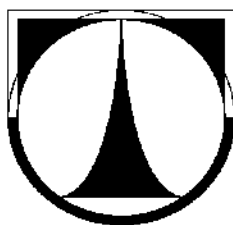


TECHNICKÁ UNIVERZITA V LIBERCI

Fakulta strojní



Disertační práce

k získání akademického titulu Ph.D.

ve studijním oboru
Aplikovaná mechanika

Ing. Mgr. Jan Prokop

Vibroizolační systémy s více stupni volnosti

Školitel: prof. RNDr. Jan Šklíba, CSc.

Studijní program: P2301 Strojní inženýrství
Studijní obor: 3901V003 Aplikovaná mechanika
Zaměření: Inženýrská mechanika

Datum státní doktorské zkoušky: 28. 02. 2005

Datum odevzdání práce: 29. 09. 2006

Anotace

Vibroizolační systémy s více stupni volnosti

Práce je zaměřena na identifikaci navrženého systému pružně uloženého sanitního lehátka. Jedná se o systém se 3⁰ volnosti. Vibroizolace je realizována vlnovcovými pneumatickými pružinami a hydraulickými tlumiči.

V první části práce je uveden popis měřicího stendu, který byl použit pro zkoumání vlastností zvolené pneumatické pružiny. Následuje vyhodnocení charakteristik vlnovcové pružiny.

V další části je uveden simulační model pružně uloženého lehátka, užitý pro teoretický výzkum interakce lidského těla se sanitním lehátkem.

Jsou popsány experimenty s pružně uloženým sanitním lehátkem, jejich stručné zhodnocení a porovnání se simulačními výsledky.

Důležitou částí je sestavení diferenciálních rovnic popisujících celý systém, zjištění vlastních frekvencí linearizovaného modelu a jejich porovnání s experimentálně získanými výsledky.

Klíčová slova: vibroizolace, sanitní lehátko, pneumatická pružina, diferenciální rovnice

Annotation

Vibroisolation systems with many degrees of freedom

The disertation work is focused on identification of designed vibroisolation system of ambulance couch. This system has three degrees of freedom and it is suspended by double-convoluted air-springs and hydraulic damper.

The description of measurement stand is issued in the first part of the document. This stand was used for investigation of characteristics of air springs. Data evaluation of air springs follows.

Simulation model of vibroisolation system is presented in the next chapter. This simulation model was used for teoretical investigation of interaction between human body and ambulance couch.

The experiments with suspended ambulance couch and their short evaluation comes next. Comparison with numerical simulation is assigned too.

The important part of the work is system of differential equations which describes the whole system, followed by determination of natural frequencies and their comparison with experimental results.

Keywords: vibroisolation, ambulance couch, convoluted air spring, differential equation

SEZNAM OZNAČENÍ

A	$[m^2]$	plocha průřezu profilu
$\hat{A}$	$[\]$	operátor průměrování v čase
$\mathbf{A}$	$[\]$	matice hmotnosti
A_{ij}	$[\]$	prvek matice $\mathbf{A}$, i je řádkový, j sloupcový index
a_i	$[\]$	i -tý koeficient polynomu efektivní plochy
$\mathbf{B}_0$	$[\]$	matice tlumení
$\mathbf{B}_1(t)$	$[\]$	matice parametrického buzení
$B_{xx}(\tau)$	$[\]$	normovaná autokovarianční funkce
$B_{xy}(\tau)$	$[\]$	normovaná vzájemná kovarianční funkce
b_j	$[\]$	j -tý koeficient ve vyjádření polynomu průběhu tlumení
$\mathbf{C}_0$	$[\]$	matice tuhosti
$\mathbf{C}_1(t)$	$[\]$	matice parametrického buzení
$C_{xy}(\tau)$	$[\]$	vzájemná kovarianční funkce procesů $x(t), y(t)$
$C_{xx}(\tau)$	$[\]$	autokovarianční funkce procesu $x(t)$
$D_{6xy}, D_{6xz}, D_{6yz}$	$[kgm^2]$	deviační momenty druhého (horního) rámu
E	$[\]$	operátor střední hodnoty
$\vec{E}_0$	$[\]$	vektor gravitačních sil a momentů od pneumatických pružin
$\vec{E}_1(t)$	$[\]$	vektor vnějšího kinematického buzení
F_b	$[N]$	boční síla, měřená ve vodorovném směru na čele pružiny
F_{Mh}	$[N]$	síla ve svislém směru, měřená na tenzometrickém můstku pružiny
F_O	$[N]$	osová síla v pružině
F_p	$[N]$	osová síla v pružině
F_V	$[N]$	síla ve svislém směru, měřená na čele pružiny
$\vec{F}_n$	$[N]$	složka výsledné síly pružiny do směru normály horního čela
$\vec{F}_t$	$[N]$	složka výsledné síly pružiny ve směru roviny horního čela
$\vec{F}_T$	$[N]$	osová síla v tlumiči
$F(x)$	$[\]$	distribuční funkce
$f(x, t)$	$[\]$	hustota pravděpodobnosti náhodného procesu
g	$[ms^{-2}]$	tíhové zrychlení
$H(f)$	$[\]$	Fourierův obraz k originálu $h(t)$
$h(t)$	$[\]$	funkce času
h	$[m]$	výška rozpěrného kroužku
I_x, I_y, I_z	$[m^4]$	momenty průřezu profilu Item
Im	$[\]$	imaginární část čísla
J_{xx}, J_{yy}, J_{zz}	$[kgm^2]$	moment setrvačnosti části systému (rámu, ramene)
J_{4x}, J_{4y}, J_{4z}	$[kgm^2]$	momenty setrvačnosti horní základny paralelogramu

J_{5x}, J_{5y}, J_{5z}	[kgm ²] momenty setrvačnosti prvního (středního) rámu
J_{6x}, J_{6y}, J_{6z}	[kgm ²] momenty setrvačnosti druhého (horního) rámu
J_{Rx}, J_{Ry}, J_{Rz}	[kgm ²] momenty setrvačnosti ramen paralelogramu
l_0	[m] délka pružiny v rovnovážné poloze
l_T	[m] délka tlumiče
$\dot{l}_{Tj}$	[ms ⁻¹] pístová rychlost j -tého tlumiče
M_h	[Nm] moment na horním čele pružiny
$\bar{M}_O$	[Nm] ohybový moment v pružině
M_{pq}	[Nm] moment pneumatické pružiny pro zobecněnou souřadnici $q(\vartheta, \varphi, \psi)$
M_{pi}	[Nm] moment i -té pneumatické pružiny
$\bar{M}_\alpha, \bar{M}_\beta, \bar{M}_\varphi, \bar{M}_\psi$	[] transformační matice pootočení o úhly $\alpha, \beta, \varphi, \psi$
$M_\varphi^{-1}, M_\psi^{-1}$	[] inverzní transformační matice
m	[kg] hmotnost
m_i	[] výběrový průměr
m_R, m_4, m_5, m_6	[kg] hmotnost ramene paralelogramu, horní základny paralelogramu, prvního (středního) a druhého (horního) rámu
N	[] počet realizací
O_4	[] střed rotace horní základny paralelogramu
$O_{\xi\eta\zeta}$	[] počátek souřadného systému s osami ξ, η, ζ
P	[] pravděpodobnost jevu
p	[Pa] tlak v pružině
p_g	[Pa] přetlak v pružině
p_{4i}	[Pa] tlak v i -té pružině na rameni paralelogramu
p_{5j}	[Pa] tlak v j -té pružině mezi horní základnou paralelogramu a prvním (středním) rámem
p_{6j}	[Pa] tlak v j -té pružině mezi prvním (středním) a druhým (horním) rámem
q	[] zobecněná souřadnice
q^j	[] j -tá zobecněná souřadnice
R	[m] délka ramene paralelogramu
Re	[] reálná část čísla
$\bar{R}_{TR}$	[m] vektor translace, realizované pootočením ramen paralelogramu
$R_{xx}(\tau)$	[] autokorelační funkce procesu $x(t)$
$R_{xy}(\tau)$	[] vzájemná korelační funkce procesů $x(t), y(t)$
r	[m] rameno tenzometrického můstku
$\bar{r}_{O4}$	[m] polohový vektor těžiště horní základny paralelogramu
$\bar{r}_{3Ti}$	[m] polohový vektor těžiště ramen paralelogramu

$\bar{r}_{45}^T$	[m]	transponovaný vektor posunutí bodu O_4 vůči O_5
$\bar{r}_{56}^T$	[m]	transponovaný vektor posunutí bodu O_5 vůči O_6
$\bar{r}_{Ci}$	[m]	polohový vektor i -tého čepu paralelogramu
$\bar{r}_{O5}, \bar{r}_{O6}$	[m]	polohový vektor středu rotace prvního a druhého rámu
r_p^j	[m]	rameno j -té pružiny
$\bar{r}_{S3}$	[m]	polohový vektor bodu S_3
$\bar{r}_{T40}, \bar{r}_{T50}, \bar{r}_{T60}$	[m]	polohové vektory těžišť, vyjádřené v základní soustavě souřadnic $O_{\xi\eta\zeta}$
$\bar{r}_{T5}$	[m]	vektor těžiště prvního kardanova rámu (středního rámu)
$\bar{r}_{T6}$	[m]	polohový vektor výsledného těžiště lehátka a pacienta v soustavě $O_{\xi_6\eta_6\zeta_6}$
$\bar{r}_{T6}^T$	[m]	transponovaný vektor $\bar{r}_{T6}$
$\bar{r}_{T54}, \bar{r}_{T64}$	[m]	polohový vektor výsledného těžiště prvního a druhého rámu v soustavě $O_{\xi_4\eta_4\zeta_4}$
$\bar{r}_\zeta$	[m]	vektor vertikálního posunutí
$\bar{r}_\zeta^T$	[m]	transponovaný vektor vertikálního posunutí
S	[]	jevový prostor
S	[m ²]	efektivní plocha pneumatické pružiny
S_{ef}	[m ²]	efektivní plocha pružiny, vyjádřená jako polynom v závislosti na zdvihu
S_j	[m ²]	efektivní plocha j -té pružiny
$S_{xy}(f)$	[]	vzájemná výkonová spektrální hustota
$S_{xx}(f)$	[]	autospektrální (spektrální) výkonová hustota
s_i^2	[]	výběrový rozptyl
T	[s]	perioda
T_5, T_6	[]	těžiště prvního (středního), druhého (horního) rámu
T_i	[J]	kinetická energie i -tého členu soustavy
T_{i1}	[J]	kinetická energie bodu, v němž je proveden základní rozklad
T_{i2}	[J]	skalární součin rychlosti bodu rozkladu a relativní rychlosti těžiště vůči němu
T_{i3}	[J]	kinetická energie rotace tělesa kolem bodu rozkladu
t	[s]	čas
U	[J]	potenciální energie
U	[V]	napětí
$\bar{u}_3$	[ms ⁻¹]	unášivá rychlost středu S_3
$\bar{u}_{3Ck}$	[ms ⁻¹]	unášivá rychlost středů čepů
$\bar{u}_{3Tk}$	[ms ⁻¹]	unášivá rychlost těžišť čepů
$\bar{u}_{04}, \bar{u}_{05}, \bar{u}_{06}$	[ms ⁻¹]	výsledné rychlosti středů rotace horní základny paralelogramu, prvního a druhého rámu

$u_{3Tzk}, u_{3Tyk}, u_{3Tzk}$	[ms ⁻¹] složky unášivé rychlosti těžišť čepů
$\bar{u}_\zeta$	[m] vektor vertikálních výchylek
V	[m ³] objem stlačeného vzduchu
$\bar{v}_{TS5}, \bar{v}_{TS6}$	[ms ⁻¹] relativní rychlost těžiště prvního, druhého rámu
$\bar{v}_\zeta$	[ms ⁻¹] rychlost ve vertikálním směru
$x(t)$	[] množina časových funkcí, náhodný proces
$x_j(t)$	[] j -tá časová funkce (realizace)
$x_j(t_i)$	[] časová řada
$x(t_i)$	[] množina hodnot ze všech realizací v čase t_i - náhodná proměnná
$\tilde{x}(t)$	[] centrováný proces
x_{CS}, y_{CS}, z_{CS}	[m] vyjádření souřadnic středů čepů paralelogramu
x_{T5}, y_{T5}, z_{T5}	[m] složky radius vektoru těžiště prvního kardanova rámu
$x_{T53}, y_{T53}, z_{T53}$	[m] souřadnice těžiště prvního (středního) rámu v souřadném systému $O_{\xi_3\eta_3\zeta_3}$
$x_{T63}, y_{T63}, z_{T63}$	[m] souřadnice těžiště druhého (horního) rámu v souřadném systému $O_{\xi_3\eta_3\zeta_3}$
x_{56}, z_{56}	[m] složky vektoru posunutí bodu O_5 vůči O_6
x_{45}, z_{45}	[m] složky vzájemného posunutí počátků souřadných systémů 4 a 5
x, y	[m] posunutí těžiště závaží
z	[m] zdvih pružiny
$z_{T40}, z_{O50}, z_{O60}$	[m] z-ové souřadnice bodů základního rozkladu jednotlivých rámu
z_{TRk}	[m] z souřadnice těžiště ramen paralelogramu
$\alpha(t), \beta(t)$	[rad] časová funkce pootočení rámu lehátka kolem horizontálních os
$\bar{\gamma}$	[rad] vzájemný sklon (úhel) čel pneumatické pružiny
δl	[m] variace délky pružiny
$\delta \bar{S}_n, \delta \bar{S}_t$	[m] virtuální posuvy ve směrech normály a roviny čel pružiny
δW	[J] virtuální práce
ε	[] vyjádření experimentu
$\zeta(t)$	[m] časová funkce vertikálního buzení sanitního lehátka
ζ	[] množina výsledků
ϑ	[rad] úhel pootočení ramen paralelogramu
ϑ_0	[rad] referenční hodnota úhlu natočení ramen paralelogramu
$\mu_x(t)$	[] střední hodnota procesu
ξ, η, ζ	[] označení os souřadného systému
$\sigma_{xy}^2(t)$	[] vzájemný rozptyl
$\sigma_x^2(t)$	[] rozptyl
$\sigma_x(t)$	[] směrodatná odchylka

φ	[rad]	úhel pootočení kolem osy η_5
χ	[rad]	úhel kurzu
ψ	[rad]	úhel pootočení kolem osy η_6
$\bar{\Omega}_\alpha, \bar{\Omega}_\beta, \bar{\Omega}_\vartheta, \bar{\Omega}_\varphi, \bar{\Omega}_\psi$	[rads ⁻¹]	vektory úhlových rychlostí
$\bar{\Omega}_3, \bar{\Omega}_4, \bar{\Omega}_5, \bar{\Omega}_6, \bar{\Omega}_R$	[rads ⁻¹]	úhlové rychlosti horní základny paralelogramu, prvního rámu, druhého rámu a ramen paralelogramu
$\bar{\Omega}_4^T, \bar{\Omega}_5^T$	[rads ⁻¹]	transponované vektory úhlových rychlostí
$\frac{\partial U}{\partial \vartheta}, \frac{\partial U}{\partial \varphi}, \frac{\partial U}{\partial \psi}$	[Jrad ⁻¹]	parciální derivace potenciální energie dle úhlových souřadnic
$\frac{\partial T}{\partial q}$	[]	parciální derivace kinetické energie podle zobecněné souřadnice q
$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}}$	[]	časová derivace parciální derivace kinetické energie podle zobecněné rychlosti $\dot{q}$
$\in$	[]	je prvkem

Poznámky:

Časové derivace veličin jsou značeny tečky nad písmeny, např. $\dot{\alpha} = \frac{d\alpha}{dt}$

Příznak vpravo nahoře: C komplexní sdruženost

OBSAH

1	Úvod.....	4
2	Návrh pružin a studium jejich vlastností	6
2.1	Experiment.....	7
2.1.1	Popis měřicího zařízení.....	7
2.1.2	Podmínky měření.....	10
2.1.3	Vlastní měření a výstupy	10
2.1.4	Vyhodnocované účinky	11
2.2	Měřený průběh osově síly.....	12
2.3	Boční síla	14
2.4	Ohybový moment	16
2.5	Tlak	18
2.6	Vyhodnocení závislosti efektivní plochy.....	20
2.7	Chyby měření.....	21
2.7.1	Obecný rozbor chyb.....	21
2.7.2	Chyba měření osově síly a tlaku	22
2.7.3	Chyba boční síly, momentu a zdvihu.....	22
3	Model pro počítačové simulace.....	24
3.1	Popis sestavení modelu.....	24
3.2	Tvorba modelu v Hypermeshi	25
3.3	Příprava modelu v prostředí Generis	26
3.3.1	Přiřazení charakteristik do nodů v generisu.....	27
3.3.2	Model figuriny pro test	28
3.4	Charakteristiky vibroizolačních prvků, použitých pro simulace	29
3.4.1	Vlastnosti MKP modelu.....	33
3.5	Výsledky některých simulací pro základní umístění pneumatických pružin.....	35
3.5.1	Pohyb těžiště horního rámu v závislosti na buzení.....	36
3.5.2	Některé závislosti pro $f = 5 \text{ Hz}$, $A = 25 \text{ mm}$	37
3.6	Vliv změny polohy závěsu pružiny na ramenech paralelogramu	43
4	Experiment s lehátkem.....	47
4.1	Vyhodnocení charakteristik tlumiče	48
4.2	Příprava měření.....	50

4.3	Kalibrace	51
4.4	Některé experimentální výsledky kinematicky buzeného systému	53
4.5	Porovnání experimentálních výsledků s výsledky simulací pomocí ADAMS	66
5	Teoretický model sanitního lehátka	74
5.1	Úvod	74
5.2	Přípravné kinematické úvahy	74
5.3	Kinetická a potenciální energie systému	79
5.3.1	Kinetická energie horní základny	79
5.3.2	Kinetická energie prvního (vnějšího) kardanova rámu	80
5.3.3	Kinetická energie vnitřního kardanova rámu (lehátka)	80
5.3.4	Kinetická energie ramen	80
5.3.5	Potenciální energie tíhových sil	81
5.4	Momenty konzervativních sil	81
5.5	Momenty nekonzervativních sil	82
5.5.1	Momenty pneumatických pružin	82
5.5.2	Výsledný moment sil tlumičů pro paralelogram	84
5.6	Lagrangeovy rovnice	85
5.7	Linearizovaný systém	86
5.8	Rovnovážná poloha systému	88
5.9	Vlastní frekvence systému	89
6	Statistické zpracování experimentů	94
6.1	Teoretické podklady	94
6.1.1	Náhodné procesy	94
6.1.2	Statistiky 1. a 2. řádu náhodného procesu	94
6.1.3	Momenty náhodných procesů	96
6.1.4	Nekorelovanost, ortogonalita a nezávislost procesů	98
6.2	Stacionární a ergodické procesy	98
6.2.1	Stacionární procesy	98
6.2.2	Ergodické procesy	99
6.2.3	Druhé momenty ergodických procesů	100
6.2.4	Výkonová spektrální hustota	102
6.2.5	Parsevalův teorém	103



6.3	Zpracování náhodných procesů	104
6.3.1	Testování při jedné realizaci	106
6.4	Základní statistické zpracování experimentů.....	109
7	ZÁVĚR	118
	LITERATURA.....	121

1 ÚVOD

Při řešení bezpečnosti silniční dopravy je jedním z klíčových problémů přenos vibrací na tělo řidiče dopravního prostředku, respektive cestujícího v něm. S tímto problémem souvisí optimalizace jak vibroizolačního systému sedačky řidiče, jeho aktivní resp. semiaktivní řízení, tak i vibroizolačního systému podvozku dopravního prostředku. Stejně tak souvisí s přenosem vibrací i komfort a tedy ergonomické parametry sedáku a opěráku – materiály, potahy, tvarování apod.

Problém vibroizolace sedícího lidského těla je řešen již několik desítek let, mj. byla vypracována evropská hygienická norma, hodnotící přenos frekvenčně váženého efektivního zrychlení a také americká hygienická norma, hodnotící výkon přenášený a disipovaný lidským tělem.

Jedním z novějších biomechanických problémů je problém vibroizolace lidského těla, ležícího v dopravním prostředku. Také v tomto případě hodnotí evropská norma přenos frekvenčně váženého efektivního zrychlení. Tato norma je zcela odlišná od předešlé normy pro sedícího člověka.

Ostatní vibroizolační systém je řešen podle toho, v jakém dopravním prostředku je umístěn a pro které účely je dopravní prostředek určen. Příkladem je pružné uložení sanitního lehátka v sanitním voze, jezdícího výlučně po silnicích - nebo také v terénu. V prvním případě bude postačovat systém s jednosměrným vertikálním odpružením, pro jízdu v terénu bude nezbytné řešit i odpružení pro úhlové vibrace kolem horizontálních os sanitního vozu.

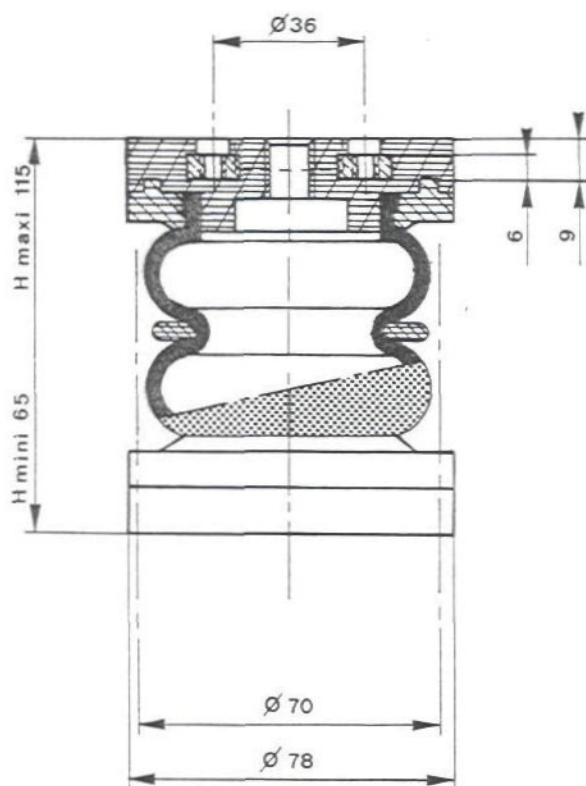
Na sanitním lehátku je převážen člověk raněný, s různými vnějšími či vnitřními poraněními. Tato poranění jsou vnímána subjektivně. Z pohledu ošetřujícího lékaře je nutné, aby systém byl prostorově úsporný, neboť místem v sanitním voze je třeba šetřit ve prospěch lékařských přístrojů a přídatných zařízení. Při využití modelu pružně uloženého sanitního lehátka navíc předpokládáme existenci zdroje tlakového vzduchu, který rovněž ubírá volné místo v sanitním voze. Systém musí rovněž umožňovat snadné naložení vlastního lehátka a ošetření pacienta ihned po naložení do sanitky. Proto je důležité minimalizovat výšku systému v aretované poloze. Nedokonalou vibroizolaci při expozici lidského těla silnými vibracemi vnímá zraněné resp. nemocné lidské tělo obzvlášť výrazně.

Z tohoto zadání vychází předkládaná disertační práce. Práce je členěna do několika základních kapitol. Pro hotový návrh uložení sanitního lehátka bylo nutné určit důležité prvky systému. První a důležitou částí je experimentální vyhodnocení navržených vibroizolačních prvků – pružin a tlumičů. Další důležitou kapitolou je sestavení matematického modelu a určení vlastních frekvencí systému po jeho linearizaci. Třetí stěžejní kapitola se zabývá vyhodnocením prvních experimentů s pružně uloženým sanitním lehátkem.

2 NÁVRH PRUŽIN A STUDIUM JEJICH VLASTNOSTÍ

V souvislosti s výzkumem pružně uloženého sanitního lehátka vyvstala nutnost návrhu pneumatických pružin, vhodných k přenesení silových a momentových účinků, přenášených vlivem buzení podlahy automobilu na sanitní lehátko.

Pro konstrukční řešení byla zvolena dvouvlnovcová pneumatická pružina $2^{3/4}'' \times 2$ z výrobního programu firmy Dunlop. (Obr. 1).



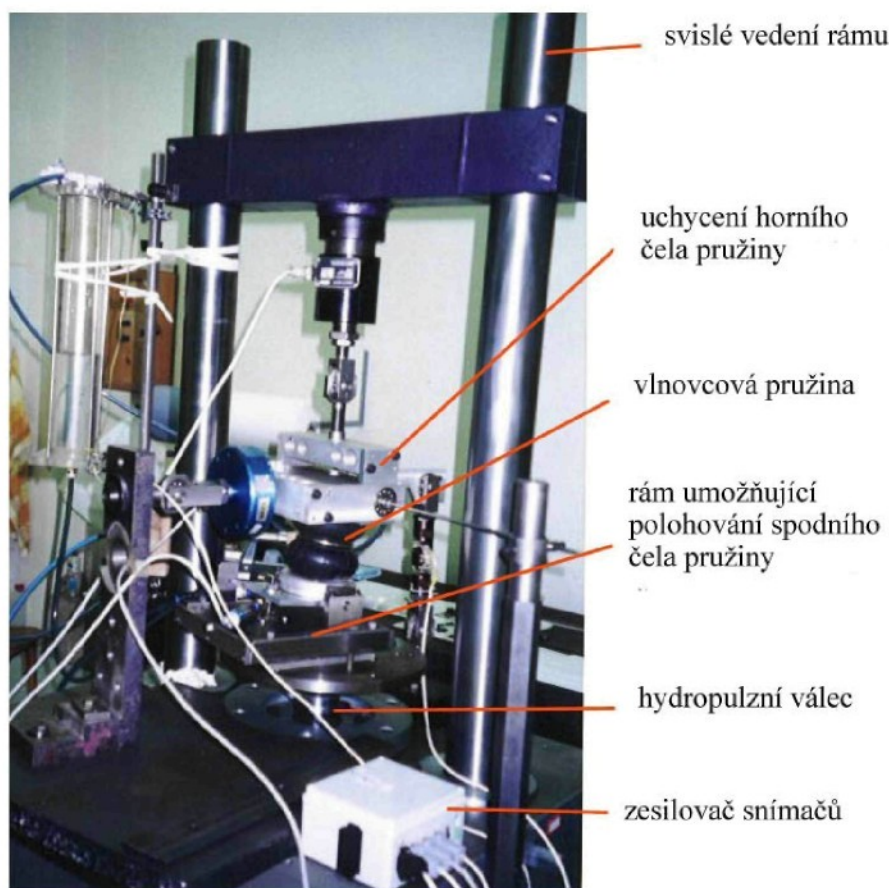
Obr. 1: Schematický obrázek z katalogu

Vibroizolační účinky pružiny závisí na její tuhosti, která je funkcí vnitřního přetlaku a zatěžující osově síly. Pružina je kromě osových sil schopna přenášet i boční silové účinky.

2.1 EXPERIMENT

2.1.1 POPIS MĚŘICÍHO ZAŘÍZENÍ

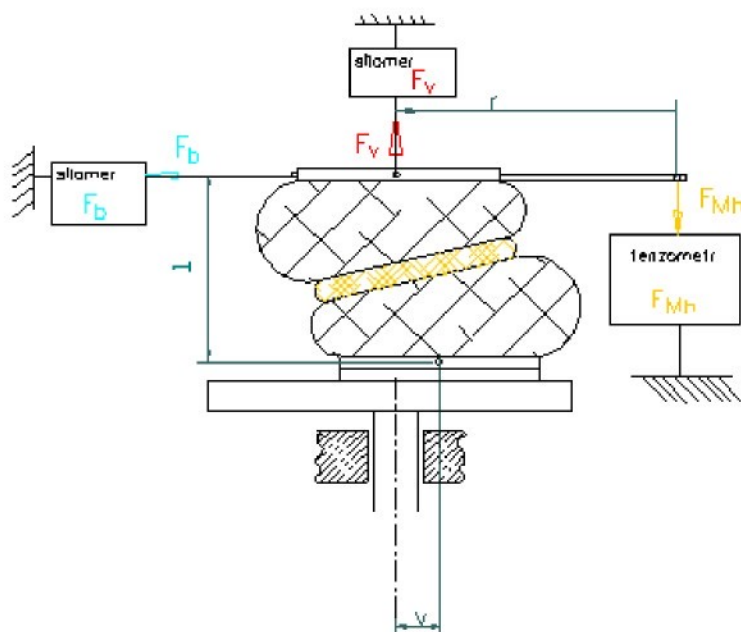
Základem měřicího zařízení (*Obr.2*) je robustní rám se svislým vedením. Ve spodní části rámu je uložen hydropulzní válec, který umožňuje přenos budicího signálu na spodní čelo pružiny.



Obr. 2: Základní části měřicího zařízení

Na horním konci pístnice hydropulzního válce je pevně na kruhové desce uchycen obdélníkový rám pro polohování spodního čela pružiny. Konstrukce tohoto pomocného rámu umožňuje nastavit vzájemná vyosení čel pružiny a také různá vzájemná natočení čel pružiny. Na tomto rámu je pevně uchyceno spodní čelo vlnovcové pružiny.

Schéma měření silových účinků je na *Obr. 3*.



Obr. 3: Schéma měření silových účinků

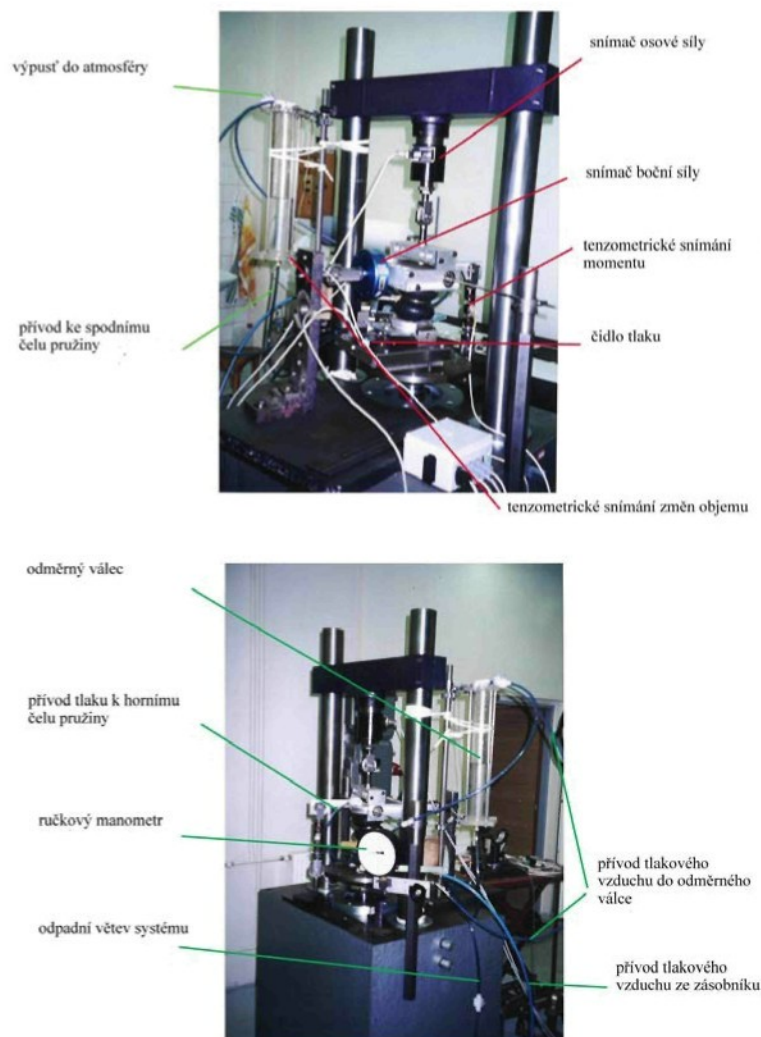
Mezi horní čelo pružiny a pomocný rám, přes který lze odečítat silové účinky, byl vložen rozpěrný kroužek o výšce 2 mm, který zaručil souosost horního čela pružiny a pomocného rámu v každém okamžiku měření. Na pomocném rámu je přímo uchycen siloměr pro odečítání velikosti boční síly. Tento siloměr je na druhé straně podepřen o pomocnou desku pomocí valivého ložiska tak, že snímá pouze vodorovnou složku síly. Podobně je pomocí valivého ložiska zajištěno měření osově síly v pružině ve svislém směru. Měřicí siloměr není v tomto případě upevněn na pomocném rámu, ale na robustním příčnicku zatěžovacího rámu. Siloměr snímá sílu F_v , od které je nutné odečíst sílu F_{Mh} . Výsledná osová síla v pružině je dána vztahem:

$$F_o = F_v - F_{Mh} \quad (2.1)$$

Moment, který v pružině vzniká vlivem mimoosového zatěžování, je snímán pomocí vodorovného ramene (délky r) s tenzometrickým siloměrem. Do výsledného momentu na horním čele pružiny je nutno započítat složku momentu, příslušnou zavedení vloženého kroužku. Výsledný moment má tedy hodnotu:

$$M_h = F_{Mh} \cdot r - F_b \cdot h, \quad (2.2)$$

kde h je výška rozpěrného kroužku.



Obr. 4: Fotografie uspořádání měření

Přívod tlakového vzduchu do systému zajišťuje zásobník stlačeného vzduchu, umístěný poblíž měřicího zařízení. Pracovní medium je v systému rozváděno pomocí umělohmotných hadic (*Obr. 4*). Tlak vzduchu v systému je snímán pomocí ručkového manometru a elektrického čidla tlaku, umístěného na pomocném rámu uchycení spodního čela pružiny.

Snímané hodnoty napětí jednotlivých měřidel jsou pomocí zesilovačů upraveny a přivedeny do řídicího počítače, kde dochází k jejich dalšímu zpracování.

2.1.2 PODMÍNKY MĚŘENÍ

Byla prováděna kvazistatická měření dvouvlnovcové pneumatické pružiny $2^{3/4}'' \times 2$. Pružina má dle katalogu zástavbovou délku 90 mm. Rozsah zdvihu dle katalogu je ± 25 mm ze zástavbové délky.

Maximální provozní tlak je dle katalogu 0.7 MPa. Při měření byly počáteční hodnoty tlaků v zástavbové délce pružiny v rozmezí 0.25 – 0.40 MPa. Nižší počáteční hodnoty tlaku nebylo možné proměřit, neboť pro největší protažení pružiny došlo k odsednutí čela pružiny od zatěžovacího rámu, tedy ke změně tlakové síly v pružině na tahovou.

Jak již bylo zmíněno, všechny veličiny byly snímány elektricky. Rozsahy jednotlivých měřidel: osová síla – siloměr 20 kN, boční síla – siloměr 2.5 kN, tlak - čidlo tlaku do 1.6 MPa. Pro měření momentu (součin délky vodorovného ramene a svislé síly) byly použity tenzometry.

Výstupní hodnotou každého měřidla je napětí, které je zesíleno zesilovačem a vstupuje do měřicí karty řídicího počítače.

Při kvazistatickém měření je zdvih pružiny realizován po krocích, ze zástavbové délky 90 mm. Spodní čelo pružiny změní svoji polohu o 5 mm ve svislém směru, následuje fáze ustálení podmínek (asi 5 s) a během další sekundy je z každého ze snímačů načteno 250 hodnot. Z těchto hodnot je pak vypočten aritmetický průměr a uložen do paměti počítače. Naší snahou bylo zajistit termodynamickou rovnováhu systému. Měření byla prováděna při konstantní teplotě okolního vzduchu. Tato teplota nepatrně kolísala v průběhu dne. S rostoucí dobou měření během dne měnil také rám měřicího zařízení teplotu. Toto mírné zvýšení teploty souvisí s ohřevem hydraulické kapaliny, která zajišťuje pohyb hydropulzního válce.

Měření začínala vždy procesem kalibrace snímaných hodnot.

2.1.3 VLASTNÍ MĚŘENÍ A VÝSTUPY

Při prováděných měřeních jsme vycházeli z lineárních převodních charakteristik měřidel. Násobili jsme výstupní hodnoty napětí měřidla konstantou, zjištěnou procesem kalibrace měřidla. Tato konstanta, pro každé měřidlo jiná, souvisí s elektrickou částí obvodu, především se zesílením signálu. Výsledkem násobení byla konkrétní hodnota měřené veličiny (např. tlaku). Tyto převodní konstanty měřidel jsme neurčovali, ověřili

jsme pouze převodní konstantu pro čidlo tlaku. U ostatních měřidel jsme využili výsledků kalibrace z dřívější doby.

Vlastní měření jsme prováděli pro stejnou výchozí délku pružiny (90 mm). Při této délce jsme nastavovali různé počáteční hodnoty tlaku, od 0.25 MPa do 0.40 MPa (celkem 7 hodnot tlaku odstupňovaných po 0.025 MPa). Pro tyto hodnoty tlaků byly proměřeny různé kombinace počátečních stavů při dané výchozí délce. Vzájemný sklon čel γ jsme měnili po 5° , v hodnotách $0^\circ - 15^\circ$ náklonem spodního čela. Dále bylo měněno vyosení čel posunem spodního čela (v) o 5 mm a 10 mm. Pro jednu hodnotu počátečního tlaku tak bylo získáno 12 základních poloh, z nichž bylo spouštěno měření.

Nejprve byla provedena měření osová ($\gamma = 0^\circ$) pro všechny hodnoty počátečního tlaku. Následně byla provedena měření mimoosová. Pro danou hodnotu počátečního tlaku byla nastavena hodnota sklonu $\gamma = 5^\circ$ a provedeno měření. Poté byl nastaven sklon $\gamma = 10^\circ$ a po proměření i sklon 15° . Následovalo srovnání čel pružiny do osově konfigurace, nastavení další hodnoty tlaku a provedení všech mimoosových měření. Při každém měření proběhly tři zatěžovací cykly s krokem 5 mm a amplitudou 25 mm. Výstupem z řídicího programu byla matice uložená do souboru. Matice má 60 řádků a 6 sloupců. Poslední sloupec (změnu objemu v pružině) nebylo možné brát v úvahu, neboť chyba měřicího řetězce je srovnatelná s měřenými hodnotami. V každém řádku jsou naměřené hodnoty pro daný krok. Údaje ve sloupcích jsou:

Zdvih	Osová síla	Boční síla	Moment	Tlak	Změna objemu
[mm]	[kN]	[kN]	[Nm]	[MPa]	[ml]

Tab. 1: Vzor hlavičky matice výstupního souboru

2.1.4 VYHODNOCOVANÉ ÚČINKY

Při pokusech byly měřeny následující veličiny:

F_v svislá zatěžující síla

F_b boční síla

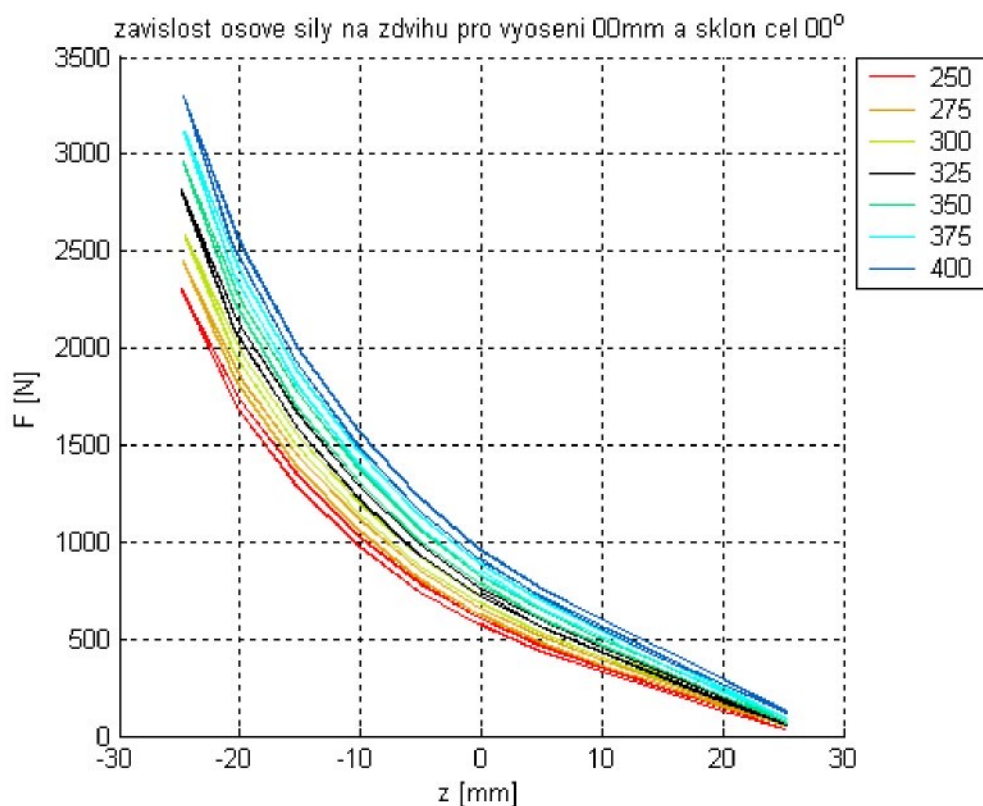
F_{Mh} svislá síla měřená na vodorovném rameni na horním pomocném rámu pomocí siloměrných členů, převedená na moment $M = F_{Mh} \cdot r$

Všechny závislé veličiny byly měřeny v závislosti na zvolených vstupních parametrech. Tyto parametry byly: zdvih z , tlak p a vzájemný sklon čel pružiny γ . Všechny měřené závislé veličiny vykazují jednoznačnou závislost na zdvihu a tlaku v pružině.

2.2 MĚŘENÝ PRŮBĚH OSOVÉ SÍLY

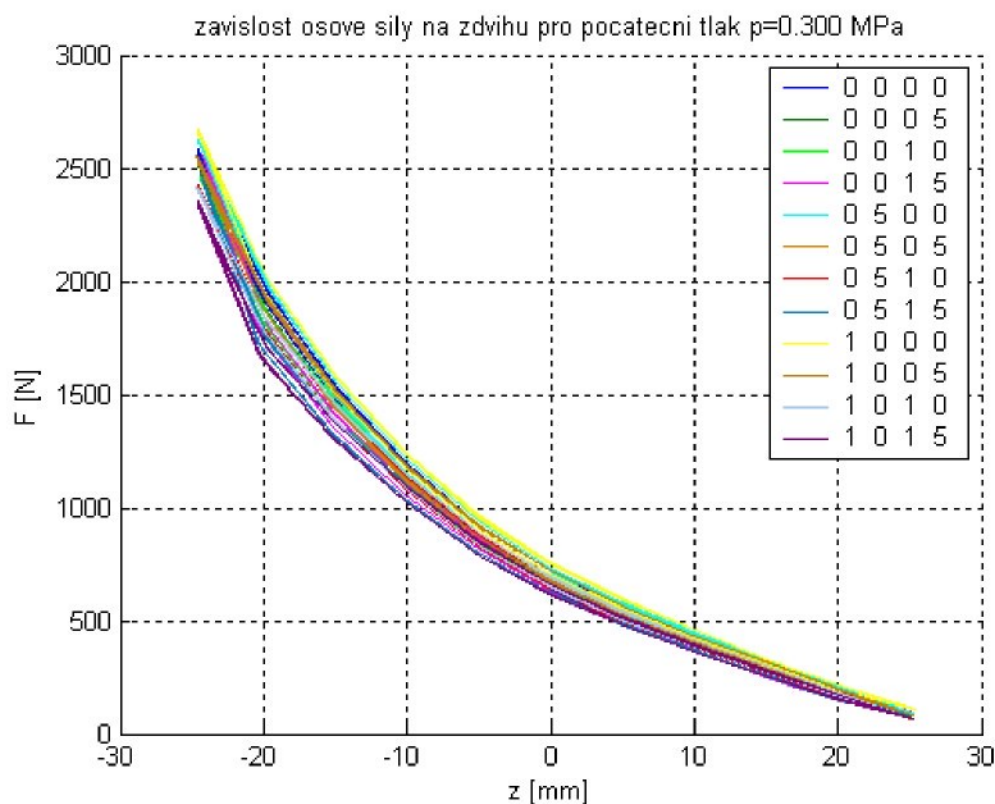
Měřená osová síla je tlaková, ale v grafech jsou uváděny její hodnoty jako kladné.

Na Obr. 5 jsou znázorněny naměřené experimentální hodnoty osové síly v závislosti na zdvihu pro osová měření pro všechny hodnoty počátečního tlaku, tj. 0.25 – 0.45 MPa. Osová síla vykazuje hysterezi. Šířka hysterezního pásma tvoří 2,3% měřeného rozsahu.



Obr. 5: Graf závislosti osové síly na zdvihu

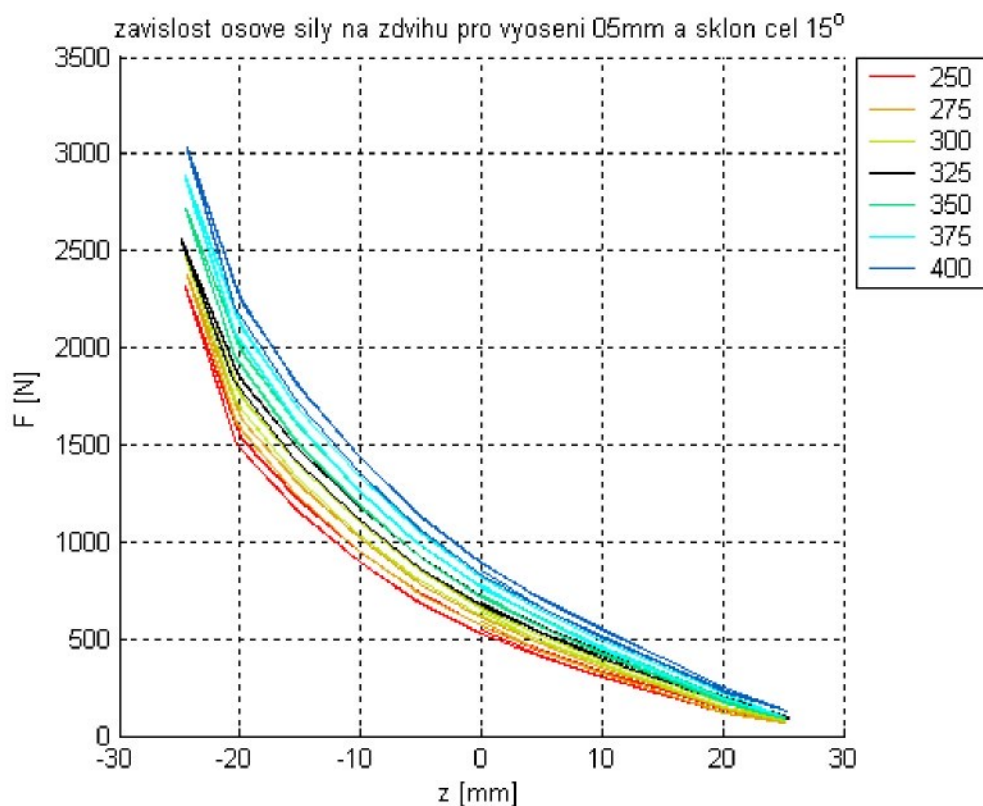
Pokud vyneseme naměřené hodnoty osové síly v závislosti na zdvihu pro všechny zvolené hodnoty náklonu a vyosení při daném počátečním tlaku (0.3 MPa), vidíme, že je patrný rozptyl hodnot, křivky zcela nesplývají (viz. Obr. 6).



Obr. 6: Graf závislosti osově síly na zdvihu pro počáteční tlak 0.3 MPa

Osová síla pro dané konfigurace pružiny při stejném počátečním tlaku nedosahuje stejných hodnot, jejich rozdíl však není velký. Větší odchylky měřených hodnot jsou ve fázi stlačování pružiny. Pro nataženou pružinu není vliv náklonu a vyosení čel pružiny na osovou sílu nijak výrazný. V celém rozsahu zdvihu je osová síla jako funkce zdvihu spojitá.

K odlišnostem v hodnotách osově síly pro záporné zdvihy, tedy při stlačení pružiny, dochází mj. proto, že došlo k dosednutí pryžových vln pružiny na sebe, což se projevilo zlomem v grafu osově síly v závislosti na zdvihu, jak je patrné z *Obr. 7*

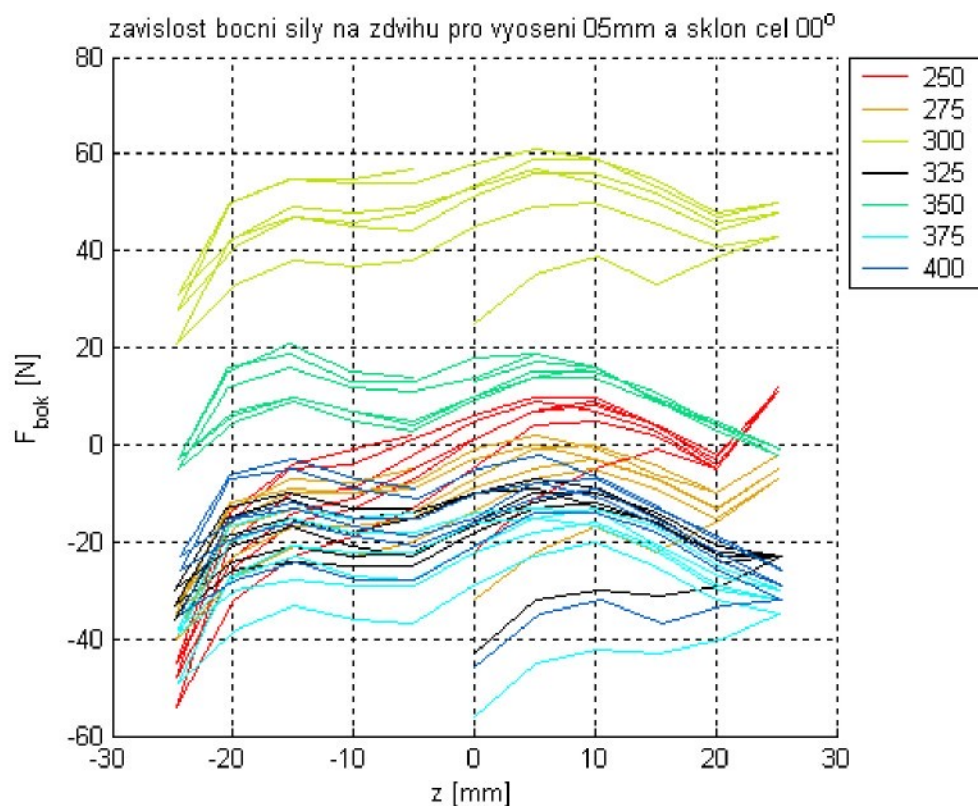


Obr.7: Závislost osové síly na zdvihu pro mimoosovou konfiguraci

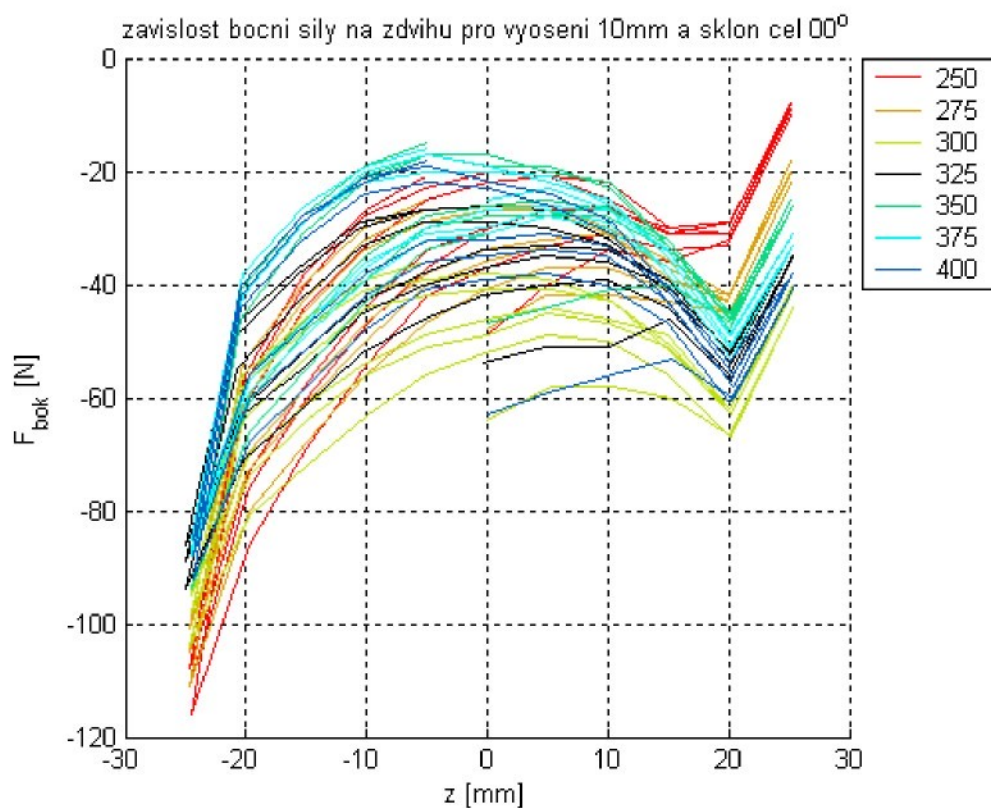
Ostatní konfigurace jsou uvedeny v *Příloze 1 - 6*.

2.3 BOČNÍ SÍLA

Experimentálně bylo ověřeno, že boční síla je nenulová při mimoosových konfiguracích, ale při osovém zatížení je nulová. Jak se však ukazuje, vliv na změny velikosti boční síly má především vzájemný sklon čel pružiny. Pro sklony čel 0° jsou vyneseny grafy na *Obr. 8 a 9*, z nichž je patrné, že se boční síla (pro malé hodnoty vyosení čel pružiny) se zdvihem mění velmi málo, námi naměřené změny hodnot jsou řádově srovnatelné s chybou měření.

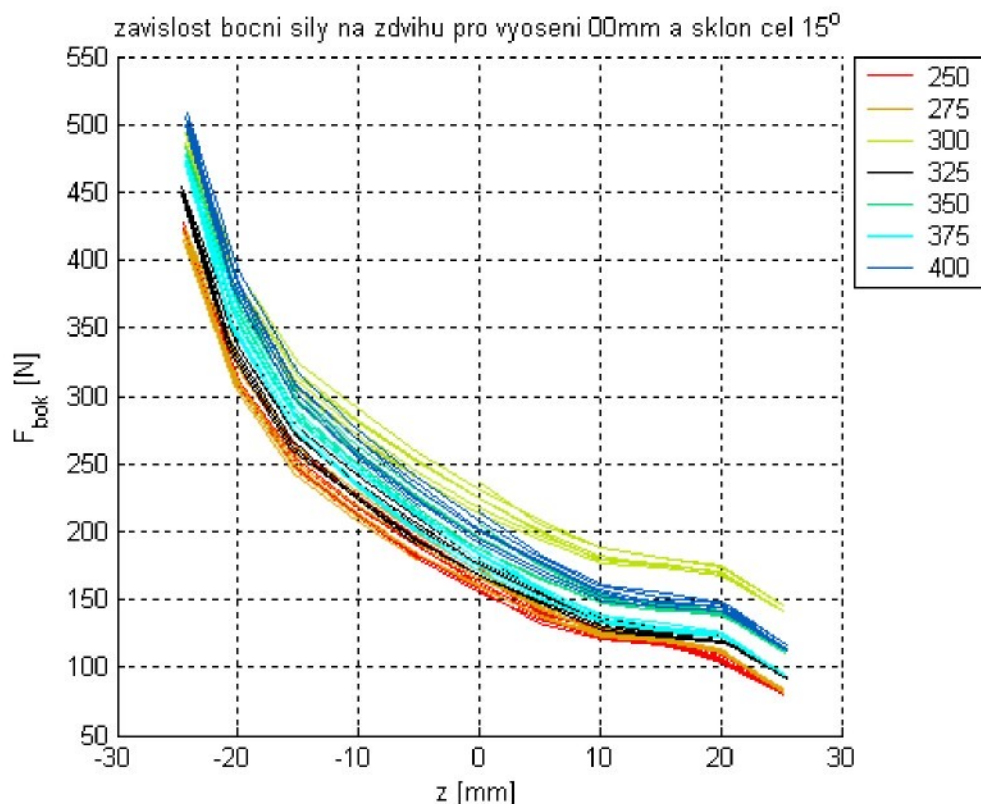


Obr. 8: Graf závislosti boční síly na zdvihu pro vyosení čel 5 mm a sklon 0^0



Obr. 9: Graf závislosti boční síly na zdvihu pro vyosení 10 mm a sklon 0^0

Na Obr. 10 je znázorněn graf závislosti boční síly pro sklon $\gamma = 15^\circ$.



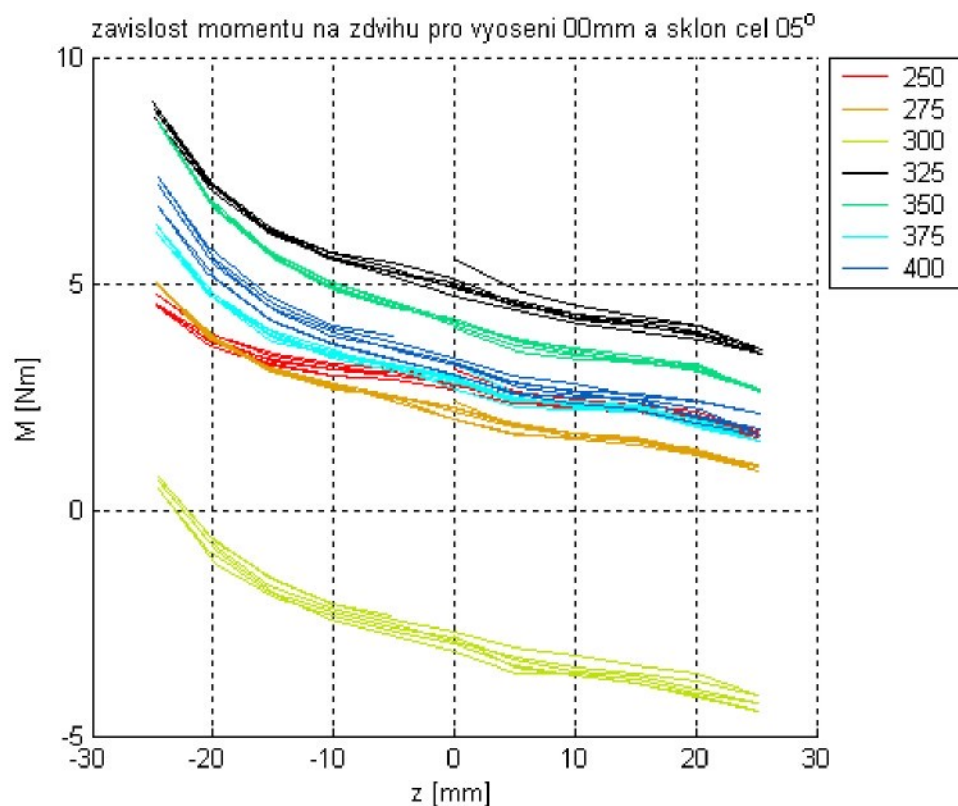
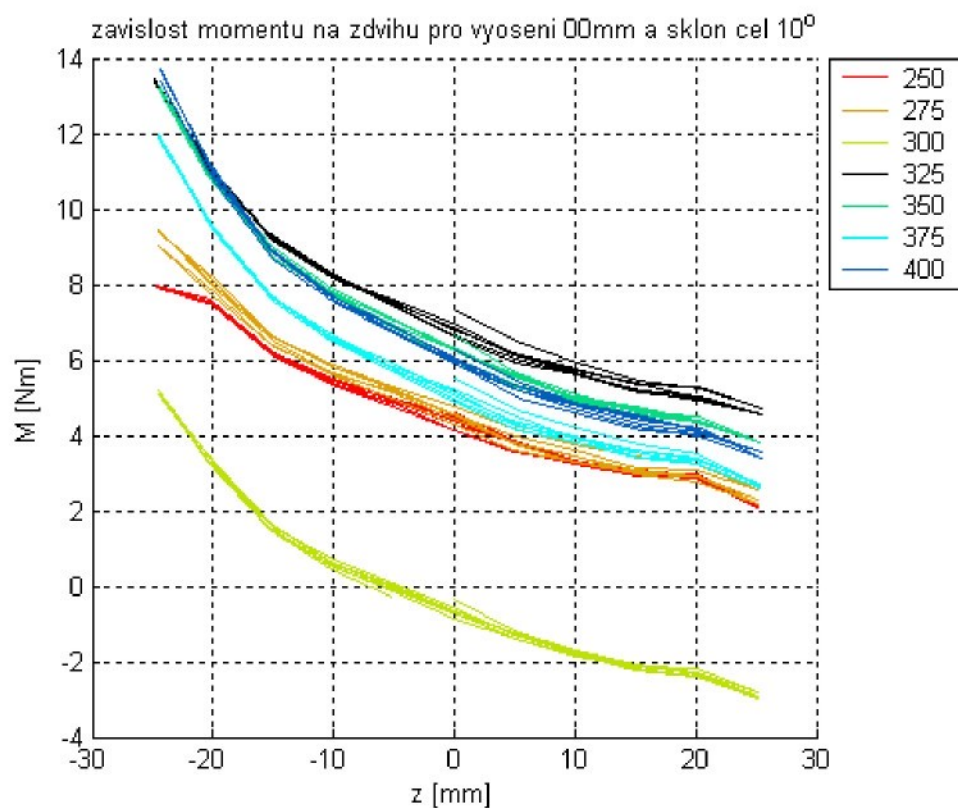
Obr. 10: Graf závislosti boční síly na zdvihu pro vyosení čel 0 mm a sklon 15°

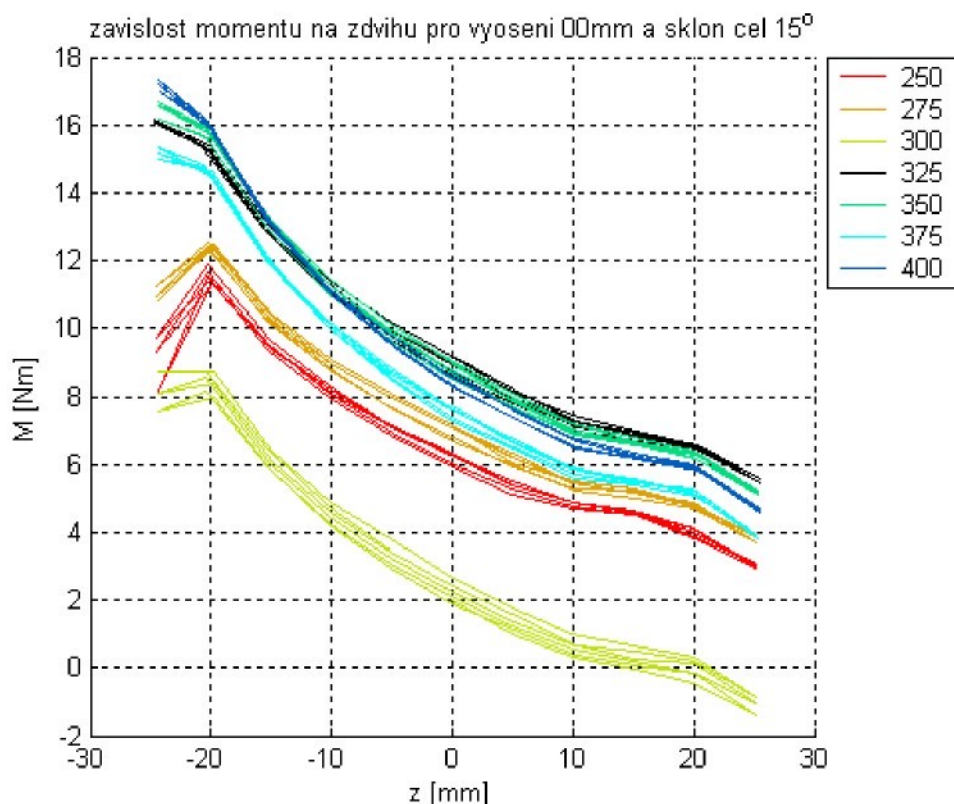
Části křivek průběhu boční síly, které se výrazně liší od křivek v průběhu cyklu, jsou prvními naměřenými hodnotami v měřicím cyklu. Tyto anomálie jsou způsobeny pasivními odpory při ručním přestavování čela pružiny do polohy s jinou hodnotou sklonu. Grafy průběhu boční síly na zdvihu pro ostatní konfigurace jsou uvedeny v Příloze 7 – 12.

