do deformační podmínky /10/:

$$\frac{2b^2}{a\pi^3 D} \sum_{m=1,3,5}^{\infty} \frac{E_m}{m^3} \sum_{i=1,2,3}^{\infty} \frac{i(-1)^i}{\left(\frac{b^2}{a^2} + \frac{i^2}{m^2} \right)^2} \sin \frac{i\pi}{b} y + \\ + \frac{b}{2\pi D} \sum_{n=1,2,3}^{\infty} \frac{\bar{M}_{xn}}{n} \left[\operatorname{th} \beta_n (\beta_n \operatorname{th} \beta_n - 1) - \beta_n \right] \sin \frac{n\pi}{a} y - \\ - \frac{2a}{\pi^2 D} \sum_{m=1,3,5}^{\infty} \frac{\bar{M}_{ym}}{m^3} \sum_{i=1,2,3}^{\infty} \frac{i(-1)^i}{\frac{b^2}{a^2} + \frac{i^2}{m^2}} \left(\frac{b^2}{a^2} \frac{2 \operatorname{cth} \alpha_m}{\frac{b^2}{a^2} + \frac{i^2}{m^2}} - \frac{\alpha_m}{2} \right) \sin \frac{i\pi}{b} y = 0$$

VŠST Liberec	Napjatost přírubových spojů hranatých skříní a nádob	Katedra KMP	
Fakulta strojní		DP	14

Aby byla tato rovnice splněna pro každé y , musí být koeficient řady u $\sin \frac{\pi}{b} y$ roven nule. Proto provedu záměnu pořadí sčítání členů řad. Pro indexy 1, 2, 3 ... zavedu označení $\underline{n}$, pro 1, 3, 5 označení $\underline{m}$. Po úpravě dostanu:

$$\frac{bn}{a\pi^2} (-1)^n \sum_{m=1,3,5}^{\infty} \frac{E_m}{m^3 \left(\frac{b^2}{a^2} + \frac{n^2}{m^2} \right)^2} + \frac{M_{x_n}}{4n} \left[th \beta_n (\beta_n th \beta_n - 1) - \beta_n \right] -$$

/ 17 /

$$-\frac{a}{\pi b} n (-1)^n \sum_{m=1,3,5}^{\infty} \frac{\bar{M}_{ym}}{m^3 \left(\frac{b^2}{a^2} + \frac{n^2}{m^2} \right)^2} \left(\frac{b^2}{a^2} \cdot \frac{cth \alpha_m}{\frac{b^2}{a^2} + \frac{n^2}{m^2}} - \frac{\alpha_m}{2} \right) = 0$$

Na okraji $y = 0$ desky musí být splněna deformační podmínka /11/.

$$\left[\frac{\partial w_1}{\partial y} \right]_{y=0} = \frac{a}{2\pi D} \sum_{m=1,3,5}^{\infty} (-1)^{\frac{m-1}{2}} \frac{E_m}{m sh \alpha_m} (\alpha_m cth \alpha_m - 1) \cos \frac{m\pi}{a} x \quad (18)$$

$$\left[\frac{\partial w_2}{\partial y} \right]_{y=0} = \frac{1}{4D} \sum_{n=1,2,3}^{\infty} \frac{\bar{M}_{x_n}}{ch^2 \beta_n} \left(a sh \beta_n ch \frac{n\pi}{b} x - 2x ch \beta_n sh \frac{n\pi}{b} x \right) \quad (19)$$

$$\left[\frac{\partial w_3}{\partial y} \right]_{y=0} = \frac{a}{2\pi D} \sum_{m=1,3,5}^{\infty} (-1)^{\frac{m-1}{2}} \frac{\bar{M}_{ym}}{m} \cos \frac{m\pi}{a} x \left[\alpha_m (1 - cth^2 \alpha_m) + cth \alpha_m \right] \quad (20)$$

Rozvinutím výrazu

$$a sh \beta_n ch \frac{n\pi}{b} x - 2x ch \beta_n sh \frac{n\pi}{b} x$$

z rovnice /19/ v kosinovou řadu

$$\sum_{j=1,3,5}^{\infty} C_j \cos \frac{j\pi}{a} x$$

VŠST Liberec	Napjatost přírubových spojů hranatých skříní a nádob	Katedra KMP	
Fakulta strojní		DP	15

$$\text{kde } C_j = \frac{2}{a} \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \left(a \operatorname{sh} \beta_n \operatorname{ch} \frac{n\pi}{b} x - 2x \operatorname{ch} \beta_n s \frac{n\pi}{b} x \right) \cos \frac{j\pi}{a} x dx$$

$$C_j = \frac{16ja^2(-1)^{\frac{j-1}{2}}}{n^3\pi^2b\left(\frac{a^2}{b^2} + \frac{j^2}{n^2}\right)^2} \operatorname{ch}^2 \beta_n$$

dostanu po dosazení do rovnice /19/:

$$\left[\frac{\partial w_2}{\partial y} \right]_{y=0} = \frac{4a^2}{\pi^2 D b} \sum_{n=1,2,3}^{\infty} \frac{\bar{M}_{x_n}}{n^3} \sum_{j=1,3,5}^{\infty} \frac{(-1)^{\frac{j-1}{2}}}{\left(\frac{a^2}{b^2} + \frac{j^2}{n^2}\right)^2} \cos \frac{j\pi}{a} x \quad / 21 /$$

Dosazením rovnic /21/, /18/ a /20/ do deformační podmínky /11/ a obdobnou úpravou jako u rovnice /17/ získám druhou soustavu rovnic pro konstanty $\bar{M}_x/y/$ a $\bar{M}_y/x/$:

$$\frac{E_m}{m \operatorname{sh} \alpha_m} (\alpha_m \operatorname{cth} \alpha_m - 1) + \frac{\bar{M}_{y_m}}{m} [\alpha_m (1 - \operatorname{cth}^2 \alpha_m) + \operatorname{cth} \alpha_m] +$$

/ 22 /

$$+ \frac{8am}{\pi b} \sum_{n=1,2,3}^{\infty} \frac{\bar{M}_{x_n}}{n^2} \frac{1}{\left(\frac{a^2}{b^2} + \frac{m^2}{n^2}\right)^2} = 0$$

Pro koeficienty $\bar{M}_{x_n}$ a $\bar{M}_{y_m}$ současně platí soustava rovnic /17/ a soustava rovnic /22/.

VŠST Liberec	Napjatost přírubových spojů hranatých skříní a nádob	Katedra KMP	
Fakulta strojní		DP	16

2.4. Určení staticky neurčitého spojitě rozloženého momentu $f(x)$

Pro staticky neurčitý moment $f(x)$, spojitě rozložený podél hrany $y = b$, společně pro stěnu i přírubu, platí deformační podmínka

$$\gamma(x) = - \left[\frac{\partial w}{\partial y} \right]_{y=b}$$

/ 23 /

Derivace jednotlivých složek průhybové plochy:

$$\left[\frac{\partial w_1}{\partial y} \right]_{y=b} = \frac{a}{2\pi D} \sum_{m=1,3,5}^{\infty} (-1)^{\frac{m-1}{2}} \frac{E_m}{m} \left[(\alpha_m \operatorname{cth} \alpha_m - 1) - \alpha_m \right] \cos \frac{m\pi}{a} x \quad /24/$$

/25/

$$\left[\frac{\partial w_2}{\partial y} \right]_{y=b} = \frac{1}{4D} \sum_{n=1,2,3}^{\infty} (-1)^n \frac{\bar{M}_{xn}}{\operatorname{ch}^2 \beta_n} \left(a \operatorname{sh} \beta_n \operatorname{ch} \frac{n\pi}{a} x - 2x \operatorname{ch} \beta_n \operatorname{sh} \frac{n\pi}{b} x \right)$$

/26/

$$\left[\frac{\partial w_3}{\partial y} \right]_{y=b} = \frac{a}{2\pi D} \sum_{m=1,3,5}^{\infty} (-1)^{\frac{m-1}{2}} \frac{\bar{M}_{ym}}{m} \operatorname{sh} \alpha_m (\alpha_m \operatorname{cth} \alpha_m - 1) (1 - \operatorname{cth}^2 \alpha_m) \cos \frac{m\pi}{a} x$$

výraz

$$a \operatorname{sh} \beta_n \operatorname{ch} \frac{n\pi}{a} x - 2x \operatorname{ch} \beta_n \operatorname{sh} \frac{n\pi}{b} x$$

opět rozvinu v kosinovou Fourierovu řadu :

$$\operatorname{ch}^2 \beta_n \frac{16 a^2}{\pi^2 b n^2} \sum_{j=1,3,5}^{\infty} \frac{j(-1)^{\frac{j-1}{2}}}{\left(\frac{a^2}{b^2} + \frac{j^2}{n^2} \right)^2} \cos \frac{j\pi}{a} x$$

Takto rozvinutý výraz dosadím zpět do rovnice /24/ :

$$\left[\frac{\partial w_2}{\partial y} \right]_{y=b} = \frac{4a^2}{\pi^2 b D} \sum_{n=1,2,3}^{\infty} (-1)^n \frac{\bar{M}_{xn}}{n^3} \sum_{m=1,3,5}^{\infty} \frac{m(-1)^{\frac{m-1}{2}}}{\left(\frac{a^2}{b^2} + \frac{m^2}{n^2} \right)^2} \cos \frac{m\pi}{a} x \quad (27)$$

Sečtením rovnic /24/, /26/ a /27/ bude

$$\left[\frac{\partial w}{\partial y} \right]_{y=b} = \frac{a}{2\pi D} \sum_{m=1,3,5}^{\infty} (-1)^{\frac{m-1}{2}} \left\{ \frac{E_m}{m} \left[(\alpha_m \operatorname{cth} \alpha_m - 1) \operatorname{cth} \alpha_m - \alpha_m \right] + \right. \quad (28)$$

$$\left. + \frac{\bar{M}_{ym}}{m} \operatorname{sh} \alpha_m (\alpha_m \operatorname{cth} \alpha_m - 1) (1 - \operatorname{cth}^2 \alpha_m) + \frac{8a}{\pi b} m \sum_{n=1,2,3}^{\infty} \frac{(-1)^n \bar{M}_{xn}}{n^3 \left(\frac{a^2}{b^2} + \frac{m^2}{n^2} \right)^2} \cos \frac{m\pi}{a} x \right\}$$

Vytknutou část příruby považují za nosník vetknutý na obou koncích, zkrucovaný spojitě rozloženým momentem $f(x)$ a osamělým krouticím momentem M_k , který vyvine spojovací šroub příruby. Část příruby je znázorněna na obr. 3.

