

Vysoká škola strojní a textilní v Liberci
Katedra přádelnictví a zušlechťování

Kandidátská disertační práce

1972

Ing. Petr Ursiny

VYSOKÁ ŠKOLA STROJNÍ A TEXTILNÍ

V LIBERCI

MATEMATICKÝ MODEL PROCESU MYKÁNÍ

Kandidátská disertační práce

Liberec, červen 1972

Ing. Petr Ursiny

3.3.1	Pravděpodobnost výchozího neabsorpčního stavu S_f , jestliže systém je ve stavu S_f .	46
3.3.2	Pravděpodobnost určitého počtu průchodů neabsorpčními stavy - aplikace na postup vláken válcovým mykacím strojem.	48
3.3.3	Střední hodnota počtu neabsorpčních stavů, absolvovaných systémem před absorbcí - aplikace na postup vláken válcovým mykacím strojem.	54
3.3.4	Střední hodnota a rozptyl počtu změn stavů - aplikace na postup vláken válcovým mykacím strojem.	55
3.4	Určení charakteristik postupu vláken válcovým mykacím strojem.	59
3.4.1	Stanovení střední hodnoty času průchodu vlákna válcovým mykacím strojem.	59
3.4.2	Stanovení minimálního a maximálního času průchodu vlákna válcovým mykacím strojem.	61
3.4.3	Stanovení obecného času průchodu vlákna válcovým mykacím strojem pomocí nezávislých náhodných veličin.	67
4.	Problematika stanovení pravděpodobností přechodu vlákna v mykacích bodech.	69
4.1	Základní vztah mezi pravděpodobností přechodu vlákna na pracovní válec a pravděpodobností přechodu vlákna na snímací válec.	69
4.2	Určení pravděpodobnosti přechodu vlákna na snímač (do absorpčního stavu) pomocí tzv. zpožďovacího faktoru.	72
4.2.1	Základní pojmy, metodika zjišťování zpožďovacího faktoru.	72
4.2.2	Výpočet pravděpodobností přechodu vlákna pomocí experimentálně zjištěné hodnoty zpožďovacího faktoru.	78
4.2.3	Vliv různých parametrů mykacího stroje na velikost střední doby průchodu vlákna (zpožďovací faktor) a na pravděpodobnosti přechodu.	80
4.3	Určení pravděpodobnosti přechodu vlákna na snímač (do absorpčního stavu) pomocí tzv. nepřímé metody částečného vyprázdnění tamburu.	85
4.3.1	Princip metody.	85
4.3.2	Odvození závislosti mezi hmotou vláknenného materiálu sejmutého během q -tého intervalu a pořadím časových intervalů q .	86

	str.
4.3.3	Postup při aplikaci nepřímé metody čas- tečného vyprázdnění tamburu.
4.4	Závěr k problematice zjišťování pravděpo- dobností.
5.	Matematický model mykání - stanovení pravdě- podobnostního rozložení času průchodu vlákna válcovým mykacím strojem.
5.1	Úvod.
5.2	Veličiny potřebné pro hodnocení procesu my- kání na válcovém mykacím stroji.
5.2.1	Stanovení středního počtu průchodů jednotli- vými stavy.
5.2.2	Stanovení rozptylu počtu průchodů jednotli- vými stavy.
5.2.3	Pravděpodobnost určitého počtu průchodů ne- absorpčními stavy - aplikace na postup sy- stému rozšířenou soustavou stavů.
5.2.4	Zhodnocení a ověření konečných výsledných hodnot pro pravděpodobnost určitého počtu průchodu systému stavem.
5.2.5	Stanovení maximálních hodnot počtu průchodů vlákna jednotlivými neabsorpčními stavy.
5.2.6	Stanovení obecného času průchodu vlákna.
5.2.7	Stanovení pravděpodobnostního rozložení ča- sů průchodů vlákna válcovým mykacím strojem.
5.3	Závěr k problematice teorie veličin, hodno- tících proces mykání na válcovém mykacím stroji z hlediska míchání vlákenného mate- riálu.
6.	Postup praktického určení charakteristik mykacího stroje - experimentální část.
6.1	Úvod.
6.2	Popis použitého zařízení.
6.3	Použitý vlákenný materiál.
6.4	Postup stanovení pravděpodobností.
6.5	Stanovení pravděpodobnostního rozložení času průchodu, stanovení rozptylu času prů- chodu.
6.5.1	Numerická metoda - vyčíslení na samočin- ném počítači.

	str.
6.5.2 Analytická metoda.	160
6.6 Experimentální ověření charakteru funkce pravděpodobnostního rozložení času průcho- du.	168
6.6.1 Provedení experimentu.	168
6.6.2 Vyhodnocení experimentu.	171
7. Závěr.	180
Seznam příloh experimentální části.	184
Seznam obrázků.	185
Seznam tabulek.	187
Seznam literatury.	188
Příloha experimentální části.	

SOUHRN

Předložená práce je příspěvkem ke studiu procesu mykání na válcovém mykacím stroji pomocí markovských řetězců.

Základní zjištění o možnosti aplikovat na postup vláken válcovým mykacím strojem teorii markovských řetězců, potvrzené několika vědeckými pracemi ([14], [15], [18], [23], [25], [26], [27]), umožnilo na tomto základě v této práci provést určení dalších poznatků o procesu mykání.

V práci je proveden rozbor teorie markovských řetězců absorpčních se zaměřením na výsledky, potřebné pro aplikaci na proces mykání. Kromě aplikace je proveden i rozbor problematiky pravděpodobnosti přechodu vlákna mezi orgány mykacího stroje. Znalost metod zjišťování pravděpodobností umožňuje praktickou aplikaci pro zjištění charakteristik procesu.

Matematický model spočívá v určení pravděpodobnostní charakteristiky průchodu vlákna mykacím strojem. Je stanoveno pravděpodobnostní rozložení času průchodu vlákna mykacím strojem a stanoveny statistické charakteristiky tohoto rozložení. Tím je v podstatě teoreticky podchycen pohyb vláken na válcovém mykacím stroji. Znalost zákonitostí pohybu vláken mykacím strojem umožňuje použít ji k hodnocení směšovací schopnosti a s již známými zákonitostmi [18] k optimalizaci procesu mykání z hlediska jakosti mykance.

Teoretická práce je doplněna experimentálně teoretickým stanovením pravděpodobnostního rozložení času průchodu a statistických charakteristik.

SEZNAM POUŽITÝCH ZNAKŮ

$S_1, S_2, \dots, S_r$	označení stavů, kterými prochází systém
p_{ij}	pravděpodobnost přechodu systému ze stavu S_i do S_j během jednoho kroku (u pravděpodobností označuje první z dvojice indexů výchozí stav)
P_r	symbol označující pojem "pravděpodobnost"
$f_0, f_1, \dots, f_{\bar{z}}, f_{\bar{q}}$	výsledné funkce stochastického procesu
$a, u, v, \bar{t}_x$	výsledky stochastického procesu
Λ	symbol mající význam "a"
P	základní stochastická matice
r	index pro stav S_r
i, j	indexy stavů $S_i, S_j, i = 1, 2, 3, \dots; j = 1, 2, 3, \dots$
$p^{(0)}$	pravděpodobnostní vektor počátečních pravděpodobností
$p_1^{(0)}, \dots, p_r^{(0)}$	počáteční pravděpodobnosti jevu, že proces započne ve stavu $S_1, \dots, S_r$
Z	obecný počet kroků systému v stochastickém procesu
$p^{(z)}$	pravděpodobnostní vektor, jehož komponenty vyjadřují pravděpodobnost, že systém přejde do příslušného stavu po Z krocích
$p_j^{(z)}$	pravděpodobnost, že systém přejde do příslušného stavu S_j po Z krocích
P^z	matice, jejíž komponenty vyjadřují pravděpodobnost přechodu mezi určitými stavy po Z krocích
T	limitní matice, tvořená stejným pravděpodobnostním řádkovým vektorem t

t		řádkový pravděpodobnostní vektor limitní
b		pravděpodobnostní vektor
t_j		j - tý komponent vektoru t
n		celé kladné číslo
N		matice, jejíž elementy vyjadřují střední počet průchodů systému jednotlivými stavy
I		jednotková matice
Q		matice, charakterizující přechod mezi neabsorpčními stavy
n_{ij}		komponent matice N , vyjadřující střední počet průchodů systému stavem S_j , je-li výchozím stavem stav S_i .
s		počet neabsorpčních stavů
c		celkový počet stavů
O		nulová matice
R		matice pravděpodobností přechodu mezi neabsorpčními a absorpčními stavy
τ		sloupcový vektor, jehož komponenty udávají střední počet kroků systému do jeho pohlcení, pro příslušný vstupní stav
$\{$		sloupcový vektor jednotkový
S_i		absorpční stav
b_{il}		komponent matice B , udávající pravděpodobnost, že systém, jehož vstupní stav je S_i , bude pohlcen v absorpčním stavu S_l
l		index, označující absorpční stav
B		matice, jejíž elementy jsou b_{il}

$\sigma^2[n'_{ij}]$	rozptyl počtu průchodů stavem S_j , je-li vstupní stav S_i .
n'_{ij}	obecný počet průchodů stavem S_j , je-li vstupním stavem stav S_i .
$E n'^2_{ij}$	střední hodnota veličiny n'^2_{ij}
$E n'_{ij}$	střední hodnota veličiny n'_{ij} . ($E n'_{ij} = n_{ij}$)
N_2	matice, jejíž elementy n_{2ij} udávají rozptyl počtu průchodů stavem S_j , je-li výchozím stavem S_i
n_{2ij}	rozptyl počtu průchodů stavem S_j , je-li vstupní stav S_i ($n_{2ij} = \sigma^2[n'_{ij}]$)
N_{dg}	diagonální matice z matice N
N_{sq}	kvadratická matice z matice N (s elementy n'^2_{ij})
$\sigma^2[\tau'_i]$	rozptyl počtu kroku systému do absorpčního stavu, je-li výchozím stavem stav S_i
τ'_i	obecný počet kroků systému do absorpčního stavu, je-li výchozím stavem S_i
$E \tau'^2_i$	střední hodnota τ'^2_i
$E \tau'_i$	střední hodnota τ'_i . Platí $E \tau'_i = \tau_i$
τ_i	střední počet kroků systému do pohlcení v absorpčním stavu, je-li výchozím stavem S_i (i -tý element sloupcového vektoru τ)
τ_2	sloupcový vektor s elementy τ_{2i}
τ_{2i}	elementy sloupcového vektoru, které udávají rozptyl počtu kroků systému do absorpčního stavu, je-li výchozím stavem S_i
τ_{sq}	kvadratický sloupcový vektor z vektoru τ
π	řádkový vektor počátečních pravděpodobností
S_π	výchozí stav daný vektorem počátečních pravděpodobností π

