TECHNICKÁ UNIVERZITA V LIBERCI

Fakulta strojní

Disertační práce

TORZNÍ KMITY POHONNÉHO ÚSTROJÍ AUTOBUSU ARWAY

TORSIONAL VIBRATION ON THE ARWAY COACH DRIVETRAIN

FS-KMP, 2010 Ing. Miroslav Čihák

Katedra : Katedra mechaniky, pružnosti a pevnosti

Studijní program : P2301 Strojní inženýrství

Studijní Obor : 3901V003 Aplikovaná mechanika

Zaměření : Inženýrská mechanika

Školitel: Doc.,Ing. Josef Mevald, CSc.

ANOTACE

Práce se zabývá rozborem torzní dynamiky pohonného ústrojí autobusu Arway. Sestavu pohonného řetězce tvoří : dieselový 6válcový motor – třecí spojka – stupňová mechanická převodovka – elektromagnetický retardér – 2kloubový hřídel – hnací náprava s rozvodovým diferenciálem.

Těžiště práce spočívá v sestavení náhradního modelu torzního řetězce, který je pro ustálené provozní stavy řešen čistě analyticky. S ohledem na blokové uspořádání jednotlivých komponent, i s ohledem k jejich snadnějšímu matematickému popisu, je celý model s výhodou rozdělen na několik dílčích subsystémů. Matematicky je systém popsán soustavou lineárních diferenciálních rovnic s časově variantními koeficienty. Jeho dimenze a struktura je proměnná v závislosti na zvoleném rychlostním stupni. Vnější budící účinky jsou zavedeny ve tvaru polyharmonických funkcí. Respektovány jsou také všechny významné zdroje vnitřního parametrického buzení způsobené vlivem :

- sekundárních setrvačných sil jednotlivých klikových mechanismů motoru ;
- prostorového geometrického zalomení kloubového hřídele;
- kinematické úchylky ve stálém převodu hnací nápravy.

Rozsah řešení zahrnuje :

- problém vlastních hodnot;
- Campbellovy interferenční diagramy;
- amplitudo-otáčkové charakteristiky harmonických odezev, včetně syntézy ½ harmonických řádů;
- numerické řešení úplného parametrického modelu, s využitím kondenzace metodou modální dynamické syntézy.

Na základě uvedených výstupů je provedena kvalitativní analýza torzního kmitání soustrojí.

Simulační řešení je doplněno o výsledky experimentu realizovaného na prototypovém autobusu Arway. Ověřovány jsou časové průběhy torzních kmitů a amplitudo-otáčková charakteristika v místě volného konce klikového hřídele motoru. Srovnání výsledků početního řešení a experimentu, ukazuje na dosažení velmi dobré shody mezi oběma přístupy.

Závěrem je práce doplněna ještě o další model, vytvořený v programovém prostředí ADAMS/View. Oproti modelu analytickému je tento model značně zjednodušený. Navíc však obsahuje vztah rotujících hmot pohonného řetězce a pružného uložení hnací jednotky ve vozidlovém rámu.

KLÍČOVÁ SLOVA

Torzní vibrace, hnací ústrojí, metoda modální dynamické syntézy, měření torzních kmitů, modelování pohonu v ADAMS/View.

ANOTATION

The thesis refers an analysis of torsional dynamic on the Arway coach drivetrain. The assembly consists following components : diesel engine with 6 cylinders in a line – friction clutch – 6-speed mechanical gearbox – electromagnetic retarder – propeller shaft – rear driven axle with a differential.

A main focus is included in creation of an alternate model of the machinery. The model describes dynamical behaviors in stable operational conditions and it is solved just analytically. Due to the drivetrain block arrangement and due to an easier mathematical description, this global model is split up to several partial subsystems, which are explained separately. Mathematically, the model is represented by a system of linear differential equations with time-variant coefficients. Its dimension and structure are varying in dependency on selected gear-speed ratio. An external excitation is introduced to the model as a set of polyharmonic´s functions. All important sources of internal parametric excitations are also taking into account. They are caused by :

- secondary inertia forces on each from engine crank mechanisms;
- spatial arrangement of the propellershaft;
- transmission error in gears of the driving axle.

A range of analytical solution includes:

- eigenvalues problem (natural frequencies and normalized modal shapes);
- Campbell's interference diagrams and critical revolutions determination;
- amplitude/revolution characteristic and half order synthesis;
- numerical solution of the complete time-variant mathematical model with using the modal synthesis method.

On the base of mentioned outputs a qualitative analysis of the drivetrain torsional dynamic is done.

Simulations are appended by results from real experimental measurements, performed on Arway prototype. For a validation process was chosen the engine crankshaft free end as the one easily accessible point in the machinery. Torsional vibrations are compared in time and frequency domain and also in amplitude/revolution characteristics. Results of both technical approaches (calculation and experiment) show very good congruity.

Finally the thesis contains one more model of the drivetrain which is created in the ADAMS/View programme. This model is simplified, but moreover there are included relations among rotating parts of the machinery and engine flexible mounts in it.

KEYWORDS

Torsional vibration, drivetrain, the modal synthesis method, measurement of torsional vibration, drivetrain modeling in ADAMS/View.

PODĚKOVÁNÍ

Děkuji vedení Katedry mechaniky pružnosti a pevnosti, Fakulty strojní, TU Liberec a společnosti Iveco CZ, a.s., za významnou podporu tohoto projektu, a dále Oddělení měření, VÚTS, a.s. za skvělou spolupráci při realizaci měření.

Děkuji svému školiteli doc. Ing. Josefu Mevaldovi, Csc. za cenné rady, připomínky a osobitý přístup k mému doktorandskému studiu.

Děkuji kolegům Petru Vokounovi a Janu Karpíškovi za pomoc při měření a při technickém zajištění zkoušek.

Děkuji pánům Andrea Lazzaro (FPT), Rudolf Peuser (Spicer GWB), Davide Bionaz (Arvin Meritor) a firmě ZF za poskytnutí parametrů potřebných k sestavení výpočtového modelu.

Děkuji své ženě Kateřině za trpělivost a vytrvalou podporu.

POUŽITÁ OZNAČENÍ

A) OBECNÁ

i	[-]	imaginární jednotka $\sqrt{-1}$;
t	[s]	čas;
g	[m/s^2]	gravitační zrychlení;
n_E	[1/min], [rpm]	otáčky motoru (klikového hřídele);
f_E	[Hz]	frekvence otáčení motoru (klikového hřídele);
ω	[rad/s]	úhlová rychlost otáčení motoru (klikového hřídele);
nG	[-]	dimenze globálního systému;
f_{max}	[Hz]	maximální frekvence ve vyšetřovaném rozsahu otáček motoru.

B) MATICOVÉ A VEKTOROVÉ PRVKY

sub	označení lokálního subsystému. V této práci může nabývat tvaru : $\alpha 1, \alpha 2, \alpha 3, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon, \alpha\beta$: samostatný lokální subsystém; $\alpha 1-\beta, \alpha 2-\beta, \alpha 3-\beta, \alpha\beta-\gamma$: vzájemný subsystém mezi *sub1* a *sub2*; $\gamma-\delta-\varepsilon$: vzájemný subsystém mezi *sub1*, *sub2* a *sub3*.
${}^{sub}\mathbf{G}$, ${}^{sub}\mathbf{g}$	matice, vektor, příslušející dílčímu (resp. vzájemnému) subsystému *sub*;
${}^{sub1}\mathbf{G}_{sub2}$	submatice prvků v *sub1*, ovšem vazebně příslušejících k *sub2*;
${}^{sub1}\mathbf{G}^{(sub2)}$, ${}^{sub1}\mathbf{g}^{(sub2)}$	submatice, subvektor, prvků v *sub1*, zapsaná(ý) ve vztahu řešení k *sub2*;
$\mathbf{G}^T$, $\mathbf{g}^T$	transponovaná matice, transponovaný vektor;
$\mathbf{G}^{-1}$	inversní matice;
$\mathbf{G}^+$	pseudoinversní matice;
$\mathbf{G}^{un}$, $\mathbf{g}^{un}$	matice, vektor s neredukovanými prvky (ve smyslu redukce k otáčkám a ose klikového hřídele motoru);
$\mathbf{G}_{X°}$	matice, jejíž prvky a struktura příslušejí rychlostnímu stupni X°;
${}^{m}\mathbf{G}$	submatice „master" tvarů (platí pouze pro matice **V** a Λ);
${}^{s}\mathbf{G}$	submatice „slave" tvarů (platí pouze pro matice **V** a Λ);
$\mathbf{G}^{I}$, $\mathbf{g}^{I}$	matice, vektor interních vazeb modelu;
$\mathbf{G}^{e}$, $\mathbf{g}^{e}$	matice, vektor externích vazeb modelu;
$\mathbf{g}^{i,e}$	vektor společných interních a externích vazeb modelu;
$\mathbf{g}^{\nu}$	vektor příslušející řádu ν, ½ harmonické složky, kde ν = 1,2,3, ..., 24;
$\widetilde{\mathbf{g}}$	komplexní tvar vektoru $\widetilde{\mathbf{g}} = \mathbf{g}_A - i \cdot \mathbf{g}_B$, kde $\mathbf{g}_A$ a $\mathbf{g}_B$ jsou reálné vektory;
$\dot{\mathbf{g}}$	první derivace prvků vektoru podle času;
$\ddot{\mathbf{g}}$	druhá derivace prvků vektoru podle času.

Obecně vyjádřená matice **G** a obecně vyjádřený vektor **g** mohou v textu být nahrazeny následujícími maticovými prvky:

O, **0**	nulová matice, nulový vektor;
E	jednotková matice;
M	matice setrvačnosti;
$\mathbf{M}\varepsilon(\omega t)$	matice parametricky proměnných momentů setrvačnosti klikových mechanismů;
$\mathrm{M}(\omega t)$	matice setrvačnosti stacionární a časově variantní části globálního modelu;
$\mathbf{M}_H$	matice setrvačnosti modelu virtuálního soukolí stálého převodu nápravy;
$\mathbf{M}_{LH-SHAFT}$, $\mathbf{M}_{RH-SHAFT}$	maticový prvek 1D kontinua setrvačné hmoty levé, pravé nápravové poloosy;

$\mathbf{B_P}$	matice proporcionálního tlumení;
$\mathbf{B_{PC}}$	vazební matice proporcionálního tlumení;
$\mathbf{B_N}$	matice neproporcionálního tlumení;
$\mathbf{B_{NC}}$	vazební matice neproporcionálního tlumení;
$\mathbf{B_{Eb}}$	matice „součinitelů strmosti" linearizovaných charakteristik zátěží;
B	úhrnná matice tlumení v globálním systému;
$\mathbf{B_H}$	matice neproporcionálního tlumení modelu virtuálního soukolí stálého převodu hnací nápravy;
$\mathbf{D}$	matice poměrných útlumů slabě nekonzervativní části modelu;
$\mathbf{K}$	matice tuhosti;
$\mathbf{K_C}$	vazební matice tuhosti;
$\mathbf{K_{CI}}$	nesymetrická matice tuhosti konzervativních sil kloubového hřídele;
K	úhrnná matice tuhosti stacionární části v globálním systému;
$\kappa(\omega t)$	úhrnná matice tuhosti stacionární a časově variantní části globálního modelu;
$\mathbf{K_H}$	matice tuhosti modelu virtuálního soukolí stálého převodu hnací nápravy;
$\mathbf{Z}(\omega)$	matice dynamické tuhosti;
$\mathbf{Q}(\omega)$	matice dynamické poddajnosti;
$\mathbf{f_{M0}}$	vektor statických momentů předepínacích sil řemene;
$\mathbf{f_{Eb0}}$	vektor stejnosměrných složek linearizovaných charakteristik zátěží;
$\mathbf{f_{E0}}$	vektor stejnosměrných vazebních momentových složek;
$\mathbf{f_C}$, resp. $\mathbf{f_C}(\omega t)$	vektor vzájemných vazebních momentů mezi subsystémy;
$\mathbf{f_{A0}}$	vektor užitečných složek momentů vnějšího momentového buzení od primárních sil v klikovém ústrojí;
$\mathbf{f_A}$	vektor kosinových složek momentů Fourierova rozkladu vnějšího momentového buzení od primárních sil v klikovém ústrojí;
$\mathbf{f_B}$	vektor sinových složek momentů Fourierova rozkladu vnějšího momentového buzení od primárních sil v klikovém ústrojí;
$\mathbf{f_M}(\omega t)$	vektor vnitřního buzení vlivem setrvačných sil posuvných hmot klikových mechanismů;
$\mathbf{f_{CI}}$	vektor vnitřního buzení vlivem zalomení kloubového mechanismu;
$\mathbf{f_H}$	vektor vnitřního buzení v modelu virtuálního soukolí stálého převodu;
$\mathbf{f_{Hk}}$	vektor kosinových složek vnitřního buzení vlivem kinematické úchylky stálého převodu;
$\mathbf{f_{Hb}}$	vektor sinových složek vnitřního buzení vlivem kinematické úchylky stálého převodu;
$\Theta(\omega t)$	úhrnný vektor vnitřních budících účinků v globálním modelu;
$\mathrm{A}(\omega t)$, $\mathrm{B}(\omega t)$	matice soustavy pohybových rovnic globálního systému, zapsané ve stavovém tvaru;
$\mathbf{w}(\omega t)$	vektor budících účinků soustavy v globálním systému, zapsaný ve stavovém tvaru;
$\mathbf{q}$, $\dot{\mathbf{q}}$, $\ddot{\mathbf{q}}$	vektor absolutních odezev úhlových výchylek, rychlostí a zrychlení;
$\mathbf{q_H}$, $\dot{\mathbf{q}}_\mathbf{H}$, $\ddot{\mathbf{q}}_\mathbf{H}$	vektor absolutních odezev v modelu virtuálního soukolí stálého převodu;
$\mathbf{x}$	vektor úhlových výchylek v modálních souřadnicích;
$\mathbf{x0}$	vektor počátečních výchylek v čase t=0;
$\mathbf{z}$; $\mathbf{z0}$	substituční vektor úhlových rychlostí v modálních souřadnicích;
$\mathbf{z0}$	vektor počátečních úhlových rychlostí v čase t=0;
$\mathbf{y}$, $\dot{\mathbf{y}}$	vektor modálních souřadnic zapsaný ve stavovém tvaru;
$\mathbf{V}$	modální matice;
Λ	spektrální matice;
$\mathbf{u}$	vlastní vektor;

C) OZNAČENÍ SPOLEČNÁ PRO SYSTÉM GLOBÁLNÍ I PRO VŠECHNY LOKÁLNÍ SYSTÉMY

Platí pro subsystémy $\alpha\mathbf{1}, \alpha\mathbf{2}, \alpha\mathbf{3}, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon, \alpha\beta, \alpha\mathbf{1}-\beta, \alpha\mathbf{2}-\beta, \alpha\mathbf{3}-\beta, \alpha\beta-\gamma, \gamma-\delta-\varepsilon$ a globální systém (v označení bez indexu).

x		index parametru, resp. veličiny, který určuje příslušnost k náhradnímu setrvačnému kotouči v modelu. Pro jednotlivé subsystémy může tento obecný index x v textu zastupovat :
	$\alpha\mathbf{1}$: P; A1	vložená napínací kladka; hnaná řemenice;
	$\alpha\mathbf{2}$: P1; P2; A2; A3	vložené napínací kladky; hnané řemenice;
	$\alpha\mathbf{3}$: A4	hnaná kladka;
	β: E0	seizmická hmota torzního tlumiče;
	E1	plášť + hnací kladka;
	E2; E3	hnací kladky pro řemenové převody;
	E4; E5; E6; E7; E8; E9	klikové mechanismy;
	E10; C1	setrvačník; spojkový přítlačný kotouč;;
	γ: C2; C3	spojková lamela; vstupní příruba převodovky;
	G2; G3; G4; G5; G6; G7; G8; G9	ozubená soukolí stupňové převodovky;
	R	rotory retardéru;
	δ: CR2	střední hřídel kloubového mechanismu;
	ε: CR3; RA1; RA2	příruba nápravy; pastorek; ozubený věnec;
	D;D´;W1; W1´	diferenciál; kotoučová brzda;
	W2; W2´; V	kolová dvoumontáž; vozidlo.
X°		index parametru, veličiny příslušející k zařazenému stupni X°, zde X° = I°, II°, III°, IV°, V°, VI°, N;
StR		příslušnost parametru, veličiny ke zvolenému stupni brzdné intenzity EMG retardéru, zde stR = 0, 1, 2, 3, 4, levý horní index;
p_x		parametr náhradního kotouče x;
p_{xy}		parametr vazby mezi náhradními kotouči x a y;
$p^{*}_{xy}, p^{**}_{xy}, p^{***}_{xy}$		parametr vazby mezi náhradními kotouči x a y redukovaný k otáčkám klikového hřídele přes : - 1 převodový stupeň; - 2 převodové stupně; - 3 převodové stupně;
$p^{X°}_{x}$, resp. $p^{X°}_{xy}$		parametr příslušný zařazenému převodovému stupni X°.

Obecný parametr p může v textu být zastoupen jako :

m_x	[kg]	hmotnost náhradního kotouče;
J_x	[kg·m^2]	moment setrvačnosti náhradního kotouče;
bp_{xy}	[Nm·s/rad]	součinitel proporcionálního tlumení torzní vazby;
b_{xy}	[Nm·s/rad]	součinitel neproporcionálního tlumení torzní vazby;
w_x	[Nm·s/rad]	součinitel strmosti momentové charakteristiky zátěže;
k_{xy}	[Nm/rad]	součinitel torzní tuhosti vazby;
$\varphi_x, \overline{\varphi}_x, \overline{\overline{\varphi}}_x, \overline{\overline{\overline{\varphi}}}_x$	[rad], [deg]	absolutní kmity náhradního kotouče x, ve veličinách úhlového natočení : - neredukované; - redukované k otáčkám klikového hřídele přes 1 převod; - redukované k otáčkám klikového hřídele přes 2 převody; - redukované k otáčkám klikového hřídele přes 3 převody;
$\dot{\varphi}_x, \dot{\overline{\varphi}}_x, \dot{\overline{\overline{\varphi}}}_x, \dot{\overline{\overline{\overline{\varphi}}}}_x$	[rad/s], [deg/s]	absolutní torzní kmity náhradního kotouče x, ve veličinách úhlové rychlosti : - neredukované; - redukované k otáčkám klikového hřídele přes 1 převod; - redukované k otáčkám klikového hřídele přes 2 převody; - redukované k otáčkám klikového hřídele přes 3 převody;

$\ddot{\varphi}_x$, $\ddot{\bar{\varphi}}_x$, $\ddot{\bar{\bar{\varphi}}}_x$, $\ddot{\bar{\bar{\bar{\varphi}}}}_x$	[rad/s^2], [deg/s^2]	absolutní torzní kmity náhradního kotouče *x*, ve veličinách úhlového zrychlení : - neredukované; - redukované k otáčkám klikového hřídele přes 1 převod; - redukované k otáčkám klikového hřídele přes 2 převody; - redukované k otáčkám klikového hřídele přes 3 převody;
$M_x\left(\dot{\varphi}_x\right)$	[Nm]	momentová charakteristika zátěže zavedená na kotouč *x*;
M_{0x}	[Nm]	stejnosměrná složka momentové charakteristiky zátěže;
$M_{sub1sub2}$, resp. $M_{sub1sub2sub3}$	[Nm]	vazební moment konzervativních sil mezi *sub1* a *sub2*, resp. mezi *sub1*, *sub2* a *sub3*;
$Mbp_{sub1sub2}$, resp. $Mbp_{sub1sub2sub3}$	[Nm]	vazební moment slabě nekonzervativních sil mezi *sub1* a *sub2*, resp. mezi *sub1*, *sub2* a *sub3*;
$Mbn_{sub1sub2}$ resp. $Mbn_{sub1sub2sub3}$	[Nm]	vazební moment silně nekonzervativních sil mezi *sub1* a *sub2*, resp. mezi *sub1*, *sub2* a *sub3*;
$\hat{\lambda}_{x\circ}$	[(rad/s)^2]	vlastní číslo v globálním dynamickém systému;
$\Omega_{x\circ}$	[rad/s], [Hz]	vlastní frekvence v globálním dynamickém systému.

D) ŘEMENOVÉ PŘEVODY (Subsystémy $\alpha 1, \alpha 2, \alpha 3$)

i_{xy}	[-]	převodový poměr mezi řemenicí *x* a *y*;
β_{xy}	[rad], [deg]	úhly opásání řemenic;
γ_{xy}	[rad], [deg]	diferenční úhel mezi spojnicemi středů kladek a normálami v bodech dotyku řemene;
$\delta_1, \delta_2, \ldots, \delta_6$	[rad], [deg]	úhly mezi spojnicemi středů kladek;
a_{xy}	[m]	vzdálenost středů kladek *x* a *y*;
l_{xy}	[m]	délka větve řemene mezi *x* a *y*;
R_x	[m]	poloměr řemenice;
A_{sub}	[m]	průřezová plocha řemene;
c_{sub}	[m/s]	rychlost pohybu řemene;
E_{sub}	[Pa]	průřezový modul řemene v tahu;
κ_{xy}	[Nm/rad]	axiální tuhost větve řemene mezi *x* a *y*;
$P0_{xy}$	[N]	axiální statická síla předepnutí řemene v příslušné větvi mezi *x* a *y*;
P_{xy}	[N]	axiální dynamická síla předepnutí řemene v příslušné větvi mezi *x* a *y*.

E) ROTUJÍCÍ HMOTY VZNĚTOVÉHO MOTORU (Subsystém β)

j		index pořadového čísla válce, klikového mechanismu, zde j=4,5, ..., 9;
λ	[-]	klikový poměr;
$A_0, A_2, A_4, \ldots$	[-]	konstanty rozvoje zdvihové závislosti;
ε_j^M	[-]	malý parametr časově variantní složky;
φ_j, $\dot{\varphi}_j$, $\ddot{\varphi}_j$	[rad], [rad/s], [rad/s^2]	absolutní torzní kmity ve veličinách úhlové výchylky, úhlové rychlosti, úhlového zrychlení;
ψ_M	[rad], [deg]	úhel okamžitého natočení klikového hřídele motoru;
$\Delta\psi_j$	[rad], [deg]	úhel počátečního natočení j-té kliky;
ψ_ω	[rad], [deg]	úhel okamžitého natočení j-té kliky, bez vlivu torzních vibrací;
ψ_j	[rad], [deg]	úhel okamžitého natočení j-té kliky, s torzními vibracemi;

χ_j	[rad], [deg]	úhel výkyvu ojnice;
ξ	[rad], [deg]	substituční parametr pro okamžitý úhel natočení kliky, příslušející spalovacímu cyklu čtyřdobého motoru s periodou 4π;
r	[m]	poloměr kliky;
l	[m]	délka ojnice;
l_o	[m]	vzdálenost těžiště ojnice od středu pístního čepu;
D	[m]	vrtání válce;
S	[m^2]	plocha pístu;
x_j	[m]	zdvihová závislost pohybu pístu j-tého klikového mechanismu;
v_j	[m/sec]	závislost rychlosti pohybu pístu j-tého klikového mechanismu;
m_A	[kg]	hmotnost náhradního bodu ojnice v místě pístního čepu;
m_B	[kg]	hmotnost náhradního bodu ojnice v místě klikového čepu;
m_o	[kg]	hmotnost ojnice;
m_P	[kg]	hmotnost pístu;
η	[kg]	celková hmotnost všech posuvných hmot klikového mechanismu;
J_o	[kg·m^2]	moment setrvačnosti ojnice k ose pístního čepu;
ΔJ	[kg·m^2]	kompenzační moment setrvačnosti ojnice, při její náhradě 2 hmotnými body;
$Jcyl_j$	[kg·m^2]	ekvivalentní moment setrvačnosti pohyblivých hmot j-tého kl. mechanismu;
J_{Ej}^{Δ}	[kg·m^2]	redukovaný moment setrvačnosti j-tého klikového mechanismu ;
υ_j	[kg·m^2]	celkový moment setrvačnosti rotačních hmot j-tého klikového mechanismu;
$p_j(\psi_M + \Delta\psi_j)$	[Pa]	závislost průběhu tlaku plynů během pracovního cyklu v j-tém válci;
Fp_j	[N]	síla působící na píst j-tého klikového mechanismu;
Fo_j	[N]	ojniční síla j-tého klikového mechanismu;
Ftp_j	[N]	tangenciální síla j-tého klikového mechanismu;
M_{Ej}	[Nm]	vnější budící moment j-tého klikového mechanismu;
C_ν^j	[Nm]	komplexní koeficient Fourierova rozvoje vnějšího budícího momentu j-tého válce, řádu ν;
A_0^j	[Nm]	stejnosměrný koeficient Fourierova rozvoje vnějšího budícího momentu j-tého válce, řádu ν;
A_ν^j	[Nm]	reálný kosinový koeficient Fourierova rozvoje vnějšího budícího momentu j-tého válce, řádu ν;
B_ν^j	[Nm]	reálný sinový koeficient Fourierova rozvoje vnějšího budícího momentu j-tého válce, řádu ν;
Ek_j	[J]	kinetická energie j-tého klikového mechanismu;
Ep_j	[J]	potenciální energie j-tého klikového mechanismu;
R_j	[J]	Raileyghova disipativní funkce j-tého klikového mechanismu.

F) ROTUJÍCÍ HMOTY °P (Subsystém γ)

$i_1^{X^\circ}$	[-]	převodový poměr z předlohového hřídele na vložený hřídel;
$i_2^{X^\circ}$	[-]	převodový poměr z vloženého hřídele na výstupní hřídel.

G) KLOUBOVÝ MECHANISMUS (Subsystém δ)

$\overline{X}, \overline{Y}, \overline{Z}$	osy globálního souřadného systému sestavy pohonného řetězce, posunutého do středu Cardanova mechanismu;
X,Y,Z	osy souřadného systému Cardanova mechanismu;
ρ_1, ρ_2	referenční rovina Hookeova kloubu A, kloubu B;
$\overline{\rho}_1, \overline{\rho}_2$	referenční rovina Hookeova kloubu A, kloubu B, pootočená do $\overline{X}, \overline{Y}, \overline{Z}$;

ρ_{11}, ρ_{21}		rovina vstupní vidlice Hookeova kloubu A, kloubu B;
ρ_{12}, ρ_{22}		rovina výstupní vidlice Hookeova kloubu A, kloubu B;
ε_1, resp. $\varepsilon_{\gamma\delta}$	[-]	malý parametr zlomu kloubu A, zobecněný, resp. konkretizovaný;
ε_2, resp. $\varepsilon_{\delta\varepsilon}$	[-]	malý parametr zlomu kloubu B, zobecněný, resp. konkretizovaný;
ε_C	[-]	malý parametr zlomu homokinetického kloubového mechanismu $\varepsilon_1=\varepsilon_2=\varepsilon_C$, resp. $\varepsilon_{\gamma\delta}=\varepsilon_{\delta\varepsilon}=\varepsilon_C$;
φ_{11}, resp. ${}^{11}\varphi_{\gamma\delta}$; φ_{11}^0	[rad], [deg]	obecný, resp. specifický úhel okamžitého, počátečního natočení vstupního Hřídele Hookeova kloubu A;
φ_{12}, resp. ${}^{12}\varphi_{\gamma\delta}$	[rad], [deg]	obecný, resp. specifický úhel okamžitého natočení výstupního hřídele Hookeova kloubu A;
φ_{21}, resp. ${}^{21}\varphi_{\delta\varepsilon}$; φ_{21}^0	[rad], [deg]	obecný, resp. specifický úhel okamžitého, počátečního natočení vstupního hřídele Hookeova kloubu B;
φ_{22}, resp. ${}^{22}\varphi_{\delta\varepsilon}$	[rad], [deg]	obecný, resp. specifický úhel okamžitého natočení výstupního hřídele Hookeova kloubu B;
ψ_1, resp. ψ_A	[rad], [deg]	diferenční úhel kloubu, obecný, resp. specifický – kloub A;
ψ_2, resp. ψ_B	[rad], [deg]	diferenční úhel kloubu, obecný, resp. specifický – kloub B;
α_1, α_2	[rad], [deg]	úhel zlomení kloubu A, úhel zlomení kloubu B;
α_{1H}, α_{2H}	[rad], [deg]	horizontální složka úhlu zlomení kloubu A, kloubu B;
α_{1V}, α_{2V}	[rad], [deg]	vertikální složka úhlu zlomení kloubu A, kloubu B;
β_{12}	[rad], [deg]	orientovaný úhel mezi referenčními rovinami ρ_1 a ρ_2 kloubů A a B;
γ_{12}	[rad], [deg]	orientovaný úhel natočení vidlic středního hřídele kloubového mechanismu;
ω_{11}, resp. $\omega^{\times}$	[rad/s]	úhlová rychlost na vstupním hřídeli obecného Hookeova kloubu, resp. kloubového mechanismu v neredukovaném tvaru;
ω_{12}	[rad/s]	úhlová rychlost na výstupním hřídeli obecného kloubu;
$bp_{\gamma\delta}$	[Nm·s/rad]	součinitel proporcionálního tlumení hřídele s kloubem A;
$bp_{\delta\varepsilon}$	[Nm·s/rad]	součinitel proporcionálního tlumení hřídele s kloubem B;
${}^{11}k_{\gamma\delta}$	[Nm/rad]	radiální tuhost vstupního hřídele kloubového mechanismu;
${}^{12}k_{\gamma\delta}$	[Nm/rad]	radiální tuhost náhradního hřídele mezi kloubem A a náhradní setrvačnou hmotou J_{CR2};
${}^{21}k_{\delta\varepsilon}$	[Nm/rad]	radiální tuhost náhradního hřídele mezi náhradní setrvačnou hmotou J_{CR2} a kloubem B;
${}^{22}k_{\delta\varepsilon}$	[Nm/rad]	radiální tuhost výstupního hřídele kloubového mechanismu;
$k_{\gamma\delta}$	[Nm/rad]	celková radiální tuhost hřídele s kloubem A;
$k_{\delta\varepsilon}$	[Nm/rad]	celková radiální tuhost hřídele s kloubem B;
${}^{11}M_{\gamma\delta}$, ${}^{11}M_{\gamma\delta}^{x^\circ}(\omega t)$	[Nm]	konzervativní vazební moment vstupního hřídele kloubu A;
${}^{12}M_{\gamma\delta}$, ${}^{12}M_{\gamma\delta}^{x^\circ}(\omega t)$	[Nm]	konzervativní vazební moment výstupního hřídele kloubu A;
${}^{21}M_{\delta\varepsilon}$, ${}^{21}M_{\delta\varepsilon}^{x^\circ}(\omega t)$	[Nm]	konzervativní vazební moment vstupního hřídele kloubu B;
${}^{22}M_{\delta\varepsilon}$, ${}^{22}M_{\delta\varepsilon}^{x^\circ}(\omega t)$	[Nm]	konzervativní vazební moment výstupního hřídele kloubu B.

H) HNACÍ NÁPRAVA A VOZIDLO (Subsystém ε)

k		počet kol na vozidle - autobusu, zde k=1,2, ..., 6;
^		označení příslušnosti parametru k pravé polovině hnací nápravy;
κ	[-]	řád harmonické složky rozvoje závislosti kinematické úchylky stálého převodu;
d (GCD)	[-]	největší společný dělitel počtu zubů soukolí stálého převodu;
i_3	[-]	převodový poměr stálého převodu zadní nápravy;
i_{DIFF}	[-]	převod rozvodového soukolí diferenciálu;

D_H	[-]	koeficient poměrného útlumu v záběru stálého převodu;
f_k , f	[-]	součinitel odporu valení jediného kola, všech kol vozidla;
c_x	[-]	součinitel odporu vzduchu;
z_{RA1} , z_{RA2}	[-]	počet zubů pastorku, ozubeného kola stálého převodu;
α^S	[rad], [deg]	úhel stoupání svahu;
γ_{H0}	[rad], [deg]	počáteční fáze složky rozvoje $e_H(t)$ stálého převodu, odpovídající úplnému odvalu;
$\gamma_{H\kappa}$	[rad], [deg]	fáze harmonické složky κ rozvoje $e_H(t)$ stálého převodu;
r_{RA1} , r_{RA2}	[m]	poloměr roztečné kružnice pastorku, ozubeného kola virtuálního soukolí stálého převodu;
r_{dyn}	[m]	dynamický poloměr kola;
r_v	[m]	výpočtový poloměr kola;
Δ_{H0}	[m], [μm]	amplituda úplného odvalu stálého soukolí;
$\Delta_{H\kappa}$	[m], [μm]	amplituda harmonické složky κ rozvoje $e_H(t)$ stálého soukolí;
$e_H(t)$, $\dot{e}_H(t)$, $\ddot{e}_H(t)$	[m],[m/s],[m/s^2]	kinematická úchylka ve stálém převodu a její derivace;
x_H , $\dot{x}_H$, $\ddot{x}_H$	[m],[m/s],[m/s^2]	relativní odezva v záběru virtuálního soukolí stálého převodu;
S_x	[m^2]	čelní plocha vozidla;
ρ	[kg/m^3]	hustota vzduchu;
ω_z	[rad/s]	úhlová rychlost - záběrová frekvence stálého převodu;
ω_{RA1}	[rad/s]	úhlová rychlost pastorku stálého převodu;
$v_r^{X°}$	[m/s]	náporová rychlost proudění vzduchu;
$v^{X°}$	[m/s]	rychlost jízdy vozidla;
v_v	[m/s]	rychlost protivětru;
$m_V^{(K)}$, $m_V^{(T)}$	[kg]	pohotovostní, celková hmotnost vozidla;
b_H	[N·s/m]	neproporcionální součinitel útlumu v záběru stálého převodu;
b_T	[Nm·s/rad]	neproporcionální součinitel torzního útlumu pneumatiky;
k_H	[N/m]	záběrová tuhost virtuálního soukolí stálého převodu;
k_T	[Nm/rad]	součinitel torzní tuhosti pneumatiky;
Po	[Pa], [bar]	ovládací tlak hlavního brzdiče;
N	[N]	síla v záběru virtuálního soukolí stálého převodu;
Z_k	[N]	vertikální zatížení kola;
O_{fk} , O_f	[N]	odporová síla valení jediného kola, všech kol vozidla;
$O_V^{X°}$	[N]	síla vzdušného odporu vozidla;
O_S	[N]	odporová síla stoupání (klesání) do (ze) svahu;
O_α	[N]	odporová síla proti zrychlení vozidla;
M_{Of}	[Nm]	moment odporu valení vozidla;
$M_{Ov}^{X°}$	[Nm]	moment vzdušného odporu vozidla;
M_{Os}	[Nm]	moment odporu proti stoupání (klesání) do (ze) svahu;
$M_{O\alpha}$	[Nm]	moment odporu proti zrychlení vozidla;
$M_{Ok}^{(X°),(K),(T)}$	[Nm]	výsledný moment odporů vozidla na kolech hnací nápravy;
$M_{\Sigma E}$	[Nm]	výsledný užitečný (hnací) moment na výstupu z motoru;
${}^R M_{W1}(p_o)$	[Nm]	brzdný moment vyvozený na brzdném kotouči pravé strany hnací nápravy;
${}^L M_{W1}(p_o)$	[Nm]	brzdný moment vyvozený na brzdném kotouči levé strany hnací nápravy.

1. ÚVOD

Ze zkušeností s lokalizací zdrojů vibrací a hluku na autobusu se ukazuje, že základní informací, pro spolehlivou identifikaci problému, je znalost zařízení emitujícího do vozidlové struktury periodické vibrace. U motorových vozidel je tímto hlavním zdrojem vibrací především hnací ústrojí, které ze své podstaty, přenáší velké točivé momenty a díky povaze spalovacího procesu naftového motoru, setrvačným hmotám, geometrické koncepci řetězce, různým typům nelinearit atp. podněcuje právě nežádoucí vibro-akustické jevy.

Cílem této práce je provést analýzu dynamických vlastností hnacího ústrojí autobusu ARWAY s ohledem na jeho provozní pásmo motorových otáček.

K prošetřování těchto vlastností byla zvolena častá varianta sestavy pohonného řetězce složená z následujících systémových komponent a jejich rotačních částí :

- klikový mechanismus motoru IVECO Cursor 8 F2BE, který je řadovým šestiválcem o objemu 7790 cm^3, zdvihu 125 mm a výkonu 259 kW, pracující v emisní normě Euro4/5;
- příslušenství motoru vázané s hnacím řetězcem prostřednictvím serpentinových řemenových převodů (alternátory BOSCH, vodní čerpadlo, kompresor klimatizace BOCK FK-40);
- třecí spojka VALEO 430 DTE 31500;
- převodovka ZF 6S 1600, mechanická, šestistupňová;
- elektromagnetický retardér TELMA Light F2400;
- kloubový hřídel DANA GWB s axiálním posuvem středního dílu;
- hnací náprava MERITOR U167E se stálým převodem realizovaným prostřednictvím kuželového soukolí s paloidním ozubením Klingelnberg, rozvodovým diferenciálem a koncovými jednotkami vybavenými kotoučovou brzdou D-ELSA 2;
- kolové dvoumontáže skládající se z disků HAYES LEMMERZ R22,5"×8,25" a pneumatik MICHELIN XDW R22,5" (295/80).

Práce se opírá o vyšetřování dynamických vlastností systému provedené na bázi čistě analytického torzního modelu, který je programově zpracován v prostředí MATHCAD 14.0. Pro komplexnost řešení je dále doplněn validační experiment realizovaný na prototypovém vozidle stejné koncepce pohonného řetězce a multi-body simulační analýza provedená v programovém prostředí programu ADAMS/View.

1.1. REŠERŠE LITERATURY POJEDNÁVAJÍCÍ O TORZNÍ DYNAMICE

Na úvod této kapitoly bych rád poznamenal, že uvedená rešerše se omezuje pouze na výběr dostupné literatury, kterou se mně v rámci mého individuálního studia k tématu, podařilo sehnat a zapůjčit.

Mezi klasická díla, zabývající se uceleně torzní dynamikou strojních zařízení, patří zejména pětidílná monografie K. Wilson [1] a obsažná příručka E. Nestorides [2]. V těchto publikacích lze mimo jiné nalézt i poměrně rozsáhlá pojednání o určování a odhadování dynamických parametrů různých prvků torzních soustrojí. Z novější doby je to například práce dvojice autorů J.C. Wachel a F.R. Czenasi [4]. V české literatuře je to potom sborník ze semináře ČSVTS kolektivu autorů [3], který byl sestaven na bázi dlouhodobého výzkumu a zkušeností z reálného provozu.

Torznímu kmitání se podrobně věnují také některé kapitoly v publikacích obsáhle zaměřených pouze na konkrétní díly či agregáty, které se vyskytují v různých sestavách pohonných řetězců. U spalovacích motorů je to především K. Oktavec v monografii [21], a dále pak také V. Píštěk v práci [24], která se zaobírá hlavně vhodností použití různýh typů tlumičů torzních kmitů pro pístové stroje.

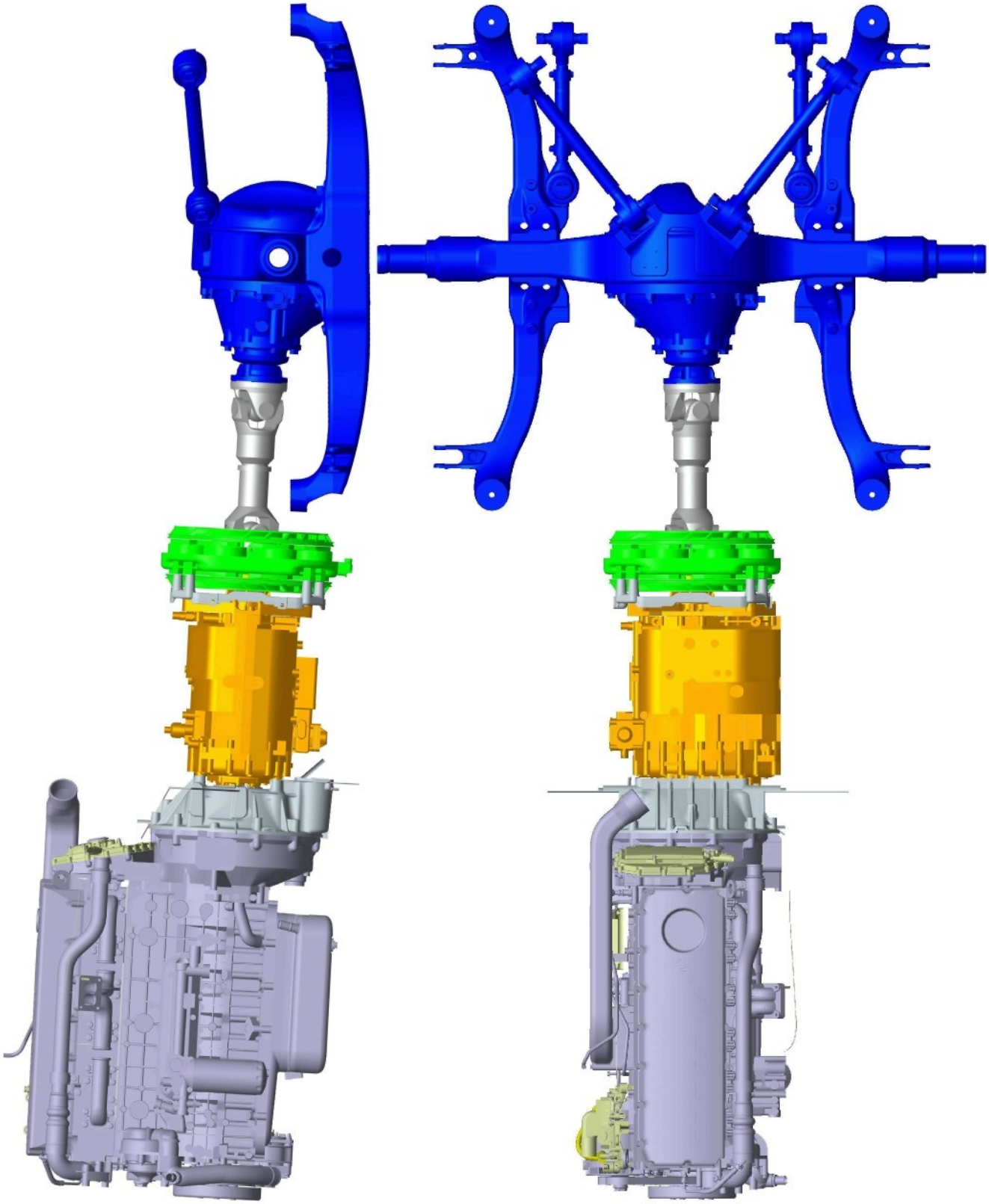
Dynamice kloubových hřídelů věnuje velkou pozornost například F. Duditza v německém vydání [31], nebo v Čechách V. Zeman a Z. Hlaváč v práci [32].

Statě o kmitání ozubených kol lze nalézt v knihách D. Smithe [27], Č. Šalamouna [28], nebo v českém překladu W.A. Tuplina [38].

Z teoretického hlediska rozebírají výpočtové metody řešení náhradních dynamických modelů soustrojí moderní publikace [5], [6], [8], popřípadě klasická kniha J. Kožešníka [9].

Metoda modální dynamické syntézy, terá je použita i v této práci, je zpracována V. Zemanem ve skriptu [6], nebo ve své zobecněné podobě v příspěvku [7].

Vedle těchto publikací je to i celá řada dílčích výzkumných zpráv, doktorandských prací a vědeckých příspěvků, na něž jsou v textu uvedeny přímé odkazy a jejichž úplný soupis je uveden v kapitole 6, této práce.



Obr. 1-1 Pohled na sestavu pohonné jednotky autobusu Arway

2. ANALYTICKÝ MODEL SOUSTAVY

2.1. KONCEPCE ANALYTICKÉHO MODELU

viz. **SCHEMA Č. 1** – Analytický model pohonného ústrojí autobusu Arway. Naznačena je redukce dynamických parametrů k ose a vztažným otáčkám klikového hřídele;

Rozbor dynamiky pohonného ústrojí autobusu Arway je v této práci založen na analytickém, oboustranně izolovaném torzním modelu. Tento diskretizovaný model reprezentuje sestava hmotných kotoučů představujících důležité **setrvačné hmoty** na hlavní větvi přenosu točivého momentu, postupně značené směrem od sekundární strany motoru ke kolům hnací nápravy. Jednotlivé kotouče jsou vzájemně propojeny ideálními nehmotnými zkrutnými pružinami, nahrazujícími **pružné torzní vlastnosti** spojovacích hřídelů (příp. převodů, spojek, ozubení atp.). Do systému je navíc zavedeno viskózní tlumení, a to ve formě :

a) **radiálního tlumení**, reprezentujícího materiálové, hysterezní tlumení (uvažované jako viskózní, proporcionální), a navíc prvky v systému s významným útlumem, jako jsou torzní tlumič, spojková lamela a pneumatiky (pro ně je tlumení uvažováno jako neproporcionální);
b) **absolutního tlumení**, reprezentujícího tření v ložiskách klikového ústrojí (předpokládá se jako neproporcionální);
c) **zdánlivého tlumení**, které se do systému vnáší díky linearizaci statických zátěžových charakteristik zařízení odebírajících výkon pohonu.

Na volném konci klikového hřídele motoru je model doplněn o paralelní větvení toku výkonu, které přináleží řemenovým náhonům motorového příslušenství : alternátory, vodní čerpadlo, kompresor klimatizace. Na opačném konci klikového hřídele naopak, tento model nepostihuje paralelní větvení výkonu v ozubeném soukolí pohonu rozvodového mechanismu.

Zdroje buzení v modelu představují :

a) **Vnější budící účinky**, což jsou jalové složky primárních momentů na klikových ústrojích, vyvolané silami od tlaků plynů během spalovacího procesu;
b) **Vnitřní budící účinky sekundárních volných točivých momentů klikových ústrojí**, vyvolané především setrvačnými silami posuvných hmot;
c) **Vnitřní budící účinky, vyvolané prostorovým zalomením kloubového hřídele**;
d) **Vnitřní budící účinky, vyvolané kinematickou úchylkou ve stálém** (palloidním) **převodu hnací nápravy**.

Při matematickém popisu těchto zdrojů buzení, jsou důležité nelineární periodické závislosti nahrazeny Fourierovými rozvoji. Podle rychlosti konvergence jednotlivých řad se pak do výsledných funkcí, které popisují uvedené budící účinky, zahrnují pouze jejich první významné členy. U vnějšího buzení **a)** je to prvních 25 složek (stejnosměrná složka a 12 harmonických ½ řádů) u vnitřních zdrojů buzení **b)** a **c)** jsou to pak první dvě harmonické složky rozvoje.

Odporová **zátěž** je v modelu zastoupena pomocí :

a) linearizovaných statických zátěžových charakteristik příslušenství motoru (vodní čerpadlo, alternátory, kompresor klimatizace);
b) linearizovaných statických zátěžových charakteristik elektromagnetického retardéru. Jejich volba je závislá na stupni intenzity brzdění (StR) aplikovaném řidičem;
c) brzdných momentů zavedených na kola hnací nápravy;
d) odporové síly vozidla zahrnující valivý a vzdušný odpor, a případně i odpor proti stoupání.

Vzhledem ke zvoleným parametrům a předpokládaným zdrojům vnějšího i vnitřního buzení je vzniklý **model lineární** (resp. reolineární), **parametrický, časově variantní**.

Takto sestavený model (globální) je rozčleněn, podle jednotlivých, logicky souvisejících komponent, na vzájemně izolované **lokální subsystémy** :

a) **Subsystém** $\alpha 1$ – Řemenový pohon vodního čerpadla;
b) **Subsystém** $\alpha 2$ – Serpentinový řemenový pohon dvojice alternátorů Bosch 140 A a Bosch 90A;
c) **Subsystém** $\alpha 3$ – Řemenový pohon kompresoru klimatizace Bock FK-40;
d) **Subsystém** β – Klikové ústrojí naftového čtyřdobého řadového 6-tiválce Iveco Cursor 8 (F2B), včetně setrvačníku a přítlačného kotouče spojkového mechanismu Valeo 430;
e) **Subsystém** γ – Mechanicky ovládaná 6stupňová převodovka ZF 6S 1600, včetně spojkové lamely Valeo 430 + příruby na vstupu a dvojice brzdných kotoučů retardéru Telma F2400 + příruby kloubového hřídele na výstupu. Analytický model této části se rozpadá na 6 na sobě nezávislých modelů, ze kterých je prováděna volba, v závislosti na předpokládaném zařazení rychlostního stupně I° až VI°;
f) **Subsystém** δ – Střední díl kloubového (Cardanova) hřídele;
g) **Subsystém** ε – Trakční mechanismus hnací nápravy Meritor U167E (pastorek + výstupní příruba kloubového hřídele, palloidní převod, rozvod diferenciálem, kolová dvoumontáž), včetně torzní vazby na klonění celé odpérované hmoty vozidla.

V modelu jsou účelově spojeny dílčí subsystémy $\alpha 1$, $\alpha 2$, $\alpha 3$ a β pod jeden společný subsystém označený $\alpha\beta$.

Vzájemné vztahy mezi uvedenými subsystémy jsou zajištěny pomocí **diskrétních vazebních momentů**.

Veškeré parametry jsou v globálním modelu **redukované na vstupní otáčky klikového hřídele.**

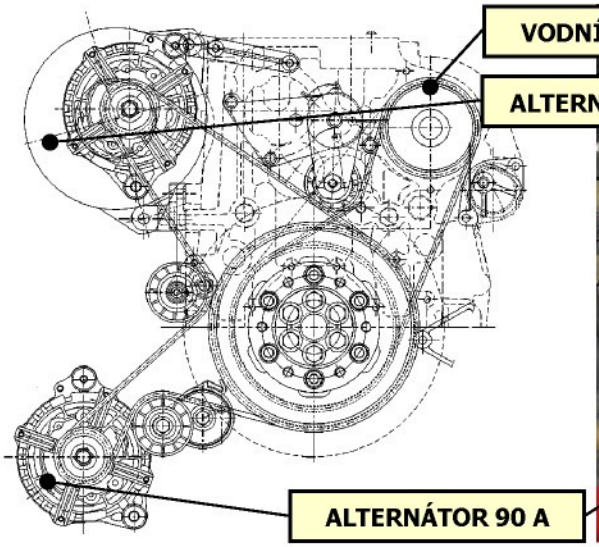
Vzhledem k proměnnosti struktury dle zvoleného rychlostního stupně X°, v části modelu přináležející subsystému γ, je i struktura výsledného modelu proměnná a redukované parametry se mění podle aktuálních hodnot převodových poměrů °P.

Rozsah vstupních veličin, potřebných pro popis ekvivalentního matematického modelu, je značný. Některá vstupní data byla získána od výrobců částí pohonného řetězce (FPT Fiat PowerTrain, ZF, Arvin Meritor, GWB), jiná zase různými způsoby vypočítávána a odhadována (MathCad, CAD modely, ANSYS atp.). V této práci je uveden, v ***Příloze č.1***, pouze jejich výsledný souhrn, a to s ohledem na značnou rozsáhlost detailního popisu při jejich odvozování.

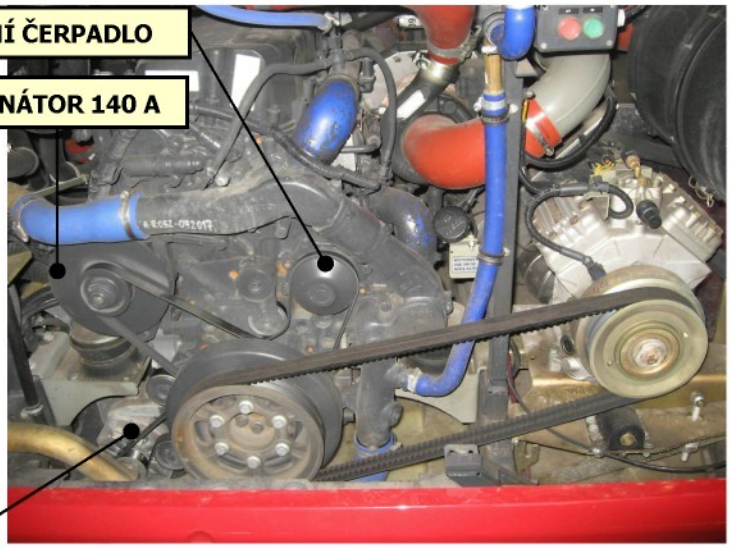
2.2. SUBSYSTÉM $\alpha 1$ – ŘEMENOVÝ NÁHON VODNÍHO ČERPADLA

2.2.1. OBECNĚ

Náhon vodního čerpadla představuje nutné příslušenství motoru CURSOR 8. Čerpadlo má 7 radiálních lopatek. Samostatný řemen náhonu je typu Poly-V belt se 4 rybinami o jmenovité délce 1026 mm. Napnutí je realizováno pomocí automatické napínací kladky s torzní pružinou (výrobce DAYCO).



Obr.2-1 – Schéma transmisí $\alpha 1$ a $\alpha 2$



Obr.2-2 – Pohled na reálnou zástavbu řemenových převodů

2.2.2. MATEMATICKÝ POPIS SUBSYSTÉMU $\alpha 1$

Sestavení pohybové rovnice subsystému $\alpha 1$ možné provést následujícím postupem :

a) Axiální síly ve větvích řemene

$$P_{E3P} = \frac{E_{\alpha 1} A_{\alpha 1}}{l_{E3P}} \cdot \left[R_{E3} \cdot \varphi_{E3} - R_p \cdot \varphi_p \right] + P0_{E3P} \quad , \qquad \textbf{(2-1a)}$$

$$P_{PA1} = \frac{E_{\alpha 1} A_{\alpha 1}}{l_{PA1}} \cdot \left[R_p \cdot \varphi_p - R_{A1} \cdot \varphi_{A1} \right] + P0_{PA1} \quad , \qquad \textbf{(2-1b)}$$

$$P_{A1E3} = \frac{E_{\alpha 1} A_{\alpha 1}}{l_{A1E3}} \cdot \left[R_{A1} \cdot \varphi_{A1} - R_{E3} \cdot \varphi_{E3} \right] + P0_{A1E3} \qquad \textbf{(2-1c)}$$

, kde $P0_{E3P}$, $P0_{PA1}$, $P0_{A1E3}$ jsou statické síly dané **předepnutím řemene**.

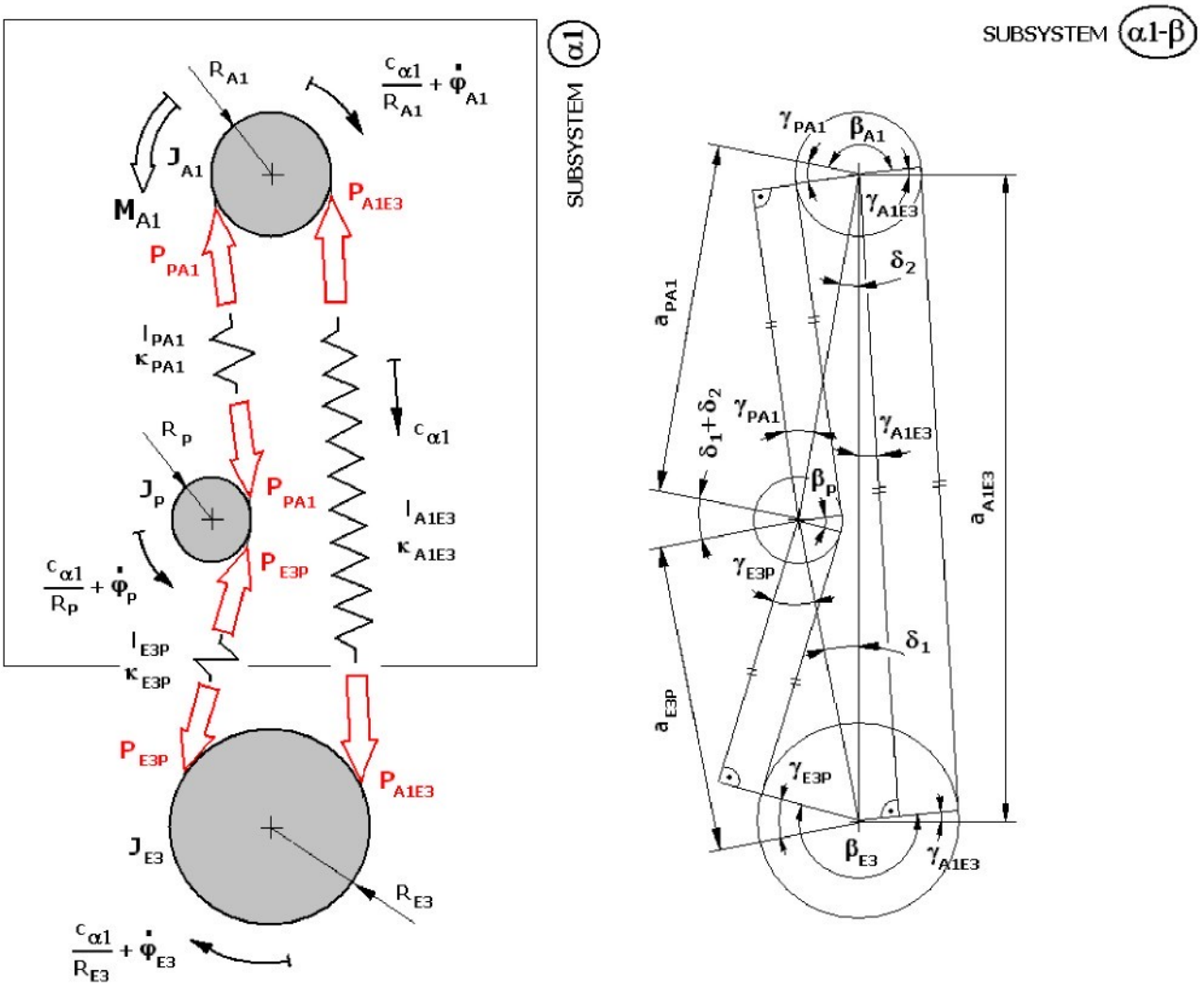
b) Axiální tuhosti větví řemene

Nechť jsou zavedeny **axiální tuhosti jednotlivých větví řemene** ve tvaru

$$\kappa_{A1E3} = \frac{E_{\alpha 1} A_{\alpha 1}}{l_{A1E3}} \quad , \qquad \kappa_{E3P} = \frac{E_{\alpha 1} A_{\alpha 1}}{l_{E3P}} \quad , \qquad \kappa_{PA1} = \frac{E_{\alpha 1} A_{\alpha 1}}{l_{PA1}} \qquad \textbf{(2-2a), (2-2b), (2-2c)}$$

, a dále **úhrnná axiální tuhost větve řemene s napínací kladkou**

$$\kappa_{E3A1} = \frac{\kappa_{E3P} \cdot \kappa_{PA1}}{\kappa_{E3P} + \kappa_{PA1}} \quad . \qquad \textbf{(2-2d)}$$



Obr.2-3 – Schéma k matematickému popisu subsystému $\alpha 1$-β

c) Převodový poměr

$$i_{E3A1} = i_{E3P} \cdot i_{PA1} = -\frac{R_{E3}}{R_P} \cdot \left(-\frac{R_P}{R_{A1}} \right) \quad ; \qquad \textbf{(2-3)}$$

d) Radiální tuhosti větví řemene

$$k_{E3A1} = \kappa_{E3A1} \cdot R_{E3}^2 \quad , \qquad \textbf{(2-4a)}$$

$$k_{A1E3} = \kappa_{A1E3} \cdot R_{A1}^2 \quad ; \qquad \textbf{(2-4b)}$$

e) Statické momenty od předepínacích sil řemene

$${}^{\alpha 1}M0_{A1} = \left\{ P0_{PA1} - P0_{A1E3} + \frac{\kappa_{PA1} \cdot \left(P0_{E3P} - P0_{PA1} \right)}{\kappa_{E3P} + \kappa_{PA1}} \right\} \cdot R_{A1} \quad , \qquad \textbf{(2-5a)}$$

$${}^{\beta}M0_{E3}^{(\alpha 1)} = \left\{ P0_{A1E3} - P0_{E3P} + \frac{\kappa_{E3P} \cdot \left(P0_{E3P} - P0_{PA1} \right)}{\kappa_{E3P} + \kappa_{PA1}} \right\} \cdot R_{E3} \quad ; \qquad \textbf{(2-5b)}$$

f) Statická linearizace zátěžové charakteristiky vodního čerpadla

U vodního čerpadla je předpokládána kvadratická **charakteristika zátěžového** (odporového) **momentu** ve tvaru $M_{A1}(\omega_{A1}) = C_{A1} \cdot (\omega_{A1})^2$ (v I. kvadrantu, viz. ***Příloha č. 1, Oddíl 10***), kde C_{A1} je konstanta určená lineární regresí. V okolí pracovního bodu (ω_{0A1}) této charakteristiky, je provedena její **statická linearizace** (s využitím prvního členu Taylorova rozvoje závislosti) :

$$M_{A1}(\dot{\varphi}_{A1}) = M_{0A1} + w_{A1} \cdot \dot{\varphi}_{A1} \qquad \text{, kde} \quad w_{A1} = \frac{dM_{A1}(\omega_{A1})}{d\omega_{A1}}\Big|_{\omega_{A1}=\omega_{0A1}} \quad . \tag{2-6}$$

g) Vzájemný subsystém $\alpha 1$-β, Proporcionální tlumení, Rovnice vazeb

Pro matematický popis převodové soustavy nechť je nejprve uvažován 3-hmotý subsystém $\alpha 1$-β podle ***Obr.2-3***. Tento model slouží k odvození vazebních momentů mezi vzájemně izolovanými subsystémy $\alpha 1$ a β, a dále pro stanovení proporcionálního tlumení vazeb. V modelu je uvažována **nehmotná napínací kladka**. Dimenze soustavy se tím sníží ze 3 na 2.

S využitím všech výše uvedených vztahů **(2-1)** až **(2-6)** je možné pohybovou rovnici systému $\alpha 1$-β, v konzervativní podobě (zatím bez uvažování tlumení) zapsat jako

$$\begin{bmatrix} J_{A1} & 0 \\ 0 & J_{E3} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \ddot{\varphi}_{A1} \\ \ddot{\varphi}_{E3} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{A1E3} + k_{E3A1} \cdot \frac{1}{i_{E3A1}^2} & -k_{A1E3} \cdot i_{E3A1} - k_{E3A1} \cdot \frac{1}{i_{E3A1}} \\ -k_{A1E3} \cdot i_{E3A1} - k_{E3A1} \cdot \frac{1}{i_{E3A1}} & k_{A1E3} \cdot i_{E3A1}^2 + k_{E3A1} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \varphi_{A1} \\ \varphi_{E3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} {}^{\alpha 1}M0_{A1} \\ {}^{\beta}M0_{E3}^{(\alpha 1)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -M_{0A1} \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} w_{A1} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{\varphi}_{A1} \\ \dot{\varphi}_{E3} \end{bmatrix} \tag{2-7a}$$

V maticové formě pak

$${}^{\alpha 1-\beta}\mathbf{M} \cdot {}^{\alpha 1-\beta}\ddot{\mathbf{q}} + {}^{\alpha 1-\beta}\mathbf{K} \cdot {}^{\alpha 1-\beta}\mathbf{q} = {}^{\alpha 1-\beta}\mathbf{f}_{\mathbf{M0}} + {}^{\alpha 1-\beta}\mathbf{f}_{\mathbf{Eb0}} - {}^{\alpha 1-\beta}\mathbf{B}_{\mathbf{Eb}} \cdot {}^{\alpha 1-\beta}\dot{\mathbf{q}} \quad . \tag{2-7b}$$

Z této rovnice se postupem uvedeným v kap. 2.10.1. stanoví proporcionální matice tlumení ${}^{\alpha 1-\beta}\mathbf{B}_{\mathbf{P}}$. Protože subsystém $\alpha 1$ je však 1-hmotý, není u něho žádný vnitřní vazební prvek, a tudíž uvedené matice tuhosti a tlumení v **(2-7)** náležejí vzájemným vazbám mezi subsystémy $\alpha 1$ a β, tedy ${}^{\alpha 1-\beta}\mathbf{B}_{\mathbf{P}} \equiv {}^{\alpha 1-\beta}\mathbf{B}_{\mathbf{PC}}$ a ${}^{\alpha 1-\beta}\mathbf{K} \equiv {}^{\alpha 1-\beta}\mathbf{K}_{\mathbf{C}}$.

Také oba vektorové příspěvky **stejnosměrných momentových složek** je možné sloučit do jediného vektoru označeného

$${}^{\alpha 1-\beta}\mathbf{f}_{\mathbf{E0}} = {}^{\alpha 1-\beta}\mathbf{f}_{\mathbf{M0}} + {}^{\alpha 1-\beta}\mathbf{f}_{\mathbf{Eb0}} \quad . \tag{2-8}$$

Vektor vzájemných vazebních momentů mezi $\alpha 1$ a β pak lze vyjádřit jako

$${}^{\alpha 1-\beta}\mathbf{f}_{\mathbf{C}} = -{}^{\alpha 1-\beta}\mathbf{B}_{\mathbf{PC}} \cdot {}^{\alpha 1-\beta}\dot{\mathbf{q}} - {}^{\alpha 1-\beta}\mathbf{K}_{\mathbf{C}} \cdot {}^{\alpha 1-\beta}\mathbf{q} \quad . \tag{2-9}$$

S využitím uvedených poznatků lze rovnici **(2-7b)** zapsat ve formě submaticového zápisu jako

$$\left[\begin{array}{c|c} {}^{\alpha 1}\mathbf{M} & \mathbf{O} \\ \hline \mathbf{O} & {}^{\beta}\mathbf{M}^{(\alpha 1)} \end{array}\right] \cdot \left[\begin{array}{c} {}^{\alpha 1}\ddot{\mathbf{q}} \\ \hline {}^{\beta}\ddot{\mathbf{q}}^{(\alpha 1)} \end{array}\right] + \left[\begin{array}{c|c} {}^{\alpha 1}\mathbf{B}_{\mathbf{PC}} & {}^{\alpha 1}\mathbf{B}_{\mathbf{PC}\beta} \\ \hline {}^{\beta}\mathbf{B}_{\mathbf{PC}\alpha 1} & {}^{\beta}\mathbf{B}_{\mathbf{PC}}^{(\alpha 1)} \end{array}\right] \cdot \left[\begin{array}{c} {}^{\alpha 1}\dot{\mathbf{q}} \\ \hline {}^{\beta}\dot{\mathbf{q}}^{(\alpha 1)} \end{array}\right] + \left[\begin{array}{c|c} {}^{\alpha 1}\mathbf{K}_{\mathbf{C}} & {}^{\alpha 1}\mathbf{K}_{\mathbf{C}\beta} \\ \hline {}^{\beta}\mathbf{K}_{\mathbf{C}\alpha 1} & {}^{\beta}\mathbf{K}_{\mathbf{C}}^{(\alpha 1)} \end{array}\right] \cdot \left[\begin{array}{c} {}^{\alpha 1}\mathbf{q} \\ \hline {}^{\beta}\mathbf{q}^{(\alpha 1)} \end{array}\right] = \left[\begin{array}{c} {}^{\alpha 1}\mathbf{f}_{\mathbf{E0}} \\ \hline {}^{\beta}\mathbf{f}_{\mathbf{E0}}^{(\alpha 1)} \end{array}\right] - \left[\begin{array}{c|c} {}^{\alpha 1}\mathbf{B}_{\mathbf{Eb}} & \mathbf{O} \\ \hline \mathbf{O} & \mathbf{O} \end{array}\right] \cdot \left[\begin{array}{c} {}^{\alpha 1}\dot{\mathbf{q}} \\ \hline {}^{\beta}\dot{\mathbf{q}}^{(\alpha 1)} \end{array}\right] \tag{2-10a}$$

, tedy

$${}^{\alpha 1-\beta}\mathbf{M} \cdot {}^{\alpha 1-\beta}\ddot{\mathbf{q}} + {}^{\alpha 1-\beta}\mathbf{B}_{\mathbf{PC}} \cdot {}^{\alpha 1-\beta}\dot{\mathbf{q}} + {}^{\alpha 1-\beta}\mathbf{K}_{\mathbf{C}} \cdot {}^{\alpha 1-\beta}\mathbf{q} = {}^{\alpha 1-\beta}\mathbf{f}_{\mathbf{M0}} + {}^{\alpha 1-\beta}\mathbf{f}_{\mathbf{Eb0}} - {}^{\alpha 1-\beta}\mathbf{B}_{\mathbf{Eb}} \cdot {}^{\alpha 1-\beta}\dot{\mathbf{q}} \tag{2-10b}$$

, neboli

$$ {}^{\alpha 1-\beta}\mathbf{M}\cdot{}^{\alpha 1-\beta}\ddot{\mathbf{q}}+{}^{\alpha 1-\beta}\mathbf{B}_{\mathbf{Eb}}\cdot{}^{\alpha 1-\beta}\dot{\mathbf{q}}={}^{\alpha 1-\beta}\mathbf{f}_{\mathbf{E0}}+{}^{\alpha 1-\beta}\mathbf{f}_{\mathbf{C}} \quad . \qquad \textbf{(2-10c)} $$

Toto je výsledný **tvar pohybové rovnice složeného subsystému *α1-β***, dimenze 2.

Vazební momenty konzervativních sil je pak možné vyjádřit jako

$$ {}^{\alpha 1-\beta}\mathbf{K}_{\mathbf{C}}\cdot{}^{\alpha 1-\beta}\mathbf{q}=\begin{bmatrix} k_{A1E3}+k_{E3A1}\cdot\dfrac{1}{i_{E3A1}^{2}} & -k_{A1E3}\cdot i_{E3A1}-k_{E3A1}\cdot\dfrac{1}{i_{E3A1}} \\ -k_{A1E3}\cdot i_{E3A1}-k_{E3A1}\cdot\dfrac{1}{i_{E3A1}} & k_{A1E3}\cdot i_{E3A1}^{2}+k_{E3A1} \end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}\varphi_{A1}\\ \varphi_{E3}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\dfrac{1}{i_{E3A1}}\cdot\left(M_{\alpha 1\beta}+M_{\beta\alpha 1}\right)\\ -M_{\beta\alpha 1}-M_{\alpha 1\beta}\end{bmatrix} \qquad \textbf{(2-11)} $$

, kde dílčí vazební momenty jednotlivých větví jsou

$$ M_{\alpha 1\beta}=k_{A1E3}\cdot i_{E3A1}\cdot\left(\varphi_{A1}-i_{E3A1}\cdot\varphi_{E3}\right) \quad , \qquad \textbf{(2-12a)} $$

$$ M_{\beta\alpha 1}=k_{E3A1}\cdot\frac{1}{i_{E3A1}}\cdot\left(\varphi_{A1}-i_{E3A1}\cdot\varphi_{E3}\right) \quad . \qquad \textbf{(2-12b)} $$

Analogický tvar mají i vazební momenty sil disipativních (slabě nekonzervativních).

h) Subsystém *α1*, Neredukovaná /Redukovaná forma

Aby bylo možné udržet logickou skladbu vzájemně izolovaných subsystémů globálního modelu je výhodné uvažovat subsystém ***α1*** pouze jako jednohmotý. Setrvačná hmota náhradního kotouče tak nahrazuje veškeré rotační hmoty vodního čerpadla, a to včetně řemenice. Se subsystémem *β* je spojena pomocí uvedených vazebních momentů. Hranice mezi těmito subsystémy je vedena ve větvích řemene E3-P a A1-E3.

Pohybová rovnice v **neredukovaném tvaru**, dimenze 1, v maticové formě nabývá tvaru

$$ {}^{\alpha 1}\mathbf{M}^{\mathbf{un}}\cdot{}^{\alpha 1}\ddot{\mathbf{q}}^{\mathbf{un}}+{}^{\alpha 1}\mathbf{B}_{\mathbf{Eb}}^{\mathbf{un}}\cdot{}^{\alpha 1}\dot{\mathbf{q}}^{\mathbf{un}}={}^{\alpha 1}\mathbf{f}_{\mathbf{E0}}^{\mathbf{un}}+{}^{\alpha 1}\mathbf{f}_{\mathbf{C}}^{\mathbf{un}} \qquad \textbf{(2-13)} $$

, kde index **un** upozorňuje, že se jedná o neredukovaný tvar parametrů.

Matice setrvačnosti

$$ {}^{\alpha 1}\mathbf{M}^{\mathbf{un}}=\left[J_{A1}\right] \quad ; $$

Matice součinitelů strmosti zátěžových charakteristik :

$$ {}^{\alpha 1}\mathbf{B}_{\mathbf{Eb}}^{\mathbf{un}}=\left[w_{A1}\right] \quad ; $$

Vektor stejnosměrných složek momentů :

$$ {}^{\alpha 1}\mathbf{f}_{\mathbf{E0}}^{\mathbf{un}}={}^{\alpha 1}\mathbf{f}_{\mathbf{M0}}^{\mathbf{un}}+{}^{\alpha 1}\mathbf{f}_{\mathbf{Eb0}}^{\mathbf{un}}=\left[{}^{\alpha 1}M0_{A1}\right]+\left[-M_{0A1}\right] \quad ; $$

Vektor vazebních momentů :

$$ {}^{\alpha 1}\mathbf{f}_{\mathbf{C}}^{\mathbf{un}}=-\frac{1}{i_{E3A1}}\cdot\left[\left(Mbp_{\alpha 1\beta}+Mbp_{\beta\alpha 1}\right)+\left(M_{\alpha 1\beta}+M_{\beta\alpha 1}\right)\right]=-\left[bp_{A1E3}\cdot\left(\dot{\varphi}_{A1}-i_{E3A1}\cdot\dot{\varphi}_{E3}\right)+bp_{E3A1}\cdot\frac{1}{i_{E3A1}^{2}}\cdot\left(\dot{\varphi}_{A1}-i_{E3A1}\cdot\dot{\varphi}_{E3}\right)\right]- $$

$$ -\left[k_{A1E3}\cdot\left(\varphi_{A1}-i_{E3A1}\cdot\varphi_{E3}\right)+k_{E3A1}\cdot\frac{1}{i_{E3A1}^{2}}\cdot\left(\varphi_{A1}-i_{E3A1}\cdot\varphi_{E3}\right)\right] \quad . \qquad \textbf{(2-14)} $$

Zavedením substituce $\varphi_{A1} = i_{E3A1} \cdot \overline{\varphi}_{A1}$, resp. $\dot{\varphi}_{A1} = i_{E3A1} \cdot \dot{\overline{\varphi}}_{A1}$ a vynásobením rovnice převodem i_{E3A1}, přejde soustava **(2-13)** do formy s **redukcí parametrů k otáčkám klikového hřídele** (značeno bez **un** !) :

$$\boxed{{}^{\alpha 1}\mathbf{M} \cdot {}^{\alpha 1}\ddot{\mathbf{q}} + {}^{\alpha 1}\mathbf{B}_{\mathbf{Eb}} \cdot {}^{\alpha 1}\dot{\mathbf{q}} = {}^{\alpha 1}\mathbf{f}_{\mathbf{E0}} + {}^{\alpha 1}\mathbf{f}_{\mathbf{C}}} \quad ; \qquad \textbf{(2-15)}$$

Matice setrvačnosti : **Matice součinitelů strmosti zátěžových charakteristik :** **Vektory absolutních odezev :**

$${}^{\alpha 1}\mathbf{M} = \left[J_{A1} \cdot i_{E3A1}^2 \right] \; ; \qquad {}^{\alpha 1}\mathbf{B}_{\mathbf{Eb}} = \left[w_{A1} \cdot i_{E3A1}^2 \right] \; ; \qquad {}^{\alpha 1}\ddot{\mathbf{q}} = \left[\ddot{\overline{\varphi}}_{A1} \right] ; \; {}^{\alpha 1}\dot{\mathbf{q}} = \left[\dot{\overline{\varphi}}_{A1} \right] ; \; {}^{\alpha 1}\mathbf{q} = \left[\overline{\varphi}_{A1} \right] ;$$

Vektor stejnosměrných složek momentů :

$${}^{\alpha 1}\mathbf{f}_{\mathbf{E0}} = {}^{\alpha 1}\mathbf{f}_{\mathbf{M0}} + {}^{\alpha 1}\mathbf{f}_{\mathbf{Eb0}} = \left[{}^{\alpha 1}M0_{A1} \cdot i_{E3A1} \right] + \left[-M_{0A1} \cdot i_{E3A1} \right] \; ;$$

Vektor vazebních momentů :

$${}^{\alpha 1}\mathbf{f}_{\mathbf{C}} = -\left[bp_{A1E3} \cdot i_{E3A1}^2 \cdot \left(\dot{\overline{\varphi}}_{A1} - \dot{\varphi}_{E3} \right) + bp_{E3A1} \cdot \left(\dot{\overline{\varphi}}_{A1} - \dot{\varphi}_{E3} \right) \right] - \left[k_{A1E3} \cdot i_{E3A1}^2 \cdot \left(\overline{\varphi}_{A1} - \varphi_{E3} \right) + k_{E3A1} \cdot \left(\overline{\varphi}_{A1} - \varphi_{E3} \right) \right] \; ; \textbf{(2-16)}$$

i) Vazební momenty k subsystému β, Neredukovaná/Reredukovaná forma

Vazební moment **v neredukovaném tvaru** (s indexem **un**)

$${}^{\beta}\mathbf{f}_{\mathbf{E0}}^{\mathbf{un}\,(\alpha 1)} = \left[{}^{\beta}M0_{E3}^{(\alpha 1)} \right] \; ; \qquad \textbf{(2-17a)}$$

$${}^{\beta}\mathbf{f}_{\mathbf{C}}^{\mathbf{un}\,(\alpha 1)} = \left[bp_{A1E3} \cdot i_{E3A1} \cdot \left(\dot{\varphi}_{A1} - i_{E3A1} \cdot \dot{\varphi}_{E3} \right) + bp_{E3A1} \cdot \frac{1}{i_{E3A1}} \cdot \left(\dot{\varphi}_{A1} - i_{E3A1} \cdot \dot{\varphi}_{E3} \right) \right] +$$

$$+ \left[k_{A1E3} \cdot i_{E3A1} \cdot \left(\varphi_{A1} - i_{E3A1} \cdot \varphi_{E3} \right) + k_{E3A1} \cdot \frac{1}{i_{E3A1}} \cdot \left(\varphi_{A1} - i_{E3A1} \varphi_{E3} \right) \right] \; ; \qquad \textbf{(2-17b)}$$

Vazební moment **v redukovaném tvaru** (bez indexu)

$${}^{\beta}\mathbf{f}_{\mathbf{E0}}^{(\alpha 1)} = \left[{}^{\beta}M0_{E3}^{\alpha 1} \right] \text{ (redukce se vektoru nedotkne) ;} \qquad \textbf{(2-18a)}$$

$${}^{\beta}\mathbf{f}_{\mathbf{C}}^{(\alpha 1)} = \left[bp_{A1E3} \cdot i_{E3A1}^2 \cdot \left(\dot{\overline{\varphi}}_{A1} - \dot{\varphi}_{E3} \right) + bp_{E3A1} \cdot \left(\dot{\overline{\varphi}}_{A1} - \dot{\varphi}_{E3} \right) \right] + \left[k_{A1E3} \cdot i_{E3A1}^2 \cdot \left(\overline{\varphi}_{A1} - \varphi_{E3} \right) + k_{E3A1} \cdot \left(\overline{\varphi}_{A1} - \varphi_{E3} \right) \right] \; . \qquad \textbf{(2-18b)}$$

2.3. SUBSYSTÉM $\alpha 2$ – ŘEMENOVÝ NÁHON ALTERNÁTORŮ

2.3.1. OBECNĚ

Na společné hnací řemenici, umístěné na volném konci klikového hřídele, je vedle řemenového náhonu vodního čerpadla, ještě další řemenový náhon serpentinový, sloužící k pohonu dvojice „dobíjecích" alternátorů – viz. ***Obr.2-1***. Obě řemenice tvoří jedinou součást, avšak geometrické rozměry každé z nich jsou odlišné.

Řemen náhonu alternátorů je typu Poly-V s 6 rybinami o celkové jmenovité délce 1610 mm. V sestavě převodu jsou dvě napínací kladky, které vytvářejí trvalé statické předpětí této transmise.

Hnací a hnané řemenice se otáčí v kladném směru – ve směru otáčení hodinových ruček.

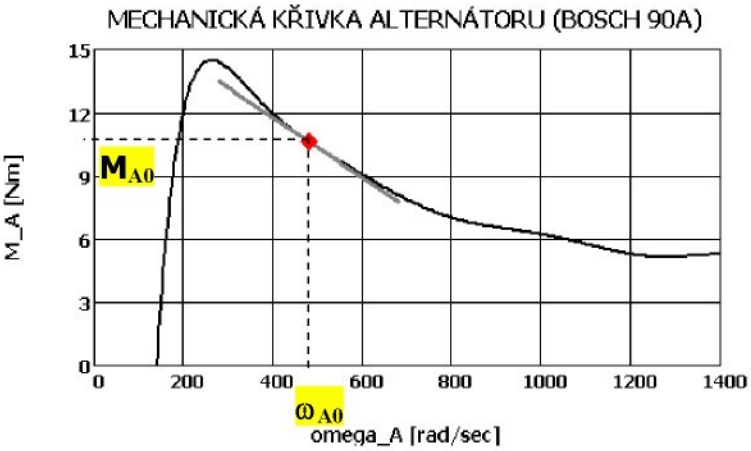
Z pohledu dodávky elektrického proudu do vozidlové sítě představují alternátory vzájemně přidružený pár, každý vybavený samostatným regulátorem výstupního napětí. Je-li u vozidla použita klimatizační jednotka, pak sestavu generátorů tvoří :

a) Alternátor o výstupním nominálním proudu I = 90 A, při regulovaném napětí 28 V a max. otáčkách 6000 1/min – spodní z dvojice;

b) Alternátor o výstupním nominálním proudu I = 140 A, při regulovaném napětí 28 V a max. otáčkách 6000 1/min – horní z dvojice;

Oba výrobky dodává firma BOSCH.

Mechanickou zátěžovou charakteristiku alternátoru (viz. ***Obr.2-4***) si, při zobrazení v I. kvadrantu, lze představit jako obrácenou mechanickou charakteristiku pohonu třífázového asynchronního elektromotoru s kotvou nakrátko. Vrchol této charakteristiky představuje tzv. **bod zvratu**, s maximálním přenesitelným momentem. Pro účely snadnějšího matematického popisu se v modelu zavádí **statická linearizace odporové charakteristiky** v okolí pracovního bodu ω_{A0} :



$$M_A(\omega_A) = M_{A0} + w_A \cdot (\omega_A - \omega_{A0}) \qquad \textbf{(2-19)}$$

, kde tzv. **součinitel strmosti** je

$$w_A = \frac{dM_A(\omega_A)}{d\omega_A}\Big|_{\omega_A = \omega_{A0}} . \qquad \textbf{(2-20)}$$

Obr.2-4 – Mechanická charakteristika alternátoru BOSCH 90A

Za ustálených provozních otáček lze za úhlovou rychlost v okolí pracovního bodu dosadit vztah $\omega_A = \omega_{A0} + \dot{\varphi}_A$ a rovnici **(2-19)** pak přepsat na tvar

$$M_A(\dot{\varphi}_A) = M_{A0} + w_A \cdot \dot{\varphi}_A \qquad \textbf{(2-21)}$$

, kde $\dot{\varphi}_A$ představuje torzní vibrační výchylku rotoru alternátoru.

2.3.2. MATEMATICKÝ POPIS SUBSYSTÉMU $\alpha 2$

Postup sestavení pohybové rovnice pro subsystém $\alpha 2$ a matematické vyjádření vazebních momentů mezi vzájemně izolovanými subsystémy $\alpha 2$ a β je možné vyjádřit v následujících bodech :

a) Axiální síly ve větvích řemene

Osové síly v jednotlivých větvích řemenového soukolí jsou znázorněny ve schématu na ***Obr.2-5***.

Matematicky je lze vyjádřit jako :

$$P_{E2P1} = \frac{E_{\alpha 2}\, A_{\alpha 2}}{l_{E2P1}} \cdot \left[R_{E2} \cdot \varphi_{E2} - R_{P1} \cdot \varphi_{P1} \right] + P0_{E2P1} \ , \qquad \textbf{(2-22a)}$$

$$P_{P1A2} = \frac{E_{\alpha 2}\, A_{\alpha 2}}{l_{P1A2}} \cdot \left[R_{P1} \cdot \varphi_{P1} - R_{A2} \cdot \varphi_{A2} \right] + P0_{P1A2} \ , \qquad \textbf{(2-22b)}$$

$$P_{A2P2} = \frac{E_{\alpha 2}\, A_{\alpha 2}}{l_{A2P2}} \cdot \left[R_{A2} \cdot \varphi_{A2} - R_{P2} \cdot \varphi_{P2} \right] + P0_{A2P2} \ , \qquad \textbf{(2-22c)}$$

$$P_{P2A3} = \frac{E_{\alpha 2}\, A_{\alpha 2}}{l_{P2A3}} \cdot \left[R_{P2} \cdot \varphi_{P2} - R_{A3} \cdot \varphi_{A3} \right] + P0_{P2A3} \ , \qquad \textbf{(2-22d)}$$

$$P_{A3E2} = \frac{E_{\alpha 2}\, A_{\alpha 2}}{l_{A3E2}} \cdot \left[R_{A3} \cdot \varphi_{A3} - R_{E2} \cdot \varphi_{AE2} \right] + P0_{A3E2} \qquad \textbf{(2-22e)}$$

, kde $P0_{E2P1}$, $P0_{P1A2}$, $P0_{A2P2}$, $P0_{P2A3}$, $P0_{A3E2}$ jsou **statické síly od předepnutí řemene**.

b) Axiální tuhosti větví řemene

Dále nechť jsou zavedeny **axiální tuhosti** jednotlivých **větví řemene** :

$$\kappa_{E2P1} = \frac{E_{\alpha 2}\, A_{\alpha 2}}{l_{E2P1}} \ , \quad \kappa_{P1A2} = \frac{E_{\alpha 2}\, A_{\alpha 2}}{l_{P1A2}} \ , \quad \kappa_{A2P2} = \frac{E_{\alpha 2}\, A_{\alpha 2}}{l_{A2P2}} \ , \quad \kappa_{P2A3} = \frac{E_{\alpha 2}\, A_{\alpha 2}}{l_{P2A3}} \ , \quad \kappa_{A3E2} = \frac{E_{\alpha 2}\, A_{\alpha 2}}{l_{A3E2}} \qquad \textbf{(2-23a, b, c, d, e)}$$

, a dále **úhrnné axiální tuhosti větví řemene s napínací kladkou** :

$$\kappa_{E2A2} = \frac{\kappa_{E2P1} \cdot \kappa_{P1A2}}{\kappa_{E2P1} + \kappa_{P1A2}} \ , \quad \kappa_{A23} = \frac{\kappa_{A2P2} \cdot \kappa_{P2A3}}{\kappa_{A2P2} + \kappa_{P2A3}} \ . \qquad \textbf{(2-23f), (2-23g)}$$

c) Převodové poměry

$$i_{E2A2} = \frac{R_{E2}}{R_{A2}} \ , \quad i_{A23} = \frac{R_{A2}}{R_{A3}} \ ; \qquad \textbf{(2-24a), (2-24b)}$$

d) Radiální tuhosti větví řemene

Vzorce přísluší úhrnným axiálním tuhostem větví řemene s napínacími kladkami dle **(2-23f)** a **(2-23g)**

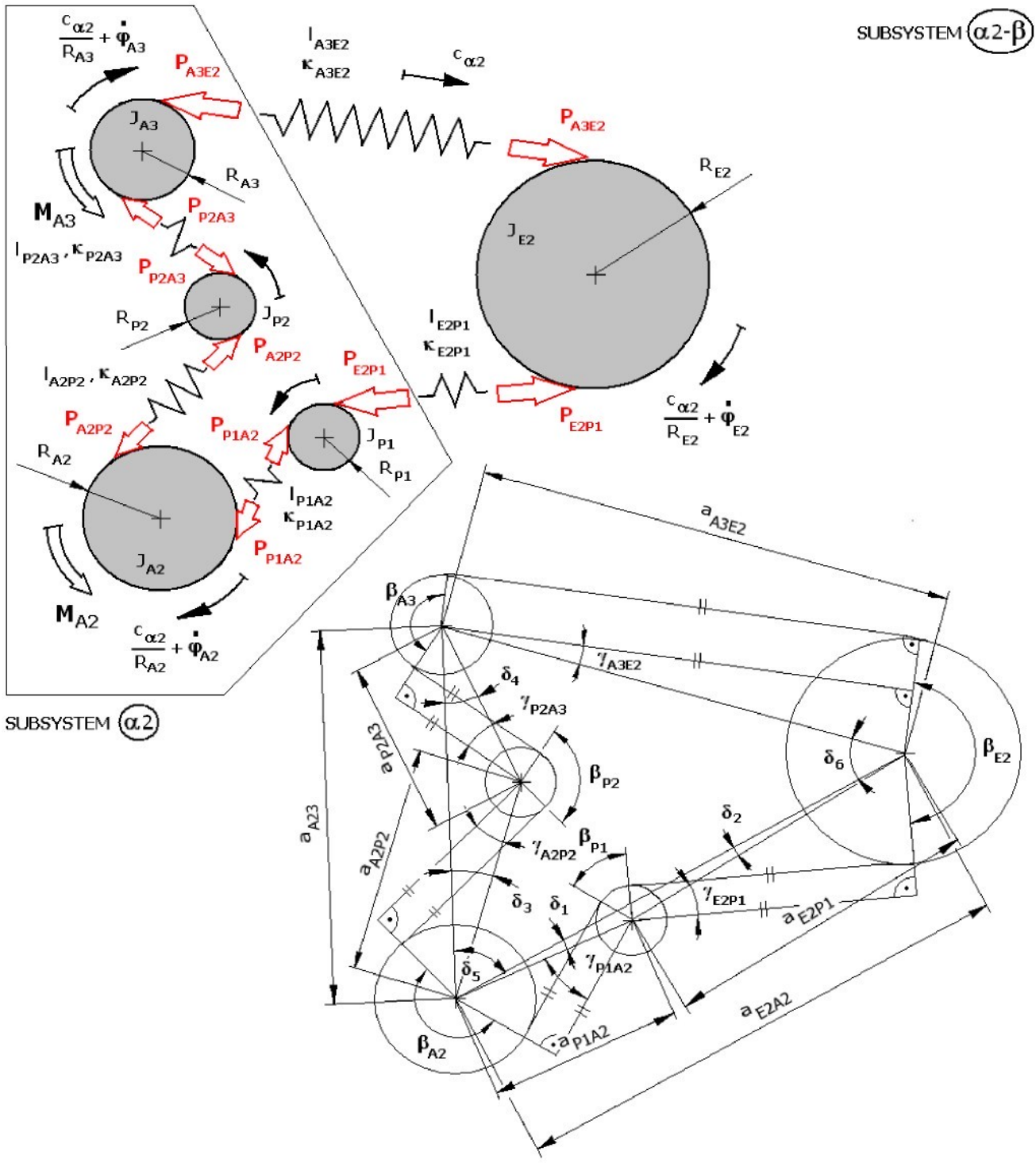
$$k_{E2A2} = \kappa_{E2A2} \cdot R_{E2}^2 \ , \quad k_{A23} = \kappa_{A23} \cdot R_{A2}^2 \ , \quad k_{A3E2} = \kappa_{A3E2} \cdot R_{A3}^2 \ . \qquad \textbf{(2-25a), (2-25b), (2-25c)}$$

e) Statické momenty od předepínacích sil řemene

$${}^{\alpha 2}M0_{A2} = \left[P0_{P1A2} - P0_{A2P2} + \frac{\kappa_{P1A2} \cdot \left(P0_{E2P1} - P0_{P1A2} \right)}{\kappa_{E2P1} + \kappa_{P1A2}} + \frac{\kappa_{A2P2} \cdot \left(P0_{A2P2} - P0_{P2A3} \right)}{\kappa_{A2P2} + \kappa_{P2A3}} \right] \cdot R_{A2} \ , \qquad \textbf{(2-26a)}$$

$${}^{\alpha 2}M0_{A3} = \left[P0_{P2A3} - P0_{A3E2} + \frac{\kappa_{P2A3} \cdot \left(P0_{A2P2} - P0_{P2A3} \right)}{\kappa_{A2P2} + \kappa_{P2A3}} \right] \cdot R_{A3} \ , \qquad \textbf{(2-26b)}$$

$${}^{\beta}M0_{E2}^{(\alpha 2)} = \left[P0_{A3E2} - P0_{E2P1} + \frac{\kappa_{E2P1} \cdot \left(P0_{E2P1} - P0_{P1A2} \right)}{\kappa_{E2P1} + \kappa_{P1A2}} \right] \cdot R_{E2} \ . \qquad \textbf{(2-26c)}$$



Obr.2-5 – Schéma k matematickému popisu subsystému *α2-β*

f) Statická linearizace zátěžových charakteristik alternátorů

Průběh zátěžového (odporového) momentu vychází ze závislosti příkonu/výkonu na otáčkách rotoru alternátorů. Tyto křivky byly získány z měření provedených výrobcem. Ke snadnějšímu matematickému zpracování byly nahrazeny regresními polynomy, jejichž koeficienty jsou uvedeny v ***Příloze č.1***, ***Oddílu 10***. V okolí pracovního bodu (resp. na vyšetřovaných otáčkách) je provedena jejich statická linearizace ve tvaru :

$$M_{A2}\left(\dot{\varphi}_{A2}\right) = M_{0A2} + w_{A2}\cdot\dot{\varphi}_{A2} \quad , \qquad \textbf{(2-27a)}$$

$$M_{A3}\left(\dot{\varphi}_{A3}\right) = M_{0A3} + w_{A3}\cdot\dot{\varphi}_{A3} \quad . \qquad \textbf{(2-27b)}$$

g) Vzájemný subsystém $\alpha 2$-β, Proporcionální tlumení, Rovnice vazeb

Podobně jako u subsystému $\alpha 1$-β je při odvozování nejprve uvažován vzájemný subsystém $\alpha 2$-β, který oproti samotnému $\alpha 2$, zahrnuje navíc setrvačnou hmotu hnací řemenice – viz. ***Obr.2-5***. Na základě takového modelu je stanoveno proporcionální tlumení a momenty vazeb mezi jednotlivě izolovanými subsystémy $\alpha 2$ a β.

Při odvozování se opět předpokládá, že obě **napínací kladky jsou nehmotné**. Výsledná dimenze soustavy rovnic se v důsledku toho sníží z původní hodnoty 5 na 3.

S využitím vztahů **(2-22)** až **(2-27)**, lze pohybovou rovnici v konzervativním tvaru zapsat jako

$$\begin{bmatrix} J_{A2} & 0 & 0 \\ 0 & J_{A3} & 0 \\ 0 & 0 & J_{E2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \ddot{\varphi}_{A2} \\ \ddot{\varphi}_{A3} \\ \ddot{\varphi}_{E2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{E2A2} \cdot \frac{1}{i_{E2A2}^2} + k_{A23} & -k_{A23} \cdot \frac{1}{i_{A23}} & -k_{E2A2} \cdot \frac{1}{i_{E2A2}} \\ -k_{A23} \cdot \frac{1}{i_{A23}} & k_{A3E2} + k_{A23} \cdot \frac{1}{i_{A23}^2} & -k_{A3E2} \cdot i_{E2A2} \cdot i_{A23} \\ -k_{E2A2} \cdot \frac{1}{i_{E2A2}} & -k_{A3E2} \cdot i_{E2A2} \cdot i_{A23} & k_{A3E2} \cdot i_{E2A2}^2 \cdot i_{A23}^2 + k_{E2A2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \varphi_{A2} \\ \varphi_{A3} \\ \varphi_{E2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} {}^{\alpha 2}MO_{A2} \\ {}^{\alpha 2}MO_{A3} \\ {}^{\beta}MO_{E2}^{(\alpha 2)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -M_{0A2} \\ -M_{0A3} \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} w_{A2} & 0 & 0 \\ 0 & w_{A3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{\varphi}_{A2} \\ \dot{\varphi}_{A3} \\ \dot{\varphi}_{E2} \end{bmatrix} \quad \textbf{(2-28a)}$$

, v maticovém tvaru je to pak

$${}^{\alpha 2-\beta}\mathbf{M} \cdot {}^{\alpha 2-\beta}\ddot{\mathbf{q}} + {}^{\alpha 2-\beta}\mathbf{K} \cdot {}^{\alpha 2-\beta}\mathbf{q} = {}^{\alpha 2-\beta}\mathbf{f}_{\mathbf{M0}} + {}^{\alpha 2-\beta}\mathbf{f}_{\mathbf{Eb0}} - {}^{\alpha 2-\beta}\mathbf{B}_{\mathbf{Eb}} \cdot {}^{\alpha 2-\beta}\dot{\mathbf{q}} \quad . \qquad \textbf{(2-28b)}$$

Z této rovnice již lze stanovit proporcionální matici tlumení ${}^{\alpha 2-\beta}\mathbf{B}_{\mathbf{P}}$ postupem uvedeným v kapitole 2.10.1.. Matice tuhosti ${}^{\alpha 2-\beta}\mathbf{K}$ a proporcionálního tlumení ${}^{\alpha 2-\beta}\mathbf{B}_{\mathbf{P}}$ lze následně rozdělit na část **interních vazeb** příslušející subsystému $\alpha 2$, tedy ${}^{\alpha 2}\mathbf{K}$, resp. ${}^{\alpha 2}\mathbf{B}_{\mathbf{P}}$ (Pozn. k tomuto kroku je třeba znát tvar pohybové rovnice v $\alpha 2$) a na část **vnějších vazeb** ${}^{\alpha 2-\beta}\mathbf{K}_{\mathbf{C}}$, resp. ${}^{\alpha 2-\beta}\mathbf{B}_{\mathbf{PC}}$. Rovnici **(2-28b)** pak lze přepsat do formy submaticového zápisu

$$\left[\begin{array}{c|c} {}^{\alpha 2}\mathbf{M} & \mathbf{O} \\ \hline \mathbf{O} & {}_{\beta}\mathbf{M}^{(\alpha 2)} \end{array}\right] \cdot \left[\begin{array}{c} {}^{\alpha 2}\ddot{\mathbf{q}} \\ \hline {}_{\beta}\ddot{\mathbf{q}}^{(\alpha 2)} \end{array}\right] + \left(\left[\begin{array}{c|c} {}^{\alpha 2}\mathbf{B}_{\mathbf{P}} & \mathbf{O} \\ \hline \mathbf{O} & \mathbf{O} \end{array}\right] + \left[\begin{array}{c|c} {}^{\alpha 2}\mathbf{B}_{\mathbf{PC}} & {}^{\alpha 2}\mathbf{B}_{\mathbf{PC}\beta} \\ \hline {}_{\beta}\mathbf{B}_{\mathbf{PC}\alpha 2} & {}_{\beta}\mathbf{B}_{\mathbf{PC}}^{(\alpha 2)} \end{array}\right] \right) \cdot \left[\begin{array}{c} {}^{\alpha 2}\dot{\mathbf{q}} \\ \hline {}_{\beta}\dot{\mathbf{q}}^{(\alpha 2)} \end{array}\right] + \left(\left[\begin{array}{c|c} {}^{\alpha 2}\mathbf{K} & \mathbf{O} \\ \hline \mathbf{O} & \mathbf{O} \end{array}\right] + \left[\begin{array}{c|c} {}^{\alpha 2}\mathbf{K}_{\mathbf{C}} & {}^{\alpha 2}\mathbf{K}_{\mathbf{C}\beta} \\ \hline {}_{\beta}\mathbf{K}_{\mathbf{C}\alpha 2} & {}_{\beta}\mathbf{K}_{\mathbf{C}}^{(\alpha 2)} \end{array}\right] \right) \cdot \left[\begin{array}{c} {}^{\alpha 2}\mathbf{q} \\ \hline {}_{\beta}\mathbf{q}^{(\alpha 2)} \end{array}\right] =$$

$$= \left[\begin{array}{c} {}^{\alpha 2}\mathbf{f}_{\mathbf{M0}} \\ \hline {}_{\beta}\mathbf{f}_{\mathbf{M0}}^{(\alpha 2)} \end{array}\right] + \left[\begin{array}{c} {}^{\alpha 2}\mathbf{f}_{\mathbf{Eb0}} \\ \hline \mathbf{O} \end{array}\right] - \left[\begin{array}{c|c} {}^{\alpha 2}\mathbf{B}_{\mathbf{Eb}} & \mathbf{O} \\ \hline \mathbf{O} & \mathbf{O} \end{array}\right] \cdot \left[\begin{array}{c} {}^{\alpha 2}\dot{\mathbf{q}} \\ \hline {}_{\beta}\dot{\mathbf{q}}^{(\alpha 2)} \end{array}\right] \qquad \textbf{(2-29a)}$$

, resp.

$${}^{\alpha 2-\beta}\mathbf{M} \cdot {}^{\alpha 2-\beta}\ddot{\mathbf{q}} + \left({}^{\alpha 2-\beta}\mathbf{B}_{\mathbf{P}} + {}^{\alpha 2-\beta}\mathbf{B}_{\mathbf{PC}}\right) \cdot {}^{\alpha 2-\beta}\dot{\mathbf{q}} + \left({}^{\alpha 2-\beta}\mathbf{K} + {}^{\alpha 2-\beta}\mathbf{K}_{\mathbf{C}}\right) \cdot {}^{\alpha 2-\beta}\mathbf{q} =$$

$$= {}^{\alpha 2-\beta}\mathbf{f}_{\mathbf{M0}} + {}^{\alpha 2-\beta}\mathbf{f}_{\mathbf{Eb0}} - {}^{\alpha 2-\beta}\mathbf{B}_{\mathbf{Eb}} \cdot {}^{\alpha 2-\beta}\dot{\mathbf{q}} \quad . \qquad \textbf{(2-29b)}$$

Vektor stejnosměrných vazebních momentových složek

$${}^{\alpha 2-\beta}\mathbf{f}_{\mathbf{E0}} = {}^{\alpha 2-\beta}\mathbf{f}_{\mathbf{M0}} + {}^{\alpha 2-\beta}\mathbf{f}_{\mathbf{Eb0}} \quad . \qquad \textbf{(2-30)}$$

Vektor vzájemných vazebních momentů mezi $\alpha 2$ a β

$${}^{\alpha 2-\beta}\mathbf{f}_{\mathbf{C}} = -{}^{\alpha 2-\beta}\mathbf{B}_{\mathbf{PC}} \cdot {}^{\alpha 2-\beta}\dot{\mathbf{q}} - {}^{\alpha 2-\beta}\mathbf{K}_{\mathbf{C}} \cdot {}^{\alpha 2-\beta}\mathbf{q} \quad . \qquad \textbf{(2-31)}$$

S využitím výše uvedených vztahů lze rovnici **(2-29b)** přepsat jako

$${}^{\alpha 2-\beta}\mathbf{M} \cdot {}^{\alpha 2-\beta}\ddot{\mathbf{q}} + \left({}^{\alpha 2-\beta}\mathbf{B}_{\mathbf{P}} + {}^{\alpha 2-\beta}\mathbf{B}_{\mathbf{Eb}}\right) \cdot {}^{\alpha 2-\beta}\dot{\mathbf{q}} + {}^{\alpha 2-\beta}\mathbf{K} \cdot {}^{\alpha 2-\beta}\mathbf{q} = {}^{\alpha 2-\beta}\mathbf{f}_{\mathbf{E0}} + {}^{\alpha 2-\beta}\mathbf{f}_{\mathbf{C}} \quad . \qquad \textbf{(2-29c)}$$

Vztah **(2-29c)** je výsledný tvar **pohybové rovnice složeného subsystému $\alpha 2$-β**, dimenze 3.

Vazební momenty konzervativních sil (a analogicky také tlumících sil) lze vyjádřit v maticovém tvaru

$$ {}^{\alpha 2-\beta}\mathbf{K_C}\cdot{}^{\alpha 2-\beta}\mathbf{q}=\begin{bmatrix} k_{E2A2}\cdot\frac{1}{i_{E2A2}^2} & 0 & -k_{E2A2}\cdot\frac{1}{i_{E2A2}} \\ 0 & k_{A3E2} & -k_{A3E2}\cdot i_{E2A2}\cdot i_{A23} \\ -k_{E2A2}\cdot\frac{1}{i_{E2A2}} & -k_{A3E2}\cdot i_{E2A2}\cdot i_{A23} & \left[k_{A3E2}\cdot i_{E2A2}^2\cdot i_{A23}^2+k_{E2A2}\right] \end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}\varphi_{A2}\\ \varphi_{A3}\\ \varphi_{E2}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \frac{1}{i_{E2A2}}\cdot M_{\beta\alpha 2} \\ \frac{1}{i_{E2A2}\cdot i_{A23}}\cdot M_{\alpha 2\beta} \\ -M_{\beta\alpha 2}-M_{\alpha 2\beta}\end{bmatrix} \quad \textbf{(2-32)} $$

Veličiny $M_{\beta\alpha 2}$ a $M_{\alpha 2\beta}$ představují dílčí vazební momenty (konzervativních sil) jednotlivých větví mezi vzájemně izolovanými **subsystémy $\alpha 2$** a **β** :

$$ M_{\alpha 2\beta}=k_{A3E2}\cdot i_{E2A2}\cdot i_{A23}\cdot\left(\varphi_{A3}-i_{E2A2}\cdot i_{A23}\cdot\varphi_{E2}\right)\ , \qquad \textbf{(2-33a)} $$

$$ M_{\beta\alpha 2}=k_{E2A2}\cdot\frac{1}{i_{E2A2}}\cdot\left(\varphi_{A2}-i_{E2A2}\cdot\varphi_{E2}\right)\ . \qquad \textbf{(2-33b)} $$

Analogický tvar k výrazům **(2-32)** a **(2-33)** mají i vazební momenty disipativních (slabě nekonzervativních) sil.

h) Subsystém $\alpha 2$, Neredukovaná/Redukovaná forma

Pomyslná hranice mezi izolovanými subsystémy $\alpha 2$ a β je vedena v pružné, diskrétní vazbě mezi hmotami E2 na jedné straně a P1 a A3 na straně druhé. Ze sestavené rovnice **(2-29a)** je pak již snadné zapsat výslednou **pohybovou rovnici** izolovaného subsystému **$\alpha 2$ v neredukovaném tvaru** jako

$$ {}^{\alpha 2}\mathbf{M}^{\mathbf{un}}\cdot{}^{\alpha 2}\ddot{\mathbf{q}}^{\mathbf{un}}+\left({}^{\alpha 2}\mathbf{B_P}^{\mathbf{un}}+{}^{\alpha 2}\mathbf{B_{Eb}}^{\mathbf{un}}\right)\cdot{}^{\alpha 2}\dot{\mathbf{q}}^{\mathbf{un}}+{}^{\alpha 2}\mathbf{K}^{\mathbf{un}}\cdot{}^{\alpha 2}\mathbf{q}^{\mathbf{un}}={}^{\alpha 2}\mathbf{f_{E0}}^{\mathbf{un}}+{}^{\alpha 2}\mathbf{f_C}^{\mathbf{un}} \qquad \textbf{(2-34)} $$

, kde

Matice setrvačnosti :

$$ {}^{\alpha 2}\mathbf{M}^{\mathbf{un}}=\begin{bmatrix} J_{A2} & 0 \\ 0 & J_{A3}\end{bmatrix}; $$

Matice součinitelů strmosti zátěžových charakteristik :

$$ {}^{\alpha 2}\mathbf{B_{Eb}}^{\mathbf{un}}=\begin{bmatrix} w_{A2} & 0 \\ 0 & w_{A3}\end{bmatrix}; $$

Matice tuhosti :

$$ {}^{\alpha 2}\mathbf{K}^{\mathbf{un}}=\begin{bmatrix} k_{A23} & -k_{A23}\cdot\frac{1}{i_{A23}} \\ -k_{A23}\cdot\frac{1}{i_{A23}} & k_{A23}\cdot\frac{1}{i_{A23}^2}\end{bmatrix}; $$

Vektor stejnosměrných momentů :

$$ {}^{\alpha 2}\mathbf{f_{E0}}^{\mathbf{un}}={}^{\alpha 2}\mathbf{f_{M0}}^{\mathbf{un}}+{}^{\alpha 2}\mathbf{f_{Eb0}}^{\mathbf{un}}=\begin{bmatrix}{}^{\alpha 2}M0_{A2}\\ {}^{\alpha 2}M0_{A3}\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}-M_{0A2}\\ -M_{0A3}\end{bmatrix}; $$

Vektor vazebních momentů :

$$ {}^{\alpha 2}\mathbf{f_C}^{\mathbf{un}}=\begin{bmatrix} -\frac{1}{i_{E2A2}}\cdot\left(Mbp_{\beta\alpha 2}^{un}+M_{\beta\alpha 2}\right) \\ -\frac{1}{i_{E2A2}\cdot i_{A23}}\cdot\left(Mbp_{\alpha 2\beta}^{un}+M_{\alpha 2\beta}\right)\end{bmatrix}=-\begin{bmatrix}\frac{1}{i_{E2A2}^2}\cdot bp_{E2A2}\cdot\left(\dot\varphi_{A2}-i_{E2A2}\cdot\dot\varphi_{E2}\right)\\ bp_{A3E2}\cdot\left(\dot\varphi_{A3}-i_{E2A2}\cdot i_{A23}\cdot\dot\varphi_{E2}\right)\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}\frac{1}{i_{E2A2}^2}\cdot k_{E2A2}\cdot\left(\varphi_{A2}-i_{E2A2}\cdot\varphi_{E2}\right)\\ k_{A3E2}\cdot\left(\varphi_{A3}-i_{E2A2}\cdot i_{A23}\cdot\varphi_{E2}\right)\end{bmatrix}. $$

(2-35)

Zavedením substitucí $\varphi_{A2} = i_{E2A2} \cdot \overline{\varphi}_{A2}$ a $\varphi_{A3} = i_{E2A2} \cdot i_{A23} \cdot \overline{\overline{\varphi}}_{A3}$, resp. $\dot{\varphi}_{A2} = i_{E2A2} \cdot \dot{\overline{\varphi}}_{A2}$ a $\dot{\varphi}_{A3} = i_{E2A2} \cdot i_{A23} \cdot \dot{\overline{\overline{\varphi}}}_{A3}$, vynásobením první rovnice převodem i_{E2A2} a druhé rovnice převodem $i_{E2A2} \cdot i_{A23}$, přejde soustava **(2-34)** do formy **s redukcí na otáčky klikového hřídele** (značeno bez indexu) :

$$ {}^{\alpha 2}\mathbf{M} \cdot {}^{\alpha 2}\ddot{\mathbf{q}} + \left({}^{\alpha 2}\mathbf{B}_{\mathbf{P}} + {}^{\alpha 2}\mathbf{B}_{\mathbf{Eb}} \right) \cdot {}^{\alpha 2}\dot{\mathbf{q}} + {}^{\alpha 2}\mathbf{K} \cdot {}^{\alpha 2}\mathbf{q} = {}^{\alpha 2}\mathbf{f}_{\mathbf{E0}} + {}^{\alpha 2}\mathbf{f}_{\mathbf{C}} \qquad \textbf{(2-36)} $$

, kde

Matice setrvačnosti :

$$ {}^{\alpha 2}\mathbf{M} = \begin{bmatrix} J_{A2} \cdot i_{E2A2}^2 & 0 \\ 0 & J_{A3} \cdot i_{E2A2}^2 \cdot i_{A23}^2 \end{bmatrix}; $$

Matice součinitelů strmosti zátěžových charakteristik :

$$ {}^{\alpha 2}\mathbf{B}_{\mathbf{Eb}} = \begin{bmatrix} w_{A2} \cdot i_{E2A2}^2 & 0 \\ 0 & w_{A3} \cdot i_{E2A2}^2 \cdot i_{A23}^2 \end{bmatrix}; $$

Matice tuhosti :

$$ {}^{\alpha 2}\mathbf{K} = \begin{bmatrix} k_{A23} \cdot i_{E2A2}^2 & -k_{A23} \cdot i_{E2A2}^2 \\ -k_{A23} \cdot i_{E2A2}^2 & k_{A23} \cdot i_{E2A2}^2 \end{bmatrix}; $$

Vektory absolutních odezev :

$$ {}^{\alpha 2}\ddot{\mathbf{q}} = \begin{bmatrix} \ddot{\overline{\varphi}}_{A2} \\ \ddot{\overline{\overline{\varphi}}}_{A3} \end{bmatrix}; \quad {}^{\alpha 2}\dot{\mathbf{q}} = \begin{bmatrix} \dot{\overline{\varphi}}_{A2} \\ \dot{\overline{\overline{\varphi}}}_{A3} \end{bmatrix}; \quad {}^{\alpha 2}\mathbf{q} = \begin{bmatrix} \overline{\varphi}_{A2} \\ \overline{\overline{\varphi}}_{A3} \end{bmatrix}; $$

Vektor stejnosměrných momentů :

$$ {}^{\alpha 2}\mathbf{f}_{\mathbf{E0}} = {}^{\alpha 2}\mathbf{f}_{\mathbf{M0}} + {}^{\alpha 2}\mathbf{f}_{\mathbf{Eb0}} = \begin{bmatrix} {}^{\alpha 2}M0_{A2} \cdot i_{E2A2} \\ {}^{\alpha 2}M0_{A3} \cdot i_{E2A2} \cdot i_{A23} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -M_{0A2} \cdot i_{E2A2} \\ -M_{0A3} \cdot i_{E2A2} \cdot i_{A23} \end{bmatrix}; $$

Vektor vazebních momentů :

$$ {}^{\alpha 2}\mathbf{f}_{\mathbf{C}} = -\begin{bmatrix} bp_{E2A2} \cdot \left(\dot{\overline{\varphi}}_{A2} - \dot{\varphi}_{E2} \right) \\ bp_{A3E2} \cdot i_{E2A2}^2 \cdot i_{A23}^2 \cdot \left(\dot{\overline{\overline{\varphi}}}_{A3} - \dot{\varphi}_{E2} \right) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} k_{E2A2} \cdot \left(\overline{\varphi}_{A2} - \varphi_{E2} \right) \\ k_{A3E2} \cdot i_{E2A2}^2 \cdot i_{A23}^2 \cdot \left(\overline{\overline{\varphi}}_{A3} - \varphi_{E2} \right) \end{bmatrix}. \qquad \textbf{(2-37)} $$

i) <u>Vazební momenty k subsystému β, Neredukovaná/Reredukovaná forma</u>

Vazební moment **v neredukovaném tvaru** (s indexem **un**)

$$ {}^{\beta}\mathbf{f}_{\mathbf{E0}}^{\mathbf{un}\,(\alpha 2)} = \left[{}^{\beta}M0_{E2}^{(\alpha 2)} \right]; \qquad \textbf{(2-38a)} $$

$$ {}^{\beta}\mathbf{f}_{\mathbf{C}}^{\mathbf{un}\,(\alpha 2)} = \left[bp_{E2A2} \cdot \frac{1}{i_{E2A2}} \cdot \left(\dot{\varphi}_{A2} - i_{E2A2} \cdot \dot{\varphi}_{E2} \right) + bp_{A3E2} \cdot i_{E2A2} \cdot i_{A23} \cdot \left(\dot{\varphi}_{A3} - i_{E2A2} \cdot i_{A23} \cdot \dot{\varphi}_{E2} \right) \right] + $$
$$ + \left[k_{E2A2} \cdot \frac{1}{i_{E2A2}} \cdot \left(\varphi_{A2} - i_{E2A2} \varphi_{E2} \right) + k_{A3E2} \cdot i_{E2A2} \cdot i_{A23} \cdot \left(\varphi_{A3} - i_{E2A2} \cdot i_{A23} \varphi_{E2} \right) \right]; \qquad \textbf{(2-38b)} $$

Vazební moment **v redukovaném tvaru** (bez indexu)

$$ {}^{\beta}\mathbf{f}_{\mathbf{E0}}^{\alpha 2} = \left[{}^{\beta}M0_{E2}^{(\alpha 2)} \right] \text{ (redukce se vektoru nedotkne)}; \qquad \textbf{(2-39a)} $$

$$ {}^{\beta}\mathbf{f}_{\mathbf{C}}^{\alpha 2} = \left[bp_{E2A2} \cdot \left(\dot{\overline{\varphi}}_{A2} - \dot{\varphi}_{E2} \right) + bp_{A3E2} \cdot i_{E2A2}^2 \cdot i_{A23}^2 \cdot \left(\dot{\overline{\overline{\varphi}}}_{A3} - \dot{\varphi}_{E2} \right) \right] + \left[k_{E2A2} \cdot \left(\overline{\varphi}_{A2} - \varphi_{E2} \right) + k_{A3E2} \cdot i_{E2A2}^2 \cdot i_{A23}^2 \cdot \left(\overline{\overline{\varphi}}_{A3} - \varphi_{E2} \right) \right] $$

(2-39b)

2.4. SUBSYSTÉM $\alpha 3$ – NÁHON KOMPRESORU KLIMATIZACE

2.4.1. OBECNĚ

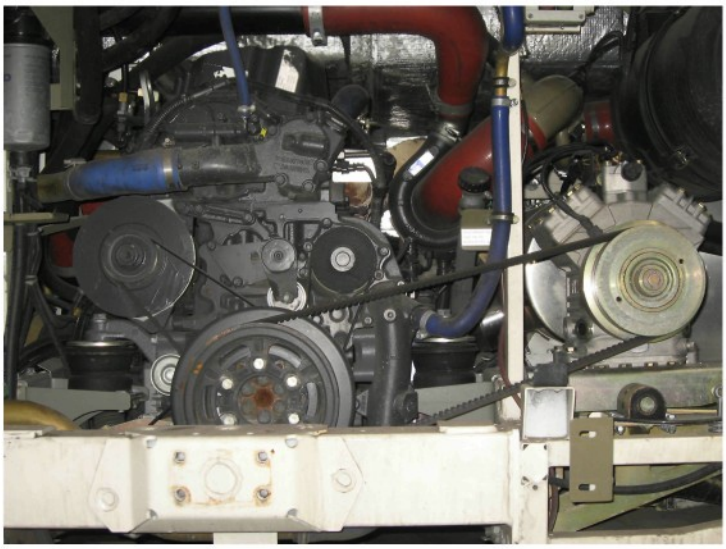
Jestliže je autobus vybaven klimatizační jednotkou, pak se navíc na volný konec klikového hřídele motoru přidává další řemenice sloužící pro řemenový náhon kompresoru klimatizace. Tato řemenice se upevňuje pomocí 6ti šroubů k vnější ploše rotační příruby (mezikusu), smontované dohromady s pláštěm torzního tlumiče.

Pístový kompresor (viz. ***Obr.2-7***), v označení FK-40 výrobce firmy BOCK, vytváří nucené proudění chladícího média v klimatizačním okruhu a zároveň zajišťuje jeho stlačování v plynném skupenství. Jeho pracovní ústrojí tvoří čtveřice klikových mechanismů s uspořádáním činných válců po párech do V. Materiál těchto částí je na bázi hliníkových slitin.

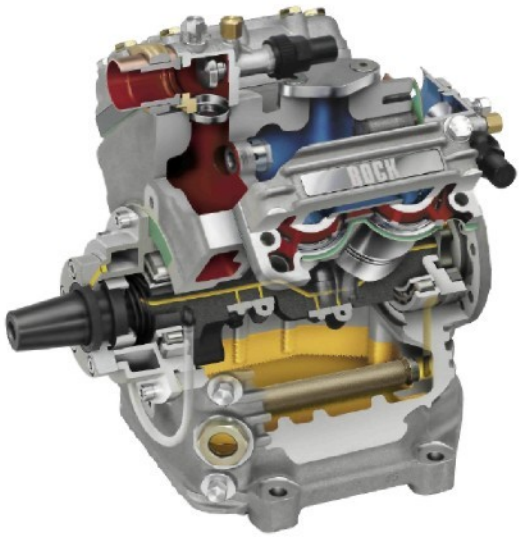
Na hřídeli kompresoru je instalována třecí spojka, která přechází do sepnutého stavu v okamžiku kdy je aktivována činnost klimatizace z místa pracoviště řidiče.

Pružnou vazbu, mezi řemenicí na motoru a na kompresoru, zajišťuje dvojice klínových řemenů FO-Z XPB vyrobených firmou CONTITECH. Střední výkresová délka řemenů je 1970 mm.

Statické předpětí řemenů se vytváří pomocí malého vzduchového vaku instalovaného nad výkyvně uloženou platformou sloužící k fixaci klimatizačního kompresoru. Zvýšením tlaku vzduchu ve vaku dochází k natočení platformy a současně také ke zvýšení statické předepínací síly řemenů.



Obr.2-6 - Reálná zástavba pohonu kompresoru klimatizace



Obr.2-7 – Řez kompresorem klimatizace FK-40

2.4.2. MATEMATICKÝ POPIS SUBSYSTÉMU $\alpha 3$

V koncepci modelu představuje subsystém ***$\alpha 3$*** jediný náhradní kotouč reprezentující veškeré rotující hmoty kompresoru klimatizace. Tato modelová náhrada zanedbává vliv proměnnosti momentů setrvačnosti během otáčení, které vznikají díky působení setrvačných sil posuvných hmot klikových mechanismů kompresoru.

Model subsystému ***$\alpha 3$*** nemá žádné vnitřní konzervativní nebo tlumící vazby. K subsystému β ho pojí pouze vnější diskrétní vazby řemene.

Analogicky jako v předchozích kapitolách 2.2. a 2.3. je pro sestavení pohybové rovnice v subsystému ***$\alpha 3$*** možné využít stejného postupu :

a) <u>Axiální síly ve větvích dvojice řemenů</u>

$$P_{E1A4} = \frac{E_{\alpha 3} A_{\alpha 3}}{l_{E1A4}} \cdot \left[R_{E1} \cdot \varphi_{E1} - R_{A4} \cdot \varphi_{A4} \right] + P0_{E1A4} \quad , \qquad \textbf{(2-40a)}$$

$$P_{A4E1} = \frac{E_{\alpha 3} A_{\alpha 3}}{l_{A4E1}} \cdot \left[R_{A4} \cdot \varphi_{A4} - R_{E1} \cdot \varphi_{E1} \right] + P0_{A4E1} \qquad \textbf{(2-40b)}$$

, kde $P0_{E1A4}$ a $P0_{A4E1}$ jsou **statické síly od předepnutí dvojice řemenů**.

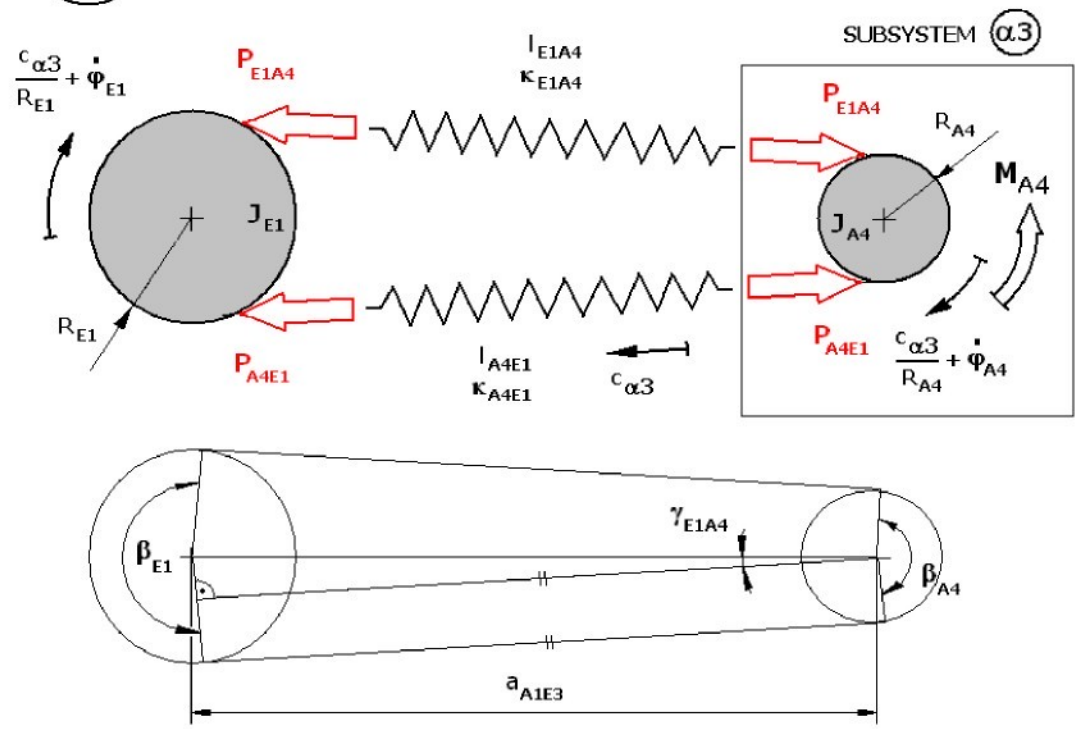
b) Axiální tuhosti ve větvích dvojice řemenů

$$\kappa_{E1A4}=\frac{E_{\alpha3}\,A_{\alpha3}}{l_{E1A4}}\ ,\quad \kappa_{A4E1}=\frac{E_{\alpha3}\,A_{\alpha3}}{l_{A4E1}}\ ; \qquad \textbf{(2-41a), (2-41b)}$$

c) Převodový poměr

$$i_{E1A4}=\frac{R_{E1}}{R_{A4}}\ ; \qquad \textbf{(2-42)}$$

SUBSYSTEM (α3-β)



Obr.2-8 – Schéma k matematickému popisu subsystému *α3-β*

d) Radiální tuhosti obou větví dvojice řemenů

$$k_{E1A4}=\kappa_{E1A4}\cdot R_{E1}^2\ ,\quad k_{A4E1}=\kappa_{A4E1}\cdot R_{A4}^2\ ; \qquad \textbf{(2-43a), (2-43b)}$$

e) Statické momenty od předepínacích sil páru řemenů

$${}^{\alpha3}M0_{A4}=\left[P0_{E1A4}-P0_{A4E1}\right]\cdot R_{A4}\ , \qquad \textbf{(2-44a)}$$

$${}^{\beta}M0_{E1}^{(\alpha3)}=\left[P0_{A4E1}-P0_{E1A4}\right]\cdot R_{E1}\ . \qquad \textbf{(2-44b)}$$

f) Statická linearizace zátěžové charakteristiky kompresoru

Zátěžová (odporová) charakteristika kompresoru je odvozena ze závislosti příkonu/výkonu zařízení na otáčkách kompresorového rotoru, operačním tlaku v systému, a mezních teplotách vyvolávajících změnu skupenství chladiva (teplota ve výparníku, teplota na kondenzátoru). Pro tyto konkrétně volené hodnoty je její průběh předpokládán ve tvaru otočené hyperboly (při zobrazení v I. kvadrantu). Matematický popis lze nalézt v ***Příloze č.1, Oddílu 10***.

Statická linearizace v okolí pracovního bodu (resp. v okolí vyšetřovaných otáček) je dána vztahem

$$M_{A4}\left(\dot{\varphi}_{A4}\right)=M_{0A4}+w_{A4}\cdot\dot{\varphi}_{A4}\ . \qquad \textbf{(2-45)}$$

g) Vzájemný subsystém $\alpha 3$-β, Proporcionální tlumení, Rovnice vazeb

Analogicky jako v kapitolách 2.2. a 2.3. je nejprve odvozena pohybová rovnice vzájemně vázaného subsystému $\alpha 3$-β. Ten představuje dvě setrvačné hmoty, hnací řemenici a úhrnné rotační hmoty kompresoru klimatizace, vzájemně propojené diskrétními vazbami (viz ***Obr. 2-8***). Dimenze tohoto subsystému je 2.

Na základě uvedeného modelu je stanoveno proporcionální tlumení a momenty vazeb spojující dva izolované subsystémy $\alpha 3$ a β.

Pohybovou rovnici subsystému $\alpha 3\beta$, zatím bez uvažování tlumení, je možné zapsat ve tvaru :

$$\begin{bmatrix} J_{A4} & 0 \\ 0 & J_{E1} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \ddot{\varphi}_{A4} \\ \ddot{\varphi}_{E1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{E1A4} \cdot \frac{1}{i_{E1A4}^2} + k_{A4E1} & -k_{E1A4} \cdot \frac{1}{i_{E1A4}} - k_{A4E1} \cdot i_{E1A4} \\ -k_{E1A4} \cdot \frac{1}{i_{E1A4}} - k_{A4E1} \cdot i_{E1A4} & k_{E1A4} + k_{A4E1} \cdot i_{E1A4}^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \varphi_{A4} \\ \varphi_{E1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} {}^{\alpha 3}MO_{A4} \\ {}^{\beta}MO_{E1}^{(\alpha 3)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -M_{0A4} \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} w_{A4} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{\varphi}_{A4} \\ \dot{\varphi}_{E1} \end{bmatrix} \tag{2-46a}$$

, v maticové formě pak jako

$${}^{\alpha 3-\beta}\mathbf{M} \cdot {}^{\alpha 3-\beta}\ddot{\mathbf{q}} + {}^{\alpha 3-\beta}\mathbf{K} \cdot {}^{\alpha 3-\beta}\mathbf{q} = {}^{\alpha 3-\beta}\mathbf{f}_{\mathbf{M0}} + {}^{\alpha 3-\beta}\mathbf{f}_{\mathbf{Eb0}} - {}^{\alpha 3-\beta}\mathbf{B}_{\mathbf{Eb}} \cdot {}^{\alpha 3-\beta}\dot{\mathbf{q}} \ . \tag{2-46b}$$

Z této rovnice lze opět postupem uvedeným v kap. 2.10.1. stanovit proporcionální matici tlumení ${}^{\alpha 3-\beta}\mathbf{B}_{\mathbf{P}}$. Obě matice tuhosti i tlumení jsou současně také maticemi vazebními mezi $\alpha 3$ a β, tedy ${}^{\alpha 3-\beta}\mathbf{B}_{\mathbf{P}} \equiv {}^{\alpha 3-\beta}\mathbf{B}_{\mathbf{PC}}$ a ${}^{\alpha 3-\beta}\mathbf{K} \equiv {}^{\alpha 3-\beta}\mathbf{K}_{\mathbf{C}}$. Dále nechť jsou zavedeny :

Vektor stejnosměrných vazebních momentových složek

$${}^{\alpha 3-\beta}\mathbf{f}_{\mathbf{E0}} = {}^{\alpha 3-\beta}\mathbf{f}_{\mathbf{M0}} + {}^{\alpha 3-\beta}\mathbf{f}_{\mathbf{Eb0}} \ ; \tag{2-47}$$

Vektor vzájemných vazebních momentů mezi $\alpha 3$ a β

$${}^{\alpha 3-\beta}\mathbf{f}_{\mathbf{C}} = -{}^{\alpha 3-\beta}\mathbf{B}_{\mathbf{PC}} \cdot {}^{\alpha 3-\beta}\dot{\mathbf{q}} - {}^{\alpha 3-\beta}\mathbf{K}_{\mathbf{C}} \cdot {}^{\alpha 3-\beta}\mathbf{q} \ . \tag{2-48}$$

S využitím těchto poznatků lze pak rovnici **(2-46b)** lze přepsat do formy submaticového zápisu

$$\left[\begin{array}{c|c} {}^{\alpha 3}\mathbf{M} & \mathbf{O} \\ \hline \mathbf{O} & {}^{\beta}\mathbf{M}^{(\alpha 3)} \end{array}\right] \cdot \left[\begin{array}{c} {}^{\alpha 3}\ddot{\mathbf{q}} \\ \hline {}_{\beta}\ddot{\mathbf{q}}^{(\alpha 3)} \end{array}\right] + \left[\begin{array}{c|c} {}^{\alpha 3}\mathbf{B}_{\mathbf{PC}} & {}^{\alpha 3}\mathbf{B}_{\mathbf{PC}\beta} \\ \hline {}^{\beta}\mathbf{B}_{\mathbf{PC}\alpha 3} & {}^{\beta}\mathbf{B}_{\mathbf{PC}}^{(\alpha 3)} \end{array}\right] \cdot \left[\begin{array}{c} {}^{\alpha 3}\dot{\mathbf{q}} \\ \hline {}_{\beta}\dot{\mathbf{q}}^{(\alpha 3)} \end{array}\right] + \left[\begin{array}{c|c} {}^{\alpha 3}\mathbf{K}_{\mathbf{C}} & {}^{\alpha 3}\mathbf{K}_{\mathbf{C}\beta} \\ \hline {}^{\beta}\mathbf{K}_{\mathbf{C}\alpha 3} & {}^{\beta}\mathbf{K}_{\mathbf{C}}^{(\alpha 3)} \end{array}\right] \cdot \left[\begin{array}{c} {}^{\alpha 3}\mathbf{q} \\ \hline {}_{\beta}\mathbf{q}^{(\alpha 3)} \end{array}\right] = \left[\begin{array}{c} {}^{\alpha 3}\mathbf{f}_{\mathbf{E0}} \\ \hline {}^{\beta}\mathbf{f}_{\mathbf{E0}}^{(\alpha 3)} \end{array}\right] - \left[\begin{array}{c|c} {}^{\alpha 3}\mathbf{B}_{\mathbf{Eb}} & \mathbf{O} \\ \hline \mathbf{O} & \mathbf{O} \end{array}\right] \cdot \left[\begin{array}{c} {}^{\alpha 3}\dot{\mathbf{q}} \\ \hline {}_{\beta}\dot{\mathbf{q}}^{(\alpha 3)} \end{array}\right] \tag{2-49a}$$

, resp.

$${}^{\alpha 3-\beta}\mathbf{M} \cdot {}^{\alpha 3-\beta}\ddot{\mathbf{q}} + {}^{\alpha 3-\beta}\mathbf{B}_{\mathbf{PC}} \cdot {}^{\alpha 3-\beta}\dot{\mathbf{q}} + {}^{\alpha 3-\beta}\mathbf{K}_{\mathbf{C}} \cdot {}^{\alpha 3-\beta}\mathbf{q} = {}^{\alpha 3-\beta}\mathbf{f}_{\mathbf{M0}} + {}^{\alpha 3-\beta}\mathbf{f}_{\mathbf{Eb0}} - {}^{\alpha 3-\beta}\mathbf{B}_{\mathbf{Eb}} \cdot {}^{\alpha 3-\beta}\dot{\mathbf{q}} \tag{2-49b}$$

, neboli

$${}^{\alpha 3-\beta}\mathbf{M} \cdot {}^{\alpha 3-\beta}\ddot{\mathbf{q}} + {}^{\alpha 3-\beta}\mathbf{B}_{\mathbf{Eb}} \cdot {}^{\alpha 3-\beta}\dot{\mathbf{q}} = {}^{\alpha 3-\beta}\mathbf{f}_{\mathbf{E0}} + {}^{\alpha 3-\beta}\mathbf{f}_{\mathbf{C}} \ . \tag{2-49c}$$

To je výsledný **tvar pohybové rovnice složeného subsystému** $\alpha 3$-β, dimenze 2.

Jestliže budou dále označeny momenty v dílčích větvích řemenového převodu jako

$$M_{\alpha 3\beta} = k_{A4E1} \cdot i_{E1A4} \cdot \left(\varphi_{A4} - i_{E1A4} \cdot \varphi_{E1}\right) \ , \tag{2-50a}$$

$$M_{\beta\alpha 3} = k_{E1A4} \cdot \frac{1}{i_{E1A4}} \cdot \left(\varphi_{A4} - i_{E1A4} \cdot \varphi_{E1}\right) \tag{2-50b}$$

, pak

Vazební momenty konzervativních sil je možné vyjádřit

$$ {}^{\alpha 3-\beta}\mathbf{K_C}\cdot{}^{\alpha 3-\beta}\mathbf{q}=\begin{bmatrix} k_{E1A4}\cdot\frac{1}{i_{E1A4}^2}+k_{A4E1} & -k_{E1A4}\cdot\frac{1}{i_{E1A4}}-k_{A4E1}\cdot i_{E1A4} \\ -k_{E1A4}\cdot\frac{1}{i_{E1A4}}-k_{A4E1}\cdot i_{E1A4} & k_{E1A4}+k_{A4E1}\cdot i_{E1A4}^2 \end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}\varphi_{A4}\\ \varphi_{E1}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{1}{i_{E1A4}}\cdot\left(M_{\alpha 3\beta}+M_{\beta\alpha 3}\right)\\ -M_{\beta\alpha 3}-M_{\alpha 3\beta}\end{bmatrix} . \quad \textbf{(2-51)} $$

h) Subsystém $\alpha 3$, Neredukovaná /Redukovaná forma

Pohybová rovnice v **neredukovaném tvaru**, dimenze 1, v maticové formě je dána

$$ {}^{\alpha 3}\mathbf{M}^{\mathbf{un}}\cdot{}^{\alpha 3}\ddot{\mathbf{q}}^{\mathbf{un}}+{}^{\alpha 3}\mathbf{B}_{\mathbf{Eb}}\cdot{}^{\alpha 3}\dot{\mathbf{q}}^{\mathbf{un}}={}^{\alpha 3}\mathbf{f}_{\mathbf{E0}}^{\mathbf{un}}+{}^{\alpha 3}\mathbf{f}_{\mathbf{C}}^{\mathbf{un}} \quad \textbf{(2-52)} $$

, kde jednotlivé prvky představují

Matice setrvačnosti : **Matice součinitelů strmosti zátěžových charakteristik :** **Vektor stejnosměrných složek momentů :**

$$ {}^{\alpha 3}\mathbf{M}^{\mathbf{un}}=\left[J_{A4}\right] ; \quad {}^{\alpha 3}\mathbf{B}_{\mathbf{Eb}}^{\mathbf{un}}=\left[w_{A4}\right] ; \quad {}^{\alpha 3}\mathbf{f}_{\mathbf{E0}}^{\mathbf{un}}={}^{\alpha 3}\mathbf{f}_{\mathbf{M0}}^{\mathbf{un}}+{}^{\alpha 3}\mathbf{f}_{\mathbf{Eb0}}^{\mathbf{un}}=\left[{}^{\alpha 3}M0_{A4}\right]+\left[-M_{0A4}\right] ; $$

Vektor vazebních momentů :

$$ {}^{\alpha 3}\mathbf{f}_{\mathbf{C}}^{\mathbf{un}}=-\frac{1}{i_{E1A4}}\cdot\left[\left(Mbp_{\alpha 3\beta}^{un}+Mbp_{\beta\alpha 3}^{un}\right)+\left(M_{\alpha 3\beta}+M_{\beta\alpha 3}\right)\right]=-\left[bp_{A4E1}\cdot\left(\dot{\varphi}_{A4}-i_{E1A4}\cdot\dot{\varphi}_{E1}\right)+bp_{E1A4}\cdot\frac{1}{i_{E1A4}^2}\cdot\left(\dot{\varphi}_{A4}-i_{E1A4}\cdot\dot{\varphi}_{E1}\right)\right]- $$
$$ -\left[k_{A4E1}\cdot\left(\varphi_{A4}-i_{E1A4}\cdot\varphi_{E1}\right)+k_{E1A4}\cdot\frac{1}{i_{E1A4}^2}\cdot\left(\varphi_{A4}-i_{E1A4}\cdot\varphi_{E1}\right)\right] . \quad \textbf{(2-53)} $$

Zavedením substituce $\varphi_{A4}=i_{E1A4}\cdot\overline{\varphi}_{A4}$, resp. $\dot{\varphi}_{A4}=i_{E1A4}\cdot\dot{\overline{\varphi}}_{A4}$ a vynásobení rovnice převodem i_{E1A4} přejde soustava **(2-52)** do redukované formy s **redukcí parametrů na otáčky klikového hřídele** (značeno bez indexu)

$$ {}^{\alpha 3}\mathbf{M}\cdot{}^{\alpha 3}\ddot{\mathbf{q}}+{}^{\alpha 3}\mathbf{B}_{\mathbf{Eb}}\cdot{}^{\alpha 3}\dot{\mathbf{q}}={}^{\alpha 3}\mathbf{f}_{\mathbf{E0}}+{}^{\alpha 3}\mathbf{f}_{\mathbf{C}} \quad \textbf{(2-54)} $$

, kde

Matice setrvačnosti : **Matice součinitelů strmosti zátěžových charakteristik :** **Vektory absolutních odezev :**

$$ {}^{\alpha 3}\mathbf{M}=\left[J_{A4}\cdot i_{E1A4}^2\right] ; \quad {}^{\alpha 3}\mathbf{B}_{\mathbf{Eb}}=\left[w_{A4}\cdot i_{E1A4}^2\right] ; \quad {}^{\alpha 3}\ddot{\mathbf{q}}=\left[\ddot{\overline{\varphi}}_{A4}\right] ; \quad {}^{\alpha 3}\dot{\mathbf{q}}=\left[\dot{\overline{\varphi}}_{A4}\right] ; \quad {}^{\alpha 3}\mathbf{q}=\left[\overline{\varphi}_{A4}\right] ; $$

Vektor stejnosměrných složek momentů :

$$ {}^{\alpha 3}\mathbf{f}_{\mathbf{E0}}={}^{\alpha 3}\mathbf{f}_{\mathbf{M0}}+{}^{\alpha 3}\mathbf{f}_{\mathbf{Eb0}}=\left[{}^{\alpha 3}M0_{A4}\cdot i_{E1A4}\right]+\left[-M_{0A4}\cdot i_{E1A4}\right] ; $$

Vektor vazebních momentů :

$$ {}^{\alpha 3}\mathbf{f}_{\mathbf{C}}=-\left[bp_{A4E1}\cdot i_{E1A4}^2\cdot\left(\ddot{\overline{\varphi}}_{A4}-\ddot{\varphi}_{E1}\right)+bp_{E1A4}\cdot\left(\ddot{\overline{\varphi}}_{A4}-\ddot{\varphi}_{E1}\right)\right]-\left[k_{A4E1}\cdot i_{E1A4}^2\cdot\left(\overline{\varphi}_{A4}-\varphi_{E1}\right)+k_{E1A4}\cdot\left(\overline{\varphi}_{A4}-\varphi_{E1}\right)\right] . \quad \textbf{(2-55)} $$

i) Vazební momenty k subsystému β, Neredukovaná/Neredukovaná forma

Vazební moment **v neredukovaném tvaru** (s indexem **un**)

$$ {}^{\beta}\mathbf{f}_{\mathbf{E0}}^{\mathbf{un}\,(\alpha 3)} = \left[{}^{\beta}M0_{E1}^{(\alpha 3)} \right] \; ; \qquad \textbf{(2-56a)} $$

$$ {}^{\beta}\mathbf{f}_{\mathbf{C}}^{\mathbf{un}\,(\alpha 3)} = \left[bp_{A4E1} \cdot i_{E1A4} \cdot \left(\dot{\varphi}_{A4} - i_{E1A4} \cdot \dot{\varphi}_{E1} \right) + bp_{E1A4} \cdot \frac{1}{i_{E1A4}} \cdot \left(\dot{\varphi}_{A4} - i_{E1A4} \cdot \dot{\varphi}_{E1} \right) \right] + $$
$$ + \left[k_{A4E1} \cdot i_{E1A4} \cdot \left(\varphi_{A4} - i_{E1A4} \cdot \varphi_{E1} \right) + k_{E1A4} \cdot \frac{1}{i_{E1A4}} \cdot \left(\varphi_{A4} - i_{E1A4}\, \varphi_{E1} \right) \right] ; \qquad \textbf{(2-56b)} $$

Vazební moment **v redukovaném tvaru** (bez indexu)

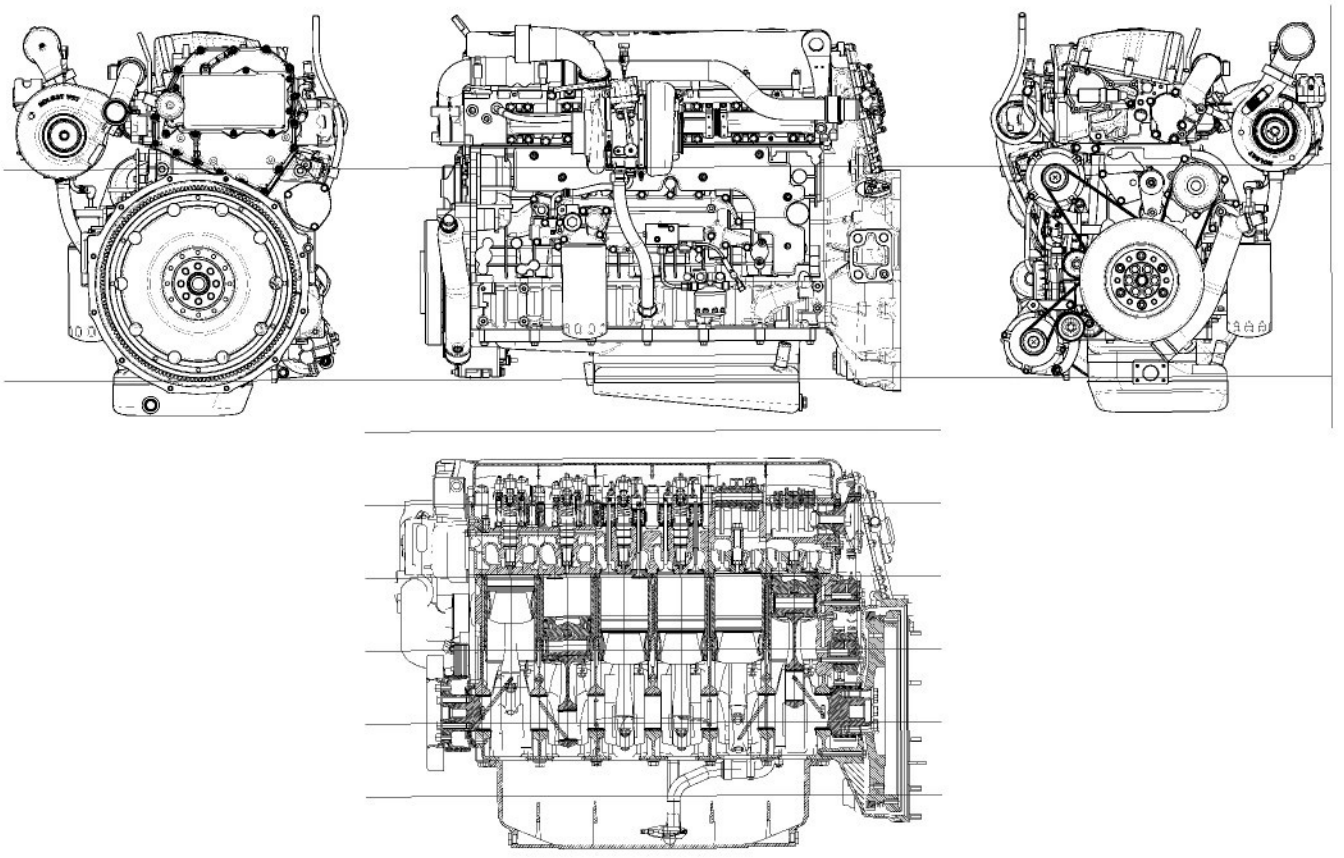
$$ {}^{\beta}\mathbf{f}_{\mathbf{E0}}^{(\alpha 3)} = \left[{}^{\beta}M0_{E1}^{(\alpha 3)} \right] \text{ (redukce se vektoru nedotkne) ;} \qquad \textbf{(2-57a)} $$

$$ {}^{\beta}\mathbf{f}_{\mathbf{C}}^{(\alpha 3)} = \left[bp_{A4E1} \cdot i_{E1A4}^{2} \cdot \left(\dot{\bar{\varphi}}_{A4} - \dot{\varphi}_{E1} \right) + bp_{E1A4} \cdot \left(\dot{\bar{\varphi}}_{A4} - \dot{\varphi}_{E1} \right) \right] + \left[k_{A4E1} \cdot i_{E1A4}^{2} \cdot \left(\bar{\varphi}_{A4} - \varphi_{E1} \right) + k_{E1A4} \cdot \left(\bar{\varphi}_{A4} - \varphi_{E1} \right) \right] \; . \qquad \textbf{(2-57b)} $$

2.5. SUBSYSTÉM β – ROTUJÍCÍ HMOTY MOTORU CURSOR 8

2.5.1. OBECNĚ

Vnější pohled na motor IVECO CURSOR 8 je patrný z ***Obr.2-9***. Představu o vnitřním uspořádání rotujících hmot pak dává spodní pohled v nárysovém řezu (varianta „Truck").