2.4 OHYBOVÝ MOMENT

V případě osových konfigurací je stejně jako boční síla i ohybový moment nulový a vzniká při nenulových vzájemných sklonech čel.

Na Obr. 11 je znázorněn graf závislosti momentu pro sklon $\gamma = 5^\circ$, na Obr. 12 pro sklon $\gamma = 10^\circ$ a na Obr. 13 pro sklon $\gamma = 15^\circ$.

Obr. 11: Graf závislosti momentu na zdvihu pro vzájemný sklon čel pružiny 5° Obr. 12: Graf závislosti momentu na zdvihu pro vzájemný sklon čel pružiny 10°



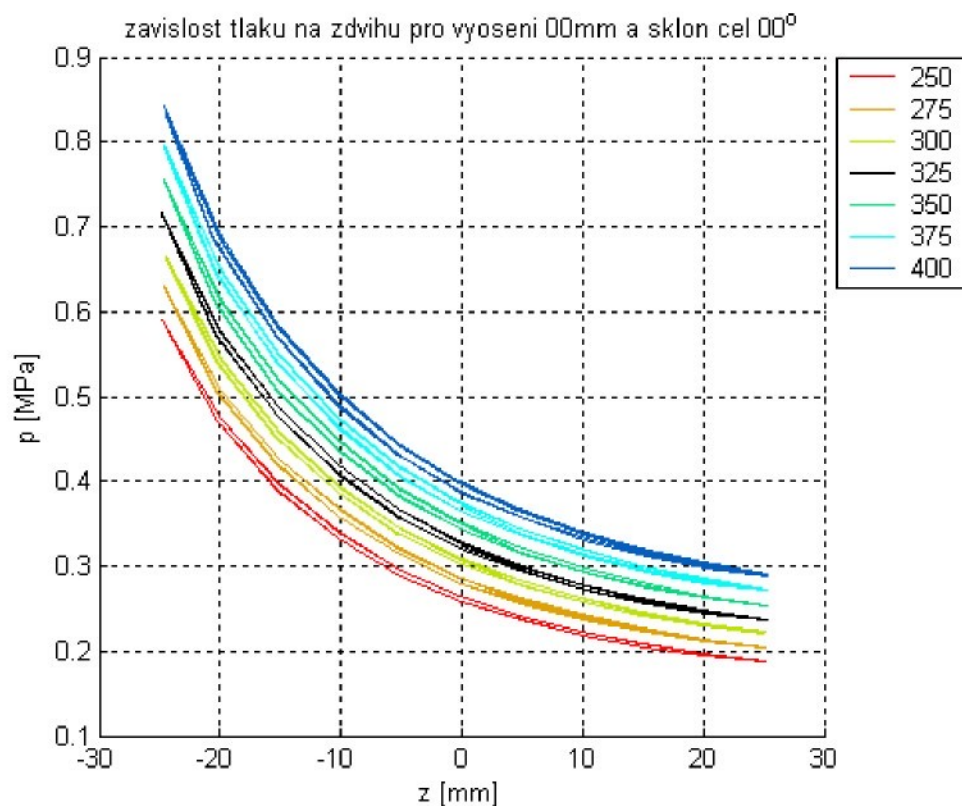
Obr. 13: Graf závislosti momentu na zdvihu pro vzájemný sklon čel pružiny 15°

Výrazné zakřivení v oblasti větších stlačení pružiny souvisí s dosednutím vln pružiny na sebe a je patrné především pro nižší hodnoty pracovního tlaku, kdy je chování pružiny určité výrazně ovlivněno materiálovými vlastnostmi pružiny.

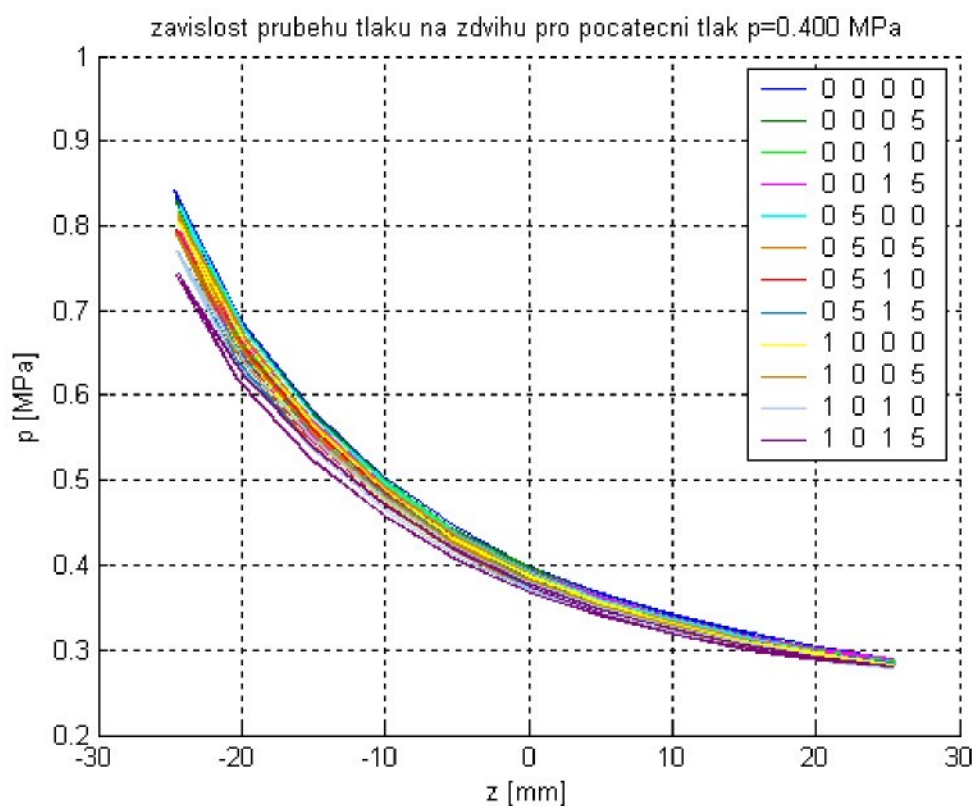
Podobně jako u průběhů boční síly i zde se první naměřené hodnoty v cyklu liší od následného průběhu vlivem pasivních odporů. Pasivní odpory jsou pravděpodobně i příčinou většího rozptylu měřených hodnot v jednotlivých cyklech. Ostatní grafy průběhu momentu jsou uvedeny v *Příloze 13 - 18*.

2.5 TLAK

Měření byla prováděna se vstupními parametry: sklon čel pružiny a hodnota počátečního tlaku v pružině při zástavbové výšce, při dané konfiguraci. Pro naše potřeby je nutné pro výpočet tuhosti znát hodnotu okamžitého tlaku v pružině v libovolné poloze v průběhu měřicího cyklu. Pro osová měření je závislost tlaku na zdvihu na *Obr. 14*, na *Obr. 15* je závislost pro mimoosová měření při počátečním tlaku 0.4 MPa, další závislosti viz. *Příloha 19 – 24*.



Obr. 14: Graf závislosti tlaku na zdvihu pro osová měření

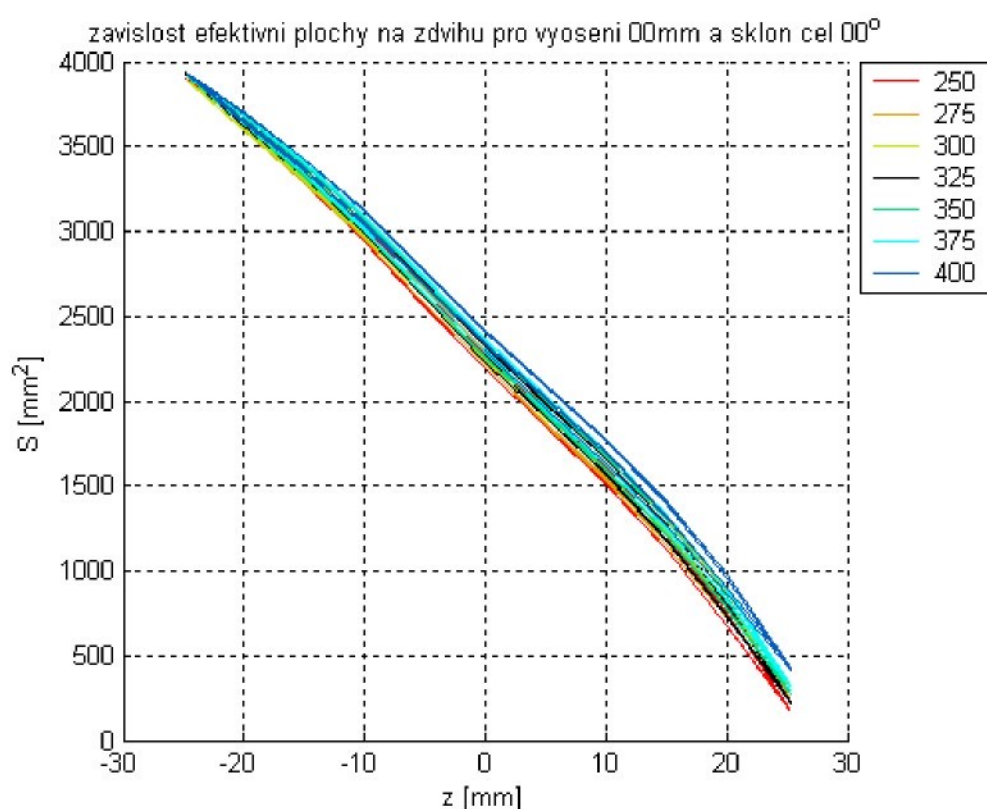


Obr. 15: Graf závislosti tlaku na zdvihu pro počáteční tlak 0.4 MPa

2.6 VYHODNOCENÍ ZÁVISLOSTI EFEKTIVNÍ PLOCHY

Jedním z kvalitativně-quantitativních ukazatelů pneumatické pružiny je efektivní plocha. Pneumatická pružina obsahuje objem V stlačeného vzduchu s přetlakem p_g . Na pružinu působí ve směru zdvihu buď přímo, nebo prostřednictvím převodového mechanismu zatěžovací síla. Efektivní plocha pružiny je definována jako poměr zatěžující síly a přetlaku v pružině.

$$S = \frac{F}{p_g} \quad (2.3)$$



Obr. 16: Graf experimentálních hodnot efektivní plochy v závislosti na zdvihu

Pro postžení charakteru závislosti efektivní plochy se ukazuje dostačující polynom pátého stupně (viz [9]). Efektivní plochu získanou jako podíl síly a tlaku lze aproximovat metodou nejmenších čtverců pomocí polynomu

$$S_{ef} = a_1 + a_2 \cdot z + a_3 \cdot z^2 + a_4 \cdot z^3 + a_5 \cdot z^5 \quad (2.4)$$

kde z je zdvih pružiny.

Pro křivku, vystihující efektivní plochu v závislosti na zdvihu pro počáteční tlak 0,40 MPa, získáme regresí rovnici:

$$S_{ef} = 2341 - 69,1 \cdot z + 0,1085 \cdot z^2 - 0,000003 \cdot z^3 - 0,0007 \cdot z^4 - 0,000006 \cdot z^5 \quad [mm^2]$$

a pro počáteční tlak 0,30 MPa rovnici:

$$S_{ef} = 2298,4 - 69,155.z + 0,1306.z^2 - 0,0016.z^3 - 0,0007.z^4 - 0,000008.z^5 \quad [mm^2]$$

V oblasti malých zdvihů (odchylek od rovnovážné polohy) by bylo možné zanedbat členy řádu vyššího než druhého a uvažovat efektivní plochu pouze jako lineární funkci zdvihu. Stejně jako v případě vlnovcových pneumatických pružin, proměřených dříve (viz. [10], [11]) se ukazuje, že je efektivní plocha nezávislá na tlaku a je pouze funkcí zdvihu. Poznamenejme, že zejména při analytickém vyšetřování funkce pneumatické pružiny ve vibroizolačním systému (viz např. [6]) je tato vlastnost velice příznivá pro analýzu – znamená separaci obou proměnných – zdvihu i tlaku ve vyjádření závislosti síly pneumatické pružiny na těchto proměnných. Hadicové pružiny tuto vlastnost nemají a jejich vyšetřování je proto obtížnější.

Grafy pro různé počáteční konfigurace měřené pneumatické pružiny jsou uvedeny v Příloze 25 – 30.

2.7 CHYBY MĚŘENÍ

2.7.1 OBECNÝ ROZBOR CHYB

Chyba vnesená do měření fyzickým uspořádáním experimentu a jeho propojením s elektronikou je obtížně definovatelná, proto by měl být pro daný typ měření vždy použit stejný, nějakým způsobem standardizovaný způsob uspořádání, kotvení jednotlivých elementů a způsob kalibrace a připojení snímačů. Pak je pravděpodobnost negativního ovlivnění experimentu těmito vlivy výrazně snížena.

V měření je posledním elementem, který má vliv na přesnost naměřených údajů, digitalizační stupeň (měřicí karta s A/D převodníkem v počítači). Zde má zásadní vliv počet bitů, respektive kvantizačních hladin, který je využit pro vzorkování plného rozsahu měřené veličiny a doba A/D převodu ve vztahu k požadované vzorkovací frekvenci a počtu odměřovaných kanálů.

V našem případě byla použita 12 bitová měřicí karta, s napájením ± 10 V, s mezikanálovou dobou 5 μ s. 12 bitová karta má 2^{12} úrovní, tj. 4096 kvantizačních hladin. Systematický (systémový) šum byl stanoven na 0,7 lsb (nejnižšího bitu) a kvantizační šum 0,5 lsb.

$$\frac{20V}{4096} = 4,9 \text{ mV na 1 hladinu.}$$

Chyba měřicí karty a A/D převodníku je 1,2 lsb (systémový a kvantizační šum), což odpovídá 5,8 mV.

2.7.2 CHYBA MĚŘENÍ OSOVÉ SÍLY A TLAKU

Pro měření osově síly byl použit silový snímač Rukov, typ PS 20 s jmenovitým rozsahem 20 kN a jmenovitým signálem 100 mV. Chyba siloměru je 0,5% rozsahu, tj. 0,5 mV. Tento signál je následně 100krát zesílen zesilovačem, jehož šum při maximálním zesílení je 20 mV. Takto upravený a zesílený signál vstupuje do měřicí karty, jejíž chyba je 5,8 mV.

$$0,5 \text{ mV} * 100 + 20 \text{ mV} + 5,8 \text{ mV} = 75,8 \text{ mV}$$

Chyba celého měřicího řetězce je 75,8 mV. Hodnota napětí se převádí na měřenou veličinu násobením konstantou, uvedenou v příslušném programu. Při měření osově síly je tato konstanta 2000 (N.V⁻¹).

$$75,8 * 10^{-3} \text{ V} * 2000 \text{ N.V}^{-1} = 151,6 \text{ N.}$$

Hodnota 151,6 N je absolutní krajní chybou při měření osově síly.

Pro měření tlaku byl použit tenzometrický snímač tlaku, typ 11448 od výrobce ZPA Jinonice, s rozsahem do 1,6 MPa. Nepřesnost výstupu (šum) tohoto čidla je 0,2 mV. Výstup ze snímače je zesílen 250krát a vstupuje do zesilovače s hodnotou šumu 20 mV, odkud vstupuje signál do měřicí karty s chybou 5,8 mV.

$$0,2 \text{ mV} * 250 + 20 \text{ mV} + 5,8 \text{ mV} = 75,8 \text{ mV}$$

Pro měření tlaku je přepočtení konstantou mezi napětím a tlakem hodnota 0,132 MPa.V⁻¹.

$$75,8 \text{ mV} * 0,132 \text{ MPa.V}^{-1} = 10 \text{ kPa}$$

Hodnota absolutní krajní chyby měření tlaku je 10 kPa.

2.7.3 CHYBA BOČNÍ SÍLY, MOMENTU A ZDVIHU

Pro měření boční síly byl použit tenzometrický siloměr o rozsahu 2,5 kN, u něhož byla chyba na základě kalibrační křivky, provedené pracovníky Hydrodynamické laboratoře v Doubí, stanovena jako 1% měřicího rozsahu, tj. ±25 N. Tato chyba zahrnuje vliv celého měřicího řetězce – chybu snímače síly, zesilovače i měřicí karty. Chyba ±25 N je celkovou absolutní chybou při měření boční síly.

Moment byl měřen pomocí tenzometrického snímače síly dle *Obr. 3*, umístěného na vodorovném rameni ve vzdálenosti 0,2 m od středu horního čela pružiny. Chyba byla při kalibraci stanovena na 2% měřicího rozsahu siloměru, který je 250 N. Po vynásobení délky ramene a chyby měření síly dostaneme chybu momentu 1 Nm. I v tomto případě byla chyba stanovena včetně celého měřicího řetězce.

Zdvih byl snímán pomocí indukčnostního senzoru polohy. Na rozdíl od předchozích typů snímačů, které využívají stejnosměrné napájení, je tento snímač napájen střídavým proudem s efektivní hodnotou napětí 2,6 V. Chyba měření zdvihu včetně celého měřicího řetězce byla stanovena na 0,05 mm.

Celkový přehled krajních chyb měřených veličin je uveden v tabulce *Tab. 2*.

Měřená veličina	Chyba měřené veličiny
Zdvih	0,05 mm
Osová síla	152 N
Boční síla	25 N
Moment	1 Nm
Tlak	10 kPa

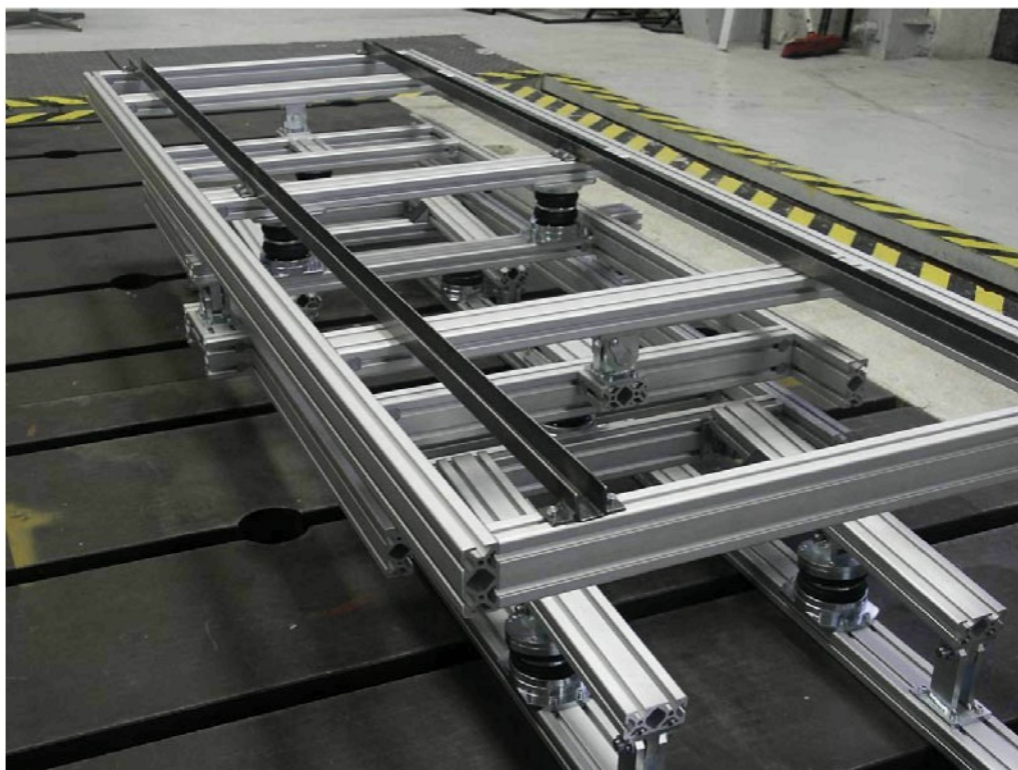
Tab. 2: Přehled krajních chyb měřených veličin

3 MODEL PRO POČÍTAČOVÉ SIMULACE

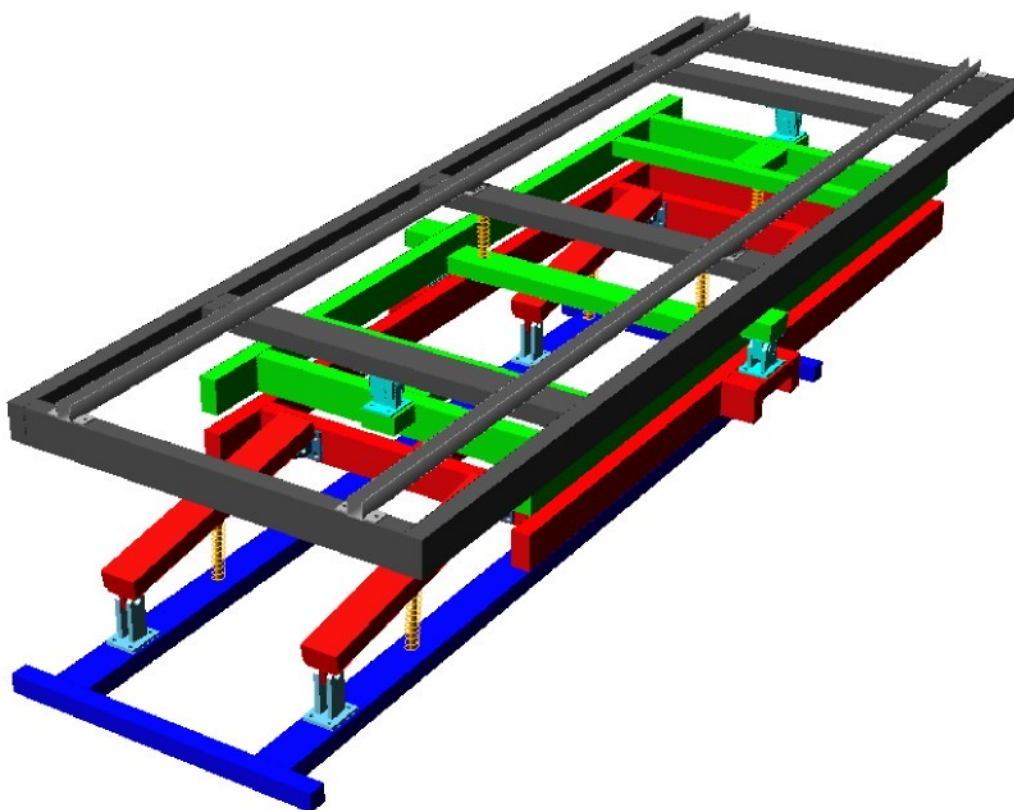
3.1 POPIS SESTAVENÍ MODELU

Model pružně uloženého sanitního lehátka, jehož fotografie je na *Obr.17*, vychází z prostorového modelu, vytvořeného v prostředí ADAMS (*Obr.18*). Skutečné profily, výrobky ITEM, byly nahrazeny kvádry, kterým byly přisouzeny charakteristiky skutečných profilů.

Model byl sestaven ze všech částí podle výkresové dokumentace. Zjednodušeny byly klouby, kdy je pro potřeby simulace nutné dodržet polohu a směr osy rotace. Snahou při sestavování výpočtového modelu bylo i pokud možno přesné dodržení hmotností.



Obr. 17: Fotografie konstrukčního řešení pružně uloženého sanitního lehátka



Obr. 18: Model lehátka sestavený v prostředí ADAMS

V programovém prostředí ADAMS byly všechny části převedeny do formátu iges, který lze do software PAM-Crash 2G načíst.

Rovněž byly z ADAMSu získány hmotové charakteristiky jednotlivých částí.

3.2 TVORBA MODELU V HYPERMESHI

Bylo rozhodnuto modelovat systém pomocí jednoduchých 1D elementů, kterým lze přiřadit charakteristiky použitých částí.

Model byl sestaven pomocí střednic použitých profilů jednotlivých částí. K těmto střednicím byly navázány nody (body), které určují polohu os rotací, nebo polohu úchytů pružin.

Jednotlivé střednice byly rozděleny na kratší úsečky tak, aby bylo možné snadno nadefinovat body vazeb mezi jednotlivými tělesy.

Střednice byly síťovány jako typ prvku BEAM a horní deska, ložná plocha pro pacienta, byla vytvořena z prvků typu SHELL.

Ložná plocha pacienta, která při prvních simulacích nahrazovala sanitní lehátko, byla navržena jako dřevěná deska o tloušťce 20 mm, šířce 515 mm a délce 2000 mm.

3.3 PŘÍPRAVA MODELU V PROSTŘEDÍ GENERIS

Protože se jednalo o první model, byl připraven jako celek z dokonale tuhých těles, sestavených do tzv. rigid bodies. Po úpravě bude možné model použít pro další analýzy. Vytvořené rigid bodies: kotevní rám, horní základna paralelogramu, střední rám, horní rám, deska (ložná plocha) a ramena paralelogramu.

Deska a ocelové „lyžiny“ pro nájezd lehátka jsou vytvořena jako tělesa, u kterých je souřadnice těžiště spočtena automaticky, na základě zadaných vlastností materiálu a profilu. U ostatních tuhých těles nebyly souřadnice těžiště a hmotové charakteristiky spočteny automaticky, ale podle provedené redukce hmoty.

Ke kotevnímu rámu byly připojeny části, které jsou s ním pevně spjaty, tj. kotva táhla v počtu 4 ks. K horní základně paralelogramu byly přiřazeny části: 4x úchyt táhla a 2x příslušná část kloubu, zajišťujícího rotaci mezi horní základnou paralelogramu a středním rámem. Do charakteristik středního rámu byly započteny i příslušné části kloubů, zajišťujících vzájemnou rotaci mezi horní základnou paralelogramu a středním rámem a mezi středním a horním rámem: 2x část kloubu mezi horní základnou paralelogramu a středním rámem a 2x část kloubu mezi středním a horním rámem. K hornímu rámu pak byly připočteny příslušné části kloubů, zajišťujících vzájemnou rotaci mezi středním a horním rámem. K ramenům paralelogramu byly započítány 2x krajní úchyt a 1x střední úchyt (úchyt pro uchycení desky pružiny).

Směr os setrvačnosti jednotlivých rámu souhlasí s centrálním souřadným systémem, který je orientován:

Osa x je v rovině rámu, ve směru kolmém k ose symetrie rámu (podélné), osa y je kolmá k rovině rámu a osa z je totožná se směrem podélné osy rámu. Momenty setrvačnosti byly určeny vzhledem k osám, procházejícím těžištěm.

Rameno je vyrobeno z profilu ITEM 60x30. Směry os, vůči nimž byly přepočteny momenty setrvačnosti, jsou: osa x je kolmá ke kratší straně profilu, osa y je kolmá k delší straně profilu a osa z je totožná s podélnou osou ramene.

Při výpočtech byla zanedbána hmotnost více pružin.

Byly přepočítány hmotové charakteristiky, které (po provedené redukci) jsou shrnuty v *Tab. 3*:

část systému	m [kg]	J_x [kg.mm ²]	J_y [kg.mm ²]	J_z [kg.mm ²]
kotevní rám	9,727	2378323	2660714	293800
horní základna paralelogramu	14,178	2939738	3754508	824252
střední (první kardanův) rám	14,34	2983331	3721204	760421
horní (druhý kardanův) rám	17,56	7615854	8929555	1325324
ramena paralelogramu	1,34	25063	16011	9314

Tab. 3: Hmotové charakteristiky jednotlivých částí systému

3.3.1 PŘÍŘAZENÍ CHARAKTERISTIK DO NODŮ V GENERISU

U vyjmenovaných částí, u nichž byly hmotové charakteristiky a poloha těžiště spočteny, bylo nutné nadefinovat nod, odpovídající těžišti a určit směry jednotlivých os x, y, z lokálních souřadných systémů s počátky v těžištích. Směr osy z je dopočítán automaticky po definici počátku soustavy souřadnic a orientace os x a y.

Tyto nody jsou (nod těžiště, nod pro směr osy x, nod pro směr y):

Kotevní rám: 10100, 10101, 10102

Horní základna paralelogramu: 10103, 10104, 10105

Střední rám: 10106, 10107, 10108

Horní rám: 10109, 10110, 10112

Rameno pravé přední (1): 10113, 10114, 10115

Rameno levé přední (2): 10116, 10117, 10118

Rameno levé zadní (3): 10122, 10123, 10125

Rameno pravé zadní (4): 10119, 10120, 10121

Těžiště horní desky a vodícího profilu bylo spočteno, odpovídá nodu 20022.

Nody, v nichž byly nadefinovány vazby pro ramena (rotace kotevní rám-rameno, úchyt pružiny, rotace rameno-horní základna paralelogramu):

Pravé přední rameno: 346(10014), 364(10012), 374(10010)

Levé přední rameno:	341(10015), 359(10013), 369(10011)
Pravé zadní rameno:	389(10006), 399(10004), 414(10002)
Levé zadní rameno:	394(10007), 409(10005), 419(10003)

Body v nichž byly nadefinovány vazby, odpovídající kloubům pro rotaci horní základna paralelogramu-střední rám:

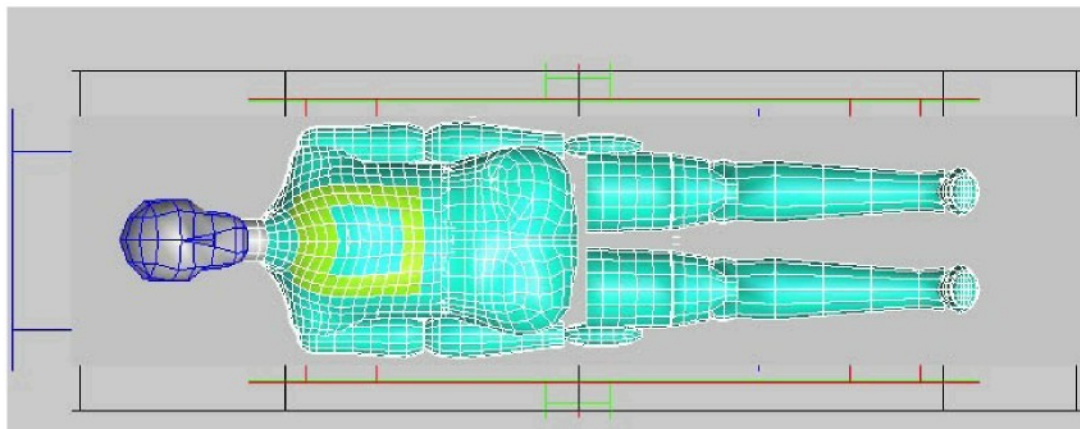
horní základna paralelogramu, pravý kloub:	384
střední rám, pravý kloub:	10000
horní základna paralelogramu, levý kloub:	404
střední rám, levý kloub:	10008
Klouby pro rotaci střední rám-horní rám:	
střední rám, přední kloub:	379
horní rám, přední kloub:	10009
střední rám, zadní kloub:	424
horní rám, zadní kloub:	10001

Nody pro uchycení pružin ramen paralelogramu na kotevním rámu:

Pravá přední pružina:	20100
Pravá zadní pružina:	20101
Levá přední pružina:	20102
Levá zadní pružina:	20103

3.3.2 MODEL FIGURINY PRO TEST

Byl zapůjčen model s názvem Human hybrid body model III, jehož konstrukční detaily zůstávají utajeny. Jednalo se o sedící figurinu muže, která parametry odpovídá 50% mužské populace, tj. model muže o hmotnosti 74,9 kg a výšce 170 cm. Modelu byly narovnány nohy do polohy ležícího člověka. Model figuriny umožňuje při vnějším zatížení výpočet sil a momentů v jednotlivých kloubech. Průběhy těchto veličin je následně možné hodnotit.

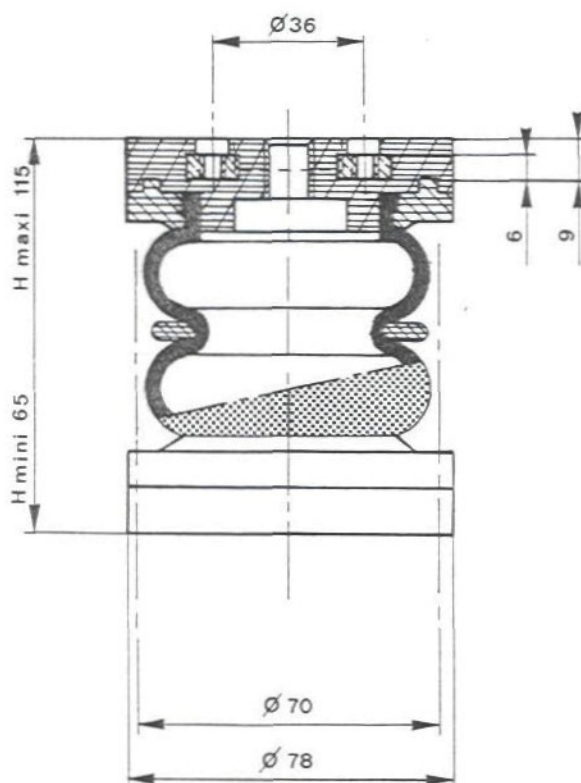


Obr. 19: Human hybrid body model III – úprava do ležící polohy

3.4 CHARAKTERISTIKY VIBROIZOLAČNÍCH PRVKŮ, POUŽITÝCH PRO SIMULACE

Při prováděných simulacích byl uvažován pasivní (tj. neřízený) systém, kdy pružiny jsou huštěny na hodnotu tlaku v zástavbové délce pružiny a uzavřeny. Pro případ, že by při simulaci došlo k většímu protažení nebo stlačení, než povoluje výrobce, byly do výpočtu zahrnuty tuhé dorazy. Za těchto předpokladů bylo možné využít charakteristik pružin již naměřených. Byla aplikována závislost osově síly na zdvihu pružiny, viz. Obr.5. Do výpočtu byla zahrnuta i závislost boční síly na vyosení čel pružiny.

Východiskem byla provedená měření [11] na již zmiňované, malé dvouvlnné pneumatice Dunlop $2^{3/4} \times 2$.



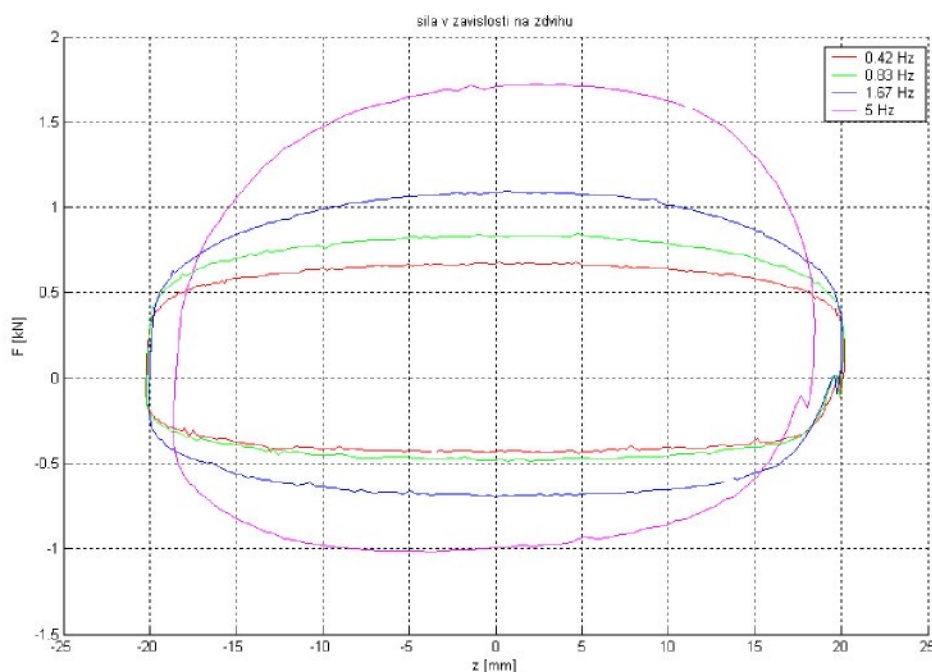
Obr. 20: Pneumatická pružina Dunlop 2^{3/4}" × 2 , obrázek z katalogu

Pro první simulace s pružinami, umístěnými v jedné polovině délky ramene, byla implementována charakteristika, odpovídající počátečnímu tlaku 0,4 MPa při zástavbové délce pružiny. Ale ukázala se hned po první simulaci jako příliš tvrdá. Při této hodnotě počátečního tlaku by prodloužení pružin na ramenech paralelogramu bylo v oblasti maximálního protažení, povoleného výrobcem a tedy v oblasti, kde je nutno použít dorazy.

Po počátečních pokusech s takto sestaveným modelem bylo využito teoretického odvození, uváděného v jedné z následujících kapitol. S využitím rovnic rovnováhy a znalostí vztahů mezi efektivní plochou, tlakem a osovou silou v pružině, byly určeny konkrétní tlaky pro rovnovážný stav systému. Z nich byly potom spočteny body pro popis závislosti osově síly na zdvihu konkrétní pružiny. Ze simulovaných průběhů tlaků je patrné, že amplitudy kmitů jsou malé vzhledem ke stejnosměrné složce. Nabízí se tudíž linearizace závislosti efektivní plochy v pracovním bodě pružiny. Jak bude na několika grafech ukázáno později, byly realizovány i výpočty s lineárními charakteristikami pružin.

Projekt analyzovaného systému předpokládal aplikaci tlumičů. Charakter prvku, definující v prostředí PAM-Crash pružinu (MBSPR), umožňoval zadání charakteristiky tlumení. Předpokládali jsme tedy použití tlumičů paralelně se všemi pružinami.

Za výchozí charakteristiku jsme vzali data, naměřená v hydrodynamické laboratoři v Doubi na tlumičích sedačky řidiče (*Obr. 21*). Tato měření byla prováděna pro rozsah zdvihu ± 20 mm. Jednalo se o měření, která lze v grafu zachytit takto:

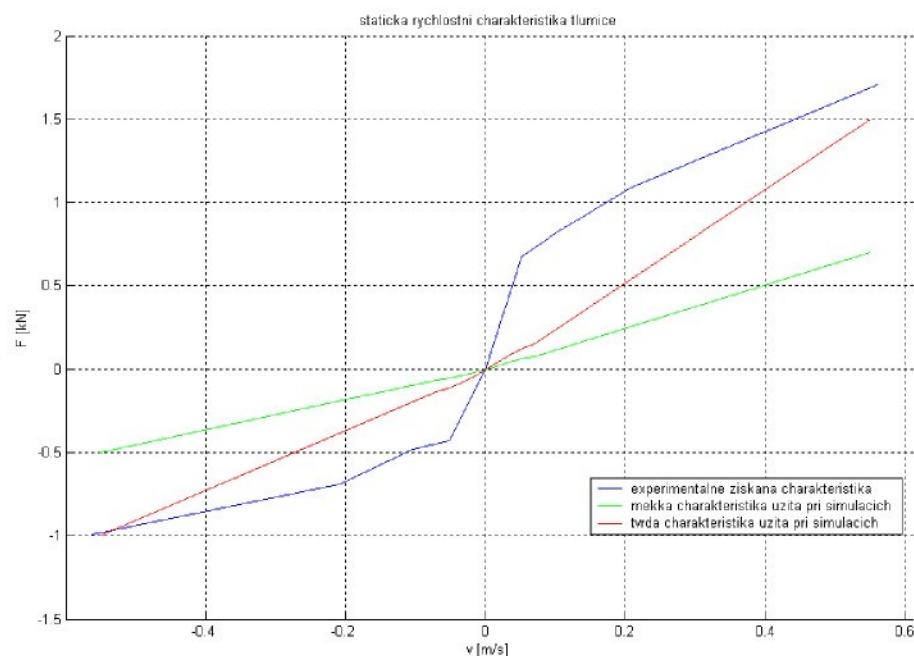


Obr. 21: Experimentálně naměřená data závislosti síly na zdvihu tlumiče

Z těchto dat bylo možné odvodit statickou rychlostní charakteristiku tlumiče. Ta je v grafu na *Obr. 22* znázorněna modrou barvou. V případě větších hodnot pístové rychlosti tlumiče by software PAM-Crash při výpočtu extrapoloval křivku tlumení, zadanou jednotlivými body.

Na rozdíl od možnosti linearizace průběhu efektivní plochy pneumatické pružiny je linearizace statické rychlostní charakteristiky tlumiče problematickou záležitostí. Obvykle se dá vyhodnocená statická rychlostní charakteristika (viz *Obr. 22* modrá křivka) uspokojivě nahradit lineárně lomenou čarou. Strmá směrnice v počátku nahrazuje průběh síly v režimu malých pístových rychlostí, kdy se pracovní kapalina škrtí při průtoku kalibrovanými otvory. V režimu vyšších rychlostí dochází jak při stlačování, tak při roztahování tlumiče k otevření příslušných odlehčovacích ventilů a směrnice lineární náhrady se značně sníží. Nahradit tuto závislost lineární lomenou

čarou v počátku není uspokojivé. Směrnici této závislosti lze určit na základě harmonické linearizace při určitém režimu.



Obr. 22: Funkční závislost síly na pístové rychlosti tlumiče

Při užití experimentálně určené charakteristiky (Obr. 22) je ale pohyb sanitního lehátka velmi tlumený a k dosažení rovnovážné polohy systému (od okamžiku, kdy dojde ke kontaktu těla s lehátkem) je třeba čas přibližně 2 s. Proto byla navržena charakteristika tlumiče s poloviční silou při stejné rychlosti. Původní charakteristika je v grafu (Obr. 22) znázorněna modře, nová, navržená zeleně. Červenou barvou je zachycena charakteristika, použitá v některých simulacích namísto charakteristiky získané experimentálně. Při navržené, měkčí charakteristice tlumiče dochází k nalezení rovnováhy mnohem dříve, v čase asi 0,5 s. Pro porovnání byly provedeny některé simulace s charakteristikou tlumiče, kdy je síla čtvrtinová v porovnání s hodnotami, získanými z experimentu.

3.4.1 VLASTNOSTI MKP MODELU

Výpočet vlastností profilu vychází ze zadaných charakteristik, které byly převzaty z katalogu ITEM a to:

Profil 60x30 (*Obr. 23*):



Obr. 23: Profil ITEM 60x30 mm

Profil 30x30 (*Obr. 24*):



Obr. 24: Profil ITEM 30x30 mm

Vlastnosti profilů ITEM jsou shrnuty v *Tab. 4*:

Profil ITEM	A [mm ²]	I _x [mm ⁴]	I _y [mm ⁴]	I _t [mm ⁴]
60 x 30 mm	847	79200	293000	48100
30 x 30 mm	467	41500	41500	4000

Tab. 4: Charakteristiky použitých profilů ITEM

Na figurinu i sanitní lehátko působí tíhová síla. Sanitní lehátko je namodelováno v poloze, která odpovídá výkresové dokumentaci. Pružiny na ramenech jsou tedy v okamžiku začátku simulace stlačeny (o 17 mm).

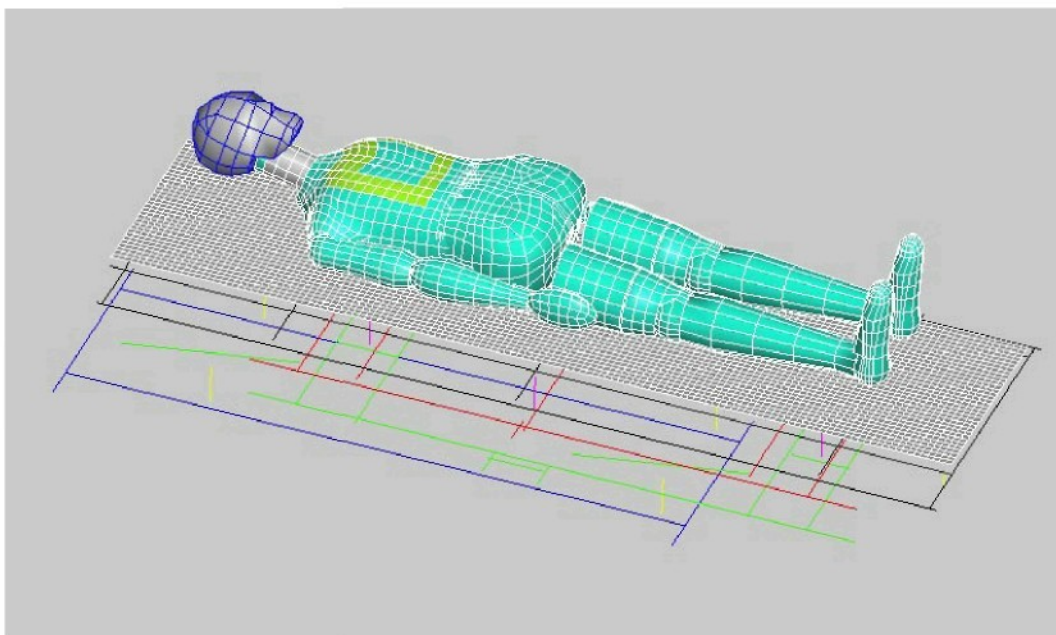
Figurina není vázána k lehátku pevnou vazbou, ale je nadefinován kontakt mezi ní a lehátkem. Může se tedy během simulace vlivem pohybu měnit i kontaktní síla mezi tělem figuriny a ložnou plochou lehátka. Aby kontakt splnil svoji úlohu, je ve svislém směru nejmenší vzdálenost těla od lehátka v prvním okamžiku asi 4 mm. Tělo se celé nachází nad ložnou plochou lehátka. Zatímco lehátko se po zahájení výpočtu pohybuje díky silám v pružinách směrem vzhůru, tělo se ve volném prostoru pohybuje volným

pádem. V čase asi 90 ms se obě tělesa dostanou do kontaktu, což se projeví změnou vynášených veličin v dále uváděných grafech (např. *Obr. 26 a 29*).

Velikost časového kroku výpočtu byla určena pomocí nejmenšího elementu, který je v tomto případě v oblasti měkkých tkání v dutině břišní.

Kontakt mezi tělem a deskou lehátka byl nadefinován s koeficientem vzájemného smykového tření 0,5 a koeficientem tlumení 0,8.

Buzení systému bylo kinematické, umístěné do těžiště kotevního rámu, který se mohl pohybovat pouze ve svislém směru, zatímco ostatním tělesům byl umožněn pohyb, omezený vzájemnými vazbami.



Obr. 25: Poloha ležícího pacienta vůči lehátku

3.5 VÝSLEDKY NĚKTERÝCH SIMULACÍ PRO ZÁKLADNÍ UMÍSTĚNÍ PNEUMATICKÝCH PRUŽIN

Základním umístěním pneumatikých pružin rozumíme původní konstrukční návrh, kdy středy čel pružin paralelogramu byly umístěny do poloviny délky ramene paralelogramu. Umístění pružin, podpírajících oba kardanovy rámy odpovídá výkresové dokumentaci.

V první fázi byly prováděny simulace s ležící figurinou pro typy kinematického buzení ($y = A \cdot \sin(2\pi ft)$), uvedené v Tab. 5:

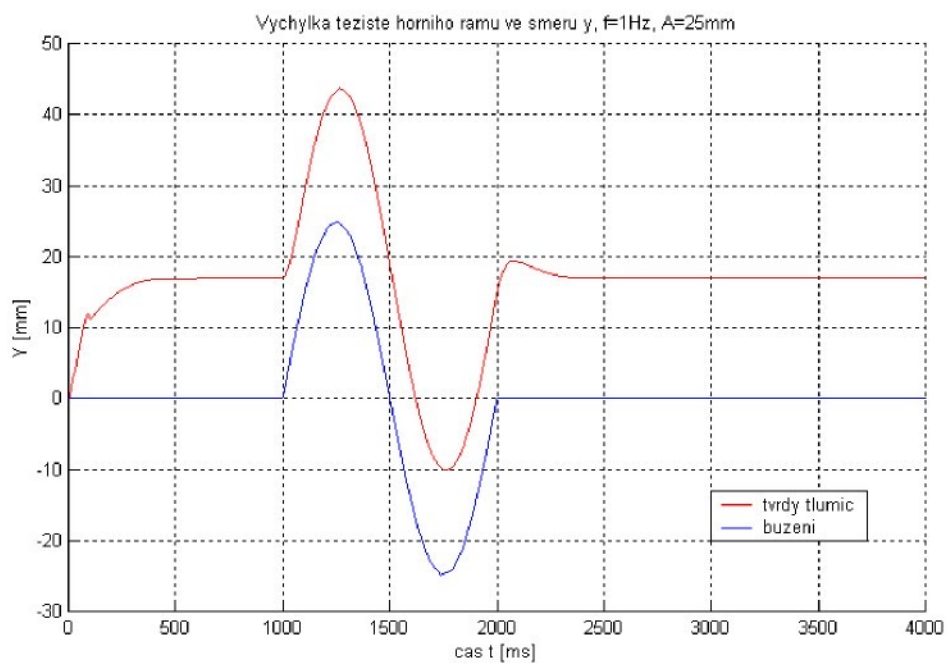
popis buzení	f [Hz]	A [mm]
sinový hrbol	1	25
sinová díra	1	25
1 perioda funkce sinus	1	25
sinový hrbol	5	10
sinová díra	5	10
1 perioda funkce sinus	5	10
sinový hrbol	5	25
sinová díra	5	25
1 perioda funkce sinus	5	25
sinový hrbol	10	10
sinová díra	10	10
1 perioda funkce sinus, měkký tlumič	10	10
1 perioda funkce sinus, tvrdý tlumič	10	10

Tab. 5: Popis kinematického buzení pro počáteční simulace

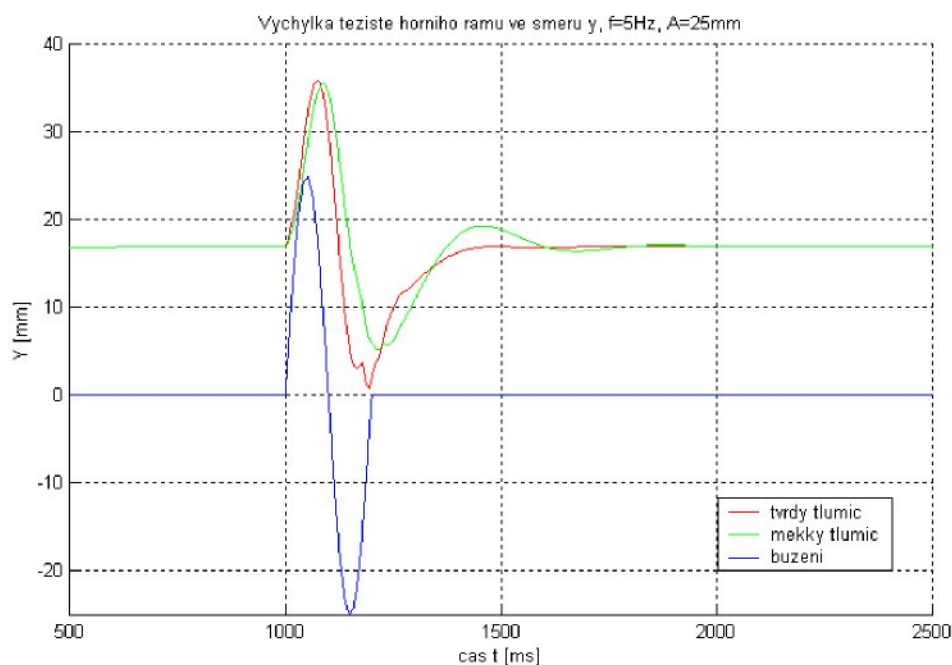
Simulace pro čas 0s až 1s byla počítána zvlášť, v tomto čase byla nalezena rovnovážná poloha. Z ní pak byly spouštěny (restartovány) další výpočty. Buzení začíná vždy v čase 1s. Odezva byla zkoumána do 4s. V některých grafech je znázorněn pouze výřez časové osy, aby lépe vynikly hodnoty vyhodnocovaných veličin.

Jen na okraj uvádíme vysokou časovou náročnost simulací, prováděných s figurinou, způsobenou materiálovými vlastnostmi modelovaného lidského těla.

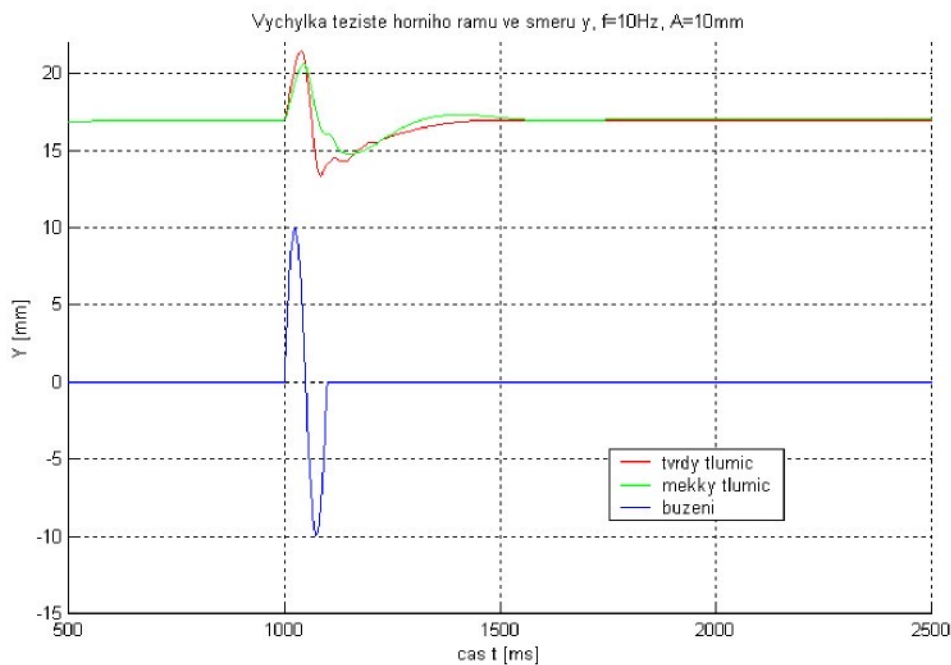
3.5.1 POHYB TĚŽIŠTĚ HORNÍHO RÁMU V ZÁVISLOSTI NA BUZENÍ



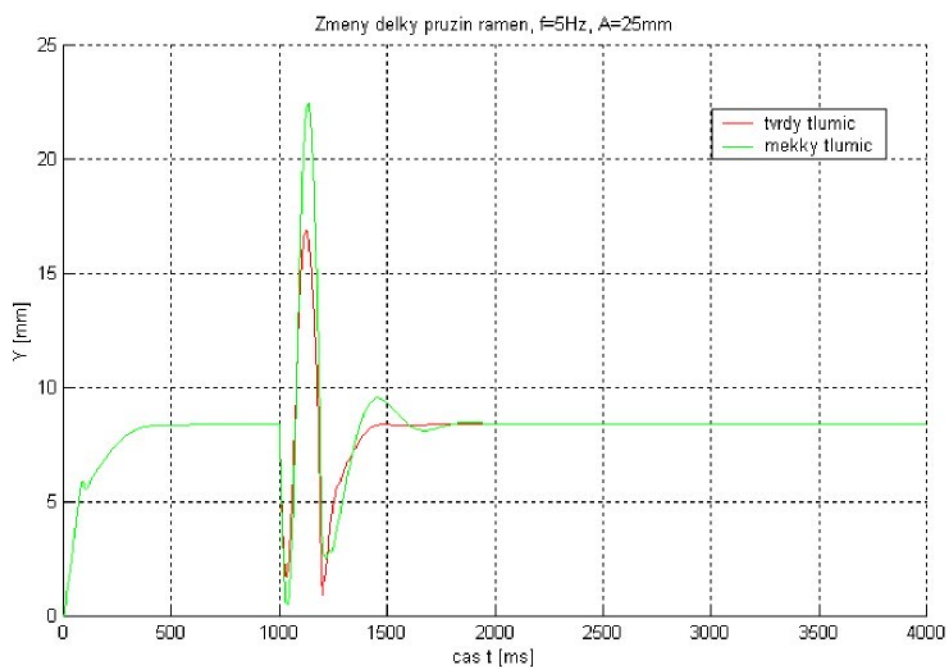
Obr. 26: Výchylka těžiště horního rámu ve svislém směru pro $f=1\text{ Hz}$, $A=25\text{ mm}$



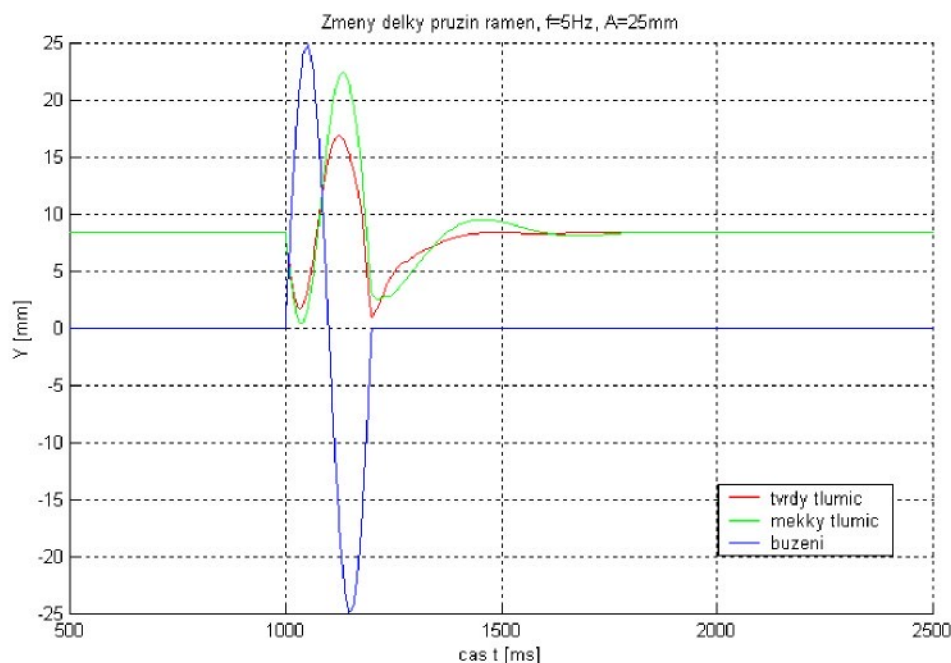
Obr. 27: Výchylka těžiště horního rámu ve svislém směru pro $f=5\text{ Hz}$, $A=25\text{ mm}$

Obr. 28: Výchylka těžiště horního rámu pro $f=10\text{ Hz}$, $A=10\text{ mm}$

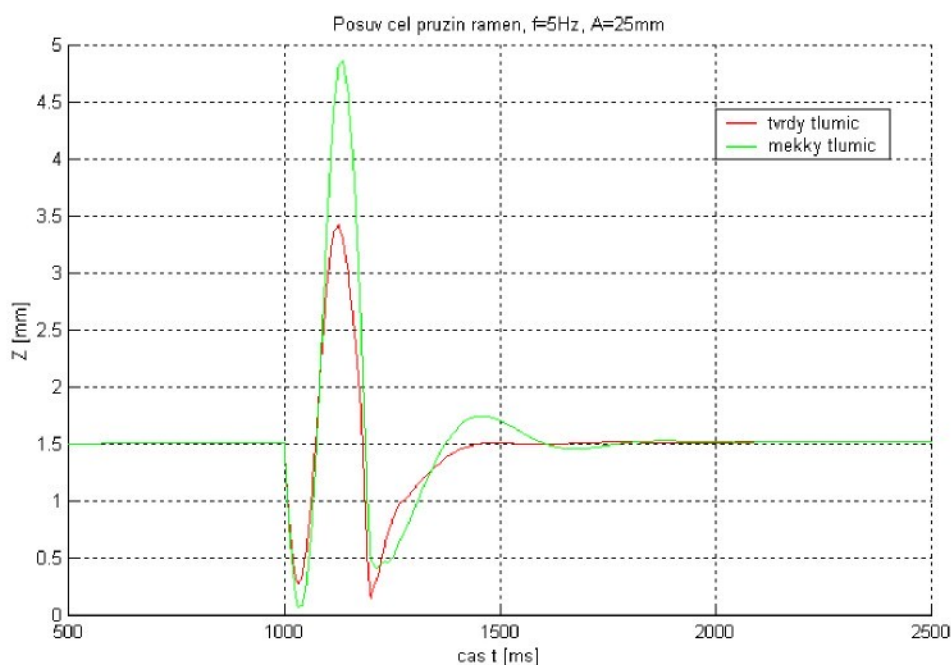
3.5.2 NĚKTERÉ ZÁVISLOSTI PRO $F=5\text{ Hz}$, $A=25\text{ mm}$

Obr. 29: Změna délky pružiny mezi kotevním rámem a ramenem paralelogramu, $f=5\text{ Hz}$, $A=25\text{ mm}$

Pozn.: Vzhledem k definici souřadných systémů v prostředí PAM-Crash odpovídají změny délek pružin ve směru osy y globálního systému (ve svislém směru) výchylce ve směru osy x pro danou vazbu (joint).

