

Technická univerzita v Liberci

Fakulta přírodovědně-humanitní a pedagogická



Metody měření ve fyzice

Bakalářská práce

Liberec 2017

Kateřina Tomšů



TECHNICKÁ UNIVERZITA V LIBERCI
Fakulta přírodovědně-humanitní
a pedagogická



Metody měření ve fyzice

Bakalářská práce

Studijní program: B1701 – Fyzika
Studijní obory: 7504R006 – Fyzika se zaměřením na vzdělávání
7504R015 – Matematika se zaměřením na vzdělávání
Autor práce: **Kateřina Tomšů**
Vedoucí práce: Mgr. Marie Suchánková, Ph.D.





TECHNICAL UNIVERSITY OF LIBEREC
Faculty of Science, Humanities
and Education



Measurement methods in physics

Bachelor thesis

Study programme: B1701 – Physics
Study branches: 7504R006 – Physics for Education
7504R015 – Mathematics for Education
Author: **Kateřina Tomřů**
Supervisor: Mgr. Marie Suchánková, Ph.D.



Technická univerzita v Liberci
Fakulta přírodovědně-humanitní a pedagogická
Akademický rok: 2016/2017

ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

(PROJEKTU, UMĚLECKÉHO DÍLA, UMĚLECKÉHO VÝKONU)

Jméno a příjmení: **Kateřina Tomšů**
Osobní číslo: **P16000178**
Studijní program: **B1701 Fyzika**
Studijní obory: **Fyzika se zaměřením na vzdělávání**
Matematika se zaměřením na vzdělávání
Název tématu: **Metody měření ve fyzice**
Zadávací katedra: **Katedra fyziky**

Z á s a d y p r o v y p r a c o v á n í :

1. Teoretické shrnutí metod měření v fyzice včetně jejich chyb
2. Popsání pomůcek k jednotlivým měřením
3. Zhodnocení výhod a nevýhod jednotlivých měření
4. Zhodnocení náročnosti (střední, základní škola)
5. Přehled typických úloh jednotlivých měření
6. Provedení měření ke každé z metod

Rozsah grafických prací:

Rozsah pracovní zprávy:

Forma zpracování bakalářské práce: **tištěná**

Seznam odborné literatury:

Beran V., Technická měření, Plzeň, Západočeská univerzita, 2004, ISBN 80-7043-320-5

Soukup J., Technická měření, Ústí nad Labem, Univerzita J. E. Purkyně v Ústí nad Labem, 2008, ISBN 978-80-7414-002-0

Burianová L., Čmelík M., Machonský L., Panoš S., Úvod do fyzikálních měření, Liberec, Technická univerzita v Liberci, 2012, ISBN 978-80-7372-819-9

Brož J. a kol., Základy fyzikálních měření I., Praha, Státní pedagogické nakladatelství 1989

Kovanda J., Přístroje pro měření fyzikálních veličin, Praha. Státní nakladatelství technické literatury, 1974

Lepil O., Šedivý P., Fyzika pro gymnázia, Praha, Prometheus, 1994

Svoboda E. a kol., Přehled středoškolské fyziky, Praha, Prometheus, 1996

Fuka J., Kunzfeld J., Novotný J., Pokusy z fyziky na základní škole, Praha, Státní pedagogické nakladatelství, 1985

Kirkup L., Data analysis for physical scientists, Cambridge University Press, 2012, ISBN 9780521883726

Vedoucí bakalářské práce:

Mgr. Marie Suchánková, Ph.D.

Katedra fyziky

Datum zadání bakalářské práce:

4. listopadu 2016

Termín odevzdání bakalářské práce:

26. dubna 2017


prof. RNDr. Jan Pícek, CSc.
děkan




prof. Mgr. Jiří Erhart, Ph.D.
vedoucí katedry

dne

Prohlášení

Byla jsem seznámena s tím, že na mou bakalářskou práci se plně vztahuje zákon č. 121/2000 Sb., o právu autorském, zejména § 60 – školní dílo.

Beru na vědomí, že Technická univerzita v Liberci (TUL) nezasahuje do mých autorských práv užitím mé bakalářské práce pro vnitřní potřebu TUL.

Užiji-li bakalářskou práci nebo poskytnu-li licenci k jejímu využití, jsem si vědoma povinnosti informovat o této skutečnosti TUL; v tomto případě má TUL právo ode mne požadovat úhradu nákladů, které vynaložila na vytvoření díla, až do jejich skutečné výše.

Bakalářskou práci jsem vypracovala samostatně s použitím uvedené literatury a na základě konzultací s vedoucím mé bakalářské práce a konzultantem.

Současně čestně prohlašuji, že tištěná verze práce se shoduje s elektronickou verzí, vloženou do IS STAG.

Datum: 12.7.2017

Podpis: Tomáš

Poděkování

Ráda bych poděkovala své vedoucí bakalářské práce Mgr. Marii Suchánkové, Ph.D. za pomoc a rady při zpracování této práce. Velmi děkuji za její trpělivost i v těžkých chvílích.

Anotace

Bakalářská práce se zaměřuje na metody měření ve fyzice. V práci jsou teoreticky shrnuty metody měření ve fyzice a dále je zde popsáno i provedené měření. K provedenému měření jsou zde i teoretické přípravy včetně pracovních listů. Po teoretickém shrnutí metod měření následuje i jejich praktické zhodnocení z hlediska náročnosti (časové, materiálové). Následuje rozbor problémů, ke kterým může v průběhu měření dojít.

Klíčová slova

Metody měření, fyzika, chyby měření, měřicí přístroje, Základní škola, pracovní listy,

Annotation

The main aim of bachelor's work are measurement methods in physics. There are theoretically summarized the measurement methods in physics and furthermore the measurement is described. There are theoretical preparation including worksheet. The theoretical summary of measurement methods is followed by its practical evaluation from the aspect of time and material demandingness. Consequently there is analysis of problems that may occur during the measurement.

Key words

The measurement methods, physics, measurement errors, measuring devices, primary school, worksheet

Obsah

Poděkování.....	5
Anotace	6
Klíčová slova	6
Annotation	7
Key words	7
Seznam obrázků.....	11
Seznam tabulek	12
Úvod.....	13
I. Teoretická část	14
1. Měření fyzikálních veličin	14
1.1 Měření objektivní a subjektivní.....	14
2. Metody měření.....	15
2.1 Metody přímé a nepřímé	16
2.2 Metody absolutní a relativní	18
2.3 Metody statické a dynamické	19
2.4 Některé speciální metody	21
3. Chyby měření.....	25
3.1 Druhy chyb	25
3.2 Určení výsledné chyby	28
3.3 Chyby nepřímo měřených veličin	29
3.4 Zdroje chyb měření.....	29
4. Měřicí přístroje	31
4.1 Výpočet chyb přístrojů, běžně používaných na ZŠ v části mechanika.....	31

5.	Metody zpracování výsledků	37
5.1	Početní metody zpracování výsledků měření	37
5.2	Grafické zpracování výsledků	41
II.	Praktická část	43
1.	Úvod.....	43
2.	Měření základních fyzikálních veličin v mechanice na ZŠ	44
2.1	Délka a její měření.....	44
2.2	Hmotnost a její měření	46
2.3	Čas a jeho měření	48
2.4	Rychlost a její měření.....	49
2.5	Objem a jeho měření	50
2.6	Teplota a její měření	51
2.7	Hustota a její měření.....	53
2.8	Síla a její měření.....	53
3.	Náročnost jednotlivých metod měření	54
3.1	Přímá metoda	54
3.2	Nepřímá metoda.....	54
3.3	Metoda absolutní	54
3.4	Metoda relativní.....	55
3.5	Statická metoda	55
3.6	Dynamická metoda	55
3.7	Substituční metoda	55
3.8	Metoda kompenzační.....	56
3.9	Interpolační metoda	56
3.10	Metoda postupných měření.....	56
4.	Laboratorní cvičení	57

4.1	Příprava na laboratorní cvičení - učitel	57
4.2	Příprava na laboratorní cvičení – žák	58
5.	Pracovní list k měření pro žáky ZŠ.....	60
6.	Pokyny pro zpracování protokolu z měření na SŠ.....	61
7.	Popis provedeného měření.....	62
7.1	Měření délky.....	62
7.2	Měření rychlosti.....	63
7.3	Měření hmotnosti.....	63
7.4	Měření hustoty.....	64
7.5	Zjištěné problémy	65
	Závěr	66
	Seznam použitých zdrojů.....	67
	Seznam příloh	68

Seznam obrázků

Obrázek 1 Infračervený pyrometr [3]	14
Obrázek 2 Staré kuchyňské váhy se sadou závaží	16
Obrázek 3 Odměrné nádoby [11]	17
Obrázek 4 Hydrostatické váhy (Archimedův zákon) [1]	18
Obrázek 5 Závaží k rovnoramenným vahám [10]	19
Obrázek 6 Měření modulu pružnosti ve smyku [1]	20
Obrázek 7 Školní sada závaží	21
Obrázek 8 Odporová dekáda	21
Obrázek 9 Interpolační metoda při vážení metodou tří kyvů	23
Obrázek 10 Laplaceovo-Gaussovo rozdělení [3]	27
Obrázek 11 Posuvné měřítko [1]	31
Obrázek 12 Mikrometr [1]	31
Obrázek 13 Rovnoramenné váhy [12]	32
Obrázek 14 Laboratorní digitální váhy [1]	32
Obrázek 15 Digitální stopky [13]	33
Obrázek 16 Analogové stopky [13]	33
Obrázek 17 Odměrné nádoby [1]	34
Obrázek 18 Teploměry [3]	35
Obrázek 19 Školní siloměry	36
Obrázek 20 Pomůcky používané k měření délky	44
Obrázek 21 Mikrometr [14]	45
Obrázek 22 Stupnice objektivového mikrometru [15]	45
Obrázek 23 Rovnoramenné váhy	48
Obrázek 24 Digitální váhy	48
Obrázek 25 Digitální stopky	49
Obrázek 26 Analogové stopky	49
Obrázek 27 Odměrné nádoby	51
Obrázek 28 Skleněné kapalinové teploměry	52
Obrázek 29 Uspořádání v laboratoři	69
Obrázek 30 Uspořádání v laboratoři (měření délky)	72

Obrázek 31 Uspořádání v laboratoři (měření hmotnosti)	77
---	----

Seznam tabulek

Tabulka 1 Dekadické násobky a díly [1]	15
Tabulka 2 Metoda tří kyvů.....	23
Tabulka 3 Tabulka pro měření modulu pružnosti v tahu z průhybu - metoda postupných měření	24
Tabulka 4 Metoda postupných měření: doba kmitu kyvadla [2]	24
Tabulka 5 Tabulka pro zápis údajů z měření rychlosti auta	50
Tabulka 6 Tabulka pro měření venkovní teploty	52

Úvod

Fyzika obecně patří na základních školách k nejméně oblíbeným předmětům. Začíná to již na základní škole a nese se to s žáky až do pozdějších let. Náplní práce učitele není pouze předávání informací, ale také rozvíjení vztahu k této nádherné a zajímavé vědě. Prostředkem může být například různé experimentování nebo měření fyzikálních veličin. Tématem mé bakalářské práce jsou právě metody měření ve fyzice, přístroje pro měření, zpracování chyb apod.

Cílem mé práce je vytvoření přehledu metod měření ve fyzice. Dále budou shrnuty metody měření na základní škole, kde se zaměřím na měření v mechanice, jejich náležitosti, jako jsou pomůcky, časová a materiálová náročnost, proces zpracování a výpočet chyb. Bude určena náročnost metod, aby bylo zřejmé, co je vhodné použít pro žáky základní školy a co pro studenty vyšších stupňů škol.

Ke každé probrané metodě uvedu i příklady fyzikálních veličin, které se dají danou metodou změřit nebo které se danou metodou běžně měří.

V další části budou popsána měření, která jsem provedla se svými žáky na základní škole včetně jejich vyhodnocení. V příloze jsou zařazeny pracovní listy, které jsem k těmto měřením připravila.

I. Teoretická část

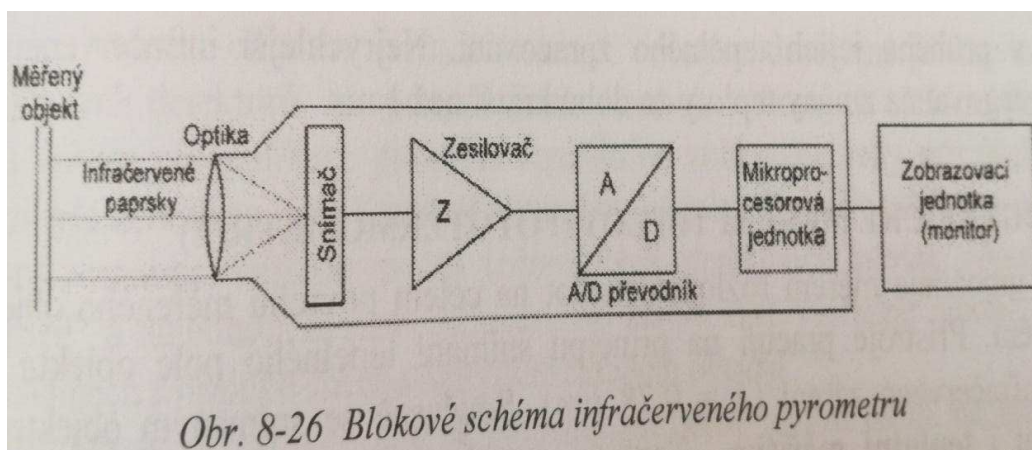
1. Měření fyzikálních veličin

Ve fyzice se metody měření používají k definování fyzikálních zákonů nebo ke změření velikosti fyzikální veličiny. Při definování fyzikálních zákonů je důležité získat informace o vzájemných vztazích mezi jednotlivými fyzikálními veličinami (zvláště když nejsou souvislosti předem známé). [1]

Jednu fyzikální veličinu lze měřit různými způsoby. Na těchto způsobech (metodách) závisí přesnost měření. Přesnost závisí, ale i na použitých přístrojích. Přístrojem myslíme jakékoliv zařízení, které pomáhá zprostředkovat našim smyslům číselný údaj o měřené veličině.