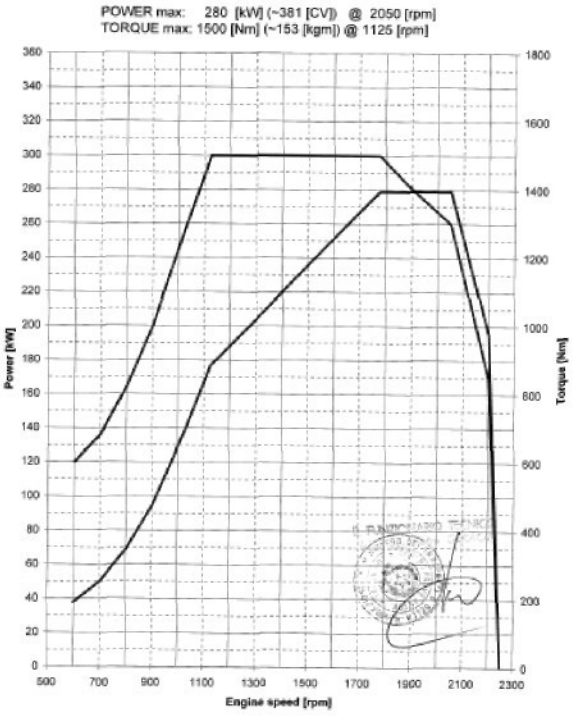


Obr.2-9 – Motor IVECO CURSOR 8; Pohledové zobrazení – verse bus; Řez – verse truck.

Jedná se o čtyřtaktní, přeplňovaný, vznětový motor, řadový 6ti válec, s přímým vstřikem paliva a pořadím vznětů 1-4-2-6-3-5. Spolu s nutným příslušenstvím splňuje emisní normy Euro4, Euro5 i EEV.

Pro autobus Arway je motor dodáván ve dvou variantách o jmenovitém výkonu 279 kW při 2050 1/min a 243 kW při 2050 1/min. Hodnota maximálního točivého momentu je 1500 Nm v otáčkovém rozsahu 1125-1780 1/min. Volnoběžné otáčky jsou 600 1/min, přeběhové bez zátěže 2250 1/min a maximální se zátěží 3600 1/min. Regulace je pomocí ECU EDC 7UC31. V následujících analýzách bude uvažována pouze první výkonová varianta motoru (vyšší z uvedených). Vnější otáčková charakteristika je zobrazena na ***Obr. 2-10***.

Indikátorový diagram motoru byl stanoven experimentálně na zkušebním stavu. Průběh tlaku ve válcích, během spalovacího procesu, byl snímán v rozsahu jednoho pracovního cyklu (2 otáčky klikového hřídele) s rozlišením 1° a pro ustálené otáčkové režimy ve sledu : 850-1080-1200-1920-2200-2400-2700-3600 1/min.



Obr.2-10 – Vnější charakteristika CURSOR 8 ;

Klikové ústrojí motoru má symetrické uspořádání. Zalomení klik tvoří na hřídeli pravidelnou hvězdici s úhly 120°. Díky této koncepci jsou setrvačné síly a momenty klikového ústrojí z velké části přirozeně vyváženy (viz. literatura [21]) :

a) setrvačné síly posuvných hmot jsou přirozeně vyváženy, až na 6. a 12. harmonickou;
b) setrvačné síly rotačních hmot jsou zcela vyváženy;
c) volné příčné momenty od kývání ojnic jsou přirozeně vyváženy, až na 3. a 9. harmonickou (malý vliv);
d) volné podélné momenty od posuvných hmot jsou přirozeně vyváženy, až na 6. a 12. harmonickou;
e) volné podélné momenty od rotačních hmot jsou zcela vyváženy;
f) vnitřní podélné momenty od posuvných hmot nejsou přirozeně vyváženy a projevují se na 1., 2., 4., 6. harmonické;
g) vnitřní podélný moment od rotačních hmot není přirozeně vyvážen.

Velikosti vnitřních podélných momentů posuvných a rotačních hmot f) a g) jsou u tohoto konkrétního klikového hřídele eliminovány sofistikovaným designem vývažků.

Hřídel je uložen v motorovém bloku na kluzných ložiskách.

Na volný konec hřídele je centricky připojen tlumič torzních kmitů – ***Obr.2-11***. Jedná se o tlumič výrobce HASSE & WREDE vybavený seizmickou hmotou (hmotným prstencem) volně se pohybující uvnitř skříně vyplněné silikonovým olejem. Při rovnoměrném otáčení klikového hřídele motoru rotuje hmotný prstenec shodnou úhlovou rychlostí. V okamžiku, kdy jsou na takový rovnoměrný otáčivý pohyb superponovány torzní vibrace, nebo během přechodových stavů, kmitá prstenec neustále v protifázi k těmto kmitům.

Mimo tlumiče je na volném konci připojena ještě trojice řemenic poháněných příslušenství motoru – dvojici alternátorů, vodní čerpadlo a kompresor klimatizace. Tyto řemenové převody jsou považovány za samostatné dynamické subsystémy označené jako α***1***, α***2***, α***3***, paralelně připojené k hlavní výkonové větvi.

Na opačném konci klikového hřídele je pohon soukolí pro časování rozvodů a celé soustrojí je zakončeno mohutným setrvačníkem centricky přichyceným pomocí šroubových spojů - ***Obr.2-12***. V této práci není dále nijak řešena dynamika paralelní větve rozvodového pohonu a její vliv je zanedbán.

Obr.2-11 – Pohled na volný konec motoru CURSOR 8

Obr.2-12 – Pohled na setrvačník a rozvodové soukolí

K vnější dosedací ploše setrvačníku je pomocí spojkového mechanismu VALEO přitlačována spojková lamela. Rozeznávají se dva provozní stavy :

a) **prokluz spojky** – fáze „SLIPPING", kdy dochází k postupnému přitlačování lamely a k překonávání odporového třecího momentu;
b) **slepení spojky** – fáze „STICK", kdy hnací moment plné velikosti na výstupu z klikového ústrojí motoru, je zcela přenesitelný na vstupní hřídel převodovky.

Pro analytické řešení je uvažována fáze „STICK" a stav rovnoměrného otáčení s úhlovou rychlostí ω (resp. s otáčkami n_E), bez jakýchkoliv přechodových dějů.

Ve vazbě mezi setrvačníkem a spojkovým přítlačným kotoučem je vedena pomyslná hranice mezi dvěma dynamickými subsystémy β a γ.

2.5.2. POHYBOVÁ ROVNICE CENTRICKÉHO KLIKOVÉHO MECHANISMU

2.5.2.1. KINEMATICKÉ ZÁVISLOSTI

Z ***Obr.2-13*** lze s využitím goniometrických vztahů odvodit zdvihovou závislost pohybu pístu obecně j-tého centrického klikového mechanismu :

$$x_j = r \cdot \left[1 - \cos\psi_j + \frac{1}{\lambda} \cdot \left(1 - \sqrt{1 - \lambda^2 \cdot \sin^2 \psi_j} \right) \right] \qquad \textbf{(2-58)}$$

, kde byl zaveden **klikový poměr** jako $\lambda = \frac{r}{l}$.

Derivací vztahu **(2-58)** podle času t dostáváme závislost rychlosti pohybu pístu j-tého centrického klikového mechanismu :

$$v_j = r \cdot \omega \cdot \left(\sin\psi_j + \frac{\lambda \cdot \sin\psi_j \cdot \cos\psi_j}{\sqrt{1 - \lambda^2 \cdot \sin^2 \psi_j}} \right) \quad . \qquad \textbf{(2-59)}$$

Vyjádření základních kinematických vztahů ve tvaru **(2-58)** a **(2-59)** je pro uvažované simulace matematicky značně komplikované, proto se pro zjednodušení vyjadřují ve formě nekonečné řady (viz.[21]) :

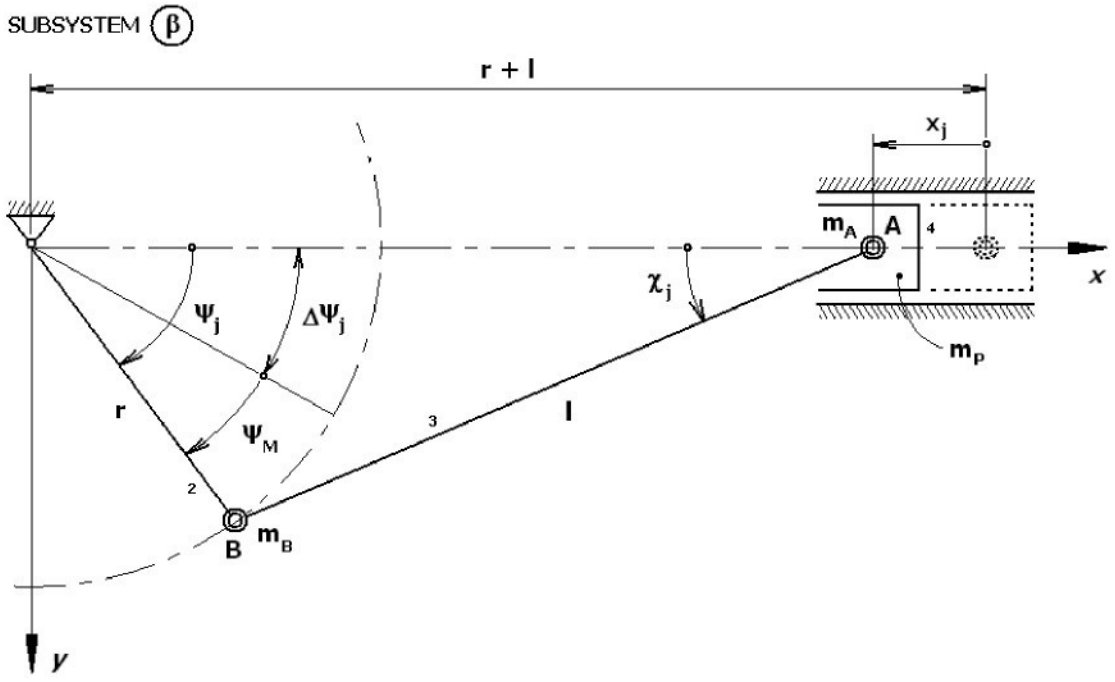
$$x_j = r \cdot \left(1 - \cos\psi_j\right) + r \cdot \left(A_0 - \frac{1}{4} A_2 \cdot \cos 2 \cdot \psi_j + \frac{1}{16} A_4 \cdot \cos 4\psi_j - \frac{1}{36} A_6 \cdot \cos 6\psi_j + \ldots \right) \ , \qquad \textbf{(2-60)}$$

$$v_j = r \cdot \omega \cdot \left(\sin\psi_j + \frac{1}{2} A_2 \cdot \sin 2 \cdot \psi_j - \frac{1}{4} A_4 \cdot \sin 4\psi_j + \frac{1}{6} A_6 \cdot \sin 6\psi_j - \ldots \right) \qquad \textbf{(2-61)}$$

, kde konstanty A_0, A_2, A_4, atd. jsou :

$$A_0 = \frac{1}{4} \cdot \lambda + \frac{3}{64} \cdot \lambda^3 + \frac{5}{256} \cdot \lambda^5 + \ldots \qquad A_4 = \frac{1}{4} \cdot \lambda^3 + \frac{3}{16} \cdot \lambda^5 + \ldots$$

$$A_2 = \lambda + \frac{1}{4} \cdot \lambda^3 + \frac{15}{128} \cdot \lambda^5 + \ldots \qquad A_6 = \frac{9}{128} \cdot \lambda^5 + \frac{45}{512} \cdot \lambda^7 + \ldots \qquad \text{atd.}$$



Obr.2-13 – Schéma pro odvození kinematických vztahů klikového mechanismu;

V praxi se k přibližnému vyjádření kinematických závislostí používají pouze první dva členy rozvoje **(2-60)**, resp. **(2-61)**, protože obě řady rychle konvergují :

$$x_j = r \cdot \left[\left(1 - \cos\psi_j\right) + \frac{\lambda}{4} \cdot \left(1 - \cos 2 \cdot \psi_j\right) \right] \quad , \qquad \textbf{(2-62)}$$

$$v_j = r \cdot \omega \cdot \left(\sin\psi_j + \frac{\lambda}{2} \cdot \sin 2 \cdot \psi_j \right) \quad . \qquad \textbf{(2-63)}$$

Chyba těchto vyjádření představuje pouze 0,4% vzhledem k exaktnímu matematickému vzorci **(2-58)**, resp. **(2-59)**.

2.5.2.2 DYNAMICKÉ POMĚRY V KLIKOVÉM MECHANISMU

Ekvivalentní moment setrvačnosti klikového mechanismu :

Setrvačná hmota ojnice je pro zjednodušení nahrazena 2 hmotnými body, a to :

- m_A lokalizovaným do pístního čepu. Jeho hmotnost je dána vztahem $m_A = m_o - \frac{J_o}{l_o^2}$ a představuje cca 1/3 původní hmotnosti ojnice ;
- m_B lokalizovaným do klikového čepu. Jeho hmotnost je $m_B = \frac{J_o}{l_o^2}$ a představuje cca 2/3 původní hmotnosti ojnice.

U ojnice jsou dále předpokládány vlastnosti reversního kyvadla, kdy kompenzační moment setrvačnosti ΔJ (při náhradě 2 hmotnými body) je nulový.

Ekvivalentní (redukovaný) moment setrvačnosti mechanismu se určí na základě rovnosti kinetických energií

$$\frac{1}{2} \cdot Jcyl_j \cdot \omega^2 = \frac{1}{2} \cdot (m_P + m_A) \cdot v_j^2 + \frac{1}{2} \cdot \left(Jr_j + m_B \cdot r^2 \right) \cdot \omega^2 \quad . \qquad \textbf{(2-64)}$$

Dosazením **(2-63)** do **(2-64)** dostaneme výsledný vztah, kdy ekvivalentní moment setrvačnosti j-tého klikového mechanismu, je závislý na okamžité velikosti rotačních i posuvných hmot a proměnný s okamžitým úhlem natočení kliky :

$$Jcyl_j\left(\psi_j\right) = \eta \cdot r^2 \cdot \left(\sin\psi_j + \frac{\lambda}{2} \cdot \sin 2 \cdot \psi_j \right)^2 + \vartheta_j \qquad \textbf{(2-65)}$$

, přičemž ve vzorci byla zavedena označení :

$\eta = m_P + m_A$,
$\vartheta_j = Jr_j + m_B \cdot r^2$.

Okamžitý úhel ψ_j natočení kliky j-tého klikového mechanismu je tvořen :

- úhlem okamžitého natočení klikového hřídele motoru $\psi_j = \omega t$;
- úhlem počátečního natočení v klikové hvězdici $\Delta\psi_j$;
- úhlovými vibracemi φ_j ;

$$\psi_j = \psi_\omega + \varphi_j = \psi_M + \Delta\psi_j + \varphi_j = \omega t + \Delta\psi_j + \varphi_j \quad . \qquad \textbf{(2-66)}$$

Pohybové rovnice pro j-tý mechanismus jsou sestaveny pomocí **Lagrangeových rovnic II. druhu** :

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial Ek_j}{\partial \dot{\varphi}_j}\right) - \frac{\partial Ek_j}{\partial \varphi_j} + \frac{\partial Ep_j}{\partial \varphi_j} + \frac{\partial R_j}{\partial \dot{\varphi}_j} = M_{Ej}(\omega t) \quad . \qquad \textbf{(2-67)}$$

Jako zobecněná souřadnice je v rovnici **(2-67)** volena torzní úhlová vibrační výchylka φ_j, a dále

a) <u>Kinetická energie</u> j-tého klikového mechanismu

Představuje účinek **setrvačných sil a momentů** mechanismu, redukovaných k ose klikového hřídele. S využitím **(2-65)** a **(2-66),** je dána

$$Ek_j = \frac{1}{2}\cdot Jcyl_j\left(\omega, \Delta\psi_j, \varphi_j\right)\cdot\left(\omega+\dot{\varphi}_j\right)^2 =$$
$$= \left[\frac{1}{2}\cdot\vartheta_j\cdot + \frac{1}{2}\cdot\eta\cdot r^2\cdot\sin^2\left(\omega t+\Delta\psi_j+\varphi_j\right)+\frac{1}{2}\cdot\eta\cdot r^2\cdot\lambda\cdot\sin\left(\omega t+\Delta\psi_j+\varphi_j\right)\cdot\sin 2\left(\omega t+\Delta\psi_j+\varphi_j\right)\right]\cdot\left(\omega+\dot{\varphi}_j\right)^2 +$$
$$+\frac{1}{2}\cdot\eta\cdot r^2\cdot\frac{\lambda^2}{4}\cdot\sin^2 2\left(\omega t+\Delta\psi_j+\varphi_j\right)\ ] \ ; \qquad \textbf{(2-68)}$$

b) <u>Potenciální energie</u> j-tého klikového mechanismu

Zastupuje účinek **konzervativních momentů**, působících na j-tý mechanismus, které jsou úměrné radiálním tuhostem přilehlých úseků klikového hřídele.

$$Ep_j = \frac{1}{2}\cdot k_{j-1,j}\cdot\left(\varphi_j-\varphi_{j-1}\right)^2+\frac{1}{2}\cdot k_{j,j+1}\cdot\left(\varphi_j-\varphi_{j+1}\right)^2 \ ; \qquad \textbf{(2-69)}$$

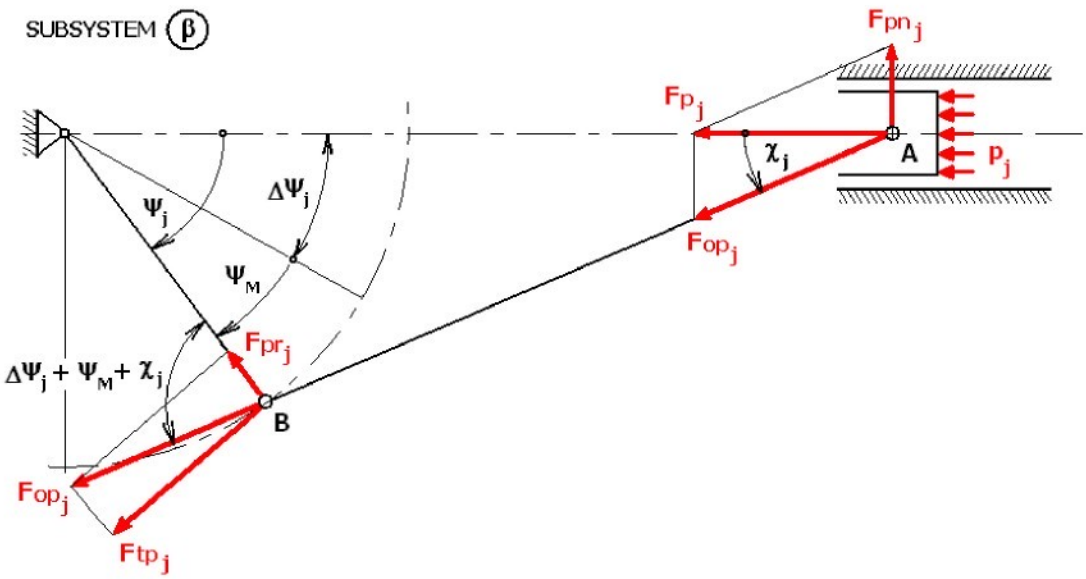
c) <u>Raileyghova disipativní energie</u> j-tého klikového mechanismu

Zastupuje účinek **tlumících momentů**, působících na j-tý mechanismus, které jsou úměrné jednak radiálnímu útlumu přilehlých úseků klikového hřídele a jednak vnějšímu tlumení reprezentujícímu tření uvnitř mechanismu a v ložiskách.

$$R_j = \frac{1}{2}\cdot b^r_{j-1,j}\cdot\left(\dot{\varphi}_j-\dot{\varphi}_{j-1}\right)^2+\frac{1}{2}\cdot b^r_{j,j+1}\cdot\left(\dot{\varphi}_j-\dot{\varphi}_{j+1}\right)^2+\frac{1}{2}\cdot b^a_j\cdot\dot{\varphi}_j^2 \ ; \qquad \textbf{(2-70)}$$

d) <u>Zobecněný vnější budící moment</u> působící na j-tý klikový mechanismus

Zastupuje dynamický budící účinek vyvolaný tangenciálními silami vzniklými tlakem plynu na píst. Zdrojový průběh tlaku ve válci $p_j\left(\psi_M+\Delta\psi_j\right)$ v závislosti na úhlu pootočení kliky během pracovní periody, je dán prostřednictvím **indikátorového diagramu**, který se stanovuje obvykle měřením na zkušebním stavu.



<u>Obr.2-14</u> – Schéma pro odvození silových poměrů na klikovém mechanismu;

Síla působící na píst :

$$Fp_j(\psi_M) = p_j(\psi_M + \Delta\psi_j)\cdot S = p_j(\psi_M + \Delta\psi_j)\cdot\frac{\pi\cdot D^2}{4} \quad ; \qquad \textbf{(2-71)}$$

Ojniční síla :

$$Fop_j(\psi_M) = \frac{Fp_j(\psi_M)}{\cos\left[\chi_j(\psi_M + \Delta\psi_j)\right]} \quad ; \qquad \textbf{(2-72)}$$

Tangenciální síla :

$$Ftp_j(\psi_M) = Fp_j(\psi_M)\cdot\frac{\sin(\psi_M + \Delta\psi_j + \chi_j)}{\cos\chi_j} \quad ; \qquad \textbf{(2-73)}$$

Budící moment j-tého mechanismu :

$$M_{Ej}(\psi_M) = Fop_j(\psi_M)\cdot h = Fop_j(\psi_M)\cdot r\cdot\sin(\psi_M + \Delta\psi_j + \chi_j) = Ftp_j(\psi_M)\cdot r \quad . \qquad \textbf{(2-74)}$$

Tento vztah **(2-74)** lze po goniometrických úpravách a s využitím rozvoje zapsat ve tvaru (viz. [21]) :

$$M_{Ej}(\psi_M) = p_j(\psi_M + \Delta\psi_j)\cdot S\cdot r\cdot\sin(\psi_M + \Delta\psi_j)\cdot\left[1 + \left(\lambda + \frac{\lambda^3}{3} + \frac{15\cdot\lambda^5}{32} + \ldots\right)\cdot\cos(\psi_M + \Delta\psi_j) - \right.$$
$$\left. - \left(\frac{\lambda^3}{8} + \frac{3\cdot\lambda^5}{64} + \ldots\right)\cdot\cos3(\psi_M + \Delta\psi_j) + \left(\frac{3\cdot\lambda^5}{128} + \ldots\right)\cdot\cos5(\psi_M + \Delta\psi_j) - \ldots\right] \quad . \qquad \textbf{(2-75)}$$

Řada také velmi rychle konverguje a v praxi se proto ke zjednodušenému popisu používá pouze první člen rozvoje **(2-75)**, kde po úpravě :

$$M_{Ej}(\omega t) = p_j(\omega t + \Delta\psi_j)\cdot S\cdot r\cdot\left[\sin(\omega t + \Delta\psi_j) + \frac{\lambda}{2}\cdot\sin2(\omega t + \Delta\psi_j)\right] \quad . \qquad \textbf{(2-76)}$$

Průběh primárního budícího momentu je periodický, avšak neharmonický, vzhledem k závislosti $p_j(\omega\cdot t + \Delta\psi_j)$. Pro účely snazšího matematického popisu se provádí dekompozice momentu **(2-76)** na složky Fourierovy řady, tzv. **harmonická analýza**, která je popsána vztahy

$$M_{Ej}(\xi) = \sum_{\nu=-\infty}^{+\infty} C_\nu^j\cdot e^{i\cdot\nu\cdot\xi} \quad , \text{kde} \quad C_\nu^j = \frac{1}{2\cdot\pi}\cdot\int_0^{2\pi} M_{Ej}(\xi)\cdot e^{-i\cdot\nu\cdot\xi}\,d\xi \quad \text{a } i \text{ je imaginární jednotka.} \qquad \textbf{(2-77)}$$

Protože perioda spalovacího cyklu je u čtyřdobého motoru 4π, je nutné ve vzorcích **(2-77)** zavést substituci $\xi = \frac{\psi_M + \Delta\psi_j}{2}$ a ty pak přejdou do tvaru

$$M_{Ej}(\psi_M + \Delta\psi_j) = \sum_{\nu=-\infty}^{+\infty} C_\nu^j\cdot e^{i\cdot\frac{\nu}{2}\cdot(\psi_M + \Delta\psi_j)}, \text{ kde } C_\nu^j = \frac{1}{4\cdot\pi}\cdot\int_0^{4\pi} M_{Ej}(\psi_M + \Delta\psi_j)\cdot e^{-i\cdot\frac{\nu}{2}\cdot(\psi_M + \Delta\psi_j)}\,d\psi_M \quad . \qquad \textbf{(2-78)}$$

Nabývá-li ν hodnot 1, 2, 3, 4,..., pak mluvíme u čtyřtaktu o harmonické ½., 1., 1½., 2.,... řádu.

Vztah **(2-78)** je možné zapsat ve tvaru s reálnými koeficienty Fourierova rozvoje, jehož forma bude dále využívána

$$M_{Ej}(\omega t) = \frac{A_0^j}{2} + \sum_{\nu=1}^{\infty} A_\nu^j\cdot\cos\left[\frac{\nu}{2}\cdot(\omega t + \Delta\psi_j)\right] + \sum_{\nu=1}^{\infty} B_\nu^j\cdot\sin\left[\frac{\nu}{2}\cdot(\omega t + \Delta\psi_j)\right] \quad . \qquad \textbf{(2-79)}$$

Velikost jednotlivých ½ harmonických složek rozvoje rychle klesá s velikostí řádu a postačí uvažovat za významné složky maximálně do $\nu_{max} = 24.$, tedy 12. řádu.

Harmonická složka 0. řádu A_0 představuje **užitečný točivý moment** j-tého válce, který se postupně sčítá s ostatními válci v řadě. Sinové a kosinové prvky rozvoje představují **jalovou složku momentu** způsobující nepříznivé **torzní vibrace**.

Dosadí-li se nyní vztahy **(2-68)**, **(2-69)**, **(2-70)** a **(2-79)** do rovnice **(2-67)** a provedou-li se příslušné derivace, dostáváme **pohybovou rovnici j-tého klikového mechanismu** ve tvaru

$$J_{Ej}^{\Delta}\cdot\left\{\left[1+\frac{\lambda^2}{4}\cdot\left(2-\varepsilon_j^M\right)\right]+\left[\lambda\cdot\left(2-\varepsilon_j^M\right)\right]\cdot\cos\left(\psi_\omega\right)+\left[-\varepsilon_j^M+\frac{\lambda^2}{2}\cdot\left(1-\varepsilon_j^M\right)\right]\cdot\cos\left(2\psi_\omega\right)-\left[\lambda\cdot\varepsilon_j^M\right]\cdot\cos\left(3\psi_\omega\right)+\ldots\right\}\ddot{\varphi}_j+$$

$$+b_{j-1,j}^r\cdot\left(\dot{\varphi}_j-\dot{\varphi}_{j-1}\right)+b_{j,j+1}^r\cdot\left(\dot{\varphi}_j-\dot{\varphi}_{j+1}\right)+b_j^a\cdot\dot{\varphi}_j+k_{j-1,j}\cdot\left(\varphi_j-\varphi_{j-1}\right)+k_{j,j+1}\cdot\left(\varphi_j-\varphi_{j+1}\right)=$$

$$=\eta\cdot r^2\cdot\left[\frac{\lambda}{4}\cdot\sin\left(\psi_\omega\right)-\frac{1}{2}\sin\left(2\psi_\omega\right)-\frac{3\lambda}{4}\cdot\sin\left(3\psi_\omega\right)-\frac{\lambda^2}{4}\cdot\sin\left(4\psi_\omega\right)-\ldots\right]\cdot\omega^2+$$

$$+\frac{A_0^j}{2}+\sum_{\nu=1}^{\infty}A_\nu^j\cdot\cos\left(\frac{\nu}{2}\cdot\psi_\omega\right)+\sum_{\nu=1}^{\infty}B_\nu^j\cdot\sin\left(\frac{\nu}{2}\cdot\psi_\omega\right)\quad,\ \text{kde}\ \psi_\omega=\omega t+\Delta\psi_j \qquad \textbf{(2-80)}$$

, a kde byl zaveden

Redukovaný moment setrvačnosti mechanismu (neproměnný - stacionární) **:**

$$J_{Ej}^{\Delta}=\vartheta_j+\frac{1}{2}\cdot\eta\cdot r^2=Jr_j+m_B\cdot r^2+\frac{1}{2}\cdot\left(m_P+m_A\right)\cdot r^2\quad,$$

Malý parametr :

$$\varepsilon_j^M=\frac{\eta\cdot r^2}{2\cdot\vartheta_j+\eta\cdot r^2}=\frac{\left(m_A+m_P\right)\cdot r^2}{2\cdot\left(Jr_j+m_B\cdot r^2\right)+\left(m_A+m_P\right)\cdot r^2}\quad,$$

a u rušivého momentu pravé strany byl ve výsledku zanedbán vliv torzních vibrací, zapsáno ω^2 místo $\left(\omega+\dot{\varphi}_j\right)^2$.

Celistvé harmonické složky sekundárních momentů vzniklých od setrvačných sil posuvných hmot klikového mechanismu jsou malé. Nejvýznamnější je 2. harmonická složka, která se bude v dalších výpočtech uvažovat. Pro nekonečnou délku ojnice, kdy $\lambda\mapsto 0$ lze **pohybovou rovnici (2-80)** zjednodušit do výsledného tvaru

$$J_{Ej}^{\Delta}\cdot\left\{1-\varepsilon_j^M\cdot\cos\left(2\psi_\omega\right)\right\}\ddot{\varphi}_j+b_{j-1,j}^r\cdot\left(\dot{\varphi}_j-\dot{\varphi}_{j-1}\right)+b_{j,j+1}^r\cdot\left(\dot{\varphi}_j-\dot{\varphi}_{j+1}\right)+b_j^a\cdot\dot{\varphi}_j+k_{j-1,j}\cdot\left(\varphi_j-\varphi_{j-1}\right)+k_{j,j+1}\cdot\left(\varphi_j-\varphi_{j+1}\right)=$$

$$=-\frac{1}{2}\eta\cdot r^2\cdot\sin\left(2\psi_\omega\right)\cdot\omega^2+\frac{A_0^j}{2}+\sum_{\nu=1}^{\infty}A_\nu^j\cdot\cos\left(\frac{\nu}{2}\cdot\psi_\omega\right)+\sum_{\nu=1}^{\infty}B_\nu^j\cdot\sin\left(\frac{\nu}{2}\cdot\psi_\omega\right)\qquad,\ \text{kde}\ \psi_\omega=\omega t+\Delta\psi_j \qquad \textbf{(2-81)}$$

2.5.3. MATEMATICKÝ POPIS SUBSYSTÉMU β

K části pohonného řetězce označené jako subsystém β a příslušející hlavní výkonové větvi vznětového motoru CURSOR 8 , je sestaven náhradní, dynamicky ekvivalentní, diskretizovaný model - ***Obr.2-14***.

Ekvivalentní setrvačné hmoty postupně nahrazují :

- viskózní torzní tlumič (plášť a seizmický kotouč);
- řemenice náhonu příslušenství na volném konci klikového hřídele;
- klikové mechanismy jednotlivých válců;

- setrvačník;
- přítlačný kotouč spojky.

Do modelu nejsou zakomponovány prvky paralelní větve náhonu vnitřního motorového příslušenství jako jsou převody rozvodovými koly, vačkový hřídel, ventilový rozvod atp.

Vzhledem k proměnnosti volných setrvačných momentů, vyvolaných setrvačnými silami posuvných hmot klikových mechanismů, je systém uvažován jako **lineární, parametrický a časově variantní**.

Nehmotné **pružné vazby** představují :

- úseky klikového hřídele, charakterizované příslušnými součiniteli tuhosti;
- pevné šroubové spojení setrvačníku a přítlačného kotouče, v případě koncového spoje.

Relativní tlumení v subsystému je považováno za proporcionální, tedy materiálové, s ekvivalentním viskózním torzním součinitelem. Absolutní tlumení, zavedené na setrvačné hmoty jednotlivých klikových mechanismů, nahrazuje ztráty třením v jednotlivých válcích a v kluzných ložiskách klikového hřídele. Do systému je také zavedeno neproporcionální relativní tlumení viskózního tlumiče torzních kmitů, které je zároveň i nejvýznamnějším tlumícím prvkem v celém pohonném řetězci.

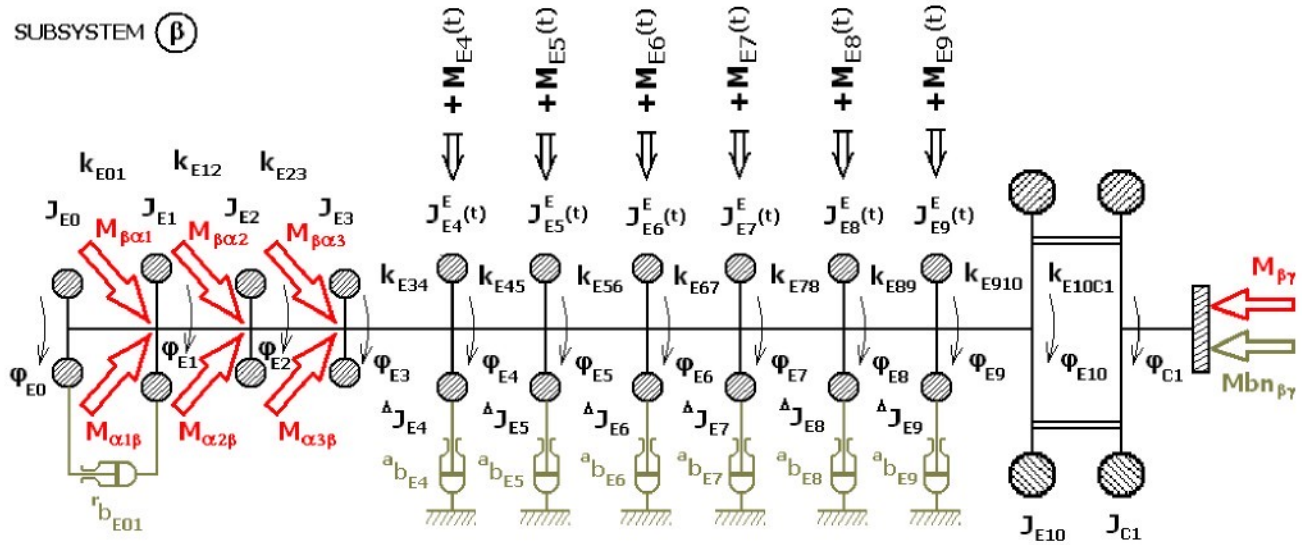
Subsystém β má **vazby** :

- paralelní na Subsystémy α**1**, α**2**, α**3**, realizované prostřednictvím řemenových serpentinových převodů (viz. kap. 2.2., 2.3., 2.4.);
- jednu sériovou na Subsystém γ, představující momentovou vazbu v třecím spoji nahrazenou pro fázi slepení („STICK") jediným součinitelem tuhosti a jediným součinitelem neproporcionálního tlumení.

$$Mbn_{\beta\gamma} + M_{\beta\gamma} = b_{C12}\cdot\left(\dot{\varphi}_{C1} - \dot{\varphi}_{C2}\right) + k_{C12}\cdot\left(\varphi_{C1} - \varphi_{C2}\right) \qquad \textbf{(2-82)}$$

Komplexní shrnutí potřebných dynamických parametrů submodelu je uvedeno v ***Příloze č.1***, ***Oddílu 4***.

Do subsystému β je vnášen užitečný hnací moment a s ním i **hlavní zdroj vnějšího buzení** celého globálního řetězce. Tyto budící momenty jsou iniciovány tangenciálními silami od tlaků plynů ve válcích, vytvořených během spalovacího procesu. Protože jsou periodické, avšak neharmonické, bylo účelné, při vyšetřování torzní dynamiky, jejich průběhy dekomponovat na složky Fourierova rozvoje a do modelu je zavést ve formě **polyharmonických budících funkcí** – viz. ***Příloha č.1***, ***Oddíl 9***.



Obr.2-14 – Schéma analytického modelu rotujících hmot motoru CURSOR 8 – Subsystém β;

Soustavu pohybových rovnic lokálního subsystému β lze odvodit pomocí Lagrangeových rovnic II. druhu. Jedná se však o sériový řetězec, u kterého je tvar pohybové rovnice přesně známý. S využitím vztahu **(2-81)** , v tomto případě pro j = 4, 5, …, 9 lze přímo zapsat soustavu pohybových rovnic v maticovém tvaru zápisu :

$$\left[{}^{\beta}\mathbf{M} + {}^{\beta}\mathbf{M}_{\varepsilon}(\omega t)\right]\cdot{}^{\beta}\ddot{\mathbf{q}} + \left({}^{\beta}\mathbf{B}_{P} + {}^{\beta}\mathbf{B}_{N}\right)\cdot{}^{\beta}\dot{\mathbf{q}} + {}^{\beta}\mathbf{K}\cdot{}^{\beta}\mathbf{q} = {}^{\beta}\mathbf{f}_{A0} + \sum_{\nu=1}^{24}{}^{\beta}\mathbf{f}_{A}^{\nu}\cdot\cos\left(\frac{\nu}{2}\cdot\omega t\right) + \sum_{\nu=1}^{24}{}^{\beta}\mathbf{f}_{B}^{\nu}\cdot\sin\left(\frac{\nu}{2}\cdot\omega t\right) + {}^{\beta}\mathbf{f}_{M}(\omega t) + {}^{\beta}\mathbf{f}_{E0} + {}^{\beta}\mathbf{f}_{C}$$

(2-83)

, kde ν je řád ½ harmonické složky a jednotlivé matice, dimenze 12, jsou formy :

Matice proměnných momentů setrvačnosti klikových mechanismů (diagonální) :

$$
{}^{\beta}\mathbf{M}\varepsilon\,(\omega t)=\begin{bmatrix}
0\,0\,0\,0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\,0\\
0\,0\,0\,0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\,0\\
0\,0\,0\,0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\,0\\
0\,0\,0\,0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\,0\\
0\,0\,0\,0 & -J^{\Delta}_{E4}\cdot\varepsilon^{M}_{4}\cdot\cos\left[2\cdot\left(\omega t+\Delta\psi_4\right)\right] & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\,0\\
0\,0\,0\,0 & 0 & -J^{\Delta}_{E5}\cdot\varepsilon^{M}_{5}\cdot\cos\left[2\cdot\left(\omega t+\Delta\psi_5\right)\right] & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\,0\\
0\,0\,0\,0 & 0 & 0 & -J^{\Delta}_{E6}\cdot\varepsilon^{M}_{6}\cdot\cos\left[2\cdot\left(\omega t+\Delta\psi_6\right)\right] & 0 & 0 & 0 & 0\,0\\
0\,0\,0\,0 & 0 & 0 & 0 & -J^{\Delta}_{E7}\cdot\varepsilon^{M}_{7}\cdot\cos\left[2\cdot\left(\omega t+\Delta\psi_7\right)\right] & 0 & 0 & 0\,0\\
0\,0\,0\,0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -J^{\Delta}_{E8}\cdot\varepsilon^{M}_{8}\cdot\cos\left[2\cdot\left(\omega t+\Delta\psi_8\right)\right] & 0 & 0\,0\\
0\,0\,0\,0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -J^{\Delta}_{E9}\cdot\varepsilon^{M}_{9}\cdot\cos\left[2\cdot\left(\omega t+\Delta\psi_9\right)\right] & 0\,0\\
0\,0\,0\,0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\,0\\
0\,0\,0\,0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\,0
\end{bmatrix};
$$

Matice momentů setrvačnosti (diagonální) :

$$
{}^{\beta}\mathbf{M}=\begin{bmatrix}
J_{E0} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
0 & J_{E1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
0 & 0 & J_{E2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
0 & 0 & 0 & J_{E3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
0 & 0 & 0 & 0 & J^{\Delta}_{E4} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & J^{\Delta}_{E5} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & J^{\Delta}_{E6} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & J^{\Delta}_{E7} & 0 & 0 & 0 & 0\\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & J^{\Delta}_{E8} & 0 & 0 & 0\\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & J^{\Delta}_{E9} & 0 & 0\\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & J_{E10} & 0\\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & J_{C1}
\end{bmatrix};
$$

Matice tuhosti (třídiagonální) :

$$
{}^{\beta}\mathbf{K}=\begin{bmatrix}
k_{E01} & -k_{E01} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
-k_{E01} & k_{E01}+k_{E12} & -k_{E12} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
0 & -k_{E12} & k_{E12}+k_{E23} & -k_{E23} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
0 & 0 & -k_{E23} & k_{E23}+k_{E34} & -k_{E23} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
0 & 0 & 0 & -k_{E34} & k_{E34}+k_{E45} & -k_{E45} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
0 & 0 & 0 & 0 & -k_{E45} & k_{E45}+k_{E56} & -k_{E56} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -k_{E56} & k_{E56}+k_{E67} & -k_{E67} & 0 & 0 & 0 & 0\\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -k_{E67} & k_{E67}+k_{E78} & -k_{E78} & 0 & 0 & 0\\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -k_{E78} & k_{E78}+k_{E89} & -k_{E89} & 0 & 0\\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -k_{E89} & k_{E89}+k_{E910} & -k_{E910} & 0\\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -k_{E910} & k_{E910}+k_{E10C1} & -k_{E10C1}\\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -k_{E10C1} & k_{E10C1}
\end{bmatrix};
$$

Matice neproporcionálního tlumení (třídiagonální) :

$$ {}^{\beta}\mathbf{B_N} = \begin{bmatrix} {}^{r}b_{E01} & -{}^{r}b_{E01} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -{}^{r}b_{E01} & {}^{r}b_{E01} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & {}^{a}b_{E4} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & {}^{a}b_{E5} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & {}^{a}b_{E6} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & {}^{a}b_{E7} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & {}^{a}b_{E8} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & {}^{a}b_{E9} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} ; $$

Matice proporcionálního tlumení (třídiagonální) :

$$ {}^{\beta}\mathbf{B_P} = c_0 \cdot {}^{\beta}\mathbf{M} + c_1 \cdot {}^{\beta}\mathbf{K} $$ (postup viz. kap. 2.10.1.).

Vektory absolutních odezev (zobrazeny v transponovaném tvaru) :

Torzní úhlová výchylka : $$ {}^{\beta}\mathbf{q} = \left[\varphi_{E0}\ \varphi_{E1}\ \varphi_{E2}\ \varphi_{E3}\ \varphi_{E4}\ \varphi_{E5}\ \varphi_{E6}\ \varphi_{E7}\ \varphi_{E8}\ \varphi_{E9}\ \varphi_{E10}\ \varphi_{C1} \right]^{T} ; $$

Torzní úhlová rychlost : $$ {}^{\beta}\dot{\mathbf{q}} = \left[\dot{\varphi}_{E0}\ \dot{\varphi}_{E1}\ \dot{\varphi}_{E2}\ \dot{\varphi}_{E3}\ \dot{\varphi}_{E4}\ \dot{\varphi}_{E5}\ \dot{\varphi}_{E6}\ \dot{\varphi}_{E7}\ \dot{\varphi}_{E8}\ \dot{\varphi}_{E9}\ \dot{\varphi}_{E10}\ \dot{\varphi}_{C1} \right]^{T} ; $$

Torzní úhlové zrychlení : $$ {}^{\beta}\ddot{\mathbf{q}} = \left[\ddot{\varphi}_{E0}\ \ddot{\varphi}_{E1}\ \ddot{\varphi}_{E2}\ \ddot{\varphi}_{E3}\ \ddot{\varphi}_{E4}\ \ddot{\varphi}_{E5}\ \ddot{\varphi}_{E6}\ \ddot{\varphi}_{E7}\ \ddot{\varphi}_{E8}\ \ddot{\varphi}_{E9}\ \ddot{\varphi}_{E10}\ \ddot{\varphi}_{C1} \right]^{T} ; $$

Vektor vnitřního momentového buzení od sekundárních setrvačných sil posuvných hmot :

$$ {}^{\beta}\mathbf{f}(\omega t)_{\mathbf{M}} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -\frac{1}{2}\cdot\eta\cdot r^2\cdot\sin\left[2\cdot(\omega t+\Delta\psi_4)\cdot\omega^2\right] \\ -\frac{1}{2}\cdot\eta\cdot r^2\cdot\sin\left[2\cdot(\omega t+\Delta\psi_5)\cdot\omega^2\right] \\ -\frac{1}{2}\cdot\eta\cdot r^2\cdot\sin\left[2\cdot(\omega t+\Delta\psi_6)\cdot\omega^2\right] \\ -\frac{1}{2}\cdot\eta\cdot r^2\cdot\sin\left[2\cdot(\omega t+\Delta\psi_7)\cdot\omega^2\right] \\ -\frac{1}{2}\cdot\eta\cdot r^2\cdot\sin\left[2\cdot(\omega t+\Delta\psi_8)\cdot\omega^2\right] \\ -\frac{1}{2}\cdot\eta\cdot r^2\cdot\sin\left[2\cdot(\omega t+\Delta\psi_9)\cdot\omega^2\right] \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} ; $$

Vektory vnějšího momentového buzení od tlaku plynů (z rozkladu na stejnosměrné složky a harmonické složky ½ řádů) :

$$ {}^{\beta}\mathbf{f}_{\mathbf{A0}} = \frac{1}{2}\cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ A_0^4 \\ A_0^5 \\ A_0^6 \\ A_0^7 \\ A_0^8 \\ A_0^9 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} ; \qquad {}^{\beta}\mathbf{f}_{\mathbf{A}}^{\nu} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ A_\nu^4 \\ A_\nu^5 \\ A_\nu^6 \\ A_\nu^7 \\ A_\nu^8 \\ A_\nu^9 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} ; \qquad {}^{\beta}\mathbf{f}_{\mathbf{B}}^{\nu} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ B_\nu^4 \\ B_\nu^5 \\ B_\nu^6 \\ B_\nu^7 \\ B_\nu^8 \\ B_\nu^9 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} ; $$

Fourierův rozklad budícího momentu u každého válce již v sobě zahrnuje fázové zpoždění, odpovídající příslušnému pořadí vznětu ve spalovacím cyklu motoru. Koeficienty A_0^j, A_ν^j, B_ν^j jsou určeny jednotlivě pro každý j-tý válec. Pro tento případ je možné náhradní polyharmonickou budící funkci vyjádřit zápisem bez uvažování vektoru fází v následujícím tvaru (srovnej s **(2-79)**):

$$ {}^{\beta}\mathbf{f}_{\mathbf{A0}} + \sum_{\nu=1}^{24} {}^{\beta}\mathbf{f}_{\mathbf{A}}^{\nu}\cdot\cos\left(\frac{\nu}{2}\cdot\omega t\right) + \sum_{\nu=1}^{24} {}^{\beta}\mathbf{f}_{\mathbf{B}}^{\nu}\cdot\sin\left(\frac{\nu}{2}\cdot\omega t\right) \ . $$

Vektor stejnosměrných složek :

Vektor vazebních a zátěžových momentů, s využitím vztahů **(2-57a)**, **(2-39a)** a **(2-18a)** a zobrazený v transponovaném tvaru

a) v blokovém zápisu

$$ {}^{\beta}\mathbf{f}_{\mathbf{E0}} = \left[\quad {}^{\beta}\mathbf{f}_{\mathbf{E0}}^{(\alpha 3)} \; {}^{\beta}\mathbf{f}_{\mathbf{E0}}^{(\alpha 2)} \; {}^{\beta}\mathbf{f}_{\mathbf{E0}}^{(\alpha 1)} \quad \right]^{T} ; $$

b) ve složkovém zápisu

$$ {}^{\beta}\mathbf{f}_{\mathbf{E0}} = \left[0 \; {}^{\beta}M0_{E1}^{(\alpha 3)} \; {}^{\beta}M0_{E2}^{(\alpha 2)} \; {}^{\beta}M0_{E3}^{(\alpha 1)} \; 0\,0\,0\,0\,0\,0\,0\,0 \right]^{T} ; $$

Vektor vazebních momentů konzervativních a tlumících sil :

a) Neredukovaný tvar

Vektor lze v neredukovaném tvaru zapsat s ohledem na vazby mezi subsystémy ***α1-β*** **(2-17 b)**, ***α2-β*** **(2-38 b)**, ***α3-β*** **(2-56 b)** a ***β-γ*** **(2-82)** a **(2-87)**.

$$ {}^{\beta}\mathbf{f}_{\mathbf{C}}^{\mathbf{un}} = \begin{bmatrix} {}^{\beta}\mathbf{f}_{\mathbf{C}}^{\mathbf{un}(\alpha 3)} \\ {}^{\beta}\mathbf{f}_{\mathbf{C}}^{\mathbf{un}(\alpha 2)} \\ {}^{\beta}\mathbf{f}_{\mathbf{C}}^{\mathbf{un}(\alpha 1)} \\ \\ {}^{\alpha\beta\gamma}\mathbf{f}_{\mathbf{C}}^{(\beta)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \left(bp_{A4E1}\cdot i_{E1A4}\cdot\left(\dot{\varphi}_{A4}-i_{E1A4}\cdot\dot{\varphi}_{E1}\right)+bp_{E1A4}\cdot\frac{1}{i_{E1A4}}\cdot\left(\dot{\varphi}_{A4}-i_{E1A4}\cdot\dot{\varphi}_{E1}\right)\right)+\left(k_{A4E1}\cdot i_{E1A4}\cdot\left(\varphi_{A4}-i_{E1A4}\cdot\varphi_{E1}\right)+k_{E1A4}\cdot\frac{1}{i_{E1A4}}\cdot\left(\varphi_{A4}-i_{E1A4}\varphi_{E1}\right)\right) \\ \left(bp_{E2A2}\cdot\frac{1}{i_{E2A2}}\cdot\left(\dot{\varphi}_{A2}-i_{E2A2}\cdot\dot{\varphi}_{E2}\right)+bp_{A3E2}\cdot i_{E2A2}\cdot i_{A23}\cdot\left(\dot{\varphi}_{A3}-i_{E2A2}\cdot i_{A23}\cdot\dot{\varphi}_{E2}\right)\right)+\left(k_{E2A2}\cdot\frac{1}{i_{E2A2}}\cdot\left(\varphi_{A2}-i_{E2A2}\varphi_{E2}\right)+k_{A3E2}\cdot i_{E2A2}\cdot i_{A23}\cdot\left(\varphi_{A3}-i_{E2A2}\cdot i_{A23}\varphi_{E2}\right)\right) \\ \left(bp_{A1E3}\cdot i_{E3A1}\cdot\left(\dot{\varphi}_{A1}-i_{E3A1}\cdot\dot{\varphi}_{E3}\right)+bp_{E3A1}\cdot\frac{1}{i_{E3A1}}\cdot\left(\dot{\varphi}_{A1}-i_{E3A1}\cdot\dot{\varphi}_{E3}\right)\right)+\left(k_{A1E3}\cdot i_{E3A1}\cdot\left(\varphi_{A1}-i_{E3A1}\cdot\varphi_{E3}\right)+k_{E3A1}\cdot\frac{1}{i_{E3A1}}\cdot\left(\varphi_{A1}-i_{E3A1}\varphi_{E3}\right)\right) \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -b_{C12}\cdot\left(\dot{\varphi}_{C1}-\dot{\varphi}_{C2}\right)-k_{C12}\cdot\left(\varphi_{C1}-\varphi_{C2}\right) \end{bmatrix} ; $$

b) Redukovaný tvar

Vektor v redukovaném tvaru lze zapsat s ohledem na vazby mezi subsystémy $\alpha 1$-β **(2-18b)**, $\alpha 2$-β **(2-39b)**, $\alpha 3$-β **(2-57b)**, β-γ **(2-82)** a **(2-87)**.

Vzhledem k výhodám výpočtu modelu redukovaného na otáčky klikového hřídele, bude v dalším popisu při sestavování soustavy pohybových rovnic globálního systému uvažován níže uvedený redukovaný tvar **(2-84)**.

$$
{}^{\beta}\mathbf{f}_c = \begin{bmatrix} {}^{\beta}\mathbf{f}_c^{(\alpha 3)} \\ {}^{\beta}\mathbf{f}_c^{(\alpha 2)} \\ {}^{\beta}\mathbf{f}_c^{(\alpha 1)} \\ \\ {}^{\alpha\beta\gamma}\mathbf{f}_c^{(\beta)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \left(bp_{A4E1}\cdot i_{E1A4}^2\cdot\left(\dot{\overline{\varphi}}_{A4}-\dot{\varphi}_{E1}\right)+bp_{E1A4}\cdot\left(\dot{\overline{\varphi}}_{A4}-\dot{\varphi}_{E1}\right)\right)+\left(k_{A4E1}\cdot i_{E1A4}^2\cdot\left(\overline{\varphi}_{A4}-\varphi_{E1}\right)+k_{E1A4}\cdot\left(\overline{\varphi}_{A4}-\varphi_{E1}\right)\right) \\ \left(bp_{E2A2}\cdot\left(\dot{\overline{\varphi}}_{A2}-\dot{\varphi}_{E2}\right)+bp_{A3E2}\cdot i_{E2A2}^2\cdot i_{A23}^2\cdot\left(\dot{\overline{\overline{\varphi}}}_{A3}-\dot{\varphi}_{E2}\right)\right)+\left(k_{E2A2}\cdot\left(\overline{\varphi}_{A2}-\varphi_{E2}\right)+k_{A3E2}\cdot i_{E2A2}^2\cdot i_{A23}^2\cdot\left(\overline{\overline{\varphi}}_{A3}-\varphi_{E2}\right)\right) \\ \left(bp_{A1E3}\cdot i_{E3A1}^2\cdot\left(\dot{\overline{\varphi}}_{A1}-\dot{\varphi}_{E3}\right)+bp_{E3A1}\cdot\left(\dot{\overline{\varphi}}_{A1}-\dot{\varphi}_{E3}\right)\right)+\left(k_{A1E3}\cdot i_{E3A1}^2\cdot\left(\overline{\varphi}_{A1}-\varphi_{E3}\right)+k_{E3A1}\cdot\left(\overline{\varphi}_{A1}-\varphi_{E3}\right)\right) \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -b_{C12}\cdot\left(\dot{\varphi}_{C1}-\dot{\varphi}_{C2}\right)-k_{C12}\cdot\left(\varphi_{C1}-\varphi_{C2}\right) \end{bmatrix} . \qquad \textbf{(2-84)}
$$

2.6. SLOUČENÝ SUBSYSTÉM $\alpha\beta$

Subsystémy $\alpha 1$, $\alpha 2$, $\alpha 3$ mají velmi malou dimenzi. Pro potřeby zjednodušení početních operací je účelné jejich sloučení se subsystémem β. Slučují se přitom pohybové a vazební rovnice ve tvarech redukovaných k otáčkám klikového hřídele. Takto nově vzniklý subsystém nechť je označen $\alpha\beta$.

Se zřetelem k rovnicím **(2-15)**, **(2-36)**, **(2-54)** a **(2-83)** lze pohybovou rovnici subsystému $\alpha\beta$ zapsat v maticovém tvaru jako

$$\left[{}^{\alpha\beta}\mathbf{M} + {}^{\alpha\beta}\mathbf{M}\varepsilon\,(\omega t)\right]\cdot {}^{\alpha\beta}\ddot{\mathbf{q}} + \left({}^{\alpha\beta}\mathbf{B}_{\mathbf{P}}^{\,i} + {}^{\alpha\beta}\mathbf{B}_{\mathbf{N}} + {}^{\alpha\beta}\mathbf{B}_{\mathbf{Eb}}\right)\cdot {}^{\alpha\beta}\dot{\mathbf{q}} + {}^{\alpha\beta}\mathbf{K}^{\,i}\cdot {}^{\alpha\beta}\mathbf{q} =$$

$$= {}^{\alpha\beta}\mathbf{f}_{\mathbf{A}\,\mathbf{0}} + \sum_{\nu=1}^{24} {}^{\alpha\beta}\mathbf{f}_{\mathbf{A}}^{\nu}\cdot\cos\left(\frac{\nu}{2}\cdot\omega t\right) + \sum_{\nu=1}^{24} {}^{\alpha\beta}\mathbf{f}_{\mathbf{B}}^{\nu}\cdot\sin\left(\frac{\nu}{2}\cdot\omega t\right) + {}^{\alpha\beta}\mathbf{f}_{\mathbf{M}}(\omega t) + {}^{\alpha\beta}\mathbf{f}_{\mathbf{E}\,\mathbf{0}} + {}^{\alpha\beta}\mathbf{f}_{\mathbf{C}}^{\,i,e} \qquad \textbf{(2-85a)}$$

, resp. ve formě **submaticového zápisu** (zobrazeny jsou pouze nenulové prvky)

$$\left(\begin{bmatrix} {}^{\alpha 1}\mathbf{M} & & & \\ & {}^{\alpha 2}\mathbf{M} & & \\ & & {}^{\alpha 3}\mathbf{M} & \\ & & & {}^{\beta}\mathbf{M} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & {}^{\beta}\mathbf{M}\varepsilon\,(\omega t) \end{bmatrix}\right)\cdot \begin{bmatrix} {}^{\alpha 1}\ddot{\mathbf{q}} \\ {}^{\alpha 2}\ddot{\mathbf{q}} \\ {}^{\alpha 3}\ddot{\mathbf{q}} \\ {}^{\beta}\ddot{\mathbf{q}} \end{bmatrix} +$$

$$\left(\begin{bmatrix} & & & \\ & {}^{\alpha 2}\mathbf{B}_{\mathbf{P}} & & \\ & & & \\ & & & {}^{\beta}\mathbf{B}_{\mathbf{P}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & {}^{\beta}\mathbf{B}_{\mathbf{N}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} {}^{\alpha 1}\mathbf{B}_{\mathbf{Eb}} & & & \\ & {}^{\alpha 2}\mathbf{B}_{\mathbf{Eb}} & & \\ & & {}^{\alpha 3}\mathbf{B}_{\mathbf{Eb}} & \\ & & & \end{bmatrix}\right)\cdot \begin{bmatrix} {}^{\alpha 1}\dot{\mathbf{q}} \\ {}^{\alpha 2}\dot{\mathbf{q}} \\ {}^{\alpha 3}\dot{\mathbf{q}} \\ {}^{\beta}\dot{\mathbf{q}} \end{bmatrix} +$$

$$+ \begin{bmatrix} & & & \\ & {}^{\alpha 2}\mathbf{K} & & \\ & & & \\ & & & {}^{\beta}\mathbf{K} \end{bmatrix}\cdot \begin{bmatrix} {}^{\alpha 1}\mathbf{q} \\ {}^{\alpha 2}\mathbf{q} \\ {}^{\alpha 3}\mathbf{q} \\ {}^{\beta}\mathbf{q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \\ \\ \\ {}^{\beta}\mathbf{f}_{\mathbf{A}\,\mathbf{0}} \end{bmatrix} + \sum_{\nu=1}^{24} \begin{bmatrix} \\ \\ \\ {}^{\beta}\mathbf{f}_{\mathbf{A}}^{\nu} \end{bmatrix}\cdot\cos\left(\frac{\nu}{2}\cdot\omega t\right) + \sum_{\nu=1}^{24} \begin{bmatrix} \\ \\ \\ {}^{\beta}\mathbf{f}_{\mathbf{B}}^{\nu} \end{bmatrix}\cdot\sin\left(\frac{\nu}{2}\cdot\omega t\right) +$$

$$+ \begin{bmatrix} \\ \\ \\ {}^{\beta}\mathbf{f}_{\mathbf{M}}(\omega t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} {}^{\alpha 1}\mathbf{f}_{\mathbf{E}\,\mathbf{0}} \\ {}^{\alpha 2}\mathbf{f}_{\mathbf{E}\,\mathbf{0}} \\ {}^{\alpha 3}\mathbf{f}_{\mathbf{E}\,\mathbf{0}} \\ {}^{\beta}\mathbf{f}_{\mathbf{E}\,\mathbf{0}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} {}^{\alpha 1}\mathbf{f}_{\mathbf{C}} \\ {}^{\alpha 2}\mathbf{f}_{\mathbf{C}} \\ {}^{\alpha 3}\mathbf{f}_{\mathbf{C}} \\ {}^{\beta}\mathbf{f}_{\mathbf{C}} \end{bmatrix} \quad . \qquad \textbf{(2-85b)}$$

Vektor vazebních momentů ${}^{\alpha\beta}\mathbf{f}_{\mathbf{C}}^{\,i,e}$ **všech interních** (vnitřních i vzájemných vazeb subsystémů $\alpha 1$, $\alpha 2$, $\alpha 3$ a β, zapsaný pomocí vztahů **(2-16)**, **(2-37)**, **(2-55)** a **(2-84)**) **a externích vazeb** (vazba na subsystém γ), lze vyjádřit rozkladem

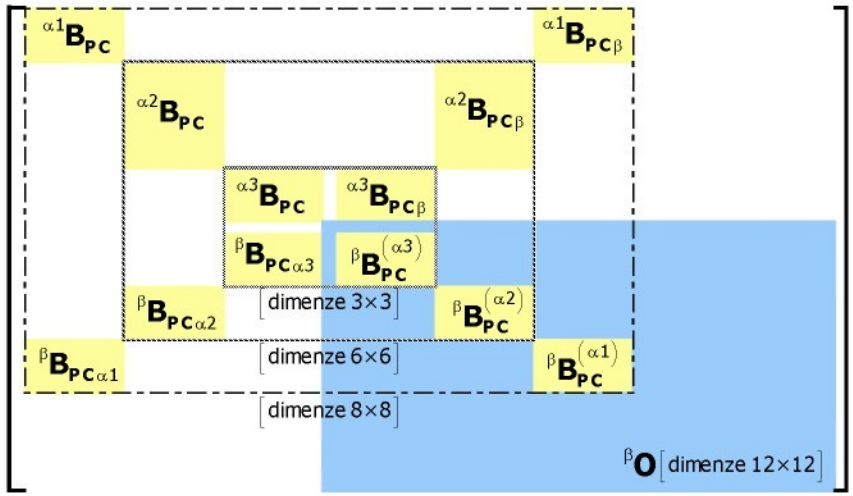
$${}^{\alpha\beta}\mathbf{f}_{\mathbf{C}}^{\,i,e} = -{}^{\alpha\beta}\mathbf{B}_{\mathbf{P}\,\mathbf{C}}^{\,i}\cdot {}^{\alpha\beta}\dot{\mathbf{q}} - {}^{\alpha\beta}\mathbf{K}_{\mathbf{C}}^{\,i}\cdot {}^{\alpha\beta}\mathbf{q} + {}^{\alpha\beta}\mathbf{f}_{\mathbf{C}} \qquad \textbf{(2-86)}$$

, kde byl nově zaveden **vektor externích vazeb** ${}^{\alpha\beta}\mathbf{f}_{\mathbf{C}}$, zahrnující pouze jedinou vzájemnou vazbu mezi $\alpha\beta$ a γ

$${}^{\alpha\beta}\mathbf{f}_{\mathbf{C}} \equiv {}^{\alpha\beta\gamma}\mathbf{f}_{\mathbf{C}}^{(\beta)} = \left[0\;0\;0\;0\;0\;0\;0\;0\;0\;0\;0\;0\;0\;0\;0\;0\;-b_{C12}\cdot\left(\dot{\varphi}_{C1}-\dot{\varphi}_{C2}\right)-k_{C12}\cdot\left(\varphi_{C1}-\varphi_{C2}\right)\right]^{T} \quad . \qquad \textbf{(2-87)}$$

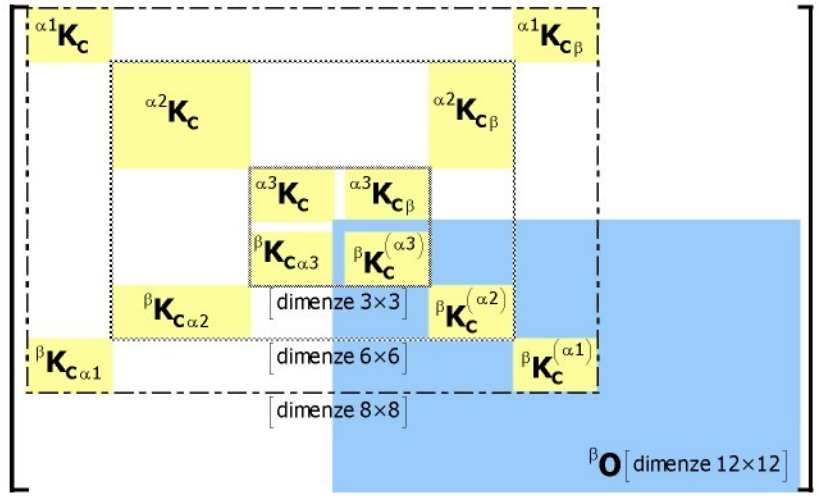
Vzhledem k **(2-10)**, **(2-29)**, **(2-49)** a **(2-83)**) se pak dají vyjádřit :

Interní vazební matice proporcionálního tlumení :



;

Interní vazební matice tuhosti:



;

Interní vazební matice tuhosti (s rozepsanými prvky) **:**

$$
{}^{\alpha\beta}\mathbf{K}^{i}_{C} = \begin{bmatrix}
k_{A1E3}\cdot i^2_{E3A1} + k_{E3A1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -k_{A1E3}\cdot i^2_{E3A1} - k_{E3A1} & 0\,0\,0\,0\,0\,0\,0\,0 \\
0 & k_{E2A2} & 0 & 0 & 0 & 0 & -k_{E2A2} & 0 & 0\,0\,0\,0\,0\,0\,0\,0 \\
0 & 0 & k_{A3E2}\cdot i^2_{E2A2}\cdot i^2_{A23} & 0 & 0 & 0 & -k_{A3E2}\cdot i^2_{E2A2}\cdot i^2_{A23} & 0 & 0\,0\,0\,0\,0\,0\,0\,0 \\
0 & 0 & 0 & k_{A4E1}\cdot i^2_{E1A4} + k_{E1A4} & 0 & -k_{A4E1}\cdot i^2_{E1A4} - k_{E1A4} & 0 & 0 & 0\,0\,0\,0\,0\,0\,0\,0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\,0\,0\,0\,0\,0\,0\,0 \\
0 & 0 & 0 & -k_{A4E1}\cdot i^2_{E1A4} - k_{E1A4} & 0 & k_{A4E1}\cdot i^2_{E1A4} + k_{E1A4} & 0 & 0 & 0\,0\,0\,0\,0\,0\,0\,0 \\
0 & -k_{E2A2} & -k_{A3E2}\cdot i^2_{E2A2}\cdot i^2_{A23} & 0 & 0 & 0 & k_{E2A2} + k_{A3E2}\cdot i^2_{E2A2}\cdot i^2_{A23} & 0 & 0\,0\,0\,0\,0\,0\,0\,0 \\
-k_{A1E3}\cdot i^2_{E3A1} - k_{E3A1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_{A1E3}\cdot i^2_{E3A1} + k_{E3A1} & 0\,0\,0\,0\,0\,0\,0\,0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\,0\,0\,0\,0\,0\,0\,0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\,0\,0\,0\,0\,0\,0\,0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\,0\,0\,0\,0\,0\,0\,0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\,0\,0\,0\,0\,0\,0\,0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\,0\,0\,0\,0\,0\,0\,0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\,0\,0\,0\,0\,0\,0\,0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\,0\,0\,0\,0\,0\,0\,0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\,0\,0\,0\,0\,0\,0\,0
\end{bmatrix}.
$$

Nyní lze výhodně sloučit obě matice tuhosti (zastupující interní a vzájemné vazební momenty konzervativních sil uvnitř a mezi subsystémy ***α1***, ***α2***, ***α3*** a β) v jedinou matici tuhosti příslušející subsystému $\alpha\beta$

$$ {}^{\alpha\beta}\mathbf{K} = {}^{\alpha\beta}\mathbf{K}^{i} + {}^{\alpha\beta}\mathbf{K}_{C}^{i} \quad , \tag{2-88} $$

a podobně i obě matice útlumu (zastupující po subsystémech proporcionální momenty tlumících sil) lze sloučit v jedinou matici proporcionálního tlumení příslušející subsystému $\alpha\beta$

$$ {}^{\alpha\beta}\mathbf{B}_{P} = {}^{\alpha\beta}\mathbf{B}_{P}^{i} + {}^{\alpha\beta}\mathbf{B}_{PC}^{i} \quad . \tag{2-89} $$

S využitím těchto poznatků lze pak rovnici **(2-85)** zapsat ve finální podobě

$$ \begin{aligned} &\left[{}^{\alpha\beta}\mathbf{M} + {}^{\alpha\beta}\mathbf{M}\varepsilon\,(\omega t) \right] \cdot {}^{\alpha\beta}\ddot{\mathbf{q}} + \left({}^{\alpha\beta}\mathbf{B}_{P} + {}^{\alpha\beta}\mathbf{B}_{N} + {}^{\alpha\beta}\mathbf{B}_{Eb} \right) \cdot {}^{\alpha\beta}\dot{\mathbf{q}} + {}^{\alpha\beta}\mathbf{K} \cdot {}^{\alpha\beta}\mathbf{q} = \\ &= {}^{\alpha\beta}\mathbf{f}_{A0} + \sum_{\nu=1}^{24} {}^{\alpha\beta}\mathbf{f}_{A}^{\nu} \cdot \cos\left(\frac{\nu}{2} \cdot \omega t \right) + \sum_{\nu=1}^{24} {}^{\alpha\beta}\mathbf{f}_{B}^{\nu} \cdot \sin\left(\frac{\nu}{2} \cdot \omega t \right) + {}^{\alpha\beta}\mathbf{f}_{M}(\omega t) + {}^{\alpha\beta}\mathbf{f}_{E0} + {}^{\alpha\beta}\mathbf{f}_{C} \end{aligned} \quad . \tag{2-90} $$

Pro získání maticového popisu vzájemných vazeb mezi subsystémy $\alpha\beta$ a γ, nechť je ještě hypoteticky uvažován 2-hmotý, zcela izolovaný subsystém $\alpha\beta$–γ, který je tvořen kotouči ${}^{(\alpha\beta)}J_{C1}$ a ${}^{(\gamma)}J_{C2}$ s jejich vzájemnou konzervativní $M_{\alpha\beta\gamma}$ a disipativní $Mbn_{\alpha\beta\gamma}$ momentovou vazbou. Ty lze vyjádřit jako :

$$ Mbn_{\alpha\beta\gamma} = b_{C12} \cdot \left(\dot{\varphi}_{C1} - \dot{\varphi}_{C2} \right) \quad , \tag{2-91a} $$

$$ M_{\alpha\beta\gamma} = k_{C12} \cdot \left(\varphi_{C1} - \varphi_{C2} \right) \tag{2-91b} $$

, což je možné považovat za obecně platný vztah pouze pro vyšetřovanou fázi slepení – „STICK" spojkové lamely.

Pohybovou rovnici vzájemného subsystému $\alpha\beta$–γ lze pak zapsat jako

$$ {}^{\alpha\beta-\gamma}\mathbf{M} \cdot {}^{\alpha\beta-\gamma}\ddot{\mathbf{q}} = {}^{\alpha\beta-\gamma}\mathbf{f}_{C} \quad , \tag{2-92} $$

a **vektor vazeb mezi subsystémy** $\alpha\beta$ **a** γ

$$ {}^{\alpha\beta-\gamma}\mathbf{f}_{C} = \begin{bmatrix} {}_{\alpha\beta\gamma}\mathbf{f}_{C}^{(\beta)} \\ {}_{\alpha\beta\gamma}\mathbf{f}_{C}^{(\gamma)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -Mbn_{\alpha\beta\gamma} - M_{\alpha\beta\gamma} \\ Mbn_{\alpha\beta\gamma} + M_{\alpha\beta\gamma} \end{bmatrix} = -\begin{bmatrix} b_{C12} & -b_{C12} \\ -b_{C12} & b_{C12} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{\varphi}_{C1} \\ \dot{\varphi}_{C2} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} k_{C12} & -k_{C12} \\ -k_{C12} & k_{C12} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \varphi_{C1} \\ \varphi_{C2} \end{bmatrix} = $$

$$ = -{}^{\alpha\beta-\gamma}\mathbf{B}_{NC} \cdot {}^{\alpha\beta-\gamma}\dot{\mathbf{q}} - {}^{\alpha\beta-\gamma}\mathbf{K}_{C} \cdot {}^{\alpha\beta-\gamma}\mathbf{q} \tag{2-93} $$

, kde

Matice tuhosti

$$ {}^{\alpha\beta-\gamma}\mathbf{K}_{C} = \begin{bmatrix} k_{C12} & -k_{C12} \\ -k_{C12} & k_{C12} \end{bmatrix} ; $$

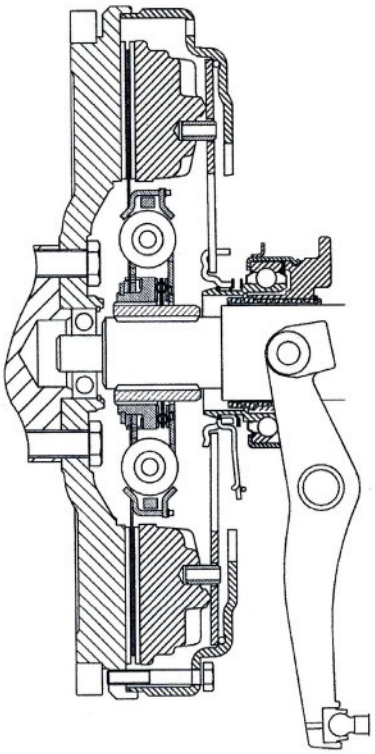
Matice neproporcionálního tlumení

$$ {}^{\alpha\beta-\gamma}\mathbf{B}_{NC} = \begin{bmatrix} b_{C12} & -b_{C12} \\ -b_{C12} & b_{C12} \end{bmatrix} . $$

2.7. SUBSYSTÉM γ – SPOJKA, °P PŘEVODOVKA A EMG RETARDÉR

2.7.1. OBECNĚ

U autobusu Arway je používána **spojka** 430 DTE 31500, francouzského výrobce VALEO, která zajišťuje přenos hnacího momentu ze setrvačníku vznětového motoru CURSOR 8 na stupňovou mechanickou převodovku ZF 6S 1600. Jedná se o jednokotoučovou, suchou třecí spojku se jmenovitým axiálním zatížením přítlačného kotouče 31500 N. Ovládací mechanismus je tažného typu s membránovou pružinou, doplněný hydraulickým posílením. Pracovní válec ovladače je navíc vybaven samostavem, sloužícím k automatickému přenastavení zdvihu přítlačného kotouče v okamžiku, kdy dojde k opotřebení spojkové lamely. Konkrétní uspořádání rotujících hmot sestavy spojky je patrné z ***Obr. 2-15*** a fotografické série uvedené na ***Obr. 2-16*** až ***Obr. 2-21***.



Obr. 2-15 Řez třecí spojkou VALEO 430 ;

V závislosti na průběhu zdvihu ovladače (resp. v závislosti na průběhu uvolňování spojkového pedálu) je spojková lamela přitlačována přítlačným kotoučem k dosedací ploše motorového setrvačníku. Na obou styčných plochách (setrvačník – lamela a lamela – přítlačný kotouč) narůstá s počátkem dotyku třecí síla. Tato fáze je nazývána **prokluzem spojky** („SLIPPING"). V určitém okamžiku jsou však třecí odpory překonány a moment přenášený na vstupní hřídel převodovky je roven výstupnímu hnacímu momentu motoru. Tuto fázi je možné označit jako tzv. **slepení spojky** („STICK"). U vyšetřovaného analytického modelu bude předpokládán ustálený dynamický režim, kdy spojka se nachází ve fázi plného sepnutí („STICK").

Pomyslná hranice mezi subsystémy $\alpha\beta$ a γ je vedena v třecím spoji mezi přítlačným kotoučem spojky a vnější plochou motorového setrvačníku.

Pro uvažovanou fázi slepení spojky („STICK") lze tuto vazbu zjednodušeně nahradit jediným lineárním součinitelem torzní tuhosti reprezentujícím materiálovou poddajnost spojkové lamely a jediným, lineárním součinitelem neproporcionálního tlumení, představujícím ztráty v tomto spoji.

Ze spojkové lamely je hnací moment dále přenášen přes vinuté pružiny, obvodově umístěné pod vnitřním okrajem třecího mezikruží lamely, na vstupní hřídel převodovky. Malé torzní výchylky jsou však zachycovány rozměrově menšími, soustřednými pružinami s nižší axiální tuhostí. Celková momentová charakteristika uvedeného pružného spojení je ve výsledku silně nelineární. Za předpokladu výskytu pouze malých torzních kmitů v ustáleném stavu slepení spojky, lze však zjednodušeně uvažovat, že tuhost tohoto pružného spojení bude v okolí rovnovážných poloh (tzn. nulových úhlových výchylek) lineární. Hodnota této tuhosti je pak dána směrnicí slabě progresivní části u zmíněné nelineární charakteristiky.

Ústřední částí subsystému γ je **mechanická převodovka** v označení 6S1600, výrobce ZF Friedrichshafen. Jedná se o tříhřídelovou převodovku s 6 dopřednými rychlostními stupni a jednou zpátečkou. Řazení všech rychlostních stupňů je plně synchronizované pomocí synchronizátoru s vloženým kroužkem.

Pohled do podélného řezu °P, její ekvivalentní kinematické schéma a schéma toku a transformace energie při zařazeném stupni jsou uvedeny na ***Obr. 2-22***.

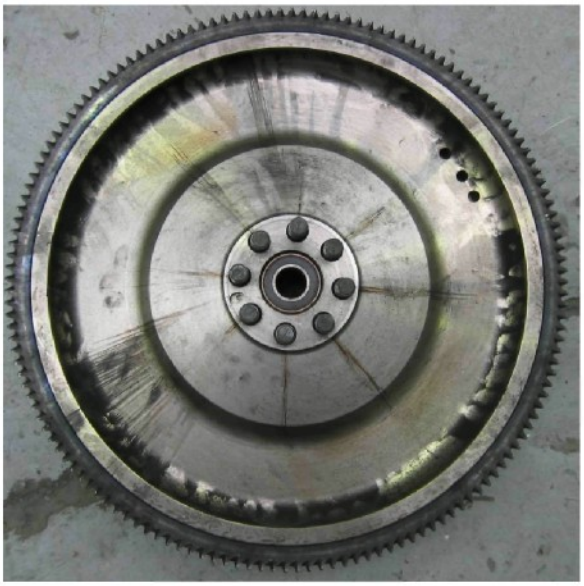
Jednotlivá soukolí mají čelní ozubená kola se šikmým, šroubovitým ozubením, s výjimkou zpátečky, kde jsou čelní ozubená kola se zuby přímými.

Převodový poměr soukolí nechť je definován jako poměr úhlové rychlosti (resp. otáček) výstupního ozubeného kola k úhlové rychlosti (resp. otáčkám) vstupního ozubeného kola. U °P 6S1600 jsou pak převodové poměry jednotlivých soukolí postupně :

STUPEŇ	I°		II°		III°		IV°		V°		VI° (DIRECT)	
SOUKOLÍ 1	$i^{I°}_1$	-0,54	$i^{II°}_1$	-0,54	$i^{III°}_1$	-0,54	$i^{IV°}_1$	-0,54	$i^{V°}_1$	-0,54	$i^{VI°}_1$	1
SOUKOLÍ 2	$i^{I°}_2$	-0,24	$i^{II°}_2$	-0,4186	$i^{III°}_2$	-0,697	$i^{IV°}_2$	-1,036	$i^{V°}_2$	-1,444	$i^{VI°}_2$	1

Obr. 2-16 Spojková komora - strana od motoru

Obr. 2-17 Spojková komora – strana převodovky



Obr. 2-18 Setrvačník - strana od motoru

Obr. 2-19 Talířová pružina - strana od převodovky

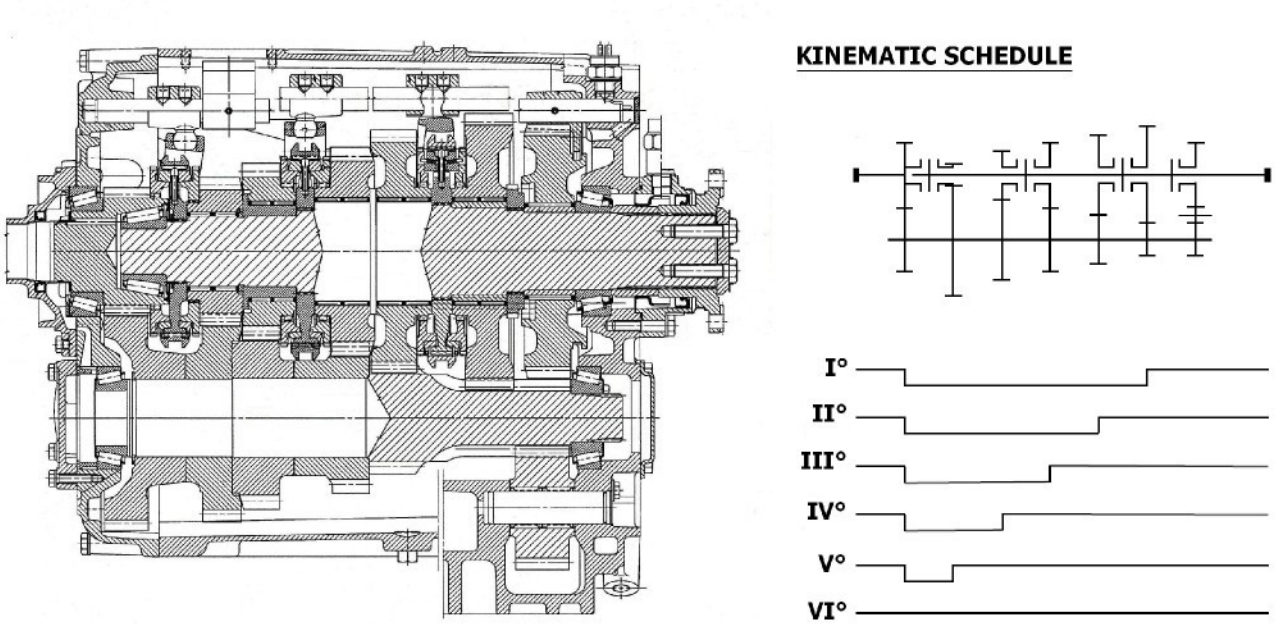
Obr. 2-20 Dosedací plocha setrvačníku

Obr. 2-21 Spojková lamela

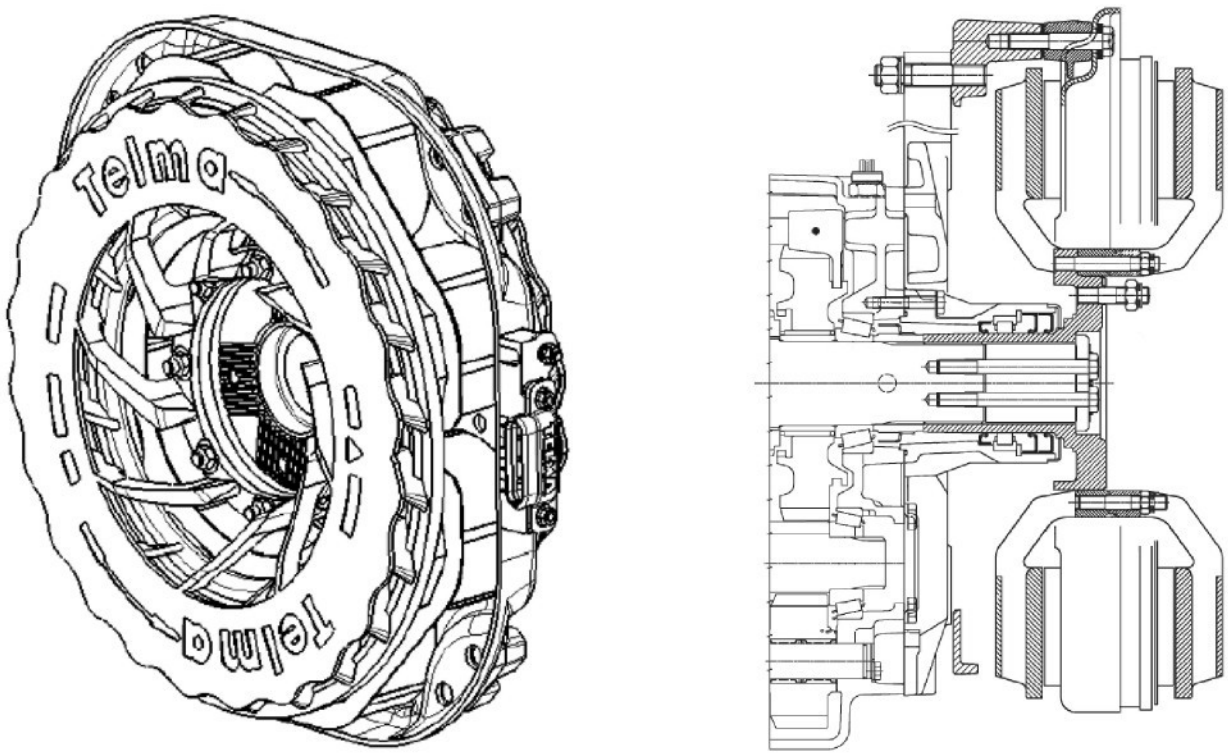
Dále nechť se předpokládá, že všechna ozubení °P mají **ideální záběry** (tzn. záběry jsou na poloměrech valivých kružnic), bez vzniku kinematických úchylek v převodu a bez vůlí. Jestliže jsou přijaty takové předpoklady, je možné prostřednictvím převodových poměrů jednoduše vypočítat dynamické parametry modelu redukovaného k ose a otáčkám klikového hřídele.

Přehledné seřazení dynamických parametrů °P, pro konkrétně zařazený rychlostní stupeň, lze nalézt v ***Příloze č.1***, ***Oddíl 5***.

V modelu °P nejsou vyšetřovány kmity paralelních větví, které vznikají od zařazení určitých párů ozubených kol při volbě převodového stupně °P. Rovněž nejsou vyšetřovány torzní kmity ve větvi zpětného chodu.



Obr. 2-22 Pohled na rotující hmoty °P, její kinematické schéma a schéma toku energie



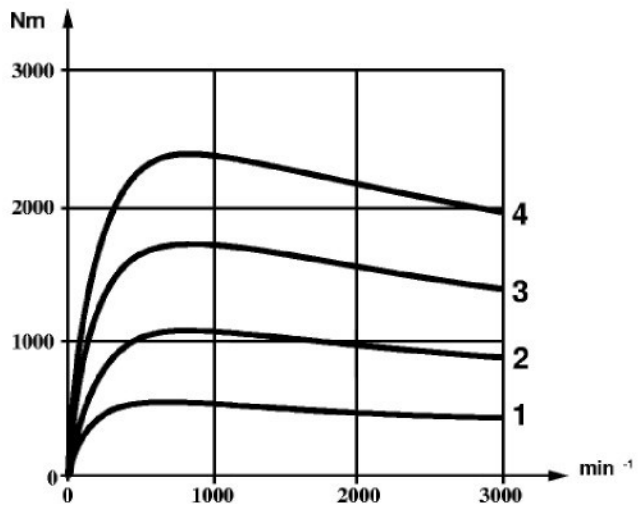
Obr. 2-23 Pohledový nákres a řez elektromagnetickým retardérem TELMA F2400

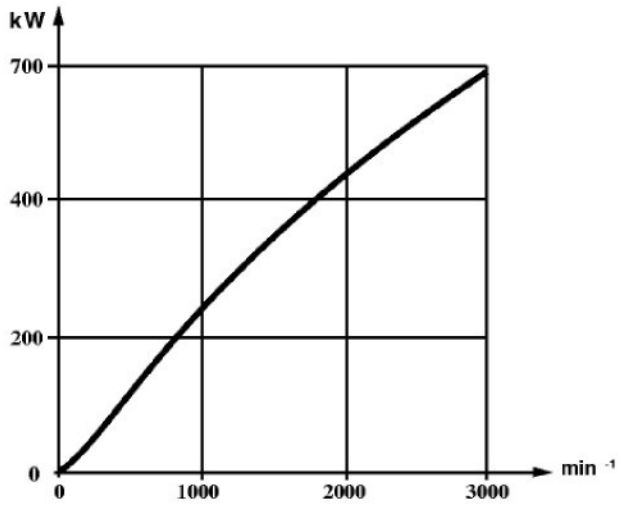
Na autobusech Arway je k výstupu z převodového ústrojí mechanické °P připojen **elektromagnetický** (EMG) **retardér** v označení F2400 Light, výrobce TELMA – VALEO (viz. ***Obr. 2-23***). Tento retardér zajišťuje dlouhodobé odlehčovací brzdění vozidla tak, aby v případě nutnosti zastavení byl plně k dispozici plný účinek studených provozních brzd.

Sestava retardéru je tvořena dvojicí rotorů, vyrobených z měkké ocelolitiny, které jsou pomocí šroubů pevně spojeny jak s přírubou na výstupním hřídeli °P, tak se vstupní přírubou Cardanového hřídele. Mezi kotouči je umístěn stator, který s pomocí kotvící příruby je připevněn ke skříni mechanické převodovky (viz. řez montáží na ***Obr. 2-23*** a ***Obr. 2-24***). Stator nese 8 EMG cívek, které jsou uspořádány tak, aby se u nich střídala polarita. Při aktivaci retardéru, v závislosti na zvoleném aktivačním stupni StR, protéká určitými dvojicemi cívek proud. Jestliže je aktivován 4. stpeň StR, pak jsou v činnosti všechny čtyři páry cívek. Vznikající magnetické pole proniká oběma rotory a vytváří vířivé proudy které je brzdí. Vyvinuté teplo je lopatkami odváděno do okolního prostředí.

Obr. 2-24 Kotevní příruba statoru retardéru F2400

Obr. 2-25 Uchycení rotorů retardéru Telma F2400 na výstupní přírubu °P ZF 6S 1600



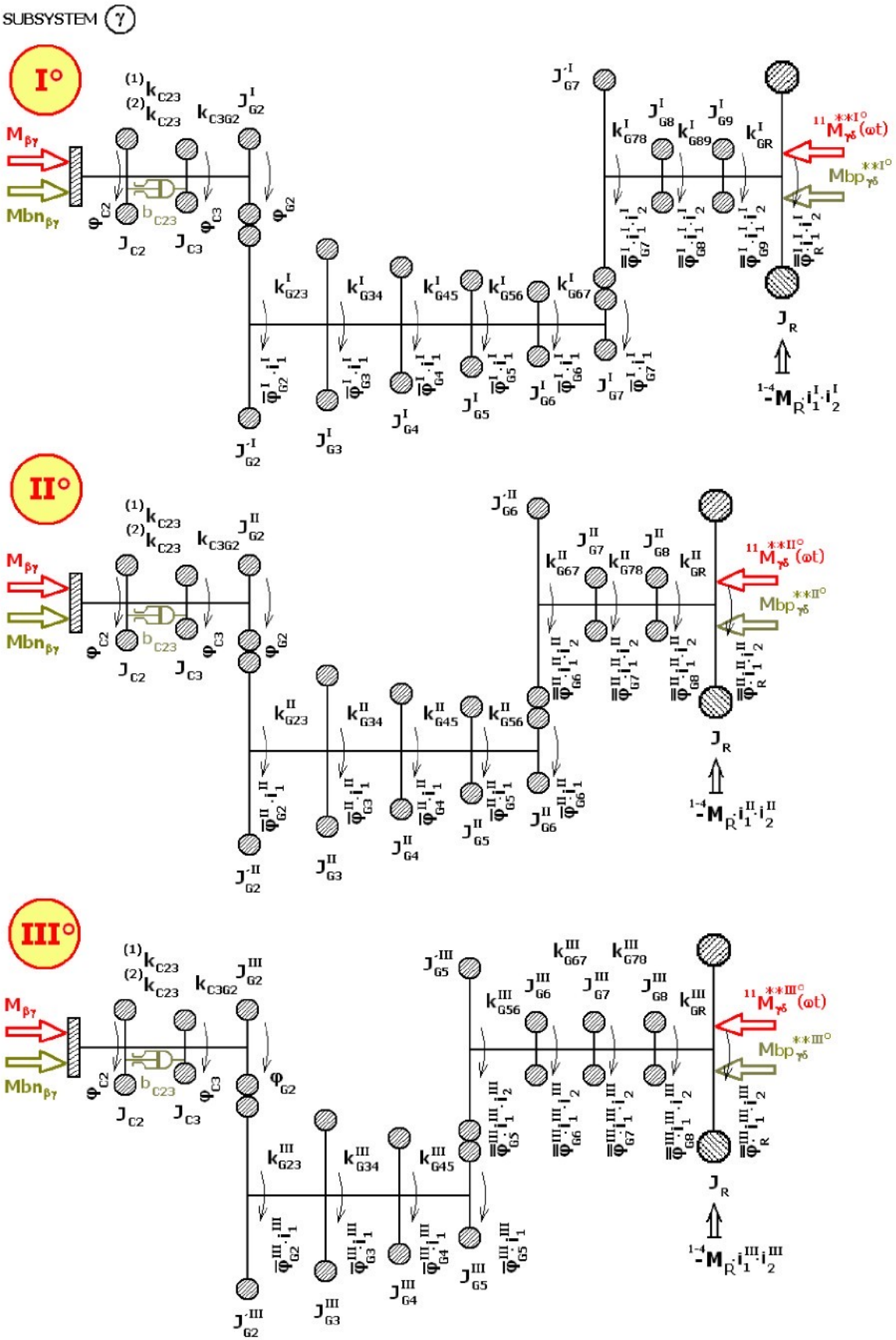


Obr. 2-26 a Charakteristiky brzdného momentu retardéru F2400, dle zvoleného aktivačního stupně (StR)
b Brzdný výkon retardéru F2400

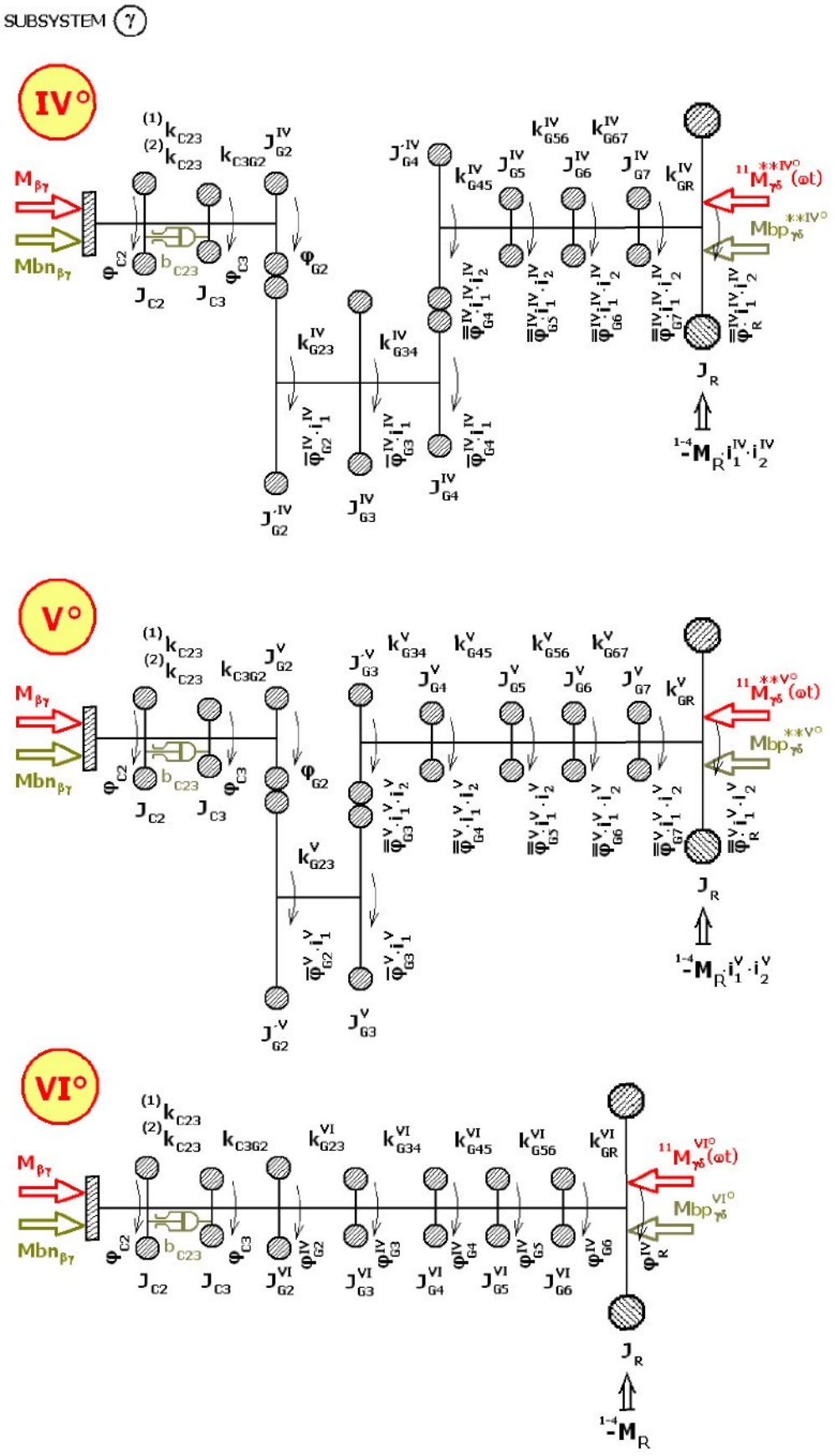
Brzdný účinek retardéru se ovládá pomocí páky umístěné pod volantem. Velikost brzdného momentu se zvyšuje ve 4 aktivačních stupních StR, podle zvolené pozice páky : 0 (OFF) ~ 0% ; 1 ~ 25%; 2 ~ 50%; 3~ 75%; 4 ~ 100%.

Jmenovitá hodnota momentu je 2400 Nm.

Průběh velikosti brzdného momentu, pro jednotlivé StR, v závislosti na otáčkách rotorů je uveden na ***Obr. 2-26 a*** (při zobrazení v I. kvadrantu).



Obr. 2-27 a Náhradní dynamické modely v γ, rychlostních stupňů I° - III°. Naznačena redukce na otáčky vstupního hřídele : $\varphi_\gamma^{X°} = \overline{\varphi}_\gamma^{X°} \cdot i_1^{X°}$; $\varphi_\gamma^{X°} = \overline{\overline{\varphi}}_\gamma^{X°} \cdot i_1^{X°} \cdot i_2^{X°}$; kde $\varphi_\gamma = \varphi_{G2}, \varphi_{G3}, \ldots, \varphi_{G9}, \varphi_R$, dle zvoleného stupně X°.



Obr. 2-27 b Náhradní dynamické modely v γ, rychlostních stupňů IV° - VI°. Naznačena redukce na otáčky vstupního hřídele : $\varphi_{\gamma}^{X°} = \overline{\varphi}_{\gamma}^{X°} \cdot i_1^{X°}$; $\varphi_{\gamma}^{X°} = \overline{\overline{\varphi}}_{\gamma}^{X°} \cdot i_1^{X°} \cdot i_2^{X°}$; kde $\varphi_{\gamma} = \varphi_{G2}, \varphi_{G3}, \ldots, \varphi_{G9}, \varphi_R$, dle zvoleného stupně X°.

2.7.2. MATEMATICKÝ POPIS SUBSYSTÉMU γ

Náhradní dynamický model části pohonné soustavy, označené jako subsystém γ, je uveden na ***Obr. 2-27a*** a ***Obr. 2-27b***. Matematický popis modelu se, vzhledem ke zvolenému rychlostnímu stupni X°, rozpadá na skupinu dílčích modelů s odlišnou dimenzí a strukturou maticových prvků.

Dílčí modely se opět účelově převádějí na **modely redukované k ose a otáčkám klikového hřídele**. Tímto způsobem tak vzniknou čistě sériové řetězce s novými (redukovanými) parametry – viz. ***Příloha č.1***, ***Odd.5***.

Soustava pohybových rovnic subsystému γ byla s výhodou odvozena pomocí **Lagrangeových rovnic II. druhu** a pro zvolený převodový stupeň X° ji je možné zapsat v maticové formě (prozatím bez uvažování vlivu proporcionálního tlumení vazeb) jako

$$ {}^{\gamma}\mathbf{M}_{\mathbf{X}^\circ}\cdot{}^{\gamma}\ddot{\mathbf{q}}_{\mathbf{X}^\circ}+{}^{\gamma}\mathbf{B}_{\mathbf{NX}^\circ}\cdot{}^{\gamma}\dot{\mathbf{q}}_{\mathbf{X}^\circ}+{}^{\gamma}\mathbf{K}_{\mathbf{X}^\circ}\cdot{}^{\gamma}\mathbf{q}_{\mathbf{X}^\circ}={}^{\gamma}\mathbf{f}_{\mathbf{E0X}^\circ}-{}^{\gamma}\mathbf{B}_{\mathbf{EbX}^\circ}\cdot{}^{\gamma}\dot{\mathbf{q}}_{\mathbf{X}^\circ}+{}^{\gamma}\mathbf{f}_{\mathbf{CX}^\circ}(\omega t) \qquad \textbf{(2-94)} $$

, kde jednotlivé matice a vektory jsou

Matice setrvačnosti (diagonální) :

I° (11×11) : $ {}^{\gamma}\mathbf{M}_{\mathbf{I}^\circ}=\mathrm{diag}\left[J_{C2}\ J_{C3}\ \left(J_{G2}^{I^\circ}+J_{G2}^{`*I^\circ}\right)\ J_{G3}^{*I^\circ}\ J_{G4}^{*I^\circ}\ J_{G5}^{*I^\circ}\ J_{G6}^{*I^\circ}\ \left(J_{G7}^{*I^\circ}+J_{G7}^{`**I^\circ}\right)\ J_{G8}^{**I^\circ}\ J_{G9}^{**I^\circ}\ J_{R}^{**I^\circ}\right]; $

II° (10×10) : $ {}^{\gamma}\mathbf{M}_{\mathbf{II}^\circ}=\mathrm{diag}\left[J_{C2}\ J_{C3}\ \left(J_{G2}^{II^\circ}+J_{G2}^{`*II^\circ}\right)\ J_{G3}^{*II^\circ}\ J_{G4}^{*II^\circ}\ J_{G5}^{*II^\circ}\ \left(J_{G6}^{*II^\circ}+J_{G6}^{`**II^\circ}\right)\ J_{G7}^{**II^\circ}\ J_{G8}^{**II^\circ}\ J_{R}^{**II^\circ}\right]; $

III°(10×10): $ {}^{\gamma}\mathbf{M}_{\mathbf{III}^\circ}=\mathrm{diag}\left[J_{C2}\ J_{C3}\ \left(J_{G2}^{III^\circ}+J_{G2}^{`*III^\circ}\right)\ J_{G3}^{*III^\circ}\ J_{G4}^{*III^\circ}\ \left(J_{G5}^{*III^\circ}+J_{G5}^{`**III^\circ}\right)\ J_{G6}^{**III^\circ}\ J_{G7}^{**III^\circ}\ J_{G8}^{**III^\circ}\ J_{R}^{**III^\circ}\right] $

IV° (9×9) : $ {}^{\gamma}\mathbf{M}_{\mathbf{IV}^\circ}=\mathrm{diag}\left[J_{C2}\ J_{C3}\ \left(J_{G2}^{IV^\circ}+J_{G2}^{`*IV^\circ}\right)\ J_{G3}^{*IV^\circ}\ \left(J_{G4}^{*IV^\circ}+J_{G4}^{`**IV^\circ}\right)\ J_{G5}^{**IV^\circ}\ J_{G6}^{**IV^\circ}\ J_{G7}^{**IV^\circ}\ J_{R}^{**IV^\circ}\right]; $

V° (9×9) : $ {}^{\gamma}\mathbf{M}_{\mathbf{V}^\circ}=\mathrm{diag}\left[J_{C2}\ J_{C3}\ \left(J_{G2}^{V^\circ}+J_{G2}^{`*V^\circ}\right)\ \left(J_{G3}^{*V^\circ}+J_{G3}^{`**V^\circ}\right)\ J_{G4}^{**V^\circ}\ J_{G5}^{**V^\circ}\ J_{G6}^{**V^\circ}\ J_{G7}^{**V^\circ}\ J_{R}^{**V^\circ}\right]; $

VI° (8×8) : $ {}^{\gamma}\mathbf{M}_{\mathbf{VI}^\circ}=\mathrm{diag}\left[J_{C2}\ J_{C3}\ J_{G2}^{VI^\circ}\ J_{G3}^{VI^\circ}\ J_{G4}^{VI^\circ}\ J_{G5}^{VI^\circ}\ J_{G6}^{VI^\circ}\ J_{R}^{VI^\circ}\right] . $

Redukované momenty setrvačnosti jsou přitom označeny jako

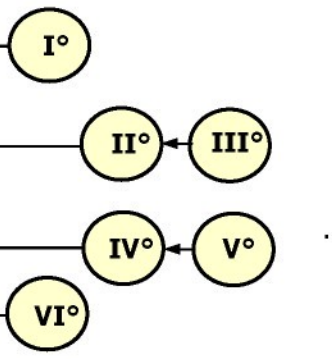
$J_{Gg}^{*X^\circ}=J_{Gg}^{X^\circ}\cdot\left(i_1^{X^\circ}\right)^2$; resp. $J_{Gg}^{`*X^\circ}=J_{Gg}^{`X^\circ}\cdot\left(i_1^{X^\circ}\right)^2$; $J_{Gg}^{**X^\circ}=J_{Gg}^{X^\circ}\cdot\left(i_1^{X^\circ}\right)^2\cdot\left(i_2^{X^\circ}\right)^2$; resp. $J_{Gg}^{`**X^\circ}=J_{Gg}^{`X^\circ}\cdot\left(i_1^{X^\circ}\right)^2\cdot\left(i_2^{X^\circ}\right)^2$

(viz. ***Obr. 2-24a,b***), kde g = 2,3,…,9 atd. (dle převodu X°), a dále $J_R^{**X^\circ}=J_R^{X^\circ}\cdot\left(i_1^{X^\circ}\right)^2\cdot\left(i_2^{X^\circ}\right)^2$.

Matice neproporcionálního tlumení :

V submodelu γ je uvažována pouze jediná, **silně nekonzervativní vazba**, reprezentující moment tlumících sil pružinového spojení mezi spojkovou lamelou a vstupní hřídelí převodovky. Nenulové prvky zaujímají v neproporcionální matici tlumení vždy stálou pozici. Dimenze matice je proměnná v závislosti na zvoleném převodovém stupni X°.

$$ {}^{\gamma}\mathbf{B}_{\mathbf{NX}^\circ}= \begin{bmatrix} b_{C23} & -b_{C23} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -b_{C23} & b_{C23} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} $$



.

Matice tuhosti (třídiagonální) :

$$\mathbf{I°:}\quad {}^{\gamma}\mathbf{K}_{\mathbf{I}^\circ}=\operatorname{diag}\begin{bmatrix} \times & -k_{C23} & -k_{C3G2} & -k_{G23}^{*\,I^\circ} & -k_{G34}^{*\,I^\circ} & -k_{G45}^{*\,I^\circ} & -k_{G56}^{*\,I^\circ} & -k_{G67}^{*\,I^\circ} & -k_{G78}^{**\,I^\circ} & -k_{G89}^{**\,I^\circ} & -k_{GR}^{**\,I^\circ} \\ k_{C23} & \left(k_{C23}+k_{C3G2}\right) & \left(k_{C3G2}+k_{G23}^{*\,I^\circ}\right) & \left(k_{G23}^{*\,I^\circ}+k_{G34}^{*\,I^\circ}\right) & \left(k_{G34}^{*\,I^\circ}+k_{G45}^{*\,I^\circ}\right) & \left(k_{G45}^{*\,I^\circ}+k_{G56}^{*\,I^\circ}\right) & \left(k_{G56}^{*\,I^\circ}+k_{G67}^{*\,I^\circ}\right) & \left(k_{G67}^{*\,I^\circ}+k_{G78}^{**\,I^\circ}\right) & \left(k_{G78}^{**\,I^\circ}+k_{G89}^{**\,I^\circ}\right) & \left(k_{G89}^{**\,I^\circ}+k_{GR}^{**\,I^\circ}\right) & k_{GR}^{**\,I^\circ} \\ -k_{C23} & -k_{C3G2} & -k_{G23}^{*\,I^\circ} & -k_{G34}^{*\,I^\circ} & -k_{G45}^{*\,I^\circ} & -k_{G56}^{*\,I^\circ} & -k_{G67}^{*\,I^\circ} & -k_{G78}^{**\,I^\circ} & -k_{G89}^{**\,I^\circ} & -k_{GR}^{**\,I^\circ} & \times \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{II°:}\quad {}^{\gamma}\mathbf{K}_{\mathbf{II}^\circ}=\operatorname{diag}\begin{bmatrix} \times & -k_{C23} & -k_{C3G2} & -k_{G23}^{*\,II^\circ} & -k_{G34}^{*\,II^\circ} & -k_{G45}^{*\,II^\circ} & -k_{G56}^{*\,II^\circ} & -k_{G67}^{**\,II^\circ} & -k_{G78}^{**\,II^\circ} & -k_{GR}^{**\,II^\circ} \\ k_{C23} & \left(k_{C23}+k_{C3G2}\right) & \left(k_{C3G2}+k_{G23}^{*\,II^\circ}\right) & \left(k_{G23}^{*\,II^\circ}+k_{G34}^{*\,II^\circ}\right) & \left(k_{G34}^{*\,II^\circ}+k_{G45}^{*\,II^\circ}\right) & \left(k_{G45}^{*\,II^\circ}+k_{G56}^{*\,II^\circ}\right) & \left(k_{G56}^{*\,II^\circ}+k_{G67}^{**\,II^\circ}\right) & \left(k_{G67}^{**\,II^\circ}+k_{G78}^{**\,II^\circ}\right) & \left(k_{G78}^{**\,II^\circ}+k_{GR}^{**\,II^\circ}\right) & k_{GR}^{**\,II^\circ} \\ -k_{C23} & -k_{C3G2} & -k_{G23}^{*\,II^\circ} & -k_{G34}^{*\,II^\circ} & -k_{G45}^{*\,II^\circ} & -k_{G56}^{*\,II^\circ} & -k_{G67}^{**\,II^\circ} & -k_{G78}^{**\,II^\circ} & -k_{GR}^{**\,II^\circ} & \times \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{III°:}\ {}^{\gamma}\mathbf{K}_{\mathbf{III}^\circ}=\operatorname{diag}\begin{bmatrix} \times & -k_{C23} & -k_{C3G2} & -k_{G23}^{*\,III^\circ} & -k_{G34}^{*\,III^\circ} & -k_{G45}^{*\,III^\circ} & -k_{G56}^{**\,III^\circ} & -k_{G67}^{**\,III^\circ} & -k_{G78}^{**\,III^\circ} & -k_{GR}^{**\,III^\circ} \\ k_{C23} & \left(k_{C23}+k_{C3G2}\right) & \left(k_{C3G2}+k_{G23}^{*\,III^\circ}\right) & \left(k_{G23}^{*\,III^\circ}+k_{G34}^{*\,III^\circ}\right) & \left(k_{G34}^{*\,III^\circ}+k_{G45}^{*\,III^\circ}\right) & \left(k_{G45}^{*\,III^\circ}+k_{G56}^{**\,III^\circ}\right) & \left(k_{G56}^{**\,III^\circ}+k_{G67}^{**\,III^\circ}\right) & \left(k_{G67}^{**\,III^\circ}+k_{G78}^{**\,III^\circ}\right) & \left(k_{G78}^{**\,III^\circ}+k_{GR}^{**\,III^\circ}\right) & k_{GR}^{**\,III^\circ} \\ -k_{C23} & -k_{C3G2} & -k_{G23}^{*\,III^\circ} & -k_{G34}^{*\,III^\circ} & -k_{G45}^{*\,III^\circ} & -k_{G56}^{**\,III^\circ} & -k_{G67}^{**\,III^\circ} & -k_{G78}^{**\,III^\circ} & -k_{GR}^{**\,III^\circ} & \times \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{IV°:}\ {}^{\gamma}\mathbf{K}_{\mathbf{IV}^\circ}=\operatorname{diag}\begin{bmatrix} \times & -k_{C23} & -k_{C3G2} & -k_{G23}^{*\,IV^\circ} & -k_{G34}^{*\,IV^\circ} & -k_{G45}^{**\,IV^\circ} & -k_{G56}^{**\,IV^\circ} & -k_{G67}^{**\,IV^\circ} & -k_{GR}^{**\,IV^\circ} \\ k_{C23} & \left(k_{C23}+k_{C3G2}\right) & \left(k_{C3G2}+k_{G23}^{*\,IV^\circ}\right) & \left(k_{G23}^{*\,IV^\circ}+k_{G34}^{*\,IV^\circ}\right) & \left(k_{G34}^{*\,IV^\circ}+k_{G45}^{**\,IV^\circ}\right) & \left(k_{G45}^{**\,IV^\circ}+k_{G56}^{**\,IV^\circ}\right) & \left(k_{G56}^{**\,IV^\circ}+k_{G67}^{**\,IV^\circ}\right) & \left(k_{G67}^{**\,IV^\circ}+k_{GR}^{**\,IV^\circ}\right) & k_{GR}^{**\,IV^\circ} \\ -k_{C23} & -k_{C3G2} & -k_{G23}^{*\,IV^\circ} & -k_{G34}^{*\,IV^\circ} & -k_{G45}^{**\,IV^\circ} & -k_{G56}^{**\,IV^\circ} & -k_{G67}^{**\,IV^\circ} & -k_{GR}^{**\,IV^\circ} & \times \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{V°:}\quad {}^{\gamma}\mathbf{K}_{\mathbf{V}^\circ}=\operatorname{diag}\begin{bmatrix} \times & -k_{C23} & -k_{C3G2} & -k_{G23}^{*\,V^\circ} & -k_{G34}^{**\,V^\circ} & -k_{G45}^{**\,V^\circ} & -k_{G56}^{**\,V^\circ} & -k_{G67}^{**\,V^\circ} & -k_{GR}^{**\,V^\circ} \\ k_{C23} & \left(k_{C23}+k_{C3G2}\right) & \left(k_{C3G2}+k_{G23}^{*\,V^\circ}\right) & \left(k_{G23}^{*\,V^\circ}+k_{G34}^{**\,V^\circ}\right) & \left(k_{G34}^{**\,V^\circ}+k_{G45}^{**\,V^\circ}\right) & \left(k_{G45}^{**\,V^\circ}+k_{G56}^{**\,V^\circ}\right) & \left(k_{G56}^{**\,V^\circ}+k_{G67}^{**\,V^\circ}\right) & \left(k_{G67}^{**\,V^\circ}+k_{GR}^{**\,V^\circ}\right) & k_{GR}^{**\,V^\circ} \\ -k_{C23} & -k_{C3G2} & -k_{G23}^{*\,V^\circ} & -k_{G34}^{**\,V^\circ} & -k_{G45}^{**\,V^\circ} & -k_{G56}^{**\,V^\circ} & -k_{G67}^{**\,V^\circ} & -k_{GR}^{**\,V^\circ} & \times \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{VI°:}\quad {}^{\gamma}\mathbf{K}_{\mathbf{VI}^\circ}=\operatorname{diag}\begin{bmatrix} \times & -k_{C23} & -k_{C3G2} & -k_{G23}^{VI^\circ} & -k_{G34}^{VI^\circ} & -k_{G45}^{VI^\circ} & -k_{G56}^{VI^\circ} & -k_{GR}^{VI^\circ} \\ k_{C23} & \left(k_{C23}+k_{C3G2}\right) & \left(k_{C3G2}+k_{G23}^{VI^\circ}\right) & \left(k_{G23}^{VI^\circ}+k_{G34}^{VI^\circ}\right) & \left(k_{G34}^{VI^\circ}+k_{G45}^{VI^\circ}\right) & \left(k_{G45}^{VI^\circ}+k_{G56}^{VI^\circ}\right) & \left(k_{G56}^{VI^\circ}+k_{GR}^{VI^\circ}\right) & k_{GR}^{VI^\circ} \\ -k_{C23} & -k_{C3G2} & -k_{G23}^{VI^\circ} & -k_{G34}^{VI^\circ} & -k_{G45}^{VI^\circ} & -k_{G56}^{VI^\circ} & -k_{GR}^{VI^\circ} & \times \end{bmatrix}.$$

Matice tuhosti jsou symetrické, třídiagonální. Uveden je zjednodušený zápis matice, kde 1. řádek představuje horní přidiagonálu, 2. řádek hlavní maticovou diagonálu a 3. řádek reprezentuje dolní přidiagonálu. Ostatní prvky jsou nulové. Dimenze matice je opět proměnná se zařazeným rychlostním stupněm X°.

Redukované součinitele tuhosti jsou v matici dány obecnými vztahy

$$k^{*X°}_{Gg,g+1} = k^{X°}_{Gg,g+1} \cdot \left(i_1^{X°}\right)^2 ;\; k^{**X°}_{Gg,g+1} = k^{X°}_{Gg,g+1} \cdot \left(i_1^{X°}\right)^2 \cdot \left(i_2^{X°}\right)^2 ;\; k^{**X°}_{GR} = k^{X°}_{GR} \cdot \left(i_1^{X°}\right)^2 \cdot \left(i_2^{X°}\right)^2 ,$$ kde g = 2,3,…,8 (dle X°).

Křivky brzdných momentů, příslušející jednotlivým aktivačním stupňům StR retardéru (viz. ***Obr. 2-26 a***), představují v matematickém modelu subsystému γ **zátěžné momenty**. Tyto charakteristiky se opět s výhodou **staticky linearizují** v okolí vyšetřovaného pracovního bodu (viz***. Příloha č.1***, ***Oddíl 10***).

$$^{StR}M_R^{X°}\left(\dot{\varphi}_R^{X°}\right) = {}^{StR}M_{0R}^{X°} + {}^{StR}W_R^{X°} \cdot \dot{\varphi}_R^{X°} \quad . \qquad \textbf{(2-95a)}$$

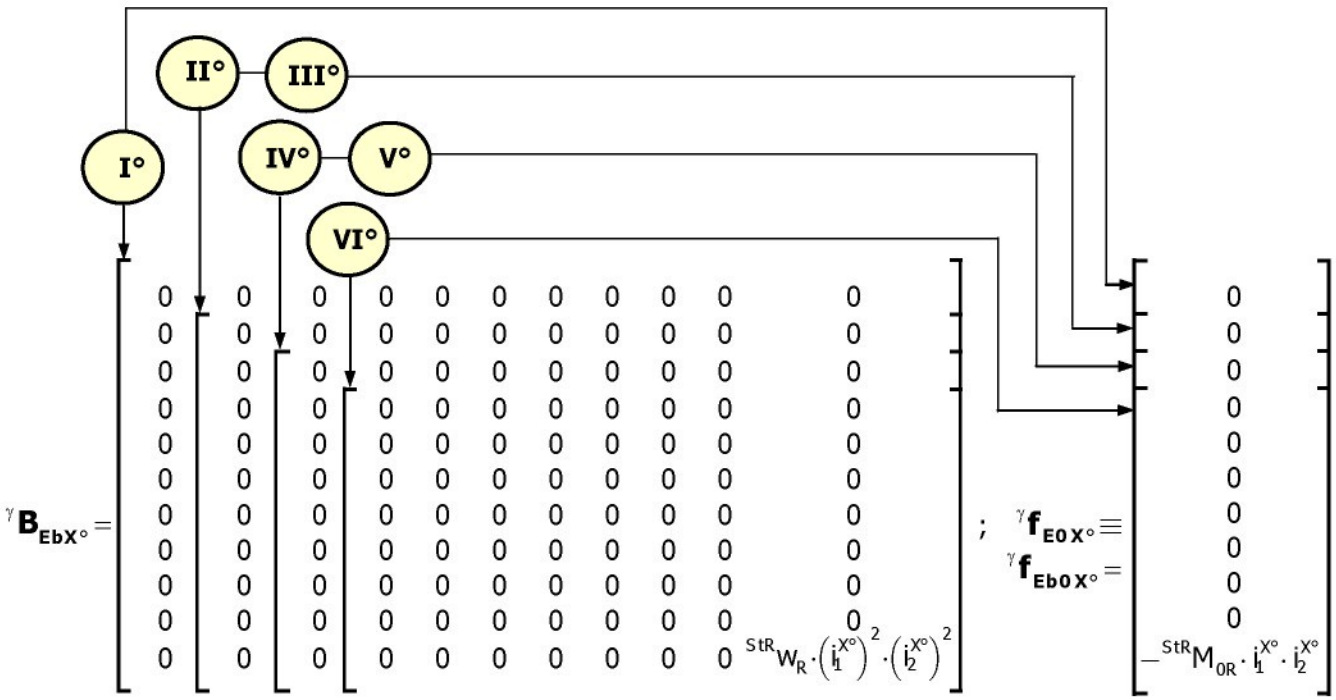
Jestliže je provedena **redukce na otáčky klikového hřídele**, pak je možné vyjádřit linearizovanou charakteristiku na výstupním hřídeli převodovky jako

$$^{StR}M_R^{**X°}\left(\dot{\varphi}_R^{X°}\right) = {}^{StR}M_{0R}^{X°} \cdot i_1^{X°} \cdot i_2^{X°} + {}^{StR}W_R^{X°} \cdot \left(i_1^{X°}\right)^2 \cdot \left(i_2^{X°}\right)^2 \dot{\varphi}_R^{X°} \qquad \textbf{(2-95b)}$$

, v maticové podobě pak dimenze subsystému γ za pomoci :

Matice součinitelů strmosti zátěžových charakteristik :
(diagonální, závislá na volbě stupně retardéru StR)

Vektoru stejnosměrných složek :
(závislý na volbě ° retardéru StR)



Vektory absolutního úhlového zrychlení (v transponované podobě) :

$$^{\gamma}\ddot{\mathbf{q}}_{\mathbf{I°}} = \left[\ddot{\varphi}_{C2}^{I°}\ \ddot{\varphi}_{C3}^{I°}\ \ddot{\varphi}_{G2}^{I°}\ \ddot{\varphi}_{G3}^{I°}\ \ddot{\varphi}_{G4}^{I°}\ \ddot{\varphi}_{G5}^{I°}\ \ddot{\varphi}_{G6}^{I°}\ \ddot{\varphi}_{G7}^{I°}\ \ddot{\varphi}_{G8}^{I°}\ \ddot{\varphi}_{G9}^{I°}\ \ddot{\varphi}_{R}^{I°}\right]^T ;$$

$$^{\gamma}\ddot{\mathbf{q}}_{\mathbf{II°}} = \left[\ddot{\varphi}_{C2}^{II°}\ \ddot{\varphi}_{C3}^{II°}\ \ddot{\varphi}_{G2}^{II°}\ \ddot{\varphi}_{G3}^{II°}\ \ddot{\varphi}_{G4}^{II°}\ \ddot{\varphi}_{G5}^{II°}\ \ddot{\varphi}_{G6}^{II°}\ \ddot{\varphi}_{G7}^{II°}\ \ddot{\varphi}_{G8}^{II°}\ \ddot{\varphi}_{R}^{II°}\right]^T ;\; ^{\gamma}\ddot{\mathbf{q}}_{\mathbf{IV°}} = \left[\ddot{\varphi}_{C2}^{IV°}\ \ddot{\varphi}_{C3}^{IV°}\ \ddot{\varphi}_{G2}^{IV°}\ \ddot{\varphi}_{G3}^{IV°}\ \ddot{\varphi}_{G4}^{IV°}\ \ddot{\varphi}_{G5}^{IV°}\ \ddot{\varphi}_{G6}^{IV°}\ \ddot{\varphi}_{G7}^{IV°}\ \ddot{\varphi}_{R}^{IV°}\right]^T ;$$

$$^{\gamma}\ddot{\mathbf{q}}_{\mathbf{III°}} = \left[\ddot{\varphi}_{C2}^{III°}\ \ddot{\varphi}_{C3}^{III°}\ \ddot{\varphi}_{G2}^{III°}\ \ddot{\varphi}_{G3}^{III°}\ \ddot{\varphi}_{G4}^{III°}\ \ddot{\varphi}_{G5}^{III°}\ \ddot{\varphi}_{G6}^{III°}\ \ddot{\varphi}_{G7}^{III°}\ \ddot{\varphi}_{G8}^{III°}\ \ddot{\varphi}_{R}^{III°}\right]^T ;$$

$$^{\gamma}\ddot{\mathbf{q}}_{\mathbf{V°}} = \left[\ddot{\varphi}_{C2}^{V°}\ \ddot{\varphi}_{C3}^{V°}\ \ddot{\varphi}_{G2}^{V°}\ \ddot{\varphi}_{G3}^{V°}\ \ddot{\varphi}_{G4}^{V°}\ \ddot{\varphi}_{G5}^{V°}\ \ddot{\varphi}_{G6}^{V°}\ \ddot{\varphi}_{G7}^{V°}\ \ddot{\varphi}_{R}^{V°}\right]^T ;\qquad ^{\gamma}\ddot{\mathbf{q}}_{\mathbf{VI°}} = \left[\ddot{\varphi}_{C2}^{VI°}\ \ddot{\varphi}_{C3}^{VI°}\ \ddot{\varphi}_{G2}^{VI°}\ \ddot{\varphi}_{G3}^{VI°}\ \ddot{\varphi}_{G4}^{VI°}\ \ddot{\varphi}_{G5}^{VI°}\ \ddot{\varphi}_{G6}^{VI°}\ \ddot{\varphi}_{R}^{VI°}\right]^T .$$

Analogicky mají tvar i **vektory absolutní úhlové rychlosti** a **absolutních úhlových výchylek**.

Z rovnice **(2-94)** zbývá ještě vyjádřit sloupcový **vektor vazebních momentů** , který s využitím **(2-93)** a **(2-121a)** lze zapsat pro převodové stupně X° jako

$$
{}^{\gamma}\mathbf{f}_{\mathbf{CX^\circ}}(\omega t) = \begin{bmatrix}
b_{C12}\cdot\left(\dot{\varphi}_{C1}-\dot{\varphi}_{C2}\right)+k_{C12}\cdot\left(\varphi_{C1}-\varphi_{C2}\right)\\
0\\0\\0\\0\\0\\0\\0\\0\\
-bp_{\gamma\delta}\cdot\left(i_1^{X^\circ}\right)^2\cdot\left(i_2^{X^\circ}\right)^2\cdot\left(\doteq{}^{X^\circ}_{R}\varphi-\doteq{}^{X^\circ}_{\delta}\varphi_1\right)-k_{\gamma\delta}\cdot\left[1+\frac{k^2_{\gamma\delta}}{{}^{12}k_{\gamma\delta}}\cdot 2\cdot\varepsilon_{\gamma\delta}\cdot\cos\left(2\cdot i_1^{X^\circ}\cdot i_2^{X^\circ}\cdot\omega\cdot t\right)\right]\cdot\left(i_1^{X^\circ}\right)^2\cdot\left(i_2^{X^\circ}\right)^2\cdot\left(=^{X^\circ}_{R}\varphi-=^{X^\circ}_{\delta}\varphi_1\right)-k_{\gamma\delta}\cdot i_1^{X^\circ}\cdot i_2^{X^\circ}\varepsilon_{\gamma\delta}\cdot\sin\left(2\cdot i_1^{X^\circ}\cdot i_2^{X^\circ}\cdot\omega\cdot t\right)
\end{bmatrix}
$$

(2-96)

$$
{}^{\gamma}\mathbf{f}_{\mathbf{CX^\circ}}(\omega t) = \begin{bmatrix}
Mbn_{\alpha\beta\gamma}+M_{\alpha\beta\gamma}\\
0\\0\\0\\0\\0\\0\\0\\0\\
-{}^{11}Mbp_{\gamma\delta}^{**X^\circ}-{}^{11}M_{\gamma\delta}(\omega t)^{**X^\circ}
\end{bmatrix}
$$

Dimenze 11×1 — I°

Odstraněn řádek, Změna dimenze na 10×1 — II° — III°

Odstraněny 2 řádky, Změna dimenze na 9×1 — IV° — V°

Odstraněny 3 řádky, Změna dimenze na 8×1 — VI°

, kde indexem $^{**X^\circ}$ je naznačena redukce vazebního momentu, mezi subsystémy γ a δ, realizovaná přes 2 převodové poměry, na rychlostním stupni X°.

Jestliže se bude dále předpokládat přidružená konzervativní soustava k rovnici **(2-94)**, pak lze postupem uvedeným v kap. 2.10.1. stanovit matici proporcionálního tlumení ${}^{\gamma}\mathbf{B}_{\mathbf{PX}\circ}$ v systému γ.

Pohybovou rovnici v γ pak lze přepsat do výsledného tvaru

$$ {}^{\gamma}\mathbf{M}_{\mathbf{X}\circ}.{}^{\gamma}\ddot{\mathbf{q}}_{\mathbf{X}\circ}+\left({}^{\gamma}\mathbf{B}_{\mathbf{PX}\circ}+{}^{\gamma}\mathbf{B}_{\mathbf{NX}\circ}+{}^{\gamma}\mathbf{B}_{\mathbf{EbX}\circ}\right).{}^{\gamma}\dot{\mathbf{q}}_{\mathbf{X}\circ}+{}^{\gamma}\mathbf{K}_{\mathbf{X}\circ}.{}^{\gamma}\mathbf{q}_{\mathbf{X}\circ}={}^{\gamma}\mathbf{f}_{\mathbf{E0X}\circ}+{}^{\gamma}\mathbf{f}_{\mathbf{CX}\circ}(\omega t) \quad . \qquad \textbf{(2-97)} $$

2.8. SUBSYSTÉM δ – KLOUBOVÝ HŘÍDEL

2.8.1. OBECNĚ

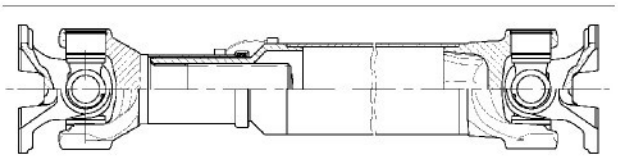
Spojení, které přenáší užitečný hnací moment ze °P na rozvodovkou hnací nápravy, je zajištěno pomocí kloubového hřídele. V hnací soustavě autobusu Arway je tento mechanismus označený jako 687.45, výrobce Spicer Gelenkwellenbau (GWB) (viz. ***Obr. 2-28***).

Mechanismus je 2 kloubový (osazený dvěma Hookeovými klouby). Kloub je tvořen vstupní a výstupní vidlicí a křížem uloženým na jehlových ložiskách. Vlivem pérováním nápravy se mění také délka kloubového hřídele. Variabilita v prodlužování, resp. zkracování je zajištěna tak, že střední hřídel mechanismu je dělený a obě jeho části se mohou vůči sobě vzájemně posunovat v axiálním drážkování. Aby se snížilo tření,které vyvolává axiální sílu přídavně zatěžující klouby, je u tohoto drážkování zajištěno dobré mazání, a také utěsnění proti vniku nečistot.

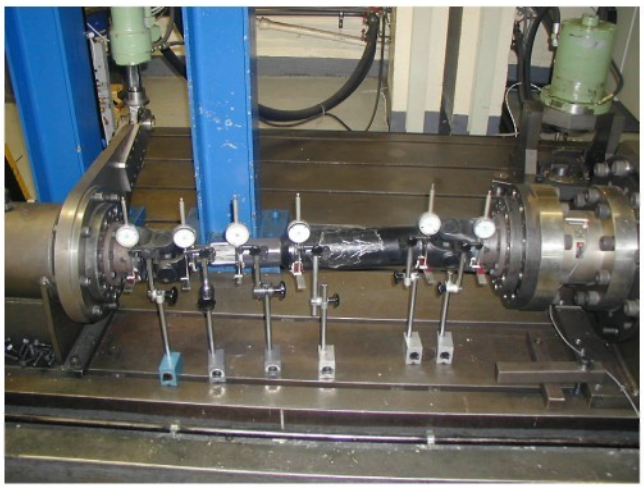
Zkompletovaný křídel se dynamicky vyvažuje (ve 2 rovinách), za pomoci plechových závaží přivařených k povrchu středního hřídele. Vyvažovací otáčky tohoto hřídele jsou 2200 1/min, teoretické kritické otáčky hřídele jsou 4700 1/min a reálné kritické představují 0,8× násobek teoretické hodnoty.

V základní poloze (za klidu vozidla) je zalomení Cardanova mechanismu do „Z", realizované pouze v jedné, vertikální rovině (viz. ***Obr. 2-30***). Úhly počátečního zalomení vstupního a výstupního hřídele jsou totožné (2,24°). Mechanismus je tedy **komplanární** a **homokinetický**.

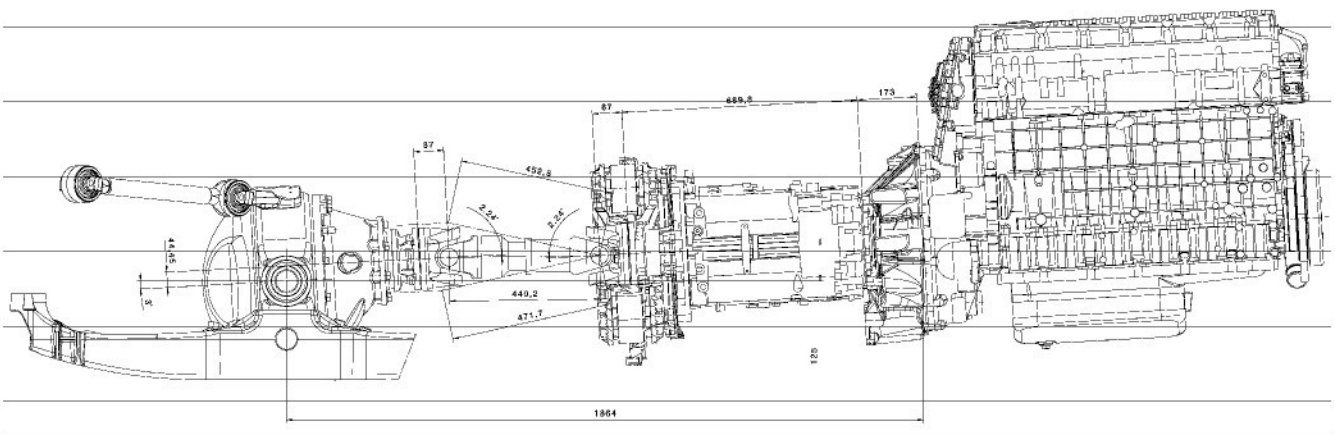
Soupis potřebných parametrů kloubového mechanismu je uveden v ***Příloze č.1***, ***Oddílu 6***.



Obr. 2-28 Kloubový hřídel 687.45 (GWB)



Obr. 2-29 Dynamický torzní test kloubového hřídele



Obr. 2-30 Zástavba kloubového hřídele v autobusu Arway

2.8.2. KINEMATICKÉ ZÁVISLOSTI

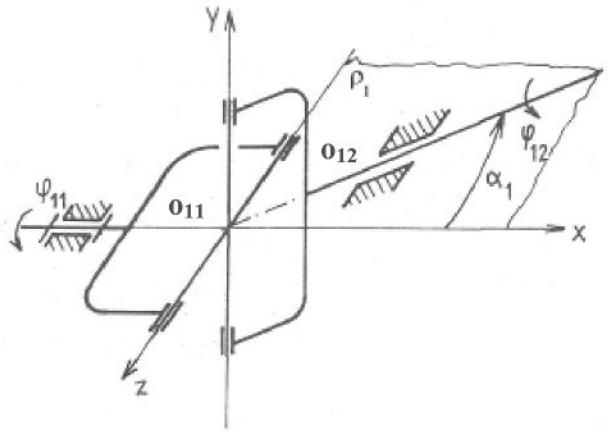
a) Samostatný Hookeův kloub

Kinematické závislosti obecného uspořádání kloubu jsou vyjádřeny pomocí Denavit-Hartenbergovy transformace, jejíž podrobný rozbor lze nalézt např. v literatuře [31].

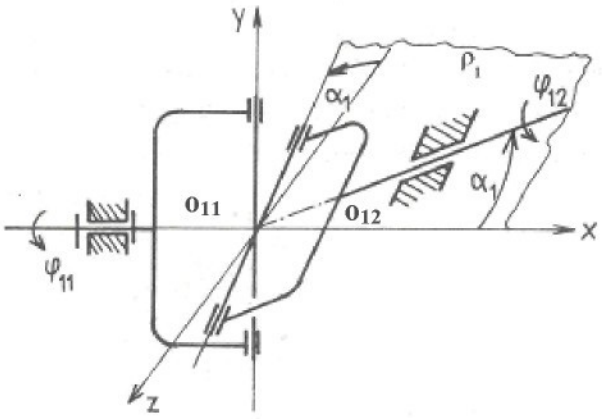
V technické praxi jsou ramena kříže kloubu na sebe navzájem kolmá a vidlice nejsou nijak speciálně zalomeny vzhledem k hřídelím, ke kterým jsou přivařeny. Důležitý vztah mezi pootočením vstupu φ_{11}, výstupu φ_{12} a úhlem zlomu α_1 jediného Hookeova kloubu je v takovémto případě dán vztahem :

$$\varphi_{12} = \arctan\left[\frac{1}{\cos(\alpha_1)} \cdot \tan\left(\varphi_{11} + \varphi_{11}^0\right)\right] - \arctan\left[\frac{1}{\cos(\alpha_1)} \cdot \tan\left(\varphi_{11}^0\right)\right] \quad . \qquad \textbf{(2-98)}$$

Rovnice popisuje obecný stav, kdy vstupní vidlice je ve své počáteční poloze natočena o nějaký úhel φ_{11}^0 od referenční roviny kloubu $\rho_1\,(o_{11}o_{12})$. V dalším textu se ovšem bude předpokládat, že vstupní vidlice ve své počáteční poloze buď leží v rovině kloubu, tedy $\varphi_{11}^0 = 0$ (viz. ***Obr 2-31***), nebo je na ni kolmá $\varphi_{11}^0 = \frac{\pi}{2}$ (viz. ***Obr. 2-32***).



Obr. 2-31 Poč. natočení vidlice výstupního hřídele



Obr. 2-32 Poč. natočení vidlice vstupního hřídele

Pro sestavení matematického popisu dynamických poměrů na kloubovém hřídeli je potřebné zavést dvě důležité kinematické veličiny Hookeova kloubu **: diferenční úhel kloubu** a **převod kloubu**.

Diferenční úhel kloubu

$$\psi = \varphi_{12} - \varphi_{11} = \arctan\left[\lambda_1 \cdot \tan\left(\varphi_{11}\right)\right] - \varphi_{11} = \psi\left(\varphi_{11}, \lambda_1\right) \quad \text{, kde } \lambda_1 = \left(\cos\left(\alpha_1\right)\right)^{\mp 1} \qquad \textbf{(2-99)}$$

, přičemž exponent

-1 přísluší takovému kloubu, u kterého v rovině ρ_1 se zalomení hřídelů v počáteční poloze realizuje jako natočení vidlice výstupního hřídele na ramenech kříže (viz. ***Obr. 2-31***);
+1 přísluší takovému kloubu, u kterého v rovině ρ_1 se zalomení hřídelů v počáteční poloze realizuje jako natočení vidlice vstupního hřídele kolem ramen kříže (viz. ***Obr. 2-32***).

Závislost diferenčního úhlu **(2-99)** je možné vyjádřit ve tvaru Fourierovy řady jako

$$\psi = \varphi_{12} - \varphi_{11} = \varepsilon_1 \cdot \sin\left(2 \cdot \varphi_{11}\right) + \frac{1}{2} \cdot \varepsilon_1^2 \cdot \sin\left(4 \cdot \varphi_{11}\right) + \frac{1}{3} \cdot \varepsilon_1^3 \cdot \sin\left(6 \cdot \varphi_{11}\right) + \ldots \quad \text{, kde } \varepsilon_1 = \frac{\lambda_1 - 1}{\lambda_1 + 1} \quad . \qquad \textbf{(2-100a)}$$

V praxi se však uvažuje pouze první člen rozvoje. Vzniká tím chyba nejvýše 0,1%. Tedy

$$\psi = \varphi_{12} - \varphi_{11} \approx \varepsilon_1 \cdot \sin\left(2 \cdot \varphi_{11}\right) \approx \varepsilon_1 \cdot \sin\left(2 \cdot \omega^{\times} \cdot t\right) \qquad \textbf{(2-100b)}$$

, kde $\omega^{\times}$ je označena úhlová rychlost vstupního hřídele kloubu
a malý parametr ε_1 pro malé úhly zlomu $\alpha_1 < 20°$ je

$$\varepsilon_1 \approx \frac{\alpha_1^2}{4} \quad . \qquad \textbf{(2-101)}$$

Převod kloubu

Pro úhlovou rychlost výstupního hřídele ω_{12} platí (derivací výrazu **(2-98)**) :

$$\omega_{12} = \frac{d\varphi_{12}}{dt} = \frac{\partial\varphi_{12}}{\partial\lambda_1} \cdot \frac{d\lambda_1}{dt} + \frac{\partial\varphi_{12}}{\partial\varphi_{11}} \cdot \frac{d\varphi_{11}}{dt} \qquad \textbf{(2-102)}$$

, převod Hookeova kloubu je pak definován jako

$$\frac{\omega_{12}}{\omega_{11}} = \frac{\frac{\partial\varphi_{12}}{\partial\varphi_{11}} \cdot \frac{d\varphi_{11}}{dt}}{\frac{d\varphi_{11}}{dt}} = \frac{\partial\varphi_{12}}{\partial\varphi_{11}} = \frac{2 \cdot \lambda_1}{\left(1 + \lambda_1^2\right) + \left(1 - \lambda_1^2\right) \cdot \cos\left(2 \cdot \varphi_{11}\right)} \quad . \qquad \textbf{(2-103)}$$

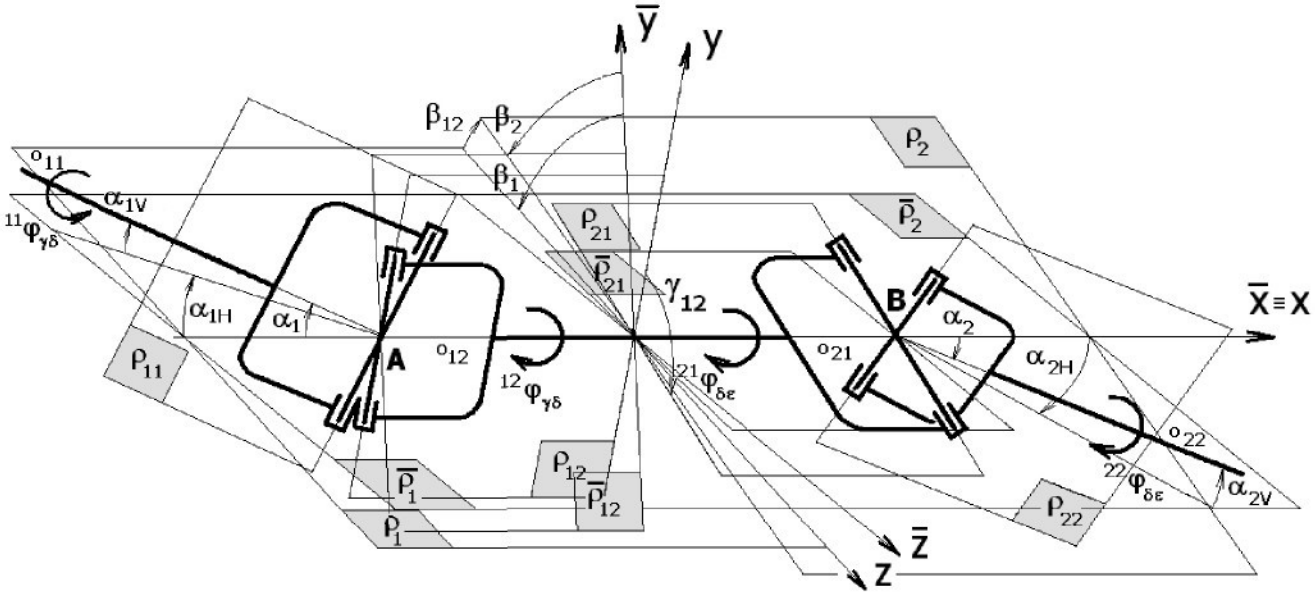
Převod kloubu lze opět zapsat ve formě Fourierovy řady jako

$$\frac{\partial\varphi_{12}}{\partial\varphi_{11}} = 1 + 2 \cdot \varepsilon_1 \cdot \cos\left(2 \cdot \varphi_{11}\right) + 2 \cdot \varepsilon_1^2 \cdot \cos\left(4 \cdot \varphi_{11}\right) + 2 \cdot \varepsilon_1^3 \cdot \cos\left(6 \cdot \varphi_{11}\right) + \ldots \quad . \qquad \textbf{(2-104a)}$$

V praxi se uvažují pouze první dva členy řady. Vzniká tím chyba nejvýše 0,1%. Tedy

$$\frac{\partial\varphi_{12}}{\partial\varphi_{11}} \approx 1 + 2 \cdot \varepsilon_1 \cdot \cos\left(2 \cdot \varphi_{11}\right) \approx 1 + 2 \cdot \varepsilon_1 \cdot \cos\left(2 \cdot \omega^{\times} \cdot t\right) \quad . \qquad \textbf{(2-104b)}$$

b) <u>Prostorový mechanismus se 2 Hookeovými klouby</u>



Obr. 2-33 Úhly a roviny v prostorovém uspořádání Cardanova mechanismu

Pro obecnou prostorovou dispozici 2kloubového Cardanova mechanismu jsou definovány **úhly zlomu vstupního** (index1) a **výstupního** (index 2) **hřídele**, a to jak ve vertikální α_{1H}, α_{2H}, tak i v horizontální rovině α_{1V}, α_{2V} (z pohledu globálního souřadného systému celé sestavy pohonného řetězce, posunutého do geometrického středu středního hřídele mechanismu ($\overline{X}, \overline{Y}, \overline{Z}$)).

Referenční roviny kloubů jsou definované jako $\rho_1(\widehat{\sigma_{11}\sigma_{12}})$, $\rho_2(\widehat{\sigma_{21}\sigma_{22}})$ a počáteční úhly zlomu v těchto rovinách, lze pak vyjádřit jako

$$\alpha_1 = \arctan\left(\sqrt{\tan(\alpha_{1H})^2 + \tan(\alpha_{1V})^2}\right), \text{ resp. } \alpha_2 = \arctan\left(\sqrt{\tan(\alpha_{2H})^2 + \tan(\alpha_{2V})^2}\right) . \qquad \textbf{(2-105)}$$

Fundamentální pravoúhlý souřadný systém Cardanova mechanismu (X,Y,Z) se volí tak, že jedna z jeho rovin XZ je totožná s referenční rovinou ρ_1 kloubu A. Referenční rovina kloubu B je pak vůči tomuto systému pootočena o relativní úhel β_{12}. Tento úhel β_{12} je orientovaný od ρ_1 k ρ_2 a je kladný, jestliže souhlasí jeho smysl se smyslem otáčení celého kloubového hřídele. Pro Cardanův mechanismus se zalomením do „Z" ho lze vypočítat jako (podrobnější rozbor viz. např. literatura [35]) :

$$\beta_{12} = \beta_1 - \beta_2 \text{ , přičemž } \beta_1 = \arctan\left(\frac{\tan(\alpha_{1H})}{\tan(\alpha_{1V})}\right), \ \beta_2 = \arctan\left(\frac{\tan(\alpha_{2H})}{\tan(\alpha_{2V})}\right) . \qquad \textbf{(2-106)}$$

Úhel γ_{12} specifikuje vzájemné natočení vidlic středního hřídele a je orientovaný od ρ_{12} k ρ_{21}.
S pomocí úhlů α_1, α_2, β_{12} a γ_{12} je počáteční (klidové) zalomení dvoukloubového mechanismu, v základním souřadném systému (X,Y,Z), plně definováno.