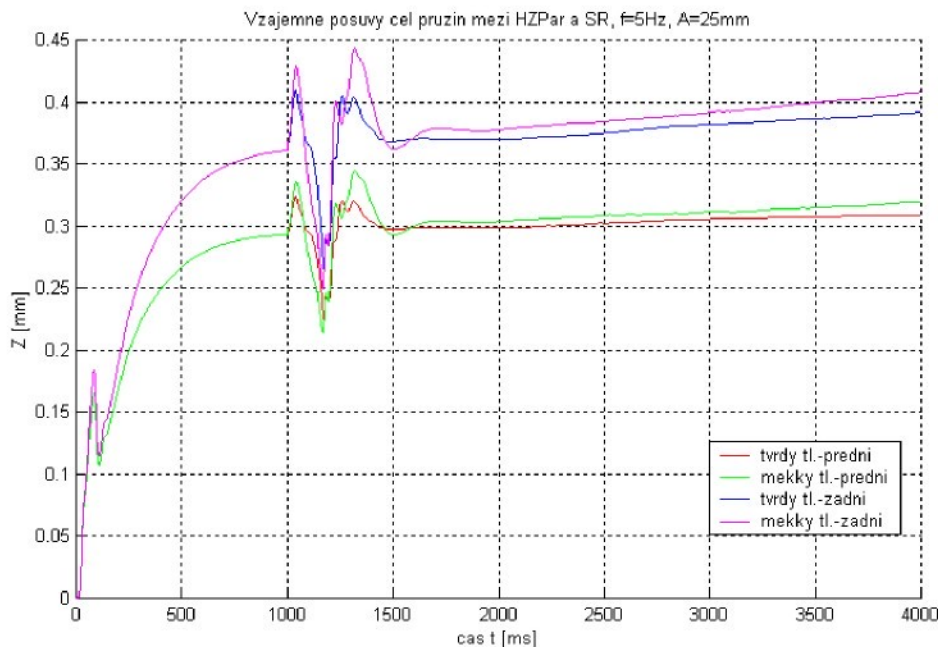


Obr. 30: Průběh okamžité změny délky pružin ramen paralelogramu, porovnané s buzením, $f=5$ Hz, $A=25$ mm



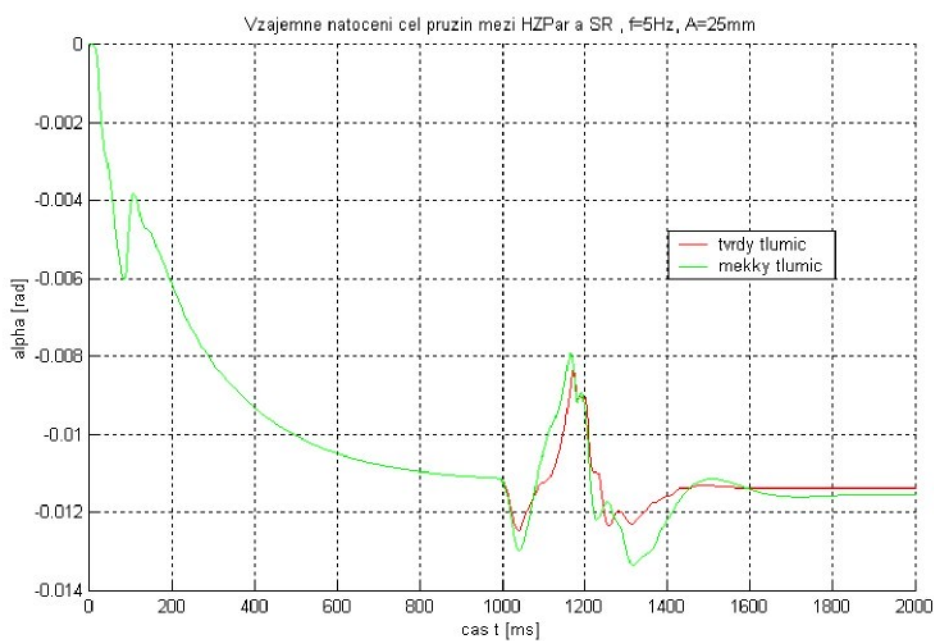
Obr. 31: Časový průběh horizontální výchylky čel pružin mezi ramenem paralelogramu a základním rámem, $f=5$ Hz, $A=25$ mm

Posuv čel pružin ramen ve směru globální osy z , tj. osy podélné, je na Obr.32. V příčném směru jsou posuvy nulové.

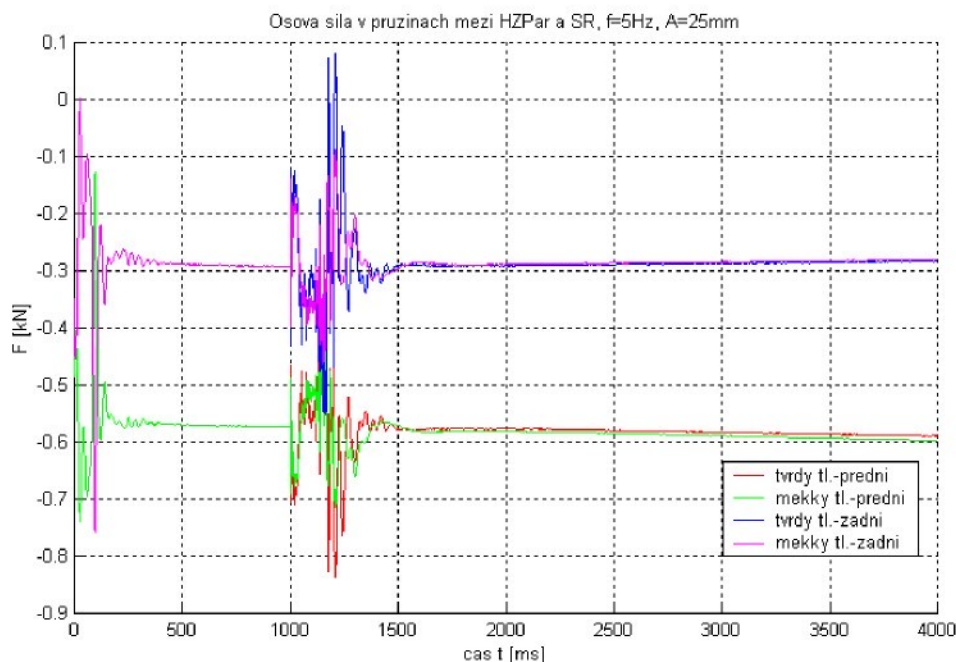


Obr. 32: Vzájemný vodorovný posuv čel pružin mezi horní základnou paralelogramu a středním rámem

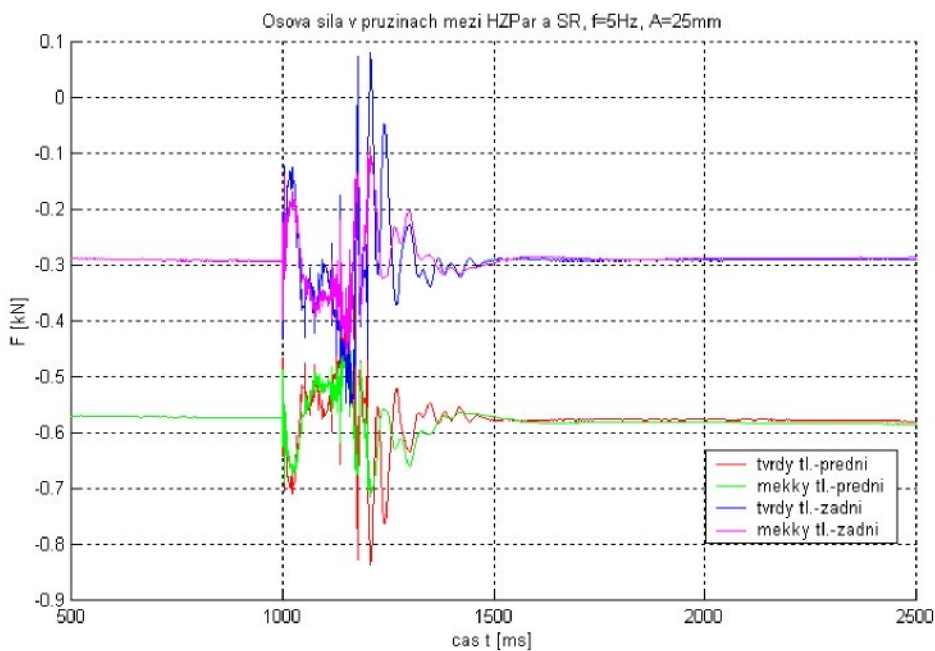
Poloha těžiště horního rámu základny paralelogramu není uprostřed, v pružinách na přední a zadní příčce vznikají rozdílné síly, pružiny se ustálí v jiné poloze a tedy s jinou hodnotou posuvu čela od výchozí polohy.



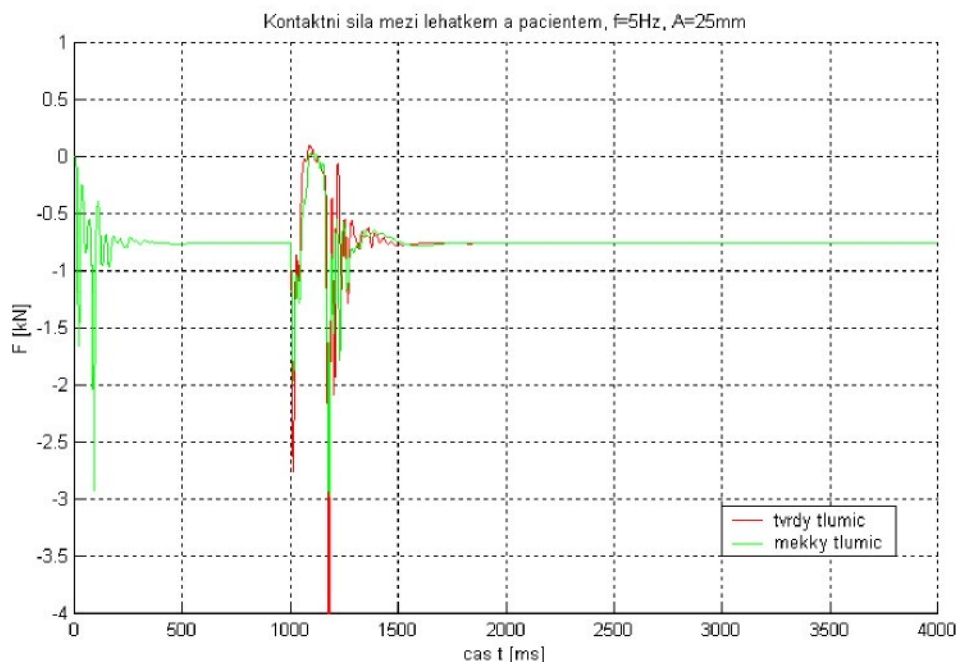
Obr. 33: Vzájemné natočení čel pružin mezi horní základnou paralelogramu a středním rámem



Obr. 34: Časový průběh osové síly v pružinách mezi horní základnou paralelogramu a středním rámem při buzení jednou periodou funkce sinus, $f=5 \text{ Hz}$, $A=25 \text{ mm}$



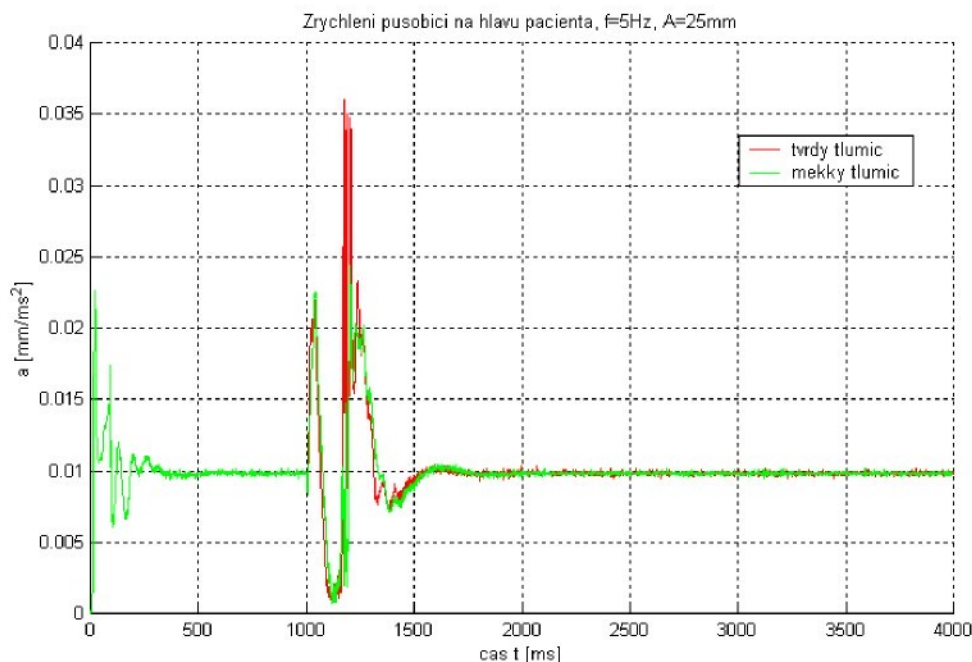
Obr. 35: Časový průběh osové síly v pružinách mezi horní základnou paralelogramu a středním rámem při buzení jednou periodou funkce sinus, $f=5 \text{ Hz}$, $A=25 \text{ mm}$



Obr. 36: Časový průběh kontaktní síly mezi lehátkem a pacientem, $f=5$ Hz, $A=25$ mm

Vazba mezi lehátkem a tělem pacienta byla nadefinována jako kontakt. Proto lze vyhodnotit i kontaktní sílu mezi tělem a podložkou (Obr. 36).

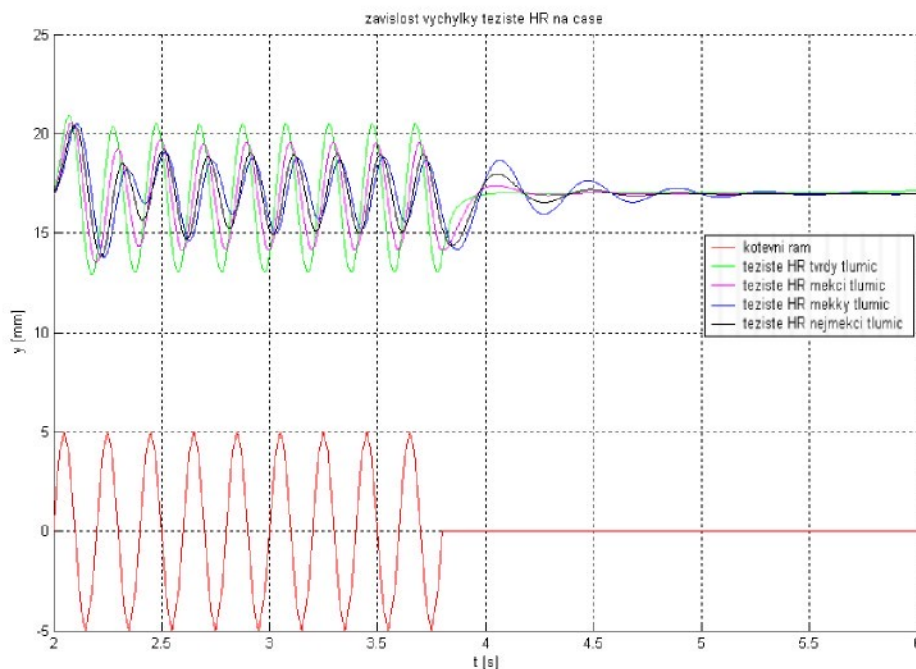
Při kinematickém buzení je pacientu, převáženému na lehátku uděleno zrychlení, které může nepříjemně ovlivňovat jeho stav. Toto zrychlení bude také jedním z vyhodnocovaných údajů, vypovídajících o komfortu převozu (viz. normy ČSN ISO 2631). Pro buzení jednou periodou funkce sinus ($y = A \cdot \sin(2\pi ft)$) pro $f = 5$ Hz a $A = 25$ mm je toto zrychlení, působící na hlavu pacienta, znázorněno v grafu (Obr. 37). Hodnota odpovídající rovnovážnému stavu odpovídá působící gravitaci. Špičky na počátku jsou způsobeny volným pádem těla a následnou interakcí s lehátkem. V čase 1 s pak začíná kinematické buzení, které pro měkký tlumič způsobí přetížení $\pm 1g$.



Obr. 37: Zrychlení, působící na hlavu pacienta

Pro umístění pružiny mezi ramenem paralelogramu a základním rámem v jedné polovině délky ramene byly testovány různé charakteristiky tlumičů. Tyto charakteristiky byly získány z původní charakteristiky tlumiče použitého v sedadle řidiče (viz *Obr. 22*) změkčením na $1/2, 1/4$ a $1/8$ hodnot síly pro stejnou odpovídající hodnotu rychlosti v tlumiči. V praxi by bylo možné získat takovéto tlumiče přeladěním tlumiče původního.

Při buzení základního rámu funkcí sinus s frekvencí $f=5$ Hz a amplitudou $A=5$ mm pak můžeme vyhodnotit výchylku těžiště horního rámu v závislosti na čase pro různé typy tlumičů (*Obr. 38*).

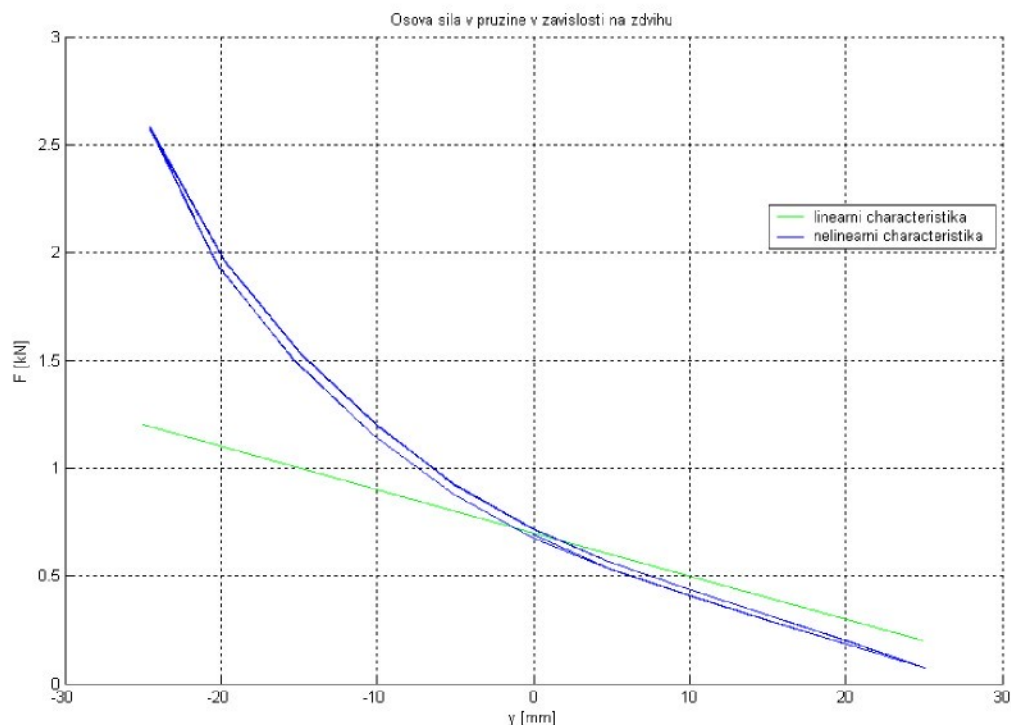


Obr. 38: Závislost výchylky těžiště horního rámu ve svislém směru na čase

3.6 VLIV ZMĚNY POLOHY ZÁVĚSU PRUŽINY NA RAMENECH PARALELOGRAMU

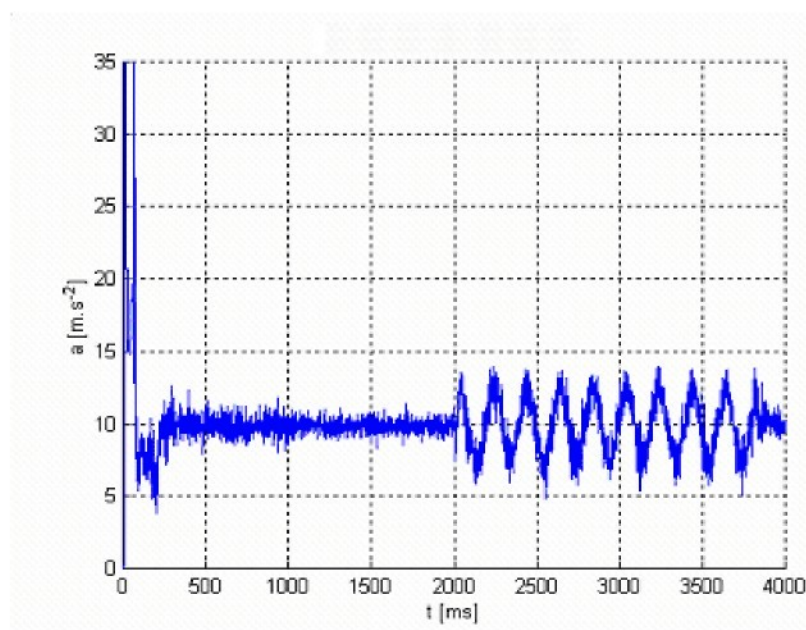
Protože simulace při umístění pružiny v jedné polovině délky ramene paralelogramu ukázaly nevyhovující vibroizolační vlastnosti systému, rozhodli jsme se umístit závěs pružiny do jedné třetiny délky ramene.

Při změněné poloze závěsu bylo provedeno několik orientačních simulací, z nichž zde znázorníme vybrané charakteristiky. Byly prováděny simulace s pružinou s nelineární charakteristikou a poté i s charakteristikou lineární. Tyto charakteristiky měly stejnou hodnotu přenášené osově síly při zástavbové délce pružiny, tj. zdvihu $y = 0$ (Obr. 39). Modrou barvou je vynesena skutečná, experimentálně získaná charakteristika a zelenou barvou charakteristika navržená, lineární.



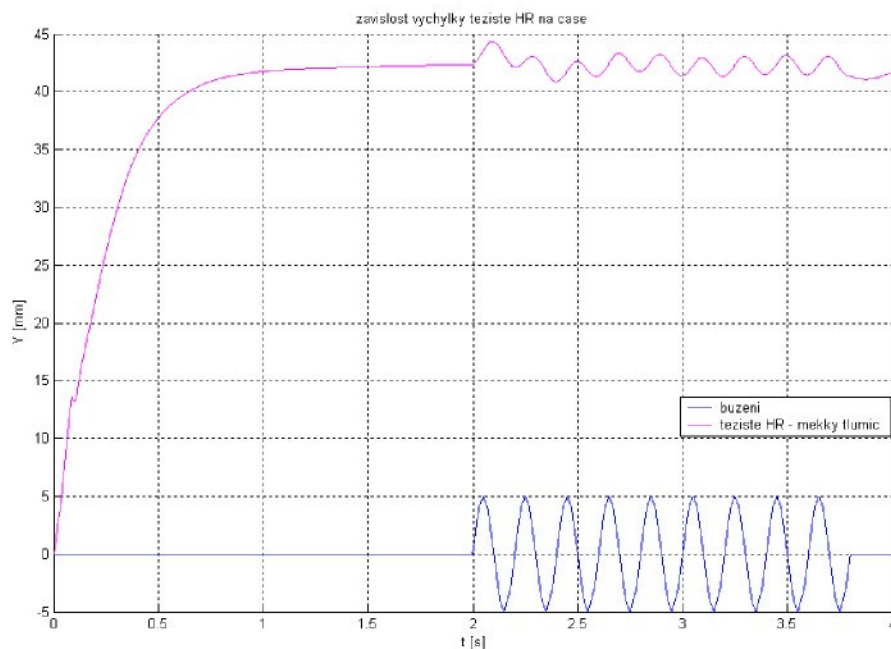
Obr. 39: Závislost síly v pružině na zdvihu pro lineární a nelineární charakteristiku

Při uchycení pružiny mezi ramenem paralelogramu a kotevním rámem v jedné třetině délky ramene systém změnil své vibroizolační vlastnosti. To vyjadřuje graf pro nelineární charakteristiku pružiny, vyneseny na *Obr. 40*, neboť amplituda zrychlení je nyní nižší.

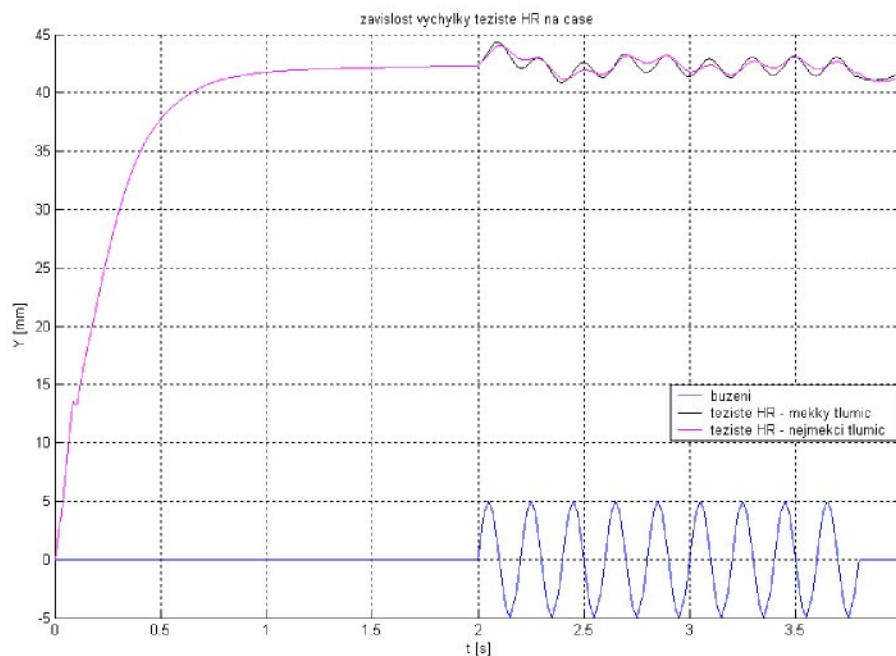


Obr. 40: Graf zrychlení v místě hlavy pacienta v závislosti na čase pro nelineární pružinu

Při aplikaci pružin s lineární charakteristikou, znázorněnou na *Obr. 39* byla současně modifikována charakteristika tlumiče tak, jak bylo naznačeno výše. Při simulacích s charakteristikou tlumiče, změkčenou na $1/4$ původních hodnot, obdržíme graf závislosti výchylky těžiště horního rámu dle *Obr. 41*.



Obr. 41: Závislost výchylky těžiště horního rámu pro měkký tlumič a lineární pružinu, $f=5$ Hz, $A=5$ mm



Obr. 42: Závislost výchylky těžiště horního rámu na čase pro různé tlumiče, $f=5$ Hz, $A=5$ mm



Porovnání závislostí výchylek těžiště horního (druhého kardanova) rámu je vyneseno na *Obr. 42*. Pro vykreslení tohoto grafu byly využity výsledky simulací s lineární pružinou a charakteristikou tlumiče, změkčenou na $1/4$ a $1/8$ oproti původním hodnotám.

Získat však pneumatickou pružinu s lineární charakteristikou bez aplikace přídavného objemu a prvků aktivního řízení není možné.

Při posunutí závěsů pružin vzrostou potřebné síly v pružinách na ramenech paralelogramu.

Dostáváme se tak do oblasti vyšších pracovních tlaků pružiny.

4 EXPERIMENT S LEHÁTKEM

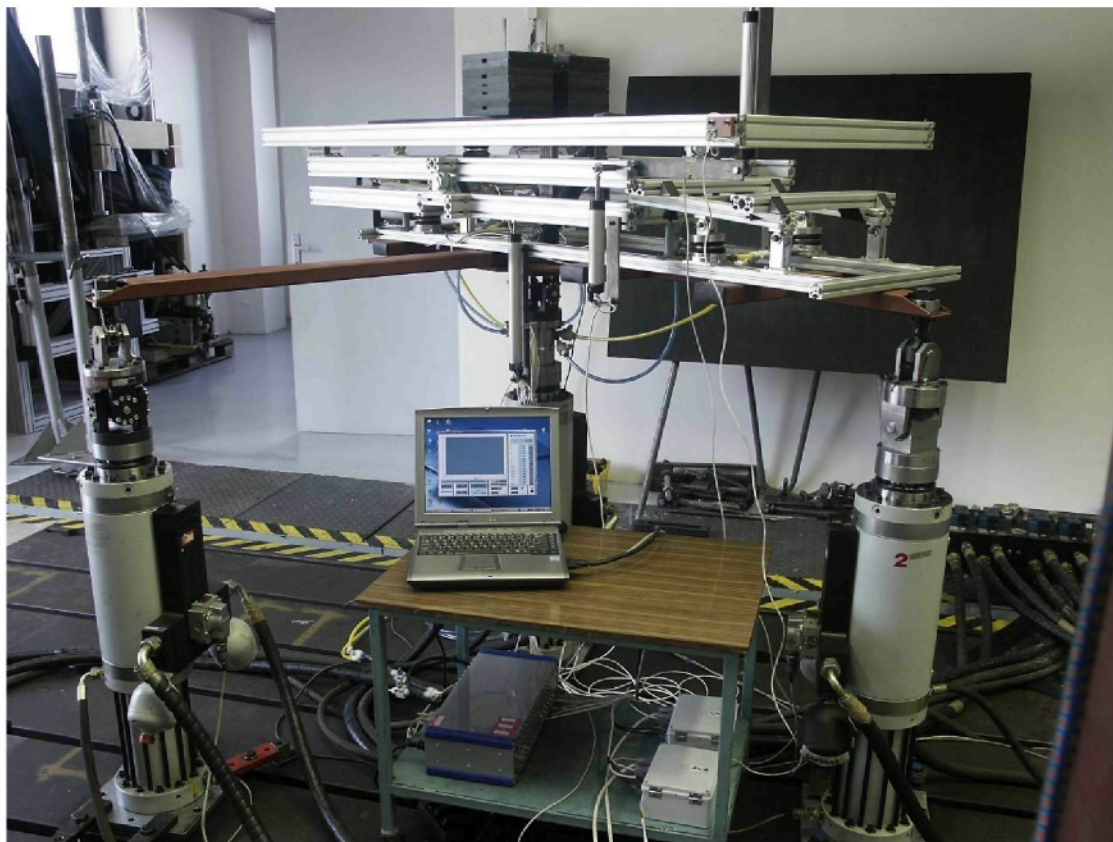
Souběžně s teoretickým výzkumem pružně uloženého sanitního lehátka byla zahájena příprava a realizace prvních experimentů s pasivním systémem.

Pro potřeby experimentu bylo nutné vybrat tlumič, který by odpovídal rozsahem zdvihu i přenášenými silami.

Bylo navrženo použít jeden tlumič zabudovaný v systému tak, aby tlumil pohyb paralelogramu. Na základě konstrukčního řešení a údajů, částečně získaných z předběžných počítačových simulací, byl vybrán tlumič T.T.40 provedení P40x175 firmy ATESO.

Dále byly vybrány snímače zrychlení a úhlové rychlosti, výrobky firmy Analog Devices (gyroskop ADXRS401EB a akcelerometr ADXL320EB).

Po přípravě měřicího software, snímačů a uchycení tlumiče jsme přistoupili k realizaci experimentu. Uspořádání je patrné z *Obr. 43*. Vibroizolační systém je uchycen pomocí ocelového rámu na tři pulsátory, které kinematicky budí celý systém a s některými omezeními umožňují realizovat jistou třídu prostorových pohybů systému se 3⁰ volnosti.

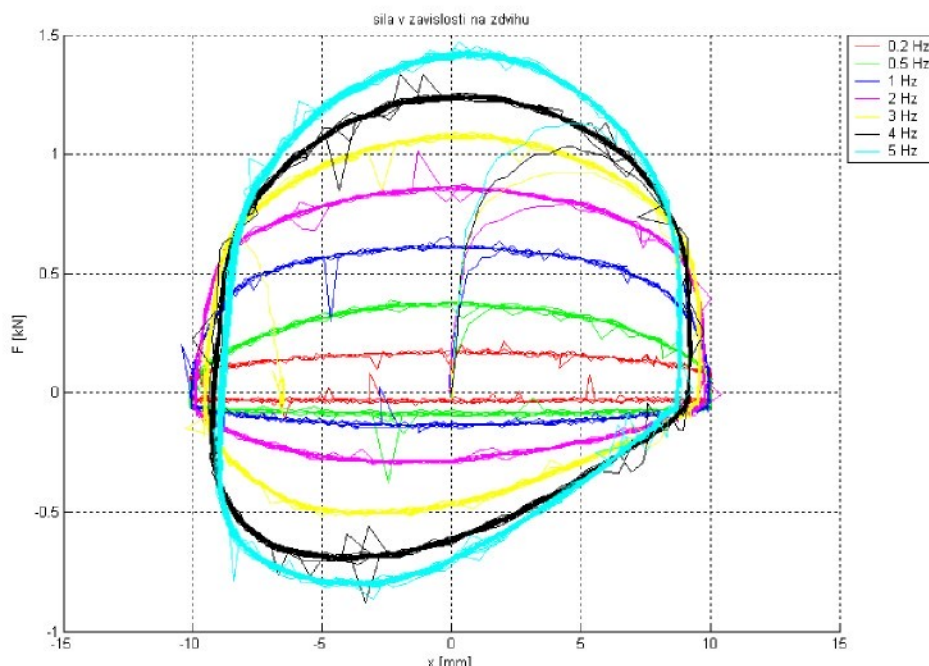


Obr. 43: Fotografie uspořádání experimentu

4.1 VYHODNOCENÍ CHARAKTERISTIK TLUMIČE

Po získání tlumiče ATESO T.T.40, provedení P40x175, byly nejprve provedeny experimenty, popsané v následující kapitole, a teprve poté proměřeny základní charakteristiky tlumiče. Důvodem tohoto postupu bylo neočekávané zpoždění, kdy dodavatelská firma dodala tlumič téměř o tři měsíce později oproti slibu a garantované době dodání.

Pro jednotlivé budicí frekvence 0,2 Hz, 0,5 Hz, 1 Hz, 2 Hz, 3 Hz, 4 Hz, 5 Hz a zdvih tlumiče v mezích ± 10 mm od střední délky byla proměřena závislost síly na zdvihu. Experimentálně získaná, nefiltrovaná data jsou znázorněna na *Obr. 44*.

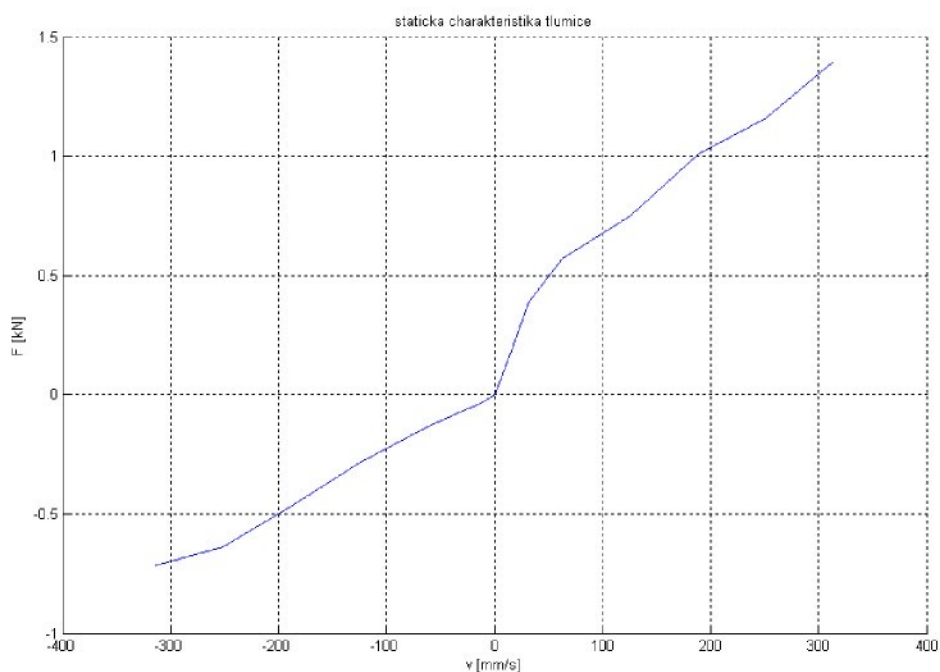


Obr. 44: Síla v závislosti na zdvihu tlumiče

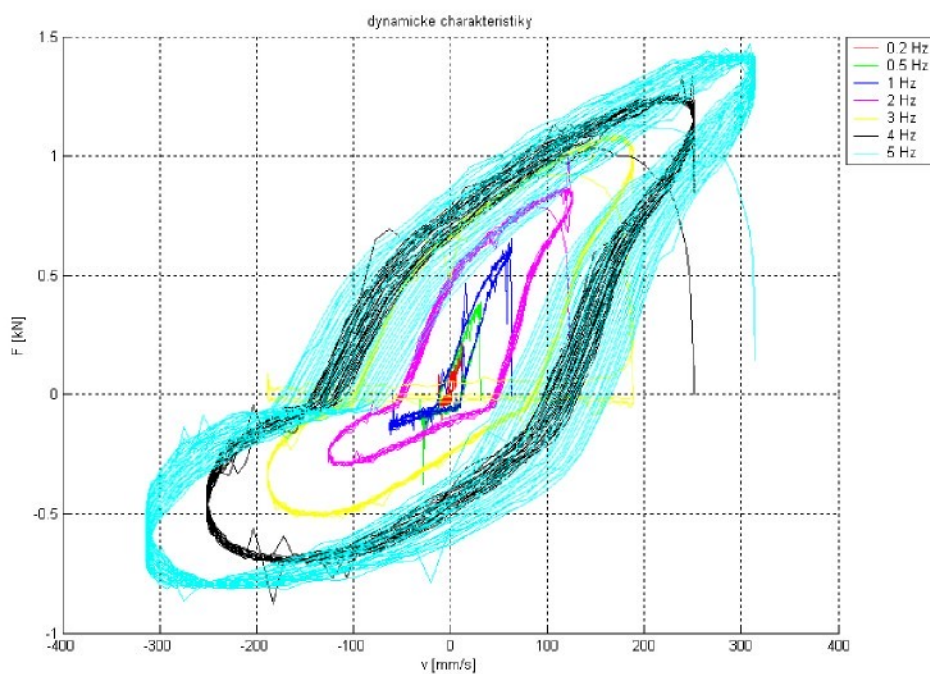
Na základě těchto experimentálních dat byla v programovém prostředí MATLAB získána statická rychlostní charakteristika tlumiče, jejíž křivka je znázorněna na *Obr. 45*.

Z těchto dat byly rovněž vyhodnoceny dynamické charakteristiky, znázorněné na *Obr. 46*. Z těchto charakteristik je vidět, že pro vyšší frekvence (4 Hz a 5 Hz) dochází v tlumiči k sekundárním jevům, jako je pravděpodobně např. napětí tlumící kapaliny a tím dochází ke změně vlastností vibroizolačního systému.

Silná hysterese dynamických charakteristik je způsobena jednak sekundární – inerciální složkou tlumicí síly, jednak přítomností uvolněného (nerozpuštěného) vzduchu v kapalině (viz [16]).



Obr. 45: Statická rychlostní charakteristika tlumiče



Obr. 46: Dynamické charakteristiky tlumiče

Podle *Obr. 46*, na němž je znázorněna dynamická charakteristika tlumiče, byl v systému aplikován nevhodný tlumič, který vykazoval mj. silnou hysterezi pro buzení s frekvencí větší než 2 Hz. K tomuto dílčímu závěru jsme však s ohledem na časové zpoždění při dodání tlumiče došli teprve po provedení vlastních experimentů.

4.2 PŘÍPRAVA MĚŘENÍ



Obr. 47: Uspořádání experimentu a měřící techniky

Na fotografii je v levé části vidět řídicí počítač, ze kterého byl ovládán pohyb tří budících válců. V pravé části je umístěn měřicí počítač, do kterého vstupovaly hodnoty všech měřených zrychlení, úhlových rychlostí, úhlů a výchylek jednotlivých rámců systému a budících válců. Notebook, umístěný na pomocném stolku u buzeného vibroizolačního systému, umožňoval měření tlaků ve všech pružinách.

V důsledku vysokého počtu snímaných kanálů bylo proto nutno využít dvou měřicích počítačů a jednoho řídicího (viz. *Obr. 47*).

Byly měřeny tlaky v předním páru pružin umístěných na ramenech paralelogramu, v zadním páru a dále samostatně tlak v pružinách mezi horní základnou paralelogramu a středním rámem a také mezi středním a horním rámem. Záznam dat na obou

počítačích byl řízen synchronizačním pulzem, vysílaným z měřicího počítače, umístěného ve velině.

4.3 KALIBRACE

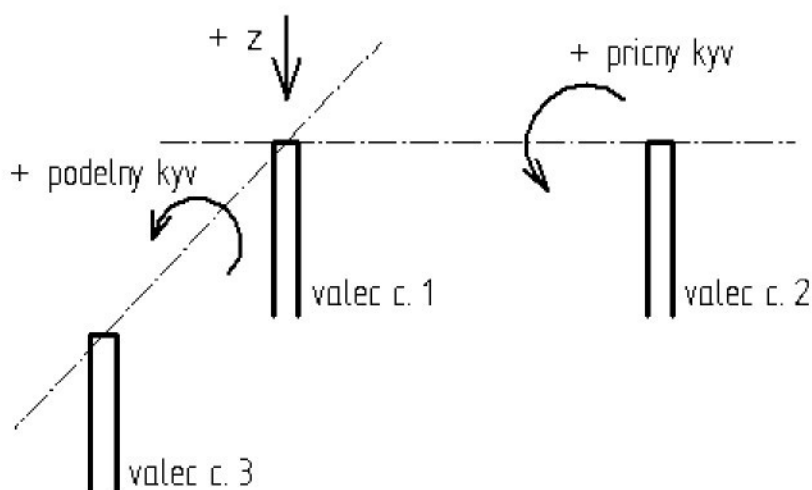
Vlastnímu měření předcházely kalibrace všech použitých snímačů.

Pro měření tlaku pomocí notebooku byly použity kanály 8 -13 použité měřicí karty National Instruments. Pro vlastní měření byly použity snímače tlaku Kulite HKM-375M s rozsahem do 17 bar.

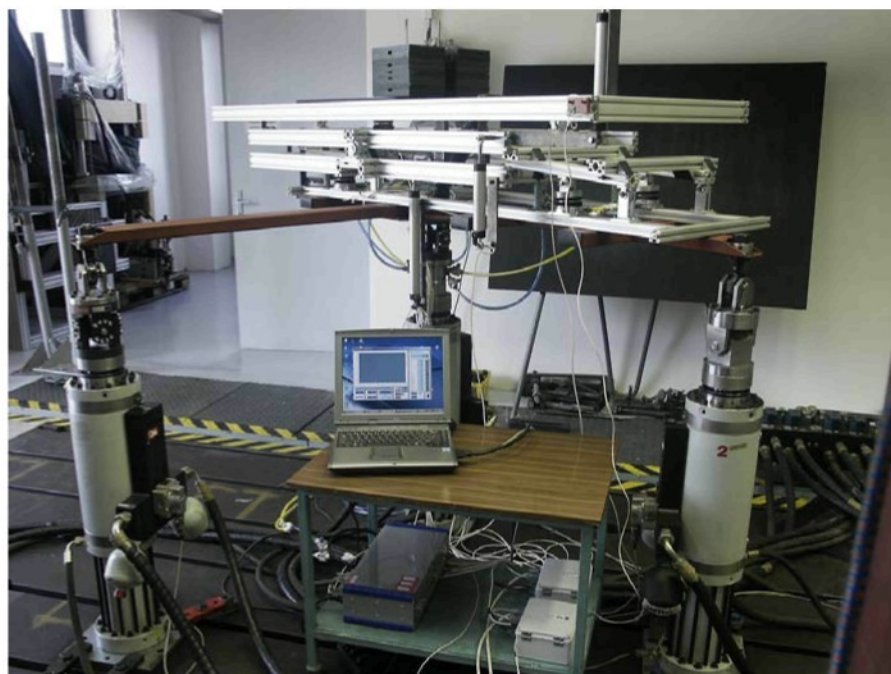
kanál	pružiny	kalibrace	číslo snímače
8	paralelogram přední pár	0,2809*U	308
9	paralelogram zadní pár	0,2806*U	314
10	podélný kyv (vpředu)	0,2796*U	322
11	podélný kyv (vzadu)	0,2827*U	324
12	příčný kyv (vpravo po směru)	0,2808*U	325
13	příčný kyv (vlevo po směru)	0,2807*U	326

Tab. 6: Použité snímače pro měření tlaku

Tlaky byly přepočteny z voltů na MPa. Následující obrázek (Obr. 48) a fotografie (Obr. 49) ilustrují slovní popis některých kalibračních vztahů, vyjádřených v Tab. 7.



Obr. 48: Schéma označení kladných hodnot rotací při kalibraci



Obr. 49: Schéma uspořádání hydropulzních válců při experimentu

Pro veličiny snímané měřicím počítačem byly kalibrací získány přepočtové vztahy:

	popis	kalibrace	jednotka
0	zrychlení horní roh HR	$32,7*U+8,829$	m/s^2
1	zrychlení střed HR	$-61,313*U+10,423$	m/s^2
2	zrychlení střed základny	$33,254*U+8,8124$	m/s^2
3	úhl. rychlost podél. kyvu střed HR	$67,72*U-1,1328$	$^{\circ}/s$
4	úhl. rychlost podél. kyvu střed základny	$71,189*U-0,4547$	$^{\circ}/s$
5	úhl. rychlost podél. kyvu střed HR	$64,238*U+0,1809$	$^{\circ}/s$
6	úhl. rychlost podél. kyvu střed základny	$66,864*U-0,369$	$^{\circ}/s$
7	předozadní pohyb paralelogramu	$-2,0109*U+19,857$	mm
8	budicí válec č. 1 – středový	$13,083*U$	mm
9	budicí válec č. 2 – podélný kyv	$12,789*U$	mm
10	budicí válec č. 3 – příčný kyv	$13,280*U$	mm
12	výška paralelogramu	$0,0013*U^3-0,026*U^2-11,47*U+184,57$	mm
13	úhel HZ Paralelogramu x SR	$0,0016*U^3+0,0048*U^2-0,39*U-0,28$	$^{\circ}$
14	úhel SR x HR	$-0,046*U^3+0,13*U^2+1,93*U-2,34$	$^{\circ}$

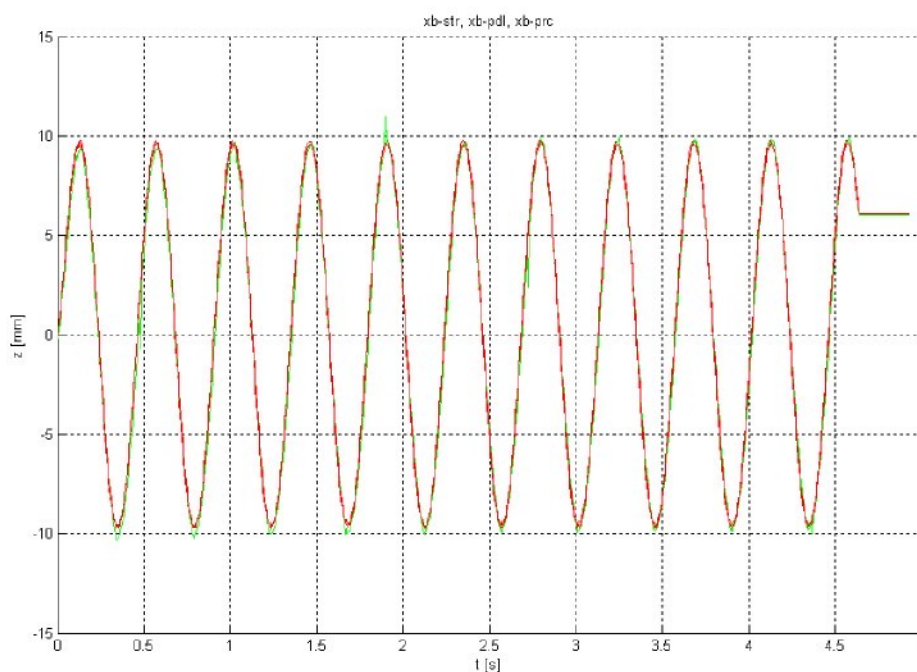
Tab. 7: Přepočtové vztahy pro jednotlivé snímané veličiny

4.4 NĚKTERÉ EXPERIMENTÁLNÍ VÝSLEDKY KINEMATICKY BUZENÉHO SYSTÉMU

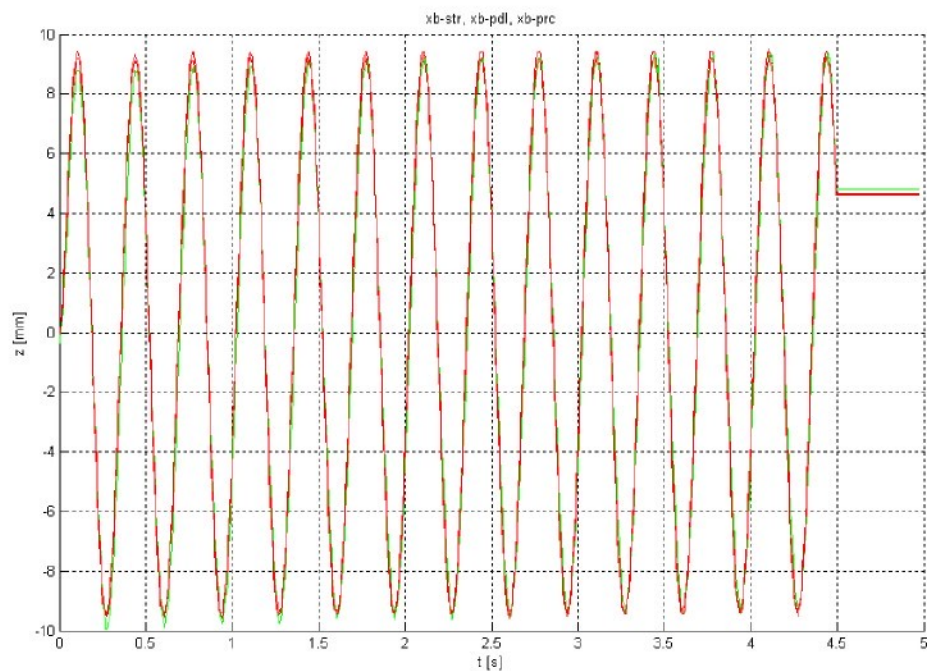
Pro přesnou identifikaci systému bylo nutno použít kinematické buzení ve tvaru harmonických funkcí. Experimentálně získaná data byla převedena pomocí kalibračních vztahů z voltů na příslušné veličiny. Následně byla data filtrována v prostředí MATLAB. K filtraci bylo užito vestavěné funkce „filtfilt“.

Na následujících stranách jsou znázorněny některé časové průběhy tří druhů buzení. Všechny tři signály byly typu $y = A \sin(2\pi ft)$, s amplitudou 10 mm a frekvence 2,25 Hz, 3 Hz a 6 Hz. Grafy jsou vykresleny pro tři různé hmotnosti použité zátěže: 60 kg, 80 kg, 100 kg a různé polohy těžiště závaží – v těžišti horního rámu ($x=0$, $y=0$), závaží posunuté o 100 mm dopředu v uvažovaném směru jízdy ($x=0$, $y=10$) a závaží posunuté vpřed o 50 mm a do boku rovněž o 50 mm ($x=5$, $y=5$). Pro vykreslení grafů byla vybrána konfigurace se zablokováním pohybu středního rámu vůči hornímu.

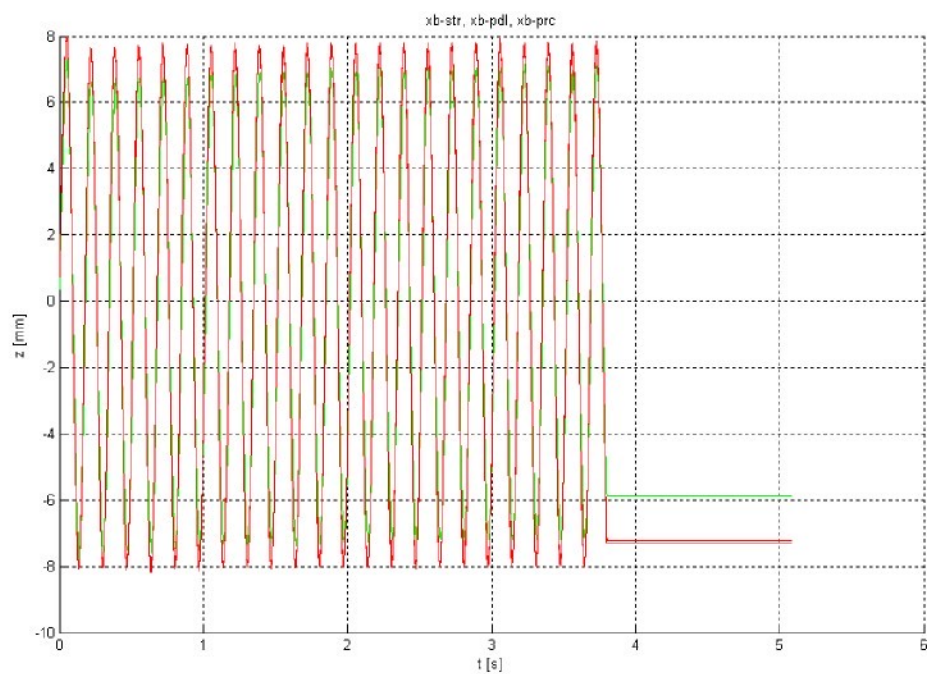
Na Obr. 50, 51, 52 je znázorněna výchylka budících válců. Je vidět, že s rostoucí frekvencí není dosahovaná amplituda 10 mm, ale nižší. Důvodem byl patrně nedostačující výkon budících válců.



Obr. 50: Výchylky budících válců pro $f=2,25$ Hz, $A=10$ mm



Obr. 51: Výchylky budících válců pro $f=3$ Hz, $A=10$ mm



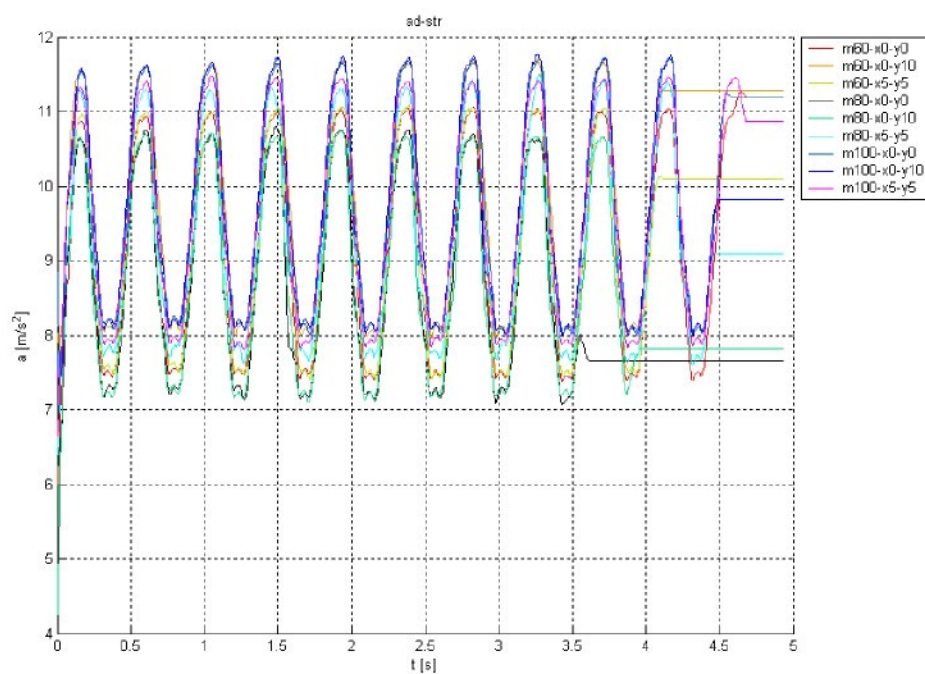
Obr. 52: Výchylky budících válců pro $f=6$ Hz, $A=10$ mm

Na Obr. 54, 55, 56 jsou znázorněna zrychlení ve svislém směru, snímaná pomocí spodního měřicího uzlu, který je znázorněn na Obr. 53. Hnízdo bylo uchyceno šroubem k buzenému základu. (Hnízdem rozumíme měřicí uzel, kde lze měřit úhlovou rychlost kývání kolem dvou navzájem kolmých os a zrychlení ve svislém směru.) K měřenému

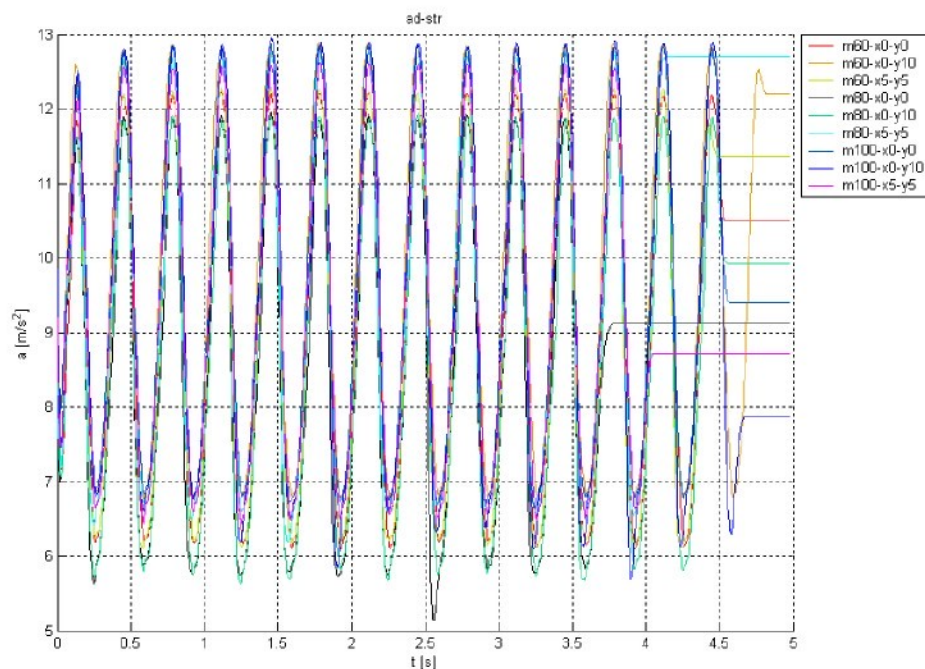
signálu zrychlení je připočtena hodnota tíhového zrychlení, které akcelerometr měří i v klidovém stavu systému.