H		matice s elementy h_{ij}
h_{ij}		element matice H , udávající pravděpodobnost výchozího stavu S_i pro systém, který je ve stavu S_j
μ		Sloupcový vektor, jehož elementy představují střední hodnotu počtu neabsorpčních stavů, absolvovaných systémem před absorpcí při určitém vstupním stavu S_i
d_{ij}		prvky I
k		$k = n'_{ij} - d_{ij}$
E_1		matice se všemi elementy rovnými 1.
H_{dg}		diagonální matice z matice H
$\hat{P}$		matice transformovaná z P
$\hat{p}_{ii}, \hat{p}_{ij}$		elementy matice $\hat{P}$
$\hat{Q}$		podmatice z matice $\hat{P}$, rozměrově daná počtem neabsorpčních stavů
$\hat{\varepsilon}$		sloupcový vektor, jehož komponenty udávají střední počet změn stavu pro příslušné vstupní stavy
$\hat{N}$		matice $\hat{N} = (I - \hat{Q})^{-1}$
$\hat{\varepsilon}_2$		sloupcový vektor, jehož komponenty udávají rozptyl změn stavu pro příslušné vstupní stavy
$\hat{\varepsilon}_{sq}$		kvadratický sloupcový vektor z vektoru $\hat{\varepsilon}$
ε^*		sloupcový vektor, jehož komponenty udávají střední hodnotu počtu přechodů, kdy nedojde ke změně stavu (příčemž uvažujeme způsob volby stavů - viz obr. 19)

$I - \overline{VI}$		mykací body
T		označení tamburu
R_v		označení rozvolňovacího válce
P_v		označení pracovních válců
O_b		označení obracečů
S_v		označení snímacího válce
P_r		označení přenášečícího válce
V_t		označení vtahovacího válce
F_I		označení styku rozvolňovacího válce a tamburu
X		množství vláknenného materiálu, vystupujícího ze stroje za jednotku časovou - dodávka ze stroje [g/min]
Y		množství vláknenného materiálu povlaku tamburu mezi body přivádění a odvádění vláknenného materiálu (spodní část tamburu), které se zúčastní procesu mykání (tzv. vratné zatížení při přepočtu na jednotku plochy povrchu tamburu) [g/min]
$X_1, X_2, \dots, X_5, \dots$		množství vláknenného materiálu, odebraná 1, 2, ... 5 pracovním válcem [g/min]
$p_{i i}$		pravděpodobnost přechodu systému ze stavu S_i do stavu S_i během jednoho kroku
$p_{i(i+1)}$		pravděpodobnost přechodu systému ze stavu S_i do stavu bezprostředně následujícího S_{i+1} během jednoho kroku
t_p		doba oběhu vlákna z mykacího bodu přes pracovní válec, obraceč a na tambur do téhož mykacího bodu [s]

α	středový úhel příslušný oblouku tamburu vymezeného body F_I (přivádění materiálu) a bodem styku tamburu se snímačem, odečítaný od F_I ve směru rotace tamburu $[1^\circ]$
t_T	dobu 1 oběhu tamburu $[s]$
t_S	střední čas průchodu vláken válcovým mykacím strojem $[s]$
t_{max}	maximální čas průchodu vlákna válcovým mykacím strojem $[s]$
t_{min}	minimální čas průchodu vlákna $[s]$
n_{II}	obecný počet průchodů systému stavem S_i (výchozí stav S_i)
n'_{ij}	obecný počet průchodů stavem S_j (výchozí stav S_i)
a_0	první člen geometrické řady
q_0	kvocient geometrické řady
F	součet nekonečné geometrické řady
$n'_{II\max}$	maximální počet průchodů stavem S_i , je-li výchozím stavem stav S_i
S	rozsah počtu nejpravděpodobnějších průchodů
n'_{ijp}	počet průchodů stavem S_j ve směru na pracovní válec (výchozí stav S_i)
n'_{ijT}	počet průchodů stavem S_j ve směru po tamburu (výchozí stav S_i)
t'	obecný čas průchodu vlákna válcovým mykacím strojem $[s]$
Δt	rozpětí času průchodu vlákna válcovým mykacím strojem $[s]$
$cov(n'_{ij}; n'_{ie})$. . .	kovariance náhodných veličin n'_{ij} a n'_{ie}

m_i		hmota vláken na i -tém pracovním válci [g]
f_i		podíl zaplnění plochy i -tého pracovního válce z celkové plochy pracovního válce
w_i		otáčky i -tého pracovního válce [1/min]
X_i		hmota vlákenného materiálu odebíraného i -tým pracovním válcem [g/min]
D		zpoždovací faktor
n_i		počet otáček tamburu za dobu oběhu vlákna z i -tého mykacího bodu přes i -tý pracovní válec, obraceč zpět do mykacího bodu
t'_s		střední doba průchodu vlákna, vypočtená podle zjednodušeného vzorce [s]
M_s		okamžité zatížení povlaků mykacího stroje, tj. hmota vlákenného materiálu, který se zúčastní procesu mykání, a který pokrývá povlaky tamburu, pracovních válců a obracečů [g]
X_s		produkce mykacího stroje [g/s]
ΔM_s		změna okamžitého zatížení povlaků mykacího stroje [g]
ΔX_s		změna dodávky vlákenného materiálu do mykacího stroje [g/s]
v_s		obvodová rychlost snímače [m/min]
v_T		obvodová rychlost tamburu [m/min]
v_p		obvodová rychlost pracovního válce [m/min]
b'		pracovní šířka mykacího stroje [m]
e_c		přístavení snímače k tamburu [mm]
e_v		přístavení volantu [mm]
e_i		přístavení i -tého pracovního válce k tamburu [mm]

$k_1, k_2, \dots, k_8 \dots$	konstanty úměrnosti zjištěné empiricky Rozměry konstant :
	$k_1 ; k_2 [g/min \cdot mm]; k_3 [g/min]; k_4 [gm/min^2]; k_5 [g/min]; k_6 [mm]; k_7 [mm]; k_8 [min/g]$
q	pořadové číslo časového intervalu ($q = 1, 2, 3, 4 \dots$)
P_q	hmota vláknenného materiálu, který je sejmut během q -tého časového intervalu $[g]$
a'_1	počáteční množství vláknenného materiálu na tamburu, bezprostředně před snímáním při přerušené dodávce k tamburu $[g]$
n_1	počet otáček tamburu během q -tého časového intervalu
ψ	úhel odklonu přímky od vodorovného směru $[^\circ]$
$\sigma^2(t)$	rozptyl doby průchodu vlákna válcovým mykacím strojem $[s^2]$
I, II, III'	označení styku tamburu a prvního, druhého a třetího obraceče
E	symbol pro označení střední hodnoty příslušné veličiny
S_{ij}	kvocient geometrické řady pravděpodobností počtu průchodů stavem S_j při výchozím stavu S_i
a_{ij}	první člen řady pravděpodobností počtu průchodů stavem S_j při výchozím stavu S_i
$\varphi(s_{ij})$	součet geometrické řady s kvocientem S_{ij} ($\varphi(s_{ij}) = \sum_{k=0}^{\infty} S_{ij}^k$) a $a_{ij} = 1$
$\Delta n'_{ij}$	rozpětí počtu průchodů vlákna stavem S_j (při výchozím stavu S_i)
$n'_{ij \min}$	minimální počet průchodů vlákna stavem S_j (při výchozím stavu S_i)

$t_{p_1}, t_{p_2}, t_{p_3}$	•	doba oběhu vlákna pro 1., 2., a 3. pracovní válec a obračeč z 1., 2., 3. mykacího bodu zpět do téhož mykacího bodu [s]
$t_{n'_1, n'_{17}}$	•••••	obecný čas průchodu vlákna mykacím strojem, kdy součet počtu průchodů stavy na pracovních válcích je n' a počet průchodů stavem před absorbcí je n'_{17} [s]
t_z	••••••••••	čas otočení tamburu o úhel $(360 - \alpha)$ [s]
C	••••••••••	konstanta vyjádřená pomocí pravděpodobností
x	••••••••••	obecná proměnná veličina
y	••••••••••	obecná proměnná veličina
$\sigma(t')$	••••••••••	směrodatná odchylka veličiny času
n'	••••••••••	součet počtu průchodů vlákna stavy na pracovních válcích
C_1, C_2, C_3	•••••	konstanty, vyjádřené pomocí pravděpodobností
a_1, a_2, a_3	•••••	konstanty, vyjádřené pomocí pravděpodobností
S'	••••••••••	komplexní proměnná vytvořující funkce
C	••••••••••	obecná konstanta
$\varphi_{12}(s')$	••••••••••	vytvořující funkce pro nezávislou náhodnou veličinu n'_{12}
$\varphi_{14}(s')$	••••••••••	vytvořující funkce pro nezávislou náhodnou veličinu n'_{14}
$\varphi_{16}(s')$	••••••••••	vytvořující funkce pro nezávislou náhodnou veličinu n'_{16}
$\varphi_n(s')$	••••••••••	vytvořující funkce součtu nezávislých náhodných veličin $n'_{12} + n'_{14} + n'_{16}$
k_{max}	••••••••••	maximální celé číslo pro rozpětí nejpravděpodobnějších nezávislých náhodných veličin, při určitém rozsahu této veličiny
n'_{max}	••••••••••	součet maximálních počtů průchodů vlákna stavy na pracovních válcích pro určitý rozsah pravděpodobností

αp	zatížení tamburu vláknovým materiálem od podání $[g/m^2]$
G_d	dodávka do stroje $[g/min]$
d	délka úseku pavučiny, sejmuté při q -tém časovém intervalu, při přerušené dodávce do stroje $[m]$
K	výpočtová konstanta $[g]$
w	otáčky pracovních válců v případě, že $w_1 = w_2 = w_3$ $[1/min]$
t_{SN}	střední čas průchodu vlákna, vypočtený pomocí elementů matice N $[s]$
$G_N^2(t')$	rozptyl doby průchodu vlákna válcovým mykacím strojem, vypočtený pomocí příslušných rozptylů z matice N_2 $[s^2]$
$n'_{ij\max}$	maximální počet průchodů stavem S_j (vstupní stav S_i)
h	šířka časového intervalu $[s]$
$G^2(t')$	charakteristika rozptýlení času zjištěná z pravděpodobnostního rozložení času $[s^2]$
t_s^*	charakteristika polohy času, zjištěná z pravděpodobnostního rozložení času $[s]$
t'_i	obecný čas průchodu, odpovídající dolní hranici i -tého časového intervalu $[s]$
t'_{i+1}	obecný čas průchodu, odpovídající horní hranici i -tého časového intervalu $[s]$
z'	počet zubů ozubeného nebo řetězového kola
$\bar{t}_i$	čas průchodu, odpovídající i -tému dílu pavučiny $[s]$
G_{VS}	hmotnost VS-komponenty v díle pavučiny $[g]$
$\bar{t}$	střední hodnota $\bar{t}_i$ $[s]$
k'	nezáporné celé číslo

1. ÚVOD

Mykání je jednou z nejdůležitějších operací v technologickém procesu předení. Při mykání dochází k ojednocování vláken, vylučování zbylých nečistot, odstraňování krátkých vláken, k nepřimování a paralelizaci vláken, přeměně vrstvy vláknenného materiálu v jemnou pavučinu, k vytvoření pramene, přástů, k promíchání vláken a vyrovnávání vystupujícího vláknenného produktu.