1.1 Měření objektivní a subjektivní

Za nejdokonalejší a nejpřesnější se považují ta měření, kdy se smyslové orgány nahrazují přístroji. Naše smysly podléhají klamům a mají omezené rozpoznávací schopnosti. Proto se při měření dává přednost takovým přístrojům, u kterých je využití smyslových orgánů minimální. Tato metoda se nazývá *objektivní*. Naopak *subjektivní* metoda je ta, která značně závisí na užití našich smyslů. Např. zrakem lze velmi dobře rozpoznat i jemné barevné odstíny, toho se využívá například při měření ve fotometrii nebo při měření teploty pyrometrem. [1]



Obrázek 1 Infračervený pyrometr [3]

2. Metody měření

Metodami měření lze chápat způsob, jakým je možné změřit velikost dané fyzikální veličiny v násobcích zvolené jednotky. Aby bylo možné porovnávat měření, která byla provedena různými pozorovateli, musíme stanovit jednotky, které budou jednoznačně a jednotně určeny. Může se ale stát, že budeme nuceni pracovat s příliš malými nebo příliš velkými hodnotami. Aby se této situaci předešlo, zavádí se dekadické násobky a díly (např. decibel, kilometr). [1]

Na základní škole nejčastěji používané násobky a díly jsou zaznamenány v následující tabulce.

Tabulka 1 Dekadické násobky a díly [1]

Předpony		Číselné vyjádření
nano	n	10^{-9}
mikro	μ	10^{-6}
mili	m	10^{-3}
centi	c	10^{-2}
deci	d	10^{-1}
deka	da	10^1
hekto	h	10^2
kilo	k	10^3
Mega	M	10^6
Giga	G	10^9

Jak již bylo zmíněno, tutéž fyzikální veličinu lze změřit několika způsoby. To znamená, že pro změření jedné veličiny lze použít různé metody. Metody měření závisí na druhu měřené veličiny, a také na tom, které vztahy pro měřenou veličinu použijeme a také na přístrojích, které k měření použijeme. Rozlišují se tedy následující měřicí metody: přímá a nepřímá, absolutní a relativní (srovnávací), statická a dynamická, metoda substituční, kompenzační interpolační a metoda postupných měření. [1]

2.1 Metody přímé a nepřímé

2.1.1 Přímá metoda

Přímou metodou lze rozumět určení měřené fyzikální veličiny přesně podle její definice. Přímé metody můžeme dále dělit [3]. A to na:

- Metody porovnávací (komparační) – jak již název naznačuje, podstatou tohoto měření je porovnání měřené veličiny s veličinou stejného druhu, velikosti i smyslu. Příkladem může být měření délky pomocí posuvného měřidla.
- Metody vyrovnávací (kompenzační) – zde je účinek měření vyrovnán veličinou stejného druhu. Příkladem je metoda nulové výchylky (vyrovnání je provedeno na nulu). Hojně se využívá u elektrických a některých magnetických měření. Příkladem může být i vážení na starých kuchyňských vahách.



Obrázek 2 Staré kuchyňské váhy se sadou závaží

- Metody nahrazovací (substituční) – zde je účinek měřené fyzikální veličiny nahrazen jinými známými hodnotami této veličiny. Příkladem je vážení na rovníramenných vahách.

- Metody přemístovací (transpoziční) – postupné přemísťování měřené fyzikální veličiny a známých hodnot této veličiny. Příkladem může být opět vážení na rovnoramenných vahách. Přemísťujeme závaží známé hodnoty na jednu miskou rovnoramenných vah.

Příkladem přímé metody je určení hustoty. Vážením (například na laboratorních digitálních vahách nebo metodou tří kyvů) získáme hmotnost, dalším měřením získáme objem tělesa (například pomocí odměrného válce). Získané veličiny se zadají do definice hustoty a tím se získá hodnota této veličiny. [1]

$$\rho = \frac{m}{V}$$

1

Tato metoda je, dle předchozího dělení, substituční.



Obrázek 3 Odměrné nádoby [11]

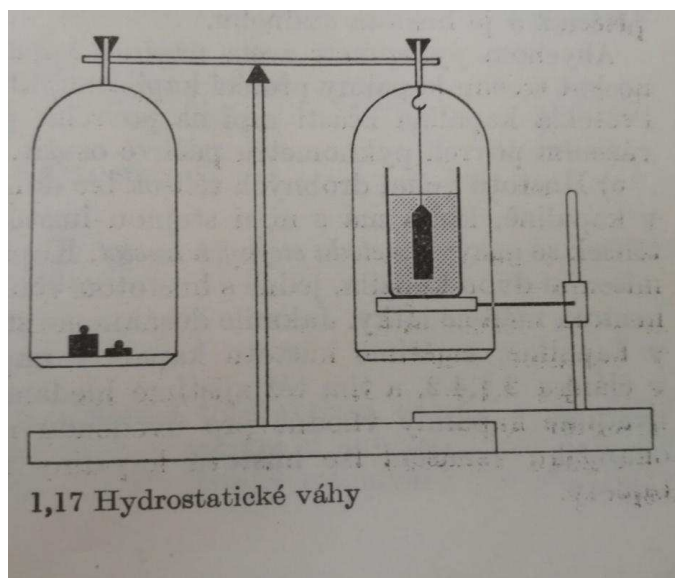
2.1.2 Nepřímá metoda

Na rozdíl od přímé metody, veškerá měření, která vycházejí z jiných vzájemných vztahů, než z definičních, označujeme jako nepřímou metodu měření. [3] Nepřímá metoda se využívá u těch fyzikálních veličin, u kterých nelze hodnotu přímo změřit nebo je přímé změření této fyzikální veličiny velmi obtížné. Fyzikální veličinu tedy získáme pomocí výpočtů a vztahů s jinými veličinami. [1]

U přímé metody bylo jako příklad uvedeno určení hodnoty fyzikální veličiny hustota. Hustotu lze měřit i nepřímou metodou a to pomocí Archimedova zákona (ze síly, kterou je těleso nadlehčováno ve známé kapalině).

$$F_{vz} = V \cdot \rho \cdot g$$

2



Obrázek 4 Hydrostatické váhy (Archimedův zákon) [1]

2.2 Metody absolutní a relativní

2.2.1 Metoda absolutní

Absolutní může být přímá i nepřímá metoda. Absolutní metoda je ta, při které získáme měřenou fyzikální veličinu v absolutní hodnotě vyjádřenou přímo v definovaných jednotkách (např. délku v metrech apod.) [1]

2.2.2 Metoda relativní

Opět, relativní může být přímá i nepřímá metoda. Metodě relativní se říká též srovnávací metoda. Tato metoda udává poměr dvou veličin stejného druhu (jedna z těchto veličin může být vyjádřena v libovolných jednotkách). Tato metoda nám tedy umožňuje srovnání měřené fyzikální veličiny se známou hodnotou veličiny stejného druhu. Tyto známé hodnoty bývají označeny jako etalony nebo normály

(standardy). Etalony jsou udávány s nejvyšší možnou přesností. Co se týče normál a standard, ty jsou udávány s přesností požadovanou podle účelu použití. Nejčastější normály jsou normály elektrického odporu, svítivosti nebo přesná závaží. [1]



Obrázek 5 Závaží k rovnoramenným vahám [10]

2.3 Metody statické a dynamické

2.3.1 Metoda statická

Metodu statickou lze rozeznat z hlediska časové změny fyzikální veličiny. Statická (latinsky status = postavení) metoda je taková, při které je měřená fyzikální veličina stálá. Její velikost se určuje z klidové polohy ukazatele příslušného přístroje. [1]

U této metody je třeba dávat pozor na rozdíl mezi statickou metodou a měřením za ustáleného (stacionárního) stavu. Ustálený stav je stav, kdy jsou všechny měřené veličiny dostatečně dlouhou dobu konstantní. Pokud tato podmínka není splněna, označujeme to jako měření za neustáleného stavu. Optimální výsledky zaručuje měření za ustáleného stavu, které je tedy nejvýhodnější. [1]

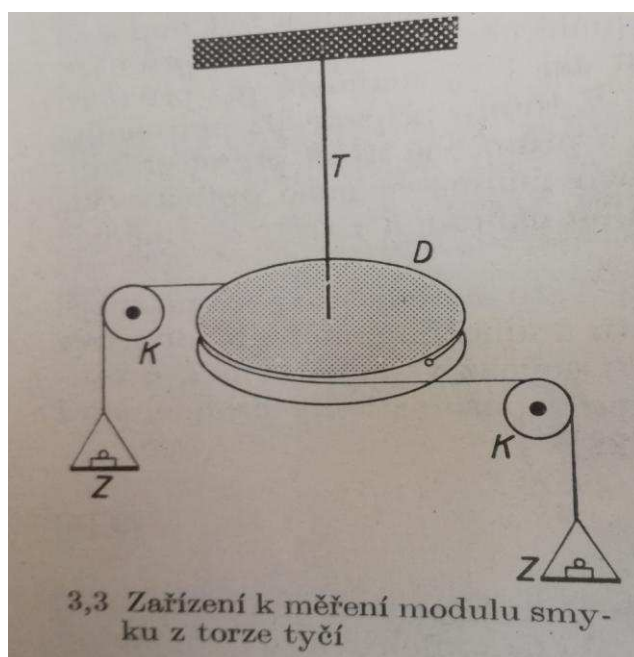
2.3.2 Metoda dynamická

Metodu dynamickou lze rozeznávat (stejně jako předchozí metodu) z hlediska časové změny měřených veličin. U této metody, na rozdíl od metody předcházející, se měřená veličina s časem mění nebo se na její velikost usuzuje ze stále se opakujícího (periodického) pohybu měřicího systému (př. určení tíhového zrychlení pomocí reverzního kyvadla). [1]

Určité veličiny lze určit metodou statickou i dynamickou, např. modul pružnosti ve smyku nebo tuhost pružiny. Vzorec pro výpočet modulu pružnosti ve smyku uvedeme následovně:

$$G = \frac{2lM}{\pi r^4 \varphi} \quad 3$$

Kde l je délka tyče, r je poloměr tyče, M je moment silové dvojice, φ je úhel pootočení od osy. [1]



Obrázek 6 Měření modulu pružnosti ve smyku [1]

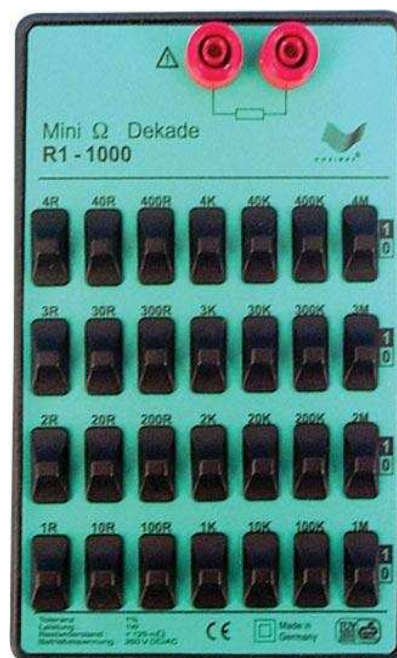
2.4 Některé speciální metody

2.4.1 Metoda substituční

Při této měřicí metodě se nahrazuje „předmět“ o neznámé hodnotě měřené veličiny „normály“ s odstupňovanými a známými hodnotami veličiny stejného druhu. Hledá se taková hodnota normálu, která souhlasí s měřenou veličinou nebo je jí nejbližší. Souhlas zjišťujeme z rovnosti výchylek měřicího přístroje (vhodně zvoleného podle druhu fyzikální veličiny). Při rovnosti výchylek je hodnota normálu rovna hodnotě měřené veličiny. Normály s odstupňovanými hodnotami jsou uspořádány do sad (viz obr. 8 a 9), nejčastěji se užívají sady desetinné soustavy. Normály jsou uspořádány do sad proto, aby bylo možné z daných hodnot sestavit libovolnou číselnou hodnotu pomocí jednoduché kombinace. Do sady desetinné soustavy jsou například uspořádána závaží (kde mohou být závaží o hmotnosti 5, 2, 1, 1×10^n gramů), lze tuto metodu tedy použít například při vážení. [1]



Obrázek 7 Školní sada závaží



Obrázek 8 Odporová dekáda

2.4.2 Metoda kompenzační

Kompenzační metodou lze rozumět metodu vyrovnávací. Při této metodě se účinek měřené fyzikální veličiny vyrovnává stejně velkým, ale opačným účinkem veličiny stejného druhu. Jinými slovy, účinky měřených fyzikálních veličin se porovnávají a vyskytují se současně, jak jsme již uvedli, účinky působí proti sobě. [2] Příkladem je vážení na rovníramenných vahách, kdy na každou miskou působí tíhová síla. Dále se tato metoda využívá v elektrických a některých magnetických měřeních. [1]

Zvláštním případem této metody je metoda nulová. Zde se výchylka měřicího přístroje, porovnávacího účinek měřené veličiny a účinek vyrovnávací veličiny, rovná nule. Výhodou je odstranění (spíše minimalizování) vlivu vedlejších činitelů ovlivňujících měření. [1]

Při kompenzační metodě lze dosáhnout větší přesnosti (v porovnání s předchozí substituční metodou). Je to v důsledku toho, že při této metodě se účinky vyskytují současně a u substituční metody následují po sobě s určitým časovým odstupem. [1]

2.4.3 Metoda interpolační

Tato metoda spočívá spíše v početním zpracování výsledků měření, ale bude představena zde. Když nelze u substituční nebo kompenzační metody nastavit takovou hodnotu nahrazující nebo vyrovnávací veličiny, která by souhlasila s hodnotou měřené veličiny, použijeme interpolační metodu. Podstata spočívá v tom, že se provedou dvě měření. Jedno pro hodnotu nejbližší nižší, a druhé pro hodnotu nejbližší vyšší než je hodnota odpovídající měřené veličině. Hodnotu měřené veličiny y pro hodnotu x rovnou x_0 poté lze určit pomocí početní interpolace a podle následujícího interpolačního vzorce:

$$y_0 = y_1 + \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x_0 - x_1) \quad 4$$

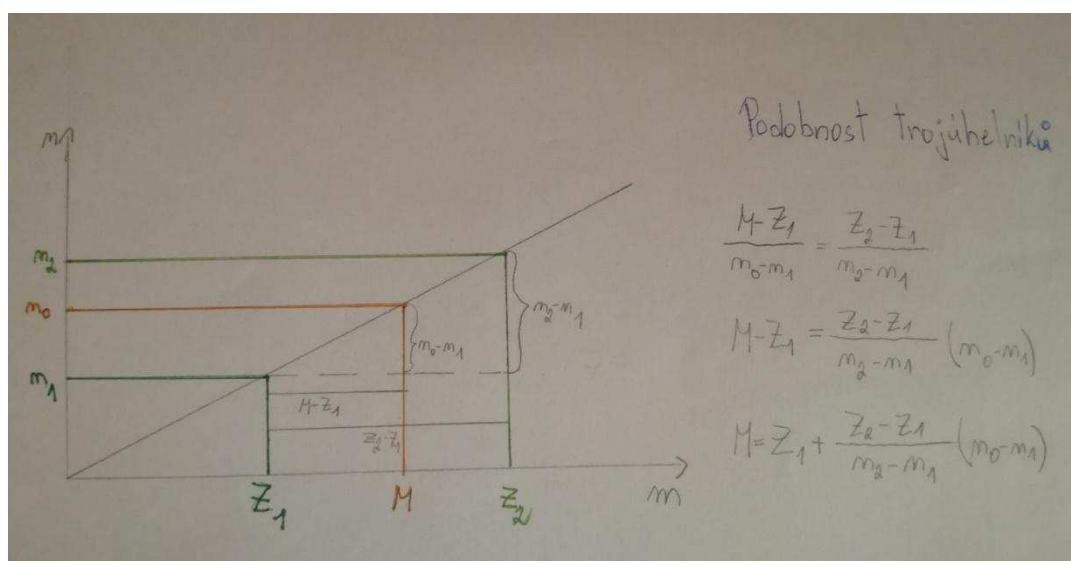
Kde z měření známe hodnoty y_1 pro x_1 a y_2 pro x_2 . Pro tyto hodnoty platí:

$$x_1 < x_0 \text{ a } x_2 > x_0$$

5

Tato interpolace se nazývá lineární. [1]

Příkladem interpolační metody je metoda tří kyvů pro určení hmotnosti. Nejprve se určí nulová výchylka a poté se určí hmotnost závaží nižší než je hmotnost tělesa a vyšší než je hmotnost tělesa, poté podle rovnice 1 se vypočítá přesná hodnota hmotnosti tělesa.



