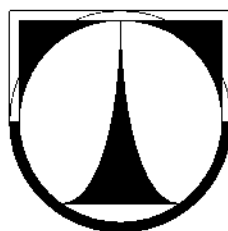


TECHNICKÁ UNIVERZITA V LIBERCI

Fakulta mechatroniky a mezioborových
inženýrských studií



DIPLOMOVÁ PRÁCE

Liberec 2006

Kateřina Nováková

TECHNICKÁ UNIVERZITA V LIBERCI
Fakulta mechatroniky a mezioborových inženýrských studií



Studijní program: M 2612 Elektrotechnika a informatika - magisterské
studium

Studijní obor: 3901T025 Přírodovědné inženýrství

**Frekvenční spektrum tloušťkově kmitajících piezokeramických
měničů**

**Frequency spectrum of piezoceramics resonators oscillating in
thickness mode**

DIPLOMOVÁ PRÁCE

Autor: Kateřina Nováková

Vedoucí: Ing. Josef Novák, Ph.D.

Konzultant: Ing. Martin Pustka, Ph.D.

Liberec 19. 5. 2006

Prohlášení

Byl(a) jsem seznámen(a) s tím, že na mou diplomovou práci se plně vztahuje zákon č. 121/2000 Sb. o právu autorském, zejména § 60 – školní dílo.

Beru na vědomí, že Technická univerzita v Liberci (TUL) nezasahuje do mých autorských práv užitím mé diplomové práce pro vnitřní potřebu TUL.

Užiji-li diplomovou práci nebo poskytnu-li licenci k jejímu využití, jsem si vědom povinnosti informovat o této skutečnosti TUL; v tomto případě má TUL právo ode mne požadovat úhradu nákladů, které vynaložila na vytvoření díla, až do jejich skutečné výše.

Diplomovou práci jsem vypracoval(a) samostatně s použitím uvedené literatury a na základě konzultací s vedoucím diplomové práce a konzultantem.

Datum

Podpis

Poděkování

Chtěla bych vyjádřit své poděkování vedoucímu mé diplomové práce, Ing. Josefu Novákovi, Ph.D. za podporu a odborné vedení.

Další poděkování patří též konzultantovi mé diplomové práce, Ing. Martinu Pustkovi, Ph.D. za velmi užitečné rady ohledně provedení experimentu.

Zvláště děkuji Doc. Ing. Antonínu Potěšilovi, CSc., za jeho velice přínosnou konzultaci ohledně programu ANSYS.

V neposlední řadě mi je ctí poděkovat mým rodičům a prarodičům za jejich morální a finanční podporu během celého mého studia.

Abstrakt

Obsahem této diplomové práce je posouzení vlastností piezokeramických rezonátorů, konkrétně vzorků tvaru disku s dvěma typy přetažené elektrody. Rezonátory jsou vyrobeny z piezoelektrické keramiky PZT, typu PCM 51, výrobcem Piezoceram, s.r.o.

První část práce zahrnuje teoretický popis problému piezoelektřiny, popisuje piezoelektrickou keramiku a piezoelektrický rezonátor a jeho kmity. Je proveden analytický výpočet rezonanční frekvence tloušťkového kmitu u jednoduchého tvaru rezonátoru.

Druhá část práce je věnována experimentu, kde s využitím rezonanční metody jsou provedena měření frekvenčních spekter vzorků a jsou určeny rezonanční frekvence. Zkoumaná oblast kmitočtů je 100 – 3000 kHz. Experiment je zpracován a zhodnocen z několika úhlů pohledu. Jsou posouzeny tvary spekter, planární a tloušťkový koeficient elektromechanické vazby a hodnoty rezonančních kmitočtů. Je hodnocen vliv tvaru elektrody, typu přetažení elektrody a podmínek při polarizaci.

Třetí částí diplomové práce je vytvoření modelů rezonátorů s přetaženou elektrodou pomocí metody konečných prvků v programu ANSYS. Jsou porovnány hodnoty rezonančních kmitočtů základních módů kmitů – radiálního a tloušťkového, získané modální analýzou, s experimentálně zjištěnými kmitočty. Model je kalibrován pro potlačení parazitních rezonancí. Je popsán vliv rozměrů přetažené elektrody na hodnotu rezonančního kmitočtu a „čistotu“ kmitu jako poznatek z modelu.

Klíčová slova

Piezoelektřina

Piezoelektrická keramika

Piezoelektrický rezonátor

Přetažená elektroda

ANSYS

Metoda konečných prvků

Abstract

The content of this Diploma Thesis is to consider the qualities of piezoelectric resonators, especially disc samples with two pulled over electrode types. The resonators are made from piezoelectric ceramics PZT, type PCM 51, by Piezoceram, s.r.o.

The first part of the work covers theoretical description of piezoelectricity, describes piezoelectric ceramics and piezoelectric resonator and its modes. There is made an analytical calculation of the resonant frequency of the simple shaped resonator oscillating in the thickness mode.

The second part of the work is devoted to the experiment where measuring of the samples frequency spectra is made and resonant frequencies are determined. The resonant method is used. Examined frequency band is 100 – 3000 kHz. The experiment is worked up and summarized from several frames of reference. There are considered shapes of the spectra, planar and thickness electromechanical coefficient, values of the resonant frequencies. It is assessed shape of the electrode, type of the pulled over electrode and conditions during the polarization influence.

The third part of The Diploma Thesis is building resonators models with the pulled over electrode with helping of The Finite Element Method in the program ANSYS. There are compared values of the basic mode – radial and thickness – resonant frequencies from the modal analysis with the experiment ones. Model is calibrated for elimination of the parasitic resonant frequencies. There is described dimensions of the pulled over electrode influence on the value of the resonant frequency and on the mode fineness.

Keywords

Piezoelectricity

Piezoelectric ceramics

Piezoelectric resonator

Pulled over electrode

ANSYS

Finite Element Methode

Obsah

Seznam použitých symbolů	8
Úvod	11
1 Teoretická část	13
1.1 Piezoelektrický jev	13
1.2 Piezoelektrická keramika	13
1.3 Lineární piezoelektrické stavové rovnice	17
1.4 Piezoelektrický rezonátor	19
1.4.1 Kmitání piezoelektrického rezonátoru	19
1.4.2 Náhradní elektrický obvod piezoelektrického rezonátoru	20
1.4.3 Analytický výpočet rezonanční a antirezonanční frekvence tloušťkově kmitajícího piezoelektrického rezonátoru	23
2 Experimentální část	32
2.1 Popis měřených vzorků	32
2.2 Měřicí metoda	34
2.3 Výsledky měření a diskuse výsledků	37
2.3.1 Sada vzorků s rovnou přetaženou elektrodou	38
2.3.2 Sada vzorků s půlkruhovou přetaženou elektrodou	44
2.3.3 Rovné vs. půlkruhové přetažení elektrody	49
3 FEM model	53
3.1 Geometrie měniče	53
3.2 Materiálové parametry	54
3.2.1 Použitá data	54
3.2.2 Způsob zadávání materiálových dat do modelu v ANSYSU	56
3.3 Tvorba sítě konečných prvků	57
3.4 Model frekvenčního spektra – modální a harmonická analýza	58
3.5 Návrh na potlačení parazitních rezonancí	63
Závěr	69
Literatura	70

Seznam použitých symbolů

A, B, C	integrační konstanty	
a_1	vzdálenost rovné přetažené elektrody od okraje rezonátoru	[m]
a_2	vzdálenost horní elektrody od okraje rezonátoru	[m]
b	šířka vzorku	[m]
C_0	statická kapacita piezoelektrického rezonátoru	[F]
C_h	kapacita dynamické větve náhradního obvodu rezonátoru	[F]
$c_{ijkl}, c_{\lambda\mu}$	složky tenzoru elastických modulů	[N m ⁻²]
$c_{\lambda\mu}^D$	složky tenzoru elastických modulů při konstantním elektrickém posunutí	[N m ⁻²]
$c_{\lambda\mu}^E$	složky tenzoru elastických modulů při konstantní intenzitě elektrického pole	[N m ⁻²]
d	průměr vzorku	[m]
D_i	složky vektoru elektrické indukce	[C m ⁻²]
$d_{ijk}, d_{i\lambda}$	složky tenzoru piezoelektrického koeficientu	[C N ⁻¹]
E_j	složky intenzity elektrického pole	[V m ⁻¹]
$e_{ijk}, e_{i\lambda}$	složky tenzoru piezoelektrického modulu	[N C ⁻¹]
f_a	antirezonanční kmitočet	[Hz]
f_h	rezonanční kmitočet kmitů h -tého řádu	[Hz]
f_m	kmitočet odpovídající minimální absolutní hodnotě impedance	[Hz]
f_n	kmitočet odpovídající maximální absolutní hodnotě impedance	[Hz]
f_p	paralelní rezonanční kmitočet	[Hz]
f_r	rezonanční kmitočet odpovídající nulové reaktanci elektrického náhradního obvodu	[Hz]
f_s	sériový rezonanční kmitočet	[Hz]
$g_{ijk}, g_{i\lambda}$	složky tenzoru piezoelektrického koeficientu	[m ² C ⁻¹]
h	řád rezonance, resp. antirezonance	
$h_{ijk}, h_{i\lambda}$	složky tenzoru piezoelektrického modulu	[V m N ⁻¹]
I_p	posuvný proud	[A]

k, k_r, k_a	vlnové číslo, při rezonanci, při antirezonanci	$[\text{m}^{-1}]$
k_p	planární koeficient elektromechanické vazby	
k_t	tloušťkový koeficient elektromechanické vazby	
k_{ijk}, k_{ijk}	složky tenzoru koeficientu elektromechanické vazby	
K	koeficient kvality pro určení rezonančního kmitočtu v modelu	
l	délka vzorku	$[\text{m}]$
L_h	indukčnost náhradního obvodu rezonátoru	$[\text{H}]$
$\vec{P}$	vektor elektrické polarizace	$[\text{C m}^{-2}]$
Q_h	činitel jakosti rezonátoru	
R_h	odpor náhradního elektrického obvodu rezonátoru	$[\Omega]$
$R_h(\omega), R_h(f)$	reálná část impedance náhradního elektrického obvodu rezonátoru v okolí h -té rezonance	$[\Omega]$
S_{kb}, S_λ	složky tenzoru mechanické deformace	
$s_{ijk}, s_{\lambda\mu}$	složky tenzoru elastických koeficientů	$[\text{m}^2 \text{N}^{-1}]$
$s_{\lambda\mu}^D$	složky tenzoru elastických koeficientů při konstantní elektrické indukci	$[\text{m}^2 \text{N}^{-1}]$
$s_{\lambda\mu}^E$	složky tenzoru elastických koeficientů při konstantním elektrickém poli	$[\text{m}^2 \text{N}^{-1}]$
t	tloušťka vzorku	$[\text{m}]$
T_{ij}, T_μ	složky tenzoru mechanického napětí	$[\text{N m}^{-2}]$
T_C	Curieova teplota	$[\text{°C}]$
u_1, u_2, u_3	posunutí ve směrech x_1, x_2, x_3	$[\text{m}]$
U	elektrické napětí	$[\text{V}]$
U_{MD}	elektrické napětí mezi deskami piezoelektrického rezonátoru	$[\text{V}]$
v	rychlost rovinné vlny	$[\text{m s}^{-1}]$
$\text{tg} \delta$	činitel dielektrických ztrát	
x_1, x_2, x_3	souřadné osy	
$X_h(\omega), X_h(f)$	imaginární část impedance náhradního elektrického obvodu rezonátoru v okolí h -té rezonance	$[\Omega]$
Y	admitance piezoelektrického rezonátoru; reálná složka admitance	$[\text{S}]$

$\hat{Z}(j\omega), Z_h(j\omega)$	impedance náhradního obvodu piezoelektrického rezonátoru, okolí h -té rezonance	[Ω]
$ Z_h(\omega) , Z_h(f) $	modul impedance náhradního elektrického obvodu rezonátoru v okolí h -té rezonance	[Ω]
$\beta_{ij}^S, \beta_\mu^S$	složky tenzoru impermitivity při konstantní deformaci	[m F ⁻¹]
$\beta_{ij}^T, \beta_\mu^T$	složky tenzoru impermitivity při konstantním mechanickém napětí	[m F ⁻¹]
ϵ_0	permitivita vakua, $8,8542 \cdot 10^{-12}$	[F m ⁻¹]
ϵ_{ij}	složky tenzoru permitivity	[F m ⁻¹]
ϵ_{ij}^S	složky tenzoru permitivity při konstantní mechanické deformaci	[F m ⁻¹]
ϵ_{ij}^T	složky tenzoru permitivity při konstantním mechanickém napětí	[F m ⁻¹]
$\epsilon_r, \epsilon_{ij}/\epsilon_0$	relativní permitivita	
Θ	termodynamická teplota	[K]
ρ	hustota materiálu	[kg m ⁻³]
σ^E	Poissonovo číslo	
σ	entropie	[J K ⁻¹]
φ_k	elektrický potenciál	[V]
τ	čas	[s]

Úvod

Pod pojmem piezoelektrický rezonátor neboli piezoelektrický měnič, je chápána destička nebo tyčinka vybroušená z piezoelektrické látky, opatřená na vhodných plochách dvěma nebo více elektrodami a kmitající v rytmu harmonického napětí připojeného na elektrody v blízkosti své vlastní rezonanční frekvence. Piezoelektrické rezonátory jsou důležitým stavebním prvkem mnoha moderních technických zařízení. S využitím piezoelektrického jevu převádí mechanické kmity na elektrické a naopak. Od samého počátku vzniku i v dalším období svého rozvoje jsou úzce spojeny s oblastí radioelektroniky. Zpočátku byly používány hlavně pro zvýšení stability kmitočtu radiokomunikačních zařízení [1]. V dnešní době vedle tradičních aplikací v oscilačních a filtračních obvodech nacházejí uplatnění jako rezonanční snímače neelektrických veličin, jsou hlavní součástí piezoelektrických aktuátorů, ultrazvukových motorů a piezoelektrických transformátorů [2].

Cílem této diplomové práce a potažmo i výzkumu prováděného na Katedře elektromechanických systémů Technické univerzity v Liberci je posouzení vlastností tloušťkově kmitajících rezonátorů tvaru disku s přetaženou elektrodou (Obr. 2.2, 2.3) v závislosti na konfiguraci elektrod. Je zkoumán i kmit radiální pro větší množství informací o rezonátoru. Vlastnosti piezoelektrických rezonátorů jsou úzce vázány s vlastnostmi látek, z kterých jsou rezonátory zhotoveny. Velmi výrazně se přitom uplatňují mechanické, dielektrické a piezoelektrické vlastnosti [1]. Zkoumané vzorky jsou vyrobeny z piezoelektrické keramiky PZT, typu PCM 51, která je řazena mezi keramiku „měkkou“ („soft“ PZT).

Tato práce shrnuje teoretické poznatky o problematice kmitání piezoelektrických rezonátorů, získané prostudováním uvedených materiálů a konzultacemi, výsledky rezonančních měření, obsahující porovnání frekvenčních spekter rezonátorů s rovným a půlkruhovým dělením přetažené elektrody. Ve srovnání je zahrnuta celá řada aspektů, ovlivňující vlastnosti rezonátoru, jako je tvar spektra v okolí rezonančního kmitočtu, hodnoty rezonančních frekvencí a koeficienty elektromechanické vazby. Zmíněnými aspekty je právě konfigurace elektrod, typ přetažení a podmínky při polarizaci keramiky (polarizační napětí a teplota). Je třeba tato měření a porovnání provést, neboť pro výrobu rezonátorů je důležitý optimální tvar a konfigurace elektrod, ať už z důvodu zvýšení kvality rezonátoru, tak z důvodů ekonomických.

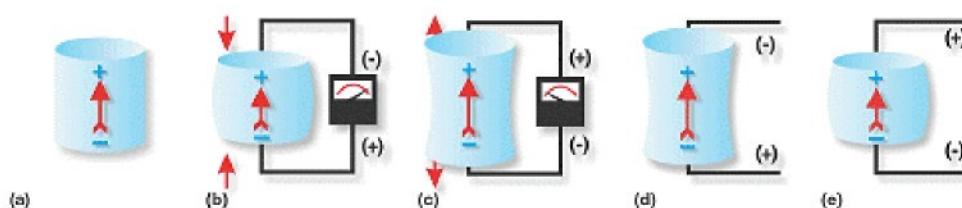
Model rezonátoru vhodně doplňuje provedená měření. Za předpokladu, že se model v rámci tolerancí shoduje s realitou (experimentem provedeným s reálnými rezonátory), je ho velmi výhodné vytvářet a využívat, neboť umožňuje změnu nejrůznějších parametrů bez toho, aniž by bylo nutné vyrobít nový rezonátor a znovu měřit. Podstatně se tak zlevňuje proces optimalizace výroby rezonátorů, která se týká hlavně rozměrů rezonátoru, materiálových parametrů a konfigurací elektrod.

1 Teoretická část

1.1 Piezoelektrický jev

Piezoelektrický jev objevili a v roce 1880 popsali bratři Curieové u monokrystalů turmalínu [1], [3]. Jev spočívá ve schopnosti anizotropních látek vytvořit elektrické pole (vznik elektrické polarizace) vlivem mechanické deformace. Tento efekt se nazývá přímý piezoelektrický jev. Vznik mechanické deformace vlivem působení elektrického pole se nazývá převrácený piezoelektrický jev (Obr. 1.1).

Piezoelektrické materiály tedy mění elektrickou energii na mechanickou energii a naopak. Piezoelektrika se vyskytuje u nevodivých krystalických materiálů, které nemají střed symetrie. Je omezena pouze na 20 krystalových tříd z celkových 32. Pro uplatnění je nezbytné, aby se látky vyskytovaly v přírodě ve tvaru monokrystalů s dostatečně málo defektními částmi, nebo aby z nich dokonalé monokrystaly či polykrystalické struktury bylo možno uměle připravit. Piezoelektrické látky patří do skupiny látek pevných.

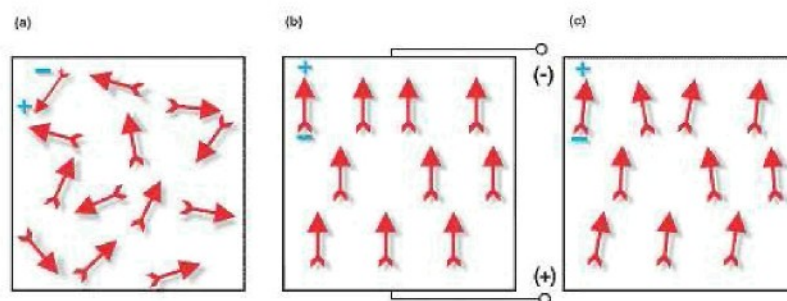


Obr 1.1: *Přímý a převrácený piezoelektrický jev; a) zpolarizovaný vzorek z piezoelektrické látky, b), c) reakce vzorku – vznik elektrického náboje na přiložené mechanické napětí, d), e) reakce vzorku – vznik mechanické deformace na přiložené elektrické napětí [4].*

1.2 Piezoelektrická keramika

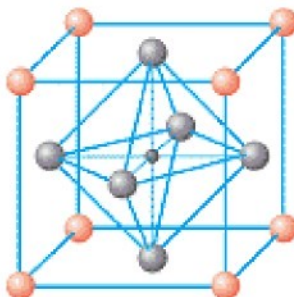
Nedokonalé vlastnosti klasických monokrystalických materiálů pro některé aplikace vedly k využívání jiných piezoelektrických materiálů, kam patří polykrystalická piezoelektrika a mezi nimi i piezoelektrická keramika. Je to materiál rezonátorů, jimž je věnována tato práce. Konkrétní typ zkoumané keramiky je PCM 51, který patří mezi

keramiku PZT a řadí se mezi keramiku „měkkou“. PZT keramika je nejvíce rozšířenou piezoelektrickou keramikou [5]. Je to tuhý roztok zirkoničitan-titaničitanu olovnatého $\text{Pb}(\text{Zr}_x\text{Ti}_{1-x})\text{O}_3$. Tvoří ji jednotlivá silně piezoelektrická zrna, která nahodile uspořádaná ruší celkovou spontánní polarizaci a látka se navenek jeví jako izotropní. Aby se stala piezoelektrickou, musí být např. vystavena působení silného vnějšího elektrického pole, které vyvolá polarizaci keramiky, tj. uspořádání doménové struktury tak, aby polární osy krystalů odpovídaly symetrii, která je nejbližší směru přiloženého elektrického pole. Po polarizaci se izotropní keramika změní v anizotropní (Obr. 1.2). Obdobně jako monokrystal reaguje lineárně na malé přiložené elektrické pole nebo mechanické napětí [1].

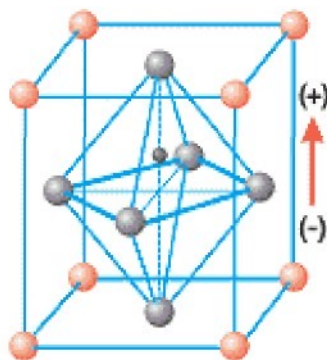


Obr 1.2: Změna izotropní struktury v anizotropní; a) nahodile uspořádaná piezoelektrická zrna, b) polarizace keramiky elektrickým polem, c) zbytková polarizace po odpojení elektrického pole [4].

Krystalová symetrie piezoelektrické keramiky je ∞mm , bez ohledu na to, která látka ji tvoří. Keramika vykazuje tzv. *perovskitovskou strukturu* (Obr. 1.3, 1.4).



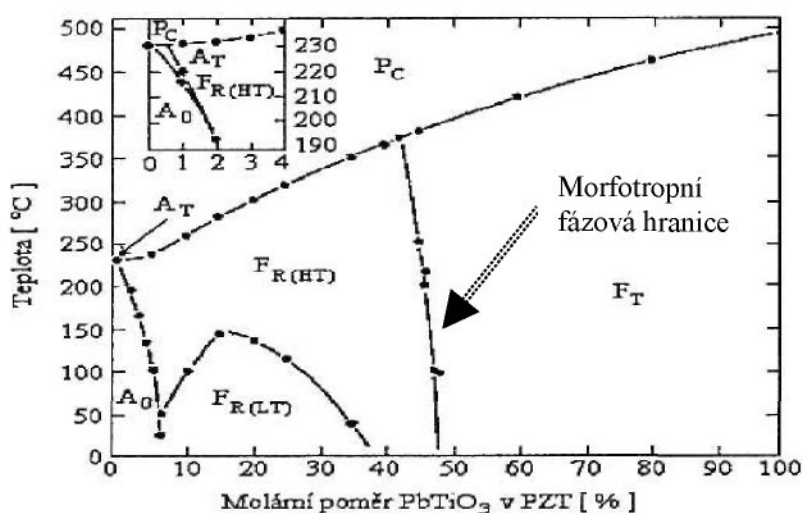
Obr. 1.3: Základní buňka perovskitovské struktury tuhého roztoku PZT nad Curieovou teplotou T_C – kubická fáze. V polohách červených jsou umístěny ionty Pb^{2+} , v polohách modrých O^{2-} a uprostřed se střídají ionty Zr^{4+} a Ti^{4+} [4].