Při teoretických úvahách se budu zabývat mykáním na válcovém mykacím stroji. Proces mykání je obzvláště důležitý při mykané technologii vlnařské, kde má velký význam pro kvalitu budoucího výrobku. Při technologii česané příze je dokonalé mykání předpokladem pro úspěšné provedení dalších sprádacích procesů. Obdobně lze hodnotit důležitost procesu mykání v technologii poločesané příze.

Úkolem předložené práce je rozbor pohybu vláken na válcovém mykacím stroji. Tato analýza umožní především hodnotit promíchání vláken a tedy hodnotit, jak je možno změnou pracovního režimu ovlivňovat promíchání vláknenného materiálu.

Promíchání vláknenného materiálu má obzvlášť velký význam v technologii vlnařské mykané, ovšem i v technologii česané a poločesané. Směšovací schopnost válcového mykacího stroje je důležitá, zejména dochází-li k promíchání směsových materiálů (např. vl/PES). Mykanec s rovnoměrně rozdělenými promíchanými komponenty dává dobrý předpoklad pro výrobu kvalitní příze. Vláknena se tedy při mykání mají navzájem co nejdokonaleji promíchat, z důvodů rovnoměrného zastoupení komponentů ve výsledném produktu, popřípadě rovnoměrného barevného efektu. Zkoumání a hodnocení směšovací schopnosti válcového mykacího stroje bylo prováděno mnoha výzkumníky na různém stupni a problém byl analyzován do různé hloubky. Byla zjištěna existence závislosti počtu přetrhů na dopřádacím stroji a dokonalosti promíchání [16], takže možnost na základě vědeckých poznatků, ovlivňovat proces promíchání na válcovém mykacím stroji, má značný praktický význam.

Válcový mykací stroj prošel od svého vzniku mnoha konstrukčními zlepšeními. Přesto však samotný pohyb vláken vcelku není příliš znám a podchycen v tom smyslu, že bychom mohli určovat množinu drah vláken mykacím strojem a vyjadřovat vzájemné přemístění vláken vůči sobě. Většinou známe důsledky určitých změn v pracovním režimu stroje na základě experimentů nebo zkušeností. Také většina prací v tomto oboru se zabývá obdobným způsobem rozbořem směšovací schopnosti válcového mykacího stroje.

Hlavním úkolem procesu mykání je přeměna, v určitém slova smyslu, nespojitě hmoty vláken v kontinuální vláknenný útvar. Tento proces se realizuje postupně, působením mykacích povlaků až k rozdělení vláknenné masy na jednotlivá vlákna, která se rozloží na rychle se otáčející válcové ploše.

Vlastní mykání probíhá v oblastech styku orgánů stroje mezi povlaky, v kterých nastává poloha "na mykání". Před snímáním vláken z povlaku tamburu dochází k vyzvedávání vláken pomocí volantu. Snímacím válcem je vláknina snímána, zhušťována a vytváří se pavučina, která je sčesávána. V oblastech, kde dochází k poloze na mykání (tambur - pracovní válec, tambur - snímač), dochází k dělení přiváděného materiálu na dvě části. Příslušná rozdělená množství obecně se uloží vzájemně vůči sobě v různých polohách ve vláknenném produktu. Prakticky se to projevuje v homogenizačním efektu při mykání barevné směsi.

Dělení vláknenného materiálu v oblastech, kde nastává poloha na mykání (v mykacích bodech) bylo předmětem zkoumání některých výzkumníků. Tento problém byl studován např. J. G. Martindelem [24] a dělení vláknenného materiálu bylo charakterizovanou, tzv. "sběrnou schopností" (collecting power), která je funkcí některých parametrů mykacího stroje. Předpokládal, že každé vlákno v příslušném mykacím bodu má určitou možnost (pravděpodobnost) být zachyceno povlakem pracovního nebo snímacího válce. Zavedení pojmu pravděpodobnost přechodu vláken (sběrná schopnost, koeficient rozdělení vláknenného materiálu) znamená nasměrování výzkumů v oblasti procesu mykání do oblasti aplikace teoretických vědeckých poznatků.

S tímto pojmem (dále pravděpodobnost přechodu vláken) v podstatě pracuje řada dalších výzkumníků [13], [14], [15], [16], [17], [18], [19], [20], [21], [24] při výzkumech, týkajících se sledování procesu mykání.

Prakticky lze zjišťovat vliv parametrů mykacího stroje na pravděpodobnost přechodu vláken a zjišťovat možnost ovlivňování práce mykacího stroje pokud se týká dokonalosti promíchávání. Jedná se o možnost sledování drah vláken při průchodu mykacím strojem a o sledování pravděpodobnostního rozložení času průchodu vláken mykacím strojem. Rozbor pravděpodobnostního rozložení dovolí zjistit základní statistické parametry (rozptyl, rozpětí), které jsou mírou rozdílnosti drah průchodu a tedy mírou vzájemného přemístění vláken vůči sobě. Znamená to tedy možnost posouzení procesu míchání na válcovém mykacím stroji. Předpokladem je sestavení matematického modelu procesu mykání, vycházejícího ze soustavy pravděpodobností. Tato soustava je zpracovávána jako aplikace markovských řetězců. Matematická teorie markovských řetězců dovoluje učinit řadu závěrů o daném procesu mykání. V předložené práci je využito poznatků o markovských řetězcích absorpčních.

Studie [14] potvrzuje, že způsob práce válcového mykacího stroje je takového charakteru, že lze na studium průchodu vláken použít teorii markovských řetězců absorpčních. V dalším se studie [14] zabývá pouze základním způsobem aplikace, tj. určením středního počtu průchodů stavy na válcovém mykacím stroji, rozptylem téže hodnoty a střední dobou průchodu vláken. Další aplikace zde autor neuvádí. **Hlavní význam** uvedené studie spočívá ve zmíněném posouzení práce válcového mykacího stroje, z čehož vyplývá výše uvedené zjištění o možnosti použití markovských řetězců absorpčních.

Důležitými podklady pro tuto práci jsou práce [2], [3], které podávají přehled aplikací markovských řetězců. Tyto publikace zásadně využívají maticové vyjádření pro popis markovských řetězců, na rozdíl od publikace [1], kde je použito náročnějšího a tím pro praxi obtížněji aplikovatelné formy, mate-

matického vyjadřování pro popis markovských řetězců. Řada dalších děl se zabývá problematikou markovských řetězců [4], [5], [6], [7], [8], [11]. Po studiu problematiky jsem se rozhodl pro aplikaci výsledků děl [2], [3] z důvodů relativně názorného popisu příslušného procesu, které nevyklučuje možnost získání zajímavých závěrů o daném procesu. Pokud se v uvedených publikacích vyskytují aplikace, jedná se o aplikace v oboru psychologie a ekonomiky.

Některé další literární prameny používají zjištění o procesu mykání v souvislosti s markovskými řetězci [15], [18], [23], [25], [26], [27]. V podstatě tyto práce nepřekračují rámec daný prací [14], kterou lze považovat za základ výzkumů procesu mykání pomocí markovských řetězců. Závěry prací hovoří o určitém způsobu zjišťování střední doby průchodu vláken válcovým mykacím strojem.

Rozšíření těchto poznatků je podmíněno studiem dalších aplikací markovských řetězců.

Řada prací se zabývá pohybem vláken na válcovém mykacím stroji [17], [20] formou zkoumání tzv. "zpožďovacího faktoru (delay factor)", což je v jiné formě vyjádření střední doby průchodu. Uvedené literární prameny se zabývají vyšetřováním vlivů některých parametrů válcového mykacího stroje na zmíněný zpožďovací faktor.

Významnou skupinou prací jsou prameny, zabývající se metodikou zjišťování pravděpodobností přechodu vláken mezi jednotlivými orgány mykacího stroje a vlivy na tyto pravděpodobnosti [13], [18], [19].

Práce [12], [16] jsou výrazně experimentálního rázu, postrádající teoretická zdůvodnění jevů, týkajících se směšovací schopnosti válcového mykacího stroje. Přesto však některé závěry lze doložit i teoreticky a tím je plně potvrdit.

Předložená práce má provést teoretické zobrazení pohybu vláken na válcovém mykacím stroji, tedy vytvořit matematický model procesu mykání. Tento model bude ovlivňován měnicími se parametry (rychlost snímání válce, pracovních válců, vzájemné

přístavení pracovních válců a tamburu, snímacího válce a tamburu, předstih volantu). Vliv měnlivosti těchto parametrů lze zkoumat v důsledcích na pravděpodobnostní rozložení doby průchodu vláken a z toho odvozovat důsledky pro výsledný produkt, vycházející z válcového mykacího stroje. Dobré zpracování vláknenného materiálu na válcovém mykacím stroji je důležité, poněvadž se jedná o první ústrojí, které vytváří kontinuální poloprodukt. Jakost tohoto poloproduktu ovlivňuje poloprodukty následující. Je tedy žádoucí, aby především stejnoměrnost a promíchání vláken v této fázi bylo co možná nejdokonalejší. Promíchání docílené změnou vzájemných poloh vláken navzájem vůči sobě můžeme řídit na podkladě znalosti pohybu vláken. Při různorodých vláknenných komponentech je rovnoměrné promíchání zvláště důležité pro rovnoměrnost vlastností výsledného produktu. Mykací stroj má značný účinek mísící a homogenizační.

Teoretické pochycení pohybu vláken na válcovém mykacím stroji, tedy vytvoření matematického modelu procesu mykání je je příspěvkem k analýze procesu, k dalšímu jeho zdokonalování uskutečňovanému způsobem nikoliv empirickým, kterým dosavadní zlepšení tohoto procesu byly z velké části dosaženy.

Matematický model procesu mykání může být použit jako dílčí model při utváření celkového matematického modelu pro technologii výroby příze požadovaných vlastností. Využití těchto modelů se samozřejmě neobejde bez použití samočinných počítačů.

2. TEORIE MARKOVSKÝCH ŘETĚZCŮ SE ZAMĚŘENÍM NA ŘETĚZCE ABSORPČNÍ

2.1 Určení markovského řetězce ([2], [3], [23])

Zkoumáním závislých pokusů spojených v řetězec se jako první zabýval známý ruský matematik A.A. Markov (1856 - 1922).
 Určení markovského řetězce : Konečný stochastický proces s výslednými funkcemi $f_0, f_1, \dots$
 $\dots, f_k$ se nazývá markovský řetězec, jestliže jeho výchozí stav f_0 je pevný,

$$P_{r(f_{k-1} = u) \wedge (f_{k-2} = v) \wedge \dots \wedge (f_1 = a)} [f_k = \bar{t}] = P_{r(f_{k-1} = u)} [f_k = \bar{t}] \quad \dots (1)$$

a

$$P_{r(f_{k-1} = u)} [f_k = \bar{t}] = P_{r(f_{\bar{q}-1} = u)} [f_{\bar{q}} = \bar{t}] \quad \dots (2)$$

pro všechny $\bar{q} \geq 1$, $\bar{k} \geq 2$ a libovolnou posloupnost výsledků $a, \dots, v, u, \bar{t}$.