Obrázek 9 Interpolační metoda při vážení metodou tří kyvů

Tabulka 2 Metoda tří kyvů

Vážení	v_1	v_2	v_3		
				$n'_0 =$	$n_0 =$
				$n'_0 =$	
$Z_1 =$				$n_1 =$	
$Z_2 =$				$n_2 =$	
m = (±) g					

Popis metody tří kyvů se nachází v úloze „Určení hustoty tělesa“ (Viz příloha 1)

2.4.4 Metoda postupných měření

Tato metoda se týká souboru měření, která na sebe těsně navazují. Koncový bod jednoho měření je současně počátečním bodem měření dalšího (odtud název postupné měření). Lze tím rozumět měření, při kterém se nenuluje měřidlo, které se používá pro záznam naměřené hodnoty. [2] Tato metoda je ve fyzikálním měření velmi častá. Metoda postupných měření je vhodná pro měření periodických dějů (doba kmitu apod.). Speciálně je vhodná pro měření modulu pružnosti v tahu. [1]

Tabulka 3 Tabulka pro měření modulu pružnosti v tahu z průhybu - metoda postupných měření

Pořadové číslo měření	Hmotnost [kg]	Prodloužení [mm]
1.		
2.		
3.		
4.		
5.		
6.		
7.		
8.		
9.		
10.		

Tab. 4 představuje příklad metody postupných měření pro určení doby kmitu kyvadla. Bylo provedeno měření pro celkem 100 kmitů a odečítalo se po 10 - ti kmitech. Hodnoty jsou zapsány do dvou sloupců, v každém řádku je vypočtený rozdíl a z rozdílu je určen aritmetický průměr. Naměřené hodnoty jsou uvedeny v následující tabulce. [2]

Tabulka 4 Metoda postupných měření: doba kmitu kyvadla [2]

T_{10-50} [s]	T_{60-100} [s]	Rozdíl = $5T_{10}$ [s]
10,3	63,1	52,8
20,5	73,1	52,6
31,1	83,5	52,4
42,0	94,7	52,7
52,8	104,8	52,0
Aritmetický průměr: $5T_{10}$ [s]		52,5

3. Chyby měření

Při opakovaném měření jedné fyzikální veličiny se získávají různé hodnoty. Ovšem měřená veličina má pouze jednu správnou hodnotu. Chybou měření se obecně nazývá každá odchylka od správné hodnoty. Chyba se definuje tak, že je rovna rozdílu správné hodnoty s hodnotou naměřenou:

$$\Delta X = X - X' \quad 6$$

Tato rovnice představuje absolutní chybu. Má rozměr totožný s rozměrem měřené veličiny.

Chybu lze určit i relativně a to jako poměr absolutní chyby a správné hodnoty veličiny X:

$$\delta = \frac{\Delta X}{X} \quad 7$$

Dosazením do této rovnice za absolutní chybu, se získá obměněná definice relativní chyby a to následující:

$$\delta = \frac{X - X'}{X} = 1 - \frac{X'}{X} \quad 8$$

Velmi často se relativní chyba udává v procentech.

Chyba může mít hodnotu kladnou (přičítáme k naměřené hodnotě) nebo hodnotu zápornou (od naměřené hodnoty odčítáme). [1]

3.1 Druhy chyb

Fyzikální veličina není měřením nikdy určena přesně. Jak již bylo uvedeno, měřením je určena s příslušnou chybou. Tak jako jsou různé druhy metod měření, jsou i různé druhy chyb měření. Neznamená to však, že například k substituční metodě měření patří chyba substitučního měření.

Rozdělení chyb podle vlivu na měření je uvedeno následovně [1].

3.1.1 Systematické chyby

Tyto chyby jsou takové, které se za stejných podmínek nemění, pokud se mění při změně podmínek, tak se mění podle známé závislosti („systematicky“). Tuto chybu bohužel neodstraníme dodržením pravidla o opakovaných měřeních (lze ji odhalit pomocí opakovaných měření, ale vždy se musí použít jiná metoda), lze ji však vypočítat a to podle vztahu:

$$\Delta(x) = x_m - x_s \quad 9$$

Kde x_m je hodnota naměřená a x_s je skutečná hodnota fyzikální veličiny. [3]

Zjištění a odstranění těchto chyb je velmi náročné, proto se provádí jen v nezbytně nutných případech. Pokud se do odstranění přece jen pustíme, povede se nám odstranit pouze její odhad, určitá část (hodnotu této části neznáme) zůstane. Této části říkáme nevylučitelná část, z čehož vyplývá název nevylučitelná systematická chyba. [3]

Systematické chyby jsou nejčastěji způsobeny použitou metodou a měřicími přístroji nebo samotným pozorovatelem. Ve spoustě případů však nelze odhalit původ systematických chyb. [1]

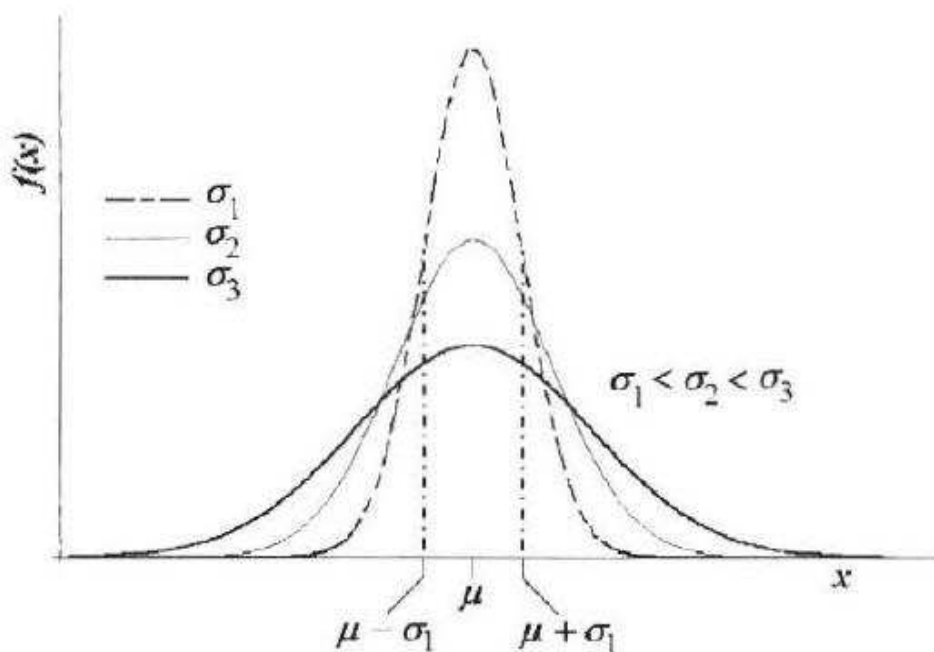
3.1.2 Hrubé chyby

Na hrubé chyby se upozorňuje již na základní škole. Jedná se o ty chyby, které vznikají z omylu pozorovatele, z vady na přístroji nebo ze špatného uspořádání měření. Hrubé chyby značně znehodnocují výsledky měření, proto je z měřených hodnot vyloučíme (většinou se vylučuje při následném zpracování hodnot měření). [3]

3.1.3 Náhodné chyby

Tyto chyby se dají těžko odhalit a nelze je vyloučit. Tato chyba je nejčastější pro všechna měření. Charakteristické jsou tím, že při opakování měření není hodnota stejná (charakteristická vlastnost je tedy nesoustavnost). Velikost této chyby

určujeme pomocí statistických metod (příslušný pravděpodobnostní model). Tento model je určen zákonem rozdělení příslušné náhodné chyby (nejčastější je normální rozdělení a to Laplaceovo-Gaussovo rozdělení). [2]



Obrázek 10 Laplaceovo-Gaussovo rozdělení [3]

V praxi se měří nezávislé veličiny x za stejných podmínek a vlivem náhodné chyby se získají různé hodnoty. Výsledek měření se získá pomocí aritmetického průměru. [3]

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \quad 10$$

Podle klasické teorie je náhodná chyba charakterizována směrodatnou odchylkou výběrového souboru $s(x)$, která je dána vztahem:

$$s(x) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \Delta^2(x_i)}{n-1}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} \quad 11$$

Tyto hodnoty určují, jak jsou výsledky měření rozptýlené. Je třeba si dávat pozor na následující:

- hodnota náhodné chyby není její velikost, je to pouze hranice, kterou může tato chyba s určitou pravděpodobností překročit (nebo nepřekročit). [3]

3.2 Určení výsledné chyby

Výslednou chybou se označuje taková chyba, která je vyjádřena jako součet systematické chyby a náhodné složky (v absolutních hodnotách). [3]

3.2.1 Zákon hromadění chyb

Jak bylo uvedeno, přímo naměřené veličiny se dosazují do definičních vztahů a tím se určí hledaná fyzikální veličina. Obecně se závislost mezi veličinami určuje funkcí f . Úkolem je vypočítat fyzikální veličinu Y pomocí naměřených hodnot x_i ($i = 1; 2; 3; \dots; n$), které s fyzikální veličinou souvisí obecnou funkční závislostí:

$$Y = f(x_1; x_2; x_3; \dots; x_n) \quad 12$$

Hodnoty x_i jsou určeny i s chybou, hodnoty x_i jsou tedy ve tvaru $x_i = (\bar{x}_i \pm \bar{\delta}(x_i))$, kde $\bar{x}_i$ je aritmetický průměr a $\bar{\delta}(x_i)$ je chyba měření, tato chyba může být jakéhokoliv druhu, pro další zpracování však musí být chyby naměřených hodnot stejného druhu. Hodnotu fyzikální veličiny $\bar{Y}$ vypočítáme dosazením do předchozí funkční závislosti:

$$\bar{Y} = f(\bar{x}_1; \bar{x}_2; \bar{x}_3; \dots; \bar{x}_n) \quad 13$$

Výslednou chybu této veličiny lze vypočítat podle následujícího vztahu, který se nazývá kvadratický (Gaussův) zákon hromadění chyb:

$$\bar{\delta}Y = \sqrt{\left(\frac{\delta f}{\delta x_1}\right)^2 \bar{\delta}^2(x_1) + \left(\frac{\delta f}{\delta x_2}\right)^2 \bar{\delta}^2(x_2) + \left(\frac{\delta f}{\delta x_3}\right)^2 \bar{\delta}^2(x_3) + \dots + \left(\frac{\delta f}{\delta x_n}\right)^2 \bar{\delta}^2(x_n)} \quad 14$$

Výslednou chybu lze také vypočítat z jiného vztahu a to z lineárního zákona hromadění chyb, který zní následovně:

$$\bar{\delta}Y = \left| \left(\frac{\delta f}{\delta x_1} \right) \bar{\delta}(x_1) \right| + \left| \left(\frac{\delta f}{\delta x_2} \right) \bar{\delta}(x_2) \right| + \left| \left(\frac{\delta f}{\delta x_3} \right) \bar{\delta}(x_3) \right| + \dots + \left| \left(\frac{\delta f}{\delta x_n} \right) \overline{\left(\frac{\delta f}{\delta x_n} \right)} (x_n) \right| \quad 15$$

Při laboratorních měřeních se kvadratického zákona využívá, když převládají náhodné chyby a je třeba vypočítat výslednou směrodatnou odchylku. Lineárního zákona hromadění chyb se využívá, když převládají systematické chyby a je třeba odhadnout výslednou krajní chybu. [2]

3.3 Chyby nepřímo měřených veličin

Jak již bylo uvedeno, jednou z metod měření je nepřímá metoda. Nepřímá metoda má i svou chybu měření. Závisí na chybách jednotlivých měření. [3]

Jsou naměřeny fyzikální veličiny $A, B, C, \dots$. Hledanou veličinu lze označit jako $Y = f(A, B, C, \dots)$. Dále je zadána maximální absolutní chyba $\Delta A_{max}, \Delta B_{max}, \Delta C_{max}, \dots$ fyzikálních veličin $A, B, C, \dots$, poté vztah pro výslednou chybu vypadá následovně:

$$Y_{max} = \pm \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial A} \Delta A_{max} \right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial B} \Delta B_{max} \right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial C} \Delta C_{max} \right)^2 + \dots} \quad 16$$

Kde $\frac{\partial f}{\partial A}, \frac{\partial f}{\partial B}, \frac{\partial f}{\partial C}, \dots$ značí parciální derivace funkce $Y = f(A, B, C, \dots)$ podle proměnných $A, B, C, \dots$ [3]

Tento vztah se nazývá kvadratický (Gaussův) zákon hromadění chyb. Je to zpřesnění rovnice 12. Pokud se vztah lehce upraví, získá se lineární zákon hromadění chyb. Jeho znění je:

$$Y_{max} = \left| \frac{\partial f}{\partial A} \Delta A_{max} \right| + \left| \frac{\partial f}{\partial B} \Delta B_{max} \right| + \left| \frac{\partial f}{\partial C} \Delta C_{max} \right| + \dots \quad 17$$

3.4 Zdroje chyb měření

Jakékoliv měření je zatíženo celou řadou nedokonalostí a problémů. Lze je rozdělit následovně [3]:

a) Chyby přístrojů

Tímto lze rozumět chyby, které mají původ v nedokonalosti přístrojů. Jedná se o nedokonalosti vzniklé při výrobě, během montáže nebo opotřebením přístroje. Vliv může mít i změna charakteristik vlivem času. Výrobce přístrojů pro měření velmi často udává maximální povolenou chybu přístroje, která se musí zohlednit při výpočtu hodnoty měřené fyzikální veličiny.