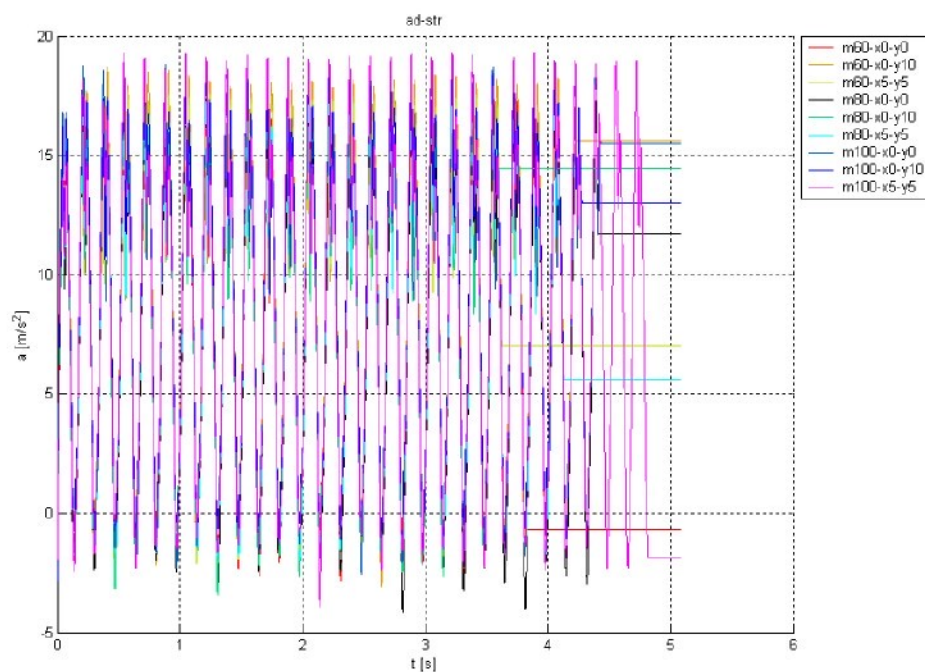
Obr. 53: Spodní měřicí uzel



Obr. 54: Zrychlení spodního uzlu pro $f = 2,25$ Hz, $A = 10$ mm



Obr. 55: Zrychlení spodního uzlu pro $f=3$ Hz, $A=10$ mm

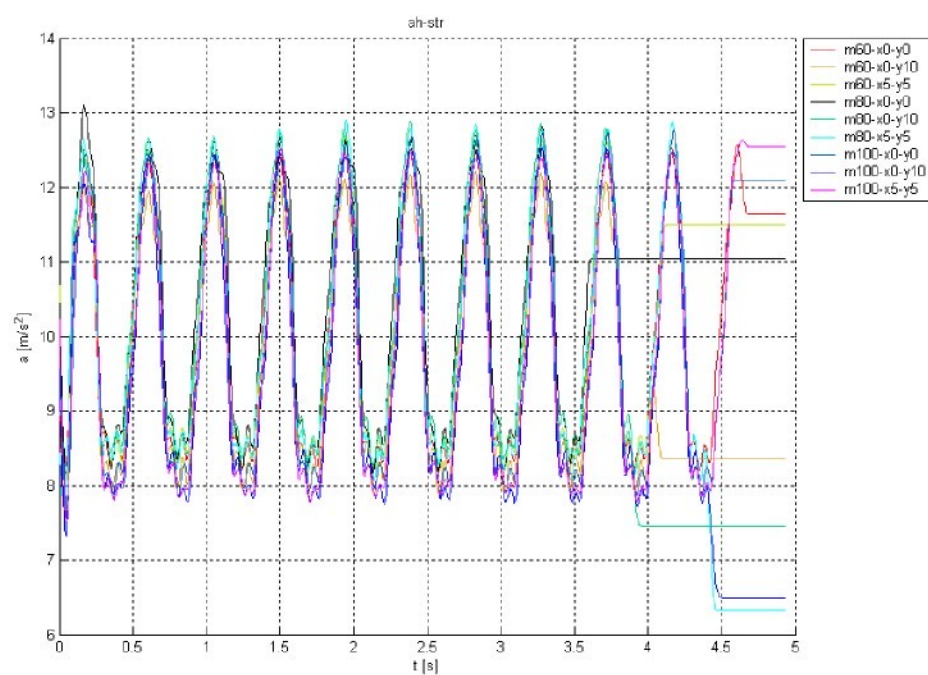


Obr. 56: Zrychlení spodního uzlu pro $f=6$ Hz, $A=10$ mm

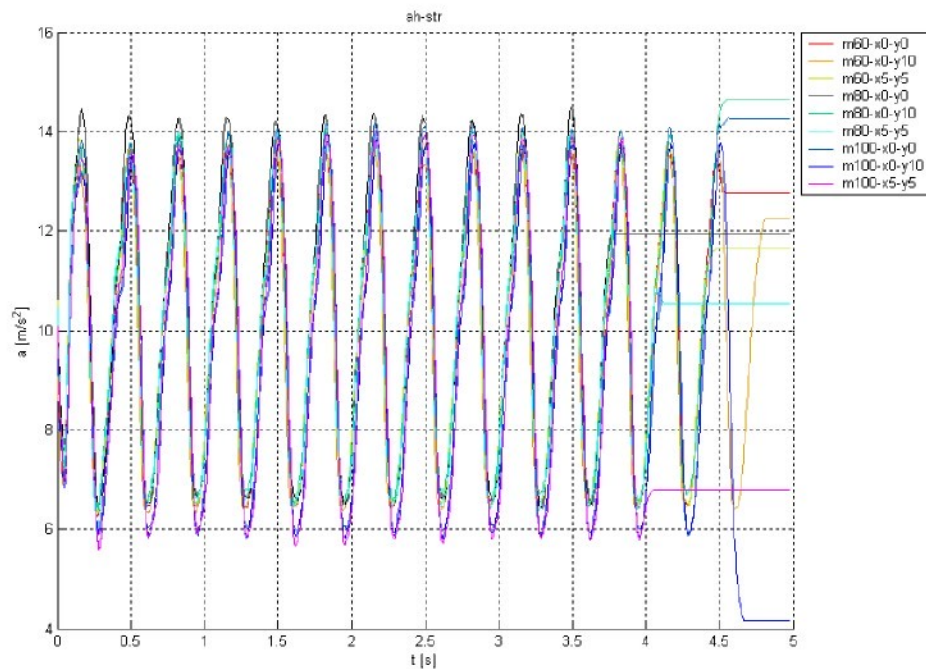
Pro porovnání jsou na *Obr. 58, 59 a 60* vynesena zrychlení ve svislém směru, měřená na horním měřicím uzlu, který byl umístěn zespodu na střední příčce horního rámu viz. *Obr. 57*.



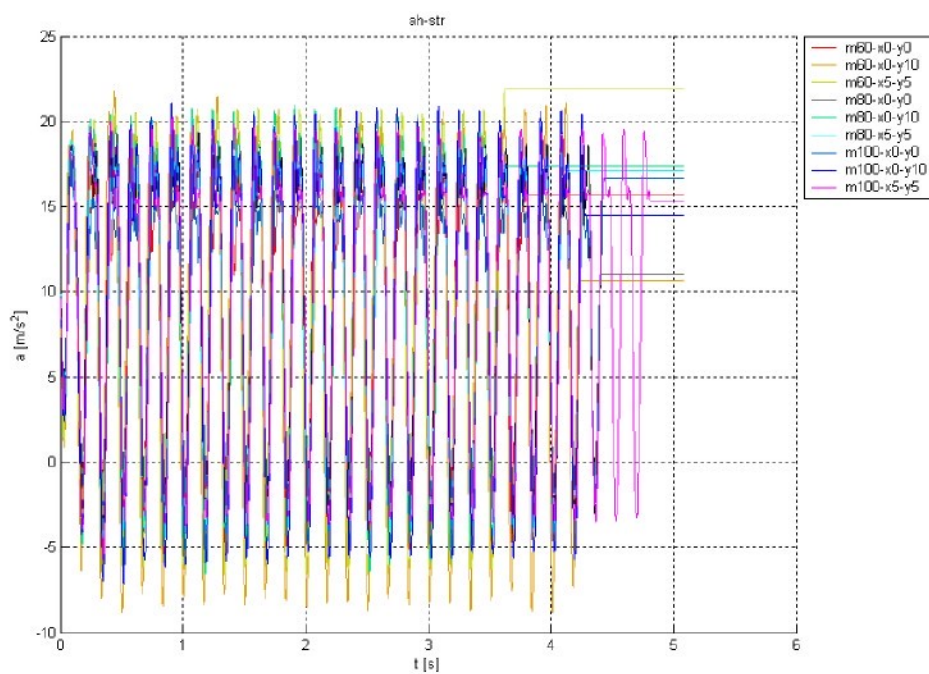
Obr. 57: Uchycení horního měřicího uzlu



Obr. 58: Zrychlení horního uzlu pro $f = 2,25 \text{ Hz}$, $A = 10 \text{ mm}$

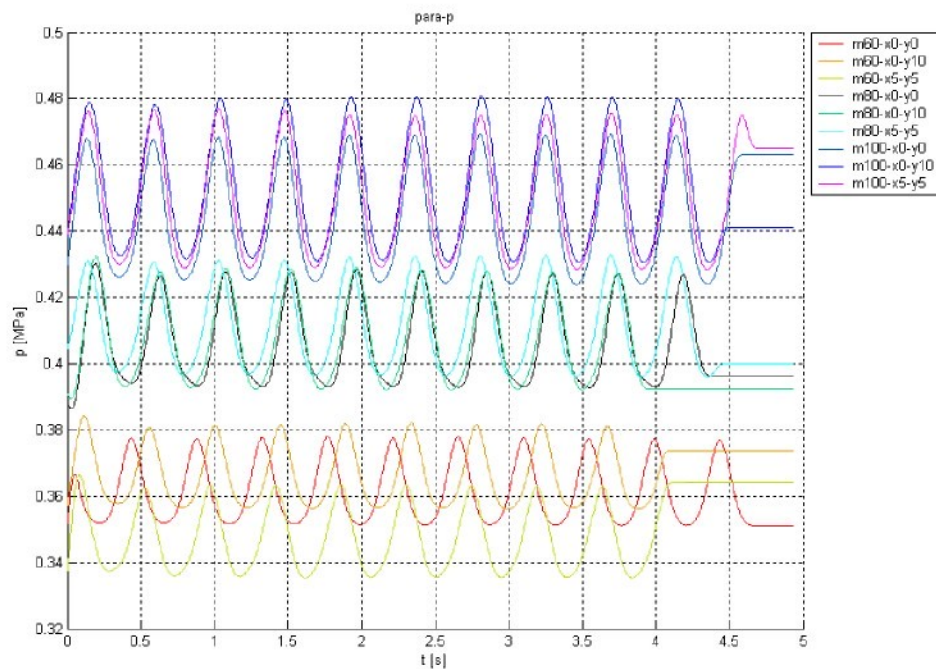


Obr. 59: Zrychlení horního uzlu pro $f=3$ Hz, $A=10$ mm

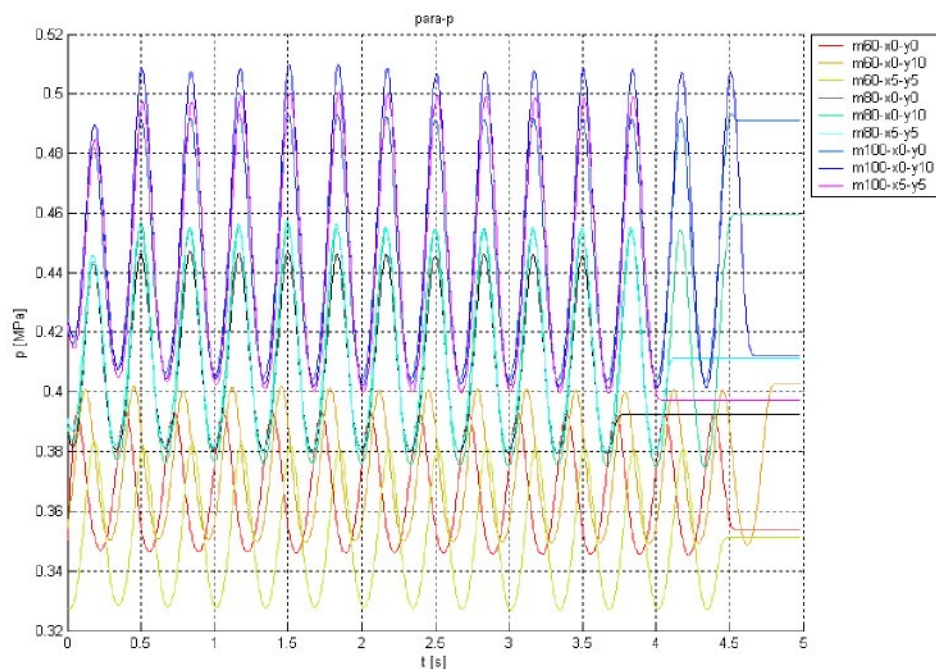


Obr. 60: Zrychlení horního uzlu pro $f=6$ Hz, $A=10$ mm

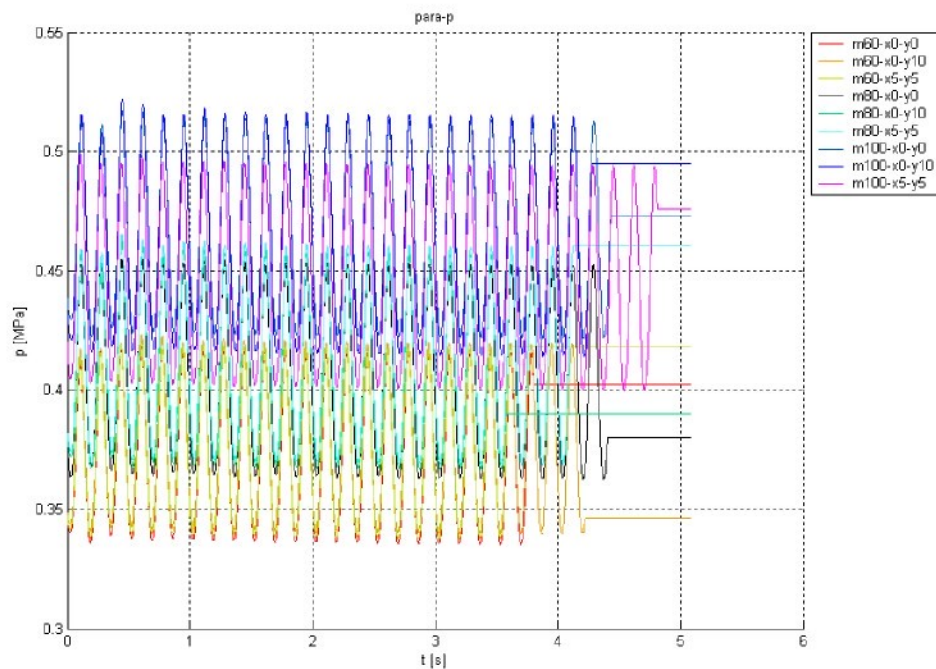
V následujících grafech jsou vyneseny změny tlaků v předním a zadním páru pružin, umístěných na ramenech paralelogramu.



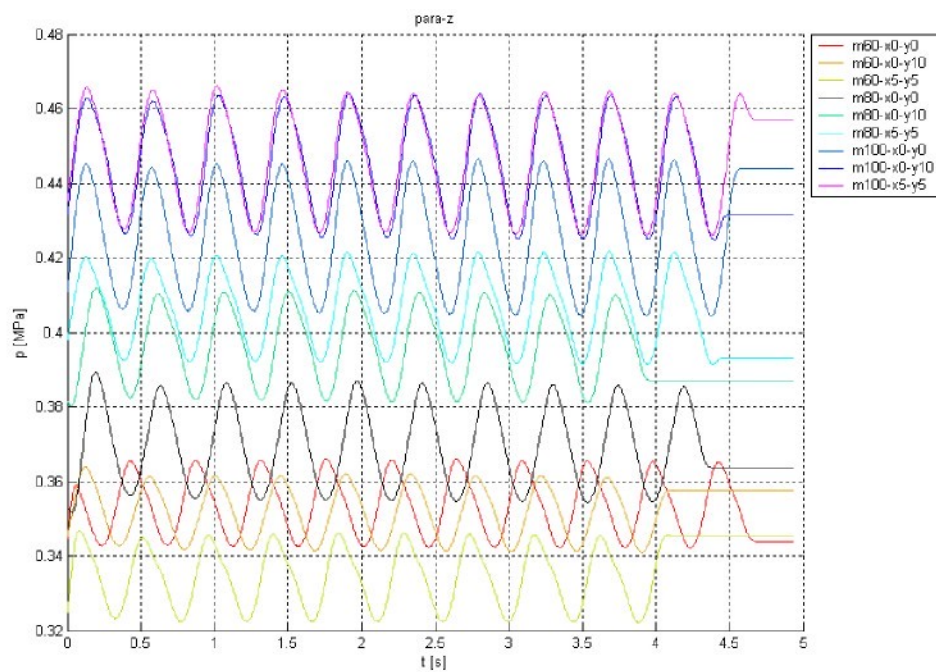
Obr. 61: Časový průběh tlaku v předním páru pružin paralelogramu, pro $f=2,25$ Hz



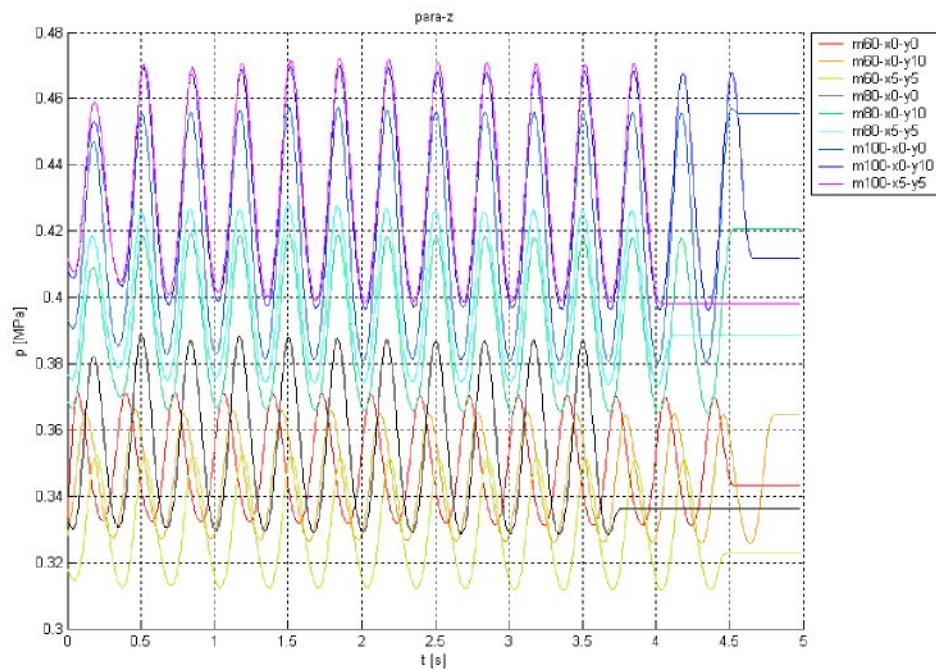
Obr. 62: Časový průběh tlaku v předním páru pružin paralelogramu, pro $f=3$ Hz



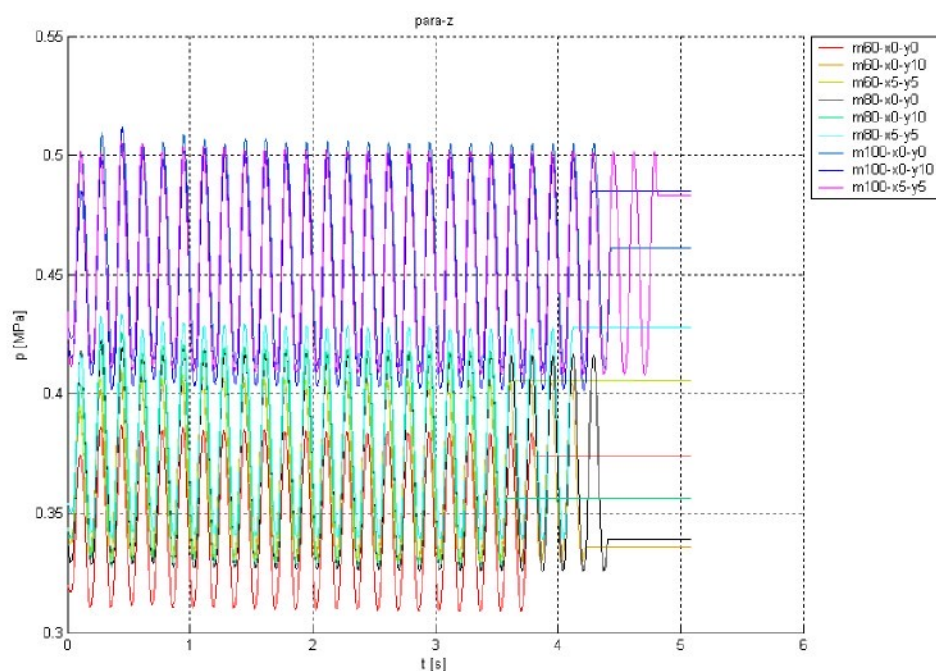
Obr. 63: Časový průběh tlaku v předním páru pružin paralelogramu, pro $f=6$ Hz



Obr. 64: Časový průběh tlaku v zadním páru pružin paralelogramu, pro $f=2,25$ Hz

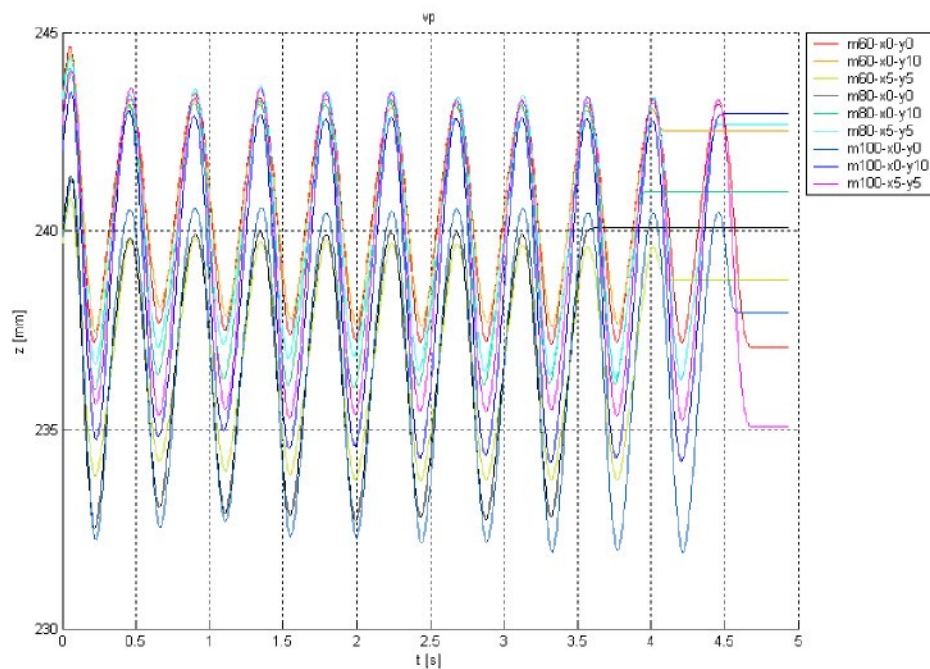


Obr. 65: Časový průběh tlaku v zadním páru pružin paralelogramu, pro $f=3$ Hz

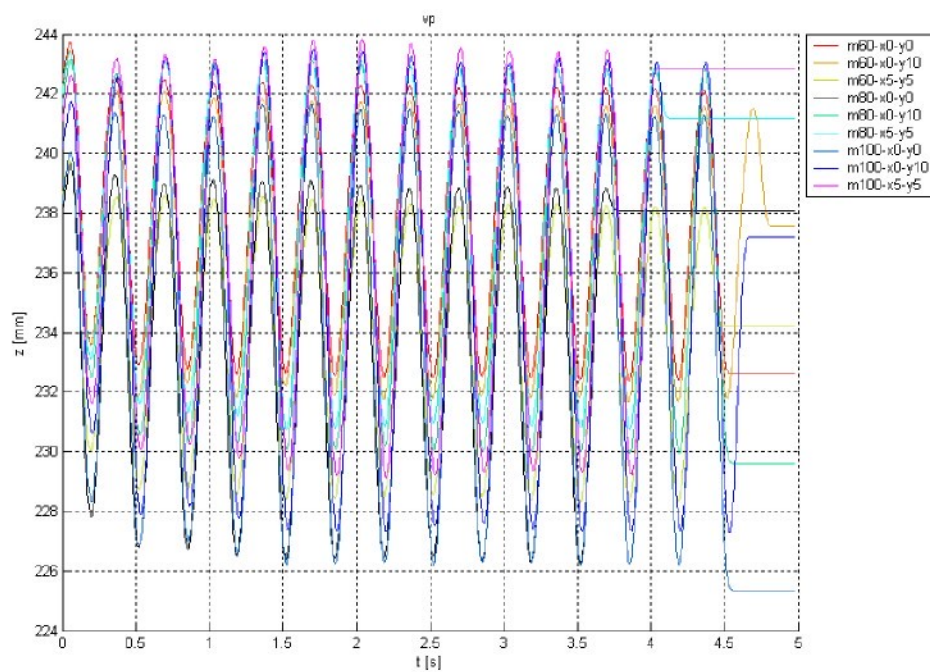


Obr. 66: Časový průběh tlaku v zadním páru pružin paralelogramu, pro $f=6$ Hz

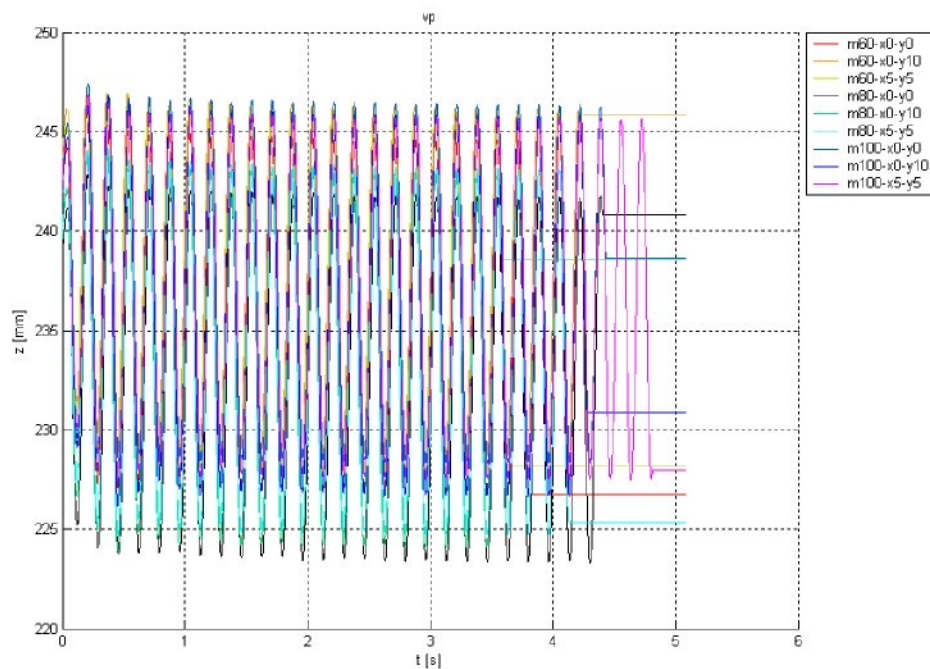
V grafech na *Obr. 67, 68, 69* jsou vyneseny hodnoty výšky paralelogramu nad buzenou základnou.



Obr. 67: Časový průběh vertikální výchylky paralelogramu při buzení $f=2,25$ Hz

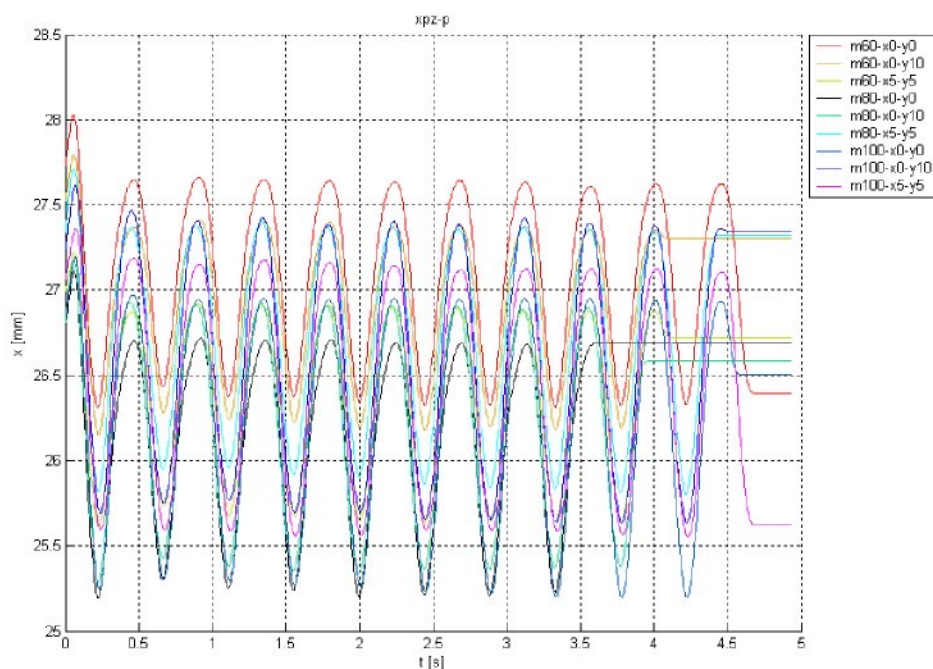


Obr. 68: Časový průběh vertikální výchylky paralelogramu při buzení $f=3$ Hz

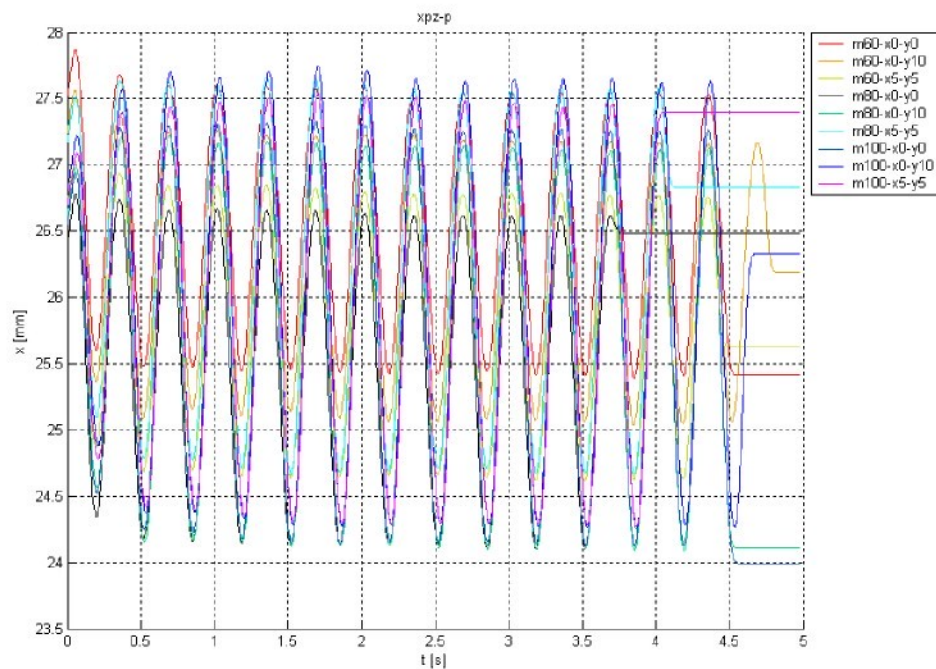


Obr. 69: Časový průběh vertikální výchylky paralelogramu při buzení $f=6$ Hz

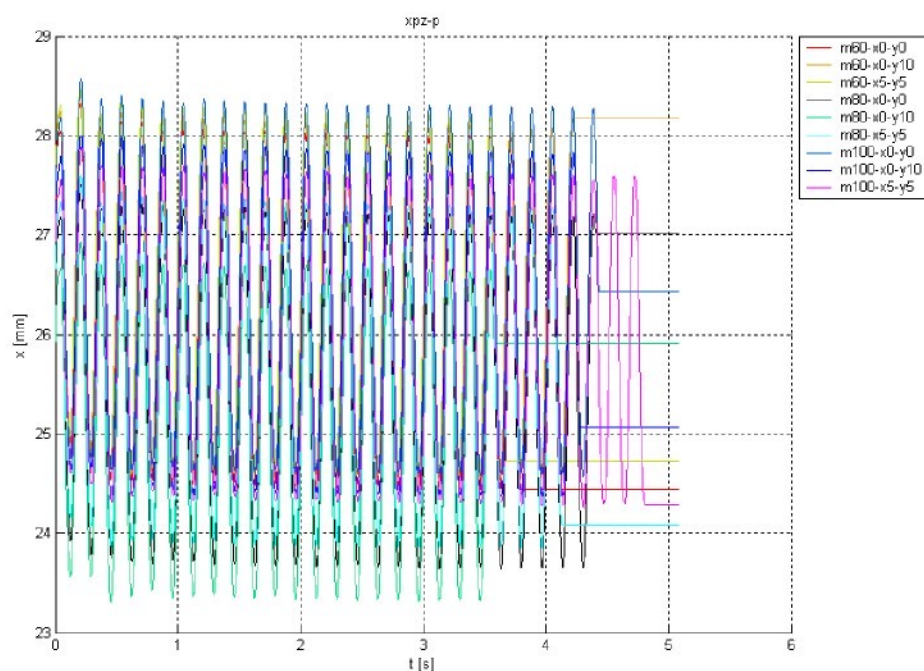
S těmito grafy koresponduje horizontální výchylka paralelogramu, znázorněná na Obr. 70, 71, 72.



Obr. 70: Časový průběh horizontální výchylky paralelogramu při buzení $f=2,25$ Hz

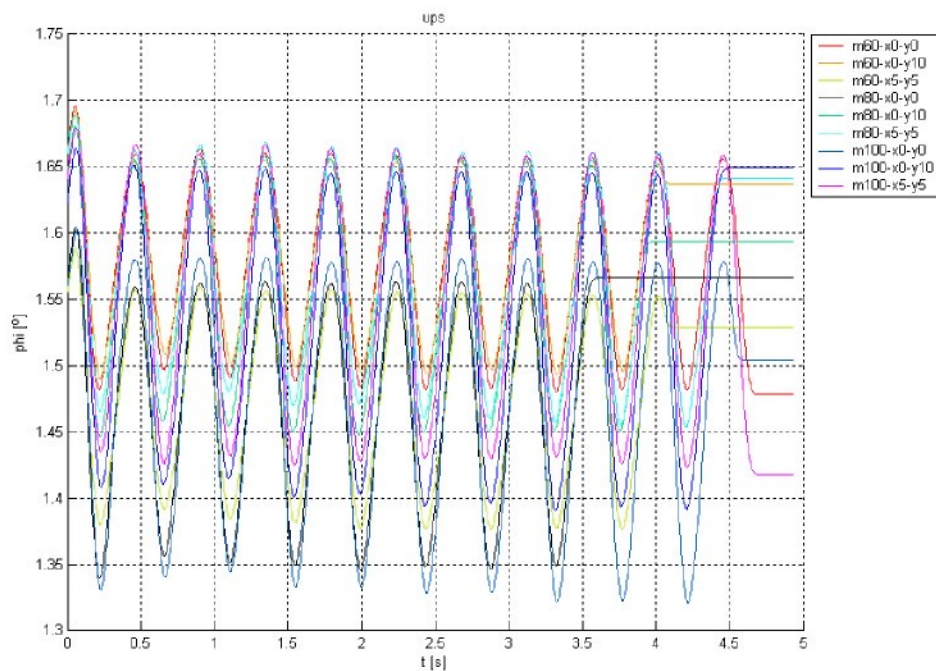


Obr. 71: Časový průběh horizontální výchylky paralelogramu při buzení $f=3$ Hz

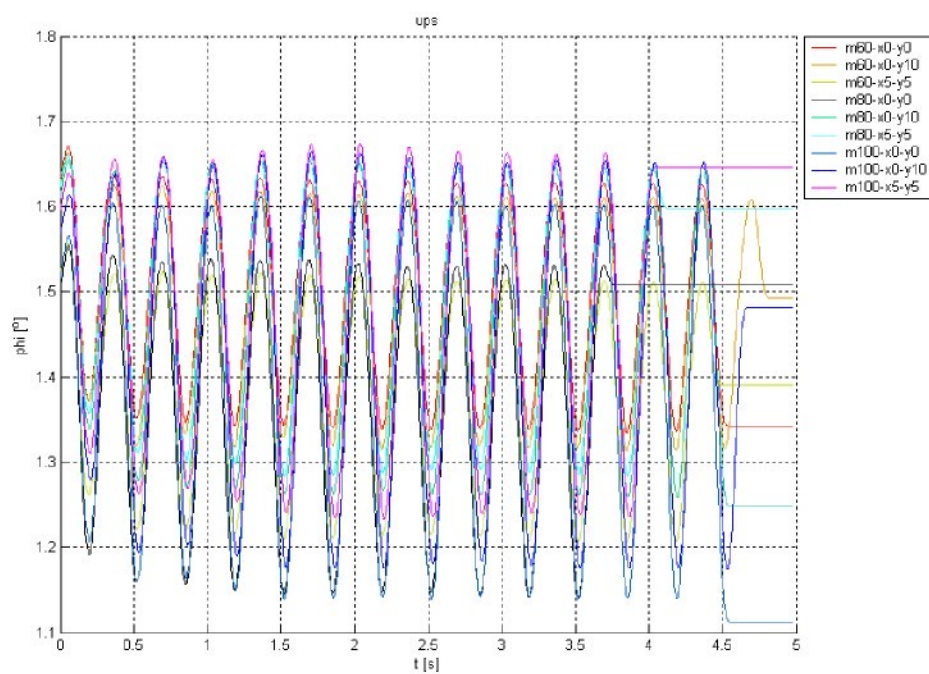


Obr. 72: Časový průběh horizontální výchylky paralelogramu při buzení $f=6$ Hz

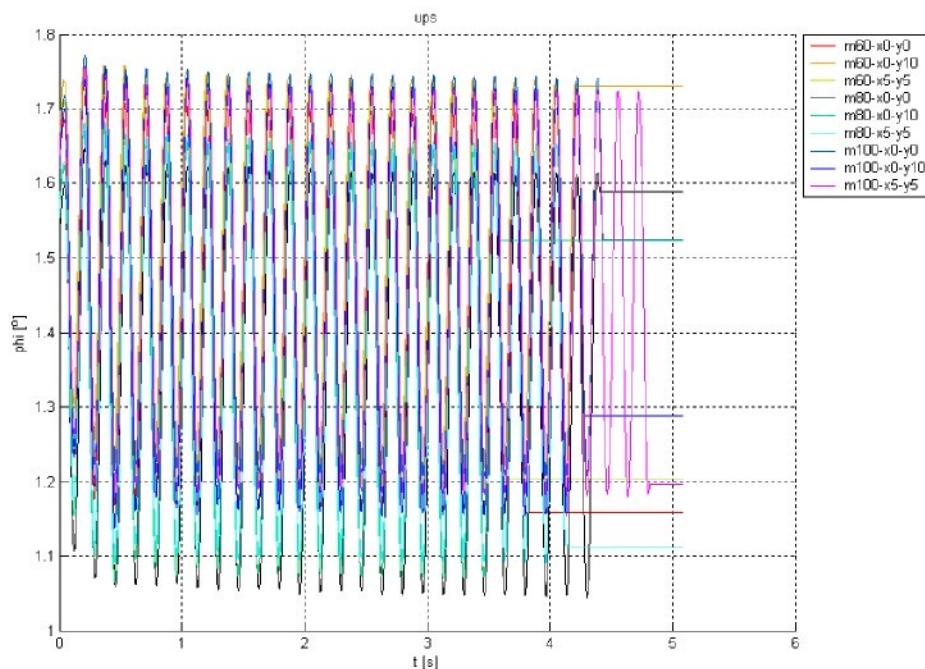
V posledních uvedených grafech je znázorněna úhlová výchylka horní základny paralelogramu vůči střednímu rámu.



Obr. 73: Změny úhlu mezi horní základnou paralelogramu a středním rámem pro $f=2.25$ Hz



Obr. 74: Změny úhlu mezi horní základnou paralelogramu a středním rámem pro $f=3$ Hz



Obr. 75: Změny úhlu mezi horní základnou paralelogramu a středním rámem pro $f=6$ Hz

Při harmonickém buzení, užitém pro přesnější identifikaci jednotlivých částí systému, byly užity tři druhy závaží, umístěné ve třech polohách vůči těžišti druhého (horního) kardanova rámu. Průběh tlaků v pružinách je při harmonickém buzení funkcí periodickou. Použitá vlnovcová pneumatická pružina může pracovat v rozmezí tlaků 0,2 MPa – 0,7 MPa, využívali jsme tedy spíše dolní část pracovní oblasti.

Průběhy křivek pro jednotlivé polohy a hmotnosti závaží jsou tvarově stejné, nebyla zpozorována žádná anomálie.

4.5 POROVNÁNÍ EXPERIMENTÁLNÍCH VÝSLEDKŮ S VÝSLEDKY SIMULACÍ POMOCÍ ADAMS

Při vyhodnocování experimentálně získaných výsledků bylo použito programového prostředí MATLAB. Data byla zpracována po částech do matic, obsahujících vždy všechny výsledky pro daný typ buzení.

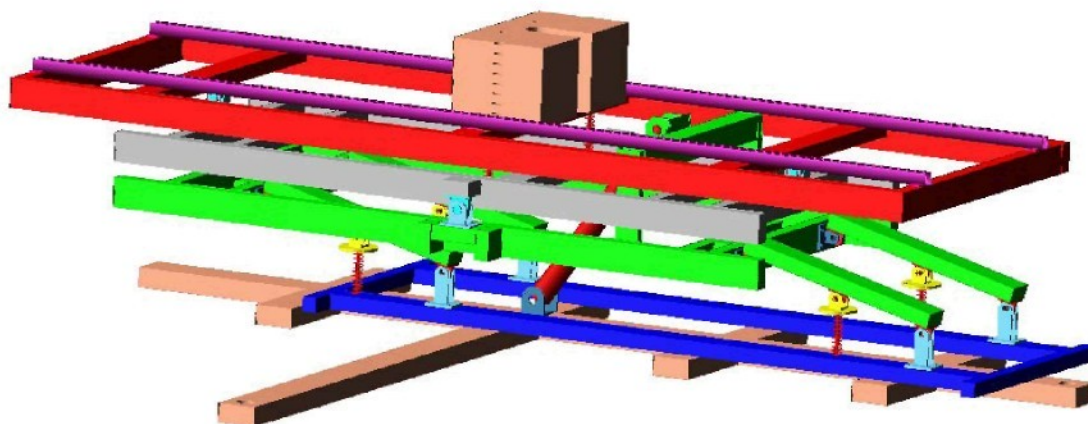
Každá vícerozměrná matice obsahuje v jedné dvojdimenzionální části výstupy všech měřených kanálů. Tyto matice jsou pak řazeny podle použité hmotnosti závaží

(60 kg, 80 kg, 100 kg), podle typu – posunutí těžiště závaží od těžiště horního rámu (vnějšího kardanova rámu) a konfigurace experimentu.

Konfigurací rozumíme možné pohyby systému. První experimenty byly provedeny s uvolněnou horní základnou paralelogramu, ale střední a horní rám (oba kardanovy rámy) byly vůči horní základně paralelogramu nepohyblivé.

Další experimenty byly pro uvolněnou horní základnu paralelogramu a střední (první kardanův) rám, horní (druhý kardanův) rám byl pevně spojen se středním rámem. Poslední třídou pokusů byly experimenty s oběma uvolněnými rámy.

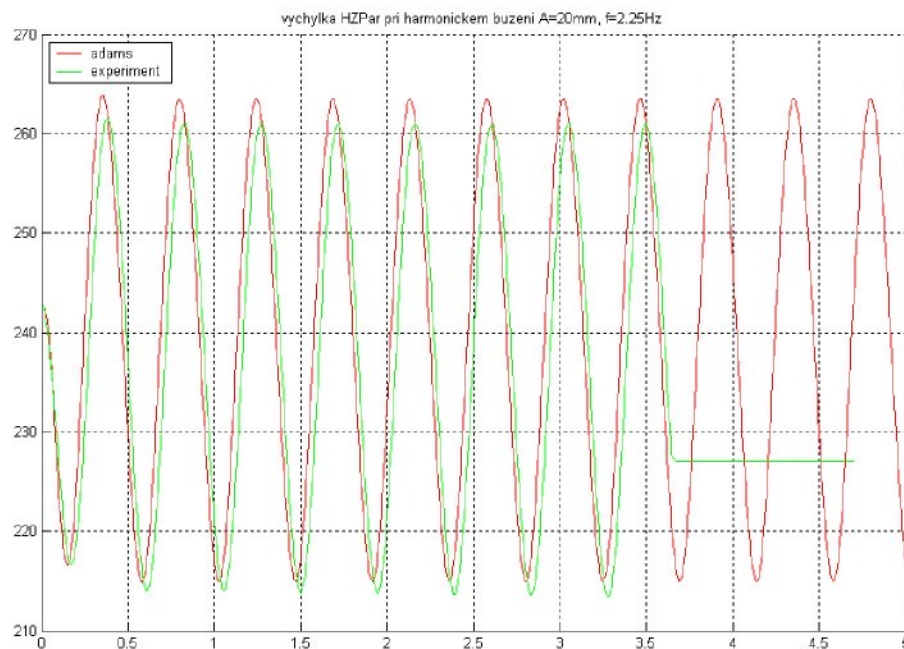
Po sestavení simulačního modelu v prostředí ADAMS lze experimentálně získané výsledky porovnat se simulačními. Simulační model odpovídal reálné situaci při experimentech. Obrázek simulačního modelu je uveden.



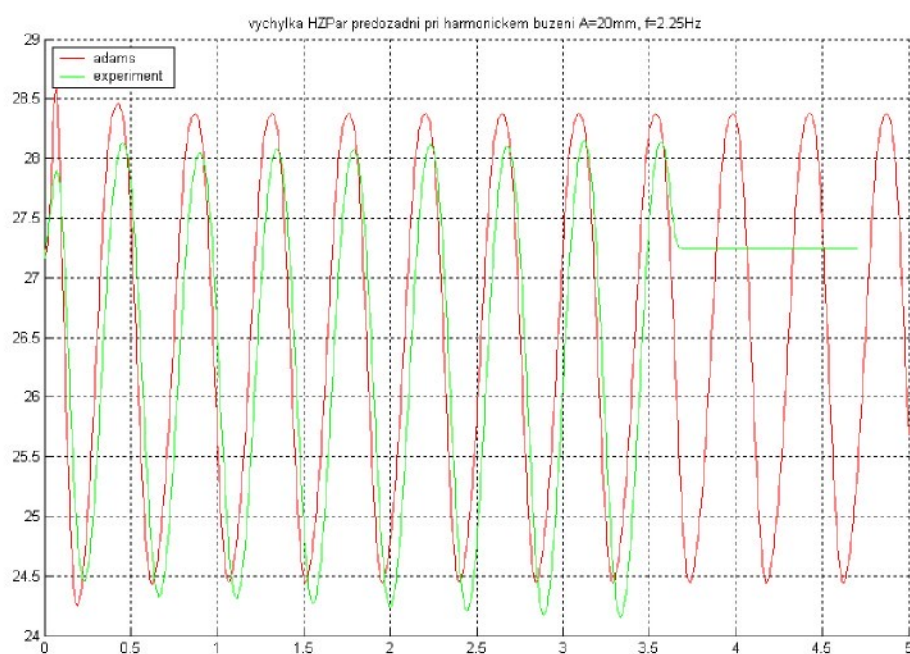
Obr. 76: Simulační model v prostředí ADAMS

V následujících grafech jsou vynesena porovnání výsledků pro harmonické buzení $y = 20 \sin(4.5\pi t)$, $y = 20 \sin(6\pi t)$, $y = 10 \sin(12\pi t)$ [mm] a uvolněné oba kardanovy rámy. Amplitudy buzení byly pro simulace upraveny tak, aby odpovídaly experimentálně dosahovaným výchylkám budících válců a sice: pro budicí frekvenci $f=2.25$ Hz $A=19.5$ mm, pro frekvenci $f=3$ Hz $A=19$ mm a pro frekvenci $f=6$ Hz $A=8$ mm.

V grafech na Obr.77-79 jsou znázorněna porovnání výsledků pro buzení harmonickou funkcí $y = 20 \sin(4.5\pi t)$ [mm]. Pro tento typ buzení bylo dosaženo celkem dobré shody experimentálních a simulačních výsledků jak pro výchylky horní základny paralelogramu, tak pro zrychlení horního (druhého kardanova) rámu.

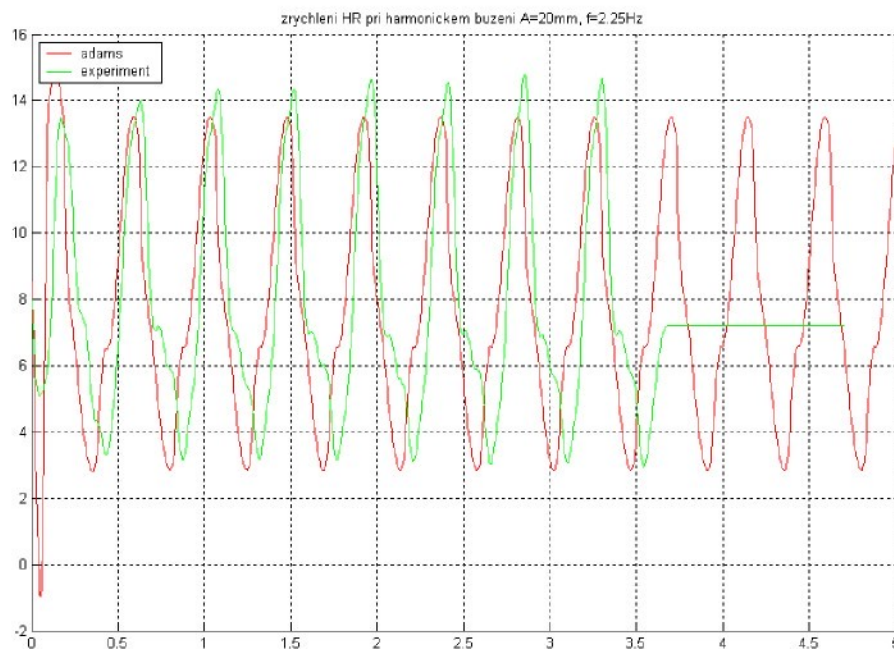


Obr. 77: Výchylka horní základny paralelogramu ve svislém směru



Obr. 78: Výchylka horní základny paralelogramu ve vodorovném směru

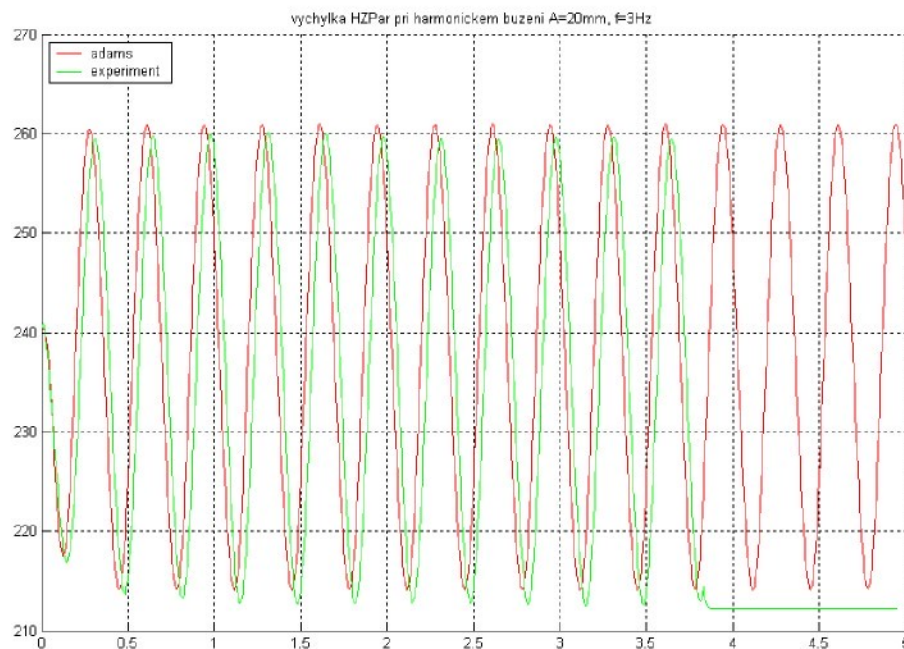
Vzájemné posunutí grafů je způsobeno tvarem náběhu budící funkce, který bylo třeba pro simulaci upravit, aby bylo dosaženo lepší numerické stability výpočtu.



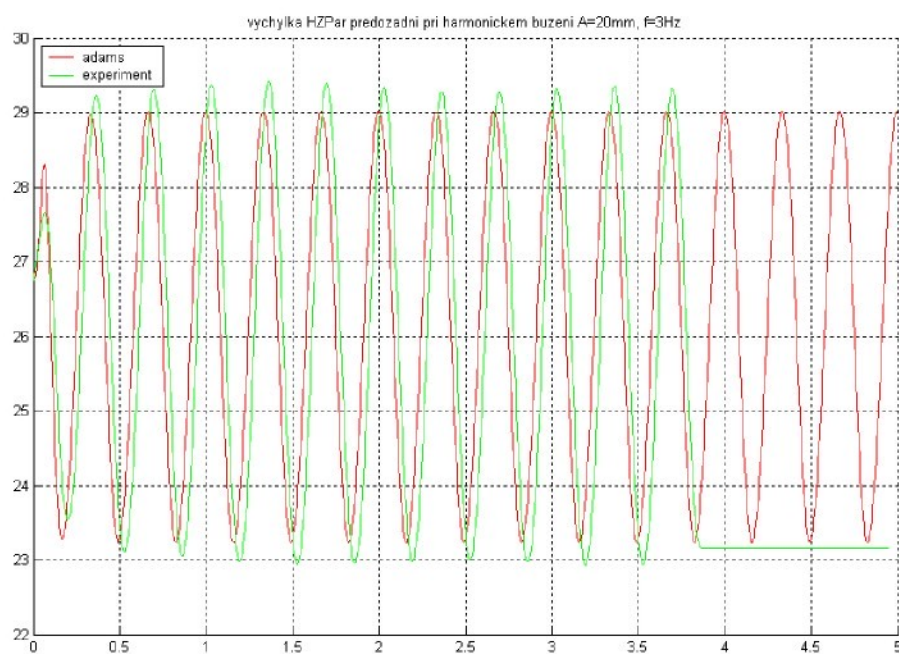
Obr. 79: Zrychlení rohu horního rámu ve svislém směru

Nepravidelnosti v grafu průběhu experimentálně získaného zrychlení jsou pravděpodobně způsobeny vzájemným ovlivněním kmitů obou kardanových rámu neřízeného systému. Dále potom pružností zejména dlouhých částí rámu, které nejsou dokonale tuhé.

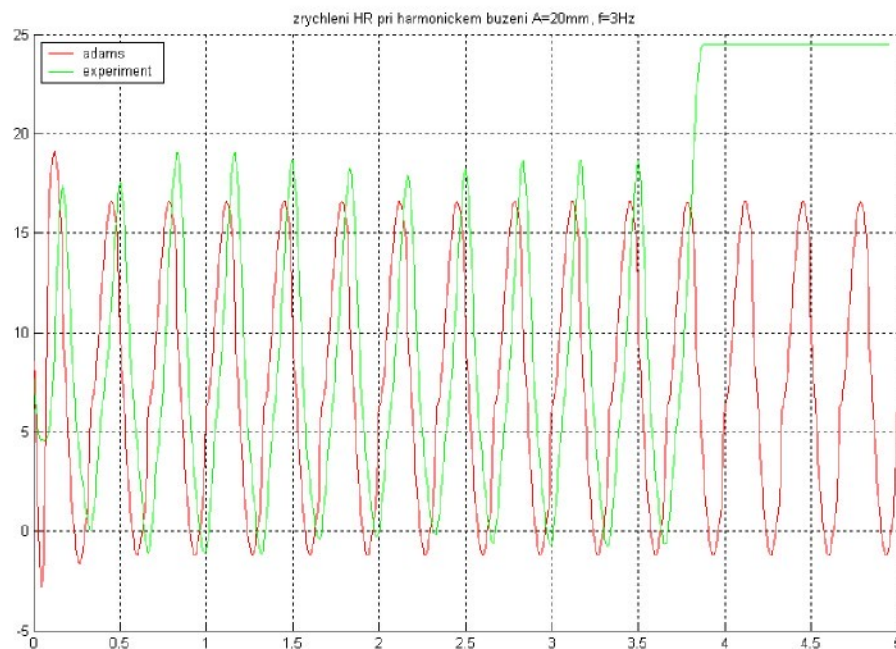
V grafech na *Obr. 80-82* jsou vynesena porovnání pro harmonické buzení $y = 20 \sin(6\pi t)$ [mm]. Chyba výchylky horní základny paralelogramu ve vodorovném směru činí 11%.



Obr. 80: Výchylka horní základny paralelogramu ve svislém směru

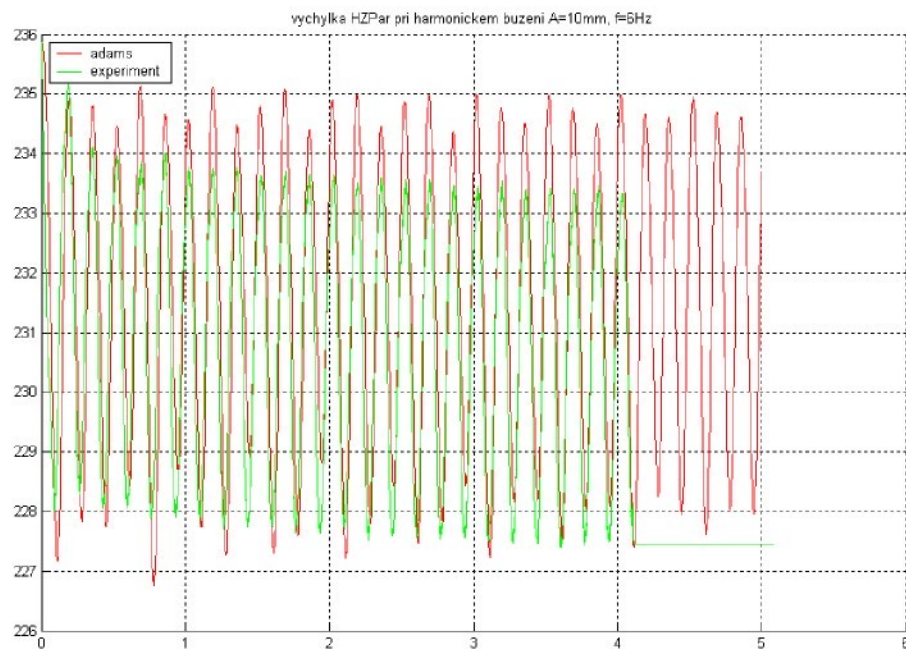


Obr. 81: Výchylka horní základny paralelogramu ve vodorovném směru

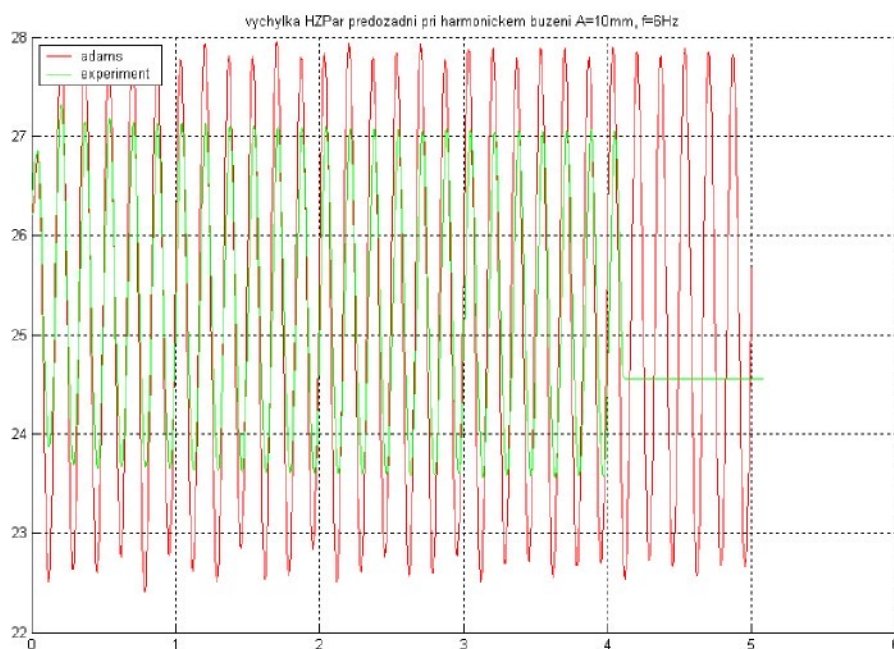


Obr. 82: Zrychlení rohu horního rámu ve svislém směru

Nejproblematictější je situace pro kinematické buzení $y = 10 \sin(12\pi t)$ [mm], kdy se systém nachází v nadrezonanční oblasti. Zde se simulační model od experimentálních výsledků dosti odlišuje. Porovnání je znázorněno na Obr. 83-85. Výchylky horní základny paralelogramu se liší o 15%.



Obr. 83: Výchylka horní základny paralelogramu ve svislém směru

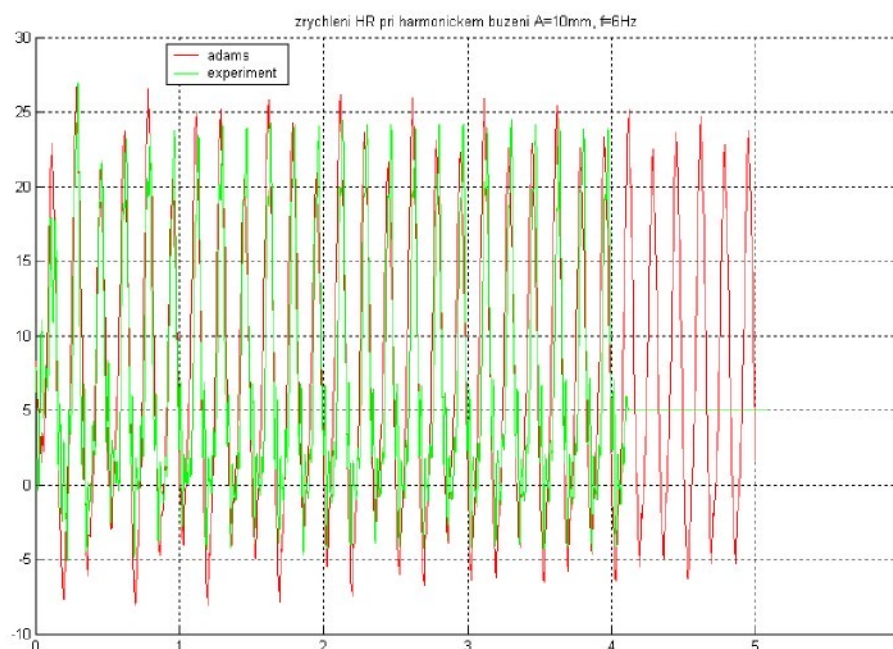


Obr. 84: Výchylka horní základny paralelogramu ve vodorovném směru

Rozdíl výchylek ve vodorovném směru činí asi 40%. Tento rozdíl může být způsoben menší citlivostí snímače výchylky vodorovného pohybu pro malé zdvihy při vyšších frekvencích buzení, případně jeho uchycením pomocí magnetu. Z experimentálních dat je vidět, že sanitní lehátko kmitá s menšími amplitudami než

simulační model, což je způsobeno pasivními odpory, které se projevují ve všech částech systému pružně uloženého sanitního lehátka a do simulačního modelu nebyly zahrnuty.

Podobně jako výsledky porovnání výchylek horní základny paralelogramu se liší i výsledky pro zrychlení rohu horního rámu, viz *Obr.85*.