Jinými slovy, výsledek daného pokusu závisí pouze na výsledku předcházejícího pokusu (1) a kromě toho charakter této závislosti je stejný pro všechny etapy posloupnosti pokusů (2).

Nechť $S_1, S_2, \dots, S_r$ je množina stavů, které systém obsahuje a v každém časovém okamžiku se systém nachází v jednom stavu. Během doby systém přechází z jednoho stavu do druhého. Každý takovýto průchod nazýváme krokem. Pravděpodobnost, že systém přechází ze stavu S_i do S_j závisí pouze na stavu S_i .

Markovský řetězec je dále charakterizován tím, že pravděpodobnost přechodu p_{ij} ze stavu S_i do stavu S_j je určena pro všechny uspořádané stavy a hodnoty pravděpodobností jsou nezávislé na čase. Dále musí být dán výchozí stav, ve kterém se nachází systém v počátečním okamžiku času.

Markovský řetězec můžeme tedy charakterizovat jako soustavu pravděpodobností, určených výchozím rozdělením pravděpodob-

ností a maticemi pravděpodobností přechodu. Jsou-li pravděpodobnosti nezávislé na čase, jedná se o homogenní soustavu pravděpodobností.

2.2 Vyjádření markovského řetězce [3]

Systém hodnot pravděpodobností p_{ij} může být dán diagramem, nebo stochastickou maticí. Použijeme formu maticovou. Stochastická matice:

$$P = \begin{pmatrix} p_{11} & p_{12} & \dots & \dots & p_{1r} \\ p_{21} & & \ddots & & \\ \vdots & & & \ddots & \\ \vdots & & & & \\ p_{r1} & & & & p_{rr} \end{pmatrix} \quad \dots (3)$$

musí splňovat následující podmínky :

$$1) \quad \sum_{j=1}^r p_{ij} = 1 \quad \dots (4)$$

2) Komponenty jsou nezáporná čísla

$$p_{ij} \geq 0 \quad \dots (5)$$

Abychom obdrželi markovský řetězec , je nutné ještě určit, v jakém stavu začíná proces. Předpokládáme-li, že počáteční stav se vybírá náhodným výběrem, lze počáteční pravděpodobnosti uspořádat ve formě pravděpodobnostního vektoru :

$$p^{(0)} = (p_1^{(0)}, p_2^{(0)}, \dots, p_r^{(0)}) \quad \dots (6)$$

Pravděpodobnostním vektorem je i libovolný řádek stochastické matice P .

Pokud s naprostou jistotou známe výchozí stav procesu, tak

se problém zjednodušuje. Například předpokládejme, že výchozím stavem je stav S_1 , pak pravděpodobnostní vektor $p^{(0)}$ (6) má tvar :

$$p^{(0)} = (1, 0, 0, \dots, 0) \quad \dots (7)$$

Prakticky to znamená, že soustava pravděpodobností pro tento proces je dána prvním řádkem - vektorem stochastické matice.

$$p^{(0)} \cdot P = (1, 0, 0, \dots, 0) \cdot \begin{pmatrix} p_{11} & p_{12} & \dots & p_{1r} \\ p_{21} & & & \\ \vdots & \ddots & & \\ \vdots & & \ddots & \\ p_{r1} & & & p_{rr} \end{pmatrix} =$$

$$= (p_{11}, p_{12}, \dots, p_{1r}) \quad \dots (8)$$

Pokud chceme určit markovský řetězec s r možnými stavy, je třeba určit stochastickou matici čtvercovou $r \times r$ a pravděpodobnostní vektor r - komponentní.

Pokud se týká pravděpodobnosti, že po Z krocích systém přejde do daného stavu, lze tyto zjistit následujícím způsobem:

$$p^{(z)} = (p_1^{(z)}, p_2^{(z)}, \dots, p_r^{(z)}) \quad \dots (9)$$

$$p^{(z)} = p^{(z-1)} \cdot P \quad \dots (10)$$

Příslušné hodnoty $p_j^{(z)}$ lze určit následujícím způsobem :

$$\left. \begin{aligned} p_1^{(z)} &= p_1^{(z-1)} \cdot p_{11} + p_2^{(z-1)} \cdot p_{21} + \dots + p_r^{(z-1)} \cdot p_{r1} \\ p_2^{(z)} &= p_1^{(z-1)} \cdot p_{12} + p_2^{(z-1)} \cdot p_{22} + \dots + p_r^{(z-1)} \cdot p_{r2} \\ &\vdots \\ p_r^{(z)} &= p_1^{(z-1)} \cdot p_{1r} + p_2^{(z-1)} \cdot p_{2r} + \dots + p_r^{(z-1)} \cdot p_{rr} \end{aligned} \right\} \dots (11)$$

Rovněž platí :

$$p^{(z)} = p^{(0)} \cdot P^z \quad \dots (12)$$

2.3 Rozdělení markovských řetězců [3]

Typy markovských řetězců : regulární, ergodické, absorpční.

- a) Markovský řetězec je řetězcem regulárním, jestliže některý stupeň její matice pravděpodobností přechodu nebude obsahovat nulové elementy.

Zákonitosti markovských řetězců regulárních :

- I. Nechť P je stochastická matice pravděpodobností přechodu regulárního řetězce. Potom :

- 1) matice P^z limituje k určité matici T (tj. každý komponent P^z limituje k odpovídajícímu komponentu T);
- 2) řádky matice T jsou tvořeny stejným pravděpodobnostním vektorem t ;
- 3) všechny komponenty t jsou kladné.

- II. Jestliže P je stochastická matice pravděpodobností přechodu regulárního řetězce a T i t jsou určeny podle I, potom :

- 1) je-li b libovolný pravděpodobnostní vektor, potom $b \cdot P^z$ limituje k t ;
 - 2) vektor t je jediným pravděpodobnostním vektorem, odpovídajícím rovnici $t \cdot P = t$.
- b) Markovský řetězec je řetězcem ergodickým, jestliže z každého jeho stavu můžeme přejít v libovolný jiný stav. Regulární řetězec je tedy zřejmě vždy řetězcem ergodickým. Naopak to nelze tvrdit.

Zákonitosti markovských řetězců ergodických :

- I. Nechť P je stochastická matice pravděpodobností přechodu ergodického řetězce. Potom :
 - 1) existuje jediný pravděpodobnostní vektor t takový, že $t \cdot P = t$;
 - 2) všechny komponenty vektoru t jsou kladné;
 - 3) střední podíl času, který systém během z kroků stráví v určitém stavu limituje k hodnotě t_j .
- c) Markovský řetězec je řetězcem absorpčním, jestliže má nejméně jeden absorpční stav (tj. stav, z něhož nelze přejít v žádný jiný stav) a z každého stavu je možný přechod do absorpčního stavu (za jeden nebo více kroků).

2.4 Markovské řetězce absorpční [2], [3]

Definice tohoto typu markovských řetězců je uvedena v kap. 2.3 bod c).

Pro markovský řetězec absorpční platí, že pravděpodobnost toho, že po n - krocích proces skončí v jednom z absorpčních stavů, se vzrůstajícím n se blíží k jedné.

Studium markovských řetězců umožnilo získat zajímavé výsledky, jejichž aplikace v dalším pomohou k získání důležitých poznatků. Vycházíme, jak již bylo uvedeno, vesměs z maticové formy vyjádření markovského řetězce.

2.4.1 Střední počet průchodů systému přes neabsorpční stavy.

Podle [2], [3] platí :

$$N = (I - Q)^{-1} \quad \dots (13)$$

Element n_{ij} matice N udává střední počet průchodů systému j - tým stavem, jestliže výchozím stavem je stav i - tý.

Odvození . Zvolme neabsorpční stav S_k . Z výchozího stavu S_i přejde systém do S_k s pravděpodobností p_{ik} , a při uvažování výchozího stavu S_k projde systém stavem S_j n_{kj} krát. Je nutno vyjádřit všechny možnosti včetně případu $i = j$, z čehož vyplývá, že k dosavadnímu součtu nutno přičíst 1.

$$n_{ij} = p_{i1} \cdot n_{1j} + p_{i2} \cdot n_{2j} + \dots + p_{is} \cdot n_{sj} (+1, \text{ jestliže } i=j) \dots (14)$$

Maticové vyjádření :

$$N = Q \cdot N + I$$

$$I = N - QN = (I - Q) \cdot N$$

$$N = (I - Q)^{-1}$$

Matice N je stejného řádu jako matice Q . Matice Q vyplývá ze základní stochastické matice P :

$$P = \left(\begin{array}{c|c} Q & R \\ \hline 0 & I \end{array} \right) \left. \begin{array}{l} s \\ c-s \end{array} \right\} \quad \dots (15)$$

$\underbrace{\hspace{10em}}_s \quad \underbrace{\hspace{10em}}_{c-s}$

I	- podmatice	$(c - s) \times (c - s)$	jednotková
O	- podmatice	$(c - s) \times s$	nulová
R	- podmatice	$s \times (c - s)$	přechodu z neabsorpčních do absorpčních stavů
Q	- podmatice	$s \times s$	neabsorpčních - tranzitních stavů

2.4.2 Střední počet kroků systému do jeho pohlcení v absorpčním stavu.

Tento počet je dán součtem elementů řádku matice N . Tudíž lze toto vyjádřit pomocí s - komponentního sloupcového vektoru τ , jehož komponenty představují střední počet kroků systému do jeho pohlcení v absorpčním stavu, při příslušném stavu výchozím.

$$\tau = N \cdot \xi \quad \dots (16)$$

i - i - tý komponent sloupcového vektoru τ představuje střední počet kroků systému do jeho pohlcení v absorpčním stavu, je-li výchozím stavem stav S_i .

2.4.3 Pravděpodobnost, že systém skončí v určitém absorpčním stavu.

V případě, že systém má možnost skončit v jednom z několika daných absorpčních stavů, lze pomocí aplikace základní stochastické matice P určit pravděpodobnost, že systém skončí v určitém absorpčním stavu. Samozřejmě, že toto zjištění má význam jedině pokud počet absorpčních stavů je minimálně rovný dvěma. Při jednom absorpčním stavu pro kontrolu musí příslušná pravděpodobnost se rovnat jedné.