Tato chyba v sobě zahrnuje chybu systematickou i složku chyby náhodné. Opakovaným měřením nelze tuto chybu odstranit. [2]

b) Chyby instalace

Touto chybou lze rozumět takovou chybu, která vyplývá z nedostatků zapojení, uložení nebo nastavení měřidel. Tyto chyby mohou vyplývat, ale i ze vzájemného ovlivňování měřidel, která jsou zapojena sériově nebo paralelně.

c) Chyby metody

Tyto chyby vyplývají ze špatně použitých metod měření (nebo z nepřesností v metodách). Dále lze touto chybou rozumět použití nepřesných fyzikálních konstant (špatné nebo nedostatečné zaokrouhlení) nebo použití nepřesných závislostí.

d) Chyby pozorovatele

Mezi tyto chyby se řadí nesoustředěnost pozorovatele, nedokonalost smyslů pozorovatele. Patří sem i nepřesné čtení ze stupnice měřidla a špatný úhel pozorování.

e) Chyby vyhodnocení

Tyto chyby vznikají při následném zpracování naměřených hodnot. Patří mezi ně numerické chyby, zaokrouhlovací chyby, nepřesné konstanty (opět špatně nebo nedostatečně zaokrouhleny), chyby interpolace, extrapolace nebo linearizace.

f) Vlivy prostředí

Při měření určitých fyzikálních veličin má prostředí velký vliv. Jedná se o nestálost jednotlivých parametrů okolí, jako je například: změna teploty, tlaku, vlhkosti apod.

4. Měřicí přístroje

4.1 Výpočet chyb přístrojů, běžně používaných na ZŠ v části mechanika

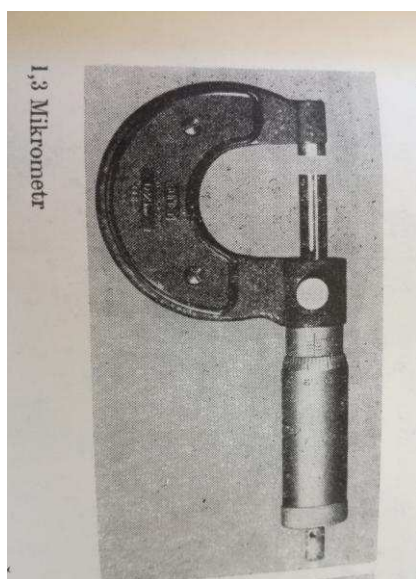
Na základní škole v mechanice běžně využíváme následující pomůcky: rovnoramenné váhy, teploměry, ampérmetry, voltmetry, pásma, metry, stopky, siloměry, mikrometry, digitální váhy a odměrný válec.

4.1.1 Měření délky

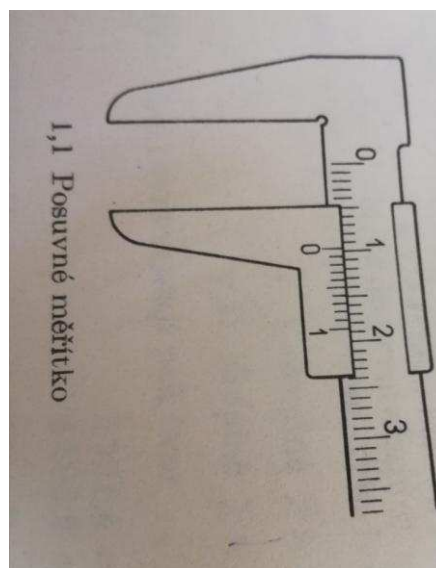
K měření délky se využívá klasických pravítek, která žáci nosí každý den, dále se využívá svinovacích nebo skládacích metrů. Dále používáme pásmo a mikrometr. Žákům se ukazuje i práce s posuvkou.

U měřidel jako jsou pravítka, metry, pásma i mikrometry (pokud nemají digitální display) je přesnost měření dána polovinou nejmenšího dílku. Na základní škole se tedy ke změřené hodnotě přičítá polovina nejmenšího dílku (př.: pravítko má nejmenší dílek 1 mm, přesnost měření pravítkem je tedy 0,5 mm). Tato chyba se nazývá chyba čtení. Objevuje se u všech přístrojů, u kterých se měřená hodnota určuje přímo odečtením ze stupnice.

U digitálních měřidel je přesnost měřidla dána od výrobce.



Obrázek 12 Mikrometr [1]



Obrázek 11 Posuvné měřítko [1]

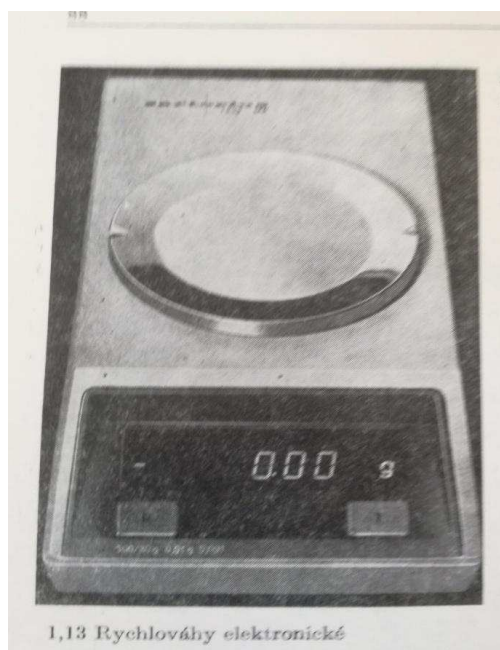
4.1.2 Měření hmotnosti

K měření hmotnosti se využívají rovníramenné váhy, lépe však váhy digitální. Chyba měření na rovníramenných vahách se vypočítá jako $\frac{1}{c}$, kde c značí citlivost vah. Citlivost je opět uvedena od výrobce. Opět se zde setkáváme s chybou čtení.

Co se týče digitálních vah, opět je chyba určena od výrobce. Většinou bývá udávána v % ze změřené hodnoty. K změřené hmotnosti se musí přičíst hodnota této chyby.



Obrázek 13 Rovníramenné váhy [12]



Obrázek 14 Laboratorní digitální váhy [1]

4.1.3 Měření času

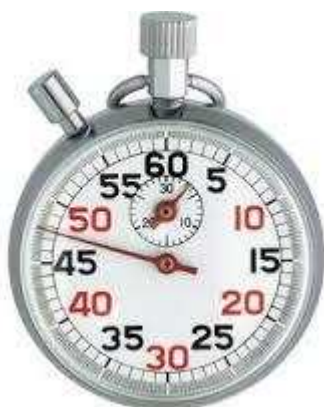
Čas se na základní škole měří digitálními nebo analogovými stopkami.

Měřidla pro měření času dělíme následovně

- Mechanická – zde se měří čas nebo časové intervaly. Tyto přístroje mají vlastní etalon – kyvadlo (vysoká přesnost) nebo jsou řízené neklidem (malá přesnost).

- Elektrická – tyto přístroje jsou řízené krystalem (křemenný; vysoká přesnost) nebo mohou používat jako etalon kyvadlo (jednoduchá konstrukce). [3]

U digitálních měřidel je přesnost opět určena od výrobce, u analogových měřidel určujeme přesnost jako polovinu nejmenšího dílku. Opět chybu přičítáme ke změřené hodnotě.



Obrázek 16 Analogové stopky [13]

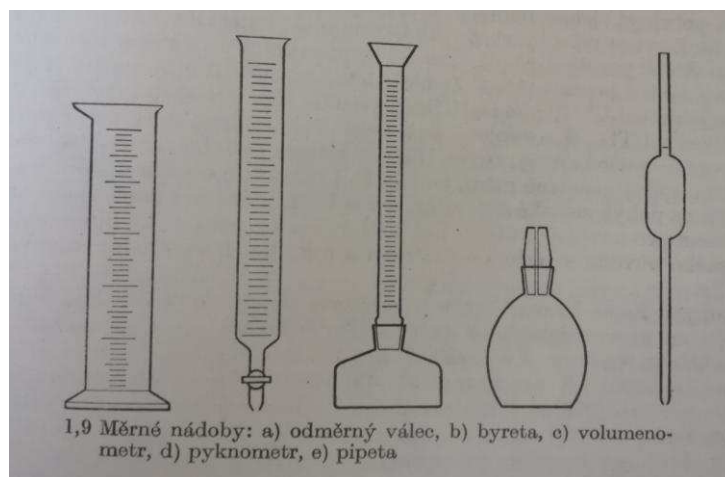


Obrázek 15 Digitální stopky [13]

4.1.4 Měření objemu

Objem se na základních školách měří pomocí odměrného válce. Pokud není k dispozici odměrný válec, lze použít kuchyňskou odměrku nebo kojeneckou lahev. Na základní škole se k měření objemu nevyužívají digitální přístroje, chybu měření tedy určujeme jako chybu čtení.

Přesnost je stanovena jako polovina nejmenšího dílku stupnice.



Obrázek 17 Odměrné nádoby [1]

4.1.5 Měření teploty

Pro měření teploty využíváme kapalinové nebo digitální teploměry. Kapalinové teploměry jsou většinou plněné lihem. Méně využívané jsou rtuťové teploměry (nevyužívají se z důvodu toxicity rtuti a také z důvodu bezpečnosti při manipulaci).

Teploměry lze dělit také následovně:

- Dotykové – dilatační, tlakové, odporové, termoelektrické a speciální
- Bezdotykové – pyrometry (jasové, pásmové, barvové a radiační), zobrazovací metody (termovce a fototermovize).

Jak už bylo uvedeno, na základní škole se nejčastěji využívají kapalinové teploměry, které se řadí do skupiny dilatačních teploměrů. Skleněné teploměry jsou založeny na objemové roztažnosti látek a rozdělujeme je dle konstrukce na [3]:

- Škálové – mají nádobku, ze které vybíhá tenkostěnná kapilára, stupnice je umístěná nehybně na skleněné nebo keramické destičce proti kapiláře. Přesnost je určena polovinou nejmenšího dílku.
- Tyčinkové – zde je silnostěnná kapilára a stupnice je na vnějším obvodu kapiláry. Přesnost je opět určena polovinou nejmenšího dílku.

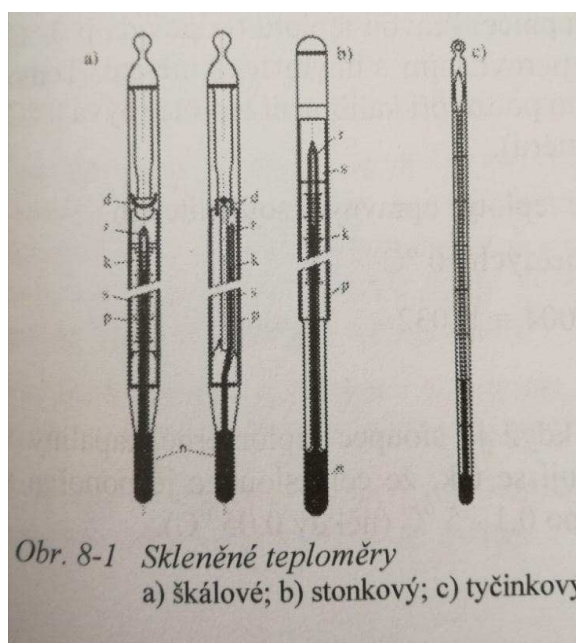
- Stonkové – jsou to speciálně upravené škálové teploměry, které jsou ve spodní části zúžené a tvoří stonek.

Citlivost kapalinových teploměrů je dána následujícím vztahem:

$$c = \frac{z}{\Delta t} \cong \frac{V_n}{S} \gamma \quad 18$$

V_n je objem náplně nádoby, S je průřez kapiláry, γ je zdánlivý součinitel objemové roztažnosti teploměrné náplně v kapiláře. [3]

U digitálních teploměrů je opět přesnost dána od výrobce.



Obrázek 18 Teploměry [3]

4.1.6 Měření síly

Síla se na základní škole určuje pomocí siloměrů a to jak odečítáním přímo ze stupnice, tak pomocí digitálních siloměrů.

Přístroje k určování hodnoty síly lze rozdělit do následujících dvou skupin (dle účinků síly na těleso):

1. Deformace pružného tělesa
Zde se vyhodnocuje ohyb, tah, tlak.
2. Změna parametrů měřicího členu
Změna náboje (piezoelektrické snímače), magnetických vlastností (mění se indukčnost, magnetický tok, permeabilita) nebo optických vlastností.

Jak již bylo uvedeno, na základní škole se používají siloměry, které se řadí mezi ty přístroje, kdy síla způsobuje deformaci pružného tělesa (pružina).

Přesnost při odečítání hodnoty je určena jako polovina nejmenšího dílku (záleží na rozsahu siloměru). U digitálních siloměrů je přesnost uvedena od výrobce.



Obrázek 19 Školní siloměry

5. Metody zpracování výsledků

Další kapitola, kterou je potřeba uvést jsou metody pro zpracování naměřených výsledků. Lze je rozdělit na metody početní (numerické) a grafické.

5.1 Početní metody zpracování výsledků měření

Opakovaným měřením se získá soubor navzájem si odpovídajících hodnot veličin x a y . Tyto veličiny lze popsat matematickým vztahem. Tyto vztahy mohou být různé (v nejjednodušších případech se jedná o lineární závislost). Důležité je si uvědomit, že při zpracování výsledků měření se pracuje pouze s přibližnými hodnotami (vlivem nahodilých chyb vznikají při měření odchylky hodnot měřených veličin). Volbou vhodné metody pro zpracování (výpočet) lze zaručit rovnoměrné využití všech jednotlivých měření. Takto zpracované výsledky měření pomáhají dosáhnout konečného výsledku, který je nejvíce pravděpodobný a dokonce umožňují odhadnout chybu, kterou bylo měření zatíženo. [1]

5.1.1 Postupná metoda

Jedná se o způsob zpracování výsledků měření, která byla provedena metodou postupných měření (viz kapitola 2.4.4). Při zpracování výsledků se postupuje takto:

- a) Měření, která byla provedena, se rozdělí do dvou početně stejných skupin (každá skupina obsahuje $n/2=k$ měření). Pokud je počet měření liché číslo, jedno měření vynecháme (zpravidla se vynechává první provedené měření (viz
- b) Tabulka 4)).
- c) Výpočtem se rozdíl měřených veličin Δl . Jedná se o rozdíly mezi hodnotami téhož pořadí z obou skupin (rozdíl mezi první hodnotou z první skupiny a mezi první hodnotou z druhé skupiny). Nejpravděpodobnější hodnotou rozdílu (pomocí celkového počtu vytvořených rozdílů) bude:

$$\bar{\Delta l} = \frac{1}{k} \left(\frac{\Delta l_{k+1} - \Delta l_1}{k} + \frac{\Delta l_{k+2} - \Delta l_2}{k} + \frac{\Delta l_{k+3} - \Delta l_3}{k} + \dots + \frac{\Delta l_n - \Delta l_k}{k} \right) \quad 19$$

Toto lze přepsat následovně:

$$\bar{\Delta l} = \frac{1}{k^2} (\sum_{i=1}^n \Delta l_i - 2 \sum_{i=1}^k \Delta l_i) \quad 20$$

Příkladem měření, které lze zpracovat postupnou metodou je například určení doby kyvu kyvadla. Na základní škole se může uvést jako zajímavost a ukázka postupné metody.