S využitím vztahu **(2-98)** pro kloub A a B lze dostat požadovanou závislost úhlů natočení výstupního φ_{22} a vstupního hřídele φ_{11} Cardanova mechanismu v explicitním tvaru :

$$\varphi_{22} = \arctan\left[\cos(\alpha_2)\cdot\frac{\tan(\varphi_{11}) + \cos(\alpha_1)\cdot\tan(\gamma_{12}-\beta_{12})}{\cos(\alpha_1) - \tan(\varphi_{11})\cdot\tan(\gamma_{12}-\beta_{12})}\right] - \arctan\left[\cos(\alpha_2)\cdot\tan(\gamma_{12}-\beta_{12})\right] . \qquad \textbf{(2-107)}$$

Z tohoto vztahu vyplývá, že Cardanův mechanismus je **homokinetický**, tzn. natočení vstupního hřídele vyvolá shodné natočení výstupního hřídele $\varphi_{11} = \varphi_{22}$, jestliže jsou splněny následující podmínky

$$\cos(\alpha_1) = \cos(\alpha_2), \text{ tedy } \alpha_1 = \alpha_2 \text{ a současně } \gamma_{12} = \beta_{12} . \qquad \textbf{(2-108)}$$

Uvedená podmínka také říká, že má-li být komplanární mechanismus (zalomený pouze v jedné, vertikální rovině) homokinetický, musí být vidlice středního hřídele smontovány ve stejné fázi. To platí i pro zástavbu kloubového hřídele v autobusu Arway : α_1 = 2,24°, α_2 = 2,24°, β_{12} = 0°, γ_{12} = 0°.

Pro následné vyšetřování dynamických vlastností Cardanova mechanismu nelze použít přesného vztahu **(2-107)**. K vyjádření diferenčních úhlů a převodů kloubů se používá následující vztah, který lze přijmout jen pro malé úhly zlomu $\alpha_1 . \alpha_2$ (viz. vztah **(2-100b)**)

$$\arctan\left(\frac{1}{\cos(\alpha_\iota)}\cdot\tan(\varphi_{1\iota})\right) \approx \frac{\alpha_\iota}{4}\cdot\sin(2\cdot\varphi_{1\iota}) + \varphi_{1\iota} \text{ , pro } \iota = 1,2 .$$

S využitím této závislosti lze pak rovnou zapsat přibližné výrazy pro diferenční úhly a převody kloubů z **(2-100b)** a **(2-104b)** jako

Diferenční úhly kloubů

kloub A : $\psi_1(\varphi_{11}) = \varphi_{12} - \varphi_{11} \approx \frac{\alpha_1^2}{4}\cdot\left[\sin\left(2\cdot(\varphi_{11}+\varphi_{11}^0)\right) - \sin(2\cdot\varphi_{11}^0)\right] = \varepsilon_1\cdot\sin(2\cdot\varphi_{11})$; **(2-109a)**

kloub B : $\psi_2(\varphi_{21}) = \varphi_{22} - \varphi_{21} \approx \frac{\alpha_2^2}{4} \cdot \left[\sin\left(2 \cdot (\varphi_{21} + \varphi_{21}^0)\right) - \sin\left(2 \cdot \varphi_{21}^0\right) \right] = \varepsilon_2 \cdot \sin\left(2 \cdot \varphi_{21}\right)$; **(2-109b)**

Převody kloubů

kloub A : $\frac{\partial \varphi_{12}}{\partial \varphi_{11}} \approx 1 + \frac{\alpha_1^2}{2} \cdot \cos\left(2 \cdot (\varphi_{11} + \varphi_{11}^0)\right) = 1 + \varepsilon_1 \cdot \cos\left(2 \cdot \varphi_{11}\right)$; **(2-110a)**

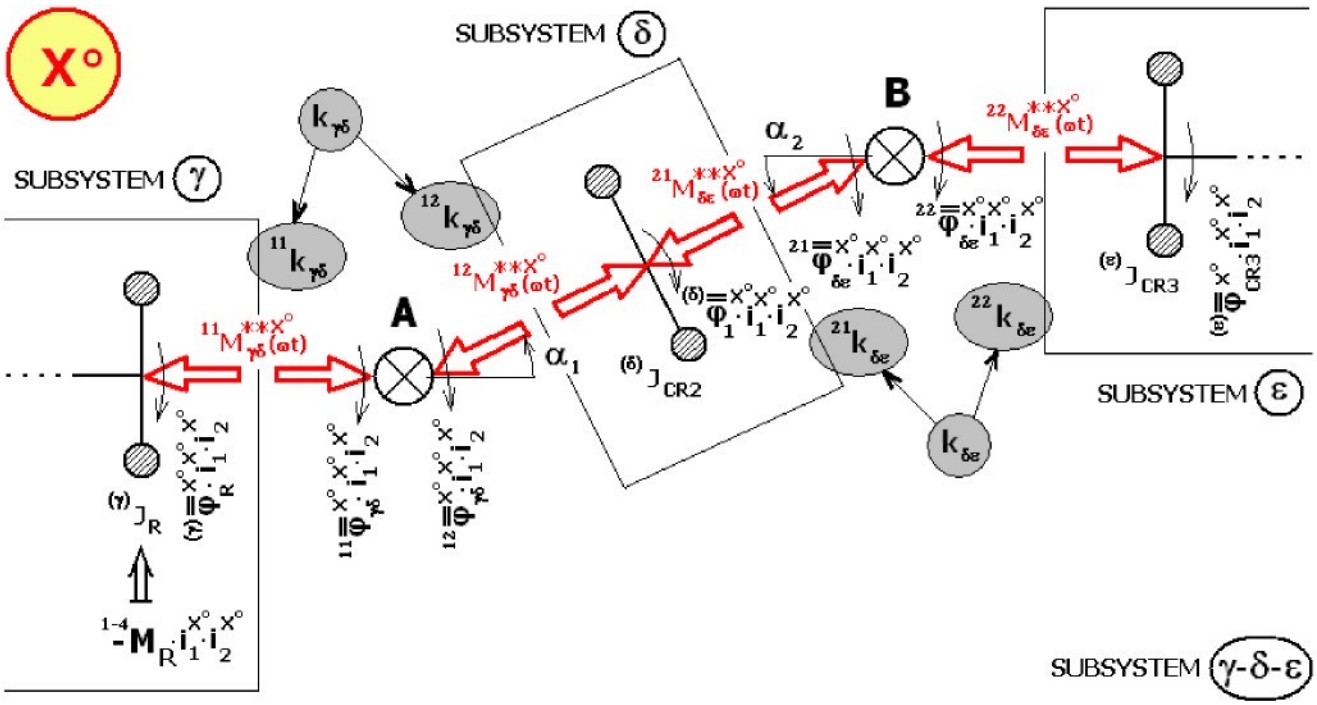
kloub B : $\frac{\partial \varphi_{22}}{\partial \varphi_{21}} \approx 1 + \frac{\alpha_2^2}{2} \cdot \cos\left(2 \cdot (\varphi_{21} + \varphi_{21}^0)\right) = 1 + \varepsilon_2 \cdot \cos\left(2 \cdot \varphi_{21}\right)$. **(2-110b)**

2.8.2. MATEMATICKÝ POPIS SUBSYSTÉMU δ

Pomyslná hranice, mezi vzájemně izolovanými subsystémy γ, δ a ε , byla vedena v místech kloubů Cardanova mechanismu (viz. ***Obr. 2-34***). Vzhledem k tomu, že celý mechanismus je poměrně krátký, je jeho setrvačná hmota rozdělena do 3 hmotných kotoučů, přičemž

a) setrvačná hmota vstupního hřídele, včetně příruby a části Hookeova kloubu A, je integrována k hmotnému kotouči J_R rotorů EMG retardéru v subsystému γ;
b) setrvačná hmota středního hřídele, včetně příslušných vidlic, je nahrazena jediným kotoučem označeným jako J_{CR2}. Tento prvek reprezentuje subsystém δ. Pozn.: Pro delší střední hřídel mechanismu by bylo vhodné zpřesnit jeho hmotnostní parametry zavedením většího počtu hmotných kotoučů a uvažováním 1D rozměrného kontinua (podobně jako v kap. 2.9.2.2.);
c) setrvačná hmota výstupního hřídele, včetně příruby a části Hookeova kloubu, je označena jako J_{CR3} a přísluší subsystému ε.

Konzervativní momentové vazby mezi γ-δ a δ-ε jsou diskrétní, nehmotné, s Hookeovými klouby popsanými prostřednictvím diferenčních úhlů a převodových poměrů. Tlumící (disipativní) momentové vazby jsou považovány za slabě nekonzervativní (viskózní, proporcionální).



Obr. 2-34 Dynamický model vzájemného 3-hmotého modelu s klouby. Naznačena redukce na referenční otáčky klikového hřídele : $\varphi_\delta^{X^\circ} = \overline{\overline{\varphi}}_\delta^{X^\circ} \cdot i_1^{X^\circ} \cdot i_2^{X^\circ}$; kde $\varphi_\delta^{X^\circ} = {}^{11}\varphi_{\gamma\delta}, {}^{12}\varphi_{\gamma\delta}, {}^{(\delta)}\varphi_{11}, {}^{21}\varphi_{\delta\varepsilon}, {}^{22}\varphi_{\delta\varepsilon}$, dle zvoleného stupně X°. Pozn.: Disipativní momenty ve schématu nejsou naznačeny.

a) Rovnice vazeb u 3-hmotého modelu Cardanova mechanismu v γ–δ–ε

Pro odvození matematického popisu konzervativních vazeb nechť je nejprve uvažován 3-hmotý model mechanismu v souladu s ***Obr. 2-34***. Prozatím nebude přihlédnuto ke změně dynamických parametrů vlivem převodových poměrů v subsystému γ (redukce na otáčky a osu klikového hřídele). Odvození bude provedeno pouze pro kloub A, a pro vazební momenty kloubu B se předpokládá, že by se stanovily analogicky.

Pro **kloub A** lze zapsat rovnice

Vazebního momentu

$$ {}^{11}k_{\gamma\delta}\cdot\left({}^{(\gamma)}\varphi_R-{}^{11}\varphi_{\gamma\delta}\right)={}^{12}k_{\gamma\delta}\cdot\left({}^{12}\varphi_{\gamma\delta}-{}^{\delta}\varphi_1\right)\cdot\frac{\partial\,{}^{12}\varphi_{\gamma\delta}}{\partial\,{}^{11}\varphi_{\gamma\delta}}\quad ; \qquad \textbf{(2-111)} $$

Úhlu relativního natočení hřídele s kloubem

$$ {}^{(\gamma)}\varphi_R-{}^{\delta}\varphi_1={}^{(\gamma)}\varphi_R-{}^{11}\varphi_{\gamma\delta}+{}^{11}\varphi_{\gamma\delta}-{}^{12}\varphi_{\gamma\delta}+{}^{12}\varphi_{\gamma\delta}-{}^{\delta}\varphi_1\quad . \qquad \textbf{(2-112)} $$

S využitím vztahů **(2-109a)** a **(2-109b)** lze pro kloub A dále vyjádřit

Diferenční úhel

$$ \psi_A={}^{12}\varphi_{\gamma\delta}-{}^{11}\varphi_{\gamma\delta}\approx\varepsilon_{\gamma\delta}\cdot\sin\left(2\cdot{}^{11}\varphi_{\gamma\delta}\right)\quad ; \qquad \textbf{(2-113)} $$

Převod kloubu

$$ \frac{\partial\,{}^{12}\varphi_{\gamma\delta}}{\partial\,{}^{11}\varphi_{\gamma\delta}}\approx 1+2\cdot\varepsilon_{\gamma\delta}\cdot\cos\left(2\cdot{}^{11}\varphi_{\gamma\delta}\right)\quad . \qquad \textbf{(2-114)} $$

Dosazením **(2-111)** a **(2-113)** do **(2-112)** je možné, po úpravách, dostat úhel relativního natočení hřídele s kloubem ve tvaru

$$ {}^{(\gamma)}\varphi_R-{}^{\delta}\varphi_1={}^{11}M_{\gamma\delta}\cdot\left[\frac{1}{{}^{11}k_{\gamma\delta}}+\frac{1}{{}^{12}k_{\gamma\delta}\cdot\dfrac{\partial\,{}^{12}\varphi_{\gamma\delta}}{\partial\,{}^{11}\varphi_{\gamma\delta}}}\right]-\varepsilon_{\gamma\delta}\cdot\sin\left(2\cdot{}^{11}\varphi_{\gamma\delta}\right) \qquad \textbf{(2-115a)} $$

, kde bylo zavedeno označení **vazebního momentu na vstupním hřídeli** kloubu A

$$ {}^{11}M_{\gamma\delta}={}^{11}k_{\gamma\delta}\cdot\left({}^{(\gamma)}\varphi_R-{}^{11}\varphi_{\gamma\delta}\right) \qquad \textbf{(2-116a)} $$

, a nebo ve tvaru

$$ {}^{(\gamma)}\varphi_R-{}^{\delta}\varphi_1={}^{12}M_{\gamma\delta}\cdot\left[\frac{1}{{}^{12}k_{\gamma\delta}}+\frac{\dfrac{\partial\,{}^{12}\varphi_{\gamma\delta}}{\partial\,{}^{11}\varphi_{\gamma\delta}}}{{}^{11}k_{\gamma\delta}}\right]-\varepsilon_{\gamma\delta}\cdot\sin\left(2\cdot{}^{11}\varphi_{\gamma\delta}\right) \qquad \textbf{(2-115b)} $$

, kde bylo zavedeno označení **vazebního momentu na výstupním hřídeli** kloubu A

$$ {}^{12}M_{\gamma\delta}=\frac{{}^{11}k_{\gamma\delta}}{\dfrac{\partial\,{}^{12}\varphi_{\gamma\delta}}{\partial\,{}^{11}\varphi_{\gamma\delta}}}\cdot\left({}^{(\gamma)}\varphi_R-{}^{1}\varphi_{\gamma\delta}\right)\quad . \qquad \textbf{(2-116b)} $$

Z rovnic **(2-115)** se dají následně vyjádřit závislosti vazebních momentů vstupního/výstupního hřídele kloubu A na úhlu relativního natočení kotoučů J_R a J_{CR2}. Využije se přitom vztahu **(2-114)** a zjednodušení dané :

$$\frac{1}{1+2\cdot\varepsilon_{\gamma\delta}\cdot\cos\left(2\cdot{}^{11}\varphi_{\gamma\delta}\right)}\approx 1-2\cdot\varepsilon_{\gamma\delta}\cdot\cos\left(2\cdot{}^{11}\varphi_{\gamma\delta}\right) \quad .$$

Vazební moment vstupního hřídele kloubu A

$${}^{11}M_{\gamma\delta}=\frac{{}^{(\gamma)}\varphi_R-{}^{\delta}\varphi_1+\varepsilon_{\gamma\delta}\cdot\sin\left(2\cdot{}^{11}\varphi_{\gamma\delta}\right)}{\frac{1}{k_{\gamma\delta}}-\frac{1}{{}^{12}k_{\gamma\delta}}\cdot 2\cdot\varepsilon_{\gamma\delta}\cdot\cos\left(2\cdot{}^{11}\varphi_{\gamma\delta}\right)} \quad ; \qquad \textbf{(2-117a)}$$

Vazební moment výstupního hřídele kloubu A

$${}^{12}M_{\gamma\delta}=\frac{{}^{(\gamma)}\varphi_R-{}^{\delta}\varphi_1+\varepsilon_{\gamma\delta}\cdot\sin\left(2\cdot{}^{11}\varphi_{\gamma\delta}\right)}{\frac{1}{k_{\gamma\delta}}+\frac{1}{{}^{11}k_{\gamma\delta}}\cdot 2\cdot\varepsilon_{\gamma\delta}\cdot\cos\left(2\cdot{}^{11}\varphi_{\gamma\delta}\right)} \quad . \qquad \textbf{(2-117b)}$$

Ve vzorcích byla ještě zavedena celková radiální tuhost hřídele s Hookeovým kloubem A, definovaná jako

$$\frac{1}{k_{\gamma\delta}}=\frac{1}{{}^{11}k_{\gamma\delta}}+\frac{1}{{}^{12}k_{\gamma\delta}} \quad . \qquad \textbf{(2-118)}$$

Dalším zjednodušením vztahů **(2-117)**, za použití $1-\frac{k_{\gamma\delta}}{{}^{12}k_{\gamma\delta}}\cdot 2\cdot\varepsilon_{\gamma\delta}\cdot\cos\left(2\cdot{}^{11}\varphi_{\gamma\delta}\right)\approx\frac{1}{1+\frac{k_{\gamma\delta}}{{}^{12}k_{\gamma\delta}}\cdot 2\cdot\varepsilon_{\gamma\delta}\cdot\cos\left(2\cdot{}^{11}\varphi_{\gamma\delta}\right)}$

, resp. $\frac{1}{1+\frac{k_{\gamma\delta}}{{}^{11}k_{\gamma\delta}}\cdot 2\cdot\varepsilon_{\gamma\delta}\cdot\cos\left(2\cdot{}^{11}\varphi_{\gamma\delta}\right)}\approx 1-\frac{k_{\gamma\delta}}{{}^{11}k_{\gamma\delta}}\cdot 2\cdot\varepsilon_{\gamma\delta}\cdot\cos\left(2\cdot{}^{11}\varphi_{\gamma\delta}\right)$, lze momentové závislosti vyjádřit jako

Vazební moment vstupního hřídele kloubu A

$${}^{11}M_{\gamma\delta}=k_{\gamma\delta}\cdot\left[1+\frac{k_{\gamma\delta}}{{}^{12}k_{\gamma\delta}}\cdot 2\cdot\varepsilon_{\gamma\delta}\cdot\cos\left(2\cdot{}^{11}\varphi_{\gamma\delta}\right)\right]\cdot\left({}^{(\gamma)}\varphi_R-{}^{\delta}\varphi_1\right)+k_{\gamma\delta}\cdot\varepsilon_{\gamma\delta}\cdot\sin\left(2\cdot{}^{11}\varphi_{\gamma\delta}\right)\cdot\left[1+\frac{k_{\gamma\delta}}{{}^{12}k_{\gamma\delta}}\cdot 2\cdot\varepsilon_{\gamma\delta}\cdot\cos\left(2\cdot{}^{11}\varphi_{\gamma\delta}\right)\right]$$

(2-119a)

Vazební moment výstupního hřídele kloubu A

$${}^{12}M_{\gamma\delta}=k_{\gamma\delta}\cdot\left[1-\frac{k_{\gamma\delta}}{{}^{11}k_{\gamma\delta}}\cdot 2\cdot\varepsilon_{\gamma\delta}\cdot\cos\left(2\cdot{}^{11}\varphi_{\gamma\delta}\right)\right]\cdot\left({}^{(\gamma)}\varphi_R-{}^{\delta}\varphi_1\right)+k_{\gamma\delta}\cdot\varepsilon_{\gamma\delta}\cdot\sin\left(2\cdot{}^{11}\varphi_{\gamma\delta}\right)\cdot\left[1-\frac{k_{\gamma\delta}}{{}^{11}k_{\gamma\delta}}\cdot 2\cdot\varepsilon_{\gamma\delta}\cdot\cos\left(2\cdot{}^{11}\varphi_{\gamma\delta}\right)\right]$$

(2-119b)

Při zanedbání druhého členu ve druhé hranaté závorce, u obou výrazů **(2-119a)** i **(2-119b)** a s použitím kinematické závislosti úhlové rychlosti vstupního hřídele kloubu A na úhlové rychlosti klikového hřídele motoru ω

$${}^{11}\varphi_{\gamma\delta}=\omega^{\times}\cdot t=i_1^{X^\circ}\cdot i_2^{X^\circ}\cdot\omega\cdot t \qquad \textbf{(2-120)}$$

, lze **vazební momenty vstupního/výstupního hřídele kloubu A** zapsat ve finálním tvaru

$${}^{11}M_{\gamma\delta}^{X^\circ}(\omega t)\approx k_{\gamma\delta}\cdot\left[1+\frac{k_{\gamma\delta}}{{}^{12}k_{\gamma\delta}}\cdot 2\cdot\varepsilon_{\gamma\delta}\cdot\cos\left(2\cdot i_1^{X^\circ}\cdot i_2^{X^\circ}\cdot\omega\cdot t\right)\right]\cdot\left({}^{(\gamma)}\varphi_R-{}^{\delta}\varphi_1\right)+k_{\gamma\delta}\cdot\varepsilon_{\gamma\delta}\cdot\sin\left(2\cdot i_1^{X^\circ}\cdot i_2^{X^\circ}\cdot\omega\cdot t\right) \qquad \textbf{(2-121a)}$$

$$ {}^{12}M_{\gamma\delta}^{x^\circ}(\omega t) \approx k_{\gamma\delta}\cdot\left[1-\frac{k_{\gamma\delta}}{{}^{11}k_{\gamma\delta}}\cdot 2\cdot\varepsilon_{\gamma\delta}\cdot\cos\left(2\cdot i_1^{x^\circ}\cdot i_2^{x^\circ}\cdot\omega\cdot t\right)\right]\cdot\left({}^{(\gamma)}\varphi_R-{}^{\delta}\varphi_1\right)+k_{\gamma\delta}\cdot\varepsilon_{\gamma\delta}\cdot\sin\left(2\cdot i_1^{x^\circ}\cdot i_2^{x^\circ}\cdot\omega\cdot t\right) \quad \textbf{(2-121b)} $$

Stejným postupem se odvodí i **vazební momenty pro kloub B**, které nabývají podoby

$$ {}^{21}M_{\delta\varepsilon} \approx k_{\delta\varepsilon}\cdot\left[1+\frac{k_{\delta\varepsilon}}{{}^{22}k_{\delta\varepsilon}}\cdot 2\cdot\varepsilon_{\delta\varepsilon}\cdot\cos\left(2\cdot{}^{21}\varphi_{\delta\varepsilon}\right)\right]\cdot\left({}^{\delta}\varphi_1-{}^{(\varepsilon)}\varphi_{CR3}\right)+k_{\delta\varepsilon}\cdot\varepsilon_{\delta\varepsilon}\cdot\sin\left(2\cdot{}^{21}\varphi_{\delta\varepsilon}\right) \quad , \quad \textbf{(2-122a)} $$

$$ {}^{22}M_{\delta\varepsilon} \approx k_{\delta\varepsilon}\cdot\left[1-\frac{k_{\delta\varepsilon}}{{}^{21}k_{\delta\varepsilon}}\cdot 2\cdot\varepsilon_{\delta\varepsilon}\cdot\cos\left(2\cdot{}^{21}\varphi_{\delta\varepsilon}\right)\right]\cdot\left({}^{\delta}\varphi_1-{}^{(\varepsilon)}\varphi_{CR3}\right)+k_{\delta\varepsilon}\cdot\varepsilon_{\delta\varepsilon}\cdot\sin\left(2\cdot{}^{21}\varphi_{\delta\varepsilon}\right) \quad . \quad \textbf{(2-122b)} $$

Analogicky ke vztahu **(2-118)** byla zavedena celková tuhost hřídele s Hookeovým kloubem B, definovaná jako

$$ \frac{1}{k_{\delta\varepsilon}}=\frac{1}{{}^{21}k_{\delta\varepsilon}}+\frac{1}{{}^{22}k_{\delta\varepsilon}} \quad . \quad \textbf{(2-123)} $$

Vzhledem k tomu, že se jedná o **komplanární, homokinetický mechanismus**, je kinematická závislost mezi natočením vstupního hřídele kloubu A vstupního hřídele kloubu B dána

$$ {}^{21}\varphi_{\delta\varepsilon}={}^{11}\varphi_{\gamma\delta}+\frac{\pi}{2} \text{ , protože } \beta_{12}=\gamma_{12}=0 \quad . \quad \textbf{(2-124)} $$

S využitím tohoto vztahu a závislosti **(2-120)** je možné vazební **momenty vstupního/výstupního hřídele kloubu B** zapsat ve finálním tvaru

$$ {}^{21}M_{\delta\varepsilon}^{x^\circ}(\omega t) \approx k_{\delta\varepsilon}\cdot\left[1-\frac{k_{\delta\varepsilon}}{{}^{22}k_{\delta\varepsilon}}\cdot 2\cdot\varepsilon_{\delta\varepsilon}\cdot\cos\left(2\cdot i_1^{x^\circ}\cdot i_2^{x^\circ}\cdot\omega\cdot t\right)\right]\cdot\left({}^{\delta}\varphi_1-{}^{(\varepsilon)}\varphi_{CR3}\right)-k_{\delta\varepsilon}\cdot\varepsilon_{\delta\varepsilon}\cdot\sin\left(2\cdot i_1^{x^\circ}\cdot i_2^{x^\circ}\cdot\omega\cdot t\right) \quad \textbf{(2-125a)} $$

$$ {}^{22}M_{\delta\varepsilon}^{x^\circ}(\omega t) \approx k_{\delta\varepsilon}\cdot\left[1+\frac{k_{\delta\varepsilon}}{{}^{21}k_{\delta\varepsilon}}\cdot 2\cdot\varepsilon_{\delta\varepsilon}\cdot\cos\left(2\cdot i_1^{x^\circ}\cdot i_2^{x^\circ}\cdot\omega\cdot t\right)\right]\cdot\left({}^{\delta}\varphi_1-{}^{(\varepsilon)}\varphi_{CR3}\right)-k_{\delta\varepsilon}\cdot\varepsilon_{\delta\varepsilon}\cdot\sin\left(2\cdot i_1^{x^\circ}\cdot i_2^{x^\circ}\cdot\omega\cdot t\right) \quad \textbf{(2-125b)} $$

V případě, že bude předpokládána **homokinetická**, klidová **zástavba** Cardanova mechanismu (bez uvažování propérování hnací nápravy), je možné **malý parametr** považovat za veličinu nabývající jediné konstantní hodnoty (viz. ***Příloha č. 1, Oddíl 6***).

$$ \varepsilon_C=\varepsilon_{\gamma\delta}=\varepsilon_{\delta\varepsilon}=\frac{\alpha_1^2}{4}=\frac{\alpha_2^2}{4}=\frac{\alpha^2}{4} \quad . \quad \textbf{(2-126)} $$

b) Pohybová rovnice 3-hmotého vzájemného subsystému *γ–δ–ε*

Při výpočtu nechť je nejprve uvažován vzájemný subsystém *γ–δ–ε*, který je konzervativní (bez pasivních odporů), neredukovaný k otáčkám klikového hřídele (naznačeno indexem **un**) a zcela izolovaný. V maticové formě je pak možné zapsat rovnici momentové rovnováhy jako

$$ {}^{\gamma-\delta-\varepsilon}\mathbf{M}^{\mathbf{un}}\cdot{}^{\gamma-\delta-\varepsilon}\ddot{\mathbf{q}}^{\mathbf{un}}={}^{\gamma-\delta-\varepsilon}\mathbf{f}_{\mathbf{cx}^\circ}^{\mathbf{un}}(\omega^{\times}t) \quad . \quad \textbf{(2-127)} $$

Dimenze tohoto systému je 3 a jednotlivé maticové členy jsou

Matice setrvačnosti : $ {}^{\gamma-\delta-\varepsilon}\mathbf{M}^{\mathbf{un}}=\begin{bmatrix} J_R & 0 & 0 \\ 0 & J_{CR2} & 0 \\ 0 & 0 & J_{CR3} \end{bmatrix} $; **Vektor úhlového zrychlení** : $ {}^{\gamma-\delta-\varepsilon}\ddot{\mathbf{q}}^{\mathbf{un}}=\begin{bmatrix} \ddot{\varphi}_R \\ \ddot{\varphi}_{CR2} \\ \ddot{\varphi}_{CR3} \end{bmatrix} $;

Vektor konzervativních vazeb :

$$ {}^{\gamma-\delta-\varepsilon}\mathbf{f}^{\mathbf{un}}_{\mathbf{cx}\circ}(\omega^{\times}\mathrm{t}) = \begin{bmatrix} -\mathrm{k}_{\gamma\delta}\cdot\left(\varphi_R - {}^{\delta}\varphi_1\right) - \frac{\mathrm{k}^2_{\gamma\delta}}{{}^{12}\mathrm{k}_{\gamma\delta}}\cdot 2\cdot\varepsilon_{\gamma\delta}\cdot\cos(2\cdot\omega^{\times}\cdot\mathrm{t})\cdot\left(\varphi_R - {}^{\delta}\varphi_1\right) - \mathrm{k}_{\gamma\delta}\cdot\varepsilon_{\gamma\delta}\cdot\sin(2\cdot\omega^{\times}\cdot\mathrm{t}) \\ \left[\mathrm{k}_{\gamma\delta}\cdot\left(\varphi_R - {}^{\delta}\varphi_1\right) - \mathrm{k}_{\delta\varepsilon}\cdot\left({}^{\delta}\varphi_1 - \varphi_{CR3}\right)\right] - 2\cdot\cos(2\cdot\omega^{\times}\cdot\mathrm{t})\cdot\left[\frac{\mathrm{k}^2_{\gamma\delta}}{{}^{11}\mathrm{k}_{\gamma\delta}}\cdot\varepsilon_{\gamma\delta}\cdot\left(\varphi_R - {}^{\delta}\varphi_1\right) - \frac{\mathrm{k}^2_{\delta\varepsilon}}{{}^{22}\mathrm{k}_{\delta\varepsilon}}\cdot\varepsilon_{\delta\varepsilon}\cdot\left({}^{\delta}\varphi_1 - \varphi_{CR3}\right)\right] + \sin(2\cdot\omega^{\times}\cdot\mathrm{t})\cdot\left[\mathrm{k}_{\gamma\delta}\cdot\varepsilon_{\gamma\delta} + \mathrm{k}_{\delta\varepsilon}\cdot\varepsilon_{\delta\varepsilon}\right] \\ \mathrm{k}_{\delta\varepsilon}\cdot\left({}^{\delta}\varphi_1 - \varphi_{CR3}\right) + \frac{\mathrm{k}^2_{\delta\varepsilon}}{{}^{21}\mathrm{k}_{\delta\varepsilon}}\cdot 2\cdot\varepsilon_{\delta\varepsilon}\cdot\cos(2\cdot\omega^{\times}\cdot\mathrm{t})\cdot\left({}^{\delta}\varphi_1 - \varphi_{CR3}\right) - \mathrm{k}_{\delta\varepsilon}\cdot\varepsilon_{\delta\varepsilon}\cdot\sin(2\cdot\omega^{\times}\cdot\mathrm{t}) \end{bmatrix} . \quad \textbf{(2-128a)} $$

Tento vektor je možné vyjádřit rozkladem pomocí vazebních matic mezi subsystémy γ-δ a $\delta-\varepsilon$:

$$ {}^{\gamma-\delta-\varepsilon}\mathbf{f}^{\mathbf{un}}_{\mathbf{cx}\circ}(\omega^{\times}\mathrm{t}) = -{}^{\gamma-\delta-\varepsilon}\mathbf{K}^{\mathbf{un}}_{\mathbf{C}}\cdot{}^{\gamma-\delta-\varepsilon}\mathbf{q}^{\mathbf{un}} - {}^{\gamma-\delta-\varepsilon}\mathbf{K}^{\mathbf{un}}_{\mathbf{CI}}\left(\varepsilon_{\gamma\delta},\varepsilon_{\delta\varepsilon}\right)\cdot 2\cdot\cos(2\cdot\omega^{\times}\cdot\mathrm{t})\cdot{}^{\gamma-\delta-\varepsilon}\mathbf{q}^{\mathbf{un}} + {}^{\gamma-\delta-\varepsilon}\mathbf{f}^{\mathbf{un}}_{\mathbf{CI}}\left(\varepsilon_{\gamma\delta},\varepsilon_{\delta\varepsilon}\right)\cdot\sin(2\cdot\omega^{\times}\cdot\mathrm{t}) \quad \textbf{(2-128b)} $$

, kde

$$ {}^{\gamma-\delta-\varepsilon}\mathbf{K}^{\mathbf{un}}_{\mathbf{C}} = \begin{bmatrix} \mathrm{k}_{\gamma\delta} & -\mathrm{k}_{\gamma\delta} & 0 \\ -\mathrm{k}_{\gamma\delta} & \mathrm{k}_{\gamma\delta}+\mathrm{k}_{\delta\varepsilon} & -\mathrm{k}_{\delta\varepsilon} \\ 0 & -\mathrm{k}_{\delta\varepsilon} & \mathrm{k}_{\delta\varepsilon} \end{bmatrix} ; \quad {}^{\gamma-\delta-\varepsilon}\mathbf{K}^{\mathbf{un}}_{\mathbf{CI}}\left(\varepsilon_{\gamma\delta},\varepsilon_{\delta\varepsilon}\right) = \begin{bmatrix} \frac{\mathrm{k}^2_{\gamma\delta}}{{}^{12}\mathrm{k}_{\gamma\delta}}\cdot\varepsilon_{\gamma\delta} & -\frac{\mathrm{k}^2_{\gamma\delta}}{{}^{12}\mathrm{k}_{\gamma\delta}}\cdot\varepsilon_{\gamma\delta} & 0 \\ \frac{\mathrm{k}^2_{\gamma\delta}}{{}^{11}\mathrm{k}_{\gamma\delta}}\cdot\varepsilon_{\gamma\delta} & -\frac{\mathrm{k}^2_{\gamma\delta}}{{}^{11}\mathrm{k}_{\gamma\delta}}\cdot\varepsilon_{\gamma\delta} - \frac{\mathrm{k}^2_{\delta\varepsilon}}{{}^{22}\mathrm{k}_{\delta\varepsilon}}\cdot\varepsilon_{\delta\varepsilon} & \frac{\mathrm{k}^2_{\delta\varepsilon}}{{}^{22}\mathrm{k}_{\delta\varepsilon}}\cdot\varepsilon_{\delta\varepsilon} \\ 0 & -\frac{\mathrm{k}^2_{\delta\varepsilon}}{{}^{21}\mathrm{k}_{\delta\varepsilon}}\cdot\varepsilon_{\delta\varepsilon} & \frac{\mathrm{k}^2_{\delta\varepsilon}}{{}^{21}\mathrm{k}_{\delta\varepsilon}}\cdot\varepsilon_{\delta\varepsilon} \end{bmatrix} ; \quad {}^{\gamma-\delta-\varepsilon}\mathbf{f}^{\mathbf{un}}_{\mathbf{CI}}\left(\varepsilon_{\gamma\delta},\varepsilon_{\delta\varepsilon}\right) = \begin{bmatrix} -\mathrm{k}_{\gamma\delta}\cdot\varepsilon_{\gamma\delta} \\ \mathrm{k}_{\gamma\delta}\cdot\varepsilon_{\gamma\delta}+\mathrm{k}_{\delta\varepsilon}\cdot\varepsilon_{\delta\varepsilon} \\ -\mathrm{k}_{\delta\varepsilon}\cdot\varepsilon_{\delta\varepsilon} \end{bmatrix} ; \quad {}^{\gamma-\delta-\varepsilon}\ddot{\mathbf{q}}^{\mathbf{un}} = \begin{bmatrix} \ddot{\varphi}_R \\ \ddot{\varphi}_{CR2} \\ \ddot{\varphi}_{CR3} \end{bmatrix} . $$

S využitím vztahu **(2-128)** lze pohybovou rovnici **(2-127)** subsystému γ–δ–ε zapsat jako

$$ {}^{\gamma-\delta-\varepsilon}\mathbf{M}^{\mathbf{un}}\cdot{}^{\gamma-\delta-\varepsilon}\ddot{\mathbf{q}}^{\mathbf{un}} + \left[{}^{\gamma-\delta-\varepsilon}\mathbf{K}^{\mathbf{un}}_{\mathbf{C}} + {}^{\gamma-\delta-\varepsilon}\mathbf{K}^{\mathbf{un}}_{\mathbf{CI}}\left(\varepsilon_{\gamma\delta},\varepsilon_{\delta\varepsilon}\right)\cdot 2\cdot\cos(2\cdot\omega^{\times}\cdot\mathrm{t})\right]\cdot{}^{\gamma-\delta-\varepsilon}\mathbf{q}^{\mathbf{un}} = {}^{\gamma-\delta-\varepsilon}\mathbf{f}^{\mathbf{un}}_{\mathbf{CI}}\left(\varepsilon_{\gamma\delta},\varepsilon_{\delta\varepsilon}\right)\cdot\sin(2\cdot\omega^{\times}\cdot\mathrm{t}) \ . \quad \textbf{(2-129)} $$

Dále lze postupem uvedeným v kapitole 2.10.1. vypočítat proporcionální matici tlumení ${}^{\gamma-\delta-\varepsilon}\mathbf{B}_{\mathbf{PC}}$ a výsledný tvar pohybové rovnice se pak zapíše jako

$$ {}^{\gamma-\delta-\varepsilon}\mathbf{M}^{\mathbf{un}}\cdot{}^{\gamma-\delta-\varepsilon}\ddot{\mathbf{q}}^{\mathbf{un}} + {}^{\gamma-\delta-\varepsilon}\mathbf{B}^{\mathbf{un}}_{\mathbf{C}}\cdot{}^{\gamma-\delta-\varepsilon}\dot{\mathbf{q}}^{\mathbf{un}} + \left[{}^{\gamma-\delta-\varepsilon}\mathbf{K}^{\mathbf{un}}_{\mathbf{C}} + {}^{\gamma-\delta-\varepsilon}\mathbf{K}^{\mathbf{un}}_{\mathbf{CI}}\left(\varepsilon_{\gamma\delta},\varepsilon_{\delta\varepsilon}\right)\cdot 2\cdot\cos(2\cdot\omega^{\times}\cdot\mathrm{t})\right]\cdot{}^{\gamma-\delta-\varepsilon}\mathbf{q}^{\mathbf{un}} = {}^{\gamma-\delta-\varepsilon}\mathbf{f}^{\mathbf{un}}_{\mathbf{CI}}\left(\varepsilon_{\gamma\delta},\varepsilon_{\delta\varepsilon}\right)\cdot\sin(2\cdot\omega^{\times}\cdot\mathrm{t}) \ . \quad \textbf{(2-130)} $$

Nyní lze již přistoupit **k redukci parametrů** submodelu γ–δ–ε **na otáčky klikového hřídele motoru** (zapsáno ve tvaru bez indexu **un**). Parametry přitom budou proměnné v závislosti na zvoleném převodovém stupni X°.

$$ {}^{\gamma-\delta-\varepsilon}\mathbf{M}_{\mathbf{X}^\circ}\cdot{}^{\gamma-\delta-\varepsilon}\ddot{\mathbf{q}}_{\mathbf{X}^\circ}+{}^{\gamma-\delta-\varepsilon}\mathbf{B}_{\mathbf{PCX}^\circ}\cdot{}^{\gamma-\delta-\varepsilon}\dot{\mathbf{q}}_{\mathbf{X}^\circ}+\left[{}^{\gamma-\delta-\varepsilon}\mathbf{K}_{\mathbf{CX}^\circ}+{}^{\gamma-\delta-\varepsilon}\mathbf{K}_{\mathbf{CIX}^\circ}\left(\varepsilon_{\gamma\delta},\varepsilon_{\delta\varepsilon}\right)\cdot 2\cdot\cos\left(2\cdot i_1^{X^\circ}\cdot i_2^{X^\circ}\cdot\omega\cdot t\right)\right]\cdot{}^{\gamma-\delta-\varepsilon}\mathbf{q}_{\mathbf{X}^\circ}={}^{\gamma-\delta-\varepsilon}\mathbf{f}_{\mathbf{CIX}^\circ}\left(\varepsilon_{\gamma\delta},\varepsilon_{\delta\varepsilon}\right)\cdot\sin\left(2\cdot i_1^{X^\circ}\cdot i_2^{X^\circ}\cdot\omega\cdot t\right) \quad \textbf{(2-131)} $$

, přičemž bylo využito vztahu **(2-120)** a analogického k rozkladu **(2-128b)**, navíc s uvažováním tlumících vazeb

$$ {}^{\gamma-\delta-\varepsilon}\mathbf{f}_{\mathbf{CX}^\circ}(\omega t)=-{}^{\gamma-\delta-\varepsilon}\mathbf{B}_{\mathbf{PCX}^\circ}\cdot{}^{\gamma-\delta-\varepsilon}\dot{\mathbf{q}}_{\mathbf{X}^\circ}-{}^{\gamma-\delta-\varepsilon}\mathbf{K}_{\mathbf{CX}^\circ}\cdot{}^{\gamma-\delta-\varepsilon}\mathbf{q}_{\mathbf{X}^\circ}-{}^{\gamma-\delta-\varepsilon}\mathbf{K}_{\mathbf{CIX}^\circ}\left(\varepsilon_{\gamma\delta},\varepsilon_{\delta\varepsilon}\right)\cdot 2\cdot\cos\left(2\cdot i_1^{X^\circ}\cdot i_2^{X^\circ}\omega\cdot t\right)\cdot{}^{\gamma-\delta-\varepsilon}\mathbf{q}_{\mathbf{X}^\circ}+{}^{\gamma-\delta-\varepsilon}\mathbf{f}_{\mathbf{CIX}^\circ}\left(\varepsilon_{\gamma\delta},\varepsilon_{\delta\varepsilon}\right)\cdot\sin\left(2\cdot i_1^{X^\circ}\cdot i_2^{X^\circ}\omega\cdot t\right) \quad \textbf{(2-132)} $$

, kde

Matice setrvačnosti (diagonální) **:**

$$ {}^{\gamma-\delta-\varepsilon}\mathbf{M}_{\mathbf{X}^\circ}=\begin{bmatrix} J_R\cdot\left(i_1^{X^\circ}\right)^2\cdot\left(i_2^{X^\circ}\right)^2 & 0 & 0 \\ 0 & J_{CR2}\cdot\left(i_1^{X^\circ}\right)^2\cdot\left(i_2^{X^\circ}\right)^2 & 0 \\ 0 & 0 & J_{CR3}\cdot\left(i_1^{X^\circ}\right)^2\cdot\left(i_2^{X^\circ}\right)^2 \end{bmatrix} $$

Matice tuhosti časově variantní části modelu (vliv zalomení, nesymetrická) **:**

$$ {}^{\gamma-\delta-\varepsilon}\mathbf{K}_{\mathbf{CIX}^\circ}\left(\varepsilon_{\gamma\delta},\varepsilon_{\delta\varepsilon}\right)=\begin{bmatrix} \frac{k_{\gamma\delta}^2}{12k_{\gamma\delta}}\cdot\varepsilon_{\gamma\delta}\cdot\left(i_1^{X^\circ}\right)^2\cdot\left(i_2^{X^\circ}\right)^2 & -\frac{k_{\gamma\delta}^2}{12k_{\gamma\delta}}\cdot\varepsilon_{\gamma\delta}\cdot\left(i_1^{X^\circ}\right)^2\cdot\left(i_2^{X^\circ}\right)^2 & 0 \\ \frac{k_{\gamma\delta}^2}{11k_{\gamma\delta}}\cdot\varepsilon_{\gamma\delta}\cdot\left(i_1^{X^\circ}\right)^2\cdot\left(i_2^{X^\circ}\right)^2 & -\left(\frac{k_{\gamma\delta}^2}{11k_{\gamma\delta}}\cdot\varepsilon_{\gamma\delta}+\frac{k_{\delta\varepsilon}^2}{22k_{\delta\varepsilon}}\cdot\varepsilon_{\delta\varepsilon}\right)\cdot\left(i_1^{X^\circ}\right)^2\cdot\left(i_2^{X^\circ}\right)^2 & \frac{k_{\delta\varepsilon}^2}{22k_{\delta\varepsilon}}\cdot\varepsilon_{\delta\varepsilon}\cdot\left(i_1^{X^\circ}\right)^2\cdot\left(i_2^{X^\circ}\right)^2 \\ 0 & -\frac{k_{\delta\varepsilon}^2}{21k_{\delta\varepsilon}}\cdot\varepsilon_{\delta\varepsilon}\cdot\left(i_1^{X^\circ}\right)^2\cdot\left(i_2^{X^\circ}\right)^2 & \frac{k_{\delta\varepsilon}^2}{21k_{\delta\varepsilon}}\cdot\varepsilon_{\delta\varepsilon}\cdot\left(i_1^{X^\circ}\right)^2\cdot\left(i_2^{X^\circ}\right)^2 \end{bmatrix} $$

Matice tuhosti (třídiagonální, symetrická)**:**

$$ {}^{\gamma-\delta-\varepsilon}\mathbf{K}_{\mathbf{CX}^\circ}=\begin{bmatrix} k_{\gamma\delta}\cdot\left(i_1^{X^\circ}\right)^2\cdot\left(i_2^{X^\circ}\right)^2 & -k_{\gamma\delta}\cdot\left(i_1^{X^\circ}\right)^2\cdot\left(i_2^{X^\circ}\right)^2 & 0 \\ -k_{\gamma\delta}\cdot\left(i_1^{X^\circ}\right)^2\cdot\left(i_2^{X^\circ}\right)^2 & \left(k_{\gamma\delta}+k_{\delta\varepsilon}\right)\cdot\left(i_1^{X^\circ}\right)^2\cdot\left(i_2^{X^\circ}\right)^2 & -k_{\delta\varepsilon}\cdot\left(i_1^{X^\circ}\right)^2\cdot\left(i_2^{X^\circ}\right)^2 \\ 0 & -k_{\delta\varepsilon}\cdot\left(i_1^{X^\circ}\right)^2\cdot\left(i_2^{X^\circ}\right)^2 & k_{\delta\varepsilon}\cdot\left(i_1^{X^\circ}\right)^2\cdot\left(i_2^{X^\circ}\right)^2 \end{bmatrix} $$

Matice proporcionálního tlumení (třídiagonální) **:**

$$ {}^{\gamma-\delta-\varepsilon}\mathbf{B}_{\mathbf{PCX}^\circ}=\begin{bmatrix} bp_{\gamma\delta}\cdot\left(i_1^{X^\circ}\right)^2\cdot\left(i_2^{X^\circ}\right)^2 & -bp_{\gamma\delta}\cdot\left(i_1^{X^\circ}\right)^2\cdot\left(i_2^{X^\circ}\right)^2 & 0 \\ -bp_{\gamma\delta}\cdot\left(i_1^{X^\circ}\right)^2\cdot\left(i_2^{X^\circ}\right)^2 & \left(bp_{\gamma\delta}+k_{\delta\varepsilon}\right)\cdot\left(i_1^{X^\circ}\right)^2\cdot\left(i_2^{X^\circ}\right)^2 & -bp_{\delta\varepsilon}\cdot\left(i_1^{X^\circ}\right)^2\cdot\left(i_2^{X^\circ}\right)^2 \\ 0 & -bp_{\delta\varepsilon}\cdot\left(i_1^{X^\circ}\right)^2\cdot\left(i_2^{X^\circ}\right)^2 & bp_{\delta\varepsilon}\cdot\left(i_1^{X^\circ}\right)^2\cdot\left(i_2^{X^\circ}\right)^2 \end{bmatrix} $$

Vektor vnitřního buzení (daný zalomením) :

$$ {}^{\gamma-\delta-\varepsilon}\mathbf{f}_{\mathbf{CIX^\circ}}\left(\varepsilon_{\gamma\delta},\varepsilon_{\delta\varepsilon}\right)=\begin{bmatrix} -k_{\gamma\delta}\cdot\varepsilon_{\gamma\delta}\cdot i_1^{X^\circ}\cdot i_2^{X^\circ} \\ \left(k_{\gamma\delta}\cdot\varepsilon_{\gamma\delta}+k_{\delta\varepsilon}\cdot\varepsilon_{\delta\varepsilon}\right)\cdot i_1^{X^\circ}\cdot i_2^{X^\circ} \\ -k_{\delta\varepsilon}\cdot\varepsilon_{\delta\varepsilon}\cdot i_1^{X^\circ}\cdot i_2^{X^\circ} \end{bmatrix}; $$

Vektory absolutních odezev :

$$ {}^{\gamma-\delta-\varepsilon}\mathbf{q}_{X^\circ}=\begin{bmatrix} \overline{\overline{\varphi}}_R^{X^\circ} \\ \overline{\overline{\varphi}}_1^{X^\circ} \\ \overline{\overline{\varphi}}_{CR3}^{X^\circ} \end{bmatrix}; \qquad {}^{\gamma-\delta-\varepsilon}\dot{\mathbf{q}}_{X^\circ}=\begin{bmatrix} \dot{\overline{\overline{\varphi}}}_R^{X^\circ} \\ \dot{\overline{\overline{\varphi}}}_1^{X^\circ} \\ \dot{\overline{\overline{\varphi}}}_{CR3}^{X^\circ} \end{bmatrix}; \qquad {}^{\gamma-\delta-\varepsilon}\ddot{\mathbf{q}}_{X^\circ}=\begin{bmatrix} \ddot{\overline{\overline{\varphi}}}_R^{X^\circ} \\ \ddot{\overline{\overline{\varphi}}}_1^{X^\circ} \\ \ddot{\overline{\overline{\varphi}}}_{CR3}^{X^\circ} \end{bmatrix}. $$

c) Pohybová rovnice v subsystému δ

Subsystém δ tvoří jediná setrvačná hmota J_{CR2}, umístěná na středním hřídeli Cardanova mechanismu. Neobsahuje žádné vnitřní tlumící, či pružné momentové vazby. Takto izolovaný systém je s okolními subsystémy γ a ε spojen prostřednictvím vnějších vazebních momentů, odvozených v bodech **a)** a **b)** této kapitoly 2.8.2..

Pohybová rovnice je **v redukované podobě**, dimenze 1 a nabývá tvaru

$$ {}^{\delta}\mathbf{M}_{X^\circ}\cdot{}^{\delta}\ddot{\mathbf{q}}_{X^\circ}={}^{\delta}\mathbf{f}_{\mathbf{CX^\circ}}(\omega t) \qquad \textbf{(2-133)} $$

, kde

Matice setrvačnosti :

$$ {}^{\delta}\mathbf{M}_{X^\circ}=\left[J_{CR2}\cdot\left(i_1^{X^\circ}\right)^2\cdot\left(i_2^{X^\circ}\right)^2\right]; $$

Vektor absolutních odezev (úhlového zrychlení) **:**

$$ {}^{\delta}\ddot{\mathbf{q}}_{X^\circ}=\left[\ddot{\overline{\overline{\varphi}}}_1^{X^\circ}\right]; $$

Vektor vazebních momentů (s využitím **(2-121b)** a **(2-125a)**) **:**

$$ {}^{\delta}\mathbf{f}_{\mathbf{CX^\circ}}(\omega t)=\left[\left({}^{12}Mbp_{\gamma\delta}^{**X^\circ}-{}^{21}Mbp_{\delta\varepsilon}^{**X^\circ}\right)+\left({}^{12}M_{\gamma\delta}^{**X^\circ}(\omega t)-{}^{21}M_{\delta\varepsilon}^{**X^\circ}(\omega t)\right)\right]=\left[\left({}^{12}Mbp_{\gamma\delta}^{**X^\circ}-{}^{21}Mbp_{\delta\varepsilon}^{**X^\circ}\right)+\left[k_{\gamma\delta}\cdot\left(\overline{\overline{\varphi}}_R^{X^\circ}-\overline{\overline{\varphi}}_1^{X^\circ}\right)-k_{\delta\varepsilon}\cdot\left(\overline{\overline{\varphi}}_1^{X^\circ}-\overline{\overline{\varphi}}_{CR3}^{X^\circ}\right)\right]\cdot\left(i_1^{X^\circ}\right)^2\cdot\left(i_2^{X^\circ}\right)^2- $$

$$ -2\cdot\cos\left(2\cdot i_1^{X^\circ}\cdot i_2^{X^\circ}\cdot\omega\cdot t\right)\cdot\left[\frac{k_{\gamma\delta}^2}{{}^{11}k_{\gamma\delta}}\cdot\varepsilon_{\gamma\delta}\cdot\left(\overline{\overline{\varphi}}_R^{X^\circ}-\overline{\overline{\varphi}}_1^{X^\circ}\right)-\frac{k_{\delta\varepsilon}^2}{{}^{22}k_{\delta\varepsilon}}\cdot\varepsilon_{\delta\varepsilon}\cdot\left(\overline{\overline{\varphi}}_1^{X^\circ}-\overline{\overline{\varphi}}_{CR3}^{X^\circ}\right)\right]\cdot\left(i_1^{X^\circ}\right)^2\cdot\left(i_2^{X^\circ}\right)^2+\sin\left(2\cdot i_1^{X^\circ}\cdot i_2^{X^\circ}\cdot\omega\cdot t\right)\cdot i_1^{X^\circ}\cdot i_2^{X^\circ}\cdot\left[k_{\gamma\delta}\cdot\varepsilon_{\gamma\delta}+k_{\delta\varepsilon}\cdot\varepsilon_{\delta\varepsilon}\right] \qquad \textbf{(2-134)} $$

, kde je opět indexem $^{**X^\circ}$ naznačena redukce vazebních momentů mezi subsystémy γ a δ, resp. δ a ε, realizovaná přes 2 převodové poměry na rychlostním stupni X°.

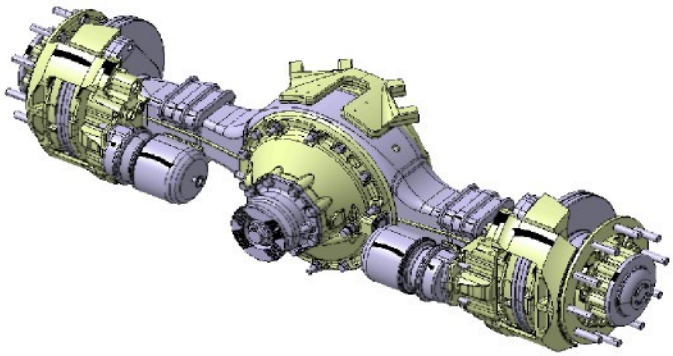
2.9. SUBSYSTÉM ε – HNACÍ NÁPRAVA A VOZIDLO

2.9.1. OBECNĚ

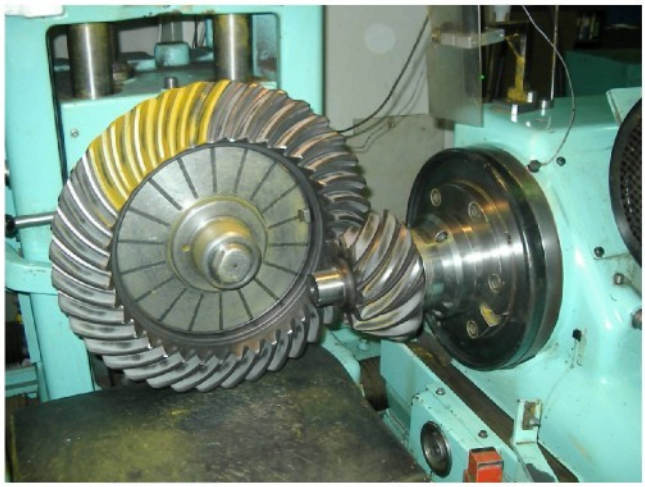
Hnací řetězec autobusu Arway je zakončen rotujícími díly tuhé hnací nápravy a přes dvojici pneumatik na každé straně, je v místě jejich styku s vozovkou realizována pružná a tlumící vazba k odpérované hmotě celého vozidla (včetně přední nápravy). To představuje koncový článek izolovaného torzního řetězce, který je v dynamickém modelu označený jako subsystém ε.

Hnací náprava nese označení U167E a je vyráběna firmou Arvin Meritor – ***Obr. 2-35***. Jednotlivé části nápravy, obsahující rotační prvky, jsou postupně :

- Rozvodovka, zahrnující stálý převod a vyrovnávací převodovku (symetrický diferenciál);
- Dvě nápravové poloosy;
- Kotoučové brzdy D-Elsa2, samostatné pro každou stranu hnací nápravy;
- Koncová jednotka a kolová dvoumontáž na každé straně nápravy.



Obr. 2-35 Pohled na nápravu Arvin Meritor U167E



Obr. 2-36 Pevnostní zkouška palloidního převodu

Rozvodovka zajišťuje přenos rotačního pohybu a hnacího momentu z Cardanova kloubového mechanismu na kola hnací nápravy, stálý převod snižuje vstupní otáčky na otáčky požadované hnacími koly a diferenciál vyrovnává otáčkový rozdíl na hnacích kolech, při průjezdu vozidla zatáčkou.

Stálý převod je tvořen kuželovým soukolím, přičemž osa talířového kola a osa pastorku jsou vůči sobě potočeny o 90° a pastorek je v příčném směru mírně vyosený. Soukolí je vybaveno šroubovým **palloidním ozubením**, tzv. typ „Klingelnberg" – viz. ***Obr. 2-36***. Hlavním znakem tohoto typu ozubení je, že výška zubů talířového kola je stejná, po celé jejich délce (na rozdíl od ozubení hypoidního).

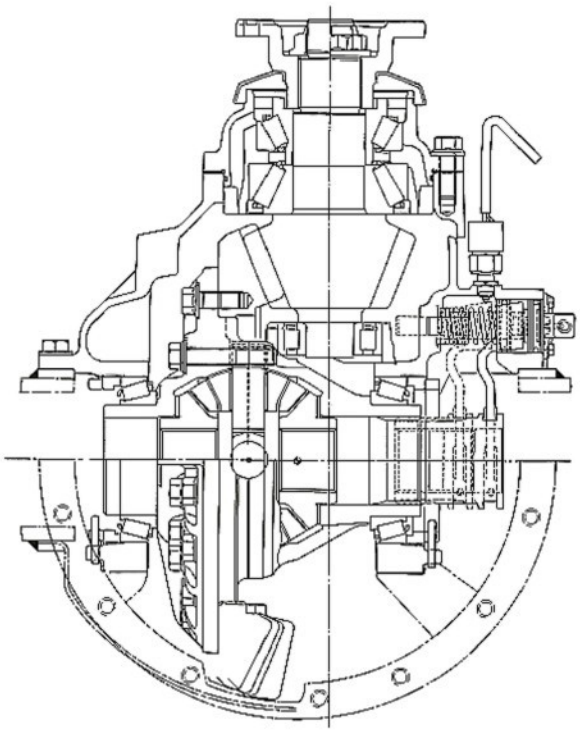
V celém pohonném řetězci vykazuje právě tento stálý převod také nejvýznamnější vůle (tedy silné nelinearity). Jedná se o **vůle mezi boky zubů** v záběru ozubení, přičemž jejich velikost se pohybuje na hodnotách v rozmezí 0,26 až 0,5 mm. V této práci se však uvažuje lineární, matematický model záběru ozubení stálého převodu, a tudíž se předpokládá že :

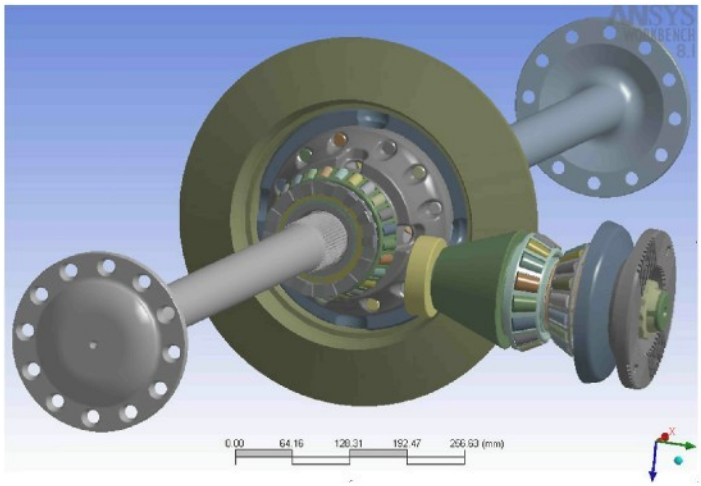
a) ozubení je ve fázi trvalého záběru. To znamená, že je zachován stálý kontakt pracovních boků zubů na záběrové křivce a nemůže nikdy dojít k překmitnutí zubu do oblasti vůlí na opačné straně záběru, nebo dokonce ke kontaktu nepracovního boku tohoto zubu s bokem zubu následujícího, který do záběru teprve vstupuje;

b) tuhost ozubení má konstantní hodnotu , tzn. není proměnná v čase;

Naproti tomu je do vyšetřovaného modelu zahrnut **vliv kinematické úchylky v převodu**, který je rovněž velmi významným zdrojem vnitřního buzení – podrobně viz. následující kap. 2.9.2.1..

Talířové kolo palloidního převodu je tuze spojeno s klecí **symetrického diferenciálu**. Přes tuto klec se přenáší užitečný hnací moment, společně s dynamickými účinky, na 4 satelity, umístěné v křížení os diferenciálu, které neustále zajišťují rovnováhu točivých momentů mezi pravou a levou stranou nápravy (***Obr. 2-38***). U vyšetřovaného modelu je předpokládána přímá jízda, kdy obě planetová ozubená kola, která jsou pevně spojená s poloosami, se otáčejí stejnými otáčkami jako talířové kolo. V takovém režimu pak všechny satelity jsou v klidu a otáčejí se společně s klecí diferenciálu. Točivý moment se tudíž rozvádí na obě nápravové poloosy stejným dílem. Soukolí rozvodu je tvořeno kuželovými koly a pro případ přímé jízdy lze **převod diferenciálu** vyjádřit jako i_{DIFF}=-1 (vstupní a výstupní otáčky jsou stejně velké, avšak opačného smyslu).



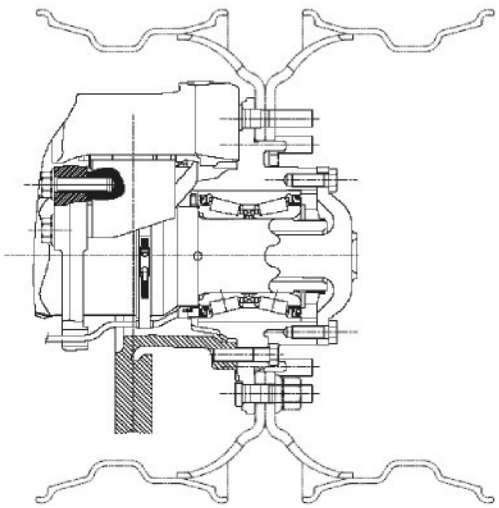


Obr. 2-37 Rotační části pevné hnací nápravy U167E

Obr. 2-38 Vnitřní uspořádání stálého, palloidního převodu a symetrického diferenciálu nápravy Arvin Meritor U167E

Nápravové poloosy jsou dvě torzní tyče nahrazené v modelu každá jedinou diskrétní a nehmotnou vazbou. Aby u nich nebyl zanedbán vliv setrvačné hmoty, jsou tyto poloosy považovány za jednorozměrné kontinuum. Ekvivalentní setrvačné hmoty kotoučů, příslušející rotačním částem diferenciálu na jedné straně a kotoučové brzdy na straně druhé, jsou při uvažování tohoto 1D kontinua zvýšeny o příslušné hmotnostní přírůstky, a také deviační setrvačné momenty.

Rotační část **brzdy D-Elsa2** (viz. ***Obr. 2-40***) představuje brzdný kotouč a část koncové jednotky uložené na každé straně hnací nápravy. Spojení mezi kotoučem a kotevní deskou, sloužící pro uchycení vždy páru kolových disků, je zajištěno pomocí trubkové příruby. Tato příruba je torzně velmi tuhá a v dynamickém modelu je nahrazena jediným pružinovým elementem o nekonečně velké tuhosti. Nepředpokládají se tedy žádné významné relativní deformace mezi rotačními částmi, na každé koncové jednotce nápravy.

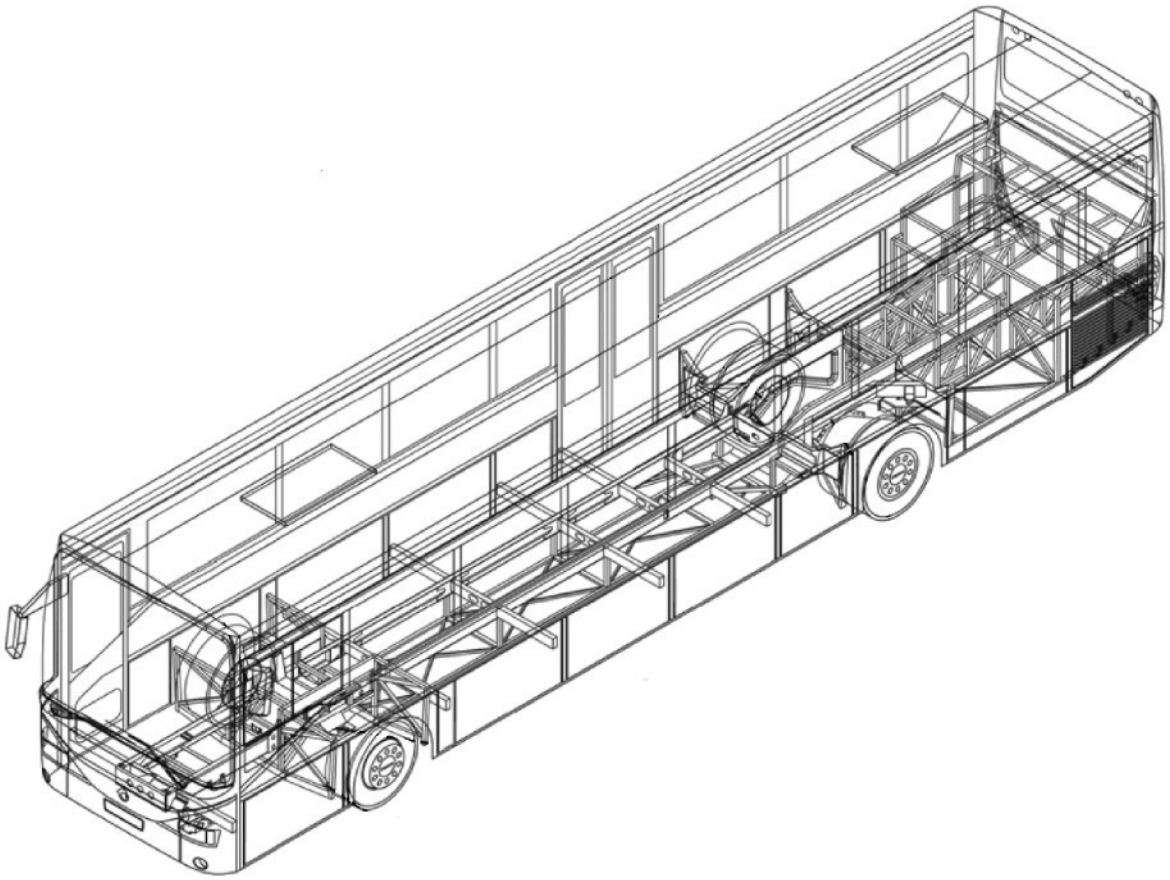


Obr. 2-39 Koncová jednotka a uchycení dvoumontáže

Obr. 2-40 Kotoučová brzda D-Elsa2

Kolové disky o rozměrech 22,5"×8,25", jsou vyrobeny z Al slitiny, výrobce Hayes Lemmerz. Na každé straně hnací nápravy jsou šroubovány v symetrické dvoumontáži (vnitřní a vnější kolo).

Nejběžněji používaným typem **pneumatik** na vozidle Arway jsou Michelin 295/80 R22,5" XZE2+. K tomuto modelu se mně bohužel nepodařilo sehnat žádné důležité dynamické parametry. Do sestavy vyšetřovaného modelu jsem proto použil jiný typ pneumatik Michelin 295/80 R22,5" XDW (se zimním vzorkem), u kterých jsem naopak měl k dispozici veškeré potřebné torzní charakteristiky, získané navíc měřením přímo u výrobce.



Obr. 2-41 Transparentní pohled na odpérovanou hmotu vozidla Arway

Přes diskrétní prvky, nahrazující pružné a tlumící vlastnosti pneumatik, je zajištěna vazba na nástavbu vozidla – viz. ***Obr. 2-41***. Poslední kotouč v dynamickém modelu reprezentuje setrvačnou hmotu vozu v pohybu, kterou je možné na základě vstupních parametrů volit buď jako pohotovostní, nebo celkovou. Absolutní výchylka φ_V pak představuje periodické klonění vozidla za jízdy způsobené vlivem torzních vibrací.

V subsystému ε se nalézají také dva významné zdroje **odporových sil** :

a) Prvním z nich jsou **brzdné momenty** aplikované na kotouče jednotek D-Elsa2. Potřeba brzdného účinku závisí pouze na vůli řidiče, a proto je nelze považovat za trvale působící zátěžné momenty (podobně jako je tomu i při aplikaci brzdného momentu retardéru). Do modelu se tento zátěžný moment zadává prostřednictvím konstantní hodnoty brzdného momentu, získané z teoretické (výpočtové) závislosti na ovládacím tlaku a provozním zatížení vozidla (viz. ***Příloha č1.***, ***Oddíl 10***). Tento brzdný moment je nezávislý na hmotnosti vozidla, a to až na podmínku omezení adhezí.

b) Druhou významnou zátěží v subsystému jsou **pasivní odpory vozidla**. Celkovou sílu jízdních odporů lze rozdělit na 4 silové příspěvky :

b1) Valivý odpor

Síly od valivých odporů vozidla jsou způsobeny deformacemi pneumatik a působí v místě jejich styku s vozovkou. Jestliže veličina k bude představovat počet kol na vozidle (pro autobus Arway je to k=6), pak lze výslednou odporovou sílu valení vozu zapsat jako :

$$O_f = \sum_k O_{fk} = \sum_k Z_k \cdot f_k \quad . \qquad \textbf{(2-135a)}$$

Dále nechť se předpokládá, že součinitelé valivého odporu všech kol vozidla mají stejnou hodnotu $f_k = f$, tzn. že je zaručeno stejné huštění pneumatik. Pak

$$O_f = f \cdot \sum_k Z_k = f \cdot m_v^{(K),(T)} \cdot g \cdot \cos\left(\alpha^S\right) \qquad \textbf{(2-135b)}$$

, resp. v případě jízdy vozidla po rovině

$$O_f = f \cdot m_v^{(K),(T)} \cdot g \quad , \qquad \textbf{(2-135c)}$$

součinitel valení f se přitom volí v rozsahu 0,01 až 0,02. Konkrétně u tohoto modelu bylo voleno f=0,012.

b2) Vzdušný odpor

Pro zařazený rychlostní stupeň X° je dán vztahem

$$O_v^{X°} = c_x \cdot \frac{\rho}{2} \cdot S_x \cdot \left(v_r^{X°}\right)^2 \qquad \textbf{(2-136)}$$

, přičemž výsledná náporová rychlost proudění vzduchu je

$$v_r^{X°} = v^{X°} + v_v \qquad \textbf{(2-137)}$$

, kde volená rychlost protivětru $v_v \approx 4{,}7$ m/s.
Rychlost pohybu vozidla pro stupeň X° je : $v^{X°} = \omega \cdot i_1^{X°} \cdot i_2^{X°} \cdot i_3 \cdot r_{dyn}$.

Ostatní parametry ve vztahu **(2-136)** jsou přehledně uvedeny v ***Příloze č.1, Oddílu 10***.

b3) Odpor proti stoupání

Je dán vztahem

$$O_s = \pm m_v^{(K),(T)} \cdot g \cdot \sin\left(\alpha^S\right) \qquad \textbf{(2-138)}$$

, přičemž znaménko +/- platí pro jízdu vozidla do/ze svahu.
V základním výpočtu modelu se uvažuje jízda autobusu po ideální rovině, tedy odpor stoupání je nulový.

b4) Odpor proti zrychlení vozu

Tento odpor není ve vyšetřovaném modelu uvažován $O_\alpha^{X°} = 0$. Předpokládá se rovnoměrná ustálená jízda s konstantní hodnotou jízdní rychlosti $v^{X°}$ a motorových otáček n_E.

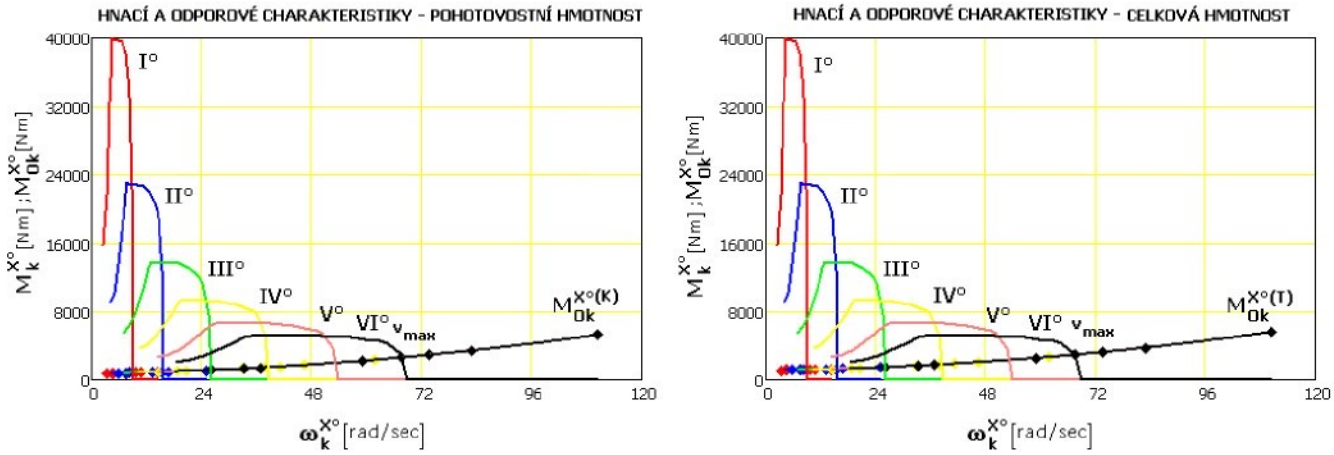
Výsledný moment jízdních odporů vozidla na kolech hnací nápravy lze zapsat jako :

$$M_{Ok}^{X°(K),(T)} = \left(O_f + O_v^{X°} + O_s\right) \cdot r_{dyn} \quad . \qquad \textbf{(2-139)}$$

Rovnováha hnacích a odporových sil vozidla se vyšetřuje pro místo styku kol hnací nápravy s vozovkou. V této konkrétní soustavě je za rovnovážný stav považován průsečík výsledné užitečné hnací síly vozidla a celkových jízdních odporů. Podmínkou stabilního chodu agregátu je pak provozní režim, kdy soustava se při změně rychlosti rozbíhá do, nebo vrací zpět k rovnovážnému bodu, který odpovídá maximální rychlosti vozidla v_{max}.

Velikost hnací síly (hnacího momentu) vozidla, nutné pro překonání jízdních odporů, leží pod křivkou $M_{O_f} + M_{O_v}^{X°}$ (platí pro ustálenou rovnoměrnou rychlost jízdy po rovině).

Zbývající část využitelné hnací síly (hnací momenty), ležící v oblasti grafu mezi křivkou jízdních odporů $M_{O_r} + M_{O_v}^{X°}$ na jedné straně a křivkami hnacího momentu jednotlivých rychlostních stupňů X° na straně druhé, jsou v pohonné soustavě k dispozici pro překonávání odporů stoupání M_{O_s} a odporů proti zrychlení vozidla $M_{O_\alpha}^{X°}$.



Obr. 2-42 Charakteristika hnacích a odporových sil (momentů) na kolech hnací nápravy

Uvedené hnací charakteristiky odpovídají 100% (jmenovitému, maximálnímu) výkonovému využití, dané **vnější otáčkovou charakteristikou motoru**. V takovém případě by u vozidla byl k dispozici neustálý přebytek hnací síly a soustava by se rozbíhala. Ve skutečnosti ovšem do optimálního výkonového využití pohonu vstupuje vícestupňová regulace motoru, daná řídící strategií ECU. Protože je vyšetřován ustálený stav při rovnoměrné jízdní rychlosti vozidla, korespondují hnací křivky s tzv. **částečnými otáčkovými charakteristikami motoru** (např. 50%, 75% apod.). V takovém případě se za pomoci regulace zajistí vnější momentová rovnováha systému $M_{\Sigma E} = M_{Ok}^{X°(K),(T)}$ a z pohledu matematického řešení je možné vypustit vektory stejnosměrných složek buzení $\mathbf{f_{E0}}$ a $\mathbf{f_{A0}}$ (viz. kap. 2.10.).

V souladu s těmito úvahami je třeba mít na zřeteli také fakt, že velikost složek jalového hnacího momentu motoru, způsobujícího torzní vibrace v systému, odpovídá jmenovité velikosti (100%), dané vnější otáčkovou charakteristikou motoru. Ve skutečnosti je tedy vyšetřován modelový případ, kdy se předpokládá vnější momentová rovnováha na globálním systému, za současného působení maximálních hodnot jalových složek hnacího momentu motoru.

2.9.2. MATEMATICKÝ POPIS SUBSYSTÉMU ε

2.9.2.1. DYNAMICKÉ POMĚRY VE STÁLÉM PŘEVODU

Úchylka v převodu páru ozubených kol, ke které dojde při pootočení pastorku o jistý úhel, je dána rozdílem dráhy bodu na roztečné kružnici talířového kola a dráhy bodu na roztečné kružnici pastorku. Představuje dominantní zdroj vnitřního buzení, v každém ozubeném soukolí. Je způsobena :

a) úchylkou v rozteči, tedy rozdílem poloh boků zubů, u obou členů, v uvažované oblasti jejich pootočení. Ta je zpravidla významně ovlivněna chybami vzniklými při sestavení soukolí, mezi které pro stálé převody hnacích náprav patří podle [36] :

- úhlová odchylka osy hřídele pastorku;
- chyba v nastavení rozteče (ofsetu) pastorku;
- chyba v nastavení axiální polohy talířového kola;
- chyba v nastavení axiální polohy pastorku.

b) úchylkou tvaru boků zubů, opakující se na všech zubech kola. Ta vzniká v důsledku profilové úchylky jednoho nebo více zubů nástroje, nebo výstředním upevněním odvalovací frézy.

Dále se u modelu předpokládá zachování stálého kontaktu pracovních boků zubů, tzv. **nepřerušený záběr**, bez vzniku vůlí.

V matematickém vyjádření **kinematické úchylky převodu** se předpokládá zanedbání vlivu kmitání talířového kola i pastorku na polohu záběrového bodu. Úchylku lze simulovat vsouváním fiktivního klínu o šířce $e_H(t)$ mezi spoluzabírající boky zubů a popsat ji periodickou funkcí času ve tvaru

$$e_H(t) = \Delta_{H0} \cdot \cos\left(\frac{d}{z_{RA1} \cdot z_{RA2}} \cdot \omega_z \cdot t + \gamma_{H0}\right) + \sum_{\kappa=1}^{K} \Delta_{H\kappa} \cdot \cos\left(\kappa \cdot \omega_z \cdot t + \gamma_{H\kappa}\right) \qquad \textbf{(2-140)}$$

, kde
κ je řád harmonické složky;
d (GCD) je největší společný dělitel počtu zůbů v ozubeném soukolí;
a ω_z je tzv. **záběrová frekvence**, kterou lze vyjádřit pro zařazený stupeň X° jako

$$\omega_z^{X°} = z_{RA1} \cdot \omega_{RA1}^{X°} = z_{RA2} \cdot \omega_{RA2}^{X°} = z_{RA1} \cdot i_1^{X°} \cdot i_2^{X°} \cdot \omega \quad . \qquad \textbf{(2-141)}$$

Z pohledu vnitří dynamiky soukolí se nejvýznamněji projevuje první harmonická složka (κ=1) se zubovou frekvencí ω_z. V matematickém modelu tak budou následně zanedbány

- první člen ve vzorci **(2-140)**, který odpovídá frekvenci úplného odvalu;
- vyšší harmonické řády funkce, odpovídající celistvím násobkům zubové frekvence;
- $\gamma_{H1} = 0$ deg, tedy nulové počáteční fázové natočení 1. harmonické složky.

Vzorec **(2-140)** se tak zjednoduší na vztah

$$e_H(t) = \Delta_{H1} \cdot \cos\left(z_{RA1} \cdot \omega_{RA1} \cdot t\right) \qquad \textbf{(2-142)}$$

, přičemž amplituda Δ_{H1} byla pro vyšetřované soukolí odhadnuta na $\Delta_{H1} \approx 340 \cdot 10^{-8}$ m.

U palloidního soukolí se dotyk spoluzabírajících zubů odehrává v oblasti záběrové křivky (čarový dotyk). Ve skutečnosti jsou však kinematická úchylka v převodu i zatížení boků zubů podél této křivky proměnné. Rovněž i tuhost záběru zubů se pak mění nejenom v závislosti na poloze dotykové křivky v záběrovém poli, ale také podél ní. V takovém případě se tuhost záběru počítá pomocí MKP. Protože u vyšetřovaného případu nebyl k dispozici CAD model soukolí, byla **záběrová tuhost** k_H přibližně vypočítána za pomoci sestrojeného **virtuálního soukolí** s čelním ozubením a jednobodovým záběrem.

Nechť je dále uvažován **2-hmotý izolovaný model virtuálního soukolí** stálého převodu dle ***Obr. 2-43***, a to v **neredukované podobě**. **Sílu v záběru ozubení** je možné vyjádřit jako

$$N = b_H \cdot \left[r_{RA1} \cdot \dot{\varphi}_{RA1} - r_{RA2} \cdot \dot{\varphi}_{RA2} + \dot{e}_H\left(\omega_{RA1} t\right)\right] + k_H \cdot \left[r_{RA1} \cdot \varphi_{RA1} - r_{RA2} \cdot \varphi_{RA2} + e_H\left(\omega_{RA1} t\right)\right] \quad . \qquad \textbf{(2-143)}$$

Pohybovou rovnici takového systému lze pak v maticovém tvaru zapsat jako

$$\begin{bmatrix} J_{RA1} & 0 \\ 0 & J_{RA2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \ddot{\varphi}_{RA1} \\ \ddot{\varphi}_{RA2} \end{bmatrix} + b_H \cdot \begin{bmatrix} r_{RA1}^2 & -r_{RA1} \cdot r_{RA2} \\ -r_{RA1} \cdot r_{RA2} & r_{RA2}^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{\varphi}_{RA1} \\ \dot{\varphi}_{RA2} \end{bmatrix} + k_H \cdot \begin{bmatrix} r_{RA1}^2 & -r_{RA1} \cdot r_{RA2} \\ -r_{RA1} \cdot r_{RA2} & r_{RA2}^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \varphi_{RA1} \\ \varphi_{RA2} \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} -b_H \cdot r_{RA1} \cdot \dot{e}_H(t) - k_H \cdot r_{RA1} \cdot e_H(t) \\ b_H \cdot r_{RA2} \cdot \dot{e}_H(t) + k_H \cdot r_{RA2} \cdot e_H(t) \end{bmatrix}, \text{ resp. } \mathbf{M_H^{un}} \cdot \ddot{\mathbf{q}}_\mathbf{H}^{\mathbf{un}} + \mathbf{B_H^{un}} \dot{\mathbf{q}}_\mathbf{H}^{\mathbf{un}} + \mathbf{K_H^{un}} \cdot \mathbf{q_H^{un}} = \mathbf{f_H^{un}}\left(\omega_{RA1} t\right) \quad . \qquad \textbf{(2-144)}$$

Jestliže zavedeme **relativní výchylku v záběru ozubení** jako

$$x_H = r_{RA1} \cdot \varphi_{RA1} - r_{RA2} \cdot \varphi_{RA2} + e_H\left(\omega_{RA1} t\right) \quad . \qquad \textbf{(2-145)}$$

Pak rovnici **(2-144)** lze přepsat do **relativního tvaru pro deformaci ozubení**

$$\ddot{x}_H + b_H \cdot r_{RA1}^2 \cdot \frac{1}{J_H} \cdot \dot{x}_H + k_H \cdot r_{RA1}^2 \cdot \frac{1}{J_H} \cdot x_H = \ddot{e}_H(t) \text{ , resp. } \ddot{x}_H + 2 \cdot D_H \cdot \Omega_H \dot{x}_H + \Omega_H^2 \cdot x_H = \ddot{e}_H\left(\omega_{RA1} t\right) \qquad \textbf{(2-146)}$$

, kde $\frac{1}{J_H} = \frac{1}{J_{RA1}} + \frac{1}{J_{RA2} \cdot \frac{r_{RA1}^2}{r_{RA2}^2}}$.

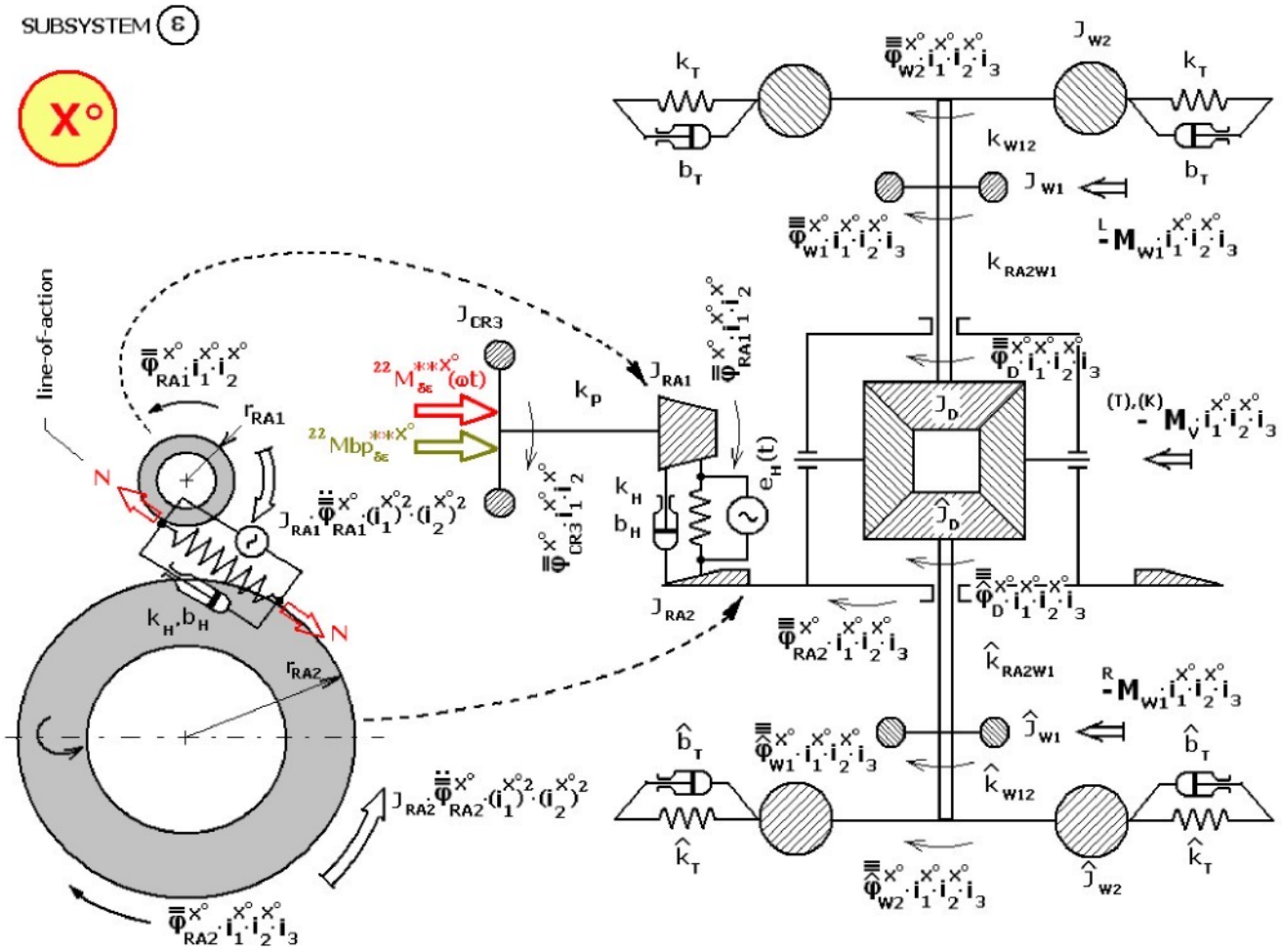
Vhodnou volbou koeficientu poměrného útlumu D_H (v tomto případě voleno D_H = 0,011) lze pak ze vztahu **(2-146)** vypočítat **součinitel viskózního tlumení záběrové vazby** ozubení b_H.

2-hmotou soustavu **(2-144)** lze s použitím převodových poměrů pro stupně X° a vztahu **(2-141)** převést do **redukovaného tvaru** k otáčkám klikového hřídele

$$\begin{bmatrix} J_{RA1}\cdot\left(i_1^{X°}\right)^2\cdot\left(i_2^{X°}\right)^2 & 0 \\ 0 & J_{RA2}\cdot\left(i_1^{X°}\right)^2\cdot\left(i_2^{X°}\right)^2\cdot i_3^2 \end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix} \ddot{\varphi}_{RA1}^{X°} \\ \ddot{\varphi}_{RA2}^{X°} \end{bmatrix} + b_H\cdot\begin{bmatrix} r_{RA1}^2\cdot\left(i_1^{X°}\right)^2\cdot\left(i_2^{X°}\right)^2 & -r_{RA1}\cdot r_{RA2}\cdot\left(i_1^{X°}\right)^2\cdot\left(i_2^{X°}\right)^2\cdot i_3 \\ -r_{RA1}\cdot r_{RA2}\cdot\left(i_1^{X°}\right)^2\cdot\left(i_2^{X°}\right)^2\cdot i_3 & r_{RA2}^2\left(i_1^{X°}\right)^2\cdot\left(i_2^{X°}\right)^2\cdot i_3^2 \end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix} \dot{\varphi}_{RA1}^{X°} \\ \dot{\varphi}_{RA2}^{X°} \end{bmatrix} +$$

$$+ k_H\cdot\begin{bmatrix} r_{RA1}^2\cdot\left(i_1^{X°}\right)^2\cdot\left(i_2^{X°}\right)^2 & -r_{RA1}\cdot r_{RA2}\cdot\left(i_1^{X°}\right)^2\cdot\left(i_2^{X°}\right)^2\cdot i_3 \\ -r_{RA1}\cdot r_{RA2}\cdot\left(i_1^{X°}\right)^2\cdot\left(i_2^{X°}\right)^2\cdot i_3 & r_{RA2}^2\left(i_1^{X°}\right)^2\cdot\left(i_2^{X°}\right)^2\cdot i_3^2 \end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix} \varphi_{RA1}^{X°} \\ \varphi_{RA2}^{X°} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\left(k_H\cdot e_H^{X°}(\omega t) + b_H\cdot\dot{e}_H^{X°}(\omega t)\right)\cdot r_{RA1}\cdot i_1^{X°}\cdot i_2^{X°} \\ \left(k_H\cdot e_H^{X°}(\omega t) + b_H\cdot\dot{e}_H^{X°}(\omega t)\right)\cdot r_{RA2}\cdot i_1^{X°}\cdot i_2^{X°}\cdot i_3 \end{bmatrix}$$

, resp. $\mathbf{M_H}\cdot\ddot{\mathbf{q}}_H + \mathbf{B_H}\,\dot{\mathbf{q}}_H + \mathbf{K_H}\cdot\mathbf{q_H} = \mathbf{f_H}(\omega t)$. **(2-147)**



Obr. 2-43 Náhradní dynamický model subsystému ε příslušející zařazenému stupni X°. Naznačena redukce na otáčky vstupního hřídele : $\varphi_\varepsilon^{X°} = \overline{\overline{\varphi}}_\varepsilon^{X°}\cdot i_1^{X°}\cdot i_2^{X°}$; $\varphi_\varepsilon^{X°} = \overline{\overline{\varphi}}_\varepsilon^{X°}\cdot i_1^{X°}\cdot i_2^{X°}\cdot i_3$; (popř. s/bez ^), kde $\varphi_\varepsilon = \varphi_{RA1}, \varphi_{RA2}, \varphi_D, \varphi_{W1}, \varphi_{W2}, \varphi_V$, dle zvoleného rychlostního stupně X°.

2.9.2.2. POHYBOVÉ ROVNICE

Pohybové rovnice u torzně izolovaného subsystému ε jsou odvozeny za použití Lagrangeových rovnic II. druhu.

V matematickém modelu rozvodového soukolí diferenciálu nejsou považovány za zobecněné souřadnice proměnné absolutního úhlového natočení, rychlosti a zrychlení φ_{RA2}, $\dot{\varphi}_{RA2}$, $\ddot{\varphi}_{RA2}$. Pro případ ideálně přímé jízdy autobusu lze vzájemnou závislost mezi úhlovými rychlostmi talířového kola a pravou a levou větví nápravy zapsat (při uvažování redukce na otáčky klikového hřídele) jako :

$$\frac{\left(\omega+\dot{\hat{\varphi}}_D\right)\cdot i_1^{X°}\cdot i_2^{X°}\cdot i_3-\left(\omega+\dot{\varphi}_{RA2}\right)\cdot i_1^{X°}\cdot i_2^{X°}\cdot i_3}{\left(\omega+\dot{\varphi}_D\right)\cdot i_1^{X°}\cdot i_2^{X°}\cdot i_3-\left(\omega+\dot{\varphi}_{RA2}\right)\cdot i_1^{X°}\cdot i_2^{X°}\cdot i_3}=i_{DIFF}=-1 \quad\Rightarrow\quad \dot{\varphi}_{RA2}=\frac{1}{2}\cdot\left(\dot{\varphi}_D+\dot{\hat{\varphi}}_D\right) \quad . \qquad \textbf{(2-148)}$$

U členů, nahrazujících nápravové poloosy, se rovněž počítalo s jejich hmotnostními (setrvačnými) silovými účinky, které z matematického pohledu je možné vyjádřit ve tvaru 1D rozměrového kontinua za použití maticových prvků :

$$\mathbf{M_{LH-SHAFT}}=J_{LH-SHAFT}\cdot\begin{bmatrix}\frac{1}{3} & -\frac{1}{6}\\ -\frac{1}{6} & \frac{1}{3}\end{bmatrix}\ ; \qquad \mathbf{M_{RH-SHAFT}}=J_{RH-SHAFT}\cdot\begin{bmatrix}\frac{1}{3} & -\frac{1}{6}\\ -\frac{1}{6} & \frac{1}{3}\end{bmatrix}\ . \qquad \textbf{(2-149)}$$

V modelu jsou provedeny také **dvě základní redukce** :

a) **Redukce** všech dynamických parametrů na **vtažné otáčky klikového hřídele**. Provádí se pro každý dopředný rychlostní stupeň X°;
b) **Redukce posuvného pohybu na pohyb rotační**. Ta se provádí pouze u koncového prvku modelu nahrazujícího odpérovanou hmotu celého vozidla. Redukují se veškeré kinematické veličiny, silové (včetně celkové odporové síly) a hmotnostní účinky do místa styku kola s vozovkou. Při této redukci se přijímá předpoklad, že výpočtový poloměr kola je přibližně roven dynamickému poloměru, tj. $r_V \approx r_{dyn}$.

S ohledem na přijmutí výše uvedených zjednodušujících předpokladů lze **pohybovou rovnici** subsystému ε zapsat maticově jako

$$\begin{aligned}&{}^{\varepsilon}\mathbf{M}_{X°}\cdot{}^{\varepsilon}\ddot{\mathbf{q}}_{X°}+\left({}^{\varepsilon}\mathbf{B}_{PX°}+{}^{\varepsilon}\mathbf{B}_{NX°}\right)\cdot{}^{\varepsilon}\dot{\mathbf{q}}_{X°}+{}^{\varepsilon}\mathbf{K}_{X°}\cdot{}^{\varepsilon}\mathbf{q}_{X°}=\\ &={}^{\varepsilon}\mathbf{f}_{HkX°}\cdot\cos\left(z_{RA1}\cdot i_1^{X°}\cdot i_2^{X°}\cdot\omega t\right)+{}^{\varepsilon}\mathbf{f}_{HbX°}\cdot\omega\cdot\sin\left(z_{RA1}\cdot i_1^{X°}\cdot i_2^{X°}\cdot\omega t\right)+{}^{\varepsilon}\mathbf{f}_{E0X°}+{}^{\varepsilon}\mathbf{f}_{CX°}(\omega t)\end{aligned} \qquad \textbf{(2-150)}$$

Dimenze soustavy je 9, a to pro všechny dopředné převodové stupně X°.
Veličiny označené ^ přísluší rotačním částem na pravé straně nápravy.

Vektory absolutních odezev (v redukovaném tvaru a v transponované podobě) jsou :

Úhlové výchylky : ${}^{\varepsilon}\mathbf{q}_{X°}=\left[\varphi_{CR3}^{X°}\ \varphi_{RA1}^{X°}\ \hat{\varphi}_D^{X°}\ \varphi_D^{X°}\ \hat{\varphi}_{W1}^{X°}\ \varphi_{W1}^{X°}\ \hat{\varphi}_{W2}^{X°}\ \varphi_{W2}^{X°}\ \varphi_V^{X°}\right]^T$;

Úhlové rychlosti : ${}^{\varepsilon}\dot{\mathbf{q}}_{X°}=\left[\dot{\varphi}_{CR3}^{X°}\ \dot{\varphi}_{RA1}^{X°}\ \dot{\hat{\varphi}}_D^{X°}\ \dot{\varphi}_D^{X°}\ \dot{\hat{\varphi}}_{W1}^{X°}\ \dot{\varphi}_{W1}^{X°}\ \dot{\hat{\varphi}}_{W2}^{X°}\ \dot{\varphi}_{W2}^{X°}\ \dot{\varphi}_V^{X°}\right]^T$;

Úhlové zrychlení : ${}^{\varepsilon}\ddot{\mathbf{q}}_{X°}=\left[\ddot{\varphi}_{CR3}^{X°}\ \ddot{\varphi}_{RA1}^{X°}\ \ddot{\hat{\varphi}}_D^{X°}\ \ddot{\varphi}_D^{X°}\ \ddot{\hat{\varphi}}_{W1}^{X°}\ \ddot{\varphi}_{W1}^{X°}\ \ddot{\hat{\varphi}}_{W2}^{X°}\ \ddot{\varphi}_{W2}^{X°}\ \ddot{\varphi}_V^{X°}\right]^T$;

Matice setrvačnosti (je závislá na počáteční volbě hmotnosti vozidla (K) – pohotovostní; (T) – celková) :

$$
{}^{\varepsilon}\mathbf{M}_{X^\circ} = \begin{bmatrix}
J_{CR3}^{***X^\circ} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & J_{RA1}^{***X^\circ} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & \frac{1}{4}\cdot J_{RA2}^{***X^\circ} + \hat{J}_{D}^{***X^\circ} + \frac{1}{3}\cdot J_{RH-SHAFT}^{***X^\circ} & \frac{1}{4}\cdot J_{RA2}^{***X^\circ} & -\frac{1}{6}\cdot J_{RH-SHAFT}^{***X^\circ} & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & \frac{1}{4}\cdot J_{RA2}^{***X^\circ} & \frac{1}{4}\cdot J_{RA2}^{***X^\circ} + J_{D}^{***X^\circ} + \frac{1}{3}\cdot J_{LH-SHAFT}^{***X^\circ} & 0 & -\frac{1}{6}\cdot J_{LH-SHAFT}^{***X^\circ} & 0 & 0 \\
0 & 0 & -\frac{1}{6}\cdot J_{RH-SHAFT}^{***X^\circ} & 0 & \hat{J}_{W1}^{***X^\circ} + \frac{1}{3}\cdot J_{RH-SHAFT}^{***X^\circ} & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & -\frac{1}{6}\cdot J_{LH-SHAFT}^{***X^\circ} & 0 & J_{W1}^{***X^\circ} + \frac{1}{3}\cdot J_{LH-SHAFT}^{***X^\circ} & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \hat{J}_{W2}^{***X^\circ} & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & J_{W2}^{***X^\circ} \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \left[m_{V}^{(K),(T)}\cdot r_{dyn}^{2}\right]^{***X^\circ}
\end{bmatrix};
$$

Matice neproporcionálního tlumení :

$$
{}^{\varepsilon}\mathbf{B}_{NX^\circ} = \begin{bmatrix}
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & b_{H}^{***X^\circ}\cdot r_{RA1}^{2} & -\frac{1}{2}\cdot b_{H}^{***X^\circ}\cdot r_{RA1}\cdot r_{RA2}\cdot i_{3} & -\frac{1}{2}\cdot b_{H}^{***X^\circ}\cdot r_{RA1}\cdot r_{RA2}\cdot i_{3} & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & -\frac{1}{2}\cdot b_{H}^{***X^\circ}\cdot r_{RA1}\cdot r_{RA2}\cdot i_{3} & \frac{1}{4}\cdot b_{H}^{***X^\circ}\cdot r_{RA2}^{2} & \frac{1}{4}\cdot b_{H}^{***X^\circ}\cdot r_{RA2}^{2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & -\frac{1}{2}\cdot b_{H}^{***X^\circ}\cdot r_{RA1}\cdot r_{RA2}\cdot i_{3} & \frac{1}{4}\cdot b_{H}^{***X^\circ}\cdot r_{RA2}^{2} & \frac{1}{4}\cdot b_{H}^{***X^\circ}\cdot r_{RA2}^{2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & \hat{b}_{T}^{***X^\circ} & 0 & -\hat{b}_{T}^{***X^\circ} & \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & b_{T}^{***X^\circ} & -b_{T}^{***X^\circ} & \\
0 & 0 & 0 & 0 & -\hat{b}_{T}^{***X^\circ} & -b_{T}^{***X^\circ} & \left(\hat{b}_{T}^{***X^\circ} + b_{T}^{***X^\circ}\right) &
\end{bmatrix};
$$

Matice tuhosti :

$$
{}^{\varepsilon}\mathbf{K}_{\mathbf{X}^\circ}=\begin{bmatrix}
k_p^{**X^\circ} & -k_p^{**X^\circ} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
-k_p^{**X^\circ} & k_p^{**X^\circ}+k_H^{**X^\circ}\cdot r_{RA1}^2 & -\frac{1}{2}\cdot k_H^{**X^\circ}\cdot r_{RA1}\cdot r_{RA2}\cdot i_3 & -\frac{1}{2}\cdot k_H^{**X^\circ}\cdot r_{RA1}\cdot r_{RA2}\cdot i_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
0 & -\frac{1}{2}\cdot k_H^{**X^\circ}\cdot r_{RA1}\cdot r_{RA2}\cdot i_3 & \frac{1}{4}\cdot k_H^{***X^\circ}\cdot r_{RA2}^2+\hat{k}_{RA2W1}^{***X^\circ} & \frac{1}{4}\cdot k_H^{***X^\circ}\cdot r_{RA2}^2 & -\hat{k}_{RA2W1}^{***X^\circ} & 0 & 0 & 0 & 0\\
0 & -\frac{1}{2}\cdot k_H^{**X^\circ}\cdot r_{RA1}\cdot r_{RA2}\cdot i_3 & \frac{1}{4}\cdot k_H^{***X^\circ}\cdot r_{RA2}^2 & \frac{1}{4}\cdot k_H^{***X^\circ}\cdot r_{RA2}^2+k_{RA2W1}^{***X^\circ} & 0 & -k_{RA2W1}^{***X^\circ} & 0 & 0 & 0\\
0 & 0 & -\hat{k}_{RA2W1}^{***X^\circ} & 0 & \hat{k}_{RA2W1}^{***X^\circ}+\hat{k}_{W12}^{***X^\circ} & 0 & -\hat{k}_{W12}^{***X^\circ} & 0 & 0\\
0 & 0 & 0 & -k_{RA2W1}^{***X^\circ} & 0 & k_{RA2W1}^{***X^\circ}+k_{W12}^{***X^\circ} & 0 & -k_{W12}^{***X^\circ} & 0\\
0 & 0 & 0 & 0 & -\hat{k}_{W12}^{***X^\circ} & 0 & \hat{k}_{W12}^{***X^\circ}+\hat{k}_T^{***X^\circ} & 0 & -\hat{k}_T^{***X^\circ}\\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -k_{W12}^{***X^\circ} & 0 & k_{W12}^{***X^\circ}+k_T^{***X^\circ} & -k_T^{***X^\circ}\\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\hat{k}_T^{***X^\circ} & -k_T^{***X^\circ} & \hat{k}_T^{***X^\circ}+k_T^{***X^\circ}
\end{bmatrix}
$$

, kde index $**^{X^\circ}$ odpovídá násobení příslušného parametru kvadrátem převodů $\left(i_1^{X^\circ}\right)^2\cdot\left(i_2^{X^\circ}\right)^2$ a index $***^{X^\circ}$ násobení parametru kvadrátem převodů $\left(i_1^{X^\circ}\right)^2\cdot\left(i_2^{X^\circ}\right)^2\cdot i_3^2$.

Vektor stejnosměrných složek momentů :

Je závislý na počáteční volbě hmotnosti vozidla (K), (T) a popř. na volbě ovládacího tlaku p_o na hlavním brzdiči brzdové soustavy autobusu – viz. ***Příloha č.1, Oddíl 10.***, při uvažovaném působení zátěžového brzdného momentu na brzdové kotouče.

$$
{}^{\varepsilon}\mathbf{f}_{\mathbf{E0X}^\circ}=\begin{bmatrix}
0\\0\\0\\0\\
-{}^{R}M_{W1}(p_o)\cdot i_1^{X^\circ}\cdot i_2^{X^\circ}\cdot i_3\\
0\\
-{}^{L}M_{W1}(p_o)\cdot i_1^{X^\circ}\cdot i_2^{X^\circ}\cdot i_3\\
0\\
-M_{0k}^{X^\circ}\cdot i_1^{X^\circ}\cdot i_2^{X^\circ}\cdot i_3
\end{bmatrix};
\qquad \textbf{(2-151)}
$$

Vektor vnitřního buzení ve stálém (palloidním) převodu :

Lze ho zapsat s využitím vztahů **(2-141)** a **(2-142)**. Tento vektor lze s výhodou rozdělit na přidružený vektorový pár příslušející sinové a kosinové složce buzení.

$$ {}^{e}\mathbf{f}_{\mathbf{HX^\circ}}(\omega t) = {}^{e}\mathbf{f}_{\mathbf{HkX^\circ}} \cdot \cos\left(z_{RA1} \cdot i_1^{X^\circ} \cdot i_2^{X^\circ} \cdot \omega t\right) + {}^{e}\mathbf{f}_{\mathbf{HbX^\circ}} \cdot \omega \cdot \sin\left(z_{RA1} \cdot i_1^{X^\circ} \cdot i_2^{X^\circ} \cdot \omega t\right) = $$

$$ = \begin{bmatrix} 0 \\ -\left(k_H \cdot e_H^{X^\circ}(t) + b_H \cdot \dot{e}_H^{X^\circ}(t)\right) \cdot r_{RA1} \cdot i_1^{X^\circ} \cdot i_2^{X^\circ} \\ \frac{1}{2} \cdot \left(k_H \cdot e_H^{X^\circ}(t) + b_H \cdot \dot{e}_H^{X^\circ}(t)\right) \cdot r_{RA2} \cdot i_1^{X^\circ} \cdot i_2^{X^\circ} \cdot i_3 \\ \frac{1}{2} \cdot \left(k_H \cdot e_H^{X^\circ}(t) + b_H \cdot \dot{e}_H^{X^\circ}(t)\right) \cdot r_{RA2} \cdot i_1^{X^\circ} \cdot i_2^{X^\circ} \cdot i_3 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -k_H \cdot r_{RA1} \cdot i_1^{X^\circ} \cdot i_2^{X^\circ} \cdot \Delta_{H1} \\ \frac{1}{2} \cdot k_H \cdot r_{RA2} \cdot i_1^{X^\circ} \cdot i_2^{X^\circ} \cdot i_3 \cdot \Delta_{H1} \\ \frac{1}{2} \cdot k_H \cdot r_{RA2} \cdot i_1^{X^\circ} \cdot i_2^{X^\circ} \cdot i_3 \cdot \Delta_{H1} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot \cos\left(z_{RA1} \cdot i_1^{X^\circ} \cdot i_2^{X^\circ} \cdot \omega \cdot t\right) + \begin{bmatrix} 0 \\ b_H \cdot r_{RA1} \cdot \left(i_1^{X^\circ}\right)^2 \cdot \left(i_2^{X^\circ}\right)^2 \cdot z_{RA1} \cdot \Delta_{H1} \\ -\frac{1}{2} \cdot b_H \cdot r_{RA2} \cdot \left(i_1^{X^\circ}\right)^2 \cdot \left(i_2^{X^\circ}\right)^2 \cdot i_3 \cdot z_{RA1} \cdot \Delta_{H1} \\ -\frac{1}{2} \cdot b_H \cdot r_{RA2} \cdot \left(i_1^{X^\circ}\right)^2 \cdot \left(i_2^{X^\circ}\right)^2 \cdot i_3 \cdot z_{RA1} \cdot \Delta_{H1} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot \omega \cdot \sin\left(z_{RA1} \cdot i_1^{X^\circ} \cdot i_2^{X^\circ} \cdot \omega \cdot t\right) \quad ; $$

(2-152)

Vektor vazebních momentů mezi subsystémy δ a ε (s využitím vztahu **(2-125b)**):

$$ {}^{e}\mathbf{f}_{\mathbf{CX^\circ}}(\omega t) = \begin{bmatrix} {}^{22}Mbp_{\delta\varepsilon}^{**X^\circ} + {}^{22}M_{\delta\varepsilon}(\omega t)^{**X^\circ} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} bp_{\delta\varepsilon} \cdot \left(i_1^{X^\circ}\right)^2 \cdot \left(i_2^{X^\circ}\right)^2 \cdot \left(\dot{\overline{\overline{\varphi}}}_1^{X^\circ} - \dot{\overline{\overline{\varphi}}}_{CR3}^{X^\circ}\right) + k_{\delta\varepsilon} \cdot \left(\overline{\overline{\varphi}}_1^{X^\circ} - \overline{\overline{\varphi}}_{CR3}^{X^\circ}\right) + \frac{k_{\delta\varepsilon}^2}{{}^{21}k_{\delta\varepsilon}} \cdot 2 \cdot \varepsilon_{\delta\varepsilon} \cdot \cos\left(2 \cdot i_1^{X^\circ} \cdot i_2^{X^\circ} \cdot \omega \cdot t\right) \cdot \left(\overline{\overline{\varphi}}_1^{X^\circ} - \overline{\overline{\varphi}}_{CR3}^{X^\circ}\right) - k_{\delta\varepsilon} \cdot \varepsilon_{\delta\varepsilon} \cdot \sin\left(2 \cdot i_1^{X^\circ} \cdot i_2^{X^\circ} \cdot \omega \cdot t\right) \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} $$

, kde je opět indexem $^{**X^\circ}$ naznačena redukce vazebních momentů mezi subsystémy δ a ε, realizovaná přes 2 převodové poměry na rychlostním stupni X°. **(2-153)**

2.10. POHYBOVÁ ROVNICE GLOBÁLNÍHO SYSTÉMU

Pohybová rovnice se sestaví do výsledné podoby s použitím dílčích rovnic příslušejících jednotlivým subsystémům $\alpha\beta$ **(2-90)**, γ **(2-97)** , δ **(2-133)** , ε **(2-150)**.

$$\left[\mathbf{M}_{X^\circ}+\mathbf{M}\varepsilon(\omega t)_{X^\circ}\right]\cdot\ddot{\mathbf{q}}_{X^\circ}+\left[\mathbf{B}_{PX^\circ}+\mathbf{B}_{NX^\circ}+\mathbf{B}_{EbX^\circ}\right]\cdot\dot{\mathbf{q}}_{X^\circ}+\mathbf{K}_{X^\circ}\cdot\mathbf{q}_{X^\circ}=$$
$$=\mathbf{f}_{AOX^\circ}+\sum_{\nu=1}^{24}\mathbf{f}^{\nu}_{AX^\circ}\cdot\cos\left(\frac{\nu}{2}\cdot\omega t\right)+\sum_{\nu=1}^{24}\mathbf{f}^{\nu}_{BX^\circ}\cdot\sin\left(\frac{\nu}{2}\cdot\omega t\right)+\mathbf{f}_{MX^\circ}(\omega t)+\mathbf{f}_{HX^\circ}(\omega t)+\mathbf{f}_{EOX^\circ}+\mathbf{f}_{CX^\circ}(\omega t)\quad .\qquad \textbf{(2-154)}$$

Vektor vazebních momentů $\mathbf{f}_{CX^\circ}(\omega t)$ lze zapsat s využitím rozkladů, plynoucích ze struktury vzájemných subsystémů $\alpha\beta$–γ **(2-93)** a γ–δ–ε **(2-132)** jako

$$\mathbf{f}_{CX^\circ}(\omega t)=-\left[\mathbf{B}_{PCX^\circ}+\mathbf{B}_{NCX^\circ}\right]\cdot\dot{\mathbf{q}}_{X^\circ}-\left[\mathbf{K}_{CX^\circ}+\mathbf{K}_{CIX^\circ}\left(\varepsilon_{\gamma\delta},\varepsilon_{\delta\varepsilon}\right)\cdot 2\cdot\cos\left(2\cdot i_1^{X^\circ}\cdot i_2^{X^\circ}\cdot\omega\cdot t\right)\right]\cdot\mathbf{q}_{X^\circ}+$$
$$+\mathbf{f}_{CIX^\circ}\left(\varepsilon_{\gamma\delta},\varepsilon_{\delta\varepsilon}\right)\cdot\sin\left(2\cdot i_1^{X^\circ}\cdot i_2^{X^\circ}\cdot\omega\cdot t\right)\quad .\qquad \textbf{(2-155)}$$

Finální podoba rovnice v globálním systému (s využitím rozkladu **(2-152)**) :

$$\left[\mathbf{M}_{X^\circ}+\mathbf{M}\varepsilon(\omega t)_{X^\circ}\right]\cdot\ddot{\mathbf{q}}_{X^\circ}+\left[\mathbf{B}_{PX^\circ}+\mathbf{B}_{PCX^\circ}+\mathbf{B}_{NX^\circ}+\mathbf{B}_{NCX^\circ}+\mathbf{B}_{EbX^\circ}\right]\cdot\dot{\mathbf{q}}_{X^\circ}+\left[\mathbf{K}_{X^\circ}+\mathbf{K}_{CX^\circ}+\right.\qquad \textbf{(2-156)}$$
$$\left.+\mathbf{K}_{CIX^\circ}\left(\varepsilon_{\gamma\delta},\varepsilon_{\delta\varepsilon}\right)\cdot 2\cdot\cos\left(2\cdot i_1^{X^\circ}\cdot i_2^{X^\circ}\cdot\omega t\right)\right]\cdot\mathbf{q}_{X^\circ}=\mathbf{f}_{AOX^\circ}+\sum_{\nu=1}^{24}\mathbf{f}^{\nu}_{AX^\circ}\cdot\cos\left(\frac{\nu}{2}\cdot\omega t\right)+\sum_{\nu=1}^{24}\mathbf{f}^{\nu}_{BX^\circ}\cdot\sin\left(\frac{\nu}{2}\cdot\omega t\right)+\mathbf{f}_{EOX^\circ}+$$
$$+\mathbf{f}_{MX^\circ}(\omega t)+\mathbf{f}_{CIX^\circ}\left(\varepsilon_{\gamma\delta},\varepsilon_{\delta\varepsilon}\right)\cdot\sin\left(2\cdot i_1^{X^\circ}\cdot i_2^{X^\circ}\cdot\omega t\right)+\mathbf{f}_{HkX^\circ}\cdot\cos\left(z_{RA1}\cdot i_1^{X^\circ}\cdot i_2^{X^\circ}\cdot\omega t\right)+\mathbf{f}_{HbX^\circ}\cdot\omega\cdot\sin\left(z_{RA1}\cdot i_1^{X^\circ}\cdot i_2^{X^\circ}\cdot\omega t\right)$$

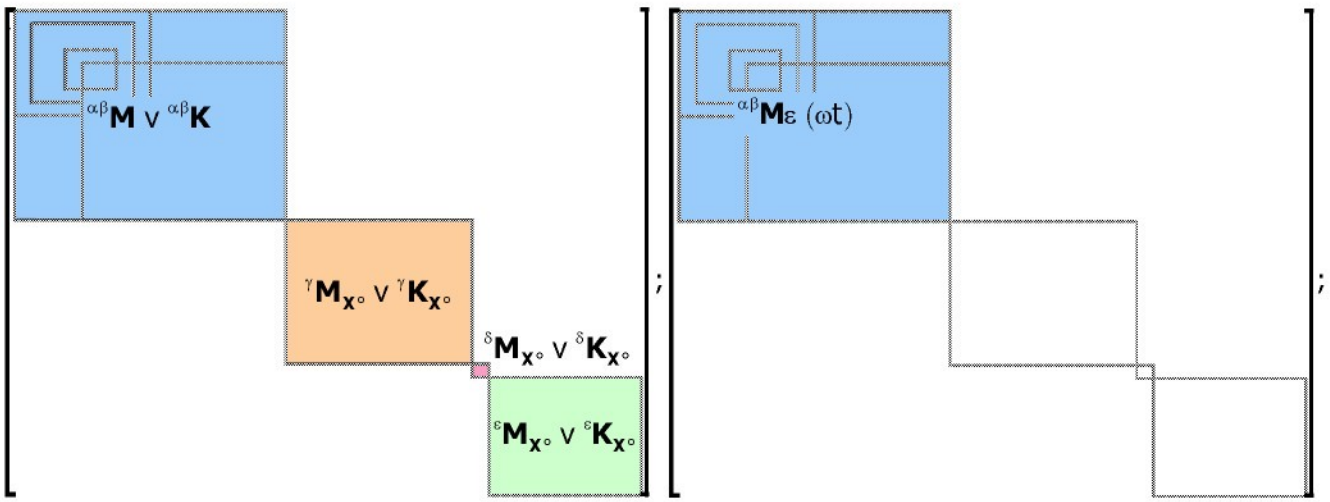
Jedná se o soustavu lineárních diferenciálních rovnic II. řádu s periodicky proměnnými koeficienty. Dimenze a struktura soustavy se mění a odpovídá zařazenému rychlostnímu stupni X°, tedy pro :

X° :	**I°**	**II°**	**III°**	**IV°**	**V°**	**VI°**
nG :	37	36	36	35	35	34

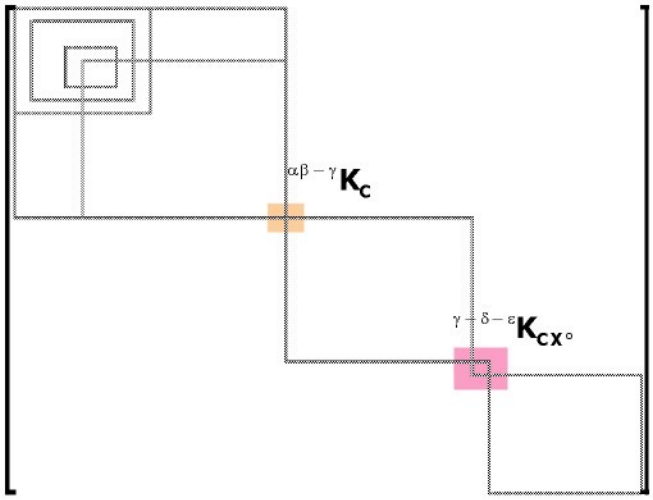
Všechny matice soustavy jsou čtvercové (dimenze nG×nG), **blokově diagonální**. Vektory jsou dimenze (nG×1).

Matice setrvačnosti, nebo tuhosti $\mathbf{M}_{X^\circ}\vee\mathbf{K}_{X^\circ}$ (stacionární) :

Matice setrvačnosti $\mathbf{M}\varepsilon(\omega t)_{X^\circ}$ (variantní) :

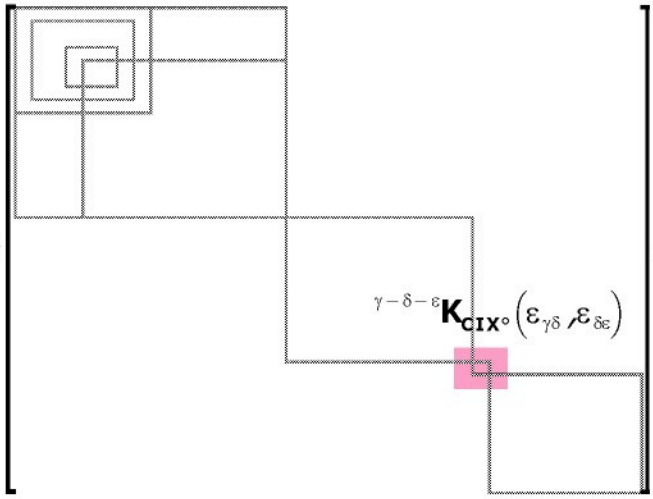


Matice tuhosti vazební $K_{CX\circ}$
(stacionární) :



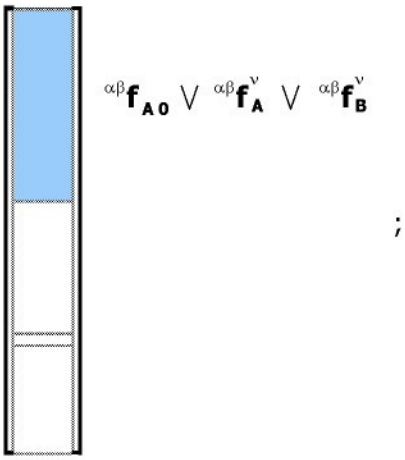
;

Matice tuhosti kloubového hřídele $K_{CIX\circ}\left(\varepsilon_{\gamma\delta},\varepsilon_{\delta\varepsilon}\right)$
(příslušející variantní části modelu od zalomení hřídele) :



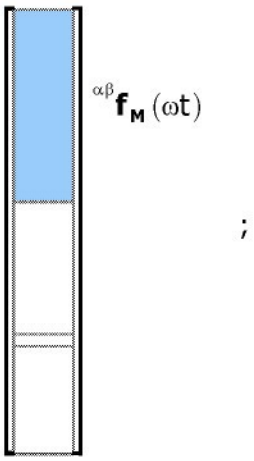
;

Vektory vnějšího buzení $f_{A0X\circ}$, $f^{\nu}_{AX\circ}$, $f^{\nu}_{BX\circ}$
(Fourierův rozklad sil od spalovacího procesu) :



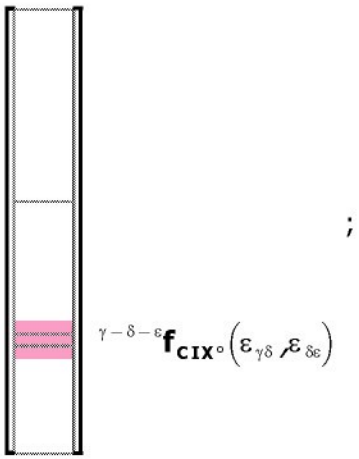
;

Vektor vnitřního buzení $f_{MX\circ}(\omega t)$
(vlivem setrvačných sil – variantní) :



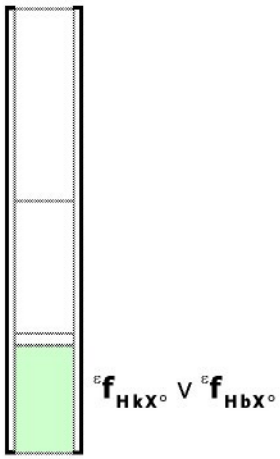
;

Vektor vnitřního buzení $f_{CIX\circ}\left(\varepsilon_{\gamma\delta},\varepsilon_{\delta\varepsilon}\right)$ (vlivem zalomení Cardanu - variantní část modelu) :



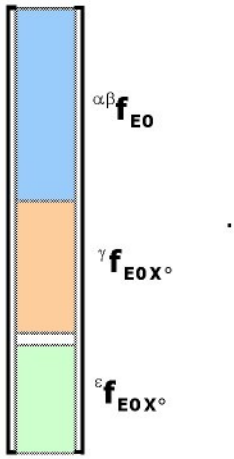
;

Vektory vnitřního buzení $f_{HkX\circ}$, $f_{HbX\circ}$
(vlivem kinematické úchylky stálého pře - vodu, příslušejí variantní části modelu) :



;

Vektor stejnosměrných složek $f_{E0X\circ}$ (konstantní složky zátěží, stacionární) :



.

2.10.1. TLUMENÍ V GLOBÁLNÍM SYSTÉMU

Jestliže je uvažováno volné kmitání obecné, izolované, **slabě nekonzervativní soustavy**, pak její pohybová rovnice pro rychlostní stupeň X° nabývá tvaru :

$$\mathbf{M}_{X^\circ}\cdot\ddot{\mathbf{q}}_{X^\circ}+\mathbf{B}_{PX^\circ}\cdot\dot{\mathbf{q}}_{X^\circ}+\mathbf{K}_{X^\circ}\cdot\mathbf{q}_{X^\circ}=\mathbf{0} \quad . \tag{2-157}$$

Po provedení **modální transformace** $\mathbf{q}_{X^\circ}=\mathbf{V}_{X^\circ}\cdot\mathbf{x}_{X^\circ}$ a vynásobení rovnice zleva transponovanou modální maticí $\mathbf{V}_{X^\circ}^{T}$, přejde rovnice **(2-157)** do tvaru :

$$\mathbf{V}_{X^\circ}^{T}\cdot\mathbf{M}_{X^\circ}\cdot\mathbf{V}_{X^\circ}\cdot\ddot{\mathbf{x}}_{X^\circ}+\mathbf{V}_{X^\circ}^{T}\cdot\mathbf{B}_{PX^\circ}\cdot\mathbf{V}_{X^\circ}\cdot\dot{\mathbf{q}}_{X^\circ}+\mathbf{V}_{X^\circ}^{T}\cdot\mathbf{K}_{X^\circ}\cdot\mathbf{V}_{X^\circ}\cdot\mathbf{q}_{X^\circ}=\mathbf{0} \quad . \tag{2-158}$$

S využitím podmínek ortonormality $\mathbf{V}_{X^\circ}^{T}\cdot\mathbf{M}_{X^\circ}\cdot\mathbf{V}_{X^\circ}=\mathbf{E}$ a $\mathbf{V}_{X^\circ}^{T}\cdot\mathbf{K}_{X^\circ}\cdot\mathbf{V}_{X^\circ}=\Lambda_{X^\circ}$ lze vztah **(2-158)** dále upravit do tvaru :

$$\ddot{\mathbf{x}}_{X^\circ}+\mathbf{D}_{X^\circ}\cdot\dot{\mathbf{x}}_{X^\circ}+\Lambda_{X^\circ}\cdot\mathbf{x}_{X^\circ}=\mathbf{0} \tag{2-159}$$

, kde byla zavedena **matice poměrných útlumů** definovaná jako

$$\mathbf{D}_{X^\circ}=\mathbf{V}_{X^\circ}^{T}\cdot\mathbf{B}_{PX^\circ}\cdot\mathbf{V}_{X^\circ}=\operatorname{diag}\left[2\cdot\left(D_{X^\circ}\right)_{\chi}\cdot\left(2\cdot\pi\cdot\left(\Omega_{X^\circ}\right)_{\chi}\right)\right] \quad . \tag{2-160}$$

Proporcionální matice tlumení splňuje pro $1\le r\le n$ podmínku :

$$\mathbf{B}_{PX^\circ}=\sum_{\chi=0}^{r-1}c_\chi\cdot\mathbf{M}_{X^\circ}\cdot\left(\mathbf{M}_{X^\circ}^{-1}\cdot\mathbf{K}_{X^\circ}\right)^{\chi}=c_0\cdot\mathbf{M}_{X^\circ}+c_1\cdot\mathbf{K}_{X^\circ}+c_2\cdot\mathbf{K}_{X^\circ}\cdot\mathbf{M}_{X^\circ}^{-1}\cdot\mathbf{K}_{X^\circ}+\ldots \tag{2-161}$$

dosazením vztahu **(2-161)** do **(2-160)** pak

$$\mathbf{D}_{X^\circ}=\mathbf{V}_{X^\circ}^{T}\cdot\left(c_0\cdot\mathbf{M}_{X^\circ}+c_1\cdot\mathbf{K}_{X^\circ}+c_2\cdot\mathbf{K}_{X^\circ}\cdot\mathbf{M}_{X^\circ}^{-1}\cdot\mathbf{K}_{X^\circ}+\ldots\right)\cdot\mathbf{V}_{X^\circ} \text{ ,resp. } \mathbf{D}_{X^\circ}=c_0\cdot\mathbf{E}+c_1\cdot\Lambda_{X^\circ}+c_2\cdot\Lambda_{X^\circ}^{2}+\ldots \tag{2-162}$$

, přičemž bylo opět využito výše uvedených podmínek ortonormality.

V praxi se ze výrazu **(2-162)** uvažují pouze první dva členy řady, tedy

$$\mathbf{D}_{X^\circ}=c_0\cdot\mathbf{E}+c_1\cdot\Lambda_{X^\circ} \quad . \tag{2-163}$$

Konstanty c_0 a c_1 se určí z řešení soustavy **(2-163)** pro dvě nenulové vlastní frekvence $(\Omega_{X^\circ})_1$ a $(\Omega_{X^\circ})_2$ a pro dvě libovolně volené hodnoty poměrných útlumů $(D_{X^\circ})_1$ a $(D_{X^\circ})_2$. Tedy

$$c_0=\frac{1}{\pi}\cdot\frac{\left(D_{X^\circ}\right)_1\cdot\left(\Omega_{X^\circ}\right)_1-\left(D_{X^\circ}\right)_2\cdot\left(\Omega_{X^\circ}\right)_2}{\left(\Omega_{X^\circ}\right)_1^{2}-\left(\Omega_{X^\circ}\right)_2^{2}} \quad , \tag{2-164a}$$

$$c_1=4\cdot\pi\cdot\frac{\left(D_{X^\circ}\right)_2\cdot\left(\Omega_{X^\circ}\right)_2\cdot\left(\Omega_{X^\circ}\right)_1^{2}-\left(D_{X^\circ}\right)_1\cdot\left(\Omega_{X^\circ}\right)_1\cdot\left(\Omega_{X^\circ}\right)_2^{2}}{\left(\Omega_{X^\circ}\right)_1^{2}-\left(\Omega_{X^\circ}\right)_2^{2}} \quad . \tag{2-164b}$$

Proporcionální matice tlumení je pak podle **(2-161)** dána :

$$\mathbf{B}_{PX^\circ}=c_0\cdot\mathbf{M}_{X^\circ}+c_1\cdot\mathbf{K}_{X^\circ} \quad . \tag{2-165}$$

Matice proporcionálního tlumení se sestavují pro každý jednotlivý subsystém zvlášť. Takovým postupem se ve výsledku dosáhne **neproporcionality globálního systému** jako celku.

Proporcionálním tlumením lze nahradit pouze slabé viskózní tlumení a tlumení materiálové (hysterezní). V případě vyšetřovaného torzního systému jsem volil následující hodnoty poměrných útlumů (viz. [12], [15], [16], [22]) :

SUBSYSTÉM	$\alpha 1$	$\alpha 2$	$\alpha 3$	β	γ	δ	ε
$\mathbf{D}_{X\circ 1,2}$ [%]	4	3	3	1,75	3	4	2,5

V některých případech bylo nutné anulovat prvky matice tuhosti, a to proto, že díky řádově vysokým tuhostem (v násobcích 10^{10} a výše) by docházelo ke zkreslení hodnot výsledného tlumení, které by bylo nadměrné.

Pro významné disipační prvky přítomné v systému, jako jsou například torzní tlumič, pneumatiky, či třecí spojková lamela, je nutné specifikovat konkrétní součinitele tlumení a sestavit je do struktury neproporcionální matice $\mathbf{B}_N$.

Úhrnná matice tlumení v globálním systému je dána vztahem

$$\mathrm{B}_{X\circ} = \mathbf{B}_{PX\circ} + \mathbf{B}_{PCX\circ} + \mathbf{B}_{NX\circ} + \mathbf{B}_{NCX\circ} + \mathbf{B}_{EbX\circ} \qquad \textbf{(2-166)}$$

, kde její jednotlivé části nabývají blokově-maticových tvarů :

Matice proporcionálního tlumení $\mathbf{B}_{PX\circ}$ (stacionární) :

$$\begin{bmatrix} {}^{\alpha\beta}\mathbf{B}_P \\ & {}^{\gamma}\mathbf{B}_{PX\circ} \\ & & {}^{\varepsilon}\mathbf{B}_{PX\circ} \end{bmatrix};$$

Vazební matice proporcionálního tlumení $\mathbf{B}_{PCX\circ}$ (stacionární) :

$$\begin{bmatrix} & & \\ & & \\ & & {}^{\gamma-\delta-\varepsilon}\mathbf{B}_{PCX\circ} \end{bmatrix};$$

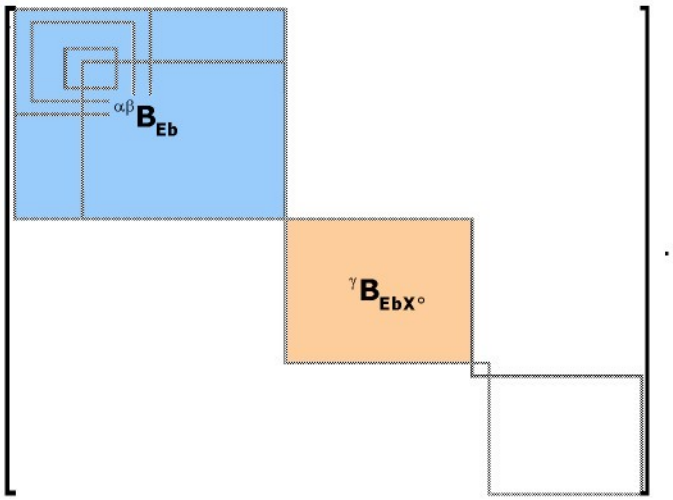
Matice neproporcionálního tlumení $\mathbf{B}_{NX\circ}$ (stacionární) :

$$\begin{bmatrix} {}^{\alpha\beta}\mathbf{B}_N \\ & {}^{\gamma}\mathbf{B}_{NX\circ} \\ & & {}^{\varepsilon}\mathbf{B}_{NX\circ} \end{bmatrix};$$

Vazební matice neproporcionálního tlumení $\mathbf{B}_{NCX\circ}$ (stacionární) :

$$\begin{bmatrix} & & \\ & & \\ & {}^{\alpha\beta-\gamma}\mathbf{B}_{NCX\circ} & \end{bmatrix};$$

Matice součinitelů strmosti linearizovaných charakteristik zátěží $\mathbf{B_{EbX°}}$
(stacionární) :



Obě formy tlumení, jak proporcionálního, tak neproporcionálního, vyjadřují různé energetické ztráty v soustrojí. Předpokládá se, že jsou úměrné rychlosti kmitání. Ve skutečnosti jsou však tyto závislosti mnohem složitější a nelineární.

2.10.2. PŘIDRUŽENÝ KONZERVATIVNÍ SYSTÉM

Volné kmitání globálního systému, pro zařazený rychlostní stupeň X°, je popsáno soustavou homogenních lineárních diferenciálních rovnic II. řádu :

$$\mathbf{M_{X°}}\cdot\ddot{\mathbf{q}}_{\mathbf{X°}}+\left[\mathbf{K_{X°}}+\mathbf{K_{CX°}}\right]\cdot\mathbf{q_{X°}}=\mathbf{0}\quad\text{, resp. }\mathbf{M_{X°}}\cdot\ddot{\mathbf{q}}_{\mathbf{X°}}+\mathrm{K}_{\mathbf{X°}}\cdot\mathbf{q_{X°}}=\mathbf{0}\quad . \tag{2-167}$$

Rovnici **(2-167)** vyhovuje řešení $\mathbf{q_{X°}}=\mathbf{u_{X°}}\cdot e^{i\cdot\left(\Omega_{X°}\right)_q\cdot t}$. Po dosazení řešení do **(2-167)** dostáváme

$$\left[\mathrm{K}_{\mathbf{X°}}-\left(\Omega_{X°}\right)_q^2\cdot\mathbf{M_{X°}}\right]\cdot\left(\mathbf{u_{X°}}\right)_q=\mathbf{0}\quad\text{, resp. }\left[\mathrm{K}_{\mathbf{X°}}-\left(\lambda_{X°}\right)_q\cdot\mathbf{M_{X°}}\right]\cdot\left(\mathbf{u_{X°}}\right)_q=\mathbf{0}\quad\text{, kde q = 1,2,...,nG.} \tag{2-168}$$

To představuje **problém vlastních hodnot**, kde $\left(\lambda_{X°}\right)_q$ jsou **vlastní čísla** a $\left(\Omega_{X°}\right)_q=\sqrt{\left(\lambda_{X°}\right)_q}$ jsou **vlastní frekvence**. Ty se zpravidla uspořádávají vzestupně. Každému vlastnímu číslu $\left(\lambda_{X°}\right)_q$, a tedy i vlastní frekvenci $\left(\Omega_{X°}\right)_q$, je přiřazen přirozený vlastní vektor $\left(\mathbf{u_{X°}}\right)_q$, který splňuje homogenní rovnici **(2-168)** a popisuje **vlastní tvar kmitání**. Prvky vlastního vektoru potom představují zcela určitý vzájemný poměr mezi výchylkami jednotlivých setrvačných hmot. Jedná se tedy o poměrné amplitudy, neboť není přesně známa velikost impulsu, který volné kmitání soustrojí vybudil. Matice $\mathrm{K}_{\mathbf{X°}}$ i $\mathbf{M_{X°}}$ jsou symetrické, proto není zapotřebí určovat levostranné vlastní vektory soustavy.

Protože se jedná o torzně izolovaný systém, pak je vždy první vlastní frekvence nulová a poměrné výchylky příslušného tvaru kmitání nevykazují žádnou deformaci.

Měřítko vlastních vektorů lze volit libovolně, a proto pro jednoznačné určení je nutné, aby byly vlastní vektory normovány. Pro tento systém byla použita tzv. **M-norma**, která zavádí taková měřítka vlastních vektorů, že veškeré modální setrvačné hmoty jsou jedničkové, neboli

$$\mathbf{V}_{\mathbf{X°}}^{\mathbf{T}}\cdot\mathbf{M_{X°}}\cdot\mathbf{V_{X°}}=\mathbf{E}\quad . \tag{2-169}$$

Zjištěné vlastní frekvence a jim příslušné normované tvary kmitů pro zvolený rychlostní stupeň X°, jsou včetně jejich slovního popisu uvedeny v ***Příloze č. 3***. Zobrazeny jsou :

a) Vlastní frekvence vyskytující se v běžném rozsahu provozních i přeběhových otáček 600 – 2250 – 3600 1/min;
b) Vlastní tvary kmitů příslušející jednotlivým vlastním frekvencím, a to jak ve formě redukované (redukované tvary jsou vztaženy k otáčkám klikového hřídele), tak i ve formě neredukované;
c) Slovní popis vlastních tvarů kmitání.

Redukovaný model zachovává energetické poměry, a tudíž i frekvenční vlastnosti torzní soustavy. Vlastní frekvence systému se nemění s použitím převodů. Vlastní tvary kmitání se ovšem s převody mění.

Vlastní torzní kmitání soustavy vymizí po krátkém čase, vlivem tlumení. Periodicky proměnný kroutící moment, působící na jednotlivých klikách klikového hřídele, však způsobuje **vynucené kmitání soustavy**. Jestliže se kterákoliv ½ harmonická složka rozkladu momentového buzení (v provozním a přeběhovém rozsahu otáček motoru) dostane do kolize s vlastní frekvencí systému, může dojít k tzv. **rezonanci**. Vydatnost této rezonance je závislá na velikosti ½ harmonické složky budícího momentu, pořadí vznětů a na velikosti odporového tlumení. Soustava v ní kmitá s odpovídajícími tvary kmitů. Tato kolize vzniká za zcela určitých otáček, které se označují jako kritické. Ve vyšetřovaném rozsahu tedy leží řada **kritických otáček**, které se přehledně zobrazují v **Campbellově interferenčním diagramu**. U soustavy s převody, a tedy s rozdílně se otáčejícími hřídeli, se Campbellův diagram stanovuje vždy ke konkrétním vztažným otáčkám příslušného hřídele. U vyšetřovaného torzního řetězce jsou tyto diagramy stanoveny pro :

a) otáčky klikového hřídele, spojky a vstupního předlohového hřídele převodovky;
b) otáčky vloženého hřídele stupňové převodovky;
c) otáčky výstupního hřídele převodovky, retardéru, Cardanova mechanismu a pastorku stálého, palloidního převodu;
d) otáčky nápravových poloos.

Tyto diagramy jsou uvedeny v ***Příloze č.4*** .

2.10.3. REZONANČNÍ KŘIVKY PŘI VYNUCENÉM TORZNÍM KMITÁNÍ

Při vyšetřování ustálených, harmonicky buzených kmitů, nabývá pohybová rovnice **(2-156)** zjednodušeného tvaru :

$$\mathbf{M_{X^\circ}}\cdot\ddot{\mathbf{q}}_{\mathbf{X^\circ}}+\left[\mathbf{B_{PX^\circ}}+\mathbf{B_{PCX^\circ}}+\mathbf{B_{NX^\circ}}+\mathbf{B_{NCX^\circ}}+\mathbf{B_{EbX^\circ}}\right]\cdot\dot{\mathbf{q}}_{\mathbf{X^\circ}}+\left[\mathbf{K_{X^\circ}}+\mathbf{K_{CX^\circ}}\right]\cdot\mathbf{q}_{\mathbf{X^\circ}}=\sum_{\nu=1}^{24}\mathbf{f}^{\nu}_{\mathbf{AX^\circ}}\cdot\cos\left(\frac{\nu}{2}\cdot\omega t\right)+$$

$$+\sum_{\nu=1}^{24}\mathbf{f}^{\nu}_{\mathbf{BX^\circ}}\cdot\sin\left(\frac{\nu}{2}\cdot\omega t\right),\quad \text{resp. } \mathbf{M_{X^\circ}}\cdot\ddot{\mathbf{q}}_{\mathbf{X^\circ}}+\mathrm{B}_{\mathbf{X^\circ}}\cdot\dot{\mathbf{q}}_{\mathbf{X^\circ}}+\mathrm{K}_{\mathbf{X^\circ}}\cdot\mathbf{q}_{\mathbf{X^\circ}}=\sum_{\nu=1}^{24}\mathbf{f}^{\nu}_{\mathbf{AX^\circ}}\cdot\cos\left(\frac{\nu}{2}\cdot\omega t\right)+\sum_{\nu=1}^{24}\mathbf{f}^{\nu}_{\mathbf{BX^\circ}}\cdot\sin\left(\frac{\nu}{2}\cdot\omega t\right)$$

(2-170)

Ustáleným stavem je přitom míněn takový stav, kdy je do ústrojí dodáván a z něj odebírán konstantní výkon a soustrojí se otáčí konstantními otáčkami.

Partikulární řešení soustavy **(2-170)** , pro určitý ½ řád ν, je předpokládáno

$$\mathbf{q}^{\nu}_{\mathbf{X^\circ}}=\mathbf{q}^{\nu}_{\mathbf{AX^\circ}}\cdot\cos\left(\frac{\nu}{2}\cdot\omega t\right)+\mathbf{q}^{\nu}_{\mathbf{BX^\circ}}\cdot\sin\left(\frac{\nu}{2}\cdot\omega t\right)\quad . \qquad \textbf{(2-171)}$$

Vzhledem k tomu, že se jedná o lineární soustavu, je možné využívat **principu superpozice** a úplné řešení rozdělit v řadu dílčích řešení odezev na jednotlivé ½ harmonické řády dekomponovaných vnějších budících momentů. Tato dílčí řešení jsou na sobě nezávislá. Sčítají se geometricky.

Dosazením řešení **(2-171)** do **(2-170)** a srovnáním členů u $\cos\left(\frac{\nu}{2}\cdot\omega t\right)$ a u $\sin\left(\frac{\nu}{2}\cdot\omega t\right)$, přechází soustava ve formu :

$$\left[K_{X^\circ}-\left(\frac{\nu}{2}\right)^2\cdot\omega^2\cdot\mathbf{M}_{X^\circ}\right]\cdot\mathbf{q}^{\nu}_{AX^\circ}+\frac{\nu}{2}\cdot\omega\cdot B_{X^\circ}\cdot\mathbf{q}^{\nu}_{BX^\circ}=\mathbf{f}^{\nu}_{AX^\circ}\ , \qquad \textbf{(2-172a)}$$

$$-\frac{\nu}{2}\cdot\omega\cdot B_{X^\circ}\cdot\mathbf{q}^{\nu}_{AX^\circ}+\left[K_{X^\circ}-\left(\frac{\nu}{2}\right)^2\cdot\omega^2\cdot\mathbf{M}_{X^\circ}\right]\cdot\mathbf{q}^{\nu}_{BX^\circ}+\ =\mathbf{f}^{\nu}_{BX^\circ}\ . \qquad \textbf{(2-172b)}$$

S použitím známého Eulerova vztahu se zavedou nové **vektory komplexních amplitud**

a) momentového buzení ½ řádu : $\tilde{\mathbf{f}}^{\nu}_{X^\circ}=\mathbf{f}^{\nu}_{AX^\circ}-i\cdot\mathbf{f}^{\nu}_{BX^\circ}$;
b) torzních odezev : $\tilde{\mathbf{q}}^{\nu}_{X^\circ}=\mathbf{q}^{\nu}_{AX^\circ}-i\cdot\mathbf{q}^{\nu}_{BX^\circ}$;

a soustava **(2-172)** přechází na

$$\left[K_{X^\circ}-\left(\frac{\nu}{2}\right)^2\cdot\omega^2\cdot\mathbf{M}_{X^\circ}+i\cdot\left(\frac{\nu}{2}\right)\cdot\omega\cdot B_{X^\circ}\right]\cdot\tilde{\mathbf{q}}^{\nu}_{X^\circ}=\tilde{\mathbf{f}}^{\nu}_{X^\circ}\ . \qquad \textbf{(2-173)}$$

Dále se zavádí tzv. **matice dynamické tuhosti**

$$\mathbf{Z}(\omega)^{\nu}_{X^\circ}=K_{X^\circ}-\left(\frac{\nu}{2}\right)^2\cdot\omega^2\cdot\mathbf{M}_{X^\circ}+i\cdot\left(\frac{\nu}{2}\right)\cdot\omega\cdot B_{X^\circ} \qquad \textbf{(2-174)}$$

a **matice dynamické poddajnosti** neboli frekvenční přenos

$$\mathbf{Q}(\omega)^{\nu}_{X^\circ}=\left[\mathbf{Z}(\omega)^{\nu}_{X^\circ}\right]^{-1}\ . \qquad \textbf{(2-175)}$$

Vektor komplexních amplitud výchylek ustálených kmitů, určitého ½ řádu ν a příslušející zařazenému stupni X° je pak dán

$$\tilde{\mathbf{q}}^{\nu}_{X^\circ}=\left[\mathbf{Z}(\omega)^{\nu}_{X^\circ}\right]^{-1}\cdot\tilde{\mathbf{f}}^{\nu}_{X^\circ}\ \text{, resp. }\ \tilde{\mathbf{q}}^{\nu}_{X^\circ}=\mathbf{Q}(\omega)^{\nu}_{X^\circ}\cdot\tilde{\mathbf{f}}^{\nu}_{X^\circ}\ . \qquad \textbf{(2-176)}$$

Zobrazení hodnoty amplitudy odezvy $\left|\tilde{\mathbf{q}}^{\nu}_{X^\circ}\right|_q$, v závislosti na budící frekvenci ω, resp. otáčkách motoru n_E, nazýváme **amplitudovou charakteristikou** neboli rezonanční křivkou. Ta charakterizuje, které otáčky jsou z pohledu torzních kmitů nebezpečné, a ve kterém otáčkovém pásmu je provozní režim přípustný, nebo kritický. U tohoto vyšetřovaného soustrojí jsou rezonanční křivky analyzovány při běžném provozním a přeběhovém rozsahu motorových otáček 600 – 2250 – 3600 1/min.

2.10.4. ŘEŠENÍ ÚPLNÉ POHYBOVÉ ROVNICE

Pohybová rovnice v globálním systému je dána vztahem **(2-156)** .
Vzhledem k časové a paměťové náročnosti numerického výpočtu, potřebného pro řešení této soustavy, je výpočet realizován na přidruženém **kondenzovaném modelu**, vytvořeném **metodou modální dynamické syntézy** [6]. Postup vytvoření kondenzovaného modelu je uveden v následujících krocích :

a) <u>Úprava pohybové rovnice</u>

Užitečná i jalová složka budících momentů na klikách, odpovídá jmenovité zátěži, tedy vnější otáčkové charakteristice motoru. Aby izolovaná soustava byla navenek v rovnováze, musí velikost všech konstantních odporových momentů odpovídat úhrnnému užitečnému momentu motoru. V takovém případě lze vektory $\mathbf{f}_{E0X^\circ}$ a $\mathbf{f}_{A0X^\circ}$ z pohybové rovnice vypustit. Řeší se tak pouze dynamika odezvy a ne její superpozice na redukované otáčky hřídelí.