Obr. 1.4: Základní buňka perovskitovské struktury tuhého roztoku PZT pod Curieovou teplotou T_C – tetragonální, popř. romboedrická fáze [4].

Kubická fáze je paraelektrická. Při poklesu teploty pod Curieovu teplotu T_C se neudrží původní stav a středové atomy se vysunou ze své polohy. Elementární buňka ztrácí svůj střed symetrie a kubická struktura se deformuje na tetragonální (Obr. 1.4). Vznikne elementární dipól. Všechny buňky, jejichž ionty se vychýlí přibližně stejným směrem, vytvoří domény [3]. Látka se tak stává feroelektrickou, před zpolarizováním keramiky je však nepiezoelektrická.

Krystalická struktura $\text{Pb}(\text{Zr}_x\text{Ti}_{1-x})\text{O}_3$ je dána, jak už bylo naznačeno obrázky 1.3 a 1.4, teplotou, ale také molárním objemem x iontů Zr^{4+} v materiálu, což je znázorněno tzv. *fázovým diagramem PZT* (Obr. 1.5). Tento objem je u každého výrobce různý a je jeho výrobním tajemstvím.



Obr 1.5: Fázový diagram piezoelektrické keramiky PZT [6].

Při teplotě T_C (pro PCM 51 je udáváno $T_C = 340^\circ\text{C}$ [7]) dochází ke změně kubické paraelektrické fáze P_C ve feroelektrickou fázi F a naopak. A je pak fáze antiferoelektrická. Za povšimnutí stojí tzv. *morfotropní fázová hranice*, která rozděluje feroelektrickou fázi na dvě části – oblast tetragonální („titanové“) a romboedrické („zirkonové“) fáze. Molární poměr PbTiO_3 v PZT je zde cca 47% - 53%. Právě na této hranici leží nejvyšší koeficient elektromechanické vazby a piezoelektrický koeficient d_{33} , které jsou určující pro kvalitu piezoelektrické keramiky a o kterých bude pojednáno později.

Morfotropní fázová hranice není ostrá tak, jak ukazuje Obr 1.5. Koexistují zde dvě zmíněné feroelektrické fáze – romboedrická F_R , které odpovídá keramika měkká, kam patří i zkoumaná keramika PCM 51, a tetragonální F_T , které odpovídá keramika tvrdá. Srovnání vlastností měkké a tvrdé piezoelektrické keramiky shrnuje Tabulka 1.1. Stručně by se dalo říci, že tvrdá keramika musí být zpolarizována větším elektrickým polem než měkká, ale fázový přechod nastává při vyšších teplotách. Je tedy použitelná pro více aplikací díky své vyšší stabilitě. Uplatňuje se např. tam, kde je třeba vysokých frekvencí a vysokého elektrického napětí a výkonu. Naproti tomu měkká keramika dosahuje při stejném elektrickém poli větších posunutí. Při výběru piezoelektrické keramiky je nutno přihlédnout přímo k funkci a požadavkům konkrétní technické aplikace [4], [5], [6].

Tabulka 1.1: Srovnání některých důležitých vlastností měkké a tvrdé keramiky [4].

Vlastnosti keramiky	Měkká keramika	Tvrdá keramika
Piezoelektrické konstanty	vyšší	nižší
Permitivita	vyšší	nižší
Dielektrické ztráty	vyšší	nižší
Koeficient elektromechanické vazby	vyšší	nižší
Koeficient jakosti	nízký	vysoký
Koercitivní pole	nízké	vysoké
Linearita	horší	lepší
Polarizace / Depolarizace	jednodušší	obtížnější

1.3 Lineární piezoelektrické stavové rovnice

Piezoelektrické jevy kvantitativně vystihují dvě dvojice veličin. První jsou mechanické veličiny – složky tenzoru deformace S_{kl} ($k, l = 1, 2, 3$) a tenzoru napětí T_{ij} ($i, j = 1, 2, 3$) a druhé jsou elektrické veličiny – složky vektoru elektrického pole E_j ($j = 1, 2, 3$) a složky vektoru elektrického posunutí D_i ($i = 1, 2, 3$). Mezi sebou souvisí s vztahy:

$$T_\lambda = c_{\lambda\mu} S_\mu \quad (\lambda, \mu = 1, 2, \dots, 6) \quad (1.1)$$

$$S_\lambda = s_{\lambda\mu} T_\mu \quad (\lambda, \mu = 1, 2, \dots, 6) \quad (1.2)$$

$$D_i = \varepsilon_{ij} E_j \quad (i, j = 1, 2, 3) \quad (1.3)$$

$$E_i = \beta_{ij} D_j \quad (i, j = 1, 2, 3) \quad (1.4)$$

Rovnice (1.1) a (1.2) jsou nazývány zobecněným Hookovým zákonem. Mechanické vlastnosti látek jsou charakterizovány elastickými moduly c_{ijkl} nebo koeficienty s_{ijkl} (v rovnicích je použito Voightovo zkrácené značení indexů [1]). Jsou to tenzory čtvrtého řádu a jsou symetrické. Mechanické napětí a deformace jsou symetrické vzhledem k tenzoru elastických modulů / koeficientů.

Elektrické vlastnosti jsou charakterizovány permitivitou ε_{ij} nebo impermitivitou β_{ij} . V uvedeném značení je ε_{ij} dáno součinem relativní permitivity ε_r a permitivity vakua ε_0 .

U piezoelektrických látek je elektrická polarizace vyvolána nejen působením elektrického pole, ale též působením mechanického napětí nebo v důsledku deformace látky. Uvedené veličiny jsou tak díky piezoelektrické svázané čtyřmi rovnocennými soustavami *lineárních piezoelektrických stavových rovnic* [1], které popisují přímý a převrácený piezoelektrický jev:

$$T_\lambda = c_{\lambda\mu}^E S_\mu - e_{j\lambda} E_j \quad (1.5)$$

$$D_i = e_{i\mu} S_\mu + \varepsilon_{ij}^S E_j \quad , \quad (1.6)$$

$$T_\lambda = c_{\lambda\mu}^D S_\mu - h_{j\lambda} D_j \quad (1.7)$$

$$E_i = -h_{i\mu} S_\mu + \beta_{ij}^S D_j \quad , \quad (1.8)$$

$$S_\lambda = s_{\lambda\mu}^E T_\mu + d_{j\lambda} E_j \quad (1.9)$$

$$D_i = d_{i\mu} T_\mu + \varepsilon_{ij}^T E_j \quad , \quad (1.10)$$

$$S_\lambda = s_{\lambda\mu}^D T_\mu + g_{j\lambda} D_j \quad (1.11)$$

$$E_i = -g_{i\mu} T_\mu + \beta_{ij}^T D_j \quad , \quad (1.12)$$

kde $\lambda, \mu = 1, 2, \dots, 6$ a $i, j = 1, 2, 3$

Uvedené rovnice platí pro izotermické a adiabatické děje, tedy teplota Θ či entropie $\sigma = \text{konst.}$ Jsou platné pro lineární stavy, tzn. velmi malá elastická posunutí reagující na elektrické pole. Elastické konstanty tak mohou být definovány pro konstantní elektrické pole, či konstantní elektrické posunutí ($s_{\lambda\mu}^E, s_{\lambda\mu}^D$). Permittivita a impermittivita je pak definována pro konstantní mechanické napětí nebo mechanickou deformaci ($\varepsilon_{ij}^T, \varepsilon_{ij}^S$).

Piezoelektrické vlastnosti jsou charakterizovány piezoelektrickým koeficientem $d_{j\lambda}$ či $g_{j\lambda}$ nebo piezoelektrickým modulem $e_{j\lambda}$ či $h_{j\lambda}$. První index vždy určuje směr působícího nebo vyvolaného elektrického pole a druhý, podle toho zda jde o přímý či nepřímý piezoelektrický jev, směr vyvolané deformace ($\lambda = 1, 2, 3$), rovinu stříhu ($\lambda = 4, 5, 6$) či směr působícího mechanického napětí nebo rovinu, v níž toto napětí působí.

Všechny tyto materiálové konstanty jsou druhými derivacemi příslušných termodynamických potenciálů (např. vnitřní energie, volná energie, entalpie, Gibbsův potenciál), které vyjadřují změnu energie v objemové jednotce dané piezoelektrické látky.

Bylo zmíněno výše, že piezoelektrická keramika má symetrii ∞mm . Popsané tenzory materiálových parametrů mají určité členy vzhledem k této symetrii nulové. Pro přehlednost se všechny materiálové parametry piezoelektrické látky zapisují v tzv. *elasto-piezo-dielektrické matici*, která, přiřazená symetrii keramiky, má tvar:

$$\begin{pmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{13} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & d_{31} \\ s_{12} & s_{11} & s_{13} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & d_{31} \\ s_{13} & s_{13} & s_{33} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & d_{33} \\ 0 & 0 & 0 & s_{44} & 0 & 0 & 0 & d_{15} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & s_{44} & 0 & d_{15} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & s_{66} & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & d_{15} & 0 & \varepsilon_{11} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d_{15} & 0 & 0 & 0 & \varepsilon_{11} & 0 \\ d_{31} & d_{31} & d_{33} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \varepsilon_{33} \end{pmatrix}$$

1.4 Piezoelektrický rezonátor

Co je chápáno pod pojmem piezoelektrický rezonátor, je řečeno již v úvodu práce. Nyní bude o tomto tématu pojednáno více. Bude zmíněno kmitání rezonátorů, náhradní obvod rezonátoru a proveden analytický výpočet rezonanční frekvence jednoduchého rezonátoru kmitajícího prostým tloušťkovým kmitem.

1.4.1 Kmitání piezoelektrického rezonátoru

Piezoelektrický rezonátor může kmitat řadou jednoduchých nebo vzájemně vázaných módů kmitů různých řádů. Vlivem anizotropních vlastností materiálu a přítomnosti elektrického pole dochází často k silné vazbě různých módů a výsledné spektrum kmitů je poměrně komplikované [2]. To platí zejména u tloušťkového kmitu, jehož čistota velmi závisí na rozměrech rezonátoru. Není tak vůbec jednoduché kvalitní rezonátory navrhovat.

Podstatou návrhu piezoelektrického rezonátoru je určení základních modálních parametrů – vlastní (rezonanční) frekvence a vlastního tvaru kmitu. Například u rezonátorů určených pro použití v radiotechnice nebo akustice je zásadní velikost a stabilita rezonanční frekvence a vzájemná vazba nebo odstup sousedních módů kmitů [2].

Rostoucí význam piezoelektrických rezonátorů v technické praxi klade nároky na přesnost jejich provedení. Hlavními faktory ovlivňujícími módy kmitů jsou tvar a rozměry rezonátoru (většinou poměr šířka/ tloušťka, průměr/ tloušťka apod.) a konfigurace elektrod, použitý materiál a u monokrystalů orientace krystalového řezu. U keramiky je to směr vektoru polarizace, vzniknuvšího přiloženým elektrickým polem. Vhodnou kombinací těchto veličin je možné zvýraznit požadovaný mód kmitu a potlačit blízké nežádoucí módy – tzv. *parazitní rezonance*.

V průběhu konstrukce rezonátoru je nutné provést úplnou analýzu spektra kmitů pro různé hodnoty geometrických a materiálových parametrů. Obvyklým postupem je analytické řešení rovnic, vycházejících z aproximačních teorií popisujících kmitu piezoelektrických desek [1], často doplněné matematickým modelováním pomocí metody konečných prvků. Je výhodné vhodně použít podpůrný software. Nakonec je vše nutno

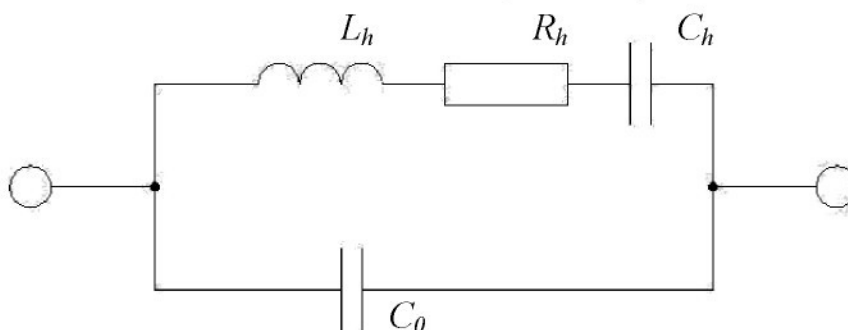
ověřit experimentem na vyrobeném vzorku. Pakliže se rezonátor osvědčí, lze ho uvést do praxe. Některá provedení piezoelektrických rezonátorů jsou znázorněna na Obr. 1.6.



Obr 1.6: *Rezonátory z piezoelektrické keramiky [7].*

1.4.2 Náhradní elektrický obvod piezoelektrického rezonátoru

Elektrické vlastnosti piezoelektrického rezonátoru lze vyjádřit nekonečným počtem paralelně spojených rezonančních elektrických obvodů, složených z odporů R_i , indukčností L_i , kapacit C_i a kapacity C_0 [1]. V praxi je povětšinou stěžejní chování piezoelektrického rezonátoru v okolí h -té rezonance. Zde lze piezoelektrický rezonátor nahradit paralelním spojením sériového rezonančního obvodu R_h , L_h , C_h a kapacity C_0 (Obr. 1.7), která se nazývá statická kapacita a závisí pouze na permitivitě materiálu, tloušťce výbrusu a velikosti plochy elektrod. Sériové prvky obvodu představují piezoelektrické, elastické a ztrátové vlastnosti rezonátoru.



Obr 1.7: *Náhradní obvod piezoelektrického rezonátoru.*

Impedance takového obvodu jistě závisí na frekvenci přiloženého napětí. Této závislosti se využívá jak při analytickém výpočtu rezonančních frekvencí rezonátoru, které bude ukázáno níže, tak při měření těchto frekvencí (konkrétně u tzv. *rezonanční metody*). V experimentální části této práce bude o měření frekvenčních spekter a rezonančních frekvencí pojednáno více.

Vyjde-li se z elektrického obvodu na Obr. 1.7, lze chování piezoelektrického rezonátoru vyjádřit pomocí impedance $Z_h(j\omega)$ [1]

$$Z_h(j\omega) = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C_h} - jR_h}{\omega C_0 R_h + j \left[\omega C_0 \left(\omega L_h - \frac{1}{\omega C_h} \right) - 1 \right]} \quad (1.13)$$

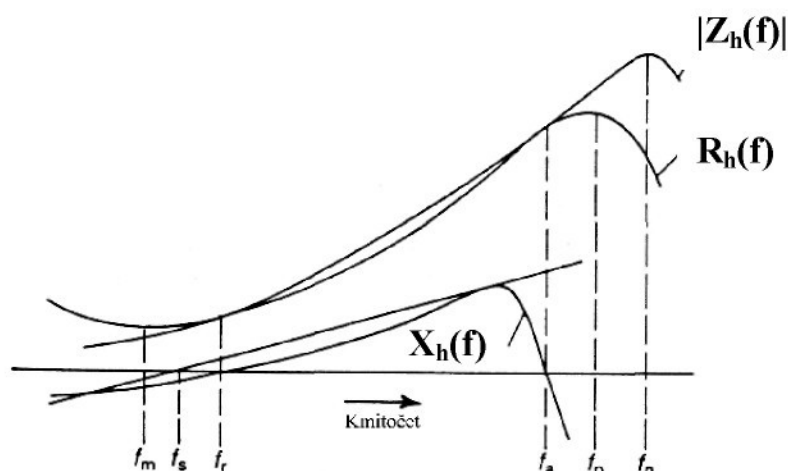
Reálnou část $R_h(\omega)$ a imaginární část $X_h(\omega)$ impedance $Z_h(\omega)$ lze vyjádřit vztahy [1]

$$R_h(\omega) = \frac{R_h \frac{C_h^2}{C_0^2}}{(\omega C_h R_h)^2 + \left(1 + \frac{C_h}{C_0} - \omega^2 C_h L_h \right)^2} \quad (1.14)$$

$$X_h(\omega) = \frac{1}{\omega C_0} \frac{(\omega C_h R_h)^2 + \left(1 - \omega^2 C_h L_h \right) \left(1 + \frac{C_h}{C_0} - \omega^2 C_h L_h \right)}{(\omega C_h R_h)^2 + \left(1 + \frac{C_h}{C_0} - \omega^2 C_h L_h \right)^2} \quad (1.15)$$

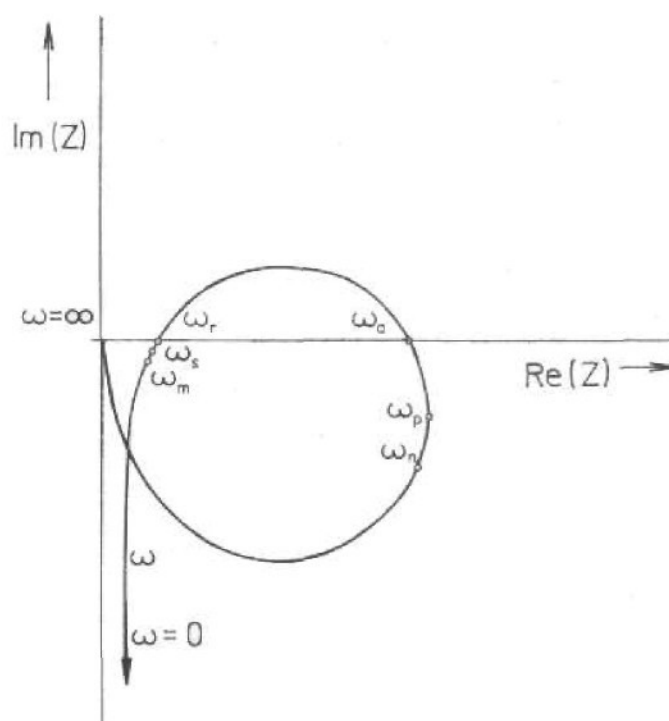
Vynesené závislosti $|Z_h(f)|$, $R_h(f)$, $X_h(f)$ do grafu jsou znázorněny na Obr. 1.8. Kromě vynesených závislostí jsou vyznačeny charakteristické kmitočty:

- rezonanční kmitočet f_r ,
- antirezonanční kmitočet f_a ,
- sériový kmitočet f_s ,
- paralelní kmitočet f_p ,
- kmitočet f_m ,
- kmitočet f_n .



Obr.1.8: Závislost absolutní hodnoty impedance $|Z_h(f)|$, reálné části $R_h(f)$ a imaginární části $X_h(f)$ impedance na kmitočtu a vyznačení charakteristických kmitočtů [8].

Na Obr. 1.9 je pro doplnění vynesena v komplexní rovině impedanční charakteristika elektrického náhradního obvodu piezoelektrického rezonátoru v okolí h -té rezonance.

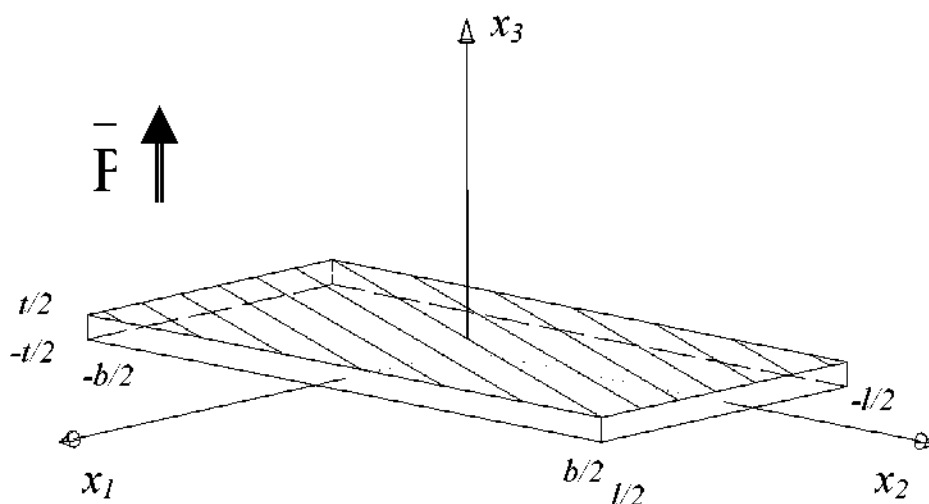


Obr 1.9: Impedanční charakteristika piezoelektrického rezonátoru v okolí h -té rezonance vynesená v komplexní rovině s vyznačenými charakteristickými kmitočty [1].

Při rezonanční frekvenci f_r je hodnota imaginární části impedance nulová, stejně jako při antirezonanční frekvenci f_a . To je podstata metody nulové fáze, která je součástí v experimentu zvolené rezonanční metody. Další významné kmitočty jsou při maximálním a minimálním modulu impedance (f_n, f_m). Určují se z podmínky $\frac{d|Z_h(f)|}{d(f)} = 0$. Paralelní a sériový kmitočet (f_p, f_s), leží mezi výše zmíněnými, tedy f_s mezi f_m a f_r a f_p mezi f_n a f_a . Vzdálenosti mezi těmito kmitočty je tím menší, čím většího činitele jakosti Q_h má rezonátor [1]. Pro nekonečně velký činitel jakosti Q_h dvě trojice kmitočtů splynou ve dva kmitočty. V aplikacích se podle potřeby běžně používají aproximace $f_s \approx f_m \approx f_r$ a $f_p \approx f_n \approx f_a$.

1.4.3 Analytický výpočet rezonanční a antirezonanční frekvence tloušťkově kmitajícího piezoelektrického rezonátoru

Zde bude ukázáno, jak analyticky určit rezonanční a antirezonanční frekvenci tloušťkově kmitajícího jednoduchého piezoelektrického rezonátoru (Obr. 1.10) z piezoelektrické keramiky.



Obr. 1.10: Piezoelektrický rezonátor v soustavě souřadnic. Šrafy naznačují plochu

elektrody. Vektor $\vec{P}$ naznačuje směr polarizace keramiky. l je délka, b šířka a t tloušťka rezonátoru.