Při použití této metody se neztrácejí žádné naměřené hodnoty, pracuje se zde se všemi naměřenými hodnotami a to umožňuje určit nejpravděpodobnější hodnotu měřené veličiny, ale i pravděpodobnou chybu měření. [1]

5.1.2 Metoda skupinová

Tato metoda se dnes již spíše nahrazuje regresní metodou, ale i přes to se stále používá. Velkou výhodou této metody je poměrná nenáročnost na numerické výpočty. Často je potřeba při měření určitých fyzikálních veličin vyřešit tvar závislosti dvou fyzikálních veličin. Předpokládá se, že veličina y je funkcí veličiny x . Tuto závislost lze vyjádřit analyticky a nejčastěji se předpokládá v polynomickém tvaru:

$$y = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \dots + a_kx^k \quad 21$$

$a_0; a_1; a_2; a_3; \dots; a_k$ jsou konstanty, které se budou určovat výpočtem. Aby se tyto konstanty určily, je potřeba dostatečný počet měření (obecně potřebujeme $k+1$ dvojic $[x_i; y_i]$). Nejprve se určí stupeň polynomu a poté se postupuje analogicky jako v případě polynomu 1. stupně (lineární funkce). Lineární závislost má následující tvar

$$y = kx + q \quad 22$$

Pro určení koeficientu k a q je zapotřebí dvou rovnic.

$$k = tg\alpha \quad 23$$

Koeficient q určuje průsečík přímky s osou y .

Jsou-li k dispozici naměřené hodnoty x a y (počet dvojic je n), dosadí se tyto hodnoty do lineární rovnice. Počet rovnic je n , tyto rovnice rozdělí se do dvou skupin o přibližně stejné velikosti. Poté se rovnice v obou skupinách sečtou a určí se aritmetické průměry všech hodnot x_i a y_i $i = 1, 2, \dots, m$ a poté aritmetické průměry hodnot x a y tentokrát od $m+1$ do n . Dosazením do původních lineárních rovnic se získá soustava dvou rovnic. Poté už nebude dělat větší problémy vypočítat hodnoty k a q . [2]

Skupinová metoda se na základní škole vyskytuje jen zřídka, proto jako příklady uvádím složitější úlohy. Příkladem, při kterém lze použít tuto metodu pro zpracování výsledků je stanovení modulu pružnosti tyče ze závislosti průhybu tyče na velikosti zatěžující síly. [2]

Dalším příkladem může být výpočet závislosti elektromotorického napětí termočlánku měď-konstantan na teplotě. [1]

5.1.3 Interpolační metoda

Touto metodou se určuje hodnota veličiny, která leží mezi dvěma blízkými hodnotami, která jsou z měření známá, zatímco hledanou hodnotu nelze přímo změřit. [1]

Má-li se vypočítat fyzikální veličina y pro hodnotu x , která je rovna x_0 a z měření jsou známé hodnoty y_1 pro x_1 a y_2 pro x_2 ($x_1 < x_0 < x_2$). Pro výpočet se použije následující interpolační vzorec:

$$y_0 = y_1 + \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} (x_0 - x_1) \quad 24$$

Tento vzorec vyjadřuje interpolaci, kterou nazýváme lineární. Vzorec dále udává podmínku, že body $(x_1; y_1)$, $(x_2; y_2)$ a $(x_0; y_0)$ leží na přímce. Lineární interpolace podle tohoto vzorce lze použít[1]:

- a) V případě, kdy veličiny x a y jsou přímo úměrné

- b) V případě, kdy závislost mezi x a y je vyjádřena křivkou, která se znatelně neodchyluje od přímky (ve sledovaném úseku)
- c) V případě, kdy závislost mezi x a y je vyjádřena libovolnou křivkou, ale interpolace je prováděna ve velmi malých intervalech hodnot x (v těchto intervalech lze závislost považovat za přímku)

Velmi často se objevují případy, kdy je funkční závislost natolik složitá, že nelze použít lineární interpolaci. Pro tyto případy byly odvozeny další interpolační vzorce. Zde uvedeme Newtonův vzorec (vztah viz rovnice 26). [1]

Měřením bylo poskytnuto n dvojic hodnot veličin x a y. Určí se stupeň následujícího mnohočlenu a konstantu d (rozdíl sousedních hodnot x).

$$y = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_mx^m \quad 25$$

Úkolem je vypočítat hodnotu y_0 pro $x = x_0$. Interpolovanou hodnotu y_0 získáme z následujícího vzorce:

$$y_0 = y_i + p\Delta^{(1)}y_i + \frac{p(p-1)}{2!}\Delta^{(2)}y_i + \frac{p(p-1)(p-2)}{3!}\Delta^{(3)}y_i + \dots \quad 26$$

Zde se $p = \frac{(x_0 - x_i)}{d}$. [1]

Příkladem může být určení měrné tepelné kapacity c vody z teploty t. Toto měření lze provést i na ZŠ. [1]

Dalším příkladem může být vážení pomocí metody tří kyvů. [2]

5.1.4 Regresní metoda

Úkolem této metody je nalézt vhodnou funkci, která aproximuje závislost mezi naměřenými veličinami. Nejužívanější je metoda nejmenších čtverců. Principem této metody je nalezení takové funkce $f(x)$, při které následující výraz nabývá minimální hodnoty [2]:

$$\sum_{i=1}^n [y_i - f(x_i)]^2 \quad 27$$

Příkladem může být závislost rychlosti na čase pro nerovnoměrný pohyb.

5.2 Grafické zpracování výsledků

Grafické zpracování má svůj velký význam při fyzikálním měření a to hlavně kvůli jeho názornosti. Kdyby bylo absolutně přesné měření, procházel by graf všemi naměřenými body. Jak již bylo uvedeno, měřením se získá pouze přibližná hodnota hledané veličiny, protože jakékoliv měření je zatížené chybou. [2]

Měřením se získá n dvojic x a y , které se zakreslí do souřadného systému Oxy . Tyto body naznačují průběh křivky dané funkční závislosti. Křivkou může být buď přímka (pokud se jedná o lineární závislost) nebo jakákoliv křivka (při složitějších závislostech). Kdyby vedla křivka všemi naměřenými body (tyto hodnoty jsou však zatížené chybou), byla by to zvlněná křivka, která by neodpovídala předpokládanému průběhu hledané závislosti. Křivku je tedy třeba vést plynule a tak, aby se co nejvíc blížila všem bodům a svým tvarem odpovídala skutečnému průběhu měřené závislosti. Znázornění hledané závislosti grafem se nazývá grafickou interpolací. Na rozdíl od početní interpolace, která již byla uvedena, je grafická rychlejší, ale méně přesná. Často se využívá i interpolace, kdy vyznačíme hodnotu veličiny y pro hodnotu x , která ale leží mimo obor vlastního měření. Tomuto způsobu říkáme extrapolace a je třeba si při ní dávat pozor, protože z průběhu skutečně naměřené závislosti se usuzuje na její průběh v oblasti, ve které se neměřilo. [1]

Příkladem může být zpracování výsledků z měření teplotního součinitele elektrického odporu α z měření elektrického odporu R při různých teplotách t . [1]

Při zpracování grafů je třeba se držet určitých zásad [2]:

1. Před grafickým zpracováním se naměřené či vypočtené hodnoty zanesou do tabulky. Při zpracování grafu se držíme této tabulky.

2. Pokud se grafy kreslí ručně, pak se kreslí na milimetrový papír formátu A4 pravítkem a křivítkem. Používá se tužka nebo pero s tenkým hrotem. Grafy lze zakreslovat i do osobního počítače a to pomocí EXCELU (pokud se zakresluje graf pomocí EXCELU, následující body udělá osobní počítač sám) případně jiného vhodného softwaru.
3. Osy se popisují názvy fyzikálních veličin, které se na ně vynášejí a do hranatých závorek se uvede jednotka. Nezávisle proměnná se vynášejí na vodorovnou osu.
4. Dalším bodem je nanést rovnoměrnou stupnici. Stupnice se volí přiměřeně k naměřeným hodnotám. Volí se tak, aby se z grafu pohodlně četlo.
5. Zřetelně se vyznačí body (pozor však na velmi výrazné znaky). Pokud je cílem do grafu uvést více závislostí, lze body jednotlivých závislostí odlišit značkami (*;•; x apod.) či barvou, případně typem čáry.
6. Vyznačenými body se proloží plynulá křivka. Body se z grafu neodstraňují, nýbrž se tam ponechávají. Dbá se na to, aby křivka neměla výrazné skoky nebo zlomy, ale pouze pokud nejsou vyjádřením dané závislosti (např. tání ledu - prudký pokles teploty, frekvenční spektrum piezoelektrických tyčinek, apod.)
7. Do záhlaví grafu se uvede název znázorněné závislosti (případně čísla, abychom se mohli v textu dále odkazovat).

Graf, který vytvořil počítačový program, musí také splňovat všechny výše uvedené body. [2]

Jak již bylo uvedeno grafy lze vytvořit i pomocí počítačového programu EXCEL 2010. Postup pro zpracování dat a vytvoření grafu tímto programem je uveden v Příloze 9.

II. Praktická část

1. Úvod

V této části budou popsána měření základních fyzikálních veličin, které se objevují na základních školách v oblasti mechaniky, bude uveden postup při laboratorních cvičeních a budou zhodnoceny jednotlivé metody měření z hlediska náročnosti (materiálové, časové, dovednostní).

S žáky jsem některé úlohy proměřila, proto zde také uvedu poznatky z těchto měření. Jednalo se o šestý ročník základní školy (škola není nijak přírodovědně zaměřena). Obě šesté třídy jsou převážně chlapecké (z celkového počtu 50 žáků je dohromady pouze 20 dívek). Měření bylo prováděno v běžné třídě (bohužel naše ZŠ není vybavena fyzikální laboratoří), pomůcky sem byly doneseny.

2. Měření základních fyzikálních veličin v mechanice na ZŠ

S fyzikálními veličinami se žáci na základní škole poprvé setkávají v prvním pololetí šestého ročníku. Začíná se měřením délky a přirozeně se postupuje dále. Mezi první kapitoly patří i podkapitola o přesnosti a chybách, které mohou při měření nastat.

2.1 Délka a její měření

Nejjednodušší zařízení pro měření délky je pásové měřidlo, které bývá děleno po 1 mm. Pro přesnější měření se používá posuvné měřítko, u kterého je ale obtížnější čtení. S posuvným měřítkem lze docílit přesnosti 0,1 mm. Pro přesné měření s přesností 0,01 mm se používá mikrometr.



Obrázek 20 Pomůcky používané k měření délky



Zařízení (mechanická), která slouží k měření délek, se velmi často konstruuji v podobě ručičkových přístrojů. Říká se jim indikátory (podle tvaru často indikátorové hodinky) nebo mechanické úchylkoměry. Pro případ měření výšek se využívá katetometrů (špatná přesnost; při laboratorních měření nelze odstranit otřesy podlahy). Malé délky lze zjišťovat i pomocí mikroskopu a to buď pomocí objektivového mikrometru (velmi jemná stupnička umístěná v předmětové rovině mikroskopu, viz obr. 24), nebo pomocí okulárního mikroskopu (jemně vyrytá stupnička je umístěna v předmětové rovině okuláru). [1]

Žákům je vhodné výklad přibližovat pomocí reálných situací. Měření délky lze začít příběhem o tatínkovi, který volá synovi o tom, jakou chytil rybu. Zde si žáci uvědomí, jak je znalost délky důležitá.

Co se týče měření délky na základní škole, je třeba dbát nejprve na to, aby se žáci dokázali správně rozhodnout, které měřidlo mají použít.

Používá se především přímá metoda a to přesněji porovnávací neboli komparační. Porovnává se měřená délka s měřidlem (pravítkem nebo posuvným měřidlem).

Příkladem měření délky může být určení průměru drátu nebo měření dráhy auta pomocí provázku (viz Příloha 3).

Měření délky přímou metodou je jednoduché a tudíž i vhodné pro základní školu. Přikládání vhodného měřidla nepatří ke složitým metodám. Není ani nijak materiálově náročné, když se omezí pouze na základní pomůcky (pravítka, pásové měřidlo). Časově je měření délky nenáročné, nejvíce času zabere výběr vhodného měřidla a opakování měření z důvodu zvýšení přesnosti.

2.2 Hmotnost a její měření

Při měření hmotnosti se ve své podstatě vychází z druhého Newtonova zákona:

$$F = ma \quad 28$$

F je síla působící na těleso a a je zrychlení tělesa. Vzhledem k přesnosti se nejčastěji k určení hmotnosti užívá vážení. Místo zrychlení a máme gravitační zrychlení g (v daném místě je konstantní). Hmotnost se určuje pomocí tíhové síly.

$$F_g = mg \quad 29$$

Tento vzorec se upraví a získá se z něj vztah pro výpočet hmotnosti.

$$m = \frac{F_g}{g} \quad 30$$

Vážení je jedním z nejpřesnějších měření ve fyzice, lze zde dosáhnout bez větších potíží přesnosti až 10^{-6} . [1] Tato přesnost se na základní škole neurčuje.

Opět je třeba žákům vysvětlit, k čemu je dobré znát hmotnost určitých těles.

Měření hmotnosti se na základní škole omezí pouze na vážení pomocí digitálních vah. Dalo by se říci, že se opět používá přímá metoda. Hmotnost by se správně měla měřit na rovnoramenných vahách a metodou tří kyvů. Na základní škole se žákům ukážou rovnoramenné váhy, seznámí se s metodou tří kyvů, ale samotné měření (kdy žáci měří samostatně) se nerealizuje a to z následujících důvodů:

- Na základních školách není dostatečné množství rovnoramenných vah, aby byly alespoň do dvojice (třídy nelze na laboratorní cvičení dělit)
- Časová náročnost měření (na ZŠ není zpravidla výuka fyziky realizovaná pomocí dvouhodin)
- Neukázněnost žáků (šestá třída patří většinou k problémovým vzhledem k přestupu na druhý stupeň ZŠ)

Měření jsem i přes tato fakta provedla (viz Příloha 1, pracovní list viz Příloha 2) a proběhlo podle očekávání špatně. Děti měření nestihly, některé skupiny svou neodbornou manipulací způsobily nefunkčnost rovnoramenných vah.