Při výpočtu je z rovnice vypuštěna matice $\mathbf{B}_{\mathbf{EbX}^\circ}$ obsahující součinitele strmosti staticky linearizovaných charakteristik zátěží. U charakteristik alternátorů před bodem zvratu jsou součinitelé strmosti záporní. Tím se narušuje struktura výsledné matice tlumení **(2-166)**, stává se negativně definitní a systém není stabilní. Nad bodem zvratu je možné matici $\mathbf{B}_{\mathbf{EbX}^\circ}$ ve výpočtu ponechat. Zavedením

$$\mathrm{M}(\omega t)_{\mathbf{X}^\circ} = \mathbf{M}_{\mathbf{X}^\circ} + \mathbf{M}\varepsilon(\omega t)_{\mathbf{X}^\circ} \quad , \tag{2-177a}$$

$$\mathrm{B}_{\mathbf{X}^\circ} = \mathbf{B}_{\mathbf{PX}^\circ} + \mathbf{B}_{\mathbf{PCX}^\circ} + \mathbf{B}_{\mathbf{NX}^\circ} + \mathbf{B}_{\mathbf{NCX}^\circ} + \mathbf{B}_{\mathbf{EbX}^\circ} \quad , \tag{2-177b}$$

$$\kappa(\omega t)_{\mathbf{X}^\circ} = \mathbf{K}_{\mathbf{X}^\circ} + \mathbf{K}_{\mathbf{CX}^\circ} + \mathbf{K}_{\mathbf{CIX}^\circ}\left(\varepsilon_{\gamma\delta}\nearrow\varepsilon_{\delta\varepsilon}\right)\cdot 2\cdot\cos\left(2\cdot i_1^{X^\circ}\cdot i_2^{X^\circ}\cdot\omega t\right) \quad , \tag{2-177c}$$

$$\Theta(\omega t)_{\mathbf{X}^\circ} = \mathbf{f}_{\mathbf{HkX}^\circ}\cdot\cos\left(z_{RA1}\cdot i_1^{X^\circ}\cdot i_2^{X^\circ}\cdot\omega t\right) + \mathbf{f}_{\mathbf{HbX}^\circ}\cdot\omega\cdot\sin\left(z_{RA1}\cdot i_1^{X^\circ}\cdot i_2^{X^\circ}\cdot\omega t\right) + \\ + \mathbf{f}_{\mathbf{M}}(\omega t)_{\mathbf{X}^\circ} + \mathbf{f}_{\mathbf{CIX}^\circ}\left(\varepsilon_{\gamma\delta}\nearrow\varepsilon_{\delta\varepsilon}\right)\cdot\sin\left(2\cdot i_1^{X^\circ}\cdot i_2^{X^\circ}\cdot\omega t\right) \tag{2-177d}$$

, lze soustavu **(2-156)** přepsat do tvaru

$$\mathrm{M}(\omega t)_{\mathbf{X}^\circ}\cdot\ddot{\mathbf{q}}_{\mathbf{X}^\circ} + \mathrm{B}_{\mathbf{X}^\circ}\cdot\dot{\mathbf{q}}_{\mathbf{X}^\circ} + \kappa(\omega t)_{\mathbf{X}^\circ}\cdot\mathbf{q}_{\mathbf{X}^\circ} = \Theta(\omega t)_{\mathbf{X}^\circ} + \sum_{\nu=1}^{24}\mathbf{f}^{\nu}_{\mathbf{AX}^\circ}\cdot\cos\left(\frac{\nu}{2}\cdot\omega t\right) + \sum_{\nu=1}^{24}\mathbf{f}^{\nu}_{\mathbf{BX}^\circ}\cdot\sin\left(\frac{\nu}{2}\cdot\omega t\right) \tag{2-178}$$

b) Využití řešení přidruženého, konzervativního systému

K rovnici **(2-156)** lze sestavit pohybovou rovnici přidruženého konzervativního systému v homogenním tvaru – viz. **(2-167)** :

$$\mathbf{M}_{\mathbf{X}^\circ}\cdot\ddot{\mathbf{q}}_{\mathbf{X}^\circ} + \left[\mathbf{K}_{\mathbf{X}^\circ} + \mathbf{K}_{\mathbf{CX}^\circ}\right]\cdot\mathbf{q}_{\mathbf{X}^\circ} = \mathbf{0} \quad . \tag{2-179}$$

Z ní se postupem uvedeným v kapitole 2.10.2. vypočtou :

1) spektrální matice $\Lambda_{\mathbf{X}^\circ}$;
2) modální matice normovaných pravostranných vlastních vektorů $\mathbf{V}_{\mathbf{X}^\circ}$;

Obě tyto matice jsou původní dimenze globálního systému nG×nG.

c) Dimenze kondenzovaného modelu

Počet master tvarů je určen s ohledem na rozsah vyšetřovaných frekvencí. Nejvyšší sledovaná frekvence je přitom volena jako 3-násobek maximální frekvence ve vnějším (hlavním) momentovém buzení globálního systému : f_{max} = 3×orders×f_E, kde orders = 12 je počet uvažovaných řádů budících momentů a f_E je frekvence otáčení motoru v [Hz]. Počet master tvarů pak odpovídá počtu vlastních frekvencí, a také příslušných vlastních vektorů, ležících ve vyšetřovaném rozsahu 0 až f_{max}. Matice $\Lambda_{\mathbf{X}^\circ}$ a $\mathbf{V}_{\mathbf{X}^\circ}$ (obě dimenze nG×nG) se pak následně rozdělí na **submatice „master" a „slave"** vlastních vektorů a vlastních čísel :

$$\mathbf{V}_{\mathbf{X}^\circ} = \left[{}^{m}\mathbf{V}_{\mathbf{X}^\circ}\ {}^{s}\mathbf{V}_{\mathbf{X}^\circ}\right] \ , \ \Lambda_{\mathbf{X}^\circ} = \begin{bmatrix} {}^{m}\Lambda_{\mathbf{X}^\circ} & \mathbf{O} \\ \mathbf{O} & {}^{s}\Lambda_{\mathbf{X}^\circ} \end{bmatrix} \quad . \tag{2-180}$$

d) Transformace z dimenze nG do dimenze m

Zavede se modální transformace souřadnic $\mathbf{q}_{\mathbf{X}^\circ} = {}^{m}\mathbf{V}_{\mathbf{X}^\circ}\cdot{}^{m}\mathbf{x}_{\mathbf{X}^\circ}$. Jejím dosazením do **(2-178)** a pronásobením zleva transponovanou modální maticí ${}^{m}\mathbf{V}^{T}_{\mathbf{X}^\circ}$, přejde rovnice na tvar

$${}^{m}\mathbf{V}^{T}_{\mathbf{X}^\circ}\cdot\mathrm{M}(\omega t)_{\mathbf{X}^\circ}\cdot{}^{m}\mathbf{V}_{\mathbf{X}^\circ}\cdot\ddot{\mathbf{x}}_{\mathbf{X}^\circ} + {}^{m}\mathbf{V}^{T}_{\mathbf{X}^\circ}\cdot\mathrm{B}_{\mathbf{X}^\circ}\cdot{}^{m}\mathbf{V}_{\mathbf{X}^\circ}\cdot\dot{\mathbf{x}}_{\mathbf{X}^\circ} + {}^{m}\mathbf{V}^{T}_{\mathbf{X}^\circ}\cdot\kappa(\omega t)_{\mathbf{X}^\circ}\cdot{}^{m}\mathbf{V}_{\mathbf{X}^\circ}\cdot\mathbf{q}_{\mathbf{X}^\circ} = \\ = {}^{m}\mathbf{V}^{T}_{\mathbf{X}^\circ}\cdot\left[\Theta(\omega t)_{X^\circ} + \sum_{\nu=1}^{24}\mathbf{f}^{\nu}_{\mathbf{AX}^\circ}\cdot\cos\left(\frac{\nu}{2}\cdot\omega t\right) + \sum_{\nu=1}^{24}\mathbf{f}^{\nu}_{\mathbf{BX}^\circ}\cdot\sin\left(\frac{\nu}{2}\cdot\omega t\right)\right] \tag{2-181}$$

, což je **pohybová rovnice kondenzovaného modelu** v nových, modálních souřadnicích ${}^{m}\mathbf{x}_{\mathbf{X}^\circ}$ dimenze m.

e) Převedení pohybové soustavy rovnic kondenzovaného modelu do výpočtového tvaru

Substitucí ${}^{m}\dot{\mathbf{x}}_{X\circ}={}^{m}\mathbf{z}_{X\circ}$ se soustava kondenzovaného modelu **(2-181)** převede do dvojnásobného (stavového) výpočtového tvaru, dimenze 2m :

$$\dot{\mathbf{y}}_{X\circ}=\mathrm{A}(\omega t)_{X\circ}\cdot\mathbf{y}_{X\circ}+\mathbb{B}(\omega t)_{X\circ}\cdot\mathbf{w}(\omega t)_{X\circ} \qquad \textbf{(2-182)}$$

, kde $\mathbf{y}_{X\circ}=\left[{}^{m}\mathbf{x}_{X\circ}\ {}^{m}\mathbf{z}_{X\circ}\right]^{T}$; $\dot{\mathbf{y}}_{X\circ}=\left[{}^{m}\dot{\mathbf{x}}_{X\circ}\ {}^{m}\dot{\mathbf{z}}_{X\circ}\right]^{T}$

, a dále

$$\mathrm{A}(\omega t)_{X\circ}=\begin{bmatrix}\mathbf{O} & \mathbf{E}\\ -\left[{}^{m}\mathbf{V}_{X\circ}^{T}\cdot\mathrm{M}(\omega t)_{X\circ}\cdot{}^{m}\mathbf{V}_{X\circ}\right]^{-1}\cdot\left[{}^{m}\mathbf{V}_{X\circ}^{T}\cdot\kappa(\omega t)_{X\circ}\cdot{}^{m}\mathbf{V}_{X\circ}\right] & -\left[{}^{m}\mathbf{V}_{X\circ}^{T}\cdot\mathrm{M}(\omega t)_{X\circ}\cdot{}^{m}\mathbf{V}_{X\circ}\right]^{-1}\cdot\left[{}^{m}\mathbf{V}_{X\circ}^{T}\cdot\mathrm{B}_{X\circ}\cdot{}^{m}\mathbf{V}_{X\circ}\right]\end{bmatrix}$$

$$\mathbb{B}(\omega t)_{X\circ}=\begin{bmatrix}\mathbf{E} & \mathbf{O}\\ \mathbf{O} & -\left[{}^{m}\mathbf{V}_{X\circ}^{T}\cdot\mathrm{M}(\omega t)_{X\circ}\cdot{}^{m}\mathbf{V}_{X\circ}\right]^{-1}\end{bmatrix},$$

$$\mathbf{w}(\omega t)_{X\circ}=\begin{bmatrix}\mathbf{0}\\ {}^{m}\mathbf{V}_{X\circ}^{T}\cdot\left[\Theta(\omega t)_{X\circ}+\sum_{\nu=1}^{24}\mathbf{f}_{\mathbf{A}X\circ}^{\nu}\cdot\cos\left(\frac{\nu}{2}\cdot\omega t\right)+\sum_{\nu=1}^{24}\mathbf{f}_{\mathbf{B}X\circ}^{\nu}\cdot\sin\left(\frac{\nu}{2}\cdot\omega t\right)\right]\end{bmatrix}.$$

Vektory počátečních podmínek jsou ${}^{m}\mathbf{x0}_{X\circ}={}^{m}\mathbf{V}_{X\circ}^{+}\cdot{}^{m}\mathbf{q0}_{X\circ}$ a ${}^{m}\dot{\mathbf{x}}\mathbf{0}_{X\circ}={}^{m}\mathbf{z0}_{X\circ}={}^{m}\mathbf{V}_{X\circ}^{+}\cdot{}^{m}\dot{\mathbf{q}}\mathbf{0}_{X\circ}$, kde ${}^{m}\mathbf{V}_{X\circ}^{+}$ je pseudoinverzní matice typu ${}^{m}\mathbf{V}_{X\circ}^{+}=\left({}^{m}\mathbf{V}_{X\circ}^{T}\cdot{}^{m}\mathbf{V}_{X\circ}\right)^{-1}\cdot{}^{m}\mathbf{V}_{X\circ}^{T}$. Ve stavovém tvaru je vektor počátečních podmínek vyjádřen jako :

$$\mathbf{y0}_{X\circ}=\left[{}^{m}\mathbf{x0}_{X\circ}\ {}^{m}\mathbf{z0}_{X\circ}\right]^{T}\quad . \qquad \textbf{(2-183)}$$

U tohoto výpočtu jsou všechny **počáteční podmínky** považovány za **nulové**.

f) Numerické řešení a zpětná transformace výsledků do dimenze nG

Jak bylo již uvedeno soustava se řeší v redukované formě s redukcí na otáčky klikového hřídele pro jediné, konkrétně volené otáčky motoru ω (resp. n_E). Numerický výpočet stavové rovnice **(2-182)** je prováděn funkcí StateSpace implementovanou do knihovny programu Mathcad 14.0. Celý výpočet běží v cyklu, s krokem ν = 1,2,..., 24, odpovídajícím pořadí ½ řádu polyharmonické budící složky.

Vzhledem ke startovacím podmínkám, kdy momenty polyharmonického buzení mají rozdílnou počáteční fázi, je simulace náchylná k **numerickému driftu**. Kmity časových odezev se pak ustalují na nenulové střední hodnotě. Aby se předešlo tomuto nepříznivému efektu, byla do náhradní dynamické soustavy zavedena přídavná tlumící vazba mezi rám a setrvačnou hmotu vozidla m_V. Uvedená úprava efekt driftu potlačí, ovšem zcela neodstraní. Signály odezev je proto nutné dále :

1) filtrovat – IIR Butterworth filtr s horní propustí;
2) provést výřez z ustáleného stavu kmitání (neuvažovat počáteční přechodový děj);
3) výřez centrovat na nulovou střední hodnotu.

Po ukončení výpočtu jsou časové záznamy odezev příslušející ½ řádům vzájemně **superponovány** ve výsledné tvary kmitání. Nakonec je provedena **zpětná transformace výsledků** z dimenze m do dimenze nG :

$$\mathbf{q}_{X\circ}={}^{m}\mathbf{V}_{X\circ}\cdot{}^{m}\mathbf{x}_{X\circ}\quad . \qquad \textbf{(2-184)}$$

2.10.5. KONCEPCE POČETNÍHO ŘEŠENÍ

Vzhledem k rozsáhlosti požadovaných vstupních informací není účelné řešit analýzu globálního modelu pouze s jediným programovým souborem. Výpočet je rozčleněn na logicky související části, podle níže uvedeného diagramu.

V úvodním kroku je sestaven soubor vstupních dat (viz. ***Příloha č.1***), který obsahuje :

- parametry popisující dynamické vlastnosti ekvivalentního modelu;
- charakteristiky vnějších budících momentů, dané dekompozicí průběhu tangenciálních sil od tlaků plynů ve válcích motoru během pracovního cyklu;
- parametry zátěžových charakteristik, staticky linearizovaných v okolí pracovního bodu;

Ve druhém kroku je realizován programový výpočet přidruženého konzervativního modelu podle kap. 2.10.2.. Jeho výstupem jsou :

- vlastní frekvence (***Příloha č. 2***);
- poměrné amplitudy vlastního kmitání v redukovaném tvaru (***Příloha č. 4***);
- Campbelovy diagramy specifikující polohu kritických otáček v provozním rozsahu zařízení (***Příloha č. 3***);

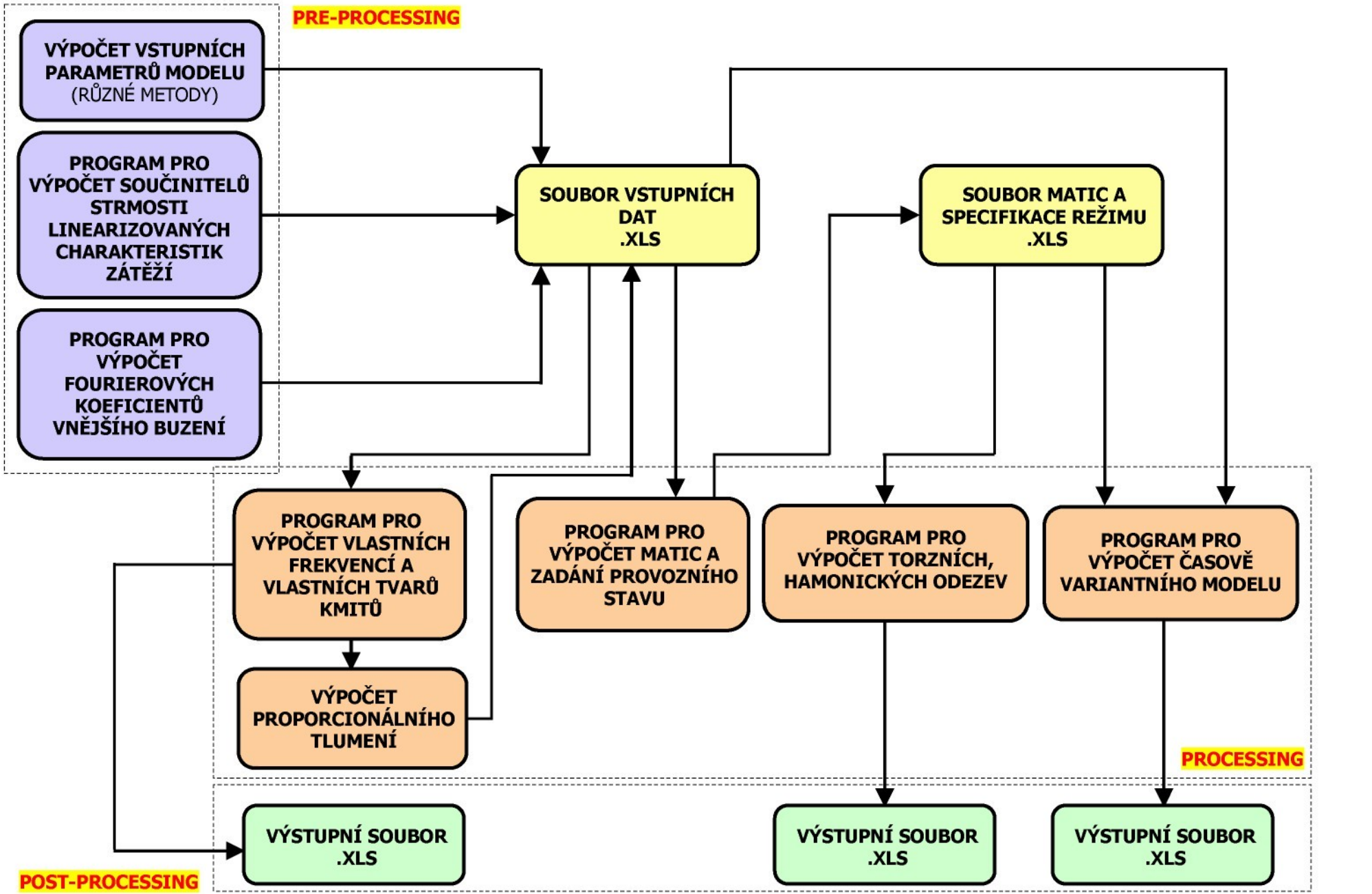
Dodatečně se v této části výpočtu stanovují součinitele proporcionálního tlumení pro jednotlivé subsystémy α***1***, α***2***, α***3***, β, γ, δ, ε, které se na výstupu zapisují zpět do souboru vstupních dat. Tím je lze využívat v následujících krocích výpočtové analýzy.

Třetí fáze je přípravou pro výpočet amplitudo-frekvenčních charakteristik a časových průběhů odezev. Z přesně definovaných parametrů provozního režimu soustrojí a ze souboru vstupních dat se programově vytváří dimenze, struktura i jednotlivé prvky matic a vektorů obsažených v pohybové rovnici **(2-156)**. Všechny algebraické prvky jsou exportovány do Excel souboru matic. Ten v záhlaví obsahuje také příslušnou vstupní specifikaci.

Ve čtvrtém kroku se provádí programový výpočet amplitudo-frekvenčních charakteristik ustáleného vynuceného kmitání dle kap. 2.10.3.. Program jako vstup využívá maticové prvky z předcházející fáze. Numerická data křivek výsledného kmitání a data křivek jednotlivých ½ harmonických řádů (viz. ***Příloha č.5***) jsou exportovány do výstupního Excel souboru, ve kterém jsou příslušné charakteristiky také vykresleny.

V posledním kroku se provádí simulační výpočet časových odezev prvků soustrojí s uvažováním všech vnitřních zdrojů parametrického buzení, v souladu s kap. 2.10.4.. Výpočet je definován pro jeden konkrétní provozní stav zařízení daný konstantními motorovými otáčkami. Program využívá jak vstupního souboru dat (k definici vnějších budících účinků), tak i souboru maticových prvků, vypočítaného v kroku 3. Po provedeném výpočtu jsou exportována data v časovém a frekvenčním oboru do výstupního souboru Excel, ve kterém je provedeno i vykreslení jednotlivých časových vln a jim odpovídajících frekvenčních spekter (viz. ***Příloha č.6***).

Všechny výše uvedené fáze výpočtu jsou uživatelsky zpracovány tak, že vstupní podmínky se vybírají pomocí sliderů z předdefinovaných rolujících seznamů. Jestliže lze dostatečně spolehlivě nadefinovat vstupní bázi dat (viz. ***Příloha č.1***), pak obsluha programů, provádění změn ve specifikaci provozního režimu i ladění výsledné odezvy jsou již velmi jednoduché.


PRE-PROCESSING
VÝPOČET VSTUPNÍCH PARAMETRŮ MODELU (RŮZNÉ METODY)
PROGRAM PRO VÝPOČET SOUČINITELŮ STRMOSTI LINEARIZOVANÝCH CHARAKTERISTIK ZÁTĚŽÍ
PROGRAM PRO VÝPOČET FOURIEROVÝCH KOEFICIENTŮ VNĚJŠÍHO BUZENÍ
SOUBOR VSTUPNÍCH DAT .XLS
SOUBOR MATIC A SPECIFIKACE REŽIMU .XLS
PROGRAM PRO VÝPOČET VLASTNÍCH FREKVENCÍ A VLASTNÍCH TVARŮ KMITŮ
PROGRAM PRO VÝPOČET MATIC A ZADÁNÍ PROVOZNÍHO STAVU
PROGRAM PRO VÝPOČET TORZNÍCH, HAMONICKÝCH ODEZEV
PROGRAM PRO VÝPOČET ČASOVĚ VARIANTNÍHO MODELU
VÝPOČET PROPORCIONÁLNÍHO TLUMENÍ
PROCESSING
VÝSTUPNÍ SOUBOR .XLS
VÝSTUPNÍ SOUBOR .XLS
VÝSTUPNÍ SOUBOR .XLS
POST-PROCESSING

2.11. ANALÝZA VÝSLEDKŮ

Přehled vlastních frekvencí, které mohou být významné v provozním rozsahu otáček na jednotlivých hřídelích, pohonného řetězce autobusu Arway, jsou uvedeny v ***Příloze č. 2***. ½ harmonické řády Fourierova rozkladu vnějšího momentového buzení, daného tangenciálními silami vznikajícími během spalovacího cyklu motoru, se mohou dostat s vlastními frekvencemi do kolize na kritických otáčkách. Tyto kritické otáčky se názorně zobrazují v Campbellových diagramech, stanovených postupně pro každý hřídel, resp. pro sérii stejně se otáčejících hřídelů, v soustrojí. V ***Příloze č. 3*** je uvedena ukázka výpočtu Campbellových diagramů pro zařazený II° rychlostní stupeň. Zvýrazněny jsou kritické otáčky pro hlavní řády 3., 6., 9., 12.. Řád 12. omezuje shora vyšetřovaný rozsah kritických otáček.

Vlastní tvary torzního kmitání, zobrazené v redukované podobě k otáčkám klikového hřídele motoru, byly prošetřeny na všech převodových stupních I° až VI°, a podle jejich vzájemné podobnosti seřazeny do přehledu v ***Příloze č. 4***. K nim jsou přidány slovní komentáře, popisující jaké části řetězce při dané vlastní frekvenci kmitají, a zda-li kmitají ve vzájemné fázi, či v protifázi. Existují však některé vlastní tvary, které jsou specifické pouze na určitém převodovém stupni – např. č.11*.

První vlastní tvar, na nulové vlastní frekvenci, nevykazuje žádnou poměrnou deformaci. Vzhledem k tomu, že se jedná o oboustranně izolovaný dynamický model, vyjadřuje tento tvar rovnoměrné otáčení soustrojí jako celku. Tvar označený jako č.18, na 950 Hz, odpovídá tříuzlovému tvaru kmitu klikového hřídele motoru, a leží již mimo reálný provozní rozsah (za maximálními přeběhovými otáčkami v zátěži, tzn. výše než 3600 ot/min). Vlastní tvar č. 8, který vyjadřuje kmitání části řetězce : °P, Cardanův mechanismus a stálý převod s diferenciálem, jako celku ve fázi vzhledem ke klikovému hřídeli motoru a stojícím kolům hnací nápravy a nástavbě vozidla. Tento vlastní tvar má zcela zásadní vliv na velikost torzních vibrací u části řetězce, ležícího za výstupem z třecí spojky, při I° a II° rychlostním stupni – viz. amplitudo-frekvenční charakteristiky uvedené v ***Příloze č. 5***.

Campbellovy interferenční diagramy specifikují přesnou polohu kritických otáček, neudávají však žádnou představu o tom, zda-li jsou za použití tlumících prvků torzní vibrace na těchto otáčkách skutečně významně zvýšené. Tuto informaci nám dávají až amplitudo-otáčkové charakteristiky, jejichž ukázka pro II° rychlostní stupeň je v ***Příloze č. 5***. Vedle průběhu celkové úrovně kmitání se do nich zobrazují také jednotlivé průběhy ½ harmonických řádů. Z této syntézy je pak možné přesně určit, který ½ řád má významný vliv na velikost výsledné úrovně kmitů, a který nikoliv.

S využitím výše uvedených výstupů lze postupně provést analýzu jednotlivých částí řetězce :

a) Rotor čerpadla chladícího okruhu motoru (A1) :

Tvar amplitudo-otáčkové charakteristiky je nezávislý na zařazeném rychlostním stupni X°. Z průběhu je patrné, že některé harmonické složky vnějšího momentového buzení se dostávají do kolize s vlastními kmity rotoru čerpadla – Tvar č.9 na 66,3 Hz. Hlavně 4,5. na n_E=884 ot/min, 3.5. na n_E=1137 ot/min, 3. na n_E=1326 ot/min, 2,5. na n_E=1591 ot/min.

b) Rotory alternátorů (A2, A3) :

Tvar amplitudo-otáčkové charakteristiky je nezávislý na zařazeném rychlostním stupni X°. Oba rotory se dostávají do rezonance, když ½. harmonická složka vnějšího momentového buzení je

1) v kolizi s vlastní frekvencí 9,3 Hz (první vrchol) a rotory kmitají ve fázi, tvarem č. 3;
2) v kolizi s vlastní frekvencí 13,8 Hz (druhý vrchol) a rotory kmitají ve vzájemné protifázi, tvarem č. 4.

c) Rotační hmoty kompresoru klimatizace (A4) :

Tvar amplitudo-otáčkové charakteristiky je nezávislý na zařazeném rychlostním stupni X°. Charakteristika má dva výrazné rezonanční vrcholy. Oba jsou důsledkem kolize na vlastní frekvenci 45,8 Hz s odpovídajícím tvarem kmitu č. 7.

1) kolize s 3. harmonickou složkou v oblasti kolem n_E=916 ot/min (první vrchol);
2) kolize s 1½. harmonickou složkou v oblasti kolem n_E=1832 ot/min (druhý vrchol).

d) Tlumič torzních kmitů (E0,E1) :

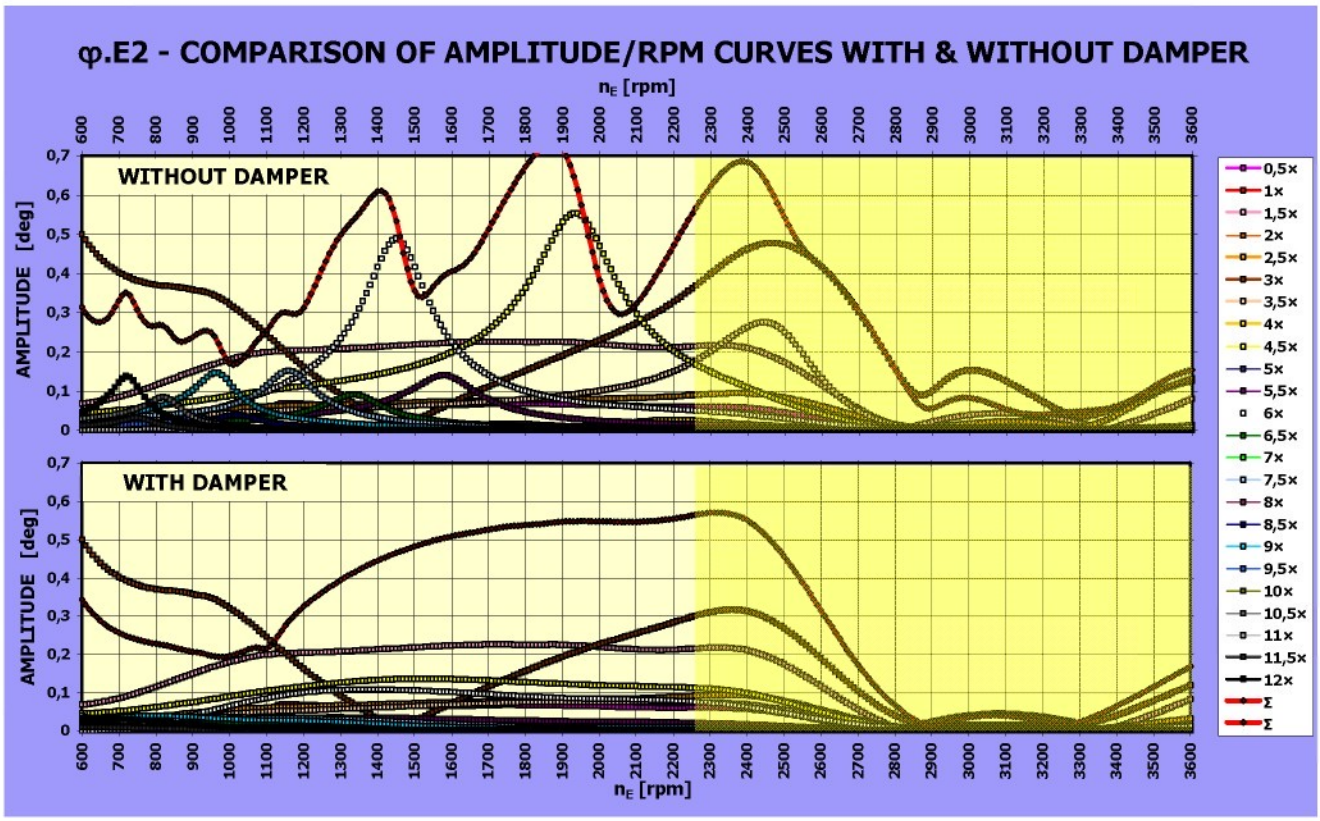
Tvar amplitudo-otáčkové charakteristiky se zásadně nemění v závislosti na zařazeném rychlostním stupni X°. U vyšších rychlostních stupňů lze pozorovat mírný nárůst amplitud výsledného kmitání (max. o cca 15%) v pásmu nízkých otáček n_E =600–1000 ot/min.

Spojení mezi seizmickou hmotou a skříní tlumiče je realizováno pouze prostřednictvím vazby dané viskozitou kapaliny. Při rovnoměrném otáčení skříně tlumiče je i jeho seizmická hmota unášena s sebou. V okamžiku, kdy na otáčivý pohyb klikového hřídele (a tedy i na skříň tlumiče) jsou superponovány torzní vibrace, navíc nepřetržitě osciluje v protifázi tam a zpět. Vnáší tak přídavný kroutící moment na sekundární

konec klikového hřídele, a tím výrazně zpožďuje jeho kmitavý pohyb. Celý proces je doprovázen pohlcováním vibrační energie v kapalině, silikonovém oleji. Tlumící moment je značný, neboť použitý silikonový olej se vyznačuje vysokou viskozitou, málo se měnící s teplotou.

Obecnou vlastností viskózního tlumiče je, že jeho seizmická hmota je frekvenčně velmi málo citlivá (v tomto případě vlastní tvar kmitu č. 10 není nijak zvlášť významný). Nepracuje tedy na principu rezonančního tlumiče (jako např. tlumič pryžový) a není nijak specificky frekvenčně laděný. Mezi rotující skříní a seizmickou hmotou však existuje také dobrá konzervativní vazba (torzní dynamická tuhost), která je úměrná viskozitě použitého silikonového oleje a vzájemné vůli mezi oběma částmi tlumiče.

Účinnost použitého tlumiče na motoru Cursor 8 lze dobře posuzovat z porovnání amplitudo-otáčkových charakteristik vypočítaných pro soustavu bez tlumiče a s instalovaným torzním tlumičem – viz. ***Obr. 2-44***.



Obr. 2-44 Porovnání amplitudo-otáčkových charakteristik na sekundární straně klikového hřídele s a bez instalovaného tlumiče torzních kmitů

e) Klikový hřídel motoru (E2-E10) :

Z horního obrázku uvedeného na ***Obr. 2-44*** je dobře patrné, jak by vypadala úroveň torzního kmitání sekundární strany klikového hřídele v případě, že by na ní nebyl instalovaný torzní tlumič. Celá skupina ½ harmonických řádů (hlavních a majoritních vedlejších) by se tak v provozním rozsahu otáček dostávala do kolize s prvním jednouzlovým vlastním tvarem kmitání klikového hřídele na rezonanční frekvenci 145,6 Hz (! rozdílná oproti případu s tlumičem 209,9 Hz !).

Postupně to jsou kolize složek na kritických otáčkách :

3. harmonická na 2912 ot/min;	5,5. harmonická na 1588 ot/min;	7,5. harmonická na 1165 ot/min;
3,5. harmonická na 2496 ot/min;	6. harmonická na 1456 ot/min;	9. harmonická na 971 ot/min;
4,5. harmonická na 1941 ot/min;	6,5. harmonická na 1344 ot/min;	10,5. harmonická na 832 ot/min;
		12. harmonická na 728 ot/min.

Pořadí vznětů válců motoru významně ovlivňuje vydatnost takových rezonancí.

Jestliže by bylo dlouhodobě přítomné kmitání s charakterem odpovídajícím hornímu grafu na ***Obr. 2-44*** , pak by docházelo k extrémnímu namáhání klikového hřídele a po určitém čase by zapříčinilo jeho únavový lom. Vhodný tlumič torzních kmitů rezonance na kritických otáčkách eliminuje.

Charakter výsledné úrovně torzních kmitů klikového hřídele (i celého torzního řetězce) je zcela zásadně ovlivněn 3. harmonickou složkou, tzv. vznětovou frekvencí. Probíráme-li se amplitudo-otáčkovými charakteristikami postupně ze sekundární strany klikového hřídele směrem k setrvačníku, lze v průbězích 3.

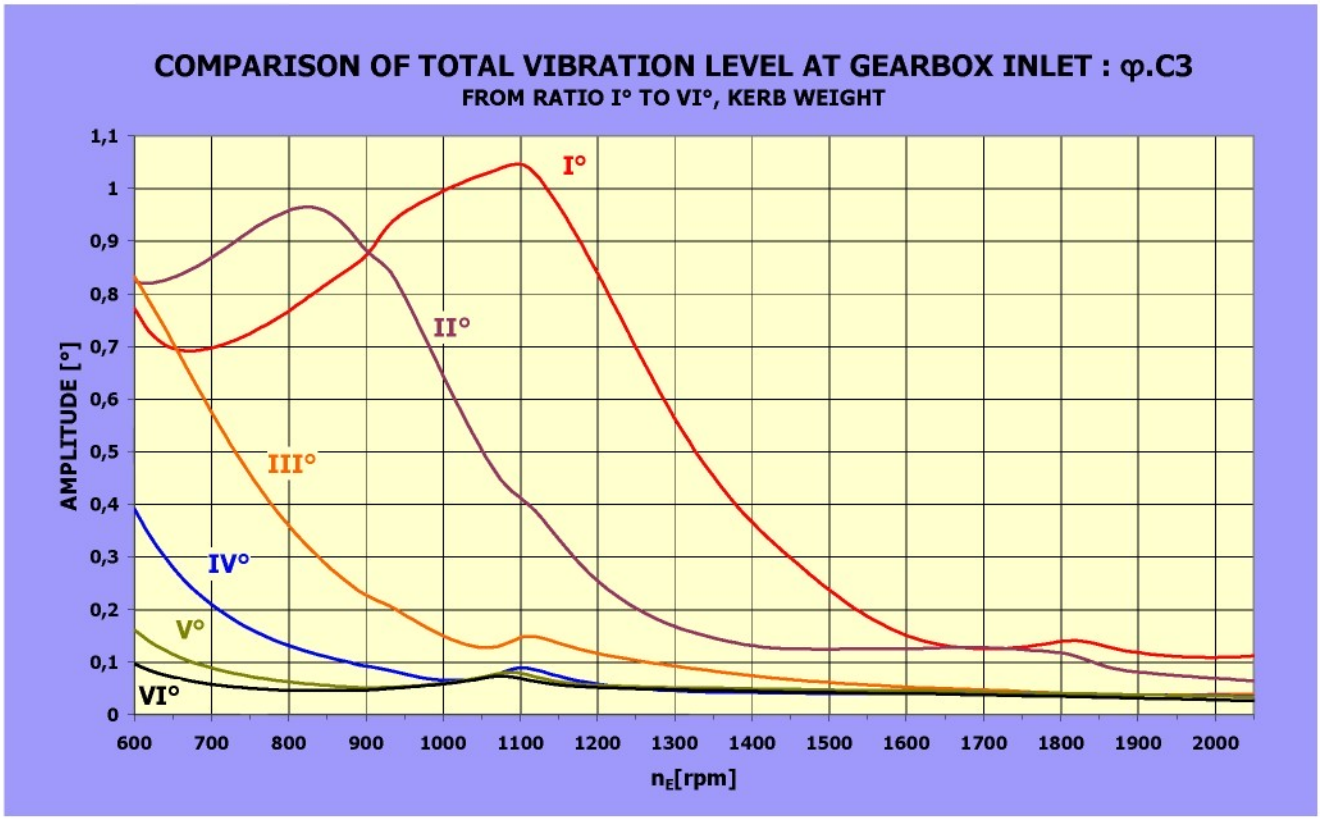
harmonické složky pozorovat přeměnu. Na klikách příslušejících válcům 1 až 3 je tento průběh tvaru písmene „V" s minimem dosahovaným mezi 1500 – 1600 ot/min. Postupujeme-li směrem k setrvačníku motoru, tvar průběhu torzních kmitů se na klikovém hřídeli mění v degresivní křivku s maximem dosahovaným při otáčkách 600 ot/min a minimem na přeběhových 2250 ot/min. Postupně také klesá intenzita torzních vibrací na všech zbývajících ½ harmonických řádech.

c) Třecí spojka (C1, C2, C3) :

Torzní kmitání vnášené na přítlačný kotouč třecí spojky odpovídá, co do velikosti a charakteru, zcela stavu zaznamenaném na setrvačníku motoru. Toto úhlové kmitání je však významně zesíleno na výstupu ze sestavy, tzn. za prstencem vinutých pružin spojkové lamely. V amplitudo-otáčkové charakteristice, pro náhradní kotouč C3, lze na převodových stupních I° a II° pozorovat zásadní změnu v charakteru křivek výsledného kmitání. V oblasti kolem 1200 ot/min na I° a 900 ot/min na II° jsou evidentní známky formování rezonančního vrcholu. To je dáno faktem, že 3. harmonická složka momentového buzení vstupuje do interference s vlastní frekvencí, odpovídající kmitání části torzního řetězce v partii od výstupu z motoru až po soukolí rozvodového diferenciálu. V rezonanci pak soustava kmitá **vlastním tvarem 8**, na :

1) I°, při vlastní frekvenci f_o= 59,6 Hz na 1192 ot/min;
2) II°, při vlastní frekvence f_o= 44,9 Hz na 898 ot/min.

U III° se rezonanční vrchol přibližuje do oblasti volnoběžných otáček (648 ot/min), a pro IV° až VI° je již zcela pod volnoběžnými otáčkami motoru. Na těchto převodových stupních má křivka degresivní trend, dosahující maxima při 600 ot/min a minima na přeběhových otáčkách 2250 ot/min.
Se zvyšujícím-se převodovým stupněm X°, úroveň úhlových vibrací na výstupu ze spojkové lamely postupně klesá – viz. ***Obr. 2-45***.



Obr. 2-45 Porovnání výsledné hladiny úhlových vibrací za výstupem ze spojkové lamely

g) Kinematický řetězec (G2-G9, R, δ, CR3, RA1, D, D') :

Charakter amplitudových křivek, této části řetězce je definitivně určen křivkou na výstupu ze spojkové lamely, v místě ϕC3 – viz. předcházející odstavec. Na jednotlivých rotujících hmotách se mění pouze intenzita úrovně úhlových vibrací.

h) Kola hnací nápravy a nástavba vozidla (W1, W1‘,W2, W2‘, V) :

Na kolech hnací nápravy a u nástavby vozidla je mimo klesajícího průběhu 3. harmonické složky (vznětové frekvence) možné pozorovat také vstup 1½. harmonické složky do interference s vlastními frekvencemi z oblasti mezi 22 – 26 Hz (závisí na převodovém stupni X°). Toto kmitání se projevuje okolo motorových otáček nE = 990 ot/min a odpovídá vlastním tvarům 5, resp. 6, které korespondují s kmitáním pravé a levé poloviny hnací nápravy v protifázi, resp. ve fázi. Velikost těchto vibrací je však zanedbatelně malá.

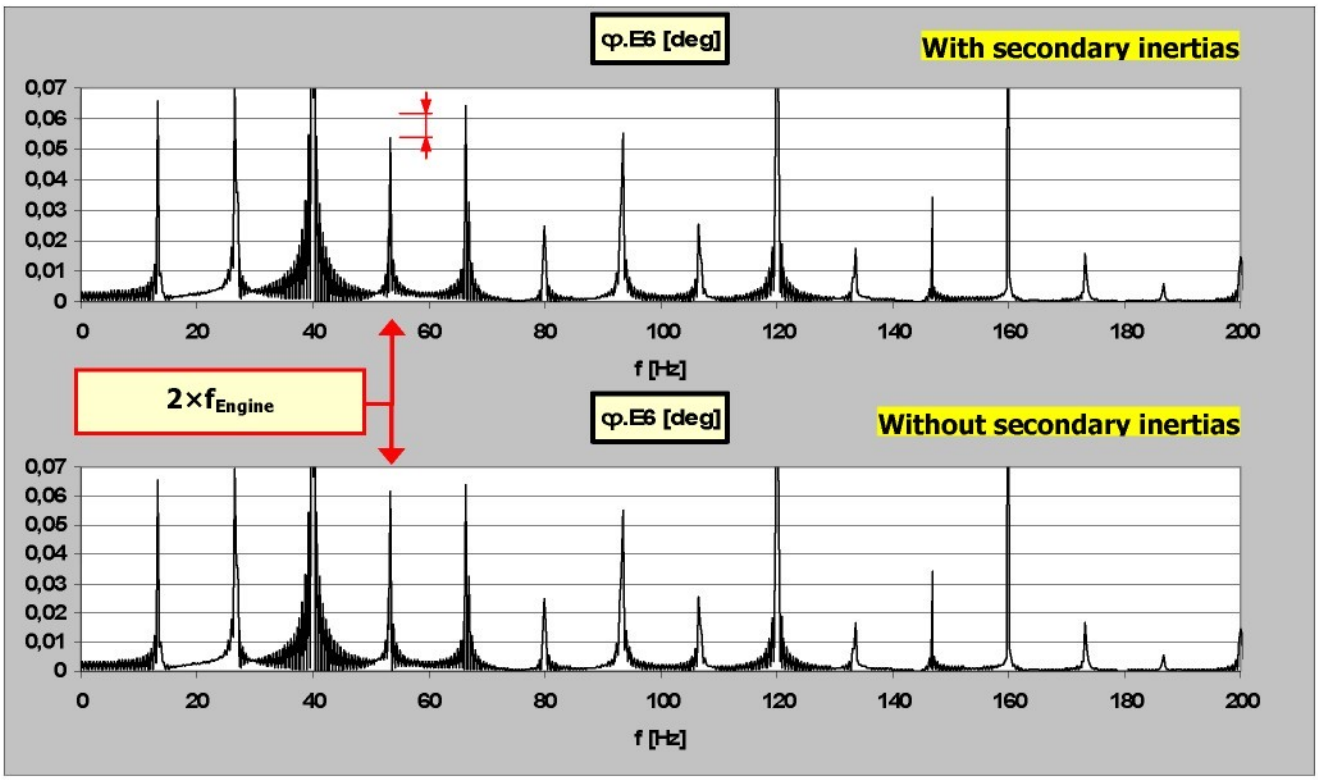
Z numerického řešení úplné pohybové rovnice **(2-156)** (viz. kap. 2.10.4.) byly získány výstupy v podobě časových průběhů úhlových kmitů postupně na všech náhradních rotujících hmotách v řetězci. Centrované a číslicově rektifikované časové průběhy byly prostřednictvím diskrétní Fourierovy transformace, s amplitudovou normalizací, převedeny na příslušná frekvenční spektra. Ukázka takového výstupu, pro II° rychlostní stupeň, pohotovostní hmotnost vozidla a otáčky motoru nE = 1600 1/min, je uvedena v ***Příloze č.6*** této práce. Pozn.: Při zobrazení spektra nebylo použito časového okénka.

Ve spektrech lze pozorovat postupnou proměnu ve významnosti jednotlivých harmonických složek, ve sledu rotujících hmot řetězce od sekundární strany klikového hřídele až ke kolovým montážím hnací nápravy a k odpérované hmotě vozidla. Vrcholy frekvenčních složek ve spektrech korespondují s příslušnými body v průběhu amplitudo-otáčkových charakteristik (na odpovídajících-si otáčkách motoru). Mimo frekvenční složky, vyvolané tangenciálními silami na klikových mechanismech, obsahují spektra také složky, které odpovídají uvažovaným vnitřním budícím účinkům :

1) Vliv sekundárních volných momentů od setrvačných sil posuvných hmot klikových mechanismů

U jednotlivého klikového mechanismu je sekundární volný moment, daný tangenciálními setrvačnými silami posuvných hmot, nejvýznamnější ve své 2. harmonické složce (to vystihuje také výpočtový model). Působí proti směru primárního točivého momentu, který je dán tangenciálními silami od tlaků plynů při spalovacím cyklu.

Popsané vlastnosti následuje také torzní kmitání klikového hřídele. Na ***Obr. 2-46*** je zobrazeno frekvenční spektrum úhlové výchylky klikového hřídele v místě válce č.3 (E6) pro stav, kdy je a není uvažován vliv sekundárních volných setrvačných momentů.



Obr. 2-46 Ukázka spektra torzní odezvy na klikovém hřídeli motoru, v místě válce č.3. Ve srovnání je demonstrován pokles úhlových vibrací u 2. harmonické složky při uvažování vlivu sekundárních setrvačných momentů klikových mechanismů., II°, 1600 1/min, Pohotovostní hmotnost vozidla

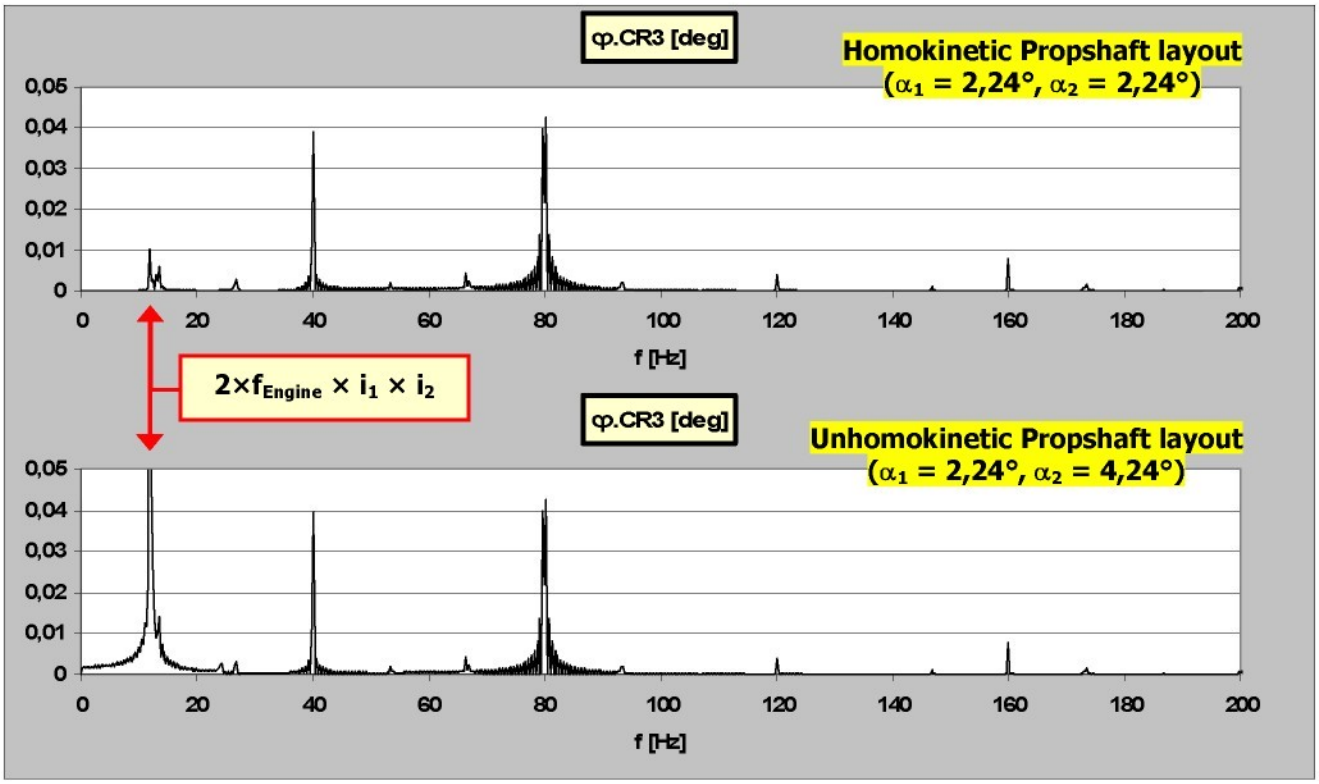
Z pohledu vnější dynamiky motoru je výsledný sekundární moment závislý na pořadí vznětů, a tedy i na uspořádání klikové hvězdice. U řadového 6-ti válce s pravidelnou hvězdicí po 3×120°, dochází na výstupu z motoru částečně k přirozené eliminaci dynamických příspěvků od jednotlivých klikových mechanismů. Vliv uvedených sekundárních setrvačných momentů, na úroveň torzního kmitání, se zde projevuje až u 6. a 12. harmonické složky, které jsou však velmi málo významné. Sekundární síly klikových mechanismů se však přenášejí do pružného uložení pohonné jednotky.

2) Vliv homokinetického uspořádání 2-klubového Cardanova mechanismu

Na ***Obr. 2-47*** jsou dvě spektra torzní odezvy, která ukazují dopad správného geometrického uspořádání Cardanova mechanismu na úroveň vibrací v řetězci.

V případě **homokinetického uspořádání** (α_1 = 2,24°, α_2 = 2,24°) si lze povšimnout nevýrazné frekvenční složky, odpovídající 2. harmonické otáček vstupního hřídele. Pro korektní sestavu a malé úhly zlomu (jednotlivé konfigurace pohonů u autobusu Arway mají maximálně do 4°) není tato složka nijak zvlášť významná a v torzním kmitání se projevuje především na hřídelích samotného Cardanova mechanismu, nebo ne hřídelích bezprostředně s nim spojenými.

Nehomokinetické uspořádání (α_1 = 2,24°, α_2 = 4,24°) má naopak zcela zásadní vliv na torzní dynamiku celého pohonného řetězce. 2. harmonická složka otáček vstupního hřídele mechanismu se stává v jeho okolí velmi intenzivní a lze ji zaznamenat dokonce i na klikovém hřídeli motoru. Vibrace tohoto typu se přenášejí do uložení a v interiéru vozidla jsou nepříznivě vnímány. Ke vzniku nekorektnosti v sestavě mechanismu dochází nejčastěji např. nesprávným seřízením náběhového úhlu a geometrie hnací nápravy (zde je sledován modelový případ, kde úhlová odchylka by představovala 2° od nominální hodnoty).

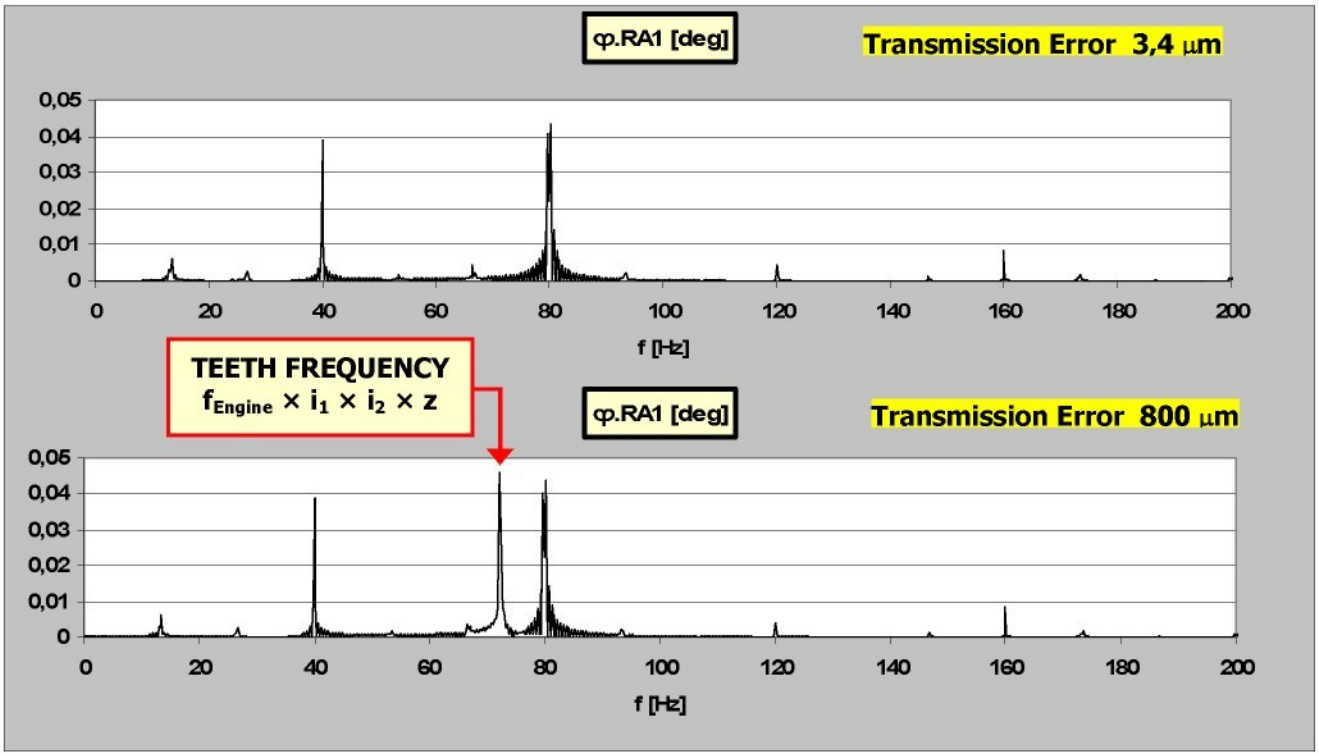


Obr. 2-47 Ukázka srovnání spektra torzní odezvy na výstupní přírubě z Cardanova mechanismu, pro homokinetické uspořádání (α_1 = 2,24°, α_2 = 2,24°) a nehomokinetické uspořádání (α_1 = 2,24°, α_2 = 4,24°)., II°, 1600 1/min, Pohotovostní hmotnost vozidla

Zvláště u nehomokinetické sestavy by se ve skutečnosti stávaly významnými i další násobky zmíněné frekvenční složky. Matematický model, sestavený v této práci, již však tyto vlivy nepostihuje (viz. kap. 2.8.2.).

3) Vliv kinematické úchylky ve stálém převodu hnací nápravy

V případě nekorektního sestavení soukolí stálého převodu hnací nápravy, nebo v případě výrazné výrobní úchylky ve tvaru boků zubů (viz. kap. 2.9.2.1), se pro úhlové kmitání části řetězce stává významnou zubová frekvence (viz. ***Obr. 2-48***). Taková frekvenční složka je pak v interiéru vozidla nepříjemně pociťována jako hučení či pískání nápravy.



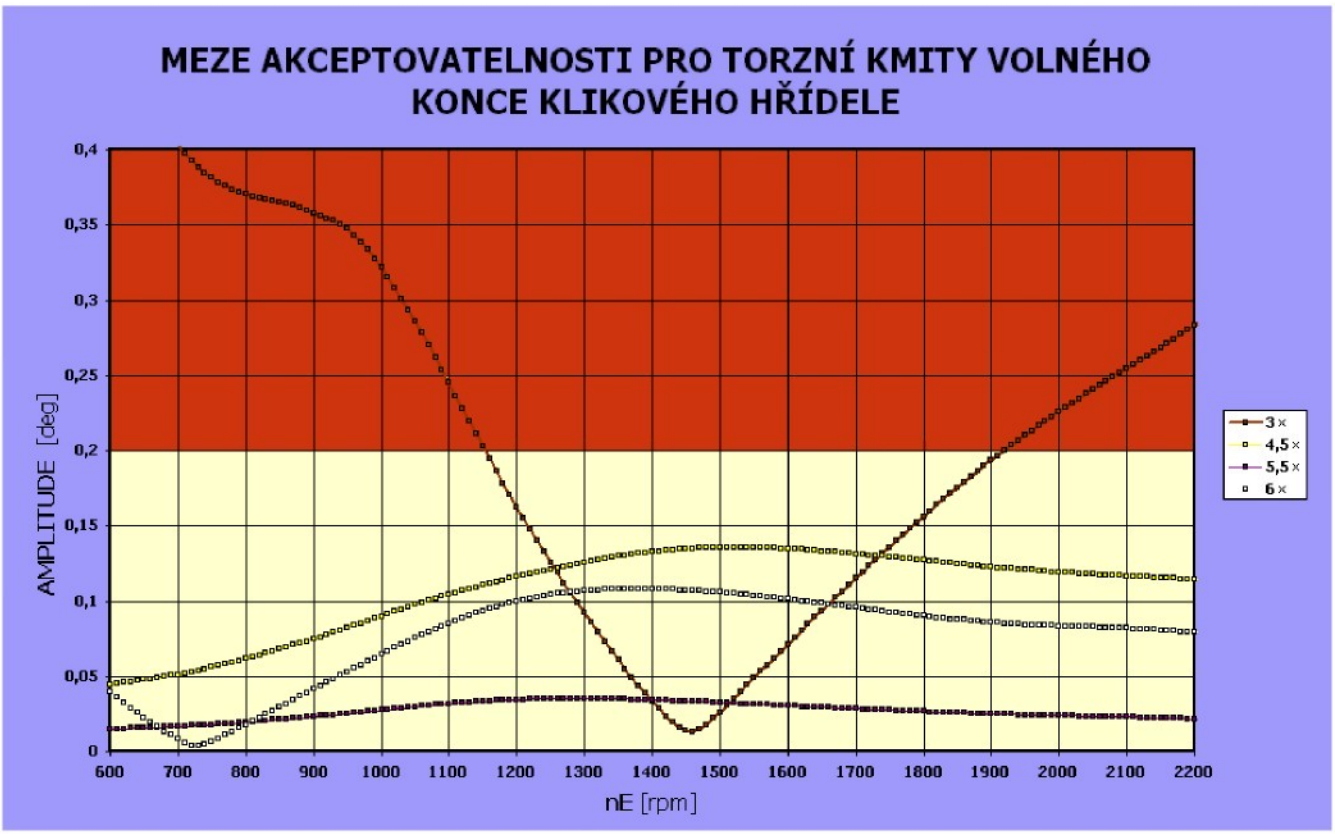
Obr. 2-48 Ukázka srovnání spektra torzní odezvy na pastorku stálého převodu hnací nápravy, u korektně provedené sestavy ozubení (TE 3,4 μm) a u sestavy nekorektní (TE 800 μm)., II°, 1600 1/min

Dále bylo zjišťováno, při které nejnižší vlastní frekvenci mohou kmitat pastorek a ozubený věnec stálého převodu ve vzájemné protifázi. Pro danou konfiguraci je touto nejnižší vlastní frekvencí 1055 Hz, a to nezávisle na zvoleném rychlostním stupni. Frekvence již leží za rozsahem uvažovaných budících účinků soustrojí a tudíž není nijak zvlášť nebezpečná. V ustáleném provozním stavu tedy ovlivňuje torzní dynamiku stálého převodu pouze velikost kinematické úchylky, nikoliv vlastní kmitání či interference s některou dominantní budící složkou.

2.12. STANOVENÍ LIMITŮ AKCEPTOVATELNOSTI

Stanovení limitů akceptovatelnosti torzních kmitů je vždy specifické pro konkrétní konfiguraci hnací jednotky. V této kapitole jsou uvedeny dva možné přístupy jak při určování takových limitů postupovat.

U klikového hřídele motoru se meze akceptovatelnosti běžně stanovují k jeho volnému konci. Vychází se tím z prvotního procesu ladění, kdy se určuje vhodná velikost tlumiče torzních kmitů [24]. V ustálených stavech chodu motoru se do amplitudo-frekvenční charakteristiky vynášejí amplitudy úhlových výchylek dominantních řádů. U 6válcového motoru to jsou hlavní řády 3. a 6., a dále majoritní řády 4.5 a 5.5, které se mohou dostat do interference s prvními dvěma vlastními tvary klikového hřídele za vzniku výrazného kmitání (viz. kap. 2.11.). Jako limitní mez se potom volí určitá úhlová amplituda (např. 0,2°), kterou by jednotlivé dominantní řády neměly přesáhnout v celém provozním rozsahu motorových otáček. Z uvedené podmínky však existuje jedna výjimka, která se vztahuje na 3. harmonickou složku (frekvenci vznětů) na nízkých a vysokých přeběhových otáčkách, viz. ***Obr. 2-44***.



Obr. 2-44 Limity akceptovatelnosti pro volný konec klikového hřídele, primární strana torzního tlumiče

Pro část kinematického řetězce, ležícího za výstupem z motoru, lze ke stanovení limitů akceptovatelnosti využít následující metody, která opět vychází z vývojové fáze návrhu motoru, kdy se posuzuje vhodnost použití převodového ústrojí. Podstatou je určení průběhu vnějšího dynamického momentu, působícího za ustáleného provozního stavu, na setrvačník motoru. Jestliže jsou předem známé amplitudo-frekvenční charakteristiky torzních kmitů (získané buď výpočtem, nebo měřením) ze dvou rozdílných míst ležících v řetězci, tedy setrvačník a např. vstupní příruba Cardanova mechanismu, pak lze dynamický moment vypočítat jako :

$$M_{\Delta} = k_{\Delta} \cdot \left(\varphi_{E10} - \varphi_{CR3} \right) \qquad \textbf{(2-185)}$$

, kde k_{Δ} je celková torzní tuhost příslušné části řetězce mezi oběma sledovanými místy. Jsou-li v posuzovaném úseku přítomny převody, je potom nutné hodnoty momentu redukovat k ose a otáčkám klikového hřídele.

Vypočítaný průběh dynamického momentu se následně srovnává s křivkou užitečného hnacího momentu motoru, modifikovanou vzhledem k procentuálnímu časovému využití momentového zatížení v typických jízdních režimech vozidla.

Zvolený provozní režim pro autobus Arway :

a) 50% provozního času : jízda po dálnici (zpravidla ~ 100 km/h);
b) 40% provozního času : linkový provoz (střídání výkonové zátěže, rychlost zpravidla do 90 km/h);
c) 10% provozního času : jízda v horském terénu ve vysoké výkonové zátěži.

Při stanovení limitní momentové křivky se vychází ze záznamu měření otáček a hnacího momentu motoru, alternativně ze záznamu ECM CAN-ové zprávy EEC1 a veličin Engine Speed; Actual Engine % Torque (definovaných dle protokolu KW 2000 - ISO-14230). Takto experimentálně zjištěné hodnoty se následně sestaví do 2-rozměrného histogramu procentuálního časového využití úrovně hnacího momentu na jednotlivých otáčkových intervalech :

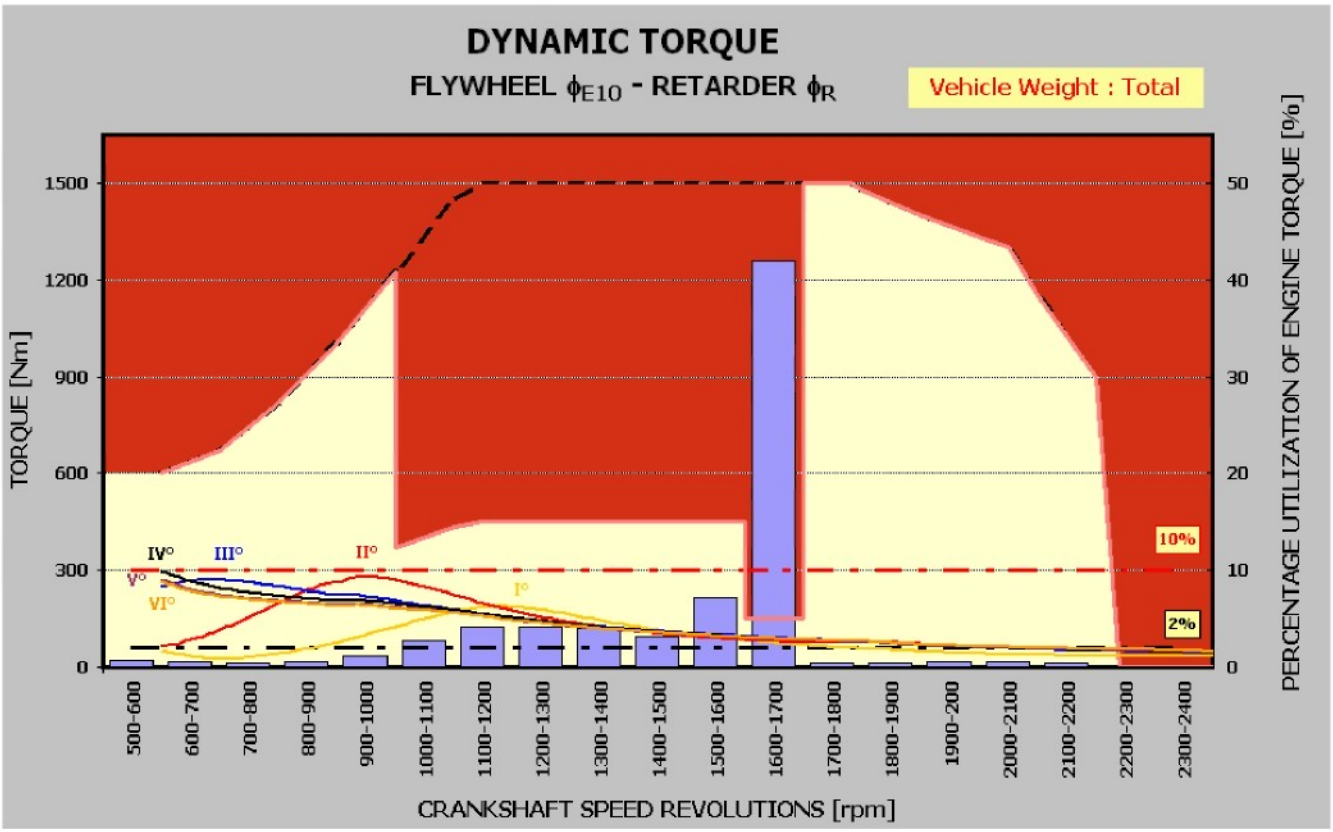
Otáčky motoru [rpm]	**500 ÷ 600**	**600 ÷ 700**	**700 ÷ 800**	.....	**2500 ÷ 2600**	**2600 ÷ 2700**	**2700 ÷ 2800**	
Moment motoru [Nm]	**Procentuální časové využití hnacího momentu** [%]							Σ [%]
< 50				.....				**< 25%**
50 ÷ 100				.....				
100 ÷ 150				.....				
150 ÷ 200				.....				
. . .				. . .				
1350 ÷ 1400				.....				
1400 ÷ 1450				.....				
1450 ÷ 1500				.....				
Σ [%] **pro > 25% využití**				.....				100 %

V dalším zpracování se pak kalkuluje pouze s hodnotami ležícími nad úrovní 25% maximálního momentu (naznačeno dělící červenou čarou v tabulce). Součet, uvedený na posledním řádku tabulky, lze pak zobrazit do 1-rozměrného histogramu (n_E [rpm] - časové využití momentu [%] – viz. graf na ***Obr. 2-49***).

Momentové meze je pak možné stanovit například následujícím způsobem :

a) v provozní oblasti, kdy motor pracuje s procentuálním časovým využitím momentové zátěže menším než 2%, je povoleno aby dynamický moment **(2-185)** nabýval hodnot až do velikosti výstupní momentové charakteristiky motoru ;
b) v provozní oblasti mezi 2% a 10% procentuálního časového využití momentové zátěže motoru, je povoleno aby dynamický moment **(2-185)** nabýval hodnot maximálně 30% velikosti výstupní momentové charakteristiky motoru ;
c) v provozní oblasti procentuálního časového využití momentové zátěže motoru větší než 10%, je povoleno aby dynamický moment **(2-185)** nabýval hodnot maximálně 10% velikosti výstupní momentové charakteristiky motoru ;

Mezní křivky stanovené pro hnací jednotku autobusu Arway a průběhy vypočítaného dynamického momentu na jednotlivých převodových stupních a pro celkovou hmotnost vozidla jsou zobrazeny v grafu na ***Obr. 2-49***.
Uvedená metoda je výhodná v tom, že postihuje dynamické chování většího celku pohonného soustrojí.



Obr. 2-49 Provozní využití hnacího momentu motoru a limity akceptovatelnosti kinematického řetězce

2.13. DÍLČÍ ZÁVĚR

Kapitola 2. této práce se zabývá analytickým přístupem při rozboru torzní dynamiky pohonného řetězce autobusu Arway. Byl sestrojen náhradní dynamický model, který popisuje kmitání soustrojí v ustáleném stavu. Model je oboustranně izolovaný a redukovaný k ose a otáčkám klikového hřídele. Vnější buzení řetězce, které je dané indikátorovým diagramem ze spalovacího cyklu motoru, je do modelu zavedeno ve tvaru polyharmonických budících funkcí. Respektovány jsou rovněž významné zdroje vnitřního buzení, dané posuvnými hmotami klikových mechanismů motoru, zalomením kloubového hřídele a kinematickou úchylkou ve stálém převodu hnací nápravy.

Matematický popis systému charakterizuje soustava lineárních diferenciálních rovnic 2. řádu, parametrických, časově variantních, s polyharmonickými funkcemi pravé strany. Struktura a dimenze soustavy jsou přitom proměnné v závislosti na zvoleném převodovém stupni.

Rozsah řešení představoval :

- Řešení problému vlastních hodnot, určení vlastních frekvencí a normovaných vlastních tvarů kmitání;
- Campbellovy interferenční diagramy a určení kritických otáček v provozním a přeběhovém rozsahu;
- Amplitudo-otáčkové charakteristiky pro jednotlivá místa v řetězci, a pro každý převodový stupeň, včetně syntézy jednotlivých ½. harmonických řádů.

Metodou modální dynamické syntézy byl vytvořen přidružený kondenzovaný model a na základě jeho řešení, prostřednictvím numerické simulace, byly získány časové průběhy úhlových kmitů a jim příslušející frekvenční spektra. Z výsledků je pak pozorován vliv vnitřních budících účinků na úroveň torzního kmitání systému.

Kapitola 2.11. uvádí analýzu vypočtených výsledků u dané konfigurace pohonného řetězce. Je zde upozorněno na možná rizika z pohledu dynamiky a simulovány případy, kdy není dodržena přesná montáž některých komponent.

Závěrem byly uvedeny dva možné přístupy jak posuzovat akceptovatelnost zjištěné úrovně torzního kmitání u sestavy pohonné jednotky autobusu.

3. EXPERIMENTÁLNÍ ČÁST

3.1. PRINCIPY MĚŘENÍ TORZNÍ DYNAMIKY - OBECNĚ

Měření torzních kmitů na reálném soustrojí se většinou provádí z důvodu :

a) ověření vhodnosti koncepce, resp. návrhu, či její změny;
b) vyšetřování příčin vzniku nežádoucího stavu či nastalé poruchy v soustrojí.
c) experimentální validace výpočtového modelu.

U pohonných jednotek motorových vozidel je provedení experimentu značně ztíženo vlivem omezeného přístupu k jednotlivým rotujícím částem soustrojí. Ty jsou zpravidla krytovány uvnitř nosných skříních agregátů. Instalace potřebných senzorů se tak v praxi omezuje na :

a) volný konec klikového hřídele motoru ;
b) vstupní, nebo výstupní hřídel kloubového mechanismu;
c) koncové jednotky hnací nápravy.

V některých speciálních případech se skříně agregátů případně navrtávají.

Měřící metody lze obecně rozdělit :

a) modální analýza , resp. měření torzních odezev na jednorázové impulsní buzení v systému;
b) torziometrie , měření torzních úchylek od rovnoměrného otáčení za reálného chodu pohonu;
c) laserová vibrometrie, využívající frekvence Dopplerova jevu;
d) tenzometrická telemetrie, měření smykového mechanického namáhání hřídelů za rotace pomocí odporových tenzometrů.

3.1.1. EXPERIMENTÁLNÍ MODÁLNÍ ANALÝZA

Experimentální modální analýzou se určují vlastní frekvence a vlastní tvary kmitu soustavy z vyhodnocení speciálního měření, jehož podstatou je odměření časového průběhu $f_u(t)$ účelně zvoleného buzení (pulsu) a spolu s ním i odpovídajícího časového průběhu odezvy $x_v(t)$ ve zvolených bodech (resp. ve zvolené síti bodů) u,v=1,2,…atd.. Z následně vyhodnocených frekvenčních přenosů mezi dvojicemi (u,v) se regresním výpočtem určí vlastní frekvence a vlastní tvary kmitů. Princip této metody je velmi podrobně popsán např. v literatuře [40] a [41], na kterou tímto odkazuji.

Realizovat experiment zmíněnou metodou přímo na pohonné jednotce autobusu by vyžadovalo mít k dispozici speciální měřící aparaturu a volný přístup ke všem rotačním částem řetězce. V rámci prací na tomto projektu bylo, s ohledem na reálné možnosti, zvoleno provedení pouze **zjednodušené rázové zkoušky** (30.8.2008). Jejím cílem bylo ověřit vypočtené vlastní frekvence soustrojí.

Obr. 3-1 Impulsní buzení na skříni tlumiče torzních kmitů

Obr. 3-2 Impulsní buzení na vstupním kloubu Cardanova hřídele

Uvedená zkouška vycházela z principu experimentální modální analýzy, ovšem se značně zjednodušeným přístupem. Měřeny byly volné kmity na vybraných (přístupných) místech torzní soustavy :

- vnější plášť torzního tlumiče kmitů motoru;
- spojkový přítlačný kotouč;
- střední hřídel Cardanova mechanismu;
- kolová dvoumontáž.

Vybuzení soustavy bylo realizováno jednorázovými údery gumovou paličkou přes mont-páku umísťovanou postupně na (viz. ***Obr. 3-1*** a ***Obr. 3-2***):

- torzním tlumiči;
- vstupním kloubu Cardanova hřídele.

Zaznamenávaly se časové odezvy kmitů úhlového zrychlení u příslušných kotoučů, na kterých byly předem instalovány akcelerometrické snímače, a to v tangenciálním směru. Takto získané záznamy byly následně separovány, časově zarovnány a podrobeny FFT transformaci.

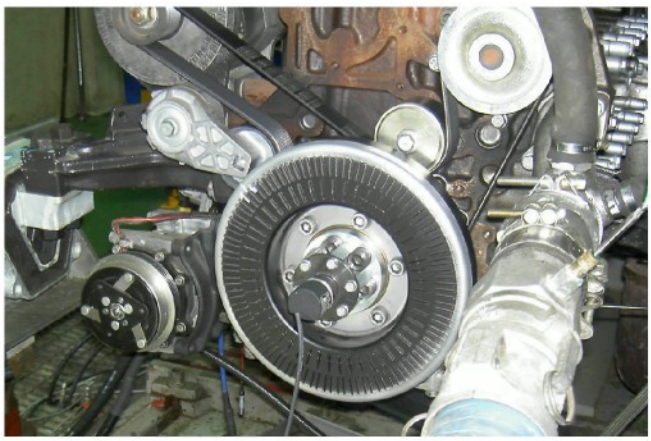
Z výsledných spekter však nebylo možné spolehlivě určit hodnoty vlastních frekvencí. Během tohoto „statického" testu, kdy se soustrojí neotáčelo, docházelo k zásadní změně v dynamických parametrech vlivem působícího suchého tření. Navíc zde vznikala vzájemná interakce sledovaného kmitání s vlastními kmity podstatně měkčího pružného uložení jednotlivých částí pohonné jednotky (i jednotky jako celku samotné), které byly podstatně intenzivnější. Výsledek nebyl přesvědčivý, a z tohoto důvodu nejsou dále v této práci rozebírány další detaily zmíněného testu.

3.1.2. TORZIOMETRIE

Pojmem torziometrie se zde míní metoda snímání otáček hřídele pohonu, a to včetně torzních kmitů na ně superponovaných. Metodou se zpravidla měří průběh úhlového natočení a vyhodnocuje se úhlová rychlost a nerovnoměrnost rotace.

K těmto měřením se v poslední době používají nejčastěji tzv. **enkodéry**, (popř. jiné snímače založené na stejném fyzikálním principu). Ve standardním provedení (viz. ***Obr. 3-3***) lze enkodér instalovat jeho připojením k volnému konci měřeného hřídele, často přes torzně tuhou vlnovcovou spojku. Vnější pouzdro snímače bývá pevně přichyceno ke statorovým částem agregátu pohonu. V provedení snímač-inkrementální kotouč (***Obr. 3-4***) jej lze centricky vkládat mezi spoje rotačních částí. Enkodér se skládá z :

- kotouče s rovnoměrně rozmístěnými stroboskopickými značkami (inkrementy) po svém obvodu. Je pevně spojen s rotorem (hřídelkou) snímače ;
- zářiče umístěného na jedné statorové straně (LED dioda);
- fotovoltaického článku umístěného na opačné statorové straně za kotoučem (fotodioda, fototranzistor apod.).



Obr. 3-3 Enkodér na volném konci klikového hřídele [26]

Obr. 3-4 Ukázka provedení snímač-inkrementální kotouč na volném konci klikového hřídele [44]

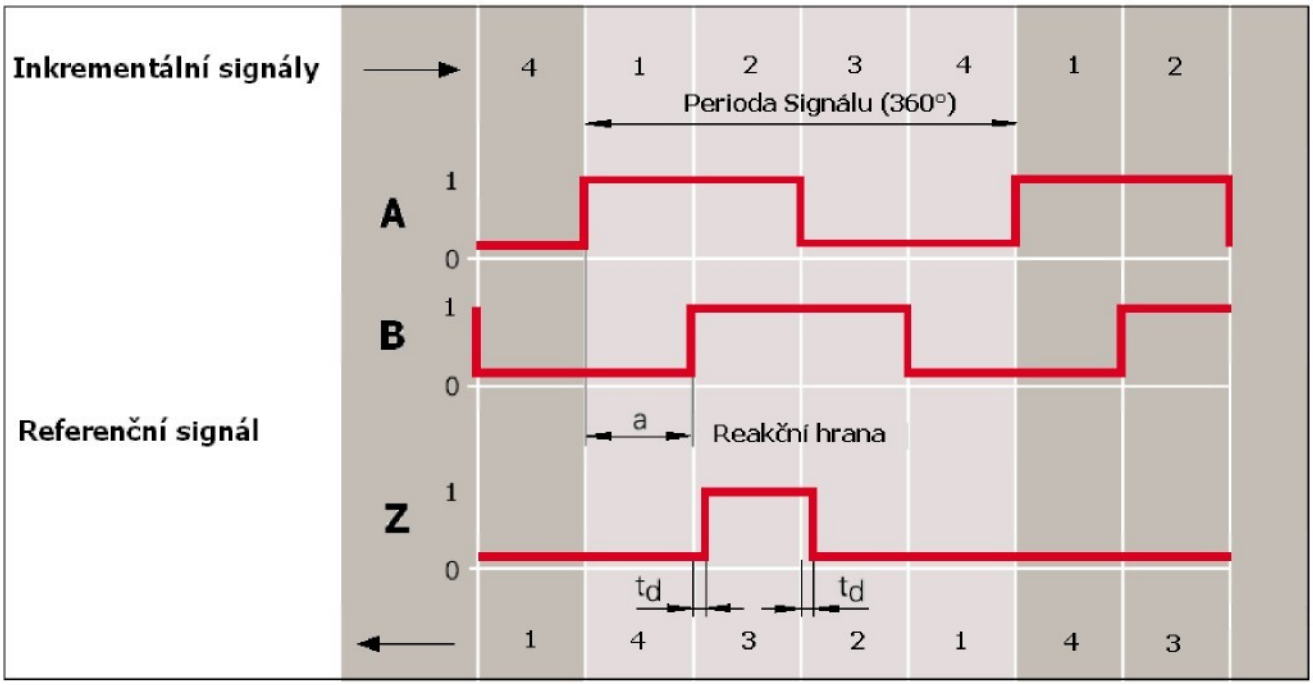
Při natočení kotouče procházejí světelné paprsky skrz inkrementální značky a na protější straně jsou detekovány optočlenem, který tuto sekvenci mění v napěťový signál sinusového charakteru (značený jako Vss). Takto získaný signál se z důvodu dalšího zpracování zpravidla převádí na obdélníkový průběh TTL. Enkodér má standardně 3 napěťové výstupy (viz. ***Obr. 3-5***) :

Výstup A : TTL signál;
Výstup B : TTL signál posunutý o ¼ periody (90°) oproti výstupu A;
Výstup Z : Referenční TTL signál obsahující pouze 1 puls za 1 otáčku enkodéru, ke kterému jsou signály z A a B zarovnány. Puls je fázově posunutý vůči výchozímu stavu A, B.

Výstupy snímače A, B a Z jsou přivedeny na vstup analogo-číslicového převodníku (nejčastěji separátní A/D karty čítačů), který zajišťuje jejich zpracování a konverzi ve výsledný výstupní signál.

Použití dvojice vzájemně posunutých TTL signálů má pro vytvoření výsledného výstupního signálu následující výhody :

- zpřesnění, čítač detekuje 4 signálové změny během jedné periody (např. pro snímač s 3600 inkrementy je jeho rozlišovací schopnost 0,025°;
- určení smyslu rotace při rovnoměrném otáčivém pohybu hřídele – odlišná sekvence změn při pohybu hřídele po směru a proti směru otáčení hodinových ručiček;



Obr. 3-5 Výstupy inkrementálního snímače (enkodéru) [43]

Diagram stavových změn ve výstupním signálu při rovnoměrném otáčivém pohybu :

Rotace po směru otáčení hodinových ruček		
Fáze	**A**	**B**
1	1	0
2	1	1
3	0	1
4	0	0

Rotace proti směru otáčení hodinových ruček		
Fáze	**A**	**B**
1	0	0
2	0	1
3	1	1
4	1	0

V praxi se používají dvě metody jak spolehlivě určit úhlové kmity s pomocí inkrementálních enkoderů :

3.1.2.1 MĚŘENÍ S ÚHLOVOU VZORKOVACÍ ZÁKLADNOU

Metoda je založena na snímání dat v závislosti na úhlu pootočení hřídele v časových okamžicích $t(\varphi_k)$, kde $\varphi_k = \varphi_0 + k \cdot \Delta\varphi$ a k= 1,2,…,N. Každému pulsu, vygenerovanému snímačem, přísluší konstantní úhlové rozlišení $\Delta\varphi$, odpovídající poměru snímaného počtu pulsů v celé otáčce hřídele, tedy v 360°.

Závislost úhlu natočení se získá prostým načítáním počtu hran v odpovídajících časech $t(\varphi_k)$.

Závislost úhlové rychlosti se získá z měření časových intervalů Δt, mezi po sobě přicházejícími pulsy a výsledná úhlová rychlost se vypočítá jako převrácená hodnota délky těchto intervalů.

$$\omega(\varphi)=\frac{360\cdot a}{P\cdot\Delta t}=\frac{360\cdot a}{P\cdot\left(t(\varphi)-t\left(\varphi-\Delta\varphi\right)\right)} \qquad \textbf{(3-1)}$$

, kde

a je konstanta udávající hodnotu přes kolik pulsů snímače probíhalo měření;
P je celkový počet pulsů na otáčku.

Průběh úhlového pootočení může být následně získán integrací takto změřené úhlové rychlosti. Tímto způsobem se u výsledného průběhu dosáhne několikanásobného zpřesnění úhlového rozlišení. Chybu, kterou vnáší numerická integrace je ve výsledku zanedbatelná.

3.1.2.2 FÁZOVÁ DEMODULACE

Snímačem může být také měřen přímo časový průběh pulzního signálu, který odpovídá úhlovému pootočení hřídele. Takto zaznamenaný vzorkovaný signál, označený jako x(t), je vlivem nerovnoměrnosti rotace urychlován, a nebo zpomalován, v důsledku superponovaných torzních kmitů. Říká se, že je **fázově modulován**. Na výstupním sinusovém signálu optočlenu se fázová modulace projevuje vznikem tvarových úchylek od čistě harmonické funkce. U přidruženého TTL signálu se pak tato úchylka projevuje změnou střídy obdélníkových pulzů.

Metoda [39], [40] spočívá ve vytvoření tzv. **analytického signálu** z(t), tedy signálu uměle získaného ze signálu výchozího. K reálné části x(t), se připojí imaginární část y(t), získaná pomocí **Hilbertovy transformace**, která zajistí fázovou demodulaci signálu.

$$x(t) \overset{\mathcal{H}}{\Rightarrow} y(t) \ . \qquad \textbf{(3-2)}$$

Analytický signál pak nabývá komplexního tvaru

$$z(t)=x(t)+i\cdot y(t)=E(t)\cdot e^{i\cdot\Phi(t)} \qquad \textbf{(3-3)}$$

, kde

Magnituda

$$E(t)=\sqrt{x(t)^2+y(t)^2} \qquad \textbf{(3-4)}$$

je časovou závislostí amplitudy výchozího signálu x(t) , tzv. obálka – **amplitudová demodulace**.

Fáze (sbalená)

$$\Phi(t)=\arctan\left[\frac{y(t)}{x(t)}\right] \qquad \textbf{(3-5)}$$

je časovou závislostí fáze výchozího signálu x(t) – **fázová demodulace**.

Fáze pro každou stroboskopickou značku nabývá hodnot v rozsahu $<-\pi;+\pi>$ a je ji nutné **rozbalit**. To znamená, při pozvolném vzrůstu, či poklesu, fáze v čase zajistit plynulý přechod přes hranici $+\pi$ (resp. $-\pi$), místo skoku k $-\pi$ (resp. $+\pi$) u nerozbaleného časového průběhu fáze.

U výsledného průběhu rozbalené fáze je dále třeba rektifikovat trend (rostoucí průběh). Tím lze obdržet pouze závislost kolísání fáze, ze které je možné dále určit kolísání úhlové rychlosti, a také bezrozměrný součinitel nerovnoměrnosti chodu viz. [40].

Při měření je třeba zajistit dostatečně vysokou vzorkovací frekvenci záznamu, aby byl pečlivě zachycen celý časový průběh sekvence modulovaných pulsů vyšetřovaného frekvenčního rozsahu. Jestliže je frekvence vzorkování zvolena nevhodně (nízká), pak dochází ke zkreslení výstupního signálu z Hilbertovy transformace.

Minimální vzorkovací frekvence (dle Shannonova vzorkovacího teorému) : $fvz_{min} = 2 \cdot f_E \cdot P$, kde P je počet inkrementů na otáčku. Pro spolehlivé popsání pulsu jsou potřeba nejméně 2 vzorky. Z toho vyplývá, že tato metoda vyžaduje co nejvyšší frekvenci vzorkování, což s sebou nese velký objem dat a jejich obtížné zpracování.

Ze srovnání obou metod vyplývá [48] :

- U metody fázové demodulace je u výsledného průběhu nutné minimalizovat velikost šumu, který vzniká jako důsledek Hilbertovy transformace. To lze zajistit dostatečně vysokým počtem inkrementů snímače a vysokou vzorkovací frekvencí – náročné na přesnost měřící techniky a zpracovávaný objem dat;
- Metoda s úhlovou vzorkovací základnou generuje stejný počet vzorků na otáčku. Je přesnější, protože pro snímání hran pracuje se vzorkovací frekvencí danou kapacitou použitého čítače. Pro ustálené stavy dává o 3 řády vyšší přesnost výsledků, v porovnání s fázovou demodulací.

Použijí-li se k měření 2 enkodéry , ve 2 různých měřících místech a v synchronizovaném uspořádání, pak se pomocí rozdílu jejich výstupních signálů dá určit zkrut příslušné části pohonného řetězce mezi těmito měřícími body.

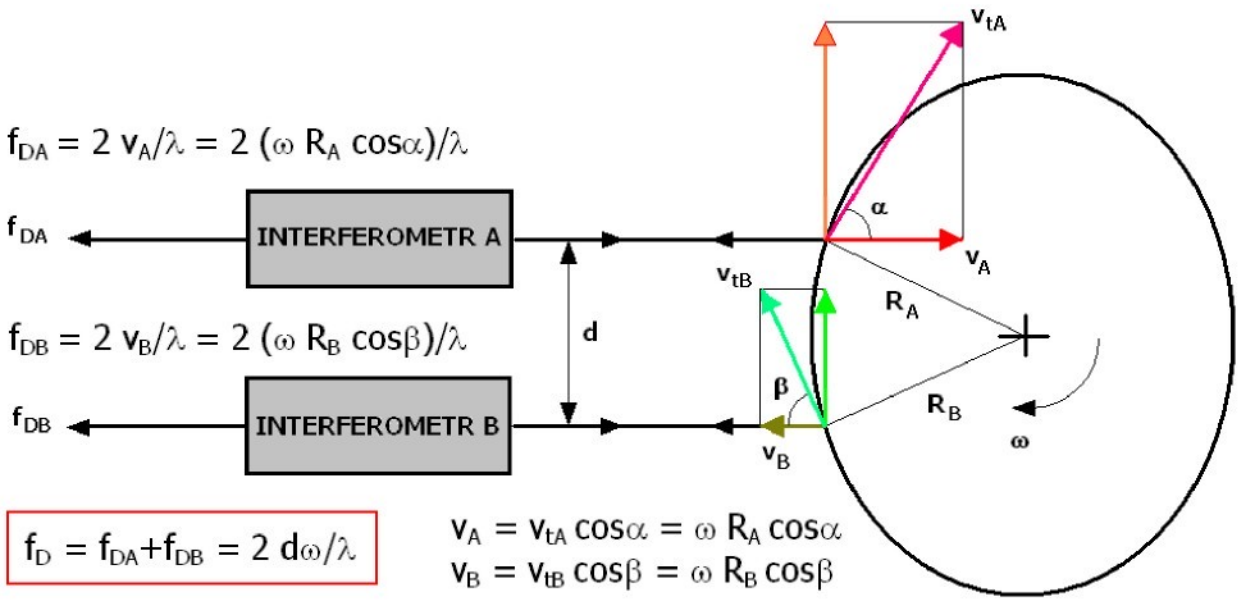
Je-li potřebné synchronizovat data čítačů s některými dalšími daty, je výhodné mít k dispozici simultánní měřící kartu (s dostatečně velkým rozlišením 16-bit nebo 32-bit) aby nedošlo k chybám v měření při detekci složek vysokých řádů. tzn. není vhodná A/D karta typu multiplex.

Pozn. Při plně výkonově nezatíženém motoru může být torziometrické měření do určité míry zkresleno otáčkovou regulací motoru, kterou zajišťuje ECM. Kolísání otáček se pak může projevit jako torzní kmitání o určité frekvenci. Pro eliminaci takového vlivu je výstupní signál nutné rektifikovat číslicovou filtrací.

3.1.3. LASEROVÁ VIBROMETRIE

Úhlová rychlost rotující součásti, včetně superponovaných vibrací, je snímána prostřednictvím důmyslného optického zařízení, které využívá Dopplerova efektu a fyzikálního principu difúzní reflexe [40].

Optická hlava zařízení vysílá k povrchu součásti dvojici laserových paprsků (o známé vlnové délce λ), které jsou od sebe vzdáleny o konstantní délku d. Každý z paprsků, od povrchu odražený, je opět přijímán a nezávisle zpracováván v heterodynním interferometru, kde dochází k jeho směšování s vysílaným referenčním paprskem. Současně je generována Dopplerova frekvence. Fotodetektor pak měří časově závislý průběh světelné intenzity takto výsledně složeného paprsku. Změna fáze měřené intenzity je přímo úměrná změně vibrační rychlosti povrchu (v normálním směru).



Obr. 3-6 Princip měření pomocí duálního laserového interferometru [42]

Zařízení se umísťuje tak, aby jeden z paprsků dopadal nad a druhý pod osu rotace (viz. ***Obr. 3-6***). Tímto uspořádáním je možné určit směr a úhlovou rychlost rotující součásti ze dvou paralelních složek translační rychlosti.

Po separaci stejnosměrné složky úhlové rychlosti jsou dynamické složky výstupních signálů z obou interferometrů sloučeny a následně podrobeny poměrně sofistikovanému dekódování úhlové vibrační rychlosti $\Delta\omega$ a úhlové výchylky $\Delta\phi$ (viz. [42]).

Pro zajištění kvalitního odrazu je nutné mít dostatečně hrubý a drsný povrch na měřené součásti. To se provádí zpravidla používáním reflexních pásek, nebo reflexních nátěrů s bílým práškem.

3.1.4. TENZOMETRICKÁ TELEMETRIE

Na rozdíl od torziometrického měření dává tenzometrie přímo informaci o velikosti silových účinků na rotujících částech. Měří se **smykové namáhání** (resp. smykové deformace) pomocí odporových tenzometrů a doplňují se synchronním snímáním otáček, které určuje vzájemnou vazbu mezi natočením hřídele a velikostí namáhání.

Odporové tenzometry se instalují na hřídel v zapojení do plného můstku, čímž se zaručuje teplotní kompenzace a vyloučí se vliv ohybových a tahových napětí. Při použití 4 aktivních tenzometrů je navíc zvýšená citlivost měření při porovnání se zapojením do klasického půlmůstku. Kompenzace délky vedení se zajišťuje pomocí třížílových kabelů.

Napájení tenzometrického můstku je stejnosměrným napětím. Na rotujících hřídelích je realizováno zpravidla pomocí separátních baterií, nebo pomocí sestavy indukčního napájecího zdroje (viz. např. zařízení firmy KMT GmbH).

Choulostivé je **převádění výstupního signálu** z rotujícího prostředí. Provádí se buď

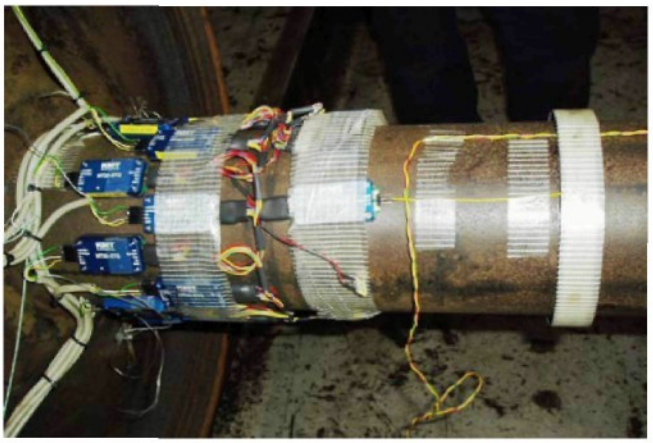
a) kroužky s kartáči, přičemž se slabý signál z tenzometrického můstku nejprve zesílí prostřednictvím spolurotujícího zesilovače;
b) telemetricky (bezdrátově) prostřednictvím anténní sestavy vysílač – přijímač.

Takto zachycený výstupní signál se následně digitalizuje a prostřednictvím předem stanovené cejchovní závislosti τ [MPa)]/U[mV] převádí na hodnoty mechanického namáhání.

Pořizují se záznamy v provozním pásmu otáček soustrojí, a to zpravidla v režimech

a) ustálených otáček při zatížení (je-li to u motorových vozidel možné);
b) rozběhu/doběhu z volnoběžných otáček na maximální a zpět, pro každý rychlostní stupeň X°.

Obr. 3-7 Telemetrická tenzometrie na sestavě Cardanova mechanismu



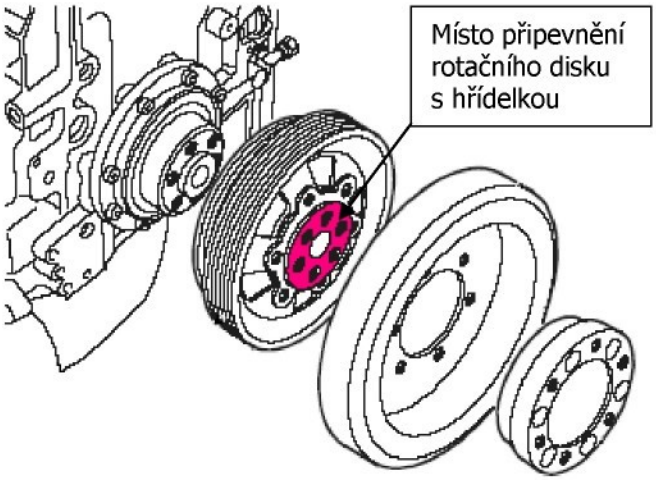
Obr. 3-8 Tenzometrická sestava firmy KMT [45]

3.2. MĚŘENÍ TORZNÍCH KMITŮ TORZIOMETRICKOU METODOU

Výpočtový model, odvozený v kap. 2., byl ověřen torziometrickým měřením na reálné zástavbě pohonného ústrojí, shodné koncepce, prototypového autobusu Arway [47].

Zkouška byla realizována ve vzájemné spolupráci zkušeben VÚTS a.s. a Iveco CZ a.s.. Použité měřící zařízení , snímání dat a jejich následné vyhodnocení zajišťovali pracovníci VÚTS a.s..

Torzní kmity byly měřeny na volném konci klikového hřídele, jako na jediném místě v řetězci umožňujícím snadný přístup a nekomplikovanou zástavbu rotačního snímače. Pro účely zkoušky byla odmontována řemenice pohonu kompresoru klimatizace a na vnější dosedací plochu řemenice, sloužící k náhonu vodního čerpadla a alternátorů, byl 6ti šrouby připevněn tenký disk s hřídelkou. Tlumič torzních kmitů a příruba jsou standardně s touto dosedací plochou řemenice smontovány na větším roztečném průměru a přípravek se tedy zcela volně vešel do středové díry celé sestavy – viz. ***Obr. 3-9***. Na pevný nosník, několikabodově spojený s blokem motoru, byl připevněn kloubový držák, sloužící k upevnění vnějšího pláště rotačního snímače. Z podstaty této instalace měřil snímač relativní rotace volného konce klikového hřídele vzhledem k bloku motoru - viz. ***Obr. 3-10***. Nastavení snímače bylo takové, že nulový Z-pulz odpovídal horní úvrati válce č.1, resp. č.6.



Obr. 3-9 Pohled na místo měření torzních kmitů

Obr. 3-10 Instalace snímače při zkoušce na vozidle

Měření probíhala při přímé jízdě autobusu, se zařazeným II. rychlostním stupněm a za plné výkonové zátěže pohonu. Potřebná plná výkonová zátěž byla vyvozena prostřednictvím druhého brzdícího autobusu, vlečeného na tyči za měřeným vozidlem – viz. ***Obr. 3-11***. Rychlost jízdy, a tedy i otáčky motoru se měnily s mírou brzdění taženého vozu. Jednotlivá měření se prováděla za ustálených otáček motoru, postupně po 100 ot/min v celém jejich provozním rozsahu (s výjimkou volnoběhu) – tedy 700, 800, … , 2000 ot/min a zvlášť přeběhové otáčky 2100, 2250 ot/min.

Obr. 3-11 Spojení měřeného a brzdícího vozidla během zkoušky

Použité měřící zařízení [43], [44] **:**

- Rotační inkrementální snímač ROD 1080, rozlišení 3600 pulsů/ot;
- Měřící ústředna DEWE 5000 s kartou DMU PCI a čítačem na 100 MHz ;

Podmínky záznamu dat :

- Metoda měření s úhlovou vzorkovací základnou, a také s časovou vzorkovací základnou, při použití vzorkovací frekvence 20 kHz;
- Délka jednotlivých měření 5 sec;

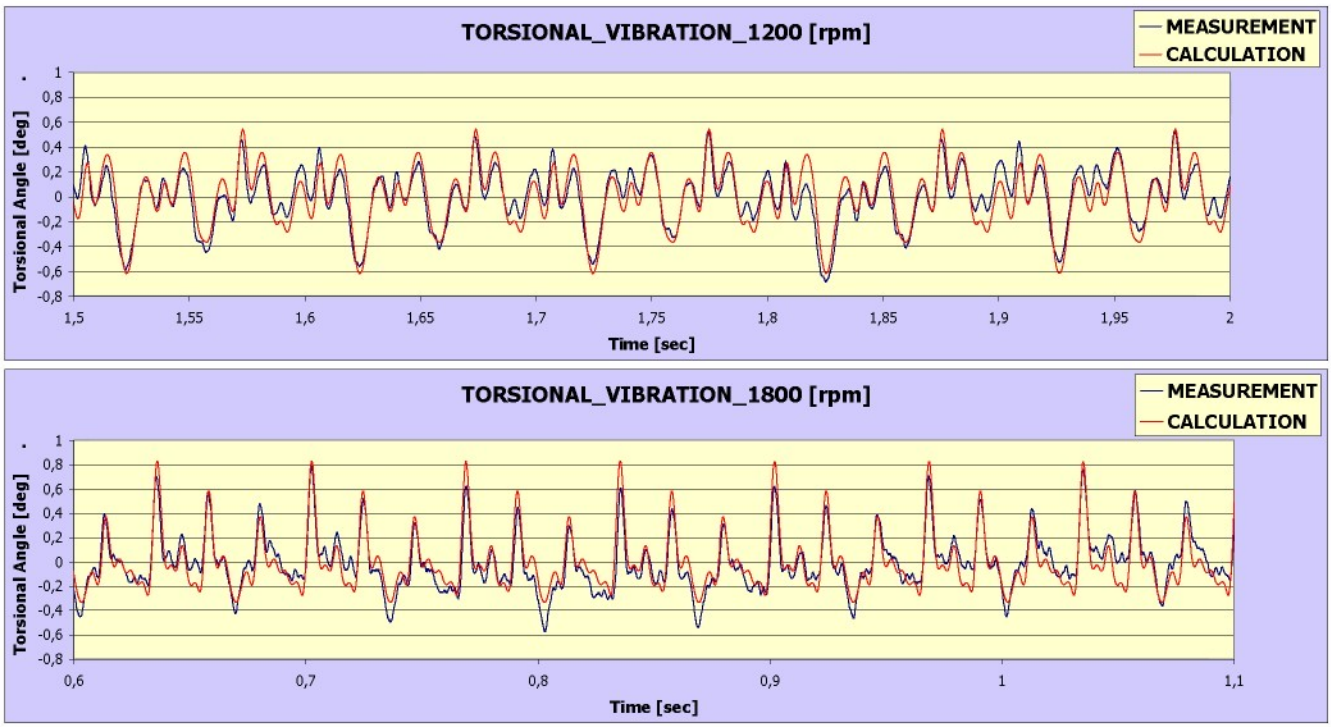
Vyhodnocení :

- Rozbalení naměřených průběhů;
- Odstranění trendu;
- Filtrace frekvencí vnesených použitím vlnovcové spojky (>2500 Hz);
- Filtrace IIR Butterworth, 4. řád, HP s 5 Hz;
- Integrace jejíž výstupem jsou úhlové kmity kolem jmenovité hodnoty;
- FFT s amplitudovou normalizací a použitím Hanningova okna;

Pro porovnání výsledků, získaných z výpočtového modelu a z měření, byly využity jednak **časové průběhy torzních kmitů**, a také **amplitudo-otáčková charakteristika**. Stanovení amplitudo-otáčkové charakteristiky z naměřených dat spočívalo nejprve v určení frekvencí odpovídajících ½ harmonickým řádům, jako n-násobků poloviny střední úhlové rychlosti vyjádřené v Hz, v rozsahu n = 1-24. Následně se ze spekter odečetly hodnoty amplitud příslušejících těmto ½ harmonickým řádům. Získané hodnoty byly postupně vyneseny do požadovaného grafu.

3.3. POROVNÁNÍ VÝSLEDKŮ DOSAŽENÝCH VÝPOČTEM A MĚŘENÍM

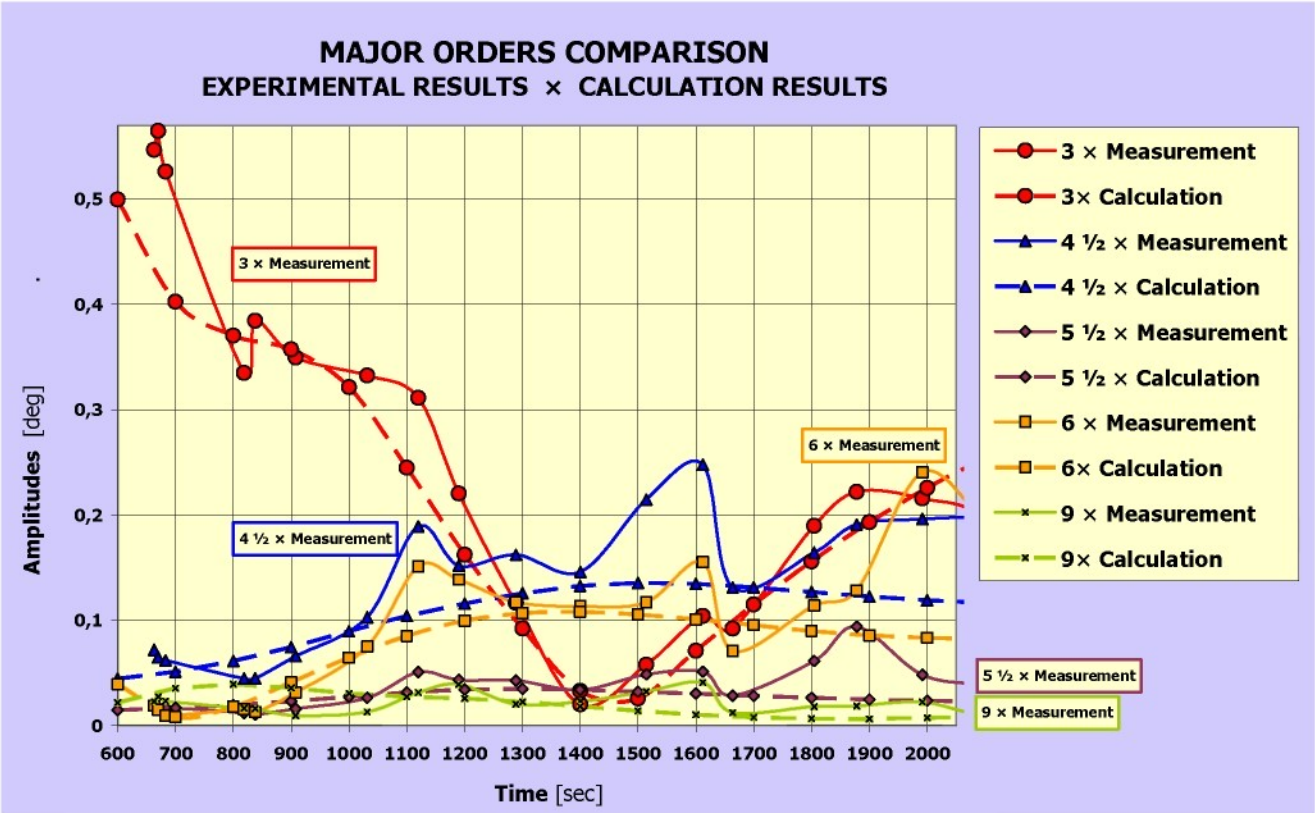
Ve srovnání časových průběhů torzních kmitů, volného konce klikového hřídele, obdržených z výpočtu a z měření lze pozorovat dosažení poměrně velmi dobré shody, a to jak v amplitudách, tak i ve tvarech výsledných kmitů – viz. ***Obr. 3-12*** a ***Příloha č. 7***.



Obr. 3-12 Ukázka porovnání časových průběhů kmitů získaných z měření a z výpočtu , pro 1200 a 1800 ot/min

Odchylky jsou způsobeny celou řadou nepřesností a přijímaných zjednodušení jak na straně výpočtového modelu, tak i řadou faktorů ovlivňujících jízdní režim zkoušky. Hlavně jsou to : dosažení čistě ustáleného stavu na konkrétních provozních otáčkách motoru během měření, možné odchylky v indikátorovém diagramu testovaného motoru, stabilita výkonové zátěže, vstup regulace v oblasti přeběhových otáček, dynamické vlastnosti tlumiče torzních kmitů atd. Obtížnost dosažení čistě ustáleného stavu lze pozorovat především u průběhů v oblasti motorových otáček pod 1000 ot/min, vstup regulace zátěže pak u průběhů měření nad otáčkami 2050 ot/min. Nejvyšší shody bylo dosaženo v běžném provozním rozsahu 1100 – 2000 ot/min.

Z provedené FFT transformace průběhů do frekvenčního oboru lze konstatovat dobrou podobnost v charakteru spekter, a také v poloze jednotlivých ½ harmonických řádů na frekvenční ose. Velikost amplitud ½ harmonických řádů však často vykazuje rozdíly. Srovnatelné jsou amplitudové vrcholy u hlavních a majoritních vedlejších ½ řádů, to je dobře patrné z jejich vynesení do amplitudo-otáčkové charakteristiky – viz. ***Obr. 3-13***. Naopak zcela zásadní rozdíl lze pozorovat např. u 1. a 1½. řádu a i některých dalších. Příčina je pravděpodobně způsobena nestejnými průběhy indikátorového diagramu (rozdílné velikosti amplitud řádů v různých režimech) a odchylkami vzhledem k indikátorovému diagramu, uvažovaném ve výpočtu.



Obr. 3-13 Amplitudo-otáčková charakteristika, porovnání výsledků z výpočtu a z měření pro hlavní řády (3., 6., 9.) a majoritní vedlejší řády (4½. a 5½.)

Pro měření, realizované v místě volného konce klikového hřídele motoru, lze obecnou shodu výstupů z měření a výstupů z výpočtového modelu, považovat za velmi dobrou.

Určitým nedostatkem provedeného ověření je, že průběhy byly srovnávány pouze v jediném místě torzního řetězce. Důslednější validace výpočtového modelu by vyžadovala současné měření v ještě nejméně jednom bodě (např. na hřídeli Cardanova mechanismu). Takovým způsobem by se dal sledovat vzájemný zkrut mezi měřenými místy, postihující vlastnosti většího celku řetězce.

3.4. DÍLČÍ ZÁVĚR

Úvodní část 3. kapitoly je věnována přehledu obecných principů využívaných k měření torzního kmitání hřídelů. U přístupu torziometrického, který se použil při realizovaném testu, jsou uvedeny teoretické základy obou známých metod měření – fázové demodulace a měření s úhlovou vzorkovací základnou.

Vzhledem k problematickému přístupu k rotačním částem pohonného ústrojí bylo samotné ověřovací měření úhlových kmitů provedeno pouze na jediném místě pohonného řetězce - na volném konci klikového hřídele. Koncepce zkoušky, použité měřící zařízení, průběh měření a metoda vyhodnocení naměřených dat jsou popsány ve druhé části této kapitoly.

Závěrem je ukázáno srovnání, výsledků měření a výsledků dosažených výpočtem, pro časové průběhy úhlových kmitů a pro amplitudo-otáčkovou charakteristiku. Ve vyšetřovaném rozsahu provozních otáček motoru bylo dosaženo poměrně **velmi dobré shody výpočtu s měřením**.

4. MULTIBODY ANALÝZA V ADAMS/VIEW

4.1. KONCEPCE VÝPOČTOVÉHO MODELU

Pro komplexnost řešení dané problematiky jsem do tohoto projektu zahrnul i vytvoření náhradního modelu pohonného řetězce v programovém prostředí ADAMS/View. Software ADAMS (Automatic Dynamic Analysis of Mechanical Systems) je v současné době hojně rozšířeným CAE nástrojem, určeným pro simulace mechanických soustav, založeným na bázi tvorby CAD modelu. Jednou z jeho velkých předností je, že dokáže rychle nalézt simulační řešení i u mechanických soustav složitě geometricky či prostorově orientovaných a s komplikovanými či nelineárními vazebními prvky, u kterých je vytvoření přesného matematického popisu analytickou metodou jen velmi obtížné.

Vzhledem k tomu, že zmíněná analýza představuje pouze doplňkové řešení v rámci projektu, je ADAMS multibody model rotačních částí pohonného řetězce v mnoha ohledech zjednodušen oproti modelu analytickému, popsaném v kapitole č.2. Na druhé straně však obsahuje vzájemnou vazbu rotačního řetězce ve vztahu k pružnému uložení hnací jednotky jako celku ve vozidlovém rámu.

Koncepce modelu je založena na skutečnosti, že celý řetězec je oboustranně spojený s prvkem *„ground"*. Na jednom konci, reprezentujícím pružné uložení agregátu, je tato vazba zajištěna prostřednictvím elementů bushing. Na straně druhé jsou to pak pružné torzní vazby pneumatik kol hnací nápravy. Prvek *„ground"* v tomto případě vlastně reprezentuje těleso vozidla, autobusu. V celém modelu jsou obsaženy pouze lineární silové prvky.

Počátek globálního souřadného systému je lokalizován do geometrického středu hnací nápravy, do místa styku kol s povrchem vozovky.

Postupně byla modelována jednotlivá tuhá tělesa řetězce a kinematické (constraints) a dynamické (forces) vazby mezi nimi. Úplný soupis těchto základních prvků lze nalézt v ***Příloze č.8***.

„PART_Double_Wheel_Right" a *„PART_Double_Wheel_Left"* zastupují hmoty kolové dvojmontáže, pneumatik a kolové jednotky pravé a levé strany nápravy. Ve středu nápravy je lokalizován submodel rozvodového diferenciálu, jehož pohledový detail je uveden na ***Obr. 4-2***. Kinematická vazba mezi rozvodovými koly je zajištěna pomocí *„GEAR_Right_Gear"* a *„GEAR_Left_Gear"*. Pravé i levé rozvodové kolo diferenciálu spojuje s příslušným kolovým partem pružná torzní vazba *„SPRING_Right_Bar_Stiffness"*, resp. *„SPRING_Left_Bar_Stiffness"*, která zahrnuje torzní tuhost každé nápravové poloosy. Hnací talířové kolo stálého převodu je v modelu nahrazeno hmotným tělesem *„PART_Driving_Gear"*, které na ***Obr. 4-2*** naznačuje 4krát zalomená rovinná křivka s rotační vazbou *„JOINT_Differential_Gear_Differential_Case"* v místě křížení os diferenciálu.

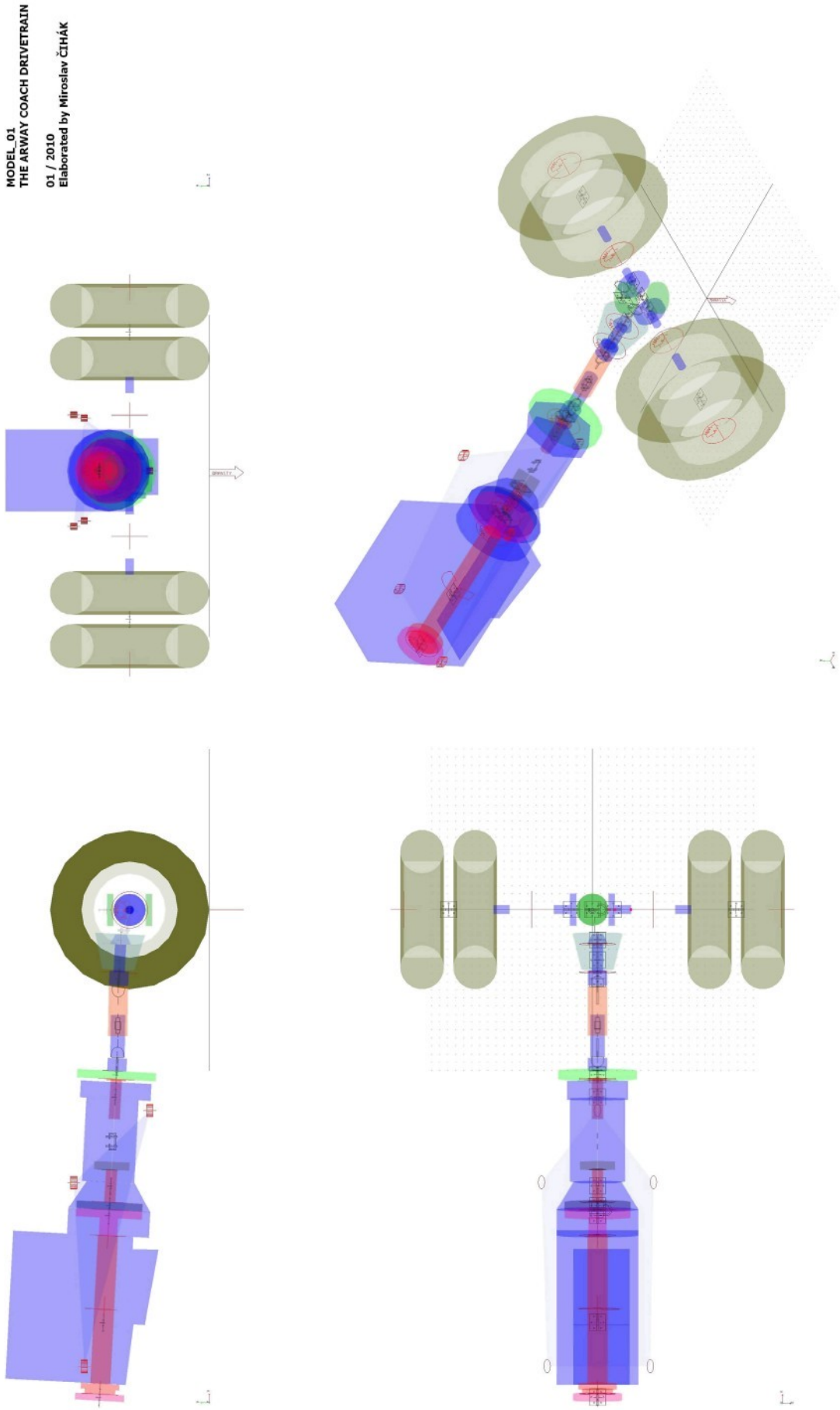
Pastorek stálého převodu je rozdělen na dvě samostatná tělesa *„PART_Drive_Pinion_Shaft"* a *„PART_Drive_Pinion_Gear"* s torzní pružinou *„SPRING_Drive_Shaft_Drive_Gear"* mezi nimi. Kinematické vazby (constrains) na hnacím pastorku jsou modelovány jako relativní ke skříni diferenciálu *„PART_Differential_Case"*. Samotná skříň je pak pevně spojena s prvkem „ground" symbolem zámku umístěným ve středu diferenciálu, tzn. nepředpokládá se vliv propérování. Vzájemný převod mezi hnacím pastorkem a ozubeným talířovým kolem zajišťuje vazba *„COUPLER_Drive_Gear_Differential_Gear_Differential_Case"* s definovaným převodovým poměrem i = 3,42 (1/0,293).

Celá hnací jednotka je ve vertikální rovině skloněná pod úhlem 3°. Hlavní osa řetězce (resp. osa klikového hřídele) je v horizontální rovině posunuta o 31.8 mm vůči globálnímu souřadnému systému.

Cardanův mechanismus je modelován jako soustava s prvky :

- vstupní hřídel *„PART_GearBox_Input_Shaft"* s kloubovou vazbou *„JOINT_Hooke_Joint_A"* na střední hřídel;
- výstupní hřídel *„PART_GearBox_Output_Shaft"* s kloubovou vazbou *„JOINT_Hooke_Joint_B"* na střední hřídel;
- střední hřídel dělený na dvě části *„PART_Cardan_Middle_Shaft_Closed_To_A Hooke´s Joint"* a *„PART_Cardan_Middle_Shaft_Closed_To_B Hooke´s Joint"*, které jsou vzájemně spojeny translační vazbou *„JOINT_Cardan_Slider"*.

Homokinetické zalomení obou Hookeových kloubů je $\alpha_1 = \alpha_2 = 2{,}24°$ od hlavní osy řetězce.
Pružnost Cardanova mechanismu je obsažena v torzním pružinovém elementu *„SPRING_Cardan_Driving_Shaft"*, zavedeném mezi výstupní hřídel a hnací pastorek.



Obr. 4-1 Koncepce modelu torzního řetězce v ADAMS/View

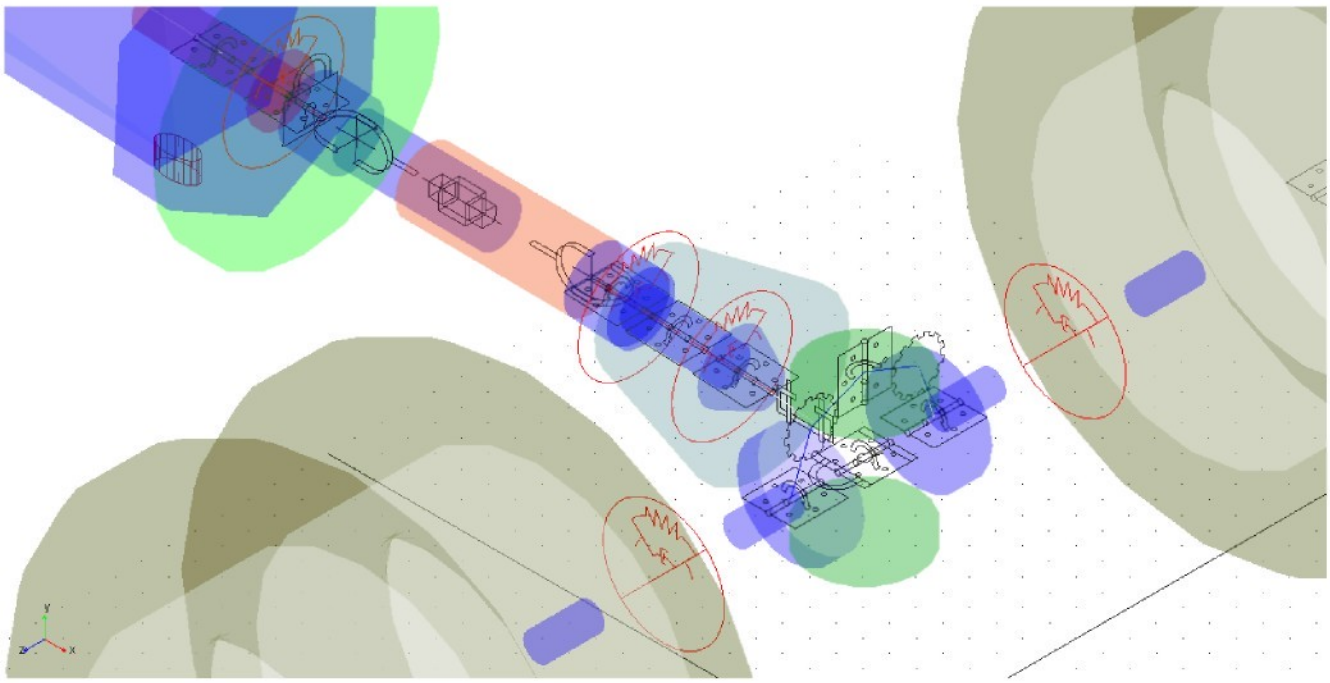
K vytvoření náhradního modelu rotačních částí převodovky (viz. ***Obr. 4-3***) je zjednodušeně přistoupeno tak, že jsou zavedena pouze rotační tělesa vstupního *„PART_GearBox_Input_Shaft"* a výstupního *„PART_GearBox_Output_Shaft"* hřídele s kinematickou vazbou *„COUPLER_GearBox_Input_Output_Shafts"* mezi nimi, odpovídající úhrnnému převodovému poměru na zvoleném rychlostním stupni X°. Úhrnná velikost setrvačných hmot převodovky je redukována ke vstupnímu hřídeli a je zastoupena pevně připojeným tělesem *„PART_GearBox_Rotating_Parts"*. Naopak úhrnná torzní tuhost je redukována k hřídeli výstupnímu (dle vztahů **(4-1)** a **(4-2)**) do silové vazby *„SPRING_GearBox_Output_Shaft_Retarder_Rotors"*. Setrvačná hmota rotorů retardéru je dána tělesem *„PART_TELMA_Rotors"*, které je pevně spojeno se vstupním hřídelem Cardanova mechanismu. Kinematické vazby (constraints) pro uvedená rotační tělesa jsou relativní vzhledem ke skříni *„PART_GearBox_Case"*, reprezentující hmotu převodové skříně, spojkové komory a statoru retardéru. Poloha těžiště, hmotnost a momenty setrvačnosti skříně jsou zadány v souladu s technickou dokumentací.

$$J_{GearBox-Rotating-Parts} = J_{G_{inl}}^{X°} + \sum_{s} J_{Gs_{ins}}^{X°} \cdot \left(i_1^{X°}\right)^2 + \sum_{t} J_{Gt_{outl}}^{X°} \cdot \left(i_1^{X°}\right)^2 \cdot \left(i_1^{X°}\right)^2 , \qquad \textbf{(4-1)}$$

$$\frac{1}{k_{GearBox-Outlet-Shaft-Retarder-Rotors}} = \sum_{p}\left(\frac{1}{k_{Gp_{inl}}^{X°} \cdot \left(\frac{1}{i_1^{X°}}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{i_2^{X°}}\right)^2}\right) + \sum_{q}\left(\frac{1}{k_{Gq_{ins}}^{X°} \cdot \left(\frac{1}{i_2^{X°}}\right)^2}\right) + \sum_{r}\left(\frac{1}{k_{Gr_{outl}}^{X°}}\right) \qquad \textbf{(4-2)}$$

, kde následující indexy označují :

inl příslušnost ke vstupnímu hřídeli;
ins příslušnost k vloženému hřídeli;
outl příslušnost ke výstupnímu hřídeli.



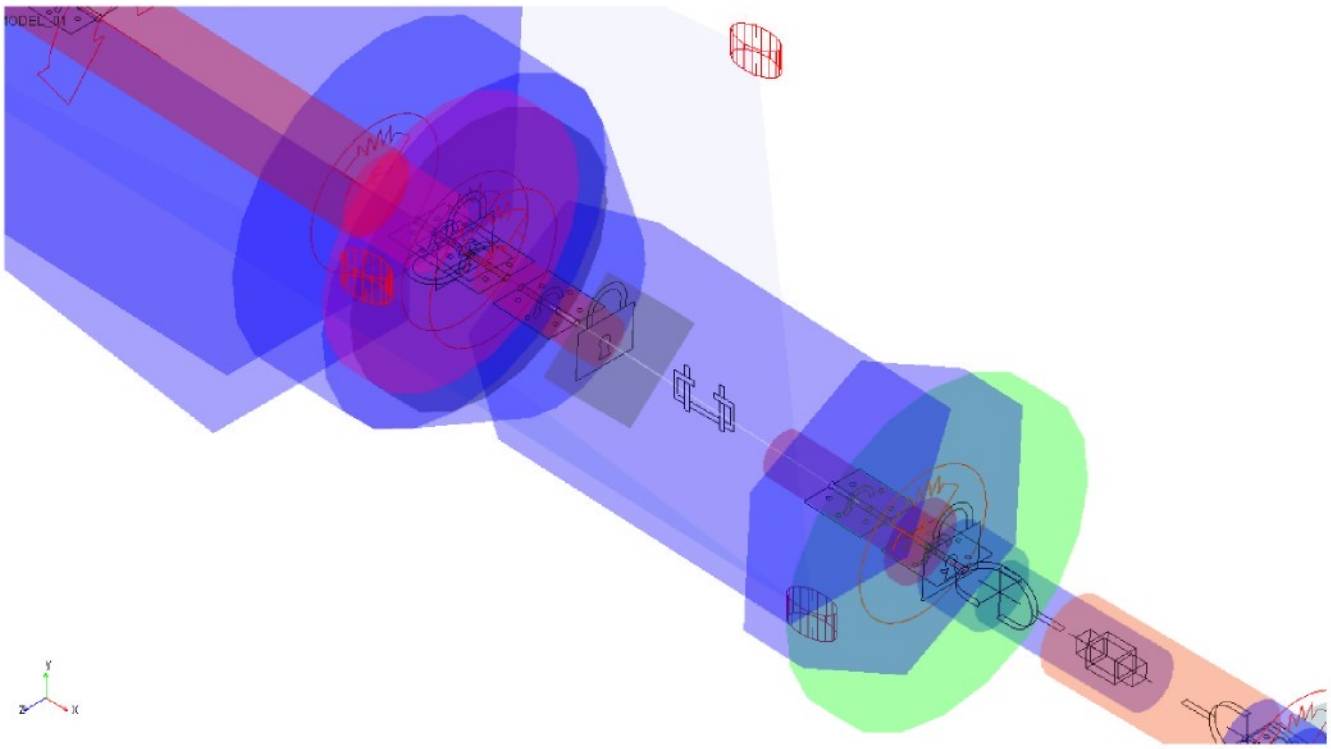
Obr. 4-2 Detail modelu v partii Cardanova mechanismu a rozvodového diferenciálu

Setrvačník motoru a spojka jsou namodelovány opět zjednodušeným způsobem. *„PART_Clutch"* nahrazuje společně setrvačnou hmotu přítlačného kotouče a spojkové lamely. Spojení mezi *„PART_Flywheel"* a *„PART_Clutch"* je prostřednictvím torzní pružiny *„SPRING_Flywheel_Clutch"* určující tuhost spojky ve fázi slepení „STICK". Silový prvek *„SPRING_Clutch_GearBox_Input_Shaft"* dále zavádí torzní tuhost vinutých pružin spojkové lamely. Klikový hřídel (včetně části klikových mechanismů) byl nahrazen jediným rotačním hřídelem *„PART_Crankshaft"*, jehož ekvivalentní setrvačné hmoty jsou stanoveny na základě vztahu **(4-3)**. Ekvivalentní torzní tuhost klikového hřídele, vypočítaná dle **(4-4)**, je zavedena v prvku *„SPRING_Crankshaft_Flywheel"* umístěném mezi výstupním koncem a setrvačníkem. Na opačný volný konec klikového hřídele je připojena setrvačná hmota torzního tlumiče *„PART_Torsional_Damper"* pomocí pružné a tlumící torzní vazby

„SPRING_Torsional_Damper_Crankshaft". Rotační kinematické vazby (constrains) všech těchto těles jsou relativní vzhledem k tělesu bloku motoru.

$$J_{Crankshaft} = \sum_{i} J_{Ei} \ , \qquad \textbf{(4-3)}$$

$$\frac{1}{k_{Crankshaft-Flywheel}} = \sum_{j} \left(\frac{1}{k_{Ej}} \right) \ . \qquad \textbf{(4-4)}$$



Obr. 4-3 Detail modelu v partii spojky a převodového ústrojí

Blok motoru *„PART_Engine_Block"* je zjednodušeně modelován jako soustava 3 pevně spojených tuhých těles : motorový blok, spojkové víko a motorová vana. Poloha těžiště, natočení cm markeru, hmotnost a momenty setrvačnosti bloku jsou zadány v souladu s technickou dokumentací. S takto vytvořeným tělesem je dále pevně spojena převodová skříň *„PART_GearBox_Case"* vazbou *„JOINT_Engine_Block_GearBox_Case"*, lokalizovanou do místa styku setrvačníku a třecí spojky. Toto spojení zaručuje prostorově rozložené hmotnostní parametry celku pohonného agregátu ve vztahu k jeho pružnému uložení.

Pomocí 5 vzájemně propojených bodů, které jsou umístěny na reálných pozicích silentbloků, je vytvořena zjednodušená nehmotná struktura rámu *„PART_Frame"*. Rám je pevně napojen na *„ground"* vazbou *„JOINT_Ground_Frame"* naznačenou symbolem zámku v místě styku setrvačníku a třecí spojky.

Silentbloky jsou modelovány prostřednictvím 5ti lineárních bushing elementů.

Celkový pohled na koncepci modelu je zřejmý z ***Obr. 4-1***, resp. ze **SCHÉMA Č.2**, separátně přiloženého k této práci.

Předpokládá se, že soustava pracuje v ustáleném režimu, ve kterém je zajištěna vnější rovnováha hnacích a odporových silových účinků. V takovém případě je možné předpokládat buzení daného systému pouze parazitními dynamickými momenty vzniklými při spalovacím procesu, bez uvažování stejnosměrné hnací složky. Protože tento ADAMS model předpokládá klikový křídel motoru jako jediné těleso, uplatňují se u polyharmonického momentového buzení, daném vztahem **(2-79)**, pouze hlavní složky momentového rozkladu 3., 6., 9., 12. . V jazyce programu ADAMS je tento budící moment na klikovém hřídeli možné zapsat ve tvaru :

M_{EXC} = FORCOS(time, 0, Engine_Speed_rpm*(PI/60), A0_Cos_Fourier_Coeff/2,0,0,0,0,0,
A3_Cos_Fourier_Coeff,0,0,0,0,0, A6_Cos_Fourier_Coeff,0,0,0,0,0, A9_Cos_Fourier_Coeff,0,0,0,0,0,
A9_Cos_Fourier_Coeff,0,0,0,0,0, A12_Cos_Fourier_Coeff) +
FORSIN(time,0,Engine_Speed_rpm*(PI/60),B0_Cos_Fourier_Coeff/2,0,0,0,0,0,
B3_Cos_Fourier_Coeff,0,0,0,0,0, B6_Cos_Fourier_Coeff,0,0,0,0,0, B9_Cos_Fourier_Coeff,0,0,0,0,0,
B9_Cos_Fourier_Coeff,0,0,0,0,0, B12_Cos_Fourier_Coeff) . **(4-5)**

Budící složky tohoto momentu přitom odpovídají maximálním hodnotám z provozního rozsahu motoru, za předpokládaných motorových otáček 1600 rpm.

Místa měření výstupních dat v případě vynuceného kmitání jsou zavedeny na .cm těles :

- *„PART_Torsional_Damper"*;
- *„PART_Crankshaft"*;
- *„PART_Clutch"*;
- *„PART_Drive_Pinion_Gear"*;
- *„PART_Double_Wheel_Right"*.

Měřeny jsou odezvy torzního úhlového kmitání kolem příslušných centrálních os těles. V postprocesoru ADAMS/Postprocessor je u těchto průběhů proveden výřez z ustáleného stavu kmitání a za pomoci numerické integrace získány průběhy úhlových kmitů.

4.2. ROZBOR VÝSTUPŮ SIMULACE

Na vytvořeném ADAMS modelu jsou provedeny následující simulační analýzy s výstupy :

a) Problém vlastních hodnot – tabulka vlastních frekvencí, animace vlastních kmitů;
b) Nalezení statické rovnovážné polohy soustrojí;
c) Časová odezva na ustálené vynucené kmitání – průběhy úhlových rychlostí, úhlové výchylky, dynamických sil v pružném uložení, frekvenční spektra a animace kmitání;

ad a) Problém vlastních hodnot

Přehled vlastních frekvencí modelu v ADAMS/View uvádí níže uvedená tabulka ***Tab. 4-1***. U každého rychlostního stupně X° jsou pro srovnání ještě připojeny hodnoty vlastních frekvencí získané přesným analytickým řešením, a také vzájemná příbuznost mezi vlastními tvary kmitání, obsaženými ve výstupech obou metod (viz. též ***Příloha č.4)***.

Jak již bylo zmíněno, ADAMS model obsahuje oproti modelu analytickému navíc pružné uložení pohonného agregátu, jako ideálně tuhého tělesa. To je charakterizováno 6 vlastními frekvencemi s přidruženými vlastními tvary kmitání.

U rotačních částí lze pozorovat dosažení poměrně dobré shody mezi oběma přístupy především na prvních čtyřech vlastních hodnotách a tvarech :

- Kmitání řetězce jako celku vzhledem ke kolům hnací nápravy (vlastní tvar 2);
- Kmitání levé a pravé poloviny hnací nápravy ve vzájemné protifázi (vlastní tvar 5);
- Kmitání kol hnací nápravy ve fázi, přičemž se zvyšujícím se rychlostním stupněm X° se přidává ještě kmitání °P, kardanového mechanismu a rozvodového diferenciálu v protifázi (vlastní tvar 6);
- Kmitání při kterém část řetězce °P, Cardanův mechanismus a rozvodový diferenciál kmitá v protifázi ke klikovému hřídeli motoru (vlastní tvar 8).

U vyšších vlastních frekvencí jsou již zaznamenány výrazné odchylky, které jsou důsledkem zjednodušeného přístupu při tvorbě modelu v ADAMSu (viz. kap. 4.1.).

V protokolu ADAMS/PostProcessor jsou jednotlivé vlastní tvary kmitání zobrazeny s pomocí programově implementovaných animačních nástrojů.

X° MODEL	I°		II°		III°		IV°	
	ADAMS f [Hz]	ANALYTIC f [Hz]	ADAMS f [Hz]	ANALYTIC f [Hz]	ADAMS f [Hz]	ANALYTIC f [Hz]	ADAMS f [Hz]	ANALYTIC f [Hz]
1.	4,7	-	4,7	-	4,7	-	4,7	-
	5,0	-	5,1	-	5,1	-	5,1	-
	6,0	-	6,1	-	6,1	-	6,1	-
	6,2	-	6,2	-	6,2	-	6,2	-
	6,7	-	6,7	-	6,7	-	6,7	-
	11,1	-	11,1	-	11,1	-	11,1	-
2.	1,1	1,3	1,9	2,0	3,0	3,0	4,1	4,0
3.	22,7	22,7	22,7	22,7	22,7	22,7	22,7	22,7
4.	24,7	24,8	24,6	24,7	24,4	24,5	23,0	23,1
5.	56,2	59,6	43,5	44,9	31,9	32,4	26,5	26,7
6.	111,1	98,5	111,0	98,5	111,0	98,5	111,0	98,5
7.	125,1	209,7	125,1	209,7	125,1	209,7	125,1	209,9
8.	123,1	149,0	147,7	176,2	160,8	180,5	172,4	181,7
9.	168,8	207,1	168,8	207,0	168,8	207,0	168,8	207,0
10.	190,8	189,2	191,4	212,6	191,0	256,0	191,5	337,8
11.	303,0	-	303,0	-	303,0	-	303,0	-
12.	1212,8	-	1212,8	-	1212,8	-	1212,8	-

V°		VI°		MODAL SHAPE AFFINITY BETWEEN ADAMS/ANALYTIC MODEL ACCORDANCE TO ATTACHMENT No.4	
ADAMS f [Hz]	ANALYTIC f [Hz]	ADAMS f [Hz]	ANALYTIC f [Hz]		
4,7	-	4,7	-	DRIVE ASSEMBLY SUSPENSION	Oscillations in Transversal direction (z)
5,1	-	5,1	-		Oscillations in Longitudinal direction (x)
6,1	-	6,1	-		Angular oscillations arround y
6,2	-	6,2	-		Oscillations in Vertical direction (y)
6,7	-	6,7	-		Angular oscillations arround z
11,1	-	11,1	-		Angular oscillations arround x
5,1	5,0	5,8	5,7	MODAL SHAPE 2	
22,7	22,7	22,7	22,7	MODAL SHAPE 5	
25,4	25,5	25,3	25,4	MODAL SHAPE 6	
19,6	17,7	17,6	17,7	MODAL SHAPE 8	
111,0	98,5	111,0	98,5	MODAl SHAPE 10	
125,1	209,9	125,1	209,9	MODAL SHAPE 13	
157,8	181,6	151,0	182,0	MODAL SHAPE 11	
168,8	207,0	168,8	206,9	MODAL SHAPE 12	
189,2	353,4	188,8	480,4	MODAL SHAPE 14 / 11* (I°)	
303,0	-	303,0	-	-	
1212,8	-	1212,8	-	-	

Tab. 4-1 Porovnání vlastních hodnot mezi analytickým modelem a modelem ADAMS/View

ad b), ad c) Časové odezvy na vynucené kmitání

Pro získání časové odezvy kmitání torzní soustavy na budící polyharmonickou funkci dle **(4-5)** je použito dynamické analýzy s dobou simulace 5 sec a vzorkováním 2 kHz (10 ksamples).

Výstupem simulace jsou odezvy úhlových rychlostí vibrací na předdefinovaných měřících místech. Následné průběhy úhlových výchylek jsou získány provedením integrace na časových výřezech z ustáleného stavu kmitání v prostředí ADAMS/PostProcessor.

Příslušející amplitudově normalizovaná spektra jsou získána za pomoci implementovaných nástrojů FFT. Při tomto výpočtu je dále použito funkce k odstranění trendu a Hammingovo časové okénko.

Dále jsou hodnoceny časové průběhy relativních silových účinků v úložných bodech pohonné jednotky.

Ukázky některých simulačních výstupů , v grafické podobě, jsou uvedeny v ***Příloze č.9***.

Podobně jako v případě analýzy vlastního kmitání soustavy je i pro kmitání vynucené do Protokolu v ADAMS/PostProcessor zahrnuta příslušná animační sekvence.

4.3. DÍLČÍ ZÁVĚR

Pro doplnění problematiky torzního kmitání pohonného řetězce autobusu ARWAY je vytvořen náhradní model soustrojí v programu ADAMS/View. Tento model je v mnoha ohledech zjednodušený oproti modelu čistě analytickému, popsaném v kapitole 2. této práce. Vedle rotujících hmot však navíc obsahuje vazby k pružného uložení hnací jednotky jako tuhého celku.

Analyzovány jsou vlastní frekvence a vlastní tvary kmitání soustrojí, a dále časové odezva na vynucené kmitání dané polyharmonickou budící funkcí, která nahrazuje dynamické účinky primárních tangenciálních sil vzniklých během spalovacího procesu vznětového motoru.

Výsledky analytického modelu a modelu ADAMS jsou mezi sebou navzájem porovnány a je provedena jejich diskuze.

5. ZÁVĚR

Téma předkládané disertační práce patří do oboru torzní dynamiky pohonných sestav. Práce podrobně rozebírá problematiku torzního kmitání typické sestavy pohonného řetězce linkového autobusu Arway, vyráběného společností Irisbus Iveco. Na příkladu z technické praxe jsou demonstrovány některé obecně platné přístupy využívané při modelování rozsáhlých torzních sestav. Vedle tvorby matematického modelu soustrojí je ukázána analýza početních výsledků a provedeno jejich ověření prostřednictvím reálného experimentu. V závěru je problematika doplněna tvorbou modelu pohonného řetězce, v programovém prostředí ADAMS/View.

Těžiště práce spočívá v sestavení diskrétního, lineárního, oboustranně izolovaného analytického modelu, který charakterizuje dynamiku soustrojí v jeho ustálených provozních stavech. V rámci vytváření matematického popisu, je proveden teoretický rozbor dynamických vlastností některých specifických komponent, částí a celků torzní sestavy, běžně používaných také u většiny ostatních pohonných řetězců motorových vozidel. Patří sem :

- sériový torzní řetězec;
- paralelní větvení torzního řetězce;
- torzní řetězec obsahující ozubené převody (případně s uvažováním vlivu kinematické úchylky převodu) a redukce jeho parametrů k ose a otáčkám vztažného hřídele;
- torzní sestava serpentinových řemenových převodů;
- torzní sestava pohyblivých částí spalovacího motoru, tedy klikového hřídele a sériově řazených klikových mechanismů;
- torzní sestava prostorově zalomeného 2kloubového Cardanova mechanismu;
- přenos torzních kmitů rozvodovým diferenciálem atd.

Popsány jsou rovněž některé přístupy a metody pro stanovení :

- slabě nekonzervativního tlumení v modelu;
- zdánlivého tlumení, vzniklého statickou linearizací charakteristik zátěží;
- vnějšího silového buzení čtyřdobého spalovacího motoru (periodického, neharmonického) a jeho dekompozice a aplikace ve formě polyharmonických budících funkcí;
- účinků vnitřního silového buzení.

Důležité periodické nelinearity jsou nahrazeny Fourierovými rozvoji, ze kterých se využívají pouze nejvýznamnější prvky. Díky této náhradě je matematický model popsán soustavou reolineárních diferenciálních rovnic druhého řádu s časově variantními koeficienty.

Ke snadnějšímu sestavení pohybových rovnic modelu, a také k získání jeho simulačního řešení, je s výhodou využito metody modální dynamické syntézy. Ta spočívá v rozdělení globálního modelu na jednotlivé dílčí subsystémy, propojené mezi sebou navzájem momentovými vazbami. Kondenzace modelu je vedena k výběru takového počtu „master" tvarů, který pokrývá rozsah vlastních frekvencí systému až do 3násobku nejvyšší frekvence vnějšího silového buzení.

Výstupy analytického modelu představují :

- řešení problému vlastních hodnot, tzn. stanovení vlastních frekvencí, vlastních tvarů kmitání, kritických otáček a Cambellových interferenčních diagramů;
- amplitudo-otáčkové charakteristiky, včetně syntézy ½ harmonických řádů v celém provozním rozsahu otáček soustrojí;
- časové odezvy úhlových kmitů na vnější a vnitřní zdroje buzení, získané numerickým řešením úplné, časově variantní soustavy pohybových rovnic;

Analýza získaných výsledků předkládá kvalitativní vývoj vibrací ve sledu jednotlivých partií torzního řetězce a prověřuje vliv následujících ukazatelů na celkovou úroveň dynamické odezvy :

- vliv vlastních frekvencí soustavy a jejich kolize s významnými ½ harmonickými řády vnějšího momentového buzení;
- vliv sekundárních volných momentů rotačních a posuvných hmot klikových mechanismů;
- vliv homokinetičnosti zalomení Cardanova mechanismu;
- vliv velikosti kinematické úchylky stálého převodu hnací nápravy (tzn. vliv výrobní kvality ozubení a přesnosti montáže stálého převodu);
- vhodnost použitého tlumiče torzních kmitů klikového hřídele.

Ukázány jsou i některé přístupy při zavádění limitních mezí ke snadnějšímu posuzování akceptovatelnosti zjištěné úrovně torzního kmitání soustrojí.

Správnost výsledků dosažených analytickou metodou, u konkrétní sestavy autobusového pohonu, je ověřena prostřednictvím experimentálního torziometrického měření úhlových kmitů na volném konci klikového hřídele motoru. Test byl realizován s prototypovým vozidlem Arway, vybaveným shodnou koncepcí pohonu,

jakou předpokládal teoretický výpočet. Data se měřila v ustáleném jízdním režimu za pohybu vozidla, při přenosu plné výkonové zátěže pohonným řetězcem, a to postupně v celém provozním rozsahu motorových otáček. Po nutných úpravách se z naměřených signálů získaly :

- časové průběhy úhlových kmitů;
- amplitudo-otáčkové charakteristiky ½ harmonických řádů.