Obr. 85: Zrychlení rohu horního rámu ve svislém směru

Na základě porovnání získaných výsledků lze s jistou chybou předpovídat chování systému v případě změn charakteristik použitých pružin, tlumičů, případně změn poloh použitých pružin a tlumičů.

5 TEORETICKÝ MODEL SANITNÍHO LEHÁTKA

5.1 ÚVOD

Zvolená koncepce závěsu sanitního lehátka se třemi stupni volnosti odpovídá určitému zjednodušujícímu předpokladu o kinematickém buzení podvozku sanitního vozu: omezujeme se na vertikální translaci a kývání kolem podélné a příčné osy vozidla. Vodicí mechanismus je tvořen paralelogramem s osami rovnoběžnými s příčnou osou vozidla a dvojitým kardanovým závěsem, umístěným na horní základně paralelogramu. Vodicí mechanismus je opatřen vibroizolačními členy (pneumatickými pružinami a hydraulickými tlumiči).

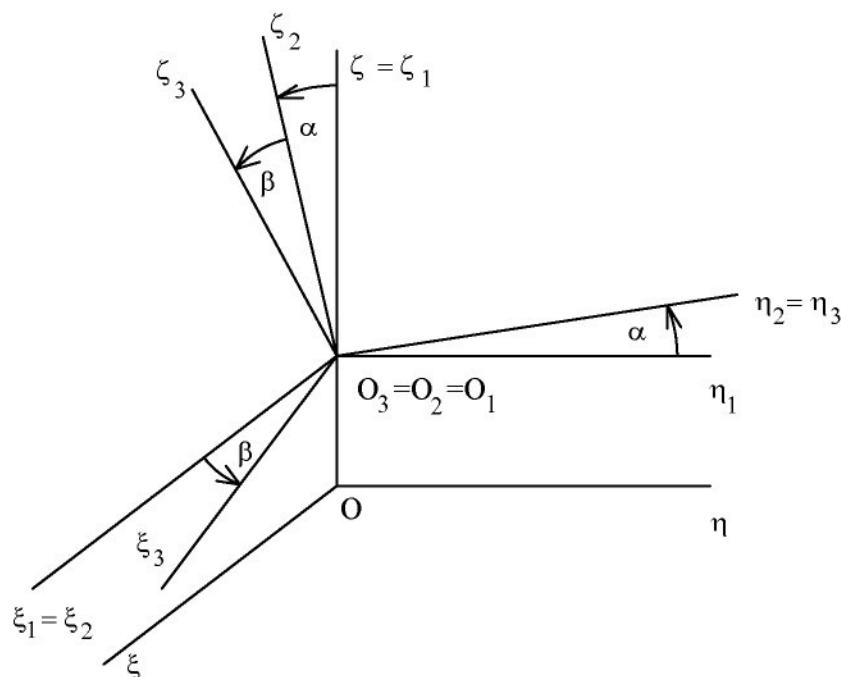
Odvození příslušného dynamického systému a jeho analýza má umožnit výběr vibroizolačních členů a návrh jejich umístění ve vodicím mechanismu tak, aby vibroizolace při zvoleném kinematickém buzení a libovolném umístění zátěže byla optimální.

5.2 PŘÍPRAVNÉ KINEMATICKÉ ÚVAHY

Pro popis obecné polohy lehátka a lidského těla na něm vycházíme ze souřadné soustavy $O_{\xi_0\eta_0\zeta_0}$ pevně spojené se zemí (poledník, rovnoběžka, vertikála), vůči níž je náš základní systém $O_{\xi\eta\zeta}$ otočen o konstantní úhel kurzu χ kolem osy $\zeta \equiv \zeta_0$.

Dle předpokladu, vysloveného v úvodu, dospíváme k obecné poloze ložné plochy automobilu nejprve vertikálním posunutím $\vec{r}_{\zeta}^T = [0, 0, \zeta(t)]$ (systém $O_{\xi_1\eta_1\zeta_1}$ - viz. Obr.86), pak dvěma pootočeními $\alpha(t), \beta(t)$. Systém $O_{\xi_2\eta_2\zeta_2}$ je otočen o $\alpha(t)$ vůči $O_{\xi_1\eta_1\zeta_1}$ kolem osy $\zeta \equiv \zeta_1$ a systém $O_{\xi_3\eta_3\zeta_3}$ o $\beta(t)$ vůči $O_{\xi_2\eta_2\zeta_2}$ kolem osy $\eta_2 \equiv \eta_3$. Těmto otočeními přísluší transformační matice a úhlové rychlosti

$$\mathbf{M}_{\alpha} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & \sin \alpha \\ 0 & -\sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}, \vec{\Omega}_{\alpha} = \begin{bmatrix} \dot{\alpha} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{M}_{\beta} = \begin{bmatrix} \cos \beta & 0 & -\sin \beta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \beta & 0 & \cos \beta \end{bmatrix}, \vec{\Omega}_{\beta} = \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\beta} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5.1)$$



Obr. 86: Souřadné systémy, spojené s ložnou plochou automobilu

Souřadný systém $O_{\xi_3\eta_3\zeta_3}$ je pevně spojen s podvozkem, tedy s ložnou plochou sanitního vozu a tím i spodní základnou paralelogramu. Vektor vertikálního posuvu v tomto systému bude $\vec{r}_{\zeta_3}$; translaci, realizovanou otočením ramen paralelogramu o úhel $(\vartheta + \vartheta_0)$ vyjádříme vektorem $\vec{R}_{TR}^T$. Platí

$$\vec{r}_{\zeta_3} = \mathbf{M}_\beta \cdot \mathbf{M}_\alpha \cdot \vec{r}_\zeta, \quad \vec{R}_{TR}^T (R \cos(\vartheta + \vartheta_0), 0, R \sin(\vartheta + \vartheta_0)) \quad (5.2)$$

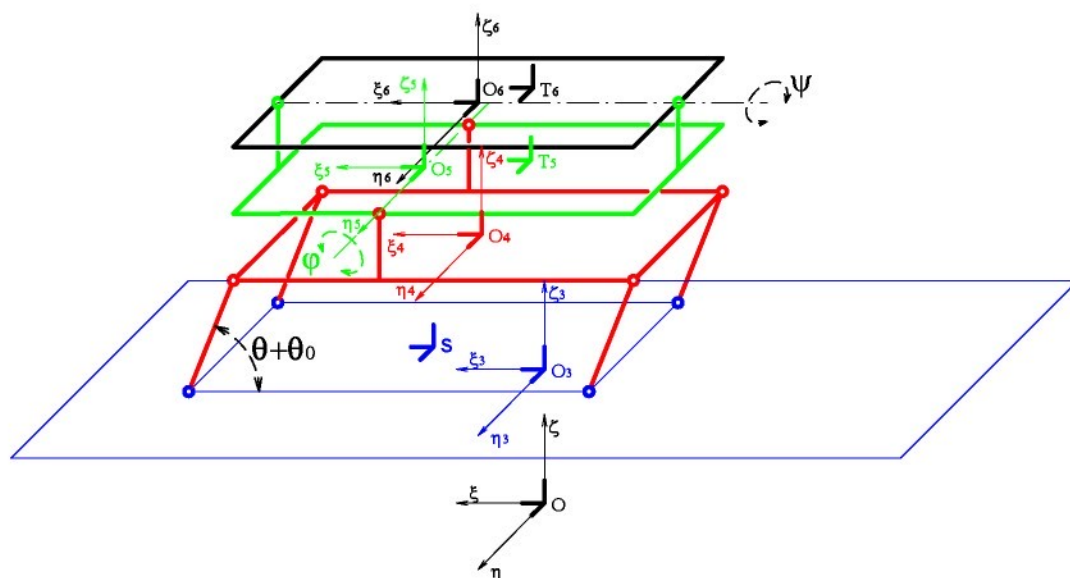
Při maticových operacích pracujeme se sloupcovými vektory; transpozice užíváme jen pro zkrácení zápisu.

Souřadný systém $O_{\xi_3\eta_3\zeta_3}$ bude pro nás výchozím systémem, ve kterém budeme sledovat pohyb lehátka. Do jistého bodu S (s polohovým vektorem $\vec{r}_{S3}(x_{S3}, y_{S3}, z_{S3})$) umístíme střed otáčení těžiště horní základny paralelogramu O_4 s polohovým vektorem $\vec{r}_{O4}$.

Souřadný systém $O_{\xi_4\eta_4\zeta_4}$ je spojen s horní základnou paralelogramu. Za předpokladu, že těžiště ramen leží v polovině jejich délky platí, označíme-li $\vec{r}_{Ci}$ ($i=1 \dots 4$) polohové vektory dolních čepů a pro polohové vektory těžišť

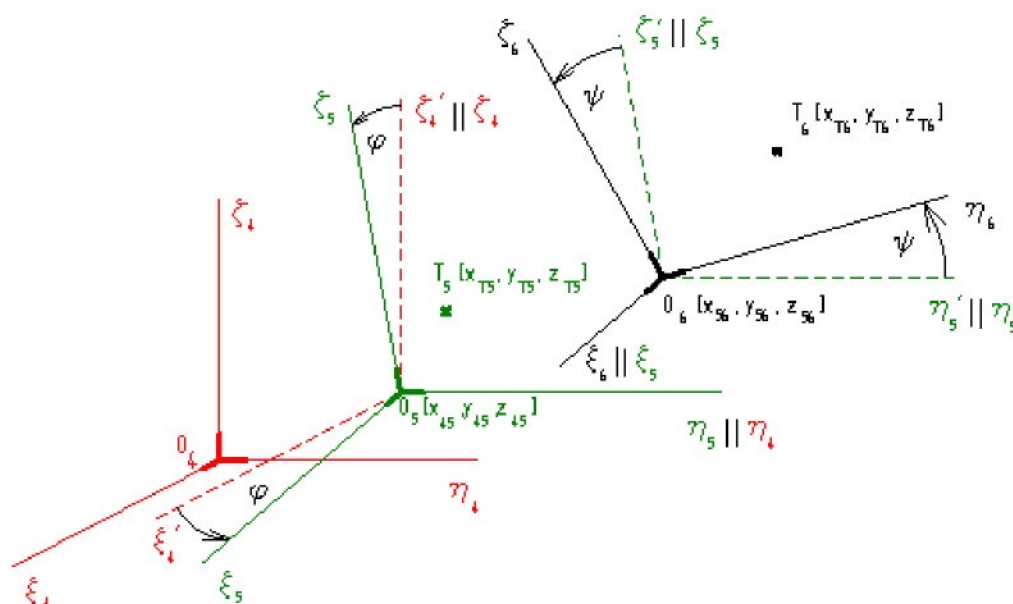
$$\vec{r}_{O4} = \vec{r}_{S3} + \vec{R}_{TR}, \quad \vec{r}_{3Ti} = \vec{r}_{3Ci} + \frac{1}{2} \vec{R}_{TR} \quad (5.3)$$

Respektujeme dále možnost, že dvojitý kardanův závěs je patrový s mimoběžnými osami (viz Obr.87).



Obr. 87: Důležité souřadné systémy

K systému $O_{\xi_5\eta_5\zeta_5}$, pevně spojenému s prvním (vnějším) kardanovým rámem, dospíváme nejprve posunutím o polohový vektor $\vec{r}_{45}^T(x_{45}, 0, z_{45})$ a posléze otočením kolem osy η_5 o úhel φ - tomu přísluší transformační matice $\mathbf{M}_\varphi$ a úhlová rychlost $\vec{\Omega}_\varphi$. V tomto systému je radius vektor těžiště prvního kardanova rámu $\vec{r}_{T5}(x_{T5}, y_{T5}, z_{T5})$.



Obr. 88: Vzájemné polohy souřadných os

K systému $O_{\xi_6\eta_6\zeta_6}$ pevně spojenému s druhým – vnitřním rámem dospíváme analogicky předchozímu – nejprve posunutím o vektor $\vec{r}_{56}^T(x_{56}, 0, z_{56})$ a pootočením o úhel ψ kolem osy η_6 , jemuž přísluší matice přechodu $\mathbf{M}_\psi$ a úhlová rychlost $\vec{\Omega}_\psi$. Platí:

$$\mathbf{M}_\varphi = \begin{bmatrix} \cos \varphi & 0 & -\sin \varphi \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \varphi & 0 & \cos \varphi \end{bmatrix}, \vec{\Omega}_\varphi = \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\varphi} \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{M}_\psi = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \psi & \sin \psi \\ 0 & -\sin \psi & \cos \psi \end{bmatrix}, \vec{\Omega}_\psi = \begin{bmatrix} \dot{\psi} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5.4)$$

Pro polohový vektor bodů O_5 a O_6 platí

$$\vec{r}_{O5} = \vec{r}_{O4} + \vec{r}_{45}, \quad \vec{r}_{O6} = \vec{r}_{O5} + \mathbf{M}_\varphi^{-1} \vec{r}_{56} \quad (5.5)$$

Konečně označme polohový vektor těžiště prvního rámu $\vec{r}_{T5}(x_{T5}, y_{T5}, z_{T5})$ v soustavě $O_{\xi_5\eta_5\zeta_5}$ a $\vec{r}_{T6}$ v soustavě $O_{\xi_6\eta_6\zeta_6}$ polohový vektor výsledného těžiště (lehátka a pacienta) $\vec{r}_{T6}^T(x_{T6}, y_{T6}, z_{T6})$. Pro polohový vektor výsledného těžiště v soustavě $O_{4\xi_3\eta_3\zeta_3}$ platí

$$\vec{r}_{T54} = \vec{r}_{O5} + \mathbf{M}_\varphi^{-1} \vec{r}_{T5}, \quad \vec{r}_{T64} = \vec{r}_{O6} + \mathbf{M}_\varphi^{-1} \cdot \mathbf{M}_\psi^{-1} \vec{r}_{T6} \quad (5.6)$$

Můžeme definovat rychlost ve vertikálním směru

$$\vec{v}_\zeta = \frac{d}{dt} \vec{u}_\zeta = \frac{d}{dt} (\mathbf{M}_\beta \cdot \mathbf{M}_\alpha \cdot \vec{r}_\zeta) \quad (5.7)$$

a posuvnou rychlost paralelogramu

$$\dot{\vec{R}}_{TR}^T = [-R\dot{\vartheta} \sin(\vartheta + \vartheta_0), 0, R\dot{\vartheta} \cos(\vartheta + \vartheta_0)]. \quad (5.8)$$

Výsledné úhlové rychlosti jednotlivých členů soustavy jsou dány vztahy:

Pro horní základnu paralelogramu, první a druhý kardánův rám

$$\vec{\Omega}_3 = \mathbf{M}_\beta \cdot \vec{\Omega}_\alpha + \vec{\Omega}_\beta, \quad \vec{\Omega}_3 = \vec{\Omega}_4, \quad \vec{\Omega}_5 = \mathbf{M}_\varphi \cdot \vec{\Omega}_4 + \vec{\Omega}_\varphi, \quad \vec{\Omega}_6 = \mathbf{M}_\psi \cdot \vec{\Omega}_5 + \vec{\Omega}_\psi \quad (5.9)$$

a pro ramena paralelogramu

$$\vec{\Omega}_R = \vec{\Omega}_3 + \vec{\Omega}_\vartheta, \quad \vec{\Omega}_\vartheta^T = [0, \dot{\vartheta}, 0] \quad (5.10)$$

Rozepíšeme-li jednotlivé vztahy, obdržíme:

$$\vec{\Omega}_4^T = [\dot{\alpha} \cos \beta, \dot{\beta}, \dot{\alpha} \sin \beta], \quad \vec{\Omega}_5^T = [\dot{\alpha} \cos(\beta + \varphi), \dot{\beta} + \dot{\varphi}, \dot{\alpha} \sin(\beta + \varphi)] \quad (5.11)$$

$$\vec{\Omega}_6 = \begin{bmatrix} \dot{\psi} + \dot{\alpha} \cos(\beta + \varphi) \\ (\dot{\beta} + \dot{\varphi}) \cos \psi + \dot{\alpha} \sin \psi \sin(\beta + \varphi) \\ -\sin \psi (\dot{\beta} + \dot{\varphi}) + \dot{\alpha} \cos \psi \sin(\beta + \varphi) \end{bmatrix}$$

Označme dále $\vec{u}_3$ unášivou rychlost středu S_3 a středů čepů C_{3k} v soustavě $O_{\xi_3\eta_3\zeta_3}$.

Platí

$$\vec{u}_3 = \vec{v}_\zeta + (\vec{\Omega}_3 \times \vec{r}_{S3}) \quad (5.12)$$

$$\vec{u}_{3Ck} = \vec{v}_\zeta + (\vec{\Omega}_3 \times \vec{r}_{3Ck}) \quad (5.13)$$

(Druhý člen v rovnicích je vektorový součin sloupcových vektorů.)

Pro složky rychlosti obdržíme:

$$\begin{pmatrix} u_{3x} \\ u_{3y} \\ u_{3z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\dot{\zeta} \sin \beta \cos \alpha + \dot{\beta}(z_s - \zeta \cos \beta \cos \alpha) + \dot{\alpha}(-y_s \sin \beta + \zeta \sin \beta \sin \alpha) \\ \dot{\zeta} \sin \alpha + x_s \dot{\alpha} \sin \beta - z_s \dot{\alpha} \cos \beta + \zeta \dot{\alpha} \cos \alpha \\ \dot{\zeta} \cos \beta \cos \alpha + \dot{\beta}(-x_s - \zeta \sin \beta \cos \alpha) + \dot{\alpha}(y_s \cos \beta - \zeta \cos \beta \sin \alpha) \end{pmatrix} \quad (5.14)$$

Výsledná rychlost středu rotace horní základny O_4 je

$$\vec{u}_{04} = \vec{u}_3 + (\vec{\Omega}_3 \times \vec{R}_{TR}) + \dot{\vec{R}}_{TR} = \vec{v}_\zeta + \vec{\Omega}_3 \times (\vec{r}_{S3} + \vec{R}_{TR}) + \dot{\vec{R}}_{TR} \quad (5.15)$$

Výsledná rychlost středu rotace prvního rámu (je spojen s horní základnou paralelogramu) je

$$\begin{aligned} \vec{u}_{05} &= \vec{u}_{04} + \vec{\Omega}_4 \times \vec{r}_{45} = \vec{u}_3 + (\vec{\Omega}_3 + \vec{R}_{TR}) + \dot{\vec{R}}_{TR} + (\vec{\Omega}_3 \times \vec{r}_{45}) \\ \vec{u}_{05} &= \vec{v}_\zeta + \vec{\Omega}_3 \times (\vec{r}_{S3} + \vec{R}_{TR} + \vec{r}_{45}) + \dot{\vec{R}}_{TR} \end{aligned} \quad (5.16)$$

Výsledná rychlost středu rotace druhého rámu (je spojen s prvním rámem) je vyjádřena

$$\begin{aligned} \vec{u}_{06} &= \vec{u}_{05} + (\vec{\Omega}_5 \times \mathbf{M}_\varphi^{-1} \vec{r}_{56}) = \vec{u}_{05} + (\vec{\Omega}_3 + \vec{\Omega}_\varphi) \times \mathbf{M}_\varphi^{-1} \vec{r}_{56} = \\ &= \vec{v}_\zeta + [\vec{\Omega}_3 \times (\vec{r}_{S3} + \vec{R}_{TR} + \vec{r}_{45})] + \dot{\vec{R}}_{TR} + (\vec{\Omega}_3 + \vec{\Omega}_\varphi) \times \mathbf{M}_\varphi^{-1} \vec{r}_{56} = \\ &= \vec{v}_\zeta + [\vec{\Omega}_3 \times (\vec{r}_{S3} + \vec{R}_{TR} + \vec{r}_{45} + \mathbf{M}_\varphi^{-1} \vec{r}_{56})] + (\vec{\Omega}_\varphi \times \mathbf{M}_\varphi^{-1} \vec{r}_{56}) + \dot{\vec{R}}_{TR} \\ \vec{u}_{06} &= \vec{u}_{05} + (\vec{\Omega}_3 + \vec{\Omega}_\varphi) \times \mathbf{M}_\varphi^{-1} \vec{r}_{56} \end{aligned} \quad (5.17)$$

Platí:

$$\begin{aligned} \vec{u}_{05} &= \vec{u}_{04} + (\vec{\Omega}_3 \times \vec{r}_{45}) \\ \vec{u}_{06} &= \vec{u}_{04} + \vec{\Omega}_3 \times (\vec{r}_{45} + \mathbf{M}_\varphi^{-1} \vec{r}_{56}) + (\vec{\Omega}_\varphi \times \mathbf{M}_\varphi^{-1} \vec{r}_{56}) \end{aligned} \quad (5.18)$$

Pro relativní rychlost těžiště T_5 prvního rámu (s ohledem na O_5) platí

$$\vec{v}_{TS5} = \vec{\Omega}_5 \times \vec{r}_{T5} \quad (5.19)$$

a pro relativní rychlost těžiště T_6 druhého rámu (s ohledem na O_6)

$$\vec{v}_{TS6} = \vec{\Omega}_6 \times \vec{r}_{T6} \quad (5.20)$$

V rovnicích separujeme členy nezávislé na obecných souřadnicích $\mathcal{G}, \varphi, \psi$.

Dostáváme:

$$\begin{aligned}\vec{v}_{04} &= \vec{v}_{\zeta} + \vec{\Omega}_3 \times \vec{r}_{S3} \\ \vec{v}_{05} &= \vec{v}_{\zeta} + \vec{\Omega}_3 \times (\vec{r}_{S3} + \vec{r}_{45})\end{aligned}\quad (5.21)$$

a následně

$$\begin{aligned}\vec{u}_{04} &= \vec{v}_{04} + (\vec{\Omega}_3 \times \vec{R}_{TR}) + \dot{\vec{R}}_{TR} \\ \vec{u}_{05} &= \vec{v}_{05} + (\vec{\Omega}_3 \times \vec{R}_{TR}) + \dot{\vec{R}}_{TR} \\ \vec{u}_{06} &= \vec{v}_{05} + (\vec{\Omega}_3 \times \vec{R}_{TR}) + \dot{\vec{R}}_{TR} + (\vec{\Omega}_3 + \vec{\Omega}_{\varphi}) \times \mathbf{M}_{\varphi}^{-1} \vec{r}_{56}\end{aligned}\quad (5.22)$$

5.3 KINETICKÁ A POTENCIÁLNÍ ENERGIE SYSTÉMU

Při výpočtu kinetické energie využíváme Königovy věty

$$T_i = T_{i1} + T_{i2} + T_{i3}, \quad (5.23)$$

kde index nabývá následujících hodnot: $i = 1$ horní základna, $i = 2$ první rám, $i = 3$ druhý rám, $i = 4$ ramena paralelogramu. Přičemž je: T_{i1} je kinetická energie bodu, ve kterém provádíme základní rozklad, T_{i2} je skalární součin rychlosti bodu rozkladu a relativní rychlosti těžiště vůči němu, násobený hmotností členu (splývá-li těžiště s bodem rozkladu, je $T_{i2} = 0$). Oba členy skalárního součinu musí být vyjádřeny v témže souřadném systému $O_{3\xi 3\eta 3\zeta}$. T_{i3} je kinetická energie rotace tělesa kolem tohoto bodu.

5.3.1 KINETICKÁ ENERGIE HORNÍ ZÁKLADNY

Rozklad je proveden v těžišti horní základny, proto podle Königovy věty platí (za předpokladu, že osy ξ_4, η_4, ζ_4 jsou hlavními osami setrvačnosti)

$$T_{11} = \frac{1}{2} m_4 \vec{u}_{04}^2 \quad (5.24)$$

$$T_{12} = 0 \quad (5.25)$$

$$T_{13} = \frac{1}{2} (J_{4x} \Omega_{3x}^2 + J_{4y} \Omega_{3y}^2 + J_{4z} \Omega_{3z}^2) \quad (5.26)$$

5.3.2 KINETICKÁ ENERGIE PRVNÍHO (VNĚJŠÍHO) KARDANOVA RÁMU

$$T_{21} = \frac{1}{2} m_5 \vec{u}_{05}^2 \quad (5.27)$$

$$T_{22} = m_5 \vec{v}_{O5} \cdot \vec{v}_{TS5} \quad (5.28)$$

$$\begin{aligned} T_{23} &= \frac{1}{2} (J_{5x} \Omega_{3x}^2 + J_{5y} (\Omega_{3y}^2 + \dot{\phi})^2 + J_{5z} \Omega_{3z}^2) = \\ &= \frac{1}{2} J_{5y} \dot{\phi}^2 + 2J_{5y} \Omega_{3y} \dot{\phi} + \frac{1}{2} (J_{5x} \Omega_{3x}^2 + J_{5y} \Omega_{3y}^2 + J_{5z} \Omega_{3z}^2) \end{aligned} \quad (5.29)$$

5.3.3 KINETICKÁ ENERGIE VNITŘNÍHO KARDANOVA RÁMU (LEHÁTKA)

$$T_{31} = \frac{1}{2} m_6 \vec{u}_{06}^2 \quad (5.30)$$

$$T_{32} = m_6 \vec{v}_{O6} \cdot \vec{v}_{TS6} \quad (5.31)$$

Při určení T_{33} vycházíme z obecné polohy těla na lehátku, takže souřadný systém $O_{\xi_6 \eta_6 \zeta_6}$ nemusí splývat s hlavními osami setrvačnosti.

$$\begin{aligned} T_{33} &= \frac{1}{2} (J_{6x} \Omega_{6x}^2 + J_{6y} \Omega_{6y}^2 + J_{6z} \Omega_{6z}^2 - 2D_{6xy} \Omega_{6x} \Omega_{6y} - 2D_{6xz} \Omega_{6x} \Omega_{6z} - 2D_{6yz} \Omega_{6y} \Omega_{6z}) = \\ &= \frac{1}{2} \{ J_{6x} [\dot{\psi} + \dot{\alpha} \cos(\beta + \phi)]^2 + J_{6y} [(\dot{\beta} + \dot{\phi}) \cos \psi + \dot{\alpha} \sin \psi \sin(\beta + \phi)]^2 + \\ &+ J_{6z} [-\sin \psi (\dot{\beta} + \dot{\phi}) + \dot{\alpha} \cos \psi \sin(\beta + \phi)]^2 - \\ &- 2D_{6xy} [\dot{\psi} + \dot{\alpha} \cos(\beta + \phi)] \cdot [(\dot{\beta} + \dot{\phi}) \cos \psi + \dot{\alpha} \sin \psi \sin(\beta + \phi)] - \\ &- 2D_{6xz} [\dot{\psi} + \dot{\alpha} \cos(\beta + \phi)] \cdot [-\sin \psi (\dot{\beta} + \dot{\phi}) + \dot{\alpha} \cos \psi \sin(\beta + \phi)] - \\ &- 2D_{6yz} [(\dot{\beta} + \dot{\phi}) \cos \psi + \dot{\alpha} \sin \psi \sin(\beta + \phi)] \cdot [-\sin \psi (\dot{\beta} + \dot{\phi}) + \dot{\alpha} \cos \psi \sin(\beta + \phi)] \} \end{aligned} \quad (5.32)$$

5.3.4 KINETICKÁ ENERGIE RAMEN

Celková kinetická energie ramen je určena jako $T_4 = 4 \cdot (T_{41} + T_{42} + T_{43})$

$$T_{41} = \frac{1}{2} m_R \sum_{k=1}^4 \left(\vec{u}_{3Tk} + \frac{1}{2} \dot{R}_{TR} \right) = \quad (5.33)$$

$$= \frac{1}{2} m_R \sum_{k=1}^4 \left[\frac{R^2}{4} \dot{\theta}^2 + R \dot{\theta} (-u_{3Tzk} \sin(\theta + \theta_0) + u_{3Txk} \cos(\theta + \theta_0)) + u_{3Tzk}^2 + u_{3Tyk}^2 + u_{3Txk}^2 \right]$$

$$T_{42} = 0 \quad (5.34)$$

$$T_{43} = \frac{1}{2} [J_{Rx} \Omega_{3x}^2 + J_{Ry} (\Omega_{3y}^2 + \dot{\theta})^2 + J_{Rz} \Omega_{3z}^2] \quad (5.35)$$

5.3.5 POTENCIÁLNÍ ENERGIE TÍHOVÝCH SIL

Poznamenejme, že z-ové souřadnice těžišť stanovujeme v základní, „absolutní“ soustavě $O_{\xi\eta\zeta}$. V naší výchozí soustavě $O_{\xi_3\eta_3\zeta_3}$ jsou složky příslušných hmotných středů vyjádřeny vztahy (5.3) a (5.5). Pro transformaci do základní soustavy $O_{\xi\eta\zeta}$ platí:

$$\vec{r}_{T4O} = \vec{r}_{\zeta} + \mathbf{M}_{\alpha}^{-1} \cdot \mathbf{M}_{\beta}^{-1} \cdot \vec{r}_{O4} \quad (5.36)$$

$$\vec{r}_{T5O} = \vec{r}_{\zeta} + \mathbf{M}_{\alpha}^{-1} \cdot \mathbf{M}_{\beta}^{-1} \cdot \vec{r}_{T5} \quad (5.37)$$

$$\vec{r}_{T6O} = \vec{r}_{\zeta} + \mathbf{M}_{\alpha}^{-1} \cdot \mathbf{M}_{\beta}^{-1} \cdot \vec{r}_{T6} \quad (5.38)$$

Pak máme postupně pro horní základnu paralelogramu:

$$U_4 = m_4 \cdot g \cdot z_{T4O} = m_4 g [- (x_{s3} + R \cos(\vartheta + \vartheta_0)) \cos \alpha \sin \beta + y_{s3} \sin \alpha + (z_{s3} + R \sin(\vartheta + \vartheta_0)) \cos \alpha \cos \beta + \zeta] \quad (5.39)$$

pro první rám:

$$U_5 = m_5 \cdot g \cdot z_{O5O} = m_5 g [- (x_{s3} + R \cos(\vartheta + \vartheta_0) + x_{45}) \cos \alpha \sin \beta + y_{s3} \sin \alpha + (z_{s3} + R \sin(\vartheta + \vartheta_0)) \cos \alpha \cos \beta + \zeta - x_{T5} \cos \alpha \sin(\beta + \varphi) + y_{T5} \sin \alpha + z_{T5} \cos \alpha \cos(\beta + \varphi)] \quad (5.40)$$

a pro druhý rám (vztah (5.41)):

$$U_6 = m_6 \cdot g \cdot z_{O6O} = m_6 \cdot g \cdot \{- \cos \alpha \sin \beta [x_{s3} + R \cos(\vartheta + \vartheta_0) + z_{s6} \sin \varphi + x_{T6} \cos \varphi + y_{T6} \sin \varphi \sin \psi + z_{T6} \sin \varphi \cos \psi + x_{45} + x_{s6} \cos \varphi] + \sin \alpha [y_{s3} + y_{T6} \cos \psi - z_{T6} \sin \psi] + \cos \alpha \cos \beta [z_{s3} + R \sin(\vartheta + \vartheta_0) + z_{45} + z_{s6} \cos \varphi - x_{T6} \sin \varphi + y_{T6} \cos \varphi \sin \psi + z_{T6} \cos \varphi \cos \psi - x_{s6} \sin \varphi] + \zeta\}$$

Analogicky obdržíme pro potenciální energie ramen

$$U_{4R} = \sum_{k=1}^4 m_R g z_{TRk} = m_R g \left\{ \sum_{k=1}^4 (-x_{3TRk} \cos \alpha \sin \beta + y_{3TRk} \sin \alpha) + 4z_{3TR} \cos \alpha \cos \beta + 4\zeta + 2[-R \cos(\vartheta + \vartheta_0) \cos \alpha \sin \beta + R \sin(\vartheta + \vartheta_0) \cos \alpha \cos \beta] \right\} \quad (5.42)$$

5.4 MOMENTY KONZERVATIVNÍCH SIL

Momenty konzervativních sil byly stanoveny jako derivace potenciální energie podle příslušné úhlové souřadnice.

$$\frac{\partial U}{\partial \vartheta} = (m_4 + m_5 + m_6 + 2m_R) g [R \cos \alpha \cos(\vartheta + \vartheta_0 - \beta)] \quad (5.43)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial U}{\partial \varphi} = & m_5 g \cos \alpha [-x_{T5} \cos(\beta + \varphi) - z_{T5} \sin(\beta + \varphi)] + \\ & + m_6 g \cos \alpha [\cos(\beta + \varphi)(-x_{56} - x_{T6}) - z_{56} \sin(\beta + \varphi) + \\ & + \cos \beta \sin \varphi (y_{T6} \sin \psi + z_{T6} \cos \psi)] \end{aligned} \quad (5.44)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial U}{\partial \psi} = & m_6 \cdot g [y_{T6} (\cos \alpha \cos \beta \cos \varphi \cos \psi - \sin \alpha \sin \psi) - \\ & - z_{T6} (\cos \alpha \cos \beta \cos \varphi \sin \psi - \sin \alpha \cos \psi)] \end{aligned} \quad (5.45)$$

5.5 MOMENTY NEKONZERVATIVNÍCH SIL

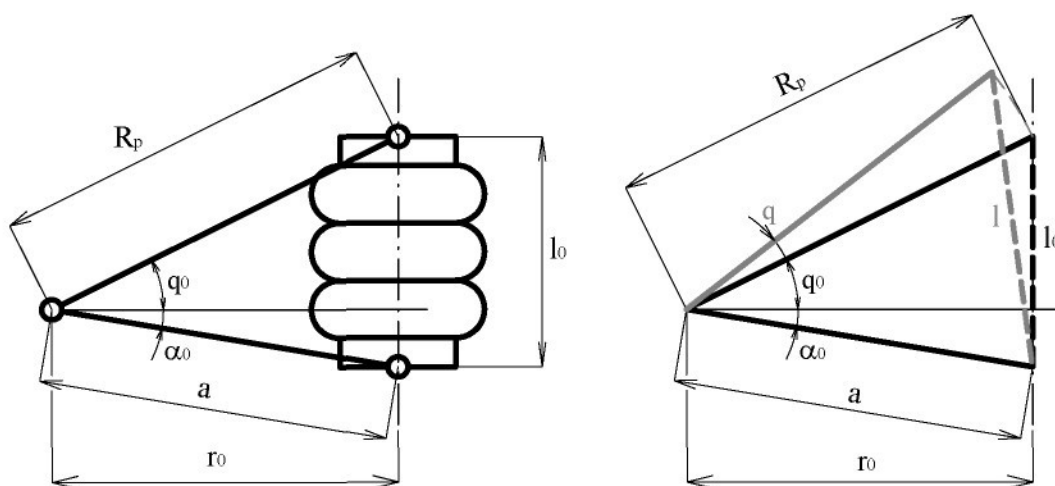
5.5.1 MOMENTY PNEUMATICKÝCH PRUŽIN

Především uvedme, že pneumatické pružiny aplikované v analyzovaném vibroizolačním systému jsou obecně mimoosově zatěžovány. Pro virtuální práce mimoosově zatížené pružiny platí:

$$\delta W = \vec{F}_n \cdot \delta \vec{S}_n + \vec{F}_t \cdot \delta \vec{S}_t + \vec{M}_o \cdot \delta \vec{\gamma} \quad (5.46)$$

kde $\vec{F}_n$, resp. $\vec{F}_t$ jsou složky výsledné síly do normály resp. roviny horního čela, $\delta \vec{S}_n$ jsou virtuální posuvy v těchto směrech, $\vec{M}_o$ je ohybový moment a $\vec{\gamma}$ úhel čel, (viz [9], [11]), kde jsou popsány experimenty, které vedou k identifikaci těchto veličin. Ukazuje se, že při malých sklonech čel a malém vyosení hraje první člen ve vztahu (5.46) dominantní roli.

Zkušební dále ukazují, že efektivní plocha vlnovcové pružiny je funkcí její délky ; rozvineme-li tuto závislost do Taylorova rozvoje v bodě l_0 (délka v rovnovážné poloze), obdržíme vyjádření (podle Obr. 89), kde q je obecná souřadnice



Obr. 89: Schéma pneumatické pružiny v obecné poloze

$$\begin{aligned}
 l_0^2 &= R_p^2 + a^2 - 2R_p a \cos(\alpha_0 + q_0) \\
 l^2 &= R_p^2 + a^2 - 2R_p a \cos(\alpha_0 + q_0 + q) \\
 l &= \sqrt{R_p^2 + a^2 - 2R_p a \cos(\alpha_0 + q_0 + q)}
 \end{aligned} \tag{5.47}$$

Určíme změnu délky l pro $q = 0$

$$\delta l = \frac{1}{l} [R_p a \sin(\alpha_0 + q_0 + q)] \delta q = \frac{R_p a \cos(\alpha_0 + q_0)}{l_0} \delta q$$

$$r_0 = R_p \cos(q_0) \quad a = \frac{r_0}{\cos(\alpha_0)} \quad l_0 = r_0 (\tan(q_0) + \tan(\alpha_0))$$

Pro sílu F_p , virtuální posunutí δl a rameno r_p platí:

$$F_p = p \cdot S_{ef} = p \sum_{j=0}^n S_j (l - l_0)^j \tag{5.48}$$

$$r_p = \frac{R_p \sin(\alpha_0 + q_0)}{\cos(\alpha_0) (\tan(q_0) + \tan(\alpha_0))}, \quad \delta l = r_p \cdot \delta q \tag{5.49}$$

a pro virtuální práci:

$$\delta W = F_p \cdot \delta l = p \sum_{j=0}^n S_j r_p^{j+1} q^j \delta q = M_{pq} \delta q \tag{5.50}$$

Zanedbáme-li členy vyšších řádů, je

$$M_{pq} = p S_0 r_p + p S_1 r_p^2 q \tag{5.51}$$

Pro jednotlivé pružné závěsy platí:

a) Pružiny, podpírající paralelogram

Označíme-li ϑ odchylku ramene od rovnovážné polohy ϑ_0 , p_{4i} tlak v i -té pružině ($i=1..4$), můžeme psát pro výsledný moment za předpokladu, že všechny tlaky jsou stejné

$$M_{p\vartheta} = \sum_{i=1}^4 M_{pi}(p_{4i}, \vartheta) = 4 \left[p_4 S_{04} r_{p\vartheta} + p_4 S_{14} r_{p\vartheta}^2 \vartheta \right] \quad (5.52)$$

b) Pružiny podpírající první rám

Označíme p_{5j} ($j=1,2$) tlaky v j -té pružině a φ úhel sklonu prvního rámu vůči základně, platí analogicky

$$M_{p\varphi} = M_{p\varphi}(p_{51}, p_{52}, \varphi) = \sum_{j=1}^2 \left[p_{5j} S_{05} r_{p\varphi} + p_{5j} S_{15} r_{p\varphi}^2 \varphi \right] \quad (5.53)$$

c) Pružiny, podpírající druhý rám

Označíme p_{6j} ($j=1,2$) tlaky v j -té pružině a ψ úhel sklonu druhého rámu vůči základně, platí

$$M_{p\psi} = M_{p\psi}(p_{61}, p_{62}, \psi) = \sum_{j=1}^2 \left[p_{6j} S_{06} r_{p\psi} + p_{6j} S_{16} r_{p\psi}^2 \psi \right] \quad (5.54)$$

5.5.2 VÝSLEDNÝ MOMENT SIL TLUMIČŮ PRO PARALELOGRAM

Síla, vyvozovaná tlumičem je funkcí jeho pístové rychlosti $\dot{l}_{Tj}(q, \dot{q})$. Rozvineme-li tuto závislost v Mc Laurinovu řadu, je:

$$\vec{F}_T = \sum_{j=1}^m b_j \dot{l}_T^j = \sum_{j=1}^m b_j r_T^j \dot{q}^j \quad (5.55)$$

Přičemž je $l_T = r_T \sin(q + q_0)$.

Pro virtuální práci těchto sil je

$$\delta W = \vec{F}_T \cdot \delta l = \sum_{j=1}^m b_j r_T^{j+1} \dot{q}^j \cdot \delta q = M_{iT}(q, \dot{q}) \delta q \quad (5.56)$$

kde $M_{iT}(q, \dot{q})$ označuje výsledný moment tlumičů. Pro tlumiče u jednotlivých členů mechanismu je pak

a) Tlumiče horní základny paralelogramu

$$M_{T\vartheta} = \sum_{i=1}^4 b_{li} r_{T\vartheta}^2 \dot{\vartheta} + \dots \quad (5.57)$$

b) Tlumiče prvního rámu

$$M_{T\varphi} = \sum_{j=1}^2 b_{1j} r_{T\varphi}^2 \dot{\varphi} + \dots \quad (5.58)$$

c) Tlumiče druhého rámu

$$M_{T\psi} = \sum_{j=1}^2 b_{1j} r_{T\psi}^2 \dot{\psi} + \dots \quad (5.59)$$

5.6 LAGRANGEOVY ROVNICE

Pro výslednou kinetickou energii bude zřejmě platit:

$$T = \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^3 T_{ij}$$

a Lagrangeovy rovnice druhého druhu užijeme ve tvaru:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{\vartheta}} - \frac{\partial T}{\partial \vartheta} + \frac{\partial U}{\partial \vartheta} = M_{p\vartheta} + M_{T\vartheta} \quad (5.60)$$

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{\psi}} - \frac{\partial T}{\partial \psi} + \frac{\partial U}{\partial \psi} = M_{p\psi} + M_{T\psi} \quad (5.61)$$

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}} - \frac{\partial T}{\partial \varphi} + \frac{\partial U}{\partial \varphi} = M_{p\varphi} + M_{T\varphi} \quad (5.62)$$

kde $M_{p\vartheta}, M_{p\psi}, M_{p\varphi}$ jsou obecné momenty k příslušným osám.

Vztahy pro popis systému doplníme diferenciálními rovnicemi, popisujícími chování pneumatických pružin:

$$\begin{aligned} \frac{dp_4}{dt} V_4 + p_4 \frac{dV_4}{dt} &= 0 \\ V_5 \frac{dp_{51}}{dt} + p_{51} S r_{51p} \frac{d\varphi}{dt} &= 0 \\ V_5 \frac{dp_{52}}{dt} + p_{52} S r_{52p} \frac{d\varphi}{dt} &= 0 \\ V_6 \frac{dp_{61}}{dt} + p_{61} S r_6 \frac{d\psi}{dt} &= 0 \\ V_6 \frac{dp_{62}}{dt} + p_{62} S r_6 \frac{d\psi}{dt} &= 0 \end{aligned} \quad (5.63)$$

5.7 LINEARIZOVANÝ SYSTÉM

Po dvou krocích linearizace:

- 1) uvažujeme malé úhlové výchylky,
- 2) zanedbáme členy řádů vyšších než prvního,

získáme linearizovaný systém, vyjádřený maticovou formou:

$$\mathbf{A}\ddot{\vec{q}} + (\mathbf{B}_0 + \mathbf{B}_1(t))\dot{\vec{q}} + (\mathbf{C}_0 + \mathbf{C}_1(t))\vec{q} = \vec{E}_0 + \vec{E}_1(t) \quad (5.64)$$

Označme

$\mathbf{A}$ matice hmotnosti

$\mathbf{B}_0$ matice tlumení

$\mathbf{B}_1(t)$... matice parametrického buzení

$\mathbf{C}_0$ matice tuhosti

$\mathbf{C}_1(t)$... matice parametrického buzení

$\vec{E}_0$ vektor gravitačních sil a momentů od pneumatických pružin

$\vec{E}_1(t)$... vektor vnějšího kinematického buzení

Členy matice tuhosti jsou tvořeny momenty gravitačních sil i momenty sil pneumatických pružin.

Matice hmotnosti linearizovaného systému je symetrická a pro její členy platí:

$$\begin{aligned} A_{11} &= (m_R + m_4 + m_5 + m_6)R^2 + 4J_{Ry} \\ A_{22} &= J_{5y} + J_{6y} + m_6(x_{56}^2 + z_{56}^2 + 2x_{56}x_{T6} + 2z_{56}z_{T6}) \\ A_{33} &= J_{6x} \\ A_{12} &= R[m_5(-x_{T5} \cos \vartheta_0 - z_{T5} \sin \vartheta_0) + m_6((-x_{T6} - x_{56}) \cos \vartheta_0 + (-z_{T6} - z_{56}) \sin \vartheta_0)] \\ A_{13} &= m_6 R \cos \vartheta_0 y_{T6} \\ A_{23} &= -D_{6xy} - m_6 x_{56} y_{T6} \end{aligned} \quad (5.65)$$

Matice tlumení a tuhosti jsou diagonální:

$$\begin{aligned} B_{011} &= 4b_{1i} r_{T\vartheta}^2 \cos^2 \vartheta_0 \\ B_{022} &= \sum_{j=1}^2 b_{1j} r_{T\vartheta}^2 \\ B_{033} &= \sum_{j=1}^2 b_{1j} r_{T\psi}^2 \end{aligned} \quad (5.66)$$

$$\begin{aligned}
C_{011} &= -(2m_R + m_4 + m_5 + m_6)gR \sin \vartheta_0 - 4r_{p\vartheta}^2 \left(\frac{n(p_a + p_4)S_{04}^2}{V_4} + p_4 S_{14} \right) + \\
&\quad + 4p_4 S_{04} r_{p\vartheta} \sin \vartheta_0 \\
C_{022} &= -(m_5 z_{T5} + m_6 z_{56} + m_6 z_{T6})g - r_{p\varphi 1}^2 \left(\frac{n(p_a + p_{51})S_{05}^2}{V_5} + p_{51} S_{15} \right) - \\
&\quad - r_{p\varphi 2}^2 \left(\frac{n(p_a + p_{52})S_{05}^2}{V_5} + p_{52} S_{15} \right) \\
C_{033} &= -m_6 g z_{T6} - r_{p\psi 1}^2 \left(\frac{n(p_a + p_{61})S_{06}^2}{V_6} + p_{61} S_{16} \right) - r_{p\psi 2}^2 \left(\frac{n(p_a + p_{62})S_{06}^2}{V_6} + p_{62} S_{16} \right)
\end{aligned} \tag{5.67}$$

a pro komponenty vektoru $\vec{E}_0$:

$$\begin{aligned}
E_{01} &= (m_4 + m_5 + m_6 + 2m_R)gR \cos \vartheta_0 - 4p_4 S_{04} R \cos \vartheta_0 \\
E_{02} &= -(m_5 x_{T5} + m_6 (x_{T6} + x_{56}))g - S_{05} (p_{51} r_{p\varphi 1} - p_{52} r_{p\varphi 2}) \\
E_{03} &= m_6 y_{T6} g - S_{06} (p_{61} r_{p\psi 1} - p_{62} r_{p\psi 2})
\end{aligned} \tag{5.68}$$

Zavedeme:

$$\begin{aligned}
x_{CS} &= \frac{1}{4} \sum_{i=1}^4 x_{Ci}, \quad y_{CS} = \frac{1}{4} \sum_{i=1}^4 y_{Ci}, \quad z_{CS} = \frac{1}{4} \sum_{i=1}^4 z_{Ci} \\
x_{T53} &= x_{S3} + x_{45} + x_{T5}, \quad y_{T53} = y_{S3} + y_{T5}, \quad z_{T53} = z_{S3} + z_{45} + z_{T5} \\
x_{T63} &= x_{S3} + x_{45} + x_{56} + x_{T6}, \quad y_{T63} = y_{S3} + y_{T6}, \quad z_{T63} = z_{S3} + z_{45} + z_{56} + z_{T6}
\end{aligned} \tag{5.69}$$

a po zjednodušení členů matice parametrického buzení

$$\begin{aligned}
B_{111} &= 0 \\
B_{112} &= [(m_5 x_{T5} + m_6 x_{T6} + m_6 x_{56}) \sin \vartheta_0 - (m_5 z_{T5} + m_6 z_{T6} + m_6 z_{56}) \cos \vartheta_0] R \cdot \dot{\beta} \\
B_{113} &= -m_6 y_{T6} R \sin \vartheta_0 \cdot \dot{\beta} - m_6 z_{T6} R \sin \vartheta_0 \cdot \dot{\alpha} \\
B_{121} &= -B_{112} \\
B_{122} &= 0 \\
B_{123} &= (m_6 x_{56} z_{T6} + 2D_{6xz}) \dot{\alpha} + (m_6 z_{56} y_{T6} + 2D_{6yz}) \dot{\beta} \\
B_{131} &= -B_{113} \\
B_{132} &= -B_{123} \\
B_{133} &= 0
\end{aligned} \tag{5.70}$$

$$\begin{aligned}
C_{111} &= -[2m_R y_{CS} + m_4 y_{S3} + m_5 y_{T53} + m_6 y_{T63}]R \sin \vartheta_0 \ddot{\alpha}(t) + \\
&\quad + \{[2m_R x_{CS} + m_4 x_{S3} + m_5 x_{T53} + m_6 x_{T63}] \sin \vartheta_0 - \\
&\quad - [2m_R z_{CS} + m_4 z_{S3} + m_5 z_{T53} + m_6 z_{T63}] \cos \vartheta_0\} R \ddot{\beta}(t) - \\
&\quad - (2m_R + m_4 + m_5 + m_6)[R \ddot{\zeta}(t) \sin \vartheta_0 + Rg \cos \vartheta_0 \beta(t)] \\
C_{112} &= [(m_5 x_{T5} + m_6 x_{T6}) \sin \vartheta_0 - (m_5 z_{T5} + m_6 z_{T6}) \cos \vartheta_0] R \ddot{\beta}(t) \\
C_{113} &= -m_6 z_{T6} R \ddot{\alpha}(t) \cos \vartheta_0 - m_6 y_{T6} R \ddot{\beta}(t) \sin \vartheta_0 \\
C_{121} &= (-m_6 x_{56} \sin \vartheta_0 + m_6 z_{56} \cos \vartheta_0) R \ddot{\beta}(t) \\
C_{122} &= -(D_{5yz} + D_{6yz} + m_6 z_{56} y_{T6}) \ddot{\alpha}(t) + (m_5 x_{T5} + m_6 (x_{56} + x_{T6})) g \beta(t) \\
C_{123} &= (m_6 x_{56} z_{T6} + D_{6xz}) \ddot{\alpha}(t) + (m_6 z_{56} y_{T6} + 2D_{6yz}) \ddot{\beta}(t) - m_6 y_{T6} g \beta(t) \\
C_{131} &= 0 \\
C_{132} &= -m_6 y_{T6} g \beta(t) - D_{6xz} \ddot{\alpha}(t) \\
C_{133} &= -m_6 y_{T6} g \alpha(t) + D_{6xz} \ddot{\beta}(t)
\end{aligned} \tag{5.71}$$

a členy vektoru vnějšího kinematického buzení

$$\begin{aligned}
E_{11} &= [2m_R y_{CS} + m_4 y_{S3} + m_5 y_{T53} + m_6 y_{T63}]R \cos \vartheta_0 \ddot{\alpha}(t) - \\
&\quad - \{[2m_R x_{CS} + m_4 x_{S3} + m_5 x_{T53} + m_6 x_{T63}]R \cos \vartheta_0 + \\
&\quad + \sum_{i=4}^6 m_i R^2 + [2m_R z_{CS} + m_4 z_{S3} + m_5 z_{T53} + m_6 z_{T63}]R \sin \vartheta_0 + \\
&\quad + 4J_{Ry}\} \ddot{\beta}(t) + (2m_R + m_4 + m_5 + m_6)[R \cos \vartheta_0 \ddot{\zeta}(t) + Rg \sin \vartheta_0 \beta(t)] \\
E_{12} &= -[m_6 x_{56} y_{T63} + D_{5xy} + D_{6xy}] \ddot{\alpha}(t) - [m_5 z_{T5} + m_6 (z_{56} + z_{T6})] g \beta(t) + \\
&\quad + [m_6 (z_{56} \sin \vartheta_0 + x_{56} \cos \vartheta_0) R + m_6 (x_{56} x_{T63} + z_{56} z_{T63}) + J_{5y} + J_{6y}] \ddot{\beta}(t) \\
E_{13} &= -D_{6xy} \ddot{\beta}(t) + J_{6x} \ddot{\alpha}(t) - m_6 z_{T6} g \alpha(t)
\end{aligned} \tag{5.72}$$

5.8 ROVNOVÁŽNÁ POLOHA SYSTÉMU

Rovnovážnou polohu nastavujeme při vodorovné poloze ložné plochy automobilu (tj. pro $\alpha = 0, \beta = 0, \zeta = 0$). Je definována tak, že statické složky tíhového momentu dané nulovými členy v příslušném Taylorově rozvoji jsou vyrovnávány za pomoci polohových regulátorů nulovými členy v mocninných rozvoji momentů pneumatických pružin. Tuto situaci vyjadřuje podmínka:

$$\vec{E}_0 = 0 \quad (5.73)$$

Momentové rovnice statické rovnováhy

$$(m_4 + m_5 + m_6 + 2m_r)gR \cos \vartheta_0 = 4 \cdot p_4 S_{04} (r_{p\vartheta} \cos \vartheta_0) \quad (5.74)$$

$$m_5 g x_{T5} + m_6 g (x_{56} + x_{T6}) = \sum_{j=1}^2 p_{5j} S_{05} r_{p\vartheta j} \quad (5.75)$$

$$m_6 g y_{T6} = \sum_{j=1}^2 p_{6j} S_{06} r_{p\psi} \quad (5.76)$$

K těmto momentovým podmínkám připojíme ještě podmínky silové rovnováhy na obou rámech:

$$-(m_5 + m_6)g + p_{51}S_{05} + p_{52}S_{05} = 0 \quad (5.77)$$

$$-m_6 g + p_{61}S_{06} + p_{62}S_{06} = 0 \quad (5.78)$$

5.9 VLASTNÍ FREKVENCE SYSTÉMU

Na základě odvozených vztahů lze z maticového tvaru spočítat vlastní frekvence systému. Při výpočtu byly uvažovány hmotnosti a hodnoty momentů setrvačnosti závaží (převzaté z programu ADAMS), použitého při experimentech.

Výpočtem určené vlastní frekvence:

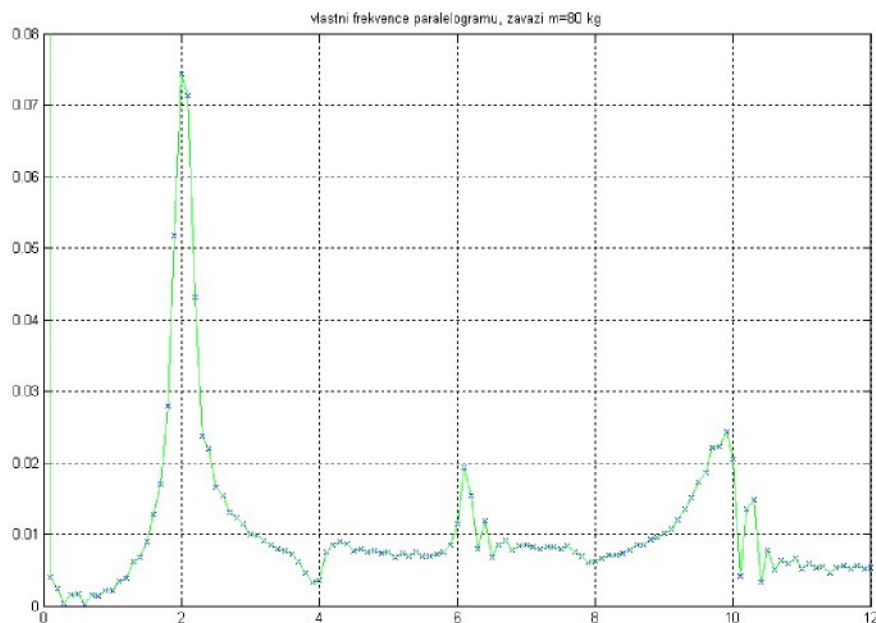
[Hz]	
f1	1.78
f2	4.58
f3	3.82

Tab. 8: Vlastní frekvence určené výpočtem

Experimenty pro určení vlastních frekvencí jednotlivých částí systému byly realizovány poměrně jednoduchým způsobem:

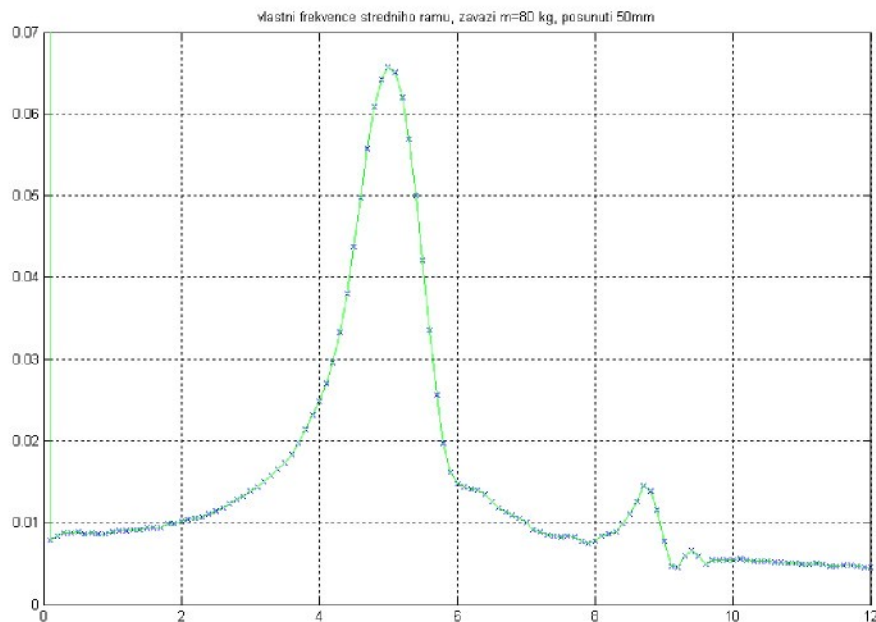
1) experiment pro určení vlastních frekvencí paralelogramu: Horní a střední rám byl pevně spojen s horní základnou paralelogramu (pohyblivost systému byla omezena na jeden stupeň volnosti) a pružiny byly naplněny tlakovým vzduchem na hodnotu tlaku, odpovídající rovnovážné poloze systému. Poté byla stlačena horní základna paralelogramu do polohy, kdy se těžiště nalézalo níže než v rovnovážné poloze. V této poloze byla základna zafixována a v jednom okamžiku uvolněna. Od uvolnění byly

snímány hodnoty zrychlení a z nich pomocí FFT vyhodnocena vlastní frekvence horní základny paralelogramu (viz *Obr. 90*). Experiment byl několikrát opakován.



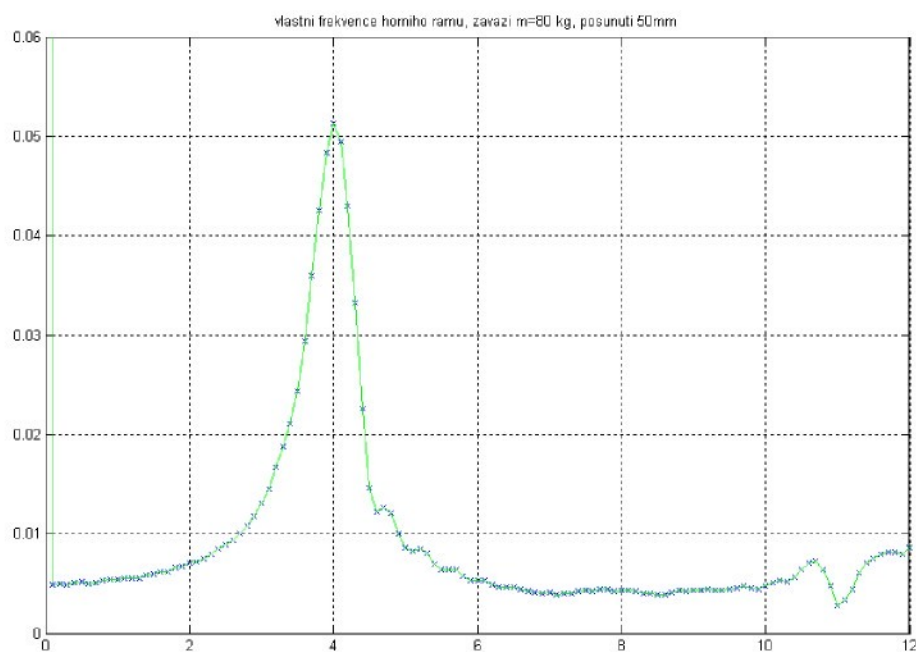
Obr. 90: Vlastní frekvence paralelogramu

2) experiment pro určení vlastních frekvencí středního (prvního kardanova) rámu: Horní základna paralelogramu byla znehybněna v rovnovážné poloze a horní (druhý kardanův) rám byl pevně spojen se středním (prvním kardanovým) rámem. Poté byl střední rám pootočen kolem osy rotace η_5 a zafixován. Po uvolnění rámu byly měřeny hodnoty zrychlení a na jejich podkladě pomocí FFT vyhodnocena vlastní frekvence (viz *Obr. 91*). Experiment byl několikrát opakován.



Obr. 91: Vlastní frekvence středního rámu

3) experiment pro určení vlastních frekvencí horního (druhého kardanova) rámu: Horní základna paralelogramu a střední (první kardanův) rám byly aretovány. Horní rám byl pootočen kolem osy rotace ξ_6 a zafixován. Po uvolnění rámu byly měřeny hodnoty zrychlení a na základě FFT vyhodnocena vlastní frekvence (viz Obr. 92). Experiment byl několikrát opakován.