Rovnice deformace příruby:

$$\frac{d^2 \varphi}{dx^2} = -\frac{1}{GJ_k} [M_k(x) - f(x)] \quad / 29 /$$

kde G ... modul pružnosti materiálu příruby / v krutu /
 J_k ... moment tuhosti průřezu příruby

Abych mohl krouticí moment $M_k = Fc$ zanést do výpočtu, musím ho nejprve rozvinout ve Fourierovu kosinovou řadu :

$$M_k = \sum_{m=1,3,5}^{\infty} K_m \cos \frac{m\pi}{a} x$$

Proto moment M_k nahradím momentem $\bar{M}_k$, spojitě rozloženým v intervalu $\left\langle -\frac{a}{2}, \frac{a}{2} \right\rangle$ podle definice :

$$\bar{M}_k = 0 \quad \text{pro} \quad -\frac{a}{2} \leq x < -\varepsilon \quad \varepsilon < x \leq \frac{a}{2}$$

$$\bar{M}_k = \frac{Fc}{2\varepsilon} \quad \text{pro} \quad -\varepsilon \leq x \leq \varepsilon$$

VŠST Liberec	Napjatost přírubových spojů hranatých skříní a nádob	Katedra KMP	
Fakulta strojní		DP	18

Konstanta rozvoje spojitě rozloženého krouticího momentu $\bar{M}_k$ je dána integrálem :

$$\bar{K}_m = \frac{2}{a} \int_0^a \bar{M}_k \cos \frac{m\pi}{a} x dx = \frac{2}{a} \int_0^\varepsilon \frac{Fc}{2\varepsilon} \cos \frac{m\pi}{a} x dx -$$

$$- \frac{2}{a} \int_{a-\varepsilon}^a \frac{Fc}{2\varepsilon} \cos \frac{m\pi}{a} x dx = \frac{Fc}{m\pi\varepsilon} \left[\sin \frac{m\pi}{a} \varepsilon + \sin \frac{m\pi}{a} (a-\varepsilon) \right]$$

Konstanta rozvoje osamělého krouticího momentu je :

$$K_m = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \bar{K}_m = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{Fc}{m\pi\varepsilon} \left[\sin \frac{m\pi}{a} \varepsilon + \sin \frac{m\pi}{a} (a-\varepsilon) \right] = \frac{2Fc}{a}$$

Fourierův rozvoj krouticího momentu M_k tedy bude :

$$M_k = \frac{2Fc}{a} \sum_{m=1,3,5}^{\infty} \cos \frac{m\pi}{a} x \quad / 30 /$$

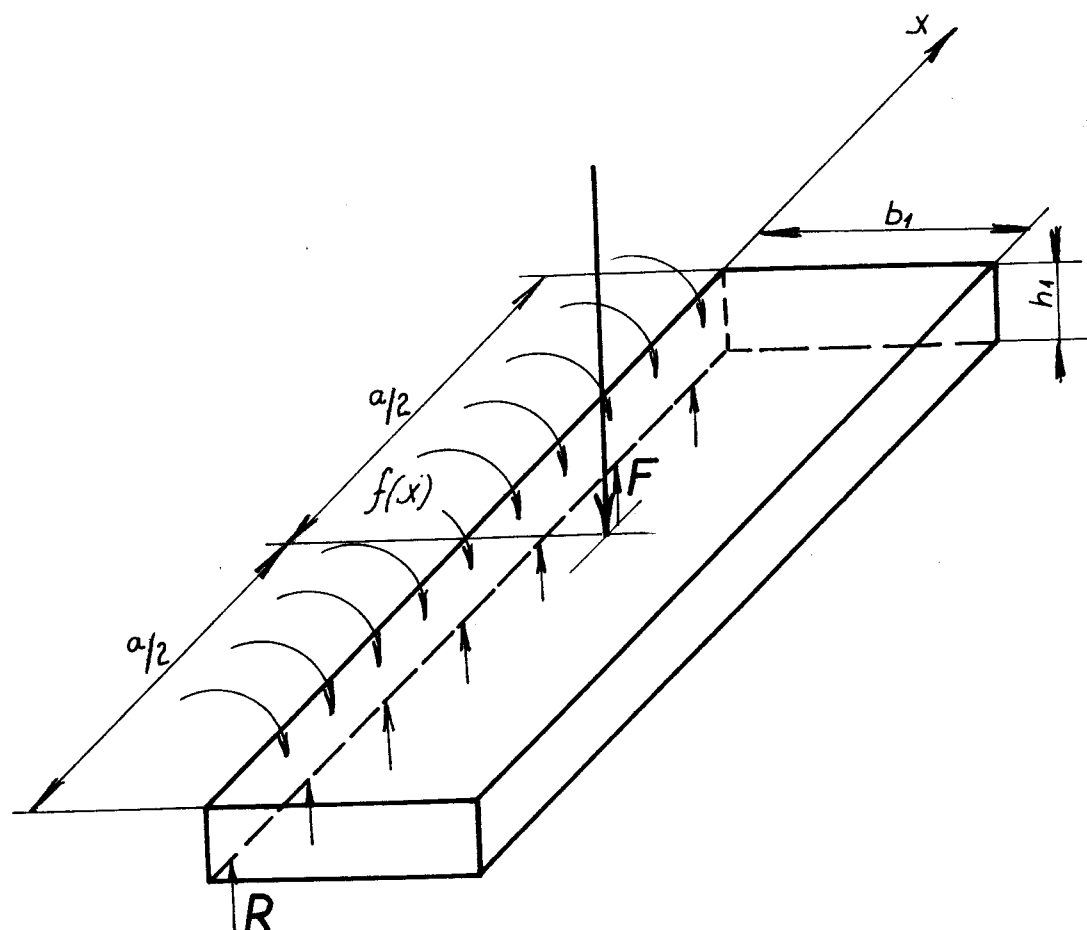
Dosazením výrazů /3/ a /30/ do rovnice /29/ dostanu :

$$\frac{d^2\varphi}{dx^2} = -\frac{1}{GJ_k} \sum_{m=1,3,5}^{\infty} \left[\frac{2Fc}{a} - (-1)^{\frac{m-1}{2}} E_m \right] \cos \frac{m\pi}{a} x$$

Po dvojí integraci :

$$\varphi = -\frac{1}{GJ_k} \left\{ \sum_{m=1,3,5}^{\infty} \left[(-1)^{\frac{m-1}{2}} E_m - \frac{2Fc}{a} \right] \frac{a^2}{m^2\pi^2} \cos \frac{m\pi}{a} x + C_1 x + C_2 \right\}$$

VŠST Liberec	Napjatost přírubových spojů hranatých skříní a nádob	Katedra KMP	
Fakulta strojní		DP	19



Obr. 3

Jelikož považují přírubu za nosník vetknutý na obou koncích, budou okrajové podmínky :

$$\varphi = 0 \quad \text{pro } x = \pm \frac{a}{2}$$

Z toho vyplývá, že $C_1 = 0$, $C_2 = 0$. Deformace příruby potom tedy bude :

$$\varphi = -\frac{a^2}{\pi^2 G J_p} \sum_{m=1,3,5}^{\infty} \left[(-1)^{\frac{m-1}{2}} E_m - \frac{2Fc}{a} \right] \frac{1}{m^2} \cos \frac{m\pi}{a} x \quad (31)$$

Dosazením rovnic /31/ a /28/ do /23/ a po úpravě dostanu soustavu rovnic pro E_m :

$$E_m \left[(\alpha_m \operatorname{cth} \alpha_m - 1) \operatorname{cth} \alpha_m - \alpha_m \right] + \bar{M}_{ym} \operatorname{sh} \alpha_m (\alpha_m \operatorname{cth} \alpha_m - 1) (1 - \operatorname{cth}^2 \alpha_m) +$$

$$+ \frac{8a}{\pi b} m \sum_{n=1,2,3}^{\infty} \frac{(-1)^n \bar{M}_{xn}}{n^3 \left(\frac{a^2}{b^2} + \frac{m^2}{n^2} \right)^2} + \frac{2Da}{\pi G J_p} \left[(-1)^{\frac{m-1}{2}} \frac{2Fc}{a} - E_m \right] \frac{1}{m} = 0 \quad (32)$$

2.5. Přehled výsledných vztahů

Pro momenty $M_x/y/$ a $M_y/x/$ platí tato soustava rovnic:

$$\frac{bn}{a\pi^2} (-1)^n \sum_{m=1,3,5}^{\infty} \frac{E_m}{m^3 \left(\frac{b^2}{a^2} + \frac{n^2}{m^2} \right)^2} + \frac{\bar{M}_{xn}}{4n} \left[\operatorname{th} \beta_n (\beta_n \operatorname{th} \beta_n - 1) - \beta_n \right] -$$

$$(17)$$

$$- \frac{a}{\pi b} n (-1)^n \sum_{m=1,3,5}^{\infty} \frac{\bar{M}_{ym}}{m^3 \left(\frac{b^2}{a^2} + \frac{n^2}{m^2} \right)^2} \left(\frac{b^2}{a^2} \frac{\operatorname{cth} \alpha_m}{\frac{b^2}{a^2} + \frac{n^2}{m^2}} - \frac{\alpha_m}{2} \right) = 0$$

(22)

$$\frac{E_m}{m \operatorname{sh} \alpha_m} (\alpha_m \operatorname{cth} \alpha_m - 1) + \frac{\bar{M}_{ym}}{m} \left[\alpha_m (1 - \operatorname{cth}^2 \alpha_m) + \operatorname{cth} \alpha_m \right] + \frac{8am}{\pi b} \sum_{n=1,2,3}^{\infty} \frac{\bar{M}_{xn}}{n^2} \frac{1}{\left(\frac{a^2}{b^2} + \frac{m^2}{n^2} \right)^2} = 0$$

Ze soustavy rovnic /17/ a /22/ se vypočtou konstanty $\bar{M}_{x1}, \bar{M}_{x2}, \dots, \bar{M}_{xn}$ a $\bar{M}_{y1}, \bar{M}_{y3}, \dots, \bar{M}_{ym}$. Počty členů řad se volí podle požadované přesnosti výpočtu. Tyto konstanty se dosadí do /32/, čímž vznikne soustava m algebraických rovnic pro koeficienty $E_1, E_3, \dots, E_m$ rozvoje funkce $f/x/$.