Srovnáním časových průběhů kmitání, získaných z výpočtu a z měření, lze konstatovat dosažení velmi dobré shody, a to jak u frekvencí, velikosti amplitud, tak i u tvarového vzhledu kmitů. Srovnáním amplitudo-otáčkových charakteristik lze podobně dobrou shodu pozorovat především na harmonických ½ řádech hlavních a majoritních vedlejších.

Problematika torzního kmitání pohonného řetězce autobusu je v závěru doplněna ještě o další model, vytvořený v programovém prostředí ADAMS/View. Tento model je v mnoha ohledech zjednodušený, oproti modelu analytickému. Navíc však zahrnuje vzájemné vztahy kmitání hmot rotačního řetězce a pružného uložení hnacího agregátu jako tuhého celku. Simulace realizované na modelu v prostředí ADAMS představují :

- určení vlastních frekvencí a vlastních tvarů kmitání soustrojí;
- stanovení časových a frekvenčních průběhů úhlových kmitů a dynamických sil v uložení agregátu, neboli odezev na účinky hlavních řádů primárního momentového buzení vznětového motoru.

Výsledky simulací jsou rektifikovány a vzájemně porovnávány s výsledky modelu analytického.

Výstupy z předkládané disertační práce je praxi možné využít k :

- identifikaci zdrojů vibro-akustických jevů v interiéru autobusu;
- hodnocení kvality celé torzní sestavy i jednotlivých komponent subdodavatelů;
- ověření návrhu modifikací v pohonném řetězci;
- návrhu pružného uložení hnacího agregátu atp.

6. SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY

OBECNÁ LITERATURA K TÉMATU

[1] *Wilson, Ker* „ Practical solution of torsional vibration problems", Vol.1-4, Chapman & Hall Ltd., 1956;
[2] *Nestorides E.J.* „ A Handbook on Torsional Vibration" University Press, 1958;
[3] *Sborník ČSVTS* „Torzní vibrace v pohonech a způsob jejich snižování ", Dům techniky ČSVTS Praha, 1984;
[4] *Wachel, J.C.; Szenasi, F.R.* „Analysis of torsional vibrations in rotating machinery" San Antonio, Texas,1993;
[5] *Zeman, Vladimír,; Hlaváč, Zdeněk* „Kmitání mechanických soustav", ZČU Plzeň, 2006;
[6] *Slavík, Jaromír; Stejskal Vladimír, Zeman, Vladimír* " Základy dynamiky strojů", ČVUT, 1997;
[7] *Zeman, Vladimír; Hajžman, Michal* „Usage of the generalized modal synthesis method in dynamics of machines", Engineering Mechanics, Vol.14, 2007;
[8] *Brepta, R.; Půst,L.; Turek,F.* „Mechanické kmitání – technický průvodce", Sobotáles, 1994;
[9] *Kožešník, J.* „Dynamika strojů", SNTL, 1958;
[10] *Stejskal, Vladimír, Okrouhlík, Miroslav* „Kmitání s Matlabem" ČVUT, 2002 ;

ŘEMENOVÉ PŘEVODY

[11] *Kong, Lingyuan* „ Coupled belt-pulley mechanics in serpentine belt drives", Dissertation, The Ohio State University 2003;
[12] *Zhu, F.* „ Nonlinear dynamics of one-way clutches and dry friction tensioners in belt pulley systems", Dissertation, The Ohio state University, 2006;
[13] *Bock Kältemaschinen GmbH* „ Product Catalogue – FK Series", 2005;
[14] *Robert Bosch GmbH* „ Drawings & Technical documentation";;

MOTOR A KLIKOVÝ MECHANISMUS

[15] *Filipović, Ivan; Doleček, Vlatko; Bibić, Dževad* „ Analyza in določanje čestnosti parametrov nadomestnega sistema vzvojnih nihanj, ki se pojavljajo tudi na dizelskih motorjih za pogon tovornih vozil" , Strojniški vestnik 51/12, 2005;
[16] *Meirelles, P.S.; Zampieri, D.E.; Mendes, A.S.* „ Mathematical model for torsional vibration analysis in internal combustion engines" 12th IFToMM World Congress, Besancon, 18-21 June, 2007;
[17] *Meirelles, P.S.; Zampieri, D.E.; Mendes, A.S.* „ Experimental validation of a methodology for torsional vibration analysis in internal combustion engines " 12th IFToMM World Congress, Besancon, 18-21 June, 2007;
[18] *Dassen, M.H.M.* „Modelling and control of automotive clutch systems", Department of mechanical engineering Eindhoven, 2003;
[19] *Jarvis, R.P.; Oldershaw, R.M.* „Clutch judder in automobile drivelines", The institution of mechanical engineers, London, 1973;
[20] *Crowther, A.; Zhang, N.; Liu, D.K.; Jeyakumaran, J.K.* „Analysis and simulation of clutch engagement judder and stick-slip in automotive powertrain systems, Faculty of Engineering, University of Technology, Sydney, Australia;
[21] *Kolektiv VÚNM a ČKD* „ Naftové motory čtyřdobé I. a II.", SNTL Praha, 1962
[22] *Frankovich, D.* „The basic of vibration isolation using elastomeric material", Aero Company E.A.R., Indianapolis;
[23] *Kožoušek, J.* „Výpočet a konstrukce spalovacích motorů, Dynamika klikového ústrojí" Díl I., ČVUT Praha, 1971;
[24] *Píštěk, V.* „Možnosti aplikace některých složitějších dynamických soustav, jako tlumičů torzních vibrací klikových hřídelů", disertační práce, VUT Brno, 1975;
[25] *Geislinger GmbH* „ Dampers product catalogue", 2006;
[26] *Iveco* „ Drawings & Technical documentation";

PŘEVODOVKA A RETARDÉR

[27] *Smith, Derek J.* „Gear noise and vibration", Marcel Dekker Ltd, 2003 ;
[28] *Šalamoun, Čestmír; Suchý Miloš* "Čelní a šroubová soukolí s evolventním ozubením", SNTL, 1990;
[29] *ZF* „ Technical documentation";
[30] *Telma – Valeo* „ Focal retarders – technical documentation", 2005;

KLOUBOVÝ HNACÍ HŘÍDEL

[31] *Duditza, Florea* „ Kardangelenkgetriebe und ihre Anwendungen" VDI-Verlag GmbH, 1973;
[32] *Zeman, Vladimír, Hlaváč Zdeněk* „ Report č.42 – Analýza torzních vibrací pohonu s Hookovými klouby", KSMP Plzeň, 1974;
[33] *Šlamoun, Čestmír, Suchý, Miloš, Svoboda,Jiří* „ Převody mechanické a hydraulické. Díl I." ČVUT, 1991;
[34] *Zeman, Vladimír* „Dynamik der drehsysteme mit kardangelenken", Mechanism and machine theory, Vol.13, Pergamon Press, 1977;
[35] *Dana Spicer katalog* „ Gelenkwellen fur den Fahrzeugbau", Dana, 2000;

HNACÍ NÁPRAVA

[36] *Wang, Jun* „ Nonlinear time-varying gear mesh and dynamic analysis of hypoid and bevel geared rotor systems" Dissertation, University Cincinnati, 2007;
[37] *Arvin Meritor* „Technical documentation", 2008;
[38] *Tuplin, W.A.* „Namáhání ozubených kol", SNTL Praha, 1964;

MĚŘENÍ TORZNÍCH KMITŮ

[39] *Tůma, Jiří* „ Zpracování signálů získaných z mechanických systémů užitím FFT" Sdělovací technika, Praha, 1997;
[40] *Stanislav Miláček* „Měření a vyhodnocování mechanických veličin", ČVUT Praha, 2001;
[41] *Stanislav Miláček* „Modální analýza mechanických kmitů", ČVUT Praha, 1996;
[42] Technické prospekty f. Polytec & www.polytec.com;
[43] Technické prospekty f. Heidenhain & www.heidenhain.de ;
[44] Technické prospekty f. Dewetron & www.dewetron.com ;
[45] Technické prospekty f. Kraus Messtechnik GmbH & www.kmt-gmbh.com ;
[46] Technické prospekty f. HBM GmbH & www.hbm.com ;
[47] *Pomp, Norbert; Klouček, Pavel; Čejka, Václav* „ Měření torzních kmitů hnací jednotky autobusu Arway" Testing report VÚTS, a.s., 2009;
[48] *Votrubec, Vlastimil* „ Měření torzních kmitů hřídelů pomocí fázové demodulace signálu" Diplomová práce, TU Liberec, 2009;

MULTIBODY ANALÝZA V ADAMS/VIEW

[49] ADAMS 2007 HELP © 2007 HELP, MSC.Software Corporation ;

7. OBSAH

1. ÚVOD

1.1. Rešerše literatury pojednávající o torzní dynamice 12

2. ANALYTICKÝ MODEL SOUSTAVY

2.1. Koncepce analytického modelu 14
2.2. Subsystém $\alpha 1$ – Řemenový náhon vodního čerpadla 16
2.2.1. Obecně 16
2.2.2. Matematický popis subsystému $\alpha 1$ 16
2.3. Subsystém $\alpha 2$ – Řemenový náhon alternátorů 21
2.3.1. Obecně 21
2.3.2. Matematický popis subsystému $\alpha 2$ 21
2.4. Subsystém $\alpha 3$ – Řemenový náhon kompresoru klimatizace 27
2.4.1. Obecně 27
2.4.2. Matematický popis subsystému $\alpha 3$ 27
2.5. Subsystém β – Rotující hmoty motoru CURSOR 8 32
2.5.1. Obecně 32
2.5.2. Pohybová rovnice centrického klikového mechanismu 34
2.5.2.1. Kinematické závislosti 34
2.5.2.2. Dynamické poměry v klikovém mechanismu 35
2.5.3. Matematický popis subsystému β 38
2.6. Sloučený subsystém $\alpha\beta$ 44
2.7. Subsystém γ - Spojka, °P Převodovka a EMG Retardér 47
2.7.1. Obecně 47
2.7.2. Matematický popis subsystému γ 53
2.8. Subsystém δ - Kloubový hřídel 58
2.8.1. Obecně 58
2.8.2. Kinematické závislosti 59
2.8.3. Matematický popis subsystému δ 62
2.9. Subsystém ε - Hnací náprava a vozidlo 69
2.9.1. Obecně 69
2.9.2. Matematický popis subsystému ε 73
2.9.2.1. Dynamické poměry ve stálém převodu 73
2.9.2.2. Pohybové rovnice 76
2.10. Pohybová rovnice globálního systému 80
2.10.1. Tlumení v globálním systému 82
2.10.2. Přidružený konzervativní systému 84
2.10.3. Rezonanční křivky při vynuceném torzním kmitání 85
2.10.4. Řešení úplné pohybové rovnice 86
2.10.5. Koncepce početního řešení 89
2.11. Analýza výsledků 91
2.12. Stanovení limitů akceptovatelnosti 97
2.13. Dílčí závěr 99

3. EXPERIMENTÁLNÍ ČÁST

3.1. Principy měření torzní dynamiky - Obecně 100
3.1.1. Experimentální modální analýza 100
3.1.2. Torziometrie 101
3.1.2.1. Měření s úhlovou vzorkovací základnou 102
3.1.2.2. Fázová demodulace 103
3.1.3. Laserová vibrometrie 104
3.1.4. Tenzometrická telemetrie 105

3.2. Měření torzních kmitů torziometrickou metodou 106
3.3. Porovnání výsledků dosažených výpočtem a měřením 107
3.4. Dílčí závěr 109

4. MULTI-BODY ANALÝZA V ADAMS/VIEW

4.1. Koncepce výpočtového modelu 110
4.2. Rozbor výstupů simulace 114
4.3. Dílčí závěr 116

5. ZÁVĚR 117

6. SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY 119

7. OBSAH 121

PŘÍLOHY

PŘÍLOHA Č.1 – Vstupní parametry analytického modelu ;
PŘÍLOHA Č.2 – Přehled vlastních frekvencí;
PŘÍLOHA Č.3 – Campbellovy interferenční diagramy - ukázka pro II° ;
PŘÍLOHA Č.4 – Přehled vlastních tvarů kmitání v provozním rozsahu otáček soustrojí ;
PŘÍLOHA Č.5 – Amplitudo-frekvenční charakteristiky – ukázka pro II° ;
PŘÍLOHA Č.6 – Časový a frekvenční průběh torzních kmitů – ukázka pro II° a n_E = 1600 ot/min ;
PŘÍLOHA Č.7 – Porovnání výsledků získaných z výpočtového modelu a z experimentu ;
PŘÍLOHA Č.8 – Přehled hlavních parametrů modelu v ADAMS/View;
PŘÍLOHA Č.9 – Ukázka simulačního výstupu z modelu ADAMS/View - II° a n_E = 1600 ot/min.

SCHÉMATA

SCHÉMA Č.1 – Analytický model pohonného ústrojí autobusu ARWAY ;
SCHÉMA Č.2 – Dynamický model soustrojí pohonu sestavený v prostředí ADAMS/View.

Přílohy disertační práce

TORZNÍ KMITY POHONNÉHO ÚSTROJÍ AUTOBUSU ARWAY

TORSIONAL VIBRATION ON THE ARWAY COACH DRIVETRAIN

FS-KMP, 2010 Ing. Miroslav Čihák

SUBSYSTEM PARAMETERS - DRIVEN BELT FOR WATER PUMP

SUBSYSTEM :	$\alpha 1$				
NOTE :	Tensioner adjusted to its boundary position				
PULLEYS :	Radii		Drawing		Supplier
	R_{E3}	95 mm	504029279		IVECO
	R_{A1}	55 mm	500328912		IVECO
	R_P	32,5 mm	504074180		DAYCO
POSITION :	a_{A1E3}	266,2 mm	504009116		
	a_{E3P}	167,4 mm			
	a_{PA1}	129,5 mm			
	δ_1	22,9 deg			
	δ_2	30,2 deg			
BEGIRD ANGLES :	γ_{A1E3}	8,64 deg	β_{E3}	215,3 deg	
	γ_{E3P}	49,6 deg	β_{A1}	183,7 deg	
	γ_{PA1}	42,5 deg	β_P	39,1 deg	
RATIO :	i_{E3P}	-2,923			
	i_{PA1}	-0,591			
	i_{E3A1}	1,727			
BELT :	Type		Drawing		Supplier
	Poly-V belt (4 Ribs)		504032641		DAYCO
EFFECTIVE BRANCHES LENGHTS :	l_{A1E3}	263,2 mm			
	l_{E3P}	108,5 mm			
	l_{PA1}	95,5 mm			
LENGHT OF BELT :	Calculation		Drawing		
	L	1023 mm	L	1026 ± 4 mm	
BELT WIDTH :	B	14,24 ± 1 mm			
AREA :	$A_{\alpha 1}$	60,9E-6 m^2			
MODUL OF ELASTICITY :	$E_{\alpha 1}$	65 MPa			
MATERIAL :	1. Fiber reinforced by EPDM compound				
	2. High tenacity polyester cord				
	3. EPDM Rib compound				
AXIAL STIFFNESSES :	κ_{A1E3}	1,504 E4 N/m			
	κ_{E3P}	3,648 E4 N/m			
	κ_{PA1}	4,145 E4 N/m			
	κ_{E3A1}	1,94 E4 N/m			
TORSIONAL STIFFNESSES :	k_{E3A1}	175,1 Nm/rad			
	k_{A1E3}	45,5 Nm/rad			
	k'_{A1E3}	78,6 Nm/rad			
MOMENTS OF INERTIAS :	J_{A1}	0,0006 kg m^2	500328912		IVECO
	J_{E3}	0,0011 kg m^2	504029279		IVECO

SUBSYSTEM PARAMETERS - SERPENTINE DRIVEN BELTS FOR ALTERNATORS

SUBSYSTEM :	$\alpha 2$				
NOTE :	Tensioner adjusted to its drawing position				
PULLEYS :	Radii		Drawing		Supplier
	R_{E2}	118,5 mm	504029279		IVECO
	R_{A2}	31 mm	500337394		BOSCH
	R_{A3}	43,5 mm	500332014		BOSCH
	R_{P1}	35 mm	?		-
	R_{P2}	35 mm	504106751		DAYCO
POSITION :	a_{E2A2}	304,5 mm			
	a_{A23}	392,3 mm			
	a_{A3E2}	331,7 mm			
	a_{E2P1}	208,3 mm			
	a_{P1A2}	97,7 mm			
	a_{A2P2}	218,1 mm			
	a_{P2A3}	212,6 mm	504009116		
	δ_1	8,3 deg			
	δ_2	3,9 deg			
	δ_3	24,1 deg			
	δ_4	24,7 deg			
	δ_5	55,1 deg			
	δ_6	76 deg			
BEGIRD ANGLES :	γ_{E2P1}	47,5 deg	β_{E2}	160,7 deg	
	γ_{P1A2}	42,5 deg	β_{P1}	77,8 deg	
	γ_{A2P2}	17,6 deg	β_{A2}	200,7 deg	
	γ_{P2A3}	21,7 deg	β_{P2}	88 deg	
	γ_{A3E2}	13,1 deg	β_{A3}	164,5 deg	
RATIO :	i_{E2A2}	3,82			
	i_{A23}	0,71			
BELT :	Type		Drawing		Supplier
	Poly-V belt (6 Ribs)		504032643		DAYCO
EFFECTIVE BRANCHES LENGHTS :	l_{E2P1}	140,8 mm			
	l_{P1A2}	72 mm			
	l_{A2P2}	207,9 mm			
	l_{P2A3}	197,6 mm			
	l_{A3E2}	323,1 mm			
LENGHT OF BELT :	Calculation		Drawing		
	L	1609 mm	L	1610 ± 5 mm	
BELT WIDTH :	B	21,36 ± 0,5 mm			
AREA :	$A_{\alpha 2}$	91,4E-6 m^2			
MODUL OF ELASTICITY :	$E_{\alpha 2}$	65 MPa			
MATERIAL :	1. Fiber reinforced by EPDM compound				
	2. High tenacity polyester cor				
	3. EPDM Rib compound				
AXIAL STIFFNESSES :	κ_{E2P1}	4,2 E4 N/m			
	κ_{P1A2}	8,25 E4 N/m			
	κ_{A2P2}	2,86 E4 N/m			
	κ_{P2A3}	3 E4 N/m			
	κ_{A3E2}	1,84 E4 N/m			
	κ_{E2A2}	2,78 E4 N/m			
	κ_{A23}	1,46 E4 N/m			
TORSIONAL STIFFNESSES :	k_{E2A2}	388,4 Nm/rad			
	k_{A23}	14 Nm/rad			
	k_{A3E2}	34,8 Nm/rad			
	k^{*}_{A3E2}	24,7 Nm/rad			
	k^{*}_{A23}	53,5 Nm/rad			
	k^{**}_{A3E2}	94,4 Nm/rad			
MOMENTS OF INERTIAS :	J_{A2}	0,00677 $kg.m^2$	500337394		BOSCH
	J_{A3}	0,0131 $kg.m^2$	500332014		BOSCH
	J_{E2}	0,0006 $kg\,m^2$	504029279		IVECO

SUBSYSTEM PARAMETERS - DRIVEN BELT FOR AIR - CONDITION COMPRESSOR

SUBSYSTEM :	$\alpha 3$				
NOTE :					
PULLEYS :	Radii		Drawing		Supplier
	R_{E1}	120 mm	504001470		IVECO
	R_{A4}	84 mm	504144328		BOCK
POSITION :	a_{E1A4}	664 mm	504197116		IRISBUS
BEGIRD ANGLES :	γ_{E1A4}	3,11 deg	β_{E1}	186,22 deg	
	γ_{A4E1}	3,11 deg	β_{A4}	173,8 deg	
RATIO :	i_{E1A4}	1,429			
BELT :	Type		Drawing		Supplier
	2× V-belt FO-Z, XPB		504197116		CONTITECH
EFFECTIVE LENGHTS :	l_{E1A4}	663 mm			
	l_{A4E1}	663 mm			
LENGHT OF BELT :	Calculation		Drawing		
	L	1970,8 mm	L	1970 mm	
BELT WIDTH :	B_W	14 mm			
AREA :	$A_{\alpha 3}$	2×128,4 E-6 m^2			
MODUL OF ELASTICITY :	$E_{\alpha 3}$	65 MPa			
MATERIAL :	1. Polyamid cover				
	2. Polyester tension member				
	3. Embedding compound				
	4. Fibre-reinforced polychloroprene				
AXIAL STIFFNESSES :	κ_{E1A4}	2,518 E4 N/m			
	κ_{A4E1}	2,518 E4 N/m			
TORSIONAL STIFFNESSES :	k_{E1A4}	362,6 Nm/rad			
	k_{A4E1}	177,7 Nm/rad			
	k^*_{A4E1}	253,9 Nm/rad			
MOMENTS OF INERTIAS :	J_{A4}	0,0043 kg m^2	504144328		BOCK
	J_{Pulley}	0,0453 kg m^2	504001470		IVECO
	J_{Dmp_case}	0,061 kg m^2	504040221		HASSE&WREDE
	J_{E1}	0,1063 kg m^2			

SUBSYSTEM PARAMETERS - ENGINE CURSOR 8, F2BE + CLUTCH 430 DTE

SUBSYSTEM :	β				
NOTE :	Proportional damping - slightly inconservative system, except torsional damper, external crank damping and clutch spring´s damping				
FIRING ORDER :	1 - 4 - 2 - 6 - 3 - 5				
BASIC CRANK ANGLE :	$\Delta\psi_4$	0 deg ; 0 rad	$\Delta\psi_7$	120 deg; (2/3)π rad	
	$\Delta\psi_5$	240 deg;(4/3)π rad	$\Delta\psi_8$	600 deg; (10/3)π rad	
	$\Delta\psi_6$	480 deg; (8/3)π rad	$\Delta\psi_9$	360 deg; 2π rad	
CONNECTING ROD :					
Density	ρ_O	8040 kg/m^3	500347026		IVECO
Weight (Class B)	m_O	2,924 kg			
Lenght	l_O	200 ± 0,035 mm			
Axial center of gravity	l_T	138,175 mm			
Inertia toward piston pivot axle	J_O	0,0785 kg.m^2			
Point B (toward crank pin)	m_B	1,9625 kg			
Point A (toward piston)	m_A	0,9615 kg			
Additional inertia	ΔJ	0 kg.m^2			
Con. Rod ratio	λ	0,3125			
PISTON :					
Piston Diameter	D_p	115 mm	500388370		IVECO
Piston Weight	m_p	2,572 kg			
CRANKSHAFT :					
Density	ρ_O	8040 kg/m^3			
Half stroke	r	62,5 ± 0,062 mm	99434457		IVECO
Crank 1 Inertias	Jr_4	0,0379 kg.m^2			
Crank 2 Inertias	Jr_5	0,02378 kg.m^2			
Crank 3 Inertias	Jr_6	0,03718 kg.m^2			
Crank 4 Inertias	Jr_7	0,03718 kg.m^2			
Crank 5 Inertias	Jr_8	0,02378 kg.m^2			
Crank 6 Inertias	Jr_9	0,0379 kg.m^2			
CLUTCH :					
Diameter of screws fixation	D	450 mm	5006172137		VALEO
Screw nominal diameter	d	11 mm			
Fixation angle	α	15 deg			
Effective lenght of screw	l	47,5 mm			
Outer lamella radius	r_1	215 mm	504118580		VALEO
Inner lamella radius	r_2	121 mm			
Effective clutch radius	r_8	172,4 mm			
Coefficient of friction	μ	0,4			
	μ_{STICK}	0,8			
Maximal normal force	F_{nmax}	35 000 N	5006172137		VALEO
Nominal normal force	F_{nim}	31500 N			
Pre-loading	F_{pre}	200 N			
Maximal transmitted torque	M_{tmax}	4827 Nm			
MOMENTS OF INERTIAS :	J_{E0}	0,145 kg.m^2	504040221		HASSE&WREDE
	J_{Pulley}	0,04528 kg.m^2	504001470		IVECO
	J_{Dmp_case}	0,061 kg m^2	504040221		HASSE&WREDE
	J_{E1}	0,1063 kg.m^2			
	J_{E2}	0,0006 kg.m^2	504029279		IVECO
	J_{E3}	0,0011 kg.m^2	504029279		IVECO
	J^A_{E4}	0,05247 kg.m^2	ε^M_4	0,1315	IVECO
	J^A_{E5}	0,0383 kg.m^2	ε^M_5	0,18	
	J^A_{E6}	0,05175 kg.m^2	ε^M_6	0,1334	
	J^A_{E7}	0,05175 kg.m^2	ε^M_7	0,1334	
	J^A_{E8}	0,0383 kg.m^2	ε^M_8	0,18	
	J^A_{E9}	0,05247 kg.m^2	ε^M_9	0,1315	
	η	3,534 kg			
	J_{E10}	1,11 kg.m^2	504026729		IVECO
	J_{C1}	1,2 kg.m^2	5006172137		VALEO
	J_{C2}	0,124 kg.m^2	504118580		VALEO
TORSIONAL STIFFNESSES :	k_{E01}	7,00 E+4	504040221		HASSE&WREDE
	k_{E12}	∞	504001470		IVECO
	k_{E23}	∞	504029279		IVECO
	k_{E34}	19,12 E+5 Nm/rad	99434457		IVECO
	k_{E45}	15,93 E+5 Nm/rad			
	k_{E56}	15,93 E+5 Nm/rad			
	k_{E67}	15,93 E+5 Nm/rad			
	k_{E78}	15,93 E+5 Nm/rad			
	k_{E89}	15,93 E+5 Nm/rad			
	k_{E910}	23,42 E+5 Nm/rad			
	k_{E10C1}	98,2 E+6 Nm/rad	5006172137		VALEO
	$M^{(1)}_{C12}$	Nonlinear curve	504118580		VALEO
	k^2_{C12}	21,07 E+5 Nm/rad			
	$M^{(1)}_{C23}$	Nonlinear curve	504118580		VALEO
	k^2_{C23}	17,458 E+3 Nm/rad			
TORSIONAL DAMPING :	Proportional, except :				
Torsional damper	b_{E01}	100 Nm.s/rad	1st aproximation		
External damping crank mech.	$^eb_{Ej}$	16,2 Nm.s/rad	1st aproximation		
Lamella´s damping in "Stick"	b_{C12}	43,8 Nm.s/rad	1st aproximation		
Clutch springs damping	b_{C23}	7 Nm.s/rad	1st aproximation		

SUBSYSTEM PARAMETERS - GEARBOX ZF 6S 1600

GEAR I.

SHAFT 1 Inertias J (kgm²)		SHAFT 1 Torsional Stiffness k (Nm/rad)		SHAFT 1 Teeth z (-)		SHAFT 2 Inertias J (kgm²)		SHAFT 2 Torsional Stiffness k (Nm/rad)		SHAFT 2 Teeth z (-)		SHAFT3 Inertias J (kgm²)		SHAFT3 Torsional Stiffness k (Nm/rad)		SHAFT3 Teeth z (-)		Ratio	
J_{C3}	0,0004	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
-	-	k_{C3G2}	2,0 E+5	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
J^{I}_{G2}	0,0108	-	-	z_{G2}	27	J^{-I}_{G2}	0,0447	-	-	$z_{G2'}$	50	-	-	-	-	-	-	i^{I}_{1}	-0,54
-	-	-	-	-	-	-	-	k^{I}_{G23}	1,4 E+7	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
-	-	-	-	-	-	J^{I}_{G3}	0,0316	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
-	-	-	-	-	-	-	-	k^{I}_{G34}	1,9 E+7	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
-	-	-	-	-	-	J^{I}_{G4}	0,017	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
-	-	-	-	-	-	-	-	k^{I}_{G45}	5,8 E+6	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
-	-	-	-	-	-	J^{I}_{G5}	0,0087	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
-	-	-	-	-	-	-	-	k^{I}_{G56}	1,3 E+7	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
-	-	-	-	-	-	J^{I}_{G6}	0,003	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
-	-	-	-	-	-	-	-	k^{I}_{G67}	1,6 E+6	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
-	-	-	-	-	-	J^{I}_{G7}	0,0008	-	-	z_{G7}	12	J^{-I}_{G7}	0,1412	-	-	$z_{G7'}$	50	i^{I}_{2}	-0,24
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	k^{I}_{G78}	5,1 E+6	-	-	-	-
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	J^{I}_{G8}	0,0056	-	-	-	-	-	-
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	k^{I}_{G89}	1,2 E+6	-	-	-	-
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	J^{I}_{G9}	0,0106	-	-	-	-	-	-
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	k_{GR}	∞	-	-	-	-
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	J_{R}	2,36

SCHEDULE EQUIVALENT	REDUCED PARAMETERS Inertias Equation	Inertias J (kgm²)	Torsional Stiffness Equation	Torsional Stiffness k (Nm/rad)
J_{C3}	-	0,0004	-	-
-	-	-	k_{C3G2}	2,0 E+5
J^{*I}_{G2}	$J^{*I}_{G2} = J^{I}_{G2} + J^{-I}_{G2} \times (i^{I}_{1})^2$	0,0238	-	-
-	-	-	k^{*I}_{G23}	$k^{*I}_{G23} = k^{I}_{G23} \times (i^{I}_{1})^2$	4,08 E+6
J^{*I}_{G3}	$J^{*I}_{G3} = J^{I}_{G3} \times (i^{I}_{1})^2$	0,0092	-	-
-	-	-	k^{*I}_{G34}	$k^{*I}_{G34} = k^{I}_{G34} \times (i^{I}_{1})^2$	5,54 E+6
J^{*I}_{G4}	$J^{*I}_{G4} = J^{I}_{G4} \times (i^{I}_{1})^2$	0,00496	-	-
-	-	-	k^{*I}_{G45}	$k^{*I}_{G45} = k^{I}_{G45} \times (i^{I}_{1})^2$	1,69 E+6
J^{*I}_{G5}	$J^{*I}_{G5} = J^{I}_{G5} \times (i^{I}_{1})^2$	0,00254	-	-
-	-	-	k^{*I}_{G56}	$k^{*I}_{G56} = k^{I}_{G56} \times (i^{I}_{1})^2$	3,79 E+6
J^{*I}_{G6}	$J^{*I}_{G6} = J^{I}_{G6} \times (i^{I}_{1})^2$	0,00087	-	-
-	-	-	k^{*I}_{G67}	$k^{*I}_{G67} = k^{I}_{G67} \times (i^{I}_{1})^2$	4,67 E+5
J^{**I}_{G7}	$J^{**I}_{G7} = (i^{I}_{1})^2 \times [J^{I}_{G7} + (i^{I}_{2})^2 \times J^{-I}_{G7}]$	0,0026	-	-
-	-	-	k^{**I}_{G78}	$k^{**I}_{G78} = k^{I}_{G78} \times (i^{I}_{1})^2 \times (i^{I}_{2})^2$	8,57 E+4
J^{**I}_{G8}	$J^{**I}_{G8} = J^{I}_{G8} \times (i^{I}_{1})^2 \times (i^{I}_{2})^2$	0,000094	-	-
-	-	-	k^{**I}_{G89}	$k^{**I}_{G89} = k^{I}_{G89} \times (i^{I}_{1})^2 \times (i^{I}_{2})^2$	2,016 E+4
J^{**I}_{G9}	$J^{**I}_{G9} = J^{I}_{G9} \times (i^{I}_{1})^2 \times (i^{I}_{2})^2$	0,00018	-	-
-	-	-	k^{**I}_{GR}	$k^{**I}_{GR} = k_{GR} \times (i^{I}_{1})^2 \times (i^{I}_{2})^2$	∞
J^{**I}_{R}	$J^{**I}_{R} = J_{R} \times (i^{I}_{1})^2 \times (i^{I}_{2})^2$	0,0396	-	-

GEAR II.

SHAFT 1 Inertias J (kgm²)		SHAFT 1 Inertias J (kgm²)		SHAFT 1 Teeth z (-)		SHAFT 2 Inertias J (kgm²)		SHAFT 2 Torsional Stiffness k (Nm/rad)		SHAFT 2 Teeth z (-)		SHAFT3 Inertias J (kgm²)		SHAFT3 Torsional Stiffness k (Nm/rad)		SHAFT3 Teeth z (-)		Ratio	
J_{C3}	0,0004	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
-	-	k_{C3G2}	2,0 E+5	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
J^{II}_{G2}	0,0108	-	-	z_{G2}	27	J^{-II}_{G2}	0,0447	-	-	$z_{G2'}$	50	-	-	-	-	-	-	i^{II}_{1}	-0,54
-	-	-	-	-	-	-	-	k^{II}_{G23}	1,4 E+7	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
-	-	-	-	-	-	J^{II}_{G3}	0,0316	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
-	-	-	-	-	-	-	-	k^{II}_{G34}	1,9 E+7	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
-	-	-	-	-	-	J^{II}_{G4}	0,017	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
-	-	-	-	-	-	-	-	k^{II}_{G45}	5,8 E+6	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
-	-	-	-	-	-	J^{II}_{G5}	0,0087	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
-	-	-	-	-	-	-	-	k^{II}_{G56}	1,3 E+7	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
-	-	-	-	-	-	J^{II}_{G6}	0,003	-	-	z_{G6}	18	J^{-II}_{G6}	0,0922	-	-	$z_{G6'}$	43	i^{II}_{2}	-0,4186
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	k^{II}_{G67}	5,1 E+6	-	-	-	-
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	J^{II}_{G7}	0,0056	-	-	-	-	-	-
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	k^{II}_{G78}	1,2 E+6	-	-	-	-
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	J^{II}_{G8}	0,0106	-	-	-	-	-	-
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	k_{GR}	∞	-	-	-	-
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	J_{R}	2,36

SCHEDULE EQUIVALENT	REDUCED PARAMETERS Inertias Equation	Inertias J (kgm²)	Torsional Stiffness Equation	Torsional Stiffness k (Nm/rad)
J_{C3}	-	0,0004	-	-
-	-	-	k_{C3G2}	2,0 E+5
J^{*II}_{G2}	$J^{*II}_{G2} = J^{II}_{G2} + J^{-II}_{G2} \times (i^{II}_{1})^2$	0,0238	-	-
-	-	-	k^{*II}_{G23}	$k^{*II}_{G23} = k^{II}_{G23} \times (i^{II}_{1})^2$	4,08 E+6
J^{*II}_{G3}	$J^{*II}_{G3} = J^{II}_{G3} \times (i^{II}_{1})^2$	0,0092	-	-
-	-	-	k^{*II}_{G34}	$k^{*II}_{G34} = k^{II}_{G34} \times (i^{II}_{1})^2$	5,54 E+6
J^{*II}_{G4}	$J^{*II}_{G4} = J^{II}_{G4} \times (i^{II}_{1})^2$	0,00496	-	-
-	-	-	k^{*II}_{G45}	$k^{*II}_{G45} = k^{II}_{G45} \times (i^{II}_{1})^2$	1,69 E+6
J^{*II}_{G5}	$J^{*II}_{G5} = J^{II}_{G5} \times (i^{II}_{1})^2$	0,00254	-	-
-	-	-	k^{*II}_{G56}	$k^{*II}_{G56} = k^{II}_{G56} \times (i^{II}_{1})^2$	3,79 E+6
J^{**II}_{G6}	$J^{**II}_{G6} = (i^{II}_{1})^2 \times [J^{II}_{G6} + (i^{II}_{2})^2 \times J^{-II}_{G6}]$	0,0056	-	-
-	-	-	k^{**II}_{G67}	$k^{**II}_{G67} = k^{II}_{G67} \times (i^{II}_{1})^2 \times (i^{II}_{2})^2$	2,61 E+5
J^{**II}_{G7}	$J^{**II}_{G7} = J^{II}_{G7} \times (i^{II}_{1})^2 \times (i^{II}_{2})^2$	0,00029	-	-
-	-	-	k^{**II}_{G78}	$k^{**II}_{G78} = k^{II}_{G78} \times (i^{II}_{1})^2 \times (i^{II}_{2})^2$	6,13 E+4
J^{**II}_{G8}	$J^{**II}_{G8} = J^{II}_{G8} \times (i^{II}_{1})^2 \times (i^{II}_{2})^2$	0,00054	-	-
-	-	-	k^{**II}_{GR}	$k^{**II}_{GR} = k_{GR} \times (i^{II}_{1})^2 \times (i^{II}_{2})^2$	∞
J^{**II}_{R}	$J^{**II}_{R} = J_{R} \times (i^{II}_{1})^2 \times (i^{II}_{2})^2$	0,1206	-	-

GEAR III.

SHAFT 1 Inertias J (kgm²)		SHAFT 1 Torsional Stiffness k (Nm/rad)		SHAFT 1 Teeth z (-)		SHAFT 2 Inertias J (kgm²)		SHAFT 2 Torsional Stiffness k (Nm/rad)		SHAFT 2 Teeth z (-)		SHAFT3 Inertias J (kgm²)		SHAFT3 Torsional Stiffness k (Nm/rad)		SHAFT3 Teeth z (-)		Ratio	
J_{C3}	0,0004	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
-	-	k_{C3G2}	2,0 E+5	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
J^{III}_{G2}	0,0108	-	-	z_{G2}	27	J^{-III}_{G2}	0,0447	-	-	$z_{G2'}$	50	-	-	-	-	-	-	i^{III}_{1}	-0,54
-	-	-	-	-	-	-	-	k^{III}_{G23}	1,4 E+7	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
-	-	-	-	-	-	J^{III}_{G3}	0,0316	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
-	-	-	-	-	-	-	-	k^{III}_{G34}	1,9 E+7	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
-	-	-	-	-	-	J^{III}_{G4}	0,017	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
-	-	-	-	-	-	-	-	k^{III}_{G45}	5,8 E+6	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
-	-	-	-	-	-	J^{III}_{G5}	0,0087	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
-	-	-	-	-	-	-	-	k^{III}_{G56}	1,3 E+7	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
-	-	-	-	-	-	J^{III}_{G6}	0,003	-	-	z_{G6}	23	J^{-III}_{G6}	0,0611	-	-	$z_{G6'}$	33	i^{III}_{2}	-0,697
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	k^{III}_{G67}	3,7 E+6	-	-	-	-
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	J^{III}_{G7}	0,0351	-	-	-	-	-	-
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	k^{III}_{G78}	5,1 E+6	-	-	-	-
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	J^{III}_{G8}	0,0056	-	-	-	-	-	-
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	k^{III}_{G89}	1,2 E+6	-	-	-	-
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	J^{III}_{G9}	0,0106	-	-	-	-	-	-
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	k_{GR}	∞	-	-	-	-
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	J_{R}	2,36

SCHEDULE EQUIVALENT	REDUCED PARAMETERS Inertias Equation	Inertias J (kgm²)	Torsional Stiffness Equation	Torsional Stiffness k (Nm/rad)
J_{C3}	-	0,0004	-	-
-	-	-	k_{C3G2}	2,0 E+5
J^{*III}_{G2}	$J^{*III}_{G2} = J^{III}_{G2} + J^{-III}_{G2} \times (i^{III}_{1})^2$	0,0238	-	-
-	-	-	k^{*III}_{G23}	$k^{*III}_{G23} = k^{III}_{G23} \times (i^{III}_{1})^2$	4,08 E+6
J^{*III}_{G3}	$J^{*III}_{G3} = J^{III}_{G3} \times (i^{III}_{1})^2$	0,0092	-	-
-	-	-	k^{*III}_{G34}	$k^{*III}_{G34} = k^{III}_{G34} \times (i^{III}_{1})^2$	5,54 E+6
J^{*III}_{G4}	$J^{*III}_{G4} = J^{III}_{G4} \times (i^{III}_{1})^2$	0,00496	-	-
-	-	-	k^{*III}_{G45}	$k^{*III}_{G45} = k^{III}_{G45} \times (i^{III}_{1})^2$	1,69 E+6
J^{*III}_{G5}	$J^{*III}_{G5} = (i^{III}_{1})^2 \times [J^{III}_{G5} + (i^{III}_{2})^2 \times J^{-III}_{G5}]$	0,01119	-	-
-	-	-	k^{*III}_{G56}	$k^{*III}_{G56} = k^{III}_{G56} \times (i^{III}_{1})^2 \times (i^{III}_{2})^2$	5,24 E+5
J^{*III}_{G6}	$J^{*III}_{G6} = J^{III}_{G6} \times (i^{III}_{1})^2 \times (i^{III}_{2})^2$	0,00497	-	-
-	-	-	k^{*III}_{G67}	$k^{*III}_{G67} = k^{III}_{G67} \times (i^{III}_{1})^2 \times (i^{III}_{2})^2$	7,22 E+5
J^{*III}_{G7}	$J^{*III}_{G7} = J^{III}_{G7} \times (i^{III}_{1})^2 \times (i^{III}_{2})^2$	0,00079	-	-
-	-	-	k^{*III}_{G78}	$k^{*III}_{G78} = k^{III}_{G78} \times (i^{III}_{1})^2 \times (i^{III}_{2})^2$	1,7 E+5
J^{*III}_{G8}	$J^{*III}_{G8} = J^{III}_{G8} \times (i^{III}_{1})^2 \times (i^{III}_{2})^2$	0,0015	-	-
-	-	-	k^{*III}_{GR}	$k^{*III}_{GR} = k_{GR} \times (i^{III}_{1})^2 \times (i^{III}_{2})^2$	∞
J^{*III}_{R}	$J^{*III}_{R} = J_{R} \times (i^{III}_{1})^2 \times (i^{III}_{2})^2$	0,334	-	-

SCHEDULE GEAR IV.	SHAFT 1 Inertias J (kgm²)		SHAFT 1 Torsional Stiffness k (Nm/rad)		SHAFT 1 Teeth z (-)		SHAFT 2 Inertias J (kgm²)		SHAFT 2 Torsional Stiffness k (Nm/rad)		SHAFT 2 Teeth z (-)		SHAFT3 Inertias J (kgm²)		SHAFT3 Torsional Stiffness k (Nm/rad)		SHAFT3 Teeth z (-)		Ratio	
	J_{C3}	0,0004	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	-	-	k_{C3G2}	2,0 E+5	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	J^{IV}_{G2}	0,0108	-	-	z_{G2}	27	J^{-IV}_{G2}	0,0447	-	-	$z_{G2'}$	50	-	-	-	-	-	-	i^{IV}_1	-0,54
	-	-	-	-	-	-	-	-	k^{IV}_{G23}	1,4 E+7	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	-	-	-	-	-	-	J^{IV}_{G3}	0,0316	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	-	-	-	-	-	-	-	-	k^{IV}_{G34}	1,9 E+7	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	-	-	-	-	-	-	J^{IV}_{G4}	0,017	-	-	z_{G4}	29	J^{-IV}_{G4}	0,0455	-	-	$z_{G4'}$	28	i^{IV}_2	-1,036
	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	k^{IV}_{G45}	3,7 E+6	-	-	-	-
	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	J^{IV}_{G5}	0,0351	-	-	-	-	-	-
	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	k^{IV}_{G56}	5,1 E+6	-	-	-	-
	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	J^{IV}_{G6}	0,0056	-	-	-	-	-	-
	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	k^{IV}_{G67}	1,2 E+6	-	-	-	-
	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	J^{IV}_{G7}	0,0106	-	-	-	-	-	-
	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	k_{GR}	∞	-	-	-	-
	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	J_R	2,36	-	-	-	-	-	-

SCHEDULE EQUIVALENT	REDUCED PARAMETERS Inertias Equation		J (kgm²)	Torsional Stiffness Equation		k (Nm/rad)
	J_{C3}	-	0,0004	-	-	-
	-	-	-	-	k_{C3G2}	2,0 E+5
	J^{*IV}_{G2}	$J^{*IV}_{G2} = J^{IV}_{G2} + J^{-IV}_{G2} \times (i^{IV}_1)^2$	0,0238	-	-	-
	-	-	-	k^{*IV}_{G23}	$k^{*IV}_{G23} = k^{IV}_{G23} \times (i^{IV}_1)^2$	4,08 E+6
	J^{*IV}_{G3}	$J^{*IV}_{G3} = J^{IV}_{G3} \times (i^{IV}_1)^2$	0,0092	-	-	-
	-	-	-	k^{*IV}_{G34}	$k^{*IV}_{G34} = k^{IV}_{G34} \times (i^{IV}_1)^2$	5,54 E+6
	J^{*IV}_{G4}	$J^{*IV}_{G4} = (i^{IV}_1)^2 \times [J^{IV}_{G4} + (i^{IV}_2)^2 \times J^{-IV}_{G4}]$	0,0192	-	-	-
	-	-	-	k^{**IV}_{G45}	$k^{**IV}_{G56} = k^{IV}_{G56} \times (i^{IV}_1)^2 \times (i^{IV}_2)^2$	1,16 E+6
	J^{*IV}_{G5}	$J^{*IV}_{G5} = J^{IV}_{G5} \times (i^{IV}_1)^2 \times (i^{IV}_2)^2$	0,011	-	-	-
	-	-	-	k^{**IV}_{G56}	$k^{**IV}_{G56} = k^{IV}_{G56} \times (i^{IV}_1)^2 \times (i^{IV}_2)^2$	1,6 E+6
	J^{*IV}_{G6}	$J^{*IV}_{G6} = J^{IV}_{G6} \times (i^{IV}_1)^2 \times (i^{IV}_2)^2$	0,00175	-	-	-
	-	-	-	k^{**IV}_{G67}	$k^{**IV}_{G67} = k^{IV}_{G67} \times (i^{IV}_1)^2 \times (i^{IV}_2)^2$	3,76 E+5
	J^{*IV}_{G7}	$J^{*IV}_{G7} = J^{IV}_{G7} \times (i^{IV}_1)^2 \times (i^{IV}_2)^2$	0,00332	-	-	-
	-	-	-	k^{**IV}_{GR}	$k^{**IV}_{GR} = k_{GR} \times (i^{IV}_1)^2 \times (i^{IV}_2)^2$	∞
	J^{*IV}_R	$J^{*IV}_R = J_R \times (i^{IV}_1)^2 \times (i^{IV}_2)^2$	0,739	-	-	-

SCHEDULE GEAR V.	SHAFT 1 Inertias J (kgm²)		SHAFT 1 Torsional Stiffness k (Nm/rad)		SHAFT 1 Teeth z (-)		SHAFT 2 Inertias J (kgm²)		SHAFT 2 Torsional Stiffness k (Nm/rad)		SHAFT 2 Teeth z (-)		SHAFT3 Inertias J (kgm²)		SHAFT3 Torsional Stiffness k (Nm/rad)		SHAFT3 Teeth z (-)		Ratio	
	J_{C3}	0,0004	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	-	-	k_{C3G2}	2,0 E+5	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	J^{V}_{G2}	0,0108	-	-	z_{G2}	27	J^{-V}_{G2}	0,0447	-	-	$z_{G2'}$	50	-	-	-	-	-	-	i^{V}_1	-0,54
	-	-	-	-	-	-	-	-	k^{V}_{G23}	1,4 E+6	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	-	-	-	-	-	-	J^{V}_{G3}	0,0316	-	-	z_{G3}	39	J^{-V}_{G3}	0,0276	-	-	$z_{G3'}$	27	i^{V}_2	-1,444
	-	-	-	-	-	-	-	-	k^{V}_{G34}	1,2 E+6	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	-	-	-	-	-	-	J^{V}_{G4}	0,0282	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	-	-	-	-	-	-	-	-	k^{V}_{G45}	3,7 E+6	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	-	-	-	-	-	-	J^{V}_{G5}	0,0351	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	-	-	-	-	-	-	-	-	k^{V}_{G56}	5,1 E+6	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	-	-	-	-	-	-	J^{V}_{G6}	0,0056	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	-	-	-	-	-	-	-	-	k^{V}_{G67}	1,2 E+6	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	-	-	-	-	-	-	J^{V}_{G7}	0,0106	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	-	-	-	-	-	-	-	-	k_{GR}	∞	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	-	-	-	-	-	-	J_R	2,36	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

SCHEDULE EQUIVALENT	REDUCED PARAMETERS Inertias Equation		J (kgm²)	Torsional Stiffness Equation		k (Nm/rad)
	J_{C3}	-	0,0004	-	-	-
	-	-	-	-	k_{C3G2}	2,0 E+5
	J^{*V}_{G2}	$J^{*V}_{G2} = J^{V}_{G2} + J^{-V}_{G2} \times (i^{IV}_1)^2$	0,0238	-	-	-
	-	-	-	k^{*V}_{G23}	$k^{*V}_{G23} = k^{V}_{G23} \times (i^{V}_1)^2$	4,08 E+6
	J^{**V}_{G3}	$J^{**V}_{G3} = (i^{V}_1)^2 \times [J^{V}_{G3} + (i^{V}_2)^2 \times J^{-V}_{G3}]$	0,026	-	-	-
	-	-	-	k^{**V}_{G34}	$k^{**V}_{G34} = k^{V}_{G34} \times (i^{V}_1)^2$	7,3 E+5
	J^{**V}_{G4}	$J^{**V}_{G4} = J^{V}_{G4} \times (i^{V}_1)^2 \times (i^{V}_2)^2$	0,0172	-	-	-
	-	-	-	k^{**V}_{G45}	$k^{**V}_{G56} = k^{V}_{G56} \times (i^{V}_1)^2 \times (i^{V}_2)^2$	2,25 E+6
	J^{**V}_{G5}	$J^{**V}_{G5} = J^{V}_{G5} \times (i^{V}_1)^2 \times (i^{V}_2)^2$	0,0213	-	-	-
	-	-	-	k^{**V}_{G56}	$k^{**V}_{G56} = k^{V}_{G56} \times (i^{V}_1)^2 \times (i^{V}_2)^2$	3,1 E+6
	J^{**V}_{G6}	$J^{**V}_{G6} = J^{V}_{G6} \times (i^{V}_1)^2 \times (i^{V}_2)^2$	0,0034	-	-	-
	-	-	-	k^{**V}_{G67}	$k^{**V}_{G67} = k^{V}_{G67} \times (i^{V}_1)^2 \times (i^{V}_2)^2$	7,3 E+5
	J^{**V}_{G7}	$J^{**V}_{G7} = J^{V}_{G7} \times (i^{V}_1)^2 \times (i^{V}_2)^2$	0,00645	-	-	-
	-	-	-	k^{**V}_{GR}	$k^{**V}_{GR} = k_{GR} \times (i^{V}_1)^2 \times (i^{V}_2)^2$	∞
	J^{**V}_R	$J^{**V}_R = J_R \times (i^{V}_1)^2 \times (i^{V}_2)^2$	1,435	-	-	-

SCHEDULE GEAR VI.	SHAFT 1 Inertias J (kgm²)		SHAFT 1 Torsional Stiffness k (Nm/rad)		SHAFT 1 Teeth z (-)		SHAFT 2 Inertias J (kgm²)		SHAFT 2 Torsional Stiffness k (Nm/rad)		SHAFT 2 Teeth z (-)		SHAFT3 Inertias J (kgm²)		SHAFT3 Torsional Stiffness k (Nm/rad)		SHAFT3 Teeth z (-)		Ratio	
	J_{C3}	0,0004	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	-	-	k_{C3G2}	2,0 E+5	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	J^{VI}_{G2}	0,0281	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	i^{VI}	1
	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	k^{VI}_{G23}	1,2 E+6	-	-	-	-
	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	J^{VI}_{G3}	0,0282	-	-	-	-	-	-
	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	k^{VI}_{G34}	3,7 E+6	-	-	-	-
	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	J^{VI}_{G4}	0,0351	-	-	-	-	-	-
	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	k^{VI}_{G45}	5,1 E+6	-	-	-	-
	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	J^{VI}_{G5}	0,0056	-	-	-	-	-	-
	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	k^{VI}_{G56}	1,2 E+6	-	-	-	-
	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	J^{VI}_{G6}	0,0106	-	-	-	-	-	-
	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	k_{GR}	∞	-	-	-	-
	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	J_R	2,36	-	-	-	-	-	-

SCHEDULE EQUIVALENT	REDUCED PARAMETERS Inertias Equation		J (kgm²)	Torsional Stiffness Equation		k (Nm/rad)
	J_{C3}	-	0,0004	-	-	-
	-	-	-	-	k_{C3G2}	2,0 E+5
	J^{VI}_{G2}	-	0,0281	-	-	-
	-	-	-	-	k^{VI}_{G23}	1,2 E+6
	J^{VI}_{G3}	-	0,0282	-	-	-
	-	-	-	-	k^{VI}_{G34}	3,7 E+6
	J^{VI}_{G4}	-	0,0351	-	-	-
	-	-	-	-	k^{VI}_{G45}	5,1 E+6
	J^{VI}_{G5}	-	0,0056	-	-	-
	-	-	-	-	k^{VI}_{G56}	1,2 E+6
	J^{VI}_{G6}	-	0,0106	-	-	-
	-	-	-	-	k^{VI}_{GR}	∞
	J^{VI}_R	-	2,36	-	-	-

NOTES :

- Parameters concerning clutch lamella (J_{C2}, $k^{(2)}_{C23}$, b_{C23}) are in sheet of Subsystem β
- Gear ratios represent relationships $\mathbf{i^{x^*} = \pm \omega_{outl}/\omega_{inl}}$
- Retarder moment of inertia represents 2× retarder´s rotors + Companion flange + partially Joint A .
  $\mathbf{J_R = J_{R_TELMA} + J_{CR_INL_FL} + J_{CR_JOINT_A}} = 2{,}33 + 0{,}01 + 0{,}02 = 2{,}36\ kg.m^2$
- Gears are assumed to be linear and time invariant.
- Proportional damping to matrices M and K - slightly inconservative system
- Data source : ZF + TELMA FN 82-40 (Drawing 504114753)

SUBSYSTEM PARAMETERS - CARDAN SHAFT DANA GWB 687.45

SUBSYSTEM :	δ				
NOTE :	Mechanism is pressumed to be homokinetic Proportional damping is slightly inconservative in the system				
			Drawing		Supplier
Mechanism lenght (Stable position)	L_2	614,2 mm	504135939		(IRISBUS)
COMPOUND ANGLES :					
- Vertical - toward joint A	α_1	2,24 deg; 3,91 E-2 rad	504135939		(IRISBUS)
- Vertical - toward joint B	α_2	2,24 deg; 3,91 E-2 rad			
- Horizontal	β_{12}	0 deg; 0 rad			
- Fork´s angle	γ_{12}	0 deg; 0 rad			
Small parameter	ε	3,821 E-4			
MOMENTS OF INERTIAS :	J_{JOINT_A}	0,02 kg.m^2	Part of Joint A- Included to Retarder Inertia J_R (γ)		
	$J_{CR_IN_FL}$	0,01 kg.m^2	Inlet flange - Included to Retarder Inertia J_R (γ)		
	J_{CR2}	0,1019 kg.m^2	-		
	J_{JOINT_B}	0,02 kg.m^2	Part of Joint B - Included to Retarder Inertia J_{CR3} (ε)		
	$J_{CR_OUTL_FL}$	0,01 kg.m^2	Companion flange - Included to Retarder Inertia J_{CR3} (ε)		
	J^{**I}_{CR2}	0,0017 kg.m^2	504096094		DANA
	J^{**II}_{CR2}	0,0052 kg.m^2			
	J^{**III}_{CR2}	0,0144 kg.m^2			
	J^{**IV}_{CR2}	0,0319 kg.m^2			
	J^{**V}_{CR2}	0,0620 kg.m^2			
	J^{VI}_{CR2}	0,1019 kg.m^2			
TORSIONAL STIFFNESSES :	k_{CR}	299724 Nm/rad			
	$^{11}k_{\gamma\delta}$	∞ Nm/rad	$^{22}k_{\delta\varepsilon}$	∞ Nm/rad	
	$^{12}k_{\gamma\delta}$	5,99 E+5 Nm/rad	$^{21}k_{\delta\varepsilon}$	5,99 E+5 Nm/rad	$2\times k_{CR}$
	$k_{\gamma\delta}$	5,99 E+5 Nm/rad	$k_{\delta\varepsilon}$	5,99 E+5 Nm/rad	
	$k_{\gamma\delta}\times i^{I}{}_1{}^2\times i^{I}{}_2{}^2 = k_{\delta\varepsilon}\times i^{I}{}_1{}^2\times i^{I}{}_2{}^2$			1,01 E+4 Nm/rad	$k_{\gamma\delta}{}^{**I}$; $k_{\delta\varepsilon}{}^{**I}$
	$k_{\gamma\delta}\times i^{II}{}_1{}^2\times i^{II}{}_2{}^2 = k_{\delta\varepsilon}\times i^{II}{}_1{}^2\times i^{II}{}_2{}^2$			3,06 E+4 Nm/rad	$k_{\gamma\delta}{}^{**II}$; $k_{\delta\varepsilon}{}^{**II}$
	$k_{\gamma\delta}\times i^{III}{}_1{}^2\times i^{III}{}_2{}^2 = k_{\delta\varepsilon}\times i^{III}{}_1{}^2\times i^{III}{}_2{}^2$			8,49 E+4 Nm/rad	$k_{\gamma\delta}{}^{**III}$; $k_{\delta\varepsilon}{}^{**III}$
	$k_{\gamma\delta}\times i^{IV}{}_1{}^2\times i^{IV}{}_2{}^2 = k_{\delta\varepsilon}\times i^{IV}{}_1{}^2\times i^{IV}{}_2{}^2$			1,88 E+5 Nm/rad	$k_{\gamma\delta}{}^{**IV}$; $k_{\delta\varepsilon}{}^{**IV}$
	$k_{\gamma\delta}\times i^{V}{}_1{}^2\times i^{V}{}_2{}^2 = k_{\delta\varepsilon}\times i^{V}{}_1{}^2\times i^{V}{}_2{}^2$			3,64 E+5 Nm/rad	$k_{\gamma\delta}{}^{**V}$; $k_{\delta\varepsilon}{}^{**V}$
	$k_{\gamma\delta}\times i^{VI}{}_1{}^2\times i^{VI}{}_2{}^2 = k_{\delta\varepsilon}\times i^{VI}{}_1{}^2\times i^{VI}{}_2{}^2$			5,99 E+5 Nm/rad	$k_{\gamma\delta}{}^{**VI}$; $k_{\delta\varepsilon}{}^{**VI}$
	$[k_{\gamma\delta}{}^2/{}^{11}k_{\gamma\delta}]\times i^{X}{}_1{}^2\times i^{X}{}_2{}^2$			0 Nm/rad	$k11_{\gamma\delta}{}^{**X}$
	$[k_{\gamma\delta}{}^2/{}^{12}k_{\gamma\delta}]\times i^{I}{}_1{}^2\times i^{I}{}_2{}^2$			1,01 E+4 Nm/rad	$k12_{\gamma\delta}{}^{**I}$
	$[k_{\gamma\delta}{}^2/{}^{12}k_{\gamma\delta}]\times i^{II}{}_1{}^2\times i^{II}{}_2{}^2$			3,06 E+4 Nm/rad	$k12_{\gamma\delta}{}^{**II}$
	$[k_{\gamma\delta}{}^2/{}^{12}k_{\gamma\delta}]\times i^{III}{}_1{}^2\times i^{III}{}_2{}^2$			8,49 E+4 Nm/rad	$k12_{\gamma\delta}{}^{**III}$
	$[k_{\gamma\delta}{}^2/{}^{12}k_{\gamma\delta}]\times i^{IV}{}_1{}^2\times i^{IV}{}_2{}^2$			1,88 E+5 Nm/rad	$k12_{\gamma\delta}{}^{**IV}$
	$[k_{\gamma\delta}{}^2/{}^{12}k_{\gamma\delta}]\times i^{V}{}_1{}^2\times i^{V}{}_2{}^2$			3,64 E+5 Nm/rad	$k12_{\gamma\delta}{}^{**V}$
	$[k_{\gamma\delta}{}^2/{}^{12}k_{\gamma\delta}]$			5,99 E+5 Nm/rad	$k12_{\gamma\delta}{}^{**VI}$
	$[k_{\delta\varepsilon}{}^2/{}^{21}k_{\delta\varepsilon}]\times i^{I}{}_1{}^2\times i^{I}{}_2{}^2$			1,01 E+4 Nm/rad	$k21_{\delta\varepsilon}{}^{**I}$
	$[k_{\delta\varepsilon}{}^2/{}^{21}k_{\delta\varepsilon}]\times i^{II}{}_1{}^2\times i^{II}{}_2{}^2$			3,06 E+4 Nm/rad	$k21_{\delta\varepsilon}{}^{**II}$
	$[k_{\delta\varepsilon}{}^2/{}^{21}k_{\delta\varepsilon}]\times i^{III}{}_1{}^2\times i^{III}{}_2{}^2$			8,49 E+4 Nm/rad	$k21_{\delta\varepsilon}{}^{**III}$
	$[k_{\delta\varepsilon}{}^2/{}^{21}k_{\delta\varepsilon}]\times i^{IV}{}_1{}^2\times i^{IV}{}_2{}^2$			1,88 E+5 Nm/rad	$k21_{\delta\varepsilon}{}^{**IV}$
	$[k_{\delta\varepsilon}{}^2/{}^{21}k_{\delta\varepsilon}]\times i^{V}{}_1{}^2\times i^{V}{}_2{}^2$			3,64 E+5 Nm/rad	$k21_{\delta\varepsilon}{}^{**V}$
	$[(k_{\delta\varepsilon})^2/{}^{21}k_{\delta\varepsilon}]$			5,99 E+5 Nm/rad	$k21_{\delta\varepsilon}{}^{**VI}$
	$[k_{\delta\varepsilon}{}^2/{}^{22}k_{\gamma\delta}]\times i^{X}{}_1{}^2\times i^{X}{}_2{}^2$			0 Nm/rad	$k22_{\delta\varepsilon}{}^{**X}$
	$k_{\gamma\delta}\times i^{I}{}_1\times i^{I}{}_2$			7,77 E+4 Nm/rad	$kI_{\gamma\delta}{}^{**I}$
	$k_{\gamma\delta}\times i^{II}{}_1\times i^{II}{}_2$			1,35 E+5 Nm/rad	$kI_{\gamma\delta}{}^{**II}$
	$k_{\gamma\delta}\times i^{III}{}_1\times i^{III}{}_2$			2,25 E+5 Nm/rad	$kI_{\gamma\delta}{}^{**III}$
	$k_{\gamma\delta}\times i^{IV}{}_1\times i^{IV}{}_2$			3,35 E+5 Nm/rad	$kI_{\gamma\delta}{}^{**IV}$
	$k_{\gamma\delta}\times i^{V}{}_1\times i^{V}{}_2$			4,67 E+5 Nm/rad	$kI_{\gamma\delta}{}^{**V}$
	$k_{\delta\varepsilon}\times i^{I}{}_1\times i^{I}{}_2$			7,77 E+4 Nm/rad	$kI_{\delta\varepsilon}{}^{**I}$
	$k_{\delta\varepsilon}\times i^{II}{}_1\times i^{II}{}_2$			1,35 E+5 Nm/rad	$kI_{\delta\varepsilon}{}^{**II}$
	$k_{\delta\varepsilon}\times i^{III}{}_1\times i^{III}{}_2$			2,25 E+5 Nm/rad	$kI_{\delta\varepsilon}{}^{**III}$
	$k_{\delta\varepsilon}\times i^{IV}{}_1\times i^{IV}{}_2$			3,35 E+5 Nm/rad	$kI_{\delta\varepsilon}{}^{**IV}$
	$k_{\delta\varepsilon}\times i^{V}{}_1\times i^{V}{}_2$			4,67 E+5 Nm/rad	$kI_{\delta\varepsilon}{}^{**V}$

SUBSYSTEM PARAMETERS - DRIVING AXLE ARVIN MERITOR U176E

SUBSYSTEM :	*e*					
NOTE :						
REAR AXLE U167E:						
Ratio	i_3	0,293				
Differential	f	-1				
Inertia - Part of joint B	J_{CR_JOINTB}	0,02 kg.m^2	DOCUMENT No. 167		ARVIN MERITOR	
Inertia - Companion flange	J_{C_FLANGE}	0,0166 kg.m^2				
Inertia - Deflector	J_{DEFL}	0,0028 kg.m^2				
Inertia - Inner Bearing 1	J_{INN_BRG1}	0,005 kg.m^2				
Inertia - Pinion + Spigot	J_{PINION}	0,0323 kg.m^2				
Inertia - Inner Bearing 2	J_{INN_BRG2}	0,0048 kg.m^2				
Inertia - Gear Ring	J_{GEAR}	1,278 kg.m^2				
Inertia - Plane Half	J_{P_HALF}	0,0619 kg.m^2				
Inertia - Spider	J_{SPIDER}	0,0119 kg.m^2				
Inertia - Differential - Pinion	J_{DIFF_PIN}	0,05999 kg.m^2				
Inertia - Right Hand Axle	J_{RH_SHAFT}	0,029 kg.m^2				
Inertia - Left Hand Axle	J_{LH_SHAFT}	0,0302 kg.m^2				
Pinion Shaft Diameter	D_{PIN_Shaft}	68 mm	Estimated Average Value		ARVIN MERITOR	
Pinion Shaft Lenght	l_{PIN_Shaft}	100 mm				
Face Width	b	66 mm				
Pitch Gear Diameter	D^*	430 mm				
Pinion Virtual Diameter	d	107 mm	Estimated Value			
Gear Rim Virtual Diameter	D	365 mm				
Pinion Teeth	z_1	12				
Gear Rim Teeth	z_2	41				
Coeff. Gear Mesh Duration	ε_α	2				
Stiff. Coefficient	c^*	16 N/mm.µm				
Relative Stiff. Coefficient	c_γ	2,8 E10 N/m^2				
Gear mesh stiffness	k_H	18,48 E8 N/m				
Gear Backlash	ξ	0,26 - 0,50 mm				
TYRES :						
Type	295/80R22,5 XDW		Dossier Homologation protocol		MICHELIN	
Weight	m_T	66,9 kg				
Outer diameter	D_1	1066 mm				
Inner diameter	D_5	598 mm				
Dynamic Wheel radius	r_{dyn}	496 mm	at 8,5 bar pressure			
Perimeter stiffness(for 1Wheel)	k_T	7,047 E+5 N/m				
Torsional stiffness(for 1Wheel)	k	173 367 Nm/rad				
Wheel Disc 22,5" × 8,25"	m_{Wh_Disc}	39 kg	5 801 116 752		HAYES -LEMMERZ	
MOMENTS OF INERTIAS :	J_{CR3}	0,0544 kg.m^2			ARVIN MERITOR	
	J_{RA1}	0,0371 kg.m^2				
	J_{RA2}	1,351 kg.m^2				
	J_D	0,03 kg.m^2				
	$\hat{J}_D$	0,03 kg.m^2				
	J_{RH_SHAFT}	0,029 kg.m^2				
	J_{LH_SHAFT}	0,0302 kg.m^2				
	J_{W1}	1,2 kg.m^2				
	$\hat{J}_{W1}$	1,2 kg.m^2				
	J_{W2}	15,8 kg.m^2	Double-montage + Partially Wheel End Unit. Irisbus Calculation		IRISBUS	
	$\hat{J}_{W2}$	15,8 kg.m^2				
	m^K_V	12200 kg	Report ZP - 3057		IRISBUS	
	m^T_V	18000 kg				
	J_{CR3}^{**I}	9,14 E-4 kg.m^2	J_{CR3}^{**II}	2,78 E-3 kg.m^2	J_{CR3}^{**III}	7,706 E-3 kg.m^2
	J_{RA1}^{**I}	6,23 E-4 kg.m^2	J_{RA1}^{**II}	1,896 E-3 kg.m^2	J_{RA1}^{**III}	5,256 E-3 kg.m^2
	J_{RA2}^{***I}	1,948 E-3 kg.m^2	J_{RA2}^{***II}	5,926 E-3 kg.m^2	J_{RA2}^{***III}	1,643 E-2 kg.m^2
	J_D^{***I}	4,326 E-5 kg.m^2	J_D^{***II}	1,316 E-4 kg.m^2	J_D^{***III}	3,649E-4 kg.m^2
	$\hat{J}_D^{***I}$	4,326 E-5 kg.m^2	$\hat{J}_D^{***II}$	1,316 E-4 kg.m^2	$\hat{J}_D^{***III}$	3,649E-4 kg.m^2
	$J_{LH_Sh}^{***I}$	4,355 E-5 kg.m^2	$J_{LH_Sh}^{***II}$	1,325 E-4 kg.m^2	$J_{LH_Sh}^{***III}$	3,673 E-4 kg.m^2
	$J_{RH_Sh}^{***I}$	4,182 E-5 kg.m^2	$J_{RH_Sh}^{***II}$	1,272 E-4 kg.m^2	$J_{RH_Sh}^{***III}$	3,527 E-4 kg.m^2
	$\hat{J}_{W1}^{***I}$	1,73 E-3 kg.m^2	$\hat{J}_{W1}^{***II}$	5,264 E-3 kg.m^2	$\hat{J}_{W1}^{***III}$	0,0146 kg.m^2
	J_{W1}^{***I}	1,73 E-3 kg.m^2	J_{W1}^{***II}	5,264 E-3 kg.m^2	J_{W1}^{***III}	0,0146 kg.m^2
	$\hat{J}_{W2}^{***I}$	2,278 E-2 kg.m^2	$\hat{J}_{W2}^{***II}$	6,931 E-2 kg.m^2	$\hat{J}_{W2}^{***III}$	0,192 kg.m^2
	J_{W2}^{***I}	2,278 E-2 kg.m^2	J_{W2}^{***II}	6,931 E-2 kg.m^2	J_{W2}^{***III}	0,192 kg.m^2
	$^Km_V^{***I}$	4,328 kg.m^2	$^Km_V^{***II}$	13,166 kg.m^2	$^Km_V^{***III}$	36,5 kg.m^2
	$^Tm_V^{***I}$	6,385 kg.m^2	$^Tm_V^{***II}$	19,425 kg.m^2	$^Tm_V^{***III}$	53,86 kg.m^2
	J_{CR3}^{**IV}	1,703 E-2 kg.m^2	J_{CR3}^{**V}	3,308 E-2 kg.m^2	J_{CR3}^{VI}	0,0544 kg.m^2
	J_{RA1}^{**IV}	1,161 E-2 kg.m^2	J_{RA1}^{**V}	0,0226 kg.m^2	J_{RA1}^{VI}	0,0371 kg.m^2
	J_{RA2}^{***IV}	3,63 E-2 kg.m^2	J_{RA2}^{***V}	7,05 E-2 kg.m^2	J_{RA2}^{*VI}	0,116 kg.m^2
	J_D^{***IV}	8,06E-4 kg.m^2	J_D^{***V}	1,566 E-3 kg.m^2	J_D^{*VI}	0,00258 kg.m^2
	$\hat{J}_D^{***IV}$	8,06E-4 kg.m^2	$\hat{J}_D^{***V}$	1,566 E-3 kg.m^2	$\hat{J}_D^{*VI}$	0,00258 kg.m^2
	$J_{LH_Sh}^{***IV}$	8,114 E-4 kg.m^2	$J_{LH_Sh}^{***V}$	1,576 E-3 kg.m^2	$J_{LH_Sh}^{*VI}$	0,0026 kg.m^2
	$J_{RH_Sh}^{***IV}$	7,79 E-4 kg.m^2	$J_{RH_Sh}^{***V}$	1,514 E-3 kg.m^2	$J_{RH_Sh}^{*VI}$	0,00249 kg.m^2
	$\hat{J}_{W1}^{***IV}$	0,032 kg.m^2	$\hat{J}_{W1}^{***V}$	6,264 E-2 kg.m^2	$\hat{J}_{W1}^{*VI}$	0,103 kg.m^2
	J_{W1}^{***IV}	0,032 kg.m^2	J_{W1}^{***V}	6,264 E-2 kg.m^2	J_{W1}^{*VI}	0,103 kg.m^2
	$\hat{J}_{W2}^{***IV}$	0,4245 kg.m^2	$\hat{J}_{W2}^{***V}$	0,8247 kg.m^2	$\hat{J}_{W2}^{*VI}$	1,356 kg.m^2
	J_{W2}^{***IV}	0,4245 kg.m^2	J_{W2}^{***V}	0,8247 kg.m^2	J_{W2}^{*VI}	1,356 kg.m^2
	$^Km_V^{***IV}$	80,643 kg.m^2	$^Km_V^{***V}$	156,7 kg.m^2	$^Km_V^{*VI}$	257,7 kg.m^2
	$^Tm_V^{***IV}$	119 kg.m^2	$^Tm_V^{***V}$	231,15 kg.m^2	$^Tm_V^{*VI}$	380,16 kg.m^2

TORSIONAL STIFFNESSES :	k_{PIN}	16,92 E5 Nm/rad			ARVIN MERITOR	
	k^{t1}_{H}	5,29 E6 Nm/rad				
	k^{t12}_{H}	18 E6 Nm/rad				
	k^{t2}_{H}	61,55 E6 Nm/rad				
	$k^{\wedge}_{RA2W1}$	63988 Nm/rad				
	k_{RA2W1}	70647 Nm/rad				
	k_{W12}	∞				
	$k^{\wedge}_{W12}$	∞				
	k_{T}	346 735 Nm/rad	Double-montage		MICHELIN	
	$k^{\wedge}_{T}$	346 735 Nm/rad				
	k_{P}^{**I}	2,842 E4 Nm/rad	k_{P}^{**II}	8,645 E4 Nm/rad	k_{P}^{**III}	2,397 E5 Nm/rad
	$k^{t1}_{H}{}^{**I}$	8,885 E4 Nm/rad	$k^{t1}_{H}{}^{**II}$	2,703 E5 Nm/rad	$k^{t1}_{H}{}^{**III}$	7,494 E5 Nm/rad
	$k^{t12}_{H}{}^{**I}$	3,023 E5 Nm/rad	$k^{t12}_{H}{}^{**II}$	9,197 E5 Nm/rad	$k^{t12}_{H}{}^{**III}$	2,55 E6 Nm/rad
	$k^{t2}_{H}{}^{***I}$	8,885 E4 Nm/rad	$k^{t2}_{H}{}^{***II}$	2,703 E5 Nm/rad	$k^{t2}_{H}{}^{***III}$	7,494 E5 Nm/rad
	k_{RA2W1}^{***I}	101,9 Nm/rad	k_{RA2W1}^{**II}	310 Nm/rad	k_{RA2W1}^{***III}	859,2 Nm/rad
	$k^{\wedge}_{RA2W1}{}^{**I}$	92,3 Nm/rad	$k^{\wedge}_{RA2W1}{}^{***II}$	280,7 Nm/rad	$k^{\wedge}_{RA2W1}{}^{***III}$	778,2 Nm/rad
	k_{W12}^{**I}	∞ Nm/rad	k_{W12}^{***II}	∞ Nm/rad	k_{W12}^{***III}	∞ Nm/rad
	$k^{\wedge}_{W12}{}^{**I}$	∞ Nm/rad	$k^{\wedge}_{W12}{}^{***II}$	∞ Nm/rad	$k^{\wedge}_{W12}{}^{***III}$	∞ Nm/rad
	k_{T}^{***I}	500 Nm/rad	k_{T}^{***II}	1521 Nm/rad	k_{T}^{***III}	4217 Nm/rad
	$k^{\wedge}_{T}{}^{***I}$	500 Nm/rad	$k^{\wedge}_{T}{}^{***II}$	1521 Nm/rad	$k^{\wedge}_{T}{}^{***III}$	4217 Nm/rad
	k_{P}^{**IV}	5,296 E5 Nm/rad	k_{P}^{**V}	1,029 E6 Nm/rad	k_{P}^{VI}	1,692 E6 Nm/rad
	$k^{t1}_{H}{}^{**IV}$	1,656 E6 Nm/rad	$k^{t1}_{H}{}^{**V}$	3,217 E6 Nm/rad	$k^{t1}_{H}{}^{VI}$	5,29 E6 Nm/rad
	$k^{t12}_{H}{}^{**IV}$	5,634 E6 Nm/rad	$k^{t12}_{H}{}^{**V}$	1,094 E7 Nm/rad	$k^{t12}_{H}{}^{VI}$	1,8 E7 Nm/rad
	$k^{t2}_{H}{}^{***IV}$	1,656 E6 Nm/rad	$k^{t2}_{H}{}^{***V}$	3,217 E6 Nm/rad	$k^{t2}_{H}{}^{*VI}$	5,29 E6 Nm/rad
	k_{RA2W1}^{**IV}	1898,2 Nm/rad	k_{RA2W1}^{***V}	3687,7 Nm/rad	k_{RA2W1}^{*VI}	6065 Nm/rad
	$k^{\wedge}_{RA2W1}{}^{***IV}$	1719,3 Nm/rad	$k^{\wedge}_{RA2W1}{}^{***V}$	3340,1 Nm/rad	$k^{\wedge}_{RA2W1}{}^{*VI}$	5493,3 Nm/rad
	k_{W12}^{***IV}	∞ Nm/rad	k_{W12}^{***V}	∞ Nm/rad	k_{W12}^{*VI}	∞ Nm/rad
	$k^{\wedge}_{W12}{}^{***IV}$	∞ Nm/rad	$k^{\wedge}_{W12}{}^{***V}$	∞ Nm/rad	$k^{\wedge}_{W12}{}^{*VI}$	∞ Nm/rad
	k_{T}^{***IV}	9316 Nm/rad	k_{T}^{***V}	1,81 E4 Nm/rad	k_{T}^{*VI}	2,977 E4 Nm/rad
	$k^{\wedge}_{T}{}^{***IV}$	9316 Nm/rad	$k^{\wedge}_{T}{}^{***V}$	1,81 E4 Nm/rad	$k^{\wedge}_{T}{}^{*VI}$	2,977 E4 Nm/rad
TORSIONAL DAMPING :						
Gear Damping Ratio	D	0,011			ARVIN MERITOR	
	b^{t1}_{H}	8,48 Nms/rad				
	b^{t12}_{H}	28,9 Nms/rad				
	b^{t2}_{H}	98,7 Nms/rad				
	$b^{t1}_{H}{}^{**I}$	0,142 Nms/rad	$b^{t1}_{H}{}^{**II}$	0,433 Nms/rad	$b^{t1}_{H}{}^{**III}$	1,201 Nms/rad
	$b^{t12}_{H}{}^{**I}$	0,485 Nms/rad	$b^{t12}_{H}{}^{**II}$	1,477 Nms/rad	$b^{t12}_{H}{}^{**III}$	4,094 Nms/rad
	$b^{t2}_{H}{}^{***I}$	0,142 Nms/rad	$b^{t2}_{H}{}^{***II}$	0,433 Nms/rad	$b^{t2}_{H}{}^{***III}$	1,201 Nms/rad
	b_{T}^{***I}	0,288 Nms/rad	b_{T}^{***II}	0,877 Nms/rad	b_{T}^{***III}	2,432 Nms/rad
	$b^{\wedge}_{T}{}^{***I}$	0,288 Nms/rad	$b^{\wedge}_{T}{}^{***II}$	0,877 Nms/rad	$b^{\wedge}_{T}{}^{***III}$	2,432 Nms/rad
	$b^{t1}_{H}{}^{**IV}$	2,654 Nms/rad	$b^{t1}_{H}{}^{**V}$	5,156 Nms/rad	$b^{t1}_{H}{}^{**VI}$	8,48 Nms/rad
	$b^{t12}_{H}{}^{**IV}$	9,045 Nms/rad	$b^{t12}_{H}{}^{**V}$	17,572 Nms/rad	$b^{t12}_{H}{}^{**VI}$	28,9 Nms/rad
	$b^{t2}_{H}{}^{***IV}$	2,654 Nms/rad	$b^{t2}_{H}{}^{***V}$	5,156 Nms/rad	$b^{t2}_{H}{}^{***VI}$	8,48 Nms/rad
	b_{T}^{***IV}	5,374 Nms/rad	b_{T}^{***V}	10,44 Nms/rad	b_{T}^{***VI}	17,17 Nms/rad
	$b^{\wedge}_{T}{}^{***IV}$	5,374 Nms/rad	$b^{\wedge}_{T}{}^{***V}$	10,44 Nms/rad	$b^{\wedge}_{T}{}^{***VI}$	17,17 Nms/rad

SUBSYSTEM PARAMETERS - PROPORTIONAL DAMPING COEFFICIENTS

SUBSYSTEM :	α_1						
Coefficient closes to **M**	$\zeta_{\alpha 1}$ [-]	9,08E-08					
Coefficient closes to **K**	$\xi_{\alpha 1}$ [-]	1,18E-04					
SUBSYSTEM :	α_2						
Coefficient closes to **M**	$\zeta_{\alpha 2}$ [-]	9,47E-08					
Coefficient closes to **K**	$\xi_{\alpha 2}$ [-]	7,01E-04					
SUBSYSTEM :	α_3						
Coefficient closes to **M**	$\zeta_{\alpha 3}$ [-]	0					
Coefficient closes to **K**	$\xi_{\alpha 3}$ [-]	1,96E-04					
SUBSYSTEM :	β						
Coefficient closes to **M**	ζ_{β} [-]	15,164					
Coefficient closes to **K**	ξ_{β} [-]	1,71E-05					
GEAR RATIO		**I°**	**II°**	**III°**	**IV°**	**V°**	**VI°**
SUBSYSTEM :	γ						
Coefficient closes to **M**	ζ^{X}_{γ} [-]	17,1175	17,541	17,1097	17,5537	17,2675	17,9641
Coefficient closes to **K**	ξ^{X}_{γ} [-]	4,29E-05	3,56E-05	3,07E-05	2,44E-05	2,35E-05	1,79E-05
SUBSYSTEM :	δ						
Coefficient closes to **M**	ζ^{X}_{δ} [-]	105,9262	105,5786	105,6534	105,6973	105,5129	105,5623
Coefficient closes to **K**	ξ^{X}_{δ} [-]	1,27E-05	1,27E-05	1,27E-05	1,27E-05	1,27E-05	1,27E-05
KERB WEIGHT							
SUBSYSTEM :	ε						
Coefficient closes to **M**	ζ^{X}_{ε} [-]	3,49	3,4849	3,4861	3,4857	3,485	3,4855
Coefficient closes to **K**	ξ^{X}_{ε} [-]	1,79E-04	1,79E-04	1,79E-04	1,79E-04	1,79E-04	1,79E-04
TOTAL WEIGHT							
SUBSYSTEM :	ε						
Coefficient closes to **M**	ζ^{X}_{ε} [-]	3,4874	3,4815	3,4827	3,4823	3,4816	3,4821
Coefficient closes to **K**	ξ^{X}_{ε} [-]	1,79E-04	1,79E-04	1,79E-04	1,79E-04	1,79E-04	1,79E-04

Approximation of modal damping ratios in subsystems :	α_1 = 4%
	α_2 = 3%
	α_3 = 3%
	β = 1,75%
	γ = 3%
	δ = 4%
	ε = 2,5%

EXCITATION TORQUES ON ENGINE´S CRANKS

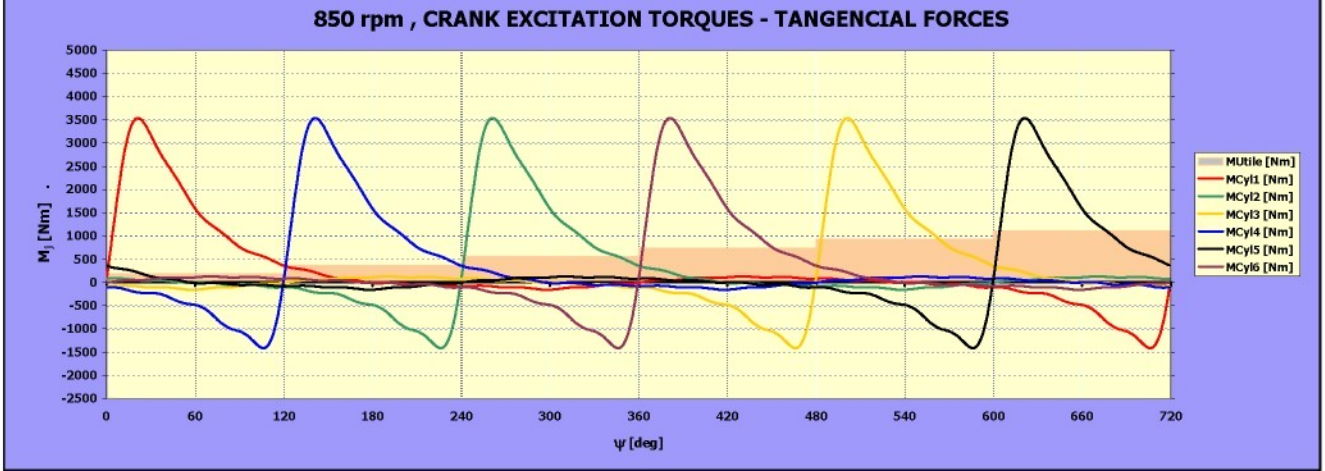
Eng. Speed [rpm] 850

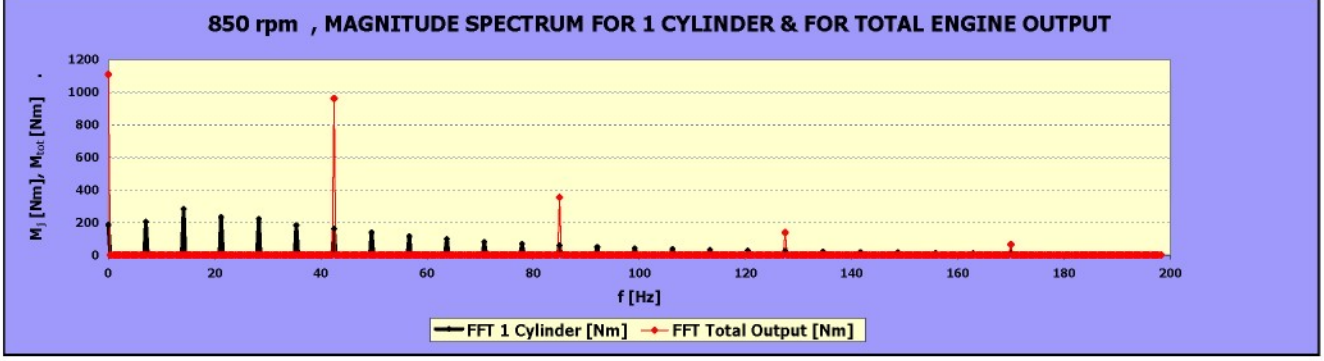
EXPONENTIAL FOURIER´S COEFFICIENTS

ν max = 24	HALF ORDER	1		2		3		4		5		6	
		Re	Im	Re	Im	Re	Im	Re	Im	Re	Im	Re	Im
C_{ν}	-12	-8,314	7,074	-8,314	7,074	-8,314	7,074	-8,314	7,074	-8,314	7,074	-8,314	7,074
C_{ν}	-11,5	-9,103	7,879	11,375	3,944	-2,272	-11,823	2,272	11,823	-11,375	-3,944	9,103	-7,879
C_{ν}	-11	-10,495	8,858	-2,424	-13,517	12,918	4,660	12,918	4,660	-2,424	-13,517	-10,495	8,858
C_{ν}	-10,5	-11,575	10,436	-11,575	10,436	-11,575	10,436	11,575	-10,436	11,575	-10,436	11,575	-10,436
C_{ν}	-10	-12,911	11,844	16,713	5,260	-3,801	-17,104	-3,801	-17,104	16,713	5,260	-12,911	11,844
C_{ν}	-9,5	-14,394	14,149	-5,057	-19,540	19,451	5,391	-19,451	-5,391	5,057	19,540	14,394	-14,149
C_{ν}	-9	-15,815	16,363	-15,815	16,363	-15,815	16,363	-15,815	16,363	-15,815	16,363	-15,815	16,363
C_{ν}	-8,5	-18,044	19,783	26,154	5,735	-8,110	-25,518	8,110	25,518	-26,154	-5,735	18,044	-19,783
C_{ν}	-8	-19,231	24,080	-11,239	-28,694	30,469	4,614	30,469	4,614	-11,239	-28,694	-19,231	24,080
C_{ν}	-7,5	-21,243	28,235	-21,243	28,235	-21,243	28,235	21,243	-28,235	21,243	-28,235	21,243	-28,235
C_{ν}	-7	-23,501	34,808	41,895	2,948	-18,394	-37,757	-18,394	-37,757	41,895	2,948	-23,501	34,808
C_{ν}	-6,5	-25,179	41,660	-23,489	-42,636	48,668	0,975	-48,668	-0,975	23,489	42,636	25,179	-41,660
C_{ν}	-6	-28,198	51,673	-28,198	51,673	-28,198	51,673	-28,198	51,673	-28,198	51,673	-28,198	51,673
C_{ν}	-5,5	-27,506	63,239	68,519	-7,799	-41,013	-55,440	41,013	55,440	-68,519	7,799	27,506	-63,239
C_{ν}	-5	-29,873	74,438	-49,529	-63,090	79,402	-11,348	79,402	-11,348	-49,529	-63,090	-29,873	74,438
C_{ν}	-4,5	-30,502	92,959	-30,502	92,959	-30,502	92,959	30,502	-92,959	30,502	-92,959	30,502	-92,959
C_{ν}	-4	-28,428	110,620	110,013	-30,691	-81,586	-79,929	-81,586	-79,929	110,013	-30,691	-28,428	110,620
C_{ν}	-3,5	-26,285	135,335	-104,061	-90,431	130,346	-44,904	-130,346	44,904	104,061	90,431	26,285	-135,335
C_{ν}	-3	-14,367	159,464	-14,367	159,464	-14,367	159,464	-14,367	159,464	-14,367	159,464	-14,367	159,464
C_{ν}	-2,5	-7,325	182,161	161,418	-84,737	-154,094	-97,424	154,094	97,424	-161,418	84,737	7,325	-182,161
C_{ν}	-2	10,329	221,880	-197,318	-101,995	186,990	-119,885	186,990	-119,885	-197,318	-101,995	10,329	221,880
C_{ν}	-1,5	48,104	227,086	48,104	227,086	48,104	227,086	-48,104	-227,086	-48,104	-227,086	-48,104	-227,086
C_{ν}	-1	103,284	262,869	176,009	-220,881	-279,293	-41,988	-279,293	-41,988	176,009	-220,881	103,284	262,869
C_{ν}	-0,5	161,654	125,430	-189,452	77,282	27,798	-202,711	-27,798	202,711	189,452	-77,282	-161,654	-125,430
C_0	0	184,566	0,000	184,566	0,000	184,566	0,000	184,566	0,000	184,566	0,000	184,566	0,000
C_{ν}	0,5	161,654	-125,430	-189,452	-77,282	27,798	202,711	-27,798	-202,711	189,452	77,282	-161,654	125,430
C_{ν}	1	103,284	-262,869	176,009	220,881	-279,293	41,988	-279,293	41,988	176,009	220,881	103,284	-262,869
C_{ν}	1,5	48,104	-227,086	48,104	-227,086	48,104	-227,086	-48,104	227,086	-48,104	227,086	-48,104	227,086
C_{ν}	2	10,329	-221,880	-197,318	101,995	186,990	119,885	186,990	119,885	-197,318	101,995	10,329	-221,880
C_{ν}	2,5	-7,325	-182,161	161,418	84,737	-154,094	97,424	154,094	-97,424	-161,418	-84,737	7,325	182,161
C_{ν}	3	-14,367	-159,464	-14,367	-159,464	-14,367	-159,464	-14,367	-159,464	-14,367	-159,464	-14,367	-159,464
C_{ν}	3,5	-26,285	-135,335	-104,061	90,431	130,346	44,904	-130,346	-44,904	104,061	-90,431	26,285	135,335
C_{ν}	4	-28,428	-110,620	110,013	30,691	-81,586	79,929	-81,586	79,929	110,013	30,691	-28,428	-110,620
C_{ν}	4,5	-30,502	-92,959	-30,502	-92,959	-30,502	-92,959	30,502	92,959	30,502	92,959	30,502	92,959
C_{ν}	5	-29,873	-74,438	-49,529	63,090	79,402	11,348	79,402	11,348	-49,529	63,090	-29,873	-74,438
C_{ν}	5,5	-27,506	-63,239	68,519	7,799	-41,013	55,440	41,013	-55,440	-68,519	-7,799	27,506	63,239
C_{ν}	6	-28,198	-51,673	-28,198	-51,673	-28,198	-51,673	-28,198	-51,673	-28,198	-51,673	-28,198	-51,673
C_{ν}	6,5	-25,179	-41,660	-23,489	42,636	48,668	-0,975	-48,668	0,975	23,489	-42,636	25,179	41,660
C_{ν}	7	-23,501	-34,808	41,895	-2,948	-18,394	37,757	-18,394	37,757	41,895	-2,948	-23,501	-34,808
C_{ν}	7,5	-21,243	-28,235	-21,243	-28,235	-21,243	-28,235	21,243	28,235	21,243	28,235	21,243	28,235
C_{ν}	8	-19,231	-24,080	-11,239	28,694	30,469	-4,614	30,469	-4,614	-11,239	28,694	-19,231	-24,080
C_{ν}	8,5	-18,044	-19,783	26,154	-5,735	-8,110	25,518	8,110	-25,518	-26,154	5,735	18,044	19,783
C_{ν}	9	-15,815	-16,363	-15,815	-16,363	-15,815	-16,363	-15,815	-16,363	-15,815	-16,363	-15,815	-16,363
C_{ν}	9,5	-14,394	-14,149	-5,057	19,540	19,451	-5,391	-19,451	5,391	5,057	-19,540	14,394	14,149
C_{ν}	10	-12,911	-11,844	16,713	-5,260	-3,801	17,104	-3,801	17,104	16,713	-5,260	-12,911	-11,844
C_{ν}	10,5	-11,575	-10,436	-11,575	-10,436	-11,575	-10,436	11,575	10,436	11,575	10,436	11,575	10,436
C_{ν}	11	-10,495	-8,858	-2,424	13,517	12,918	-4,660	12,918	-4,660	-2,424	13,517	-10,495	-8,858
C_{ν}	11,5	-9,103	-7,879	11,375	-3,944	-2,272	11,823	2,272	-11,823	-11,375	3,944	9,103	7,879
C_{ν}	12	-8,314	-7,074	-8,314	-7,074	-8,314	-7,074	-8,314	-7,074	-8,314	-7,074	-8,314	-7,074

SINE & COSINE FOURIER´S COEFFICIENTS

ν max = 24	HALF ORDER	CYLINDER No. 1	2	3	4	5	6
B_{ν}	0,5	250,86	154,56	-405,42	405,42	-154,56	-250,86
B_{ν}	1	525,74	-441,76	-83,98	-83,98	-441,76	525,74
B_{ν}	1,5	454,17	454,17	454,17	-454,17	-454,17	-454,17
B_{ν}	2	443,76	-203,99	-239,77	-239,77	-203,99	443,76
B_{ν}	2,5	364,32	-169,47	-194,85	194,85	169,47	-364,32
B_{ν}	3	318,93	318,93	318,93	318,93	318,93	318,93
B_{ν}	3,5	270,67	-180,86	-89,81	89,81	180,86	-270,67
B_{ν}	4	221,24	-61,38	-159,86	-159,86	-61,38	221,24
B_{ν}	4,5	185,92	185,92	185,92	-185,92	-185,92	-185,92
B_{ν}	5	148,88	-126,18	-22,70	-22,70	-126,18	148,88
B_{ν}	5,5	126,48	-15,60	-110,88	110,88	15,60	-126,48
B_{ν}	6	103,35	103,35	103,35	103,35	103,35	103,35
B_{ν}	6,5	83,32	-85,27	1,95	-1,95	85,27	-83,32
B_{ν}	7	69,62	5,90	-75,51	-75,51	5,90	69,62
B_{ν}	7,5	56,47	56,47	56,47	-56,47	-56,47	-56,47
B_{ν}	8	48,16	-57,39	9,23	9,23	-57,39	48,16
B_{ν}	8,5	39,57	11,47	-51,04	51,04	-11,47	-39,57
B_{ν}	9	32,73	32,73	32,73	32,73	32,73	32,73
B_{ν}	9,5	28,30	-39,08	10,78	-10,78	39,08	-28,30
B_{ν}	10	23,69	10,52	-34,21	-34,21	10,52	23,69
B_{ν}	10,5	20,87	20,87	20,87	-20,87	-20,87	-20,87
B_{ν}	11	17,72	-27,03	9,32	9,32	-27,03	17,72
B_{ν}	11,5	15,76	7,89	-23,65	23,65	-7,89	-15,76
B_{ν}	12	14,15	14,15	14,15	14,15	14,15	14,15
A_0	0	369,13	369,13	369,13	369,13	369,13	369,13
A_{ν}	0,5	323,31	-378,90	55,60	-55,60	378,90	-323,31
A_{ν}	1	206,57	352,02	-558,59	-558,59	352,02	206,57
A_{ν}	1,5	96,21	96,21	96,21	-96,21	-96,21	-96,21
A_{ν}	2	20,66	-394,64	373,98	373,98	-394,64	20,66
A_{ν}	2,5	-14,65	322,84	-308,19	308,19	-322,84	14,65
A_{ν}	3	-28,73	-28,73	-28,73	-28,73	-28,73	-28,73
A_{ν}	3,5	-52,57	-208,12	260,69	-260,69	208,12	52,57
A_{ν}	4	-56,86	220,03	-163,17	-163,17	220,03	-56,86
A_{ν}	4,5	-61,00	-61,00	-61,00	61,00	61,00	61,00
A_{ν}	5	-59,75	-99,06	158,80	158,80	-99,06	-59,75
A_{ν}	5,5	-55,01	137,04	-82,03	82,03	-137,04	55,01
A_{ν}	6	-56,40	-56,40	-56,40	-56,40	-56,40	-56,40
A_{ν}	6,5	-50,36	-46,98	97,34	-97,34	46,98	50,36
A_{ν}	7	-47,00	83,79	-36,79	-36,79	83,79	-47,00
A_{ν}	7,5	-42,49	-42,49	-42,49	42,49	42,49	42,49
A_{ν}	8	-38,46	-22,48	60,94	60,94	-22,48	-38,46
A_{ν}	8,5	-36,09	52,31	-16,22	16,22	-52,31	36,09
A_{ν}	9	-31,63	-31,63	-31,63	-31,63	-31,63	-31,63
A_{ν}	9,5	-28,79	-10,11	38,90	-38,90	10,11	28,79
A_{ν}	10	-25,82	33,43	-7,60	-7,60	33,43	-25,82
A_{ν}	10,5	-23,15	-23,15	-23,15	23,15	23,15	23,15
A_{ν}	11	-20,99	-4,85	25,84	25,84	-4,85	-20,99
A_{ν}	11,5	-18,21	22,75	-4,54	4,54	-22,75	18,21
A_{ν}	12	-16,63	-16,63	-16,63	-16,63	-16,63	-16,63





EXCITATION TORQUES ON ENGINE´S CRANKS

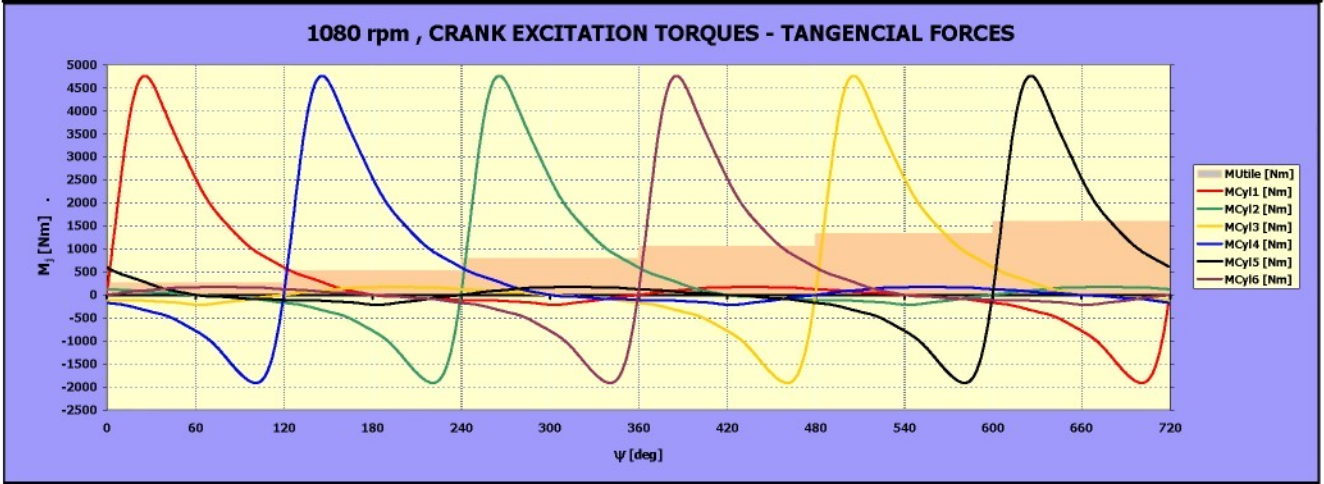
Eng. Speed [rpm] 1080

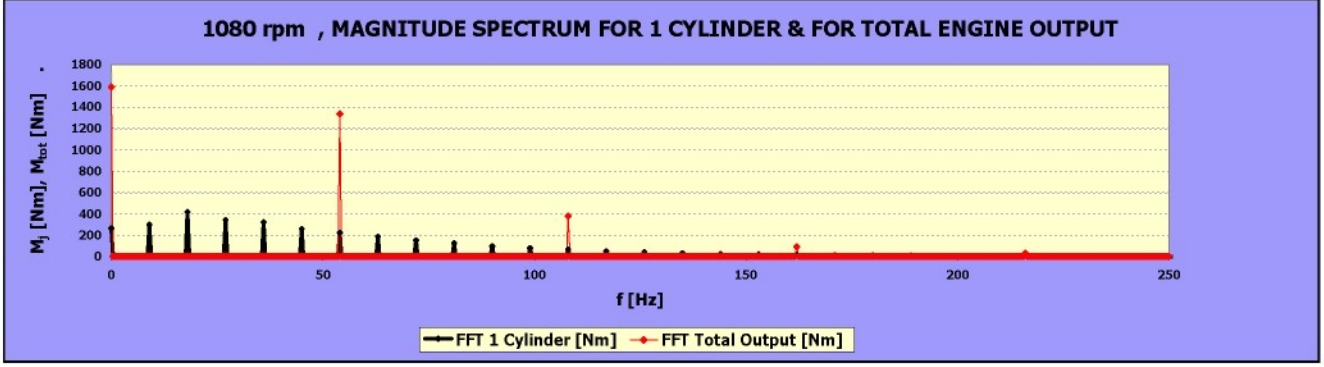
EXPONENTIAL FOURIER´S COEFFICIENTS

ν_{max} = 24	HALF ORDER	1		2		3		4		5		6	
		Re	Im	Re	Im	Re	Im	Re	Im	Re	Im	Re	Im
C_ν	-12	-4,671	-1,617	-4,671	-1,617	-4,671	-1,617	-4,671	-1,617	-4,671	-1,617	-4,671	-1,617
C_ν	-11,5	-5,444	-0,894	1,948	5,161	3,496	-4,267	-3,496	4,267	-1,948	-5,161	5,444	0,894
C_ν	-11	-6,635	-0,460	3,716	-5,516	2,919	5,976	2,919	5,976	3,716	-5,516	-6,635	-0,460
C_ν	-10,5	-8,087	0,910	-8,087	0,910	-8,087	0,910	8,087	-0,910	8,087	-0,910	8,087	-0,910
C_ν	-10	-9,501	2,226	6,678	7,115	2,822	-9,341	2,822	-9,341	6,678	7,115	-9,501	2,226
C_ν	-9,5	-11,554	4,312	2,043	-12,162	9,511	7,851	-9,511	-7,851	-2,043	12,162	11,554	-4,312
C_ν	-9	-13,488	6,835	-13,488	6,835	-13,488	6,835	-13,488	6,835	-13,488	6,835	-13,488	6,835
C_ν	-8,5	-16,712	10,167	17,161	9,390	-0,449	-19,557	0,449	19,557	-17,161	-9,390	16,712	-10,167
C_ν	-8	-19,406	15,578	-3,788	-24,595	23,194	9,017	23,194	9,017	-3,788	-24,595	-19,406	15,578
C_ν	-7,5	-22,370	20,588	-22,370	20,588	-22,370	20,588	22,370	-20,588	22,370	-20,588	22,370	-20,588
C_ν	-7	-27,191	28,647	38,404	9,224	-11,214	-37,871	-11,214	-37,871	38,404	9,224	-27,191	28,647
C_ν	-6,5	-30,649	38,149	-17,713	-45,617	48,362	7,468	-48,362	-7,468	17,713	45,617	30,649	-38,149
C_ν	-6	-37,242	50,959	-37,242	50,959	-37,242	50,959	-37,242	50,959	-37,242	50,959	-37,242	50,959
C_ν	-5,5	-39,186	68,532	78,943	-0,330	-39,757	-68,202	39,757	68,202	-78,943	0,330	39,186	-68,532
C_ν	-5	-44,399	84,198	-50,719	-80,550	95,117	-3,649	95,117	-3,649	-50,719	-80,550	-44,399	84,198
C_ν	-4,5	-50,210	111,929	-50,210	111,929	-50,210	111,929	50,210	-111,929	50,210	-111,929	50,210	-111,929
C_ν	-4	-49,731	140,165	146,252	-27,014	-96,521	-113,151	-96,521	-113,151	146,252	-27,014	-49,731	140,165
C_ν	-3,5	-51,494	177,565	-128,029	-133,377	179,522	-44,187	-179,522	44,187	128,029	133,377	51,494	-177,565
C_ν	-3	-37,768	219,252	-37,768	219,252	-37,768	219,252	-37,768	219,252	-37,768	219,252	-37,768	219,252
C_ν	-2,5	-28,963	255,898	236,096	-102,867	-207,133	-153,031	207,133	153,031	-236,096	102,867	28,963	-255,898
C_ν	-2	-7,126	321,178	-274,585	-166,760	281,712	-154,418	281,712	-154,418	-274,585	-166,760	-7,126	321,178
C_ν	-1,5	50,822	337,015	50,822	337,015	50,822	337,015	-50,822	-337,015	-50,822	-337,015	-50,822	-337,015
C_ν	-1	135,960	394,403	273,583	-314,947	-409,543	-79,456	-409,543	-79,456	273,583	-314,947	135,960	394,403
C_ν	-0,5	226,920	190,940	-278,819	101,048	51,899	-291,988	-51,899	291,988	278,819	-101,048	-226,920	-190,940
C_0	0	264,650	0,000	264,650	0,000	264,650	0,000	264,650	0,000	264,650	0,000	264,650	0,000
C_ν	0,5	226,920	-190,940	-278,819	-101,048	51,899	291,988	-51,899	-291,988	278,819	101,048	-226,920	190,940
C_ν	1	135,960	-394,403	273,583	314,947	-409,543	79,456	-409,543	79,456	273,583	314,947	135,960	-394,403
C_ν	1,5	50,822	-337,015	50,822	-337,015	50,822	-337,015	-50,822	337,015	-50,822	337,015	-50,822	337,015
C_ν	2	-7,126	-321,178	-274,585	166,760	281,712	154,418	281,712	154,418	-274,585	166,760	-7,126	-321,178
C_ν	2,5	-28,963	-255,898	236,096	102,867	-207,133	153,031	207,133	-153,031	-236,096	-102,867	28,963	255,898
C_ν	3	-37,768	-219,252	-37,768	-219,252	-37,768	-219,252	-37,768	-219,252	-37,768	-219,252	-37,768	-219,252
C_ν	3,5	-51,494	-177,565	-128,029	133,377	179,522	44,187	-179,522	-44,187	128,029	-133,377	51,494	177,565
C_ν	4	-49,731	-140,165	146,252	27,014	-96,521	113,151	-96,521	113,151	146,252	27,014	-49,731	-140,165
C_ν	4,5	-50,210	-111,929	-50,210	-111,929	-50,210	-111,929	50,210	111,929	50,210	111,929	50,210	111,929
C_ν	5	-44,399	-84,198	-50,719	80,550	95,117	3,649	95,117	3,649	-50,719	80,550	-44,399	-84,198
C_ν	5,5	-39,186	-68,532	78,943	0,330	-39,757	68,202	39,757	-68,202	-78,943	-0,330	39,186	68,532
C_ν	6	-37,242	-50,959	-37,242	-50,959	-37,242	-50,959	-37,242	-50,959	-37,242	-50,959	-37,242	-50,959
C_ν	6,5	-30,649	-38,149	-17,713	45,617	48,362	-7,468	-48,362	7,468	17,713	-45,617	30,649	38,149
C_ν	7	-27,191	-28,647	38,404	-9,224	-11,214	37,871	-11,214	37,871	38,404	-9,224	-27,191	-28,647
C_ν	7,5	-22,370	-20,588	-22,370	-20,588	-22,370	-20,588	22,370	20,588	22,370	20,588	22,370	20,588
C_ν	8	-19,406	-15,578	-3,788	24,595	23,194	-9,017	23,194	-9,017	-3,788	24,595	-19,406	-15,578
C_ν	8,5	-16,712	-10,167	17,161	-9,390	-0,449	19,557	0,449	-19,557	-17,161	9,390	16,712	10,167
C_ν	9	-13,488	-6,835	-13,488	-6,835	-13,488	-6,835	-13,488	-6,835	-13,488	-6,835	-13,488	-6,835
C_ν	9,5	-11,554	-4,312	2,043	12,162	9,511	-7,851	-9,511	7,851	-2,043	-12,162	11,554	4,312
C_ν	10	-9,501	-2,226	6,678	-7,115	2,822	9,341	2,822	9,341	6,678	-7,115	-9,501	-2,226
C_ν	10,5	-8,087	-0,910	-8,087	-0,910	-8,087	-0,910	8,087	0,910	8,087	0,910	8,087	0,910
C_ν	11	-6,635	0,460	3,716	5,516	2,919	-5,976	2,919	-5,976	3,716	5,516	-6,635	0,460
C_ν	11,5	-5,444	0,894	1,948	-5,161	3,496	4,267	-3,496	-4,267	-1,948	5,161	5,444	-0,894
C_ν	12	-4,671	1,617	-4,671	1,617	-4,671	1,617	-4,671	1,617	-4,671	1,617	-4,671	1,617

SINE & COSINE FOURIER´S COEFFICIENTS

ν_{max} = 24	HALF ORDER	CYLINDER No. 1	2	3	4	5	6
B_ν	0,5	381,88	202,10	-583,98	583,98	-202,10	-381,88
B_ν	1	788,81	-629,89	-158,91	-158,91	-629,89	788,81
B_ν	1,5	674,03	674,03	674,03	-674,03	-674,03	-674,03
B_ν	2	642,36	-333,52	-308,84	-308,84	-333,52	642,36
B_ν	2,5	511,80	-205,73	-306,06	306,06	205,73	-511,80
B_ν	3	438,50	438,50	438,50	438,50	438,50	438,50
B_ν	3,5	355,13	-266,75	-88,37	88,37	266,75	-355,13
B_ν	4	280,33	-54,03	-226,30	-226,30	-54,03	280,33
B_ν	4,5	223,86	223,86	223,86	-223,86	-223,86	-223,86
B_ν	5	168,40	-161,10	-7,30	-7,30	-161,10	168,40
B_ν	5,5	137,06	-0,66	-136,40	136,40	0,66	-137,06
B_ν	6	101,92	101,92	101,92	101,92	101,92	101,92
B_ν	6,5	76,30	-91,23	14,94	-14,94	91,23	-76,30
B_ν	7	57,29	18,45	-75,74	-75,74	18,45	57,29
B_ν	7,5	41,18	41,18	41,18	-41,18	-41,18	-41,18
B_ν	8	31,16	-49,19	18,03	18,03	-49,19	31,16
B_ν	8,5	20,33	18,78	-39,11	39,11	-18,78	-20,33
B_ν	9	13,67	13,67	13,67	13,67	13,67	13,67
B_ν	9,5	8,62	-24,32	15,70	-15,70	24,32	-8,62
B_ν	10	4,45	14,23	-18,68	-18,68	14,23	4,45
B_ν	10,5	1,82	1,82	1,82	-1,82	-1,82	-1,82
B_ν	11	-0,92	-11,03	11,95	11,95	-11,03	-0,92
B_ν	11,5	-1,79	10,32	-8,53	8,53	-10,32	1,79
B_ν	12	-3,23	-3,23	-3,23	-3,23	-3,23	-3,23
A_0	0	529,30	529,30	529,30	529,30	529,30	529,30
A_ν	0,5	453,84	-557,64	103,80	-103,80	557,64	-453,84
A_ν	1	271,92	547,17	-819,09	-819,09	547,17	271,92
A_ν	1,5	101,64	101,64	101,64	-101,64	-101,64	-101,64
A_ν	2	-14,25	-549,17	563,42	563,42	-549,17	-14,25
A_ν	2,5	-57,93	472,19	-414,27	414,27	-472,19	57,93
A_ν	3	-75,54	-75,54	-75,54	-75,54	-75,54	-75,54
A_ν	3,5	-102,99	-256,06	359,04	-359,04	256,06	102,99
A_ν	4	-99,46	292,50	-193,04	-193,04	292,50	-99,46
A_ν	4,5	-100,42	-100,42	-100,42	100,42	100,42	100,42
A_ν	5	-88,80	-101,44	190,23	190,23	-101,44	-88,80
A_ν	5,5	-78,37	157,89	-79,51	79,51	-157,89	78,37
A_ν	6	-74,48	-74,48	-74,48	-74,48	-74,48	-74,48
A_ν	6,5	-61,30	-35,43	96,72	-96,72	35,43	61,30
A_ν	7	-54,38	76,81	-22,43	-22,43	76,81	-54,38
A_ν	7,5	-44,74	-44,74	-44,74	44,74	44,74	44,74
A_ν	8	-38,81	-7,58	46,39	46,39	-7,58	-38,81
A_ν	8,5	-33,42	34,32	-0,90	0,90	-34,32	33,42
A_ν	9	-26,98	-26,98	-26,98	-26,98	-26,98	-26,98
A_ν	9,5	-23,11	4,09	19,02	-19,02	-4,09	23,11
A_ν	10	-19,00	13,36	5,64	5,64	13,36	-19,00
A_ν	10,5	-16,17	-16,17	-16,17	16,17	16,17	16,17
A_ν	11	-13,27	7,43	5,84	5,84	7,43	-13,27
A_ν	11,5	-10,89	3,90	6,99	-6,99	-3,90	10,89
A_ν	12	-9,34	-9,34	-9,34	-9,34	-9,34	-9,34





EXCITATION TORQUES ON ENGINE´S CRANKS

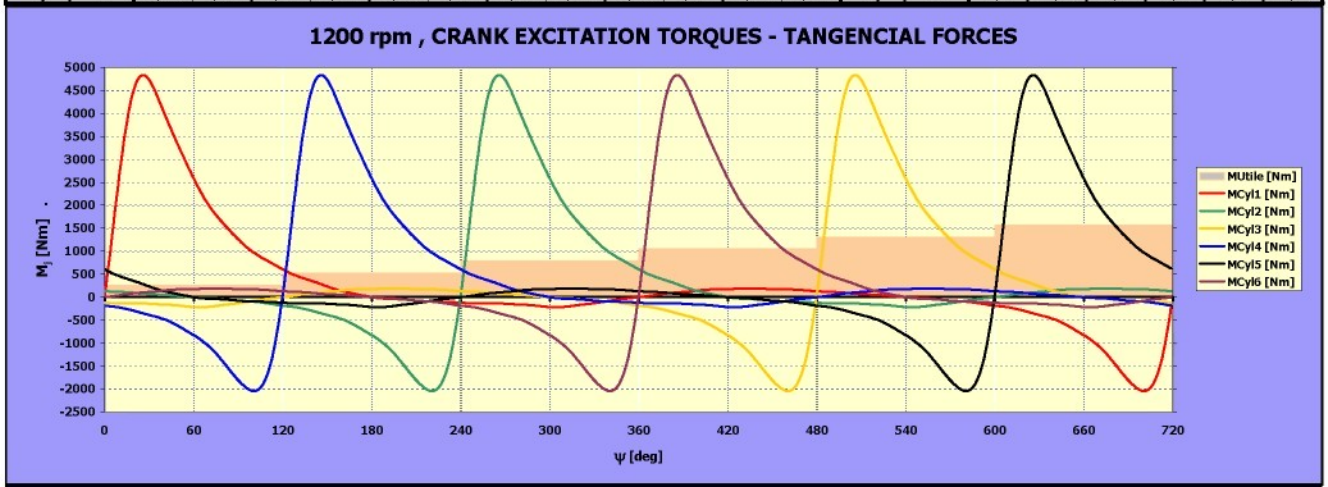
Eng. Speed [rpm] 1200

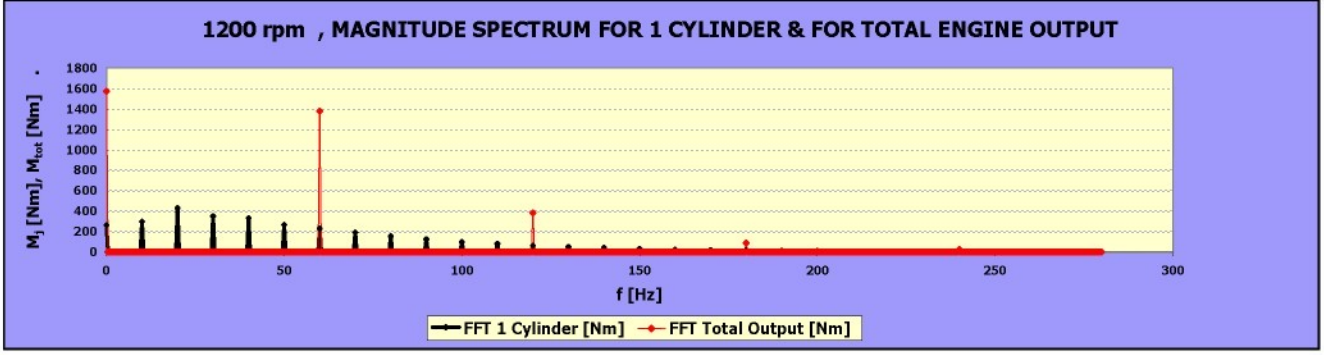
EXPONENTIAL FOURIER´S COEFFICIENTS

ν_{max} = 24	HALF ORDER	1		2		3		4		5		6	
		Re	Im	Re	Im	Re	Im	Re	Im	Re	Im	Re	Im
C_ν	-12	-4,049	-1,659	-4,049	-1,659	-4,049	-1,659	-4,049	-1,659	-4,049	-1,659	-4,049	-1,659
C_ν	-11,5	-4,861	-0,947	1,610	4,683	3,251	-3,736	-3,251	3,736	-1,610	-4,683	4,861	0,947
C_ν	-11	-5,915	-0,455	3,352	-4,895	2,564	5,350	2,564	5,350	3,352	-4,895	-5,915	-0,455
C_ν	-10,5	-7,413	0,786	-7,413	0,786	-7,413	0,786	7,413	-0,786	7,413	-0,786	7,413	-0,786
C_ν	-10	-8,815	2,211	6,322	6,528	2,493	-8,739	2,493	-8,739	6,322	6,528	-8,815	2,211
C_ν	-9,5	-10,828	4,253	1,731	-11,504	9,097	7,251	-9,097	-7,251	-1,731	11,504	10,828	-4,253
C_ν	-9	-12,817	6,876	-12,817	6,876	-12,817	6,876	-12,817	6,876	-12,817	6,876	-12,817	6,876
C_ν	-8,5	-15,930	10,187	16,787	8,702	-0,857	-18,890	0,857	18,890	-16,787	-8,702	15,930	-10,187
C_ν	-8	-18,880	15,645	-4,108	-24,173	22,989	8,529	22,989	8,529	-4,108	-24,173	-18,880	15,645
C_ν	-7,5	-21,791	20,973	-21,791	20,973	-21,791	20,973	21,791	-20,973	21,791	-20,973	21,791	-20,973
C_ν	-7	-26,744	29,014	38,499	8,654	-11,755	-37,668	-11,755	-37,668	38,499	8,654	-26,744	29,014
C_ν	-6,5	-30,373	39,007	-18,595	-45,807	48,967	6,800	-48,967	-6,800	18,595	45,807	30,373	-39,007
C_ν	-6	-37,018	51,887	-37,018	51,887	-37,018	51,887	-37,018	51,887	-37,018	51,887	-37,018	51,887
C_ν	-5,5	-39,580	70,175	80,563	-0,810	-40,983	-69,364	40,983	69,364	-80,563	0,810	39,580	-70,175
C_ν	-5	-44,548	86,534	-52,667	-81,846	97,214	-4,687	97,214	-4,687	-52,667	-81,846	-44,548	86,534
C_ν	-4,5	-50,983	114,775	-50,983	114,775	-50,983	114,775	50,983	-114,775	50,983	-114,775	50,983	-114,775
C_ν	-4	-50,616	144,365	150,332	-28,347	-99,716	-116,017	-99,716	-116,017	150,332	-28,347	-50,616	144,365
C_ν	-3,5	-52,717	182,401	-131,606	-136,855	184,322	-45,547	-184,322	45,547	131,606	136,855	52,717	-182,401
C_ν	-3	-39,560	226,047	-39,560	226,047	-39,560	226,047	-39,560	226,047	-39,560	226,047	-39,560	226,047
C_ν	-2,5	-30,405	263,823	243,680	-105,580	-213,275	-158,243	213,275	158,243	-243,680	105,580	30,405	-263,823
C_ν	-2	-9,091	330,696	-281,846	-173,222	290,937	-157,475	290,937	-157,475	-281,846	-173,222	-9,091	330,696
C_ν	-1,5	48,634	346,227	48,634	346,227	48,634	346,227	-48,634	-346,227	-48,634	-346,227	-48,634	-346,227
C_ν	-1	133,527	407,098	285,793	-319,187	-419,321	-87,911	-419,321	-87,911	285,793	-319,187	133,527	407,098
C_ν	-0,5	224,299	195,386	-281,358	96,555	57,060	-291,941	-57,060	291,941	281,358	-96,555	-224,299	-195,386
C_0	0	261,727	0,000	261,727	0,000	261,727	0,000	261,727	0,000	261,727	0,000	261,727	0,000
C_ν	0,5	224,299	-195,386	-281,358	-96,555	57,060	291,941	-57,060	-291,941	281,358	96,555	-224,299	195,386
C_ν	1	133,527	-407,098	285,793	319,187	-419,321	87,911	-419,321	87,911	285,793	319,187	133,527	-407,098
C_ν	1,5	48,634	-346,227	48,634	-346,227	48,634	-346,227	-48,634	346,227	-48,634	346,227	-48,634	346,227
C_ν	2	-9,091	-330,696	-281,846	173,222	290,937	157,475	290,937	157,475	-281,846	173,222	-9,091	-330,696
C_ν	2,5	-30,405	-263,823	243,680	105,580	-213,275	158,243	213,275	-158,243	-243,680	-105,580	30,405	263,823
C_ν	3	-39,560	-226,047	-39,560	-226,047	-39,560	-226,047	-39,560	-226,047	-39,560	-226,047	-39,560	-226,047
C_ν	3,5	-52,717	-182,401	-131,606	136,855	184,322	45,547	-184,322	-45,547	131,606	-136,855	52,717	182,401
C_ν	4	-50,616	-144,365	150,332	28,347	-99,716	116,017	-99,716	116,017	150,332	28,347	-50,616	-144,365
C_ν	4,5	-50,983	-114,775	-50,983	-114,775	-50,983	-114,775	50,983	114,775	50,983	114,775	50,983	114,775
C_ν	5	-44,548	-86,534	-52,667	81,846	97,214	4,687	97,214	4,687	-52,667	81,846	-44,548	-86,534
C_ν	5,5	-39,580	-70,175	80,563	0,810	-40,983	69,364	40,983	-69,364	-80,563	-0,810	39,580	70,175
C_ν	6	-37,018	-51,887	-37,018	-51,887	-37,018	-51,887	-37,018	-51,887	-37,018	-51,887	-37,018	-51,887
C_ν	6,5	-30,373	-39,007	-18,595	45,807	48,967	-6,800	-48,967	6,800	18,595	-45,807	30,373	39,007
C_ν	7	-26,744	-29,014	38,499	-8,654	-11,755	37,668	-11,755	37,668	38,499	-8,654	-26,744	-29,014
C_ν	7,5	-21,791	-20,973	-21,791	-20,973	-21,791	-20,973	21,791	20,973	21,791	20,973	21,791	20,973
C_ν	8	-18,880	-15,645	-4,108	24,173	22,989	-8,529	22,989	-8,529	-4,108	24,173	-18,880	-15,645
C_ν	8,5	-15,930	-10,187	16,787	-8,702	-0,857	18,890	0,857	-18,890	-16,787	8,702	15,930	10,187
C_ν	9	-12,817	-6,876	-12,817	-6,876	-12,817	-6,876	-12,817	-6,876	-12,817	-6,876	-12,817	-6,876
C_ν	9,5	-10,828	-4,253	1,731	11,504	9,097	-7,251	-9,097	7,251	-1,731	-11,504	10,828	4,253
C_ν	10	-8,815	-2,211	6,322	-6,528	2,493	8,739	2,493	8,739	6,322	-6,528	-8,815	-2,211
C_ν	10,5	-7,413	-0,786	-7,413	-0,786	-7,413	-0,786	7,413	0,786	7,413	0,786	7,413	0,786
C_ν	11	-5,915	0,455	3,352	4,895	2,564	-5,350	2,564	-5,350	3,352	4,895	-5,915	0,455
C_ν	11,5	-4,861	0,947	1,610	-4,683	3,251	3,736	-3,251	-3,736	-1,610	4,683	4,861	-0,947
C_ν	12	-4,049	1,659	-4,049	1,659	-4,049	1,659	-4,049	1,659	-4,049	1,659	-4,049	1,659

SINE & COSINE FOURIER´S COEFFICIENTS

ν_{max} = 24	HALF ORDER	CYLINDER No. 1	2	3	4	5	6
B_ν	0,5	390,77	193,11	-583,88	583,88	-193,11	-390,77
B_ν	1	814,20	-638,37	-175,82	-175,82	-638,37	814,20
B_ν	1,5	692,45	692,45	692,45	-692,45	-692,45	-692,45
B_ν	2	661,39	-346,44	-314,95	-314,95	-346,44	661,39
B_ν	2,5	527,65	-211,16	-316,49	316,49	211,16	-527,65
B_ν	3	452,09	452,09	452,09	452,09	452,09	452,09
B_ν	3,5	364,80	-273,71	-91,09	91,09	273,71	-364,80
B_ν	4	288,73	-56,69	-232,03	-232,03	-56,69	288,73
B_ν	4,5	229,55	229,55	229,55	-229,55	-229,55	-229,55
B_ν	5	173,07	-163,69	-9,37	-9,37	-163,69	173,07
B_ν	5,5	140,35	-1,62	-138,73	138,73	1,62	-140,35
B_ν	6	103,77	103,77	103,77	103,77	103,77	103,77
B_ν	6,5	78,01	-91,61	13,60	-13,60	91,61	-78,01
B_ν	7	58,03	17,31	-75,34	-75,34	17,31	58,03
B_ν	7,5	41,95	41,95	41,95	-41,95	-41,95	-41,95
B_ν	8	31,29	-48,35	17,06	17,06	-48,35	31,29
B_ν	8,5	20,37	17,40	-37,78	37,78	-17,40	-20,37
B_ν	9	13,75	13,75	13,75	13,75	13,75	13,75
B_ν	9,5	8,51	-23,01	14,50	-14,50	23,01	-8,51
B_ν	10	4,42	13,06	-17,48	-17,48	13,06	4,42
B_ν	10,5	1,57	1,57	1,57	-1,57	-1,57	-1,57
B_ν	11	-0,91	-9,79	10,70	10,70	-9,79	-0,91
B_ν	11,5	-1,89	9,37	-7,47	7,47	-9,37	1,89
B_ν	12	-3,32	-3,32	-3,32	-3,32	-3,32	-3,32
A_0	0	523,45	523,45	523,45	523,45	523,45	523,45
A_ν	0,5	448,60	-562,72	114,12	-114,12	562,72	-448,60
A_ν	1	267,05	571,59	-838,64	-838,64	571,59	267,05
A_ν	1,5	97,27	97,27	97,27	-97,27	-97,27	-97,27
A_ν	2	-18,18	-563,69	581,87	581,87	-563,69	-18,18
A_ν	2,5	-60,81	487,36	-426,55	426,55	-487,36	60,81
A_ν	3	-79,12	-79,12	-79,12	-79,12	-79,12	-79,12
A_ν	3,5	-105,43	-263,21	368,64	-368,64	263,21	105,43
A_ν	4	-101,23	300,66	-199,43	-199,43	300,66	-101,23
A_ν	4,5	-101,97	-101,97	-101,97	101,97	101,97	101,97
A_ν	5	-89,10	-105,33	194,43	194,43	-105,33	-89,10
A_ν	5,5	-79,16	161,13	-81,97	81,97	-161,13	79,16
A_ν	6	-74,04	-74,04	-74,04	-74,04	-74,04	-74,04
A_ν	6,5	-60,75	-37,19	97,93	-97,93	37,19	60,75
A_ν	7	-53,49	77,00	-23,51	-23,51	77,00	-53,49
A_ν	7,5	-43,58	-43,58	-43,58	43,58	43,58	43,58
A_ν	8	-37,76	-8,22	45,98	45,98	-8,22	-37,76
A_ν	8,5	-31,86	33,57	-1,71	1,71	-33,57	31,86
A_ν	9	-25,63	-25,63	-25,63	-25,63	-25,63	-25,63
A_ν	9,5	-21,66	3,46	18,19	-18,19	-3,46	21,66
A_ν	10	-17,63	12,64	4,99	4,99	12,64	-17,63
A_ν	10,5	-14,83	-14,83	-14,83	14,83	14,83	14,83
A_ν	11	-11,83	6,70	5,13	5,13	6,70	-11,83
A_ν	11,5	-9,72	3,22	6,50	-6,50	-3,22	9,72
A_ν	12	-8,10	-8,10	-8,10	-8,10	-8,10	-8,10





EXCITATION TORQUES ON ENGINE´S CRANKS

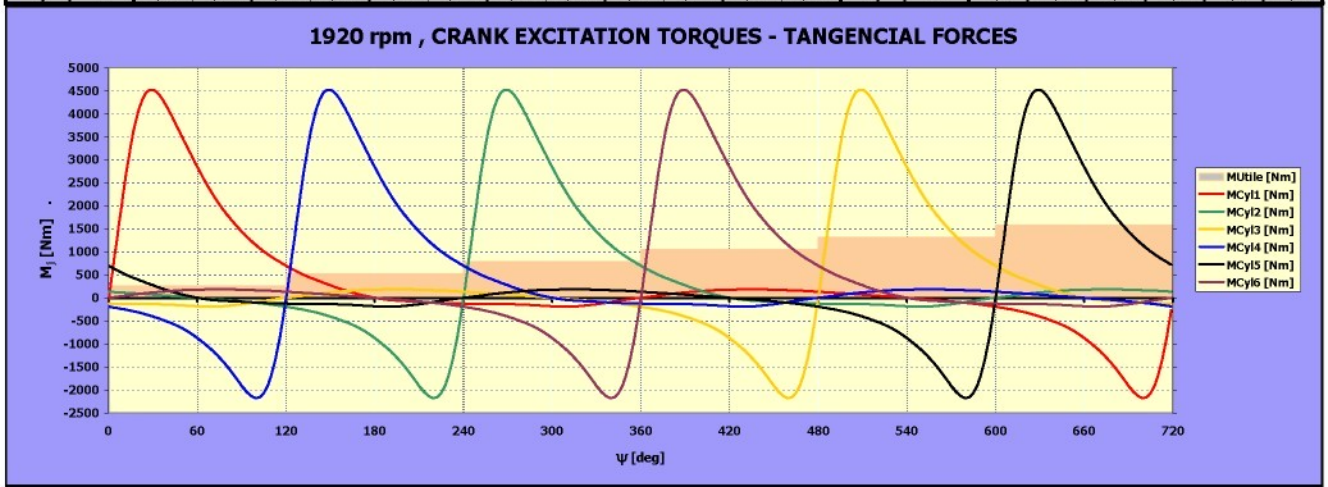
Eng. Speed [rpm] 1920

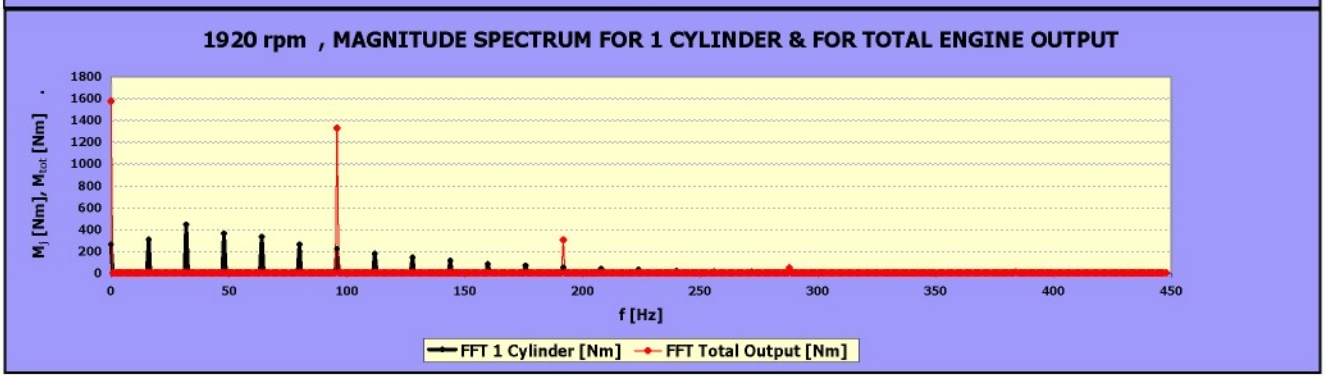
EXPONENTIAL FOURIER´S COEFFICIENTS

ν_{max} = 24	HALF ORDER	1		2		3		4		5		6	
		Re	Im	Re	Im	Re	Im	Re	Im	Re	Im	Re	Im
C_ν	-12	-0,132	-1,145	-0,132	-1,145	-0,132	-1,145	-0,132	-1,145	-0,132	-1,145	-0,132	-1,145
C_ν	-11,5	-0,611	-0,791	-0,380	0,924	0,990	-0,133	-0,990	0,133	0,380	-0,924	0,611	0,791
C_ν	-11	-1,284	-0,300	0,901	-0,962	0,383	1,262	0,383	1,262	0,901	-0,962	-1,284	-0,300
C_ν	-10,5	-2,046	0,506	-2,046	0,506	-2,046	0,506	2,046	-0,506	2,046	-0,506	2,046	-0,506
C_ν	-10	-3,170	1,444	2,836	2,023	0,335	-3,467	0,335	-3,467	2,836	2,023	-3,170	1,444
C_ν	-9,5	-4,525	3,041	-0,371	-5,439	4,896	2,398	-4,896	-2,398	0,371	5,439	4,525	-3,041
C_ν	-9	-6,179	4,988	-6,179	4,988	-6,179	4,988	-6,179	4,988	-6,179	4,988	-6,179	4,988
C_ν	-8,5	-8,335	7,634	10,778	3,401	-2,444	-11,035	2,444	11,035	-10,778	-3,401	8,335	-7,634
C_ν	-8	-11,207	11,351	-4,226	-15,381	15,434	4,031	15,434	4,031	-4,226	-15,381	-11,207	11,351
C_ν	-7,5	-14,073	16,302	-14,073	16,302	-14,073	16,302	14,073	-16,302	14,073	-16,302	14,073	-16,302
C_ν	-7	-18,371	22,288	28,488	4,765	-10,117	-27,054	-10,117	-27,054	28,488	4,765	-18,371	22,288
C_ν	-6,5	-22,742	30,980	-15,459	-35,185	38,201	4,205	-38,201	-4,205	15,459	35,185	22,742	-30,980
C_ν	-6	-29,405	41,150	-29,405	41,150	-29,405	41,150	-29,405	41,150	-29,405	41,150	-29,405	41,150
C_ν	-5,5	-35,071	57,837	67,624	1,454	-32,552	-59,291	32,552	59,291	-67,624	-1,454	35,071	-57,837
C_ν	-5	-40,349	73,167	-43,190	-71,527	83,539	-1,640	83,539	-1,640	-43,190	-71,527	-40,349	73,167
C_ν	-4,5	-50,906	97,748	-50,906	97,748	-50,906	97,748	50,906	-97,748	50,906	-97,748	50,906	-97,748
C_ν	-4	-55,497	128,203	138,775	-16,040	-83,278	-112,163	-83,278	-112,163	138,775	-16,040	-55,497	128,203
C_ν	-3,5	-62,593	165,440	-111,979	-136,927	174,572	-28,513	-174,572	28,513	111,979	136,927	62,593	-165,440
C_ν	-3	-56,720	213,949	-56,720	213,949	-56,720	213,949	-56,720	213,949	-56,720	213,949	-56,720	213,949
C_ν	-2,5	-51,306	255,248	246,705	-83,192	-195,398	-172,057	195,398	172,057	-246,705	83,192	51,306	-255,248
C_ν	-2	-38,280	330,290	-266,900	-198,296	305,179	-131,994	305,179	-131,994	-266,900	-198,296	-38,280	330,290
C_ν	-1,5	21,358	361,927	21,358	361,927	21,358	361,927	-21,358	-361,927	-21,358	-361,927	-21,358	-361,927
C_ν	-1	116,370	428,540	312,941	-315,050	-429,312	-113,490	-429,312	-113,490	312,941	-315,050	116,370	428,540
C_ν	-0,5	218,072	212,220	-292,823	82,746	74,752	-294,965	-74,752	294,965	292,823	-82,746	-218,072	-212,220
C_0	0	262,560	0,000	262,560	0,000	262,560	0,000	262,560	0,000	262,560	0,000	262,560	0,000
C_ν	0,5	218,072	-212,220	-292,823	-82,746	74,752	294,965	-74,752	-294,965	292,823	82,746	-218,072	212,220
C_ν	1	116,370	-428,540	312,941	315,050	-429,312	113,490	-429,312	113,490	312,941	315,050	116,370	-428,540
C_ν	1,5	21,358	-361,927	21,358	-361,927	21,358	-361,927	-21,358	361,927	-21,358	361,927	-21,358	361,927
C_ν	2	-38,280	-330,290	-266,900	198,296	305,179	131,994	305,179	131,994	-266,900	198,296	-38,280	-330,290
C_ν	2,5	-51,306	-255,248	246,705	83,192	-195,398	172,057	195,398	-172,057	-246,705	-83,192	51,306	255,248
C_ν	3	-56,720	-213,949	-56,720	-213,949	-56,720	-213,949	-56,720	-213,949	-56,720	-213,949	-56,720	-213,949
C_ν	3,5	-62,593	-165,440	-111,979	136,927	174,572	28,513	-174,572	-28,513	111,979	-136,927	62,593	165,440
C_ν	4	-55,497	-128,203	138,775	16,040	-83,278	112,163	-83,278	112,163	138,775	16,040	-55,497	-128,203
C_ν	4,5	-50,906	-97,748	-50,906	-97,748	-50,906	-97,748	50,906	97,748	50,906	97,748	50,906	97,748
C_ν	5	-40,349	-73,167	-43,190	71,527	83,539	1,640	83,539	1,640	-43,190	71,527	-40,349	-73,167
C_ν	5,5	-35,071	-57,837	67,624	-1,454	-32,552	59,291	32,552	-59,291	-67,624	1,454	35,071	57,837
C_ν	6	-29,405	-41,150	-29,405	-41,150	-29,405	-41,150	-29,405	-41,150	-29,405	-41,150	-29,405	-41,150
C_ν	6,5	-22,742	-30,980	-15,459	35,185	38,201	-4,205	-38,201	4,205	15,459	-35,185	22,742	30,980
C_ν	7	-18,371	-22,288	28,488	-4,765	-10,117	27,054	-10,117	27,054	28,488	-4,765	-18,371	-22,288
C_ν	7,5	-14,073	-16,302	-14,073	-16,302	-14,073	-16,302	14,073	16,302	14,073	16,302	14,073	16,302
C_ν	8	-11,207	-11,351	-4,226	15,381	15,434	-4,031	15,434	-4,031	-4,226	15,381	-11,207	-11,351
C_ν	8,5	-8,335	-7,634	10,778	-3,401	-2,444	11,035	2,444	-11,035	-10,778	3,401	8,335	7,634
C_ν	9	-6,179	-4,988	-6,179	-4,988	-6,179	-4,988	-6,179	-4,988	-6,179	-4,988	-6,179	-4,988
C_ν	9,5	-4,525	-3,041	-0,371	5,439	4,896	-2,398	-4,896	2,398	0,371	-5,439	4,525	3,041
C_ν	10	-3,170	-1,444	2,836	-2,023	0,335	3,467	0,335	3,467	2,836	-2,023	-3,170	-1,444
C_ν	10,5	-2,046	-0,506	-2,046	-0,506	-2,046	-0,506	2,046	0,506	2,046	0,506	2,046	0,506
C_ν	11	-1,284	0,300	0,901	0,962	0,383	-1,262	0,383	-1,262	0,901	0,962	-1,284	0,300
C_ν	11,5	-0,611	0,791	-0,380	-0,924	0,990	0,133	-0,990	-0,133	0,380	0,924	0,611	-0,791
C_ν	12	-0,132	1,145	-0,132	1,145	-0,132	1,145	-0,132	1,145	-0,132	1,145	-0,132	1,145

SINE & COSINE FOURIER´S COEFFICIENTS

ν_{max} = 24	HALF ORDER	CYLINDER No. 1	2	3	4	5	6
B_ν	0,5	424,44	165,49	-589,93	589,93	-165,49	-424,44
B_ν	1	857,08	-630,10	-226,98	-226,98	-630,10	857,08
B_ν	1,5	723,85	723,85	723,85	-723,85	-723,85	-723,85
B_ν	2	660,58	-396,59	-263,99	-263,99	-396,59	660,58
B_ν	2,5	510,50	-166,38	-344,11	344,11	166,38	-510,50
B_ν	3	427,90	427,90	427,90	427,90	427,90	427,90
B_ν	3,5	330,88	-273,85	-57,03	57,03	273,85	-330,88
B_ν	4	256,41	-32,08	-224,33	-224,33	-32,08	256,41
B_ν	4,5	195,50	195,50	195,50	-195,50	-195,50	-195,50
B_ν	5	146,33	-143,05	-3,28	-3,28	-143,05	146,33
B_ν	5,5	115,67	2,91	-118,58	118,58	-2,91	-115,67
B_ν	6	82,30	82,30	82,30	82,30	82,30	82,30
B_ν	6,5	61,96	-70,37	8,41	-8,41	70,37	-61,96
B_ν	7	44,58	9,53	-54,11	-54,11	9,53	44,58
B_ν	7,5	32,60	32,60	32,60	-32,60	-32,60	-32,60
B_ν	8	22,70	-30,76	8,06	8,06	-30,76	22,70
B_ν	8,5	15,27	6,80	-22,07	22,07	-6,80	-15,27
B_ν	9	9,98	9,98	9,98	9,98	9,98	9,98
B_ν	9,5	6,08	-10,88	4,80	-4,80	10,88	-6,08
B_ν	10	2,89	4,05	-6,93	-6,93	4,05	2,89
B_ν	10,5	1,01	1,01	1,01	-1,01	-1,01	-1,01
B_ν	11	-0,60	-1,92	2,52	2,52	-1,92	-0,60
B_ν	11,5	-1,58	1,85	-0,27	0,27	-1,85	1,58
B_ν	12	-2,29	-2,29	-2,29	-2,29	-2,29	-2,29
A_0	0	525,12	525,12	525,12	525,12	525,12	525,12
A_ν	0,5	436,14	-585,65	149,50	-149,50	585,65	-436,14
A_ν	1	232,74	625,88	-858,62	-858,62	625,88	232,74
A_ν	1,5	42,72	42,72	42,72	-42,72	-42,72	-42,72
A_ν	2	-76,56	-533,80	610,36	610,36	-533,80	-76,56
A_ν	2,5	-102,61	493,41	-390,80	390,80	-493,41	102,61
A_ν	3	-113,44	-113,44	-113,44	-113,44	-113,44	-113,44
A_ν	3,5	-125,19	-223,96	349,14	-349,14	223,96	125,19
A_ν	4	-110,99	277,55	-166,56	-166,56	277,55	-110,99
A_ν	4,5	-101,81	-101,81	-101,81	101,81	101,81	101,81
A_ν	5	-80,70	-86,38	167,08	167,08	-86,38	-80,70
A_ν	5,5	-70,14	135,25	-65,10	65,10	-135,25	70,14
A_ν	6	-58,81	-58,81	-58,81	-58,81	-58,81	-58,81
A_ν	6,5	-45,48	-30,92	76,40	-76,40	30,92	45,48
A_ν	7	-36,74	56,98	-20,23	-20,23	56,98	-36,74
A_ν	7,5	-28,15	-28,15	-28,15	28,15	28,15	28,15
A_ν	8	-22,41	-8,45	30,87	30,87	-8,45	-22,41
A_ν	8,5	-16,67	21,56	-4,89	4,89	-21,56	16,67
A_ν	9	-12,36	-12,36	-12,36	-12,36	-12,36	-12,36
A_ν	9,5	-9,05	-0,74	9,79	-9,79	0,74	9,05
A_ν	10	-6,34	5,67	0,67	0,67	5,67	-6,34
A_ν	10,5	-4,09	-4,09	-4,09	4,09	4,09	4,09
A_ν	11	-2,57	1,80	0,77	0,77	1,80	-2,57
A_ν	11,5	-1,22	-0,76	1,98	-1,98	0,76	1,22
A_ν	12	-0,26	-0,26	-0,26	-0,26	-0,26	-0,26