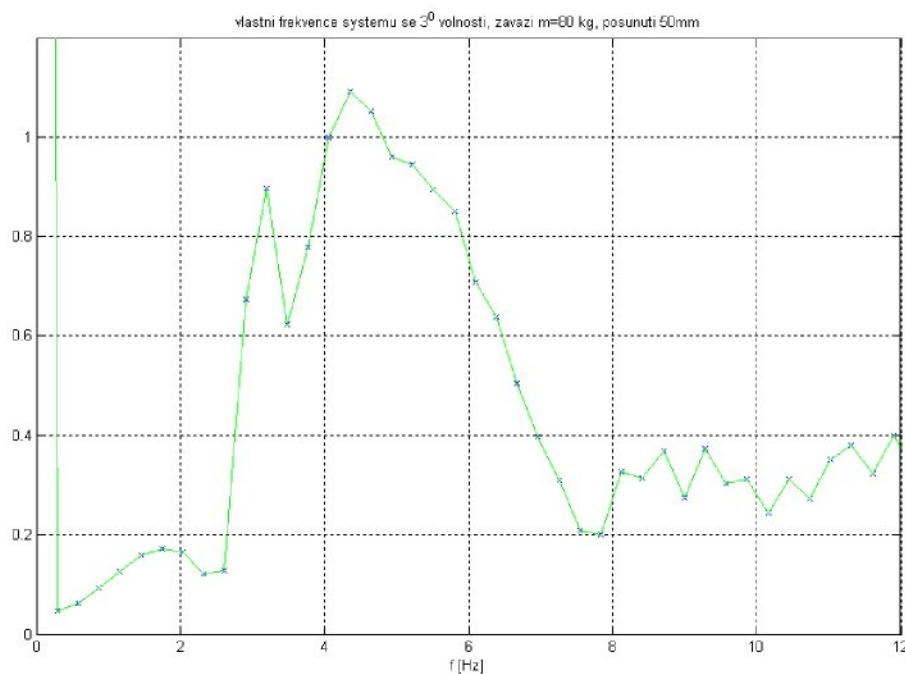


Obr. 92: Vlastní frekvence horního rámu

Těmito experimenty jsme ověřili vlastní frekvence systémů s 1^o volnosti. Každému takovému systému přísluší jedna hodnota vlastní frekvence. Další vlastní frekvence, zaznamenané v grafech, mohou být způsobeny tím, že nebyl splněn předpoklad o systému, složeném z dokonale tuhých tělesech a bez vůlí.

Vlastní frekvence systému se 3^o volnosti jsou odlišné, ale protože pohyby jednotlivých částí pružně uloženého sanitního lehátka jsou vázány slabě, lze těmito experimenty hodnoty vlastních frekvencí přibližně zkontrolovat. Experiment pro určení vlastních frekvencí plného systému se 3^o volnosti byl realizován po zabudování tlumiče do systému lehátka. Základní rám byl buzen skokovou funkcí s amplitudou 30 mm. Výsledné frekvence zjištěné pomocí FFT jsou znázorněny na Obr. 93.

Vznik případných vedlejších rezonancí bude vyžadovat zvláštní šetření, neboť systém neobsahuje výrazné nelinearity, které vznik vedlejších rezonancí podmiňují.



Obr. 93: Vlastní frekvence systému se 3^o volnosti

Při odečtení extrémních hodnot z grafu vychází vlastní frekvence horního a středního rámu pružně uloženého lehátka 3,2 Hz a 4,35 Hz. Vrchol odpovídající vlastní frekvenci paralelogramu je nevýrazný a jeho hodnota odpovídá 1,75 Hz. Porovnání hodnot získaných výpočtem pro linearizovaný systém a hodnot získaných experimentem je shrnuto v Tab. 9.

	výpočet	experiment
	f [Hz]	f [Hz]
f1	1.78	1.75
f2	4.58	4.35
f3	3.82	3.2

Tab. 9: Přehled získaných vlastních frekvencí

6 STATISTICKÉ ZPRACOVÁNÍ EXPERIMENTŮ

6.1 TEORETICKÉ PODKLADY

Při statistickém zpracování můžeme využít poznatků, uvedených v literatuře [2]. Potom teorii a příslušné vztahy lze zapsat ve formě, v níž je uvádíme.

6.1.1 NÁHODNÉ PROCESY

Nechť je dán experiment ε realizovaný za stejných podmínek. Ten je charakterizován výsledky ζ , které vyplňují jevový prostor S , jehož podmnožiny jsou jevy se svými pravděpodobnostmi. Každé zkoušce odpovídá jeden výsledek ζ , jemuž je přiřazena jedna reálná nebo komplexní časová funkce $x(t, \zeta)$. Všechny možné výsledky tvoří množinu $\{\zeta\} = S$. K množině $\{\zeta\}$ se druží množina časových funkcí $\{x(t, \zeta)\} = x(t)$, již říkáme náhodný proces. Tato množina, které se též někdy říká rodina časových funkcí, je funkcí dvou proměnných – času $t \in R^1$ a výsledku pokusu $\zeta \in S$.

Nad náhodným procesem mohou vzniknout tyto speciální případy:

Pro všechna ζ a $t \Rightarrow$ rodina všech náhodných časových funkcí = náhodný proces $x(t)$

pro určité j $\zeta_j \Rightarrow x(t, \zeta_j)$ - j -tá časová funkce (realizace) $x_j(t)$

pro určité i $t_i \Rightarrow x(t_i, \zeta)$ - množina hodnot ze všech realizací v čase t_i = náhodná proměnná $x(t_i)$

pro určité i a j $t_i, \zeta_j \Rightarrow x(t_i, \zeta_j)$ - reálné náhodné číslo x_{ij} z i -tého času a j -té realizace

6.1.2 STATISTIKY 1. A 2. ŘÁDU NÁHODNÉHO PROCESU

Podobně jako u náhodných proměnných se i u náhodných procesů definují distribuční funkce, hustota pravděpodobnosti a momenty. Situace je nyní poněkud

složitější, neboť tyto statistiky budou obecně záviset i na čase a budou tedy funkcemi dvou nezávisle proměnných.

Rozšíření pojmu distribuční funkce na náhodné procesy je zcela logické, protože se pouze vyjádří časová závislost této statistiky

$$F(x, t_i) = P\{x(t_i) \leq x\} \quad (6.1)$$

Tento předpis je třeba chápat jako statistiku vyhodnocenou přes celý náhodný proces, tj. přes všechny jeho realizace, ve stejném čase t_i . Provede-li se toto vyhodnocení ve všech časech t_i , pro $i = 1, 2, \dots$ tak, že se vyplní celá časová osa, získá se časově závislá distribuční funkce $F(x, t)$ procesu $x(t)$.

Podobně jako u náhodné proměnné se definuje hustota pravděpodobnosti náhodného procesu

$$f(x, t) = \frac{\partial F(x, t)}{\partial x} \quad (6.2)$$

Na základě znalosti hustoty pravděpodobnosti $f(x, t)$ lze určit střední hodnotu procesu v čase t jako $\mu_1'(x, t) = \mu_x(t) = \mu(t) = E\{x(t)\} = \int_{-\infty}^{\infty} x(t_i) f(x, t_i) dx$ (6.3)

Z uvedených vztahů je zřejmé, že střední hodnota je prostou funkcí času. Obecně lze sestavovat i statistiky vyšších řádů. Obvykle se však omezujeme na statistiky do druhého řádu.

O statistikách druhého řádu hovoříme v případech, kdy vyšetřujeme jevy závislé na dvou náhodných proměnných.

Vzájemná distribuční funkce 2. řádu náhodného procesu je definovaná obecně pro dva procesy $x_1(t)$ a $x_2(t)$ a jejich velikosti v časech t_1 resp. t_2 . Jde tedy o zvláštní případ dvouparametrické distribuční funkce $F(x, y)$, v níž kromě náhodných proměnných vystupují ještě dva časy:

$$F(x_1, x_2; t_1, t_2) = P\{x_1(t_1) \leq x_1; x_2(t_2) \leq x_2\} \quad (6.4)$$

Zde je vhodné upozornit, že každá křivka zastupuje vždy celou *rodinu* časových funkcí - proces. Tedy i distribuční funkce je funkcí dvou *procesů*. Zcela analogickým způsobem se definuje vzájemná hustota pravděpodobnosti:

$$f(x_1, x_2; t_1, t_2) = \frac{\partial^2 F(x_1, x_2; t_1, t_2)}{\partial x_1 \partial x_2} \quad (6.5)$$

Pro úplnost definujeme ještě dva pojmy, se kterými se pracuje v teorii náhodných procesů:

Marginální vzájemná hustota pravděpodobnosti vyplne ze vzájemné hustoty pravděpodobnosti pro jeden z parametrů $x_i \rightarrow \infty$. Je-li jím např. druhý proces, pak hustota pravděpodobnosti $f(x_1, x_2; t_1, t_2)$ přejde na

$$f(x_1, t_1) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x_1, x_2; t_1, t_2) dx_2. \quad (6.6)$$

Podmíněná vzájemná hustota pravděpodobnosti výskytu hodnoty x_1 v čase t_1 procesu $x_1(t)$ při výskytu hodnoty x_2 v čase t_2 procesu $x_2(t)$ se definuje jako

$$f(x_1, t_1 | x_2, t_2) = \frac{f(x_1, x_2; t_1, t_2)}{f(x_2, t_2)}. \quad (6.7)$$

6.1.3 MOMENTY NÁHODNÝCH PROCESŮ

Uveďme předpis pro obecný r -tý moment náhodné veličiny k bodu $a = [a_1, \dots, a_n]^T$:

$$\mu'_{r_1 \dots r_n}(a) = \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} (x_1 - a_1)^{r_1} \dots (x_n - a_n)^{r_n} dF(x_1 \dots x_n), \quad (6.8)$$

kde $r = \sum_{i=1}^n r_i$ je řád momentu. Obdobným způsobem jako u náhodných veličin se definují obecné momenty r -tého řádu k bodu a u náhodných procesů.

Moment prvního řádu je definován jen pro jeden proces a exponent $r=1$. Nejvýznamnější roli hraje první moment procesu k počátku $a=0$ (v náhodných proměnných $x(t_i)$, nikoli v čase). Potom

$$\mu'_x(t) = \mu_x(t) = E\{x(t)\} = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) f(x, t) dx. \quad (6.9)$$

Velmi často se pracuje s procesem centrováním. Ten získáme z původního procesu odečtením střední hodnoty $\tilde{x}(t) = x(t) - \mu_x(t)$.

Nejobecnější tvar momentu druhého řádu lze zapsat následujícím způsobem:

$$\mu_{xy}(t_1, t_2) = E\{x(t_1)y^C(t_2)\} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} x(t_1)y^C(t_2)f(x, y^C; t_1, t_2) dx dy^C. \quad (6.10)$$

Tato zcela obecná forma má řadu speciálních variant a jím odpovídajících názvů.

Vzájemná korelační funkce je obecný druhý moment náhodných procesů $x(t)$ a $y(t)$, definovaný podle předešlé rovnice a označuje se

$$R_{xy}(t_1, t_2) = \mu_{xy}(t_1, t_2) \quad (6.11)$$

Vzájemná kovarianční funkce je vzájemnou korelační funkcí centrovaných procesů. Označíme-li centrované procesy jako $\tilde{x}(t) = x(t) - \mu_x(t)$ a $\tilde{y}(t) = y(t) - \mu_y(t)$, bude předpis pro vzájemnou kovarianční funkci znít

$$C_{xy}(t_1, t_2) = R_{\tilde{x}\tilde{y}}(t_1, t_2) = E\{\tilde{x}(t_1)\tilde{y}^C(t_2)\} = R_{xy}(t_1, t_2) - \mu_x(t_1)\mu_y^C(t_2) \quad (6.12)$$

Vzájemné korelační a kovarianční funkce nesou v sobě informaci o vzájemné vazbě mezi procesy.

Autokorelační a autokovarianční funkce vzniknou z předchozích dvou funkcí v případě, že jsou oba procesy shodné, tedy že platí $x(t) = y(t)$. Potom

$$R_{xx}(t_1, t_2) = E\{x(t_1)x^C(t_2)\} \quad (6.13)$$

je autokorelační funkce a

$$C_{xx}(t_1, t_2) = E\{\tilde{x}(t_1)\tilde{x}^C(t_2)\} = R_{xx}(t_1, t_2) - \mu_x(t_1)\mu_x^C(t_2) \quad (6.14)$$

je autokovarianční funkce.

K jinému zjednodušení dojde v případě vzájemné kovarianční funkce, když se časy t_1 a t_2 budou shodovat a budou rovny t . Potom se tato zvláštní forma druhého momentu – vzájemná kovarianční funkce pro nulovou časovou odlehlost pozorování – nazývá vzájemný rozptyl a platí pro ni vztahy:

$$\sigma_{xy}^2(t) = D_{xy}(t) = C_{xy}(t, t) = E\{\tilde{x}(t)\tilde{y}^C(t)\}. \quad (6.15)$$

Označení $\sigma_{xy}^2(t)$ je třeba chápat jako celek, tj. spíše jako jeden symbol, protože obecně komplexní funkce $\sigma_{xy}(t)$ nepředstavuje žádnou praktickou informaci. Přesto se tato symbolika užívá, protože dostane jiný smysl při dalším zúžení vzájemného rozptylu na obyčejný (vlastní) rozptyl.

Pokud se ztotožní oba procesy, vstupující do předpisu pro vzájemný rozptyl, tedy pokud bude $y(t) = x(t)$, přejde vzájemný rozptyl $\sigma_{xy}^2(t)$ v obyčejný rozptyl $\sigma_{xx}^2(t)$, pro který platí

$$\sigma_{xx}^2(t) = \sigma_x^2(t) = D_x(t) = E\{\tilde{x}(t)\tilde{x}^C(t)\} = E\{|\tilde{x}(t)|^2\} \quad (6.16)$$

Rozptyl je reálná nezáporná funkce času, charakterizující intenzitu odchylek procesu od střední hodnoty v témže čase. Jde o časově závislou hodnotu autokovarianční funkce při nulovém časovém posunutí pozorování (na témže procesu). S ohledem na nezápornost, má smysl i druhá odmocnina z rozptylu, která se nazývá stejně jako u náhodných proměnných směrodatná odchylka

$$\sigma_x(t) = \sqrt{\sigma_x^2(t)} \quad (6.17)$$

6.1.4 NEKORELOVANOST, ORTOGONALITA A NEZÁVISLOST PROCESŮ

O procesech $x(t)$ a $y(t)$ se říká, že jsou nekorelované, jestliže pro libovolné dva časy t_1, t_2 platí

$$C_{xy}(t_1, t_2) = 0$$

Mají-li být procesy $x(t)$ a $y(t)$ ortogonální, musí být

$$R_{xy}(t_1, t_2) = 0$$

Pro definici nezávislých procesů sestavme nejprve skupiny

$$x(t_1), x(t_2), \dots, x(t_n),$$

$$y(t'_1), y(t'_2), \dots, y(t'_n)$$

pro libovolně zvolené časy $t_1, \dots, t_n$ a $t'_1, \dots, t'_n$. Potom $x(t)$ a $y(t)$ jsou nezávislé procesy, platí-li

$$\begin{aligned} F(x_1, \dots, x_n, y_1, \dots, y_n; t_1, \dots, t_n, t'_1, \dots, t'_n) = \\ = F(x_1(t_1)) \times \dots \times F(x_n(t_n)) \times F(y_1(t'_1)) \times \dots \times F(y_n(t'_n)) \end{aligned}$$

6.2 STACIONÁRNÍ A ERGODICKÉ PROCESY

Obecně se statistické charakteristiky procesů mění s časem. Naštěstí existují v praxi často procesy, jejichž statistické charakteristiky zůstávají neměnné v čase. Pro ně existuje dobrá teorie i praktické postupy jejich zpracování.

6.2.1 STACIONÁRNÍ PROCESY

Náhodné procesy, které mají charakteristiky časově závislé, se nazývají nestacionární. Práce s takovými procesy bývá velmi obtížná. Existuje třída procesů, označovaných jako stacionární, které se v praxi dost často vyskytují. O procesu se říká, že je stacionární, pokud jeho statistiky nejsou ovlivněny posunutím časového počátku. To znamená, že přechod od procesu $x(t)$ k procesu $x(t + \tau)$ neovlivní jeho hustoty pravděpodobnosti, distribuční funkce, momenty atd., což znamená, že např.:

$$\begin{aligned}
f(x, t) &= f(x, t + \tau) = f(x) \\
F(x, t) &= F(x, t + \tau) = F(x) \\
f(x_1, x_2; t_1, t_2) &= f(x_1, x_2; \tau); \tau = t_2 - t_1 \\
F(x_1, x_2; t_1, t_2) &= F(x_1, x_2; \tau) \\
E\{x(t)\} &= E\{x(t + \tau)\} = \mu_x \\
D\{x(t)\} &= D\{x(t + \tau)\} = \sigma_x^2 \\
&\dots
\end{aligned} \tag{6.18}$$

Proces je striktně stacionární, jsou-li všechny jeho statistiky (distribuční funkce a hustoty pravděpodobnosti) libovolného řádu neměnné v čase. Při řešení praktických úloh je však nemožné testovat všechny statistiky (tedy nekonečně mnoho). Proto se zavádí pojem stacionarity v širším smyslu. Proces je stacionární v širším smyslu, je-li stacionární ve statistikách alespoň do druhého řádu včetně. Tento požadavek má dalekosáhlé následky. Redukuje především nutný objem dat na objem zpracovatelný za rozumných časových a finančních nákladů. Navíc odstraňuje nebezpečí vyloučení řady zkoušek pro nestacionaritu ve statistikách vyššího řádu, které pro řešení určité úlohy nejsou zapotřebí. Potom pro momenty prvního a druhého řádu platí:

$$\begin{aligned}
\mu_x(t) &= \mu_x = \mu \\
\mu_{x,2}(t) &= \sigma_x^2 = \sigma^2 \\
\sigma_{xy}^2(t) &= \sigma_{xy}^2 \\
C_{xx}(t_1, t_2) &= C_{xx}(\tau) = R_{xx}(\tau) - |\mu_x|^2 \\
C_{xy}(t_1, t_2) &= C_{xy}(\tau) = R_{xy}(\tau) - \mu_x \mu_y^C \\
R_{xy}(t_1, t_2) &= R_{xy}(\tau) = E\{x(t + \tau)y^C(t)\} \\
R_{xx}(t_1, t_2) &= R_{xx}(\tau) = E\{x(t + \tau)x^C(t)\}
\end{aligned} \tag{6.19}$$

6.2.2 ERGODICKÉ PROCESY

Mezi stacionárními procesy existuje třída procesů, které kromě toho, že jsou stacionární v širším smyslu, umožňují určovat jejich první dva momenty z jediné realizace. Potom příslušné střední hodnoty funkcí náhodné proměnné, vyhodnocené v libovolném čase t přes všechny realizace náhodného procesu $x(t)$, tj. $E\{g[x(t)]\}$, jsou shodné s průměrnými hodnotami těchto funkcí, vypočtenými pouze z jedné množiny časových funkcí téhož procesu, vstupujících do funkce $g(\cdot)$. S ohledem na způsob vzniku se takto určené hodnoty nazývají časovými průměry.

Pro první moment bude platit

$$\mu_x = \lim_{T_1 \rightarrow \infty} \frac{1}{T_1} \int_0^{T_1} x_i(t) dt . \quad (6.20)$$

Podobně pro nejobecnější druhý moment

$$R_{xy}(\tau) = \lim_{T_1 \rightarrow \infty} \frac{1}{T_1} \int_0^{T_1} x_i(t + \tau) y_i^c(t) dt . \quad (6.21)$$

Zavedme pro časový průměr [time average] operátor $A\{\}$ předpisem

$$A\{x_i(t)\} = \lim_{T_1 \rightarrow \infty} \frac{1}{T_1} \int_0^{T_1} x_i(t) dt . \quad (6.22)$$

Potom můžeme o procesu prohlásit, že je ergodický, pokud je stacionární v širším smyslu a první dva momenty určené integrací „přes soubor(y)“ se shodují se středními integrálními hodnotami příslušných funkcí libovolných realizací ze souboru.

Podmínky ergodičnosti lze potom zapsat formálně ve tvaru

$$\begin{aligned} E\{x\} &= A\{x_i(t)\} \\ E\{x(t + \tau) y^c(t)\} &= A\{x_i(t + \tau) y_j^c(t)\} \end{aligned} \quad (6.23)$$

Ergodičnost procesů je vlastnost, která umožňuje rozumným způsobem zpracovávat stacionární náhodné procesy bez znalosti celého náhodného procesu a jeho rozložení. Aby se ale tento aparát dal použít, je zapotřebí stacionárnost a ergodicitu procesů testovat.

6.2.3 DRUHÉ MOMENTY ERGODICKÝCH PROCESŮ

$$\text{Rovnice} \quad R_{xy}(\tau) = \lim_{T_1 \rightarrow \infty} \frac{1}{T_1} \int_0^{T_1} x_i(t + \tau) y_i^c(t) dt \quad (6.24)$$

vyjadřuje druhé momenty v plné obecnosti, tj. ve tvaru vzájemné korelační funkce $R_{xy}(\tau)$.

Při postupu od nejjednodušších k nejsložitějším lze vyjádřit rozptyl ergodického procesu. Z výše uvedeného víme, že σ_x^2 je hodnotou vzájemné korelační funkce $R_{xy}(\tau)$ centrovaných procesů $x(t) = y(t) = \tilde{x}(t)$ při nulovém zpoždění $\tau = 0$, tedy že

$$\sigma_x^2 = R_{\tilde{x}\tilde{x}}(0) = \lim_{T_1 \rightarrow \infty} \frac{1}{T_1} \int_0^{T_1} |\tilde{x}(t)|^2 dt = R_{xx}(0) - |\mu_x|^2 \quad (6.25)$$

Rozptyl je mírou mohutnosti proměnlivosti procesu. Jeho rozměr je kvadrátem rozměru procesu. Kvantitativně je úměrný výkonu, který proces v sobě nese. Směrodatná odchylka σ_x se někdy nazývá i efektivní hodnota.

Vzájemný rozptyl dvou ergodických procesů $x(t)$ a $y(t)$ je roven hodnotě vzájemné korelační funkce centrovaných procesů v počátku, tj. pro nulové časové zpoždění τ

$$\sigma_{xy}^2 = R_{\tilde{x}\tilde{y}}(0) = \lim_{T_1 \rightarrow \infty} \frac{1}{T_1} \int_0^{T_1} \tilde{x}(t+0) \tilde{y}^C(t) dt = R_{xy}(0) - \mu_x \mu_y^C \quad (6.26)$$

Je mírou výkonu, který jsou $x(t)$ a $y(t)$ ve skalárním součinu schopny předat. Vyjadřuje vzájemnou efektivní vazbu mezi současnými hodnotami procesů. Rozměr vzájemného rozptylu je součinem rozměrů procesů, vstupujících do momentu.

Autokovarianční funkce je vzájemnou korelační funkcí shodných centrovaných procesů:

$$C_{xx}(\tau) = R_{\tilde{x}\tilde{x}}(\tau) = \lim_{T_1 \rightarrow \infty} \frac{1}{T_1} \int_0^{T_1} \tilde{x}(t+\tau) \tilde{x}^C(t) dt = R_{xx}(\tau) - |\mu_x|^2 \quad (6.27)$$

Autokovarianční funkce představuje jednu z nejvýznamnějších funkcí ve statistické dynamice. Protože v ní jsou zprůměrovány součiny navzájem v čase posunutých hodnot procesu, je v ní obsažena informace o jeho vnitřní stavbě. Pokud je proces $x(t)$ reálný, je i autokovarianční funkce reálná. Lze snadno dokázat, (substitucí $t+\tau$ za t), že je funkcí symetrickou kolem počátku $\tau=0$. Zde dosahuje i nejvyšších hodnot. Pro vzájemné kvalitativní porovnávání procesů podle autokovariančních funkcí je účelné odstranit z nich závislost na „mohutnosti“ procesu vydělením $C_{xx}(\tau)$ rozptylem. Vznikne tak normovaná autokovarianční funkce

$$B_{xx}(\tau) = \frac{C_{xx}(\tau)}{\sigma_x^2} \quad (6.28)$$

$|B_{xx}(\tau)| \leq 1$ pro $-\infty \leq \tau \leq \infty$, přičemž v počátku $B_{xx}(0) = 1$. U periodických procesů se dosahuje $B_{xx}(\tau) = 1$ i pro $\tau = nT_p$, kde n je celé číslo a T_p perioda procesu.

Vzájemná kovarianční funkce ergodických procesů je korelační funkcí centrovaných procesů $\tilde{x}$ a $\tilde{y}$:

$$C_{xy}(\tau) = R_{\tilde{x}\tilde{y}}(\tau) = \lim_{T_1 \rightarrow \infty} \frac{1}{T_1} \int_0^{T_1} \tilde{x}(t+\tau) \tilde{y}^C(t) dt = R_{xy} - \mu_x \mu_y^C \quad (6.29)$$

S ohledem na definici i rozměr vzájemného rozptylu je možno prohlásit, že vzájemná kovarianční funkce je funkcí vzájemného rozptylu v závislosti na vzájemném časovém posunutí obou procesů. Jde tedy o funkci, která vyjadřuje, jak se se vzájemným časovým posunutím mění efektivní výkon. Kovarianční funkce v sobě obsahuje komprimovanou informaci o vzájemných vnitřních vazbách mezi procesy $x(t)$ a $y(t)$. Funkce $C_{xy}(\tau)$ je v obecném případě nesymetrickou funkcí. Avšak platí, že $C_{xy}(-\tau) = C_{yx}^C(\tau)$. Podobně jako u autokovarianční funkce se zavádí pojem normované vzájemné kovarianční funkce a to předpisem

$$B_{xy}(\tau) = \frac{C_{xy}(\tau)}{\sigma_x \sigma_y} \quad (6.30)$$

$|B_{xy}(\tau)| \leq 1$ pro $-\infty \leq \tau \leq \infty$, přičemž v počátku $|B(0)| \leq \sigma_x \sigma_y$. Extrému může funkce $|B_{xy}|$ dosahovat pro obecný časový posun τ .

6.2.4 VÝKONOVÁ SPEKTRÁLNÍ HUSTOTA

Bylo již řečeno, že kovarianční funkce je funkcí změn výkonu na časovém posunutí procesů. Bylo by zajímavé vědět, jak se na těchto změnách podílejí složky výkonu o různých frekvencích. Tuto možnost dává Fourierova transformace. Hledejme Fourierův obraz vzájemné kovarianční funkce

$$S_{xy}(f) = \int_{-\infty}^{\infty} C_{xy}(\tau) e^{-i2\pi f\tau} d\tau \quad (6.31)$$

Funkce $S_{xy}(f)$ se nazývá vzájemná výkonová spektrální hustota (zkracuje se na VSH nebo anglické PSD [Power Spectral Density]). Při nesymetrické vzájemné kovarianční funkci je $S_{xy}(f)$ komplexní funkcí. Protože vzájemná výkonová spektrální hustota je Fourierovým obrazem vzájemné kovarianční funkce, je posledně jmenovaná originálem k $S_{xy}(f)$, tedy

$$C_{xy}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} S_{xy}(f) e^{+i2\pi f\tau} df \quad (6.32)$$

a tvoří tak spolu Fourierův transformační pár $C_{xy}(\tau) \overset{F}{\leftrightarrow} S_{xy}(f)$

Tento vztah se nazývá Wiesnerův-Chinčinův teorém. Pokud proces y je totožný s procesem x , situace se zjednoduší na

$$C_{xx}(\tau) \stackrel{F}{\Leftrightarrow} S_{xx}(f) \quad (6.33)$$

Funkci $S_{xx}(f)$ nazýváme prostě spektrální výkonovou hustotou procesu x . V literatuře lze někdy najít i výraz autospektrální výkonová hustota.

Zmíníme zajímavé vlastnosti výkonových spektrálních hustot reálných procesů. Reálné procesy mají i reálné kovarianční funkce. Z toho plyne:

$$\begin{aligned} \text{Protože } C_{xy} \text{ je reálná funkce} &\Rightarrow \text{Re } S_{xy}(f) \text{ je sudá funkce,} \\ &\text{Im } S_{xy}(f) \text{ je lichá funkce,} \\ C_{xx} \text{ je reálná sudá funkce} &\Rightarrow S_{xx}(f) \text{ je reálná sudá funkce.} \end{aligned}$$

I další vlastnosti jsou zajímavé a mají své praktické uplatnění:

$$\begin{aligned} S_{xy}(0) &= \int_{-\infty}^{\infty} C_{xy}(\tau) d\tau && \text{Hustota výkonu na nulové frekvenci} \\ C_{xy}(0) &= \int_{-\infty}^{\infty} S_{xy}(f) df && \text{Vzájemný rozptyl } \sigma_{xy}^2 \text{ procesů } x, y \\ C_{xx}(0) &= \int_{-\infty}^{\infty} S_{xx}(f) df && \text{Rozptyl } \sigma_{xx}^2 \text{ procesu } x \\ C_{xx}(0) &= \int_0^{\infty} [2S_{xy}(f) - S_{xx}(0)] df && \text{Rozptyl pomocí jednostranné VSH} \end{aligned}$$

Poslední vztahy nám říkají, že integrací celého frekvenčního intervalu dostaneme celý výkon obsažený v procesu. Z toho ale plyne, že integrací $S_{xx}(f)$ na frekvenčním intervalu se získá informace o části rozptylu, jímž přispívají k celkovému rozptylu

$$\text{frekvenční složky z tohoto intervalu: } \Delta\sigma_{xx}^2 = \int_{f_1 > 0}^{f_2} 2S_{xx}(f)$$

Odtud plyne i význam jednostranné výkonové spektrální hustoty $2S_{xx}(f)$.

6.2.5 PARSEVALŮV TEORÉM

Mějme reálnou funkci $h(t)$ a vytvořme s její pomocí novou funkci $h^2(t) = h(t)h(t)$. Fourierova transformace funkce $h^2(t)$ může být hledána jako FT součin originálů, tedy ve tvaru konvoluce Fourierových obrazů

$$\int_{-\infty}^{\infty} h^2(t) e^{-i2\pi\tilde{f}t} dt = \int_{-\infty}^{\infty} H(f) H(\tilde{f} - f) df. \quad (6.34)$$

Vzniklé obrazy jsou nyní funkcí nezávisle proměnné frekvence $\tilde{f}$. Volme nyní tuto frekvenci nulovou. Rovnice přechází do tvaru

$$\int_{-\infty}^{\infty} h^2(t) dt = \int_{-\infty}^{\infty} H(f) H(-f) df \quad (6.35)$$

V předcházející části bylo ukázáno, že pro reálné originály jsou $\text{Re } H(-f) = \text{Re } H(f)$ a $\text{Im } H(-f) = -\text{Im } H(f)$, což znamená, že $H(-f) = H^C(f)$. Potom můžeme poslední rovnici přepsat do tvaru Parsevalova teorému

$$\int_{-\infty}^{\infty} h^2(t) dt = \int_{-\infty}^{\infty} |H(f)|^2 df \quad (6.36)$$

Důsledky Parsevalova teorému jsou velice významné. S jeho využitím lze rozptýl ergodického procesu vypočítat také jako

$$\sigma_x^2 = \lim_{T_1 \rightarrow \infty} \frac{1}{T_1} \int_{-T_1/2}^{T_1/2} x^2(t) dt = \lim_{T_1 \rightarrow \infty} \frac{1}{T_1} \int_{-T_1/2}^{T_1/2} |X(f)|^2 df = \int_{-\infty}^{\infty} S_{xx}(f) df. \quad (6.37)$$

Srovnáním posledních dvou výrazů v řetězci zjišťujeme, že

$$S_{xx}(f) = \lim_{T_1 \rightarrow \infty} \frac{1}{T_1} [X^C(f) X(f)] \quad (6.38)$$

nebo lépe jako $E \left\{ \lim_{T_1 \rightarrow \infty} \frac{1}{T_1} |X(f)|^2 \right\}$, tj. střední hodnota z množiny výsledků odpovídajících konkrétním $x_j(t)$. Tohoto vztahu se běžně užívá při diskrétní verzi zpracování náhodných procesů.

6.3 ZPRACOVÁNÍ NÁHODNÝCH PROCESŮ

Máme-li za úkol vyřešit reálnou soustavu, připravíme experiment ε , v rámci něhož realizujeme množinu zkoušek. Při p -té zkoušce získáme výsledek ζ_p z množiny možných výsledků $\{\zeta\}$, vyplňujících prostor elementárních jevů S . Tomuto výsledku se z prostoru náhodných procesů, obsahujícího náhodné procesy $x_1(t, \zeta), x_2(t, \zeta), \dots$, vybere z měřených náhodných procesů v počtu n_{sig} po jedné realizaci odpovídající výsledku ζ_p . O nich předpokládejme, že jsou ergodické a označme je $x_p(t)$ pro

$p = 1, 2, \dots, n_{sig}$. Měřeným realizacím procesů se říká signály. Pro další popis z nich vyberme signály $x_j(t)$ a $x_k(t)$. Teoreticky jsou nekonečně dlouhé a lze je zpracovávat v podstatě dvěma způsoby:

buď ve spojitých oblastech času i procesů analogovými metodami, nebo v diskrétních časech i hodnotách.

Při analogovém zpracování procesů se aproximuje integrace, vyskytující se ve formulích, vhodně zapojenými elektronickými obvody s aktivními prvky na bázi operačních zesilovačů. Jde o přístrojový přístup, který byl využíván v dobách, kdy ještě nebyla číslicová technika vyvinutá tak jako dnes.

Číslicové zpracování procesů získávalo během doby stále lepší pozici díky prudkému rozvoji číslicových počítačů a jejich periférií. Zpracování náhodných procesů je v současnosti čistě numerickou záležitostí. Analogová část zůstala jen na vstupu do měřicího systému ve formě čidel, filtrů a zesilovačů.

Pojmem vzorkování označujeme převod spojitého procesu do číslicové formy. Ne vždy si zcela uvědomujeme, že proces vzorkování zahrnuje dvě zcela odlišné fáze a to vzorkování v časové oblasti a v úrovni, při které se spojitý analogový signál s jistou rozlišitelností, danou konstrukcí AD převodníku, převádí na číslo. Při tomto procesu vzniká nespojitost daná zaokrouhlením nebo usekáváním zbytku informace, která nemůže být rozlišena v daném počtu bitů převodu.

Analogově-číslíkový převodník vzorkuje napětí přicházející na jeho vstup s maximální frekvencí, odpovídající součtu doby přepnutí ze signálu na další signál, doby na utlumení přechodového děje po přepnutí a doby převodu napětí na číslo. Potom s frekvencí f_s ukládá vektory vzorků realizací procesů do paměti počítače. Z časových funkcí $x_j(t)$ a $x_k(t)$ tak vytváří číselné posloupnosti, pro které se vžil název časové řady.

$$\begin{aligned} x_j(t_i) &= \{x_{j1}, x_{j2}, \dots, x_{jN}\} \\ x_k(t_i) &= \{x_{k1}, x_{k2}, \dots, x_{kN}\} \end{aligned}$$

Je zřejmé, že tyto řady nemohou mít nekonečný počet členů, ale existují postupy, jak odhadnout potřebný počet vzorků k dosažení požadované přesnosti výsledků statistických odhadů. Tyto postupy lze nalézt ve specializované literatuře. Při číslicovém zpracování procesů je bezpodmínečně nutné znát alespoň přibližně nejvyšší frekvenci ve spektru, aby bylo možno splnit podmínku vzorkovacího teorému.

6.3.1 TESTOVÁNÍ PŘI JEDNÉ REALIZACI

Na začátku každého experimentu, při němž chceme využít ke zpracování pouze jedny realizace procesů, jsme povinni testovat:

1) stacionaritu procesů v širším smyslu (do 2. řádu) a

2) ergodicitu procesů – při více zkouškách. Pokud procesy těmito dvěma požadavkům zcela nevyhoví, existují způsoby, jimiž si lze někdy pomoci. Ty jsou založeny na rozdělení realizace na kratší stacionární úseky a jejich „ergodizaci“, spočívající např. v odstranění trendů, nestejných středních hodnot apod. Pro oba testy měřených realizací počítáme

* výběrový průměr

$$m_i = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N x_{ki} \quad (6.39)$$

* výběrový rozptyl

$$s_i^2 = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N x_{ki}^2 - m_i^2 \quad (6.40)$$

a to v úsecích i celkově. Výběrový rozptyl podle posledního vzorce je uchýlený.

Neuchýlený odhad rozptylu skýtá upravená formule

$$\sigma_i^2 \approx \frac{1}{N-1} \sum_{k=1}^N x_{ki}^2 - m_i^2 \quad (6.41)$$

Zpracování obvykle pokračuje dále, přičemž se načítají

3) histogramy a

4) kovarianční funkce a výkonové spektrální hustoty. Přitom má experimentátor dvě možnosti a sice:

* Klasický postup

Klasický postup je spojen se jmény Blackman a Tukey. Je založen na diskrétní variantě výpočtu kovarianční funkce kumulací součinů měřených dat

$$C_{jk}(pT) = C_{jk,p} = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N x_{j,i+p} x_{k,i}^C - \frac{N}{N-1} m_j m_k^C \quad (6.42)$$

pro $j, k = 1, \dots, n_{sig}$ a $p = 1, 2, \dots, L$, kde L je „délka“ – počet bodů kovarianční funkce -1. Délka kovarianční funkce musí být dostatečná, tj. taková, aby hodnoty kovarianční funkce pro $|\tau| > T_C$ byly zanedbatelné. Zpoždění T_C se potom nazývá doba korelace. Délka L se volí podle požadované frekvenční rozlišitelnosti, avšak i tak, aby

„délka“ realizace byla $N \geq 10L$. Je tedy zřejmé, že v kovarianční funkci se komprimují informace o procesu v poměru $N/L \geq 10$.

Následuje výpočet odhadů výkonových spektrálních hustot přímou aplikací diskrétní konečné Fourierovy transformace na kovarianční funkce. Těmto odhadům výkonových spektrálních veličin se říká periodogramy. Pro jejich výpočet lze s výhodou užít vlastností obrazů reálných funkcí uvedených výše. Za tím účelem vytvoříme z diskrétních kovariančních funkcí $C_{jk,p}$ sudé funkce $a_{jk,p}$ a liché funkce $b_{jk,p}$ předpisy

$$a_{jk,p-1} = C_{jk,p} + C_{kj,p} \quad (6.43)$$

$$b_{jk,p-1} = C_{jk,p} - C_{kj,p} \quad (6.44)$$

s jejichž pomocí vypočítáme reálné a imaginární složky periodogramů jako

$$\operatorname{Re} \hat{S}_{jk,q} = \frac{T}{2} \left(a_{jk,0} + 2 \sum_{r=1}^{L-1} a_{jk,r} \cos \frac{\pi r q}{L} + a_{jk,L} \cos \pi q \right) \quad (6.45)$$

$$\operatorname{Im} \hat{S}_{jk,q} = -T \sum_{r=1}^{L-1} b_{jk,r} \sin \frac{\pi r q}{L} \quad (6.46)$$

Výhoda, která se pomocí sudých a lichých funkcí získá, spočívá v odstranění nutnosti použití komplexní aritmetiky a ve zkrácení nutného počtu členů, vstupujících do výpočtů transformace na polovinu, protože se pracuje, jak je vidět ze sum, pouze s nezápornými indexy. Obě tyto skutečnosti výrazně snižují pracnost výpočtu.

Periodogram je zatížen dvěma chybami – konečností kovarianční funkce, jejíž transformací vznikl, a způsobem, jakým této konečnosti bylo dosaženo. První chybu lze dost dlouhými kovariančními funkcemi výrazně potlačit. Druhá chyba vznikla tím, že teoreticky nekonečná kovarianční funkce byla ostře useknuta, což z matematického hlediska odpovídá pronásobením skutečné kovarianční funkce obdélníkovou váhovou funkcí $w_0(\tau) = 1$ pro $0 \leq \tau \leq T_1$ a $w(\tau) = 0$ pro jiné časy.

Periodogram je tedy Fourierovou transformací součinu $C_{jk}(\tau)w_0(\tau)$. Ten přejde ve frekvenční oblasti v konvoluci obrazů, tj. v $S_{jk}(f) * W_0(f)$. Obrazem $W_0(f)$ obdélníkového okna, jak funkci $w_0(\tau)$ nazýváme, je difrakční funkce jako

$$W_0(f) = F\{w_0(t)\} = 2T_1 \operatorname{sinc}(2fT_1) = \frac{\sin 2\pi f T_1}{\pi f} \quad (6.47)$$

Jde o funkci dosti silně překmitávající do záporných hodnot, což se v konvoluci projevuje výrazným ovlivňováním odhadů při dané frekvenci informacemi ze

sousedních frekvenčních pásem. Aby se tento vliv omezil, hledala se jiná okna – funkce času, která by byla z tohoto hlediska výhodnější.

Nejznámější z oken bylo vyvinuto rakouským meteorologem Hannem a později modifikováno americkým matematikem Hammingem. Jejich obecný tvar je

$$w(u) = \alpha + 2\beta \cos \pi u \quad (6.48)$$

$$\text{kde } \alpha + 2\beta = 1 \text{ a } u = \frac{\tau}{T_1/2} - 1; -1 \leq u \leq 1.$$

Proces vyhlazování okna se v anglosaské literatuře označuje jako „hanning“ nebo „hamming“ podle použitých koeficientů. Jejich hodnoty pro tato okna jsou $\alpha = 0,5$ a $\beta = 0,25$ pro hanning a $\alpha = 0,54$ a $\beta = 0,23$ pro hamming.

Obliba těchto oken patrně pochází z toho, že se zkreslení odhadu spektrální výkonové hustoty velice snadno koriguje ve frekvenční oblasti pomocí klouzavého součtu vážených hodnot periodogramu s obdélníkovým oknem pomocí vztahu

$$S_{jk,q} = \beta(\hat{S}_{jk,q-1} + \hat{S}_{jk,q+1}) + \alpha \hat{S}_{jk,q} \quad (6.49)$$

* Moderní postup je založen na možnosti vypočítat spektrální výkonovou hustotu přímo z Fourierovy transformace procesu tak, jak bylo uvedeno v části, pojednávající o Parsevalově teorému. Výkonová spektrální hustota určená z kovarianční funkce obsahuje zhuštěnou zprůměrovanou informaci z celé jedné realizace a je tedy u stacionárního procesu dost stabilní. Proto i při tomto postupu se netransformuje celá řada o N vzorcích vcelku, ale rozdělí se na dílčí řady po L vzorcích, které se i mohou částečně navzájem překrývat. Teprve tyto časové řady se transformují a z každé z nich můžeme vypočítat odhad spektrální výkonové hustoty – periodogram – v μ -tém úseku jako

$$\hat{S}_{jk,q,\mu} = [X_{j,l} X_{k,l}^c]_{\mu} \quad (6.50)$$

Pokud bylo m dílčích úseků s periodogramy

$$\hat{S}_{jk,q} = \frac{1}{m} \sum_{\mu=1}^m \hat{S}_{jk,q,\mu} \quad (6.51)$$

Ten již lze upravit pomocí vybraného okna na odhad výkonové spektrální hustoty $S_{jk,q}$. Tato procedura dělení celé realizace na úseky a jejich průměrování se nazývá Welchovým postupem.

6.4 ZÁKLADNÍ STATISTICKÉ ZPRACOVÁNÍ EXPERIMENTŮ

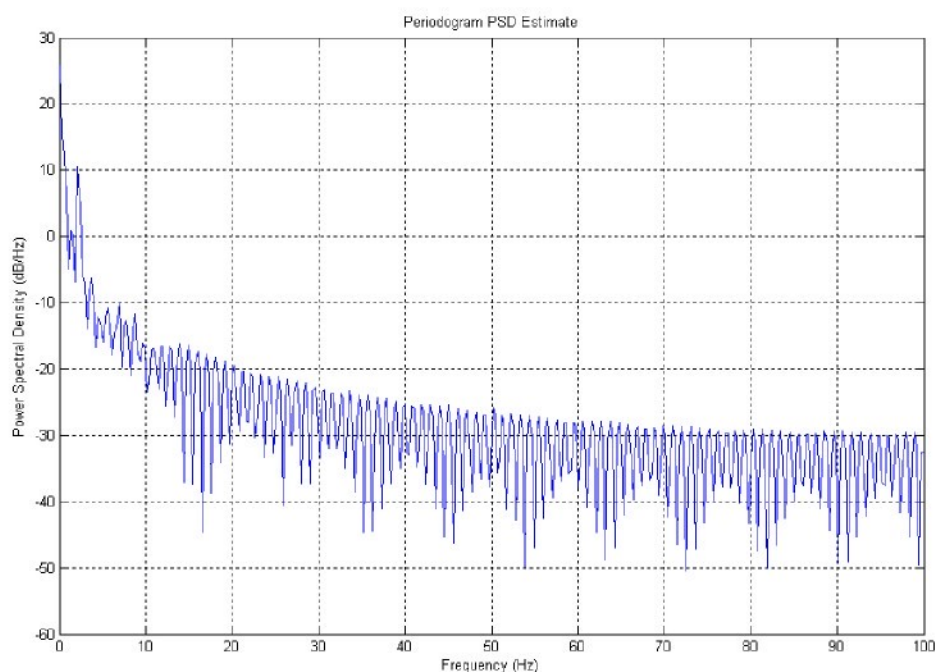
V rámci zpracování experimentů s deterministickým buzením byly spočteny matice korelačních a kovariančních koeficientů. Matice korelačních a kovariančních koeficientů byly spočteny vůči konfiguraci porovnávané se simulačními výsledky, tj. těžiště závaží je umístěno svisle nad těžištěm horního rámu a systém je zcela uvolněn (horní i střední rám se mohou pohybovat vůči kinematicky buzenému paralelogramu).

Hodnoty koeficientů kovariančních matic jsou ve všech případech v absolutní hodnotě > 1 , nejedná se tedy o data nezávislá.

Nejmenší hodnoty dosažených korelačních koeficientů jsou shrnuty v *Tab. 10*, kde je zahrnut i údaj, ve které konfiguraci byl nejmenší koeficient dosažen.

Koeficienty korelačních koeficientů pro svislou a vodorovnou výchylku horní základny paralelogramu a zrychlení těžiště horního rámu pro všechny hmotnosti a konfigurace jsou uvedeny v *Příloze 31-39*.

Periodogram – odhad výkonové spektrální hustoty spočtený pomocí FFT pro experiment se závažím o hmotnosti 80 kg je vynesena na *Obr. 94*. Další grafy jsou vyneseny v *Příloze 40*. Jediný výrazný extrém v kladných hodnotách odpovídá frekvenci kinematického buzení.



Obr. 94: Výkonová spektrální hustota pro $m=80$ kg, buzení $f=2.25$ Hz, $A=10$ mm

Podle hodnot korelačních koeficientů a grafů výkonové spektrální hustoty lze učinit dílčí závěr a sice, že pro posuzování vlastností systému z pohledu dané veličiny lze použít kteroukoli konfiguraci reprezentující daný typ experimentu.

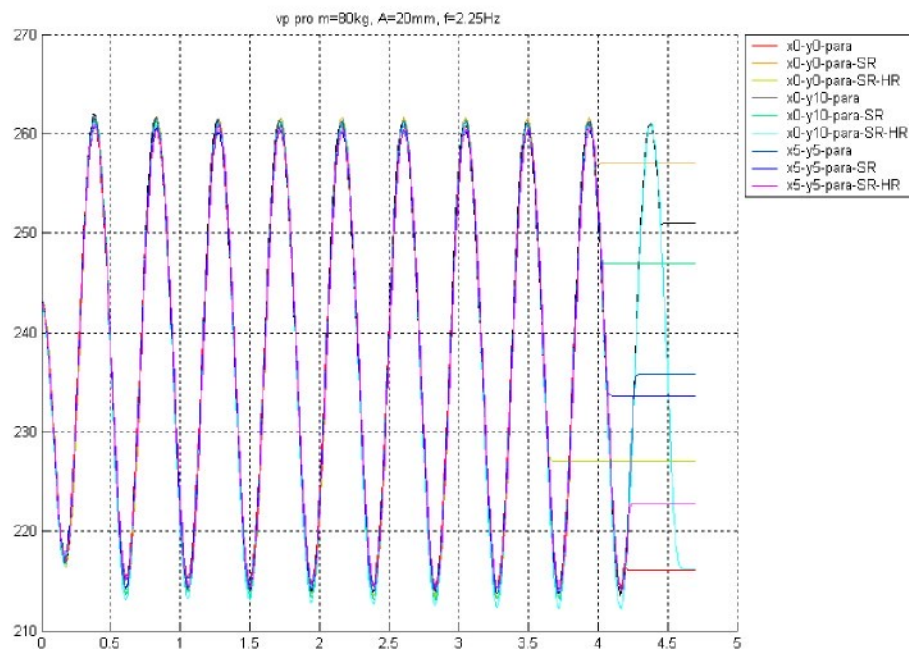
V následující části jsou pro ilustraci vyneseny grafy závislosti pro hmotnost závaží 80 kg a všechny konfigurace.

	f=2.25 Hz, A=20 mm	f=3 Hz, A=20 mm	f=6 Hz, A=10 mm
svislá výchylka horní základny paralelogramu	0,9922 vysunutí x=0 mm, y=0 mm, uvolněn jen paralelogram	0,8726 vysunutí x=50 mm, y=50 mm, uvolněn paralelogram a střední rám	0,8522 vysunutí x=50 mm, y=50 mm, uvolněn jen paralelogram
vodorovná výchylka horní základny paralelogramu	0,9665 vysunutí x=0 mm, y=0 mm, uvolněn jen paralelogram	0,9027 vysunutí x=50 mm, y=50 mm, uvolněn paralelogram a střední rám	0,9878 vysunutí x=0 mm, y=100 mm, uvolněn paralelogram a střední rám
zrychlení těžiště horního rámu	0,9638 vysunutí x=0 mm, y=100 mm, uvolněn jen paralelogram	0,8091 vysunutí x=0 mm, y=0 mm, uvolněn jen paralelogram	0,8278 vysunutí x=50 mm, y=50 mm, uvolněn paralelogram a střední rám

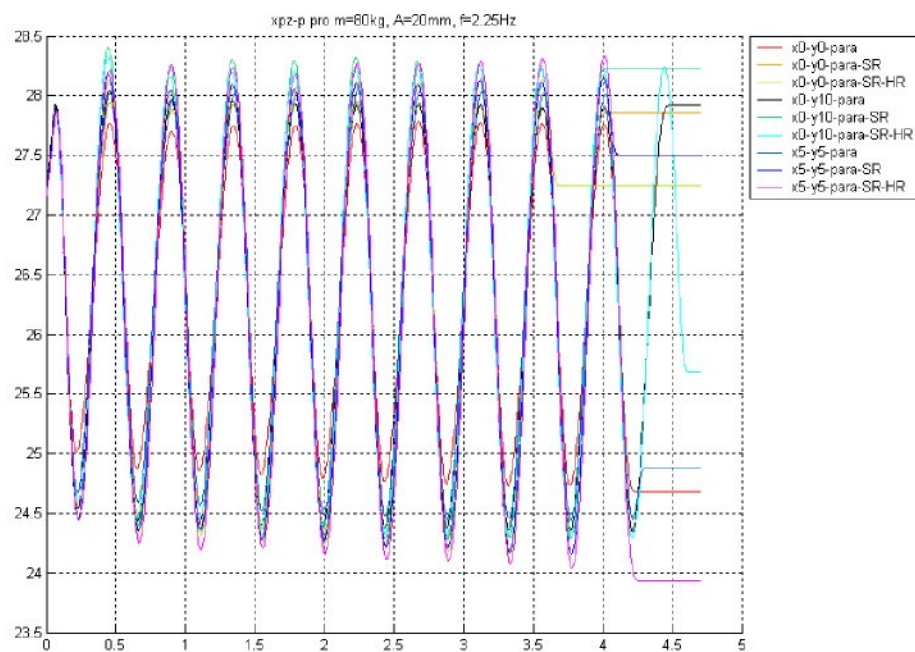
Tab. 10: Nejnižší dosažené hodnoty korelačních koeficientů při vyhodnocení experimentů pro $m = 80$ kg

Vysvětleme legendu, obsaženou v následujících grafech:

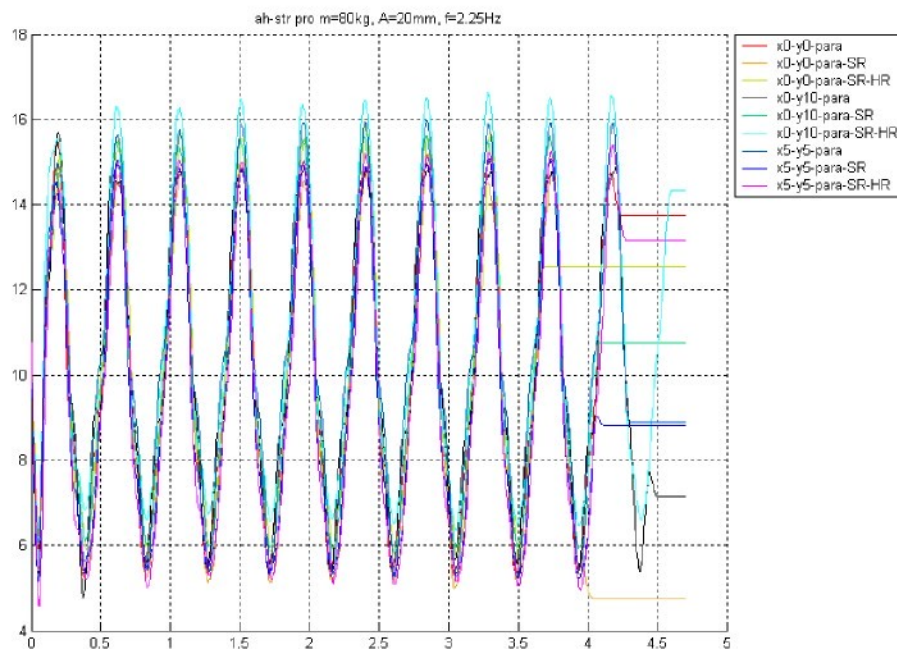
hodnoty x , y označují posunutí těžiště závaží (v jednotkách cm) vůči těžišti horního (druhého kardanova) rámu; para označuje situaci, kdy je uvolněný paralelogram a oba kardanovy rámy jsou vůči horní základně paralelogramu v klidu. Para-SR značí experiment, kdy je uvolněn paralelogram a střední (první kardanův) rám. Horní (druhý kardanův) rám je v tomto případě pevně spojen se středním rámem. Para-SR-HR je potom označení situace, kdy jsou volné oba kardanovy rámy i paralelogram.