Nejprve je vhodné říci, že při kmitání rezonátoru vznikají obecně třírozměrné stojaté vlny, které lze popsat soustavou čtyř parciálních diferenciálních rovnic pro mechanická posunutí a elektrický potenciál. Přesné analytické řešení tohoto problému pro obecný rezonátor není možné vyjádřit ve tvaru konečného počtu matematických funkcí, a proto je nutné při výpočtu vycházet z některé aproximační metod. Nejjednodušší aproximací, je popis kmitání pomocí jednoduché vlnové rovnice, která závisí pouze na jedné prostorové souřadnici a na čase. Tento způsob uvažuje jediný rozměr tělesa a zcela zanedbává vazbu s jinými módy kmitů [2]. Prvním omezujícím předpokladem, který se týká rozměrů rezonátoru, je tedy *nekonečně rozlehlá tenká deska*. Znamená to, že všechny veličiny závislé na směru x_3 budou invariantní vůči posunutí u_3 a vůči rotaci kolem osy x_3 . Posunutí u_1, u_2 jsou tak nulová.

U prostorově omezeného elementu musíme diferenciální rovnice popisující šíření vlnění doplnit okrajovými podmínkami. Tyto podmínky jsou pro piezoelektrické látky dvojího typu – mechanické a elektrické. Mechanická podmínka představuje druhý omezující předpoklad aproximační metody. Předpokládá *volné povrchy elektrod*, nepůsobí na ně žádné síly. Znamená to, že mechanická napětí

$$T_3, T_4, T_5 = 0 \quad \text{pro} \quad x_3 = \pm t/2. \quad (1.16)$$

Elektrická okrajová podmínka určuje elektrické pole na elektrodách

$$E_3(\tau) = \frac{U}{t} e^{j\omega\tau}, \quad (1.17)$$

kde U je přiložené elektrické napětí, τ v exponentu je čas, na kterém je závislá také intenzita elektrického pole E_3 , t ve jmenovateli zlomku je tloušťka rezonátoru. Ostatní složky intenzity elektrického pole jsou rovny nule.

Postupné vlnění se šíří ve směru osy x_3 , platí pro něj vlnová (pohybová) rovnice, která (a následující rovnice taktéž) má pro tuto symetrii a rozpínavý tloušťkový kmit v maticovém značení tvar

$$\rho \cdot \frac{\partial^2 u_3}{\partial \tau^2} = T_{3,3}, \quad (1.18)$$

kde ρ je hustota materiálu (v případě keramiky PCM 51 je to $7\,700\text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$) a $T_{3,3}$ značí derivaci složky mechanického napětí T_3 podle souřadnice x_3 .

Dále platí Maxwellova rovnice pro nevodivé prostředí o nulové hustotě volných nábojů

$$D_{3,3} = 0, \quad (1.19)$$

Vychází se z lineárních stavových piezoelektrických rovnic pro nepřímý a přímý piezoelektrický jev (1.5) a (1.6). Ty tvoří po dosazení mechanické deformace

$$S_3 = \frac{1}{2}(u_{3,3} + u_{3,3}) = u_{3,3}, \quad (1.20)$$

a elektrického pole

$$E_3 = -\varphi_{,3}, \quad (1.21)$$

kde φ je elektrický potenciál, spolu s (1.18) a (1.19) zmiňovanou soustavu čtyř diferenciálních rovnic. Po dosazení (1.5) do (1.18) a (1.6) do (1.19) je

$$T_3 = c_{33}^E u_{3,3} - e_{33} E_3, \quad (1.22)$$

$$D_3 = e_{33} u_{3,3} + \epsilon_{33}^S E_3. \quad (1.23)$$

Po derivaci podle třetí souřadnice a za použití (1.19) je

$$T_{3,3} = c_{33}^E u_{3,33} - e_{33} E_{3,3}, \quad (1.24)$$

$$0 = e_{33} u_{3,33} + \epsilon_{33}^S E_{3,3}. \quad (1.25)$$

Z (1.25) je

$$E_{3,3} = -\frac{e_{33}}{\epsilon_{33}^S} u_{3,3} . \quad (1.26)$$

Po dosazení (1.18) a (1.26) do (1.24) je

$$\rho \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c_{33}^E u_{3,3} + \frac{e_{33}^2}{\epsilon_{33}^S} u_{3,3} . \quad (1.27)$$

Obdržená rovnice je rovnicí vlnovou a řešení je tak ve tvaru rovinné vlny, která má fázovou rychlost v ,

$$u_3(x_3, \tau) = (A \sin(k \cdot x_3) + B \cos(k \cdot x_3)) \cdot e^{j\omega\tau} , \quad (1.28)$$

kde integrační konstanty A, B se určí z okrajových podmínek a

$$k = \frac{2\pi f}{v} \quad (1.29)$$

je vlnové číslo. Pro rychlost této rovinné vlny platí

$$v^2 = \frac{c_{33}^D}{\rho} , \quad (1.30)$$

za předpokladu, že položíme

$$c_{33}^D = c_{33}^E + \frac{e_{33}^2}{\epsilon_{33}^S} . \quad (1.31)$$

Integrací (1.26) přes souřadnici x_3 získáme

$$E_3 = -\frac{e_{33}}{\epsilon_{33}^S} u_{3,3} + C \cdot e^{j\omega\tau} , \quad (1.32)$$

kde $C \cdot e^{j\omega\tau}$ je časově závislá integrační konstanta. Po dosazení okrajových podmínek a pokračení časového členu $e^{j\omega\tau}$ je

$$\frac{U}{t} - C = -\frac{e_{33}}{\varepsilon_{33}^S} k \left[A \cos\left(\frac{kt}{2}\right) \mu B \sin\left(\frac{kt}{2}\right) \right], \quad (1.33)$$

což jsou dvě identické rovnice až na znaménko. Z toho plyne, že integrační konstanta $B = 0$ a zůstává

$$C = \frac{U}{t} + \frac{e_{33}}{\varepsilon_{33}^S} k \cdot A \cos\left(\frac{kt}{2}\right). \quad (1.34)$$

Nyní lze (1.34) dosadit do (1.32) a pak celé do (1.22). Tedy

$$T_3 = c_{33}^E \cdot A k \cos(k \cdot x_3) e^{j\omega\tau} - e_{33} \left[-\frac{e_{33}}{\varepsilon_{33}^S} A k \cos(k \cdot x_3) e^{j\omega\tau} + \frac{U}{t} e^{j\omega\tau} + \frac{e_{33}}{\varepsilon_{33}^S} A k \cos\left(\frac{kt}{2}\right) e^{j\omega\tau} \right]. \quad (1.35)$$

Využitím mechanické okrajové podmínky, $T_3 = 0$ pro $x_3 = \pm t/2$ lze konečně určit integrační konstantu

$$A = \frac{U}{kt} \frac{e_{33}}{c_{33}^E \cos\left(\frac{kt}{2}\right)} \quad (1.36)$$

a tak výsledné posunutí je

$$u_3(x_3, \tau) = \frac{U}{kt} \frac{e_{33}}{c_{33}^E} \frac{\sin(k \cdot x_3)}{\cos\left(\frac{kt}{2}\right)} \cdot e^{j\omega\tau}, \quad (1.37)$$

výsledné mechanické napětí je

$$T_3(x_3, \tau) = e_{33} \frac{U}{t} \left[\frac{c_{33}^D}{c_{33}^E} \frac{\cos(k \cdot x_3)}{\cos\left(\frac{kt}{2}\right)} - 1 - \frac{e_{33}^2}{c_{33}^E \epsilon_{33}^S} \right] \cdot e^{j\omega\tau}, \quad (1.38)$$

výsledné elektrické pole je

$$E_3(x_3, \tau) = \frac{U}{t} \left[1 + \frac{e_{33}^2}{c_{33}^E \epsilon_{33}^S} \left(1 - \frac{\cos(k \cdot x_3)}{\cos\left(\frac{kt}{2}\right)} \right) \right] \cdot e^{j\omega\tau}, \quad (1.39)$$

výsledné elektrické posunutí je

$$D_3(x_3, \tau) = \frac{U}{t} \epsilon_{33}^S \left[1 + \frac{e_{33}^2}{c_{33}^E \epsilon_{33}^S} \right] \cdot e^{j\omega\tau}. \quad (1.40)$$

Pro určení rezonanční a antirezonanční frekvence je třeba spočítat impedanci piezoelektrického rezonátoru. Ta je určena jako

$$\hat{Z}(j\omega) = \frac{U_{MD}}{I_p}, \quad (1.41)$$

kde

$$U_{MD} = \int_{-\frac{t}{2}}^{\frac{t}{2}} E_3 dx_3 = U \left[1 + \frac{e_{33}^2}{c_{33}^E \epsilon_{33}^S} \left(1 - \frac{\operatorname{tg}\left(\frac{kt}{2}\right)}{\frac{kt}{2}} \right) \right] \cdot e^{j\omega\tau} \quad (1.42)$$

je napětí mezi deskami a I_p je posuvný proud. Je tedy třeba integrovat elektrické posunutí přes rovinu (x_1, x_2) a tak

$$I_P = \frac{\partial}{\partial t} \iint_{(x_1, x_2)} D_3 dx_1 dx_2 = j\omega \frac{U}{t} \varepsilon_{33}^S \left(1 + \frac{e_{33}^2}{c_{33}^E \varepsilon_{33}^S} \right) \cdot b \cdot l \cdot e^{j\omega t} \quad (1.43)$$

Zavedeme koeficient elektromechanické vazby k_t pro tloušťkový kmit ve tvaru

$$k_t^2 = \frac{e_{33}^2}{c_{33}^D \varepsilon_{33}^S}, \quad \frac{k_t^2}{1 - k_t^2} = \frac{e_{33}^2}{c_{33}^E \varepsilon_{33}^S} \quad (1.44)$$

Označí-li se

$$C_0 = \varepsilon_{33}^S \frac{l \cdot b}{t}, \quad (1.45)$$

impedance piezoelektrického rezonátoru je

$$\hat{Z}(j\omega) = \frac{1}{j\omega C_0} \left[1 - k_t^2 \frac{\operatorname{tg}\left(\frac{kt}{2}\right)}{\frac{kt}{2}} \right] \quad (1.46)$$

Rezonance nastává, když $\hat{Z} \rightarrow 0$ (elektrický náhradní obvod má minimální impedanci). To znamená, že bude platit transcendentní rovnice pro vlnový vektor při rezonanci k_r

$$\boxed{\frac{1}{k_t^2} \frac{k_r t}{2} = \operatorname{tg}\left(\frac{k_r t}{2}\right)} \quad (1.47)$$

Antirezonance nastává, když $\hat{Z} \rightarrow \infty$ (elektrický náhradní obvod má maximální impedanci). To bude platit pro $\operatorname{tg}\left(\frac{k_a t}{2}\right) \rightarrow \infty$, tedy pro $\frac{k_a t}{2} = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \dots$, z toho plyne podmínka pro vlnový vektor při antirezonanci k_a

$$\boxed{k_a = \frac{(2n-1)\pi}{t}} \quad \text{pro } n = 1, 2, 3, \dots \quad (1.48)$$

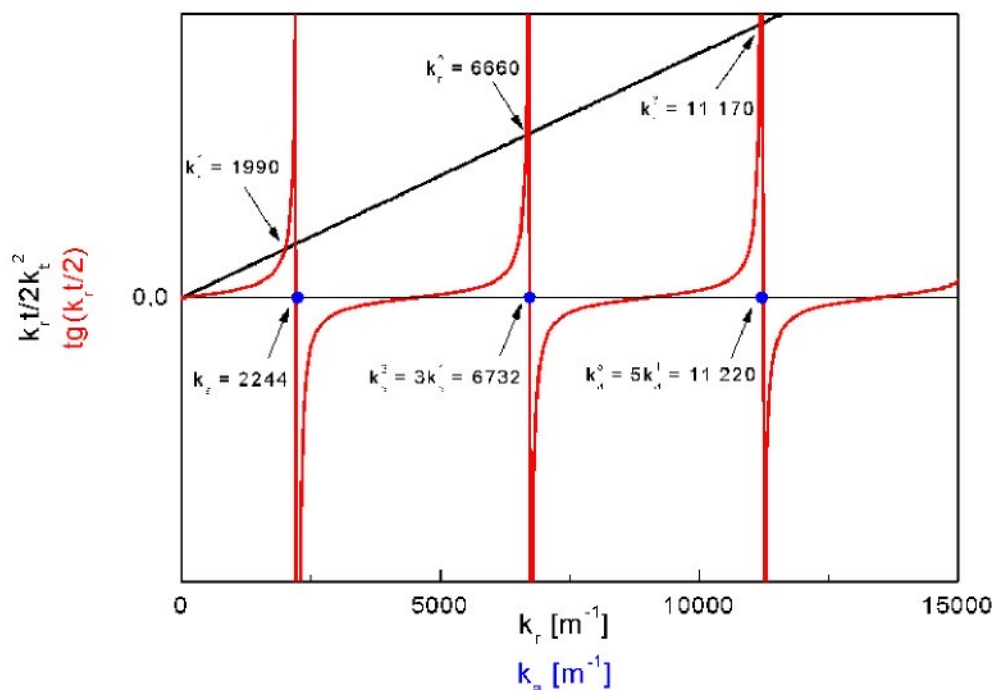
Ze vztahu (1.47) je zřejmé, že antirezonanční frekvence jsou v harmonickém násobku k antirezonanci základní, tedy h -tá antirezonanční frekvence se za pomoci (1.29) a (1.30) dá vypočíst jako

$$\boxed{f_a = \frac{h}{2t} \sqrt{\frac{c_{33}^D}{\rho}}} \quad \text{pro } h \text{ liché, které znamená řád antirezonance.} \quad (1.49)$$

Jinak je to u rezonanční frekvence. Podmínku pro vlnové číslo k_r (1.47) je třeba řešit numericky. Rezonanční frekvence se tak dá se vyjádřit pomocí tohoto vlnového čísla a geometrických a materiálových parametrů. Poměr vyšších řádů závisí na koeficientu elektromechanické vazby k_t (1.47). Při určování antirezonanční frekvence není třeba transcendentní rovnici řešit, vychází se přímo z podmínky pro k_a (1.48) a rovnou se dosazuje do (1.29). Proto je antirezonanční frekvence v konečném důsledku vyjádřena pouze pomocí geometrických a materiálových parametrů rezonátoru. Rezonanční kmitočet je tedy

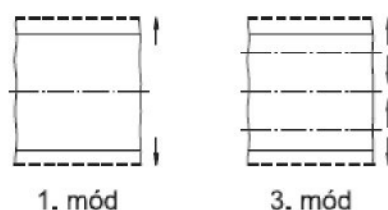
$$\boxed{f_r = \frac{k_r}{2\pi} \sqrt{\frac{c_{33}^D}{\rho}}} \quad (1.50)$$

Na Obr. 1.11 je graficky znázorněno řešení rovnic (1.47) a (1.48) pro případ rezonátorů zkoumaných v této práci ($t = 1,4\text{e-}3$ m, u k_t je použito 0,50). Je patrné, že rezonanční a antirezonanční frekvence se postupně přibližují. Je to právě díky tomu, jak bylo zjištěno analytickým výpočtem, že při prostém (rozpínavém) tloušťkovém kmitu nejsou frekvence vyšších řádů harmonickým frekvence násobkem základní frekvence jako antirezonanční. Působí zde zřejmě vliv elektrického pole uvnitř piezoelektrického rezonátoru.



Obr 1.11: Vlnová čísla k_r , k_a pro 1., 3., 5. řád rezonance resp. antirezonance, vycházející z analytického výpočtu v kapitole 1.4.3 ($t = 1,4e-3$ m, $k_t = 0,50$).

Pro dokreslení je na obrázku 1.12 schématicky znázorněn prostý tloušťkový kmit, prvního a třetího řádu.



Obr. 1.12: Prostý tloušťkový kmit piezoelektrického rezonátoru prvního a třetího řádu. Čerchovaně jsou naznačeny uzlové roviny [2].

Konečně, dosadí-li se do (1.49) a (1.50) hustota keramiky PCM 51 $\rho = 7700$ kg m⁻³, koeficient $c_{33}^D = 16e10$ Pa, hodnoty rezonanční a antirezonanční frekvence tloušťkového kmitu jsou následující:

$$f_r = 1\,443,74 \text{ MHz}, f_a = 1\,628,01 \text{ MHz}.$$

2 Experimentální část

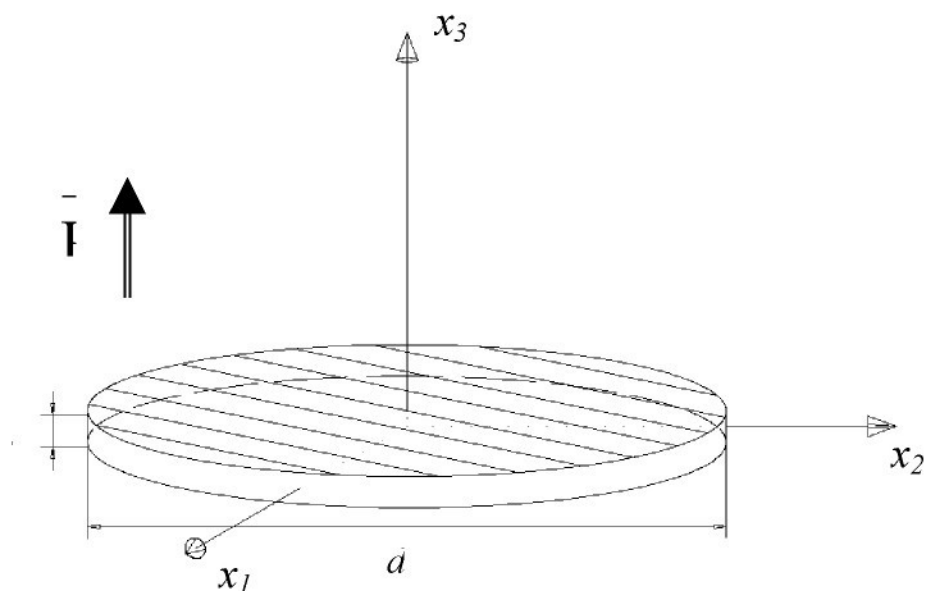
Účelem experimentu je posouzení vlastností tloušťkově a radiálně kmitajících rezonátorů z piezoelektrické keramiky s přetaženou elektrodou v závislosti na konfiguraci elektrod. Budou zde popsány měřené vzorky, měřicí metoda, zpracování výsledků a prezentovány výsledky samé. Ty budou spočívat v porovnání jednotlivých sad vzorků a určení nejoptimálnějšího rezonátoru.

2.1 Popis měřených vzorků

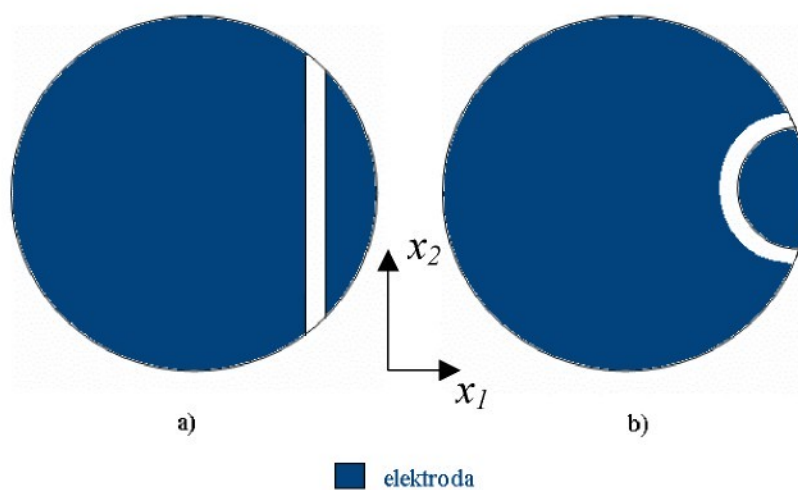
Firmou Piezoceram, s.r.o. byly dodány rezonátory z piezoelektrické keramiky PCM 51 ve tvaru disku (Obr. 2.1) o průměru $d = 9$ mm a tloušťce $t = 1,4$ mm s různou geometrií elektrod. Vzorky lze rozdělit do dvou skupin, přičemž každá skupina obsahuje tři sady vzorků, lišící se podmínkami při polarizaci (tj. polarizační napětí a teplota):

- Skupina s *rovnou dělenou elektrodou*,
 - * polarizační napětí 930 V, teplota 300 °C,
 - * polarizační napětí 1,9 kV, teplota 90 °C,
 - * polarizační napětí 2,8 kV, teplota 90 °C,
- skupina s *půlkruhovou dělenou elektrodou*,
 - * polarizační napětí 600 V, teplota 310 °C,
 - * polarizační napětí 1,2 kV, teplota 310 °C,
 - * polarizační napětí 3,8 kV, teplota 90 °C.

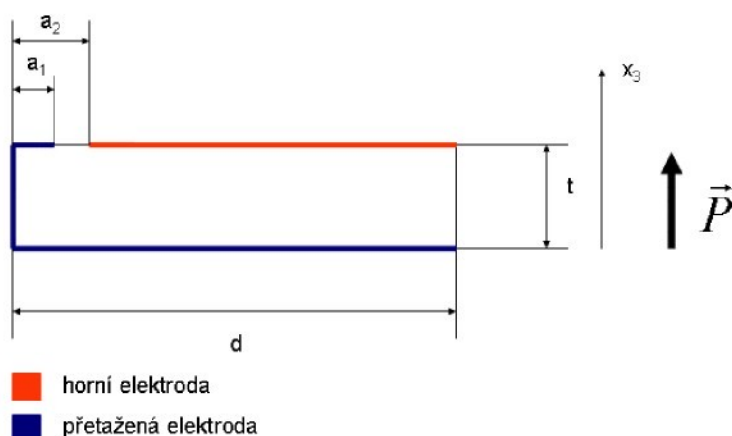
Aby bylo možné posoudit vliv přetažení elektrody na charakter tloušťkového kmitu, obsahuje každá sada vzorky s oboustrannými plnými elektrodami (Obr. 2.1), s jednou plnou a jednou dělenou elektrodou (rovné (Obr. 2.2a)/ půlkruhové dělení (Obr. 2.2b)) a s přetaženou elektrodou (Obr. 2.3) (rovnou/ půlkruhovou). Porovnání může být ovlivněno nestejným polarizačním napětím a teplotou u skupin rovného a půlkruhového přetažení. Řádově jsou však hodnoty tohoto napětí stejné. Obě skupiny mají rozdílné podmínky při polarizaci, nejsou tedy úplně srovnatelné.