Je-li S_i neabsorpční stav a S_l stav absorpční, potom b_{il} udává pravděpodobnost toho, že systém skončí v absorpčním stavu S_l . Tuto pravděpodobnost lze vyjádřit postupně součtem součinů pravděpodobností přechodu za jeden krok a pravděpodobností, že systém skončí v absorpčním stavu, je-li výchozím

stavem určitý neabsorpční stav.

$$b_{i1} = p_{i1} + p_{i1} \cdot b_{11} + p_{i2} \cdot b_{21} + \dots + p_{is} \cdot b_{s1} \quad \dots (17)$$

Součty se provádí pro všechny neabsorpční stavy.
Rovnici (17) je možno zapsat v maticové formě :

$$B = R + Q \cdot B \quad \dots (18)$$

$$(I - Q) \cdot B = R$$

$$B = (I - Q)^{-1} \cdot R = N \cdot R \quad \dots (19)$$

B - matice $S \times (C - S)$ s elementy b_{i1} udávajícími pravděpodobnost, že systém začínající ve stavu neabsorpčním S_i skončí v absorpčním stavu S_1 .

Vzhledem k základní důležitosti matice N , nazýváme ji základní maticí řetězce.

2.4.4 Rozptyl počtu průchodů neabsorpčními stavy.

Vycházejí ze základní definice rozptylu

$$\sigma^2 [n'_{ij}] = E [n'^2_{ij}] - [E n'_{ij}]^2$$

$$n_{2ij} = E [n'^2_{ij}] - [n_{ij}]^2 \quad \dots (20)$$

byl odvozen vztah pro výpočet rozptylu počtu průchodů různými neabsorpčními stavy, pro různé vstupní stavy systému [2].

$$N_2 = N \cdot (2N_{dy} - I) - N_{sq} \quad \dots (21)$$

N_2 - matice $S \times S$ - element n_{2ij} udává rozptyl počtu průchodů stavem S_j , je-li výchozím stavem stav S_i .

N_{dg} - matice $S \times S$ - diagonální matice z matice N .

N_{sq} - matice $S \times S$ - kvadratická matice z matice N .

Obecný element n_{2ij} matice N_2 udává rozptyl počtu průchodů stavem S_j , je-li vstupním stavem stav S_i .

2.4.5 Rozptyl počtu kroků systému do jeho pohlcení v absorpčním stavu.

Obdobně jako v kap. 2.4.4 vychází se při odvozování soustavy rozptylů v maticové formě ze základního vztahu pro rozptyl.

$$\sigma^2[\tau_i'] = E \tau_i'^2 - [E \tau_i']^2$$

$$\tau_{2i} = E \tau_i'^2 - [\tau_i]^2 \quad \dots (22)$$

Pro všechny výchozí neabsorpční stavy byl odvozen výsledný sloupcový vektor τ_2 s elementy τ_{2i} .

$$\tau_2 = (2N - I) \cdot \tau - \tau_{sq} \quad \dots (23)$$

τ_2 S komponentní sloupcový vektor

τ S komponentní sloupcový vektor

τ_{sq} S komponentní sloupcový vektor

Pokud je zadán určitý počáteční stav formou počátečního vektoru π , vymezíme tím přímo sledované hodnoty následujícím způsobem:

Střední hodnota počtu průchodů stavem S_j :

$$E n_{\pi j}' = \pi \cdot N \quad \dots (24)$$

Rozptyl počtu průchodů stavem S_j :

$$\sigma^2 [n'_{\pi j}] = \pi \cdot N (2N_{dg} - I) - (\pi \cdot N)_{sq} \quad \dots (25)$$

Střední hodnota počtu kroků do absorpčního stavu :

$$E \tau'_\pi = \pi \cdot \tau \quad \dots (26)$$

Rozptyl počtu kroků do absorpčního stavu :

$$\sigma^2 [\tau'_\pi] = \pi \cdot (2N - I) \cdot \tau - (\pi \cdot \tau)_{sq} \quad \dots (27)$$

2.4.6 Pravděpodobnost výchozího neabsorpčního stavu S_i , pokud se systém nalézá v neabsorpčním stavu S_j .

Elementy h_{ij} matice H udávají pravděpodobnost, že výchozí stav systému, který se nalézá ve stavu S_j , je stav S_i .

$$H = (N - I) \cdot N_{dg}^{-1} \quad \dots (28)$$

Matice H je důležitá zejména k výpočtu dalších hodnot v souvislosti s analýzou určitého markovského řetězce.

2.4.7 Pravděpodobnost určitého počtu průchodů jednotlivými neabsorpčními stavy.

Velmi důležitým poznatkem je možnost určení pravděpodobnosti jistého počtu průchodů systému stavem S_j při výchozím stavu S_i . Tyto pravděpodobnosti lze určit jako komponenty výsledné matice, která vyplývá z maticové rovnice (29), (30).

$$\{Pr [n_{ij} - d_{ij} = k]\} =$$

$$= \begin{cases} E_1 - H & \dots \text{ pro } k = 0 \end{cases} \quad (29)$$

$$\begin{cases} H \cdot H_{dg}^{k-1} [I - H_{dg}] = (N \cdot I) \cdot N_{dg}^{-2} (I - N_{dg}^{-1})^{k-1} & \dots \text{ pro } k > 0 \end{cases} \quad (30)$$

Důležitou aplikací je použití pravděpodobností získaných z rovnic (29), (30) pro určení dalších charakteristik procesu.

2.4.8 Střední hodnota počtu neabsorpčních stavů absolvovaných systémem před absorbcí.

Určení středního počtu neabsorpčních stavů, absolvovaných systémem, než tento skončí ve stavu absorpčním, lze pro souhrn výchozích stavů určit sloupcovým vektorem podle vektorové rovnice (31).

$$\mu = [H + (I - H_{dg})] \cdot \xi = N \cdot N_{dg}^{-1} \cdot \xi \quad \dots (31)$$

2.4.9 Střední hodnota a rozptyl počtu změn stavu.

Střední hodnotu a rozptyl počtu změn stavu lze určit na základě nově sestavené matice $\hat{P}$ z matice P .

Podmínky pro komponenty matice $\hat{P}$.

Pro stavy neabsorpční :

$$\left. \begin{aligned} \hat{p}_{ii} &= 0 \\ \hat{p}_{ij} &= \frac{p_{ij}}{1 - p_{ii}} \end{aligned} \right\} \quad \dots (32)$$

Z matice $\hat{P}$ určíme $\hat{Q}$

$$\hat{P} = \left(\begin{array}{c|c} \hat{Q} & \hat{R} \\ \hline 0 & I \end{array} \right) \quad \dots (33)$$

Dále určíme $\hat{N}$

$$\hat{N} = (I - \hat{Q})^{-1} \quad \dots (34)$$

Odtud

$$\hat{\tau} = \hat{N} \cdot \xi \quad \dots (35)$$

a

$$\hat{\tau}_2 = (2\hat{N} - I) \cdot \hat{\tau} - \hat{\tau}_{sq} \quad \dots (36)$$

Rovnice (35), (36) udávají střední hodnotu a rozptyl počtu změn stavu systému pro určité výchozí stavy S_i .

Výsledné hodnoty z rovnice (35) a hodnoty dané maticovou rovnicí (16) lze použít pro výpočet střední hodnoty počtu přechodů, kdy nedojde ke změně stavu. Tyto hodnoty jsou dány sloupcovým vektorem τ^* .

$$\tau^* = \tau - \hat{\tau} \quad \dots (37)$$

2.4.10 Závěr k teorii markovských řetězců absorpčních.

Výběr výsledků a poznatků o markovských řetězcích absorpčních je proveden s ohledem na jejich použití při aplikaci na pohyb vláken válcovým mykacím strojem. Z toho důvodu použitý

matematický pojem "systém" budeme v aplikaci rozumět "vlákno".

Předložený výběr výsledků markovských řetězců absorpčních představuje možnost komplexního vyjadřování příslušných parametrů pro souhrn všech stavů, ve kterých budeme systém sledovat. Jedná se tedy o maticové, resp. vektorové vyjadřování. Tato forma je vhodná pro praktické použití, poněvadž zvládnutí příslušné výpočetní metody je vymezeno základními početními úkony s maticemi, resp. vektory. V případech složitějších případů, které jsou dány větším rozsahem sledovaných stavů markovského absorpčního řetězce, je vhodné využít pro tuto problematiku výpočetní techniky pro numerické vyčíslení konkrétního případu markovského absorpčního řetězce.

Z uváděných výsledků se jeví jako velice důležitý výsledek, uvedený v kap. 2.4.7. Jedná se určení pravděpodobnosti určitého počtu průchodů jednotlivými neabsorpčními stavy. Hlubší analýza výsledků, získaných z maticového vyjádření (29), (30), vede k možnosti podrobného komplexního sledování procesu změn stavu systému, což je důležité pro naši pozdější aplikaci.

Výsledky uvedené v kap. 2.4.1 - 2.4.5, tj. výsledné vztahy (13), (16), (19), (21), (23), umožňují jednak získat základní poznatky o markovském řetězci absorpčním a jednak jejich určením obdržíme základní vyjádření ve formě matic nebo vektorů, nutné pro stanovení složitějších výsledků, zejména výsledků maticových rovnic (29), (30), popřípadě dalších výsledků (28), (31), (35), (36), (37), které doplňují analýzu, týkající se procesu změn stavů systému.

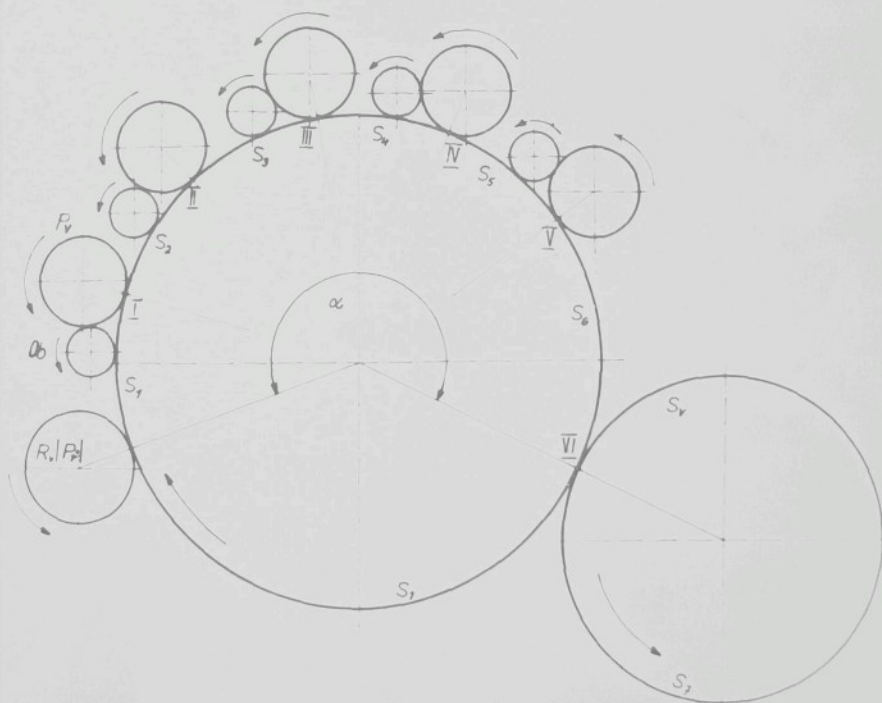
Provedený výběr výsledků markovského řetězce absorpčního v maticové, resp. vektorové formě bude základem aplikace na proces pohybu vláken na válcovém mykacím stroji.