Metoda tří kyvů je metoda kompenzační a volila bych ji spíše až pro střední školy (důvody viz výše).

Co se týče materiálového vybavení, je to s měřením hmotnosti již složitější. Na většině základních škol není dostatečné množství rovnoramenných vah ani digitálních vah, aby mohlo měřit více žáků najednou. Metoda tří kyvů již je poněkud časově náročná, ale za jednu vyučovací hodinu je stále zvládnutelná. Vážení na digitálních vahách je velmi rychlé.



Obrázek 23 Rovnoramenné váhy



Obrázek 24 Digitální váhy

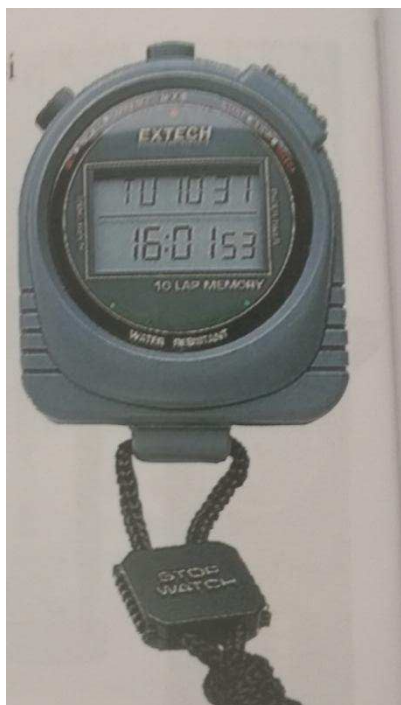
Jako alternativa na základní školy lze využít rovnoramenných vah, ale neřídit se metodou tří kyvů. Stačí pouze vyrovnávat závaží na miskách a snažit se určit nejpřesnější hodnotu hmotnosti závaží.

2.3 Čas a jeho měření

Jedinou možností pro měření času je srovnání s nějakým pravidelně se opakujícím jevem. Např.: astronomický: oběh Země kolem Slunce. K měření se užívají stopky. Ty jsou dvojího druhu a to analogové (ručičkové) a digitální. Nejčastěji se používá metoda postupných měření. Pro přesná měření se využívá digitálních (elektrických) zařízení. [2]

Měření času realizujeme na základní škole pomocí digitálních stopek. Je třeba žáky upozornit na reakční dobu, která musí být započtena do chyby měření.

My jsme měřili čas pouze v úloze určení rychlosti auta na ovládání, kde děti změřily na stopkách čas a poté s ním dále pracovaly.



Obrázek 25 Digitální stopky



Obrázek 26 Analogové stopky

Měření času je jednoduché a rychlé. V dnešní době lze již k měření času používat stopky na mobilních telefonech, ale stále se dbá na to, aby žáci uměli čas měřit i na klasických ručičkových nebo digitálních stopkách.

2.4 Rychlost a její měření

Měření rychlosti rovnoměrného přímočarého pohybu je vlastně měření délky (posuvným měřidlem) a měření časového úseku (stopky). Pro přesnější výsledky využíváme počítačových snímačů nebo zmenšování časových úseků. [1]

Rychlost se určuje přímou metodou dosazením do definice. Nejprve, se ale musí změřit potřebné veličiny a to dráha pomocí pásma (přímá metoda) a čas pomocí stopek (přímá metoda).

Příklad měření rychlosti může být měření rychlosti auta na ovládání (viz Příloha 5).

Tabulka 5 Tabulka pro zápis údajů z měření rychlosti auta

Měření	Naměřená dráha [m]	Naměřený čas [s]	Vypočtená rychlost [m/s]
1.			
2.			
3.			
4.			
5.			
Aritmetický průměr			

Pro měření rychlosti je již potřeba určité materiální vybavení. Je možné získat ho od dětí (vypůjčit si auto na ovládání), ale u složitějších úloh už je to náročnější (rychlost střely – balistické kyvadlo). Měření rychlosti jako takové (proměření jednotlivých potřebných fyzikálních veličin) není na čas nijak náročné. Časově náročnější je poté zpracování výsledků, kdy se musí udělat aritmetické průměry několika veličin a poté dosadit do vzorce.

2.5 Objem a jeho měření

Objem jednoduchých pevných těles (jednoduchých především geometricky) lze určit z délkových rozměrů výpočtem (po měření délek). U látek o známé hustotě můžeme objem získat z vážení. Pro přímé měření se používá odměrný válec. K přesnějšímu měření se používají pyknometry. Dalším možným zařízením na měření objemu kapalin je pipeta. Na každé odměrné nádobě je stupnice, která určuje objem při dané teplotě. [1]



Obrázek 27 Odměrné nádoby

Objem pevných těles se na základní škole měří pomocí odměrného válce, ve kterém je voda. Metoda, kterou se objem měří, je opět přímá.

Odměrným válcem se dá měřit objem jakéhokoli tělesa (viz Příloha 1). Základní příklad je měření objemu pevného tělesa pomocí odměrného válce. [4]

Na každé základní škole je alespoň jedna kádinka se stupnicí nebo alespoň jeden odměrný válec. K měření objemu lze využít i běžných pomůcek jako je odměrka z domácnosti. Měření objemu není nijak zvlášť časově náročné. Objem se sice v odměrném válci měří dvakrát (nejprve samotná kapalina, poté kapalina s tělesem), ale ani toto dvojí měření nezabere moc času.

2.6 Teplota a její měření

Měření teploty je založené na různých principech: roztažnost těles a látek (plyny, kapaliny, kovy – běžně využívané teploměry), změna odporu – pasivní snímače (kovů, polokovů), využití termoelektrického jevu – aktivní snímače, změna kmitočtu rezonátoru s teplotou (podle způsobu použití: dotykové a bezdotykové). [6]

K měření teploty se využívá teploměrů a to jak kapalinových (rtuť, líh), tak digitálních. Při měření teploty se teploměr uvádí do tepelné rovnováhy s měřeným objektem. Základní princip je v roztažnosti látek (látky uvnitř teploměru). Nejčastější jsou skleněné teploměry plněné rtuť, které měří od -35°C do 300°C . [2]

Měření teploty pomocí teploměru nepatří ke složitým metodám, takže je vhodné ho zařadit i na základní školu.

Příkladem úlohy na měření teploty může být dlouhodobé měření venkovní teploty.

Tabulka 6 Tabulka pro měření venkovní teploty

Jméno:	Příjmení:	Třída:		
Datum	Ráno [$^{\circ}\text{C}$]	Odpoledne [$^{\circ}\text{C}$]	Večer [$^{\circ}\text{C}$]	Průměr [$^{\circ}\text{C}$]

Teploměry jsou na každé základní škole, pokud by se přeci jen objevil nedostatek pomůcek k měření, každá domácnost teploměr má. Zde je, ale problém v tom, že se častěji využívá digitálních teploměrů a na nich se žáci odečítání ze stupnice nenaučí. Časově je měření teploty již trochu náročnější. Musí se totiž čekat, až se teplota ustálí (to u některých úloh nějaký čas potrvá). Na měření teploty je třeba vymezit větší časový úsek.



Obrázek 28 Skleněné kapalinové teploměry

2.7 Hustota a její měření

Hustota je definována jako poměr její hmotnosti a objemu, který látka zaujímá. Lze ji určit pomocí přímé i nepřímé metody. [1]

Měření hustoty patří ke složitějším fyzikálním měřením. Měří se buď přímou metodou dosazením do definice, nebo nepřímo z Archimedova zákona. Dosazením do definice můžeme měřit již v šesté třídě základní školy, ale pomocí Archimedova zákona můžeme až v sedmé třídě (až po výkladu Archimedova zákona).

Příkladem je tedy měření hustoty jakéhokoli tělesa, přímou nebo nepřímou metodou (viz Příloha 1).

Měření hustoty přímou i nepřímou metodou vyžaduje pomůcky, které byly již dříve uvedeny, že jsou na školách běžně dostupné (odměrný válec, digitální nebo rovnoramenné váhy). Ovšem měření hustoty vyžaduje poměrně dost času. Nejen na proměření jednotlivých potřebných veličin, ale i dostatečné množství času na zpracování výsledků měření.

2.8 Síla a její měření

Sílu měříme pomocí siloměru a to přímým odečtením hodnot ze siloměru. Pomocí tíhové síly lze určovat i hmotnost a to dosazením do upravené definice.

$$m = \frac{F}{g} \quad 31$$

Příkladem je měření gravitační síly, jakou je přitahováno jakékoli těleso k Zemi (viz Příloha 7).

Siloměr je poměrně rozšířená pomůcka na většině škol, pokud by přeci jen chyběla, zručný učitel ji dokáže vyrobit sám. Měření síly je rychlé a jednoduché.

3. Náročnost jednotlivých metod měření

Zda je konkrétní metoda měření náročná (ať materiálově nebo časově) nelze jednoznačně určit. Velmi to záleží na tom, jakou fyzikální veličinu touto metodou měříme. V následujících podkapitolách uvedu k jednotlivým měřicím metodám jejich časovou i materiálovou náročnost.

3.1 Přímá metoda

Zde se přímo dosazuje do známých vzorců. Tato metoda tedy není nijak obtížná, proto je vhodné ji zvolit i pro žáky základních škol. Úskalí může nastat v úpravách vzorců (nauka o rovnicích je až v 8. ročníku ZŠ) a v dosazovaných jednotkách (problém s převody na základní jednotky).

Přímá metoda je lehce časově náročná hlavně z důvodu následných výpočtů.

3.2 Nepřímá metoda

Zde se již nedosazuje přímo do vzorce, ale zjišťují se veličiny nepřímo (hustota tělesa pomocí Archimedova zákona). Nepřímá metoda rovněž není příliš obtížná, takže je také možné ji zvolit už pro žáky základních škol.

Časově je přibližně stejně náročná jako metoda přímá.

3.3 Metoda absolutní

Metoda absolutní je vhodná až po učivu absolutní hodnoty (aby žáci měli dostatečný teoretický aparát k práci), na základní škole až ve vyšších ročnících (8. a 9. třída). Poté není náročná a lze ji využívat. Pro střední školy je ideální.

Časová náročnost absolutní metody se odvíjí hlavně od následných výpočtů, kde pracujeme s absolutní hodnotou.

3.4 Metoda relativní

Zde už se objevují poměry dvou veličin stejného druhu. Tato metoda již potřebuje určitý cvik. Na základní školu bych ji zařadila jen jako zajímavost (nebo pokud nelze jinak). Pro středoškoláky je tato metoda již více vhodná.

Časově přiměřeně náročná. Nepotřebuje velké množství času navíc.

3.5 Statická metoda

Pomocí této metody lze měřit fyzikální veličinu z hlediska časové změny. Pokud se zajistí podmínka ustáleného stavu, je tato metoda vhodná i pro žáky základní školy. Tato metoda je jednodušší než metoda následující, ale i přes to bych ji zvolila spíše až pro studenty středních škol.

Zde už potřebujeme nějaký čas navíc, abychom docílili ustáleného stavu.

3.6 Dynamická metoda

Měřená veličina se s časem měří. Dynamická metoda je obtížná právě z hlediska časové proměnlivosti, na základní školu bych ji nevolila. Ovšem od střední školy, kdy studenti mají více zkušeností s měřením fyzikálních veličin, už by to nemělo činit problémy.

Časově náročnější metoda hlavně kvůli časové proměnlivosti měřené veličiny.

3.7 Substituční metoda

Metoda substituční se neřadí mezi nejjednodušší metody, proto bych ji volila na základní škole jen v krajním případě (spíše pro zajímavost). Pro studenty středních škol je již vhodnější.

Časově přiměřená metoda, není potřebný určitý čas navíc.

3.8 Metoda kompenzační

Tato metoda opět není jednoduchá. Kompenzaci (neboli vyrovnávání) bych pro žáky základní školy volila pouze jako demonstraci. Příkladem je (jak již bylo uvedeno) měření na rovnoramenných vahách, které pro více početné třídy základních škol je naprosto nereálné provést.

Časově velmi náročná metoda hlavně u žáků, kteří nemají zkušenosti s žádným laboratorním cvičením.

3.9 Interpolační metoda

Pro základní školy je tato metoda (i když je „pouze“ početní) velmi náročná, řekla bych až nevhodná. Volila bych ji tedy až pro studenty středních škol, kteří už mají větší praxi v matematickém zpracování.

Velká časová náročnost na následné výpočty.

3.10 Metoda postupných měření

Tato metoda je hojně využívaná při měření fyzikálních veličin. Stejně jako předchozí metoda, tak i metoda postupných měření spočívá spíše v početním zpracování měření. Tento postup je časově náročnější, ale žáci základní školy by jej měli zvládnout (do určité míry je pro ně jednodušší z hlediska úkonů – nulování měřidla).

4. Laboratorní cvičení

Laboratorní cvičení jsou na některých školách zařazena automaticky jako „hodina fyziky navíc“ nebo jsou už započtena do hodinové dotace. Velký problém s laboratorním cvičením (zejména na základních školách) je ve velkém počtu dětí ve třídě. Velmi špatně se měří s třiceti dětmi.

4.1 Příprava na laboratorní cvičení - učitel

Příprava na laboratorní cvičení je pro učitele velmi náročná. Od učitele se očekává určitá odborně teoretická znalost a připravenost. Učitel musí mít dále přehled o materiálním vybavení školy a o schopnostech žáků. Pozitivní je, i když je učitel manuálně zručný a nesmí mu chybět chuť pro žáky laboratorní cvičení připravit. Příprava probíhá v určitých krocích [7]

- Výběr vhodného fyzikálního měření – učitel musí vybrat takové měření, aby na něj žáci byli dostatečně teoreticky připraveni; měření musí být přiměřené věku a schopnostem.
- Příprava materiálu pro měření – na většině škol je již zřízena speciální učebna pro výuku fyziky, učitel si zde může připravit všechny potřebné pomůcky již den dopředu, může zjistit závady na přístrojích a eventuálně je odstranit nebo přichystat nové pomůcky.
- Proměření každé nové úlohy učitelem – při přípravě pomůcek by měl učitel úlohy i proměřit, aby zjistil, zda je na to dostatek času, zda je to vhodné pro děti, popřípadě něco upraví.
- Příprava zadání úlohy pro žáky – příprava popisu úlohy (pracovní postup, zadané úkoly) a pracovní listy (děti a studenti mají problémy s analýzou textu, s vybráním důležitých informací a jejich následným sepsáním); pracovní list by měl obsahovat otázky na základní informace ohledně měření (pomůcky, veličiny a jejich jednotky, vztahy s jinými veličinami apod.). Dále je dobré, aby obsahoval příslušné tabulky popřípadě schéma úlohy.