EXCITATION TORQUES ON ENGINE´S CRANKS

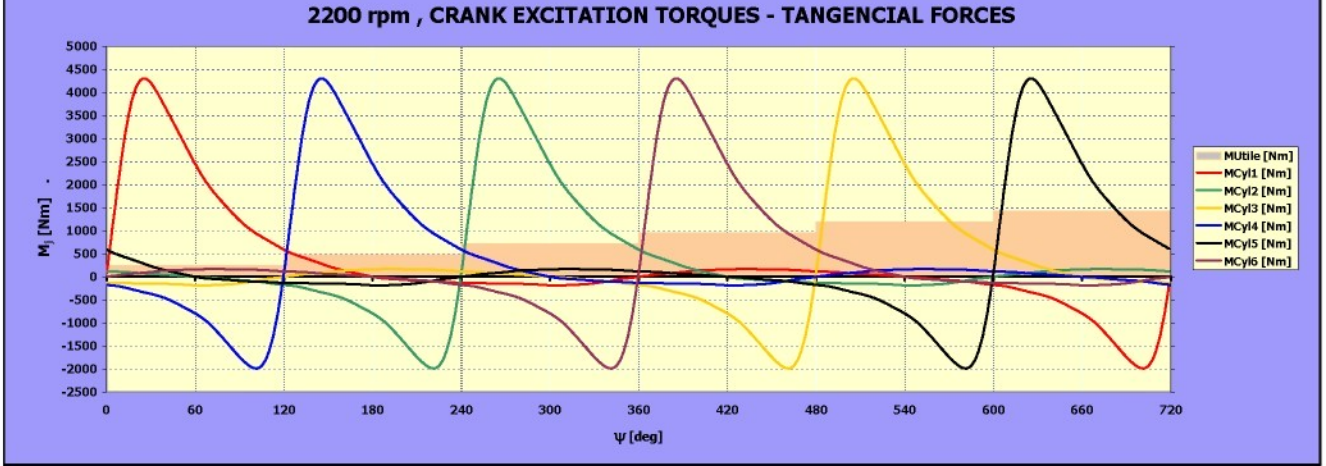
Eng. Speed [rpm] 2200

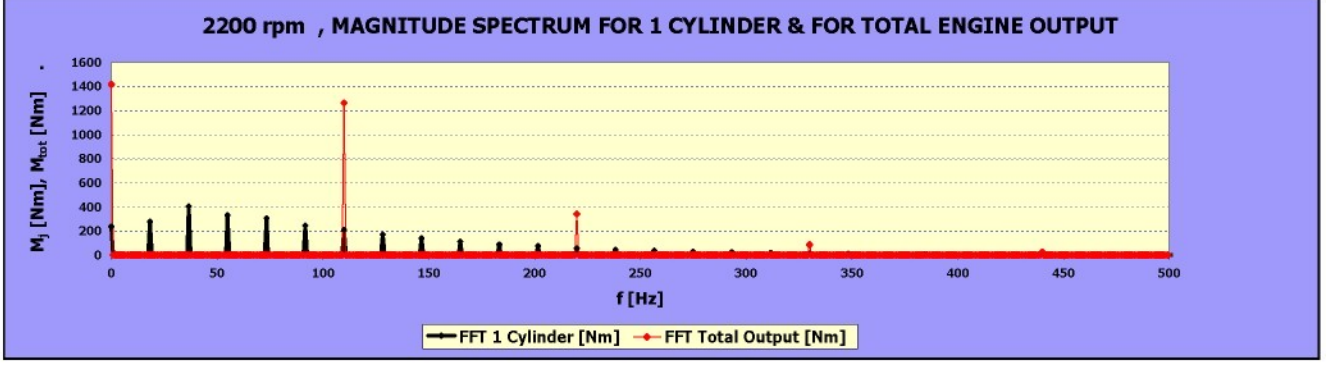
EXPONENTIAL FOURIER´S COEFFICIENTS

ν_{max} = 24	HALF ORDER	1		2		3		4		5		6	
		Re	Im	Re	Im	Re	Im	Re	Im	Re	Im	Re	Im
C_ν	-12	-3,837	0,766	-3,837	0,766	-3,837	0,766	-3,837	0,766	-3,837	0,766	-3,837	0,766
C_ν	-11,5	-4,517	1,473	3,534	3,175	0,983	-4,648	-0,983	4,648	-3,534	-3,175	4,517	-1,473
C_ν	-11	-5,276	2,359	0,595	-5,749	4,681	3,390	4,681	3,390	0,595	-5,749	-5,276	2,359
C_ν	-10,5	-6,249	3,603	-6,249	3,603	-6,249	3,603	6,249	-3,603	6,249	-3,603	6,249	-3,603
C_ν	-10	-7,310	5,092	8,065	3,784	-0,755	-8,876	-0,755	-8,876	8,065	3,784	-7,310	5,092
C_ν	-9,5	-8,773	7,194	-1,844	-11,194	10,617	4,000	-10,617	-4,000	1,844	11,194	8,773	-7,194
C_ν	-9	-10,230	9,823	-10,230	9,823	-10,230	9,823	-10,230	9,823	-10,230	9,823	-10,230	9,823
C_ν	-8,5	-12,223	13,140	17,491	4,015	-5,268	-17,155	5,268	17,155	-17,491	-4,015	12,223	-13,140
C_ν	-8	-14,522	17,527	-7,918	-21,340	22,440	3,813	22,440	3,813	-7,918	-21,340	-14,522	17,527
C_ν	-7,5	-16,980	23,194	-16,980	23,194	-16,980	23,194	16,980	-23,194	16,980	-23,194	16,980	-23,194
C_ν	-7	-20,061	29,891	35,917	2,428	-15,856	-32,319	-15,856	-32,319	35,917	2,428	-20,061	29,891
C_ν	-6,5	-23,450	39,126	-22,159	-39,871	45,609	0,745	-45,609	-0,745	22,159	39,871	23,450	-39,126
C_ν	-6	-27,815	49,651	-27,815	49,651	-27,815	49,651	-27,815	49,651	-27,815	49,651	-27,815	49,651
C_ν	-5,5	-32,013	65,737	72,937	-5,145	-40,924	-60,593	40,924	60,593	-72,937	5,145	32,013	-65,737
C_ν	-5	-34,405	81,382	-53,277	-70,486	87,681	-10,896	87,681	-10,896	-53,277	-70,486	-34,405	81,382
C_ν	-4,5	-41,498	103,870	-41,498	103,870	-41,498	103,870	41,498	-103,870	41,498	-103,870	41,498	-103,870
C_ν	-4	-42,721	132,008	135,682	-29,007	-92,962	-103,001	-92,962	-103,001	135,682	-29,007	-42,721	132,008
C_ν	-3,5	-45,843	164,523	-119,560	-121,963	165,403	-42,561	-165,403	42,561	119,560	121,963	45,843	-164,523
C_ν	-3	-37,977	207,028	-37,977	207,028	-37,977	207,028	-37,977	207,028	-37,977	207,028	-37,977	207,028
C_ν	-2,5	-30,367	242,367	225,079	-94,885	-194,712	-147,482	194,712	147,482	-225,079	94,885	30,367	-242,367
C_ν	-2	-14,692	305,040	-256,827	-165,244	271,519	-139,796	271,519	-139,796	-256,827	-165,244	-14,692	305,040
C_ν	-1,5	34,923	326,410	34,923	326,410	34,923	326,410	-34,923	-326,410	-34,923	-326,410	-34,923	-326,410
C_ν	-1	116,768	386,551	276,378	-294,400	-393,147	-92,151	-393,147	-92,151	276,378	-294,400	116,768	386,551
C_ν	-0,5	204,911	186,065	-263,592	84,426	58,681	-270,490	-58,681	270,490	263,592	-84,426	-204,911	-186,065
C_0	0	236,166	0,000	236,166	0,000	236,166	0,000	236,166	0,000	236,166	0,000	236,166	0,000
C_ν	0,5	204,911	-186,065	-263,592	-84,426	58,681	270,490	-58,681	-270,490	263,592	84,426	-204,911	186,065
C_ν	1	116,768	-386,551	276,378	294,400	-393,147	92,151	-393,147	92,151	276,378	294,400	116,768	-386,551
C_ν	1,5	34,923	-326,410	34,923	-326,410	34,923	-326,410	-34,923	326,410	-34,923	326,410	-34,923	326,410
C_ν	2	-14,692	-305,040	-256,827	165,244	271,519	139,796	271,519	139,796	-256,827	165,244	-14,692	-305,040
C_ν	2,5	-30,367	-242,367	225,079	94,885	-194,712	147,482	194,712	-147,482	-225,079	-94,885	30,367	242,367
C_ν	3	-37,977	-207,028	-37,977	-207,028	-37,977	-207,028	-37,977	-207,028	-37,977	-207,028	-37,977	-207,028
C_ν	3,5	-45,843	-164,523	-119,560	121,963	165,403	42,561	-165,403	-42,561	119,560	-121,963	45,843	164,523
C_ν	4	-42,721	-132,008	135,682	29,007	-92,962	103,001	-92,962	103,001	135,682	29,007	-42,721	-132,008
C_ν	4,5	-41,498	-103,870	-41,498	-103,870	-41,498	-103,870	41,498	103,870	41,498	103,870	41,498	103,870
C_ν	5	-34,405	-81,382	-53,277	70,486	87,681	10,896	87,681	10,896	-53,277	70,486	-34,405	-81,382
C_ν	5,5	-32,013	-65,737	72,937	5,145	-40,924	60,593	40,924	-60,593	-72,937	-5,145	32,013	65,737
C_ν	6	-27,815	-49,651	-27,815	-49,651	-27,815	-49,651	-27,815	-49,651	-27,815	-49,651	-27,815	-49,651
C_ν	6,5	-23,450	-39,126	-22,159	39,871	45,609	-0,745	-45,609	0,745	22,159	-39,871	23,450	39,126
C_ν	7	-20,061	-29,891	35,917	-2,428	-15,856	32,319	-15,856	32,319	35,917	-2,428	-20,061	-29,891
C_ν	7,5	-16,980	-23,194	-16,980	-23,194	-16,980	-23,194	16,980	23,194	16,980	23,194	16,980	23,194
C_ν	8	-14,522	-17,527	-7,918	21,340	22,440	-3,813	22,440	-3,813	-7,918	21,340	-14,522	-17,527
C_ν	8,5	-12,223	-13,140	17,491	-4,015	-5,268	17,155	5,268	-17,155	-17,491	4,015	12,223	13,140
C_ν	9	-10,230	-9,823	-10,230	-9,823	-10,230	-9,823	-10,230	-9,823	-10,230	-9,823	-10,230	-9,823
C_ν	9,5	-8,773	-7,194	-1,844	11,194	10,617	-4,000	-10,617	4,000	1,844	-11,194	8,773	7,194
C_ν	10	-7,310	-5,092	8,065	-3,784	-0,755	8,876	-0,755	8,876	8,065	-3,784	-7,310	-5,092
C_ν	10,5	-6,249	-3,603	-6,249	-3,603	-6,249	-3,603	6,249	3,603	6,249	3,603	6,249	3,603
C_ν	11	-5,276	-2,359	0,595	5,749	4,681	-3,390	4,681	-3,390	0,595	5,749	-5,276	-2,359
C_ν	11,5	-4,517	-1,473	3,534	-3,175	0,983	4,648	-0,983	-4,648	-3,534	3,175	4,517	1,473
C_ν	12	-3,837	-0,766	-3,837	-0,766	-3,837	-0,766	-3,837	-0,766	-3,837	-0,766	-3,837	-0,766

SINE & COSINE FOURIER´S COEFFICIENTS

ν_{max} = 24	HALF ORDER	CYLINDER No. 1	2	3	4	5	6
B_ν	0,5	372,13	168,85	-540,98	540,98	-168,85	-372,13
B_ν	1	773,10	-588,80	-184,30	-184,30	-588,80	773,10
B_ν	1,5	652,82	652,82	652,82	-652,82	-652,82	-652,82
B_ν	2	610,08	-330,49	-279,59	-279,59	-330,49	610,08
B_ν	2,5	484,73	-189,77	-294,96	294,96	189,77	-484,73
B_ν	3	414,06	414,06	414,06	414,06	414,06	414,06
B_ν	3,5	329,05	-243,93	-85,12	85,12	243,93	-329,05
B_ν	4	264,02	-58,01	-206,00	-206,00	-58,01	264,02
B_ν	4,5	207,74	207,74	207,74	-207,74	-207,74	-207,74
B_ν	5	162,76	-140,97	-21,79	-21,79	-140,97	162,76
B_ν	5,5	131,47	-10,29	-121,19	121,19	10,29	-131,47
B_ν	6	99,30	99,30	99,30	99,30	99,30	99,30
B_ν	6,5	78,25	-79,74	1,49	-1,49	79,74	-78,25
B_ν	7	59,78	4,86	-64,64	-64,64	4,86	59,78
B_ν	7,5	46,39	46,39	46,39	-46,39	-46,39	-46,39
B_ν	8	35,05	-42,68	7,63	7,63	-42,68	35,05
B_ν	8,5	26,28	8,03	-34,31	34,31	-8,03	-26,28
B_ν	9	19,65	19,65	19,65	19,65	19,65	19,65
B_ν	9,5	14,39	-22,39	8,00	-8,00	22,39	-14,39
B_ν	10	10,18	7,57	-17,75	-17,75	7,57	10,18
B_ν	10,5	7,21	7,21	7,21	-7,21	-7,21	-7,21
B_ν	11	4,72	-11,50	6,78	6,78	-11,50	4,72
B_ν	11,5	2,95	6,35	-9,30	9,30	-6,35	-2,95
B_ν	12	1,53	1,53	1,53	1,53	1,53	1,53
A_0	0	472,33	472,33	472,33	472,33	472,33	472,33
A_ν	0,5	409,82	-527,18	117,36	-117,36	527,18	-409,82
A_ν	1	233,54	552,76	-786,29	786,29	552,76	233,54
A_ν	1,5	69,85	69,85	69,85	-69,85	-69,85	-69,85
A_ν	2	-29,38	-513,65	543,04	543,04	-513,65	-29,38
A_ν	2,5	-60,73	450,16	-389,42	389,42	-450,16	60,73
A_ν	3	-75,95	-75,95	-75,95	-75,95	-75,95	-75,95
A_ν	3,5	-91,69	-239,12	330,81	-330,81	239,12	91,69
A_ν	4	-85,44	271,36	-185,92	-185,92	271,36	-85,44
A_ν	4,5	-83,00	-83,00	-83,00	83,00	83,00	83,00
A_ν	5	-68,81	-106,55	175,36	175,36	-106,55	-68,81
A_ν	5,5	-64,03	145,87	-81,85	81,85	-145,87	64,03
A_ν	6	-55,63	-55,63	-55,63	-55,63	-55,63	-55,63
A_ν	6,5	-46,90	-44,32	91,22	-91,22	44,32	46,90
A_ν	7	-40,12	71,83	-31,71	31,71	71,83	-40,12
A_ν	7,5	-33,96	-33,96	-33,96	33,96	33,96	33,96
A_ν	8	-29,04	-15,84	44,88	-44,88	-15,84	-29,04
A_ν	8,5	-24,45	34,98	-10,54	10,54	-34,98	24,45
A_ν	9	-20,46	-20,46	-20,46	-20,46	-20,46	-20,46
A_ν	9,5	-17,55	-3,69	21,23	-21,23	3,69	17,55
A_ν	10	-14,62	16,13	-1,51	1,51	16,13	-14,62
A_ν	10,5	-12,50	-12,50	-12,50	12,50	12,50	12,50
A_ν	11	-10,55	1,19	9,36	9,36	1,19	-10,55
A_ν	11,5	-9,03	7,07	1,97	-1,97	-7,07	9,03
A_ν	12	-7,67	-7,67	-7,67	-7,67	-7,67	-7,67





EXCITATION TORQUES ON ENGINE´S CRANKS

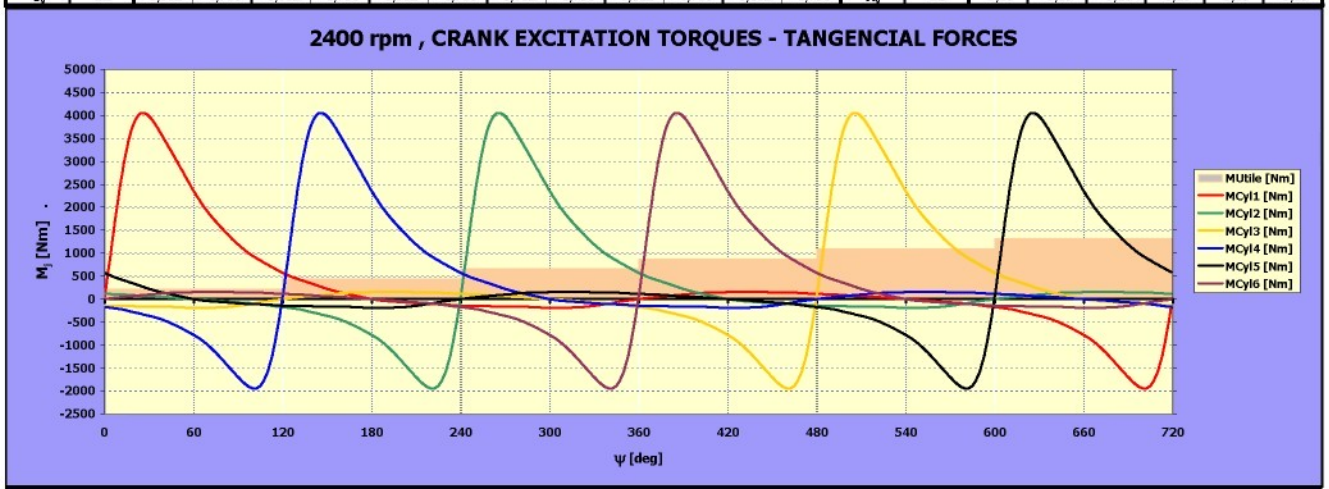
Eng. Speed [rpm] 2400

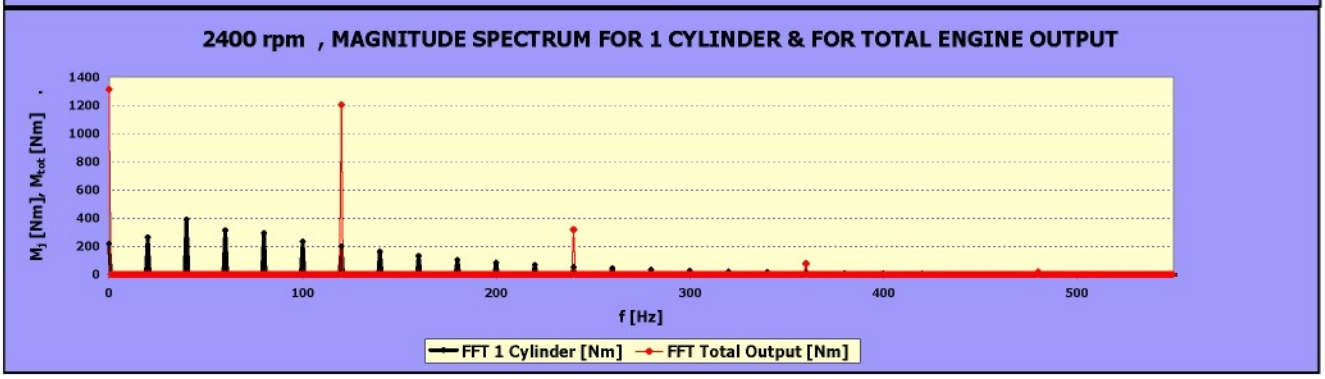
EXPONENTIAL FOURIER´S COEFFICIENTS

ν max = 24	HALF ORDER	1		2		3		4		5		6	
		Re	Im	Re	Im	Re	Im	Re	Im	Re	Im	Re	Im
C_ν	-12	-3,082	0,756	-3,082	0,756	-3,082	0,756	-3,082	0,756	-3,082	0,756	-3,082	0,756
C_ν	-11,5	-3,688	1,402	3,059	2,493	0,630	-3,895	-0,630	3,895	-3,059	-2,493	3,688	-1,402
C_ν	-11	-4,313	2,251	0,207	-4,861	4,106	2,610	4,106	2,610	0,207	-4,861	-4,313	2,251
C_ν	-10,5	-5,217	3,408	-5,217	3,408	-5,217	3,408	5,217	-3,408	5,217	-3,408	5,217	-3,408
C_ν	-10	-6,109	4,835	7,242	2,873	-1,133	-7,708	-1,133	-7,708	7,242	2,873	-6,109	4,835
C_ν	-9,5	-7,476	6,765	-2,121	-9,857	9,597	3,092	-9,597	-3,092	2,121	9,857	7,476	-6,765
C_ν	-9	-8,745	9,285	-8,745	9,285	-8,745	9,285	-8,745	9,285	-8,745	9,285	-8,745	9,285
C_ν	-8,5	-10,621	12,362	16,016	3,017	-5,395	-15,379	5,395	15,379	-16,016	-3,017	10,621	-12,362
C_ν	-8	-12,664	16,496	-7,954	-19,215	20,618	2,719	20,618	2,719	-7,954	-19,215	-12,664	16,496
C_ν	-7,5	-15,066	21,811	-15,066	21,811	-15,066	21,811	15,066	-21,811	15,066	-21,811	15,066	-21,811
C_ν	-7	-17,820	28,128	33,269	1,368	-15,449	-29,496	-15,449	-29,496	33,269	1,368	-17,820	28,128
C_ν	-6,5	-21,199	36,820	-21,288	-36,769	42,487	-0,051	-42,487	0,051	21,288	36,769	21,199	-36,820
C_ν	-6	-25,134	46,748	-25,134	46,748	-25,134	46,748	-25,134	46,748	-25,134	46,748	-25,134	46,748
C_ν	-5,5	-29,540	61,812	68,301	-5,324	-38,761	-56,488	38,761	56,488	-68,301	5,324	29,540	-61,812
C_ν	-5	-31,746	76,845	-50,676	-65,915	82,422	-10,930	82,422	-10,930	-50,676	-65,915	-31,746	76,845
C_ν	-4,5	-38,977	97,917	-38,977	97,917	-38,977	97,917	38,977	-97,917	38,977	-97,917	38,977	-97,917
C_ν	-4	-40,483	124,894	128,403	-27,388	-87,920	-97,506	-87,920	-97,506	128,403	-27,388	-40,483	124,894
C_ν	-3,5	-44,249	155,741	-112,751	-116,191	157,000	-39,550	-157,000	39,550	112,751	116,191	44,249	-155,741
C_ν	-3	-37,512	196,807	-37,512	196,807	-37,512	196,807	-37,512	196,807	-37,512	196,807	-37,512	196,807
C_ν	-2,5	-31,670	231,118	215,990	-88,132	-184,319	-142,986	184,319	142,986	-215,990	88,132	31,670	-231,118
C_ν	-2	-16,386	292,034	-244,716	-160,208	261,102	-131,826	261,102	-131,826	-244,716	-160,208	-16,386	292,034
C_ν	-1,5	28,238	312,234	28,238	312,234	28,238	312,234	-28,238	-312,234	-28,238	-312,234	-28,238	-312,234
C_ν	-1	106,932	374,444	270,812	-279,827	-377,744	-94,616	-377,744	-94,616	270,812	-279,827	106,932	374,444
C_ν	-0,5	193,331	177,795	-250,641	78,532	57,310	-256,327	-57,310	256,327	250,641	-78,532	-193,331	-177,795
C_0	0	218,706	0,000	218,706	0,000	218,706	0,000	218,706	0,000	218,706	0,000	218,706	0,000
C_ν	0,5	193,331	-177,795	-250,641	-78,532	57,310	256,327	-57,310	-256,327	250,641	78,532	-193,331	177,795
C_ν	1	106,932	-374,444	270,812	279,827	-377,744	94,616	-377,744	94,616	270,812	279,827	106,932	-374,444
C_ν	1,5	28,238	-312,234	28,238	-312,234	28,238	-312,234	-28,238	312,234	-28,238	312,234	-28,238	312,234
C_ν	2	-16,386	-292,034	-244,716	160,208	261,102	131,826	261,102	131,826	-244,716	160,208	-16,386	-292,034
C_ν	2,5	-31,670	-231,118	215,990	88,132	-184,319	142,986	184,319	-142,986	-215,990	-88,132	31,670	231,118
C_ν	3	-37,512	-196,807	-37,512	-196,807	-37,512	-196,807	-37,512	-196,807	-37,512	-196,807	-37,512	-196,807
C_ν	3,5	-44,249	-155,741	-112,751	116,191	157,000	39,550	-157,000	-39,550	112,751	-116,191	44,249	155,741
C_ν	4	-40,483	-124,894	128,403	27,388	-87,920	97,506	-87,920	97,506	128,403	27,388	-40,483	-124,894
C_ν	4,5	-38,977	-97,917	-38,977	-97,917	-38,977	-97,917	38,977	97,917	38,977	97,917	38,977	97,917
C_ν	5	-31,746	-76,845	-50,676	65,915	82,422	10,930	82,422	10,930	-50,676	65,915	-31,746	-76,845
C_ν	5,5	-29,540	-61,812	68,301	5,324	-38,761	56,488	38,761	-56,488	-68,301	-5,324	29,540	61,812
C_ν	6	-25,134	-46,748	-25,134	-46,748	-25,134	-46,748	-25,134	-46,748	-25,134	-46,748	-25,134	-46,748
C_ν	6,5	-21,199	-36,820	-21,288	36,769	42,487	0,051	-42,487	-0,051	21,288	-36,769	21,199	36,820
C_ν	7	-17,820	-28,128	33,269	-1,368	-15,449	29,496	-15,449	29,496	33,269	-1,368	-17,820	-28,128
C_ν	7,5	-15,066	-21,811	-15,066	-21,811	-15,066	-21,811	15,066	21,811	15,066	21,811	15,066	21,811
C_ν	8	-12,664	-16,496	-7,954	19,215	20,618	-2,719	20,618	-2,719	-7,954	19,215	-12,664	-16,496
C_ν	8,5	-10,621	-12,362	16,016	-3,017	-5,395	15,379	5,395	-15,379	-16,016	3,017	10,621	12,362
C_ν	9	-8,745	-9,285	-8,745	-9,285	-8,745	-9,285	-8,745	-9,285	-8,745	-9,285	-8,745	-9,285
C_ν	9,5	-7,476	-6,765	-2,121	9,857	9,597	-3,092	-9,597	3,092	2,121	-9,857	7,476	6,765
C_ν	10	-6,109	-4,835	7,242	-2,873	-1,133	7,708	-1,133	7,708	7,242	-2,873	-6,109	-4,835
C_ν	10,5	-5,217	-3,408	-5,217	-3,408	-5,217	-3,408	5,217	3,408	5,217	3,408	5,217	3,408
C_ν	11	-4,313	-2,251	0,207	4,861	4,106	-2,610	4,106	-2,610	0,207	4,861	-4,313	-2,251
C_ν	11,5	-3,688	-1,402	3,059	-2,493	0,630	3,895	-0,630	-3,895	-3,059	2,493	3,688	1,402
C_ν	12	-3,082	-0,756	-3,082	-0,756	-3,082	-0,756	-3,082	-0,756	-3,082	-0,756	-3,082	-0,756

SINE & COSINE FOURIER´S COEFFICIENTS

ν max = 24	HALF ORDER	CYLINDER No. 1	2	3	4	5	6
B_ν	0,5	355,59	157,06	-512,65	512,65	-157,06	-355,59
B_ν	1	748,89	-559,65	-189,23	-189,23	-559,65	748,89
B_ν	1,5	624,47	624,47	624,47	-624,47	-624,47	-624,47
B_ν	2	584,07	-320,42	-263,65	-263,65	-320,42	584,07
B_ν	2,5	462,24	-176,26	-285,97	285,97	176,26	-462,24
B_ν	3	393,61	393,61	393,61	393,61	393,61	393,61
B_ν	3,5	311,48	-232,38	-79,10	79,10	232,38	-311,48
B_ν	4	249,79	-54,78	-195,01	-195,01	-54,78	249,79
B_ν	4,5	195,83	195,83	195,83	-195,83	-195,83	-195,83
B_ν	5	153,69	-131,83	-21,86	-21,86	-131,83	153,69
B_ν	5,5	123,62	-10,65	-112,98	112,98	10,65	-123,62
B_ν	6	93,50	93,50	93,50	93,50	93,50	93,50
B_ν	6,5	73,64	-73,54	-0,10	0,10	73,54	-73,64
B_ν	7	56,26	2,74	-58,99	-58,99	2,74	56,26
B_ν	7,5	43,62	43,62	43,62	-43,62	-43,62	-43,62
B_ν	8	32,99	-38,43	5,44	5,44	-38,43	32,99
B_ν	8,5	24,72	6,03	-30,76	30,76	-6,03	-24,72
B_ν	9	18,57	18,57	18,57	18,57	18,57	18,57
B_ν	9,5	13,53	-19,71	6,18	-6,18	19,71	-13,53
B_ν	10	9,67	5,75	-15,42	-15,42	5,75	9,67
B_ν	10,5	6,82	6,82	6,82	-6,82	-6,82	-6,82
B_ν	11	4,50	-9,72	5,22	5,22	-9,72	4,50
B_ν	11,5	2,80	4,99	-7,79	7,79	-4,99	-2,80
B_ν	12	1,51	1,51	1,51	1,51	1,51	1,51
A_0	0	437,41	437,41	437,41	437,41	437,41	437,41
A_ν	0,5	386,66	-501,28	114,62	-114,62	501,28	-386,66
A_ν	1	213,86	541,62	-755,49	-755,49	541,62	213,86
A_ν	1,5	56,48	56,48	56,48	-56,48	-56,48	-56,48
A_ν	2	-32,77	-489,43	522,20	522,20	-489,43	-32,77
A_ν	2,5	-63,34	431,98	-368,64	368,64	-431,98	63,34
A_ν	3	-75,02	-75,02	-75,02	-75,02	-75,02	-75,02
A_ν	3,5	-88,50	-225,50	314,00	-314,00	225,50	88,50
A_ν	4	-80,97	256,81	-175,84	-175,84	256,81	-80,97
A_ν	4,5	-77,95	-77,95	-77,95	77,95	77,95	77,95
A_ν	5	-63,49	-101,35	164,84	164,84	-101,35	-63,49
A_ν	5,5	-59,08	136,60	-77,52	77,52	-136,60	59,08
A_ν	6	-50,27	-50,27	-50,27	-50,27	-50,27	-50,27
A_ν	6,5	-42,40	-42,58	84,97	-84,97	42,58	42,40
A_ν	7	-35,64	66,54	-30,90	-30,90	66,54	-35,64
A_ν	7,5	-30,13	-30,13	-30,13	30,13	30,13	30,13
A_ν	8	-25,33	-15,91	41,24	41,24	-15,91	-25,33
A_ν	8,5	-21,24	32,03	-10,79	10,79	-32,03	21,24
A_ν	9	-17,49	-17,49	-17,49	-17,49	-17,49	-17,49
A_ν	9,5	-14,95	-4,24	19,19	-19,19	4,24	14,95
A_ν	10	-12,22	14,48	-2,27	-2,27	14,48	-12,22
A_ν	10,5	-10,43	-10,43	-10,43	10,43	10,43	10,43
A_ν	11	-8,63	0,41	8,21	8,21	0,41	-8,63
A_ν	11,5	-7,38	6,12	1,26	-1,26	-6,12	7,38
A_ν	12	-6,16	-6,16	-6,16	-6,16	-6,16	-6,16





EXCITATION TORQUES ON ENGINE´S CRANKS

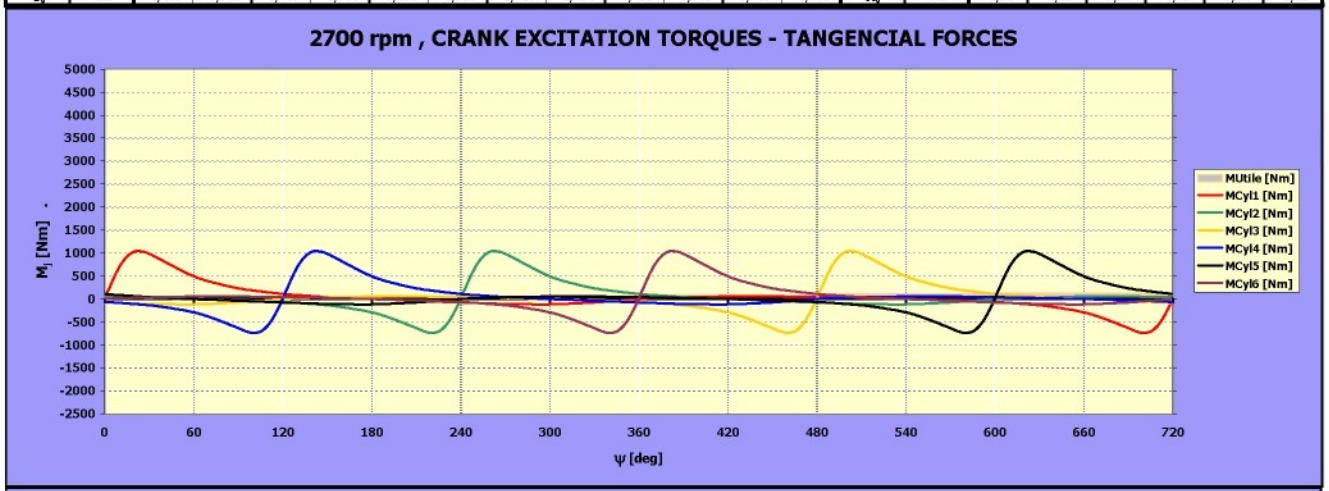
Eng. Speed [rpm] 2700

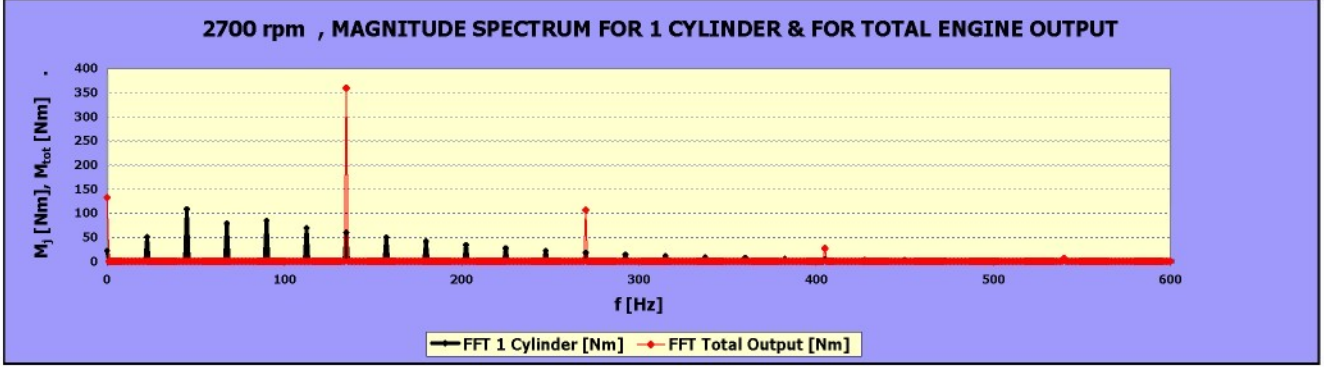
EXPONENTIAL FOURIER´S COEFFICIENTS

ν max = 24	HALF ORDER	1		2		3		4		5		6	
		Re	Im	Re	Im	Re	Im	Re	Im	Re	Im	Re	Im
C_{ν}	-12	-0,409	0,938	-0,409	0,938	-0,409	0,938	-0,409	0,938	-0,409	0,938	-0,409	0,938
C_{ν}	-11,5	-0,576	1,215	1,340	-0,108	-0,764	-1,106	0,764	1,106	-1,340	0,108	0,576	-1,215
C_{ν}	-11	-0,557	1,582	-1,092	-1,273	1,649	-0,309	1,649	-0,309	-1,092	-1,273	-0,557	1,582
C_{ν}	-10,5	-0,820	2,020	-0,820	2,020	-0,820	2,020	0,820	-2,020	0,820	-2,020	0,820	-2,020
C_{ν}	-10	-0,806	2,620	2,672	-0,612	-1,866	-2,008	-1,866	-2,008	2,672	-0,612	-0,806	2,620
C_{ν}	-9,5	-1,182	3,282	-2,251	-2,664	3,433	-0,618	-3,433	0,618	2,251	2,664	1,182	-3,282
C_{ν}	-9	-1,239	4,257	-1,239	4,257	-1,239	4,257	-1,239	4,257	-1,239	4,257	-1,239	4,257
C_{ν}	-8,5	-1,770	5,301	5,476	-1,117	-3,706	-4,184	3,706	4,184	-5,476	1,117	1,770	-5,301
C_{ν}	-8	-1,903	6,872	-5,000	-5,084	6,903	-1,788	6,903	-1,788	-5,000	-5,084	-1,903	6,872
C_{ν}	-7,5	-2,593	8,503	-2,593	8,503	-2,593	8,503	2,593	-8,503	2,593	-8,503	2,593	-8,503
C_{ν}	-7	-2,874	10,908	10,883	-2,965	-8,010	-7,943	-8,010	-7,943	10,883	-2,965	-2,874	10,908
C_{ν}	-6,5	-3,760	13,598	-9,896	-10,055	13,656	-3,543	-13,656	3,543	9,896	10,055	3,760	-13,598
C_{ν}	-6	-4,134	17,221	-4,134	17,221	-4,134	17,221	-4,134	17,221	-4,134	17,221	-4,134	17,221
C_{ν}	-5,5	-5,073	21,498	21,154	-6,355	-16,081	-15,142	16,081	15,142	-21,154	6,355	5,073	-21,498
C_{ν}	-5	-5,297	26,672	-20,450	-17,924	25,747	-8,749	25,747	-8,749	-20,450	-17,924	-5,297	26,672
C_{ν}	-4,5	-6,483	33,191	-6,483	33,191	-6,483	33,191	6,483	-33,191	6,483	-33,191	6,483	-33,191
C_{ν}	-4	-5,862	40,651	38,136	-15,249	-32,274	-25,402	-32,274	-25,402	38,136	-15,249	-5,862	40,651
C_{ν}	-3,5	-6,853	49,280	-39,251	-30,575	46,104	-18,705	-46,104	18,705	39,251	30,575	6,853	-49,280
C_{ν}	-3	-4,064	59,654	-4,064	59,654	-4,064	59,654	-4,064	59,654	-4,064	59,654	-4,064	59,654
C_{ν}	-2,5	-5,352	68,707	62,178	-29,719	-56,826	-38,989	56,826	38,989	-62,178	29,719	5,352	-68,707
C_{ν}	-2	2,438	84,391	-74,303	-40,084	71,866	-44,307	71,866	-44,307	-74,303	-40,084	2,438	84,391
C_{ν}	-1,5	3,674	78,103	3,674	78,103	3,674	78,103	-3,674	-78,103	-3,674	-78,103	-3,674	-78,103
C_{ν}	-1	14,525	107,099	85,488	-66,128	-100,013	-40,971	-100,013	-40,971	85,488	-66,128	14,525	107,099
C_{ν}	-0,5	32,146	38,611	-49,511	8,534	17,365	-47,145	-17,365	47,145	49,511	-8,534	-32,146	-38,611
C_0	0	21,984	0,000	21,984	0,000	21,984	0,000	21,984	0,000	21,984	0,000	21,984	0,000
C_{ν}	0,5	32,146	-38,611	-49,511	-8,534	17,365	47,145	-17,365	-47,145	49,511	8,534	-32,146	38,611
C_{ν}	1	14,525	-107,099	85,488	66,128	-100,013	40,971	-100,013	40,971	85,488	66,128	14,525	-107,099
C_{ν}	1,5	3,674	-78,103	3,674	-78,103	3,674	-78,103	-3,674	78,103	-3,674	78,103	-3,674	78,103
C_{ν}	2	2,438	-84,391	-74,303	40,084	71,866	44,307	71,866	44,307	-74,303	40,084	2,438	-84,391
C_{ν}	2,5	-5,352	-68,707	62,178	29,719	-56,826	38,989	56,826	-38,989	-62,178	-29,719	5,352	68,707
C_{ν}	3	-4,064	-59,654	-4,064	-59,654	-4,064	-59,654	-4,064	-59,654	-4,064	-59,654	-4,064	-59,654
C_{ν}	3,5	-6,853	-49,280	-39,251	30,575	46,104	18,705	-46,104	-18,705	39,251	-30,575	6,853	49,280
C_{ν}	4	-5,862	-40,651	38,136	15,249	-32,274	25,402	-32,274	25,402	38,136	15,249	-5,862	-40,651
C_{ν}	4,5	-6,483	-33,191	-6,483	-33,191	-6,483	-33,191	6,483	33,191	6,483	33,191	6,483	33,191
C_{ν}	5	-5,297	-26,672	-20,450	17,924	25,747	8,749	25,747	8,749	-20,450	17,924	-5,297	-26,672
C_{ν}	5,5	-5,073	-21,498	21,154	6,355	-16,081	15,142	16,081	-15,142	-21,154	-6,355	5,073	21,498
C_{ν}	6	-4,134	-17,221	-4,134	-17,221	-4,134	-17,221	-4,134	-17,221	-4,134	-17,221	-4,134	-17,221
C_{ν}	6,5	-3,760	-13,598	-9,896	10,055	13,656	3,543	-13,656	-3,543	9,896	-10,055	3,760	13,598
C_{ν}	7	-2,874	-10,908	10,883	2,965	-8,010	7,943	-8,010	7,943	10,883	2,965	-2,874	-10,908
C_{ν}	7,5	-2,593	-8,503	-2,593	-8,503	-2,593	-8,503	2,593	8,503	2,593	8,503	2,593	8,503
C_{ν}	8	-1,903	-6,872	-5,000	5,084	6,903	1,788	6,903	1,788	-5,000	5,084	-1,903	-6,872
C_{ν}	8,5	-1,770	-5,301	5,476	1,117	-3,706	4,184	3,706	-4,184	-5,476	-1,117	1,770	5,301
C_{ν}	9	-1,239	-4,257	-1,239	-4,257	-1,239	-4,257	-1,239	-4,257	-1,239	-4,257	-1,239	-4,257
C_{ν}	9,5	-1,182	-3,282	-2,251	2,664	3,433	0,618	-3,433	-0,618	2,251	-2,664	1,182	3,282
C_{ν}	10	-0,806	-2,620	2,672	0,612	-1,866	2,008	-1,866	2,008	2,672	0,612	-0,806	-2,620
C_{ν}	10,5	-0,820	-2,020	-0,820	-2,020	-0,820	-2,020	0,820	2,020	0,820	2,020	0,820	2,020
C_{ν}	11	-0,557	-1,582	-1,092	1,273	1,649	0,309	1,649	0,309	-1,092	1,273	-0,557	-1,582
C_{ν}	11,5	-0,576	-1,215	1,340	0,108	-0,764	1,106	0,764	-1,106	-1,340	-0,108	0,576	1,215
C_{ν}	12	-0,409	-0,938	-0,409	-0,938	-0,409	-0,938	-0,409	-0,938	-0,409	-0,938	-0,409	-0,938

SINE & COSINE FOURIER´S COEFFICIENTS

ν max = 24	HALF ORDER	CYLINDER No. 1	2	3	4	5	6
B_{ν}	0,5	77,22	17,07	-94,29	94,29	-17,07	-77,22
B_{ν}	1	214,20	-132,26	-81,94	-81,94	-132,26	214,20
B_{ν}	1,5	156,21	156,21	156,21	-156,21	-156,21	-156,21
B_{ν}	2	168,78	-80,17	-88,61	-88,61	-80,17	168,78
B_{ν}	2,5	137,41	-59,44	-77,98	77,98	59,44	-137,41
B_{ν}	3	119,31	119,31	119,31	119,31	119,31	119,31
B_{ν}	3,5	98,56	-61,15	-37,41	37,41	61,15	-98,56
B_{ν}	4	81,30	-30,50	-50,80	-50,80	-30,50	81,30
B_{ν}	4,5	66,38	66,38	66,38	-66,38	-66,38	-66,38
B_{ν}	5	53,34	-35,85	-17,50	-17,50	-35,85	53,34
B_{ν}	5,5	43,00	-12,71	-30,28	30,28	12,71	-43,00
B_{ν}	6	34,44	34,44	34,44	34,44	34,44	34,44
B_{ν}	6,5	27,20	-20,11	-7,09	7,09	20,11	-27,20
B_{ν}	7	21,82	-5,93	-15,89	-15,89	-5,93	21,82
B_{ν}	7,5	17,01	17,01	17,01	-17,01	-17,01	-17,01
B_{ν}	8	13,74	-10,17	-3,58	-3,58	-10,17	13,74
B_{ν}	8,5	10,60	-2,23	-8,37	8,37	2,23	-10,60
B_{ν}	9	8,51	8,51	8,51	8,51	8,51	8,51
B_{ν}	9,5	6,56	-5,33	-1,24	1,24	5,33	-6,56
B_{ν}	10	5,24	-1,22	-4,02	-4,02	-1,22	5,24
B_{ν}	10,5	4,04	4,04	4,04	-4,04	-4,04	-4,04
B_{ν}	11	3,16	-2,55	-0,62	-0,62	-2,55	3,16
B_{ν}	11,5	2,43	-0,22	-2,21	2,21	0,22	-2,43
B_{ν}	12	1,88	1,88	1,88	1,88	1,88	1,88
A_0	0	43,97	43,97	43,97	43,97	43,97	43,97
A_{ν}	0,5	64,29	-99,02	34,73	-34,73	99,02	-64,29
A_{ν}	1	29,05	170,98	-200,03	-200,03	170,98	29,05
A_{ν}	1,5	7,35	7,35	7,35	-7,35	-7,35	-7,35
A_{ν}	2	4,88	-148,61	143,73	143,73	-148,61	4,88
A_{ν}	2,5	-10,70	124,36	-113,65	113,65	-124,36	10,70
A_{ν}	3	-8,13	-8,13	-8,13	-8,13	-8,13	-8,13
A_{ν}	3,5	-13,71	-78,50	92,21	-92,21	78,50	13,71
A_{ν}	4	-11,72	76,27	-64,55	-64,55	76,27	-11,72
A_{ν}	4,5	-12,97	-12,97	-12,97	12,97	12,97	12,97
A_{ν}	5	-10,59	-40,90	51,49	51,49	-40,90	-10,59
A_{ν}	5,5	-10,15	42,31	-32,16	32,16	-42,31	10,15
A_{ν}	6	-8,27	-8,27	-8,27	-8,27	-8,27	-8,27
A_{ν}	6,5	-7,52	-19,79	27,31	-27,31	19,79	7,52
A_{ν}	7	-5,75	21,77	-16,02	16,02	21,77	-5,75
A_{ν}	7,5	-5,19	-5,19	-5,19	5,19	5,19	5,19
A_{ν}	8	-3,81	-10,00	13,81	13,81	-10,00	-3,81
A_{ν}	8,5	-3,54	10,95	-7,41	7,41	-10,95	3,54
A_{ν}	9	-2,48	-2,48	-2,48	-2,48	-2,48	-2,48
A_{ν}	9,5	-2,36	-4,50	6,87	-6,87	4,50	2,36
A_{ν}	10	-1,61	5,34	-3,73	-3,73	5,34	-1,61
A_{ν}	10,5	-1,64	-1,64	-1,64	1,64	1,64	1,64
A_{ν}	11	-1,11	-2,18	3,30	3,30	-2,18	-1,11
A_{ν}	11,5	-1,15	2,68	-1,53	1,53	-2,68	1,15
A_{ν}	12	-0,82	-0,82	-0,82	-0,82	-0,82	-0,82





EXCITATION TORQUES ON ENGINE´S CRANKS

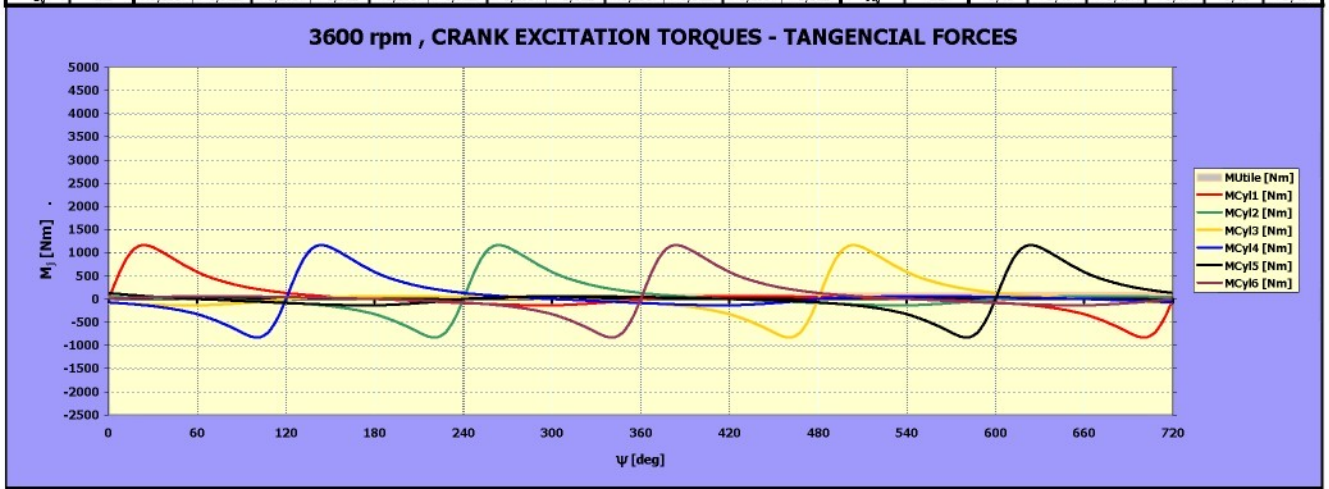
Eng. Speed [rpm] 3600

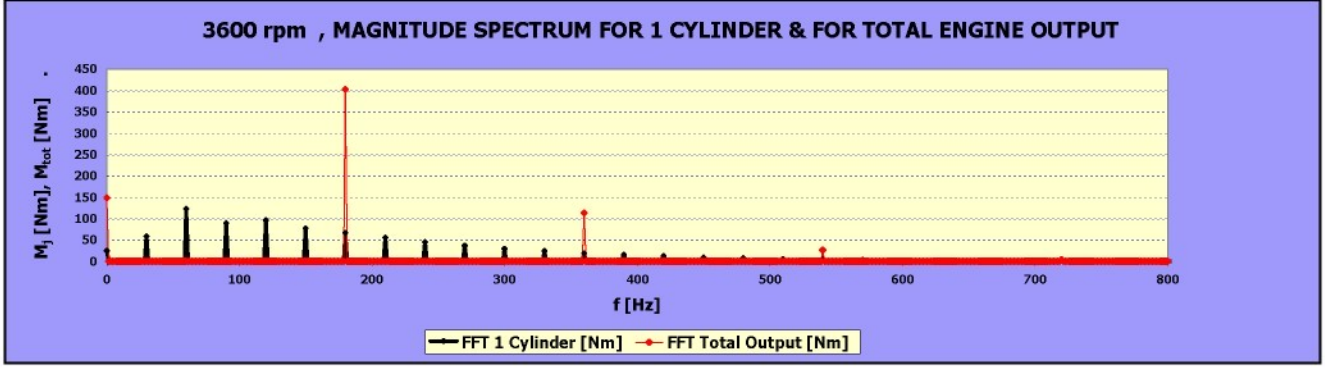
EXPONENTIAL FOURIER´S COEFFICIENTS

ν max = 24	HALF ORDER	1		2		3		4		5		6	
		Re	Im	Re	Im	Re	Im	Re	Im	Re	Im	Re	Im
C_{ν}	-12	-0,199	0,612	-0,199	0,612	-0,199	0,612	-0,199	0,612	-0,199	0,612	-0,199	0,612
C_{ν}	-11,5	-0,418	0,897	0,986	-0,087	-0,568	-0,811	0,568	0,811	-0,986	0,087	0,418	-0,897
C_{ν}	-11	-0,372	1,311	-0,949	-0,978	1,322	-0,333	1,322	-0,333	-0,949	-0,978	-0,372	1,311
C_{ν}	-10,5	-0,693	1,736	-0,693	1,736	-0,693	1,736	0,693	-1,736	0,693	-1,736	0,693	-1,736
C_{ν}	-10	-0,662	2,426	2,432	-0,640	-1,771	-1,786	-1,771	-1,786	2,432	-0,640	-0,662	2,426
C_{ν}	-9,5	-1,091	3,088	-2,129	-2,489	3,220	-0,599	-3,220	0,599	2,129	2,489	1,091	-3,088
C_{ν}	-9	-1,153	4,175	-1,153	4,175	-1,153	4,175	-1,153	4,175	-1,153	4,175	-1,153	4,175
C_{ν}	-8,5	-1,765	5,237	5,418	-1,090	-3,653	-4,147	3,653	4,147	-5,418	1,090	1,765	-5,237
C_{ν}	-8	-1,958	6,968	-5,056	-5,180	7,014	-1,788	7,014	-1,788	-5,056	-5,180	-1,958	6,968
C_{ν}	-7,5	-2,770	8,691	-2,770	8,691	-2,770	8,691	2,770	-8,691	2,770	-8,691	2,770	-8,691
C_{ν}	-7	-3,135	11,312	11,364	-2,941	-8,229	-8,371	-8,229	-8,371	11,364	-2,941	-3,135	11,312
C_{ν}	-6,5	-4,294	14,199	-10,150	-10,818	14,444	-3,381	-14,444	3,381	10,150	10,818	4,294	-14,199
C_{ν}	-6	-4,783	18,212	-4,783	18,212	-4,783	18,212	-4,783	18,212	-4,783	18,212	-4,783	18,212
C_{ν}	-5,5	-6,164	22,909	22,922	-6,116	-16,758	-16,793	16,758	16,793	-22,922	6,116	6,164	-22,909
C_{ν}	-5	-6,479	28,756	-21,664	-19,989	28,143	-8,767	28,143	-8,767	-21,664	-19,989	-6,479	28,756
C_{ν}	-4,5	-8,337	35,965	-8,337	35,965	-8,337	35,965	8,337	-35,965	8,337	-35,965	8,337	-35,965
C_{ν}	-4	-7,705	44,668	42,536	-15,661	-34,831	-29,006	-34,831	-29,006	42,536	-15,661	-7,705	44,668
C_{ν}	-3,5	-9,418	54,414	-42,415	-35,363	51,833	-19,051	-51,833	19,051	42,415	35,363	9,418	-54,414
C_{ν}	-3	-6,184	66,790	-6,184	66,790	-6,184	66,790	-6,184	66,790	-6,184	66,790	-6,184	66,790
C_{ν}	-2,5	-8,270	76,870	70,707	-31,273	-62,437	-45,597	62,437	45,597	-70,707	31,273	8,270	-76,870
C_{ν}	-2	1,053	95,916	-83,592	-47,046	82,539	-48,870	82,539	-48,870	-83,592	-47,046	1,053	95,916
C_{ν}	-1,5	2,408	88,994	2,408	88,994	2,408	88,994	-2,408	-88,994	-2,408	-88,994	-2,408	-88,994
C_{ν}	-1	15,497	122,368	98,225	-74,605	-113,722	-47,763	-113,722	-47,763	98,225	-74,605	15,497	122,368
C_{ν}	-0,5	37,635	44,703	-57,531	10,241	19,897	-54,944	-19,897	54,944	57,531	-10,241	-37,635	-44,703
C_0	0	24,734	0,000	24,734	0,000	24,734	0,000	24,734	0,000	24,734	0,000	24,734	0,000
C_{ν}	0,5	37,635	-44,703	-57,531	-10,241	19,897	54,944	-19,897	-54,944	57,531	10,241	-37,635	44,703
C_{ν}	1	15,497	-122,368	98,225	74,605	-113,722	47,763	-113,722	47,763	98,225	74,605	15,497	-122,368
C_{ν}	1,5	2,408	-88,994	2,408	-88,994	2,408	-88,994	-2,408	88,994	-2,408	88,994	-2,408	88,994
C_{ν}	2	1,053	-95,916	-83,592	47,046	82,539	48,870	82,539	48,870	-83,592	47,046	1,053	-95,916
C_{ν}	2,5	-8,270	-76,870	70,707	31,273	-62,437	45,597	62,437	-45,597	-70,707	-31,273	8,270	76,870
C_{ν}	3	-6,184	-66,790	-6,184	-66,790	-6,184	-66,790	-6,184	-66,790	-6,184	-66,790	-6,184	-66,790
C_{ν}	3,5	-9,418	-54,414	-42,415	35,363	51,833	19,051	-51,833	-19,051	42,415	-35,363	9,418	54,414
C_{ν}	4	-7,705	-44,668	42,536	15,661	-34,831	29,006	-34,831	29,006	42,536	15,661	-7,705	-44,668
C_{ν}	4,5	-8,337	-35,965	-8,337	-35,965	-8,337	-35,965	8,337	35,965	8,337	35,965	8,337	35,965
C_{ν}	5	-6,479	-28,756	-21,664	19,989	28,143	8,767	28,143	8,767	-21,664	19,989	-6,479	-28,756
C_{ν}	5,5	-6,164	-22,909	22,922	6,116	-16,758	16,793	16,758	-16,793	-22,922	-6,116	6,164	22,909
C_{ν}	6	-4,783	-18,212	-4,783	-18,212	-4,783	-18,212	-4,783	-18,212	-4,783	-18,212	-4,783	-18,212
C_{ν}	6,5	-4,294	-14,199	-10,150	10,818	14,444	3,381	-14,444	-3,381	10,150	-10,818	4,294	14,199
C_{ν}	7	-3,135	-11,312	11,364	2,941	-8,229	8,371	-8,229	8,371	11,364	2,941	-3,135	-11,312
C_{ν}	7,5	-2,770	-8,691	-2,770	-8,691	-2,770	-8,691	2,770	8,691	2,770	8,691	2,770	8,691
C_{ν}	8	-1,958	-6,968	-5,056	5,180	7,014	1,788	7,014	1,788	-5,056	5,180	-1,958	-6,968
C_{ν}	8,5	-1,765	-5,237	5,418	1,090	-3,653	4,147	3,653	-4,147	-5,418	-1,090	1,765	5,237
C_{ν}	9	-1,153	-4,175	-1,153	-4,175	-1,153	-4,175	-1,153	-4,175	-1,153	-4,175	-1,153	-4,175
C_{ν}	9,5	-1,091	-3,088	-2,129	2,489	3,220	0,599	-3,220	-0,599	2,129	-2,489	1,091	3,088
C_{ν}	10	-0,662	-2,426	2,432	0,640	-1,771	1,786	-1,771	1,786	2,432	0,640	-0,662	-2,426
C_{ν}	10,5	-0,693	-1,736	-0,693	-1,736	-0,693	-1,736	0,693	1,736	0,693	1,736	0,693	1,736
C_{ν}	11	-0,372	-1,311	-0,949	0,978	1,322	0,333	1,322	0,333	-0,949	0,978	-0,372	-1,311
C_{ν}	11,5	-0,418	-0,897	0,986	0,087	-0,568	0,811	0,568	-0,811	-0,986	-0,087	0,418	0,897
C_{ν}	12	-0,199	-0,612	-0,199	-0,612	-0,199	-0,612	-0,199	-0,612	-0,199	-0,612	-0,199	-0,612

SINE & COSINE FOURIER´S COEFFICIENTS

ν max = 24	HALF ORDER	CYLINDER No. 1	2	3	4	5	6
B_{ν}	0,5	89,41	20,48	-109,89	109,89	-20,48	-89,41
B_{ν}	1	244,74	-149,21	-95,53	-95,53	-149,21	244,74
B_{ν}	1,5	177,99	177,99	177,99	-177,99	-177,99	-177,99
B_{ν}	2	191,83	-94,09	-97,74	-97,74	-94,09	191,83
B_{ν}	2,5	153,74	-62,55	-91,19	91,19	62,55	-153,74
B_{ν}	3	133,58	133,58	133,58	133,58	133,58	133,58
B_{ν}	3,5	108,83	-70,73	-38,10	38,10	70,73	-108,83
B_{ν}	4	89,34	-31,32	-58,01	-58,01	-31,32	89,34
B_{ν}	4,5	71,93	71,93	71,93	-71,93	-71,93	-71,93
B_{ν}	5	57,51	-39,98	-17,53	-17,53	-39,98	57,51
B_{ν}	5,5	45,82	-12,23	-33,59	33,59	12,23	-45,82
B_{ν}	6	36,42	36,42	36,42	36,42	36,42	36,42
B_{ν}	6,5	28,40	-21,64	-6,76	6,76	21,64	-28,40
B_{ν}	7	22,62	-5,88	-16,74	-16,74	-5,88	22,62
B_{ν}	7,5	17,38	17,38	17,38	-17,38	-17,38	-17,38
B_{ν}	8	13,94	-10,36	-3,58	-3,58	-10,36	13,94
B_{ν}	8,5	10,47	-2,18	-8,29	8,29	2,18	-10,47
B_{ν}	9	8,35	8,35	8,35	8,35	8,35	8,35
B_{ν}	9,5	6,18	-4,98	-1,20	1,20	4,98	-6,18
B_{ν}	10	4,85	-1,28	-3,57	-3,57	-1,28	4,85
B_{ν}	10,5	3,47	3,47	3,47	-3,47	-3,47	-3,47
B_{ν}	11	2,62	-1,96	-0,67	-0,67	-1,96	2,62
B_{ν}	11,5	1,79	-0,17	-1,62	1,62	0,17	-1,79
B_{ν}	12	1,22	1,22	1,22	1,22	1,22	1,22
A_0	0	49,47	49,47	49,47	49,47	49,47	49,47
A_{ν}	0,5	75,27	-115,06	39,79	-39,79	115,06	-75,27
A_{ν}	1	30,99	196,45	-227,44	-227,44	196,45	30,99
A_{ν}	1,5	4,82	4,82	4,82	-4,82	-4,82	-4,82
A_{ν}	2	2,11	-167,18	165,08	165,08	-167,18	2,11
A_{ν}	2,5	-16,54	141,41	-124,87	124,87	-141,41	16,54
A_{ν}	3	-12,37	-12,37	-12,37	-12,37	-12,37	-12,37
A_{ν}	3,5	-18,84	-84,83	103,67	-103,67	84,83	18,84
A_{ν}	4	-15,41	85,07	-69,66	-69,66	85,07	-15,41
A_{ν}	4,5	-16,67	-16,67	-16,67	16,67	16,67	16,67
A_{ν}	5	-12,96	-43,33	56,29	56,29	-43,33	-12,96
A_{ν}	5,5	-12,33	45,84	-33,52	33,52	-45,84	12,33
A_{ν}	6	-9,57	-9,57	-9,57	-9,57	-9,57	-9,57
A_{ν}	6,5	-8,59	-20,30	28,89	-28,89	20,30	8,59
A_{ν}	7	-6,27	22,73	-16,46	-16,46	22,73	-6,27
A_{ν}	7,5	-5,54	-5,54	-5,54	5,54	5,54	5,54
A_{ν}	8	-3,92	-10,11	14,03	14,03	-10,11	-3,92
A_{ν}	8,5	-3,53	10,84	-7,31	7,31	-10,84	3,53
A_{ν}	9	-2,31	-2,31	-2,31	-2,31	-2,31	-2,31
A_{ν}	9,5	-2,18	-4,26	6,44	-6,44	4,26	2,18
A_{ν}	10	-1,32	4,86	-3,54	-3,54	4,86	-1,32
A_{ν}	10,5	-1,39	-1,39	-1,39	1,39	1,39	1,39
A_{ν}	11	-0,74	-1,90	2,64	2,64	-1,90	-0,74
A_{ν}	11,5	-0,84	1,97	-1,14	1,14	-1,97	0,84
A_{ν}	12	-0,40	-0,40	-0,40	-0,40	-0,40	-0,40





LOADING TORQUES

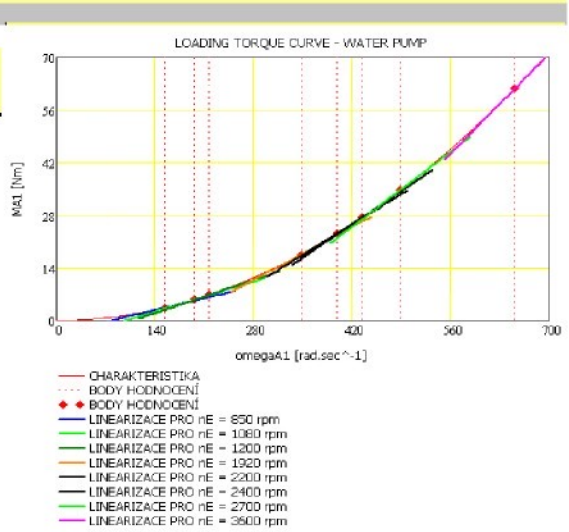
A) WATER PUMP "+M_{A1}"

Engine Speed	Engine Speed	Water Pump Speed	Linear Coefficient Water Pump	Starting Torque Water Pump	Linear Coefficient Reduced Water Pump	Starting Torque Reduced Water Pump	Coefficients for regression
n_E	ω_E	ω_{A1}	w_{A1}	$M0_{A1}$	$w_{A1}\cdot i^2_{E3A1}$	$M0_{A1}\cdot i_{E3A1}$	Coeff / Exp
[rpm]	[rad.s^{-1}]	[rad.s^{-1}]	[Nm.s.rad^{-1}]	[Nm]	[Nm.s.rad^{-1}]	[Nm]	
850	89,01	153,72	0,04474	3,44	0,13342	5,94	1,455E-04
1080	113,10	195,32	0,05684	5,55	0,16953	9,59	2,000E+00
1200	125,66	217,02	0,06316	6,85	0,18836	11,84	
1920	201,06	347,23	0,10105	17,54	0,30138	30,30	
2200	230,38	397,87	0,11579	23,03	0,34533	39,78	
2400	251,33	434,04	0,12631	27,41	0,37673	47,34	
2700	282,74	488,30	0,14210	34,69	0,42382	59,92	
3600	376,99	651,06	0,18947	61,68	0,56509	106,52	

Nominal Torque : M_{A1} = 20 Nm at nE = 2050 rpm

Regression Polynom : $M_{Water\,Pump}(\omega_{A1}) = Coeff \cdot \omega_{A1}^{Exp}$

Source : IVECO

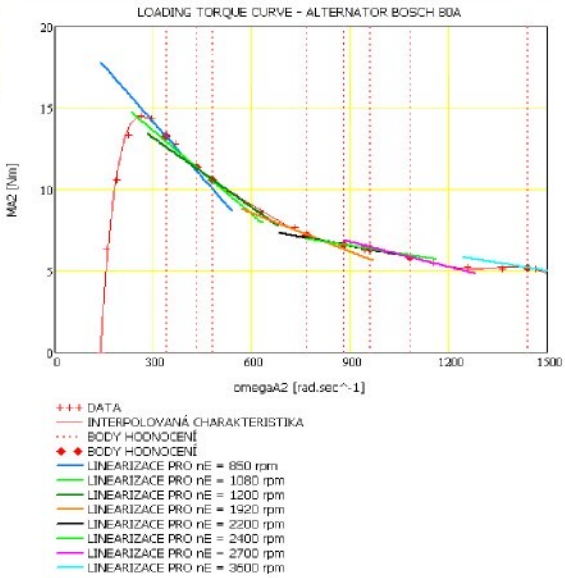


B) ALTERNATOR BOSCH 80A "+M_{A2}"

Engine Speed	Engine Speed	Alternator 80A Speed	Linear Coefficient Alternator 80A	Starting Torque Alternator 80A	Linear Coefficient Reduced Alternator 80A	Starting Torque Reduced Alternator 80A	Coefficients for regression
n_E	ω_E	ω_{A2}	w_{A2}	$M0_{A2}$	$w_{A2}\cdot i^2_{E2A2}$	$M0_{A2}\cdot i_{E2A2}$	$Coeff_i$
[rpm]	[rad.s^{-1}]	[rad.s^{-1}]	[Nm.s.rad^{-1}]	[Nm]	[Nm.s.rad^{-1}]	[Nm]	
850	89,01	340,03	-0,02286	13,24	-0,33352	50,60	-1,5879E+02
1080	113,10	432,03	-0,01703	11,35	-0,24855	43,37	2,4656E+00
1200	125,66	480,04	-0,01418	10,61	-0,20686	40,53	-1,4574E-02
1920	201,06	768,06	-0,00790	7,22	-0,11525	27,59	4,7377E-05
2200	230,38	880,06	-0,00364	6,60	-0,05317	25,22	-9,4410E-08
2400	251,33	960,07	-0,00317	6,35	-0,04621	24,25	1,2003E-10
2700	282,74	1080,08	-0,00511	5,85	-0,07455	22,36	-9,7638E-14
3600	376,99	1440,11	-0,00331	5,19	-0,04832	19,83	4,9146E-17
							-1,3932E-20
							1,6996E-24

Regression Polynom : $M_{80A}(\omega_{A2}) = \sum_{i=0}^{last(Coeff)} Coeff_i \cdot \omega_{A2}^i$

Source : Robert BOSCH GmbH

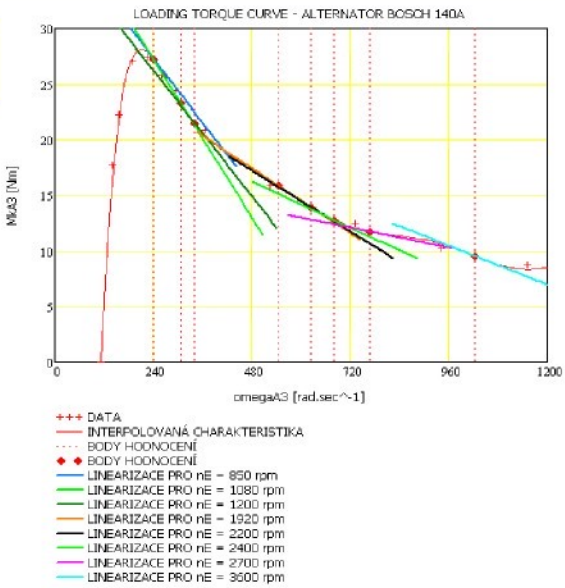


C) ALTERNATOR BOSCH 140A "+M_{A3}"

Engine Speed	Engine Speed	Alternator 140A Speed	Linear Coefficient Alternator 140A	Starting Torque Alternator 140A	Linear Coefficient Reduced Alternator 140A	Starting Torque Reduced Alternator 140A	Coefficients for regression
n_E	ω_E	ω_{A3}	w_{A3}	$M0_{A3}$	$w_{A3}\cdot i^2_{E2A2}\cdot i^2_{A23}$	$M0_{A3}\cdot i_{E2A2}\cdot i_{A23}$	$Coeff_i$
[rpm]	[rad.s^{-1}]	[rad.s^{-1}]	[Nm.s.rad^{-1}]	[Nm]	[Nm.s.rad^{-1}]	[Nm]	
850	89,01	241,42	-0,04836	27,25	-0,35573	73,90	-2,7869E+02
1080	113,10	306,74	-0,05926	23,30	-0,43593	63,18	5,1603E+00
1200	125,66	340,83	-0,04717	21,48	-0,34695	58,25	-3,5502E-02
1920	201,06	545,32	-0,02433	15,84	-0,17899	42,96	1,3223E-04
2200	230,38	624,85	-0,02287	13,91	-0,16820	37,72	-2,9836E-07
2400	251,33	681,65	-0,01727	12,76	-0,12700	34,60	4,2580E-10
2700	282,74	766,86	-0,00752	11,72	-0,05532	31,79	-3,8627E-13
3600	376,99	1022,48	-0,01463	9,54	-0,10764	25,87	2,1574E-16
							-6,7592E-20
							9,0835E-24

Regression Polynom : $M_{140A}(\omega_{A3}) = \sum_{i=0}^{last(Coeff)} Coeff_i \cdot \omega_{A3}^i$

Source : Robert BOSCH GmbH



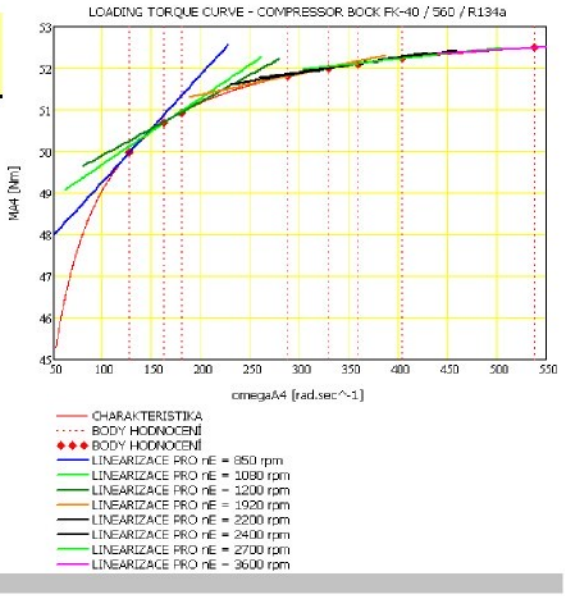
D) AIR COMPRESSOR BOCK FK-40 "+M_{A4}"

Engine Speed	Engine Speed	Air Condition Compressor Speed	Linear Coefficient Air Condition Compressor	Starting Torque Air Condition Compressor	Linear Coefficient Reduced Air Condition Compressor	Starting Torque Reduced Air Condition Compressor	Coefficients for regression
n_E	ω_E	ω_{A4}	w_{A4}	$M0_{A4}$	$w_{A4}.i^2_{E1A4}$	$M0_{A4}.i_{E1A4}$	**Coeff0 / Coeff1**
[rpm]	[rad.s^{-1}]	[rad.s^{-1}]	[Nm.s.rad^{-1}]	[Nm]	[Nm.s.rad^{-1}]	[Nm]	
850	89,01	127,20	0,02586	49,98	0,05280	71,42	53,27
1080	113,10	161,62	0,01602	50,68	0,03271	72,42	-418,36
1200	125,66	179,57	0,01297	50,94	0,02649	72,79	
1920	201,06	287,32	0,00507	51,81	0,01035	74,04	
2200	230,38	329,22	0,00386	52,00	0,00788	74,30	
2400	251,33	359,15	0,00324	52,10	0,00662	74,45	
2700	282,74	404,04	0,00256	52,23	0,00523	74,64	
3600	376,99	538,72	0,00144	52,49	0,00294	75,01	

The curves corresponding to follow conditions :

Ambient Temperature : 50°C
Evaporating Temperature : 12,5°C
Power : 7,67 kW

Regression Polynom : $M_{A4}(\omega_{A4}) = Coeff0_{A4} + Coeff1_{A4} \cdot \omega_{A4}^{-1}$



Source : BOCK

E) RETARDER TELMA FN 82-40 "+$^{(1)-(4)}M^{I°-V°}_R$"; "+$^{(1)-(4)}M_R^{VI°}$"

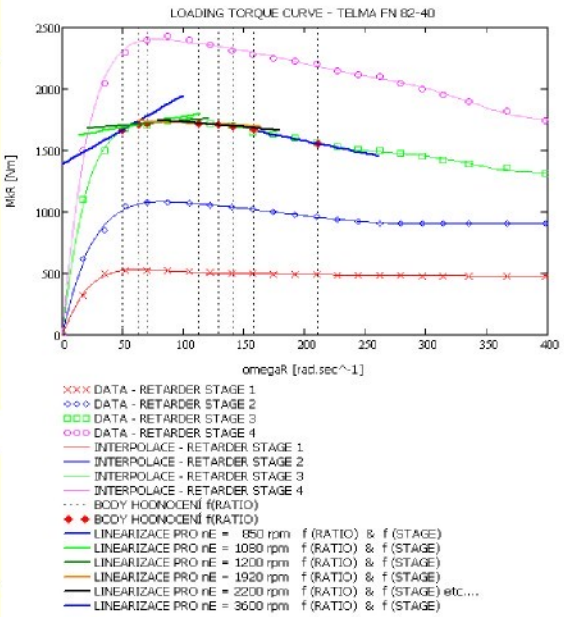
Engine Speed	Engine Speed	Rotors Speed	Linear Coefficient TELMA FN 82-40	Starting Torque TELMA FN 82-40	Linear Coefficient Reduced TELMA FN 82-40	Starting Torque Reduced TELMA FN 82-40	I°
n_E	ω_E	$\omega^{**}I_R$	wI_{Rx}	$M0I_{Rx}$	$wI_{Rx}.il_1^2.il_2^2$	$M0I_{Rx}.il_1.il_2$	
[rpm]	[rad.s^{-1}]	[rad.s^{-1}]	[Nm.s.rad^{-1}]	[Nm]	[Nm.s.rad^{-1}]	[Nm]	
850	89,01	11,54	16,73615	247,90	0,28110	32,13	STAGE 1
1080	113,10	14,66	14,48913	296,57	0,24336	38,44	
1200	125,66	16,29	13,41055	319,28	0,22525	41,38	
1920	201,06	26,06	8,12590	422,94	0,13648	54,81	
2200	230,38	29,86	6,54794	450,75	0,10998	58,42	
2400	251,33	32,57	5,56025	467,15	0,09339	60,54	
2700	282,74	36,64	4,27459	487,10	0,07180	63,13	
3600	376,99	48,86	1,57749	521,26	0,02650	67,56	
850	89,01	11,54	30,04978	436,75	0,50472	56,60	STAGE 2
1080	113,10	14,66	26,68073	525,21	0,44813	68,07	
1200	125,66	16,29	25,04774	567,32	0,42071	73,53	
1920	201,06	26,06	16,84315	769,89	0,28290	99,78	
2200	230,38	29,86	14,29980	828,96	0,24018	107,43	
2400	251,33	32,57	12,67472	865,54	0,21289	112,17	
2700	282,74	36,64	10,50871	912,63	0,17651	118,28	
3600	376,99	48,86	5,64812	1009,04	0,09487	130,77	
850	89,01	11,54	52,33161	803,32	0,87897	104,11	STAGE 3
1080	113,10	14,66	45,08433	955,14	0,75724	123,79	
1200	125,66	16,29	41,63875	1025,72	0,69937	132,93	
1920	201,06	26,06	25,13419	1346,54	0,42216	174,51	
2200	230,38	29,86	20,35653	1432,71	0,34191	185,68	
2400	251,33	32,57	17,41106	1483,89	0,29244	192,31	
2700	282,74	36,64	13,63756	1546,85	0,22906	200,47	
3600	376,99	48,86	6,00798	1661,90	0,10091	215,38	
850	89,01	11,54	71,10182	1074,12	1,19424	139,21	STAGE 4
1080	113,10	14,66	61,96943	1281,55	1,04085	166,09	
1200	125,66	16,29	57,59262	1378,87	0,96733	178,70	
1920	201,06	26,06	36,20387	1830,77	0,60809	237,27	
2200	230,38	29,86	29,82864	1955,93	0,50101	253,49	
2400	251,33	32,57	25,83705	2031,37	0,43396	263,27	
2700	282,74	36,64	20,63440	2125,67	0,34658	275,49	
3600	376,99	48,86	9,62151	2304,23	0,16160	298,63	

Engine Speed	Engine Speed	Rotors Speed	Linear Coefficient TELMA FN 82-40	Starting Torque TELMA FN 82-40	Linear Coefficient Reduced TELMA FN 82-40	Starting Torque Reduced TELMA FN 82-40	II°
n_E	ω_E	$\omega^{**}II_R$	wII_{Rx}	$M0II_{Rx}$	$wII_{Rx}.iII_1^2.iII_2^2$	$M0II_{Rx}.iII_1.iII_2$	
[rpm]	[rad.s^{-1}]	[rad.s^{-1}]	[Nm.s.rad^{-1}]	[Nm]	[Nm.s.rad^{-1}]	[Nm]	
850	89,01	20,12	11,10626	366,18	0,56748	82,77	STAGE 1
1080	113,10	25,56	8,34833	418,88	0,42657	94,69	
1200	125,66	28,41	7,12294	440,82	0,36395	99,65	
1920	201,06	45,45	2,17864	514,89	0,11132	116,39	
2200	230,38	52,08	1,09995	525,55	0,05620	118,80	
2400	251,33	56,81	0,53616	529,36	0,02740	119,66	
2700	282,74	63,91	-0,05356	530,91	-0,00274	120,01	
3600	376,99	85,22	-0,64372	521,14	-0,03289	117,80	
850	89,01	20,12	21,51751	656,47	1,09946	148,39	STAGE 2
1080	113,10	25,56	17,19728	761,51	0,87871	172,13	
1200	125,66	28,41	15,23337	807,52	0,77836	182,54	
1920	201,06	45,45	6,78754	987,89	0,34682	223,31	
2200	230,38	52,08	4,70392	1025,67	0,24035	231,85	
2400	251,33	56,81	3,52104	1045,05	0,17991	236,23	
2700	282,74	63,91	2,13660	1064,88	0,10917	240,71	
3600	376,99	85,22	-0,09131	1082,61	-0,00467	244,72	
850	89,01	20,12	34,35862	1171,07	1,75558	264,71	STAGE 3
1080	113,10	25,56	25,81409	1333,99	1,31899	301,54	
1200	125,66	28,41	22,08784	1401,91	1,12860	316,89	
1920	201,06	45,45	7,66794	1638,68	0,39180	370,41	
2200	230,38	52,08	4,70960	1679,09	0,24064	379,55	
2400	251,33	56,81	3,20188	1697,64	0,16360	383,74	
2700	282,74	63,91	1,65180	1714,43	0,08440	387,54	
3600	376,99	85,22	-0,06569	1726,02	-0,00336	390,16	

Coefficients of polynomic regression

STAGE 1	STAGE 2	STAGE 3	STAGE 4
-2,862E+00	5,355E+00	9,512E+00	1,844E+01
2,741E+01	4,562E+01	8,776E+01	1,147E+02
-5,537E-01	-7,942E-01	-1,874E+00	-2,274E+00
5,785E-03	7,528E-03	2,173E-02	2,444E-02
-3,507E-05	-4,302E-05	-1,486E-04	-1,567E-04
1,279E-07	1,506E-07	6,100E-07	6,125E-07
-2,768E-10	-3,143E-10	-1,472E-09	-1,426E-09
3,271E-13	3,582E-13	1,921E-12	1,812E-12
-1,626E-16	-1,714E-16	-1,044E-15	-9,660E-16

Regression Polynom : $M_{TELMA}(\omega_R) = \sum_{i=0}^{last(Coeff)} Coeff_i \cdot \omega_R^i$



850	89,01	20,12	48,25594	1581,40	2,46568	357,47	
1080	113,10	25,56	37,10266	1812,71	1,89579	409,75	
1200	125,66	28,41	32,15172	1910,94	1,64282	431,96	
1920	201,06	45,45	12,09970	2267,32	0,61825	512,51	
2200	230,38	52,08	7,63174	2331,91	0,38995	527,11	
2400	251,33	56,81	5,23975	2362,15	0,26773	533,95	
2700	282,74	63,91	2,62955	2389,47	0,13436	540,13	
3600	376,99	85,22	-0,78040	2400,47	-0,03987	542,61	STAGE 4
Engine Speed	Engine Speed	Rotors Speed	Linear Coefficient TELMA FN 82-40	Starting Torque TELMA FN 82-40	Linear Coefficient Reduced TELMA FN 82-40	Starting Torque Reduced TELMA FN 82-40	III°
n_E	ω_E	$\omega^{**}III_R$	$wIII_{Rx}$	$MOIII_{Rx}$	$wIII_{Rx}.iII_1^2.iII_2^2$	$MOIII_{Rx}.iII_1.iII_2$	
[rpm]	[rad.s^{-1}]	[rad.s^{-1}]	[Nm.s.rad^{-1}]	[Nm]	[Nm.s.rad^{-1}]	[Nm]	
850	89,01	33,50	5,24656	472,18	0,74324	177,72	
1080	113,10	42,57	2,77214	507,77	0,39271	191,12	
1200	125,66	47,30	1,83983	518,59	0,26063	195,19	
1920	201,06	75,68	-0,53924	526,93	-0,07639	198,33	
2200	230,38	86,71	-0,64484	520,17	-0,09135	195,78	
2400	251,33	94,59	-0,60583	515,20	-0,08582	193,91	
2700	282,74	106,42	-0,46754	508,80	-0,06623	191,50	
3600	376,99	141,89	-0,10796	499,65	-0,01529	188,06	STAGE 1
850	89,01	33,50	12,15209	877,08	1,72149	330,12	
1080	113,10	42,57	7,87383	966,79	1,11542	363,88	
1200	125,66	47,30	6,15106	999,84	0,87137	376,32	
1920	201,06	75,68	0,62858	1080,33	0,08905	406,62	
2200	230,38	86,71	-0,17461	1082,41	-0,02474	407,40	
2400	251,33	94,59	-0,51464	1079,60	-0,07291	406,34	
2700	282,74	106,42	-0,80253	1071,61	-0,11369	403,33	
3600	376,99	141,89	-1,07616	1037,16	-0,15245	390,37	STAGE 2
850	89,01	33,50	16,48369	1499,65	2,33511	564,44	
1080	113,10	42,57	9,33171	1614,25	1,32195	607,57	
1200	125,66	47,30	6,72905	1651,97	0,95325	621,77	
1920	201,06	75,68	0,34495	1724,99	0,04887	649,25	
2200	230,38	86,71	-0,10152	1725,90	-0,01438	649,59	
2400	251,33	94,59	-0,22518	1724,55	-0,03190	649,09	
2700	282,74	106,42	-0,34953	1721,17	-0,04952	647,81	
3600	376,99	141,89	-1,26103	1695,26	-0,17864	638,06	STAGE 3
850	89,01	33,50	24,56865	2054,81	3,48044	773,39	
1080	113,10	42,57	14,52831	2229,04	2,05811	838,96	
1200	125,66	47,30	10,70585	2288,38	1,51661	861,30	
1920	201,06	75,68	0,15453	2404,01	0,02189	904,82	
2200	230,38	86,71	-0,87086	2399,24	-0,12337	903,02	
2400	251,33	94,59	-1,18195	2390,98	-0,16744	899,92	
2700	282,74	106,42	-1,34131	2375,84	-0,19001	894,22	
3600	376,99	141,89	-1,61195	2324,77	-0,22835	875,00	STAGE 4
Engine Speed	Engine Speed	Rotors Speed	Linear Coefficient TELMA FN 82-40	Starting Torque TELMA FN 82-40	Linear Coefficient Reduced TELMA FN 82-40	Starting Torque Reduced TELMA FN 82-40	IV°
n_E	ω_E	$\omega^{**}IV_R$	wIV_{Rx}	$MOIV_{Rx}$	$wIV_{Rx}.iIV_1^2.iIV_2^2$	$MOIV_{Rx}.iIV_1.iIV_2$	
[rpm]	[rad.s^{-1}]	[rad.s^{-1}]	[Nm.s.rad^{-1}]	[Nm]	[Nm.s.rad^{-1}]	[Nm]	
850	89,01	49,80	1,42965	522,67	0,44744	292,40	
1080	113,10	63,27	-0,01115	530,93	-0,00349	297,02	
1200	125,66	70,30	-0,37902	529,44	-0,11862	296,19	
1920	201,06	112,48	-0,38559	506,21	-0,12068	283,20	
2200	230,38	128,89	-0,19520	501,55	-0,06109	280,59	
2400	251,33	140,60	-0,11381	499,79	-0,03562	279,60	
2700	282,74	158,18	-0,08060	498,22	-0,02523	278,72	
3600	376,99	210,90	-0,20115	490,67	-0,06296	274,50	STAGE 1
850	89,01	49,80	5,36015	1014,21	1,67758	567,39	
1080	113,10	63,27	2,24474	1063,48	0,70254	594,95	
1200	125,66	70,30	1,21519	1075,45	0,38032	601,65	
1920	201,06	112,48	-0,88651	1066,47	-0,27745	596,63	
2200	230,38	128,89	-1,01317	1050,76	-0,31709	587,84	
2400	251,33	140,60	-1,07027	1038,54	-0,33497	581,00	
2700	282,74	158,18	-1,14883	1019,04	-0,35955	570,09	
3600	376,99	210,90	-1,14804	955,81	-0,35931	534,72	STAGE 2
850	89,01	49,80	5,60402	1667,35	1,75391	932,78	
1080	113,10	63,27	1,76276	1713,34	0,55170	958,51	
1200	125,66	70,30	0,79330	1722,02	0,24828	963,37	
1920	201,06	112,48	-0,43627	1718,80	-0,13654	961,57	
2200	230,38	128,89	-0,82572	1708,76	-0,25843	955,95	
2400	251,33	140,60	-1,21548	1696,86	-0,38041	949,29	
2700	282,74	158,18	-1,81547	1670,11	-0,56819	934,32	
3600	376,99	210,90	-2,00408	1555,95	-0,62722	870,46	STAGE 3
850	89,01	49,80	9,00801	2312,97	2,81926	1293,97	
1080	113,10	63,27	2,82416	2387,72	0,88389	1335,79	
1200	125,66	70,30	1,05530	2400,91	0,33028	1343,17	
1920	201,06	112,48	-1,36708	2367,62	-0,42786	1324,54	
2200	230,38	128,89	-1,45388	2344,61	-0,45503	1311,67	
2400	251,33	140,60	-1,59277	2326,83	-0,49850	1301,72	
2700	282,74	158,18	-1,88799	2296,32	-0,59089	1284,65	
3600	376,99	210,90	-2,17785	2182,31	-0,68161	1220,87	STAGE 4
Engine Speed	Engine Speed	Rotors Speed	Linear Coefficient TELMA FN 82-40	Starting Torque TELMA FN 82-40	Linear Coefficient Reduced TELMA FN 82-40	Starting Torque Reduced TELMA FN 82-40	V°
n_E	ω_E	$\omega^{**}V_R$	wV_{Rx}	MOV_{Rx}	$wV_{Rx}.iV_1^2.iV_2^2$	$MOV_{Rx}.iV_1.iV_2$	
[rpm]	[rad.s^{-1}]	[rad.s^{-1}]	[Nm.s.rad^{-1}]	[Nm]	[Nm.s.rad^{-1}]	[Nm]	
850	89,01	69,41	-0,34319	529,76	-0,20867	413,09	
1080	113,10	88,19	-0,64286	519,22	-0,39088	404,87	
1200	125,66	97,99	-0,57242	513,20	-0,34805	400,17	
1920	201,06	156,78	-0,08000	498,33	-0,04864	388,58	
2200	230,38	179,64	-0,12959	496,06	-0,07880	386,81	
2400	251,33	195,98	-0,17814	493,53	-0,10831	384,84	
2700	282,74	220,47	-0,19966	488,74	-0,12140	381,10	
3600	376,99	293,96	-0,00792	481,35	-0,00481	375,34	STAGE 1
850	89,01	69,41	1,32824	1074,31	0,80761	837,71	
1080	113,10	88,19	-0,25041	1082,10	-0,15226	843,78	
1200	125,66	97,99	-0,61928	1077,67	-0,37654	840,32	
1920	201,06	156,78	-1,14281	1020,64	-0,69486	795,85	
2200	230,38	179,64	-1,21912	993,52	-0,74126	774,71	
2400	251,33	195,98	-1,21618	973,55	-0,73947	759,13	
2700	282,74	220,47	-1,06860	945,19	-0,64973	737,02	
3600	376,99	293,96	-0,06696	903,42	-0,04071	704,45	STAGE 2

850	89,01	69,41	0,88937	1721,27	0,54076	1342,18	STAGE 3
1080	113,10	88,19	-0,13198	1725,72	-0,08025	1345,65	
1200	125,66	97,99	-0,26073	1723,73	-0,15853	1344,09	
1920	201,06	156,78	-1,77203	1672,61	-1,07744	1304,24	
2200	230,38	179,64	-2,26696	1625,47	-1,37837	1267,48	
2400	251,33	195,98	-2,26201	1588,05	-1,37536	1238,30	
2700	282,74	220,47	-1,75118	1537,95	-1,06476	1199,23	
3600	376,99	293,96	-1,08401	1461,91	-0,65910	1139,94	
850	89,01	69,41	1,23922	2399,89	0,75348	1871,34	STAGE 4
1080	113,10	88,19	-0,94888	2397,89	-0,57694	1869,78	
1200	125,66	97,99	-1,25337	2386,85	-0,76208	1861,17	
1920	201,06	156,78	-1,86349	2298,94	-1,13305	1792,62	
2200	230,38	179,64	-2,19366	2252,19	-1,33380	1756,17	
2400	251,33	195,98	-2,26005	2215,59	-1,37417	1727,63	
2700	282,74	220,47	-2,07469	2161,95	-1,26146	1685,80	
3600	376,99	293,96	-2,39177	2019,76	-1,45426	1574,93	

Engine Speed	Engine Speed	Rotors Speed	Linear Coefficient TELMA FN 82-40	Starting Torque TELMA FN 82-40	Linear Coefficient Reduced TELMA FN 82-40	Starting Torque Reduced TELMA FN 82-40	VI°
n_E	ω_E	ωVI_R	wVI_{Rx}	$M0VI_{Rx}$	$wVI_{Rx}.iVI_1^2.iVI_2^2$	$M0VI_{Rx}.iVI_1.iVI_2$	
[rpm]	[rad.s^{-1}]	[rad.s^{-1}]	[Nm.s.rad^{-1}]	[Nm]	[Nm.s.rad^{-1}]	[Nm]	
850	89,01	89,01	-0,64054	518,69	-0,64054	518,69	STAGE 1
1080	113,10	113,10	-0,37736	505,98	-0,37736	505,98	
1200	125,66	125,66	-0,22640	502,23	-0,22640	502,23	
1920	201,06	201,06	-0,18913	492,60	-0,18913	492,60	
2200	230,38	230,38	-0,18461	486,82	-0,18461	486,82	
2400	251,33	251,33	-0,12013	483,58	-0,12013	483,58	
2700	282,74	282,74	-0,02146	481,50	-0,02146	481,50	
3600	376,99	376,99	0,03192	478,41	0,03192	478,41	
850	89,01	89,01	-0,29001	1081,88	-0,29001	1081,88	STAGE 2
1080	113,10	113,10	-0,89345	1065,92	-0,89345	1065,92	
1200	125,66	125,66	-0,99487	1053,99	-0,99487	1053,99	
1920	201,06	201,06	-1,20056	967,40	-1,20056	967,40	
2200	230,38	230,38	-0,95900	935,12	-0,95900	935,12	
2400	251,33	251,33	-0,66096	918,04	-0,66096	918,04	
2700	282,74	282,74	-0,19341	904,85	-0,19341	904,85	
3600	376,99	376,99	-0,05277	905,45	-0,05277	905,45	
850	89,01	89,01	-0,14712	1725,61	-0,14712	1725,61	STAGE 3
1080	113,10	113,10	-0,44669	1718,53	-0,44669	1718,53	
1200	125,66	125,66	-0,73176	1711,27	-0,73176	1711,27	
1920	201,06	201,06	-2,19792	1576,70	-2,19792	1576,70	
2200	230,38	230,38	-1,45842	1522,03	-1,45842	1522,03	
2400	251,33	251,33	-0,91863	1497,54	-0,91863	1497,54	
2700	282,74	282,74	-0,85074	1472,66	-0,85074	1472,66	
3600	376,99	376,99	-0,66594	1328,20	-0,66594	1328,20	
850	89,01	89,01	-0,98787	2397,09	-0,98787	2397,09	STAGE 4
1080	113,10	113,10	-1,36917	2366,78	-1,36917	2366,78	
1200	125,66	125,66	-1,42819	2349,26	-1,42819	2349,26	
1920	201,06	201,06	-2,24587	2204,12	-2,24587	2204,12	
2200	230,38	230,38	-1,95313	2141,99	-1,95313	2141,99	
2400	251,33	251,33	-1,77427	2103,29	-1,77427	2103,29	
2700	282,74	282,74	-2,08901	2044,83	-2,08901	2044,83	
3600	376,99	376,99	-1,78941	1777,43	-1,78941	1777,43	

Source : TELMA - VALEO

F) BREAK DISCS

WEIGHT	KERB	TOTAL
p_o [bar]	$^{L}M_{W1}$, $^{R}M_{W1}$ [kNm]	$^{L}M_{W1}$, $^{R}M_{W1}$ [kNm]
0	0,191	0,27
0,5	0,19	0,269
0,6	0,189	0,268
0,7	0,189	0,268
0,8	0,358	0,437
0,9	0,623	0,702
1	0,888	0,966
2	3,532	3,608
3	6,212	6,287
4	8,971	9,045
4,6	10,639	10,71
4,7	10,915	10,986
4,8	11,103	11,261
4,9	11,103	11,535
5	11,103	11,808
5,1	11,103	12,08
5,2	11,103	12,352
5,3	11,103	12,622
5,4	11,103	12,891
5,5	11,103	13,159
5,6	11,103	13,426
5,7	11,103	13,691
5,8	11,103	13,955
5,9	11,103	14,217
6	11,103	14,478
6,1	11,103	14,737
6,2	11,103	14,995
6,5	11,103	14,946
6,6	11,103	14,916
7	11,103	14,8
7,1	11,103	14,77
7,3	11,103	14,71
7,4	11,103	14,705
9,5	11,103	14,705

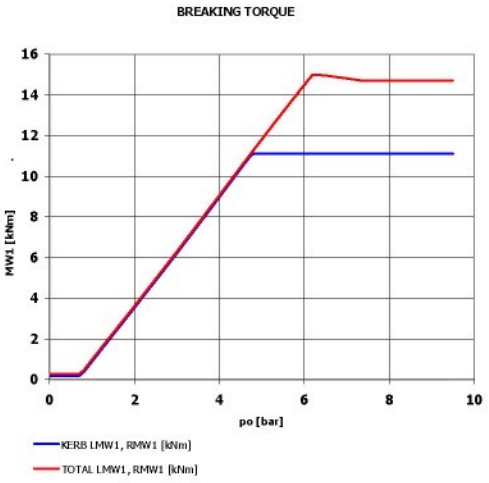
Function for breaking in the kerb vehicle weight :

$$^{L,R}M_{W1_Kerb}(p_o) = \begin{cases} 0.19 & \text{if } p_o < 0,7 \\ 2,662.p_o - 1,673 & \text{if } 0,7 \le p_o \le 4,8 \\ 11,103 & \text{if } p_o > 4,8 \end{cases}$$

Function for breaking in the total vehicle weight :

$$^{L,R}M_{W1_Total}(p_o) = \begin{cases} 0.268 & \text{if } p_o < 0,7 \\ 2,679.p_o - 1,608 & \text{if } 0,7 \le p_o \le 6,1 \\ 14,737 & \text{if } p_o > 6,1 \end{cases}$$

For $p_o \in < 0 ; 9,5 >$ bar



Reduction to crankshaft :

$$^{L,R}M_{W1_K}{}^{***I} = {}^{L,R}M_{W1_Kerb}(p_o).i_1{}^{I}.i_2{}^{I}.i_3$$
$$^{L,R}M_{W1_K}{}^{***II} = {}^{L,R}M_{W1_Kerb}(p_o).i_1{}^{II}.i_2{}^{II}.i_3$$
$$^{L,R}M_{W1_K}{}^{***III} = {}^{L,R}M_{W1_Kerb}(p_o).i_1{}^{III}.i_2{}^{III}.i_3$$
$$^{L,R}M_{W1_K}{}^{***IV} = {}^{L,R}M_{W1_Kerb}(p_o).i_1{}^{IV}.i_2{}^{IV}.i_3$$
$$^{L,R}M_{W1_K}{}^{***V} = {}^{L,R}M_{W1_Kerb}(p_o).i_1{}^{V}.i_2{}^{V}.i_3$$
$$^{L,R}M_{W1_K}{}^{*VI} = {}^{L,R}M_{W1_Kerb}(p_o).i_3$$

$$^{L,R}M_{W1_T}{}^{***I} = {}^{L,R}M_{W1_Total}(p_o).i_1{}^{I}.i_2{}^{I}.i_3$$
$$^{L,R}M_{W1_T}{}^{***II} = {}^{L,R}M_{W1_Total}(p_o).i_1{}^{II}.i_2{}^{II}.i_3$$
$$^{L,R}M_{W1_T}{}^{***III} = {}^{L,R}M_{W1_Total}(p_o).i_1{}^{III}.i_2{}^{III}.i_3$$
$$^{L,R}M_{W1_T}{}^{***IV} = {}^{L,R}M_{W1_Total}(p_o).i_1{}^{IV}.i_2{}^{IV}.i_3$$
$$^{L,R}M_{W1_T}{}^{***V} = {}^{L,R}M_{W1_Total}(p_o).i_1{}^{V}.i_2{}^{V}.i_3$$
$$^{L,R}M_{W1_T}{}^{*VI} = {}^{L,R}M_{W1_Total}(p_o).i_3$$

G) ROLLING RESISTANCE

Rolling Coefficient	f	0,012
Kerb vehicle weight	m^K_V	12200 kg
Total vehicle weight	m^T_V	18000 kg
Slope Angle	α^S	0 deg

H) AIR RESISTANCE

Frontal vehicle Area	S_x	7,5 m^2		
Coefficient of Air Resistance	c_x	0,55		
Air Density	ρ_v	1,25 kg/m^3	, at	p_O = 1,013 bar t_O = 15°C
Dynamic Wheel Radius	r_{dyn}	496 mm		
Wind Speed	v_V	4,7 m/s		

I) SLOPE RESISTANCE -

J) SUM OF PASSIVE RESISTANCIES

a) KERB WEIGHT

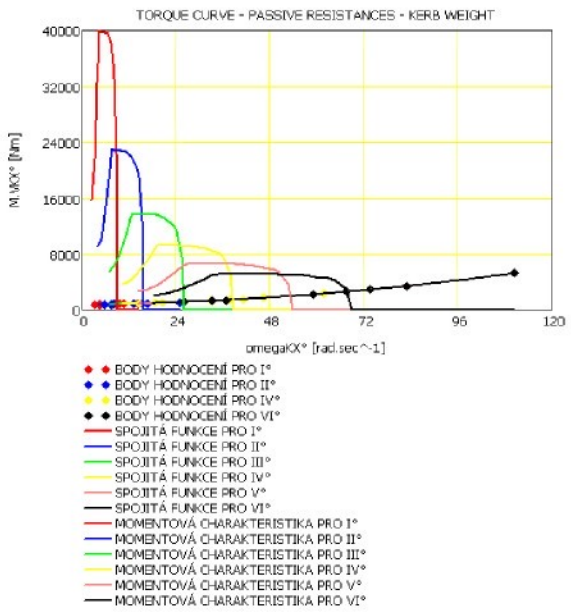
Engine Speed		Wheel Speed						Reduced Torque of passive resistances						Coefficients for regression
		I°	II°	III°	IV°	V°	VI°	I°	II°	III°	IV°	V°	VI°	
n_E [rpm]	ω_E [rad.s^{-1}]	$\omega_{KI°}$ [rad/sec]	$\omega_{KII°}$ [rad/sec]	$\omega_{KIII°}$ [rad/sec]	$\omega_{KIV°}$ [rad/sec]	$\omega_{KV°}$ [rad/sec]	$\omega_{KVI°}$ [rad/sec]	$^KM_{V***I}$ [Nm]	$^KM_{V***II}$ [Nm]	$^KM_{V***III}$ [Nm]	$^KM_{V***IV}$ [Nm]	$^KM_{V***V}$ [Nm]	$^KM_{V}{}^{VI}$ [Nm]	
850	89,01	3,38	5,90	9,82	14,59	20,34	26,08	29,0	52,1	91,4	146,6	226,6	325,2	740,351593
1080	113,10	4,29	7,49	12,47	18,54	25,84	33,14	29,3	53,2	95,2	157,2	252,3	376,0	5,962044
1200	125,66	4,77	8,32	13,86	20,60	28,71	36,82	29,5	53,8	97,4	163,4	267,5	406,2	0,31459296
1920	201,06	7,63	13,32	22,17	32,96	45,94	58,91	30,5	58,0	113,3	209,6	383,4	639,7	
2200	230,38	8,75	15,26	25,41	37,76	52,64	67,50	31,0	59,9	120,7	231,8	440,0	754,8	
2400	251,33	9,54	16,65	27,72	41,20	57,42	73,64	31,4	61,4	126,5	249,1	484,3	845,4	
2700	282,74	10,74	18,73	31,18	46,35	64,60	82,84	31,9	63,7	135,9	277,4	557,1	994,3	
3600	376,99	14,32	24,97	41,57	61,79	86,13	110,46	33,8	71,9	168,9	378,7	819,7	1534,5	

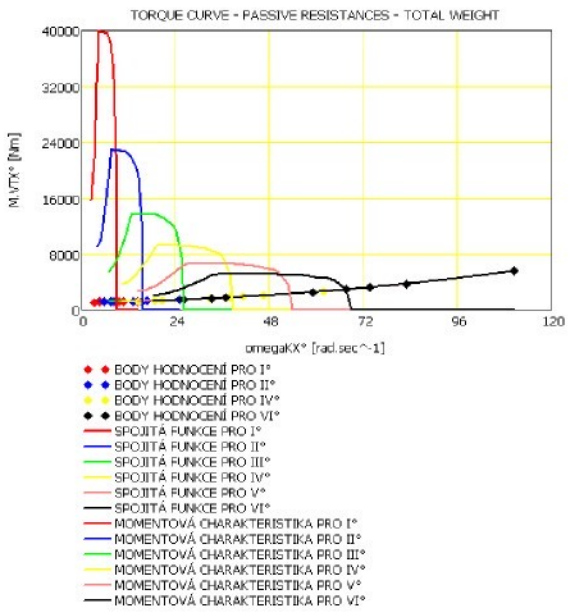
Regression Polynom : $^KM_V(\omega_{KV°}) = {}^KMD_V + {}^KML_V \cdot \omega_{KV°} + {}^KMQ_V \cdot \omega^2_{KV°}$ **(for unreduced torque curve)**

b) TOTAL WEIGHT

Engine Speed		Wheel Speed						Reduced Torque of passive resistances						Coefficients for regression
		I°	II°	III°	IV°	V°	VI°	I°	II°	III°	IV°	V°	VI°	
n_E [rpm]	ω_E [rad.s^{-1}]	$\omega_{KI°}$ [rad/sec]	$\omega_{KII°}$ [rad/sec]	$\omega_{KIII°}$ [rad/sec]	$\omega_{KIV°}$ [rad/sec]	$\omega_{KV°}$ [rad/sec]	$\omega_{KVI°}$ [rad/sec]	$^TM_{V***I}$ [Nm]	$^TM_{V***II}$ [Nm]	$^TM_{V***III}$ [Nm]	$^TM_{V***IV}$ [Nm]	$^TM_{V***V}$ [Nm]	$^TM_{V}{}^{VI}$ [Nm]	
850	89,01	3,38	5,90	9,82	14,59	20,34	26,08	41,9	74,5	128,8	202,1	303,9	424,4	1078,89284
1080	113,10	4,29	7,49	12,47	18,54	25,84	33,14	42,2	75,6	132,6	212,7	329,7	475,2	5,962044
1200	125,66	4,77	8,32	13,86	20,60	28,71	36,82	42,3	76,2	134,8	218,9	344,8	505,4	0,31459296
1920	201,06	7,63	13,32	22,17	32,96	45,94	58,91	43,4	80,4	150,6	265,1	460,7	738,9	
2200	230,38	8,75	15,26	25,41	37,76	52,64	67,50	43,9	82,3	158,1	287,3	517,3	854,0	
2400	251,33	9,54	16,65	27,72	41,20	57,42	73,64	44,2	83,8	163,9	304,6	561,7	944,6	
2700	282,74	10,74	18,73	31,18	46,35	64,60	82,84	44,8	86,2	173,2	332,9	634,4	1093,4	
3600	376,99	14,32	24,97	41,57	61,79	86,13	110,46	46,7	94,3	206,3	434,2	897,0	1633,7	

Regression Polynom : $^TM_V(\omega_{TV°}) = {}^TMD_V + {}^TML_V \cdot \omega_{TV°} + {}^TMQ_V \cdot \omega^2_{TV°}$ **(for unreduced torque curve)**



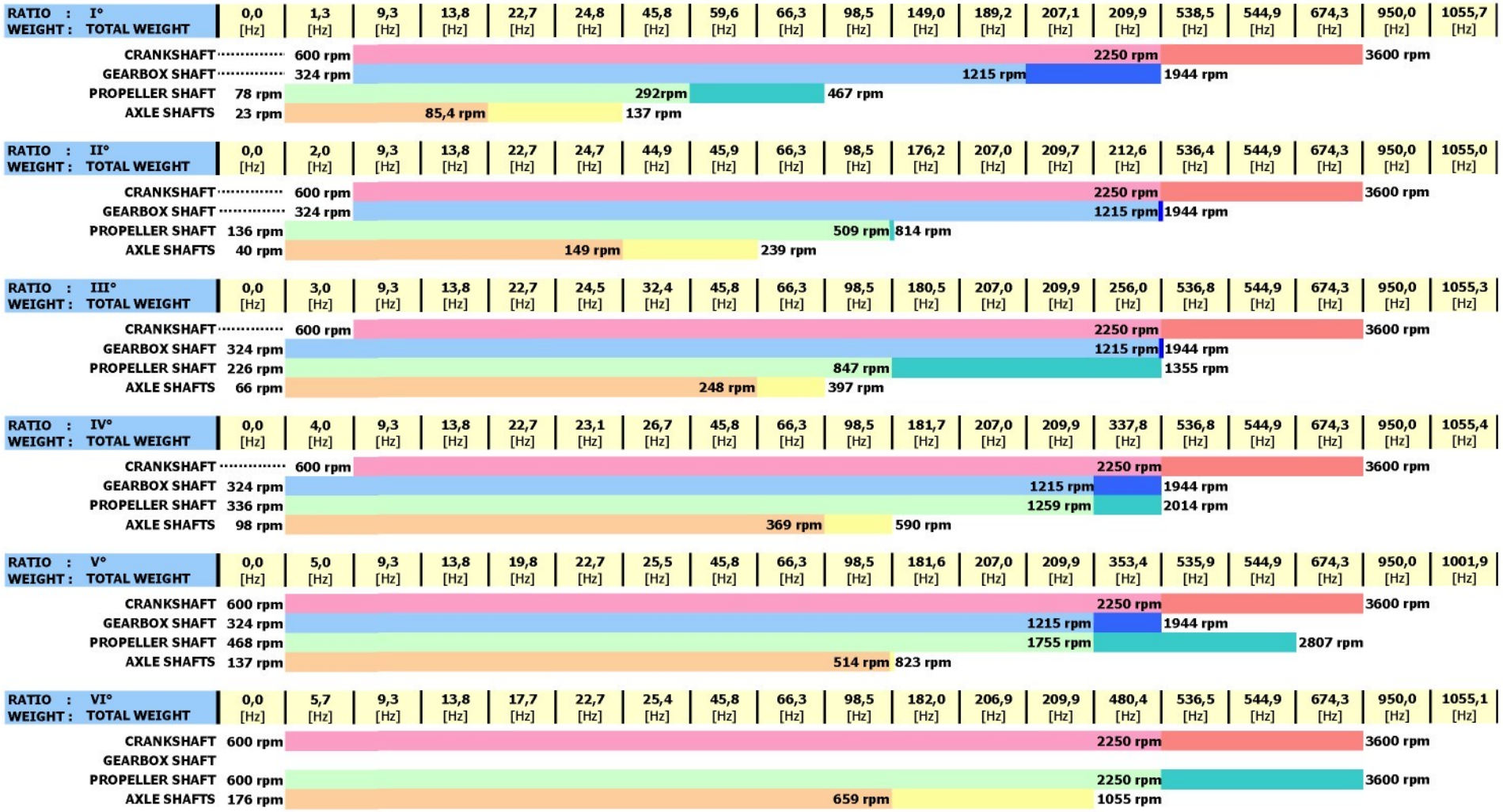


Source : IRISBUS

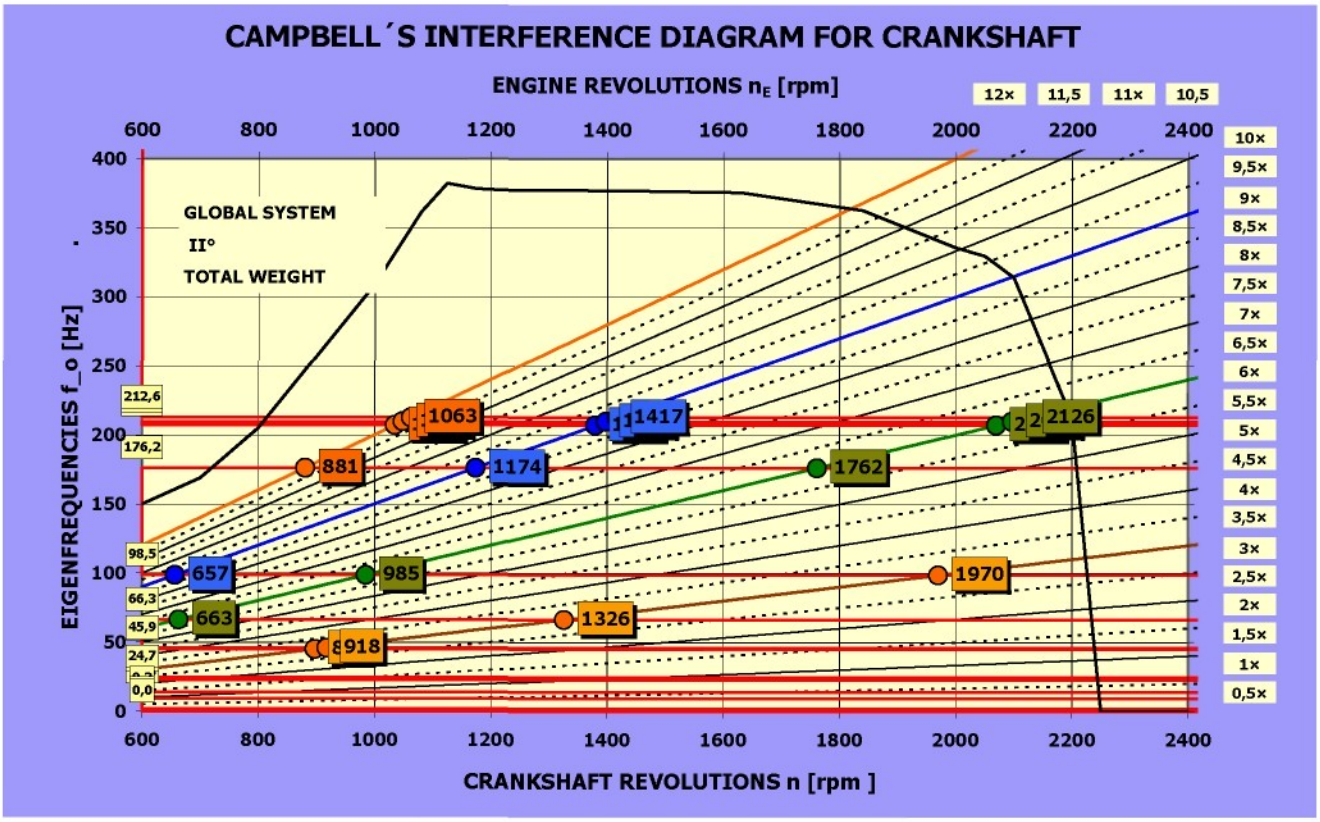
PŘEHLED VLASTNÍCH FREKVENCÍ

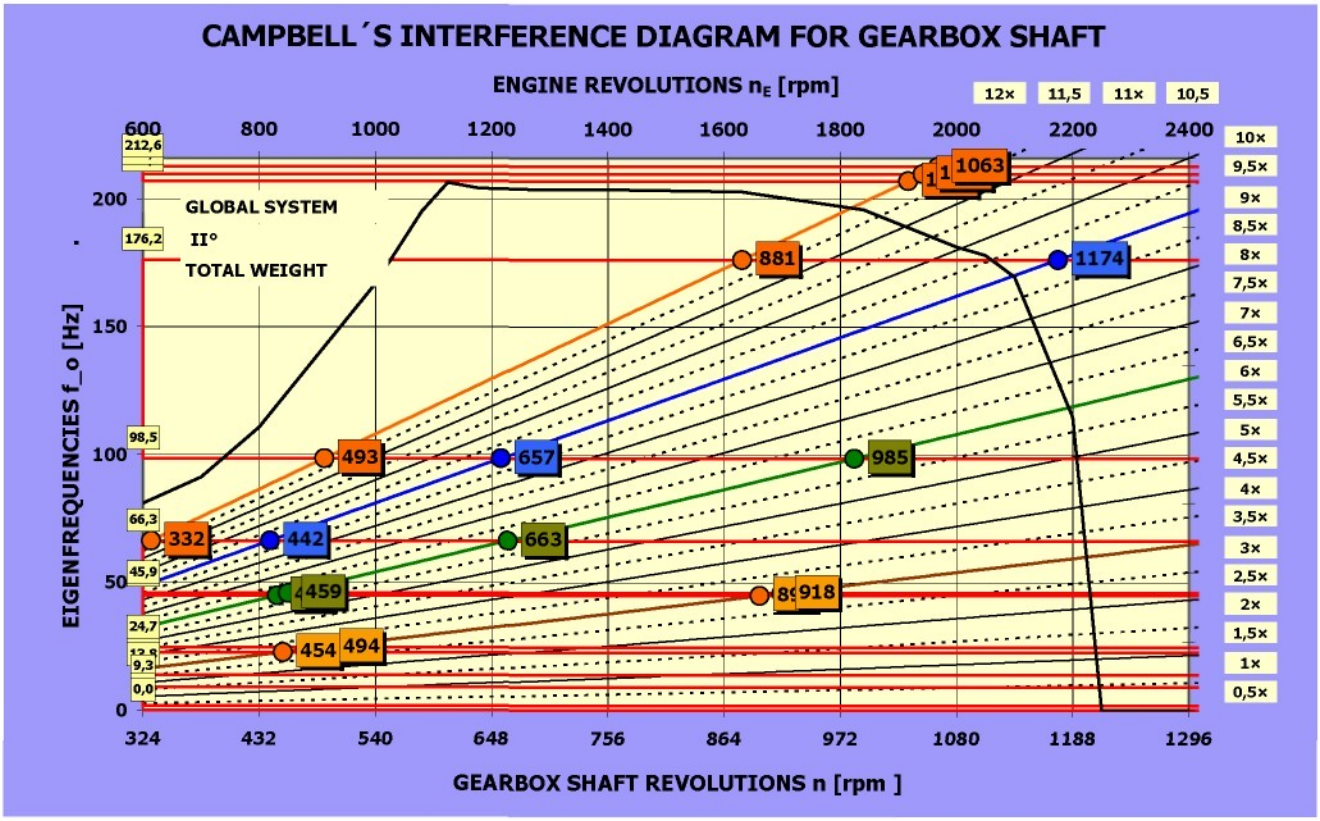
NATURAL FREQUENCIES IMPORTANT IN ENGINE OPERATION RANGE 600 rpm - 2250 rpm - 3600 rpm

(POSSIBLE INTERFERENCIES WITH HARMONIC´S ORDERS FROM 1/2. TO 12.)

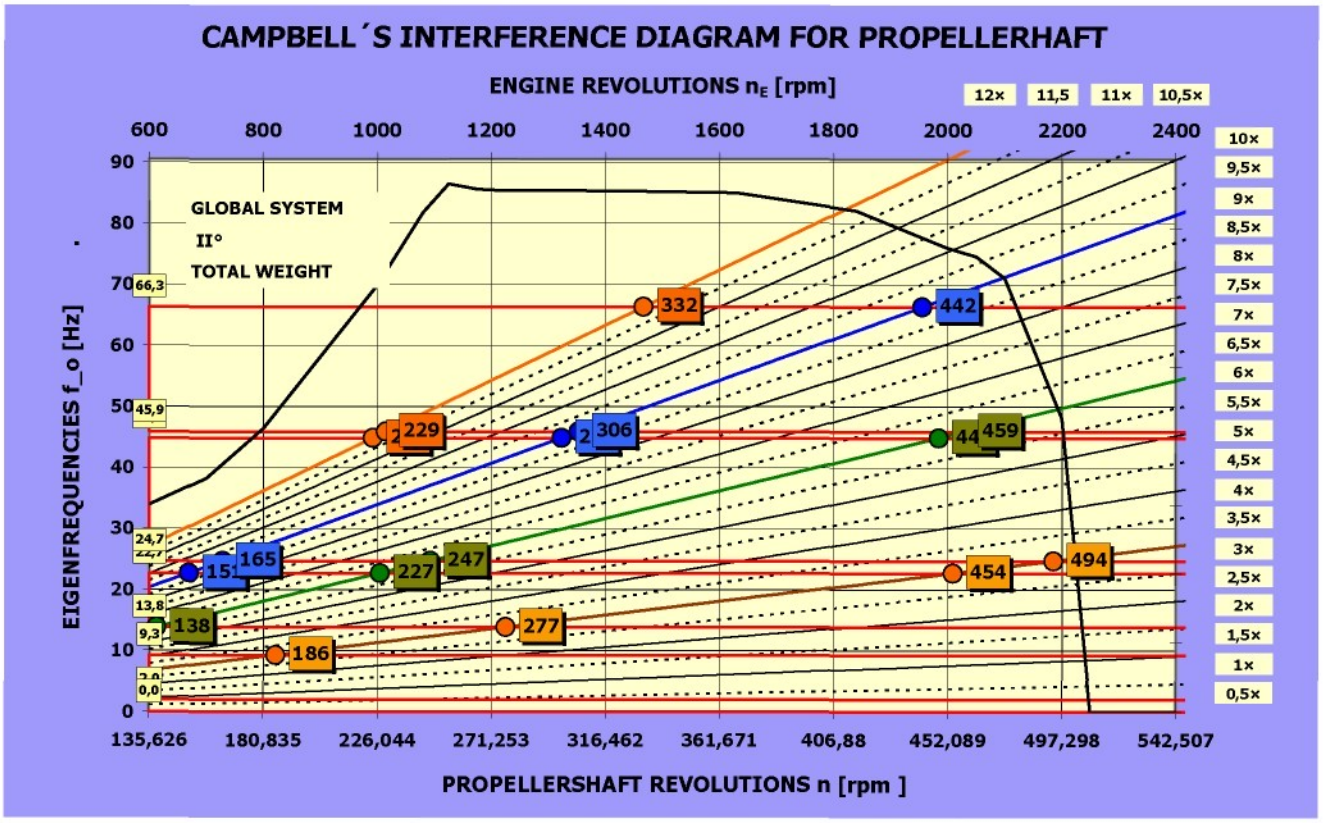


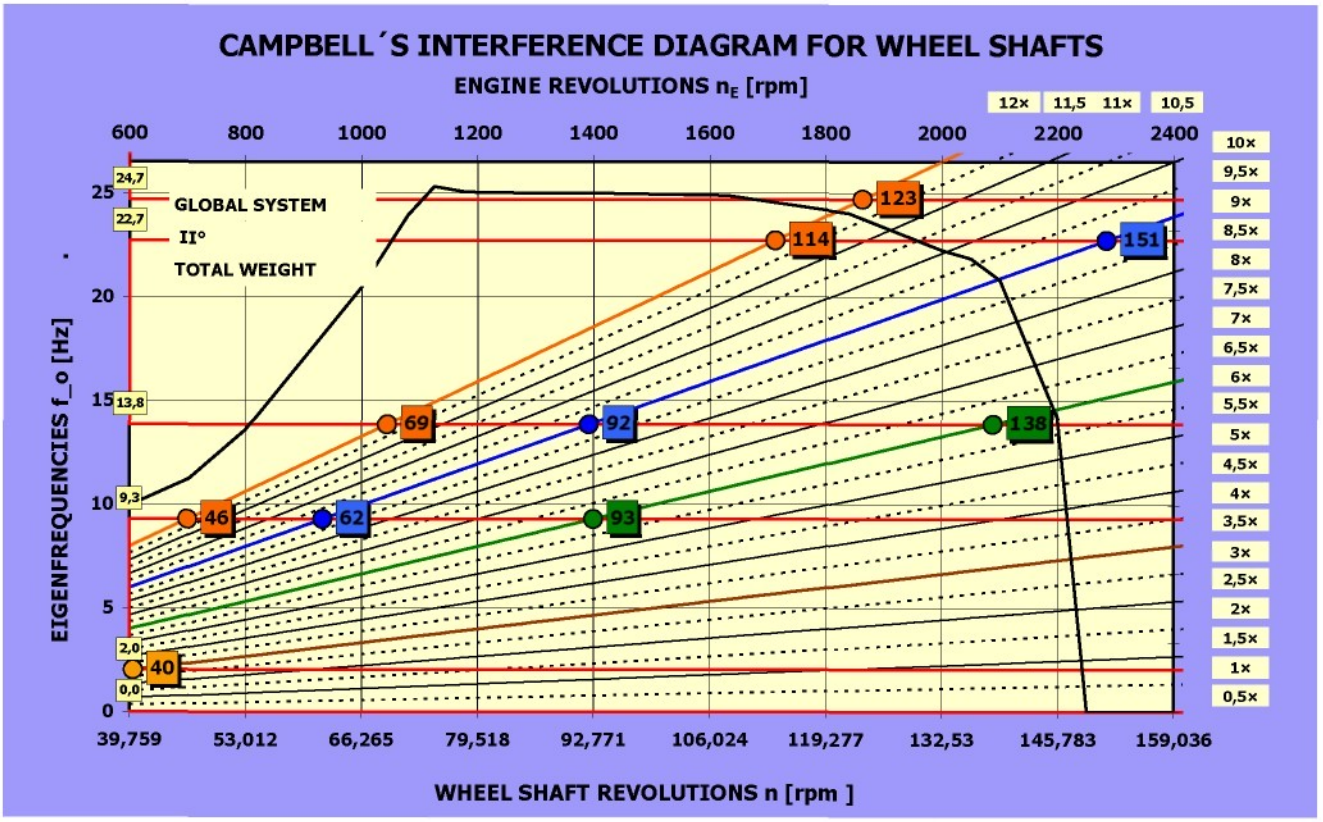
CAMBELLOVY INTERFERENČNÍ DIAGRAMY - (UKÁZKA PRO II°)





CAMBELLOVY INTERFERENČNÍ DIAGRAMY - (UKÁZKA PRO II°)





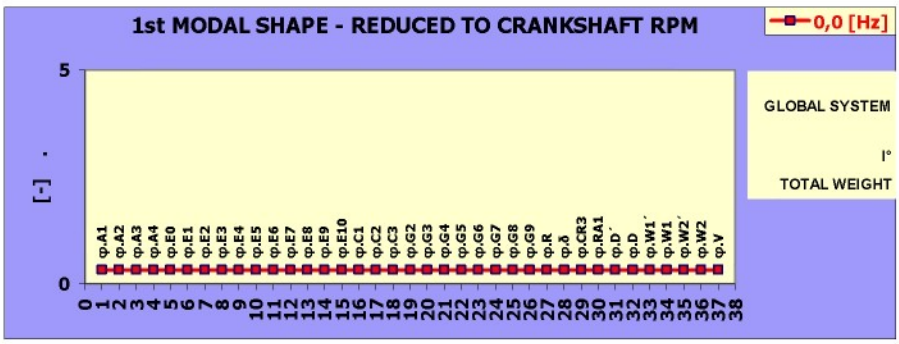
PŘEHLED VLASTNÍCH TVARŮ KMITÁNÍ V PROVOZNÍM ROZSAHU OTÁČEK SOUSTROJÍ

VLASTNÍ TVAR 1

I° : 0 Hz; **II°** : 0 Hz; **III°** : 0 Hz; **IV°** : 0 Hz; **V°** : 0 Hz; **VI°** : 0 Hz;

Dynamický model představuje oboustranně izolovaný řetězec. U takového modelu je první vlastní frekvence nulová a příslušný vlastní tvar kmitu nevykazuje žádnou poměrnou deformaci. Tvar vyjadřuje rovnoměrné otáčení soustavy jako celku.

Ukázka tvaru z výpočtu na I°.

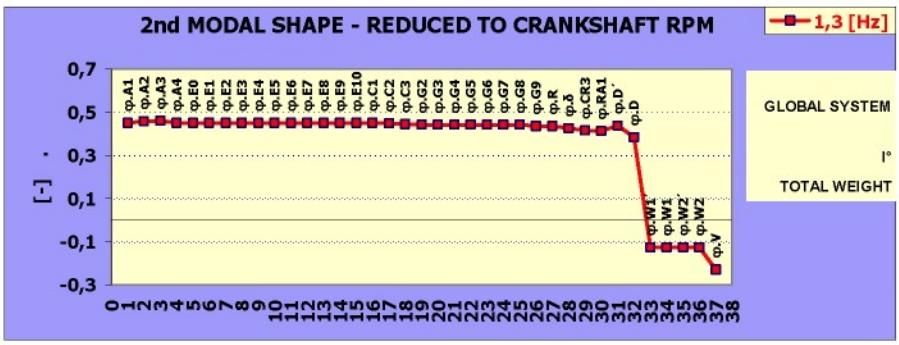


VLASTNÍ TVAR 2

I° : 1,3 Hz; **II°** : 2 Hz; **III°** : 3 Hz; **IV°** : 4 Hz; **V°** : 5 Hz; **VI°** : 5,7 Hz;

Pohonný řetězec, od volného konce klikového hřídele až po výstup z diferenciálu, kmitá jako celek vůči kolovým jednotkám hnací nápravy a nástavbě vozidla, které jsou slabě v protifázi.

Tvar je stejný pro všechny rychlostní stupně X°.
Ukázka tvaru z výpočtu na I°.

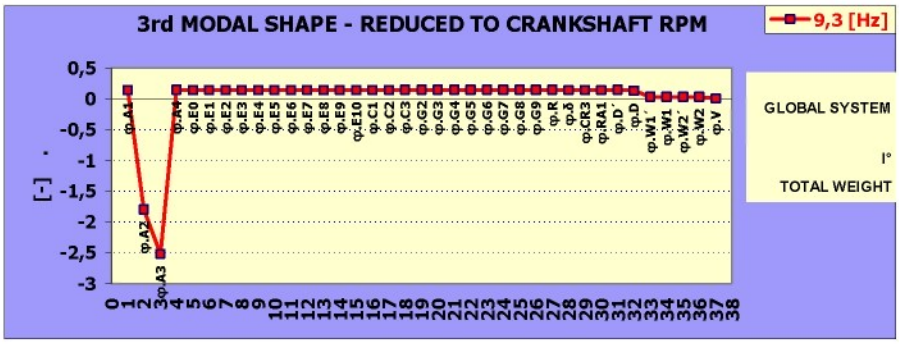


VLASTNÍ TVAR 3

I° : 9,3 Hz; **II°** : 9,3 Hz; **III°** : 9,3 Hz; **IV°** : 9,3 Hz; **V°** : 9,3 Hz; **VI°** : 9,3 Hz;

Kmitání rotorů alternátorů ve fázi (řemenový převod), pohonný řetězec nekmitá.

Tvar je stejný pro všechny rychlostní stupně X°.
Ukázka tvaru z výpočtu na I°.

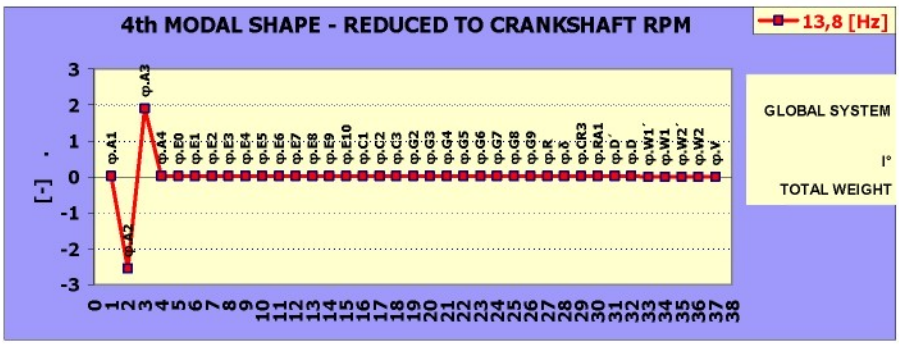


VLASTNÍ TVAR 4

I° : 13,8 Hz; **II°** : 13,8 Hz; **III°** : 13,8 Hz; **IV°** : 13,8 Hz; **V°** : 13,8 Hz; **VI°** : 13,8 Hz;

Kmitání rotorů alternátorů ve vzájemné protifázi (řemenový převod), pohonný řetězec nekmitá.

Tvar je stejný pro všechny rychlostní stupně X°.
Ukázka tvaru z výpočtu na I°.

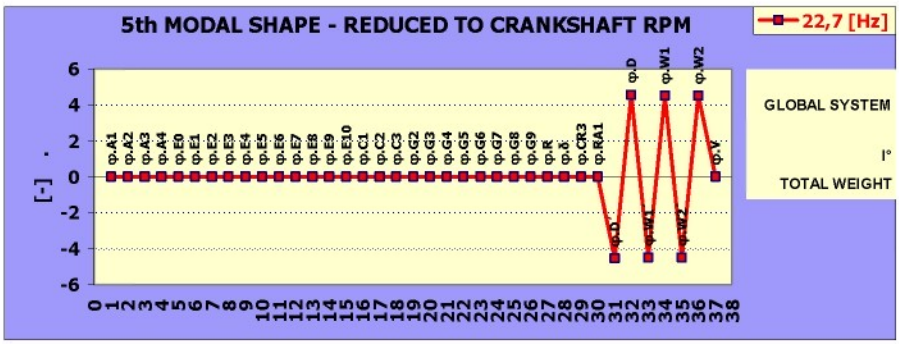


VLASTNÍ TVAR 5

I° : 22,7 Hz; **II°** : 22,7 Hz; **III°** : 22,7 Hz; **IV°** : 22,7 Hz; **V°** : 22,7 Hz; **VI°** : 22,7 Hz;

Pohonný řetězec a nástavba vozidla stojí, kmitá pouze pravá a levá polovina hnací nápravy ve vzájemné protifázi.

Tvar je stejný pro všechny rychlostní stupně X°.
Ukázka tvaru z výpočtu na I°.

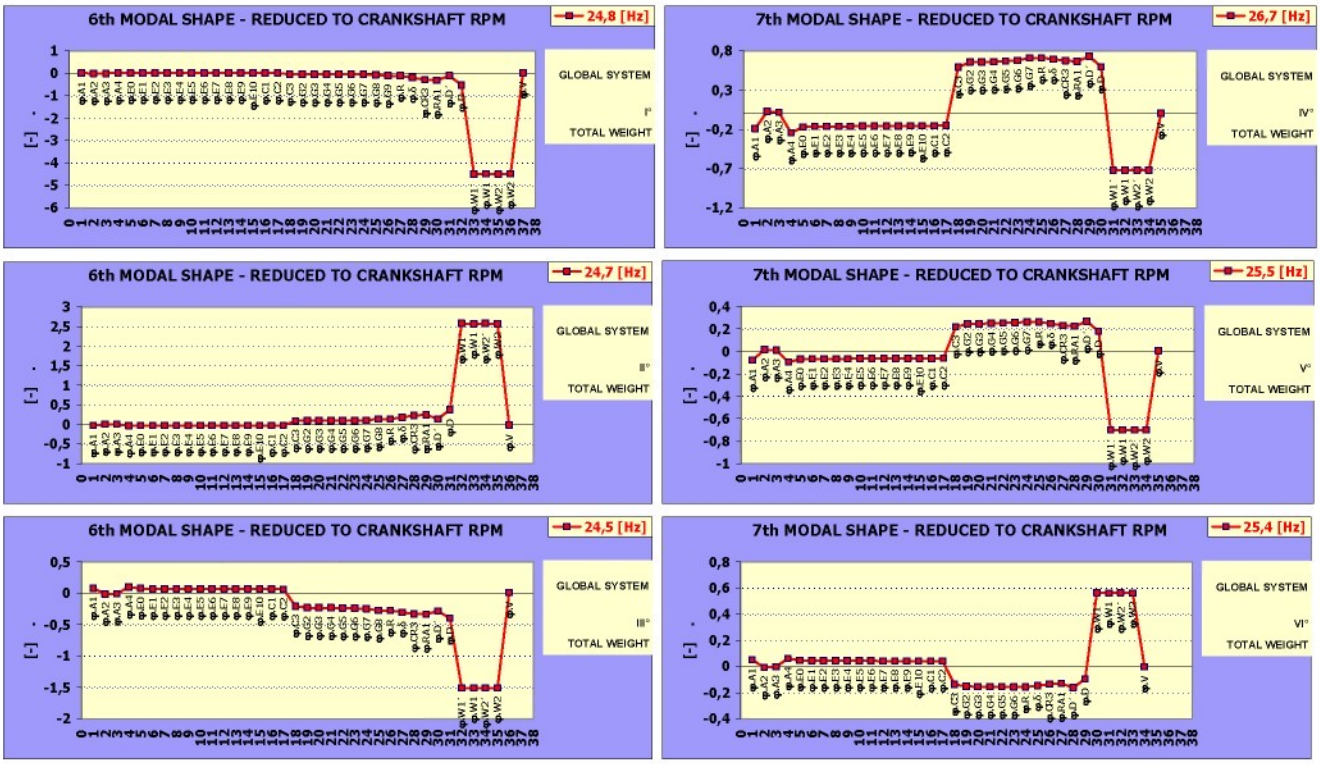


VLASTNÍ TVAR 6

I° : 24,8 Hz; **II°** : 24,7 Hz; **III°** : 24,5 Hz; **IV°** : 26,7 Hz; **V°** : 25,5 Hz; **VI°** : 25,4 Hz;

Na všech rychlostních stupních X° je společné kmitání koncových jednotek ve fázi a současně nástavba vozidla nekmitá. Část řetězce - °P, Cardanův mechanismus a stálý převod s diferenciálem – kmitá ke kolovým jednotkám v protifázi přičemž intenzita těchto kmitů dosahuje svého maxima na IV° a minima na I°, kdy pohonný řetězec téměř stojí.

Ukázka tvarů z výpočtu pro I° až VI°.

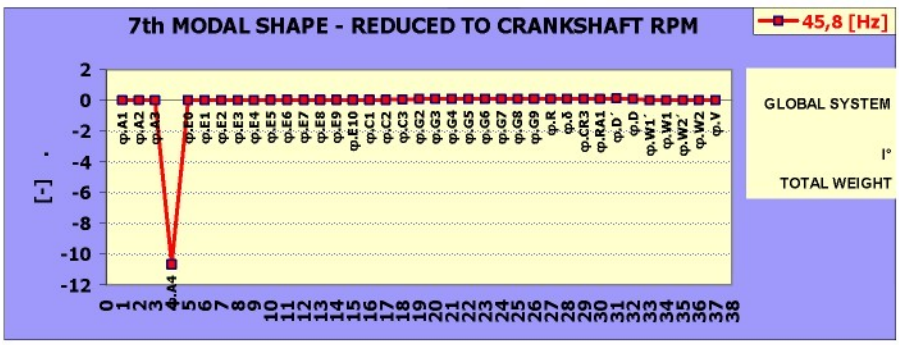


VLASTNÍ TVAR 7

I° : 45,8 Hz; **II°** : 45,9 Hz; **III°** : 45,8 Hz; **IV°** : 45,8 Hz; **V°** : 45,8 Hz; **VI°** : 45,8 Hz;

Pohonný řetězec a nástavba vozidla stojí. Kmity rotačních hmot kompresoru klimatizace (řemenový převod).

Tvar je stejný pro všechny rychlostní stupně X°.
Ukázka tvaru z výpočtu na I°.



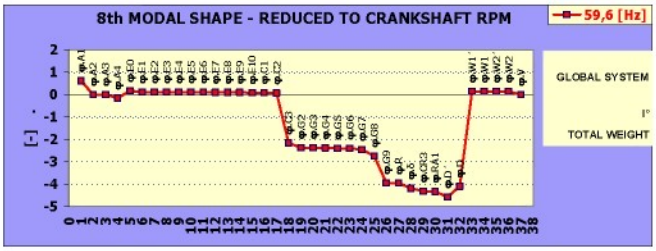
VLASTNÍ TVAR 8

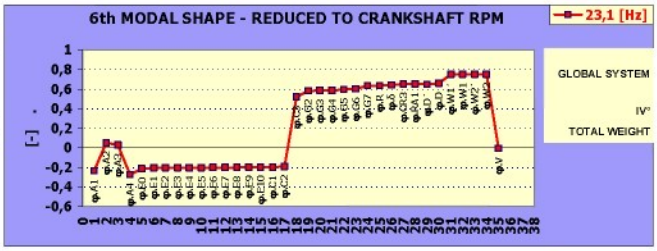
I° : 59,6 Hz; **II°** : 44,9 Hz; **III°** : 32,4 Hz; **IV°** : 23,1 Hz; **V°** : 19,8 Hz; **VI°** : 17,7 Hz;

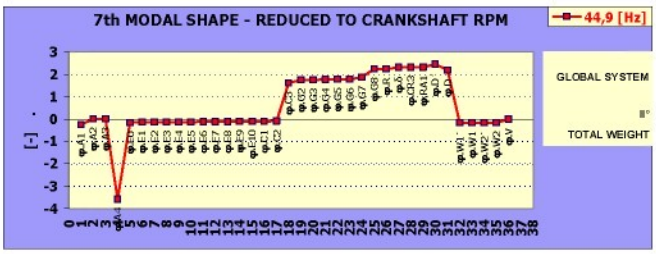
Tento vlastní tvar kmitu je vždy specifický vzhledem k zařazenému rychlostnímu stupni X°. Společným znakem je, že část řetězce - °P, Cardanův mechanismus a stálý převod s diferenciálem – kmitá jako jediný celek ve stejné vzhledem ke klikovému hřídeli motoru. Ten buď stojí, a nebo slabě kmitá jako tuhý celek v protifázi. Nástavba vozidla vždy stojí.

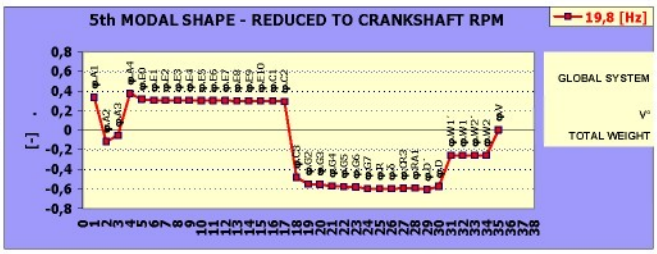
Kmitání s těmito vlastními tvary má zásadní vliv na zvýšení amplitud torzních vibrací na hřídelích °P a Cardanova mechanismu u I° a II° - viz. amplitudo-otáčkové charakteristiky a kap. 2.11., str. 93.

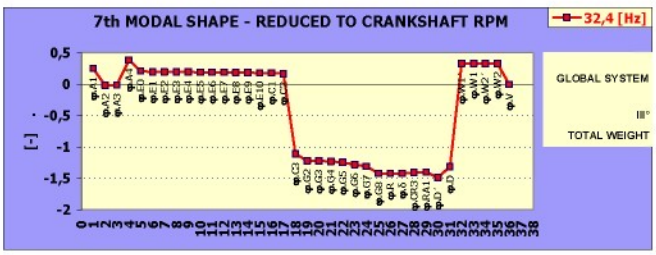
I°, II° : kolové jednotky hnací nápravy stojí;
III° : kolové jednotky kmitají v protifázi k řetězci a ve fázi s klikovým hřídelem motoru;
IV° : kolové jednotky kmitají plně ve fázi s řetězcem a v protifázi s klikovým hřídelem motoru;
V°, VI° : kolové jednotky kmitají slabě ve fázi s řetězcem a v protifázi s klikovým hřídelem motoru;

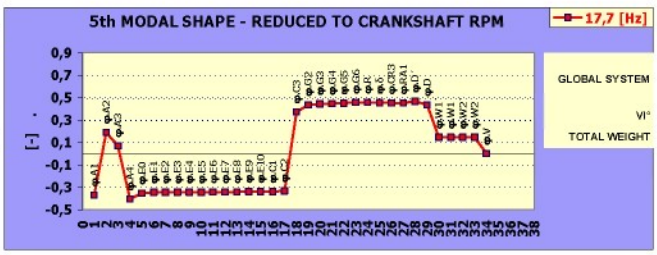










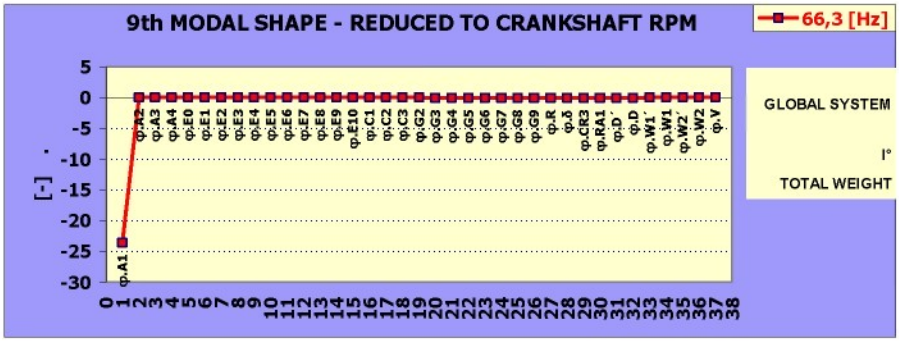


VLASTNÍ TVAR 9

I° : 66,3 Hz; **II°** : 66,3 Hz; **III°** : 66,3 Hz; **IV°** : 66,3 Hz; **V°** : 66,3 Hz; **VI°** : 66,3 Hz;

Pohonný řetězec a nástavba vozidla stojí. Kmity rotoru čerpadla chladícího okruhu (řemenový převod).

Tvar je stejný pro všechny rychlostní stupně X°. Ukázka tvaru z výpočtu na I°.

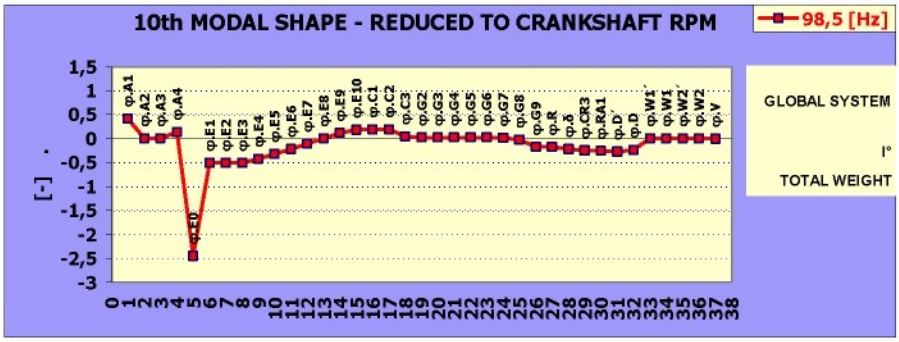


VLASTNÍ TVAR 10

I° : 98,5 Hz; **II°** : 98,5 Hz; **III°** : 98,5 Hz; **IV°** : 98,5 Hz; **V°** : 98,5 Hz; **VI°** : 98,5 Hz;

Pohonný řetězec a nástavba vozidla stojí. Vlastní kmitání seizmické hmoty silikonového tlumiče torzních kmitů, instalovaného na volném konci klikového hřídele.

Tvar je stejný pro všechny rychlostní stupně X°.
Ukázka tvaru z výpočtu na I°.

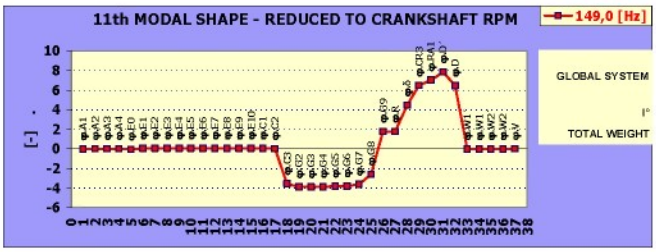


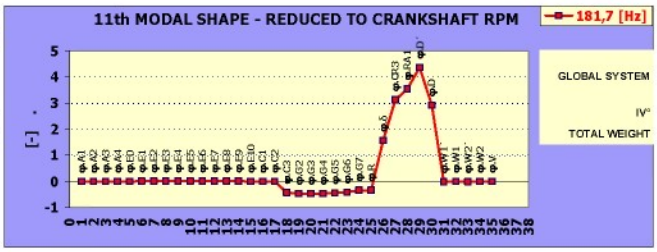
VLASTNÍ TVAR 11

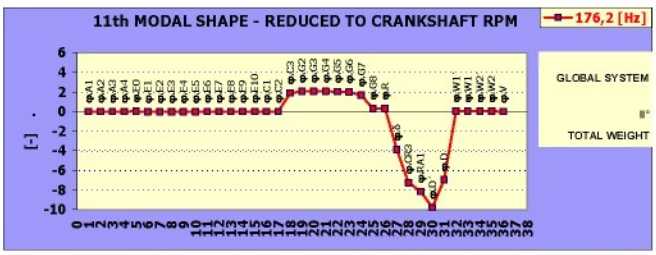
I° : 149 Hz; **II°** : 176,2 Hz; **III°** : 180,5 Hz; **IV°** : 181,7 Hz; **V°** : 181,6 Hz; **VI°** : 182 Hz;

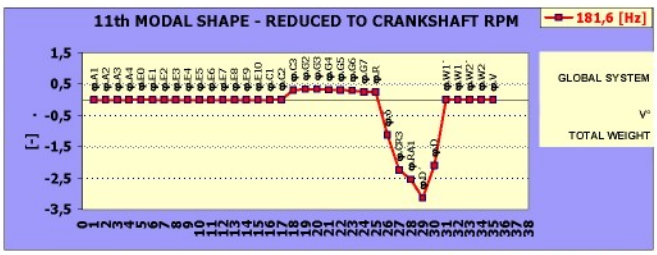
Kmitání rotačních hmot °P jako celku (slabší kmity) v protifázi ke Cardanovému mechanismu a stálému převodu s diferenciálem (intenzivní kmity).

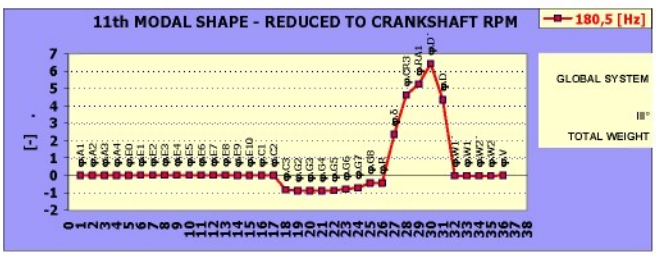
Ukázky tvaru z výpočtu pro I° až VI°.