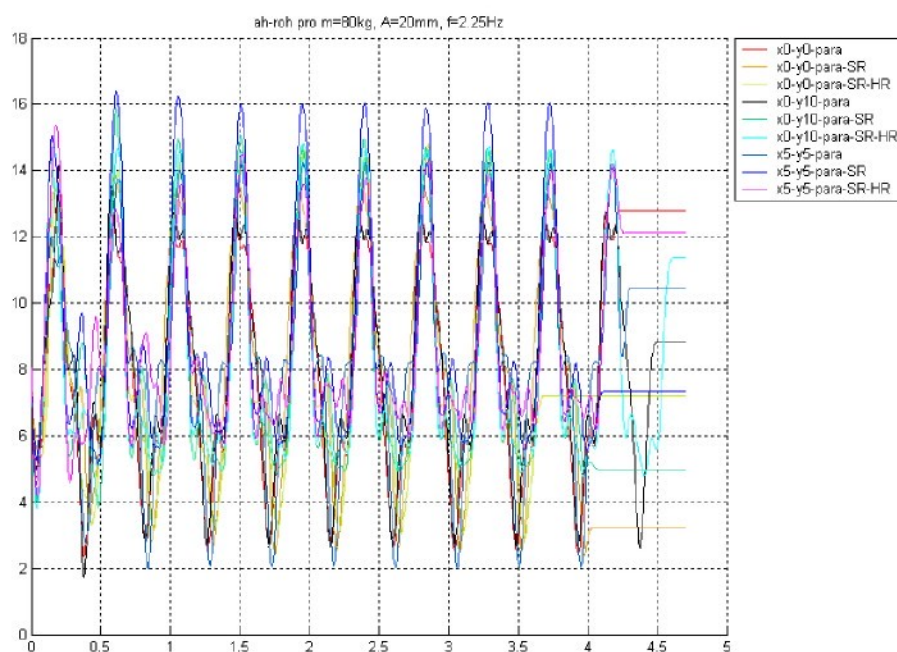
Obr. 95: Svislá výchylka horní základny paralelogramu pro $m=80\text{ kg}$ a buzení $f=2.25\text{ Hz}$, $A=20\text{ mm}$



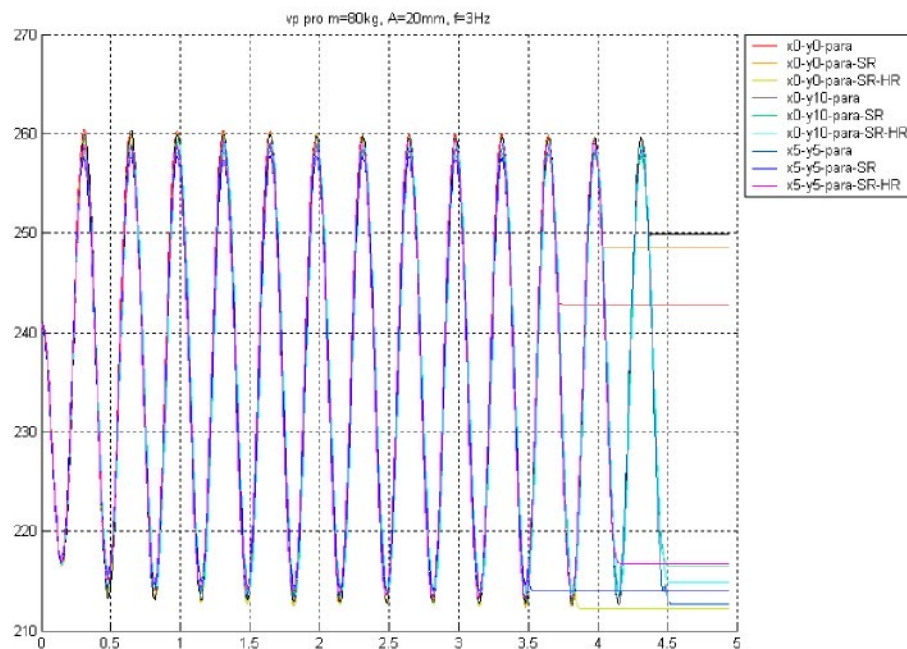
Obr. 96: Vodorovná výchylka horní základny paralelogramu pro $m=80\text{ kg}$ a buzení $f=2.25\text{ Hz}$, $A=20\text{ mm}$



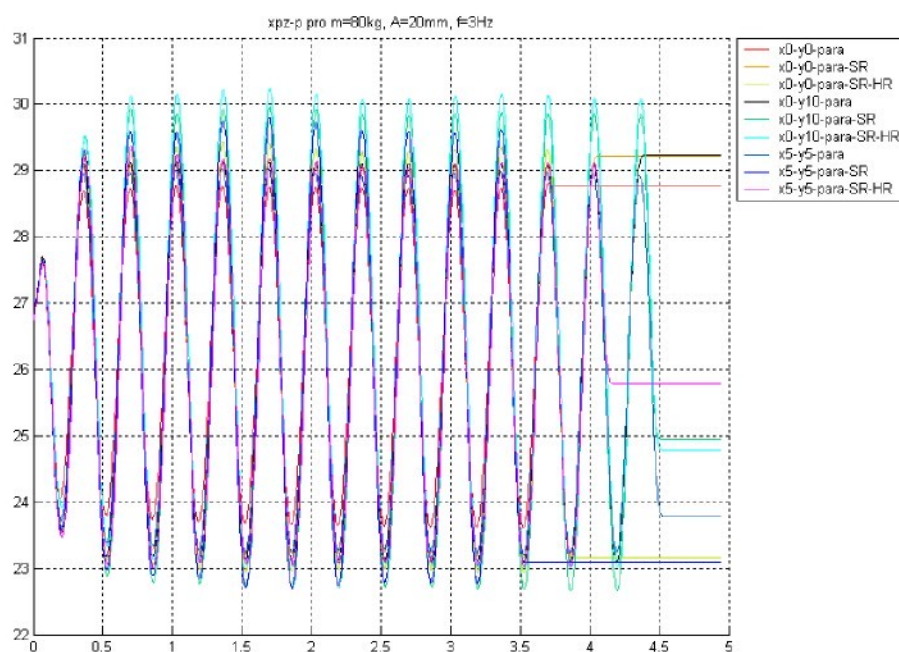
Obr. 97: Zrychlení těžiště horního rámu pro $m=80\text{ kg}$ a buzení $f=2.25\text{ Hz}$, $A=20\text{ mm}$



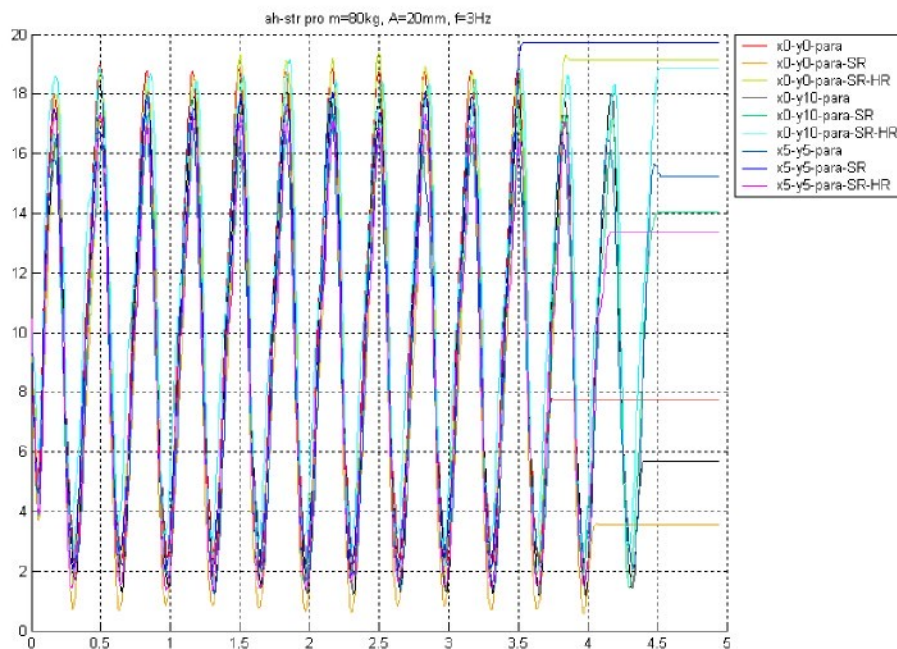
Obr. 98: Zrychlení rohu horního rámu pro $m=80\text{ kg}$ a buzení $f=2.25\text{ Hz}$, $A=20\text{ mm}$



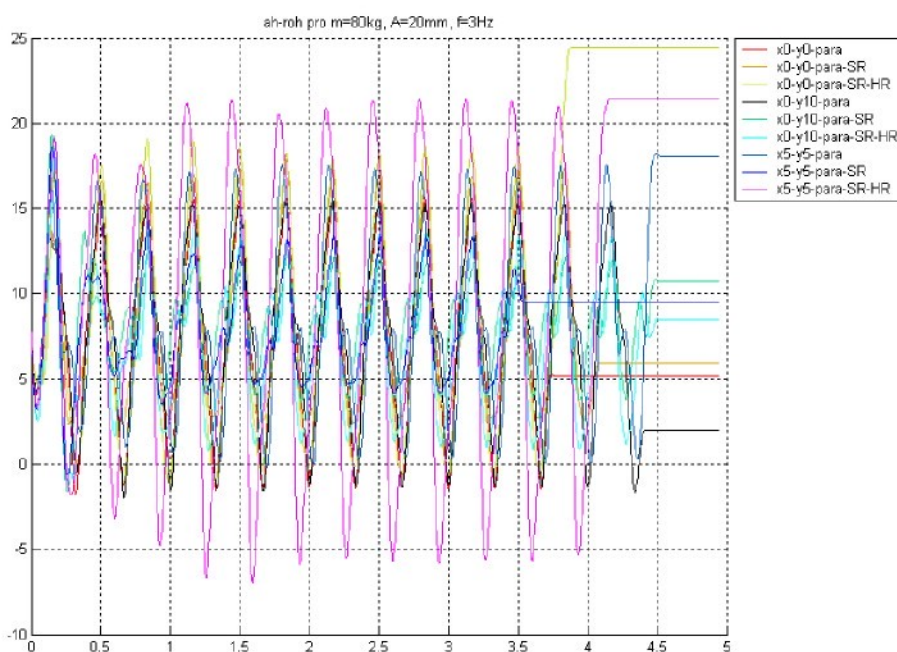
Obr. 99: Svislá výchylka horní základny paralelogramu pro $m=80\text{ kg}$ a buzení $f=3\text{ Hz}$, $A=20\text{ mm}$



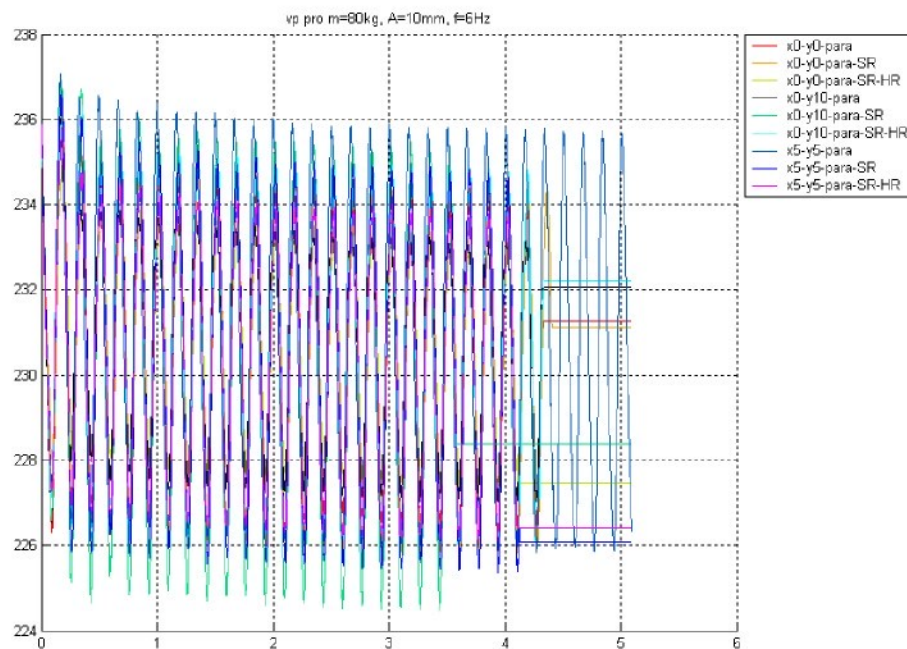
Obr. 100: Vodorovná výchylka horní základny paralelogramu pro $m=80\text{ kg}$ a buzení $f=3\text{ Hz}$, $A=20\text{ mm}$



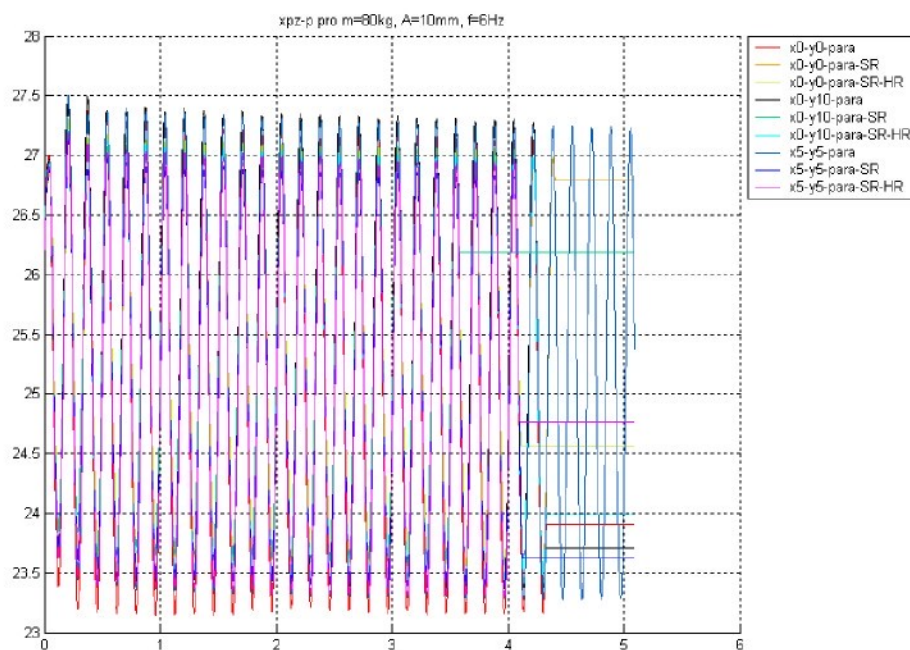
Obr. 101: Zrychlení těžiště horního rámu pro $m=80\text{ kg}$ a buzení $f=3\text{ Hz}$, $A=20\text{ mm}$



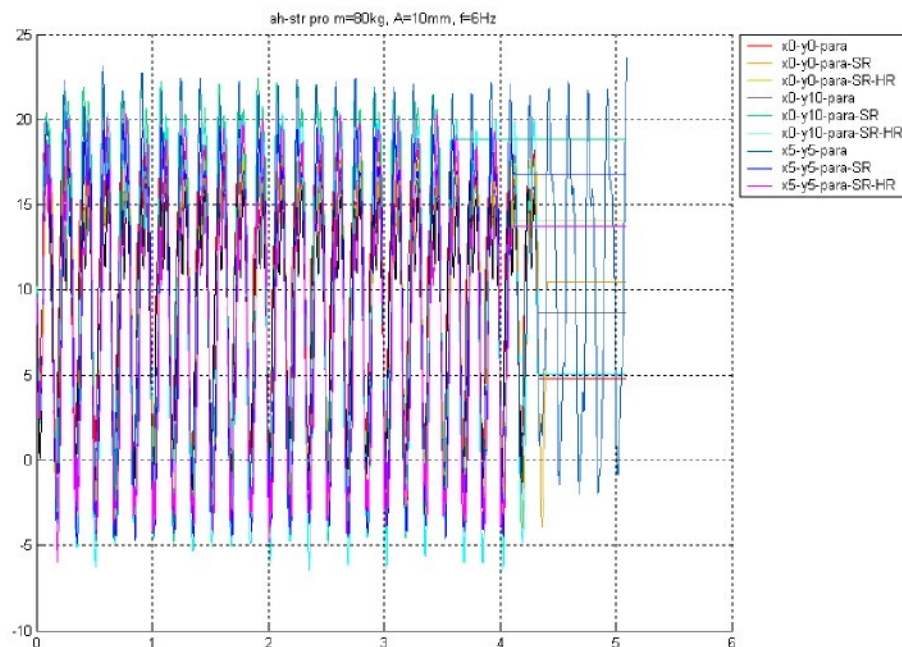
Obr. 102: Zrychlení rohu horního rámu pro $m=80\text{ kg}$ a buzení $f=3\text{ Hz}$, $A=20\text{ mm}$



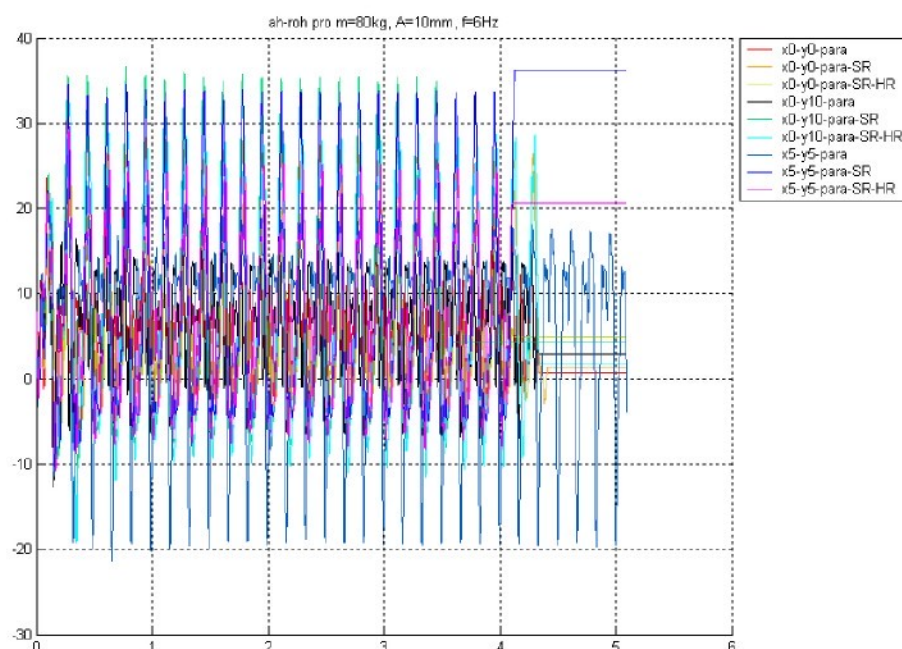
Obr. 103: Svislá výchylka horní základny paralelogramu pro $m=80\text{ kg}$ a buzení $f=6\text{ Hz}$, $A=10\text{ mm}$



Obr. 104: Vodorovná výchylka horní základny paralelogramu pro $m=80\text{ kg}$ a buzení $f=6\text{ Hz}$,
 $A=10\text{ mm}$



Obr. 105: Zrychlení těžiště horního rámu pro $m=80$ kg buzení $f=6$ Hz, $A=10$ mm



Obr. 106: Zrychlení rohu horního rámu pro $m=80$ kg a buzení $f=6$ Hz, $A=10$ mm

Nepravidelnosti v průbězích grafů zrychlení rohu horního (druhého kardanova) rámu jsou způsobeny vzájemným ovlivněním kmitů obou rámu, které vyvolává s pohybem související zrychlení rohu horního rámu. Jeho pohyb vůči střednímu (prvnímu kardanovu) rámu nebyl tlumen.

Na začátku jednotlivých experimentů vznikaly různé časové prodlevy mezi spuštěním záznamu měřících počítačů a začátkem kinematického buzení, ovládaného řídicím počítačem.

Při zpracování pomocí MATLABu jsme se museli vypořádat s nestejnou délkou záznamu dat. Aby nedošlo ke ztrátě užitečných informací, vzali jsme při zpracování za základ nejdelší časový záznam. V souborech, které obsahovaly menší množství dat, byly potom doplněny hodnoty, odpovídající poslednímu naměřenému údaji příslušné veličiny. To se ve vynesných grafech projevuje úsečkou, rovnoběžnou s časovou osou.

Při výpočtech korelačních koeficientů jsme brali v úvahu jen omezený počet vzorků tak, aby hodnoty korelačních koeficientů nebyly ovlivněny konci vynášených grafů.

7 ZÁVĚR

Byla provedena experimentální měření na vlnovcové pneumatické pružině. Na základě snímaných veličin byly vyhodnoceny a graficky znázorněny některé závislosti. Pružina by měla pracovat v konfiguraci, ve které nedochází k opakovanému kontaktu pláště pružiny s čely či s okolními objekty, ke vzájemnému tření částí pláště o sebe, dosedání vln na sebe apod., neboť to přispívá k potlačení vibroizolačních schopností pružiny.

Konstrukční řešení pružně uloženého sanitního lehátka předpokládá víceméně osovou konfiguraci pružiny, z tohoto pohledu se pružina jeví jako vhodná. Její rozměry jsou odpovídající a schopnost přenášet silové účinky, zejména v osovém směru, je dostatečná.

Získané charakteristiky byly aplikovány při simulacích v prostředí PAM-Crash, předcházejících experimentům. Na základě výsledků simulací bude dále třeba prozkoumat především možnosti uchycení pružin na kratších ramenech, tedy možnosti převodu pneumatických pružin. To se setká s praktickými problémy jako je např. zvětšení již tak dost velké celkové výšky vibroizolačního systému.

Protože pro uchycení pružiny v jedné polovině délky ramene se jeví nutnost použít nižší pracovní tlaky v pružině, bude vhodné uvažovat o konstrukční změně uložení paralelogramu tak, aby místo čtyřech pružin na ramenech paralelogramu bylo možné použít např. jen jednu pružinu (jiného typu). Další možností se jeví změna převodu pružiny, spojená se změkčením charakteristiky pomocí přídavného objemu, případně použití dvou pružin v paralelním zapojení. Třetí, v současné době připravovanou variantou je záměna vlnovcové pružiny za vakovou (jejíž charakteristiku lze upravit tvarem navalovacího pístu). Tento krok však bude zřejmě vyžadovat konstrukční úpravu pružně uloženého lehátka tak, aby byla pružina zatěžována pouze osovou silou.

Při experimentech použitý tlumič se při vyhodnocování naměřených dat ukázal jako příliš tvrdý. Vzhledem k pozdní dodávce tlumiče firmou ATESO a plnému programu Hydrodynamické zkušebny v Doubi nebylo z časového hlediska možné provést proměření charakteristik tlumiče předem. Rovněž nebylo možné nechat tlumič přeladit na charakteristiku požadovanou uspořádáním experimentu. K tomuto nepříznivému stavu uvedme následující vysvětlení:

Výrobní program firmy BRANO-ATESO byl před několika lety redukován a orientován pouze na tlumiče pro užitkové a nákladní automobily a výroba regulovaného

tlumiče $\phi 20$ mm pro sedačky řidiče zastavena. Výroba unikátních tlumičů $\phi 20$ mm, délkově upravených a přeladěných pro naše potřeby by byla nákladná a není v našem případě ještě spojena s příslibem seriové výroby. Přesto bude v blízké budoucnosti tento problém řešen podle příslibu vedení podniku.

Při experimentech se ukázal zdroj tlakové kapaliny jako měkký, protože nedokázal přesně dodržet požadované hodnoty budících zdvihů.

Experimentálně získané vlastní frekvence pružně uloženého sanitního lehátka (systému se 3⁰ volnosti) odpovídají hodnotám, získaným po linearizaci teoreticky odvozených pohybových rovnic systému. Můžeme tedy dále pracovat na rozšíření pohybových rovnic a výpočtech s menším stupněm linearizace.

Po vyhodnocení experimentů bylo přikročeno k verifikaci simulačního modelu v prostředí ADAMS. Na základě statistického zpracování naměřených dat lze konstatovat, že výsledky experimentu (pro danou konfiguraci) můžeme reprezentovat jedinou realizací.

V současné době nelze hodnotit vibroizolační vlastnosti pružně uloženého sanitního lehátka jako uspokojivé. Zásadním problémem je použití pneumatických pružin. Jejich aplikace umožňuje použití prvků aktivního řízení (které je na TUL vyvíjeno), nicméně variabilita takovýchto pružin je malá.

Řešení problému se nabízí provedením konstrukční úpravy paralelogramu a jeho odpružením jedinou vlnovcovou pneumatickou pružinou, případně doplněnou přidavným objemem. Tím bude usnadněno i řešení tlumení pohybu paralelogramu, v případě aktivního řízení systému v ideálním případě bez nutnosti zástavby tlumiče. Řízení dalších stupňů systému (náklon prvního a druhého kardanova rámu) je potom prvkem, zvyšujícím komfort převáženého pacienta.

Při simulacích bylo využito dvou rozdílných software: ADAMS a PAM-Crash.

Software ADAMS lze využít pro vytvoření geometrie, umožňuje přiřazení materiálu, snadnou tvorbu vazeb apod. Při výpočtech s lineárními modely a dokonale tuhými tělesy je velmi rychlý. Problémy nastávají při použití nelineárních prvků a pružných, deformovatelných těles. Zde software naráží na omezené možnosti úpravy velikosti výpočtového kroku.

Při prováděných simulacích bylo záměrem zahrnout do zkoumaného systému i pasivní odpory (především čepové tření). Nezdařilo se však odstranit numerickou nestabilitu výpočtu.



PAM-Crash je software zcela odlišného druhu. Je založen na principech metody konečných prvků a využívá její možnosti. Neobsahuje grafické prostředí pro tvorbu modelu, geometrii je nutno importovat z jiného prostředí. Při výpočtech je tento software pomalejší (velikost časového kroku je dána nejmenším elementem), umožňuje však detailnější popis chování modelu i při aplikaci nelineárních prvků systému. Rovněž lze vyhodnocovat účinky, působící na figurinu lidského těla. Po úpravách již hotového modelu pružně uloženého sanitního lehátka bude možno zkoumat např. rozložení kontaktních tlaků při záměně lehátka za reálné lůžko z pěnových materiálů. Zde navážeme na další výzkum, realizovaný na TUL v rámci výzkumu vlivu vibrací na lidský organizmus.

LITERATURA

- [1] *Airstroke actuators, Airmont isolators. Engineering Industrial Products Manual and Design Guide.* Firestone Industrial Products Company 1996. Katalog a manuál pneumatických pružin.
- [2] Balda, M.: *Úvod do statistické mechaniky*, Západočeská univerzita v Plzni, 2001, ISBN 80-7082-820-X, str. 41 - 58.
- [3] Berg, M.: *A Three-Dimensional Airspring Model with Friction and Orifice Damping.* Vehicle System Dynamics Supplement 33 (1999), pp. 528 – 539.
- [4] *Item MB Building Kit Systém.* Industrietechnik und Maschinenbau GmbH Solingen 2001. Katalog profilů a jejich vlastností.
- [5] Juliš, K. – Brepta, R. a kol.: *Mechanika II. díl. Dynamika*, SNTL Praha, 1987, ISBN 04-220-87.
- [6] Krejčíř, O.: *Pneumatická vibroizolace.* Doktorská disertační práce, VŠST Liberec, 1986.
- [7] Krettek, O. – Grajnert, J.: *Zur Phänomenologie und Ersatzmodellbildung von Luftfedern.* ZEV+DET Glas. Ann. 115 (1991) Nr.7/8 Juli/August.
- [8] Polach, P.: *Jednoduchý parametrický multibody model člověka*, Sborník konference Výpočtová mechanika 2002, Nečtiny 2002, ISBN 80-7082-903-6.
- [9] Prokop, J.: *Stanovení charakteristik vlnovcových pneumatických pružin na základě experimentálních měření*, Diplomová práce, TUL Liberec, 2002.
- [10] Prokop, J.: *Určování charakteristik jednovlnovcových pneumatických pružin na základě experimentálních měření*, Dílčí výzkumná zpráva VZ 1453/2002/03, Liberec, 2002.
- [11] Prokop, J.: *Výzkum vlastností dvouvlnovcové pneumatické pružiny*, Dílčí výzkumná zpráva VZ 1453/2003/04, Liberec, 2003.
- [12] Quaglia, G. – Sorli, M.: *Experimental and theoretical analysis of an air spring with auxiliary reservoir.* Proc. of Fluocom 2000, Sherbrooke, August 2000.
- [13] *Solver notes manual.Pam-Crash 2003.* ESI software, 2003.
- [14] *Solver reference manual.Pam-Crash 2003.* ESI software, 2003.
- [15] Šklíba, J. – Prokop, J. – Sivčák, M.: *Vibroisolation system of an ambulance couch with three degrees of freedom.* Časopis Engineering Mechanics, Vol. 13, 2006, No. 1, p.3-18. ISSN 1210-2717.
- [16] Šklíba, J. – Svoboda, R.: *Identifikace sekundární složky síly dvojplášťového tlumiče.* VII. International congress on the theory of machines and mechanism, Liberec, 1996.
- [17] Šklíba, J. – Svoboda, R.: *Some problems of hydraulic damper modeling.* Sborník konference Colloquium Dynamics of machines 2000, Praha, 2000. ISBN 80-85918-54-4.
- [18] Šklíba, J. – Svoboda, R. – Štěpán, M.: *Hydraulický tlumič s regulací horního i dolního útlumu.* Sborník konference Colloquium Dynamics of machines 2001, Praha 2001. ISBN 80-85918-61-7.
- [19] *Vlnovce vzduchového pružení Rubena.* Katalog vlnovcových pneumatických pružin.

Anotace

Vibroizolační systémy s více stupni volnosti

Práce je zaměřena na identifikaci navrženého systému pružně uloženého sanitního lehátka. Jedná se o systém se 3⁰ volnosti. Vibroizolace je realizována vlnovcovými pneumatickými pružinami a hydraulickými tlumiči.

V první části práce je uveden popis měřicího stendu, který byl použit pro zkoumání vlastností zvolené pneumatické pružiny. Následuje vyhodnocení charakteristik vlnovcové pružiny.

V další části je uveden simulační model pružně uloženého lehátka, užitý pro teoretický výzkum interakce lidského těla se sanitním lehátkem.

Jsou popsány experimenty s pružně uloženým sanitním lehátkem, jejich stručné zhodnocení a porovnání se simulačními výsledky.

Důležitou částí je sestavení diferenciálních rovnic popisujících celý systém, zjištění vlastních frekvencí linearizovaného modelu a jejich porovnání s experimentálně získanými výsledky.

Klíčová slova: vibroizolace, sanitní lehátko, pneumatická pružina, diferenciální rovnice

Annotation

Vibroisolation systems with many degrees of freedom

The disertation work is focused on identification of designed vibroisolation system of ambulance couch. This system has three degrees of freedom and it is suspended by double-convoluted air-springs and hydraulic damper.

The description of measurement stand is issued in the first part of the document. This stand was used for investigation of characteristics of air springs. Data evaluation of air springs follows.

Simulation model of vibroisolation system is presented in the next chapter. This simulation model was used for teoretical investigation of interaction between human body and ambulance couch.

The experiments with suspended ambulance couch and their short evaluation comes next. Comparison with numerical simulation is assigned too.

The important part of the work is system of differential equations which describes the whole system, followed by determination of natural frequencies and their comparison with experimental results.

Keywords: vibroisolation, ambulance couch, convoluted air spring, differential equation

Obsah

Obsah.....	5
1. Úvod.....	6
2. Návrh pružin a studium jejich vlastností.....	6
2.1. Experiment.....	7
2.2. Vyhodnocení závislosti efektivní plochy.....	8
3. Model pro počítačové simulace.....	9
3.1. Model figuriny pro test.....	10
3.2. Vlastnosti MKP modelu.....	10
4. Experiment s lehátkem.....	11
4.1. Některé experimentální výsledky kinematicky buzeného systému.....	12
4.2. Porovnání experimentálních výsledků s výsledky simulací pomocí ADAMS.....	13
5. Teoretický model sanitního lehátka.....	14
5.1. Přípravné kinematické úvahy.....	15
5.2. Kinetická a potenciální energie systému.....	18
5.3. Momenty konzervativních sil.....	20
5.4. Momenty nekonzervativních sil.....	20
5.5. Lagrangeovy rovnice.....	22
5.6. Linearizovaný systém.....	23
5.7. Rovnovážná poloha systému.....	25
5.8. Vlastní frekvence systému.....	25
6. Statistické zpracování experimentů.....	26
6.1. Základní statistické zpracování experimentů.....	26
7. Závěr.....	27
8. Literatura.....	30

1. Úvod

Při řešení bezpečnosti silniční dopravy je jedním z klíčových problémů přenos vibrací na tělo řidiče dopravního prostředku, respektive cestujícího v něm. S tímto problémem souvisí optimalizace jak vibroizolačního systému sedačky řidiče, jeho aktivní resp. semiaktivní řízení, tak i vibroizolačního systému podvozku dopravního prostředku. Stejně tak souvisí s přenosem vibrací i komfort a tedy ergonomické parametry sedáku a opěraku – materiály, potahy, tvarování apod.

Problém vibroizolace sedícího lidského těla je řešen již několik desítek let, mj. byla vypracována evropská hygienická norma, hodnotící přenos frekvenčně váženého efektivního zrychlení a také americká hygienická norma, hodnotící výkon přenášený a disipovaný lidským tělem.

Jedním z novějších biomechanických problémů je problém vibroizolace lidského těla, ležícího v dopravním prostředku. Také v tomto případě hodnotí evropská norma přenos frekvenčně váženého efektivního zrychlení. Tato norma je zcela odlišná od předešlé normy pro sedícího člověka.

Ostatní vibroizolační systém je řešen podle toho, v jakém dopravním prostředku je umístěn a pro které účely je dopravní prostředek určen. Příkladem je pružné uložení sanitního lehátka v sanitním voze, jezdícího výlučně po silnicích - nebo také v terénu. V prvním případě bude postačovat systém s jednosměrným vertikálním odpružením, pro jízdu v terénu bude nezbytné řešit i odpružení pro úhlové vibrace kolem horizontálních os sanitního vozu.

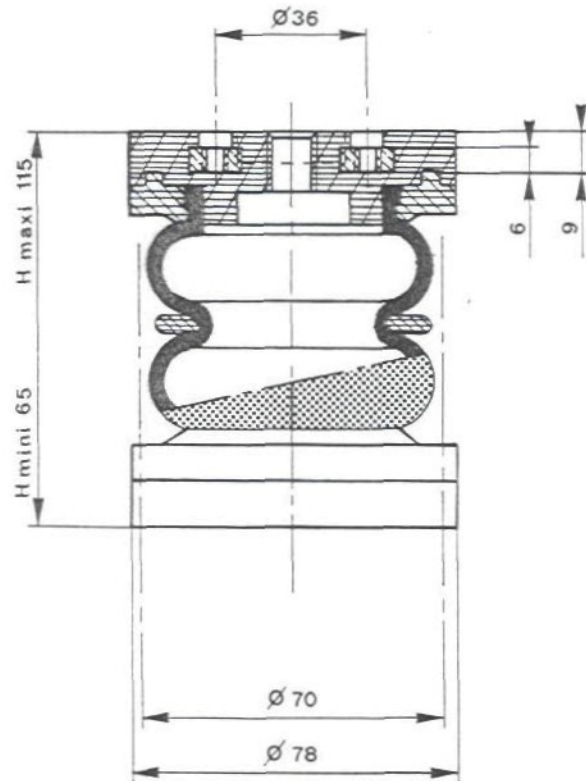
Na sanitním lehátku je převážen člověk raněný, s různými vnějšími či vnitřními poraněními. Tato poranění jsou vnímána subjektivně. Z pohledu ošetřujícího lékaře je nutné, aby systém byl prostorově úsporný, neboť místem v sanitním voze je třeba šetřit ve prospěch lékařských přístrojů a přídavných zařízení. Při využití modelu pružně uloženého sanitního lehátka navíc předpokládáme existenci zdroje tlakového vzduchu, který rovněž ubírá volné místo v sanitním voze. Systém musí rovněž umožňovat snadné naložení vlastního lehátka a ošetření pacienta ihned po naložení do sanitky. Proto je důležité minimalizovat výšku systému v aretované poloze. Nedokonalou vibroizolaci při expozici lidského těla silnými vibracemi vnímá zraněné resp. nemocné lidské tělo obzvlášť výrazně.

Z tohoto zadání vychází předkládaná disertační práce. Práce je členěna do několika základních kapitol. Pro hotový návrh uložení sanitního lehátka bylo nutné určit důležité prvky systému. První a důležitou částí je experimentální vyhodnocení navržených vibroizolačních prvků – pružin a tlumičů. Další důležitou kapitolou je sestavení matematického modelu a určení vlastních frekvencí systému po jeho linearizaci. Třetí stěžejní kapitola se zabývá vyhodnocením prvních experimentů s pružně uloženým sanitním lehátkem.

2. Návrh pružin a studium jejich vlastností

V souvislosti s výzkumem pružně uloženého sanitního lehátka vyvstala nutnost návrhu pneumatických pružin, vhodných k přenesení silových a momentových účinků, přenášených vlivem buzení podlahy automobilu na sanitní lehátko.

Pro konstrukční řešení byla zvolena dvouvlnovcová pneumatická pružina $2^{3/4}'' \times 2$ z výrobního programu firmy Dunlop (*Obr. 1*).

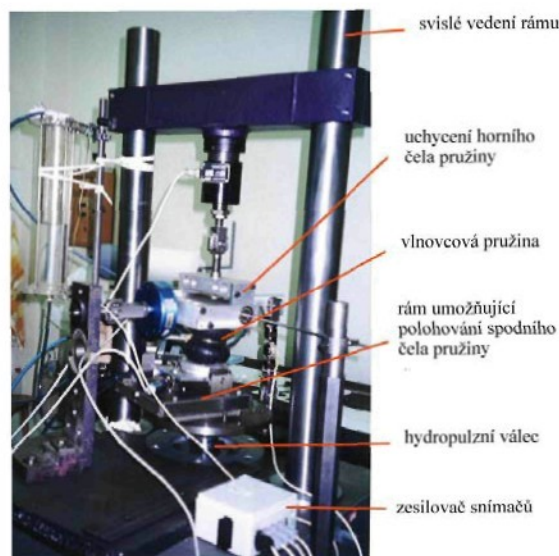


Obr. 1: Schematický obrázek z katalogu

Vibroizolační účinky pružiny závisí na její tuhosti, která je funkcí vnitřního přetlaku a zatěžující osově síly. Pružina je kromě osových sil schopna přenášet i boční silové účinky.

2.1. Experiment

Základem měřícího zařízení (*Obr.2*) je robustní rám se svislým vedením. Ve spodní části rámu je uložen hydropulzní válec, který umožňuje přenos budicího signálu na spodní čelo pružiny.

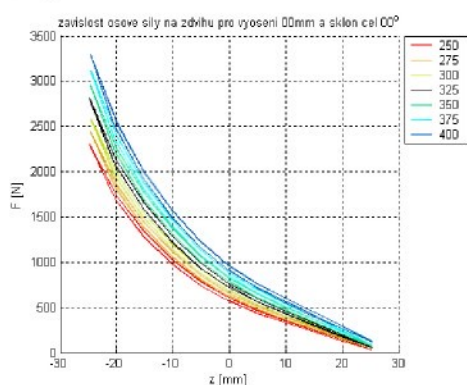


Obr. 2: Základní části měřícího zařízení

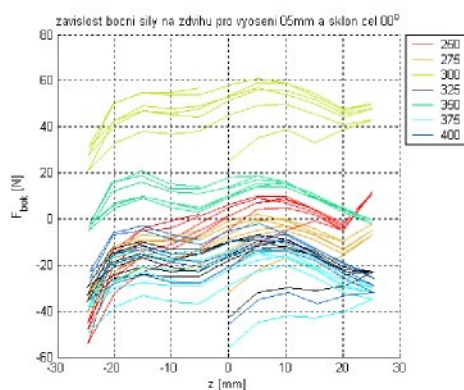
Na horním konci pístnice hydropulzního válce je pevně na kruhové desce uchycen obdélníkový rám pro polohování spodního čela pružiny. Konstrukce tohoto pomocného rámu umožňuje nastavit vzájemná vyosení čel pružiny a také různá vzájemná natočení čel pružiny. Na tomto rámu je pevně uchyceno spodní čelo vlnovcové pružiny.

Při pokusech byly měřeny následující veličiny: svislá zatěžující síla, boční síla a svislá síla měřená na vodorovném rameni na horním pomocném rámu pomocí siloměrných členů, převedená na moment $M = F_{Mh} \cdot r$

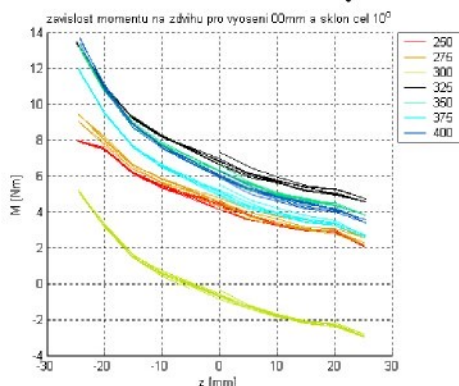
Všechny závislé veličiny byly měřeny v závislosti na zvolených vstupních parametrech. Tyto parametry byly: zdvih z , tlak p a vzájemný sklon čel pružiny γ . Všechny měřené závislé veličiny vykazují jednoznačnou závislost na zdvihu a tlaku v pružině.



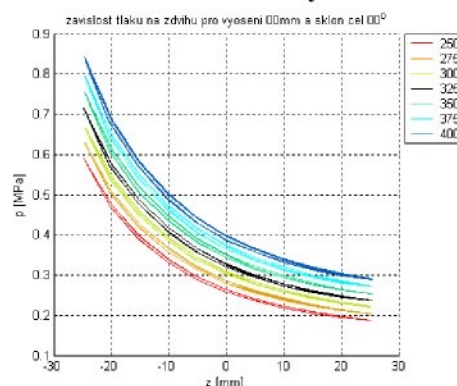
Obr. 3: Závislost osově síly na zdvihu



Obr. 4: Závislost boční síly na zdvihu



Obr. 5: Závislost momentu na zdvihu



Obr. 6: Závislost tlaku na zdvihu

2.2. Vyhodnocení závislosti efektivní plochy

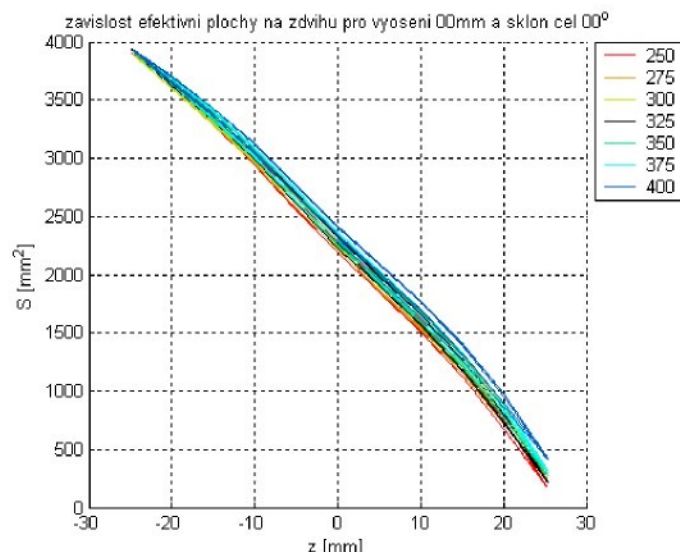
Jedním z kvalitativně-quantitativních ukazatelů pneumatické pružiny je efektivní plocha. Pneumatická pružina obsahuje objem V stlačeného vzduchu s přetlakem p_g . Na pružinu působí ve směru zdvihu buď přímo, nebo prostřednictvím převodového mechanismu zatěžovací síla. Efektivní plocha pružiny je definována jako poměr zatěžující síly a přetlaku v pružině.

$$S = \frac{F}{p_g} \quad (2.1)$$

Pro postihu charakteru závislosti efektivní plochy se ukazuje dostačující polynom pátého stupně (viz [9]). Efektivní plochu získanou jako podíl síly a tlaku lze aproximovat metodou nejmenších čtverců polynomu

$$S_{ef} = a_1 + a_2 \cdot z + a_3 \cdot z^2 + a_4 \cdot z^3 + a_5 \cdot z^5 \quad (2.2)$$

kde z je zdvih pružiny.



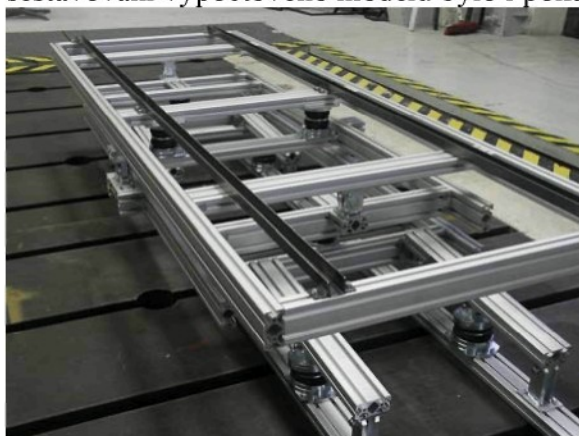
Obr. 7: Graf experimentálních hodnot efektivní plochy v závislosti na zdvihu

V oblasti malých zdvihů (odchylek od rovnovážné polohy) by bylo možné zanedbat členy řádu vyššího než druhého a uvažovat efektivní plochu pouze jako lineární funkci zdvihu. Ukazuje se, že efektivní plocha je nezávislá na tlaku a je pouze funkcí zdvihu. Poznamenejme, že zejména při analytickém vyšetřování funkce pneumatické pružiny ve vibroizolačním systému (viz např. [6]) je tato vlastnost velice příznivá pro analýzu – znamená separaci obou proměnných – zdvihu i tlaku ve vyjádření závislosti síly pneumatické pružiny na těchto proměnných.

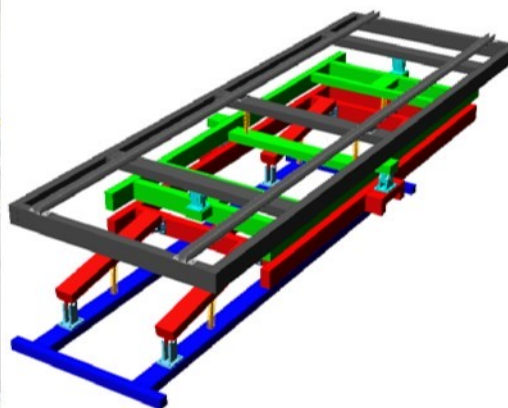
3. Model pro počítačové simulace

Model pružně uloženého sanitního lehátka, jehož fotografie je na Obr.8, vychází z prostorového modelu, vytvořeného v prostředí ADAMS (Obr.9). Skutečné profily, výrobky ITEM, byly nahrazeny kvádry, kterým byly přisouzeny charakteristiky skutečných profilů.

Model byl sestaven ze všech částí podle výkresové dokumentace. Zjednodušeny byly klouby, kdy je pro potřeby simulace nutné dodržet polohu a směr osy rotace. Snahou při sestavování výpočtového modelu bylo i pokud možno přesné dodržení hmotností.



Obr. 8: Fotografie pružně uloženého lehátka



Obr. 9: Model systému v prostředí ADAMS

V programovém prostředí ADAMS byly všechny části převedeny do formátu iges, který lze do software PAM-Crash 2G načíst. Rovněž byly z ADAMSu získány hmotové charakteristiky jednotlivých částí.

Bylo rozhodnuto modelovat systém pomocí jednoduchých 1D elementů, kterým lze přiřadit charakteristiky použitých částí.

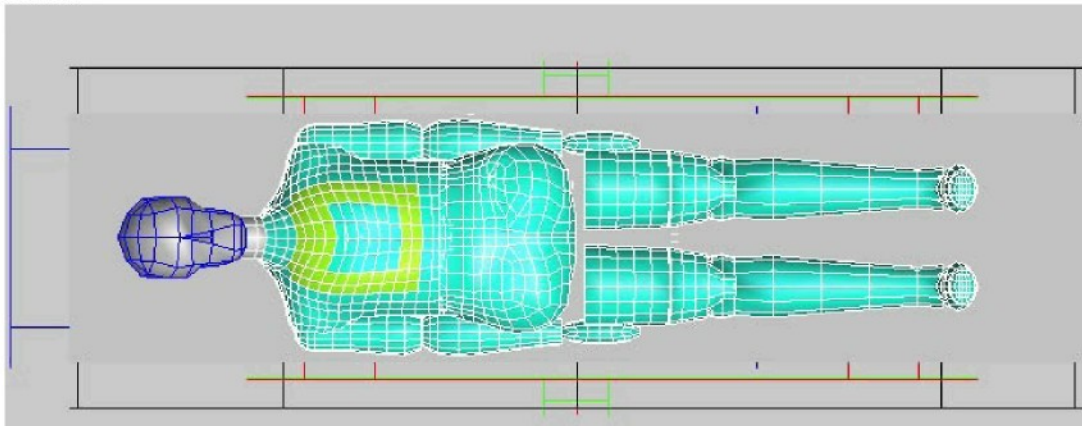
Model byl sestaven pomocí střednic použitých profilů jednotlivých částí. K těmto střednicím byly navázány nody (body), které určují polohu os rotací, nebo polohu úchyťů pružin.

Jednotlivé střednice byly rozděleny na kratší úsečky tak, aby bylo možné snadno nadefinovat body vazeb mezi jednotlivými tělesy.

Střednice byly síťovány jako typ prvku BEAM a horní deska, ložná plocha pro pacienta, byla vytvořena z prvků typu SHELL.

3.1. Model figuriny pro test

Byl zapůjčen model s názvem Human hybrid body model III, jehož konstrukční detaily zůstávají utajeny. Jednalo se o sedící figurinu muže, která parametry odpovídá 50% mužské populace, tj. model muže o hmotnosti 74,9 kg a výšce 170 cm. Modelu byly narovnané nohy do polohy ležícího člověka. Model figuriny umožňuje při vnějším zatížení výpočet sil a momentů v jednotlivých kloubech. Průběhy těchto veličin je následně možné hodnotit.



Obr. 10: Human hybrid body model III – úprava do ležící polohy

Po počátečních pokusech s takto sestaveným modelem vibroizolačního systému bylo využito teoretického odvození, uváděného v jedné z následujících kapitol. S využitím rovnic rovnováhy a znalostí vztahů mezi efektivní plochou, tlakem a osovou silou v pružině, byly určeny konkrétní tlaky pro rovnovážný stav systému. Z nich byly potom spočteny body pro popis závislosti osově síly na zdvihu konkrétní pružiny.

3.2. Vlastnosti MKP modelu

Výpočet vlastností profilu vychází ze zadaných charakteristik, které byly převzaty z katalogu ITEM pro použité profily 60x30 (Obr. 11) a 30x30 (Obr. 12)



Obr. 11: Profil ITEM 60x30 mm



Obr. 12: Profil ITEM 30x30 mm

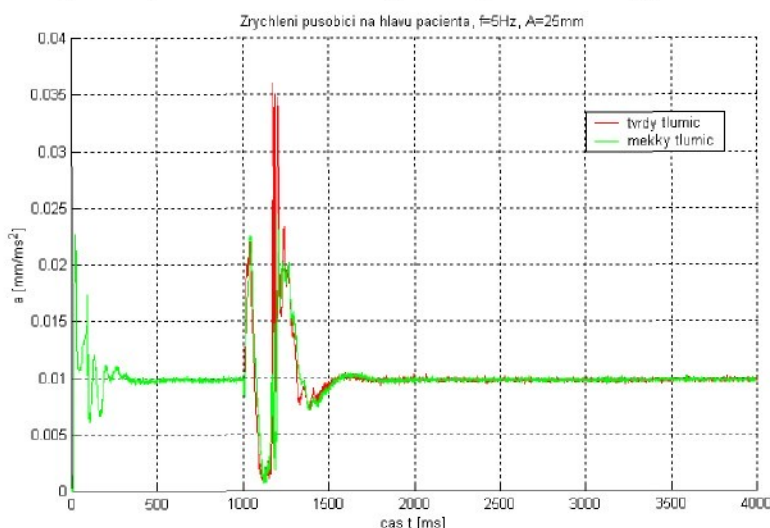
Na figurinu i sanitní lehátko působí tíhová síla. Sanitní lehátko je namodelováno v poloze, která odpovídá výkresové dokumentaci.

Figurina není vázána k lehátku pevnou vazbou, ale je nadefinován kontakt mezi ní a lehátkem. Může se tedy během simulace vlivem pohybu měnit i kontaktní síla mezi tělem figuriny a ložnou plochou lehátka.

Velikost časového kroku výpočtu byla určena pomocí nejmenšího elementu, který je v tomto případě v oblasti měkkých tkání v dutině břišní.

Buzení systému bylo kinematické, umístěné do těžiště kotevního rámu, který se mohl pohybovat pouze ve svislém směru, zatímco ostatním tělesům byl umožněn pohyb, omezený vzájemnými vazbami.

Při kinematickém buzení je pacientu, převáženému na lehátko uděleno zrychlení, které může nepříjemně ovlivňovat jeho stav. Toto zrychlení bude také jedním z vyhodnocovaných údajů, vypovídajících o komfortu převozu (viz. normy ČSN ISO 2631). Pro buzení jednou periodou funkce sinus ($y = A \cdot \sin(2\pi ft)$) pro $f = 5 \text{ Hz}$ a $A = 25 \text{ mm}$ je toto zrychlení, působící na hlavu pacienta, znázorněno v grafu (Obr. 13). Hodnota odpovídající rovnovážnému stavu odpovídá působící gravitaci. Špičky na počátku jsou způsobeny volným pádem těla a následnou interakcí s lehátkem. V čase 1 s pak začíná kinematické buzení, které pro měkký tlumič způsobí přetížení $\pm 1g$.



Obr. 13: Zrychlení, působící na hlavu pacienta

4. Experiment s lehátkem

Souběžně s teoretickým výzkumem pružně uloženého sanitního lehátka byla zahájena příprava a realizace prvních experimentů s pasivním systémem.

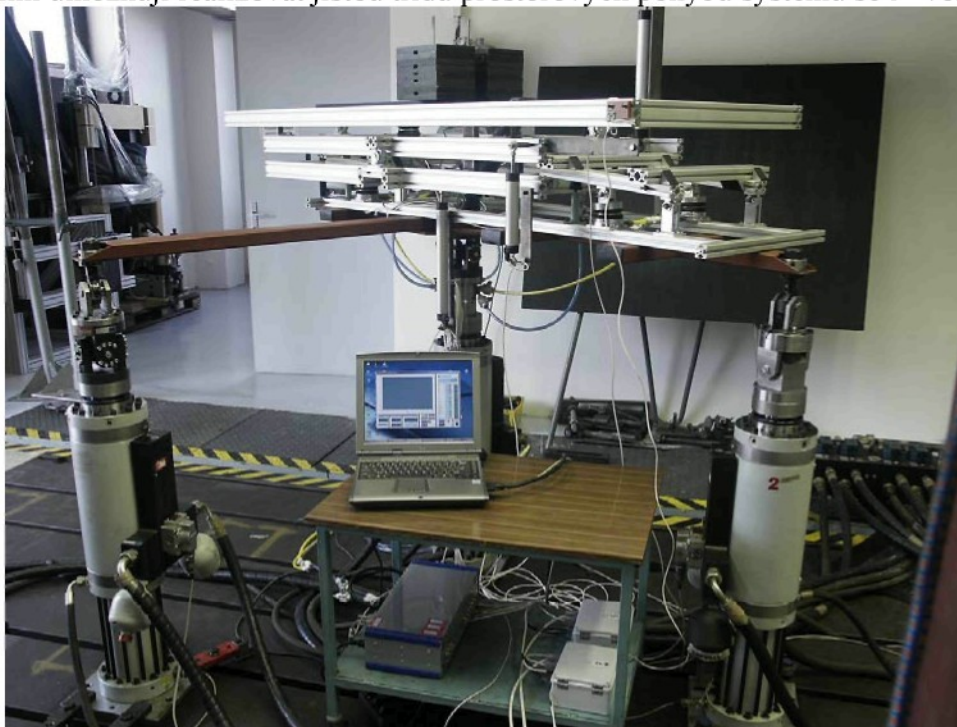
Pro potřeby experimentu bylo nutné vybrat tlumič, který by odpovídal rozsahem zdvihu i přenášenými silami.

Bylo navrženo použít jeden tlumič zabudovaný v systému tak, aby tlumil pohyb paralelogramu. Na základě konstrukčního řešení a údajů, částečně získaných z předběžných počítačových simulací, byl vybrán tlumič T.T.40 provedení P40x175 firmy ATESO.

Dále byly vybrány snímače zrychlení a úhlové rychlosti, výrobky firmy Analog Devices (gyroskop ADXRS401EB a akcelerometr ADXL320EB).

Po přípravě měřicího software, snímačů a uchycení tlumiče jsme přistoupili k realizaci experimentu. Uspořádání je patrné z Obr. 14. Vibroizolační systém je uchycen pomocí

ocelového rámu na tři pulsátory, které kinematicky budí celý systém a s některými omezeními umožňují realizovat jistou třídu prostorových pohybů systému se 3^0 volnosti.

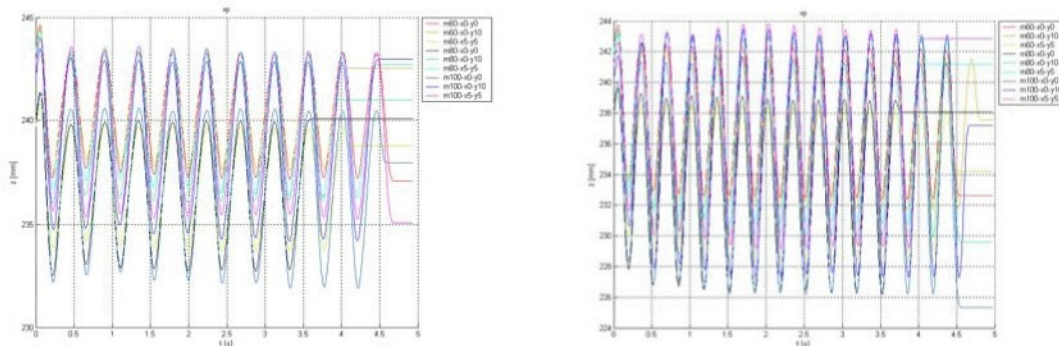


Obr. 14: Fotografie uspořádání experimentu

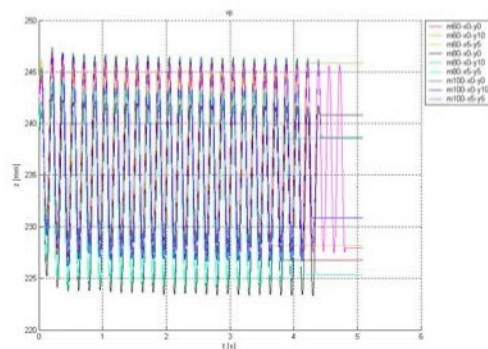
4.1. Některé experimentální výsledky kinematicky buzeného systému

Pro přesnou identifikaci systému bylo nutno použít kinematické buzení ve tvaru harmonických funkcí. Experimentálně získaná data byla převedena pomocí kalibračních vztahů z voltů na příslušné veličiny. Následně byla data filtrována v prostředí MATLAB. K filtraci bylo užito vestavěné funkce „filtfilt“.

Na následujících stranách jsou znázorněny některé časové průběhy tří druhů buzení. Všechny tři signály byly typu $y = A \sin(2\pi ft)$, s amplitudou 10 mm a frekvence 2,25 Hz, 3 Hz a 6 Hz. Grafy jsou vykresleny pro tři různé hmotnosti použité zátěže: 60 kg, 80 kg, 100 kg a různé polohy těžiště závaží – v těžišti horního rámu ($x=0$, $y=0$), závaží posunuté o 100 mm dopředu v uvažovaném směru jízdy ($x=0$, $y=10$) a závaží posunuté vpřed o 50 mm a do boku rovněž o 50 mm ($x=5$, $y=5$). Pro vykreslení grafů byla vybrána konfigurace se zablokovaným pohybem středního rámu vůči hornímu.



Obr. 15: Časový průběh vertikální výchylky paralelogramu při buzení $f=2,25$ Hz, $A=10$ mm a $f=3$ Hz, $A=10$ mm



Obr. 16: Časový průběh vertikální výchylky paralelogramu při buzení $f=6$ Hz, $A=10$ mm

Při harmonickém buzení, užitém pro přesnější identifikaci jednotlivých částí systému, byly užity tři druhy závaží, umístěné ve třech polohách vůči těžišti druhého (horního) kardanova rámu. Průběh tlaků v pružinách je při harmonickém buzení funkcí periodickou. Použitá vlnovcová pneumatická pružina může pracovat v rozmezí tlaků 0,2 MPa – 0,7 MPa, využívali jsme tedy spíše dolní část pracovní oblasti.

Průběhy křivek pro jednotlivé polohy a hmotnosti závaží jsou tvarově stejné, nebyla zpozorována žádná anomálie.

4.2. Porovnání experimentálních výsledků s výsledky simulací pomocí ADAMS

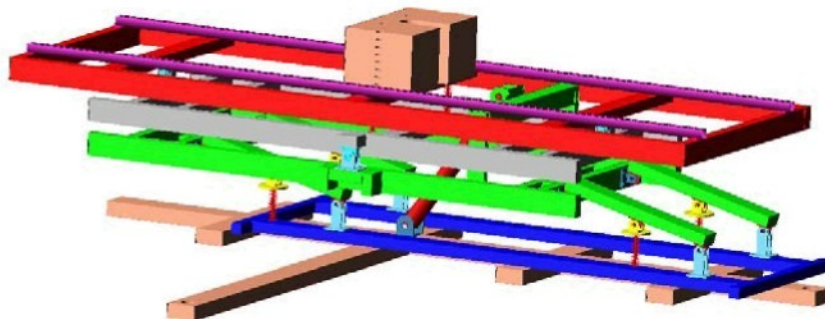
Při vyhodnocování experimentálně získaných výsledků bylo použito programového prostředí MATLAB. Data byla zpracována po částech do matic, obsahujících vždy všechny výsledky pro daný typ buzení.

Každá vícerozměrná matice obsahuje v jedné dvojdimenzionální části výstupy všech měřených kanálů. Tyto matice jsou pak řazeny podle použité hmotnosti závaží (60 kg, 80 kg, 100 kg), podle typu – posunutí těžiště závaží od těžiště horního rámu (vnějšího kardanova rámu) a konfigurace experimentu.

Konfigurací rozumíme možné pohyby systému. První experimenty byly provedeny s uvolněnou horní základnou paralelogramu, ale střední a horní rám (oba kardanovy rámy) byly vůči horní základně paralelogramu nepohyblivé.

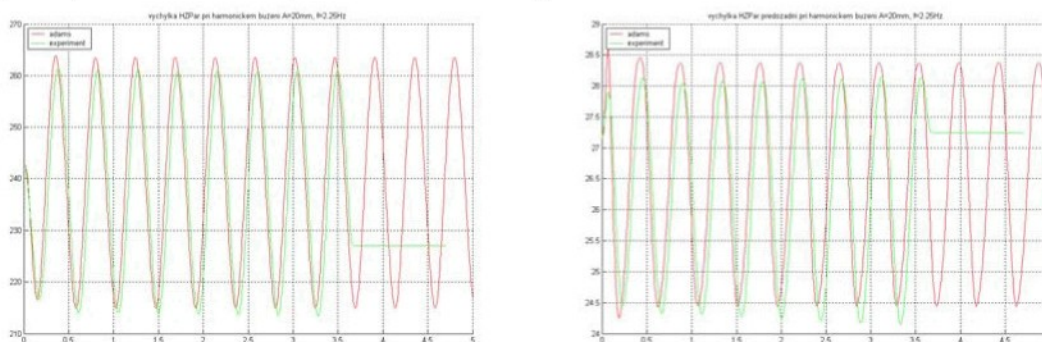
Další experimenty byly pro uvolněnou horní základnu paralelogramu a střední (první kardanův) rám, horní (druhý kardanův) rám byl pevně spojen se středním rámem. Poslední třídou pokusů byly experimenty s oběma uvolněnými rámy.

Po sestavení simulačního modelu v prostředí ADAMS lze experimentálně získané výsledky porovnat se simulačními. Simulační model odpovídal reálné situaci při experimentech. Obrázek simulačního modelu je uveden.

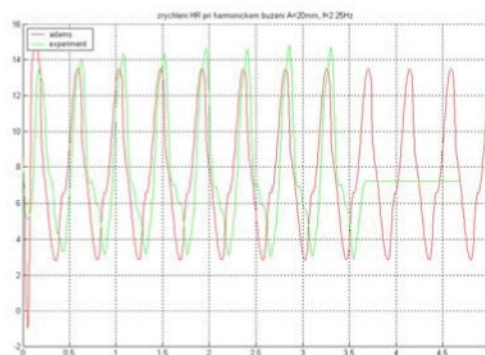


Obr. 17: Simulační model v prostředí ADAMS

V grafech na Obr.18-20 jsou znázorněna porovnání výsledků pro buzení harmonickou funkcí $y = 20 \sin(4.5\pi t)$ [mm]. Pro tento typ buzení bylo dosaženo celkem dobré shody experimentálních a simulačních výsledků jak pro výchylky horní základny paralelogramu, tak pro zrychlení horního (druhého kardanova) rámu.



Obr. 18, 19: Výchylka horní základny paralelogramu ve svislém, vodorovném směru



Obr. 20: Zrychlení rohu horního rámu ve svislém směru

Nepravidelnosti v grafu průběhu experimentálně získaného zrychlení jsou pravděpodobně způsobeny vzájemným ovlivněním kmitů obou kardanových rámu neřízeného systému. Dále potom pružností zejména dlouhých částí rámu, které nejsou dokonale tuhé.

5. Teoretický model sanitního lehátka

Zvolená koncepce závěsu sanitního lehátka se třemi stupni volnosti odpovídá určitému zjednodušujícímu předpokladu o kinematickém buzení podvozku sanitního vozu: omezujeme se na vertikální translaci a kývání kolem podélné a příčné osy vozidla. Vodicí mechanismus je tvořen paralelogramem s osami rovnoběžnými s příčnou osou vozidla a dvojitým kardanovým závěsem, umístěným na horní základně paralelogramu. Vodicí mechanismus je opatřen vibroizolačními členy (pneumatickými pružinami a hydraulickými tlumiči).

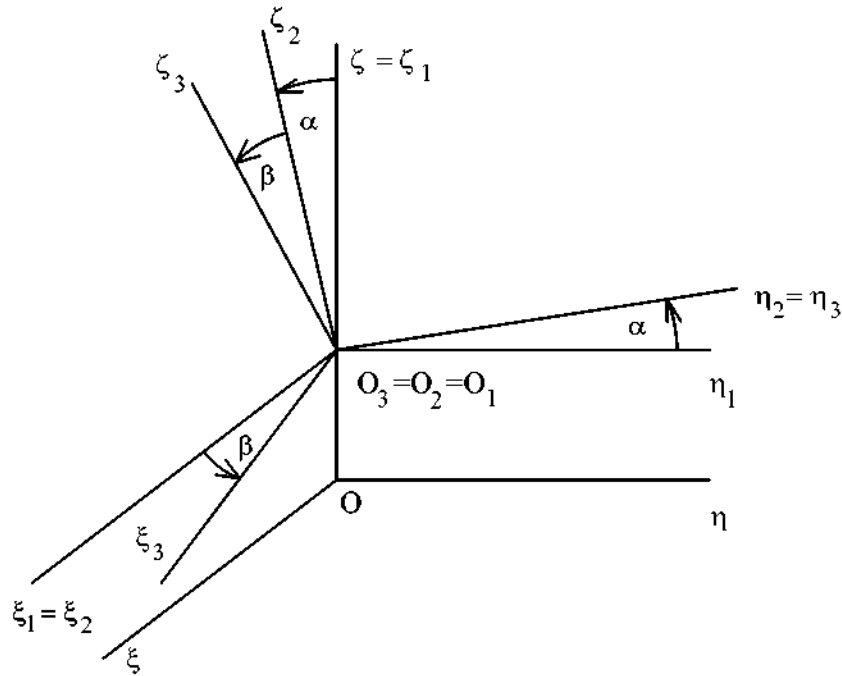
Odvození příslušného dynamického systému a jeho analýza má umožnit výběr vibroizolačních členů a návrh jejich umístění ve vodicím mechanismu tak, aby vibroizolace při zvoleném kinematickém buzení a libovolném umístění zátěže byla optimální.

5.1. Přípravné kinematické úvahy

Pro popis obecné polohy lehátka a lidského těla na něm vycházíme ze souřadné soustavy $O_{\xi_0\eta_0\zeta_0}$ pevně spojené se zemí (poledník, rovnoběžka, vertikála), vůči níž je náš základní systém $O_{\xi\eta\zeta}$ otočen o konstantní úhel kurzu χ kolem osy $\zeta \equiv \zeta_0$.