VŠST Liberec	Napjatost přírubových spojů hranatých skříní a nádob	Katedra KMP	
Fakulta strojní		DP	21

$$E_m [(\alpha_m \operatorname{cth} \alpha_m - 1) \operatorname{cth} \alpha_m - \alpha_m] + M_{y_m} \operatorname{sh} \alpha_m (\alpha_m \operatorname{cth} \alpha_m - 1) (1 - \operatorname{cth}^2 \alpha_m) + \quad (32)$$

$$\frac{8a}{\pi b} m \sum_{n=1,2,3}^{\infty} \frac{(-1)^n \bar{M}_{x_n}}{n^3 \left(\frac{a^2}{b^2} + \frac{m^2}{n^2} \right)^2} + \frac{2Da}{\pi G J_p} \left[(-1)^{\frac{m-1}{2}} \frac{2Fc}{a} E_m \right] \frac{1}{m} = 0$$

Tím je funkce $f/x/$ nalezena. Největší ohybové napětí bude na společné hraně stěny skříně a příruby. Ohybové napětí se vypočte ze vztahu:

$$\sigma_{\max} = \frac{6}{h^2} f_{\max} \quad / 33 /$$

kde $f_{\max}$ je maximum funkce $f/x/$.

V přírubě vzniká napětí ohybové a krutové. Největší ohybové napětí v přírubě je dáno vztahem :

$$\sigma_o = \frac{E h_1 b_1}{4} \left(\frac{d^2 \varphi(x)}{dx^2} \right)_{\max} \quad / 34 /$$

kde $\left(\frac{d^2 \varphi(x)}{dx^2} \right)_{\max}$ je maximum druhé derivace funkce $\varphi(x)$

E je modul pružnosti v tahu materiálu příruby

Největší smykové napětí v přírubě

$$\tau = \frac{G J_k}{W_k} \left(\frac{d\varphi(x)}{dx} \right)_{\max} \quad / 35 /$$

$\left(\frac{d\varphi(x)}{dx} \right)_{\max}$ je maximum první derivace funkce $\varphi(x)$

G je modul pružnosti v krutu materiálu příruby

Funkce $\varphi(x)$ vyskytující se v rovnicích /35/ a /34/ je dána vztahem /31/.

VŠST Liberec	Napjatost přírubových spojů hranatých nádob a skříní	Katedra KMP	
Fakulta strojní		DP	22

V rovnicích /17/, /22/ a /32/ značí :

$$n = 1, 2, 3, \dots, \infty$$

$$m = 1, 3, 5, \dots, \infty$$

$$\alpha_m = \frac{mb\pi}{a}$$

$$\beta_m = \frac{na\pi}{2b}$$

Dohybová tuhost desky

$$D = \frac{Eh^3}{12(1-\mu^2)}$$

Emodul pružnosti v tahu

Gmodul pružnosti v krutu

J_k ...moment tuhosti průřezu příruby v krutu

2.6. Numerický výpočet průběhu napětí na společné hraně stěny a příruby modelu

Rozměry modelu podle obr.1 jsou :

$$a = 320 \text{ mm}, b = 265 \text{ mm}, h = 7 \text{ mm}, c = 17,5 \text{ mm}, h_1 = 10 \text{ mm}, b_1 = 35 \text{ mm}$$

$$\begin{aligned} \text{moduly pružnosti materiálu} \quad E &= 2,1 \cdot 10^6 \text{ kp / cm}^2 \\ G &= 8 \cdot 10^5 \text{ kp / cm}^2 \\ \mu &= 0,3 \end{aligned}$$

Dosazením těchto hodnot do rovnic /17/ a /22/ a pro $n = 1, n = 2, m = 1, m = 3$ obdržím soustavu algebraických rovnic pro konstanty $\bar{M}_{x1}, \bar{M}_{x2}, \bar{M}_{y1}, \bar{M}_{y3}$:

$$\begin{aligned} 0,08434\bar{M}_{x1} + 0,16772\bar{M}_{x2} + 0,33326\bar{M}_{y3} &= -0,00335 E_3 \\ 1,0109\bar{M}_{x2} + 0,18939\bar{M}_{y1} + 0,07395\bar{M}_{y3} &= 0,00764 E_1 + 0,00486 E_3 \\ 1,1274\bar{M}_{x1} + 0,20282\bar{M}_{y1} + 0,04790\bar{M}_{y3} &= -0,02953 E_1 - 0,00289 E_3 \\ 0,50889\bar{M}_{x1} + 0,26346\bar{M}_{x2} + 1,00525\bar{M}_{y1} &= -0,24332 E_1 \end{aligned}$$

Rozšířená matice této soustavy tedy bude :

$$\left\| \begin{array}{cccc|cc} 0,084344 & 0,16772 & 0 & 0,33326 & 0 & -0,00335 \\ 0 & 1,01090 & 0,18939 & 0,07395 & 0,00764 & 0,00486 \\ 1,12740 & 0 & 0,20282 & 0,04790 & -0,02953 & -0,00389 \\ 0,50889 & 0,26346 & 1,00525 & 0 & -0,24332 & 0 \end{array} \right\|$$

VŠST Liberec	Napjatost přírubových spojů hranatých skříní a nádob	Katedra KMP	
Fakulta strojní		DP	23

Soustavu rovnic řeším eliminační metodou. Matici proto upravím tak, aby byly pod hlavní diagonálou samé nuly.

$$\left\| \begin{array}{cccccc} 0,084344 & 0,16772 & 0 & 0,33326 & 0 & -0,00335 \\ 0 & 1,01090 & 0,18939 & 0,07395 & 0,00764 & 0,00486 \\ 0 & 0 & 0,62283 & -4,24268 & -0,01258 & 0,05167 \\ 0 & 0 & 0 & 5,84695 & -0,21452 & -0,07112 \end{array} \right\|$$

Zpětným chodem dospěji k řešení:

$$\begin{aligned} \bar{M}_{x1} &= -0,06085 E_1 - 0,04953 E_3 \\ \bar{M}_{x2} &= 0,02407 E_1 - 0,05276 E_3 \\ \bar{M}_{y1} &= -0,27013 E_1 - 0,23027 E_3 \\ \bar{M}_{y3} &= -0,03669 E_1 - 0,02164 E_3 \end{aligned}$$

Konstanty $\bar{M}_{x1}, \bar{M}_{x2}, \bar{M}_{y1}, \bar{M}_{y3}$ dosadím do rovnice /32/. Tím dostanu soustavu dvou rovnic pro koeficienty E_1 a E_3 :

$$\begin{aligned} 1,46748 E_1 - 0,08895 E_3 &= 0,11506 F \\ 0,01260 E_1 - 1,35117 E_3 &= 0,03725 F \end{aligned}$$

Vyřešením této soustavy vyjdou koeficienty Fourierova rozvoje funkce $f/x/$:

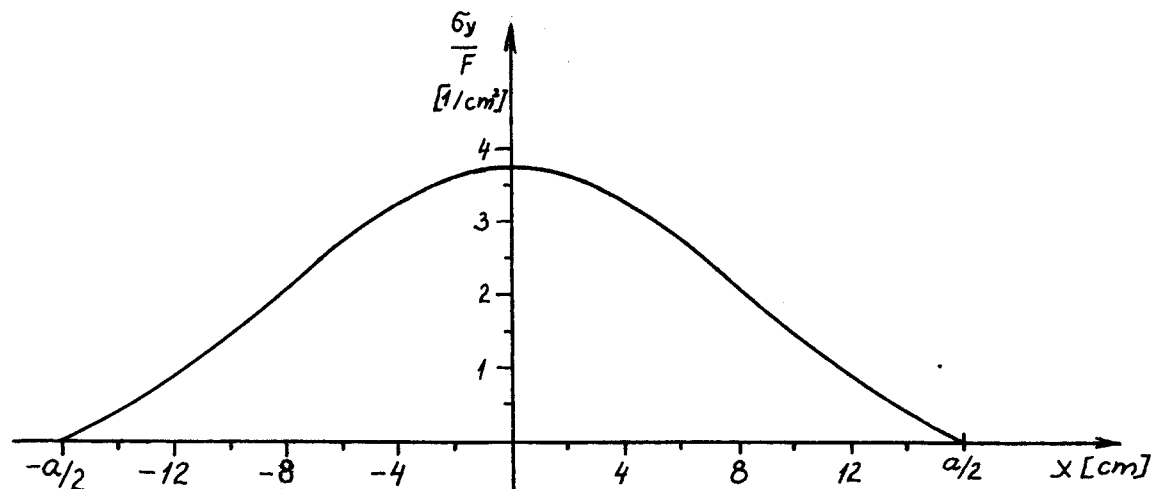
$$\begin{aligned} E_1 &= 0,28254 F \\ E_3 &= -0,02494 F \end{aligned} \quad [kp]$$

Tyto koeficienty dosadím do vztahu /3/, dostanu první dva členy rozvoje funkce $f/x/$.

$$f/x/ = / 0,28254 \cos 0,098x + 0,02494 \cos 0,294x / F$$

Dosazením funkce $f/x/$ do vzorce /33/ bude průběh napětí podél společné hrany stěny modelu a příruby :