3. APLIKACE TEORIE MARKOVSKÝCH ŘETĚZCŮ NA PROCES MYKÁNÍ NA VÁLCOVÉM MYKACÍM STROJI

3.1 Úvod

Řadou autorů ([14], [15], [18], [23], [25], [26], [27]) bylo potvrzeno, že pohyb vláken na válcovém mykacím stroji je takového charakteru, že lze na studium průchodu vláken použít teorií markovských řetězců absorpčních. Toto potvrzení se objevilo poprvé v práci [14].

Budeme analyzovat pohyb vláken na válcovém mykacím stroji s pěti pracovními válci a jedním snímacím válcem.

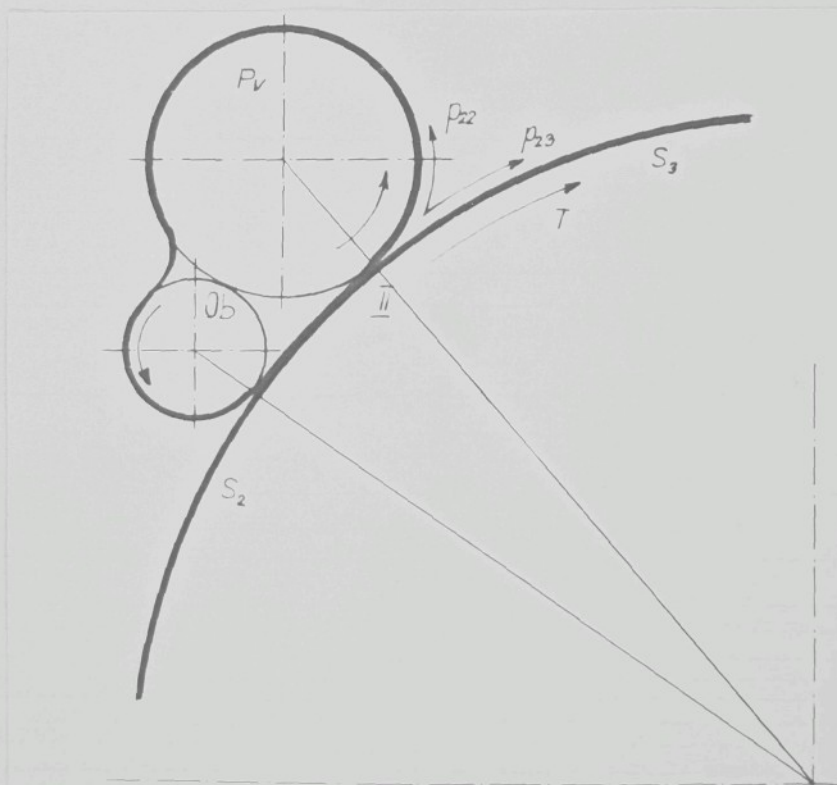


Obr. 1 Základní schéma válcového mykacího stroje

Samozřejmě příslušná teorie je aplikovatelná pro válcový mykací stroj s libovolným počtem pracovních válců a válců snímacích, neboli s libovolným počtem mykacích bodů.

U válcového mykacího stroje s pěti pracovními válci a obraceči a jedním válcem snímacím je šest bodů s polohou povlaků na mykání. Jedná se o body I ÷ VI. Vždy sousední mykací body vymezují jednotlivé stavy. Např.: Mezi body I a II je stav S_2 , mezi II a III stav S_3 atd. Vstupním stavem je stav S_1 , kde systém (vlákno) vstupuje do procesu. Jedná se o přestup z rozvolňovače na tambur, který se teoreticky uskutečňuje s pravděpodobností rovnou jedné.

Poněkud složitější situace je v případě přechodu vláken mezi jednotlivými stavy.



Obr. 2 Dráhy pohybu vláken při vzájemném působení tamburu a prac. válce

Jako příklad si uveďme rozdělení vlákenné vrstvy na dvě části, v mykacím bodě $\bar{II}$. Vláknem, které prochází mykacím bodem $\bar{II}$ může s pravděpodobností p_{22} přejít na pracovní válec a tím se vrátit do stavu S_2 , anebo přejít do stavu S_3 , tzn. zůstat na tamburu.

Pravděpodobnosti p_{22} a p_{23} závisí pouze na chování vlákna v předchozím mykacím bodu I . Jestliže sledované vlákno při vzájemném působení s prvním pracovním válcem přejde na první pracovní válec, potom jeho přechod na druhý pracovní válec (tedy do stavu S_3) během jednoho kroku je nemožný.

Stav S_7 podle obr. 1 je stavem absorpčním. Znamená to, že vlákno, které přešlo do tohoto stavu (tedy na snímač) nemůže přejít do ostatních stavů ($S_1 \div S_6$) (obr. 3). Celkově zaplněnost na válcovém mykacím stroji vyplývá z obr. 4.

Je zřejmé, že pro pravděpodobnosti musí platit následující rovnice.

$$\left. \begin{array}{l} p_{11} + p_{12} = 1 \\ p_{22} + p_{23} = 1 \\ \vdots \\ \vdots \\ p_{55} + p_{56} = 1 \\ p_{61} + p_{67} = 1 \end{array} \right\} \dots (38)$$

Vyplývá to z možných pohybů vlákna v jednotlivých mykacích bodech.

Předpokládejme, že pro pohyb vláken na válcovém mykacím stroji platí následující podmínky.

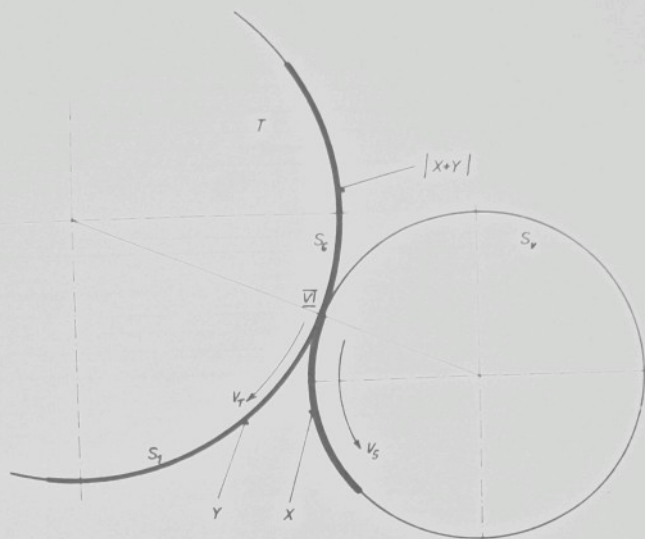
a) Zaplnění povlaku výčistky je konstantní. Za tohoto předpokladu lze očekávat, že každé vlákno, které přišlo do procesu mykání se tohoto procesu zúčastní.

b) Zanedbáváme odpady, které jsou vylučovány na stroji a uvažujeme pravděpodobnost přechodu vlákna v závislosti na jeho poloze vzhledem k šířce stroje jako konstantní.

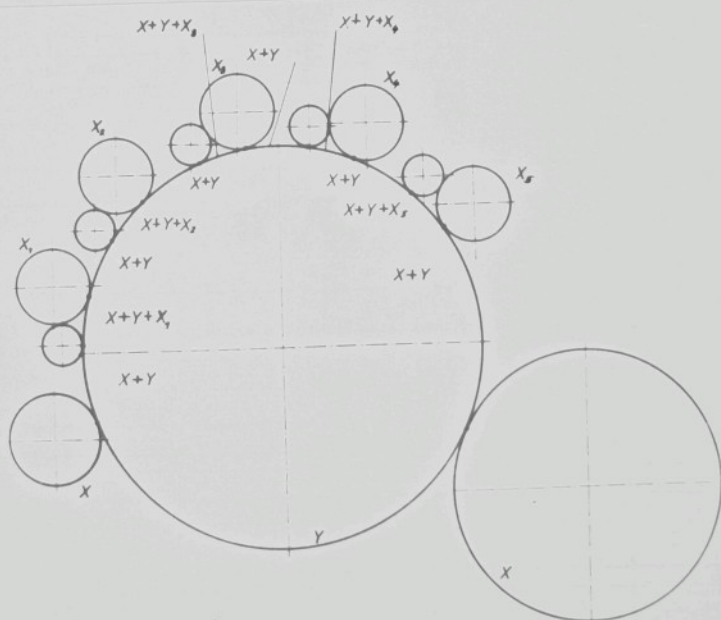
c) Během ustálené činnosti mykacího stroje uvažujeme hodnoty pravděpodobnosti konstantní.

Tyto podmínky jsou při ustálené činnosti mykacího stroje přijatelné. Podmínka a) byla ověřena experimentálně [31]. Podmínka c) přímo souvisí s ustálenou činností válcového mykacího stroje. Jedná se o údobí činnosti, kdy již skončilo zvětšování množství úsadku vláken v povlaku, vstupující množství do stroje za jednotku časovou se rovná množství vystupujícímu. Podmínka b) podmiňuje přesnost sledování procesu pohybu. Uvažováním odpadu vypadávajícího pod mykací stroj a také odpadu v zóně styku pracovních válců a obracečů, popřípadě v zóně volantu, by narostlo poměrně značné množství absorpčních stavů, s poměrně malými pravděpodobnostmi přechodu do těchto stavů, tedy s poměrně malým vlivem na příslušnou, výslednou sledovanou hodnotu a značně by se zkomplikoval výpočet, zvláště u parametrů, vyžadujících poměrně složité teoretické odvozování.

Akceptujeme v dalším uvedené předpoklady a vycházíme ze základní stochastické matice P pro proces mykání, provedeme odvození pro jednotlivé parametry pohybu vláken na válcovém mykacím stroji.