Dle předpokladu, vysloveného v úvodu, dospíváme k obecné poloze ložné plochy automobilu nejprve vertikálním posunutím $\vec{r}_{\zeta}^T = [0, 0, \zeta(t)]$ (systém $O_{\xi_1\eta_1\zeta_1}$ - viz. Obr. 21), pak dvěma pootočeními $\alpha(t), \beta(t)$. Systém $O_{\xi_2\eta_2\zeta_2}$ je otočen o $\alpha(t)$ vůči $O_{\xi_1\eta_1\zeta_1}$ kolem osy $\zeta \equiv \zeta_1$ a systém $O_{\xi_3\eta_3\zeta_3}$ o $\beta(t)$ vůči $O_{\xi_2\eta_2\zeta_2}$ kolem osy $\eta_2 \equiv \eta_3$. Těmto otočením přísluší transformační matice a úhlové rychlosti

$$\mathbf{M}_{\alpha} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & \sin \alpha \\ 0 & -\sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}, \vec{\Omega}_{\alpha} = \begin{bmatrix} \dot{\alpha} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{M}_{\beta} = \begin{bmatrix} \cos \beta & 0 & -\sin \beta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \beta & 0 & \cos \beta \end{bmatrix}, \vec{\Omega}_{\beta} = \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\beta} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5.1)$$



Obr. 21: Souřadné systémy, spojené s ložnou plochou automobilu

Souřadný systém $O_{\xi_3\eta_3\zeta_3}$ je pevně spojen s podvozkem, tedy s ložnou plochou sanitního vozu a tím i spodní základnou paralelogramu. Vektor vertikálního posuvu v tomto systému bude $\vec{r}_{\zeta_3}$; translaci, realizovanou otočením ramen paralelogramu o úhel $(\vartheta + \vartheta_0)$ vyjádříme vektorem $\vec{R}_{TR}^T$. Platí

$$\vec{r}_{\zeta_3} = \mathbf{M}_{\beta} \cdot \mathbf{M}_{\alpha} \vec{r}_{\zeta}, \vec{R}_{TR}^T (R \cos(\vartheta + \vartheta_0), 0, R \sin(\vartheta + \vartheta_0)) \quad (5.2)$$

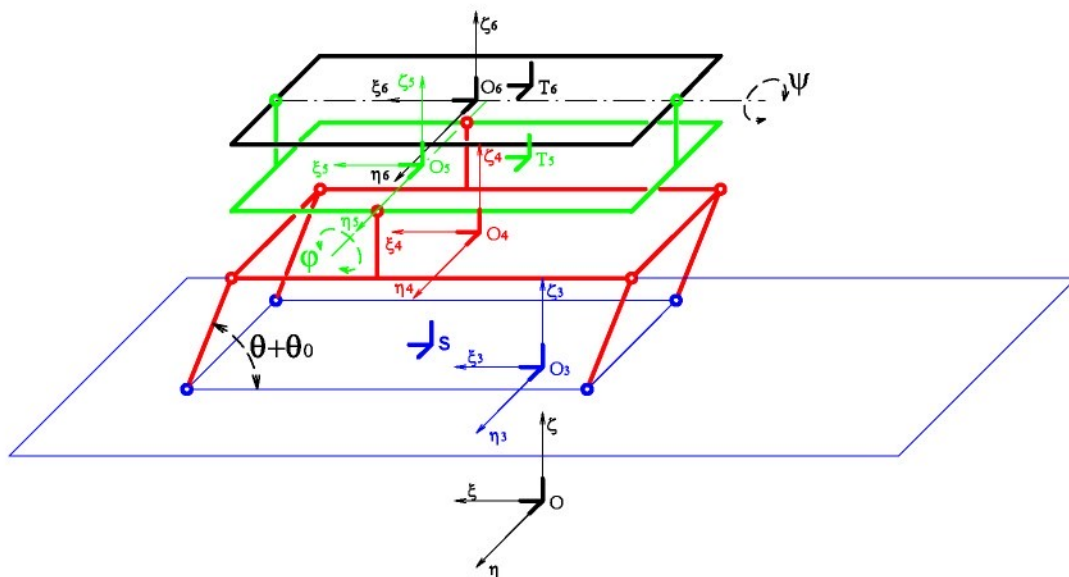
Při maticových operacích pracujeme se sloupcovými vektory; transpozice užíváme jen pro zkrácení zápisu.

Souřadný systém $O_{\xi_3\eta_3\zeta_3}$ bude pro nás výchozím systémem, ve kterém budeme sledovat pohyb lehátka. Do jistého bodu S (s polohovým vektorem $\vec{r}_{S3}(x_{S3}, y_{S3}, z_{S3})$) umístíme střed otáčení těžiště horní základny paralelogramu O_4 s polohovým vektorem $\vec{r}_{\alpha 4}$.

Souřadný systém $O_{\xi_4\eta_4\zeta_4}$ je spojen s horní základnou paralelogramu. Za předpokladu, že těžiště ramen leží v polovině jejich délky platí, označíme-li $\vec{r}_{Ci}$ ($i=1\dots 4$) polohové vektory dolních čepů a pro polohové vektory těžišť

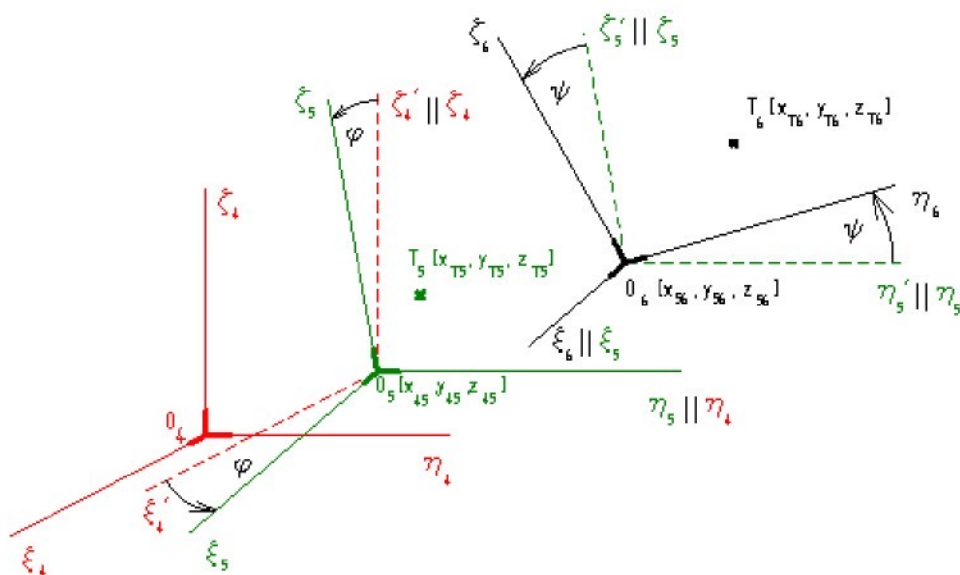
$$\vec{r}_{O4} = \vec{r}_{S3} + \vec{R}_{TR} \quad , \quad \vec{r}_{3Ti} = \vec{r}_{3Ci} + \frac{1}{2}\vec{R}_{TR} \quad (5.3)$$

Respektujeme dále možnost, že dvojitý kardanův závěs je patrový s mimoběžnými osami (viz Obr.22).



Obr. 22: Důležité souřadné systémy

K systému $O_{\xi_5\eta_5\zeta_5}$, pevně spojenému s prvním (vnějším) kardanovým rámem, dospíváme nejprve posunutím o polohový vektor $\vec{r}_{45}^T(x_{45}, 0, z_{45})$ a posléze otočením kolem osy η_5 o úhel φ - tomu přísluší transformační matice $\mathbf{M}_\varphi$ a úhlová rychlost $\vec{\Omega}_\varphi$. V tomto systému je radius vektor těžiště prvního kardanova rámu $\vec{r}_{T5}(x_{T5}, y_{T5}, z_{T5})$.



Obr. 23: Vzájemné polohy souřadných os

K systému $O_{\xi_6\eta_6\zeta_6}$ pevně spojenému s druhým – vnitřním rámem dospíváme analogicky předchozímu – nejprve posunutím o vektor $\vec{r}_{56}^T(x_{56}, 0, z_{56})$ a pootočením o úhel ψ kolem osy η_6 , jemuž přísluší matice přechodu $\mathbf{M}_\psi$ a úhlová rychlost $\vec{\Omega}_\psi$. Platí:

$$\mathbf{M}_\varphi = \begin{bmatrix} \cos \varphi & 0 & -\sin \varphi \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \varphi & 0 & \cos \varphi \end{bmatrix}, \vec{\Omega}_\varphi = \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\varphi} \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{M}_\psi = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \psi & \sin \psi \\ 0 & -\sin \psi & \cos \psi \end{bmatrix}, \vec{\Omega}_\psi = \begin{bmatrix} \dot{\psi} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5.4)$$

Pro polohový vektor bodů O_5 a O_6 platí

$$\vec{r}_{O5} = \vec{r}_{O4} + \vec{r}_{45}, \quad \vec{r}_{O6} = \vec{r}_{O5} + \mathbf{M}_\varphi^{-1} \vec{r}_{56} \quad (5.5)$$

Konečně označme polohový vektor těžiště prvního rámu $\vec{r}_{T5}(x_{T5}, y_{T5}, z_{T5})$ v soustavě $O_{\xi_5\eta_5\zeta_5}$ a $\vec{r}_{T6}$ v soustavě $O_{\xi_6\eta_6\zeta_6}$ polohový vektor výsledného těžiště (lehátka a pacienta) $\vec{r}_{T6}^T(x_{T6}, y_{T6}, z_{T6})$. Pro polohový vektor výsledného těžiště v soustavě $O_{\xi_4\eta_4\zeta_4}$ platí

$$\vec{r}_{T54} = \vec{r}_{O5} + \mathbf{M}_\varphi^{-1} \vec{r}_{T5}, \quad \vec{r}_{T64} = \vec{r}_{O6} + \mathbf{M}_\varphi^{-1} \cdot \mathbf{M}_\psi^{-1} \vec{r}_{T6} \quad (5.6)$$

Můžeme definovat rychlost ve vertikálním směru

$$\vec{v}_\zeta = \frac{d}{dt} \vec{u}_\zeta = \frac{d}{dt} (\mathbf{M}_\beta \cdot \mathbf{M}_\alpha \cdot \vec{r}_\zeta) \quad (5.7)$$

a posuvnou rychlost paralelogramu

$$\dot{\vec{r}}_{TR}^T = [-R\dot{\vartheta} \sin(\vartheta + \vartheta_0), 0, R\dot{\vartheta} \cos(\vartheta + \vartheta_0)]. \quad (5.8)$$

Výsledné úhlové rychlosti jednotlivých členů soustavy jsou dány vztahy:

Pro horní základnu paralelogramu, první a druhý kardanův rám

$$\vec{\Omega}_3 = \mathbf{M}_\beta \cdot \vec{\Omega}_\alpha + \vec{\Omega}_\beta, \quad \vec{\Omega}_3 = \vec{\Omega}_4, \quad \vec{\Omega}_5 = \mathbf{M}_\varphi \cdot \vec{\Omega}_4 + \vec{\Omega}_\varphi, \quad \vec{\Omega}_6 = \mathbf{M}_\psi \cdot \vec{\Omega}_5 + \vec{\Omega}_\psi \quad (5.9)$$

a pro ramena paralelogramu

$$\vec{\Omega}_R = \vec{\Omega}_3 + \vec{\Omega}_\vartheta, \quad \vec{\Omega}_\vartheta^T = [0, \dot{\vartheta}, 0] \quad (5.10)$$

Rozepíšeme-li jednotlivé vztahy, obdržíme:

$$\vec{\Omega}_4^T = [\dot{\alpha} \cos \beta, \dot{\beta}, \dot{\alpha} \sin \beta], \quad \vec{\Omega}_5^T = [\dot{\alpha} \cos(\beta + \varphi), \dot{\beta} + \dot{\varphi}, \dot{\alpha} \sin(\beta + \varphi)] \quad (5.11)$$

$$\vec{\Omega}_6 = \begin{bmatrix} \dot{\psi} + \dot{\alpha} \cos(\beta + \varphi) \\ (\dot{\beta} + \dot{\varphi}) \cos \psi + \dot{\alpha} \sin \psi \sin(\beta + \varphi) \\ -\sin \psi (\dot{\beta} + \dot{\varphi}) + \dot{\alpha} \cos \psi \sin(\beta + \varphi) \end{bmatrix}$$

Označme dále $\vec{u}_3$ unášivou rychlost středu S_3 a středů čepů C_{3k} v soustavě $O_{\xi_3\eta_3\zeta_3}$. Platí

$$\vec{u}_3 = \vec{v}_\zeta + (\vec{\Omega}_3 \times \vec{r}_{S3}) \quad (5.12)$$

$$\vec{u}_{3Ck} = \vec{v}_\zeta + (\vec{\Omega}_3 \times \vec{r}_{3Ck}) \quad (5.13)$$

(Druhý člen v rovnicích je vektorový součin sloupcových vektorů.)

Pro složky rychlosti obdržíme:

$$\begin{bmatrix} u_{3x} \\ u_{3y} \\ u_{3z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\dot{\zeta} \sin \beta \cos \alpha + \dot{\beta}(z_s - \zeta \cos \beta \cos \alpha) + \dot{\alpha}(-y_s \sin \beta + \zeta \sin \beta \sin \alpha) \\ \dot{\zeta} \sin \alpha + x_s \dot{\alpha} \sin \beta - z_s \dot{\alpha} \cos \beta + \zeta \dot{\alpha} \cos \alpha \\ \dot{\zeta} \cos \beta \cos \alpha + \dot{\beta}(-x_s - \zeta \sin \beta \cos \alpha) + \dot{\alpha}(y_s \cos \beta - \zeta \cos \beta \sin \alpha) \end{bmatrix} \quad (5.14)$$

Výsledná rychlost středu rotace horní základny O_4 je

$$\vec{u}_{O4} = \vec{u}_3 + (\vec{\Omega}_3 \times \vec{R}_{TR}) + \dot{\vec{R}}_{TR} = \vec{v}_\zeta + \vec{\Omega}_3 \times (\vec{r}_{S3} + \vec{R}_{TR}) + \dot{\vec{R}}_{TR} \quad (5.15)$$

Výsledná rychlost středu rotace prvního rámu (je spojen s horní základnou paralelogramu) je

$$\begin{aligned}\bar{u}_{05} &= \bar{u}_{04} + \bar{\Omega}_4 \times \bar{r}_{45} = \bar{u}_3 + (\bar{\Omega}_3 + \bar{R}_{TR}) + \dot{\bar{R}}_{TR} + (\bar{\Omega}_3 \times \bar{r}_{45}) \\ \bar{u}_{05} &= \bar{v}_\zeta + \bar{\Omega}_3 \times (\bar{r}_{S3} + \bar{R}_{TR} + \bar{r}_{45}) + \dot{\bar{R}}_{TR}\end{aligned}\quad (5.16)$$

Výsledná rychlost středu rotace druhého rámu (je spojen s prvním rámem) je vyjádřena

$$\begin{aligned}\bar{u}_{06} &= \bar{u}_{05} + (\bar{\Omega}_5 \times \mathbf{M}_\varphi^{-1} \bar{r}_{56}) = \bar{u}_{05} + (\bar{\Omega}_3 + \bar{\Omega}_\varphi) \times \mathbf{M}_\varphi^{-1} \bar{r}_{56} = \\ &= \bar{v}_\zeta + [\bar{\Omega}_3 \times (\bar{r}_{S3} + \bar{R}_{TR} + \bar{r}_{45})] + \dot{\bar{R}}_{TR} + (\bar{\Omega}_3 + \bar{\Omega}_\varphi) \times \mathbf{M}_\varphi^{-1} \bar{r}_{56} = \\ &= \bar{v}_\zeta + [\bar{\Omega}_3 \times (\bar{r}_{S3} + \bar{R}_{TR} + \bar{r}_{45} + \mathbf{M}_\varphi^{-1} \bar{r}_{56})] + (\bar{\Omega}_\varphi \times \mathbf{M}_\varphi^{-1} \bar{r}_{56}) + \dot{\bar{R}}_{TR} \\ \bar{u}_{06} &= \bar{u}_{05} + (\bar{\Omega}_3 + \bar{\Omega}_\varphi) \times \mathbf{M}_\varphi^{-1} \bar{r}_{56}\end{aligned}\quad (5.17)$$

Platí:

$$\begin{aligned}\bar{u}_{05} &= \bar{u}_{04} + (\bar{\Omega}_3 \times \bar{r}_{45}) \\ \bar{u}_{06} &= \bar{u}_{04} + \bar{\Omega}_3 \times (\bar{r}_{45} + \mathbf{M}_\varphi^{-1} \bar{r}_{56}) + (\bar{\Omega}_\varphi \times \mathbf{M}_\varphi^{-1} \bar{r}_{56})\end{aligned}\quad (5.18)$$

Pro relativní rychlost těžiště T_5 prvního rámu (s ohledem na O_5) platí

$$\bar{v}_{TS5} = \bar{\Omega}_5 \times \bar{r}_{T5} \quad (5.19)$$

a pro relativní rychlost těžiště T_6 druhého rámu (s ohledem na O_6)

$$\bar{v}_{TS6} = \bar{\Omega}_6 \times \bar{r}_{T6} \quad (5.20)$$

V rovnicích separujeme členy nezávislé na obecných souřadnicích $\mathcal{G}, \varphi, \psi$. Dostáváme:

$$\begin{aligned}\bar{v}_{04} &= \bar{v}_\zeta + \bar{\Omega}_3 \times \bar{r}_{S3} \\ \bar{v}_{05} &= \bar{v}_\zeta + \bar{\Omega}_3 \times (\bar{r}_{S3} + \bar{r}_{45})\end{aligned}\quad (5.21)$$

a následně

$$\begin{aligned}\bar{u}_{04} &= \bar{v}_{04} + (\bar{\Omega}_3 \times \bar{R}_{TR}) + \dot{\bar{R}}_{TR} \\ \bar{u}_{05} &= \bar{v}_{05} + (\bar{\Omega}_3 \times \bar{R}_{TR}) + \dot{\bar{R}}_{TR} \\ \bar{u}_{06} &= \bar{v}_{05} + (\bar{\Omega}_3 \times \bar{R}_{TR}) + \dot{\bar{R}}_{TR} + (\bar{\Omega}_3 + \bar{\Omega}_\varphi) \times \mathbf{M}_\varphi^{-1} \bar{r}_{56}\end{aligned}\quad (5.22)$$

5.2. Kinetická a potenciální energie systému

Při výpočtu kinetické energie využíváme Königovy věty

$$T_i = T_{i1} + T_{i2} + T_{i3}, \quad (5.23)$$

kde index nabývá následujících hodnot: $i = 1$ horní základna, $i = 2$ první rám, $i = 3$ druhý rám, $i = 4$ ramena paralelogramu. Přičemž je: T_{i1} je kinetická energie bodu, ve kterém provádíme základní rozklad, T_{i2} je skalární součin rychlosti bodu rozkladu a relativní rychlosti těžiště vůči němu, násobený hmotností členu (splývá-li těžiště s bodem rozkladu, je $T_{i2} = 0$). Oba členy skalárního součinu musí být vyjádřeny v témže souřadném systému $O_{3\xi_3\eta_3\zeta_3}$. T_{i3} je kinetická energie rotace tělesa kolem tohoto bodu.

Kinetická energie horní základny

Rozklad je proveden v těžišti horní základny, proto podle Königovy věty platí (za předpokladu, že osy ξ_4, η_4, ζ_4 jsou hlavními osami setrvačnosti)

$$T_{11} = \frac{1}{2} m_4 \bar{u}_{04}^2 \quad (5.24)$$

$$T_{12} = 0 \quad (5.25)$$

$$T_{13} = \frac{1}{2} (J_{4x} \Omega_{3x}^2 + J_{4y} \Omega_{3y}^2 + J_{4z} \Omega_{3z}^2) \quad (5.26)$$

Kinetická energie prvního (vnějšího) kardanova rámu

$$T_{21} = \frac{1}{2} m_5 \bar{u}_{05}^2 \quad (5.27)$$

$$T_{22} = m_5 \bar{\mathbf{v}}_{O5} \cdot \bar{\mathbf{v}}_{TS5} \quad (5.28)$$

$$\begin{aligned} T_{23} &= \frac{1}{2} (J_{5x} \Omega_{3x}^2 + J_{5y} (\Omega_{3y}^2 + \dot{\phi})^2 + J_{5z} \Omega_{3z}^2) = \\ &= \frac{1}{2} J_{5y} \dot{\phi}^2 + 2J_{5y} \Omega_{3y} \dot{\phi} + \frac{1}{2} (J_{5x} \Omega_{3x}^2 + J_{5y} \Omega_{3y}^2 + J_{5z} \Omega_{3z}^2) \end{aligned} \quad (5.29)$$

Kinetická energie vnitřního kardanova rámu (lehátka)

$$T_{31} = \frac{1}{2} m_6 \bar{u}_{06}^2 \quad (5.30)$$

$$T_{32} = m_6 \bar{\mathbf{v}}_{O6} \cdot \bar{\mathbf{v}}_{TS6} \quad (5.31)$$

Při určení T_{33} vycházíme z obecné polohy těla na lehátku, takže souřadný systém $O_{\xi_6 \eta_6 \zeta_6}$ nemusí splývat s hlavními osami setrvačnosti.

$$\begin{aligned} T_{33} &= \frac{1}{2} (J_{6x} \Omega_{6x}^2 + J_{6y} \Omega_{6y}^2 + J_{6z} \Omega_{6z}^2 - 2D_{6xy} \Omega_{6x} \Omega_{6y} - 2D_{6xz} \Omega_{6x} \Omega_{6z} - 2D_{6yz} \Omega_{6y} \Omega_{6z}) = \\ &= \frac{1}{2} \{ J_{6x} [\dot{\psi} + \dot{\alpha} \cos(\beta + \phi)]^2 + J_{6y} [(\dot{\beta} + \dot{\phi}) \cos \psi + \dot{\alpha} \sin \psi \sin(\beta + \phi)]^2 + \\ &+ J_{6z} [-\sin \psi (\dot{\beta} + \dot{\phi}) + \dot{\alpha} \cos \psi \sin(\beta + \phi)]^2 - \\ &- 2D_{6xy} [\dot{\psi} + \dot{\alpha} \cos(\beta + \phi)] [(\dot{\beta} + \dot{\phi}) \cos \psi + \dot{\alpha} \sin \psi \sin(\beta + \phi)] - \\ &- 2D_{6xz} [\dot{\psi} + \dot{\alpha} \cos(\beta + \phi)] [-\sin \psi (\dot{\beta} + \dot{\phi}) + \dot{\alpha} \cos \psi \sin(\beta + \phi)] - \\ &- 2D_{6yz} [(\dot{\beta} + \dot{\phi}) \cos \psi + \dot{\alpha} \sin \psi \sin(\beta + \phi)] [-\sin \psi (\dot{\beta} + \dot{\phi}) + \dot{\alpha} \cos \psi \sin(\beta + \phi)] \} \end{aligned} \quad (5.32)$$

Kinetická energie ramen

Celková kinetická energie ramen je určena jako $T_4 = 4(T_{41} + T_{42} + T_{43})$

$$T_{41} = \frac{1}{2} m_R \sum_{k=1}^4 \left(\bar{u}_{3Tk} + \frac{1}{2} \dot{\bar{R}}_{TR} \right) = \quad (5.33)$$

$$= \frac{1}{2} m_R \sum_{k=1}^4 \left[\frac{R^2}{4} \dot{\vartheta}^2 + R \dot{\vartheta} (-u_{3Txk} \sin(\vartheta + \vartheta_0) + u_{3Tzk} \cos(\vartheta + \vartheta_0)) + u_{3Txk}^2 + u_{3Tyk}^2 + u_{3Tzk}^2 \right]$$

$$T_{42} = 0 \quad (5.34)$$

$$T_{43} = \frac{1}{2} [J_{Rx} \Omega_{3x}^2 + J_{Ry} (\Omega_{3y}^2 + \dot{\vartheta})^2 + J_{Rz} \Omega_{3z}^2] \quad (5.35)$$

Potenciální energie tíhových sil

Poznamenejme, že z-ové souřadnice těžišť stanovujeme v základní, „absolutní“ soustavě $O_{\xi \eta \zeta}$. V naší výchozí soustavě $O_{\xi_3 \eta_3 \zeta_3}$ jsou složky příslušných hmotných středů vyjádřeny vztahy (5.3) a (5.5). Pro transformaci do základní soustavy $O_{\xi \eta \zeta}$ platí:

$$\vec{r}_{T4O} = \vec{r}_\zeta + \mathbf{M}_\alpha^{-1} \mathbf{M}_\beta^{-1} \vec{r}_{O4} \quad (5.36)$$

$$\vec{r}_{T5O} = \vec{r}_\zeta + \mathbf{M}_\alpha^{-1} \mathbf{M}_\beta^{-1} \vec{r}_{T5} \quad (5.37)$$

$$\vec{r}_{T6O} = \vec{r}_\zeta + \mathbf{M}_\alpha^{-1} \mathbf{M}_\beta^{-1} \vec{r}_{T6} \quad (5.38)$$

Pak máme postupně pro horní základnu paralelogramu:

$$U_4 = m_4 \cdot g \cdot z_{T4O} = m_4 g [- (x_{S3} + R \cos(\vartheta + \vartheta_0)) \cos \alpha \sin \beta + y_{S3} \sin \alpha + (z_{S3} + R \sin(\vartheta + \vartheta_0)) \cos \alpha \cos \beta + \zeta] \quad (5.39)$$

pro první rám:

$$U_5 = m_5 \cdot g \cdot z_{O5O} = m_5 g [- (x_{S3} + R \cos(\vartheta + \vartheta_0) + x_{45}) \cos \alpha \sin \beta + y_{S3} \sin \alpha + (z_{S3} + R \sin(\vartheta + \vartheta_0)) \cos \alpha \cos \beta + \zeta - x_{T5} \cos \alpha \sin(\beta + \varphi) + y_{T5} \sin \alpha + z_{T5} \cos \alpha \cos(\beta + \varphi)] \quad (5.40)$$

a pro druhý rám (vztah (5.41)):

$$U_6 = m_6 \cdot g \cdot z_{O6O} = m_6 \cdot g \cdot \{ - \cos \alpha \sin \beta [x_{S3} + R \cos(\vartheta + \vartheta_0) + z_{56} \sin \varphi + x_{T6} \cos \varphi + y_{T6} \sin \varphi \sin \psi + z_{T6} \sin \varphi \cos \psi + x_{45} + x_{56} \cos \varphi] + \sin \alpha [y_{S3} + y_{T6} \cos \psi - z_{T6} \sin \psi] + \cos \alpha \cos \beta [z_{S3} + R \sin(\vartheta + \vartheta_0) + z_{45} + z_{56} \cos \varphi - x_{T6} \sin \varphi + y_{T6} \cos \varphi \sin \psi + z_{T6} \cos \varphi \cos \psi - x_{56} \sin \varphi] + \zeta \}$$

Analogicky obdržíme pro potenciální energie ramen

$$U_{4R} = \sum_{k=1}^4 m_R g z_{TRk} = m_R g \left\{ \sum_{k=1}^4 (-x_{3TRk} \cos \alpha \sin \beta + y_{3TRk} \sin \alpha) + 4z_{3TR} \cos \alpha \cos \beta + 4\zeta + 2[-R \cos(\vartheta + \vartheta_0) \cos \alpha \sin \beta + R \sin(\vartheta + \vartheta_0) \cos \alpha \cos \beta] \right\} \quad (5.42)$$

5.3. Momenty konzervativních sil

Momenty konzervativních sil byly stanoveny jako derivace potenciální energie podle příslušné úhlové souřadnice.

$$\frac{\partial U}{\partial \vartheta} = (m_4 + m_5 + m_6 + 2m_R) g [R \cos \alpha \cos(\vartheta + \vartheta_0 - \beta)] \quad (5.43)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial U}{\partial \varphi} = & m_5 g \cos \alpha [-x_{T5} \cos(\beta + \varphi) - z_{T5} \sin(\beta + \varphi)] + \\ & + m_6 g \cos \alpha [\cos(\beta + \varphi) (-x_{56} - x_{T6}) - z_{56} \sin(\beta + \varphi) + \\ & + \cos \beta \sin \varphi (y_{T6} \sin \psi + z_{T6} \cos \psi)] \end{aligned} \quad (5.44)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial U}{\partial \psi} = & m_6 g [y_{T6} (\cos \alpha \cos \beta \cos \varphi \cos \psi - \sin \alpha \sin \psi) - \\ & - z_{T6} (\cos \alpha \cos \beta \cos \varphi \sin \psi - \sin \alpha \cos \psi)] \end{aligned} \quad (5.45)$$

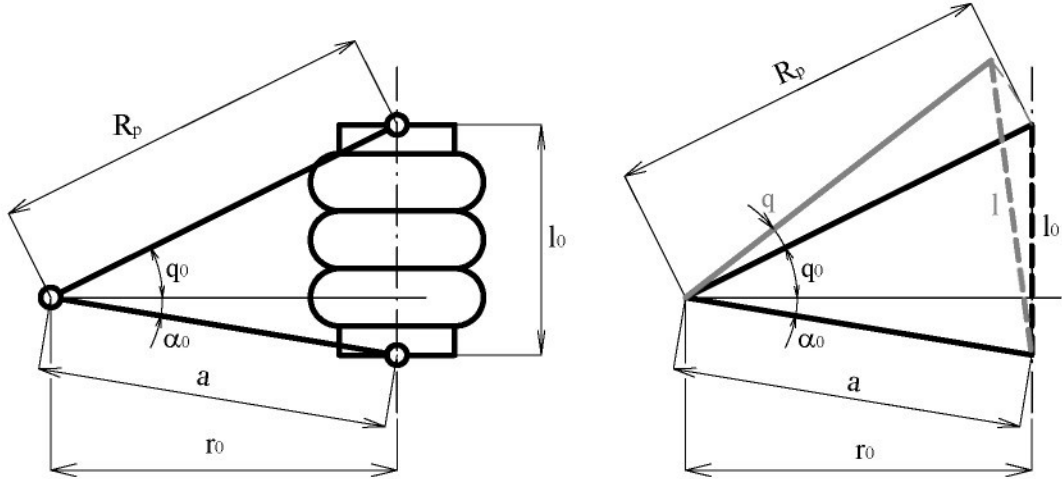
5.4. Momenty nekonzervativních sil

Momenty pneumatických pružin

Především uveďme, že pneumatické pružiny aplikované v analyzovaném vibroizolačním systému jsou obecně mimoosově zatěžovány. Pro virtuální práce mimoosově zatížené pružiny platí:

$$\delta W = \vec{F}_n \cdot \delta \vec{S}_n + \vec{F}_t \cdot \delta \vec{S}_t + \vec{M}_O \cdot \delta \vec{\gamma} \quad (5.46)$$

kde $\vec{F}_n$, resp. $\vec{F}_t$ jsou složky výsledné síly do normály resp. roviny horního čela, $\delta\vec{S}_n$ jsou virtuální posuvy v těchto směrech, $\vec{M}_o$ je ohybový moment a $\vec{r}$ úhel čel, (viz [9], [11]), kde jsou popsány experimenty, které vedou k identifikaci těchto veličin. Ukazuje se, že při malých sklonech čel a malém vyosení hraje první člen ve vztahu (5.46) dominantní roli. Zkušenosti dále ukazují, že efektivní plocha vlnovcové pružiny je funkcí její délky; rozvineme-li tuto závislost do Taylorova rozvoje v bodě l_0 (délka v rovnovážné poloze), obdržíme vyjádření (podle Obr. 24), kde q je obecná souřadnice



Obr. 24: Schéma pneumatické pružiny v obecné poloze

$$\begin{aligned} l_0^2 &= R_p^2 + a^2 - 2R_p a \cos(\alpha_0 + q_0) \\ l^2 &= R_p^2 + a^2 - 2R_p a \cos(\alpha_0 + q_0 + q) \\ l &= \sqrt{R_p^2 + a^2 - 2R_p a \cos(\alpha_0 + q_0 + q)} \end{aligned} \quad (5.47)$$

Určíme změnu délky l pro $q = 0$

$$\delta l = \frac{1}{l} [R_p a \sin(\alpha_0 + q_0 + q)] \delta q = \frac{R_p a \cos(\alpha_0 + q_0)}{l_0} \delta q$$

$$r_0 = R_p \cos(q_0) \quad a = \frac{r_0}{\cos(\alpha_0)} \quad l_0 = r_0 (\tan(q_0) + \tan(\alpha_0))$$

Pro sílu F_p , virtuální posunutí δl a rameno r_p platí:

$$F_p = p \cdot S_{ef} = p \sum_{j=0}^n S_j (l - l_0)^j \quad (5.48)$$

$$r_p = \frac{R_p \sin(\alpha_0 + q_0)}{\cos(\alpha_0) (\tan(q_0) + \tan(\alpha_0))}, \quad \delta l = r_p \cdot \delta q \quad (5.49)$$

a pro virtuální práci:

$$\delta W = F_p \cdot \delta l = p \sum_{j=0}^n S_j r_p^{j+1} q^j \delta q = M_{pq} \delta q \quad (5.50)$$

Zanedbáme-li členy vyšších řádů, je

$$M_{pq} = p S_0 r_p + p S_1 r_p^2 q \quad (5.51)$$

Pro jednotlivé pružné závěsy platí:

a) Pružiny, podpírající paralelogram

Označíme-li ϑ odchylku ramene od rovnovážné polohy ϑ_0 , p_{4i} tlak v i -té pružině ($i=1..4$), můžeme psát pro výsledný moment za předpokladu, že všechny tlaky jsou stejné

$$M_{p\vartheta} = \sum_{i=1}^4 M_{pi}(p_{4i}, \vartheta) = 4 \cdot [p_4 S_{04} r_{p\vartheta} + p_4 S_{14} r_{p\vartheta}^2 \vartheta] \quad (5.52)$$

b) Pružiny podírající první rám

Označíme p_{5j} ($j=1,2$) tlaky v j -té pružině a φ úhel sklonu prvního rámu vůči základně, platí analogicky

$$M_{p\varphi} = M_{p\varphi}(p_{51}, p_{52}, \varphi) = \sum_{j=1}^2 [p_{5j} S_{05} r_{p\varphi} + p_{5j} S_{15} r_{p\varphi}^2 \varphi] \quad (5.53)$$

c) Pružiny, podírající druhý rám

Označíme p_{6j} ($j=1,2$) tlaky v j -té pružině a ψ úhel sklonu druhého rámu vůči základně, platí

$$M_{p\psi} = M_{p\psi}(p_{61}, p_{62}, \psi) = \sum_{j=1}^2 [p_{6j} S_{06} r_{p\psi} + p_{6j} S_{16} r_{p\psi}^2 \psi] \quad (5.54)$$

Výsledný moment sil tlumičů pro paralelogram

Síla, vyvozovaná tlumičem je funkcí jeho pístové rychlosti $\dot{l}_{Tj}(q, \dot{q})$. Rozvineme-li tuto závislost v Mc Laurinovu řadu, je:

$$\bar{F}_T = \sum_{j=1}^m b_j \dot{l}_T^j = \sum_{j=1}^m b_j r_T^j \dot{q}^j \quad (5.55)$$

Přičemž je $l_T = r_T \sin(q + q_0)$.

Pro virtuální práci těchto sil je

$$\delta W = \bar{F}_T \cdot \delta l = \sum_{j=1}^m b_j r_T^{j+1} \dot{q}^j \delta q = M_{iT}(q, \dot{q}) \delta q \quad (5.56)$$

kde $M_{iT}(q, \dot{q})$ označuje výsledný moment tlumičů. Pro tlumiče u jednotlivých členů mechanismu je pak

a) Tlumiče horní základny paralelogramu

$$M_{T\vartheta} = \sum_{i=1}^4 b_{1i} r_{T\vartheta}^2 \dot{\vartheta} + \dots \quad (5.57)$$

b) Tlumiče prvního rámu

$$M_{T\varphi} = \sum_{j=1}^2 b_{1j} r_{T\varphi}^2 \dot{\varphi} + \dots \quad (5.58)$$

c) Tlumiče druhého rámu

$$M_{T\psi} = \sum_{j=1}^2 b_{1j} r_{T\psi}^2 \dot{\psi} + \dots \quad (5.59)$$

5.5. Lagrangeovy rovnice

Pro výslednou kinetickou energii bude zřejmě platit:

$$T = \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^3 T_{ij}$$

a Lagrangeovy rovnice druhého druhu užijeme ve tvaru:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{\vartheta}} - \frac{\partial T}{\partial \vartheta} + \frac{\partial U}{\partial \vartheta} = M_{p\vartheta} + M_{T\vartheta} \quad (5.60)$$

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{\psi}} - \frac{\partial T}{\partial \psi} + \frac{\partial U}{\partial \psi} = M_{p\psi} + M_{T\psi} \quad (5.61)$$

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{\phi}} - \frac{\partial T}{\partial \phi} + \frac{\partial U}{\partial \phi} = M_{p\phi} + M_{T\phi} \quad (5.62)$$

kde $M_{p\psi}, M_{p\phi}, M_{T\psi}, M_{T\phi}$ jsou obecné momenty k příslušným osám.

Vztahy pro popis systému doplníme diferenciálními rovnicemi, popisujícími chování pneumatických pružin:

$$\begin{aligned} \frac{dp_4}{dt} V_4 + p_4 \frac{dV_4}{dt} &= 0 \\ V_5 \frac{dp_{51}}{dt} + p_{51} S_{r_{51p}} \frac{d\phi}{dt} &= 0 \\ V_5 \frac{dp_{52}}{dt} + p_{52} S_{r_{52p}} \frac{d\phi}{dt} &= 0 \\ V_6 \frac{dp_{61}}{dt} + p_{61} S_{r_6} \frac{d\psi}{dt} &= 0 \\ V_6 \frac{dp_{62}}{dt} + p_{62} S_{r_6} \frac{d\psi}{dt} &= 0 \end{aligned} \quad (5.63)$$

5.6. Linearizovaný systém

Po dvou krocích linearizace:

- 1) uvažujeme malé úhlové výchylky,
 - 2) zanedbáme členy řádů vyšších než prvního,
- získáme linearizovaný systém, vyjádřený maticovou formou:

$$\mathbf{A}\ddot{\vec{q}} + (\mathbf{B}_0 + \mathbf{B}_1(t))\dot{\vec{q}} + (\mathbf{C}_0 + \mathbf{C}_1(t))\vec{q} = \vec{E}_0 + \vec{E}_1(t) \quad (5.64)$$

Označme

$\mathbf{A}$ matice hmotnosti

$\mathbf{B}_0$ matice tlumení

$\mathbf{B}_1(t)$... matice parametrického buzení

$\mathbf{C}_0$ matice tuhosti

$\mathbf{C}_1(t)$... matice parametrického buzení

$\vec{E}_0$ vektor gravitačních sil a momentů od pneumatických pružin

$\vec{E}_1(t)$... vektor vnějšího kinematického buzení

Členy matice tuhosti jsou tvořeny momenty gravitačních sil i momenty sil pneumatických pružin.

Matice hmotnosti linearizovaného systému je symetrická a pro její členy platí:

$$\begin{aligned} A_{11} &= (m_R + m_4 + m_5 + m_6)R^2 + 4J_{Ry} \\ A_{22} &= J_{5y} + J_{6y} + m_6(x_{56}^2 + z_{56}^2 + 2x_{56}x_{T6} + 2z_{56}z_{T6}) \\ A_{33} &= J_{6x} \end{aligned} \quad (5.65)$$

$$A_{12} = R[m_5(-x_{T5} \cos \vartheta_0 - z_{T5} \sin \vartheta_0) + m_6((-x_{T6} - x_{56}) \cos \vartheta_0 + (-z_{T6} - z_{56}) \sin \vartheta_0)]$$

$$A_{13} = m_6 R \cos \vartheta_0 y_{T6}$$

$$A_{23} = -D_{6xy} - m_6 x_{56} y_{T6}$$

Matice tlumení a tuhosti jsou diagonální:

$$B_{011} = 4b_{1l}r_{T\vartheta}^2 \cos^2 \vartheta_0$$

$$B_{022} = \sum_{j=1}^2 b_{1j}r_{T\vartheta}^2$$

$$B_{033} = \sum_{j=1}^2 b_{1j}r_{T\vartheta}^2$$
(5.66)

$$C_{011} = -(2m_R + m_4 + m_5 + m_6)gR \sin \vartheta_0 - 4r_{p\vartheta}^2 \left(\frac{n(p_a + p_4)S_{04}^2}{V_4} + p_4 S_{14} \right) +$$

$$+ 4p_4 S_{04} r_{p\vartheta} \sin \vartheta_0$$

$$C_{022} = -(m_5 z_{T5} + m_6 z_{56} + m_6 z_{T6})g - r_{p\varphi 1}^2 \left(\frac{n(p_a + p_{51})S_{05}^2}{V_5} + p_{51} S_{15} \right) -$$

$$- r_{p\varphi 2}^2 \left(\frac{n(p_a + p_{52})S_{05}^2}{V_5} + p_{52} S_{15} \right)$$

$$C_{033} = -m_6 g z_{T6} - r_{p\psi 1}^2 \left(\frac{n(p_a + p_{61})S_{06}^2}{V_6} + p_{61} S_{16} \right) - r_{p\psi 2}^2 \left(\frac{n(p_a + p_{62})S_{06}^2}{V_6} + p_{62} S_{16} \right)$$
(5.67)

a pro komponenty vektoru $\vec{E}_0$:

$$E_{01} = (m_4 + m_5 + m_6 + 2m_R)gR \cos \vartheta_0 - 4p_4 S_{04} R \cos \vartheta_0$$

$$E_{02} = -(m_5 x_{T5} + m_6 (x_{T6} + x_{56}))g - S_{05} (p_{51} r_{p\varphi 1} - p_{52} r_{p\varphi 2})$$

$$E_{03} = m_6 y_{T6} g - S_{06} (p_{61} r_{p\psi 1} - p_{62} r_{p\psi 2})$$
(5.68)

Zavedeme:

$$x_{CS} = \frac{1}{4} \sum_{i=1}^4 x_{Ci}, \quad y_{CS} = \frac{1}{4} \sum_{i=1}^4 y_{Ci}, \quad z_{CS} = \frac{1}{4} \sum_{i=1}^4 z_{Ci}$$

$$x_{T53} = x_{S3} + x_{45} + x_{T5}, \quad y_{T53} = y_{S3} + y_{T5}, \quad z_{T53} = z_{S3} + z_{45} + z_{T5}$$
(5.69)

$$x_{T63} = x_{S3} + x_{45} + x_{56} + x_{T6}, \quad y_{T63} = y_{S3} + y_{T6}, \quad z_{T63} = z_{S3} + z_{45} + z_{56} + z_{T6}$$

a po zjednodušení členů matice parametrického buzení

$$B_{111} = 0$$

$$B_{112} = [(m_5 x_{T5} + m_6 x_{T6} + m_6 x_{56}) \sin \vartheta_0 - (m_5 z_{T5} + m_6 z_{T6} + m_6 z_{56}) \cos \vartheta_0] R \cdot \dot{\beta}$$

$$B_{113} = -m_6 y_{T6} R \sin \vartheta_0 \cdot \dot{\beta} - m_6 z_{T6} R \sin \vartheta_0 \cdot \dot{\alpha}$$

$$B_{121} = -B_{112}$$

$$B_{122} = 0$$

$$B_{123} = (m_6 x_{56} z_{T6} + 2D_{6xz}) \dot{\alpha} + (m_6 z_{56} y_{T6} + 2D_{6yz}) \dot{\beta}$$

$$B_{131} = -B_{113}$$

$$B_{132} = -B_{123}$$

$$B_{133} = 0$$

$$C_{111} = -[2m_R y_{CS} + m_4 y_{S3} + m_5 y_{T53} + m_6 y_{T63}] R \sin \vartheta_0 \ddot{\alpha}(t) +$$

$$+ \{ [2m_R x_{CS} + m_4 x_{S3} + m_5 x_{T53} + m_6 x_{T63}] \sin \vartheta_0 -$$

$$- [2m_R z_{CS} + m_4 z_{S3} + m_5 z_{T53} + m_6 z_{T63}] \cos \vartheta_0 \} R \ddot{\beta}(t) -$$

$$- (2m_R + m_4 + m_5 + m_6) [R \ddot{\zeta}(t) \sin \vartheta_0 + Rg \cos \vartheta_0 \cdot \beta(t)]$$

$$C_{112} = [(m_5 x_{T5} + m_6 x_{T6}) \sin \vartheta_0 - (m_5 z_{T5} + m_6 z_{T6}) \cos \vartheta_0] R \ddot{\beta}(t)$$
(5.70)

$$\begin{aligned}
C_{113} &= -m_6 z_{T6} R \ddot{\alpha}(t) \cos \vartheta_0 - m_6 y_{T6} R \ddot{\beta}(t) \sin \vartheta_0 \\
C_{121} &= (-m_6 x_{56} \sin \vartheta_0 + m_6 z_{56} \cos \vartheta_0) R \ddot{\beta}(t) \\
C_{122} &= -(D_{5yz} + D_{6yz} + m_6 z_{56} y_{T6}) \ddot{\alpha}(t) + (m_5 x_{T5} + m_6 (x_{56} + x_{T6})) g \beta(t) \\
C_{123} &= (m_6 x_{56} z_{T6} + D_{6xz}) \ddot{\alpha}(t) + (m_6 z_{56} y_{T6} + 2D_{6yz}) \ddot{\beta}(t) - m_6 y_{T6} g \beta(t) \\
C_{131} &= 0 \\
C_{132} &= -m_6 y_{T6} g \beta(t) - D_{6xz} \ddot{\alpha}(t) \\
C_{133} &= -m_6 y_{T6} g \alpha(t) + D_{6xz} \ddot{\beta}(t)
\end{aligned} \tag{5.71}$$

a členy vektoru vnějšího kinematického buzení

$$\begin{aligned}
E_{11} &= [2m_R y_{CS} + m_4 y_{S3} + m_5 y_{T53} + m_6 y_{T63}] R \cos \vartheta_0 \ddot{\alpha}(t) - \\
&\quad - \{ [2m_R x_{CS} + m_4 x_{S3} + m_5 x_{T53} + m_6 x_{T63}] R \cos \vartheta_0 + \\
&\quad + \sum_{i=4}^6 m_i R^2 + [2m_R z_{CS} + m_4 z_{S3} + m_5 z_{T53} + m_6 z_{T63}] R \sin \vartheta_0 + \\
&\quad + 4J_{Rv} \} \ddot{\beta}(t) + (2m_R + m_4 + m_5 + m_6) [R \cos \vartheta_0 \ddot{\zeta}(t) + R g \sin \vartheta_0 \beta(t)] \\
E_{12} &= -[m_6 x_{56} y_{T63} + D_{5xy} + D_{6xy}] \ddot{\alpha}(t) - [m_5 z_{T5} + m_6 (z_{56} + z_{T6})] g \beta(t) + \\
&\quad + [m_6 (z_{56} \sin \vartheta_0 + x_{56} \cos \vartheta_0) R + m_6 (x_{56} x_{T63} + z_{56} z_{T63}) + J_{5y} + J_{6y}] \ddot{\beta}(t) \\
E_{13} &= -D_{6xy} \ddot{\beta}(t) + J_{6x} \ddot{\alpha}(t) - m_6 z_{T6} g \alpha(t)
\end{aligned} \tag{5.72}$$

5.7. Rovnovážná poloha systému

Rovnovážnou polohu nastavujeme při vodorovné poloze ložné plochy automobilu (tj. pro $\alpha = 0, \beta = 0, \zeta = 0$). Je definována tak, že statické složky tíhového momentu dané nultými členy v příslušném Taylorově rozvoji jsou vyrovnávány za pomoci polohových regulátorů nultými členy v mocninných rozvoích momentů pneumatických pružin. Tuto situaci vyjadřuje podmínka:

$$\vec{E}_0 = 0 \tag{5.73}$$

Momentové rovnice statické rovnováhy

$$(m_4 + m_5 + m_6 + 2m_r) g R \cos \vartheta_0 = 4 p_4 S_{04} (r_{p\vartheta} \cos \vartheta_0) \tag{5.74}$$

$$m_5 g x_{T5} + m_6 g (x_{56} + x_{T6}) = \sum_{j=1}^2 p_{5j} S_{05} r_{p\vartheta} \tag{5.75}$$

$$m_6 g y_{T6} = \sum_{j=1}^2 p_{6j} S_{06} r_{p\psi} \tag{5.76}$$

K těmto momentovým podmínkám připojíme ještě podmínky silové rovnováhy na obou rámech:

$$-(m_5 + m_6) g + p_{51} S_{05} + p_{52} S_{05} = 0 \tag{5.77}$$

$$-m_6 g + p_{61} S_{06} + p_{62} S_{06} = 0 \tag{5.78}$$

5.8. Vlastní frekvence systému

Na základě odvozených vztahů lze z maticového tvaru spočítat vlastní frekvence systému. Při výpočtu byly uvažovány hmotnosti a hodnoty momentů setrvačnosti závaží (převzaté z programu ADAMS), použitého při experimentech.

Experiment pro určení vlastních frekvencí plného systému se 3^o volnosti byl realizován po zabudování tlumiče do systému lehátka. Základní rám byl buzen skokovou funkcí s amplitudou 30 mm.

Porovnání výsledků, získaných výpočtem pro linearizovaný systém a výsledků experimentálních je shrnuto v *Tab. 1*.

	výpočet	experiment
	f [Hz]	f [Hz]
f1	1.78	1.75
f2	4.58	4.35
f3	3.82	3.2

Tab. 1: Přehled získaných vlastních frekvencí

6. Statistické zpracování experimentů

Teorii a značení statistických veličin uvažujeme ve tvaru, uvedeném v literatuře [2].

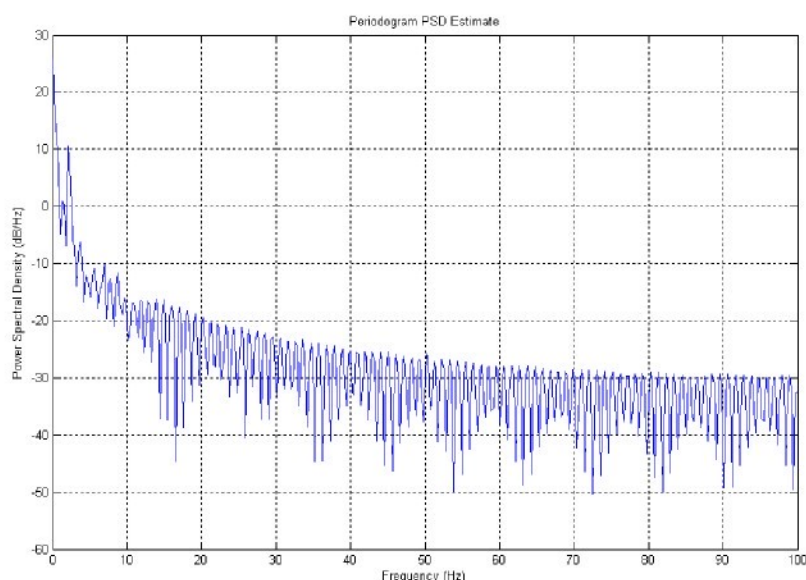
6.1. Základní statistické zpracování experimentů

V rámci zpracování experimentů s deterministickým buzením byly spočteny matice korelačních a kovariančních koeficientů. Matice korelačních a kovariančních koeficientů byly spočteny vůči konfiguraci porovnávané se simulačními výsledky, tj. těžiště závaží je umístěno svisle nad těžištěm horního rámu a systém je zcela uvolněn (horní i střední rám se mohou pohybovat vůči kinematicky buzenému paralelogramu).

Hodnoty koeficientů kovariančních matic jsou ve všech případech v absolutní hodnotě > 1 , nejedná se tedy o data nezávislá.

Nejmenší hodnoty dosažených korelačních koeficientů jsou shrnuty v *Tab. 2*, kde je zahrnut i údaj, ve které konfiguraci byl nejmenší koeficient dosažen.

Periodogram – odhad výkonové spektrální hustoty spočtený pomocí FFT pro experiment se závažím o hmotnosti 80 kg je vyneseno na *Obr. 25*. Jediný výrazný extrém v kladných hodnotách odpovídá frekvenci kinematického buzení.



Obr. 25: Výkonová spektrální hustota pro $m=80$ kg, buzení $f=2.25$ Hz, $A=10$ mm

	f=2.25 Hz, A=20 mm	f=3 Hz, A=20 mm	f=6 Hz, A=10 mm
svislá výchylka horní základny paralelogramu	0,9922 vysunutí x=0 mm, y=0 mm, uvolněn jen paralelogram	0,8726 vysunutí x=50 mm, y=50 mm, uvolněn paralelogram a střední rám	0,8522 vysunutí x=50 mm, y=50 mm, uvolněn jen paralelogram
vodorovná výchylka horní základny paralelogramu	0,9665 vysunutí x=0 mm, y=0 mm, uvolněn jen paralelogram	0,9027 vysunutí x=50 mm, y=50 mm, uvolněn paralelogram a střední rám	0,9878 vysunutí x=0 mm, y=100 mm, uvolněn paralelogram a střední rám
zrychlení těžiště horního rámu	0,9638 vysunutí x=0 mm, y=100 mm, uvolněn jen paralelogram	0,8091 vysunutí x=0 mm, y=0 mm, uvolněn jen paralelogram	0,8278 vysunutí x=50 mm, y=50 mm, uvolněn paralelogram a střední rám

Tab. 2: Nejnižší dosažené hodnoty korelačních koeficientů při vyhodnocení experimentů pro $m = 80$ kg
Na začátku jednotlivých experimentů vznikaly různé časové prodlevy mezi spuštěním záznamu měřících počítačů a začátkem kinematického buzení, ovládaného řídicím počítačem.

Při zpracování pomocí MATLABu jsme se museli vypořádat s nestejnou délkou záznamu dat. Aby nedošlo ke ztrátě užitečných informací, vzali jsme při zpracování za základ nejdelší časový záznam. V souborech, které obsahovaly menší množství dat, byly potom doplněny hodnoty, odpovídající poslednímu naměřenému údaji příslušné veličiny. To se ve vynesení grafů projevuje úsečkou, rovnoběžnou s časovou osou.

Při výpočtech korelačních koeficientů jsme brali v úvahu jen omezený počet vzorků tak, aby hodnoty korelačních koeficientů nebyly ovlivněny konci vynášených grafů.

7. Závěr

Byla provedena experimentální měření na vlnovcové pneumatické pružině. Na základě snímaných veličin byly vyhodnoceny a graficky znázorněny některé závislosti. Pružina by měla pracovat v konfiguraci, ve které nedochází k opakovanému kontaktu pláště pružiny s čely či s okolními objekty, ke vzájemnému tření částí pláště o sebe, dosedání vln na sebe apod., neboť to přispívá k potlačení vibroizolačních schopností pružiny.

Konstrukční řešení pružně uloženého sanitního lehátka předpokládá víceméně osově konfigurace pružiny, z tohoto pohledu se pružina jeví jako vhodná. Její rozměry jsou odpovídající a schopnost přenášet silové účinky, zejména v osovém směru, je dostatečná.

Získané charakteristiky byly aplikovány při simulacích v prostředí PAM-Crash, předcházejících experimentům. Na základě výsledků simulací bude dále třeba prozkoumat především možnosti uchycení pružin na kratších ramenech, tedy možnosti převodu

pneumatických pružin. To se setká s praktickými problémy jako je např. zvětšení již tak dost velké celkové výšky vibroizolačního systému.

Protože pro uchycení pružiny v jedné polovině délky ramene se jeví nutnost použít nižší pracovní tlaky v pružině, bude vhodné uvažovat o konstrukční změně uložení paralelogramu tak, aby místo čtyřech pružin na ramenech paralelogramu bylo možné použít např. jen jednu pružinu (jiného typu). Další možností se jeví změna převodu pružiny, spojená se změkčením charakteristiky pomocí přídavného objemu, případně použití dvou pružin v paralelním zapojení. Třetí, v současné době připravovanou variantou je záměna vlnovcové pružiny za vakovou (jejíž charakteristiku lze upravit tvarem navalovacího pístu). Tento krok však bude zřejmě vyžadovat konstrukční úpravu pružně uloženého lehátka tak, aby byla pružina zatěžována pouze osovou silou.

Při experimentech použitý tlumič se při vyhodnocování naměřených dat ukázal jako příliš tvrdý. Vzhledem k pozdní dodávce tlumiče firmou ATESO a plnému programu Hydrodynamické zkušebny v Doubi nebylo z časového hlediska možné provést proměření charakteristik tlumiče předem. Rovněž nebylo možné nechat tlumič přeladit na charakteristiku požadovanou uspořádáním experimentu. K tomuto nepříznivému stavu uvedme následující vysvětlení:

Výrobní program firmy BRANO-ATESO byl před několika lety redukován a orientován pouze na tlumiče pro užitkové a nákladní automobily a výroba regulovaného tlumiče $\phi 20$ mm pro sedačky řidiče zastavena. Výroba unikátních tlumičů $\phi 20$ mm, délkově upravených a přeladěných pro naše potřeby by byla nákladná a není v našem případě ještě spojena s příslibem seriové výroby. Přesto bude v blízké budoucnosti tento problém řešen podle příslibu vedení podniku.

Při experimentech se ukázal zdroj tlakové kapaliny jako měkký, protože nedokázal přesně dodržet požadované hodnoty budících zdvihů.

Experimentálně získané vlastní frekvence pružně uloženého sanitního lehátka (systému se 3^o volnosti) odpovídají hodnotám, získaným po linearizaci teoreticky odvozených pohybových rovnic systému. Můžeme tedy dále pracovat na rozšíření pohybových rovnic a výpočtech s menším stupněm linearizace.

Po vyhodnocení experimentů bylo přikročeno k verifikaci simulačního modelu v prostředí ADAMS. Na základě statistického zpracování naměřených dat lze konstatovat, že výsledky experimentu (pro danou konfiguraci) můžeme reprezentovat jedinou realizací.

V současné době nelze hodnotit vibroizolační vlastnosti pružně uloženého sanitního lehátka jako uspokojivé. Zásadním problémem je použití pneumatických pružin. Jejich aplikace umožňuje použití prvků aktivního řízení (které je na TUL vyvíjeno), nicméně variabilita takovýchto pružin je malá.

Řešení problému se nabízí provedením konstrukční úpravy paralelogramu a jeho odpružením jedinou vlnovcovou pneumatickou pružinou, případně doplněnou přídavným objemem. Tím bude usnadněno i řešení tlumení pohybu paralelogramu, v případě aktivního řízení systému v ideálním případě bez nutnosti zástavby tlumiče. Řízení dalších stupňů systému (náklon prvního a druhého kardanova rámu) je potom prvkem, zvyšujícím komfort převáženého pacienta.

Při simulacích bylo využito dvou rozdílných software: ADAMS a PAM-Crash.

Software ADAMS lze využít pro vytvoření geometrie, umožňuje přiřazení materiálu, snadnou tvorbu vazeb apod. Při výpočtech s lineárními modely a dokonale tuhými tělesy je velmi rychlý. Problémy nastávají při použití nelineárních prvků a pružných, deformovatelných těles. Zde software naráží na omezené možnosti úpravy velikosti výpočtového kroku.

Při prováděných simulacích bylo záměrem zahrnout do zkoumaného systému i pasivní odpory (především čepové tření). Nezdařilo se však odstranit numerickou nestabilitu výpočtu.

PAM-Crash je software zcela odlišného druhu. Je založen na principech metody konečných prvků a využívá její možnosti. Neobsahuje grafické prostředí pro tvorbu modelu, geometrii je nutno importovat z jiného prostředí. Při výpočtech je tento software pomalejší (velikost časového kroku je dána nejmenším elementem), umožňuje však detailnější popis chování modelu i při aplikaci nelineárních prvků systému. Rovněž lze vyhodnocovat účinky, působící na figurinu lidského těla. Po úpravách již hotového modelu pružně uloženého sanitního lehátka bude možno zkoumat např. rozložení kontaktních tlaků při záměně lehátka za reálné lůžko z pěnových materiálů. Zde navážeme na další výzkum, realizovaný na TUL v rámci výzkumu vlivu vibrací na lidský organizmus.

8. Literatura

- [1] *Airstroke actuators, Airmont isolators. Engineering Industrial Products Manual and Design Guide.* Firestone Industrial Products Company 1996. Katalog a manuál pneumatických pružin.
- [2] Balda, M.: *Úvod do statistické mechaniky*, Západočeská univerzita v Plzni, 2001, ISBN 80-7082-820-X, str. 41 - 58.
- [3] Berg, M.: *A Three-Dimensional Airspring Model with Friction and Orifice Damping.* Vehicle System Dynamics Supplement 33 (1999), pp. 528 - 539.
- [4] *Item MB Building Kit Systém.* Industrietechnik und Maschinenbau GmbH Solingen 2001. Katalog profilů a jejich vlastností.
- [5] Juliš, K. – Brepta, R. a kol.: *Mechanika II. díl. Dynamika*, SNTL Praha, 1987, ISBN 04-220-87.
- [6] Krejčíř, O.: *Pneumatická vibroizolace.* Doktorská disertační práce, VŠST Liberec, 1986.
- [7] Krettek, O. – Grajnert, J.: *Zur Phänomenologie und Ersatzmodellbildung von Luftfedern.* ZEV+DET Glas. Ann. 115 (1991) Nr.7/8 Juli/August.
- [8] Polach, P.: *Jednoduchý parametrický multibody model člověka*, Sborník konference Výpočtová mechanika 2002, Nečtiny 2002, ISBN 80-7082-903-6.
- [9] Prokop, J.: *Stanovení charakteristik vlnovcových pneumatických pružin na základě experimentálních měření*, Diplomová práce, TUL Liberec, 2002.
- [10] Prokop, J.: *Určování charakteristik jednovlnovcových pneumatických pružin na základě experimentálních měření*, Dílčí výzkumná zpráva VZ 1453/2002/03, Liberec, 2002.
- [11] Prokop, J.: *Výzkum vlastností dvouvlnovcové pneumatické pružiny*, Dílčí výzkumná zpráva VZ 1453/2003/04, Liberec, 2003.
- [12] Quaglia, G. – Sorli, M.: *Experimental and theoretical analysis of an air spring with auxiliary reservoir.* Proc. of Fluocom 2000, Sherbrooke, August 2000.
- [13] *Solver notes manual.Pam-Crash 2003.* ESI software, 2003.
- [14] *Solver reference manual.Pam-Crash 2003.* ESI software, 2003.
- [15] Šklíba, J. – Prokop, J. – Sivčák, M.: *Vibroisolation system of an ambulance couch with three degrees of freedom.* Časopis Engineering Mechanics, Vol. 13, 2006, No. 1, p.3-18. ISSN 1210-2717.
- [16] Šklíba, J. – Svoboda, R.: *Identifikace sekundární složky síly dvojplášťového tlumiče.* VII. International congress on the theory of machines and mechanism, Liberec, 1996.
- [17] Šklíba, J. – Svoboda, R.: *Some problems of hydraulic damper modeling.* Sborník konference Colloquium Dynamics of machines 2000, Praha, 2000. ISBN 80-85918-54-4.
- [18] Šklíba, J. – Svoboda, R. – Štěpán, M.: *Hydraulický tlumič s regulací horního i dolního útlumu.* Sborník konference Colloquium Dynamics of machines 2001, Praha 2001. ISBN 80-85918-61-7.
- [19] *Vlnovce vzduchového pružení Rubena.* Katalog vlnovcových pneumatických pružin.