Obr. 2.1: Piezokeramický rezonátor tvaru disku v soustavě souřadnic. Šrafy naznačují plochu elektrody (případ oboustranně plných elektrod). Vektor $\vec{P}$ značí směr polarizace keramiky. Průměr rezonátoru je d , tloušťka t .



Obr. 2.2: Dělení přetažené elektrody v půdorysu; a) rovné dělení elektrody, b) půlkruhové dělení elektrody.



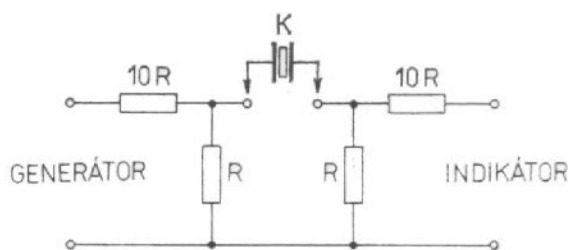
Obr 2.3: Přetažená (rovná) elektroda v nárysu. Jsou vyznačené vzdálenost přetažení a_1 a vzdálenost horní elektrody a_2 od okraje rezonátoru (pro případ půlkruhového přetažení by vzdálenosti a_1 , a_2 představovaly poloměry r_1 , r_2).

2.2 Měřicí metoda

Pro porovnávání rezonátorů je třeba proměřit úplná frekvenční spektra – frekvenční závislosti absolutní hodnoty a fáze impedance, resp. admitance (v rozsahu 100 ÷ 3000 kHz) všech typů dodaných vzorků. Po rozpoznání radiálního kmitu, který se vyskytuje asi na 200 kHz a tloušťkového kmitu, který leží zhruba na 1500 kHz, jsou měřena detailní frekvenční spektra v jejich nejbližším okolí. Potom už je možné určit rezonanční a antirezananční frekvence těchto kmitů. Měřicí metoda, která se používá k určování rezonančních a antirezanančních kmitočtů (popř. kmitočtů při maximálním a minimálním modulu impedance), se nazývá *rezonanční metoda* [9].

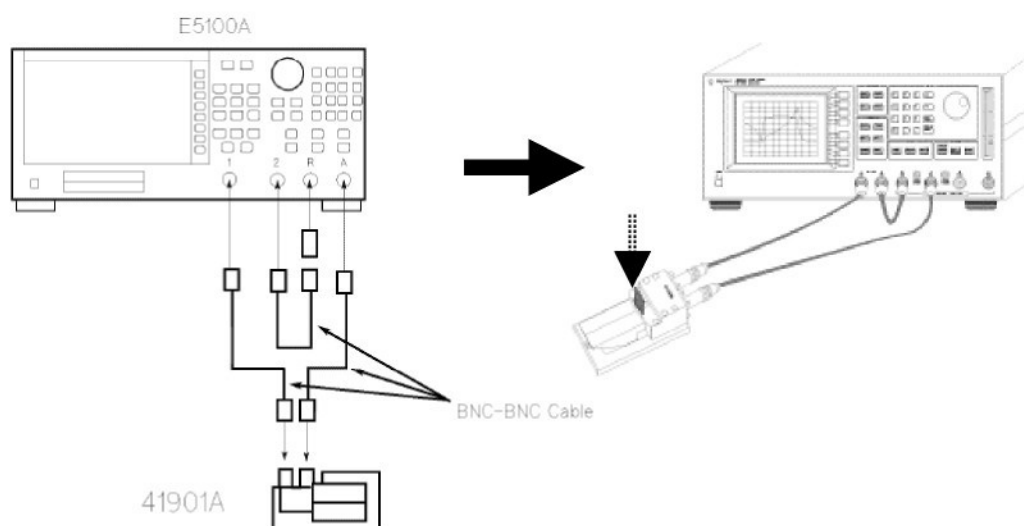
Je to jedna z řady dynamických metod. Její podstata spočívá ve využití výrazné kmitočtové závislosti impedance piezoelektrického rezonátoru, resp. jeho náhradního elektrického obvodu. Výhodou rezonančních měření je vysoká přesnost měření a tedy i výsledků.

Měření probíhá následujícím způsobem. Vzorek – rezonátor z piezoelektrické keramiky je umístěn do držáku, který se zapojí do pasivního obvodu typu π -článku (Obr. 2.4), na jehož vstupní svorky je připojen signálový generátor, na výstupní svorky indikátor.



Obr. 2.4: Obvod typu π -člásku, kde K je měřený rezonátor [1].

Této metody využívá frekvenční analyzátor Agilent E5100A Network Analyzer s frekvenčním rozsahem 10 kHz – 180 MHz (Obr. 2.6), který je jádrem měřicího obvodu (Obr. 2.5). Rozlišení tohoto přístroje je 1 mHz, přesnost frekvencí je 20 ppm (při teplotě $23^{\circ}\text{C} \pm 5^{\circ}\text{C}$) [10]. Frekvenční měření tak mohou být velmi přesná. Měří se na stovky Hz, tedy velmi vysoko nad přesností přístroje. Další předností tohoto analyzátoru je velká rychlost měření (0,04 ms/ měřicí bod při 30 kHz IFBW [10]). Frekvenční spektrum rezonátorů bylo měřeno při výkonovém buzení 0 dBm, což je 1 mW na $50\ \Omega$ (přibližně 0,23 V). Co je třeba před samotným měřením na přístroji nastavit, je dynamická přesnost měření (byla využívána ta nejlepší – IFBW 10 Hz), počáteční a koncovou frekvenci a počet vzorků mezi nimi (bylo nastaveno 401).

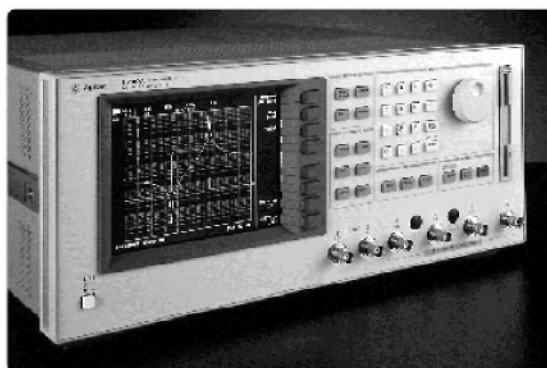


Obr. 2.5: Měřicí obvod rezonanční metody. E5100A je frekvenční analyzátor, 41901A je π -článek, do kterého je vložen měřený rezonátor (naznačeno přerušovanou šipkou) [11].

Princip měření na frekvenčním analyzátoru spočívá v postupném zvyšování frekvence harmonického napětí, rezonátor je tak donucen kmitat se zvyšující se frekvencí (analogické s FEM harmonickou analýzou, o které bude pojednáno později). Rezonance nastává, shoduje-li se frekvence budícího napětí s některou z vlastních frekvencí rezonátoru. Tento jev nastává vzhledem k diskové geometrii rezonátoru nejprve při radiálním a poté při tloušťkovém kmitu, dále také při vyšších harmonických a parazitních kmitcích. Vlastní určování rezonančních a antirezonančních frekvencí využívá tzv. *metody nulové fáze*. Při těchto kmitočtech, jak bylo ukázáno v kapitole 1, je imaginární část impedance rovna nule, tedy i fáze impedance musí být rovna nule. Zde je měřena fáze admitance, ale to na podstatě věci nic nemění, protože admitance $Y = 1/Z$. Další veličinou, která je měřena kromě fáze impedance, je zesílení, což je bezrozměrná poměrová veličina. Její maximum nastává při frekvenci f_m a minimum při frekvenci f_n . Při nejasnostech (zákmitech v okolí rezonance a antirezonance), které mohou nastat při určování rezonančních a antirezonančních kmitočtů pomocí metody nulové fáze, je možné dohledat frekvence maxima a minima zesílení. Poté se uvažují tyto aproximace: $f_r \approx f_m$ a $f_a \approx f_n$. Hodnota frekvence, zesílení i fáze admitance jsou ukládány do textového souboru na externí paměť (disketa). Chyba měření zesílení je $\pm 0,05$ dB a chyba měření fáze $\pm 0,3$ deg [11].

Do budoucna by bylo přínosné automatizovat měřicí proces pomocí vhodného programového prostředí (např. LabVIEW) tak, aby měřená data mohla být ukládána přímo do PC prostřednictvím rozhraní např. GPIB nebo RS 232.

V každé sadě vzorků byly proměřeny 3 – 4 vzorky pro každý typ elektrody. Celkem byla tedy získána data z 51 vzorků ve 140 souborech.



Obr. 2.6: Frekvenční analyzátor Agilent E5100A [11].

2.3 Výsledky měření a diskuse výsledků

Byla změřena frekvenční spektra všech vzorků, jejich detailní spektra v okolí rezonancí radiálního a tloušťkového kmitu a zjištěny hodnoty rezonančních a antirezonančních frekvencí.

Naměřená frekvenční spektra lze porovnat podle jejich průběhu v okolí radiální a tloušťkové rezonance nebo pomocí hodnot rezonančních a antirezonančních frekvencí a pomocí koeficientů elektromechanické vazby k_p a k_t [12]. V podstatě udávají poměr elektrické a mechanické energie piezoelektrického rezonátoru. Tzv. planární koeficient k_p udává tento poměr při kmitu radiálním a tzv. tloušťkový koeficient k_t , jak už z názvu vyplývá, při kmitu tloušťkovém. Byly určeny z naměřených rezonančních a antirezonančních frekvencí a to z následujících vztahů [9], kde je uvažována aproximace $f_s \approx f_r$ a $f_p \approx f_a$.

a) Planární koeficient elektromechanické vazby k_p z rezonančních frekvencí radiálních kmitů disku f_s a f_p pomocí dvojice rovnic

$$k_p^2 = \frac{2}{1 - \sigma^E} k_{31}^2, \quad (2.1a)$$

$$\frac{k_p^2}{1 - k_p^2} = \frac{(1 - \sigma^E) \cdot J_1(B) - B \cdot J_0(B)}{(1 + \sigma^E) J_1(B)}, \quad (2.1b)$$

kde $B = \eta_1 \frac{f_p}{f_s}$, J_0 a J_1 jsou Besselovy funkce prvního druhu nultého a prvního řádu a η_1 je nejmenší kladný kořen rovnice $(1 - \sigma^E) J_1(\eta) = \eta \cdot J_0(\eta)$. Koeficient elektromechanické vazby k_{31} v rovnici (2.1) je určen ze vztahu

$$k_{31}^2 = \frac{A}{1 + A}, \quad \text{kde } A = \frac{\pi}{2} \frac{f_p}{f_s} \tan\left(\frac{\pi}{2} \frac{\Delta f}{f_s}\right), \quad \Delta f = f_p - f_s, \quad (2.2)$$

kde f_s a f_p jsou rezonanční frekvence podélně kmitající tyčinky polarizované ve směru tloušťky, vyrobené ze stejného materiálu jako měniče s přetaženou elektrodou. Tyto

tyčinky (o rozměrech $17 \times 3 \times 1,4$ mm, po řadě délka, šířka, tloušťka), dodané též firmou Piezoceram, s.r.o., bylo nutné je proměřit stejným způsobem jako zkoumané disky.

b) Koeficient elektromechanické vazby k_t z rezonančních frekvencí tloušťkových kmitů disku f_s a f_p pomocí vztahu

$$k_t^2 = \frac{\pi f_s}{2 f_p} \operatorname{tg} \left(\frac{\pi f_p - f_s}{2 f_p} \right) \quad (2.4)$$

Vliv přetažení elektrody na vlastnosti rezonátorů dané sady je posouzeno porovnáním frekvenčních spekter vzorků s oboustrannou plnou, dělenou a přetaženou elektrodou. Dále, jak bylo zmíněno, je porovnávána velikost koeficientů elektromechanické vazby k_p a k_t a hodnoty rezonančních a antirezonančních kmitočtů.

Je sledován také vliv polarizačního napětí a teploty při polarizaci podle stejných kritérií jako u vlivu přetažení elektrody.

Naměřené rezonanční a antirezonanční frekvence vybraných vzorků a průměrné hodnoty koeficientů k_p , k_t vypočtené ze vztahů (2.1, 2.2) jsou uvedeny v Tabulkách 2.1 – 2.6, frekvenční závislosti fáze admitance v okolí radiální a tloušťkové rezonance pak v grafech (Obr. 2.7 – 2.18). Jsou uváděny zde, v experimentální části, neboť jsou stěžejní pro porovnávání spekter.

2.3.1 Sada vzorků s rovnou přetaženou elektrodou

Vliv polarizace

Co se týče radiálního kmitu, maximální koeficient elektromechanické vazby k_p byl spočten pro sadu vzorků polarizovaných napětím 930 V a to u všech typů elektrod (Tabulka 2.1). Zákmity, neboli tzv. *parazitní rezonance*, byly u této polarizace také nejmenší (Obr. 2.7).

U tloušťkového kmitu se vzorky této polarizace chovaly také nejlépe, jednak co do „čistoty“ spektra (Obr.2.10), tak do koeficientu elektromechanické vazby k_t (u všech typů elektrod 0,41 (Tabulka 2.1)). Je zajímavé, že nejmenší zkoumaná polarizace se zdála být

nejlepší. Jistý vliv na kvalitu má zřejmě právě vyšší teplota (cca 300°C), při které byly vzorky zpolarizovány.

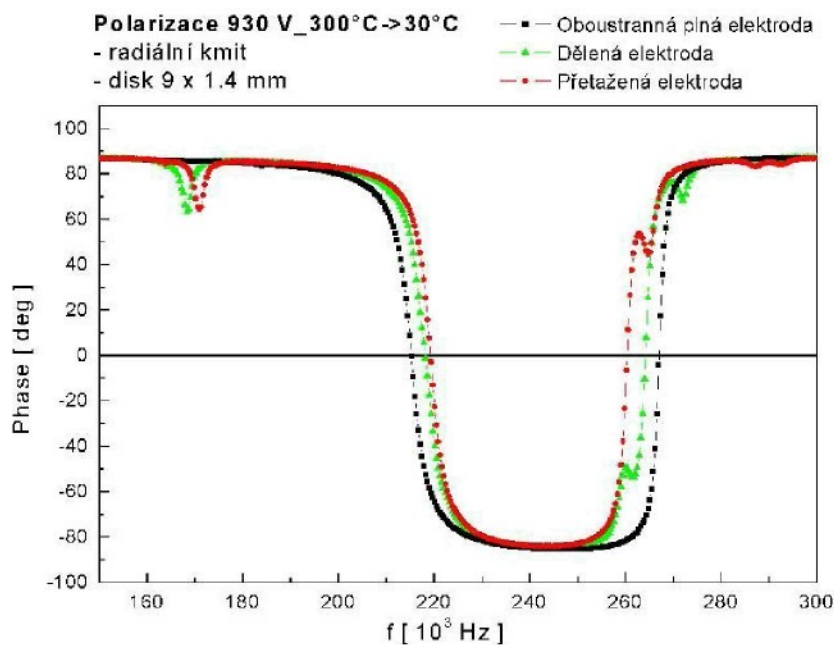
Vliv elektrod

U radiálního kmitu bylo nejčistší spektrum u elektrody oboustranné plné, zřejmě z důvodu homogenní polarizace, což se samozřejmě projevuje i na nejvyšším koeficientu k_p (0,68 u sady vzorků polarizovaných napětím 930 V (Tabulka 2.1)). U ostatních typů elektrod se tvořily zákmity, které snižovaly antirezonanční kmitočet (Obr. 2.7, 2.9, 2.11). Zajímavé je, že zákmity směřovaly k antirezonanci vzorků s oboustrannou elektrodou. U přetažené elektrody se hodnota antirezonanční frekvence snížila nejvíce.

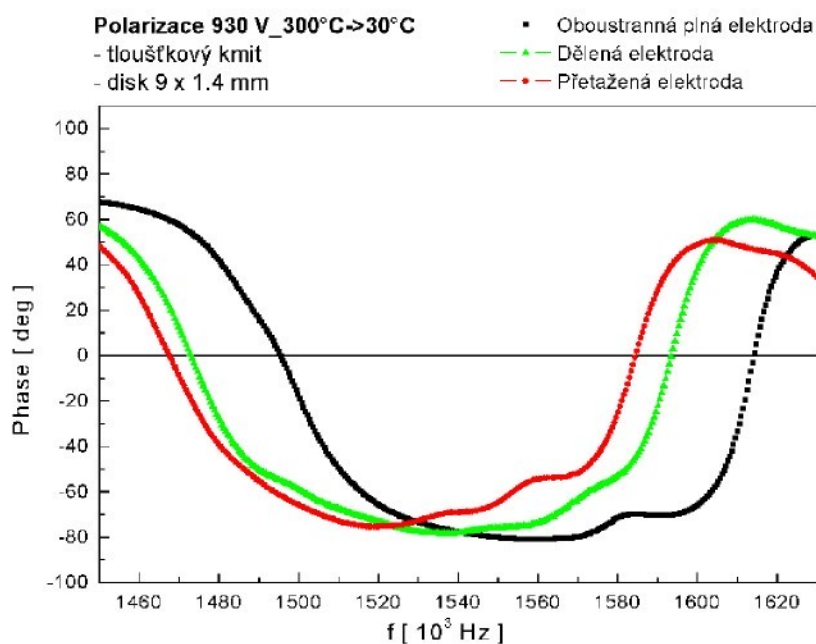
Jinak je tomu u kmitu tloušťkového. Ten již sám o sobě není čistý, tedy ani u oboustranné plné elektrody (Obr. 2.8, 2.10, 2.12). Nastává zde větší posun rezonančních a antirezonančních kmitočetů, největší pak u sady vzorků polarizovaných napětím 1,9 kV, kde kmitočty vzorků s přetaženou elektrodou byly posunuty až o 3% (Tabulka 2.2). Tento posun však nemá vliv na koeficient k_r , pouze u polarizace 2,8 kV se k_r různí, i když velmi málo (Tabulka 2.3). Dá se říci, že přetažená elektroda mírně snižuje rezonanční a antirezonanční kmitočet. Nemusí to však být pravidlo.

Tabulka 2.1: *Rezonanční frekvence a koeficienty elektromechanické vazby skupiny vzorků s rovnou dělenou elektrodou, polarizační napětí 930 V, teplota při polarizaci 300°C.*

930 V 300 °C	radiální kmit			tloušťkový kmit				
	f_r [kHz]	f_a [kHz]	vzorek	f_r [kHz]	f_a [kHz]	vzorek	k_p	k_r
oboustranná elektroda	215,2	267,1	1	1 495	1 614	1	0,68	0,41
dělená elektroda	218,2	264,2	1	1 473	1 593	3	0,64	0,41
přetažená elektroda	219,3	260,4	1	1 468	1 585	3	0,61	0,41



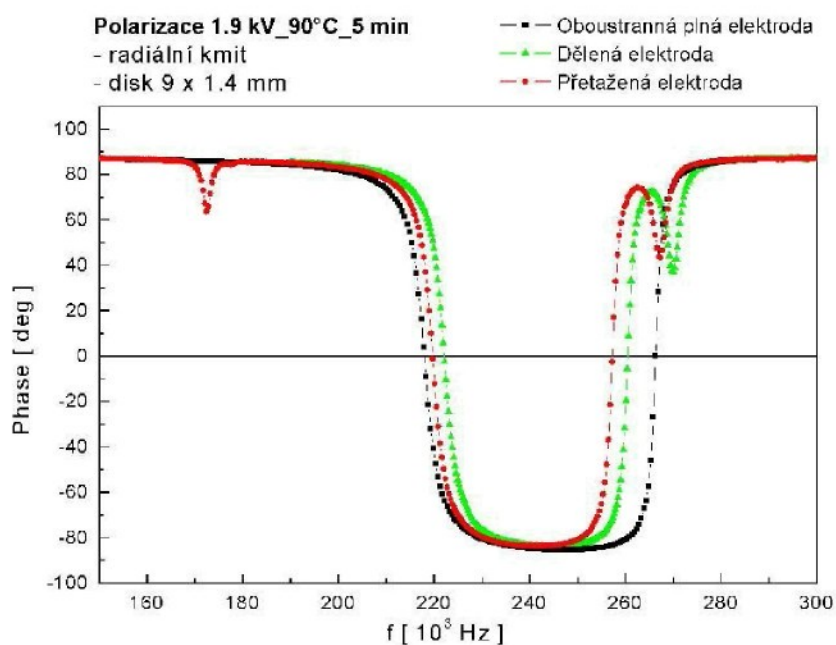
Obr. 2.7: Frekvenční (fázové) spektrum v okolí radiálního kmitu vybraných vzorků ze skupiny s rovnou dělenou elektrodou, polarizovaných napětím 930 V při teplotě 300°C; zobrazeno pro všechny typy elektrod.



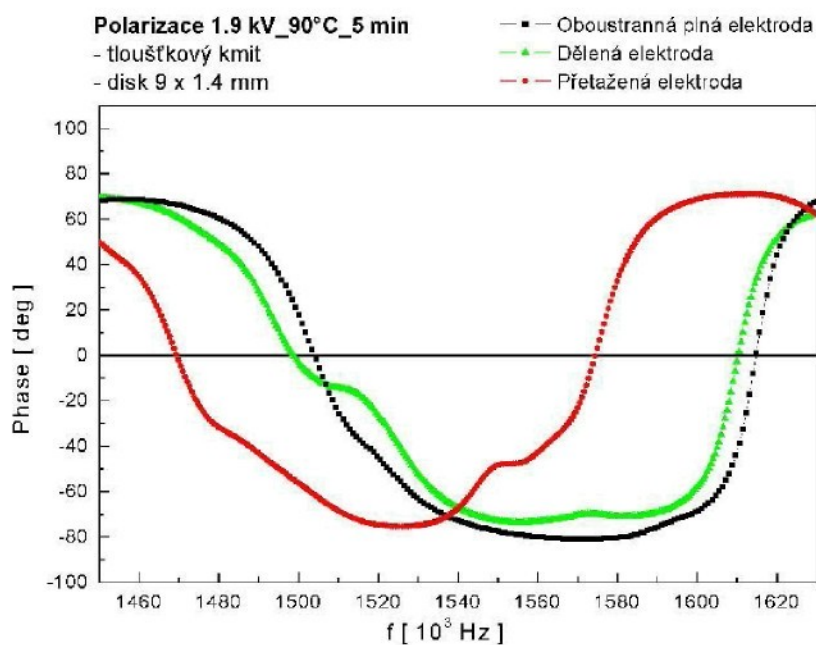
Obr. 2.8: Frekvenční (fázové) spektrum v okolí tloušťkového kmitu vybraných vzorků ze skupiny s rovnou dělenou elektrodou, polarizovaných napětím 930 V při teplotě 300°C; zobrazeno pro všechny typy elektrod.