Obr.3 Schema přechodu vláken z tamburu na snímač



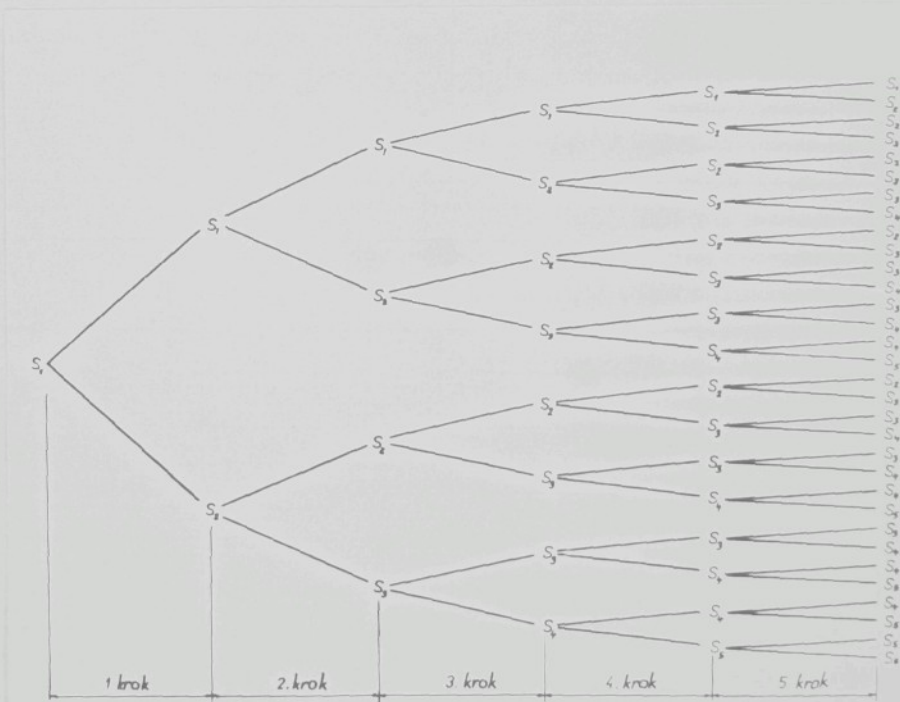
Obr.4 Schema zaplněnosti povlaku válcového mykacího stroje

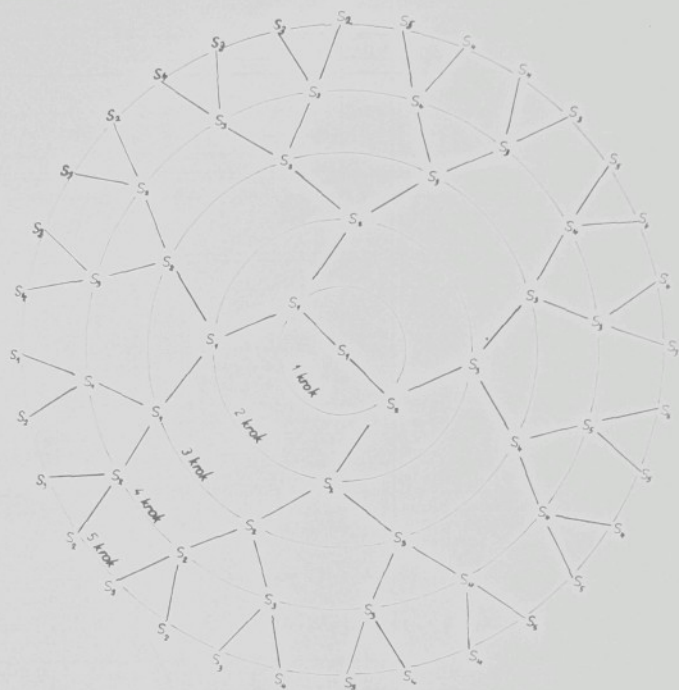
3.2 Základní aplikace výsledků markovských řetězců absorpčních

Vzhledem k možnosti aplikace teorie markovských řetězců absorpčních můžeme souhrn všech hodnot pravděpodobností přechodu zobrazit buď diagramem nebo maticí.

Ukázka zobrazení celého souhrnu hodnot pravděpodobností pro prvních pět kroků za pomoci diagramů je na obr. 5 a obr. 6. Tato metoda poskytuje spíše ilustrativní pohled na problematiku změn stavů systému, nedovoluje však pohodově určovat důležité veličiny, jako je tomu v případě maticového vyjádření. Z tohoto důvodu se rozhodneme jednoznačně pro maticové vyjádření souhrnu pravděpodobností.

U diagramového zobrazování je nezbytné uvažovat konkrétní výchozí stav, kterým je zde stav S_1 .





Obr. 6. Diagram pravděpodobností přechodu

Vyjádření souhrnu pravděpodobností formou stochastické matice umožňuje získat řadu výsledků nezbytných pro analýzu pohybu vláken na válcovém mykacím stroji.

Souhrn pravděpodobností vyjádříme stochastickou maticí P . Podle obecného vyjádření (3), pro pravděpodobnosti přechodu vláken v jednotlivých mykacích bodech lze psát :

$$P = \begin{pmatrix} p_{11} & p_{12} & & & & \\ & p_{22} & p_{23} & & & \\ & & p_{33} & p_{34} & & \\ & & & p_{44} & p_{45} & \\ & & & & p_{55} & p_{56} \\ p_{61} & & & & & p_{67} \\ & & & & & & 1 \end{pmatrix} \dots (39)$$

Pozn. : Nevyznačené elementy jsou nulové.

Podle obecného vztahu (15) lze vyjádření matice (39) přepsat :

$$P = \left(\begin{array}{c|c} Q & R \\ \hline O & I \end{array} \right) \left. \begin{array}{l} s=6 \\ \dots (40) \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} c-s=1 \end{array} \right\}$$

$\underbrace{\hspace{10em}}_{s=6} \quad \underbrace{\hspace{5em}}_{c-s=1}$

Matice Q tedy má tvar :

$$Q = \begin{pmatrix} p_{11} & p_{12} & & & & \\ & p_{22} & p_{23} & & & \\ & & p_{33} & p_{34} & & \\ & & & p_{44} & p_{45} & \\ & & & & p_{55} & p_{56} \\ p_{61} & & & & & \end{pmatrix} \quad \dots (41)$$

Pomocí matice Q vyjádříme základní matici N . Podle vztahu (13) $N = (I - Q)^{-1}$. Pro konkrétní případ sledovaného pohybu vláken na mykacím stroji podle obr. 1 za použití matice Q podle (41) bude matice N mít následující vyjádření :

$$N = \begin{pmatrix} \frac{1}{p_{12} \cdot p_{67}} & \frac{1}{p_{23} \cdot p_{67}} & \frac{1}{p_{34} \cdot p_{67}} & \frac{1}{p_{45} \cdot p_{67}} & \frac{1}{p_{56} \cdot p_{67}} & \frac{1}{p_{67}} \\ \frac{p_{61}}{p_{12} \cdot p_{67}} & " & " & " & " & " \\ " & \frac{p_{61}}{p_{23} \cdot p_{67}} & " & " & " & " \\ " & " & \frac{p_{61}}{p_{34} \cdot p_{67}} & " & " & " \\ " & " & " & \frac{p_{61}}{p_{45} \cdot p_{67}} & " & " \\ " & " & " & " & \frac{p_{61}}{p_{56} \cdot p_{67}} & " \end{pmatrix} \quad \dots (42)$$

Jednotlivé elementy matice N vyjadřují střední počet průchodů příslušnými stavy při určitém stavu výchozím. Pro snadnější orientaci pro jednotlivá n_{ij} zřejmě lze uvést matici N ve tvaru :

$$N = \begin{pmatrix} n_{11} & n_{12} & n_{13} & n_{14} & n_{15} & n_{16} \\ n_{21} & n_{22} & n_{23} & n_{24} & n_{25} & n_{26} \\ n_{31} & n_{32} & n_{33} & n_{34} & n_{35} & n_{36} \\ n_{41} & n_{42} & n_{43} & n_{44} & n_{45} & n_{46} \\ n_{51} & n_{52} & n_{53} & n_{54} & n_{55} & n_{56} \\ n_{61} & n_{62} & n_{63} & n_{64} & n_{65} & n_{66} \end{pmatrix} \quad \dots \quad (43)$$

Rozptýl téže hodnoty, tj. počtu průchodů jednotlivými stavy lze určit pomocí matice N_2 podle vyjádření (21)

$$N_2 = \begin{pmatrix} \frac{1}{p_{12}p_{67}} \left[\frac{1}{p_{12}p_{67}} - 1 \right] & \frac{1}{p_{23}p_{67}} \left[\frac{1}{p_{23}p_{67}} - 1 \right] & \frac{1}{p_{34}p_{67}} \left[\frac{1}{p_{34}p_{67}} - 1 \right] & \frac{1}{p_{45}p_{67}} \left[\frac{1}{p_{45}p_{67}} - 1 \right] & \frac{1}{p_{56}p_{67}} \left[\frac{1}{p_{56}p_{67}} - 1 \right] & \frac{1}{p_{67}} \left[\frac{1}{p_{67}} - 1 \right] \\ \frac{p_{67}}{p_{12}p_{67}} \left[\frac{2}{p_{12}p_{67}} - 1 - \frac{p_{67}}{p_{12}p_{67}} \right] & " & " & " & " & " \\ " & \frac{p_{67}}{p_{23}p_{67}} \left[\frac{2}{p_{23}p_{67}} - 1 - \frac{p_{67}}{p_{23}p_{67}} \right] & " & " & " & " \\ " & " & \frac{p_{67}}{p_{34}p_{67}} \left[\frac{2}{p_{34}p_{67}} - 1 - \frac{p_{67}}{p_{34}p_{67}} \right] & " & " & " \\ " & " & " & \frac{p_{67}}{p_{45}p_{67}} \left[\frac{2}{p_{45}p_{67}} - 1 - \frac{p_{67}}{p_{45}p_{67}} \right] & " & " \\ " & " & " & " & \frac{p_{67}}{p_{56}p_{67}} \left[\frac{2}{p_{56}p_{67}} - 1 - \frac{p_{67}}{p_{56}p_{67}} \right] & " \end{pmatrix} \quad \dots \quad (44)$$

Pro zjednodušení je možno jednotlivé rozptyly vyjádřit pomocí středních hodnot počtu průchodů n_{ij} .

$$N_2 = \begin{pmatrix} n_{11}(n_{11}-1) & n_{22}(n_{22}-1) & n_{33}(n_{33}-1) & n_{44}(n_{44}-1) & n_{55}(n_{55}-1) & n_{66}(n_{66}-1) \\ p_{61}n_{11}(2n_{11}-p_{61}n_{11}) & " & " & " & " & " \\ " & p_{61}n_{22}(2n_{22}-p_{61}n_{22}) & " & " & " & " \\ " & " & p_{61}n_{33}(2n_{33}-p_{61}n_{33}) & " & " & " \\ " & " & " & p_{61}n_{44}(2n_{44}-p_{61}n_{44}) & " & " \\ " & " & " & " & p_{61}n_{55}(2n_{55}-p_{61}n_{55}) & " \end{pmatrix} \quad (45)$$

Dalším ze základních parametrů je střední počet kroků systému do jeho pohlcení v absorpčním stavu.