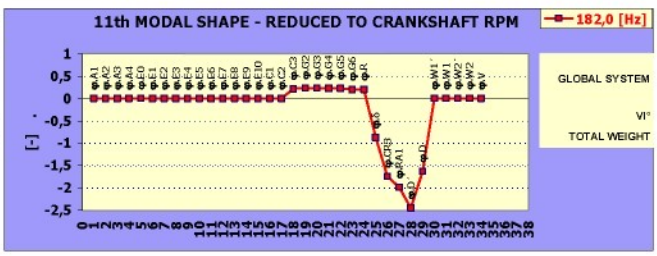








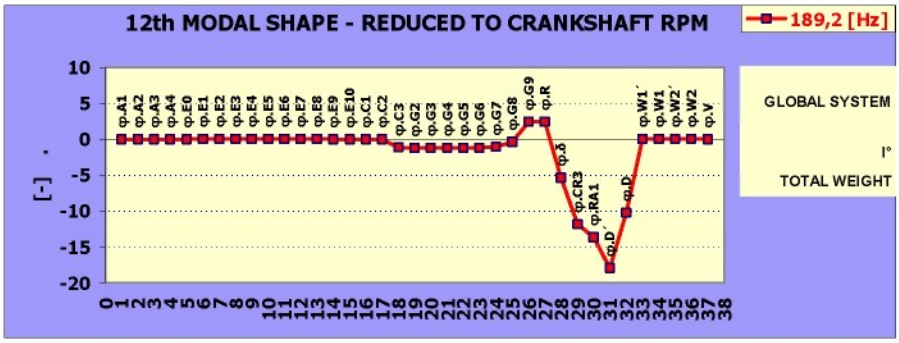




VLASTNÍ TVAR 11*

POUZE ! I° : 189,2 Hz;

Kmitání rotačních hmot °P jako celku ve fázi s Cardanovým mechanismem a stálým převodem s diferenciálem. Rotory EMG retardéru slabě v protifázi.

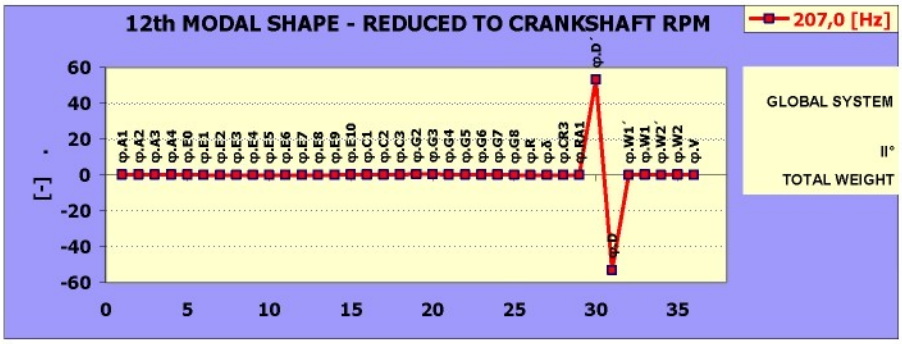


VLASTNÍ TVAR 12

I° : 207,1 Hz; **II°** : 207 Hz; **III°** : 207 Hz; **IV°** : 207 Hz; **V°** : 207 Hz; **VI°** : 206,9 Hz;

Kmitání pravé a levé poloviny diferenciálu ve vzájemné protifázi. Pohonný řetězec jako celek stojí.

Tvar je stejný pro všechny rychlostní stupně X°. Ukázka tvaru z výpočtu na II°.

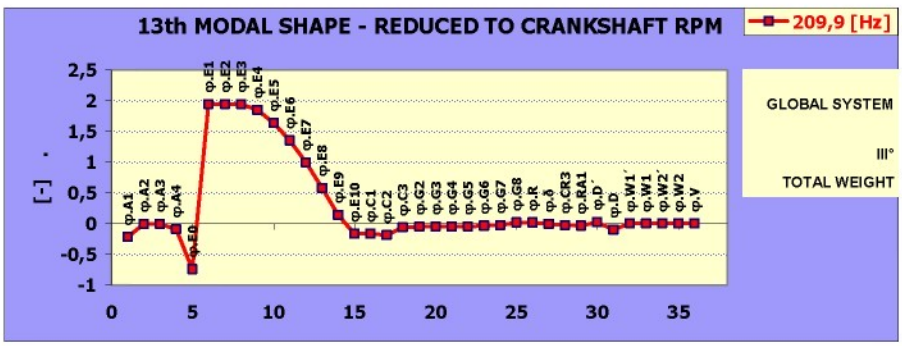


VLASTNÍ TVAR 13

I° : 209,9 Hz; **II°** : 209,7 Hz; **III°** : 209,9 Hz; **IV°** : 209,9 Hz; **V°** : 209,9 Hz; **VI°** : 209,9 Hz;

První, jednouzlový tvar kmitu klikového hřídele.

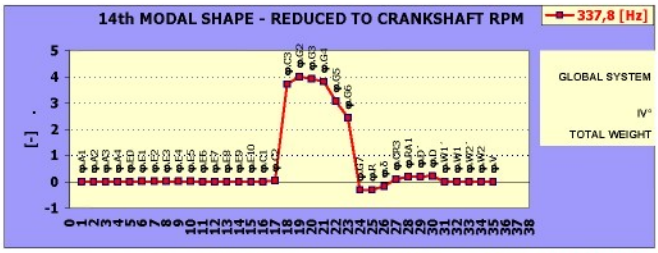
Tvar je stejný pro všechny rychlostní stupně X°. Ukázka tvaru z výpočtu na II°.

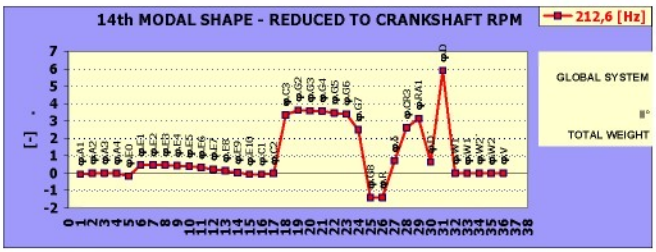


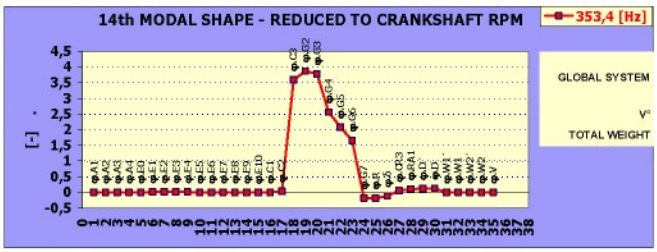
VLASTNÍ TVAR 14

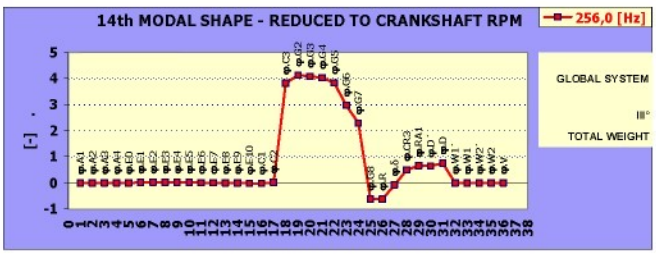
I° : **NEMÁ !** ; **II°** : 212,6 Hz; **III°** : 256 Hz; **IV°** : 337,8 Hz; **V°** : 353,4 Hz; **VI°** : 480,4 Hz;

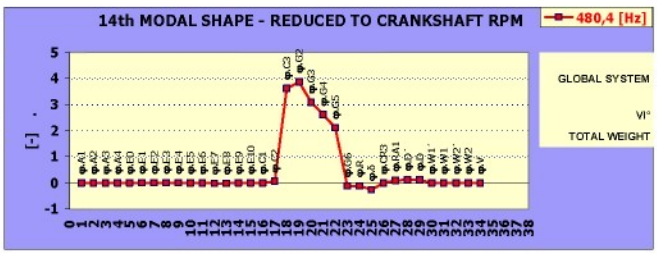
Tvar kmitání je specifický vzhledem k X°. Společným znakem je kmitání předlohového a vloženého hřídele °P ve fázi. V protifázi k těmto kmitům se u I° a II° navíc přidávají společné kmity výstupního hřídele °P a rotorů retardéru. Ve fázi pak u I° a II° Cardanův mechanismus a diferenciál.









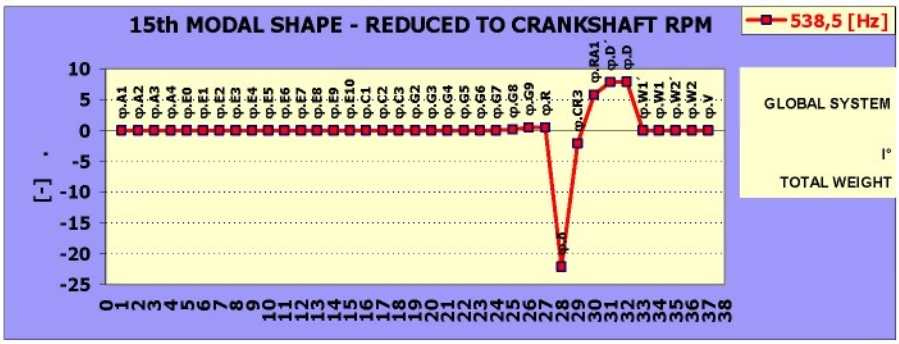


VLASTNÍ TVAR 15

I° : 538,5 Hz ; **II°** : 536,4 Hz; **III°** : 536,8 Hz; **IV°** : 536,8 Hz; **V°** : 535,9 Hz; **VI°** : 536,5 Hz;

Vlastní kmitání středního hřídele Cardanova mechanismu v protifázi vůči stálému převodu a diferenciálu.

Tvar je stejný pro všechny rychlostní stupně X°.
Ukázka tvaru z výpočtu na I°.

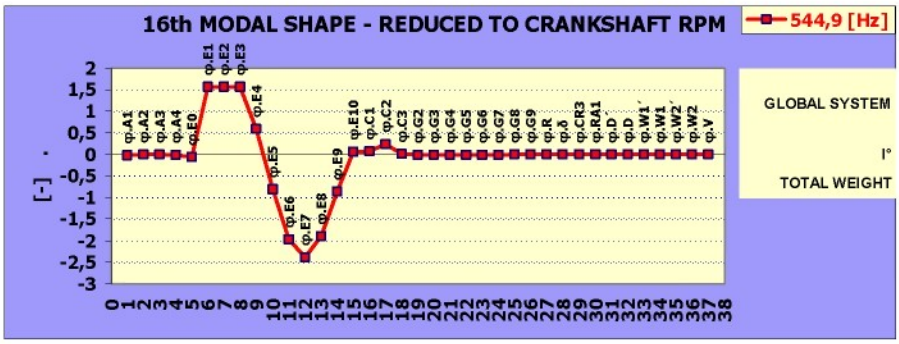


VLASTNÍ TVAR 16

I° : 544,9 Hz ; **II°** : 544,9 Hz; **III°** : 544,9 Hz; **IV°** : 544,9 Hz; **V°** : 544,9 Hz; **VI°** : 544,9 Hz;

Druhý, dvouuzlový tvar kmitu klikového hřídele motoru.

Tvar je stejný pro všechny rychlostní stupně X°. Ukázka tvaru z výpočtu na I°.

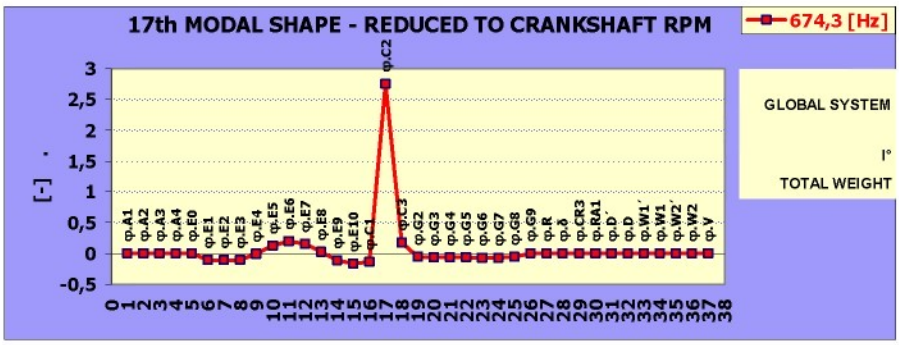


VLASTNÍ TVAR 17

I° : 674,3 Hz ; **II°** : 674,3 Hz; **III°** : 674,3 Hz; **IV°** : 674,3 Hz; **V°** : 674,3 Hz; **VI°** : 674,3 Hz;

Vlastní kmitání spojkové lamely.

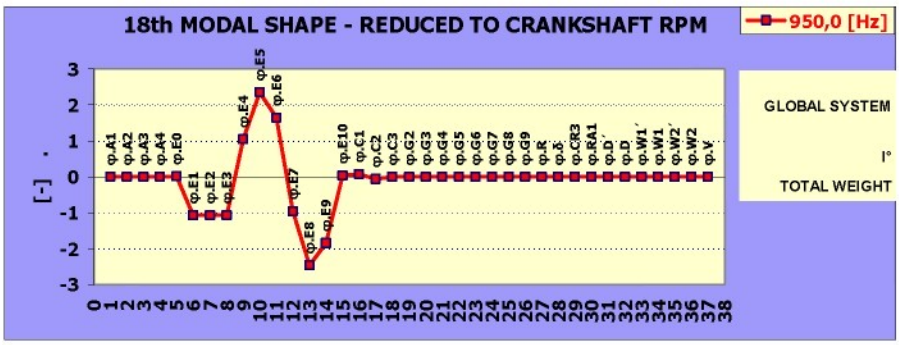
Tvar je stejný pro všechny rychlostní stupně X°. Ukázka tvaru z výpočtu na I°.



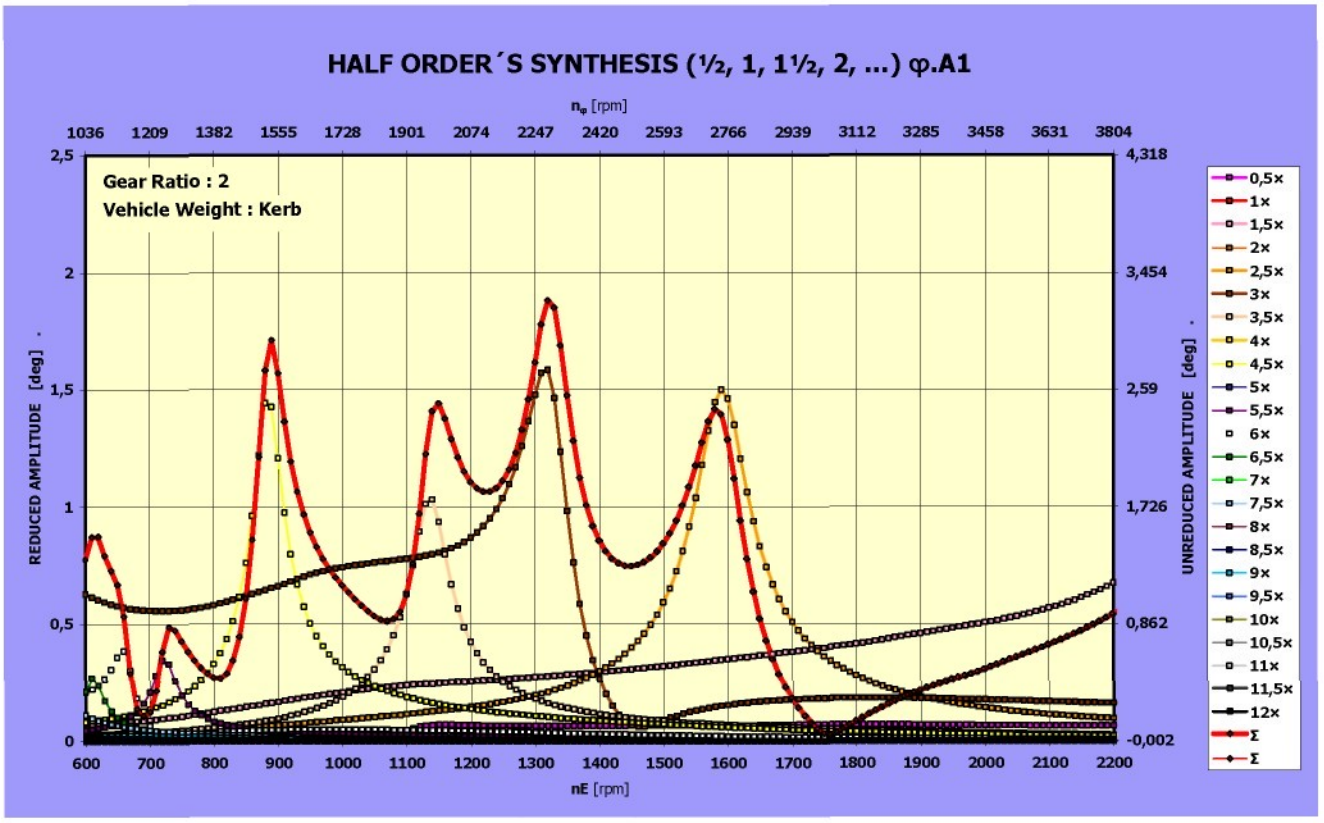
VLASTNÍ TVAR 18

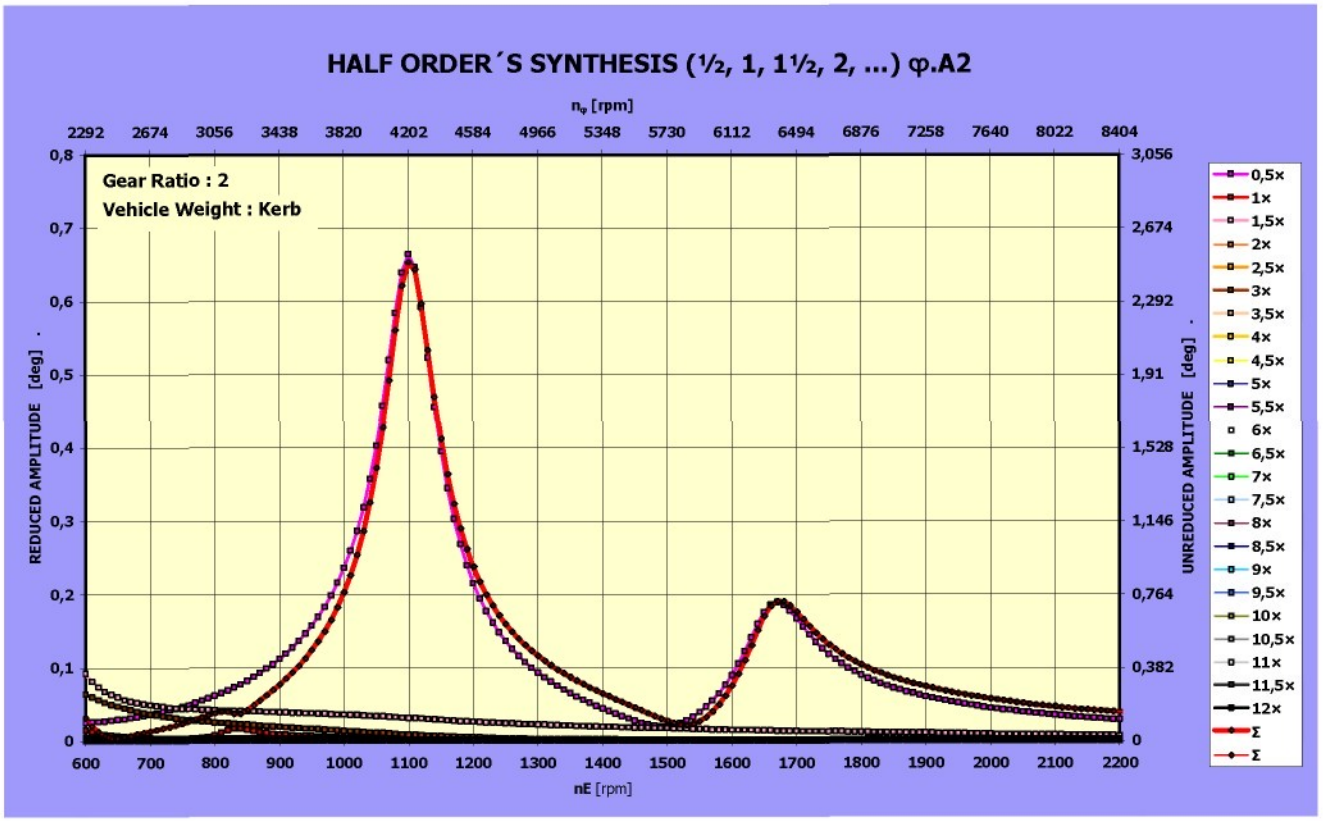
I° : 950 Hz ; **II°** : 950 Hz; **III°** : 950 Hz; **IV°** : 950 Hz; **V°** : 950 Hz; **VI°** : 950 Hz;

Třetí, tříuzlový tvar kmitu klikového hřídele motoru. Tento tvar již leží mimo reálný provozní rozsah motoru.

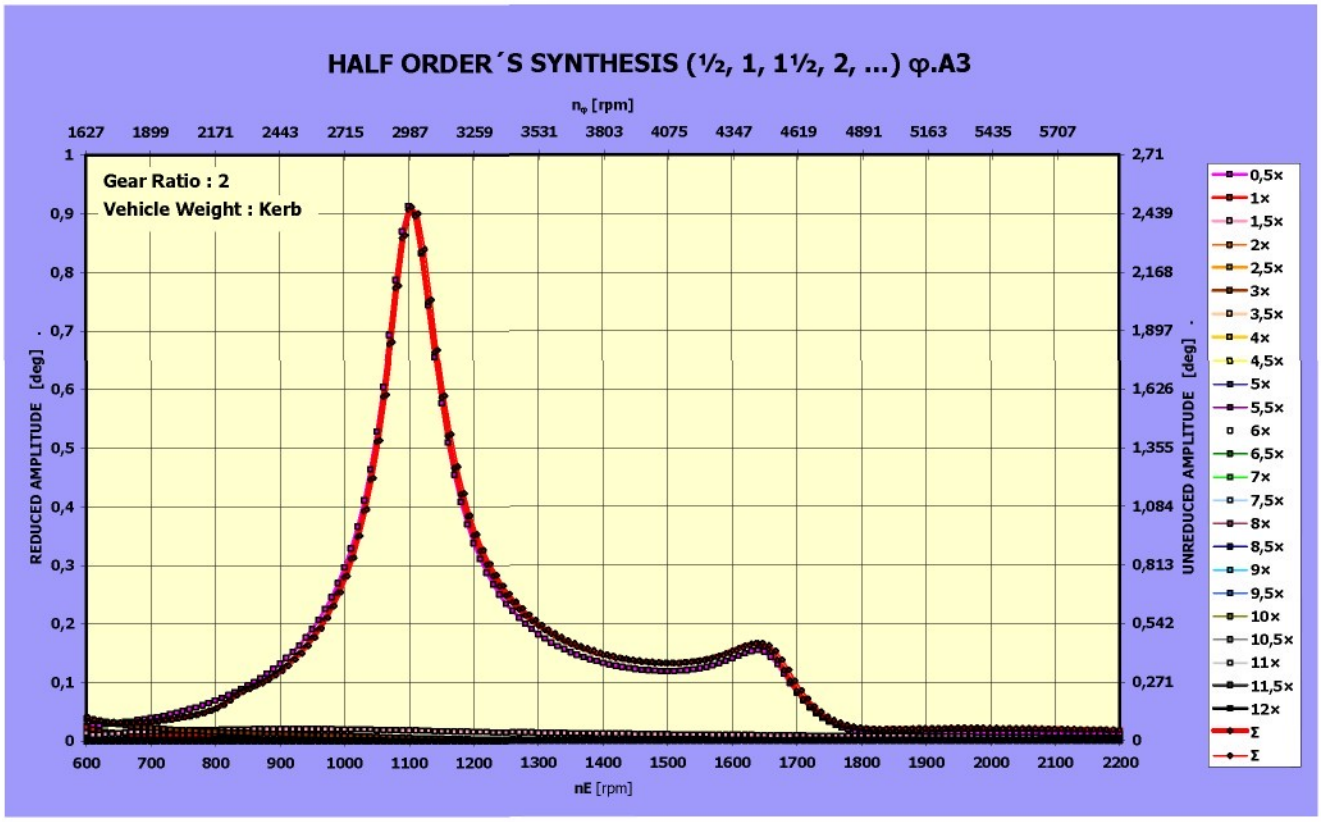


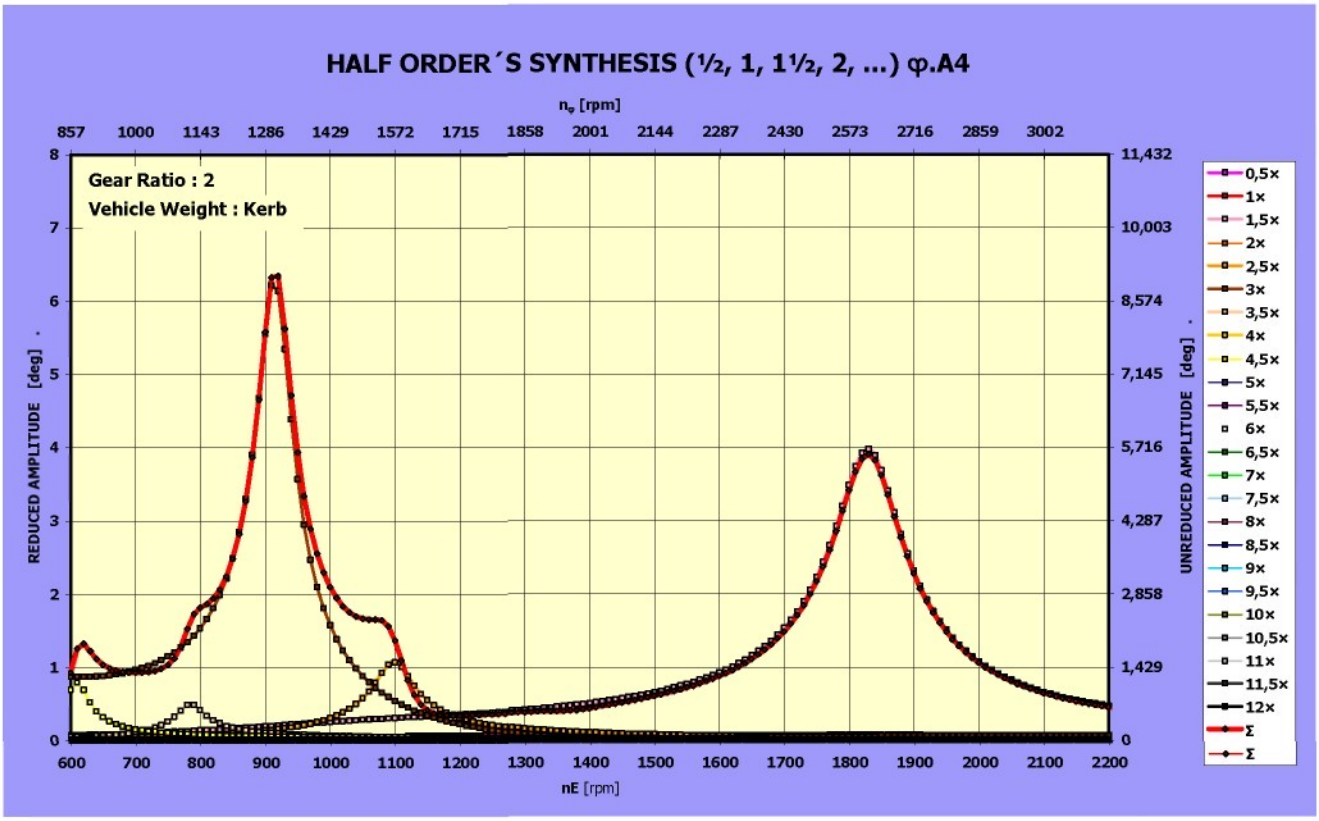
AMPLITUDO-OTÁČKOVÉ CHARAKTERISTIKY - (UKÁZKA PRO II°)



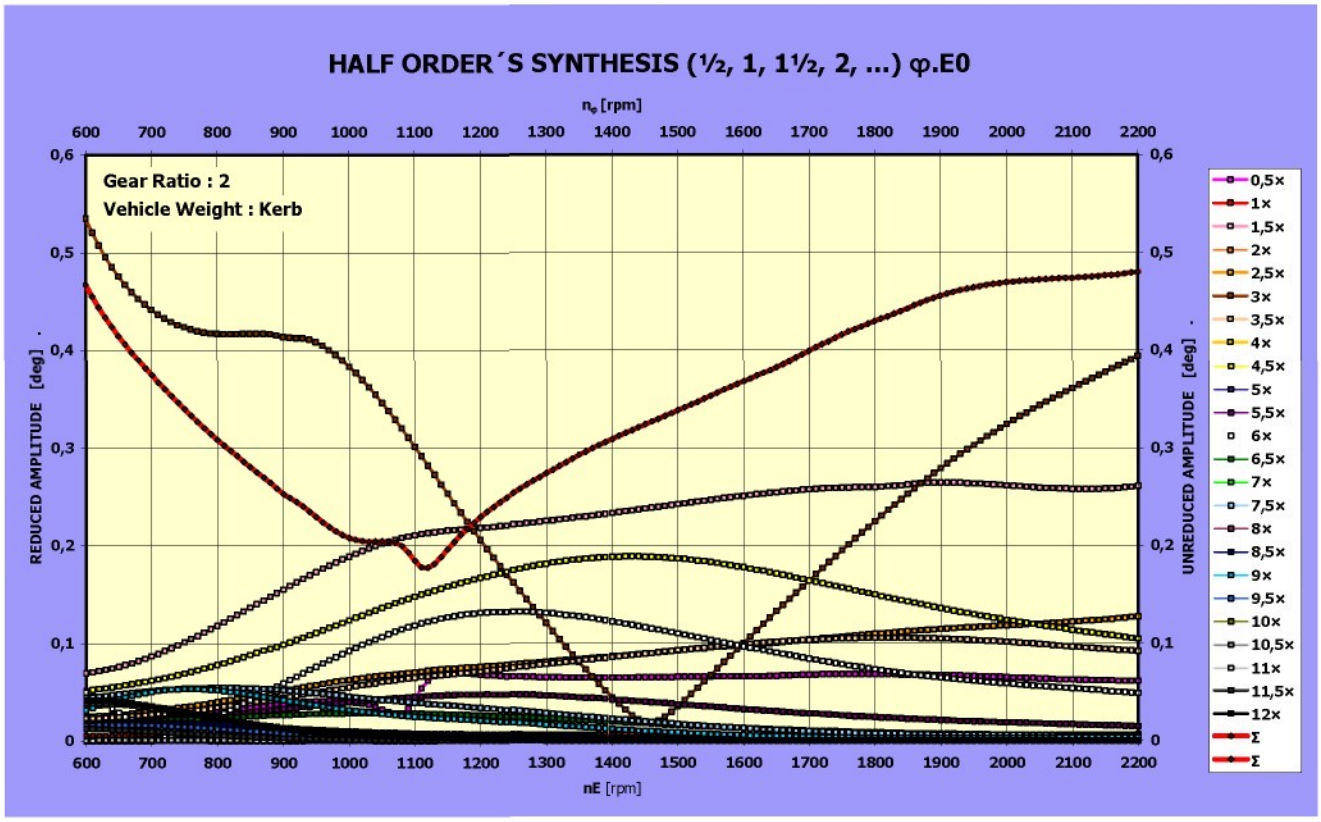


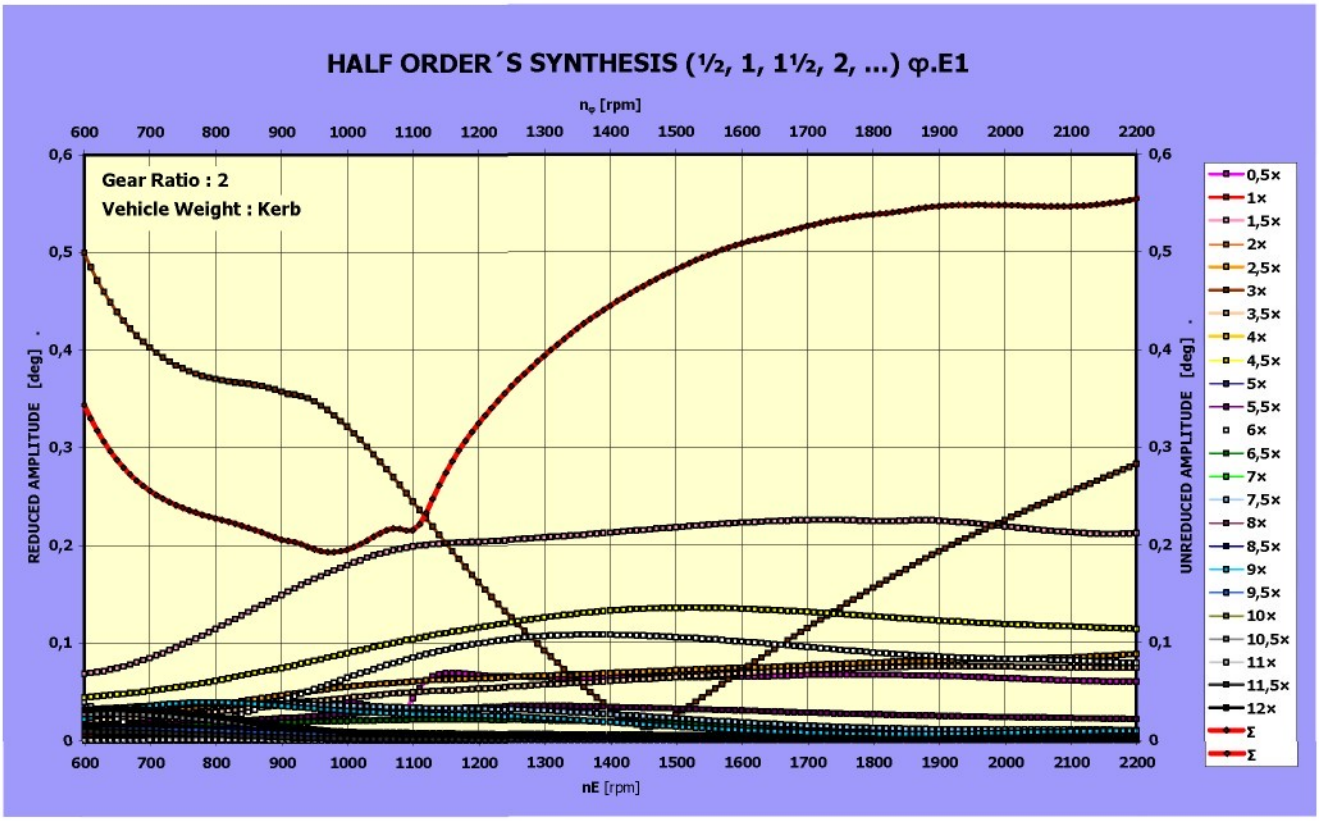
AMPLITUDO-OTÁČKOVÉ CHARAKTERISTIKY - (UKÁZKA PRO II°)



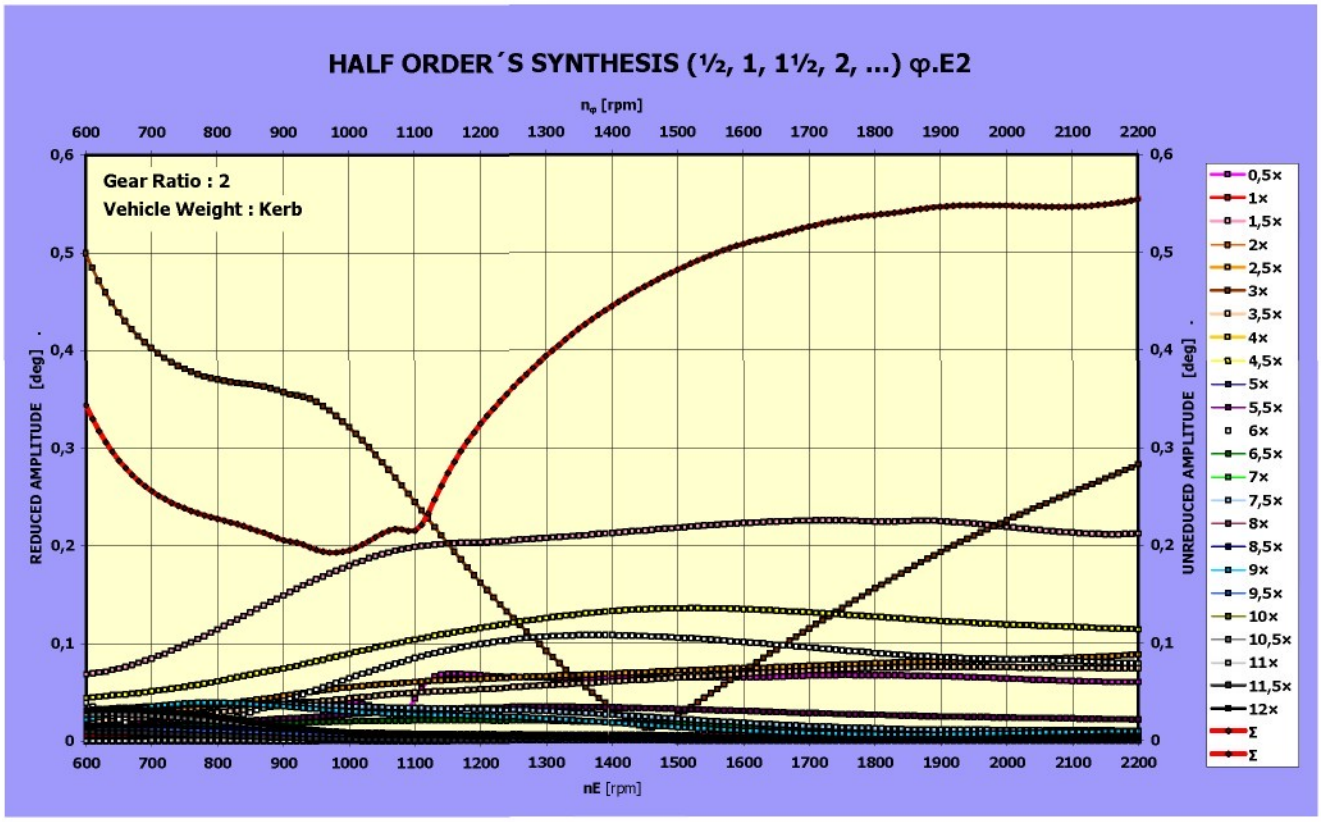


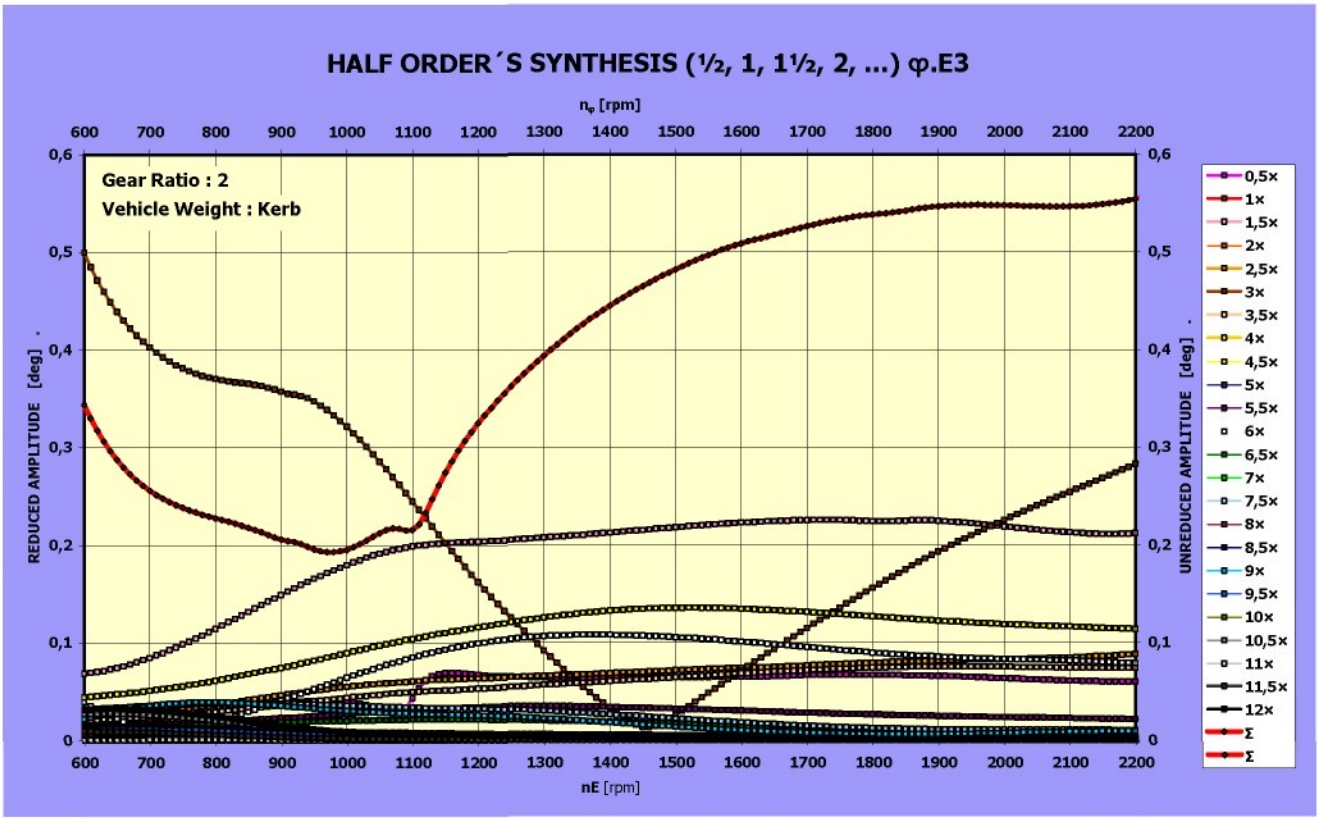
AMPLITUDO-OTÁČKOVÉ CHARAKTERISTIKY - (UKÁZKA PRO II°)



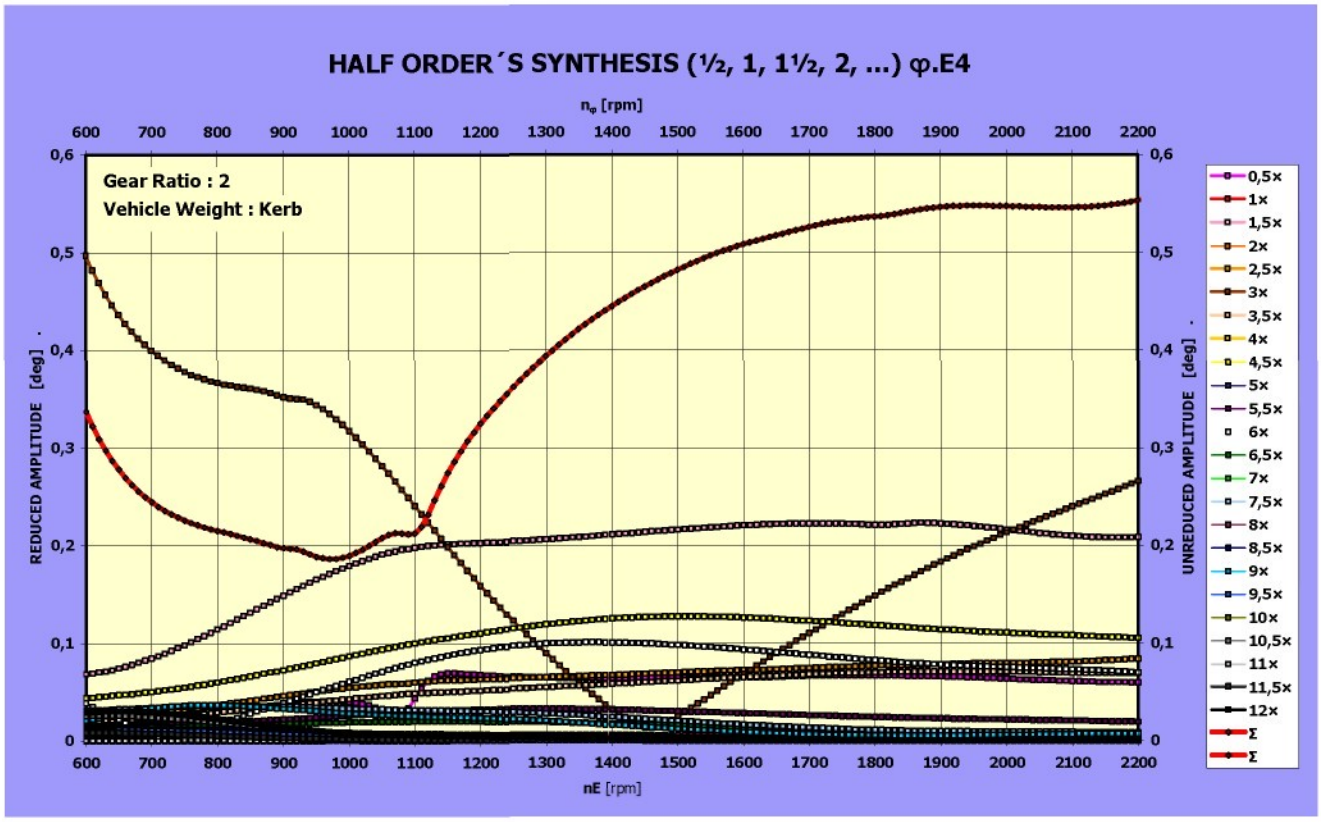


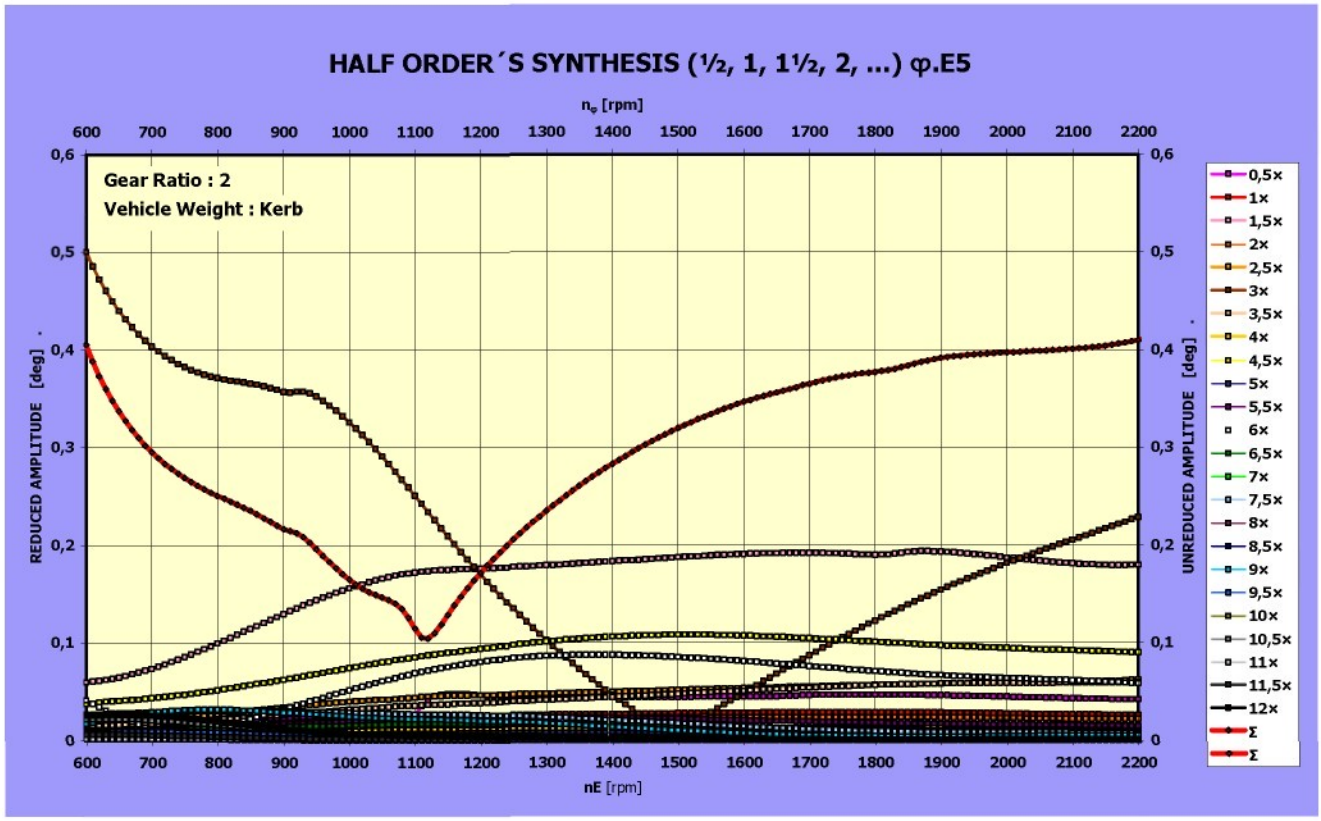
AMPLITUDO-OTÁČKOVÉ CHARAKTERISTIKY - (UKÁZKA PRO II°)



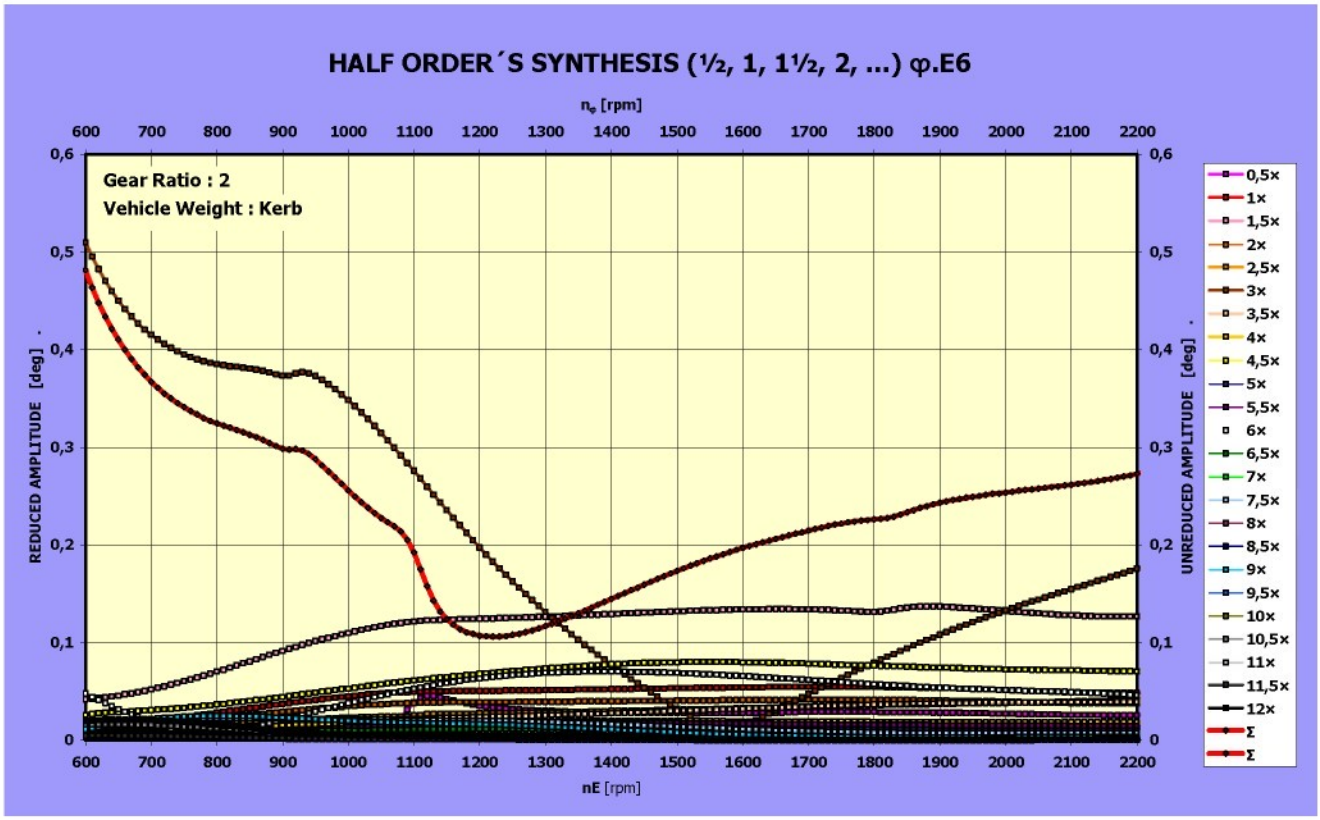


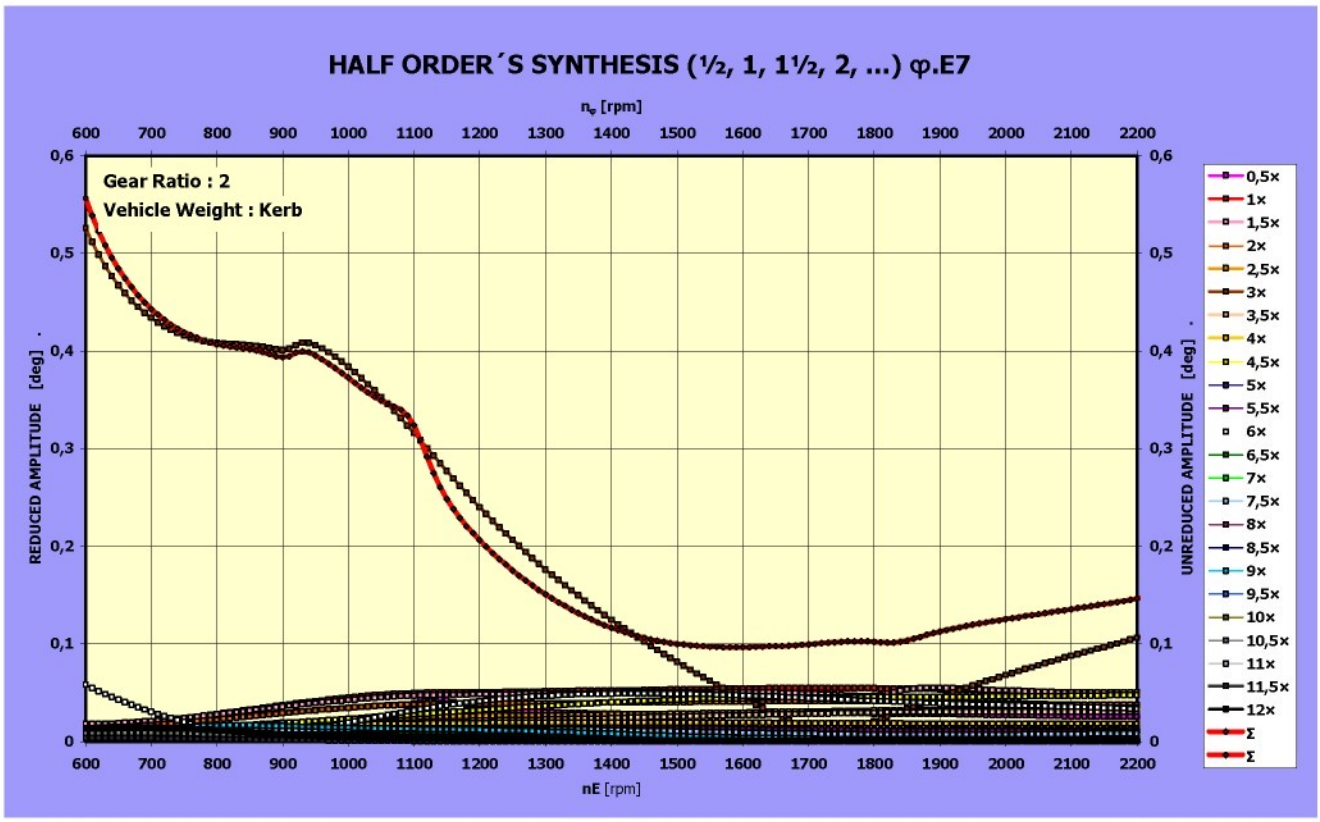
AMPLITUDO-OTÁČKOVÉ CHARAKTERISTIKY - (UKÁZKA PRO II°)



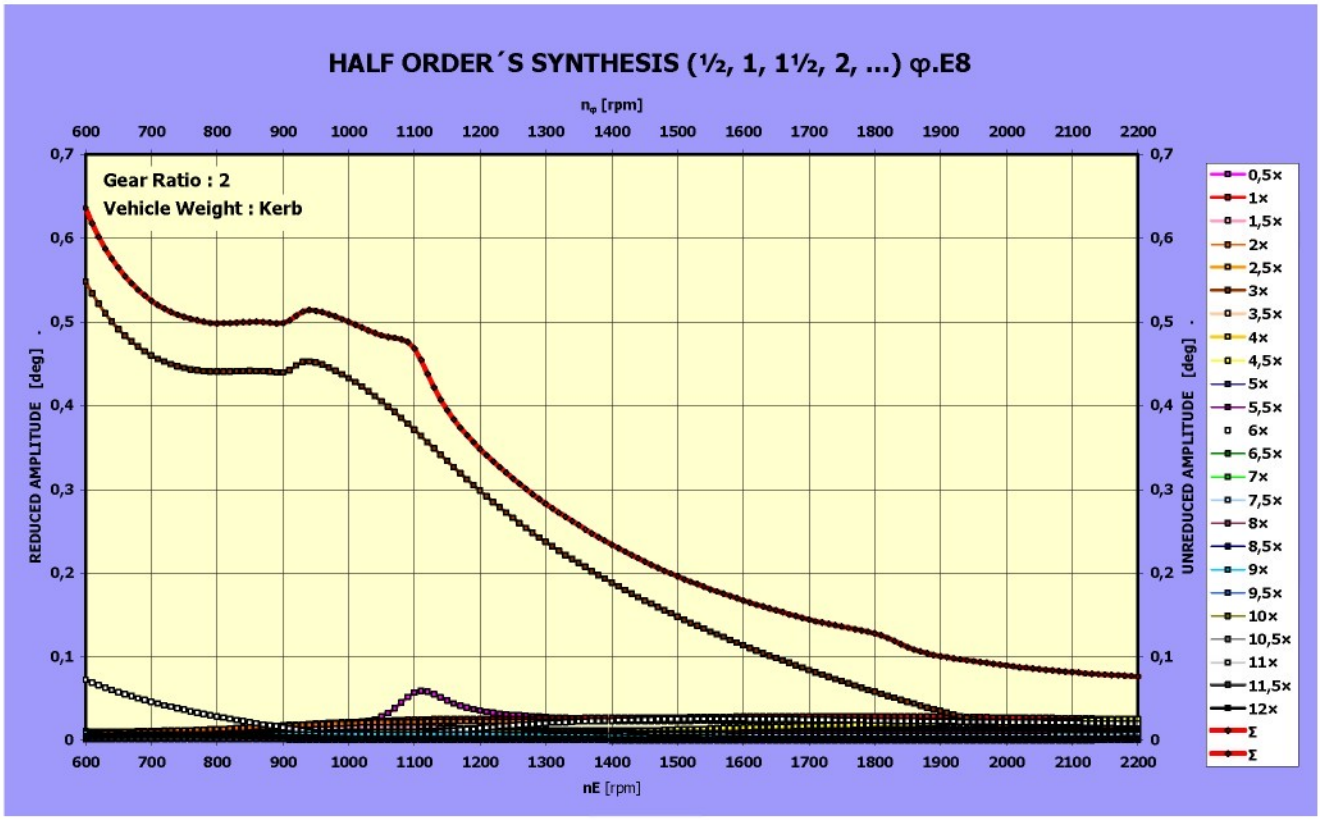


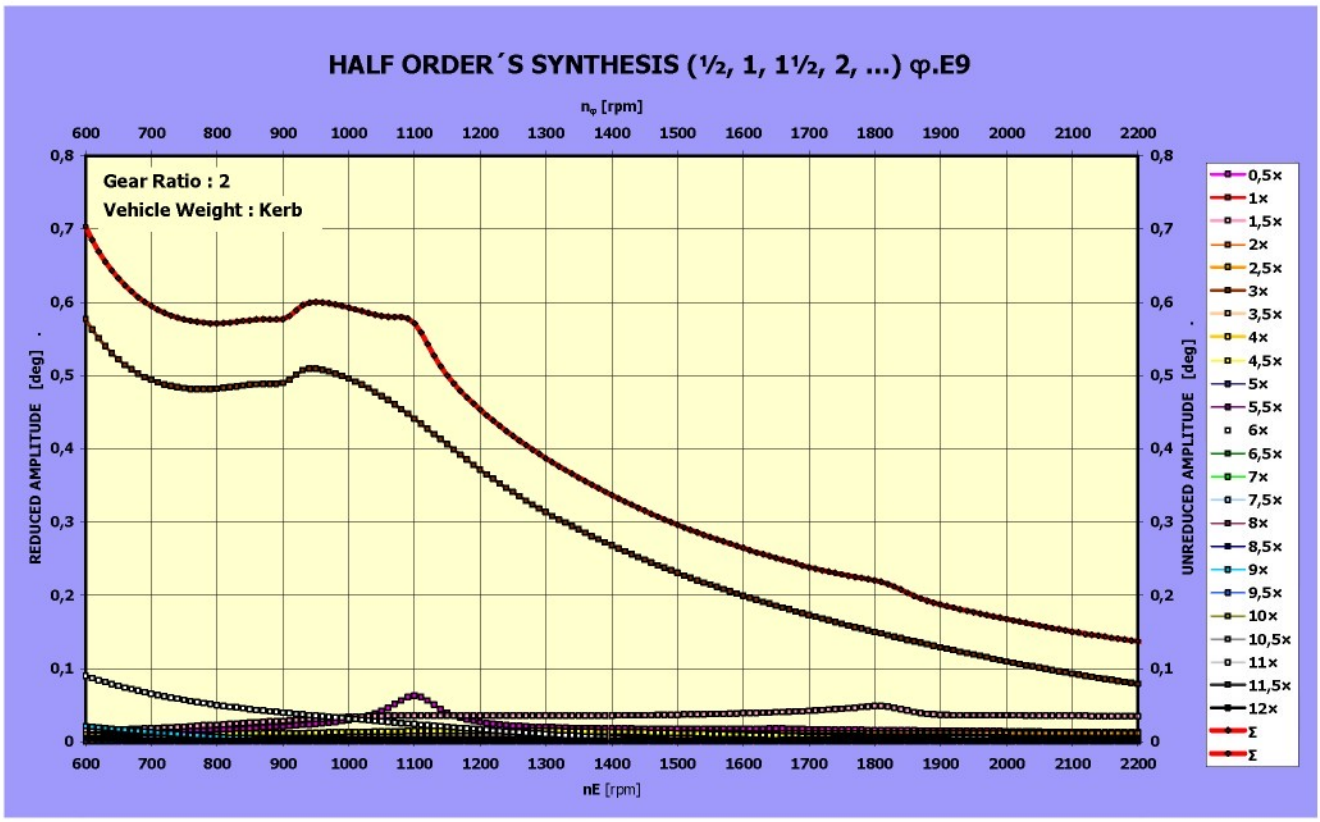
AMPLITUDO-OTÁČKOVÉ CHARAKTERISTIKY - (UKÁZKA PRO II°)



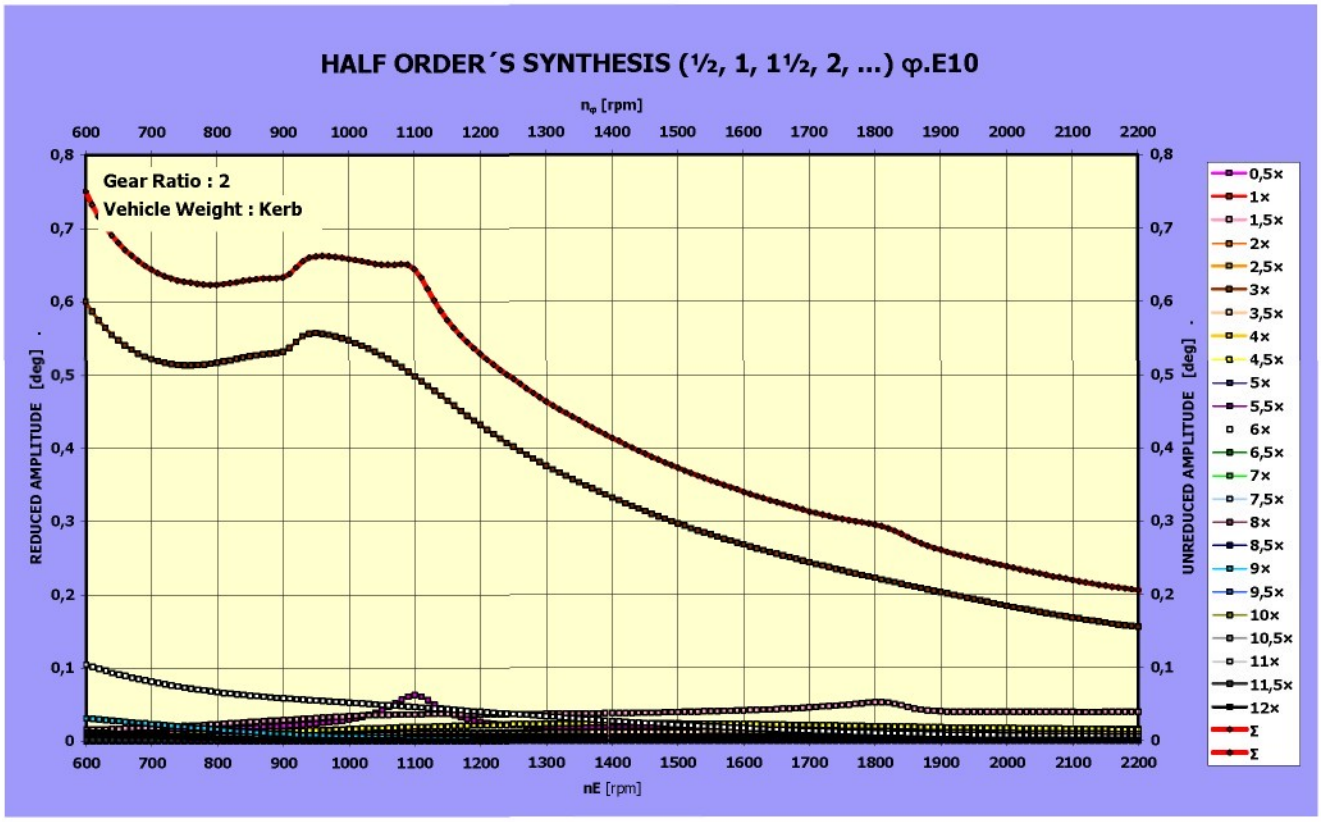


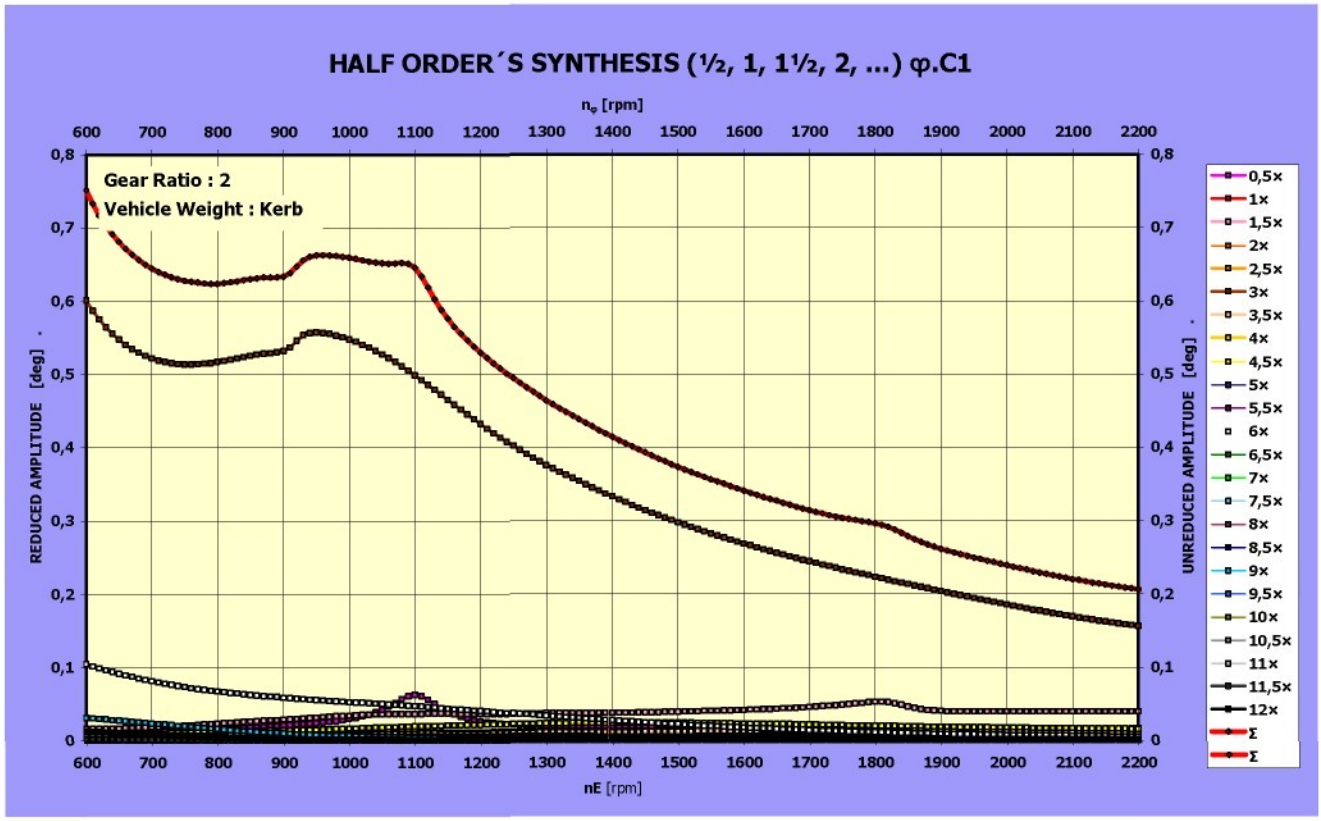
AMPLITUDO-OTÁČKOVÉ CHARAKTERISTIKY - (UKÁZKA PRO II°)



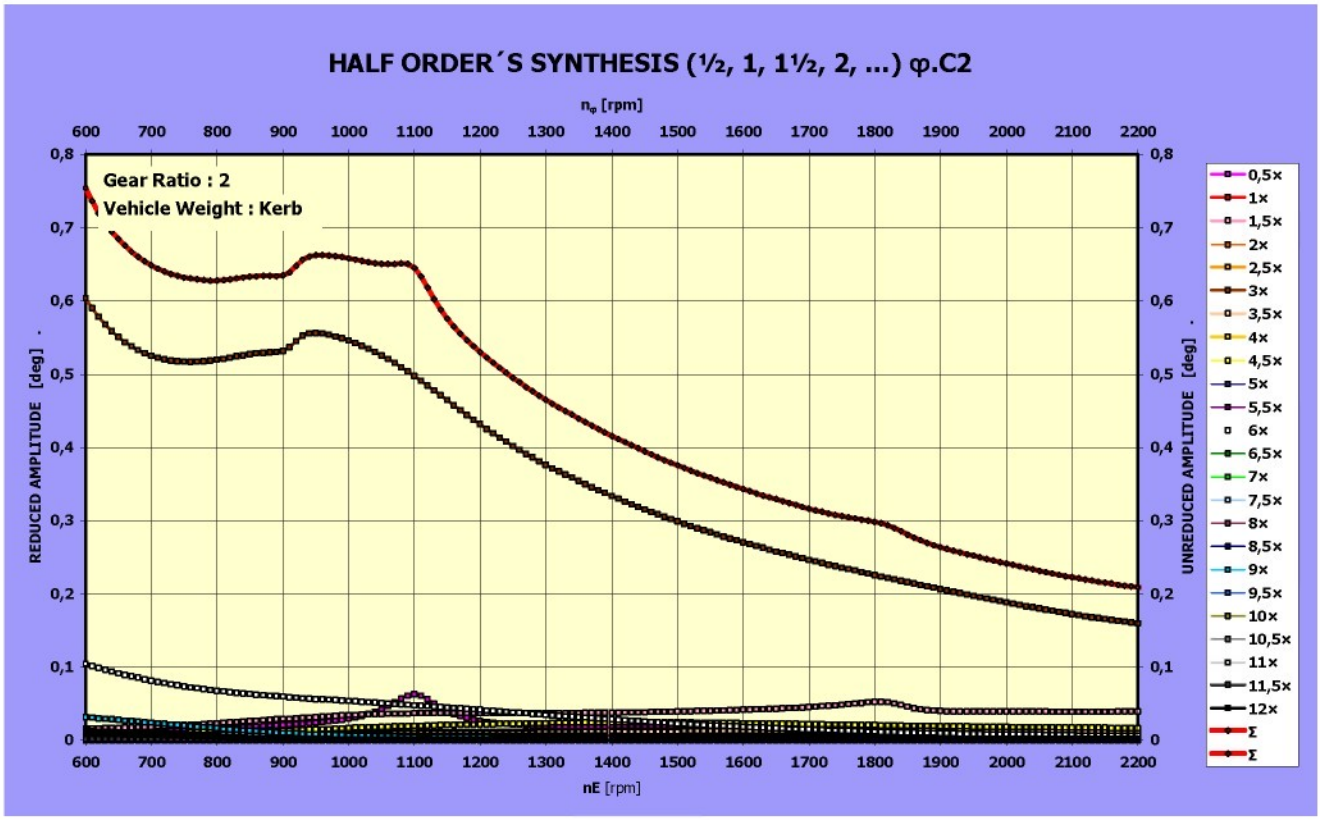


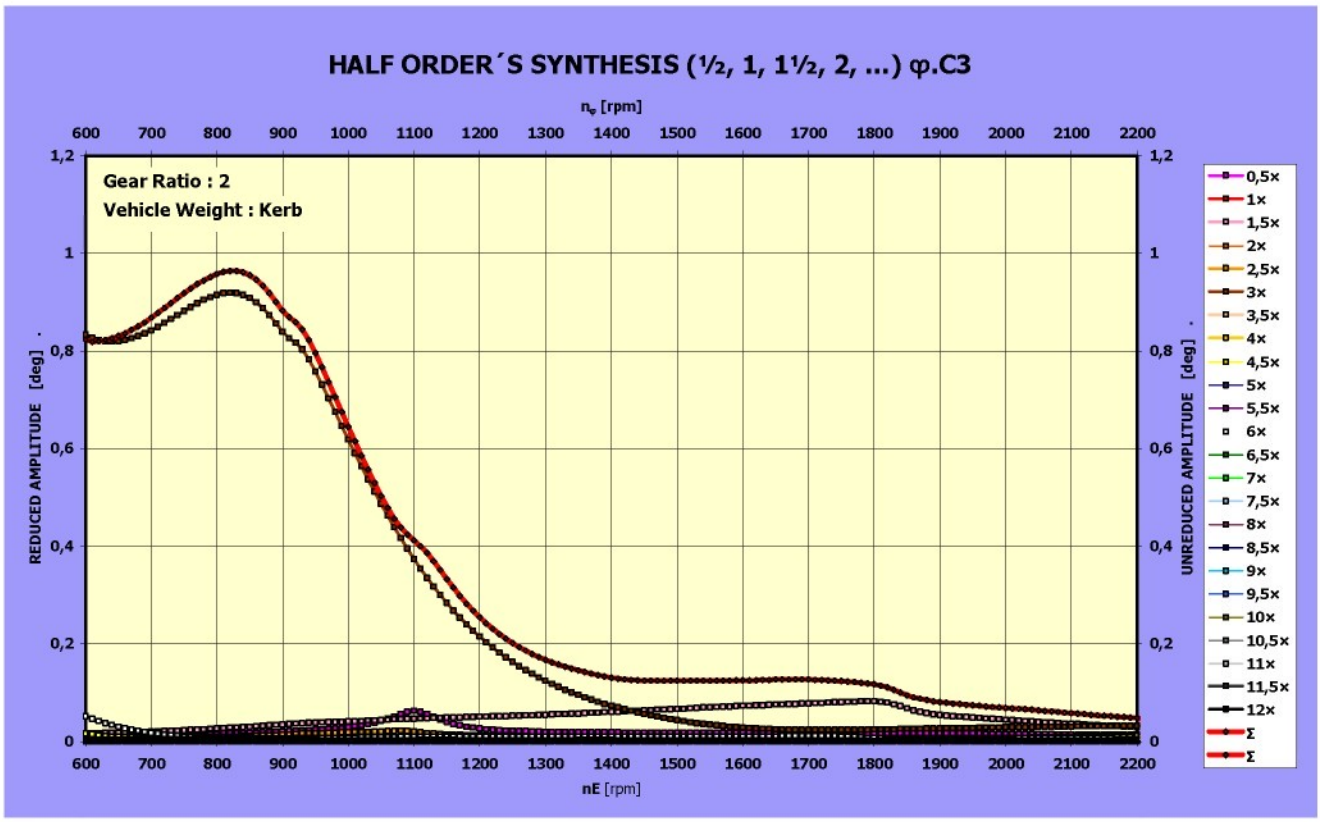
AMPLITUDO-OTÁČKOVÉ CHARAKTERISTIKY - (UKÁZKA PRO II°)



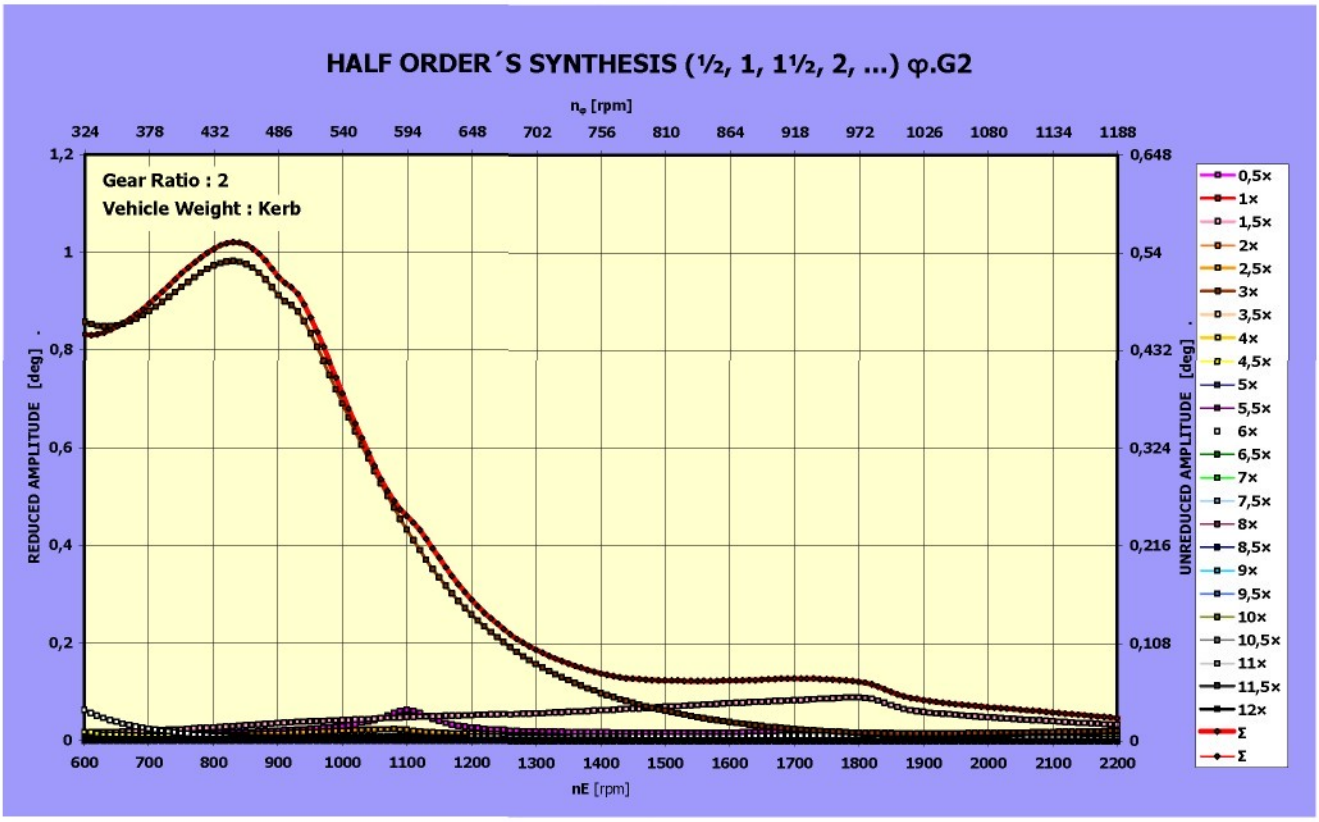


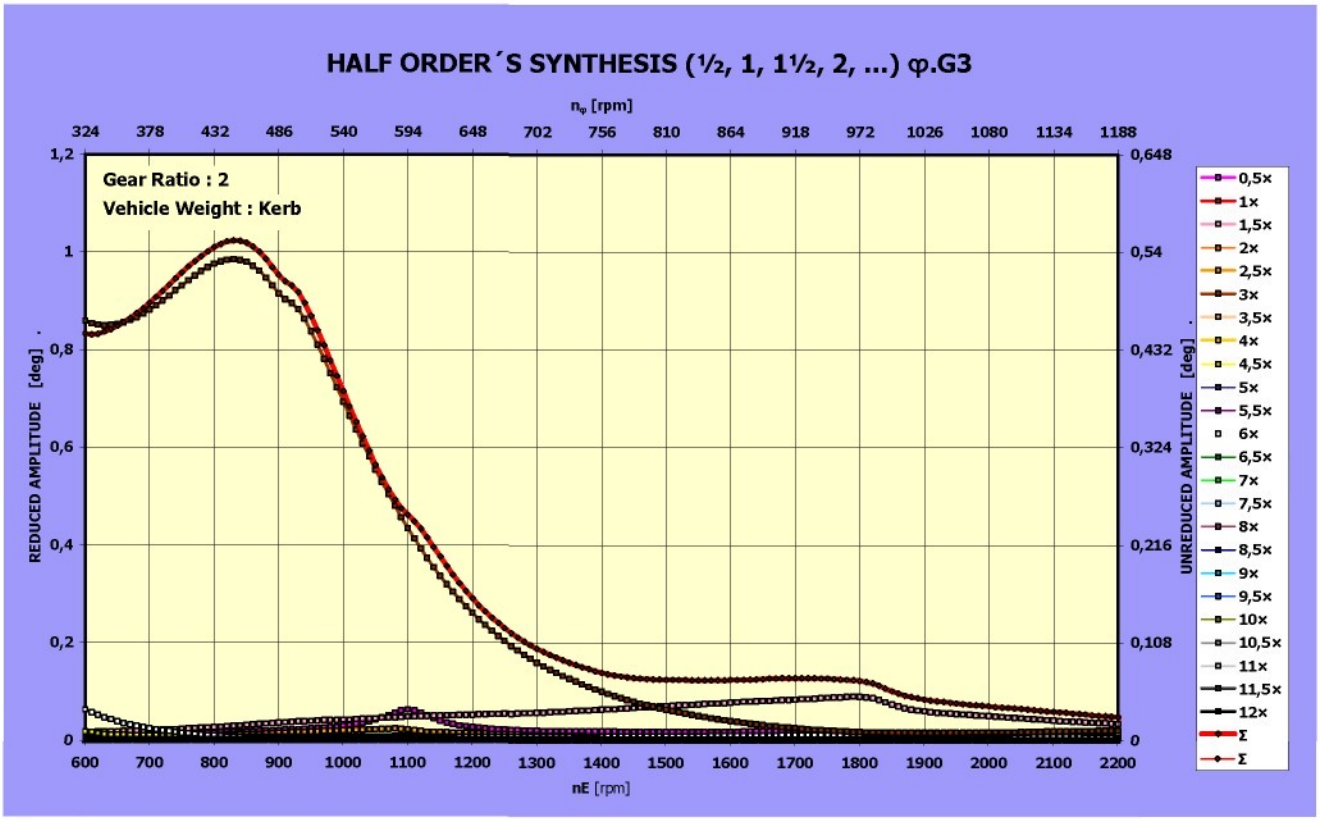
AMPLITUDO-OTÁČKOVÉ CHARAKTERISTIKY - (UKÁZKA PRO II°)



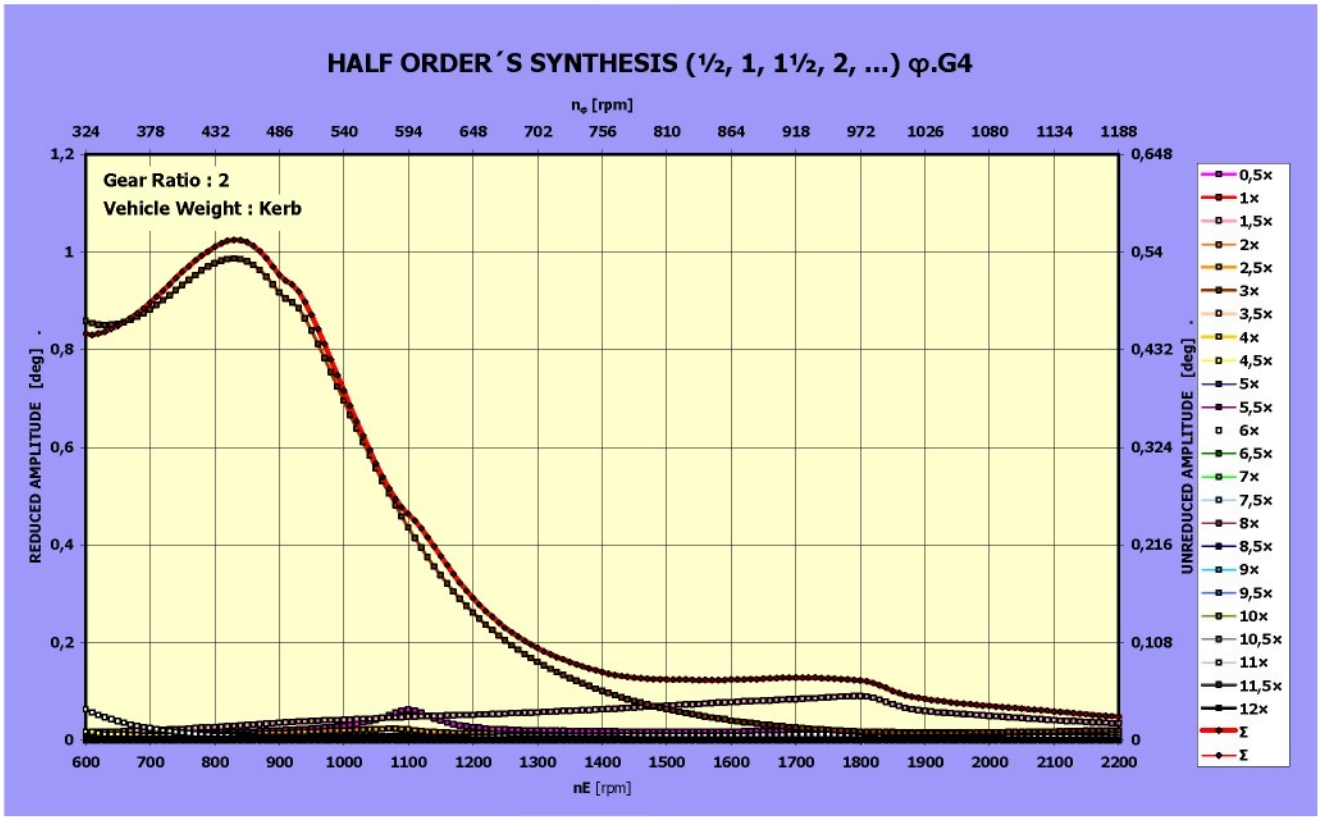


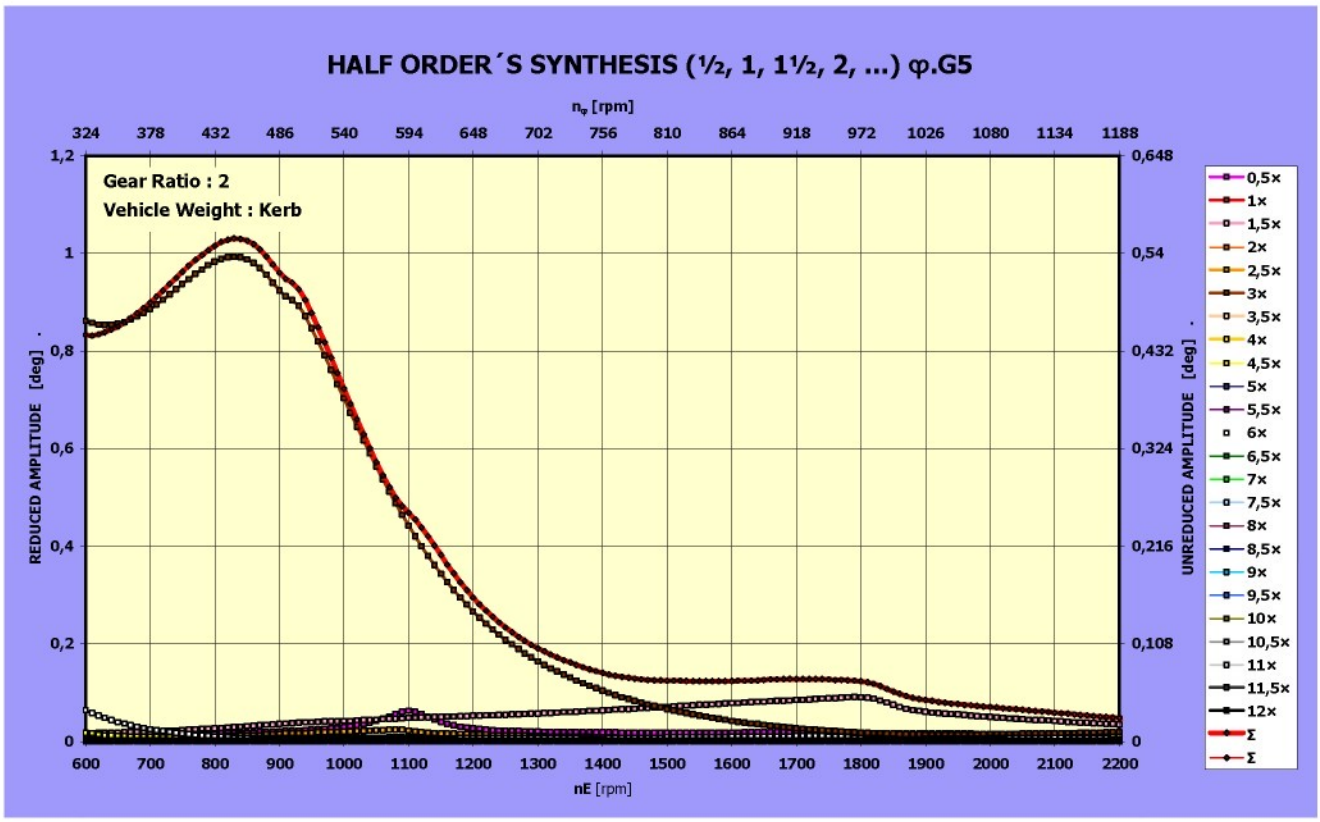
AMPLITUDO-OTÁČKOVÉ CHARAKTERISTIKY - (UKÁZKA PRO II°)



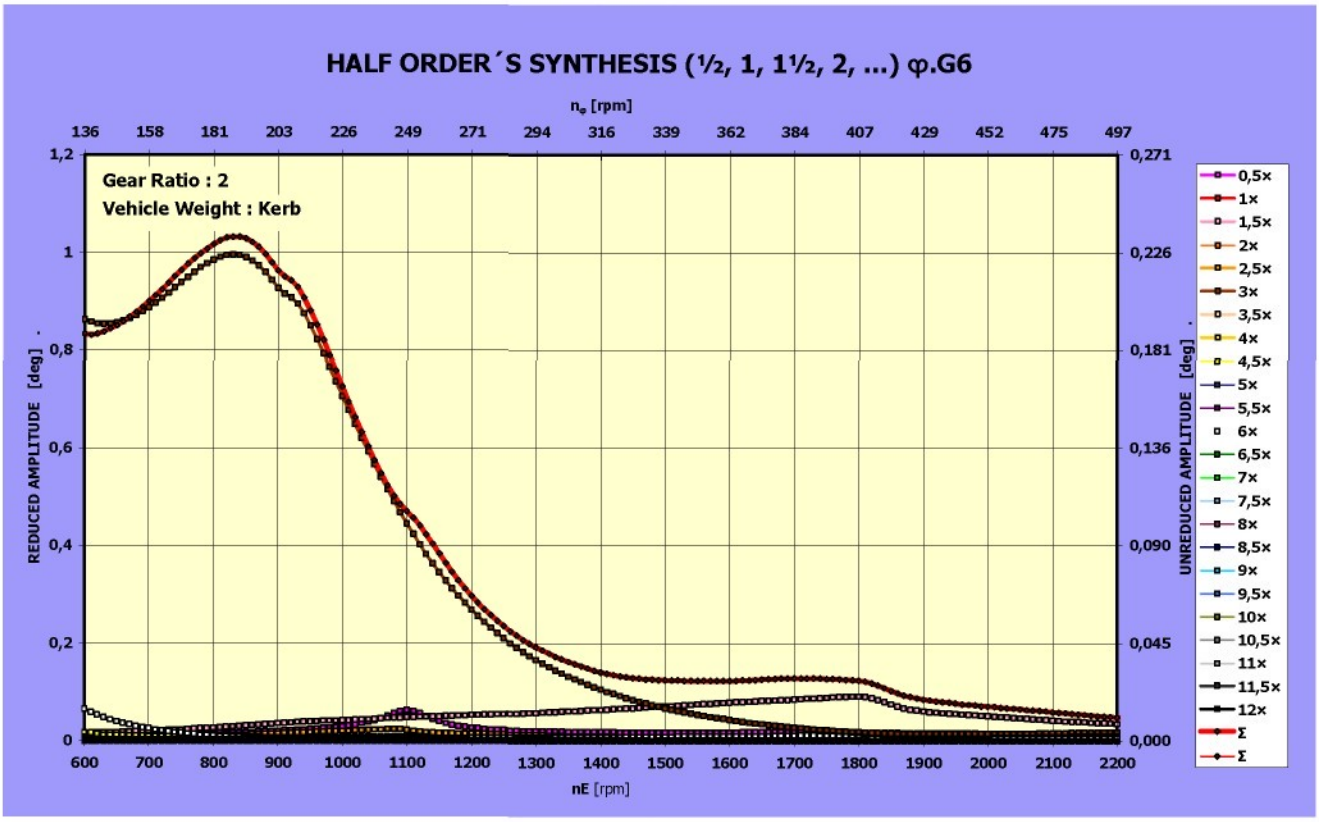


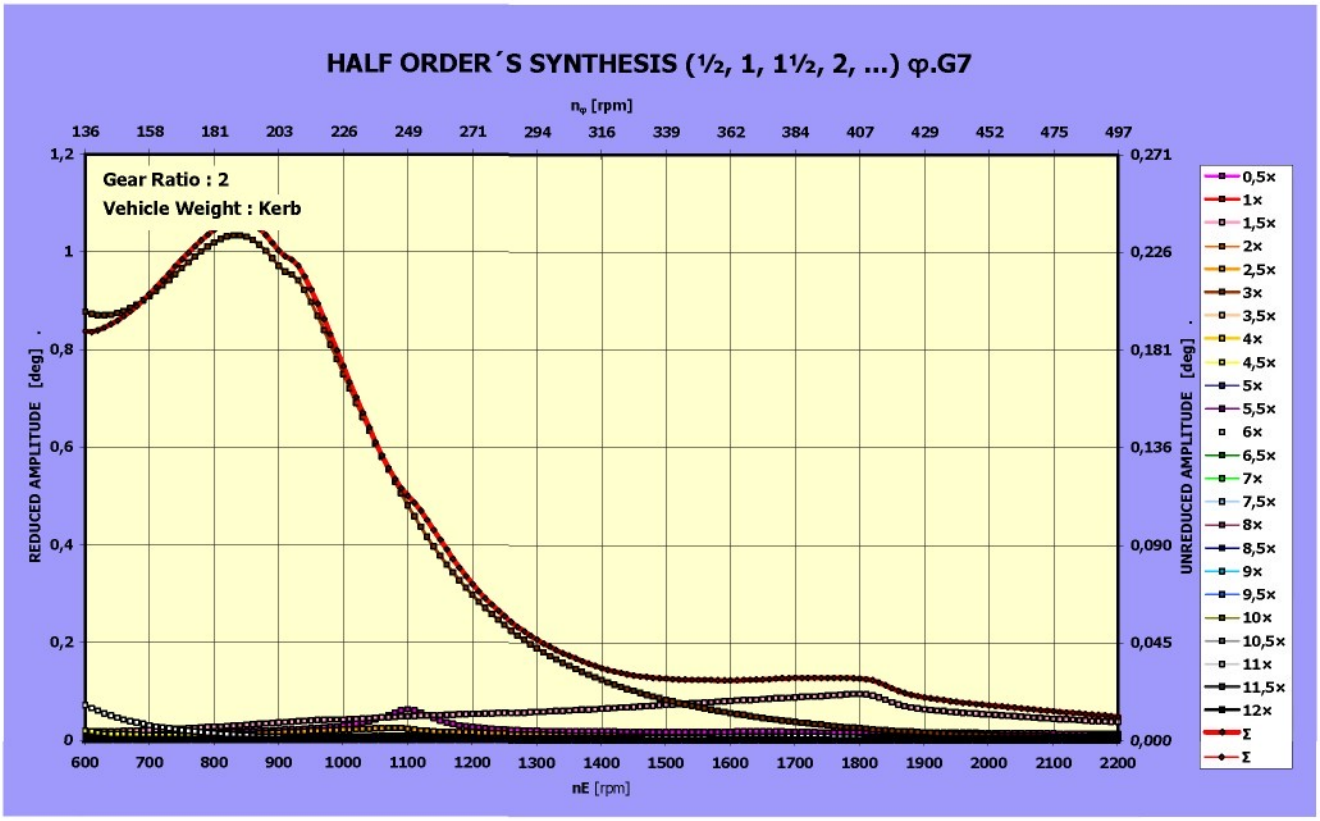
AMPLITUDO-OTÁČKOVÉ CHARAKTERISTIKY - (UKÁZKA PRO II°)



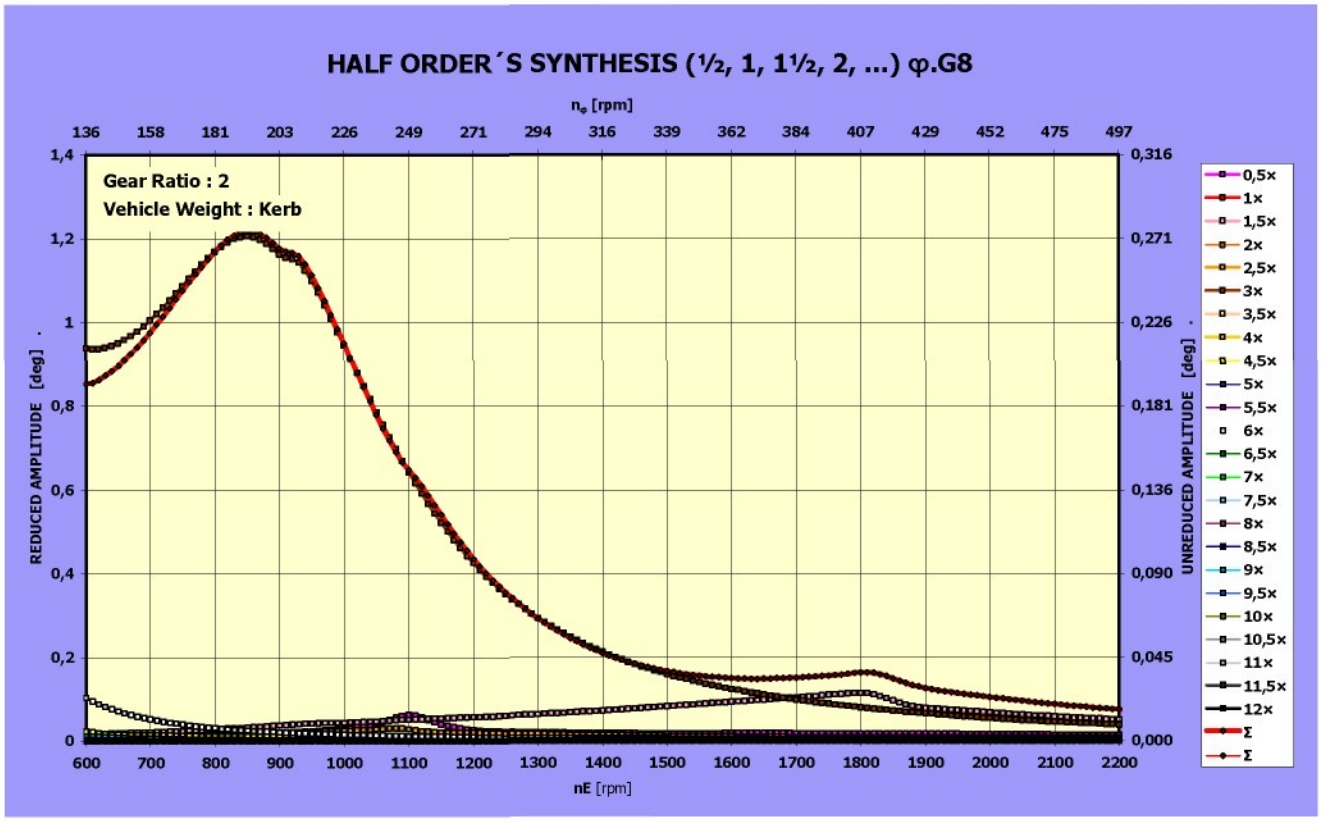


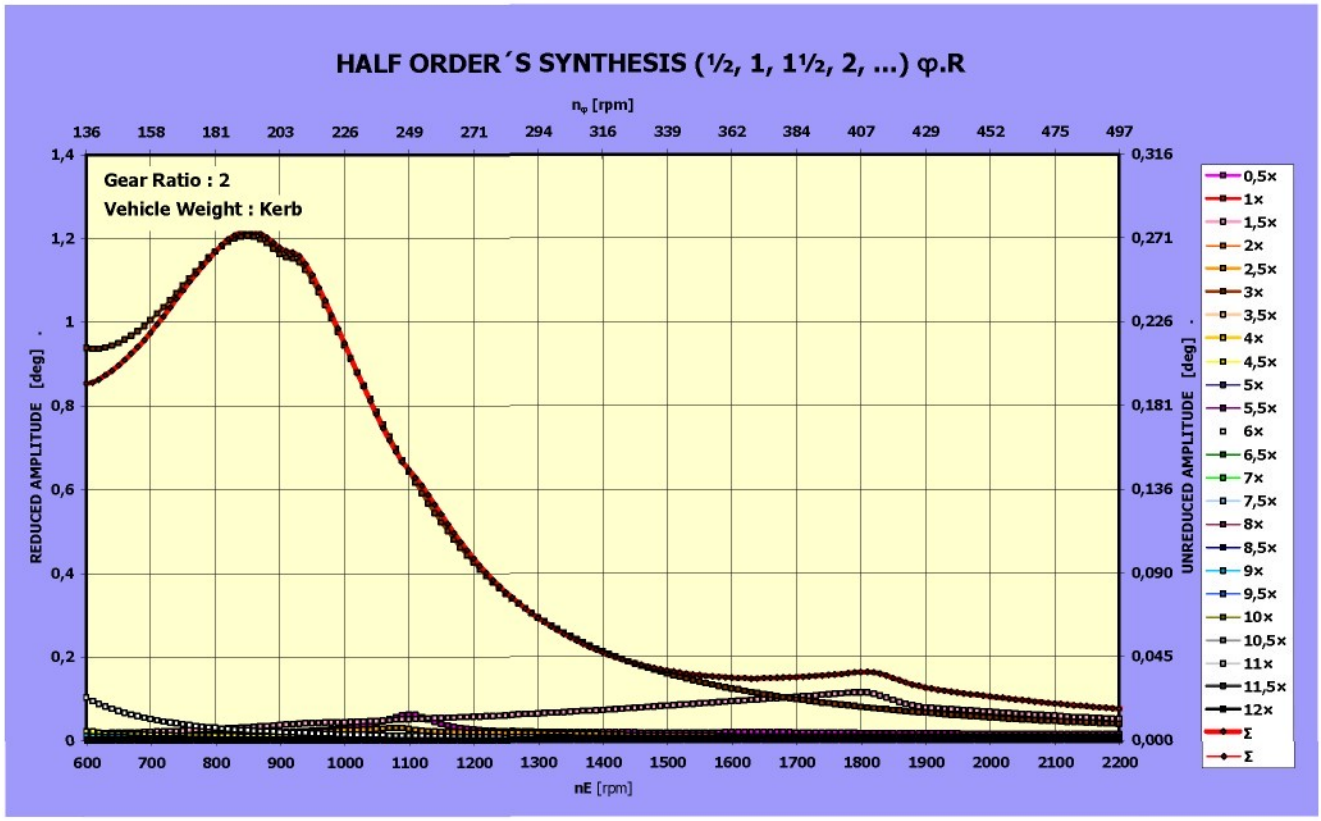
AMPLITUDO-OTÁČKOVÉ CHARAKTERISTIKY - (UKÁZKA PRO II°)



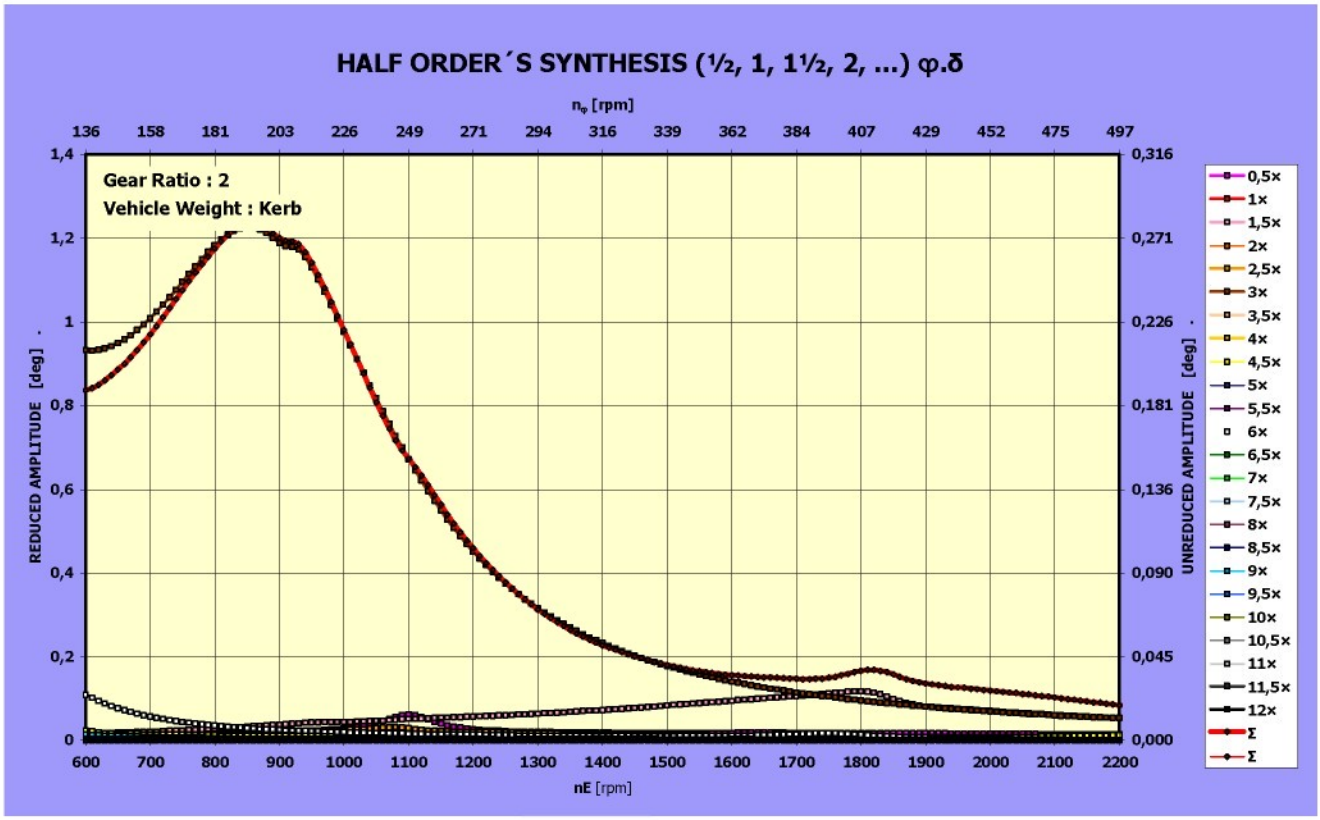


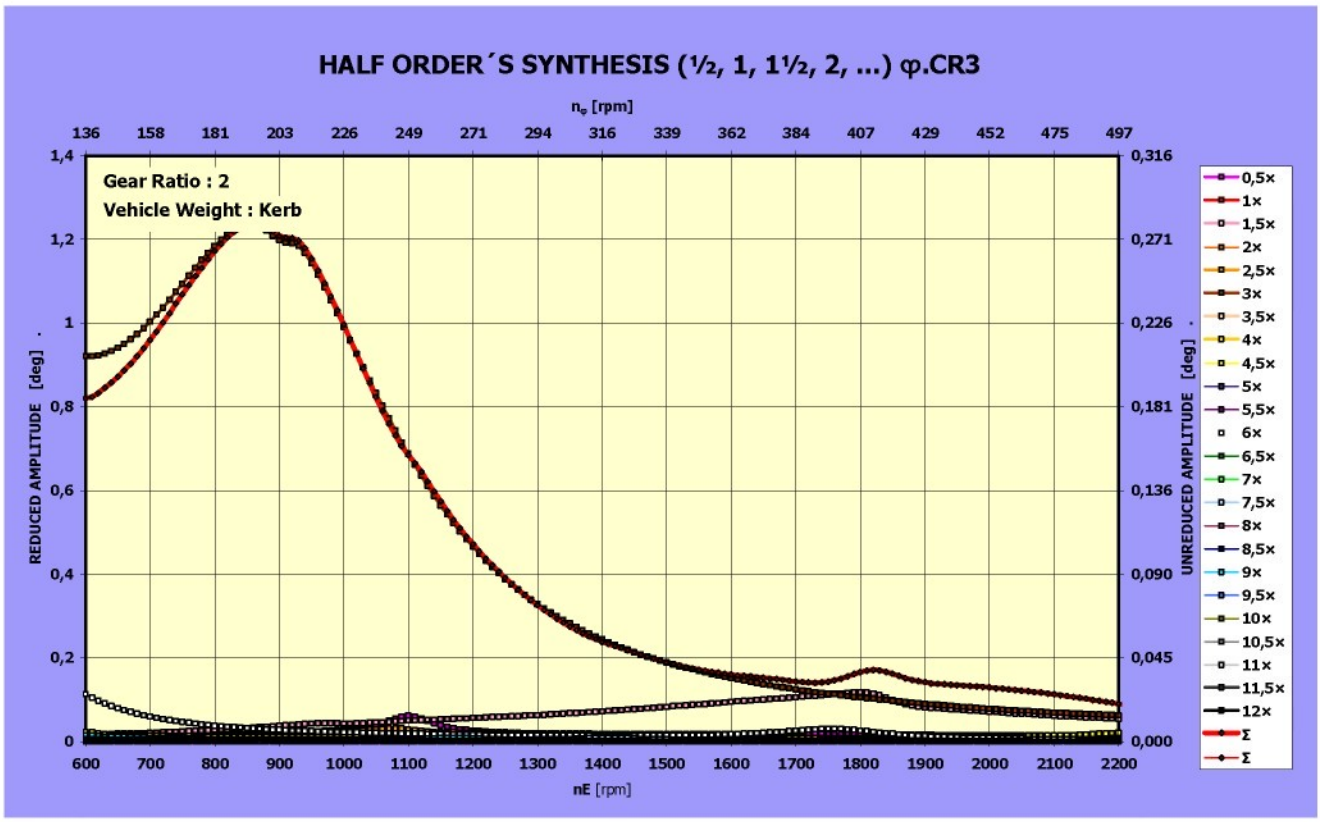
AMPLITUDO-OTÁČKOVÉ CHARAKTERISTIKY - (UKÁZKA PRO II°)



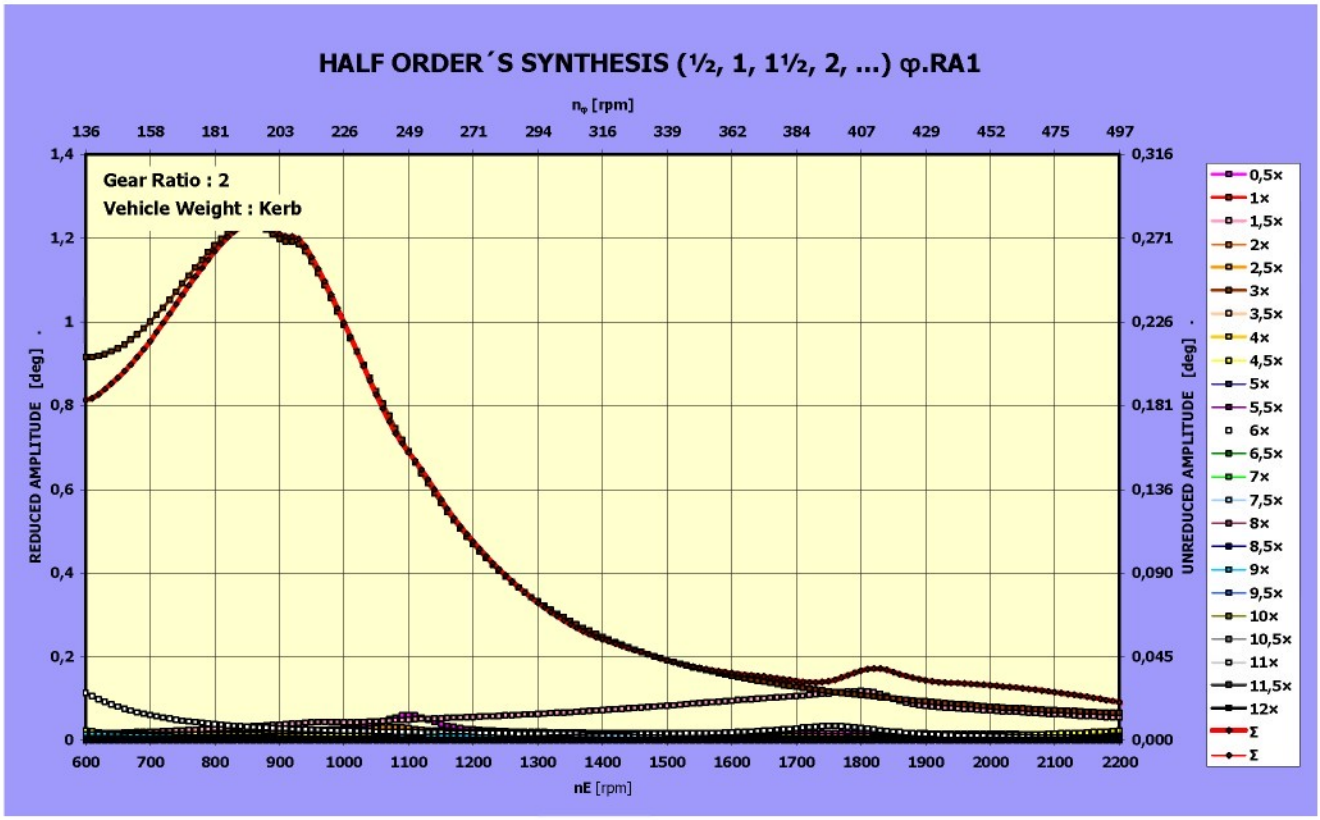


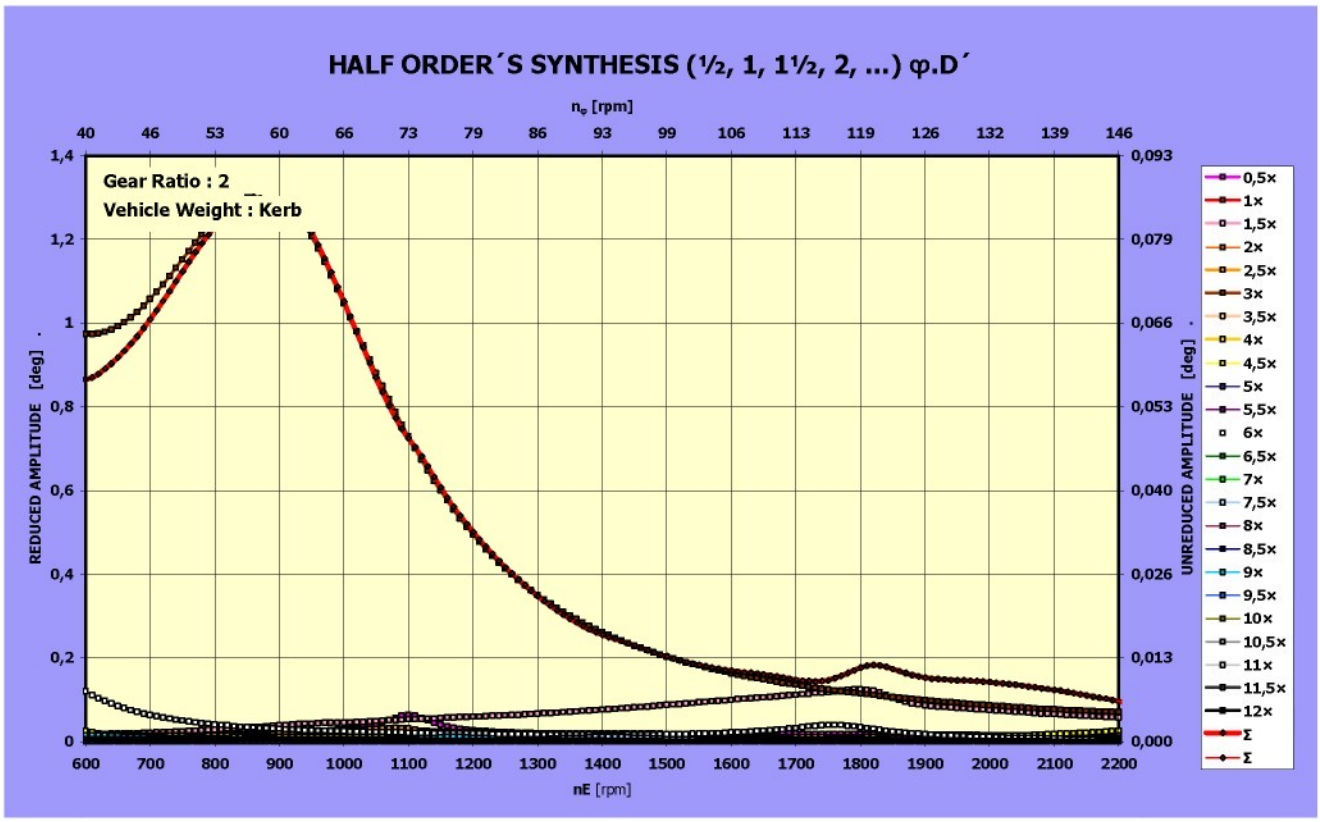
AMPLITUDO-OTÁČKOVÉ CHARAKTERISTIKY - (UKÁZKA PRO II°)



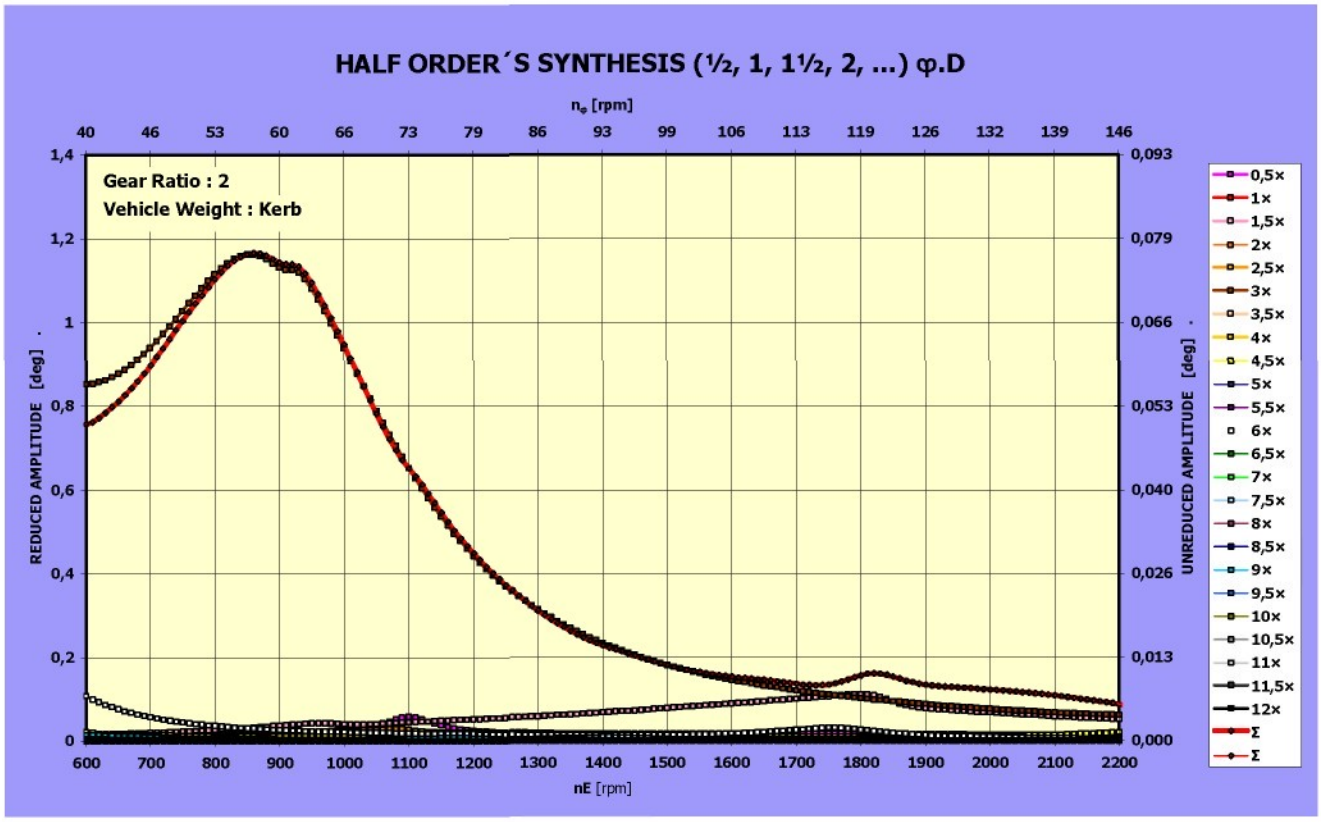


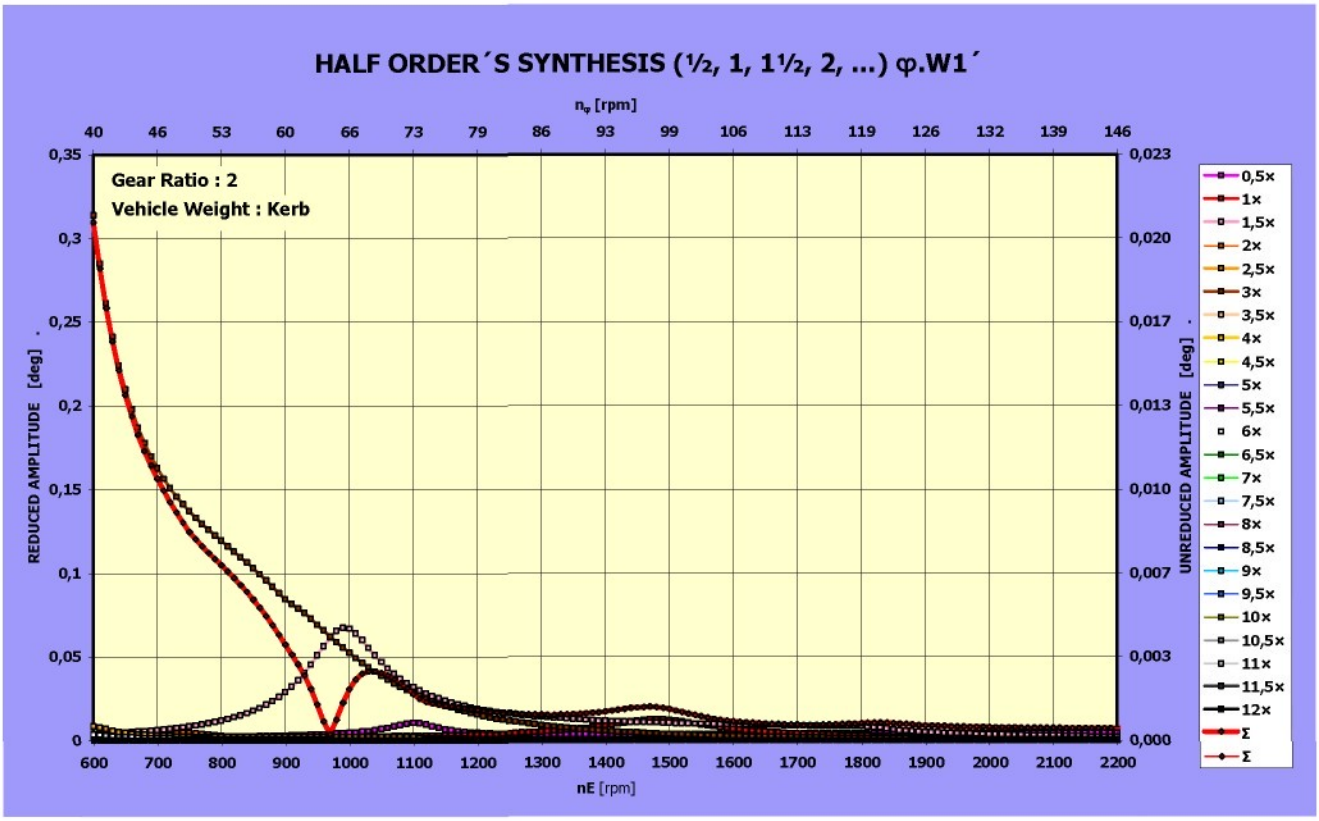
AMPLITUDO-OTÁČKOVÉ CHARAKTERISTIKY - (UKÁZKA PRO II°)



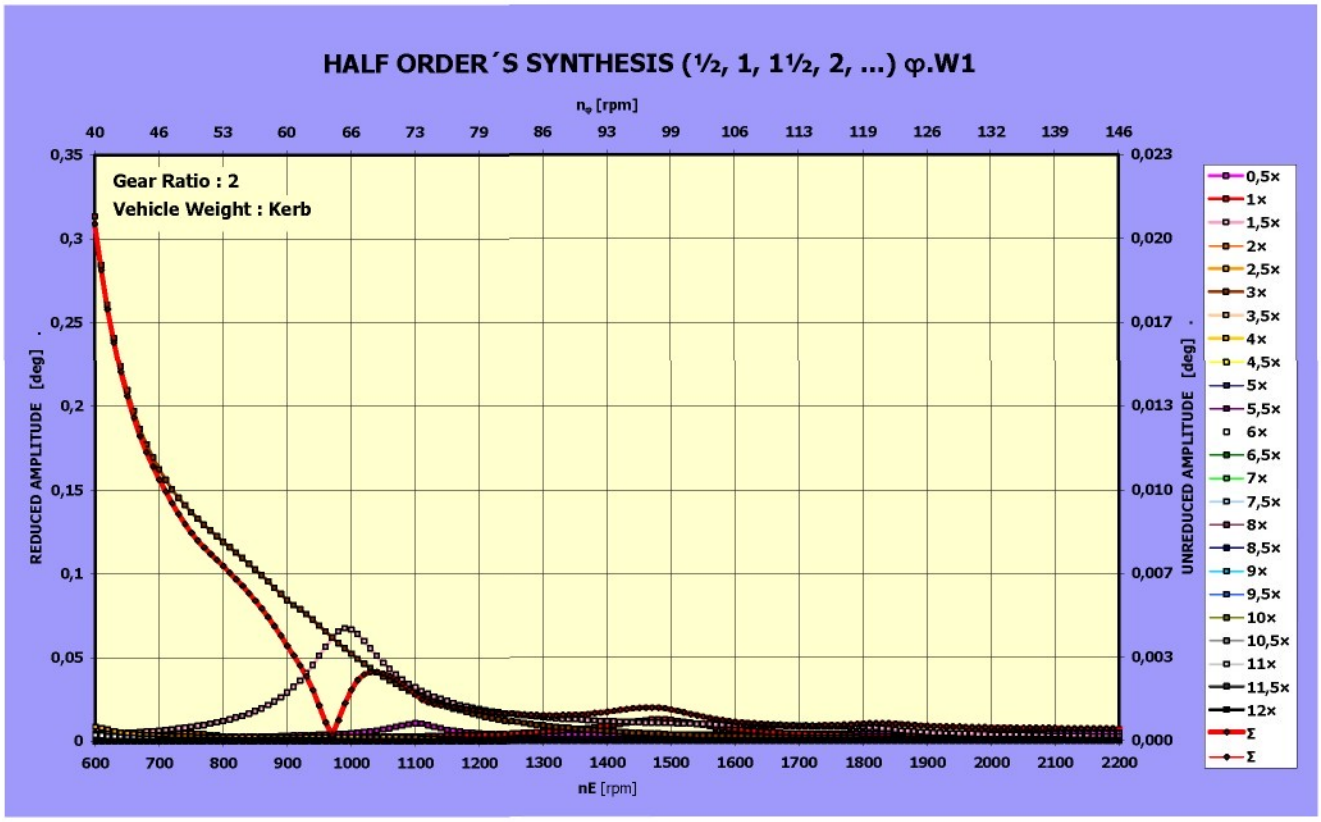


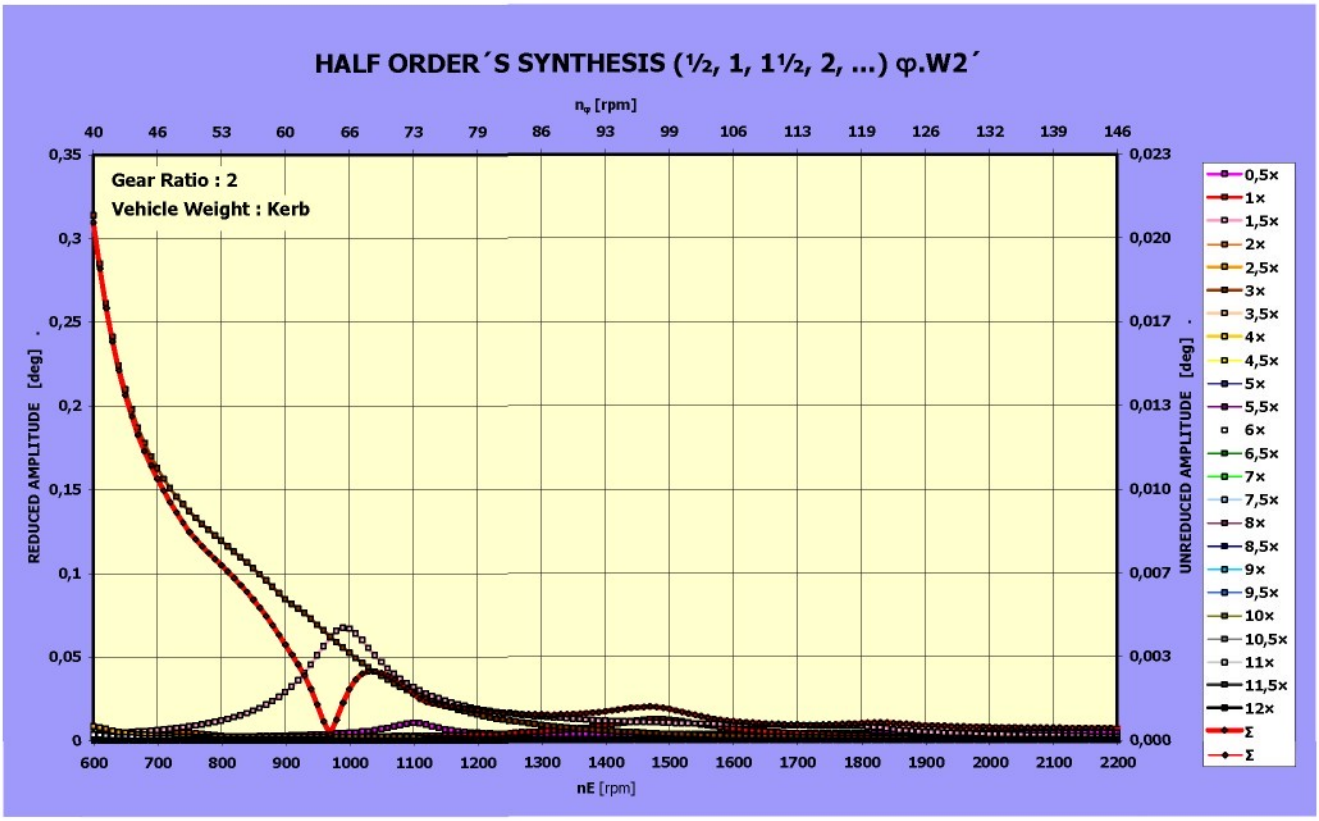
AMPLITUDO-OTÁČKOVÉ CHARAKTERISTIKY - (UKÁZKA PRO II°)



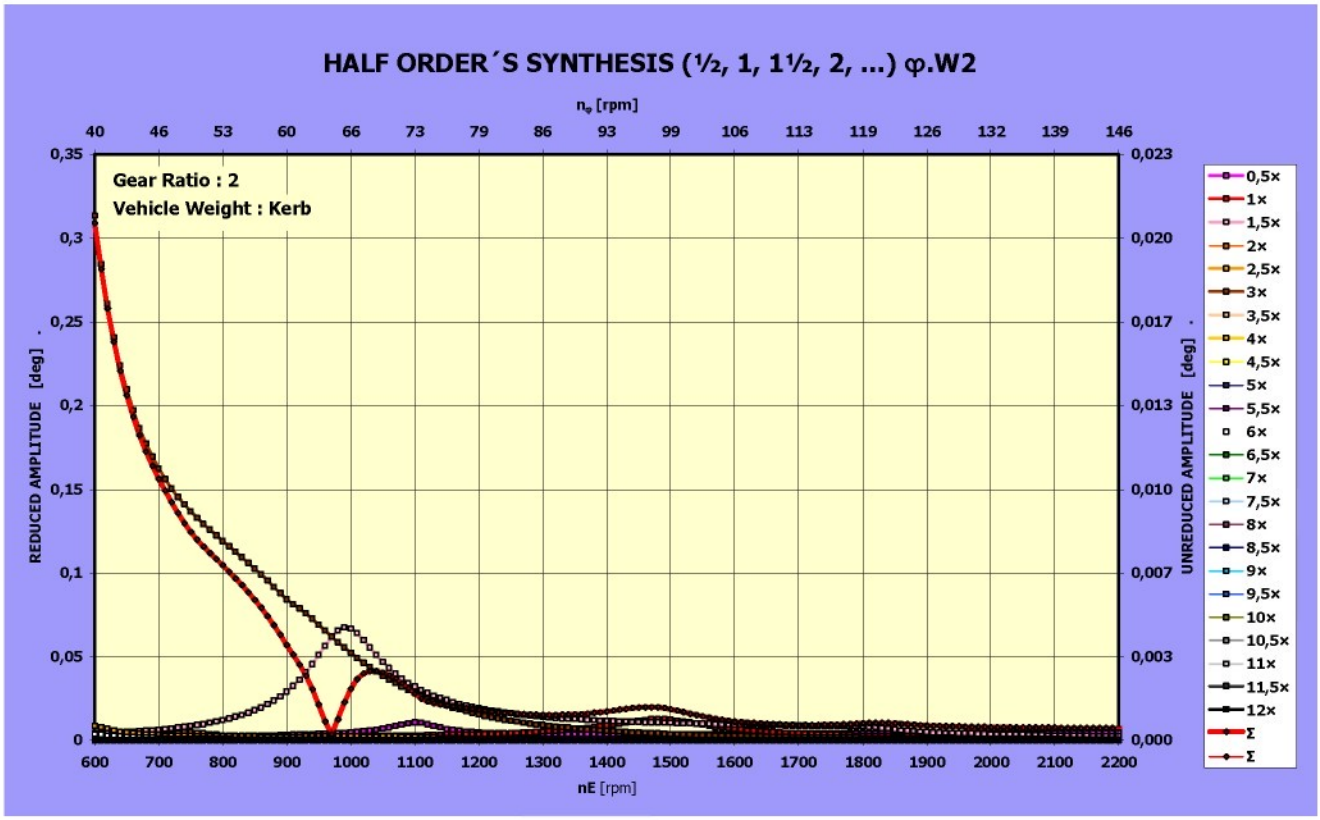


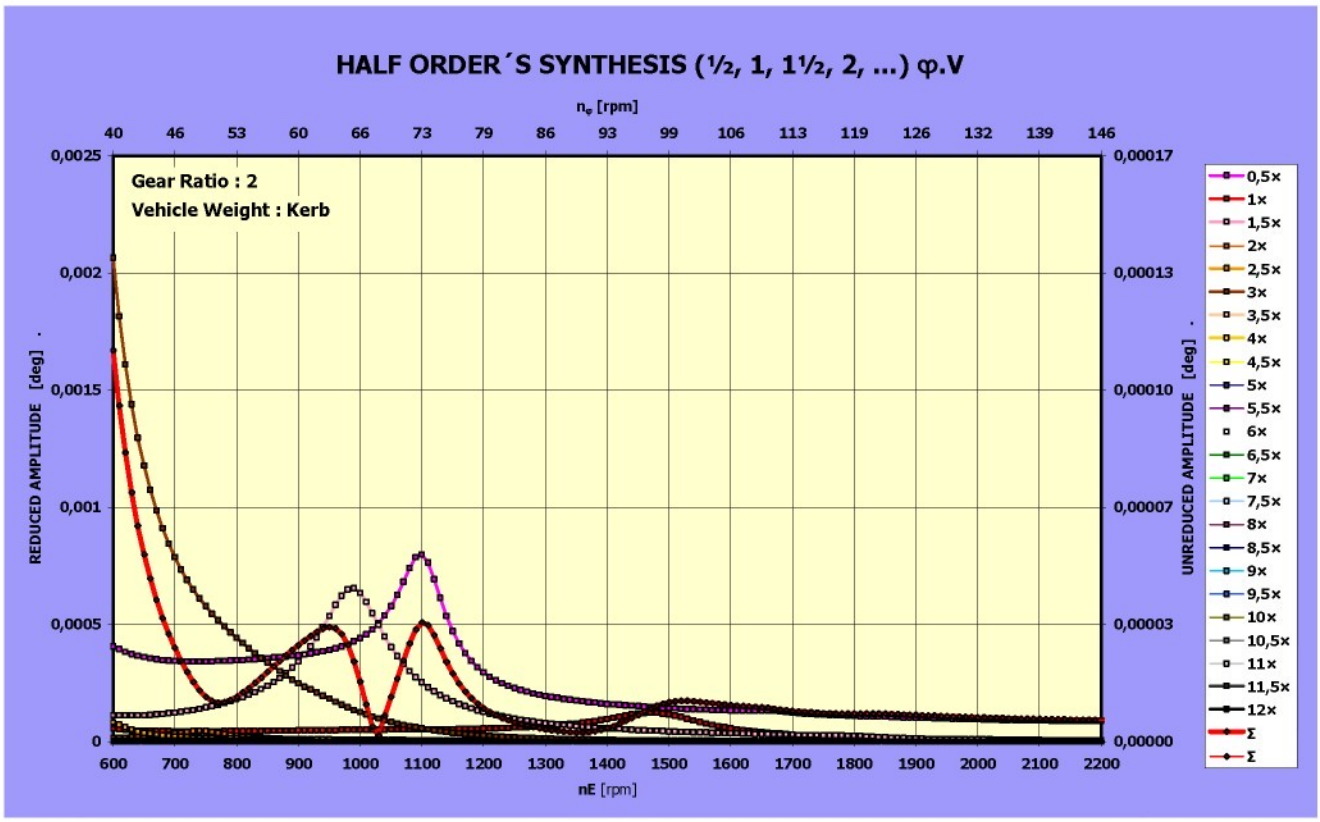
AMPLITUDO-OTÁČKOVÉ CHARAKTERISTIKY - (UKÁZKA PRO II°)





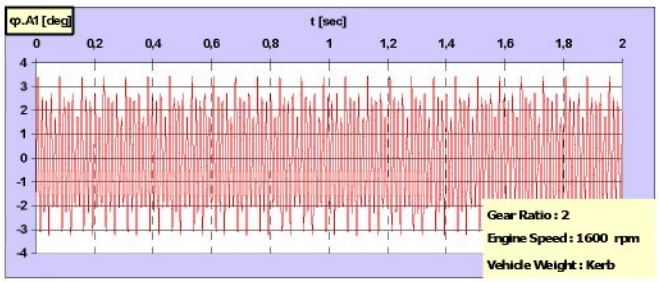
AMPLITUDO-OTÁČKOVÉ CHARAKTERISTIKY - (UKÁZKA PRO II°)

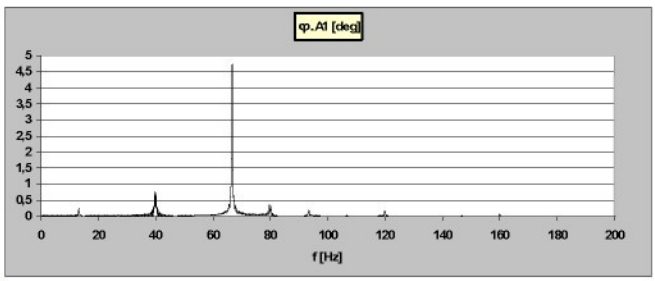


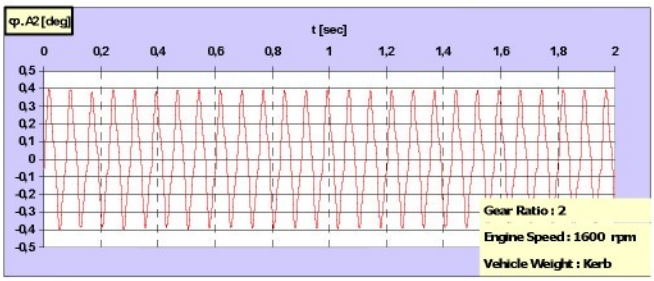


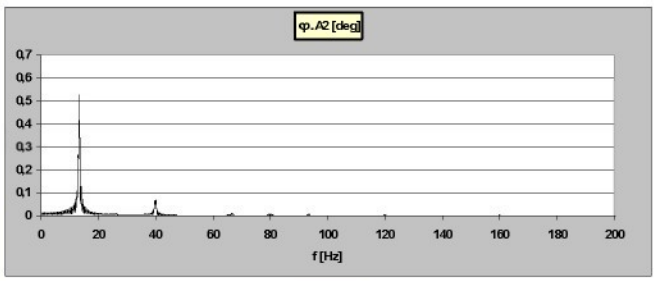
ČASOVÝ A FREKVENČNÍ PRŮBĚH TORZNÍCH KMITŮ

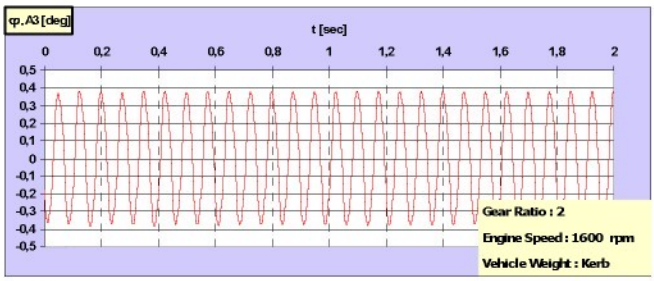
(UKÁZKA PRO II°, nE = 1600 ot/min a Pohotovostní hmotnost vozu)