- Seznámení s úlohami, poučení o bezpečnosti – děti seznámíme s průběhem měření, seznámíme je se samotnou úlohou a poučíme děti o bezpečnosti (o bezpečnostních problémech, které mohou nastat).
- Ukázka vzorového protokolu – ukážeme správně vyplněný protokol, aby žáci věděli, jak mají ten svůj vyplňovat. Na základní škole se neuzívá termín protokol, ale pracovní list, který má učitel již předpřipravený.
- Praktické měření žáky – učitel prochází učebnu, kontroluje průběh měření, odpovídá na otázky, pomáhá dětem; hlavně na základních školách se ve velké míře ozývá požadavek na dělení tříd na laboratorní cvičení; jeden učitel na třicet měřících žáků je málo.
- Kontrola vypracovaných záznamů měření – na střední škole, kde studenti vypracovávají protokol, je práce učitele při kontrole těžší, protože každý žák má protokol mírně odlišný; na základní škole, kde žákům připravujeme pracovní listy, je kontrola poměrně jednodušší (kontrola prázdných kolonek).
- Seznámení žáků s výsledky jejich práce – hlavní motivací žáků je stále známka, takže je třeba žáky seznámit s tím, jak si při měření a jeho zpracování vedli a udělit jim určitou známku.

V praxi bývá problém v tom, že školy nemají dostatečné materiální vybavení (nebo je vybavení zastaralé), nemají specializovanou učebnu na výuku fyziky a mají velmi početné třídy, takže realizace laboratorního cvičení není tak jednoduchá.

4.2 Příprava na laboratorní cvičení – žák

Na laboratorní cvičení se musí připravit nejen učitel, ale i žáci (za podpory učitele). Zde uvedeme několik důležitých zásad, kterými je potřeba se řídit.

- Správné seznámení s kapitolou, do které měření spadá.
- Seznámit se podrobně a správně pochopit všechny zadané úkoly měření.

- Je třeba určit, jak se budou veličiny měřit a to zejména kvůli chybám (je žádoucí, aby chyba nepřekročila přípustnou hodnotu).
- Seznámit se s přístroji, které budou při měření k zapotřebí (rozsahy, chyby apod.). Zajistit jejich funkčnost a správné uspořádání.
- Zajistit vnější vlivy, které mohou měření ovlivnit. Eliminovat působení vnějších vlivů a popřemýšlet o vlivu a správném započtení do výsledné hodnoty.
- Seznámit se s obsluhou přístrojů (u složitějších úloh s obsluhou jednotlivých částí aparatur).

Příprava je pro laboratorní cvičení velmi důležitá, protože na ní závisí přesnost a průběh následného měření. Velmi často bývá příprava delší a náročnější než samotné provedení měření. Příprava klade důraz na teoretické i praktické dovednosti žáka. [5]

5. Pracovní list k měření pro žáky ZŠ

Pro žáky ZŠ jsou při laboratorních pracích přichystané pracovní listy, které provázejí žáky úlohou (příklad viz Příloha 2, 4, 6 a 8). Do těchto pracovních listů žáci pouze vpisují své výsledky z měření, mají tam i prostor na určité výpočty.

Po vypracování pracovního listu ho žáci odevzdávají ke kontrole a následné klasifikaci. Je nutné žákům ukázat správné řešení a prodiskutovat s nimi jejich chyby.

Pracovní list k měření by měl obsahovat následující náležitosti:

- Hlavička – žáci vyplní jméno, třídu, název úlohy
- Pomůcky – zde děti vypíší všechny pomůcky, které používaly
- Teoretické znalosti – zde by měly být otázky uvozující dané měření, takže otázky na použité fyzikální veličiny (značky, jednotky, definice)
- Výsledky měření – zde by měla být připravena tabulka, do které budou žáci vpisovat hodnoty z měření, následuje řádek na výsledek (vypočtený aritmetický průměr).
- Chyby – na závěr by mělo být alespoň několik řádků, kde žáci zhodnotí své měření a zamyslí se nad chybami.

K sestavení takového pracovního listu jsem se inspirovala pracovními listy, které jsou k dispozici na webových stránkách IQLandie [8]. Zde mají postupy jak si věci vyzkoušet (například pro účinky síly). V pracovních listech pro úlohy s aparaturou Vernier [9] jsou dokonce předkreslená pole pro grafy (mřížka, stupnice apod.). Snažíme se žákům dopřát co nejsrozumitelnější materiál, což je v tomto případě takovýto pracovní list, kde je jen to nejdůležitější co by měly děti znát.

6. Pokyny pro zpracování protokolu z měření na SŠ

Studenti středních škol vypracovávají protokol z provedeného měření. Při zpracovávání protokolu se musí ale dodržovat určitá pravidla.

Vypracovaný protokol musí podat srozumitelnou zprávu o provedeném měření. U takovýchto protokolů se hodnotí nejen obsahová struktura, ale i formální stránka protokolu. Protokol by měl obsahovat následující body (v přesném pořadí): [2]

- Záhloví – zde by mělo být uvedeno, kde měření probíhalo, kdo protokol zpracoval, číslo a název úlohy, může se zde uvést i za jakých podmínek (teplota, vlhkost a tlak) měření probíhalo.
- Pracovní úkol – přesně zadané úkoly, které student najde v zadání úlohy
- Pomůcky – pomůcky a přístroje použité při měření, opět je lze najít v zadání úlohy.
- Obecná (teoretická) část – zde jsou uvedeny základní teoretické informace, které jsou potřebné ke zvládnutí úlohy, což znamená definice a jiné vzorce určující vztahy mezi naměřenými veličinami, jednotky jednotlivých veličin, eventuálně popis použitých metod měření; tato část by měla být stručná.
- Postup měření – zde už podrobně studenti vypisují, co a jak měřili, jak postupovali.
- Naměřené hodnoty – většinou uvedené v přesně pojmenovaných tabulkách.
- Zpracování naměřených hodnot – zde jsou už samotné výpočty s naměřenými veličinami, objevují se zde i výpočty chyb; vše by mělo být jasně popsáno a srozumitelné; studenti se zde mohou odvolávat na teoretickou část nebo mohou vzorce uvést znovu.
- Vyjádření konečných výsledků – konečný výsledek se uvádí i s vypočtenou chybou a s příslušnými jednotkami.
- Zhodnocení měření – shrnutí naměřených hodnot, porovnání s tabulkovými hodnotami, diskuze chyb.

- Seznam literatury

Protokol v dnešní době studenti vypracovávají v elektronické podobě a vytištěný ho odevzdávají. Zpracování hodnot i konečné výsledky jsou často doprovázené grafy, náčrtky apod.

7. Popis provedeného měření

Měření probíhala v běžné třídě. Počet žáků ve třídě na laboratorní měření byl v průměru 25. Děti utvořily skupiny (po dvou až třech nebo třech až čtyřech). Na konci každého měření měli žáci zhodnotit přesnost měření a měli se zamyslet nad problémovými místy (kde mohlo vzniknout nejvíce chyb).

7.1 Měření délky

Délku jsme měřili v šesté třídě. Nejprve jsme, na jedné hodině, teoreticky probrali fyzikální veličinu délka. Žáci se seznámili s jednotlivými měřidly a zopakovali si převádění délkové jednotky. Na další hodině jsme provedli laboratorní cvičení, kdy měli žáci za úkol určit dráhu automobilu, kterou měli nakreslenou na čtvrtce a dále měli určit průměr drátu (viz Příloha 3, pracovní list viz Příloha 4).

K měření dráhy auta měli žáci k dispozici provázek a pravítko. Příkladaly tedy provázek podél nakreslené dráhy auta a tuto vzdálenost poté přenášeli k pravítku, kde zjistili dráhu auta. Měření opakovali (minimálně pětkrát) pro zvýšení přesnosti a z naměřených hodnot určili výslednou hodnotu pomocí aritmetického průměru.

U měření průměru drátu měli žáci k dispozici kromě vzorku drátu i obyčejnou tužku. Průměr drátu zjistili tak, že obmotali několikrát drát kolem tužky, změřili délku obmotané části drátu a vydělili tuto hodnotu počtem závitů. Měření opět několikrát opakovali a poté vypočetli aritmetický průměr.

Měření délky je velmi jednoduché a často se omezuje na přikládání vzorku k správnému měřidlu.

Toto laboratorní měření proběhlo v pořádku. Žákům vymezený čas vystačil. S vyplněním pracovního listu měli žáci malý problém, který jsem následně odstranila doplňujícími otázkami.

7.2 Měření rychlosti

Rychlost se na základní škole objevuje v šesté i v sedmé třídě. Toto měření jsme provedli v šesté třídě po výkladu rychlosti, dráhy a souvislosti dráhy a času. Měřili jsme zde rychlost auta na dálkové ovládání na určitém úseku (viz Příloha 5, pracovní list viz Příloha 6)

Žáci nejprve změřili dráhu, která jim byla vymezena pomocí pásového měřidla (pět hodnot, ze kterých určili aritmetický průměr) a poté měřili čas, za který auto tuto dráhu projede. Čas měřili opět opakovaně, aby se zvýšila přesnost měření. Z vypočtených aritmetických průměrů veličin dráhy a času poté přímou metodou (dosazením do definice) vypočítali rychlost auta na dálkové ovládání. Poté diskutovali o této hodnotě.

Měření rychlosti realizované přímou metodou vyžaduje větší množství místa, ale jinak toto měření není náročné.

Toto měření žáky velmi bavilo, protože měřili rychlost auta na ovládání. Vymezený čas na měření vystačil. Žáci ovšem nestihli doplnit pracovní list v hodině, protože trávili velké množství času s autem na ovládání. S výpočtem rychlosti nebyl žádný problém.

7.3 Měření hmotnosti

Toto měření proběhlo až po výkladu gravitační síly a po výkladu výpočtu tíhové síly. Opět šestá třída (viz Příloha 7, pracovní list viz Příloha 8). Žáci používali dva siloměry, každý s jiným rozsahem. Žáci měli nejprve určit, jakou silou jsou přiložená tělesa přitahována k zemi a poté ze známého vzorce:

$$F = mg$$

32

určit hmotnost jednotlivých těles. Vše si zaznamenávali do tabulky. Proměřovalo se opakovaně a počítal se aritmetický průměr.

Měření hmotnosti pomocí tíhové síly vyžaduje více času, aby se stihlo proměřit vícekrát více těles.

Žáci bohužel nepochopili zadání. Nevěděli, jak pomocí siloměru určit hmotnost tělesa. Po následném objasnění již toto měření proběhlo v pořádku. Vymezený čas postačil i k vyplnění pracovního listu.

7.4 Měření hustoty

Toto měření opět proběhlo v šesté třídě po výkladu objemu, hmotnosti a hustoty. Žáci měli určit hustotu přiloženého kamene. Nejprve, ale museli určit jeho objem (těleso složitého geometrického tvaru) a poté ho zvážit (viz Příloha 1, pracovní list viz Příloha 2). Zvolila jsem zde vážení metodou tří kyvů pomocí rovnoramenných vah, což se později ukázalo jako špatná volba. Na základní školu by bylo lepší zvážení kamene pomocí digitálních vah.

Žáci tedy nejprve vážili na rovnoramenných vahách a výsledky si zaznamenávali do předem připravených tabulek. Poté určovali objem kamene pomocí odměrných válců, kde nejprve měřili vodu bez kamene a poté objem vody s kamenem. Tyto dvě hodnoty následně odečetli, aby získali objem kamene. Veličiny se měřily opakovaně a počítal se opět aritmetický průměr. Poté se přímým dosazením do definice vypočítala hustota kamene.

Pokud by měření probíhalo s jiným tělesem, šlo by po skončení měření ještě porovnat vypočtenou hodnotu s tabulkovými hodnotami a určit z jakého materiálu je měřené těleso vyrobeno.

Vzhledem k vážení na rovnoramenných vahách je toto poněkud náročná metoda a to jak časově, tak materiálně. Po výměně rovnoramenných vah za digitální je toto již přiměřené měření na procvičení získaných vědomostí o hustotě.

S tímto měřením byl značný problém. Žáci úlohy nestihli naměřit, metoda tří kyvů je pro žáky základní školy náročná. Po následném doměření hodnot měli žáci problém s výpočty, i přes opětovné vysvětlení postupu.

7.5 Zjištěné problémy

Při měření jsem narazila na velký problém a to v počtu žáků ve třídě. Větší část třídy neměřila, protože učitel pomáhal jiné skupině. Ideální případ by byl, kdyby bylo možné třídu na laboratorní cvičení rozdělit. To však, bohužel, možné nebylo.

Dalším problémem je materiální vybavení školy. Pomůcek je málo, jsou zastaralé, často až nevyhovující. Žáci s pomůckami neuměli ani pracovat, spíše je ničili, než aby je používali k vypracování zadaného úkolu.

Problém je i ve vyjadřování žáků základních škol. Žáci nejsou schopni vypracovat samostatně protokol z měření, aby měl určitou formu. Proto učitel musí před samotnou hodinou laboratorního cvičení sestavit pracovní list, který bude žáky měřením takříkajíc provázet.

Závěr

V této práci jsem shrnula metody měření, jejich chyby a přístroje používané k měření na základní škole, zvláště v mechanice.

S žáky základní školy jsem proměřila některé fyzikální veličiny různými metodami. Na základě těchto poznatků jsou zde zhodnoceny jednotlivé metody z hlediska materiální a časové náročnosti. V této práci je uveden i stručný přehled fyzikálních veličin, které se na základní škole (v kapitole mechanika) měří a jsou zde uvedené i vzorové úlohy k měření těchto fyzikálních veličin. Lze zde najít i popis problémů, které se mohou při měření objevit. Při jejich znalosti se jich učitel může následně vyvarovat.

Do přílohy jsou zařazeny pracovní listy ke čtyřem laboratorním cvičením a též teoretický úvod k těmto cvičením.

Cíl bakalářské práce jsem splnila. Práce se může stát podpurným materiálem pro přípravu laboratorních prací na ZŠ včetně zpracování výsledků a vyhodnocení měření.