Průběh napětí podél hrany $y = b$

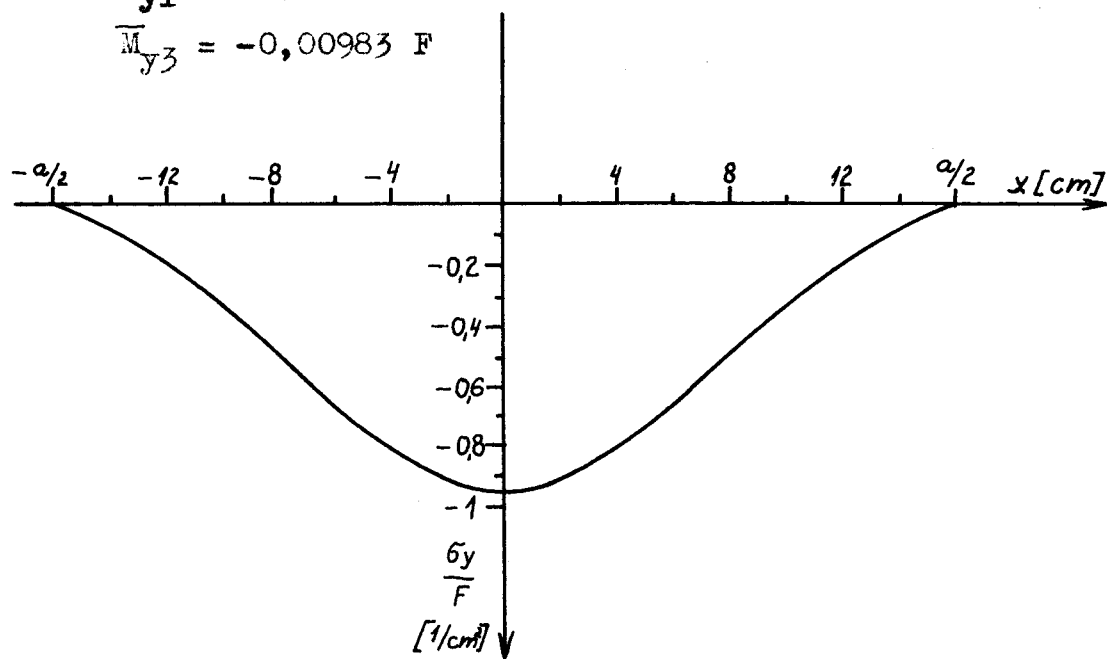


Obr. 4

Teoretický průběh napětí podél hrany $y = 0$

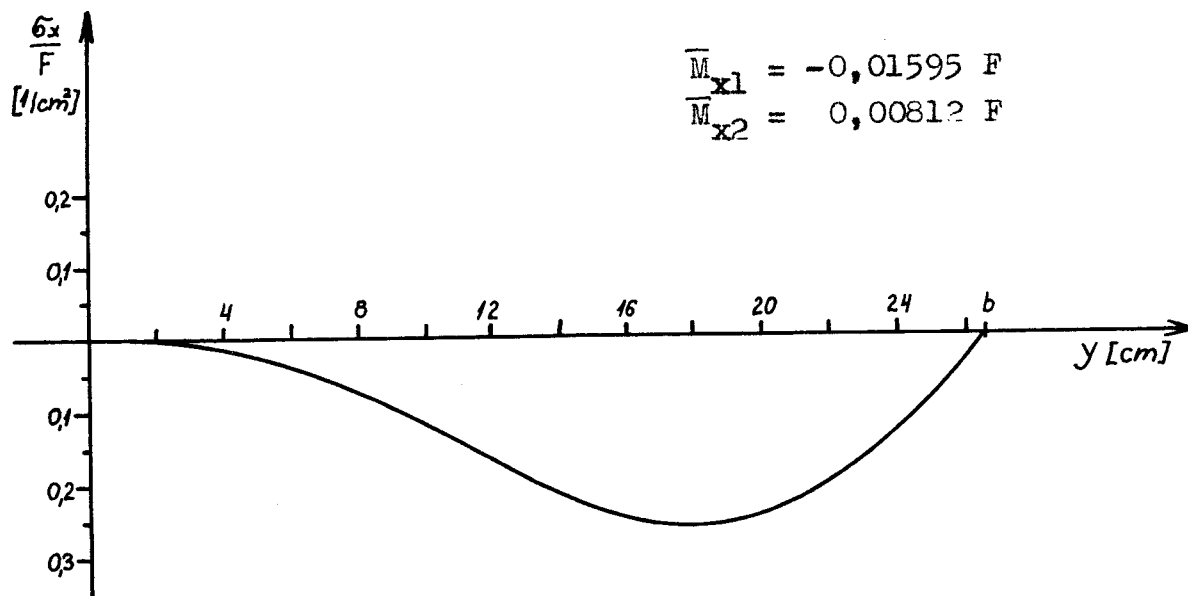
$$\bar{M}_{y1} = -0,07058 F$$

$$\bar{M}_{y3} = -0,00983 F$$



Obr. 5

Teoretický průběh napětí na hranách $x = \pm \frac{a}{2}$



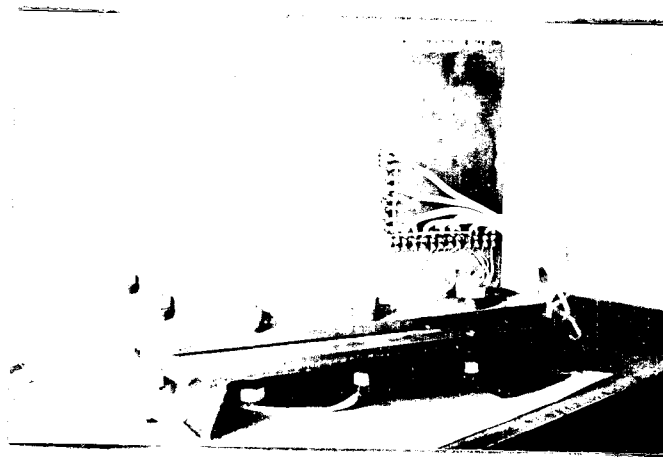
Obr. 6

Průběhy napětí nejsou zcela přesné, poněvadž jsou sestaveny pouze z prvních dvou členů řad.

VŠST Liberec	Napjatost přírubových spojů hranatých skříní a nádob	Katedra KMP
Fakulta strojní		DP 26
3 . E X P E R I M E N T Á L N Í Č Á S T		

3.1. Popis modelu

K ověření vypočteného průběhu napětí na společné hraně stěny skříně a příruby jsem navrhl model jednoduché prizmatické skříně s přírubou. Spodní část příruby slouží zároveň jako podstavec. Obě části jsou svařeny z kotlového plechu. Dosedací plocha příruby je obrobena. Spodní část modelu je vyžebrována, aby byla co nejtužší. Pohled na hotový model je na obr. 7.



Obr. 7

Potřebná zatěžovací síla se vyvíjí svorníky se závitem M 16 x 1,5. Na jejich dřících, odlehčených na $\varnothing 12$ mm, jsou nalepeny tensometrické snímače M 120. Vývody jsou protaženy osovým otvorem a připájeny na svorkovnici. Každý svorník je označen číslem, které je na něm vyraženo, aby nemohlo dojít k jejich záměně. Provedení svorníku je vidět na obr. 8.

Při zatěžování se příruba deformuje. Deformace způsobí jiné rozložení tlaků pod maticí a tím vlastně posunutí výslednice F. To by mělo za následek zmenšení ramene c , čímž by se zmenšil i moment zkrucující přírubu. Ve svorníku by již nepůsobila osová síla, ale byl by tedy namáhán kromě

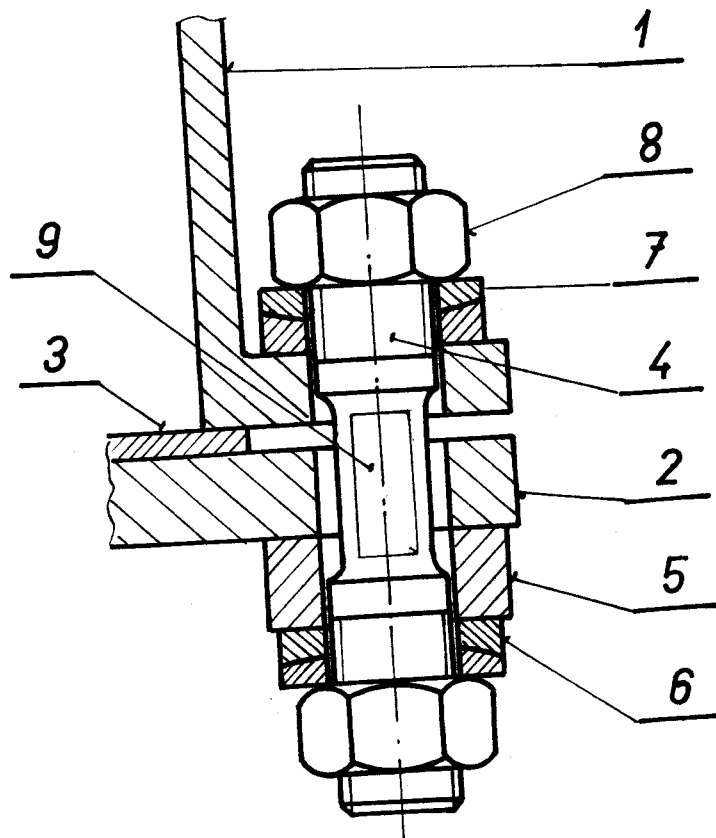
VŠST Liberec	Napjatost přírubových spojů hranatých skříní a nádob	Katedra KMP	
Fakulta strojní		DP	28

tahu ještě přídatným ohybem. Aby se tomu předešlo, jsou pod matkami kalené a leštěné kulové podložky. uspořádání je na-
značeno na obr.9.



Obr.8

Celkové rozměry modelu jsou uvedeny na nákresu v přílo-
ze č.1.



Obr.9

Na obr .9 značí :

- 1 skříň
- 2 spodní část modelu
- 3 plechová vložka
- 4 měrný svorník s nalepenými snímači
- 5 distanční podložka
- 6 kulová podložka
- 7kulová podložka
- 8 matka
- 9 snímač