Tabulka 2.2: Rezonanční frekvence a koeficienty elektromechanické vazby skupiny vzorků s rovnou dělenou elektrodou, polarizační napětí 1,9 kV, teplota při polarizaci 90°C.

1.9 kV 90 °C	radiální kmit			tloušťkový kmit				
	f_r [kHz]	f_a [kHz]	vzorek	f_r [kHz]	f_a [kHz]	vzorek	k_p	k_t
oboustranná elektroda	218,0	266,3	1	1 503	1 615	4	0,65	0,39
dělená elektroda	222,1	260,5	1	1 499	1 610	4	0,59	0,39
přetažená elektroda	219,7	257,3	1	1 469	1 575	4	0,58	0,39



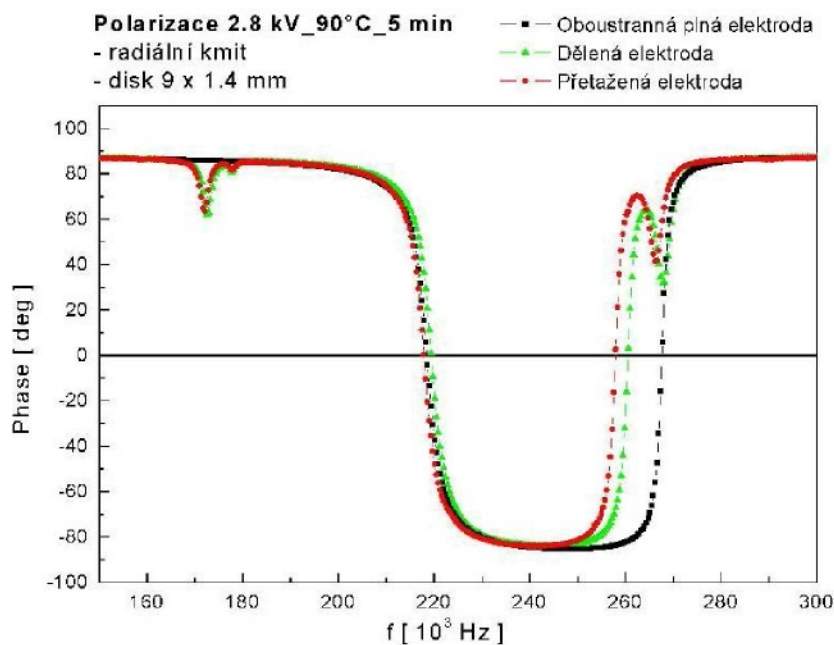
Obr. 2.9: Frekvenční (fázové) spektrum v okolí radiálního kmitu vybraných vzorků ze skupiny s rovnou dělenou elektrodou, polarizovaných napětím 1,9 kV při teplotě 90°C; zobrazeno pro všechny typy elektrod.



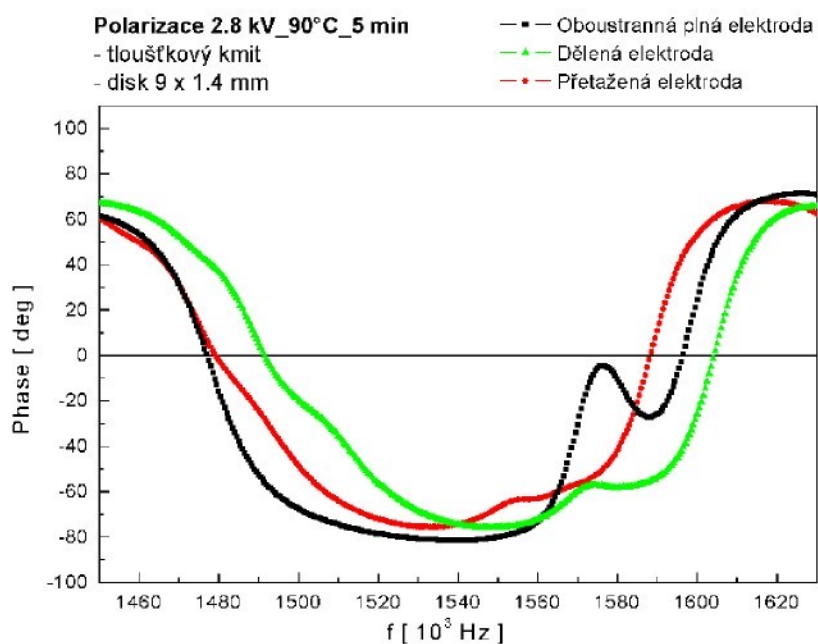
Obr. 2.10: Frekvenční (fázové) spektrum v okolí tloušťkového kmitu vybraných vzorků ze skupiny s rovnou dělenou elektrodou, polarizovaných napětím 1,9 kV při teplotě 90°C; zobrazeno pro všechny typy elektrod.

Tabulka 2.3: Rezonanční frekvence a koeficienty elektromechanické vazby skupiny vzorků s rovnou dělenou elektrodou, polarizační napětí 2,8 kV, teplota při polarizaci 90°C.

2.8 kV 90 °C	radiální kmit			tloušťkový kmit				
	f_r [kHz]	f_a [kHz]	vzorek	f_r [kHz]	f_a [kHz]	vzorek	k_p	k_t
oboustranná elektroda	218,5	267,6	1	1 477	1 596	2	0,66	0,41
dělená elektroda	219,4	260,6	1	1 491	1 604	4	0,60	0,39
přetažená elektroda	217,9	257,9	1	1 479	1 588	1	0,59	0,40



Obr. 2.11: Frekvenční (fázové) spektrum v okolí radiálního kmitu vybraných vzorků ze skupiny s rovnou dělenou elektrodou, polarizovaných napětím 2,8 kV při teplotě 90°C; zobrazeno pro všechny typy elektrod.



Obr. 2.12: Frekvenční (fázové) spektrum v okolí tloušťkového kmitu vybraných vzorků ze skupiny s rovnou dělenou elektrodou, polarizovaných napětím 2,8 kV při teplotě 90°C; zobrazeno pro všechny typy elektrod.

2.3.2 Sada vzorků s půlkruhovou přetaženou elektrodou

Vliv polarizace

U radiálního kmitu je jasně nejvyšší k_p u vzorků polarizovaných 1,2 kV a to opět u všech typů elektrod. Co se týče zákmitů, objevily se u vzorků každé polarizace, hlavně však u těch s přetaženou elektrodou. Nejvyšší zákmit se zdál být u skupiny vzorků polarizovaných napětím 3,8 kV, kde díky němu nastává velké snížení antirezonančního kmitočtu a tím i koeficientu k_p (0,60 (Tabulka 2.6)). Opět se tedy zdá, že teplota při polarizaci má velký vliv.

To se potvrzuje i u kmitu tloušťkového, kdy zákmity byly největší opět u vzorků polarizovaných 3,8 kV. Díky nim se snižuje koeficient k_t (tyto zákmity nenastaly tolik u přetažené elektrody, ale o tom bude pojednáno níže). Maximální koeficient k_t je u vzorků polarizovaných napětím 1,2 kV (Tabulka 2.5).

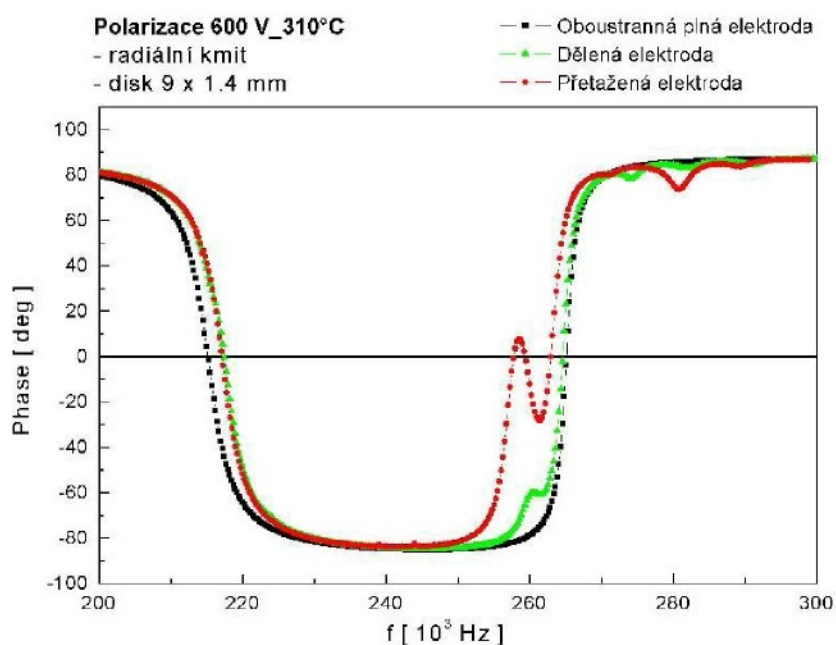
Vliv elektrod

Jak už bylo zmíněno u vlivu polarizace, u radiálního kmitu nastal celkem velký zákmit u vzorků s přetaženou elektrodou, který snižuje antirezonanci. Je to zákmit přes nulovou fázi admitance. U vzorků polarizovaných 3,8 kV je takto antirezonance snížena dosti výrazně (zhruba o 6%) (Tabulka 2.6, Obr. 17). Pouhé dělení elektrod nemá na hodnotu rezonance a antirezonance velký vliv. Pouze před průchodem antirezonančním kmitočtem se objevil velice malý zákmit (Obr. 2.13, 2.15, 2.17). Platí (jistě stejně jako v předchozí skupině s rovnou elektrodou), že v aplikacích využívajících radiálního kmitu je výhodné použít jednoduché prvky s oboustrannou elektrodou, pokud není třeba jinak. Jejich spektrum je nejčistší a má nejvyšší koeficient k_p (0,69 u polarizace 1,2 kV (Tabulka 2.5)).

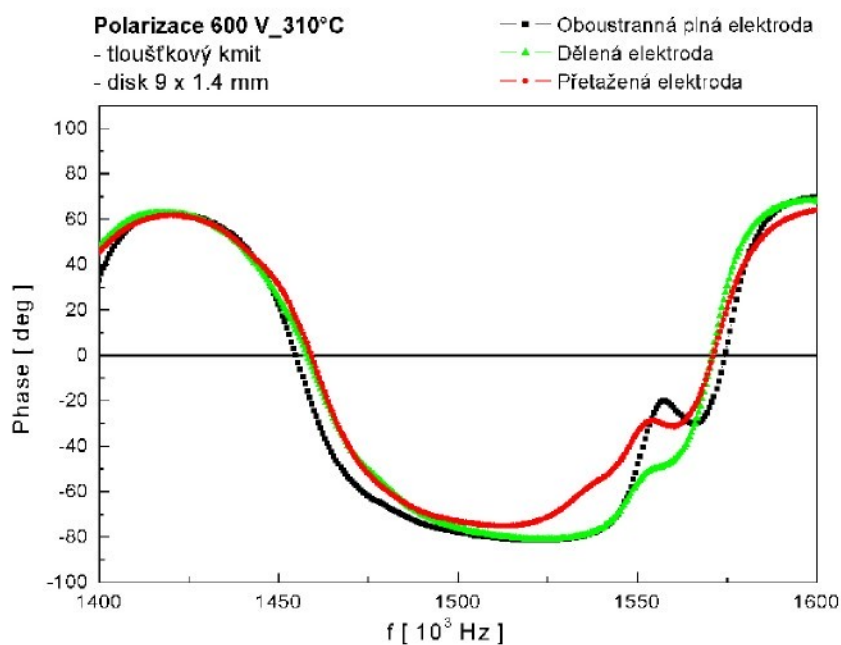
Tloušťkový kmit se zde opět choval jinak. Zákmity se spíše objevovaly u oboustranné a dělené elektrody, v důsledku přetažené elektrody bylo znatelné určité vyhlazení spektra (Obr. 2.14, 2.16, 2.18). Zmíněné zákmity, které se objevovaly u antirezonance, směřovaly k hodnotě antirezonančního kmitočtu vzorků s přetaženou elektrodou. To je vidět hlavně u polarizace 3,8 kV (Obr. 2.18), kde tyto zákmity způsobily větší snížení koeficientu k_t (Tabulka 2.6).

Tabulka 2.4: Rezonanční frekvence a koeficienty elektromechanické vazby skupiny vzorků s půlkruhovou dělenou elektrodou, polarizační napětí 600 V, teplota při polarizaci 310°C.

600 V 310 °C	radiální kmit			tloušťkový kmit				
	f_r [kHz]	f_a [kHz]	vzorek	f_r [kHz]	f_a [kHz]	vzorek	k_p	k_t
oboustranná elektroda	215,2	265,2	1	1 455	1 574	1	0,66	0,42
dělená elektroda	217,4	264,6	1	1 458	1 571	3	0,64	0,41
přetažená elektroda	217,1	263,4	3	1 459	1 571	3	0,63	0,41



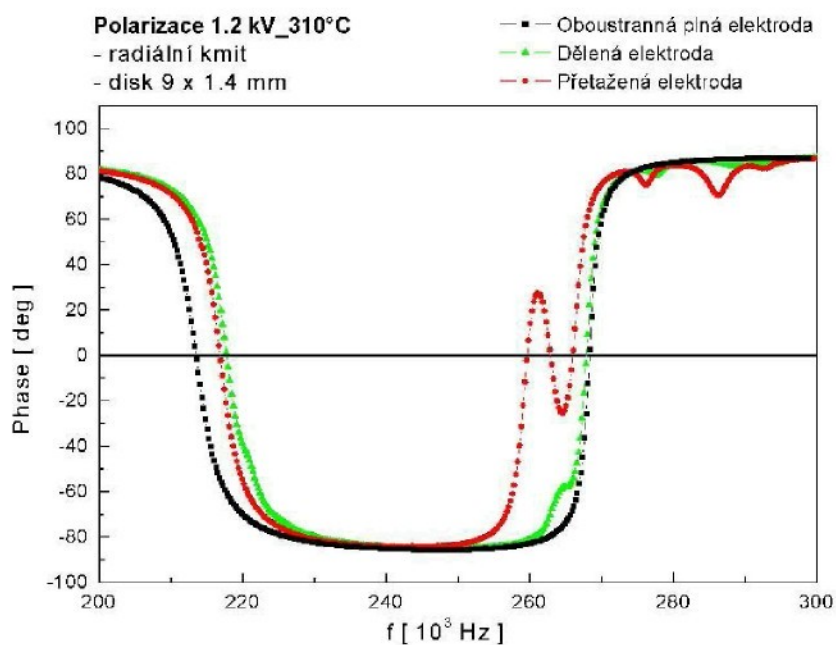
Obr. 2.13: Frekvenční (fázové) spektrum v okolí radiálního kmitu vybraných vzorků ze skupiny s půlkruhovou dělenou elektrodou, polarizovaných napětím 600 V při teplotě 310°C; zobrazeno pro všechny typy elektrod.



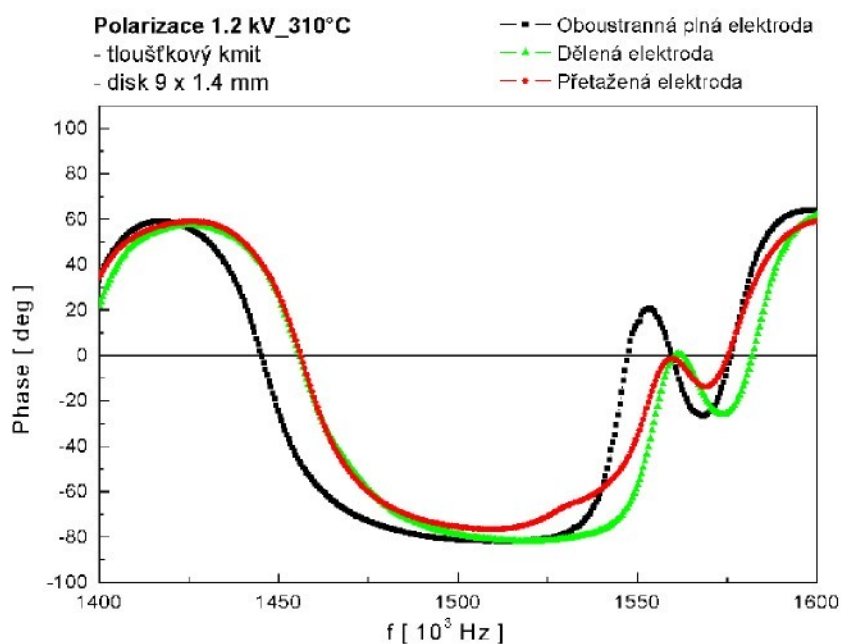
Obr. 2.14: Frekvenční (fázové) spektrum v okolí tloušťkového kmitu vybraných vzorků ze skupiny s půlkruhovou dělenou elektrodou, polarizovaných napětím 600 V při teplotě 310°C; zobrazeno pro všechny typy elektrod.

Tabulka 2.5: Rezonanční frekvence a koeficienty elektromechanické vazby skupiny vzorků s půlkruhovou dělenou elektrodou, polarizační napětí 1,2 kV, teplota při polarizaci 310°C.

1.2 kV 310 °C	radiální kmit			tloušťkový kmit				
	f_r [kHz]	f_a [kHz]	vzorek	f_r [kHz]	f_a [kHz]	vzorek	k_p	k_t
oboustranná elektroda	213,5	268,3	3	1 445	1 578	1	0,69	0,44
dělená elektroda	217,8	267,9	2	1 456	1 585	3	0,66	0,43
přetažená elektroda	216,7	265,8	1	1 456	1 575	3	0,66	0,41



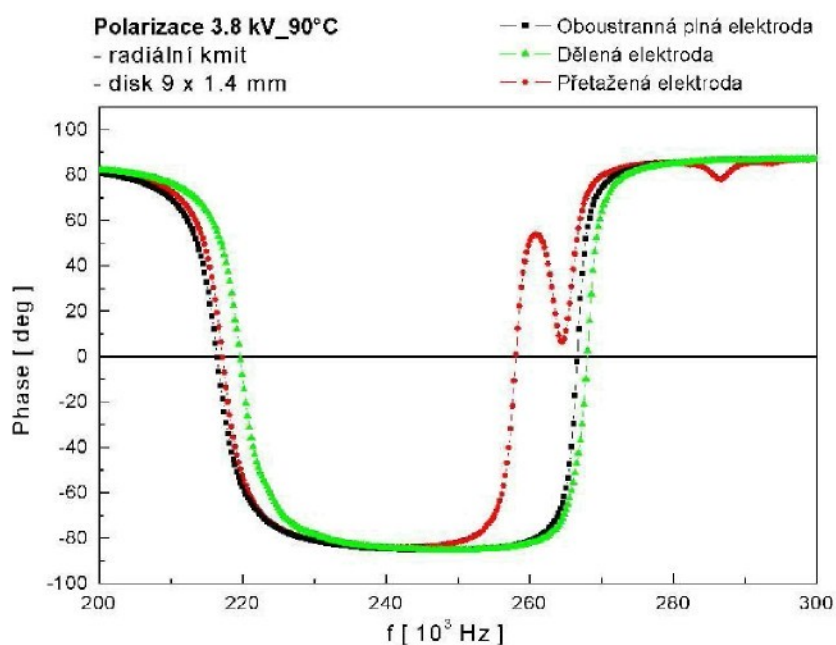
Obr. 2.15: Frekvenční (fázové) spektrum v okolí radiálního kmitu vybraných vzorků ze skupiny s půlkruhovou dělenou elektrodou, polarizovaných napětím 1,2 kV při teplotě 310°C; zobrazeno pro všechny typy elektrod.



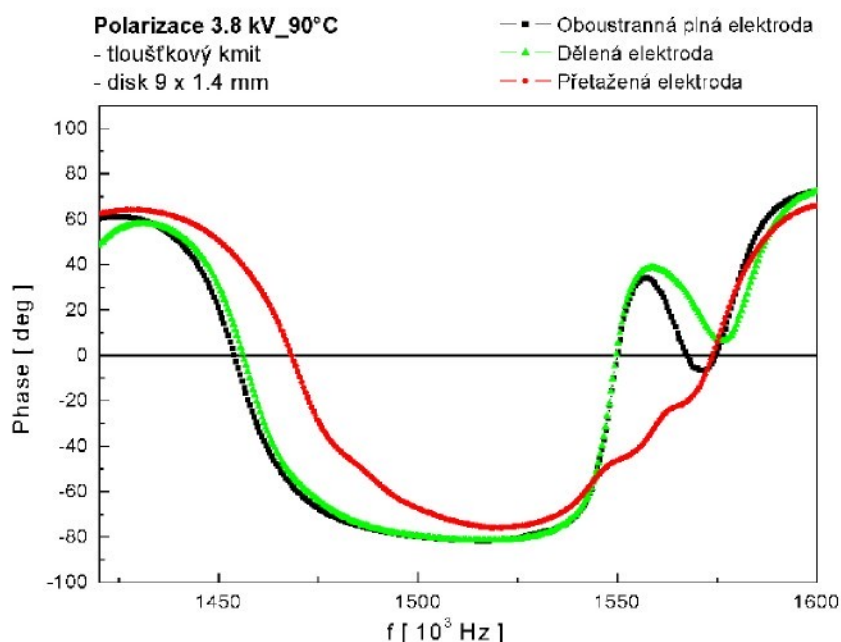
Obr. 2.16: Frekvenční (fázové) spektrum v okolí tloušťkového kmitu vybraných vzorků ze skupiny s půlkruhovou dělenou elektrodou, polarizovaných napětím 1,2 kV při teplotě 310°C; zobrazeno pro všechny typy elektrod.

Tabulka 2.6: Rezonanční frekvence a koeficienty elektromechanické vazby skupiny vzorků s půlkruhovou dělenou elektrodou, polarizační napětí 3,8 kV, teplota při polarizaci 90°C.

3.8 kV 90 °C	radiální kmit			tloušťkový kmit				
	f_r [kHz]	f_a [kHz]	vzorek	f_r [kHz]	f_a [kHz]	vzorek	k_p	k_t
oboustranná elektroda	216,4	266,6	3	1 454	1 550	3	0,67	0,38
dělená elektroda	219,6	268,0	3	1 456	1 550	3	0,65	0,38
přetažená elektroda	217,2	258,1	2	1 468	1 574	3	0,60	0,40



Obr. 2.17: Frekvenční (fázové) spektrum v okolí radiálního kmitu vybraných vzorků ze skupiny s půlkruhovou dělenou elektrodou, polarizovaných napětím 3,8 kV při teplotě 90°C; zobrazeno pro všechny typy elektrod.