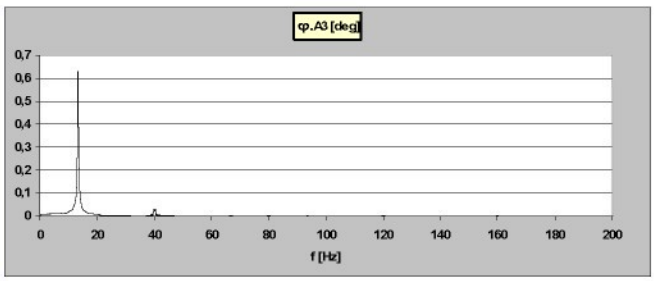


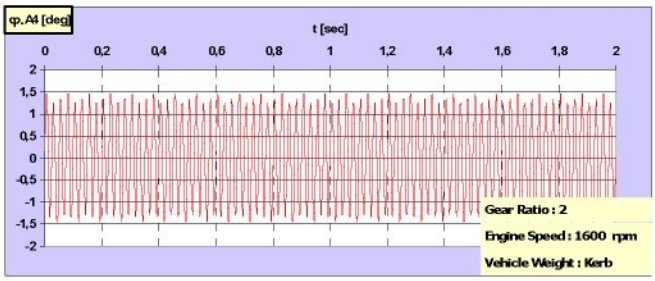


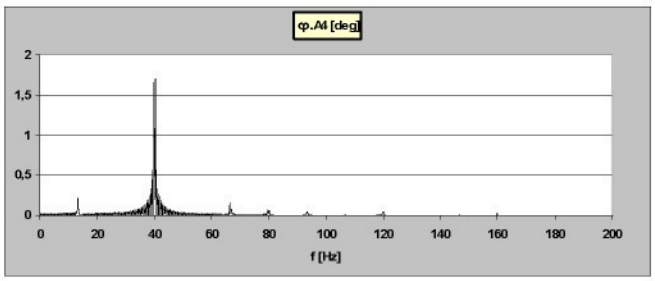


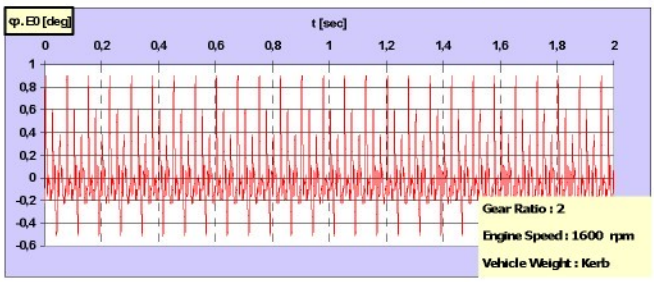


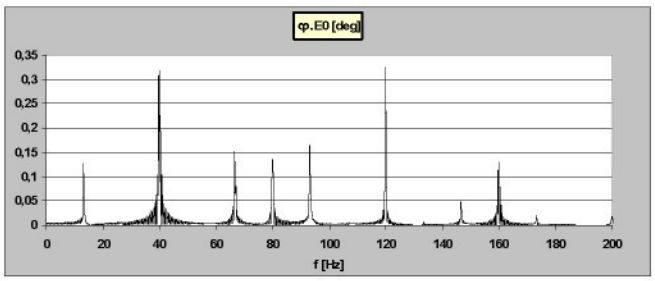


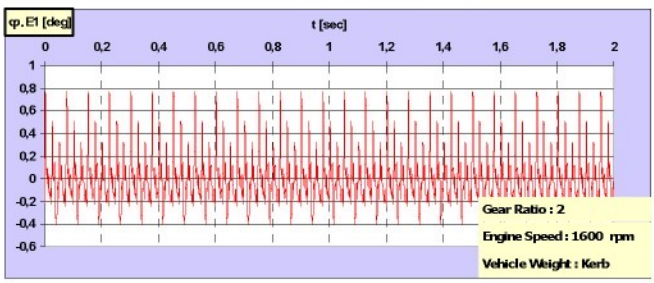


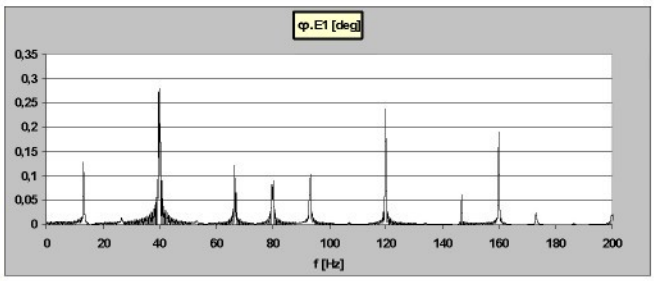






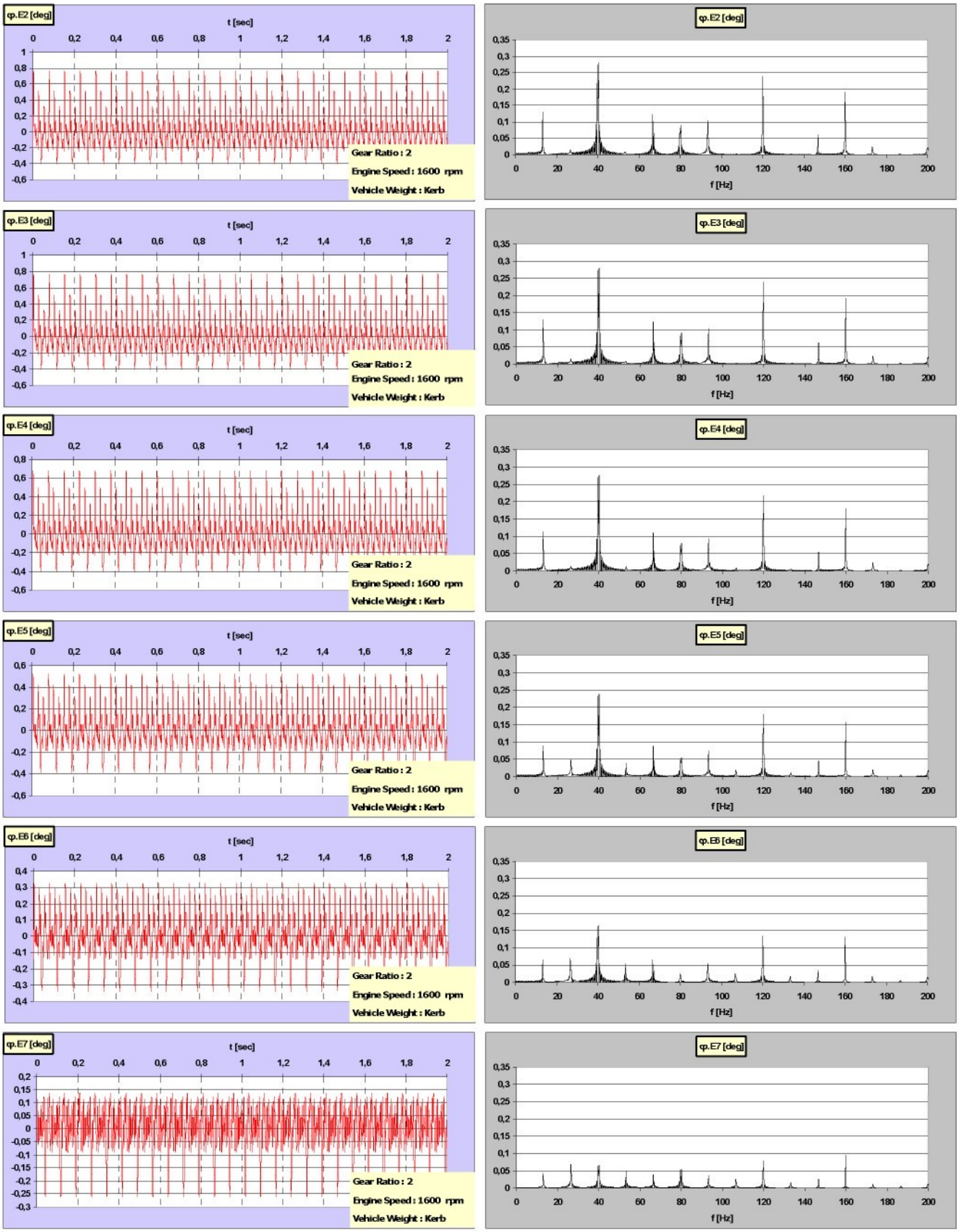






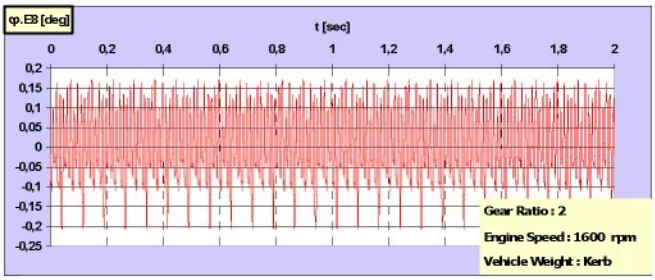
ČASOVÝ A FREKVENČNÍ PRŮBĚH TORZNÍCH KMITŮ

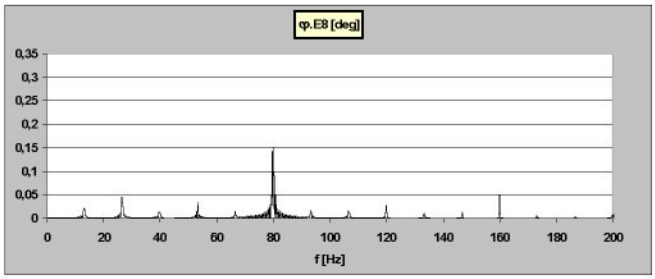
(UKÁZKA PRO II°, nE = 1600 ot/min a Pohotovostní hmotnost vozu)

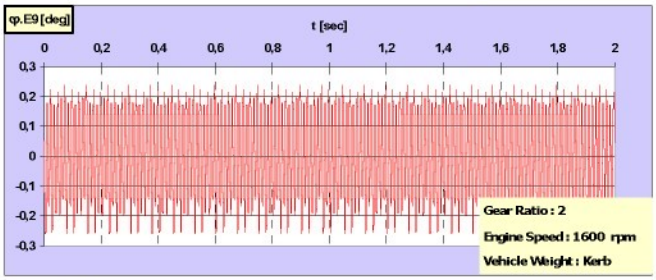


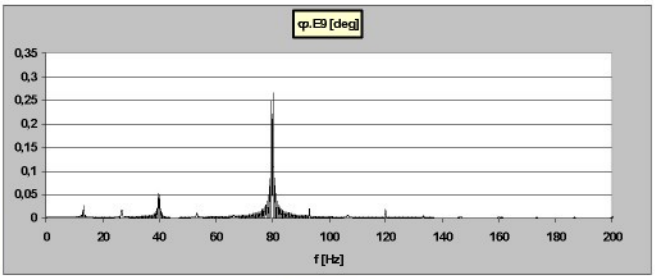
ČASOVÝ A FREKVENČNÍ PRŮBĚH TORZNÍCH KMITŮ

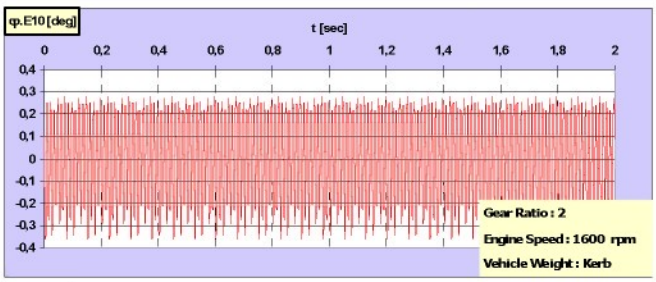
(UKÁZKA PRO II°, nE = 1600 ot/min a Pohotovostní hmotnost vozu)

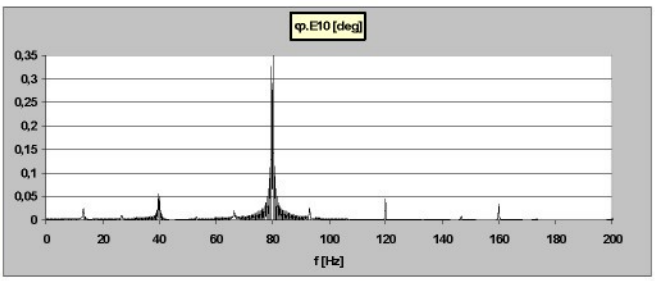


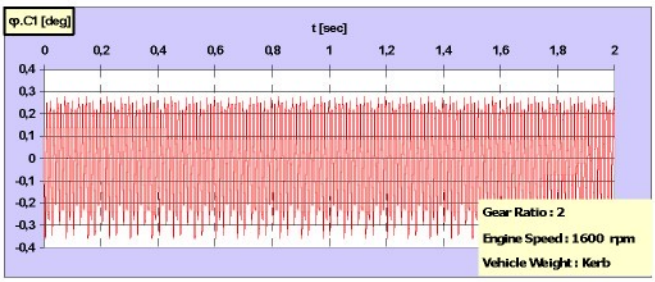


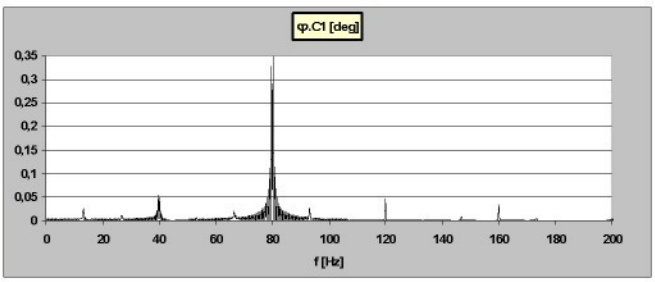


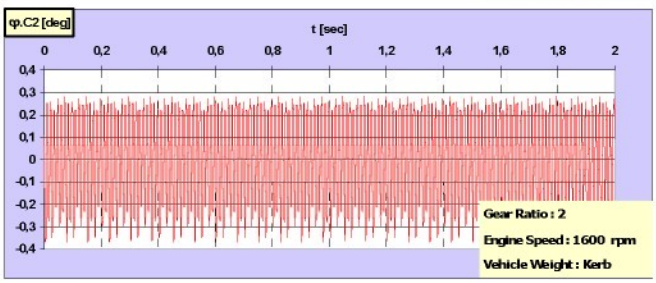


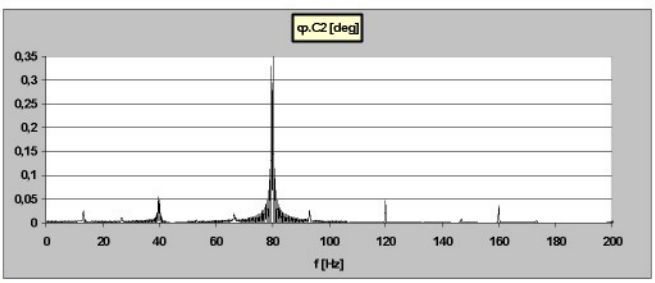


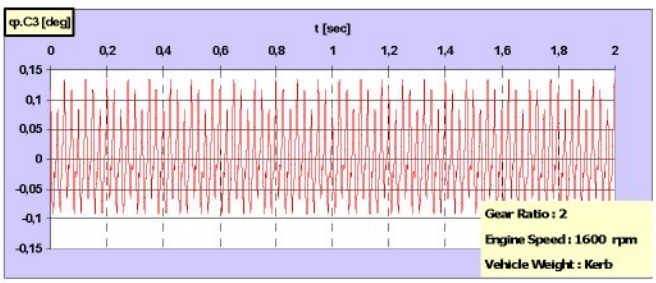


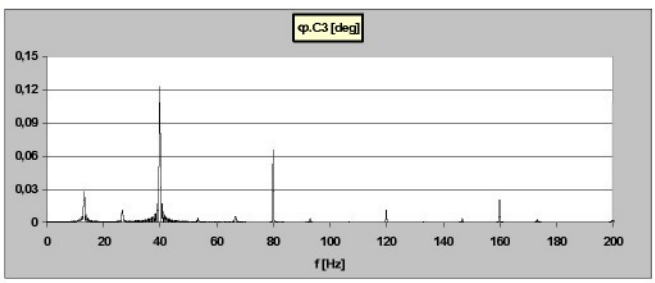






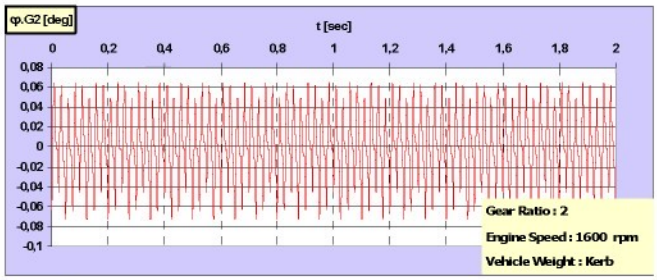


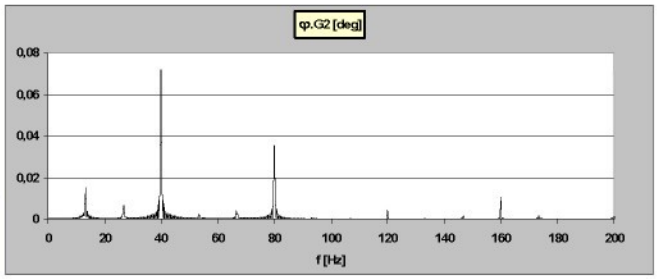


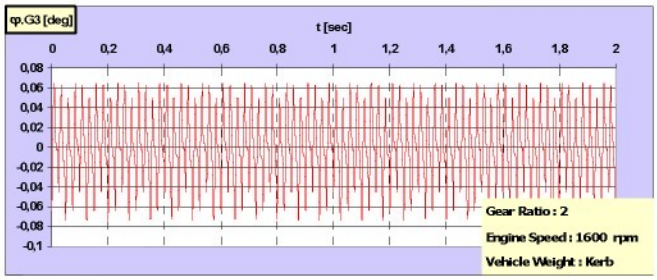


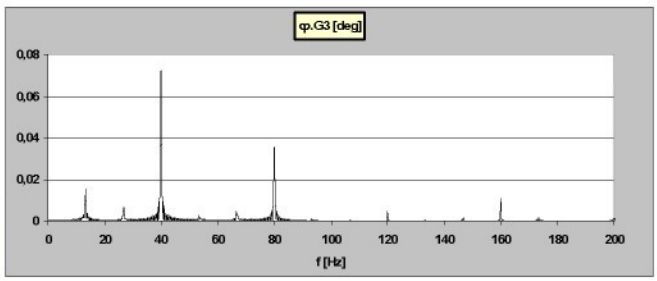
ČASOVÝ A FREKVENČNÍ PRŮBĚH TORZNÍCH KMITŮ

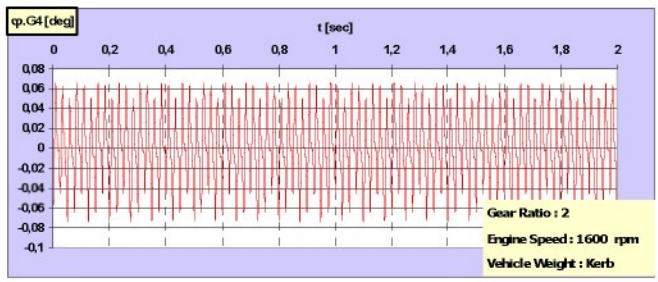
(UKÁZKA PRO II°, nE = 1600 ot/min a Pohotovostní hmotnost vozu)

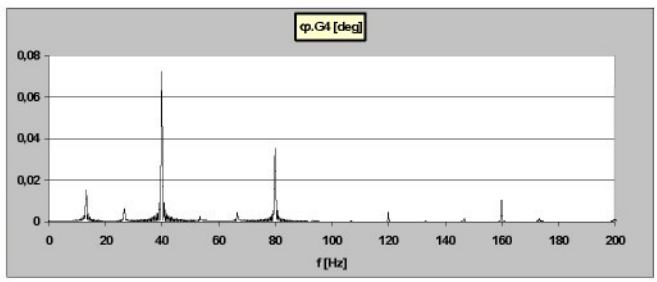


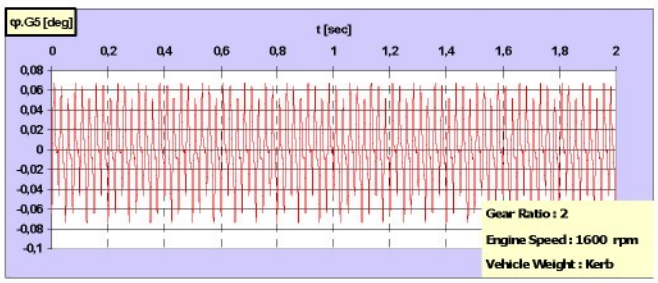


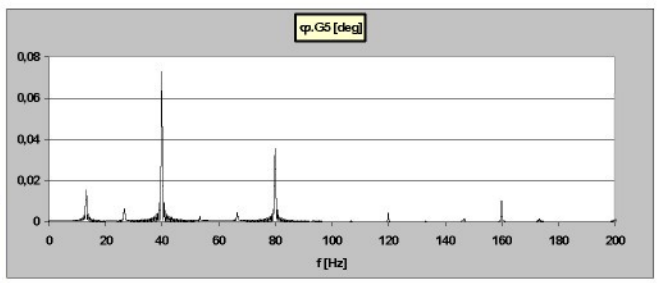


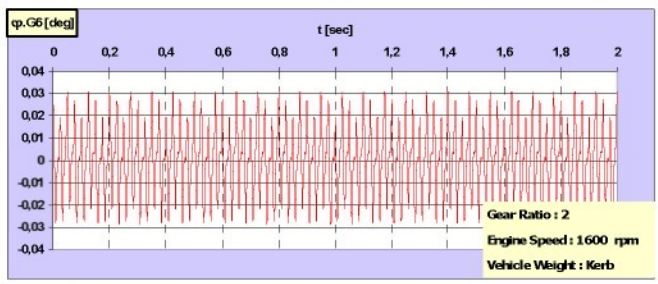


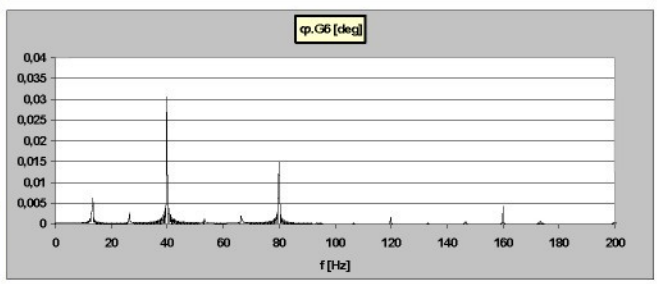


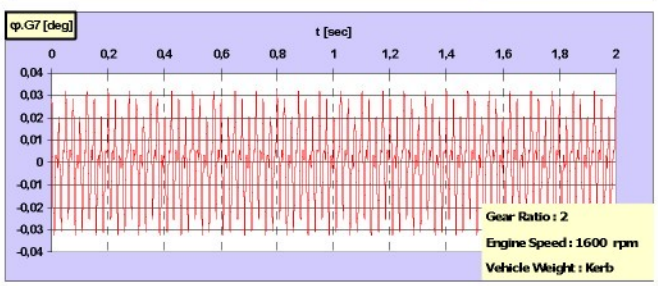


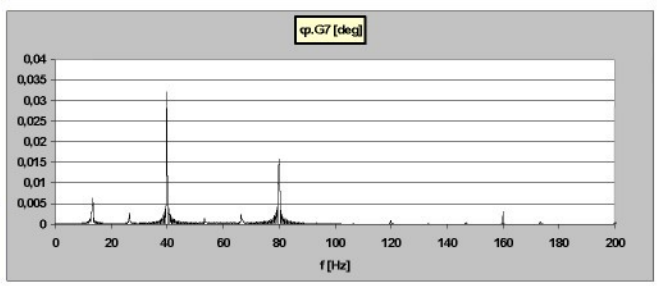






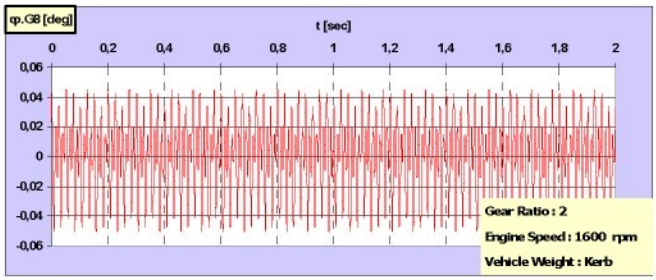


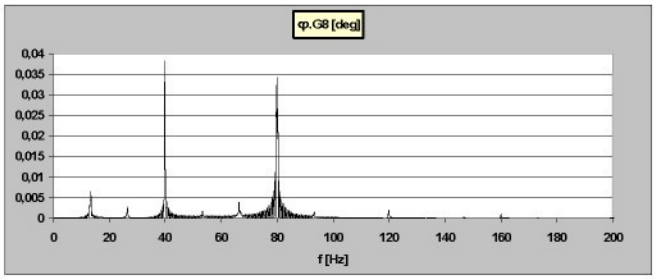


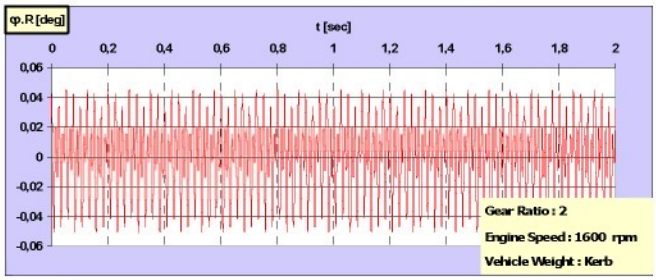


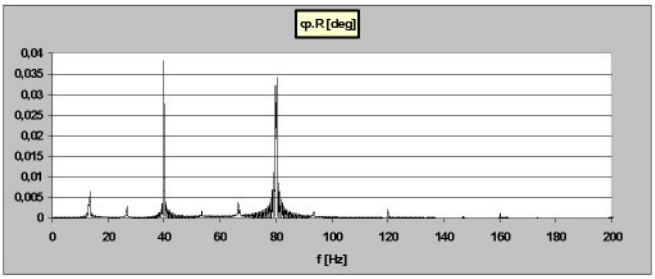
ČASOVÝ A FREKVENČNÍ PRŮBĚH TORZNÍCH KMITŮ

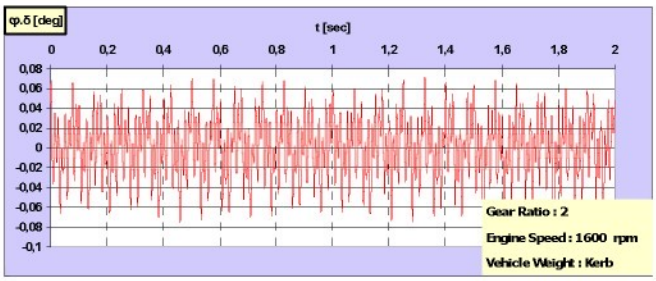
(UKÁZKA PRO II°, nE = 1600 ot/min a Pohotovostní hmotnost vozu)

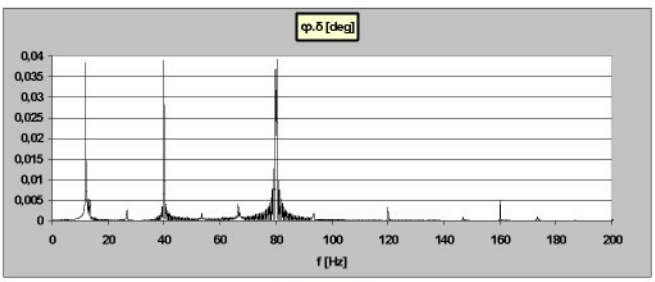


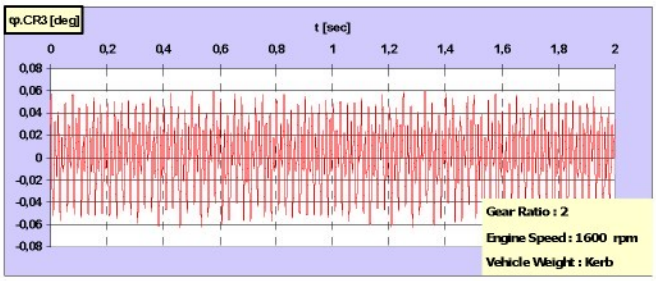


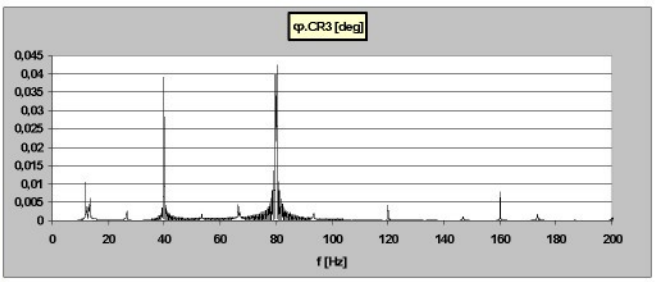


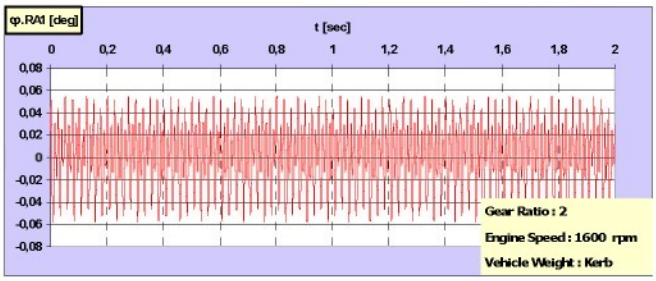


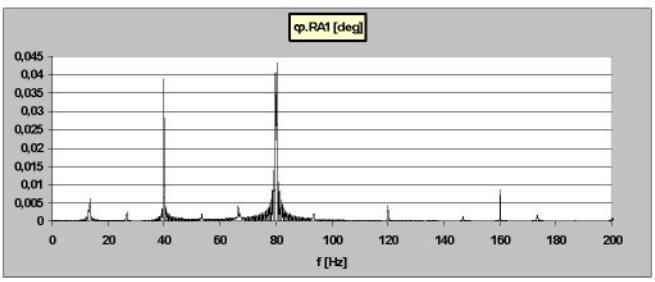


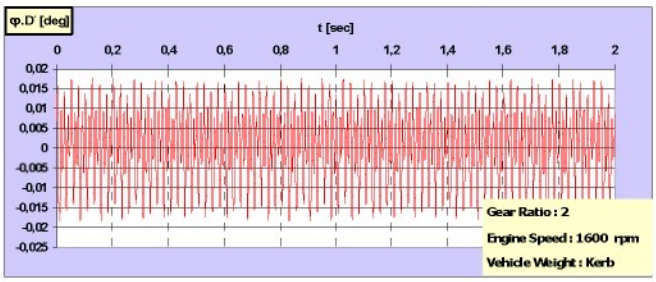


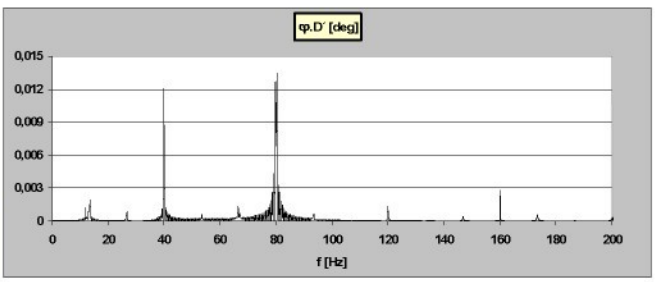






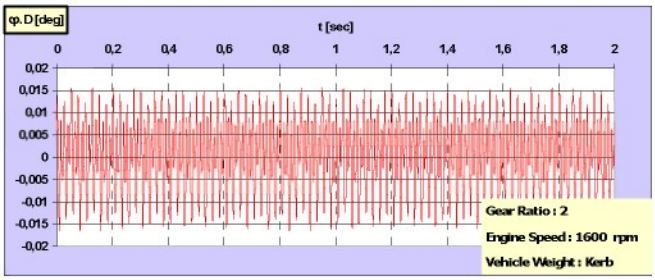


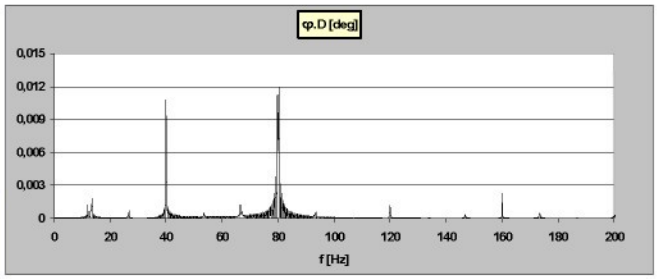


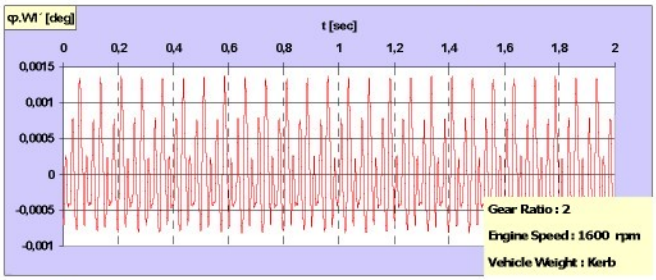


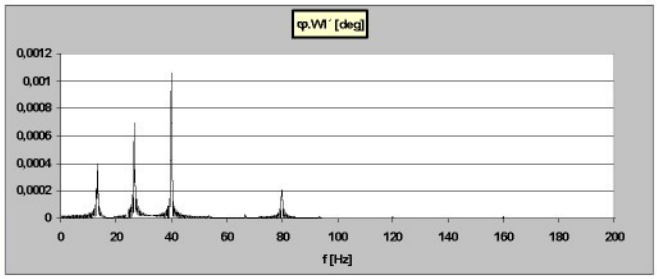
ČASOVÝ A FREKVENČNÍ PRŮBĚH TORZNÍCH KMITŮ

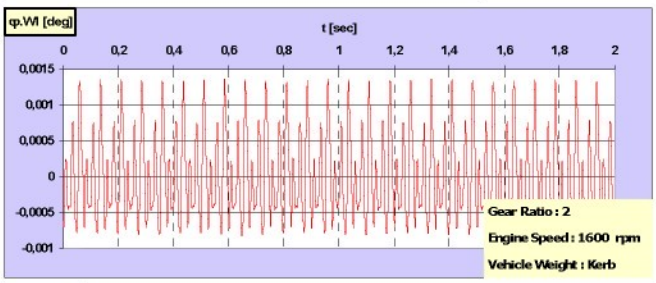
(UKÁZKA PRO II°, nE = 1600 ot/min a Pohotovostní hmotnost vozu)

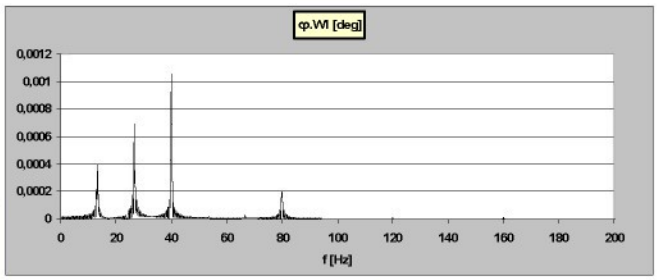


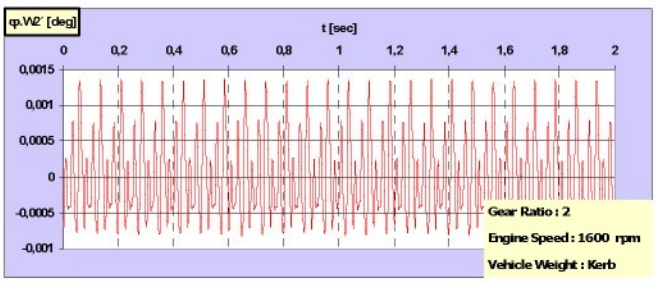


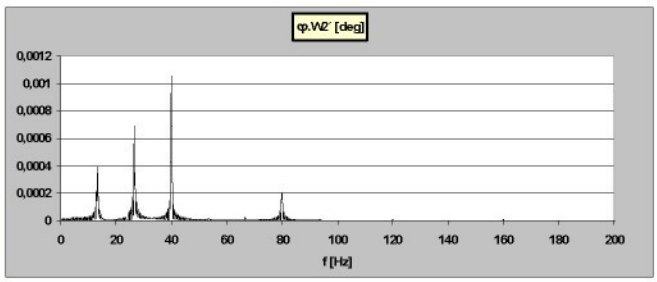


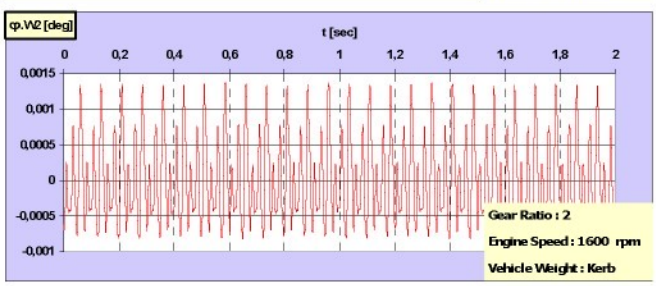


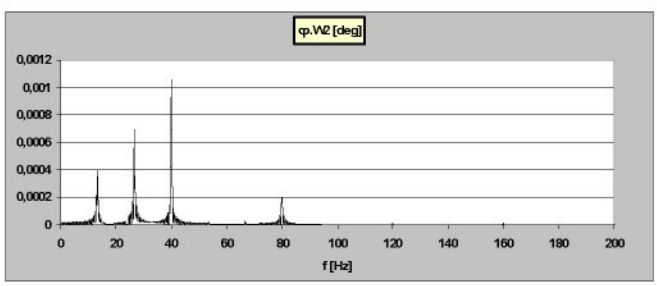


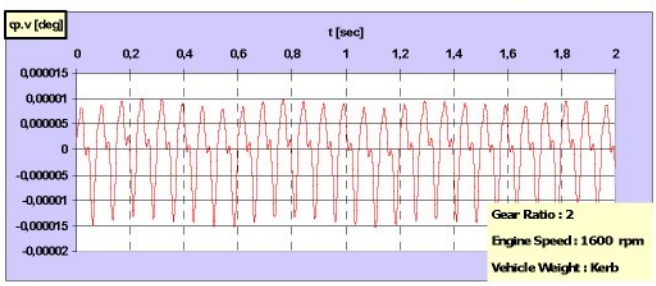


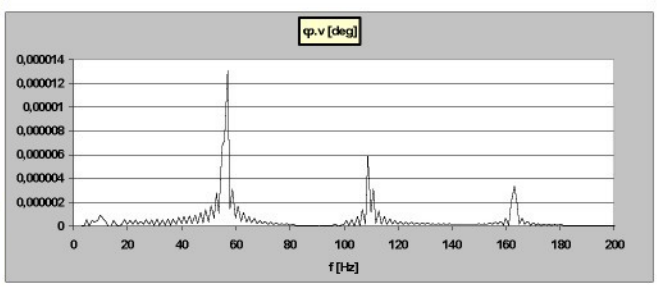






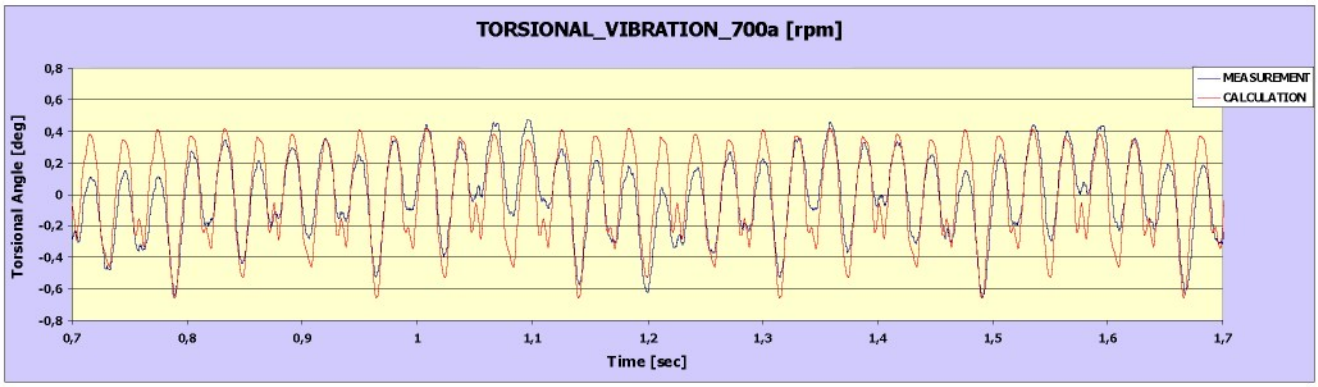


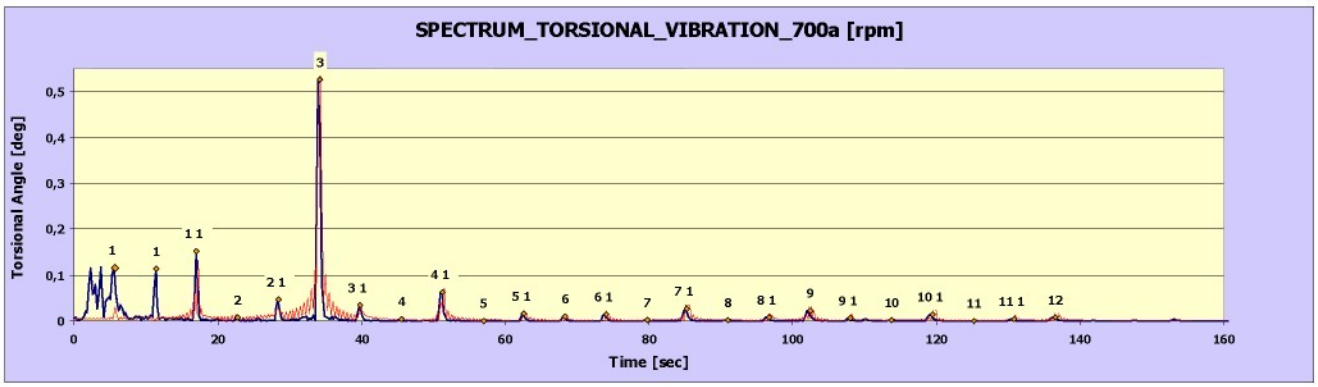




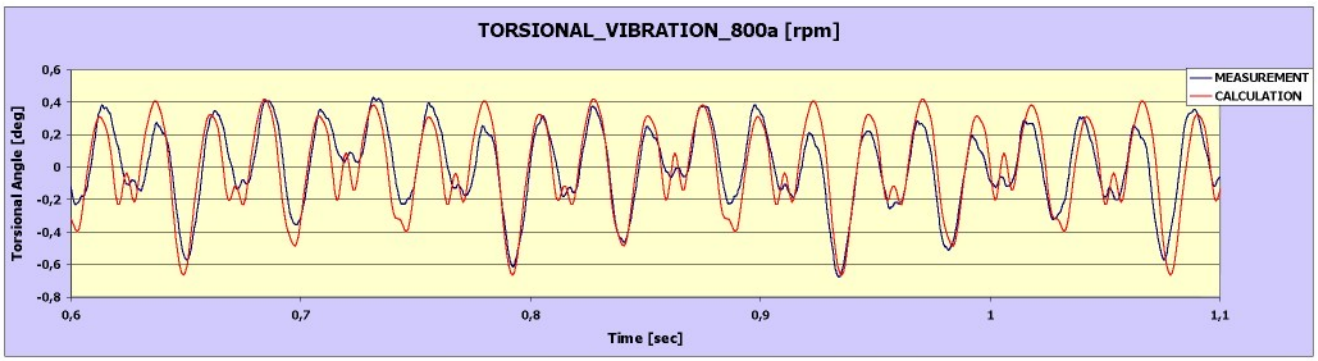
POROVNÁNÍ VÝSLEDKŮ ZÍSKANÝCH Z VÝPOČTOVÉHO MODELU A Z EXPERIMENTU

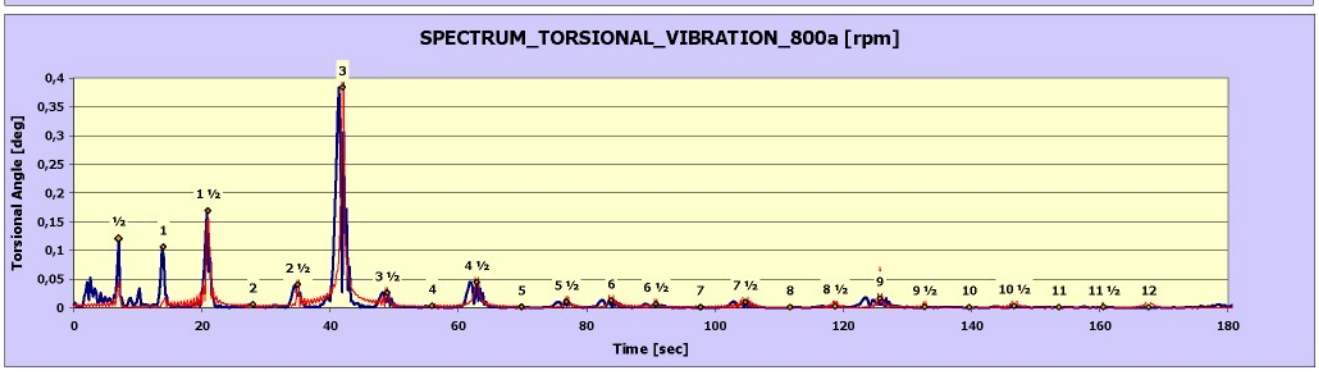
II°, 100% ZATÍŽENÍ, nE = 700 ot/min





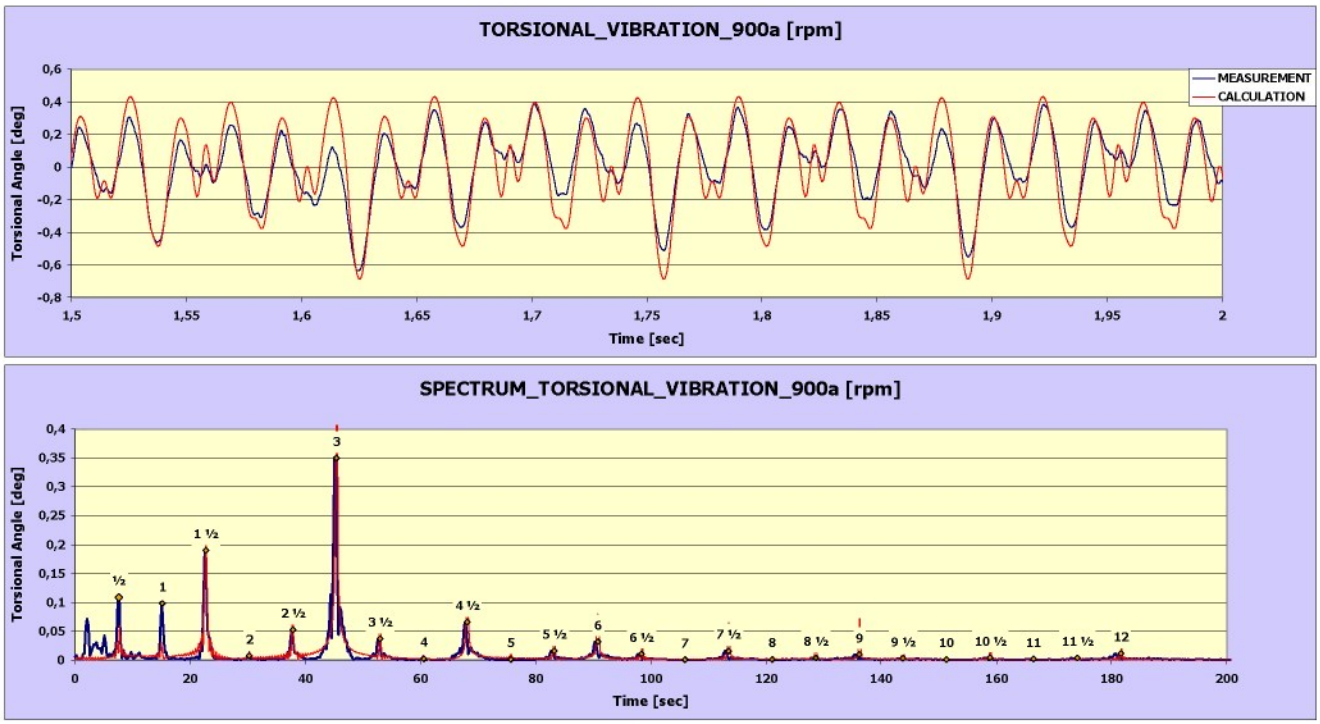
II°, 100% ZATÍŽENÍ, nE = 800 ot/min



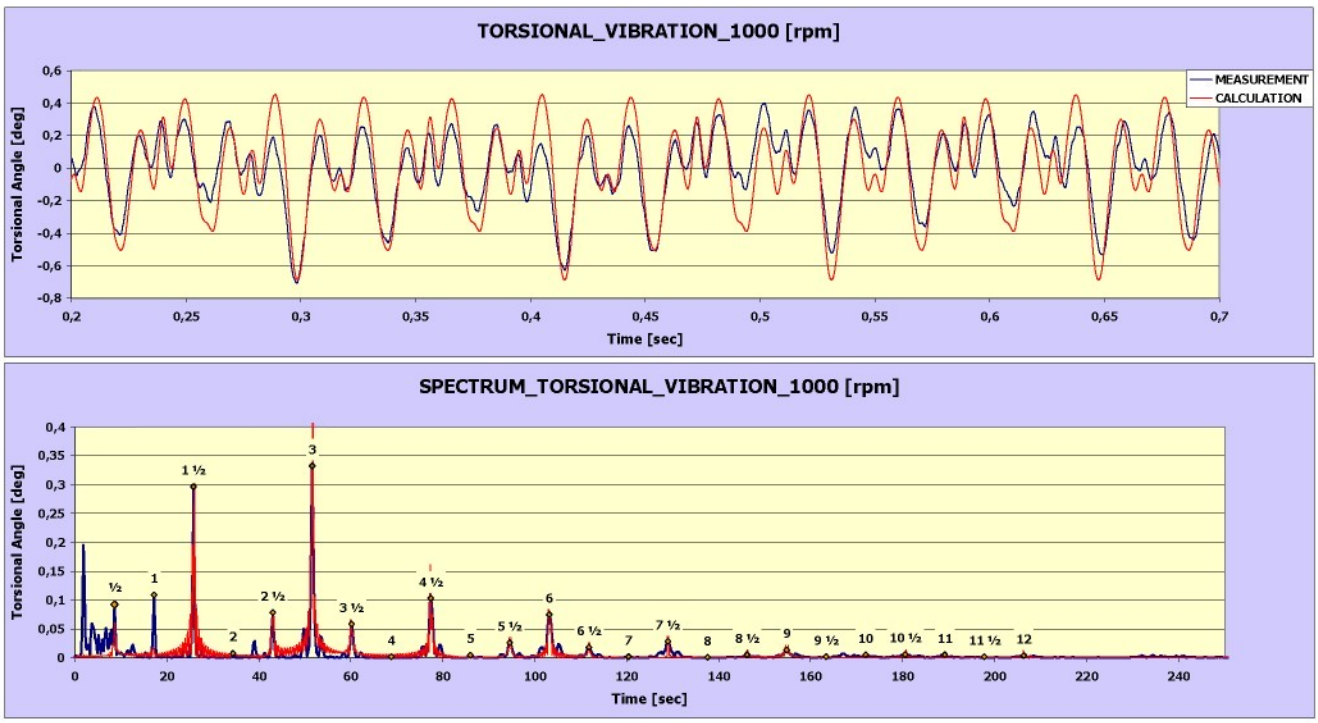


POROVNÁNÍ VÝSLEDKŮ ZÍSKANÝCH Z VÝPOČTOVÉHO MODELU A Z EXPERIMENTU

II°, 100% ZATÍŽENÍ, nE = 900 ot/min

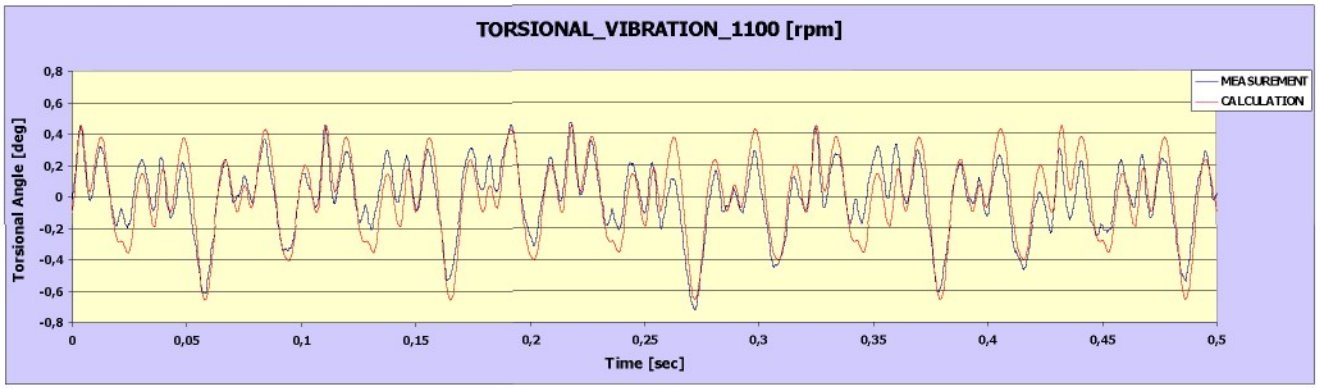


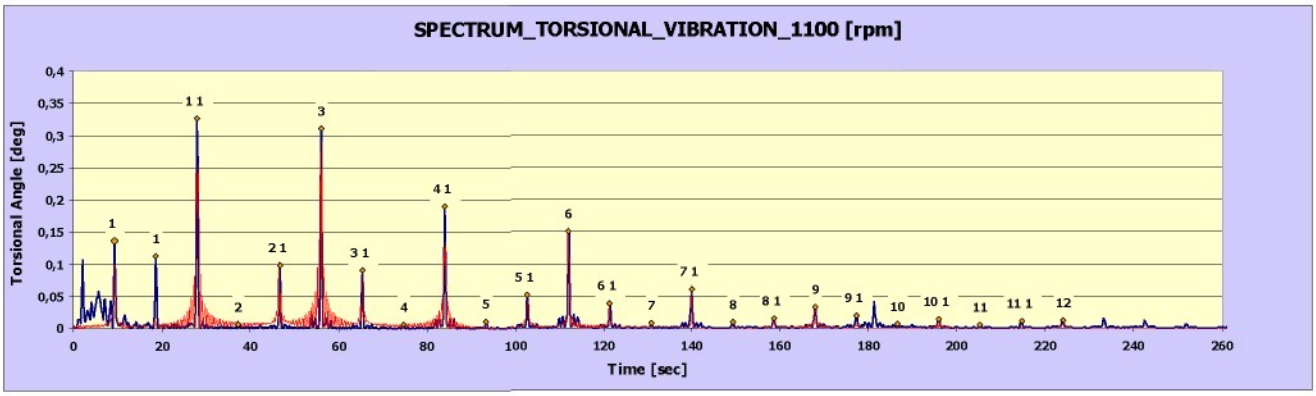
II°, 100% ZATÍŽENÍ, nE = 1000 ot/min



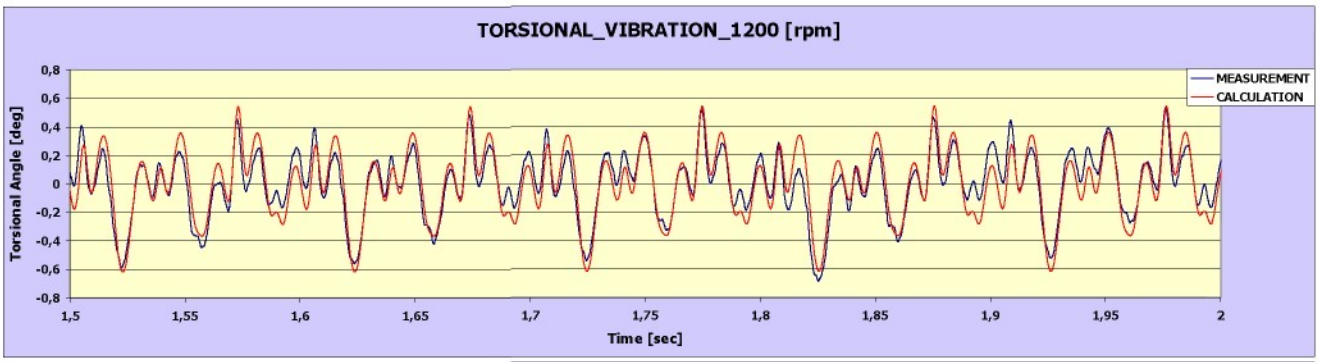
POROVNÁNÍ VÝSLEDKŮ ZÍSKANÝCH Z VÝPOČTOVÉHO MODELU A Z EXPERIMENTU

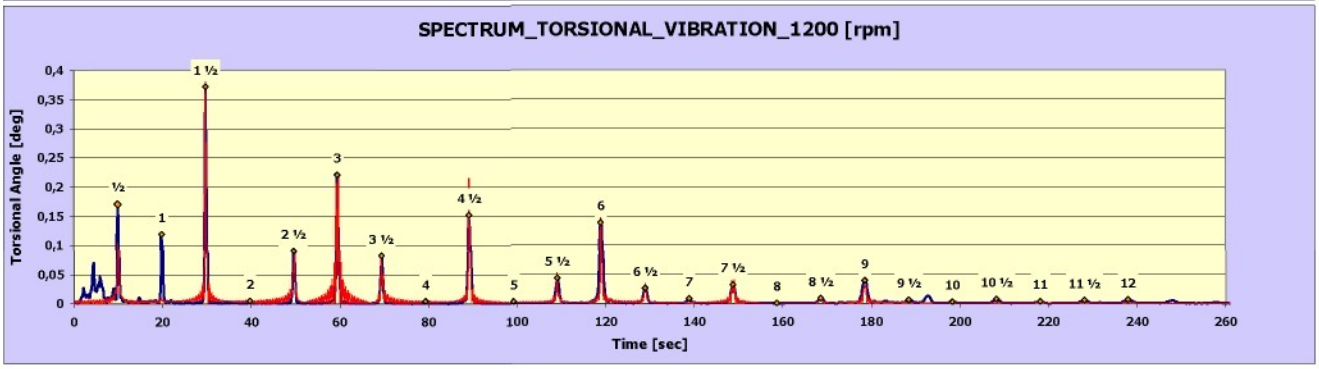
II°, 100% ZATÍŽENÍ, nE = 1100 ot/min





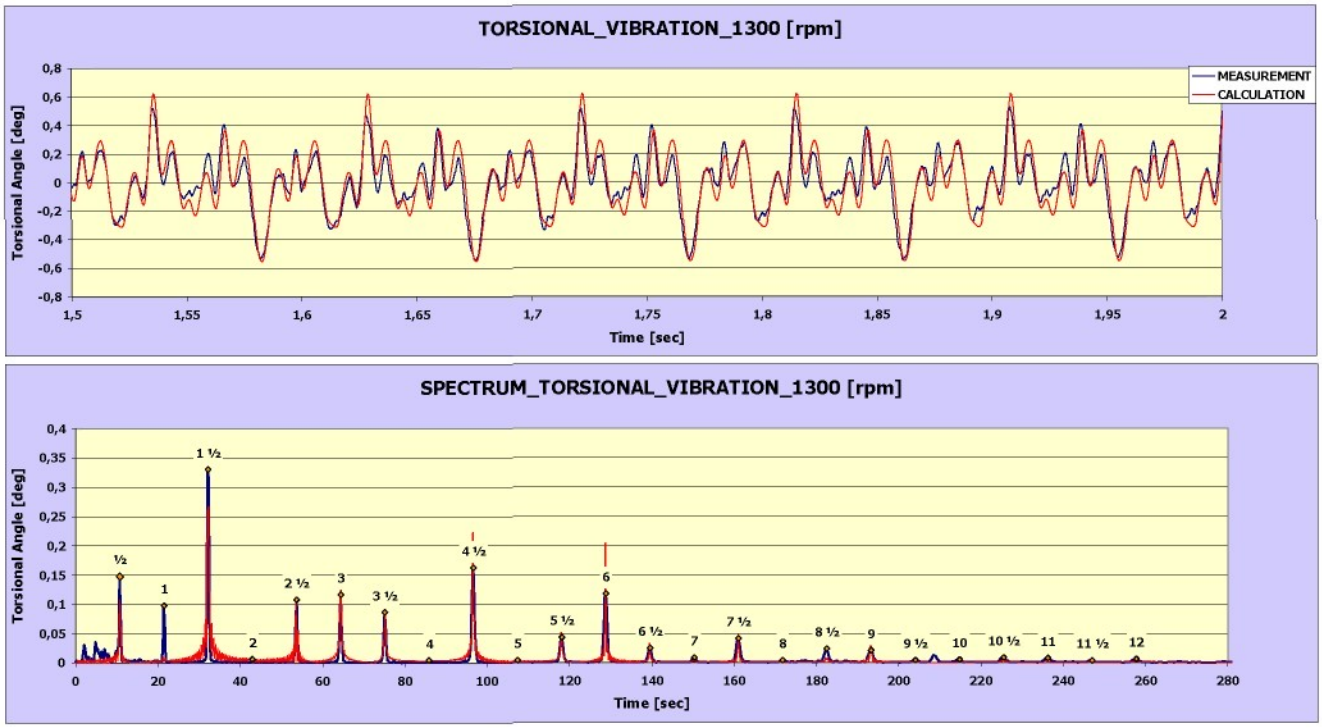
II°, 100% ZATÍŽENÍ, nE = 1200 ot/min



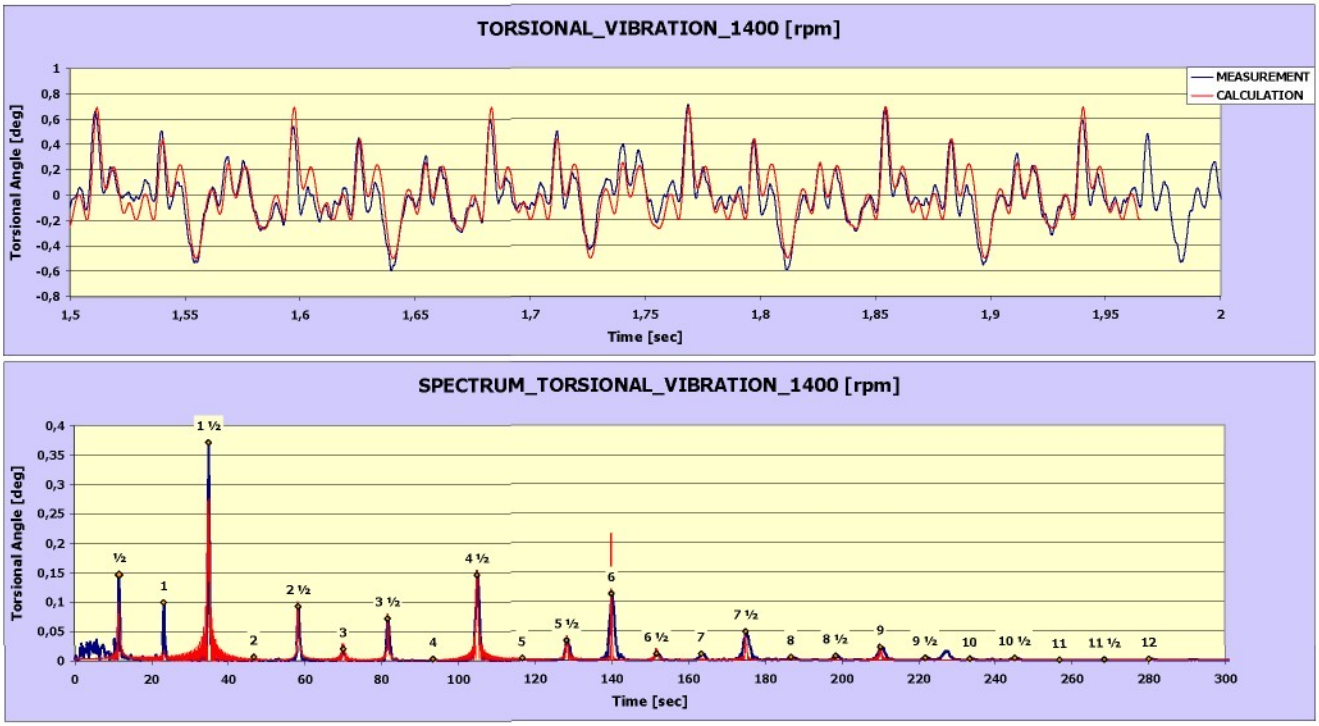


POROVNÁNÍ VÝSLEDKŮ ZÍSKANÝCH Z VÝPOČTOVÉHO MODELU A Z EXPERIMENTU

II°, 100% ZATÍŽENÍ, nE = 1300 ot/min

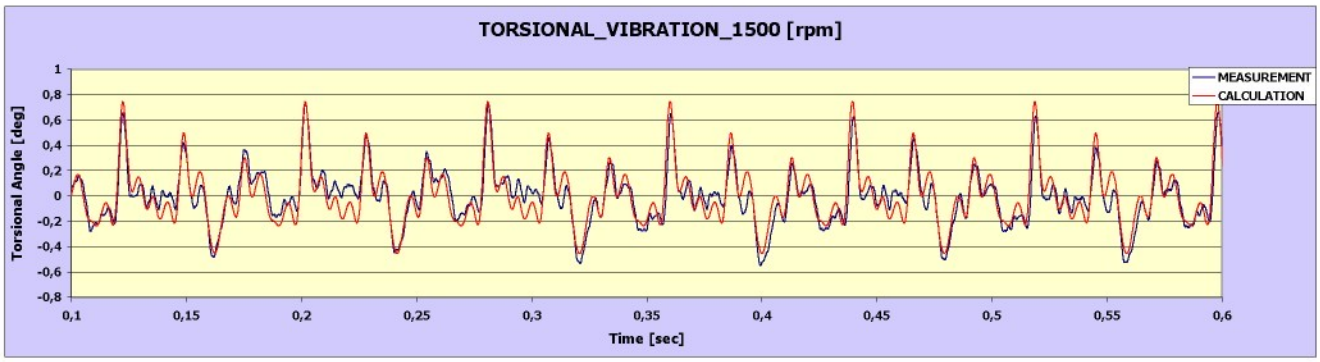


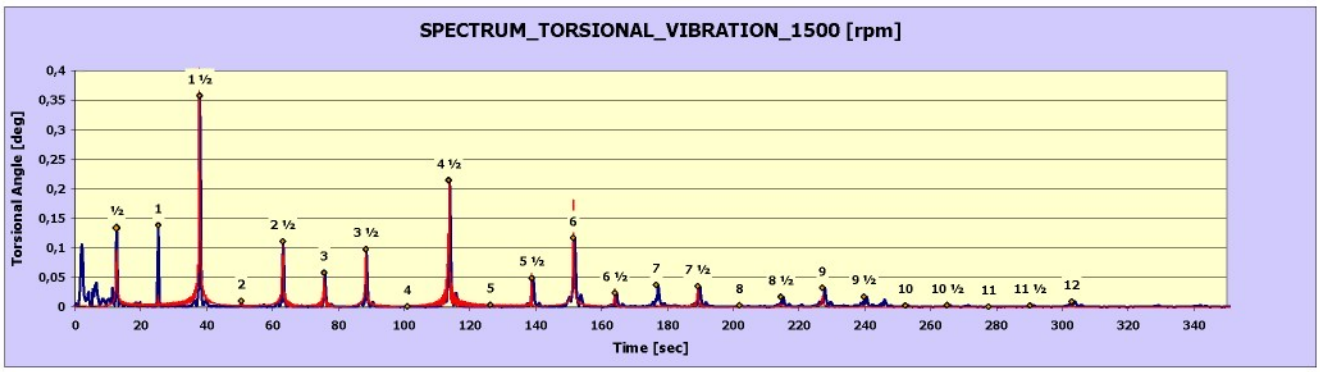
II°, 100% ZATÍŽENÍ, nE = 1400 ot/min



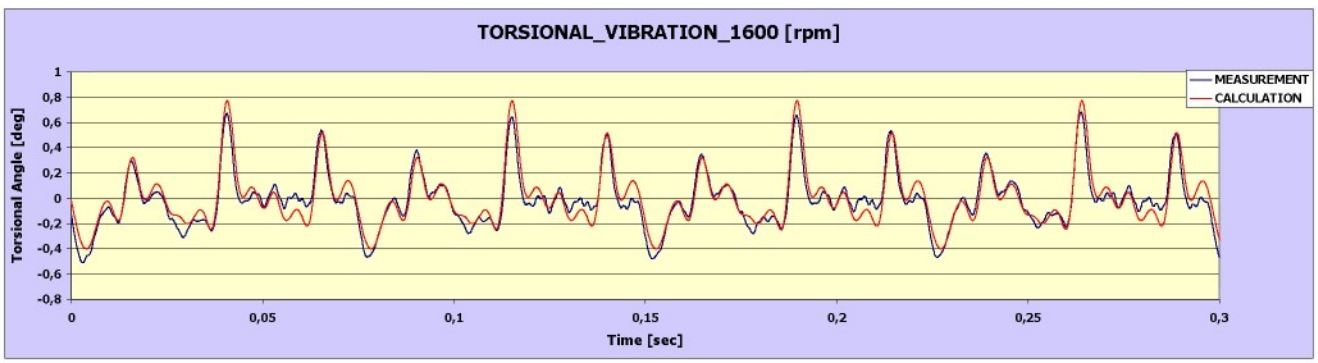
POROVNÁNÍ VÝSLEDKŮ ZÍSKANÝCH Z VÝPOČTOVÉHO MODELU A Z EXPERIMENTU

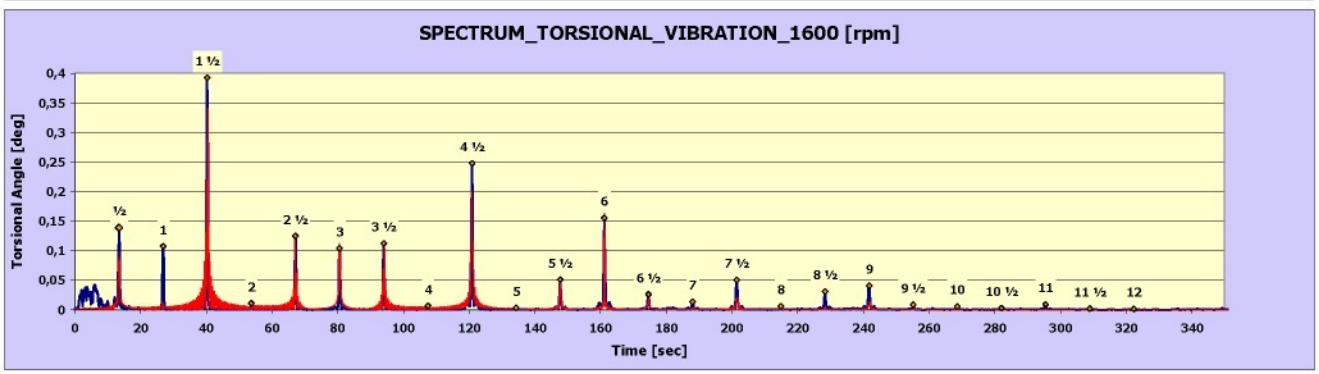
II°, 100% ZATÍŽENÍ, nE = 1500 ot/min





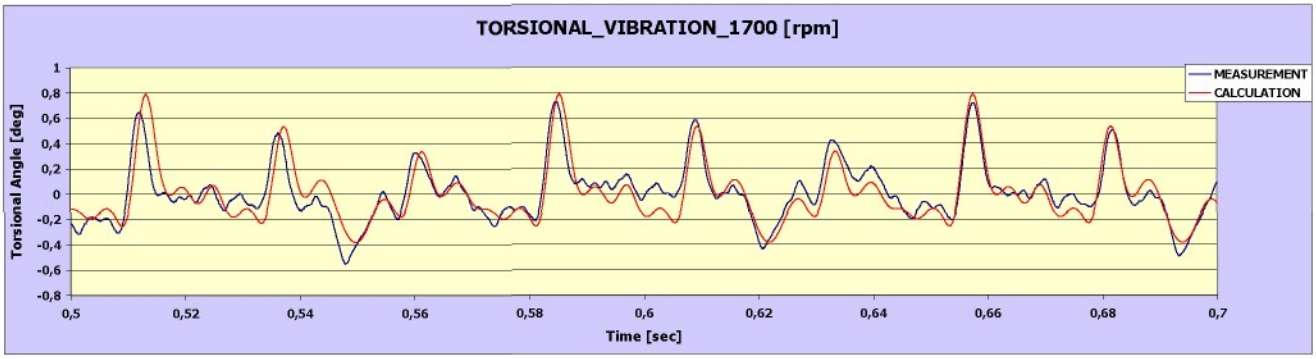
II°, 100% ZATÍŽENÍ, nE = 1600 ot/min

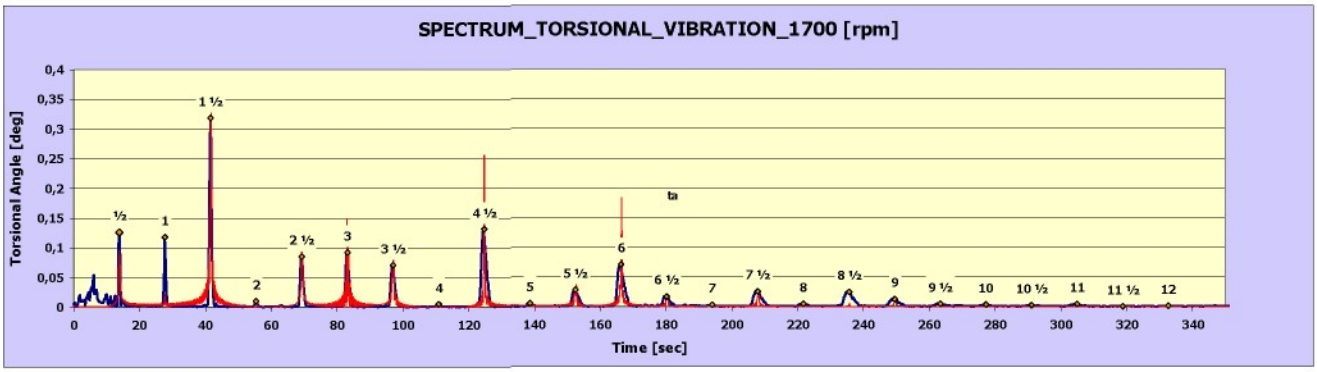




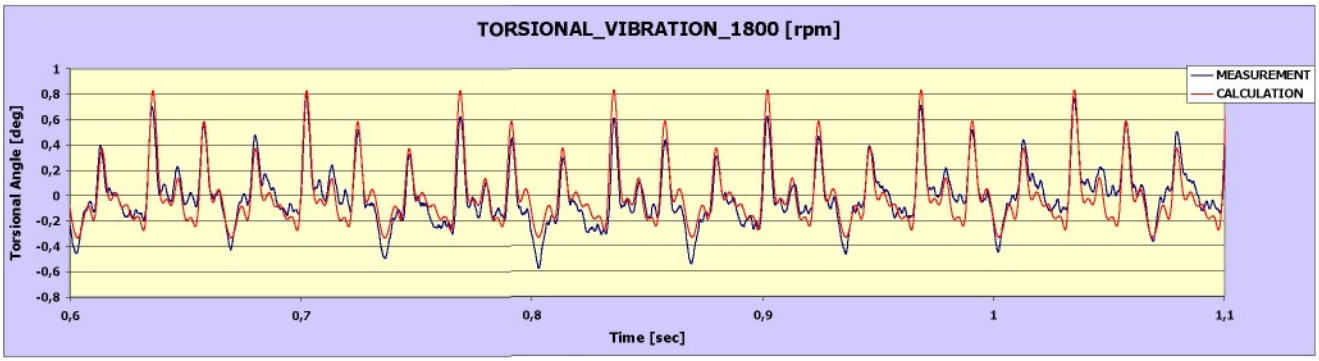
POROVNÁNÍ VÝSLEDKŮ ZÍSKANÝCH Z VÝPOČTOVÉHO MODELU A Z EXPERIMENTU

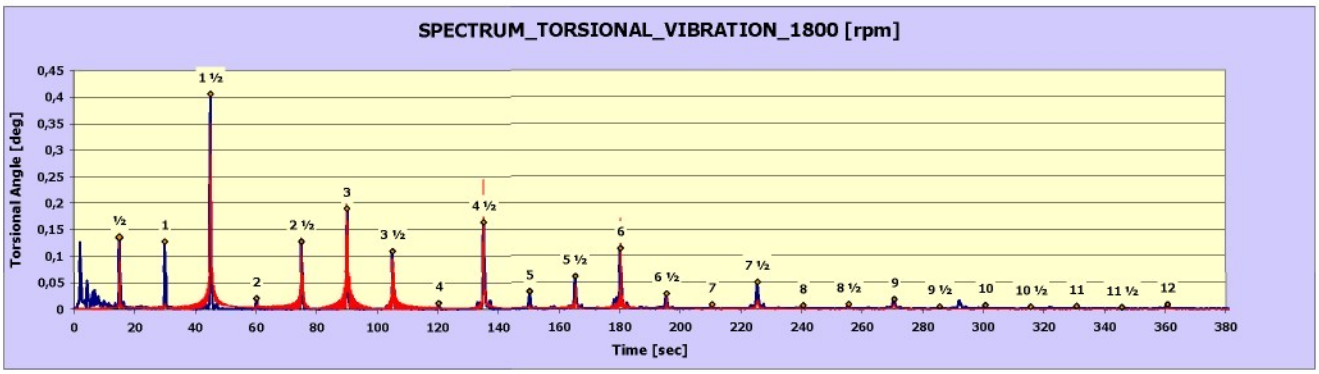
II°, 100% ZATÍŽENÍ, nE = 1700 ot/min





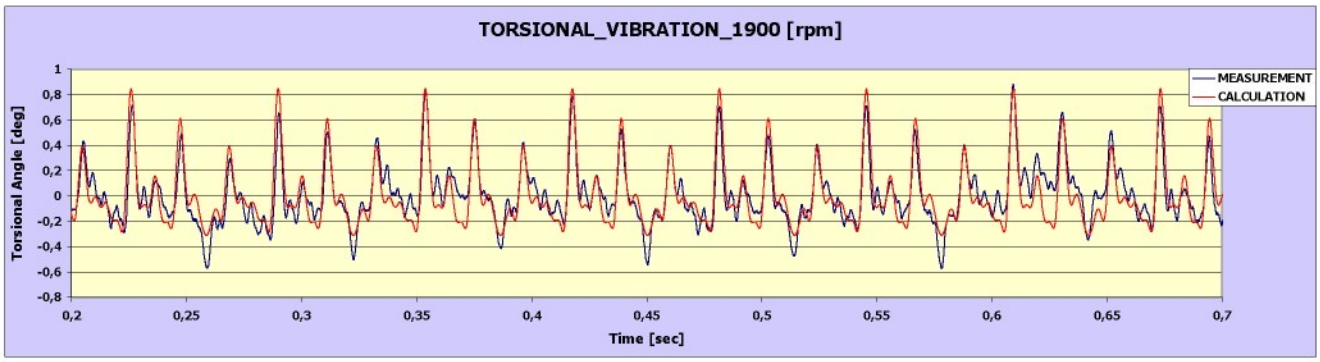
II°, 100% ZATÍŽENÍ, nE = 1800 ot/min

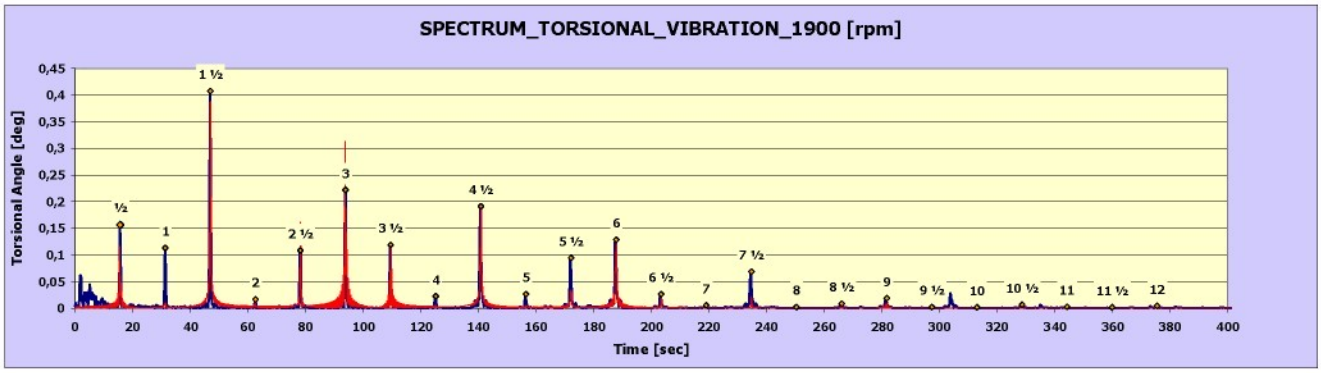




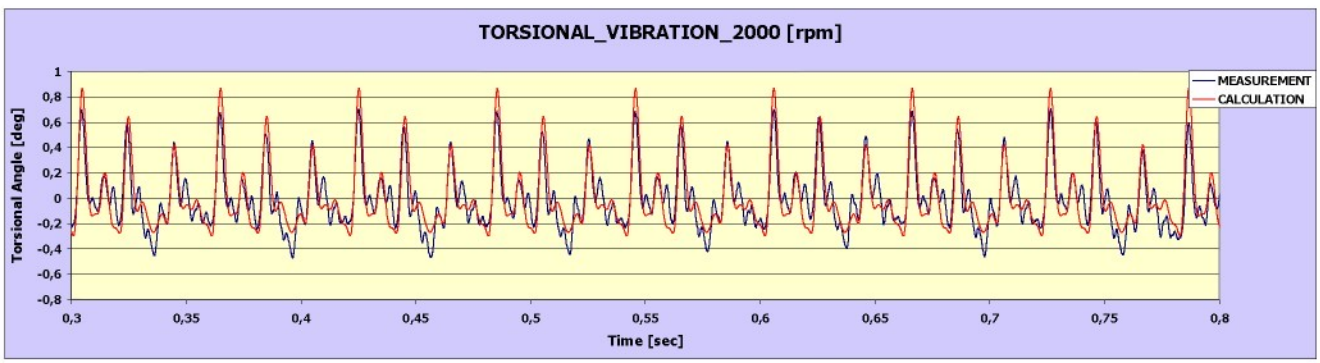
POROVNÁNÍ VÝSLEDKŮ ZÍSKANÝCH Z VÝPOČTOVÉHO MODELU A Z EXPERIMENTU

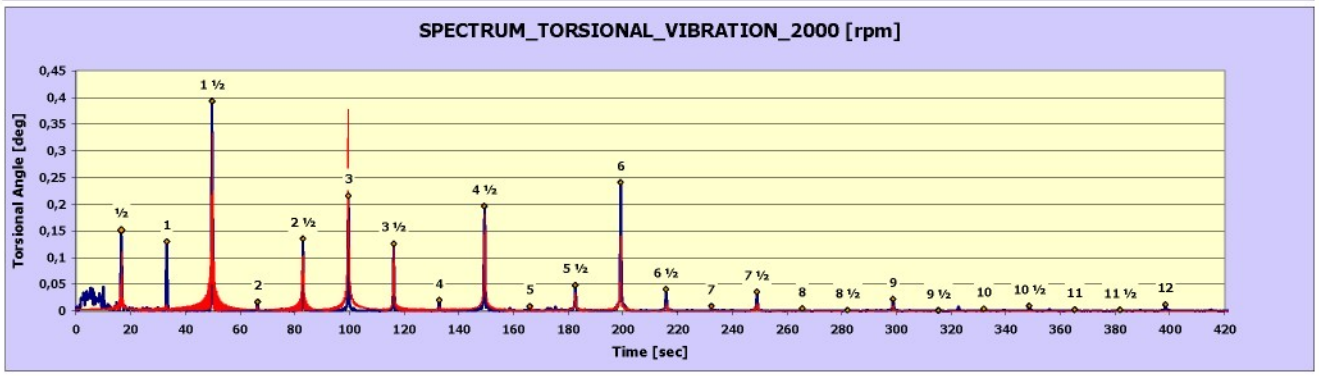
II°, 100% ZATÍŽENÍ, nE = 1900 ot/min





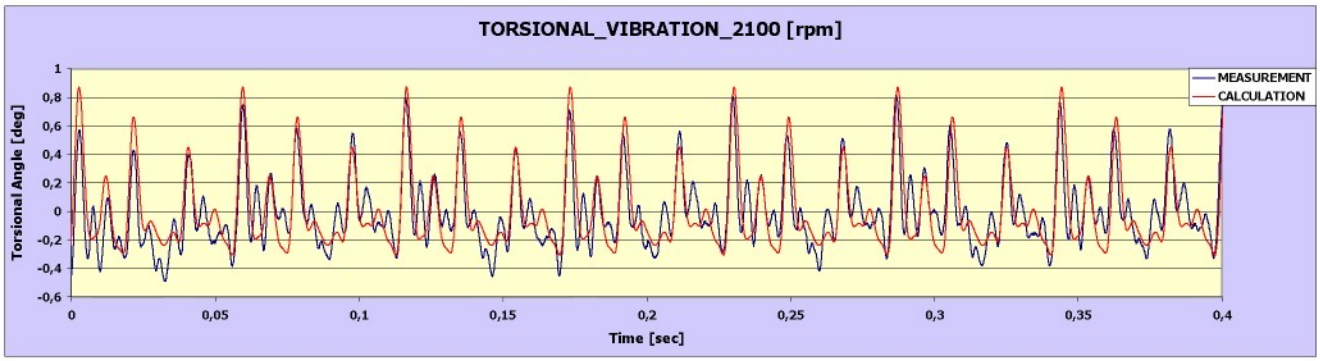
II°, 100% ZATÍŽENÍ, nE = 2000 ot/min

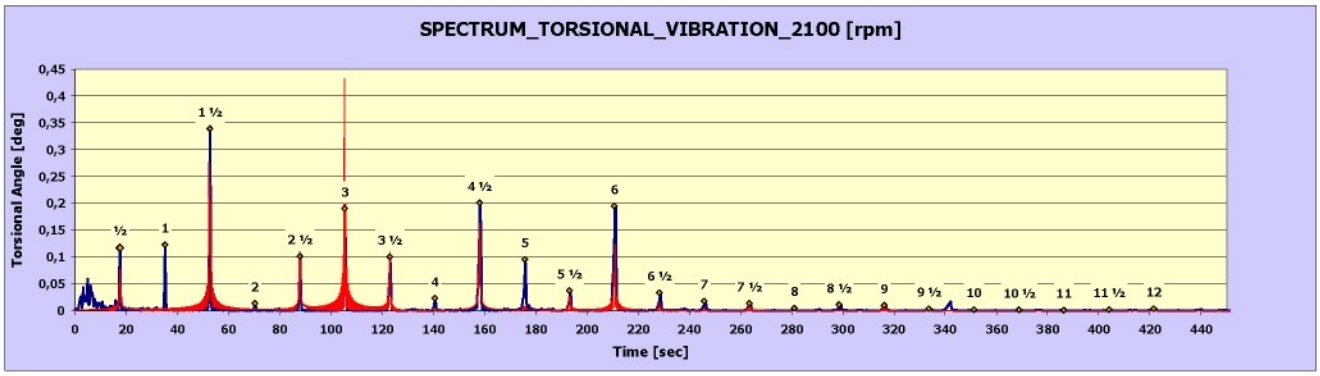




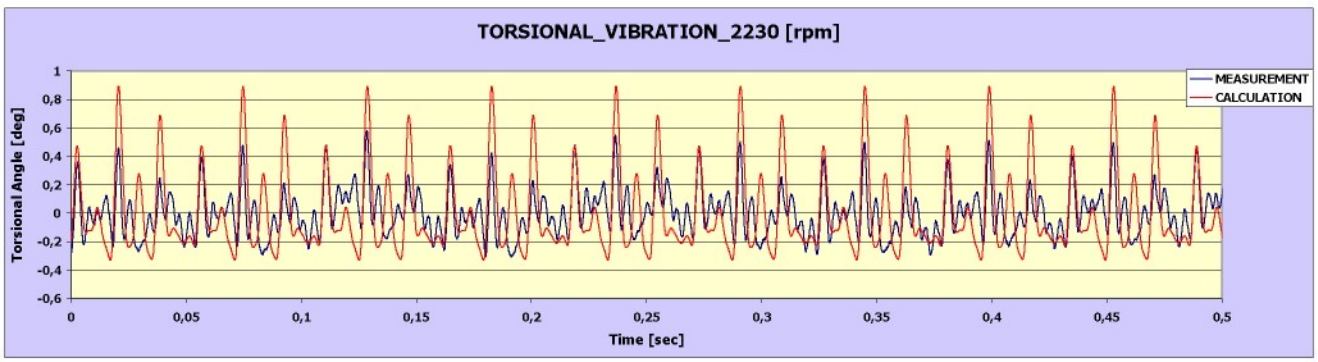
POROVNÁNÍ VÝSLEDKŮ ZÍSKANÝCH Z VÝPOČTOVÉHO MODELU A Z EXPERIMENTU

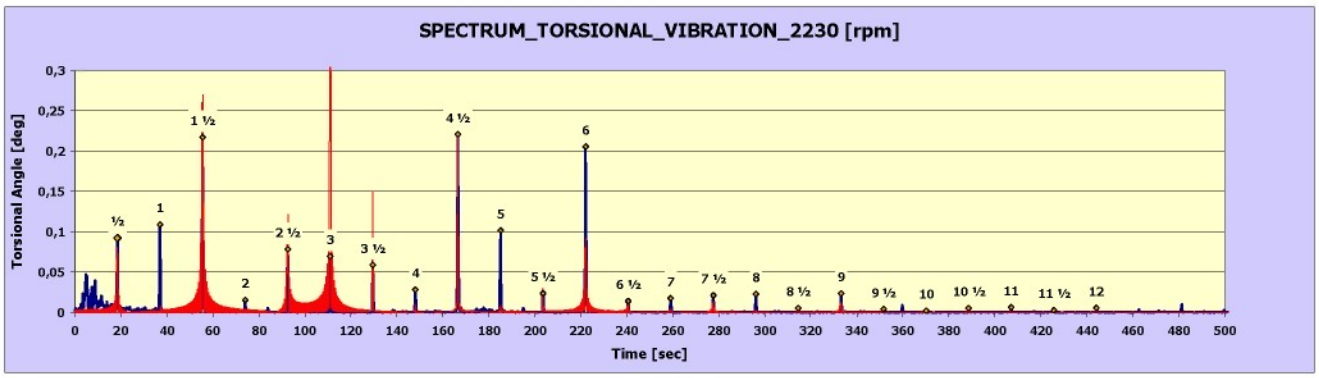
II°, 100% ZATÍŽENÍ, nE = 2100 ot/min





II°, 100% ZATÍŽENÍ, nE = 2230 ot/min





ADAMS/VIEW MODEL OF THE DRIVETRAIN - PARAMETER´S ABSTRACT

PARTS

NAME	TYPE	INERTIAS TO cm MARKER Ixx / Iyy / Izz [kg mm²] I°	II°	III°	IV°	V°	VI°	WIEGHT m [kg]
ground (Vehicle Body)		-						-
PART_Double_Wheel_Right	Part			Ixx = 17 E+006				250
PART_Double_Wheel_Left	Part			Ixx = 17 E+006				250
PART_Differential_Right	Part			Ixx = 30 E+003				5
PART_Differential_Left	Part			Ixx = 30 E+003				5
PART_Differential_Pinions	Part	Ixx = 204,4 E+003		Iyy = 204,4 E+003		Izz = 60 E+003		10
PART_Driving_Gear	Part			Izz = 1,351 E+006				70
PART_Drive_Pinion_Shaft	Part			Ixx = 40 E+003				5
PART_Drive_Pinion_Gear	Part			Ixx = 37,1 E+003				4
PART_Differential_Case	Part	Ixx = 0.1		Iyy = 0.1		Izz = 0.1		0,1
PART_Cardan_Output_Shaft	Part			Ixx = 54,4 E+003				11,4
PART_Cardan_Middle_Shaft_Closed_To_B Hooke´s Joint	Part			Ixx = 68 E+003				14,2
PART_Cardan_Middle_Shaft_Closed_To_A Hooke´s Joint	Part			Ixx = 34 E+003				7,1
PART_Cardan_Input_Shaft	Part			Ixx = 30 E+003				6,3
PART_TELMA_Rotors	Part			Ixx = 2,33 E+006				62
PART_GearBox_Output_Shaft	Part			Ixx = 10 E+003				5
PART_GearBox_Case	Part	Ixx = 9,7 E+006		Iyy = 12 E+006		Izz = 11 E+006		427
PART_GearBox_Input_Shaft	Part			Ixx = 11,2 E+003				10
PART_GearBox_Rotating_Parts	Part	66,9 E+003	70,2 E+003	78,9 E+003	95,5 E+003	124,1 E+003	162 E+003	85
PART_Clutch	Part			Ixx = 1,324 E+006				45,1
PART_Flywheel	Part			Ixx = 1,12 E+006				45
PART_Crankshaft	Part			Ixx = 363 040				70
PART_Torsional_Damper	Part			Ixx = 145 E+003				13,6
PART_Engine_Block	Part	Ixx = 37 E+006		Iyy = 50 E+006		Izz = 68 E+006		810
PART_Frame	Part	Ixx = 0,1		Iyy = 0,1		Izz = 0,1		0,1

MODEL_01

17 Gruebler Count (approximate degrees of freedom)
24 Moving Parts (not including ground)
16 Revolute Joints
1 Translational Joints
5 Fixed Joints
2 Hooke Joints
2 Couplers
2 Gears

17 Degrees of Freedom for .MODEL_01

CONSTRAINTS

NAME	TYPE
JOINT_Double_Wheel_Right_Differential_Case	Revolute Joint
JOINT_Double_Wheel_Left_Differential_Case	Revolute Joint
JOINT_Differential_Right_Differential_Gear	Revolute Joint
JOINT_Differential_Left_Differential_Gear	Revolute Joint
JOINT_Differential_Pinion_Differential_Gear	Revolute Joint
GEAR_Right_Gear	Gear
GEAR_Left_Gear	Gear
JOINT_Differential_Gear_Differential_Case	Revolute Joint
JOINT_Differential_Case_Ground	Fixed Joint
COUPLER_Drive_Gear_Differential_Gear_Differential_Case	Coupler
JOINT_Drive_Pinion_Shaft_Differential_Case	Revolute Joint
JOINT_Drive_Pinion_Gear_Differential_Case	Revolute Joint
JOINT_Cardan_Output_Shaft_Differential_Case	Revolute Joint
JOINT_Hooke_Joint_B	Hooke Joint
JOINT_Cardan_Slider	Translational Joint
JOINT_Hooke_Joint_A	Hooke Joint
JOINT_Retarder_Rotors_Cardan_Input_Shaft	Fixed Joint
COUPLER_GearBox_Input_Output_Shafts	Coupler
JOINT_GearBox_Input_Shaft_Rotating_Parts	Fixed Joint
JOINT_Telma_Rotors_GearBox_Case	Revolute Joint
JOINT_Gearbox_Output_Shaft_GearBox_Case	Revolute Joint
JOINT_GearBox_Input_Shaft_GearBox_Case	Revolute Joint
JOINT_Clutch_Engine_Block	Revolute Joint
JOINT_Flywheel_Engine_Block	Revolute Joint
JOINT_Crankshaft_Engine_Block	Revolute Joint
JOINT_Torsional_Damper_Engine_Block	Revolute Joint
JOINT_Engine_Block_GearBox_Case	Fixed Joint
JOINT_Ground_Frame	Fixed Joint

MEASURES

NAME	UNITS
Ang_Vel_Torsional_Damper_deg_sec	[deg.sec]
Ang_Vel_Crankshaft_deg_sec	[deg.sec]
Ang_Vel_Clutch_deg_sec	[deg.sec]
Ang_Vel_Drive_Pinion_Gear_deg_sec	[deg.sec]
Ang_Vel_Right_DoubleWheel_deg_sec	[deg.sec]

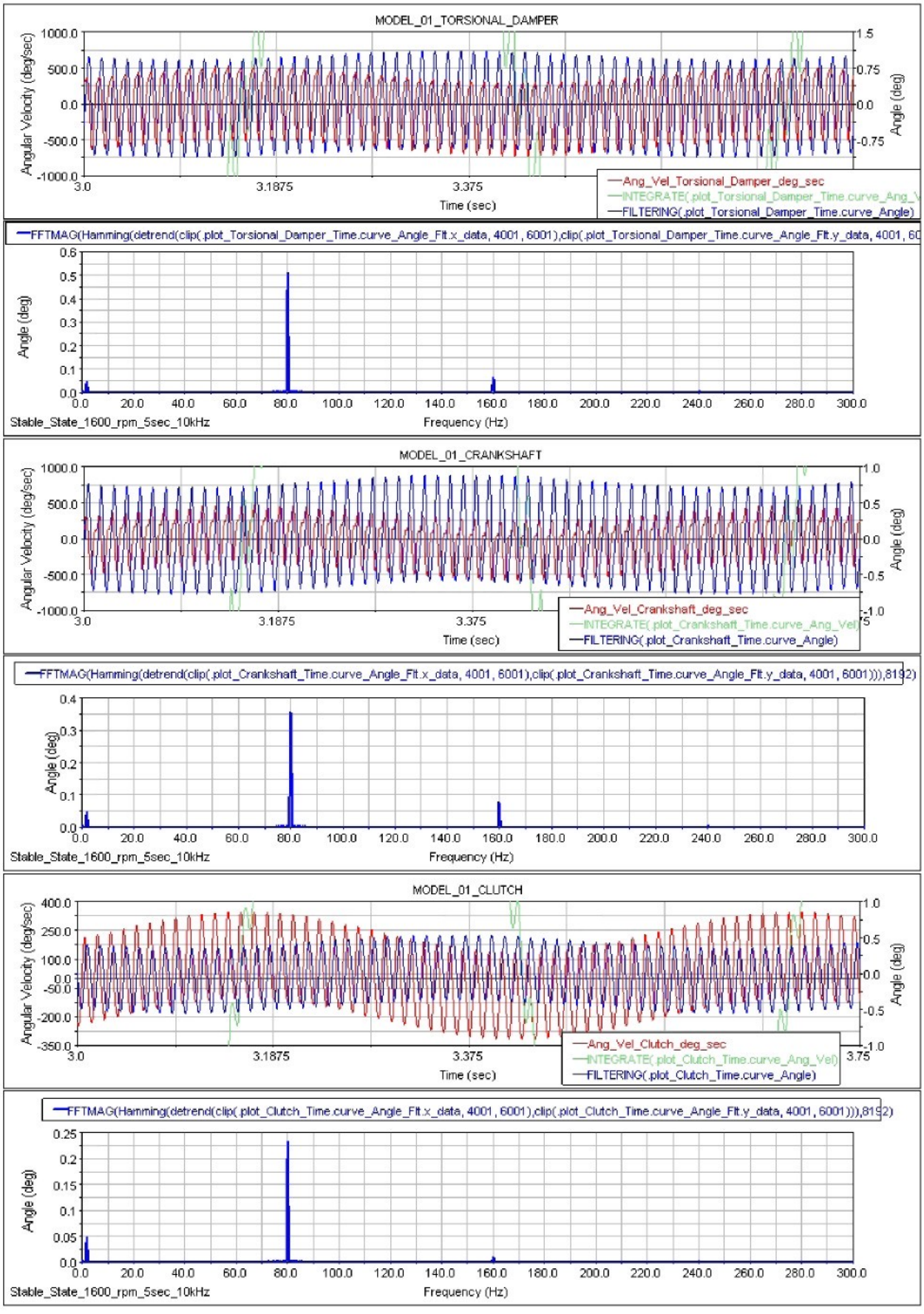
VARIABLES

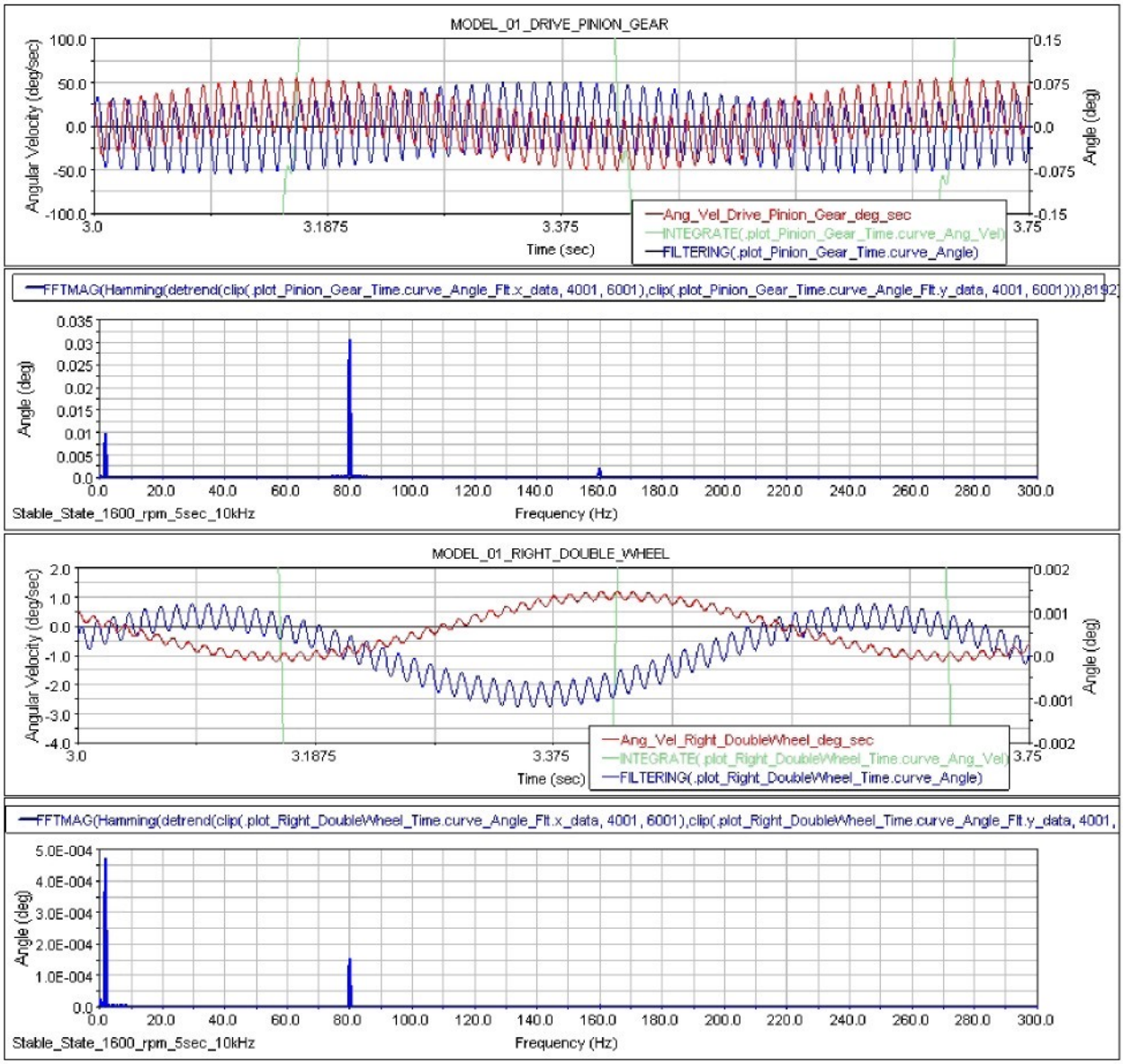
NAME	UNITS	VARIABLE I°	II°	III°	IV°	V°	VI°
Engine_Speed_rpm	[rpm]	1600					
GearBox_Ratio	[-]	7,72	4,42	2,66	1,79	1,28	1,00
Rear_Axle_Ratio	[-]	3,41					
A0_Cos_Fourier_Coeff	[N mm]	0					
A3_Cos_Fourier_Coeff	[N mm]	-6,719 E+005					
A6_Cos_Fourier_Coeff	[N mm]	-3,923 E+005					
A9_Cos_Fourier_Coeff	[N mm]	-8,790 E+004					
A12_Cos_Fourier_Coeff	[N mm]	-3,600 E+003					
B0_Sin_Fourier_Coeff	[N mm]	0					
B3_Sin_Fourier_Coeff	[N mm]	2,695 E+006					
B6_Sin_Fourier_Coeff	[N mm]	5,273 E+005					
B9_Sin_Fourier_Coeff	[N mm]	5,736 E+004					
B12_Sin_Fourier_Coeff	[N mm]	-1,872 E+004					

ADAMS/VIEW MODEL OF THE DRIVETRAIN - PARAMETER´S ABSTRACT

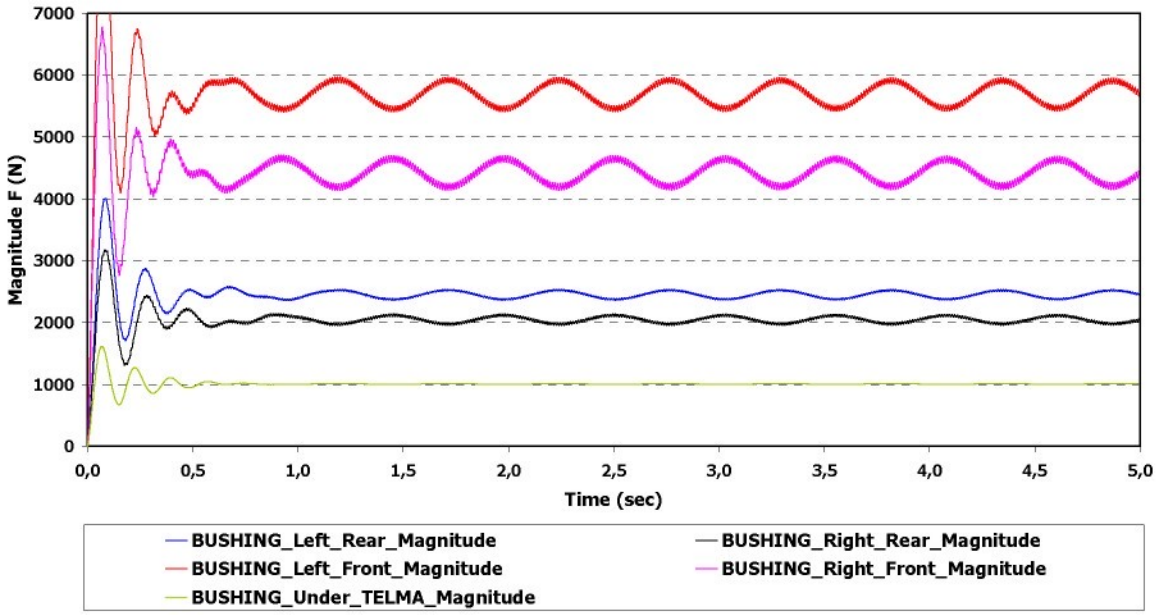
FORCES NAME	TYPE	TORSIONAL STIFFNESS k [N mm/deg] I°	II°	III°	IV°	V°	VI°	TORSIONAL DAMPING b [N mm s/deg] I°	II°	III°	IV°	V°	VI°
gravity	Gravity_Field	-						-					
SPRING_Right_Tyres_To_Ground	Rotational Spring_damper	6,052 E+006						3,491 E+003					
SPRING_Left_Tyres_To_Ground	Rotational Spring_damper	6,052 E+006						3,491 E+003					
SPRING_Right_Bar_Stiffness	Rotational Spring_damper	1,117 E+006						50					
SPRING_Left_Bar_Stiffness	Rotational Spring_damper	1,233 E+006						50					
SPRING_Drive_Shaft_Drive_Gear	Rotational Spring_damper	2,958 E+007						500					
SPRING_Cardan_Driving_Shaft	Rotational Spring_damper	5,231 E+006						20					
SPRING_GearBox_Output_Shaft_Retarder_Rotors	Rotational Spring_damper	1,491 E+007	1,293 E+007	8,11 E+006	5,822 E+006	3,279 E+006	2,447 E+006	243,8	211,4	132,6	95,2	53,6	40
SPRING_Clutch_GearBox_Input_Shaft	Rotational Spring_damper	3,05 E+005						122,17					
SPRING_Flywheel_Clutch	Rotational Spring_damper	3,677 E+007						764,5					
SPRING_Crankshaft_Flywheel	Rotational Spring_damper	244 574						72,6					
SPRING_Torsional_Damper_Crankshaft	Rotational Spring_damper	1,222 E+006						1,745 E+003					
		STIFFNESSES TO BASIC MARKER						DAMPING TO BASIC MARKER					
		k_x [N/mm]	k_y [N/mm]	k_z [N/mm]	k_ϕ [N mm/deg]	k_ψ [N mm/deg]	k_χ [N mm/deg]	b_x [N s/mm]	b_y [N s/mm]	b_z [N s/mm]	b_ϕ [N mm s/deg]	b_ψ [N mm s/deg]	b_χ [N mm s/deg]
BUSHING_Silentblock_Left_Rear	Bushing	690	370	275	0	0	0	69	37	27,5	0	0	0
BUSHING_Silentblock_Right_Rear	Bushing	690	370	275	0	0	0	69	37	27,5	0	0	0
BUSHING_Silentblock_Left_Front	Bushing	461	300	800	0	0	0	46,1	30	80	0	0	0
BUSHING_Silentblock_Right_Front	Bushing	461	300	800	0	0	0	46,1	30	80	0	0	0
BUSHING_Silentblock_Under_Telma	Bushing	250	220	176	0	0	0	25	22	17,6	0	0	0
SFORCE_Suma_Firing_Torques	Single_Component_Force	FUNCTION											

UKÁZKA VÝSTUPU PRO VYNUCENÉ KMITÁNÍ ADAMS/POSTPROCESSOR (II°, n_E = 1600 ot/min)





MAGNITUDE FORCES AT ENGINE FLEXIBLE MOUNTS



ACESSORIES

SUBSYSTEM (α1)

Water Pump k_{A1}

k_{A1E2} k_{E2P} k_{PA1} c_{A1} $-M_{A1}$

SUBSYSTEM (α2)

k_{A3E2} k_{A3} Alternator BOSCH 140 A k_{PA3} $-M_{A3}$

k_{A2E2} k_{PA2} Alternator BOSCH 80 A $-M_{A2}$ c_{A2} k_{E2P1}

SUBSYSTEM (α3)

Air-condition Compressor BOCK FK-40 λ_{A4}

EMG clutch $k_{E1A4} + k_{A4E1}$

ON / OFF

$-M_{A4}$

PARAMETERS OF SYTEM α1

WATER PUMP	NAME	UNITS	
INERTIA MASSES	I_{A1}	[kg.m²]	0,0006
PULLEY RADIUS	R_{A11}	[m]	0,055
	R_{A12}	[m]	0,050
	R_{B}	[m]	0,0325
EFFECTIVE LENGHT OF BELT	L_{A1E1}	[m]	0,3410
	L_{E1E2}	[m]	0,3005
	L_{E2A1}	[m]	0,1095
ELASTIC MODULUS	E_{A1}	[MPa]	65
CROSS SECTIONAL AREA	A_{A1}	[m²]	93,61E-6

PARAMETERS OF SYTEM α2

ALTERNATORS 90 A + 140 A	NAME	UNITS	
INERTIA MASSES	I_{A2}	[kg.m²]	0,00677
	I_{A3}	[kg.m²]	0,0125
PULLEY RADIUS	R_{A21}	[m]	0,051
	R_{A22}	[m]	0,0435
	R_{A23}	[m]	0,1165
	R_{A24}	[m]	0,1165
	R_{A25}	[m]	0,035
EFFECTIVE LENGHT OF BELT	L_{A2E1}	[m]	0,1408
	L_{A2E2}	[m]	0,1072
	L_{A3E2}	[m]	0,2078
	L_{E2A2}	[m]	0,1176
	L_{E2A3}	[m]	0,1031
ELASTIC MODULUS	E_{A2}	[MPa]	65
CROSS SECTIONAL AREA	A_{A2}	[m²]	93,4-E6

PARAMETERS OF SYTEM α3

COMPRESSOR BOCK FK-40	NAME	UNITS	
INERTIA MASSES	I_{A4}	[kg.m²]	0,0040
PULLEY RADIUS	R_{A41}	[m]	0,064
	R_{A42}	[m]	0,050
EFFECTIVE LENGHT OF BELT	L_{A4E1}	[m]	0,1663
	L_{E1A3}	[m]	0,2518
ELASTIC MODULUS BELT	E_{A4}	[MPa]	65
CROSS SECT. AREA (1 BELT)	A_{A4}	[m²]	256,1-E-6

ENGINE CURSOR 8 F2BE IVECO

GAS PRESSURE EXCITATION TORQUES

Crankshaft Angle [deg]

M_{E1} M_{E2} M_{E3} M_{E4} M_{E5} M_{E6}

Viscous Damper 305 × 40 — Damper case & cover + Pulley to AC — Infinite Stiffness — Pulley to alternators — Pulley to water pump — Cylinder No. 1 Crank mechanism — Cylinder No. 2 Crank mechanism — Cylinder No. 3 Crank mechanism — Cylinder No. 4 Crank mechanism — Cylinder No. 5 Crank mechanism — Cylinder No. 6 Crank mechanism

CRANK SEQUENCE

VIEW FROM FLYWHEEL

STATE 0 : OFF
STATE 1 : ON, SLIPPING
STATE 2 : ON, STICK

Flywheel — Pressure plate — Lamella — Gearbox Inlet Shaft

k_{E10C1} k_{C12} k_{C23} k_{C3C2} b_{C12} b_{C23} λ_{C1} λ_{C2} λ_{C3}

SUBSYSTEM (β)

GEARED DRIVE TO FOUR-STROKE ENGINE VALVE MECHANISM
(DISREGARDED IN THE CALCULATION)

PARAMETERS OF F2B ENGINE

CRANK MECHANISM	NAME	UNITS
BASIC CRANK ANGLE	α_{eng}	[°rd]
CRANK INERTIA MASSES	J_E	[kg.m²]
CRANK PERIMETERS	r	[m]
LENGHT OF CONNECTING ROD	L_B	[m]
CRANK - CON. ROD RATIO	λ	[-]
PISTON WEIGHT	m_K	[kg]
CONNECTING ROD INERTIA / MASSES	I_B / m_B	[kg.m²] / [kg]
- PISTON & WEIGHT	m_K	[kg]
- PISTON & WEIGHT	m_K	[kg]
- I	I_B	[kg.m²]
- DISTANCE TO CENTER OF GRAVITY	b_B	[m]
TORSIONAL VISCOUS DAMPER 305×40		
- CASE & COVER INERTIA	M_C	[kg.m²]
- RING INERTIA	M_R	[kg.m²]

CYLINDER No.	1	2	3	4	5	6
	0	120	240	300	420	540
	0,0378	0,0378	0,0378	0,0378	0,0378	0,0378

AXIAL STIFFNESSES OF BELT´S BRANCHES

	NAME	UNITS
SAYCO ASP PY-460 PULEY ED - P	k_{EP}	[N·m⁻¹]
SAYCO ASP PY-460 PULEY P - A1	k_{PA1}	[N·m⁻¹]
SAYCO ASP PY-460 PULEY A1 - E1	k_{A1E1}	[N·m⁻¹]
SAYCO ASP PY-460 PULEY E1 - A1	k_{E1A1}	[N·m⁻¹]
SAYCO ASP PY-460 PULEY P1 - P2	k_{PP}	[N·m⁻¹]
SAYCO ASP PY-460 PULEY P1 - A2	k_{PA2}	[N·m⁻¹]
SAYCO ASP PY-460 PULEY A2 - E2	k_{A2E2}	[N·m⁻¹]
SAYCO ASP PY-460 PULEY P2 - A2	k_{PA2}	[N·m⁻¹]
SAYCO ASP PY-460 PULEY E2 - A2	k_{E2A2}	[N·m⁻¹]
SAYCO ASP PY-460 PULEY A2 - A3	k_{A2A3}	[N·m⁻¹]
CONTITECH PCV-3PK PULLEY E1 - A4	k_{E1A4}	[N·m⁻¹]
CONTITECH PCV-3PK PULLEY A4 - E1	k_{A4E1}	[N·m⁻¹]

	NAME	UNITS
	3,448 E+6	
	4,35 E+6	
	1,304 E+6	
	1,04 E+6	
	4,35 E+6	
	8,25 E+6	
	1,26 E+6	
	3,26 E+6	
	2,76 E+6	
	2,76 E+6	
	2,518 E+6	
	2,518 E+6	

CLUTCH VALEO 430

$M_{C12}(\varphi_{C1} - \varphi_{C2})$

k_{C12} (1) MCT (2)

Lamella

k_{C23} k_{C3C2}

k_{E10C1} b_{C12} b_{C23} λ_{C3} λ_{C2} λ_{E10} λ_{C1}

SUBSYSTEM (γ)

CLUTCH SPRINGS CURVE

PARTS	Torque [N·m]	Angular deflection [°]
1	1745	185
1	367	6,4
1	403	5,3
1	1562	166

Torque [Nm] — Angular deflection [°] — 13,1L 2500Ω — 5,4L 32Ω — 0,4L 0Ω

GEARBOX ZF 6S 1600

Outlet flange

1st Gear Ratio — 2nd Gear Ratio — 3rd Gear Ratio — 4th Gear Ratio — 5th Gear Ratio — 6th Gear Ratio

STATE 0 : OFF
STATE 1 : ON, SLIPPING
STATE 2 : ON, STICK

GEARS	I°	II°	III°	IV°	V°	VI°
i_{GEAR}	0,0100	0,0158	0,0100	0,0158	0,0100	0,0091
I_{GEAR}	0,0447	0,0447	0,0447	0,0447	0,0447	0,0091
I_{GEAR}	0,0356	0,0356	0,0356	0,0356	0,0356	0,0091
I_{GEAR}	0,0167	0,0167	0,0167	0,0167	0,0167	0,0091
I_{GEAR}	0,0087	0,0087	0,0087	0,0087	0,0482	0,0606
I_{GEAR}	0,003	0,003	0,0911	0,0911	0,0911	-
I_{GEAR}	0,0089	0,0622	0,0911	0,0911	0,0356	-
I_{GEAR}	0,1412	0,0356	0,0356	0,0356	0,0106	-
I_{GEAR}	0,0356	0,0106	0,0106	-	-	-
I_{GEAR}	0,0106	-	-	-	-	-
k_{GEAR}	1,4 E+7	1,4 E+7	1,4 E+7	1,4 E+7	1,4 E+7	1,2 E+6
k_{GEAR}	1,9 E+7	1,9 E+7	1,9 E+7	1,9 E+7	1,2 E+6	3,7 E+6
k_{GEAR}	1,9 E+7	1,9 E+7	5,8 E+6	5,8 E+6	3,7 E+6	5,1 E+6
k_{GEAR}	1,3 E+7	5,8 E+6	3,7 E+6	5,1 E+6	5,1 E+6	1,2 E+6
k_{GEAR}	5,8 E+6	3,7 E+6	5,1 E+6	1,2 E+6	1,2 E+6	-
k_{GEAR}	5,1 E+6	1,2 E+6	1,2 E+6	-	-	-
k_{GEAR}	1,2 E+6	-	-	-	-	-

MOMENTS OF INERTIA — I_{GEAR}

SYNCRONIZING STIFFNESSES — k_{GEAR}

RETARDER TELMA F2400

Retarder Rotors + Hooke´s Joint A + Flange

k_{CR} k_R^{*v-V} λ_R^{VI} $-M_R^{VI}$ $i-i_R^{*v-V}$ $i-M_R^{VI}$

Infinite Stiffness

Nm / BREAKING TORQUE STEPS

PARAMETERS OF RETARDER TELMA FN82-40

INERTIA MASSES	NAME	UNITS
- ROTORS	I_{RR}	[kg.m²]
- HOOKE´S JOINT A (Flange)	I_{RA1}	[kg.m²]
- TOTAL	I_R	[kg.m²]

CARDAN MECHANISM DANA - SPICER

k_{CR} — Cardan Mechanism — Infinite Stiffness — A — B

SUBSYSTEM (δ)

PARAMETERS OF CARDAN MECHANISM 687.45

	NAME	UNITS	JOINT A	JOINT B
COMPOUND ANGLE	α	[°rd]	0,0191	0,0191
	β_{EQV}	[°rd]	0	
SWALL PARAMETER	κ	[rad²]	3,82 E-4	
CRYOGENIAL STIFFNESS	k_{CR}	[N·m/rad]	29972A	
	k_{CR}	[N·m/rad]	5,98 E+5	
	k_{CR}	[N·m/rad]	5,98 E+5	
MICHAVSSEN LEMENT	λ_{CR}	[-]	83A2	
- MIDDLE AXLE LIFT	L_{CR}	[mm]		
INERTIA MASSES				
- HOOKE´S JOINT A (Flange)	I_{CRA}	[kg.m²]	0,03	
- CARDAN SHAFT	I_{CRS}	[kg.m²]	0,1019	
- HOOKE´S JOINT B (Flange)	I_{CRB}	[kg.m²]	2,36	

REAR DRIVE AXLE ARVIN MERITOR (HYPOID GEAR, DIFFERENTIAL, BRAKES D-ELSA 2, DOUBLE WHEEL MONTAGE)

Tyre´s damping — Double Wheel + Wheel End Unit — Tyre´s stiffness — Hooke´s Joint B + Flange — Brake Disc — Piston — Half-Shaft — Infinite Stiffness — Gear Rim — Tyre´s damping — Double Wheel + Wheel End Unit — Tyre´s stiffness

SUBSYSTEM (ε)

REAR AXLE U167 EPARAMETERS

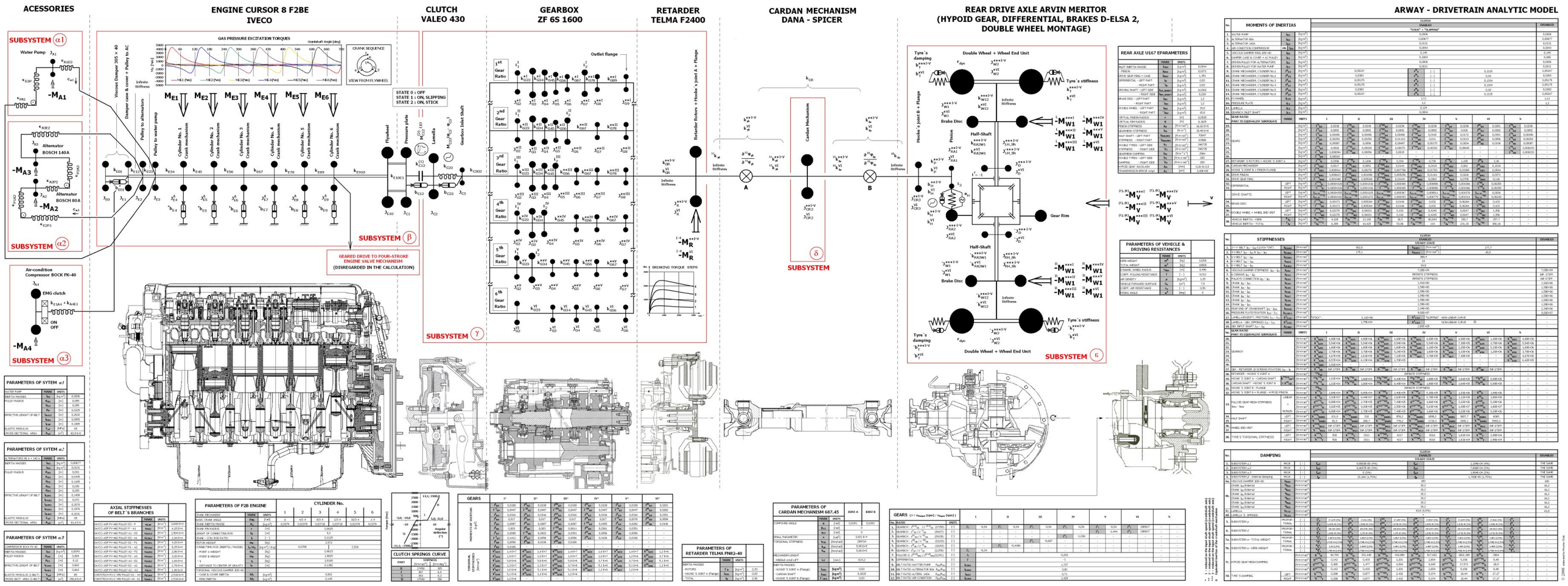
	NAME	UNITS
INLET INERTIA MASSE	I_{RAE}	[kg.m²]
- PINION	I_{RAEP}	[kg.m²]
RING GEAR RING + CAGE	I_{RAEC}	[kg.m²]
DIFFERENTIAL - LEFT PART	I_{RD}	[kg.m²]
- RIGHT PART	I_{RD}	[kg.m²]
HALFSHAFT - LEFT SIDE	$I_{RA,HSEL}$	[kg.m²]
- RIGHT SIDE	$I_{RA,HSER}$	[kg.m²]
BRAKE DISC - LEFT PART	I_{RBL}	[kg.m²]
- RIGHT PART	I_{RBR}	[kg.m²]
WHEEL - LEFT PART	I_{RWL}	[kg.m²]
- RIGHT PART	I_{RWR}	[kg.m²]
VIRTUAL PINION RADIUS	r_P	[m]
VIRTUAL RING RADIUS	R	[m]
PINION STIFFNESS	k_P	[N·m⁻¹]
GEARMESH STIFFNESS	k_M	[N·m⁻¹]
HALF SHAFT - LEFT PART	k_{RAEL}	[N·m·rad⁻¹]
STIFFNESS - RIGHT PART	k_{RAER}	[N·m·rad⁻¹]
DOUBLE TYRES - LEFT SIDE	k_{TL}	[N·m·rad⁻¹]
STIFFNESS - RIGHT SIDE	k_{TR}	[N·m·rad⁻¹]
EQUIVALENT DAMPING	b_{EQ}	[N·m·s⁻¹]
DOUBLE TYRES - LEFT SIDE	b_{TL}	[N·m·s⁻¹]
DAMPING - RIGHT SIDE	b_{TR}	[N·m·s⁻¹]
HYPOID GEAR RATIO	i_{RA}	[-]
TRANSMISSION ERROR AMPL	α_E	[µm]

	NAME	UNITS
	0,0344	
	0,0271	
	1,251	
	0,83	
	0,1692	
	0,029	
	1,2	
	1,2	
	15,8	
	0,0535	
	0,1825	
	16,62 E+6	
	18,48 E+6	
	5047	
	63968	
	346758	
	340735	
	2584	
	260	
	190	
	0,26 - 0,55	
	1,408 E+6	

PARAMETERS OF VEHICLE & DRIVING RESISTANCES

	NAME	UNITS
RIM WEIGHT	m_R	[kg]
TOTAL WEIGHT	m_T	[kg]
DYNAMIC WHEEL RADIUS	r_{dyn}	[m]
COEFF. ROLLING RESISTANCE	f	[-]
AIR DENSITY	ρ	[kg/m³]
VEHICLE FORWARD SURFACE	S_x	[m²]
COEFF. AIR RESISTANCE	c_x	[-]
RISING ANGLE	α	[deg]

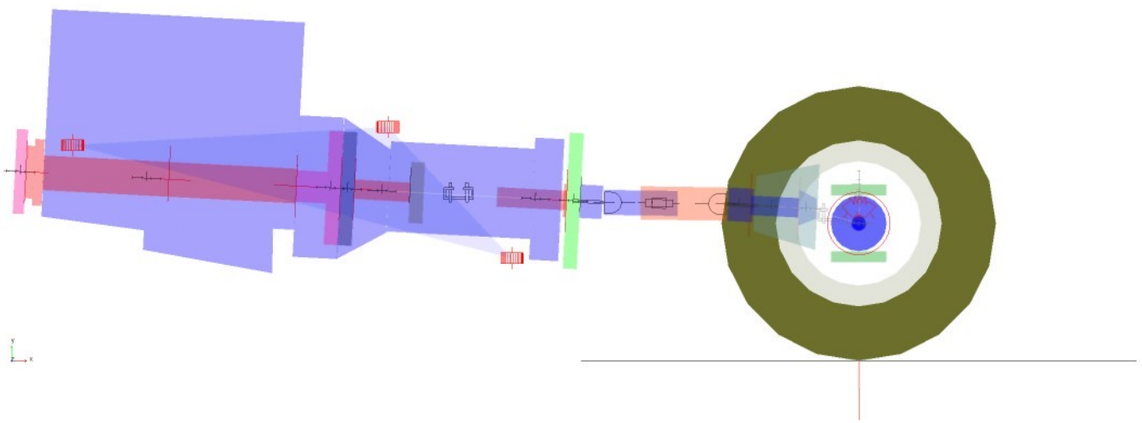
	1,008
	18000
	0,495
	0,012
	1,25
	7,5
	0,50
	0

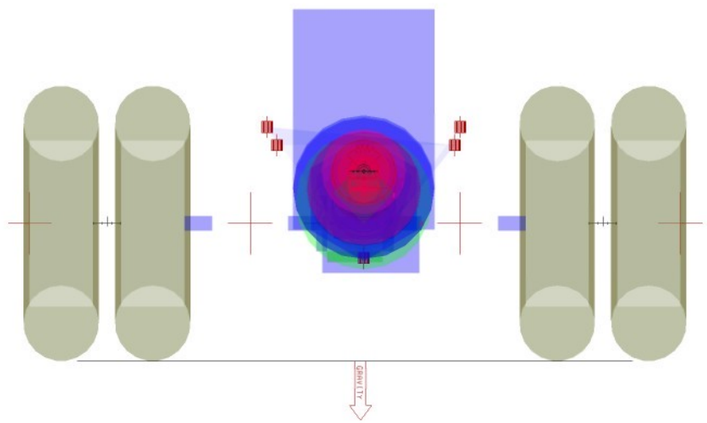


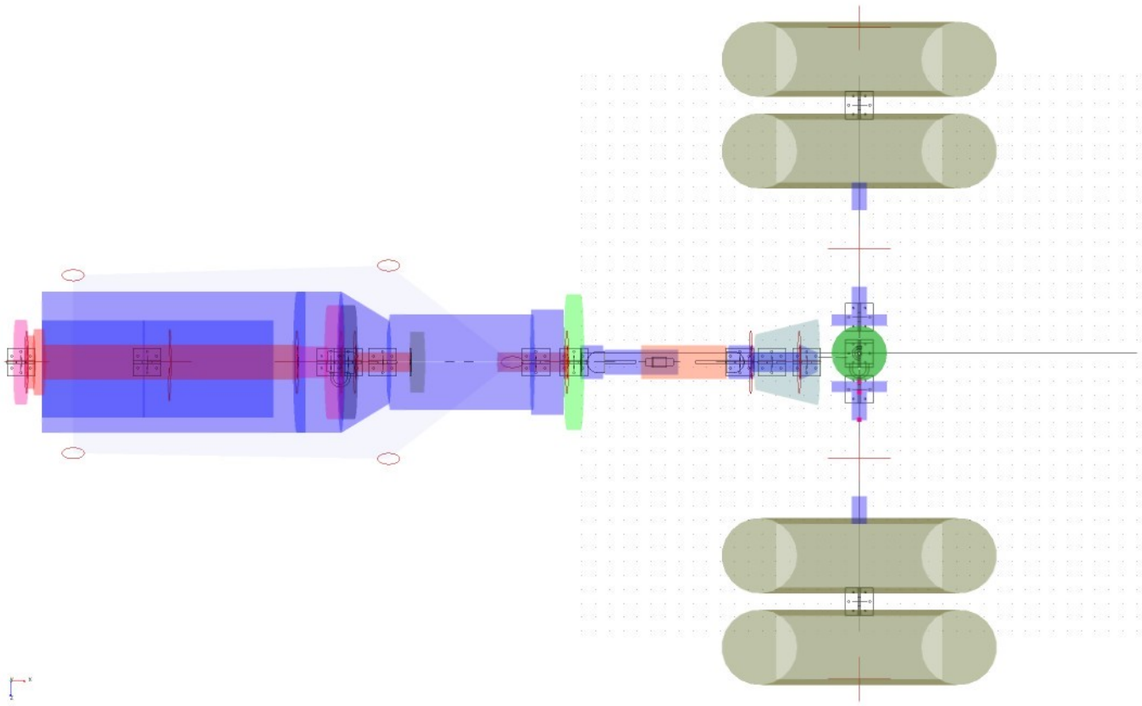
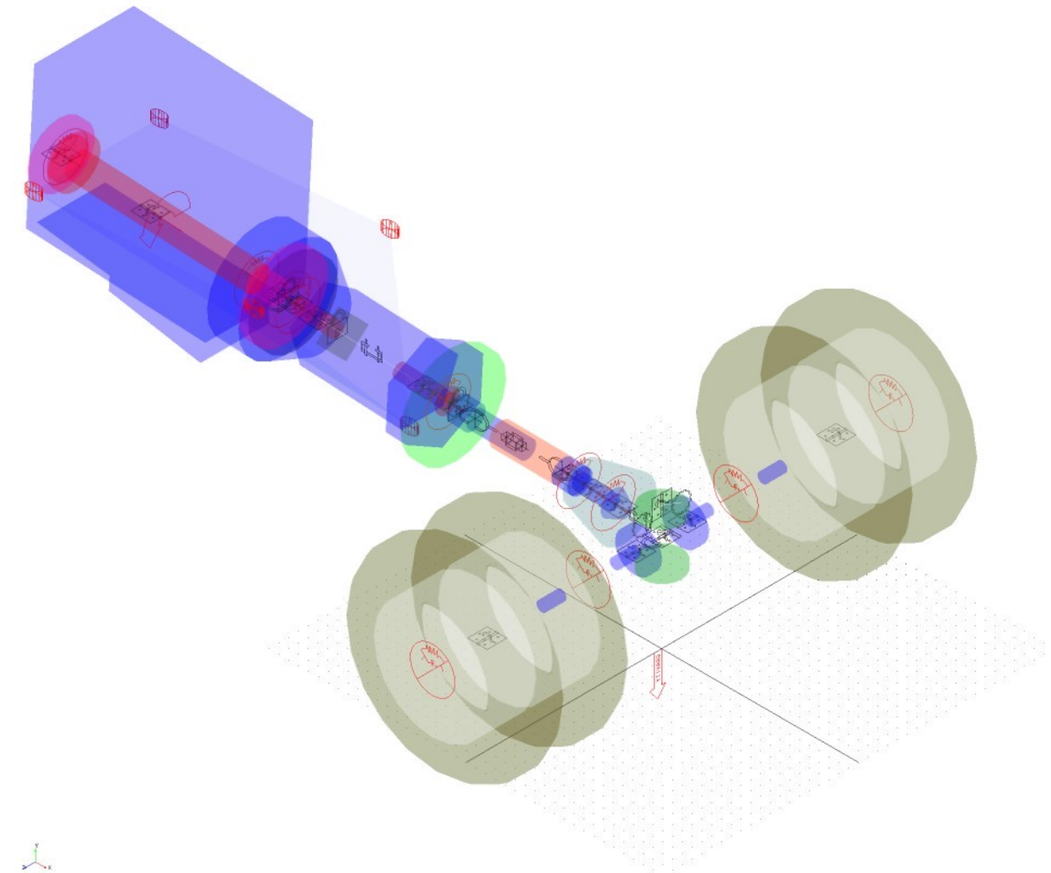
ARWAY - DRIVETRAIN ANALYTIC MODEL

No.	MOMENTS OF INERTIAS			CLUTCH ENABLED "STICK" + "SLIPPING"	DISABLED
1.	WATER PUMP	I_{A1}	[kg.m²]	0,0006	0,0006
2.	ALTERNATOR 90A	I_{A2}	[kg.m²]	0,00677	0,00677
3.	ALTERNATOR 140A	I_{A3}	[kg.m²]	0,0125	0,0132
4.	AIR-CONDITION COMPRESSOR	I_{A4}	[kg.m²]	0,0040	0,0040
5.	VISCOUS DAMPER RING 305×40	I_{RD}	[kg.m²]	0,145	0,145
6.	DAMPER CASE & COVER + AC PULLEY	I_{CD}	[kg.m²]	0,1663	0,1663
7.	DRIVEN PULLEY FOR ALTERNATORS	I_{PA}	[kg.m²]	0,0006	0,0006
8.	DRIVEN PULLEY FOR WATER PUMP	I_{PW}	[kg.m²]	0,0013	0,0013
9.	CRANK MECHANISM, CYLINDER No.1	$I^{CR}_{No.1}$	[kg.m²]	I^{CR}_{1} [-] 0,1315	0,05247
10.	CRANK MECHANISM, CYLINDER No.2	$I^{CR}_{No.2}$	[kg.m²]	I^{CR}_{2} [-] 0,1315	0,0383
11.	CRANK MECHANISM, CYLINDER No.3	$I^{CR}_{No.3}$	[kg.m²]	I^{CR}_{3} [-] 0,1334	0,05175
12.	CRANK MECHANISM, CYLINDER No.4	$I^{CR}_{No.4}$	[kg.m²]	I^{CR}_{4} [-] 0,1334	0,05175
13.	CRANK MECHANISM, CYLINDER No.5	$I^{CR}_{No.5}$	[kg.m²]	I^{CR}_{5} [-] 0,135	0,0383
14.	CRANK MECHANISM, CYLINDER No.6	$I^{CR}_{No.6}$	[kg.m²]	I^{CR}_{6} [-] 0,1315	0,05247
15.	FLYWHEEL	I_{FW}	[kg.m²]		1,11
16.	PRESSURE PLATE	I_{PP}	[kg.m²]	1,2	1,2
17.	LAMELLA WHEEL - LEFT PART	I_{LWL}	[kg.m²]	0,124	
18.	GEARBOX INLET SHAFT	I_{GIS}	[kg.m²]	0,0004	
	REAR RATIO	UNITS		I	II	III	IV	V	VI	N
19.	PART TO EQUIVALENT SURROGATE									
20.			[kg.m²]	I^{I}_{RA1} 0,0038	I^{II}_{RA1} 0,0038	I^{III}_{RA1} 0,0038	I^{IV}_{RA1} 0,0038	I^{V}_{RA1} 0,0055	I^{VI}_{RA1} 0,0058	I^{N}_{RA1} 0,0092
21.			[kg.m²]	I^{I}_{RA2} 0,0092	I^{II}_{RA2} 0,0092	I^{III}_{RA2} 0,0092	I^{IV}_{RA2} 0,0092	I^{V}_{RA2} 0,026	I^{VI}_{RA2} 0,0202	I^{N}_{RA2} 0,0092
22.	SHAFTS		[kg.m²]	I^{I}_{RA3} 0,00449	I^{II}_{RA3} 0,00449	I^{III}_{RA3} 0,00449	I^{IV}_{RA3} 0,00449	I^{V}_{RA3} 0,0113	I^{VI}_{RA3} 0,0093	I^{N}_{RA3} 0,00449
23.			[kg.m²]	I^{I}_{RA4} 0,00454	I^{II}_{RA4} 0,00454	I^{III}_{RA4} 0,00454	I^{IV}_{RA4} 0,00454	I^{V}_{RA4} 0,0113	I^{VI}_{RA4} 0,0094	I^{N}_{RA4} 0,00454
24.			[kg.m²]	I^{I}_{RA5} 0,0096	I^{II}_{RA5} 0,0096	I^{III}_{RA5} 0,0096	I^{IV}_{RA5} 0,0096	I^{V}_{RA5} 0,0175	I^{VI}_{RA5} 0,0134	I^{N}_{RA5} 0,0096
25.			[kg.m²]	I^{I}_{RA6} 0,0026	I^{II}_{RA6} 0,00329	I^{III}_{RA6} 0,00329	I^{IV}_{RA6} 0,00329	I^{V}_{RA6} 0,00329	I^{VI}_{RA6} 0,00645	I^{N}_{RA6} -
26.			[kg.m²]	I^{I}_{RA7} 0,00634	I^{II}_{RA7} 0,00634	I^{III}_{RA7} 0,00634	I^{IV}_{RA7} 0,00634	I^{V}_{RA7} 0,00329	I^{VI}_{RA7} -	I^{N}_{RA7} -
27.			[kg.m²]	I^{I}_{RA8} 0,00501						
28.	DIFFERENTIAL	LEFT	[kg.m²]	I^{I}_{RDL} 0,0094	I^{II}_{RDL} 0,0094	I^{III}_{RDL} 0,0094	I^{IV}_{RDL} 0,0094	I^{V}_{RDL} 0,0178	I^{VI}_{RDL} 0,0094	I^{N}_{RDL} 2,36
29.		RIGHT	[kg.m²]	I^{I}_{RDR} 0,0017	I^{II}_{RDR} 0,0052	I^{III}_{RDR} 0,0044	I^{IV}_{RDR} 0,0103	I^{V}_{RDR} 0,0092	I^{VI}_{RDR} 0,0103	I^{N}_{RDR} -
30.	DRIVE SHAFT	LEFT	[kg.m²]	I^{I}_{RSL} 0,00454	I^{II}_{RSL} 0,00454	I^{III}_{RSL} 0,00454	I^{IV}_{RSL} 0,00454	I^{V}_{RSL} 0,01733	I^{VI}_{RSL} 0,0064	I^{N}_{RSL} 0,0064
31.		RIGHT	[kg.m²]	I^{I}_{RSR} 0,0096	I^{II}_{RSR} 0,0096	I^{III}_{RSR} 0,0096	I^{IV}_{RSR} 0,0096	I^{V}_{RSR} 0,0026	I^{VI}_{RSR} 0,0074	I^{N}_{RSR} 0,0096
32.	BRAKE DISC	LEFT	[kg.m²]	I^{I}_{RBL} 0,0044	I^{II}_{RBL} 0,0044	I^{III}_{RBL} 0,0044	I^{IV}_{RBL} 0,0044	I^{V}_{RBL} 0,0232	I^{VI}_{RBL} 0,0044	I^{N}_{RBL} 0,0232
33.		RIGHT	[kg.m²]	I^{I}_{RBR} 0,00173	I^{II}_{RBR} 0,00634	I^{III}_{RBR} 0,0044	I^{IV}_{RBR} 0,0232	I^{V}_{RBR} 0,0044	I^{VI}_{RBR} 0,0044	I^{N}_{RBR} 0,0232
34.	DOUBLE WHEEL + WHEEL END UNIT	LEFT	[kg.m²]	I^{I}_{RWL} 0,0094	I^{II}_{RWL} 0,0094	I^{III}_{RWL} 0,0094	I^{IV}_{RWL} 0,0094	I^{V}_{RWL} 0,1132	I^{VI}_{RWL} 0,0094	I^{N}_{RWL} 1,356
35.		RIGHT	[kg.m²]	I^{I}_{RWR} 0,00279	I^{II}_{RWR} 0,00931	I^{III}_{RWR} 0,0094	I^{IV}_{RWL} 0,1132	I^{V}_{RWR} 0,0047	I^{VI}_{RWR} 0,1356	I^{N}_{RWR} -
36.	WHEEL INERTIA + RIMS		I_{WR}	4,169	13,199	26,5	61,943	190,7	257,7	1356
37.	WHEEL INERTIA - TOTAL		I_{WT}	6,305	15,425	53,06	122	215,15	390,16	1,41

No.	STIFFNESSES			CLUTCH ENABLED STEADY STATE	DISABLED
1.	1^{st} V-BELT λ_1 - λ_{A1} (ALTERNATOR)	k_{A1E1}	[N·m·rad⁻¹]	392,6	377,3
2.	1^{st} V-BELT λ_{A1} - λ_{A2}	k_{A1A2}	[N·m·rad⁻¹]	175,1	453,5
3.	1^{st} V-BELT λ_{A2} - λ_{A3}	k_{A2A3}	[N·m·rad⁻¹]	388,4	
4.	1^{st} V-BELT λ_{A3} - λ_{A4}	k_{A3A4}	[N·m·rad⁻¹]	24	
5.	1^{st} V-BELT λ_{A4} - λ_{E1}	k_{A4E1}	[N·m·rad⁻¹]	24,8	
6.	VISCOUS DAMPER STIFFNESS λ_{E1} - λ_1	k_{RD}	[N·m·rad⁻¹]	7,09E+09	7,09E+09
7.	4 CYLINDRS λ_1 - λ_2	k_{12}	[N·m·rad⁻¹]	PATNETZ STIFFNESS	INF. STIFF.
8.	PULLEYS CONNECTION λ_2 - λ_3	k_{23}	[N·m·rad⁻¹]	PATNETZ STIFFNESS	INF. STIFF.
9.	CRANK λ_3 - λ_4	k_{34}	[N·m·rad⁻¹]	1,91E+06	1,91E+06
10.	CRANK λ_4 - λ_5	k_{45}	[N·m·rad⁻¹]	1,79E+06	1,58E+06
11.	CRANK λ_5 - λ_6	k_{56}	[N·m·rad⁻¹]	1,79E+06	1,58E+06
12.	CRANK λ_6 - λ_7	k_{67}	[N·m·rad⁻¹]	1,79E+06	1,58E+06
13.	CRANK λ_7 - λ_8	k_{78}	[N·m·rad⁻¹]	1,79E+06	1,58E+06
14.	CRANK λ_8 - λ_9	k_{89}	[N·m·rad⁻¹]	1,79E+06	1,58E+06
15.	REAR END OF CRANKSHAFT λ_9 - λ_{10}	k_{910}	[N·m·rad⁻¹]	2,24E+06	2,24E+06
16.	PRESSURE PLATE FIXATION λ_{10} - λ_{C1}	k_{E10C1}	[N·m·rad⁻¹]	9,02E+07	9,02E+07
17.	LAMELLA INERTIA - FRICTIONS λ_{C1} - λ_{C2}	k_{C12}	[N·m·rad⁻¹]	"STICK" 2,16E+06 "SLIPPING" - NON-LINEAR CURVE	
18.	LAMELLA - GBX. (SPRINGS) λ_{C2} - λ_{C3}	k_{C23}	[N·m·rad⁻¹]	4,75E+05 NON-LINEAR CURVE (1)	
19.	6th INPUT SHAFT λ_{C3} - λ_{G1}	k_{C3G1}	[N·m·rad⁻¹]	2,30E+06	
	REAR RATIO	UNITS		I	II	III	IV	V	VI	N
20.	PART TO EQUIVALENT SURROGATE									
21.			[N·m·rad⁻¹]	k^{I}_{RA1} 1,91E+06	k^{II}_{RA1} 4,59E+06	k^{III}_{RA1} 4,59E+06	k^{IV}_{RA1} 4,59E+06	k^{V}_{RA1} 1,20E+06	k^{VI}_{RA1} 4,59E+06	k^{N}_{RA1} -
22.			[N·m·rad⁻¹]	k^{I}_{RA2} 1,54E+06	k^{II}_{RA2} 5,54E+06	k^{III}_{RA2} 5,54E+06	k^{IV}_{RA2} 5,54E+06	k^{V}_{RA2} 1,70E+06	k^{VI}_{RA2} 5,54E+06	k^{N}_{RA2} -
23.			[N·m·rad⁻¹]	k^{I}_{RA3} 1,64E+06	k^{II}_{RA3} 5,64E+06	k^{III}_{RA3} 5,64E+06	k^{IV}_{RA3} 5,64E+06	k^{V}_{RA3} 1,20E+06	k^{VI}_{RA3} 5,64E+06	k^{N}_{RA3} -
24.			[N·m·rad⁻¹]	k^{I}_{RA4} 1,72E+06	k^{II}_{RA4} 5,70E+06	k^{III}_{RA4} 5,70E+06	k^{IV}_{RA4} 5,70E+06	k^{V}_{RA4} 1,45E+06	k^{VI}_{RA4} 5,70E+06	k^{N}_{RA4} -
25.			[N·m·rad⁻¹]	k^{I}_{RA5} 2,41E+06	k^{II}_{RA5} 5,54E+06	k^{III}_{RA5} 5,54E+06	k^{IV}_{RA5} 5,54E+06	k^{V}_{RA5} 1,30E+06	k^{VI}_{RA5} -	k^{N}_{RA5} -
26.			[N·m·rad⁻¹]	k^{I}_{RA6} 3,57E+06	k^{II}_{RA6} 6,18E+06	k^{III}_{RA6} 6,18E+06	k^{IV}_{RA6} 6,18E+06	k^{V}_{RA6} 1,70E+06	-	k^{N}_{RA6} -
27.			[N·m·rad⁻¹]	k^{I}_{RA7} 1,63E+06	-	-	-	-	-	-
28.	BRAKE		[N·m·rad⁻¹]	k^{I}_{RB} INF. STIFF.	k^{II}_{RB} INF. STIFF.	k^{III}_{RB} INF. STIFF.	k^{IV}_{RB} INF. STIFF.	k^{V}_{RB} INF. STIFF.	k^{VI}_{RB} INF. STIFF.	k^{N}_{RB} INF. STIFF.
29.	DIFFERENTIAL	LEFT	[N·m·rad⁻¹]	k^{I}_{RDL} INF. STIFF.	k^{II}_{RDL} INF. STIFF.	k^{III}_{RDL} INF. STIFF.	k^{IV}_{RDL} INF. STIFF.	k^{V}_{RDL} INF. STIFF.	k^{VI}_{RDL} INF. STIFF.	k^{N}_{RDL} INF. STIFF.
30.		RIGHT	[N·m·rad⁻¹]	k^{I}_{RDR} INF. STIFF.	k^{II}_{RDR} INF. STIFF.	k^{III}_{RDR} INF. STIFF.	k^{IV}_{RDR} INF. STIFF.	k^{V}_{RDR} INF. STIFF.	k^{VI}_{RDR} INF. STIFF.	k^{N}_{RDR} INF. STIFF.
31.	HOOKE´S JOINT A - CARDAN SHAFT	$k^{I,II}_{RA1}$	[N·m·rad⁻¹]	k^{I}_{RA1} 1,81E+06	k^{II}_{RA1} 1,64E+06	k^{III}_{RA1} 1,64E+06	k^{IV}_{RA1} 1,64E+06	k^{V}_{RA1} 1,64E+06	k^{VI}_{RA1} 1,95E+06	k^{N}_{RA1} 1,95E+06
32.	CARDAN SHAFT - HOOKE´S JOINT B	$k^{I,II}_{RA2}$	[N·m·rad⁻¹]	k^{I}_{RA2} 1,81E+06	k^{II}_{RA2} 1,64E+06	k^{III}_{RA2} 1,64E+06	k^{IV}_{RA2} 1,64E+06	k^{V}_{RA2} 1,64E+06	k^{VI}_{RA2} 1,95E+06	k^{N}_{RA2} 1,95E+06
33.	HOOKE´S JOINT B - FLANGE		[N·m·rad⁻¹]	INFINITE STIFFNESS						
34.	HOOKE´S JOINT B + FLANGE - HYPOID PINION		[N·m·rad⁻¹]	k^{I}_{RA3} 2,44E+06	k^{II}_{RA3} 2,44E+06	k^{III}_{RA3} 2,44E+06	k^{IV}_{RA3} 5,31E+06	k^{V}_{RA3} 1,81E+06	k^{VI}_{RA3} 1,81E+06	k^{N}_{RA3} 1,81E+06
35.	PLLOID GEAR MESH STIFFNESS	DRIVE	[N·m·rad⁻¹]	k^{I}_{RA4} 1,81E+06	k^{II}_{RA4} 2,70E+06	k^{III}_{RA4} 7,49E+06	k^{IV}_{RA4} 1,46E+06	k^{V}_{RA4} 1,22E+06	k^{VI}_{RA4} 1,22E+06	k^{N}_{RA4} 1,22E+06
		COAST	[N·m·rad⁻¹]	$k





MODEL_01
THE ARWAY COACH DRIVETRAIN

01 / 2010
Elaborated by Miroslav ČIHÁK