3.2. Popis měření

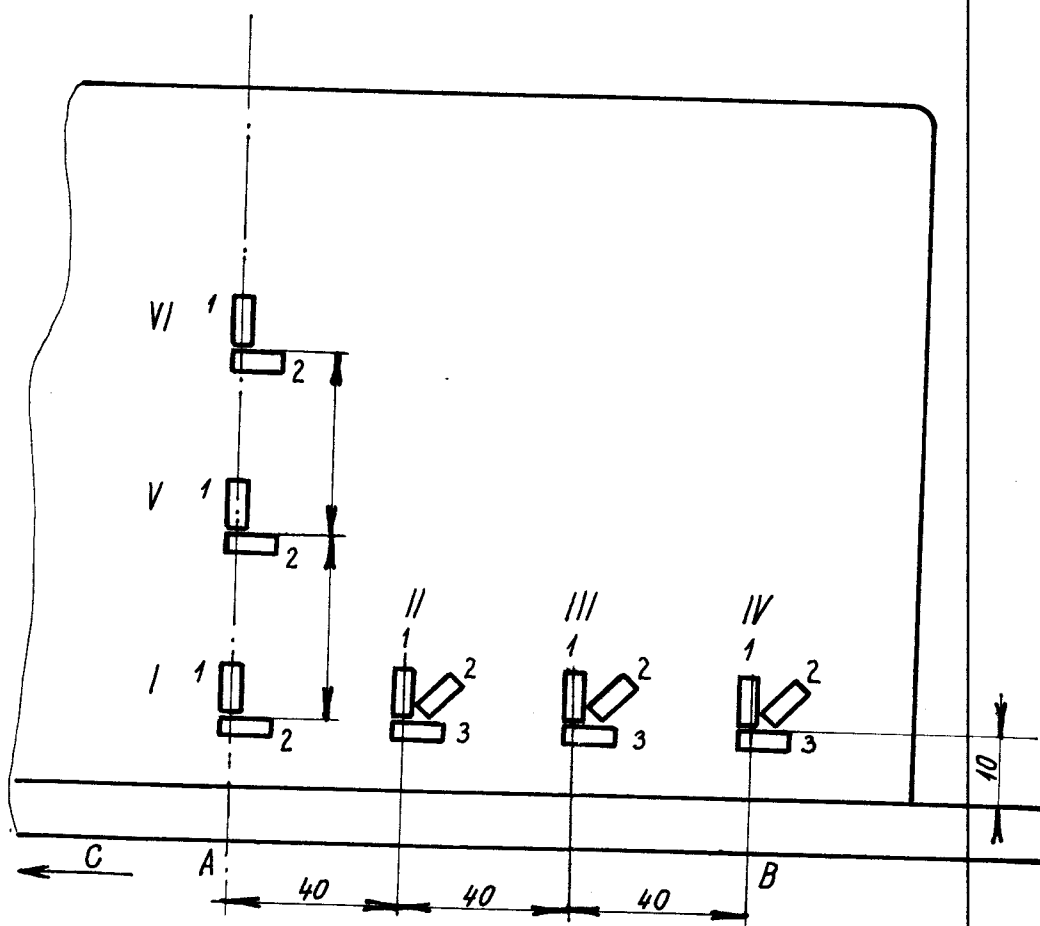
K zjištění průběhu napětí na hraně stěny skříně a příruby jsem zvolil způsob měření napětí pomocí odporových tensometrů.

Protože je problém utáhnout skupinu šroubů tak, aby každý šroub působil stejnou silou, využil jsem při zjišťování napětí v jednotlivých bodech stěny modelu principu superposice. Zatěžoval jsem postupně jednotlivá místa příruby, označená A, B, C, a změřil příslušná prodloužení ϵ . Výsledná napětí ve směrech x a y jsou potom dána součtem dílčích napětí σ_{xA} , σ_{xB} , σ_{xC} a σ_{yA} , σ_{yB} , σ_{yC} .

Rozmístění a označení snímačů je patrné z obr. 10. Rozmístěním snímačů jsem sledoval zjištění průběhu napětí σ_y a σ_x podél společné hrany stěny a příruby modelu. Protože snímače nejsou bodové, nelze je nalepit přímo na hranu. Tím vzniká jistá chyba. Abych mohl odhadnout její velikost, rozmístil jsem snímače také podle osy y . Z průběhu napětí podél osy y je potom možno odhadnout velikost gradientu napětí σ_y na hraně stěny. Je použito snímačů SM 120.

Při zatěžování příruby v místě A vyplývají ze souměrnosti směry hlavních napětí v bodech ležících na ose y . Proto jsou v těchto bodech nalepeny pouze dva snímače kolmé na sebe. V ostatních místech jsou lepeny do 45° tensometrické

růžice. Při zatěžování příruby v místech B a C nebylo snímačů ležících na ose y použito.



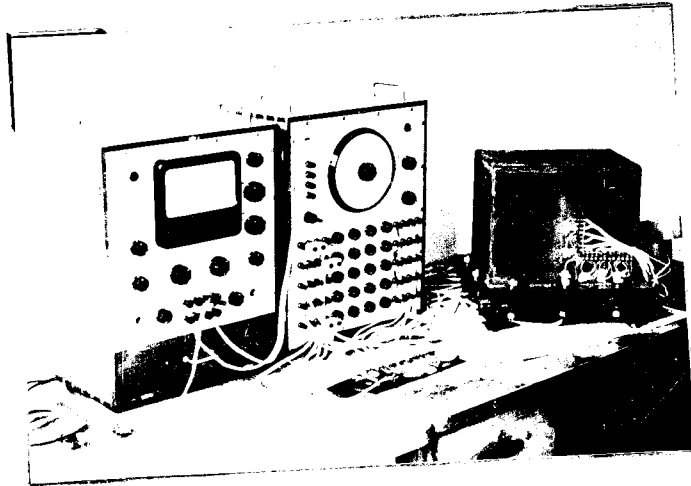
Obr. 10

Na každém svorníku jsou nalepeny tři snímače po 120° , aby se vyloučil vliv případného přidavného ohybu na údaj můstku.

Kompensační snímače byly použity téhož typu jako aktivní. Byly nalepeny na obdélníku z plechu a umístěny v blízkosti modelu. Uspořádání měření je vidět na obr. 11.

Při měření bylo použito tensometrické aparatury firmy Brüel a Kjer.

VŠST Liberec	Napjatost přírubových spojů hranatých skříní a nádob	Katedra KMP	
Fakulta strojní		DP	31



Obr.11

- K určení hlavních napětí σ_I a σ_T a úhlu α , který svírá směr hlavního napětí s osou x , bylo použito nomogramu z / 2 / str.71. Kladný úhel znamená pootočení směru hlavního napětí σ_I ve směru hodinových ručiček od osy x .

3.3. Určení závislosti napětí ve stěně na zatěžovací síle

Zjištění této závislosti bylo provedeno postupným zvětšováním síly F , působící v místě A příruby. Síla byla zvětšována po skocích 250 kp. Odečtené hodnoty příslušející jednotlivým snímačům a zatížením jsou uvedeny v tab.1.

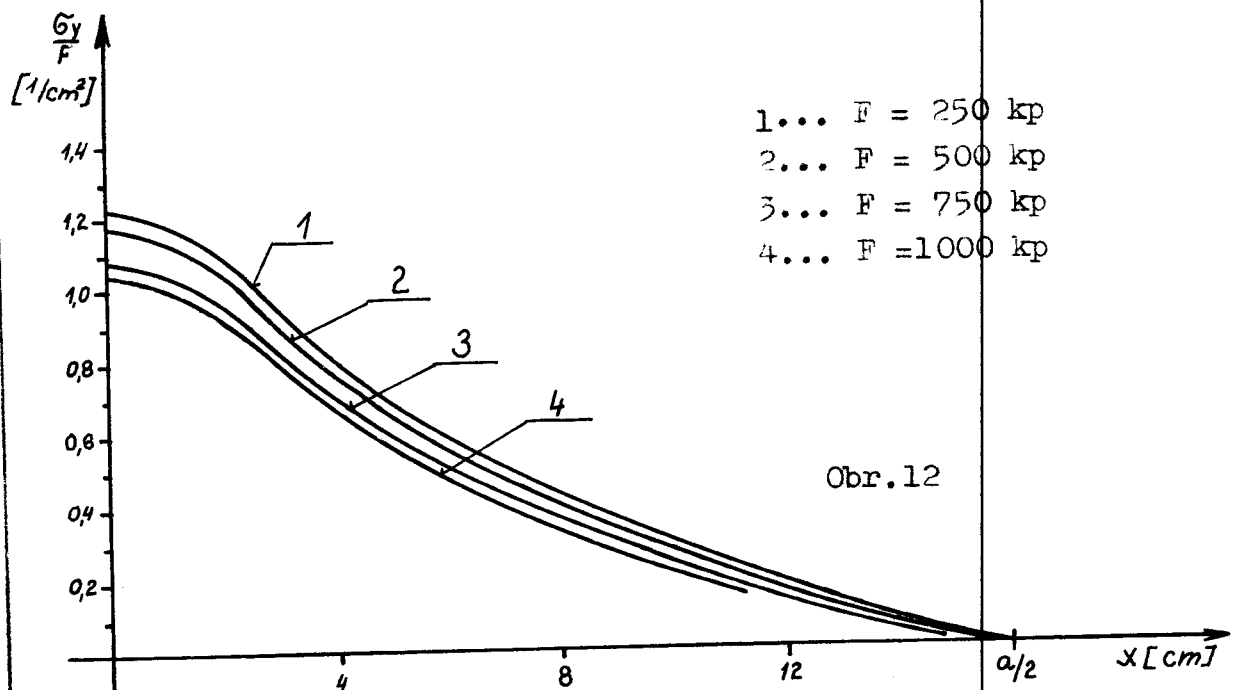
Vypočtené hodnoty σ_I , σ_T , α , σ_x , σ_y a poměrů $\frac{\sigma}{F}$ jsou uvedeny v tabulce 2.

VŠST Liberec	Napjatost přírubových spojů hranatých skříní a nádob	Katedra KMP	32
Fakulta strojní		DP	

Tab.1: Naměřené hodnoty prodloužení pro různé zatěžovací síly

svorník měř. místo		prodloužení $\varepsilon \cdot 10^6$			
		100	200	300	400
I	1	110	247	340	435
	2	11	30	41	56
II	1	82	161	220	290
	2	55	112	153	199
	3	15	20	27	31
III	1	49	96	131	171
	2	51	100	171	215
	3	10	19	25	29
IV	1	28	52	97	120
	2	37	73	128	160
	3	8	14	22	28
V	1	27	51	93	116
	2	12	32	68	90
VI	1	7	11	20	22
	2	11	28	56	70

Závislost σ_y na velikosti zatěžovací síly



VŠST Liberec		Napjatost přírubových spojů hranatých skříní a nádob		Katedra KMP	
Fakulta strojní				DP 33	

Tab.2 Vypočtené hodnoty $\sigma_I, \sigma_{II}, \alpha, \sigma_x, \sigma_y$ a poměrů $\frac{\sigma}{F}$

	I		II		III		IV		V		VI	
		σ/F		σ/F		σ/F		σ/F		σ/F		σ/F
250 kp	σ_I	308		220	134			70		70,6		23,8
	σ_{II}	101		70	40			18		28		30,1
	α	0°	40,5°		24°	30°		30°		0°		0°
	σ_y	308	1,23	200	0,8	118	0,47	50	0,2	70,6	0,283	23,8
	σ_x	101	0,405	88	0,352	55	0,22	36	0,144	28	0,112	30,1
500 kp	σ_I	593		394	263			171		140		44,6
	σ_{II}	231		147	79			30		109		72,4
	α	0°	9,5°		23,5°	32,5°		32,5°		0°		0°
	σ_y	593	1,18	385	0,77	233	0,466	130	0,26	140	0,28°	44,6
	σ_x	231	0,46	153	0,306	110	0,22	70	0,14	109	0,218	72,4
750 kp	σ_I	816		533	406			300		252		85
	σ_{II}	330		200	57			106,7		222		143
	α	0°	8,5°		30°			30°		0°		0°
	σ_y	816	1,08	526	0,81	314	0,418	238	0,316	252	0,335	85
	σ_x	330	0,44	206	0,274	118,5	0,1	118,5	0,158	222	0,296	143
1000 kp	σ_I	1050		840	486			347		304		90,7
	σ_{II}	431		305	95			62,5		262		161,2
	α	0°	8°		26,5°	31°		31°		0°		0°
	σ_y	1050	1,05	820	0,82	410	0,41	270	0,27	304	0,304	90,7
	σ_x	431	0,431	310	0,31	136	0,136	136	0,136	262	0,262	161,2

VŠST Liberec	Napjatost přírubových spojů hranatých skříní a nádob	Katedra KMP	
Fakulta strojní		DP	34

3.4. Určení průběhu napětí při zatěžování příruby silou, působící postupně v místech A, B, C

Příruba byla zatěžována silou $F = 1500 \text{ kp}$ postupně v místech A, B, C. Velikosti relativních prodloužení v místech jednotlivých snímačů jsou uvedena v tabulce č. 3.