Obr. 2.18: Frekvenční (fázové) spektrum v okolí tloušťkového kmitu vybraných vzorků ze skupiny s půlkruhovou dělenou elektrodou, polarizovaných napětím 3,8 kV při teplotě 90°C; zobrazeno pro všechny typy elektrod.

2.3.3 Rovné vs. půlkruhové přetažení elektrody

Jak je z těchto výsledků zřejmé, má na vlastnosti rezonátoru velký vliv proces polarizace materiálu. Jako nejlepší podmínky polarizace se jeví pro rovné přetažení 930V / 300 °C a pro půlkruhovitě přetažení 1,2 kV / 310 °C. Rozhodujícím parametrem polarizace je zřejmě teplota [12]. Při porovnání bude vhodné vyjít zejména z těchto dvou sad.

Při vzájemném porovnání rovného a půlkruhového přetažení z hlediska polarizace (což je složité, neboť hodnoty polarizačního napětí a teplot nejsou totožné) se dá pouze říci, že pro všechny typy polarizace byly koeficienty k_p i k_t většinou vyšší u půlkruhové přetažené elektrody (jak je vidět z Tabulek 2.1 – 2.6).

Koeficienty elektromechanické vazby a rezonanční frekvence

Planární koeficient k_p se při postupné změně elektrody oboustranná – dělená – přetažená snižuje, tento pokles je výraznější u skupiny s rovnou dělenou elektrodou. Tloušťkový koeficient k_t je u skupiny s rovným dělením konstantní, u půlkruhového dělení

pak klesá. Velikost těchto koeficientů je však vždy vyšší u skupiny s půlkruhovým dělením (Tabulky 2.1 – 2.6).

Posun rezonanční a antirezonanční frekvence (zmenšení nebo zvětšení) při změně typu elektrod má u jednotlivých sad různý trend a nelze jej zobecňovat. U skupiny s půlkruhovou dělenou elektrodou je relativní posun těchto frekvencí při změně geometrie elektrod menší (0,5 % u polarizace 600 V / 310 °C (Tabulka 2.4)).

Frekvenční spektrum v okolí rezonance

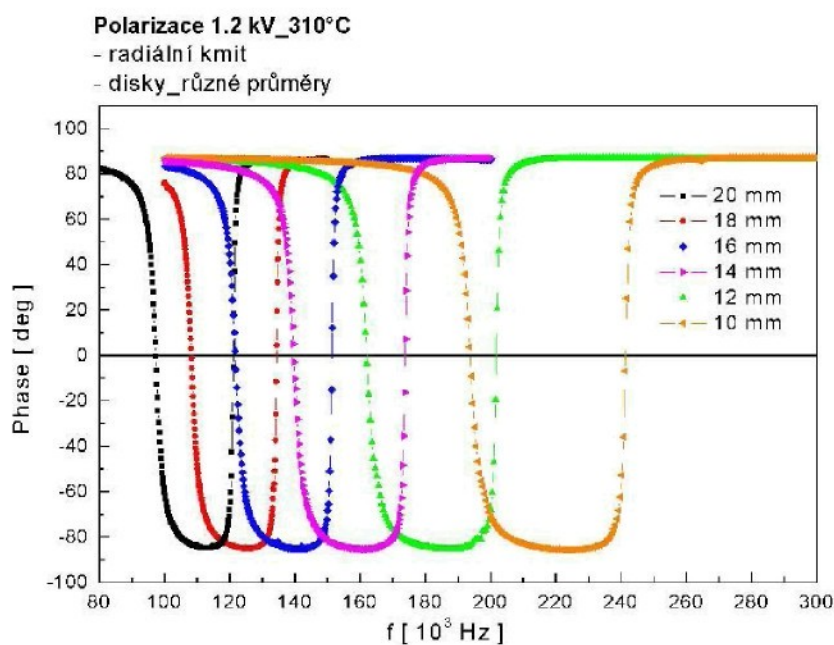
U obou skupin je základní radiální kmit (oboustranná plná elektroda) čistý bez parazitních rezonancí. V případě dělené a přetažené elektrody se objevují parazitní kmity – u skupiny s rovnou dělenou elektrodou v oblasti pod rezonancí a nad antirezonancí (Obr. 2.7, 2.9, 2.11), u skupiny s půlkruhovou dělenou elektrodou v okolí antirezonance (Obr. 2.13, 2.15, 2.17). Při přetažené elektrodě je zákmit významný a ovlivňuje hodnotu antirezonančního kmitočtu.

U tloušťkového kmitu u skupiny s rovnou dělenou elektrodou nejsou výrazné parazitní kmitočty (s výjimkou polarizace 2,8 kV / 90 °C) (Obr. 2.8, 2.10, 2.12), u skupiny s půlkruhovou dělenou elektrodou je zřetelný překmit v okolí antirezonance. Při přetažení elektrody dochází k ztlumení parazitního kmitu. Tento jev při přetažení elektrody je nutné dále experimentálně ověřit.

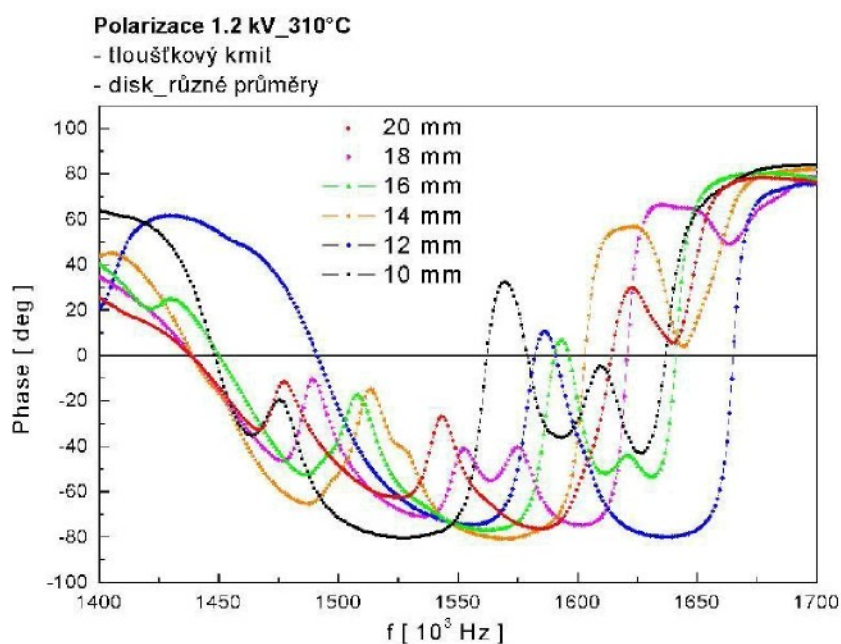
Vyhodnocení

Ze srovnání naměřených frekvenčních spekter vyplývá, že lepší vlastnosti vykazují rezonátory s přetaženou elektrodou s půlkruhovým dělením [12]. Srovnání není zcela jednoznačné, protože byly porovnávány rezonátory polarizované za různých podmínek. Vliv těchto podmínek na vlastnosti rezonátoru se ukázal jako významný. Hodnocení bylo provedeno pouze pro jeden rozměr rezonátoru, což může v jisté míře ovlivnit tvrzení zde uvedená. Průběh frekvenčního spektra a výskyt parazitních rezonancí v okolí tloušťkového kmitu závisí totiž také na poměru rozměrů disku.

Pro doplnění byly měřeny jednoduché diskové rezonátory různých průměrů (10 mm – 20 mm, po 2 mm) a stejné tloušťky jako zkoumané rezonátory (1,4 mm), jejichž frekvenční spektra jsou na Obr. 2.19, 2.20, a které byly taktéž dodány Piezoceramem.



Obr. 2.19: Frekvenční (fázové) spektrum v okolí radiálního kmitu vybraných vzorků diskových rezonátorů různých průměrů, polarizovaných napětím 1,2 kV při teplotě 310°C.



Obr. 2.19: Frekvenční (fázové) spektrum v okolí tloušťkového kmitu vybraných vzorků diskových rezonátorů různých průměrů, polarizovaných napětím 1,2 kV při teplotě 310°C.

Je vidět, že u radiálního kmitu nastává při zvyšujícím se průměru posun rezonančních a antirezonančních kmitočtů směrem dolů. Na hodnotu k_p průměr vliv nemá (Tabulka 2.7).

Tloušťkový kmit lze posoudit velmi těžce. Toto spektrum obsahuje řadu parazitních složek, jejichž množství a intenzita závisí na rozměrech rezonátoru. Rezonanční frekvence tloušťkového kmitu není konstantní, ale kolísá okolo teoretické hodnoty v závislosti na poměru rozměrů průměr / tloušťka. V okolí hlavní rezonanční frekvence existuje několik dalších (neharmonických) rezonancí, které mohou nepříznivě ovlivňovat základní kmit [12]. Zde je zajímavé, že koeficient k_t je maximální u průměru 16 mm. (0,51 (Tabulka 2.7)). Tento poznatek je nutné dále zkoumat měřením a modelováním metodou konečných prvků.

Tabulka 2.7: Rezonanční frekvence a koeficienty elektromechanické vazby vzorků diskových rezonátorů různých průměrů, podmínky při polarizaci – 1,2 kV, 310°C.

1,2 kV 310°C	radiální kmit			tloušťkový kmit				
průměr [mm]	f_r [kHz]	f_a [kHz]	vzorek	f_r [kHz]	f_a [kHz]	vzorek	k_p	k_t
10	193,7	241,4	4	1448	1637	4	0,68	0,50
12	161,8	201,5	1	1491	1665	3	0,68	0,48
14	139,7	173,8	4	1439	1603	2	0,68	0,48
16	121,7	151,4	3	1450	1642	3	0,68	0,51
18	108,3	134,4	1	1439	1621	1	0,68	0,50
20	97,5	121,4	1	1438	1614	4	0,68	0,50

Uvedené závěry budou nyní doplněny o výsledky modelování pomocí metody konečných prvků.

Pozn.: Celou elasto-piezo-dielektrickou matici materiálu PCM 51, potřebnou pro účely modelování, bohužel nebylo možné určit. Byly spočteny pouze některé parametry (např. elastický modul c_{33}^D z tloušťkových kmitů disků, který byl použit v teoretické části při analytickém výpočtu rezonančních a antirezonančních frekvencí v kapitole 1.4.3), které budou uvedeny dále.

3 FEM model

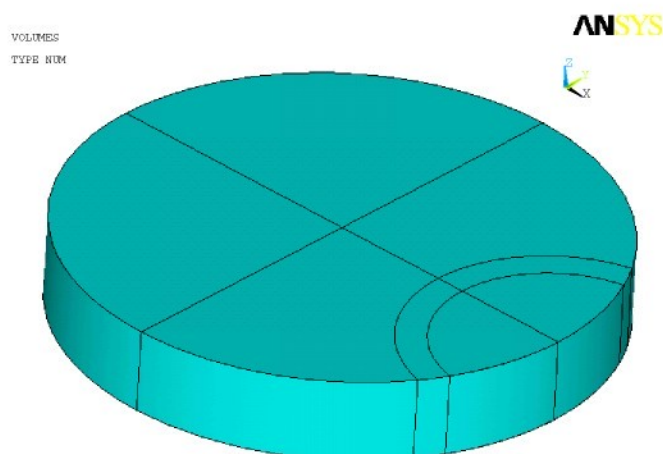
Jak již bylo řečeno výše, vytvořit a zkalibrovat FEM model (FEM = Finite Element Methode, v překladu znamená metoda konečných prvků) je velmi výhodné pro následnou optimalizaci měniče. V této kapitole budou uvedeny modely radiálního a tloušťkového kmitu zkoumaných rezonátorů s půlkruhovou přetaženou elektrodou, protože jejich vlastnosti se při měření ukázaly být lepší než rezonátorů s rovnou přetaženou elektrodou. Při tvorbě modelu je využíván program ANSYS 10.0, který řeší problémy popsané parciálními diferenciálními rovnicemi diskretizací metodou konečných prvků. Typ ANSYS produktu, který je použit, ANSYS Multiphysics, nabízí kombinovat vlivy několika fyzikálních polí v jednom prostředí [13]. To se právě velmi hodí pro případ piezoelektrického rezonátoru, kde se kombinují vlastnosti a vlivy mechanických a elektrických veličin.

V příloze této práce jsou uvedeny textové soubory, které slouží jako zdrojový text pro ANSYS. Pomocí jednotlivých příkazů jsou definovány všechny parametry rezonátoru – geometrické, materiálové, je vytvořena síť konečných prvků (elementů), jsou zadány okrajové podmínky a vhodná analýza řešení. Jednotlivé části této kapitoly pojednávají o těchto zmíněných bodech.

3.1 Geometrie měniče

Geometrie vzorku je vytvořena v cylindrické souřadné soustavě, neboť rezonátory jsou tvaru disku. Průměr a tloušťka jsou zadány 9 mm a 1,4 mm. Vhodným dělením vytvořeného „objemu“ je docíleno tvaru přetažení elektrody (Obr. 3.1).

Disk s přetažením je symetrický podle osy x , bylo by tedy možné vytvářet pouze polovinu modelovaného disku a pomocí okrajových podmínek na dělicí ploše ošetřit symetrii. Avšak po uvážení model není vytvářen jako symetrický a to z důvodu možné ztráty některých z výsledků (vlastních frekvencí, potažmo rezonancí).



Obr 3.1: Model rezonátoru tvaru disku s půlkruhovým přetažením elektrody.

3.2 Materiálové parametry

3.2.1 Použitá data

Bylo zmíněno, že pro účely modelování je třeba celé elasto-piezo-dielektrické matice. Je mnoho způsobů, jak ji určit. Jedním z nich může být rezonanční metoda, která však vyžaduje několik typizovaných tvarů rezonátorů daného materiálu (pro vybuzení určitého tvaru kmitu), na nichž se provede měření rezonančních a antirezonančních kmitočtů a opět se aproximuje $f_s \approx f_r$ a $f_p \approx f_a$. Byly však dodány pouze rezonátory tvaru tyčinky a disku. Z naměřených rezonančních a antirezonančních frekvencí se dostanou požadované parametry pomocí vztahů uvedených níže [9].

Z hodnot sériového rezonančního kmitočtu f_s a paralelního rezonančního kmitočtu f_p podélných kmitů tyčinek zpolarizovaných ve směru tloušťky lze určit elastický koeficient

$$s_{11}^E = \frac{1}{4l^2 f_s^2 \rho}, \quad (3.1)$$

kde l je délka tyčinky (17 mm).

Z hodnot sériového rezonančního kmitočtu f_s a paralelního rezonančního kmitočtu f_p radiálních kmitů disků zpolarizovaných ve směru tloušťky lze určit elastický koeficient

$$s_{12}^E = -s_{11}^E \sigma^E, \quad (3.2)$$

kde σ^E je Poissonovo číslo, určený již z rovnic (2.1a), (2.1b). Z vypočtených hodnot je možné určit některé zbývající elastické koeficienty

$$s_{13}^E = s_{13}^D + \frac{d_{31}d_{33}}{\epsilon_{33}^T}, \quad (3.3)$$

$$s_{66}^E = 2(s_{11}^E - s_{12}^E), \quad (3.4)$$

kde d_{31} , d_{33} a ϵ_{33}^T jsou katalogové hodnoty společnosti Piezoceram, s.r.o. [7]. Piezoelektrické moduly lze určit jako

$$e_{31} = d_{31}(c_{11}^E + c_{12}^E) + d_{33}c_{13}^E, \quad (3.5)$$

$$e_{33} = 2d_{31}c_{13}^E + d_{33}c_{33}^E, \quad (3.6)$$

kde elastické moduly c_{13}^E a c_{33}^E jsou určeny opět pomocí již vypočtených materiálových parametrů. Není však stěžejní zde tyto vzorce uvádět, protože nebyly zadávány do modelu. Tabulka 3.1 shrnuje zadávané parametry s jejich zdroji (označeno barevně). Tabulka 3.2 obsahuje stejné materiálové parametry keramiky PZT-5A (výrobce Morgan Electroceramics) velmi podobné keramice PCM 51, které jsou kompletní a byly použity pro účely hlavního modelu. Tato keramika byla doporučena dodavatelem. Posléze byly některé parametry nahrazeny vypočtenými či katalogovými a model proveden znovu. Není to však model žádné konkrétní keramiky, protože zadávané parametry jsou kombinací materiálových parametrů dvou, i když velmi podobných, měkkých piezoelektrických keramik.

Tabulka 3.1: Materiálové parametry piezoelektrické keramiky PCM 51, barevně označen zdroj jejich získání.

$s_{11}^E [10^{-12} \text{ Pa}^{-1}]$	16,5	$e_{15} [\text{ N m}^{-1} \text{ V}^{-1}]$	nezměřeno	katalogová hodnota
$s_{12}^E [10^{-12} \text{ Pa}^{-1}]$	-5,2	$e_{31} [\text{ N m}^{-1} \text{ V}^{-1}]$	-5,4	hodnota vypočtená z měření
$s_{13}^E [10^{-12} \text{ Pa}^{-1}]$	-6,7	$e_{33} [\text{ N m}^{-1} \text{ V}^{-1}]$	28,7	hodnota vypočtená z konstant
$s_{33}^E [10^{-12} \text{ Pa}^{-1}]$	18,7			
$s_{55}^E [10^{-12} \text{ Pa}^{-1}]$	nezměřeno	$\varepsilon_{11}^T / \varepsilon_0 [1]$	nezměřeno	
$s_{66}^E [10^{-12} \text{ Pa}^{-1}]$	43,4	$\varepsilon_{33}^T / \varepsilon_0 [1]$	1850	

Tabulka 3.2: Materiálové parametry piezoelektrické keramiky PZT-5A [14].

$s_{11}^E [10^{-12} \text{ Pa}^{-1}]$	16,40	$e_{15} [\text{ N m}^{-1} \text{ V}^{-1}]$	12,3
$s_{12}^E [10^{-12} \text{ Pa}^{-1}]$	-5,74	$e_{31} [\text{ N m}^{-1} \text{ V}^{-1}]$	-5,4
$s_{13}^E [10^{-12} \text{ Pa}^{-1}]$	-7,22	$e_{33} [\text{ N m}^{-1} \text{ V}^{-1}]$	15,8
$s_{33}^E [10^{-12} \text{ Pa}^{-1}]$	18,80		
$s_{55}^E [10^{-12} \text{ Pa}^{-1}]$	47,50	$\varepsilon_{11}^T / \varepsilon_0 [1]$	1730
$s_{66}^E [10^{-12} \text{ Pa}^{-1}]$	44,30	$\varepsilon_{33}^T / \varepsilon_0 [1]$	1700

3.2.2 Způsob zadávání materiálových dat do modelu v ANSYSU

Materiálové parametry (elastické a piezoelektrické) jsou zadávány do matic v jiném formátu, než bylo demonstrováno v kapitole 1.3. Koeficienty mají stejnou hodnotu, pouze jsou uvedeny v jiném pořadí (Obr. 3.2).

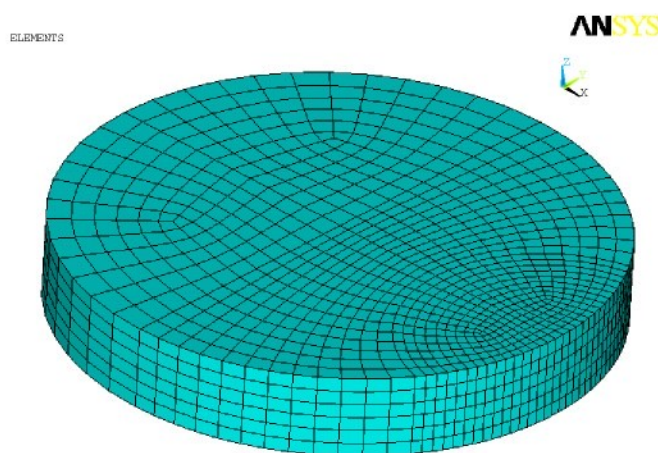
$$\text{ANSYS } [e] = \begin{bmatrix} x & y & z \\ x & e_{11} & e_{12} & e_{13} \\ y & e_{21} & e_{22} & e_{23} \\ z & e_{31} & e_{32} & e_{33} \\ xy & e_{61} & e_{62} & e_{63} \\ yz & e_{41} & e_{42} & e_{43} \\ xz & e_{51} & e_{52} & e_{53} \end{bmatrix} \quad \text{ANSYS } [c]^E = \begin{bmatrix} x & y & z & xy & yz & xz \\ x & c_{11} & c_{12} & c_{13} & & \\ y & c_{21} & c_{22} & c_{23} & & \\ z & c_{31} & c_{32} & c_{33} & & \\ xy & c_{61} & c_{62} & c_{63} & c_{66} & \\ yz & c_{41} & c_{42} & c_{43} & c_{46} & c_{44} \\ xz & c_{51} & c_{52} & c_{53} & c_{56} & c_{54} & c_{55} \end{bmatrix}$$

Obr. 3.2: Matice piezoelektrických a elastických modulů (koeficientů analogicky) zadané tak, jak vyžaduje program ANSYS [15].

3.3 Tvorba sítě konečných prvků

Aby vůbec bylo možné analýzu provést, musí být modelovaný objekt diskretizován, tedy rozdělen na jednotlivé elementy, konečné prvky (Obr. 3.3). V ANSYSu je mnoho druhů různých elementů, každý z nich je zaměřen na jiný typ analýzy. K účelu tohoto modelování piezoelektrických rezonátorů byl vybrán 3-D element *SOLID5*, jehož jedna z variant umožňuje vazbu elektrických a mechanických vlastností. Uzly jednotlivých elementů, jejichž poloha je pro metodu konečných prvků stěžejní, jsou ve vrcholech šestiúhelníku, kterým je tento element reprezentován. Na tyto uzly je posléze zadána elektrická okrajová podmínka, která reprezentuje jednotlivé elektrody. Stojí za zmínku, že přetažená elektroda byla vytvořena pomocí techniky „couplingu“ – spojení stupňů volnosti (zde elektrického potenciálu). Tento způsob zadávání okrajové podmínky se používá např. tam, kde uzly tvoří jednu linii či povrch.

Síť je možné definovat buďto počtem elementů na jednotlivých hranách modelu či přímo velikostí hrany elementu na hraně modelu. Optimální „meshování“, aby výsledek byl vypovídající, je poněkud obtížnější vytvořit. Je zajímavé, že při radiálním a tloušťkovém kmitu, bylo nutno použít jiné dělení sítě. Pro tloušťkový kmit bylo třeba umístit pouze jeden element po tloušťce vzorku, neboť při více elementech byl požadovaný kmit ve frekvenčním spektru nerozpoznatelný. Je možné, že tato síť působí jako numerický filtr pro průchozí vlny a kmit je tak velmi zatlumen.