Seznam použitých zdrojů

- [1] Brož, J. a. (1983). *Základy fyzikálních měření (1)*. Praha: Státní pedagogické nakladatelství, ISBN
- [2] Kolektiv autorů (2012). *Úvod do fyzikálních měření*. Liberec: Technická univerzita v Liberci, ISBN 978-80-7372-819-9
- [3] Soukup, J., & Skočilas, J. (2008). *Technická měření*. Ústí nad Labem: Univerzita J. E. Purkyně v Ústí nad Labem, FVTM, ISBN 978-80-7414-002-0
- [4] Fuka J., Kunzfeld J., Novotný J. (1985). *Pokusy z fyziky na základní škole*. Praha: Státní pedagogické nakladatelství, SPN 9-22-11/1
- [5] Fyzikální měření. [online]. Dostupné z:
http://home.pf.jcu.cz/~kriz/index.php?option=com_content&view=article&id=224:fyzmer&catid=55:fpr1&Itemid=27
- [6] Beran V.(2004), *Technická měření*, Plzeň: Západočeská univerzita, ISBN 80-7043-320-5
- [7] Didaktika fyziky – výuka TUL; Mgr. Jan Tuzar
- [8] iQLANDIA Liberec - Pracovní listy. iQLANDIA Liberec - iQLANDIA [online]. Dostupné z: [http://www.iqlandia.cz/cz/iqlandia/skoly/zakladni-informace/pracovni-listy-\(1\)](http://www.iqlandia.cz/cz/iqlandia/skoly/zakladni-informace/pracovni-listy-(1))
- [9] Vernier CZ - experimenty. [online]. Copyright © 2017 [cit. 20.06.2017]. Dostupné z: <http://www.vernier.cz/experimenty/prehled/oblast/video>
- [10] <http://www.hepnar.cz>
- [11] <http://www.verkon.cz>
- [12] <http://www.dumy.cz>
- [13] <http://www.conrad.cz>
- [14] <http://www.verko.cz>

[15] <http://www.vnuf.cz>

Seznam příloh

Příloha 1: Měření hustoty kamene

Příloha 2: Pracovní list k úloze: Měření hustoty kamene

Příloha 3: Měření délky

Příloha 4: Pracovní list k úloze: Měření délky trajektorie a průměru drátu

Příloha 5: Měření rychlosti

Příloha 6: Pracovní list k úloze: Měření rychlosti

Příloha 7: Měření hmotnosti

Příloha 8: Pracovní list k úloze: Měření hmotnosti

Příloha 9: Zpracování dat měření pomocí počítačového programu EXCEL 2010

Příloha 1

Měření hustoty kamene



Obrázek 29 Uspořádání v laboratoři

Pracovní úkol:

1. Zvažte přiložený kámen metodou tří kyvů na laboratorních vahách.
2. Určete objem přiloženého kamene.
3. Z naměřených údajů urči pomocí vzorce hustotu kamene.

Pomůcky: Laboratorní váhy, kámen (není na fotografii z důvodu samostatného přinesení žáky), odměrné válce, sada závaží.

Teorie:

Hustota je odvozená fyzikální veličina, která označuje množství látky v jednotce objemu. Její značkou je ρ a jednotkou je $\frac{kg}{m^3}$. Měřidlem je hustoměr.

Hustotu látek můžeme najít v tabulkách (nebo na internetu). Můžeme jí ovšem také vypočítat a to ze vztahu:

$$\rho = \frac{m}{V}$$

Objem V určíme pomocí odměrného válce. Nalijeme do něj určité množství vody a zapíšeme si tento údaj V_1 (objem). Do této vody vložíme měřený kámen a zapíšeme si i tento údaj V_2 . Výsledný objem zjistíme tak, že odečteme druhý údaj od prvního (větší číslo od menšího). $V = V_2 - V_1$

Hmotnost zjistíme pomocí metody tři kyvů. K této metodě je potřebná následující tabulka:

Vážení	V_1	V_2	V_3		
				$n_0' =$	$n_0 =$
				$n_0'' =$	
$Z_1 =$				$n_1 =$	
$Z_2 =$				$n_2 =$	
$M = (\quad \pm \quad) \text{ g}$					

$$n = \frac{\frac{V_1 + V_3}{2} + V_2}{2}$$

Hodnoty v jsou hodnoty výchylek (jednotlivých tří kyvů).

Hmotnost vypočteme z naměřených hodnot dosazením do následujícího vzorce:

$$M = Z_1 + \frac{Z_2 - Z_1}{n_2 - n_1} \cdot (n_0 - n_1)$$

Postup měření:

1. Určete hmotnost tělesa pomocí metody tří kyvů.
2. Opatrně odaretujte váhy a запиште si druhou, třetí a čtvrtou výchylku vah. Vypočtete n_0 . Nyní dejte o něco větší hmotnost než je hmotnost kamene a znovu odaretujte a запиште si tři čísla a vypočtete n'_0 . Nyní dejte hmotnost o něco menší než je hmotnost kamene a opět opakujte.
3. Nyní vypočtete hmotnost z přiloženého vzorce.
4. Určete objem kamene pomocí odměrného válce. Každý ze skupiny si запише dvě hodnoty (každý bude měření opakovat dvakrát). Ze všech získaných hodnot udělejte aritmetický průměr a určete nejpřesnější hodnotu objemu kamene.
5. Nyní podle vzorce pro hustotu určete hustotu kamene.
6. Zamyslete se nad přesností měření a запиште, kde a jaké se mohly vyskytnout chyby.

Příloha 2

Pracovní list k úloze: Měření hustoty kamene

Jméno:.....Třída:.....

Název úlohy:.....

Které fyzikální veličiny jsou potřeba (název, značka, jednotka):.....

.....

Naměřený objem [cm^3]						
1	2	3	4	5	6	Aritmet. průměr

Hmotnost určená metodou tří kyvů:

Vážení	V_1	V_2	V_3		
				$n_0' =$	$n_0 =$
				$n_0'' =$	
$Z_1 =$				$n_1 =$	
$Z_2 =$				$n_2 =$	
$M = (\quad \pm \quad) \text{ g}$					

Hustotu vypočteme:.....

Vypočtená hustota:.....

Zamyšlení nad chybami:.....

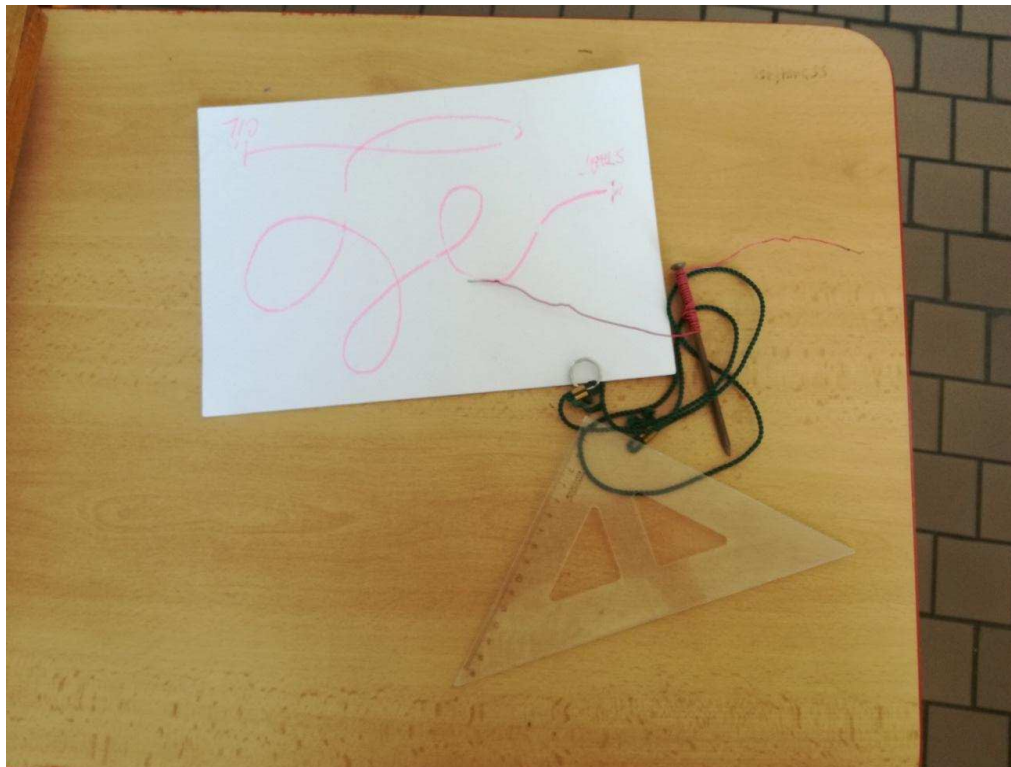
.....

.....

.....

Příloha 3

Měření délky trajektorie a průměru drátu



Obrázek 30 Uspořádání v laboratoři (měření délky)

Pracovní úkol:

1. Určete průměr drátu.
2. Určete délku trajektorie auta.
3. Zhodnoťte chyby při měření.

Pomůcky: Drát, tužka, pravítko, provázek, čtvrtka s trajektorií.

Teorie:

Délka je základní fyzikální veličina označující rozměr tělesa. Měří se pravítkem, mikrometrem, pásmem atd. Značka je l , d a základní jednotkou je metr.

Průměr drátu určíme tak, že drát omotáme několikrát na tužku. Sečteme závity a poté změříme délku namotané části. Výsledný průměr drátu se určí tak, že délku namotané části vydělíme počtem závitů. Označme jako l délku namotané části a n počet závitů. Průměr drátu r vypočteme následovně:

$$r = \frac{l}{n}$$

Délku trajektorie nazýváme dráhou. Značkou dráhy je s a jednotkou je metr. Dráhu auta určíme pomocí provázku a to tak, že provázkem opíšeme křivku na čtvtce (provázek položíme přesně na křivku), provázek natáhneme a pravítkem změříme jeho délku.

Postup měření:

1. Určete průměr drátu. Každý člen skupiny změří délku omotané části dvakrát. Z naměřených hodnot určíme aritmetickým průměrem nejpřesnější hodnotu průměru drátu.
2. Určete délku trajektorie auta. Každý žák změří tuto délku dvakrát. Z naměřených hodnot určíme aritmetickým průměrem nejpřesnější hodnotu dráhy auta.
3. Zamyslete se nad přesností měření a запиšte, kde a jaké chyby se mohly vyskytnout.

Příloha 4

Pracovní list k úloze: Měření délky trajektorie a průměru drátu

Jméno:..... Třída:.....

Název úlohy:.....

Které fyzikální veličiny jsou potřeba (název, značka, jednotka):.....

.....

Naměřený průměr drátu [cm]					
1	2	3	4	5	6

Aritmetický průměr z těchto hodnot:

.....

Naměřená dráha auta [m]					
1	2	3	4	5	6

Aritmetický průměr z těchto hodnot:

.....

Zamyšlení nad chybami:

.....

.....

.....

.....

Příloha 5

Měření rychlosti

Pracovní úkol:

1. Změřte dráhu auta.
2. Změřte čas, po který bude auto projíždět vymezenou dráhu.
3. Určete rychlost auta.
4. Zamyslete se nad chybami.

Pomůcky: Auto na ovládání, pásmo, stopky.

Teorie:

Rychlost je fyzikální veličina se značkou v a jednotkou m/s nebo km/h. Rychlost měří radary nebo tachometr. Umíme ji však i vypočítat a to ze vztahu:

$$v = \frac{s}{t}$$

Abychom tedy mohli určit rychlost určitého tělesa, musíme vědět čas, po který bude projíždět určitou dráhu.

Postup měření:

1. Každý ze skupiny dvakrát změří pásmem vymezenou dráhu s . Z naměřených hodnot určíte aritmetickým průměrem nejpřesnější hodnotu.
2. Každý bude dvakrát měřit čas t , po který auto pojede. Z naměřených údajů opět určíte aritmetickým průměrem nejpřesnější hodnotu.
3. Ze získaných aritmetických průměrů určete podle výše uvedeného vzorce rychlost auta. ($v = \frac{s}{t}$)
4. Zamyslete se nad přesností měření a запиšte, kde a jaké se mohly vyskytnout chyby.

Příloha 6

Pracovní list k úloze: Měření rychlosti

Jméno:.....Třída:.....

Název úlohy:.....

Které fyzikální veličiny jsou potřeba (název, značka, jednotka):.....

.....

Naměřená dráha [m]					
1	2	3	4	5	6

Aritmetický průměr z těchto hodnot:

.....

Naměřený čas [s]					
1	2	3	4	5	6

Rychlost vypočteme:.....

Vypočtená rychlost:.....

Zamyšlení nad chybami:.....

.....

.....

.....

.....

Příloha 7

Měření hmotnosti



Obrázek 31 Uspořádání v laboratoři (měření hmotnosti)

Pracovní úkol:

1. Určete sílu, jakou jsou přitahovány přiložené vzorky k zemi.
2. Určete hmotnost těchto vzorků.
3. Zamyslete se nad chybami měření.

Pomůcky: Siloměry, vzorky.

Teorie:

Síla je fyzikální veličina označující vzájemné působení těles. V této úloze budeme používat sílu tíhovou, jejíž vzorec je následující:

$$F = mg$$

Jednotkou síly je Newton (N).

Siloměr určí velikost síly, kterou je těleso přitahováno k zemi, g je tíhové zrychlení, jehož velikost je 10 N/kg.

Hmotnost tělesa za pomoci tíhové síly vypočítáme tedy následovně:

$$m = \frac{F}{g}$$

Musíme si ale dávat pozor na jednotky, v kterých dosazujeme! Sílu vždy dosazujeme v Newtonech, pak získáme výslednou hmotnost v kilogramech.

Postup měření:

1. Každý člen skupiny učiní pro každý vzorek měření jednou na každém siloměru. Z naměřených hodnot určíte aritmetickým průměrem nejpřesnější hodnotu.
2. Dosazením do vzorce získáme hmotnost jednotlivých vzorků.
3. Zamyslete se nad přesností měření a запиšte, kde a jaké se mohly vyskytnout chyby.

Příloha 8

Pracovní list k úloze: Měření hmotnosti

Jméno:.....Třída:.....

Název úlohy:.....

Které fyzikální veličiny jsou potřeba (název, značka, jednotka):.....

.....

Naměřená síla [N]				
1.	2.	3.	4.	5.

Hmotnost vypočteme:.....

Vypočtená hmotnost [kg]				
1.	2.	3.	4.	5.

Zamyšlení nad chybami:.....

.....

.....

.....

.....

Příloha 9

Postup při zpracování dat a vytvoření grafu pomocí počítačového programu EXCEL 2010.

1. Zapiší se hodnoty do tabulky.
2. V záložce *vložení* se vybere typ grafu (spojnicový, bodový apod.)
3. Klikne se pravým tlačítkem myši do připraveného okna pro graf a vybere se možnost vybrat data
4. Nyní se vybere možnost *přidat* a napíše se náležitosti, které okno nabízí a vybereme data (která jsme před tím vypsali)
5. Klikne se na OK a vygeneruje se graf
6. Přejmenují se osy (podle předchozích pravidel). V nabídce rozložení grafu *Názvy os*.
7. Nakonec se pojmenuje celý graf podle zakreslené závislosti a to tak, že se v záložce grafu vybere *Rozložení* a zde možnost *Název grafu*.
8. Při tisku se umísťuje graf na šířku strany A4.