Tab. 3 : Relativní prodloužení při zatěžování příruby v místech A, B, C silou $F = 1500 \text{ kp}$

měřené místo		prodloužení $\epsilon \cdot 10^6$			
		A	B	C	
I	1	625	98	112	
	2	98	0	0	
II	1	455	73	170	
	2	300	64	68	
	3	53	0	0	
III	1	283	50	281	
	2	293	61	205	
	3	43	12	52	
IV	1	163	31	460	
	2	220	44	375	
	3	35	7	128	
V	1	150	53	52	
	2	122	10	15	
VI	1	30	0	11	
	2	100	25	26	

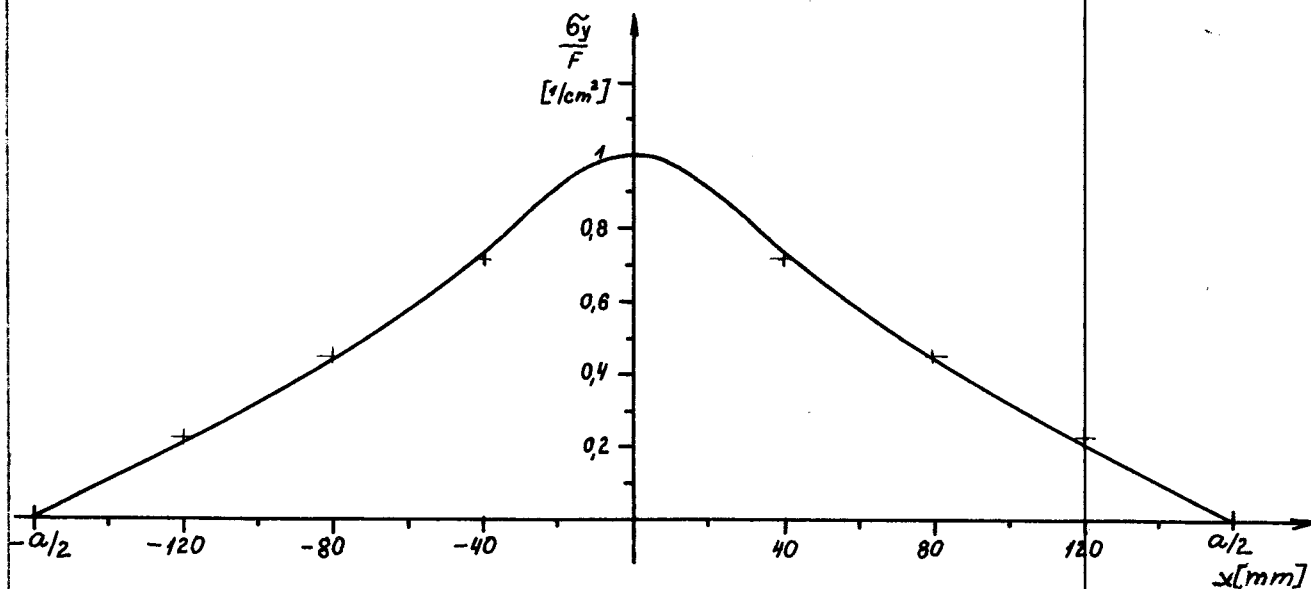
Vypočtené hodnoty $\sigma_I, \sigma_{II}, \alpha; \sigma_x; \sigma_y$ a poměry $\frac{\sigma}{F}$ jsou uvedeny v tabulce č. 4.

VŠST Liberec	Napjatost přírubových spojů hranatých skříní a nádob	Katedra KMP	35
Fakulta strojní		DP	

Tab.4 : Vypočtené hodnoty σ_I , σ_{II} , α , σ_y , σ_x a poměry $\frac{\sigma_x}{F}$
a $\frac{\sigma_y}{F}$ pro sílu $F = 1500$ kp

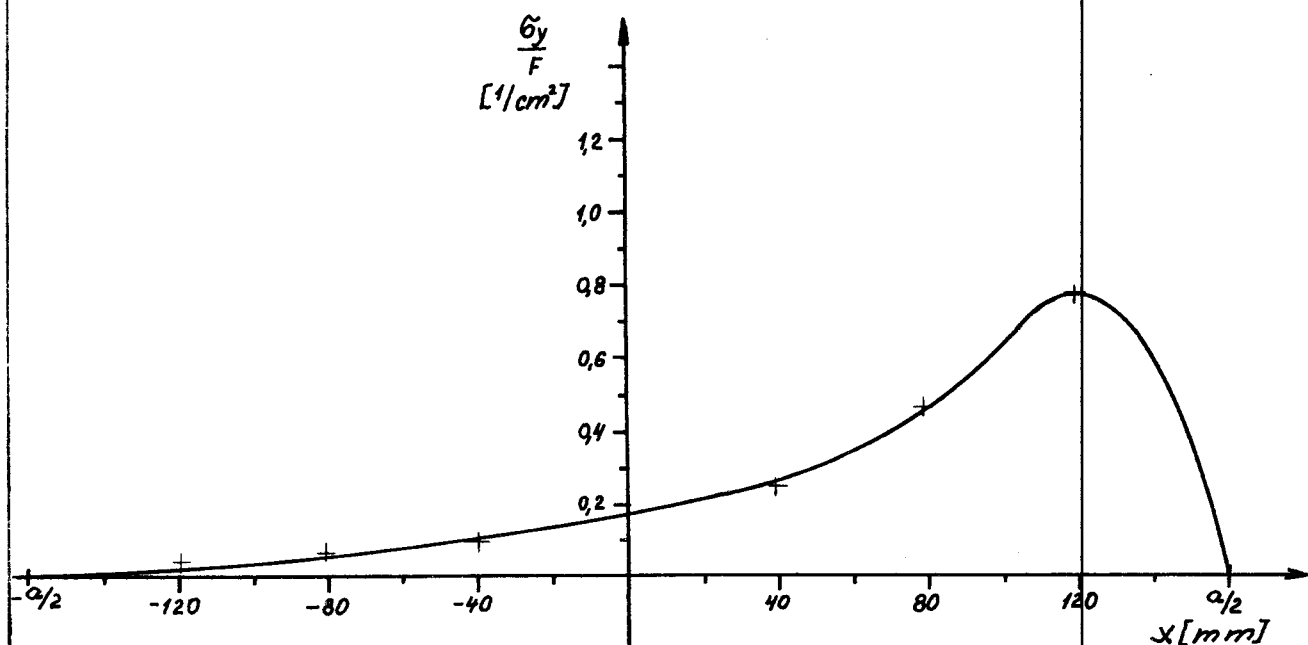
měřené místo		napětí v kp / cm ²					
			σ/F		σ/F		σ/F
I	σ_I	1 510		226		258	
	σ_{II}	660		68		77,6	
	α	0°		0°		0°	
	σ_y	1 510	1,005	226	0,15	258	0,172
	σ_x	660	0,44	68	0,045	77,6	0,05
II	σ_I	1 090		180		394	
	σ_{II}	405		330		110	
	α	6,5°		19°		-5,5°	
	σ_y	1 080	0,72	168	0,112	390	0,26
	σ_x	410	0,274	47,5	0,034	115	0,076
III	σ_I	780		150		700	
	σ_{II}	190		34		300	
	α	24°		28,5°		10°	
	σ_y	675	0,45	122	0,081	690	0,46
	σ_x	280	0,187	60	0,04	315	0,21
IV	σ_I	520		120		1 200	
	σ_{II}	70		6		570	
	α	31°		32°		13°	
	σ_y	396	0,254	75	0,05	1 160	0,77
	σ_x	190	0,127	36	0,024	600	0,4
V	σ_I	432		129		130	
	σ_{II}	386		59,6		70,6	
	α	0°		0°		0°	
	σ_y	432	0,286	129	0,086	130	0,086
	σ_x	386	0,257	59,6	0,04	70,6	0,047
VI	σ_I	138		17,3		43,4	
	σ_{II}	252		57,7		67,6	
	α	0°		0°		0°	
	σ_y	138	0,092	17,3	0,012	43,4	0,029
	σ_x	252	0,168	57,7	0,038	67,6	0,045

Průběh napětí σ_y na hraně desky $y = b$ při zatěžovací síle $F = 1500$ kp, působící v místě A, je na obr.13.