Obr 3.3: Síť elementů pro diskový rezonátor s půlkruhovým přetažením elektrody.

3.4 Model frekvenčního spektra – modální a harmonická analýza

Bylo řečeno, že piezoelektrický rezonátor v pracovním režimu kmitá na některé ze svých vlastních frekvencí. Aby bylo možné tuto frekvenci určit, je třeba provést tzv. *modální analýzu*. V této analýze jsou počítány všechny vlastní frekvence (ve zvoleném frekvenčním rozsahu) tělesa a k nim vlastní tvary kmitu. To v matematickém pojetí znamená výpočet vlastních čísel, které odpovídají právě vlastním frekvencím, a vlastních vektorů, které poměrem odpovídají výchylkám. Vypočtené vlastní frekvence jsou všechny matematicky možné, vesměs nejsou na reálném rezonátoru vybuditelné. Vlastní vektory jsou určitým způsobem normalizované, reálné hodnoty výchylek tedy neudávají. To vyplývá ze způsobu, jak se v globální soustavě projeví zadání okrajových podmínek – důležité je, v jakých uzlech je okrajová podmínka zadána, ne jakou má hodnotu, protože s pravou stranou, kde se okrajová podmínka projeví, se při výpočtu vlastních čísel nepracuje.

Modální analýza je provedena ve dvou krocích. Nejprve pro zkratovaný obvod („short circuit“), který odpovídá rezonanci a poté pro rozpojený obvod („open circuit“), který odpovídá antirezonanci. Při zkratovaném obvodu jsou obě elektrody uzemněny (napětí vložené na elektrody je nulové), při rozpojeném obvodu pouze jedna [15]. Označí-li se vypočtené vlastní frekvence z analýzy „short circuit“ f_{SH} a frekvence z „open circuit“ f_{OP} , lze zavést tzv. *koeficient kvality* K , pro který platí [16]

$$K = \sqrt{\frac{f_{OP}^2 - f_{SH}^2}{f_{SH}^2}} \quad (3.7)$$

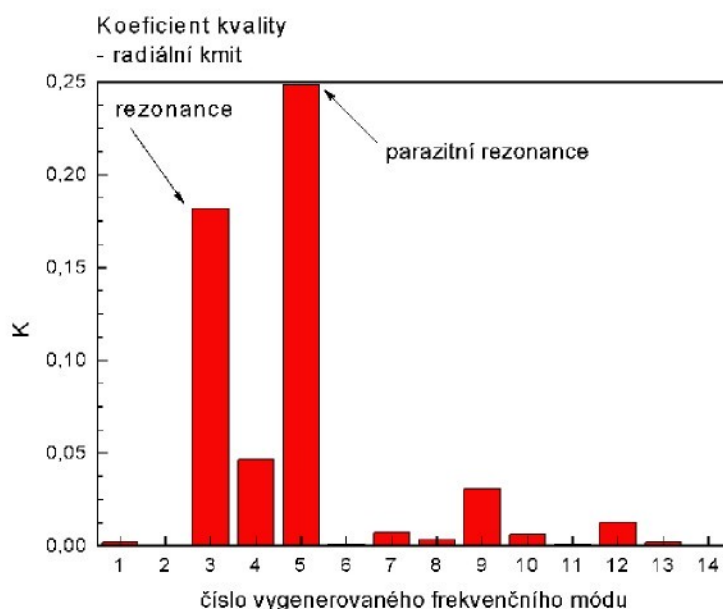
Provede-li se tento výpočet pro všechny vypočtené vlastní frekvence, dá se určit rezonanční kmitočet měniče. Mód, pro který je K maximální, je rezonanční. Toto nemusí však platit vždy. Pokud se objeví některé parazitní rezonance, projeví se na K a to pak v zákmitech může nabývat i vyšších hodnot.

Byl modelován kmit radiální, pro který je K graficky znázorněno na Obr. 3.4 a kmit tloušťkový, pro který je K na Obr. 3.7. Je-li znám tvar vlastního kmitu měniče při rezonanci (radiální a tloušťkový), lze tento kmit dohledat ve vypočteném frekvenčním spektru (v grafech znázorňujících posunutí jednotlivých uzlů sítě). Výstupem pak může být

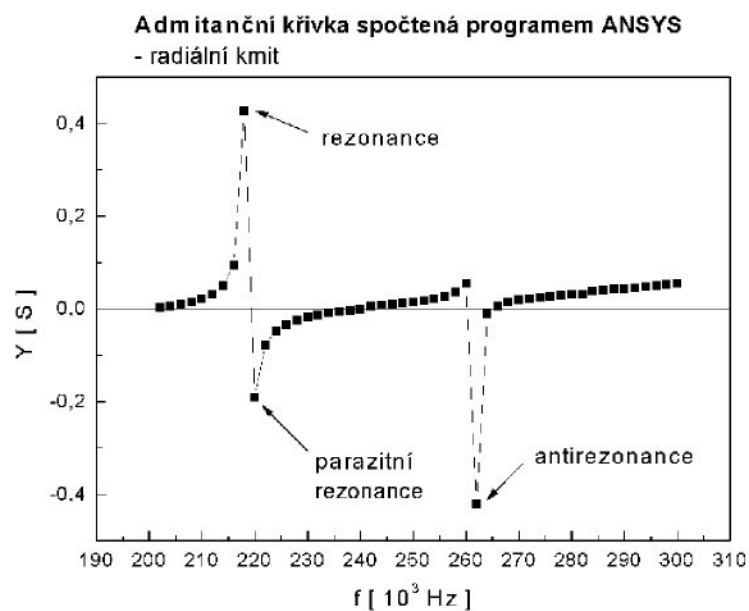
model, kde je vidět deformovaný rezonátor při rezonančním kmitu (Obr. 3.6, 3.9). Poměrná posunutí, reprezentovaná normovanými vlastními vektory, jsou počítána v uzlech elementů.

Aby bylo lépe rozpoznatelné, kde se rezonance nachází, je výhodné provést výpočet admitanční křivky. K tomu je nutné provést ještě tzv. *harmonickou analýzu*. Zde dostáváme informaci o tom, jak těleso reaguje na buzení o různé frekvenci. Odezva už není jen poměrová veličina, ale je přímo v konkrétních fyzikálních jednotkách. Je ale zapotřebí si uvědomit, že je počítán ideální bezetrátový rezonátor (bez tlumení), který bude mít v absolutních hodnotách jinou odezvu než ten reálný, který byl měřen. Útlum je možné ANSYSu několika způsoby zavést, ale jeho koeficient nebyl nijak změřen.

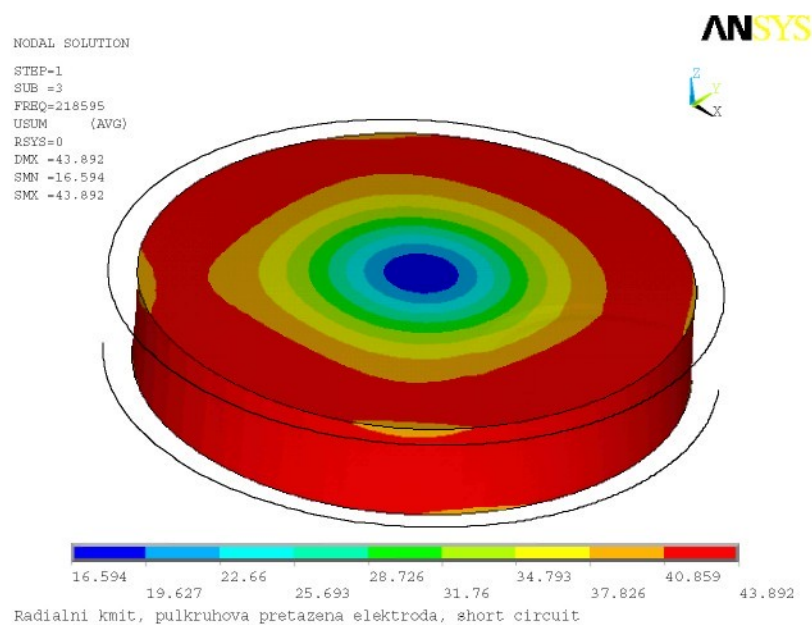
Z výsledků harmonické analýzy je vypočítána admitance Y pro každou frekvenci budícího napětí a to jako I/U , kde I je proud a U je zadávané elektrické napětí na elektrody (1V). Proud je úměrný akumulovanému náboji na povrchu elektrod podle $I = j\omega \Sigma Q_i$, kde ω je úhlová frekvence budícího napětí a ΣQ_i je náboj ve všech uzlech elektrody. Protože napětí na elektrodě je ve všech uzlech stejné (díky „couplingu“), lze admitanci počítat jen pro jediný uzel [15]. Admitanční křivky (jejich reálné složky) v okolí radiálního a tloušťkového kmitu jsou uvedeny na Obr. 3.5, 3.8.



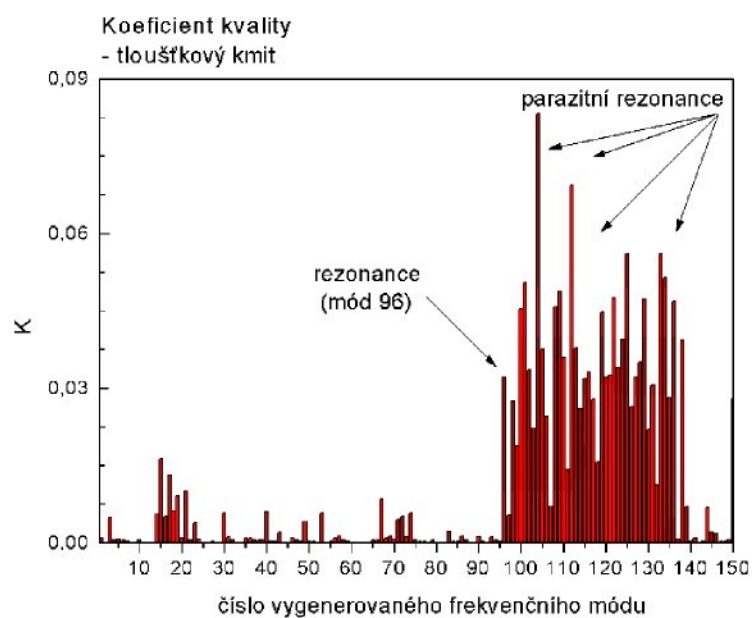
Obr 3.4: *Koeficient kvality K pro radiální kmit diskového rezonátoru s půlkruhovou přetaženou elektrodou.*



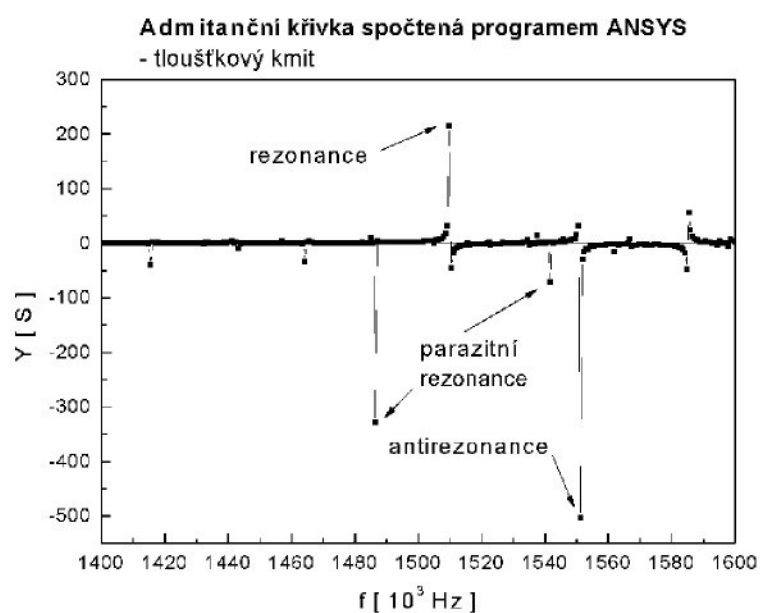
Obr 3.5: Admitanční křivka pro radiální kmit diskového rezonátoru s půlkruhovou přetaženou elektrodou.



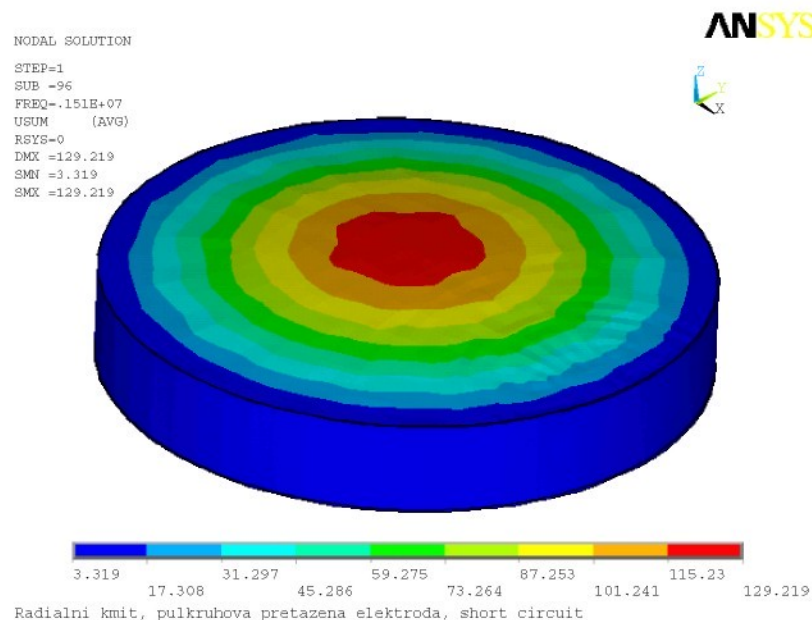
Obr 3.6: Radiální kmit diskového rezonátoru s půlkruhovou přetaženou elektrodou.



Obr 3.7: *Koeficient kvality K pro tloušťkový kmit diskového rezonátoru s půlkruhovou přetaženou elektrodou.*



Obr 3.8: *Admitanční křivka pro tloušťkový kmit diskového rezonátoru s půlkruhovou přetaženou elektrodou.*



Obr 3.9: *Tloušťkový kmit diskového rezonátoru s půlkruhovou přetaženou elektrodou.*

Jak je vidět z grafů koeficientu kvality a admitanční křivky, potvrdilo se to, co bylo zjištěno již experimentem. Frekvenční spektrum rezonátorů s přetaženou elektrodou obsahuje určité parazitní rezonance (vyznačeno v grafech). V okolí tloušťkového kmitu je spektrum velmi zarušené a tloušťkový mód je ve vazbě i s jinými kmity (Obr. 3.7). V Tabulce 3.3 jsou shrnuty hodnoty rezonančních a antirezonančních frekvencí v porovnání s týmiž hodnotami získaných experimentem (porovnáno s vzorky polarizovanými napětím 1,2 kV při teplotě 310°C, které se jevíly z experimentu jako nejlepší). Bylo dosaženo shody FEM modelu a experimentu v rámci tolerancí uvedených výrobcem ($\pm 5\%$) [7].

Výsledky modelu, provedeného s kombinací naměřených a tabulkových materiálových parametrů jsou téměř totožné, proto zde nebudou uvedeny. Malá odlišnost piezoelektrických modulů nemá na hodnoty rezonančních frekvencí ani tvar admitančních křivek přílišný vliv. Vypočtené elastické koeficienty keramiky PCM 51, jejichž změna by na posun rezonančních kmitočtů vliv měla (ověřeno vlastním modelováním již dříve), jsou téměř stejné jako elastické koeficienty piezoelektrické keramiky PZT-5A

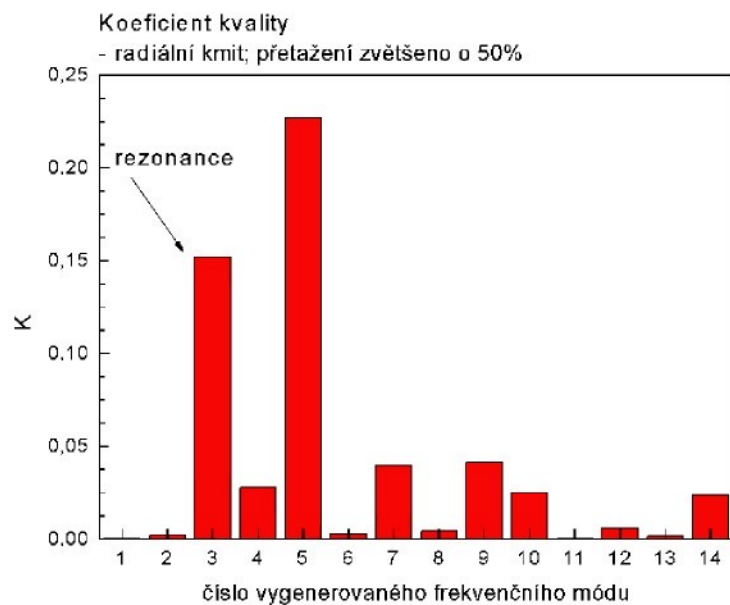
Tabulka 3.3: *Rezonanční a antirezonanční frekvence radiálního a tloušťkového kmitu získané experimentem a FEM modelem.*

Srovnání modelu a experimentu	radiální kmit		tloušťkový kmit	
	f_r [kHz]	f_a [kHz]	f_r [kHz]	f_a [kHz]
Experiment	216,7	265,8	1456	1575
FEM model	218,7	262,0	1510	1585
Odlišnost [%]	0,91	1,45	3,58	0,63

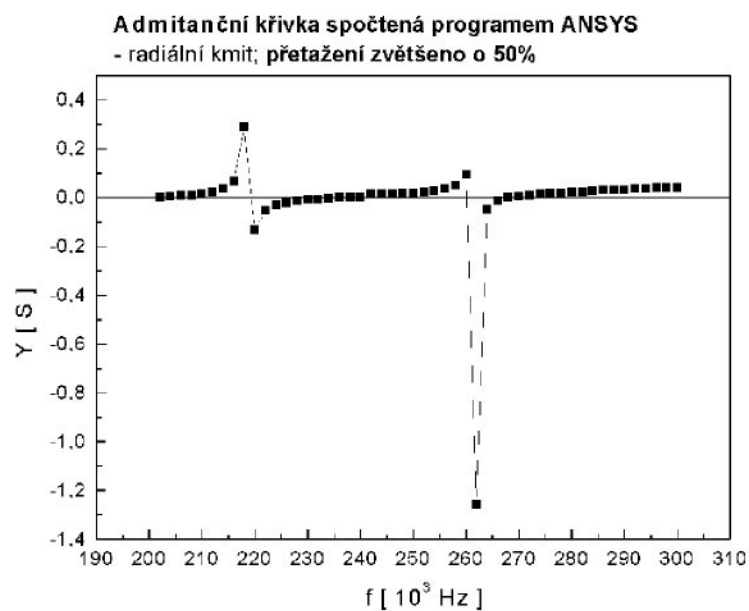
3.5 Návrh na potlačení parazitních rezonancí

Parazitní rezonance jsou nežádoucím jevem v oblasti rezonance měniče. Ovlivňují nepříznivě přeměnu elektrické energie v mechanickou. Je tedy snahou je co nejvíce potlačit a získat tak co „nejčistší“ spektrum. Za pomoci modelu lze měnit konstrukční uspořádání rezonátoru bez toho, aniž by bylo vynaloženo finanční úsilí na jeho výrobu s jinými parametry.

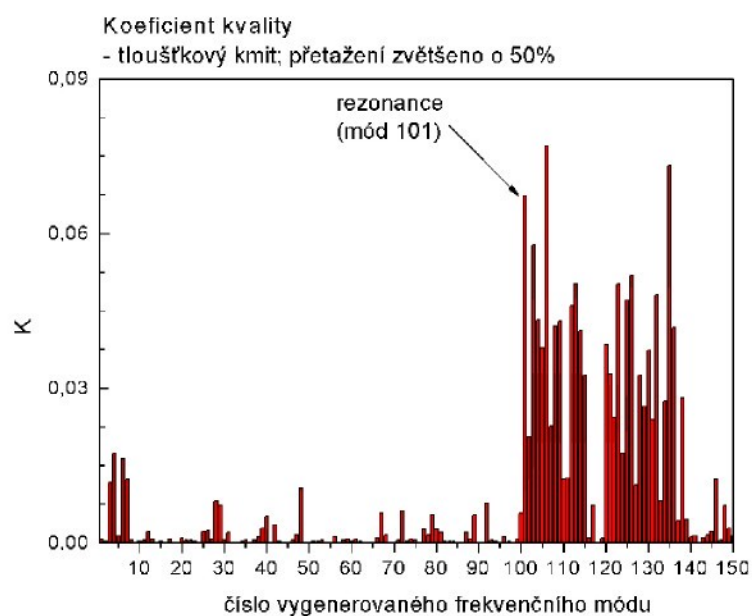
Zde je předpokládáno, že průměr a tloušťka by měly být zachovány, proto je měněna pouze velikost přetažení a to v poměru $\pm 50\%$ (v tomto případě to znamená zvětšení či zmenšení o 1 mm). V této práci jde spíše o optimalizaci kmitu tloušťkového, změna přetažené elektrody je však provedena i pro kmit radiální, aby bylo možné zjistit, zda má změna vliv stejný či odlišný na různé typy kmitu. Pro zvětšení přetažené elektrody o 50% jsou koeficient kvality K a admitanční křivka pro radiální kmit uvedeny na Obr. 3.10 a 3.11, pro tloušťkový na Obr. 3.12 a 3.13. Pro zmenšení přetažené elektrody o 50% jsou tytéž veličiny pro radiální kmit uvedeny na Obr. 3.14 a 3.15, pro tloušťkový na Obr. 3.16 a 3.17. Z těchto hodnot a závislostí lze usoudit na výskyt parazitních rezonancí.