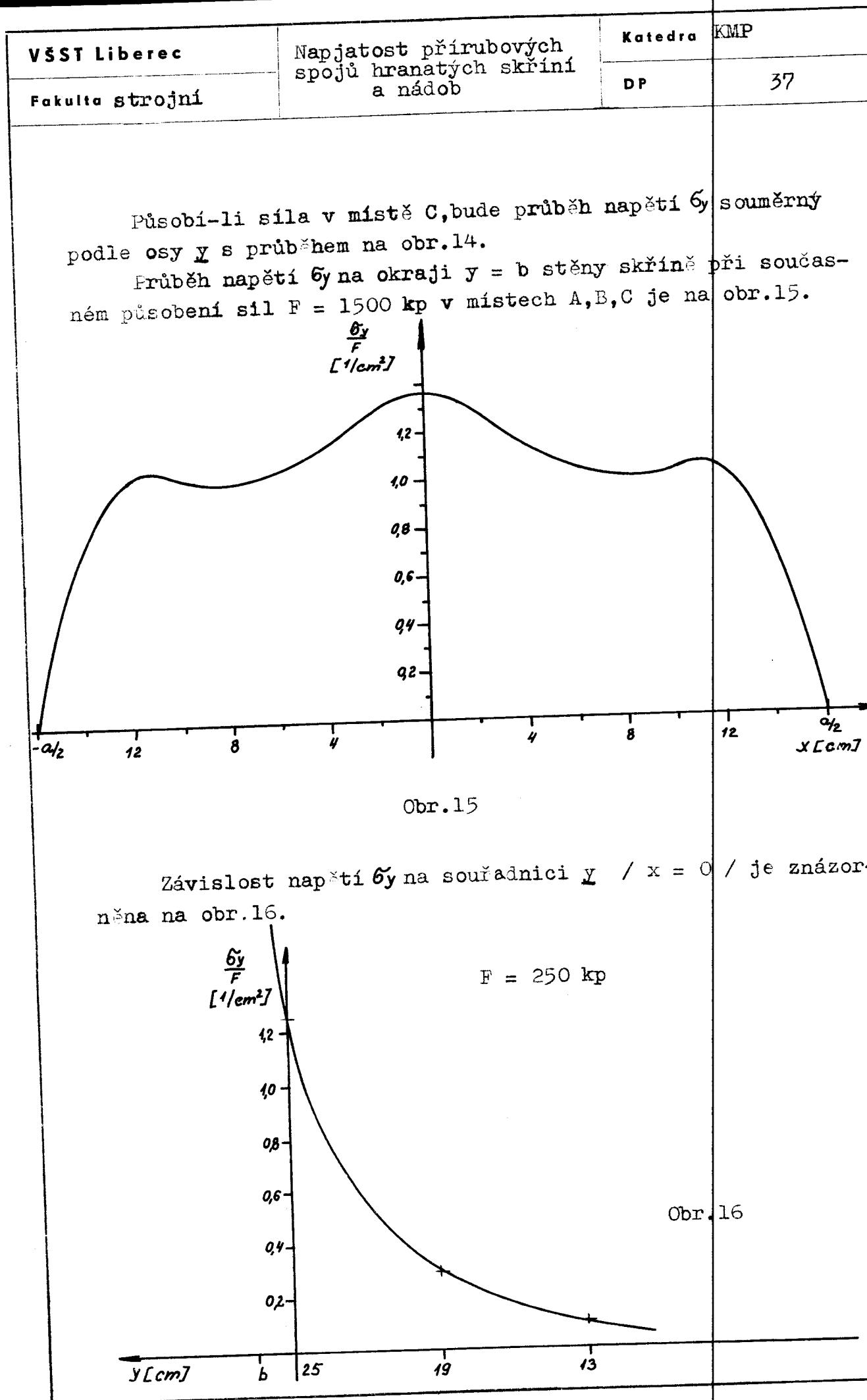


Obr.13

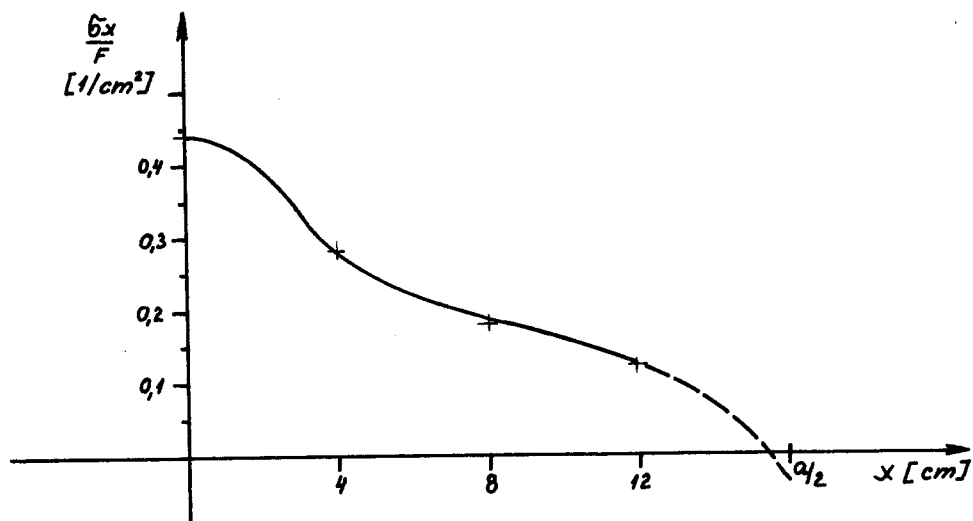
Průběh napětí σ_y na hraně stěny $y = b$ při zatěžovací síle $F = 1500$ kp, působící v místě B, je na obr.14.



Obr.14

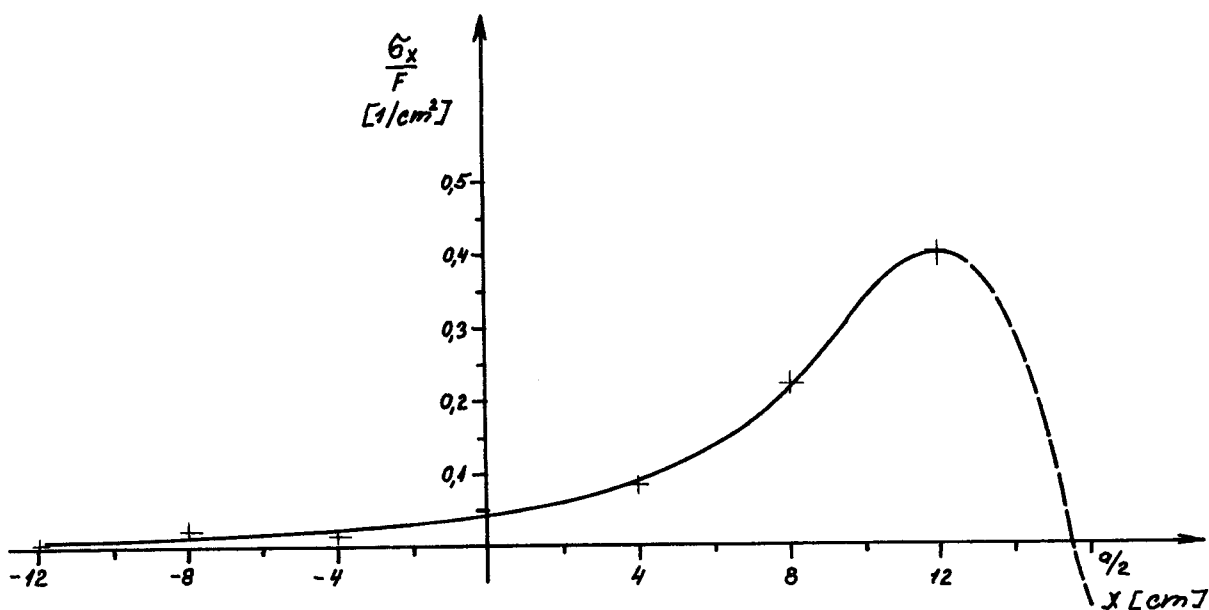


Průběh napětí σ_x na okraji $y = b$ stěny skříně při zatížení příruby silou $F = 1500$ kp v místě A je graficky znázorněn na obr.17.



Obr.17

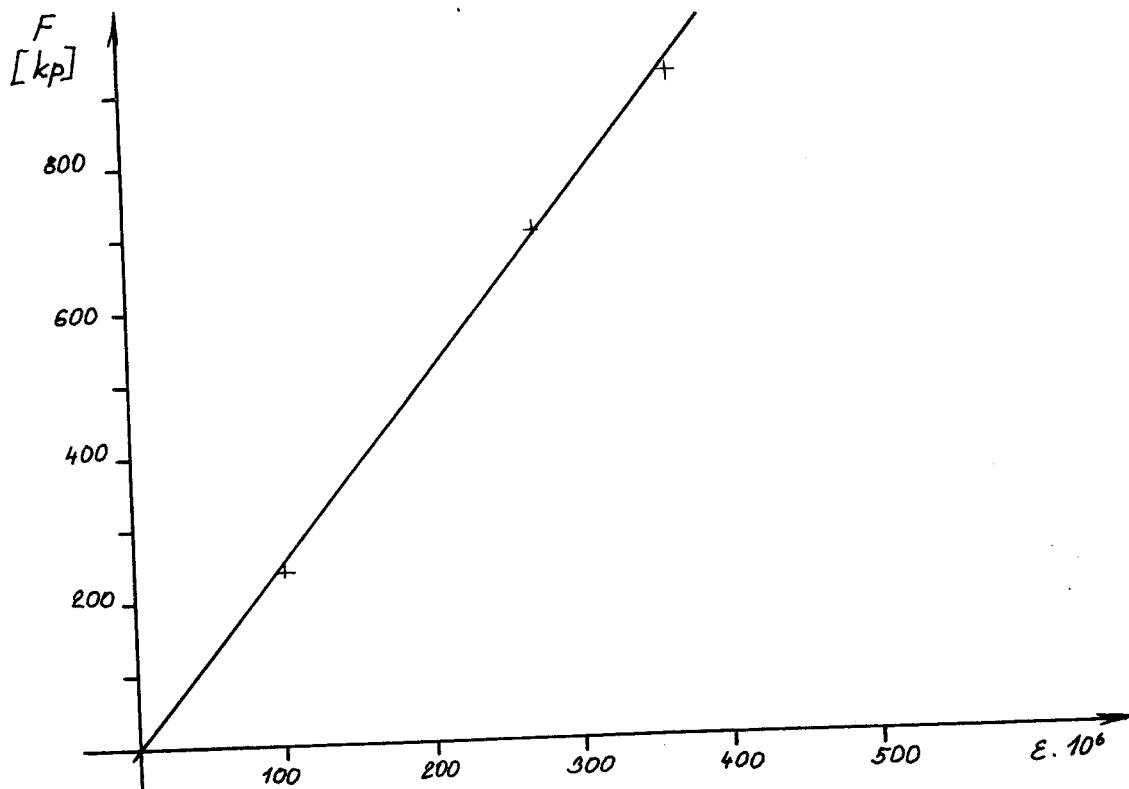
Průběh napětí σ_x na okraji $y = b$ stěny skříně při zatížení příruby silou $F = 1500$ kp v místě B je na obr.18



Obr.18

VŠST Liberec	Napjatost přírubových spojů hranatých skříní a nádob	Katedra KMP	
Fakulta strojní		DP	39

Cejchovní přímka svorníku č.1



Obr.19

V grafech závislosti σ_x na souřednici x / obr.17 a 18 / je část kreslená přerušovanou čarou. Tato není určena žádným z odměřených bodů. Dochází v ní k poměrně prudkým změnám průběhu napětí. Přesný průběh σ_x v tomto úseku již nelze změřit, protože je tak malý, že v něm nelze nalepit tensometrickou růžici. Nakreslený průběh je odhadnutý následující úvahou. Povedu-li řez průhybovou plochou rovinou rovnoběžnou s osou x a kolmou na rovinu x, y ve vzdálenosti $y \leq b$, dostanu čáru, která bude mít dva inflexní body. V nich bude rovno nule. Na vetknutých okrajích desky musí tedy mít σ_x opačné znaménko než uprostřed. Nemohu ale určit, bude-li mít v těchto místech průběh napětí σ_x charakter křivky konvexní, nebo konkávní.