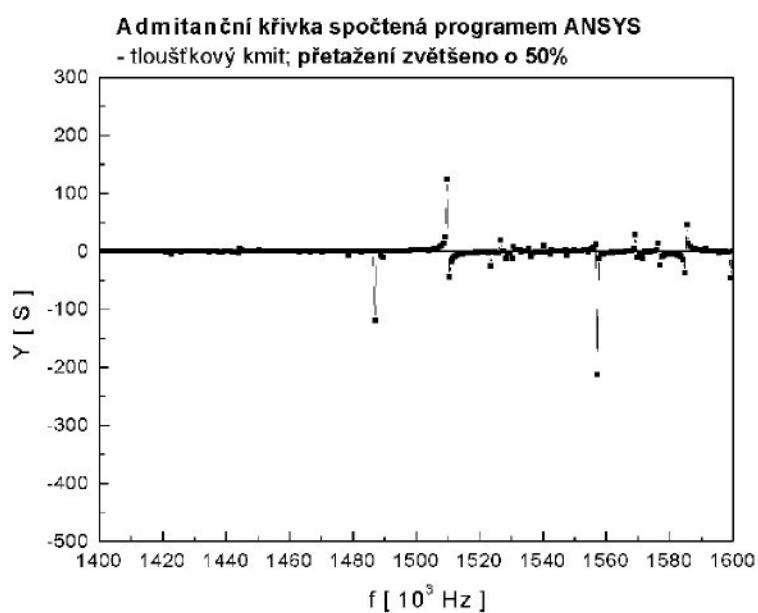
Obr 3.10: Koeficient kvality K pro radiální kmit diskového rezonátoru s půlkruhovou přetaženou elektrodou, zvětšenou o 50%.



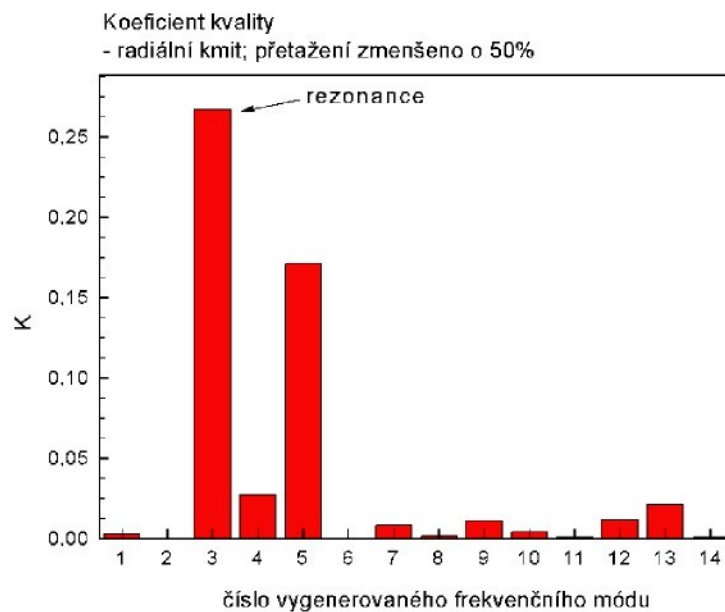
Obr 3.11: Admitanční křivka pro radiální kmit diskového rezonátoru s půlkruhovou přetaženou elektrodou, zvětšenou o 50%.



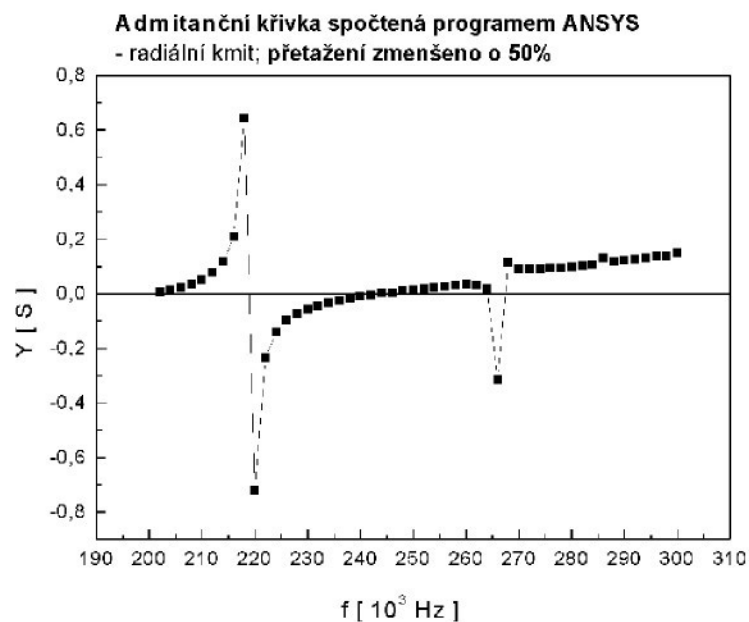
Obr 3.12: *Koeficient kvality K pro tloušťkový kmit diskového rezonátoru s půlkruhovou přetaženou elektrodou, zvětšenou o 50%.*



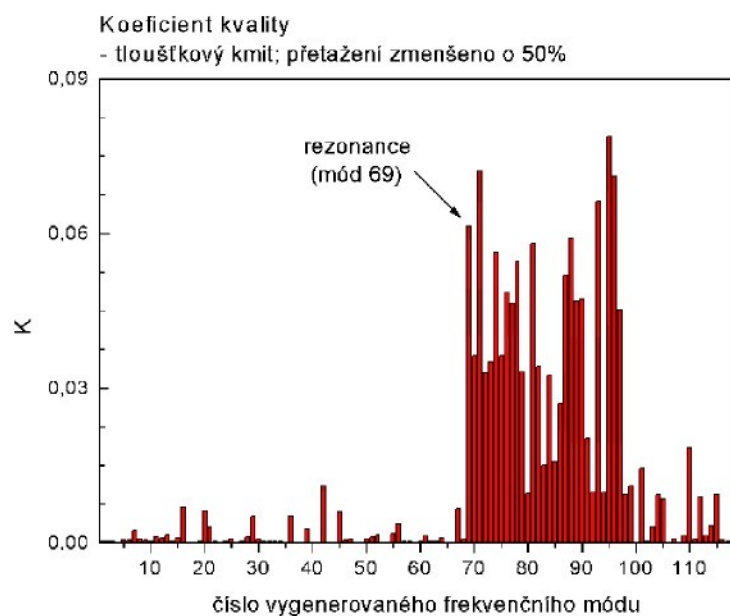
Obr 3.13: *Admitanční křivka pro tloušťkový kmit diskového rezonátoru s půlkruhovou přetaženou elektrodou, zvětšenou o 50%.*



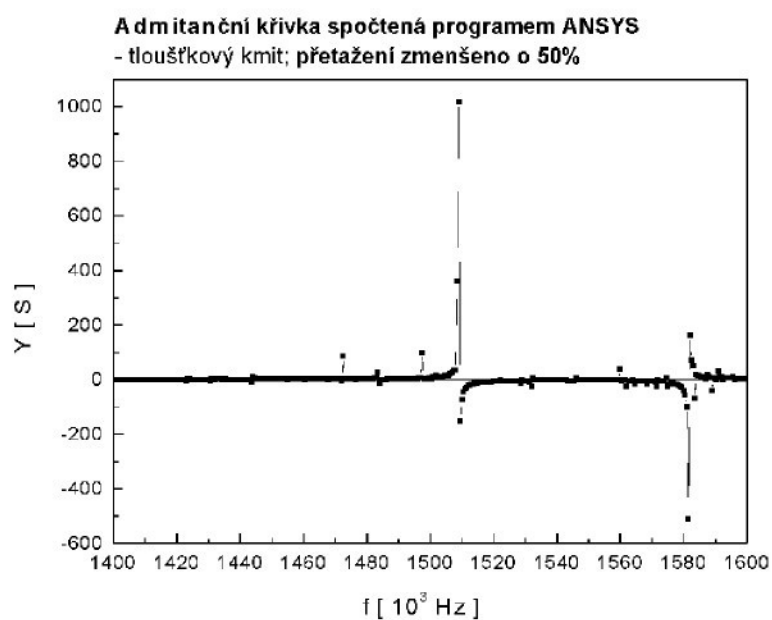
Obr 3.14: Koeficient kvality K pro radiální kmit diskového rezonátoru s půlkruhovou přetaženou elektrodou, zmenšenou o 50%.



Obr 3.15: Admitanční křivka pro radiální kmit diskového rezonátoru s půlkruhovou přetaženou elektrodou, zmenšenou o 50%.



Obr 3.16: Koeficient kvality K pro tloušťkový kmit diskového rezonátoru s půlkruhovou přetaženou elektrodou, zmenšenou o 50%.



Obr 3.17: Admitanční křivka pro tloušťkový kmit diskového rezonátoru s půlkruhovou přetaženou elektrodou, zmenšenou o 50%.

Z uvedených výsledků se dá usoudit, že zvětšení přetažení nepříznivě ovlivňuje spektrum. Naopak se zdá, že zmenšení přetažení spektrum ovlivňuje kladně. Konkrétně na hodnoty rezonančních a antirezonančních kmitočtů změna přetažení vliv nemá. To platí u radiálního i tloušťkového kmitu.

Je vidět, že v případě zmenšení přetažení koeficient kvality K radiálního kmitu má své maximum v rezonanci (Obr. 3.14) a ne v parazitní rezonanci, jak je tomu v případě zvětšení přetažení (Obr. 3.10), ale i v případě zkoumaného reálného rezonátoru (Obr. 3.4). Admitanční křivka do určité míry potvrzuje, že při zvětšení přetažení není rezonance úplně čistá, ale spíše tlumená.

Koeficient K pro tloušťkový kmit příliš vypovídající není, spektrum v okolí rezonance je zarušené vždy. Určité informace poskytuje admitanční křivka. Zdá se, že při zvětšení přetažení se spektrum ještě více zašumí parazitními kmity, naopak při zmenšení přetažení se admitance při rezonanci dostane velmi vysoko nad ostatní hodnoty, parazitní kmity tak neovlivňují spektrum tolik.

Byl tedy učiněn předpoklad, že menší přetažení elektrody má lepší vliv na „čistotu“ frekvenčního spektra. Tento poznatek je nutné do budoucna dále zkoumat s jinými poměry a posléze, v kladném případě, i ověřit experimentem.

Závěr

V závěru této diplomové práce lze podotknout, že její cíle byly splněny. Experimentálně i pomocí FEM modelu byly zkoumány vlastnosti rezonátorů tvaru disku s rovnou a půlkruhovou přetaženou elektrodou.

Z experimentálních výsledků je zřejmé, že na vlastnosti rezonátoru má velký vliv proces polarizace materiálu. Z dodaných vzorků se jako nejlepší podmínky polarizace jeví 930V / 300 °C pro rovné přetažení a 1,2 kV / 310 °C pro půlkruhové přetažení. Zdá se, že rozhodujícím parametrem polarizace je teplota. Z dalšího porovnání frekvenčních spekter, vypočtených koeficientů elektromechanické vazby a změřených hodnot rezonančních kmitočtů lze soudit, že vlastnosti rezonátorů s půlkruhovým dělením elektrody se jeví lepší než s dělením rovným (z nich konkrétně skupina vzorků s podmínkami polarizace 1,2 kV / 310°C). Jevy, které je nutné v okolí tloušťkového kmitu dále experimentálně ověřit, je jisté vyrovnaní spektra u rezonátorů s půlkruhovou přetaženou elektrodou a dále vliv poměru průměr / tloušťka disku na průběh frekvenčního spektra a výskyt parazitních rezonancí.

Pro rezonátory s půlkruhovou přetaženou elektrodou byl vytvořen FEM model, z jehož výsledků – grafů koeficientu kvality a admitanční křivky, který byl vytvořen pro rezonátory s půlkruhovým přetažením elektrody se potvrdilo to, co bylo zjištěno již experimentem. Frekvenční spektrum rezonátorů s přetaženou elektrodou obsahuje určité parazitní rezonance. V hodnotách rezonančních frekvencí bylo dosaženo velmi dobré shody s experimentálními výsledky v rámci dovolených tolerancí.

V poslední části práce je zkoumán vliv přetažení na parazitní rezonance s cílem je potlačit. Byl proveden FEM model pro zvětšení a zmenšení přetažení o 50%. Z modelu je patrné, že při zvětšení přetažení se ve spektru objevuje ještě více parazitních zákmitů, naopak při zmenšení přetažení se spektrum poněkud vyhlazuje. Důkazem toho je admitanční křivka, která se při rezonanci dostává velmi vysoko nad ostatní hodnoty a není tolik ovlivněna parazitními kmity. Dá se tedy předpokládat, že menší přetažení elektrody má lepší vliv na „čistotu“ frekvenčního spektra. Tento poznatek by bylo vhodné do budoucna ověřit experimentálně.

Literatura

- [1] ZELENKA, J.: *Piezoelektrické rezonátory a jejich použití*. 1. vydání, Praha: Academia, 1983.
- [2] PUSTKA, M.: *Frekvenční spektrum podélně polarizovaných rezonátorů z piezoelektrické keramiky*. [Disertační práce.] Liberec 2005. Technická univerzita v Liberci. Fakulta mechatroniky. Školitel: Prof. Ing. Jaroslav Nosek, CSc.
- [3] HIRŠL, J., ČERNOHLÁVEK, D., STEFAN, O., ČERMÁK, F.: *Keramická piezoelektrika. Vlastnosti a technické použití*. Praha: Tesla, 1970.
- [4] APC International, Ltd.: *APC International, Ltd.* [online]. c1998, [cit. 2006-05-05]. < <http://www.americanpiezo.com/> >.
- [5] SETTER, N.: *Piezoelectric Materials in Devices*. Lausanne: EPFL Swiss Federal Institute of Technology, 2002. ISBN 2-9700346-0-3.
- [6] JAFFE, B., COOK, W.R., JAFFE, H.: *Piezoelectric ceramics*. London, New York: Academic Press, 1971.
- [7] LOTOFIDEA, s.r.o.: *::: Piezoceram, s.r.o. ::: Your partner for piezoceramics* [online]. c2000, [cit. 2006-05-05]. < <http://www.piezoceram.com/> >.
- [8] MOULSON, A. J., HERBERT, J. M.: *Electroceramics – Material, Properties, Applications*. London: Chapman & Hall, 1990. ISBN 0-412-47360-7.
- [9] IRE Standards on Piezoelectric Crystals: Measurement of Piezoelectric Ceramics. 1961.
- [10] AGILENT TECHNOLOGIES: *Agilent E5100A Network Analyzer*. [Data sheet.] USA: Agilent Technologies, Int., 2003.
- [11] AGILENT TECHNOLOGIES: *Agilent E5100A Network Analyzer 10 kHz to 180 MHz/ 300 MHz*. [Technical Overview.] USA: Agilent Technologies, Int., 2003.
- [12] NOVÁKOVÁ, K., PUSTKA, M., NOVÁK, J.: *Frekvenční spektrum tloušťkově kmitajících rezonátorů s přetaženou elektrodou*. [Dílčí zpráva KMS - 3062/01.] Liberec, TUL 2006.
- [13] ANSYS, Inc.: *Welcome to ANSYS, Inc. - Corporate Homepage*. [online]. c2006, [cit. 2006-05-05]. < <http://www.ansys.com/> >.
- [14] MORGAN ELECTROCERAMICS: *Properties of piezoelectricity ceramics*. [Technical publication TP-226.]
- [15] ANSYS, Inc.: *ANSYS 10.0 Release Documentation*. [Help.] c2005.

- [16] ŠKVOR, Z.: *Akustika a elektroakustika*, 1. vydání, Praha : Academia, 2001.

Příloha A

Zdrojové texty pro modální a harmonickou analýzu v programu ANSYS

1. Hlavní program.txt

```
FINISH

/CLEAR

/FILNAM, SC_PretElektroda

/INP, ShortCircuit.txt ! nacteni souboru

FINISH

/FILNAM, OC_PretElektroda

/INP, OpenCircuit.txt

FINISH
```

2. ShortCircuit.txt

```
/PREP7 ! vlozeni preprocesoru

/GRE, vie, txt

Utop = 0 ! napeti na elektrodach (zkratovany obvod)
Ubot = 0

/TITLE, Radialni kmit, pulkruhova pretazena elektroda, short
circuit

/INP, Disk_PulkruhPretazeni.txt

!----- Parametry modalni analyzy

NB_MODES = 350 ! pocet modu
FREQ_START = 1.4e6 ! pocatecni frekvence vypoctu (200e3 - rad)
FREQ_STOP = 1.7e6 ! konecna frekvence vypoctu (300e3 - rad)

FINISH

/SOLU

!----- Typ analyzy

ANTYPE, MODAL ! modalni analyza
MXPAND, NB_MODES, , , 0
MODEOPT, LANB, NB_MODES, FREQ_START, FREQ_STOP, , OFF

/OUTPUT, SC, out ! vystup

SAVE
PARSAVE
SOLVE ! resit
FINISH
```

```

/INP, deleFiles.txt      ! odstraneni zbytecných souborů

/POST1                   ! vložení postprocesoru 1

/OUT,, dat
SET, list
/OUT

/INP, OpenCircuit.txt

```

3. OpenCircuit.txt

```

/PREP7

/TITLE, Radialni kmit, pulkruhova pretazena elektroda, open circuit

!----- Zadani OKP - potencialy na elektrodach (rozpojeny
obvod)

CMSEL, S, N_TOP
DDELE, ALL, VOLT
CP, 1, VOLT, ALL

ALLSEL

/SOLU

!----- Typ analyzy

ANTYPE, MODAL
MODEOPT, LANB, NB_MODES, FREQ_START, FREQ_STOP, , OFF
MXPAND, NB_MODES, , , 0

/OUTPUT, OC, out

SAVE
PARSAVE
SOLVE
FINISH

/INP, deleFiles.txt

/POST1

/OUT, , dat
SET, list
/OUT

```

4. Disk_PulkruhPretazeni.txt

```

/UNITS, SI

/PREP7

/GRE, vie.txt

!----- Element

ET, 1, SOLID5, 3, , , , 0      ! 0 = Basic element printout

```

!----- Materialove vlastnosti

rho = 7700 ! hustota [kg/m3]

eps11 = 1730 ! relativni permitivita eps11

eps33 = 1700 ! relativni permitivita eps33

s11 = 16.4e-12 ! matice elastickych koeficientu [sE] [m2/N]

s12 = -5.74e-12

s13 = -7.22e-12

s33 = 18.8e-12

s44 = 47.5e-12

s66 = 44.3e-12

e31 = -5.4 ! matice piezoelektrickych modulu [e] [V/m]

e33 = 15.8

e15 = 12.3

MP, DENS, 1, rho

MP, PERX, 1, eps11

MP, PERY, 1, eps11

MP, PERZ, 1, eps33

TB, ANEL, 1, , , 1

TBDATA, 1, s11, s12, s13

TBDATA, 7, s11, s13

TBDATA, 12, s33

TBDATA, 16, s44

TBDATA, 19, s44

TBDATA, 21, s66

TB, PIEZ, 1

TBDATA, 7, e31, e31, e33

TBDATA, 14, e15

TBDATA, 16, e15

!----- Tvorba geometrie

d = 0.009 ! prumer rezonatoru [m]

t = 0.0014 ! tloustka rezonatoru [m]

r1 = 0.002 ! vzdalenost pretazeni od okraje [m]

r2 = 0.0025 ! vzdalenost delene elektrody od stejneho okraje [m]

LOCAL, 11

LOCAL, 14, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 90

CYL4, 0, 0, 0, 0, (d/2), 180, t

CYL4, (d/2), 0, 0, 0, r1, 180, t

CYL4, (d/2), 0, 0, 0, r2, 180, t

VOVLAP, all

CSYS, 0

VSEL, s, loc, x, (d/2), (d/2+r1)

VDELE, all, , , 1

VSEL, all

WPCSYS, -1, 14

VSBW, all, , delete

WPCSYS, -1, 11

FLST, 3, 4, 6, ORDE, 4

FITEM, 3, 1

FITEM, 3, -2

FITEM, 3, 4

FITEM, 3, 8

VSMM, Y, P51X, , , , 1, 0

NUMMRG, kp

!----- Meshovani

CSYS, 1

LSEL, all

LSEL, u, loc, z, 0

LSEL, u, loc, z, t

LESIZE, all, (t) ! pocet elementu po tloustce

LSEL, all

CSYS, 0

FLST, 5, 10, 4, ORDE, 6

FITEM, 5, 28

FITEM, 5, -33

FITEM, 5, 40

FITEM, 5, 46

FITEM, 5, 48

FITEM, 5, 54

CM, _Y, LINE

LSEL, , , , P51X

CM, _Y1, LINE

CMSEL, , _Y

LESIZE, _Y1, , , 8, , , , 1

FLST, 5, 4, 4, ORDE, 4

FITEM, 5, 11

FITEM, 5, -12

FITEM, 5, 24

FITEM, 5, 37

CM, _Y, LINE

LSEL, , , , P51X

CM, _Y1, LINE

CMSEL, , _Y

LESIZE, _Y1, , , 10, , , , 1

VSEL, all

MSHAPE, 0, 3-D

VMESH, all

!----- Okrajove podminky

CSYS, 0

ASEL, s, AREA, , 1

ASEL, a, AREA, , 6

ASEL, a, AREA, , 12

ASEL, a, AREA, , 14

ASEL, a, AREA, , 16

ASEL, a, AREA, , 17

ASEL, a, AREA, , 19

ASEL, a, AREA, , 25

ASEL, a, AREA, , 27

```

ASEL, a, AREA, , 36
ASEL, a, AREA, , 38
ASEL, a, AREA, , 17
ASEL, a, AREA, , 26
NSLA, , 1
CM, N_pret, NODE      ! tvorba uzlove komponenty (pretazena
                       ! elektroda)
D, all, VOLT, Ubot    ! zadani el. napeti

ALLSEL

ASEL, s, AREA, , 2
ASEL, a, AREA, , 7
ASEL, a, AREA, , 11
ASEL, a, AREA, , 22
NSLA, , 1
CM, N_top, NODE       ! tvorba uzlove komponenty (horni
                       ! elektroda)
D, all, VOLT, Utop

ALLSEL

EPLO

```

5. Harmonicka analyza.txt

```

Utop = 1              ! [V]

CMSEL, S, N_TOP
DDELE, all, VOLT
CP, 1, VOLT, ALL

D, all, VOLT, Utop

ALLSEL

/SOLU

ANTYPE, HARMIC        ! harmonicka analyza
HARFRQ, FREQ_START, FREQ_STOP
HROUT, off
NSUBST, 500           !50 radalni kmit, 500 tloustkovy kmit

SOLVE
FINISH

/POST26               ! vlozeni postprocesoru 26

RFORCE, 2, 3, AMPS    ! urceni naboje na elektrodach ve strednim
                       ! uzlu
PI2 = (3.14159*2.)
PROD, 3, 2, 1, , MHOS, , , PI2
PROD, 4, 3, , , MMHO, , , 36000    ! vypocet celkove admitance
PRVAR, 4              ! vystup admitance vs. frekvence

```

Příloha A

**Zdrojové texty pro modální a harmonickou analýzu
v programu ANSYS**