VŠST Liberec	Napjatost přírubových spojů hranatých skříní a nádob	Katedra KMP
Fakulta strojní		DP 40

4. Zhodnocení

Při výpočtu byla považována stěna skříně za tenkou desku, vetknutou na třech okrajích a na čtvrtém kloubově podepřenou. To nevystihuje přesně skutečnost. Podmínce nulového pootočení na vetknutých okrajích se může ve skutečnosti hodně přiblížit taková část stěny skříně mezi žebry, kdy části nacházející se v těsném sousedství jsou symetrické včetně zatížení s vytknutým úsekem podle roviny vyztužovacího žebra. Toto je případ vyskytující se v běžné praxi velice často. I když tomu ale tak nebude, nevzniknou velké odchylky napětí vypočteného od napětí skutečného.

Tensometrickým měřením zjištěná napětí neodpovídají poměrům na hraně stěny skříně a příruby. Je to způsobeno tím, že snímače, přestože byl zvolen nejmenší typ SM 120, zaujímají určitou plochu. Jsou-li lepeny do tensometrické růžice, bude plocha zaujímaná snímači ještě větší. Změřené napětí bude vlastně střední napětí vyskytující se na ploše pod aktivní částí snímače. Bude-li gradient napětí pod snímačem dosahovat vysokých hodnot, může být odchylka napětí změřeného, od skutečného značná.

To se stalo při vyšetřování průběhu napětí podél okraje $y = b$ stěny skříně. Snímače nebylo možno nalepit přímo na hranu. Proto se změřené napětí σ_y značně liší od vypočteného. / obr. 4 a obr. 13 /. Změřený průběh napětí podél osy y / obr. 16 / ukazuje na značnou velikost gradientu napětí σ_y ve směru osy y v okolí okraje $y = b$. Proto může být odchylka změřeného napětí od skutečného napětí σ_y na samém okraji stěny skříně i několik set procent.

Další chyba je způsobena deformací příruby. Při zatížení silou F se příruba deformuje. Tím se změní rozložení tlaku pod matkou a poloha výslednice. Ta při větším zatížení nepůsobí již v ose svorníku jak je ve výpočtu uvažováno, nýbrž na kratším rameni. Čím je větší deformace příruby, tím je kratší rameno na kterém síla F působí. To se projeví zmenšením pomě-

VŠST Liberec	Napjatost přírubových spojů hranatých skříní a nádob	Katedra KMP
Fakulta strojní		DP 41

ru $\frac{\sigma_y}{F}$, jak ukazuje obr.12.

Dochází k tomuto jevu, přestože jsou pod matkami kulové podložky. Tím, že jsou podložky v relativním klidu, dojde při utahování k vytlačení maziva a vzniku prakticky suchého tření, které dosahuje zřejmě vysokých hodnot. Moment třecí je potom větší, než moment způsobený výstředností výslednice. Aby se vliv tření v podložkách omezil na co nejmenší míru, bylo by nutno vyrobit podložky s mnohem menším radiusem, než jakých bylo použito.

Rovněž při cejchování svorníků vznikla chyba. Cejchování bylo totiž provedeno na trhacím stroji, jehož nejmenší rozsah je 10 t. Svorníky byly cejchovány jen do 1500 kp. To je pouze 15 % měřicího rozsahu stroje. Je tedy cejchování zatíženo pravděpodobně velkou relativní chybou.

Vliv šroubů stahujících části, které nepřiléhají ke stěně, v níž byla napjatost vyšetřována, je tak malý, že vzniklá napětí nejsou měřitelná.

Shrnou-li se výsledky výpočtu průběhu napětí na okraji stěny skříně a vezmou-li se při tom v úvahu všechny vlivy i systematické chyby, jimiž bylo měření zatíženo, je možno usoudit, že vypočtený průběh napětí na obr.4, i když je sestaven pouze ze dvou členů Fourierova rozvoje, zhruba odpovídá skutečnosti.

VŠST Liberec	Napjetost přírubových spojů hranatých skříní a nádob	Katedra KMP	
Fakulta strojní		DP	42

5. Závěr

Úkolem mé diplomové práce bylo na základě volby okrajových podmínek za zjednodušujících předpokladů provést výpočet napětí v nejnamáhanějších částech stěny skříně a příruby. Potom na základě tensometrického měření na modelu určit přibližnost výpočtu.

Závěrem bych chtěl poděkovat všem, kteří mi byli nápomocní svými cennými radami a připomínkami při řešení mého diplomního úkolu. Zejména panu prof. ing. C. Hůschlovi a panu ing. J. Mevaldovi za odborné vedení.

František Ophtal

V Liberci dne 17. června 1968

VŠST Liberec	Napjatost přírubových spojů hranatých skříní a nádob	Katedra KMP
Fakulta strojní		DP 43

Seznam literatury

1. Timoshenko, P. S., Woinowski - Krieger, S.: Plastinky i oboločki. Moskva: Nauka 1966

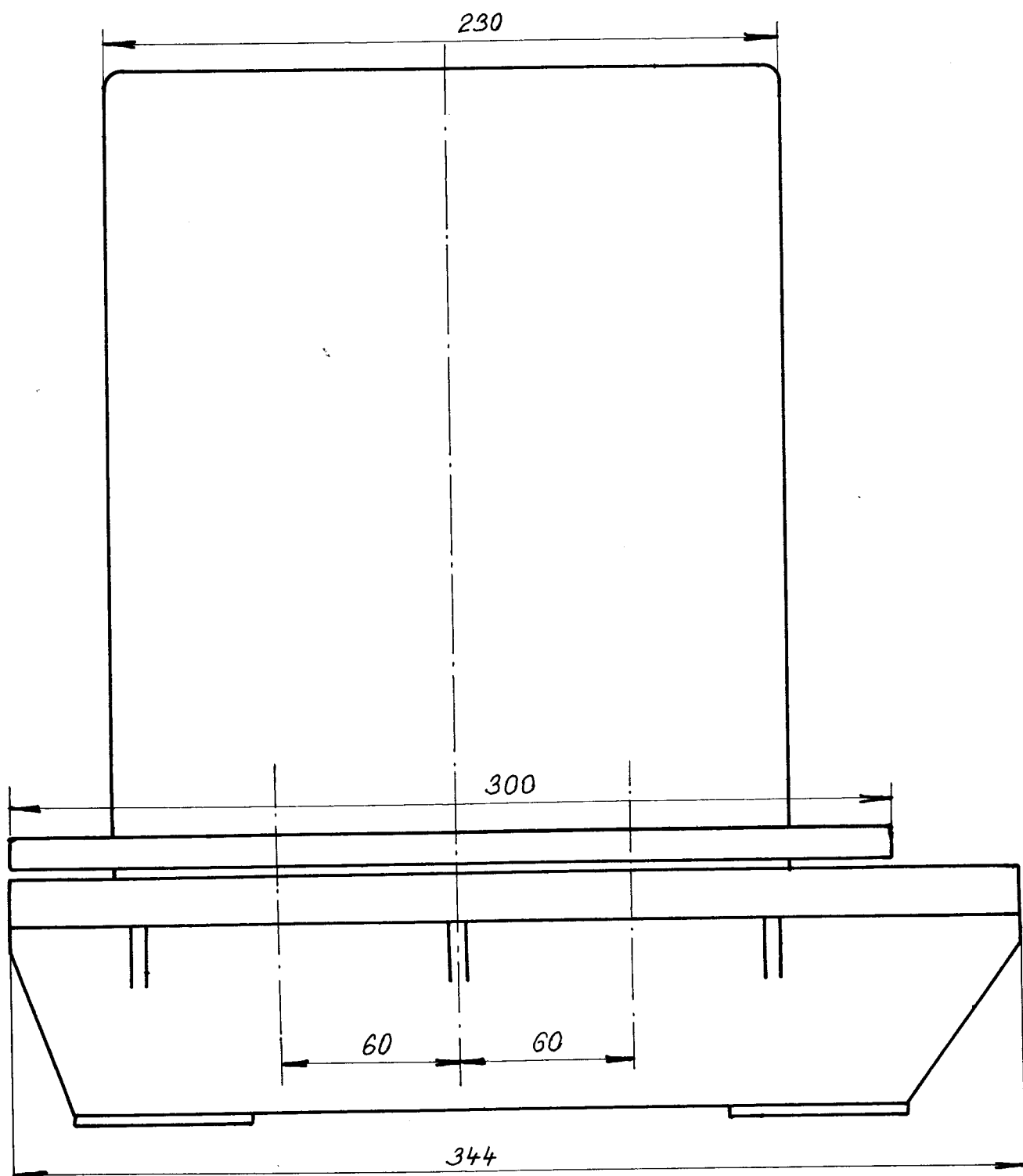
2. Klaboch, L.: Experimentální metody pružnosti a pevnosti. Praha: SNTL 1965

3. Hetényi, M.: Průručka experimentálnej pružnosti. Bratislava: SVTL 1961

4. Rektorys, K.: Přehled užité matematiky. Praha: SNTL 1963

5. Romanovskij, P., I.: Fourierovy řady. Praha: SNTL 1964

tl7



PŘ 1. CELKOVÉ ROZMĚRY MODELU M 1:2