Podle vektorové rovnice (16) lze určit vektor τ pro sledovaný případ válcového mykacího stroje:

$$\tau = \begin{pmatrix} \sum_{j=1}^6 n_{1j} \\ \sum_{j=1}^6 n_{2j} \\ \sum_{j=1}^6 n_{3j} \\ \sum_{j=1}^6 n_{4j} \\ \sum_{j=1}^6 n_{5j} \\ \sum_{j=1}^6 n_{6j} \end{pmatrix} \quad (46)$$

Určení rozptylu počtu kroků systému do jeho pohlcení v absorpčním stavu (23):

Vektor τ_2 pro sledovaný případ válcového mykacího stroje:

$\tau_2 =$

$$\left(\begin{aligned} & [(2n_{11}-1) \cdot \sum_{j=1}^6 n_{1j} + (2n_{22}-1) \cdot \sum_{j=1}^6 n_{2j} + \dots \dots \dots + (2n_{66}-1) \cdot \sum_{j=1}^6 n_{6j}] - [\sum_{j=1}^6 n_{ij}]^2 \\ & [(2p_{61}n_{11}-1) \cdot \sum_{j=1}^6 n_{1j} + (2n_{22}-1) \cdot \sum_{j=1}^6 n_{2j} + \dots \dots \dots + (2n_{66}-1) \cdot \sum_{j=1}^6 n_{6j}] - [\sum_{j=1}^6 n_{2j}]^2 \\ & [(2p_{61}n_{11}-1) \cdot \sum_{j=1}^6 n_{1j} + (2n_{22}p_{61}-1) \cdot \sum_{j=1}^6 n_{2j} + (2n_{33}-1) \cdot \sum_{j=1}^6 n_{3j} + \dots \dots \dots + (2n_{66}-1) \cdot \sum_{j=1}^6 n_{6j}] - [\sum_{j=1}^6 n_{3j}]^2 \\ & [(2p_{61}n_{11}-1) \cdot \sum_{j=1}^6 n_{1j} + \dots \dots \dots + (2p_{61}n_{33}-1) \cdot \sum_{j=1}^6 n_{3j} + (2n_{44}-1) \cdot \sum_{j=1}^6 n_{4j} + \dots \dots \dots + (2n_{66}-1) \cdot \sum_{j=1}^6 n_{6j}] - [\sum_{j=1}^6 n_{4j}]^2 \\ & [(2p_{61}n_{11}-1) \cdot \sum_{j=1}^6 n_{1j} + \dots \dots \dots + (2p_{61}n_{33}-1) \cdot \sum_{j=1}^6 n_{3j} + (2n_{44}-1) \cdot \sum_{j=1}^6 n_{4j} + (2n_{55}-1) \cdot \sum_{j=1}^6 n_{5j} + \dots \dots \dots + (2n_{66}-1) \cdot \sum_{j=1}^6 n_{6j}] - [\sum_{j=1}^6 n_{5j}]^2 \\ & [(2p_{61}n_{11}-1) \cdot \sum_{j=1}^6 n_{1j} + \dots \dots \dots + (2p_{61}n_{33}-1) \cdot \sum_{j=1}^6 n_{3j} + (2n_{44}-1) \cdot \sum_{j=1}^6 n_{4j} + (2p_{61}n_{55}-1) \cdot \sum_{j=1}^6 n_{5j} + (2n_{66}-1) \cdot \sum_{j=1}^6 n_{6j}] - [\sum_{j=1}^6 n_{6j}]^2 \end{aligned} \right)$$

$\dots (47)$

$\vdots$
 $\vdots$
 $\vdots$

Podle maticové rovnice (19) lze určit matici B , jejíž elementy jsou pravděpodobnosti, že systém skončí v určitém absorpčním stavu. Pro případ postupu vláken uvažovaným mykacím strojem, kde je pouze jeden absorpční stav, pozbývá určování matice B významu. V tomto případě matice B se redukuje na jednotkový sloupcový vektor.

$$B = NR = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \dots (48)$$

3.3 Rozšíření výsledků markovských řetězců absorpčních při aplikaci na postup vláken válcovým mykacím strojem

3.3.1 Pravděpodobnost výchozího neabsorpčního stavu S_i , jestliže systém je ve stavu S_j :

Pomocí maticové rovnice (28) lze určit matici H , potřebnou zejména k určení pravděpodobnosti určitého počtu průchodů jistým stavem.

$$H = (N - I) \cdot N_{dg}^{-1}$$

$H =$

$$\begin{pmatrix}
 \frac{1}{p_{12} p_{67}} - 1 & \frac{1}{p_{23} p_{67}} & \frac{1}{p_{34} p_{67}} & \frac{1}{p_{45} p_{67}} & \frac{1}{p_{56} p_{67}} & \frac{1}{p_{67}} \\
 \frac{p_{67}}{p_{12} p_{67}} & \frac{1}{p_{23} p_{67}} - 1 & \text{"} & \text{"} & \text{"} & \text{"} \\
 \text{"} & \frac{p_{67}}{p_{23} p_{67}} & \frac{1}{p_{34} p_{67}} - 1 & \text{"} & \text{"} & \text{"} \\
 \text{"} & \text{"} & \frac{p_{67}}{p_{34} p_{67}} & \frac{1}{p_{45} p_{67}} - 1 & \text{"} & \text{"} \\
 \text{"} & \text{"} & \text{"} & \frac{p_{67}}{p_{45} p_{67}} & \frac{1}{p_{56} p_{67}} - 1 & \text{"} \\
 \text{"} & \text{"} & \text{"} & \text{"} & \frac{p_{67}}{p_{56} p_{67}} & \frac{1}{p_{67}} - 1
 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix}
 p_{12} p_{67} \\
 p_{23} p_{67} \\
 p_{34} p_{67} \\
 p_{45} p_{67} \\
 p_{56} p_{67} \\
 p_{67}
 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix}
 1 - p_{12} p_{67} & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\
 p_{67} & 1 - p_{23} p_{67} & \text{"} & \text{"} & \text{"} & \text{"} \\
 \text{"} & p_{67} & 1 - p_{34} p_{67} & \text{"} & \text{"} & \text{"} \\
 \text{"} & \text{"} & p_{67} & 1 - p_{45} p_{67} & \text{"} & \text{"} \\
 \text{"} & \text{"} & \text{"} & p_{67} & 1 - p_{56} p_{67} & \text{"} \\
 \text{"} & \text{"} & \text{"} & \text{"} & p_{67} & 1 - p_{67}
 \end{pmatrix} \quad \dots (49)$$

Podle rovnice (30) pro $k > 0$ platí :

$$\{Pr[n'_{ij} - d_{ij} = k]\} = H \cdot H_{dg}^{k-1} \cdot [I - H_{dg}] = \\ = [N - I] \cdot N_{dg}^{-2} \cdot [I - N_{dg}^{-1}]^{k-1}$$

Výslednou matici pro kontrolu vyjádříme dvěma způsoby:

$$a) \{Pr[n'_{ij} - d_{ij} = k]\} = H \cdot H_{dg}^{k-1} \cdot [I - H_{dg}]$$

$$= \begin{pmatrix} 1-p_{12}p_{67} & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ p_{61} & 1-p_{23}p_{67} & " & " & " & " \\ " & p_{61} & 1-p_{34}p_{67} & " & " & " \\ " & " & p_{61} & 1-p_{56}p_{67} & " & " \\ " & " & " & p_{61} & 1-p_{56}p_{67} & " \\ " & " & " & " & p_{61} & 1-p_{67} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} (1-p_{12}p_{67})^{k-1} & & & & & \\ & (1-p_{23}p_{67})^{k-1} & & & & \\ & & (1-p_{34}p_{67})^{k-1} & & & \\ & & & (1-p_{56}p_{67})^{k-1} & & \\ & & & & (1-p_{56}p_{67})^{k-1} & \\ & & & & & (1-p_{67})^{k-1} \end{pmatrix} \cdot$$

$$\cdot \begin{pmatrix} p_{12}p_{67} & & & & & \\ & p_{23}p_{67} & & & & \\ & & p_{34}p_{67} & & & \\ & & & p_{56}p_{67} & & \\ & & & & p_{56}p_{67} & \\ & & & & & p_{67} \end{pmatrix} =$$

$$\begin{aligned}
 & \left(\begin{array}{l}
 P_{02} P_{02} (1 - P_{02} P_{02})^k P_{23} P_{02} (1 - P_{23} P_{02})^{k-1} P_{34} P_{02} (1 - P_{34} P_{02})^{k-1} P_{45} P_{02} (1 - P_{45} P_{02})^{k-1} P_{56} P_{02} (1 - P_{56} P_{02})^{k-1} P_{02} (1 - P_{02})^{k-1} \\
 P_{01} P_{02} P_{02} (1 - P_{02} P_{02})^{k-1} P_{23} P_{02} (1 - P_{23} P_{02})^k \\
 P_{01} P_{23} P_{02} (1 - P_{23} P_{02})^{k-1} P_{34} P_{02} (1 - P_{34} P_{02})^k \\
 P_{01} P_{34} P_{02} (1 - P_{34} P_{02})^{k-1} P_{45} P_{02} (1 - P_{45} P_{02})^k \\
 P_{01} P_{45} P_{02} (1 - P_{45} P_{02})^{k-1} P_{56} P_{02} (1 - P_{56} P_{02})^k \\
 P_{01} P_{56} P_{02} (1 - P_{56} P_{02})^{k-1} P_{02} (1 - P_{02})^k
 \end{array} \right)
 \end{aligned}$$

$$b) \left\{ P_T [n'_{ij} - d_{ij} = k] \right\} = (N - I) \cdot N_{dg}^{-2} (I - N_{dg}^{-1})^{k-1}$$

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{p_{12}} - 1 & \frac{1}{p_{23} p_{67}} & \frac{1}{p_{34} p_{67}} & \frac{1}{p_{45} p_{67}} & \frac{1}{p_{56} p_{67}} & \frac{1}{p_{67}} \\ \frac{p_{61}}{p_{12} p_{67}} & \frac{1}{p_{23} p_{67}} - 1 & " & " & " & " \\ " & \frac{p_{61}}{p_{23} p_{67}} & \frac{1}{p_{34} p_{67}} - 1 & " & " & " \\ " & " & \frac{p_{61}}{p_{34} p_{67}} & \frac{1}{p_{45} p_{67}} - 1 & " & " \\ " & " & " & \frac{p_{61}}{p_{45} p_{67}} & \frac{1}{p_{56} p_{67}} - 1 & " \\ " & " & " & " & \frac{p_{61}}{p_{56} p_{67}} & \frac{1}{p_{67}} - 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} (p_{12} p_{67})^2 \\ (p_{23} p_{67})^2 \\ (p_{34} p_{67})^2 \\ (p_{45} p_{67})^2 \\ (p_{56} p_{67})^2 \\ p_{67}^2 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{pmatrix} (1 - p_{12} p_{67})^{k-1} \\ (1 - p_{23} p_{67})^{k-1} \\ (1 - p_{34} p_{67})^{k-1} \\ (1 - p_{45} p_{67})^{k-1} \\ (1 - p_{56} p_{67})^{k-1} \\ (1 - p_{67})^{k-1} \end{pmatrix} =$$

Matice (50) a (51) lze upravit zavedením symbolu středního počtu průchodu systému jednotlivými stavy n_{ij} . Hodnoty n_{ij} vyplývají z matic (42), (43).

$$\text{pro } k = 0 \quad \{Pr[n'_{ij} - d_{ij} = k]\} =$$

$$= \begin{pmatrix} \frac{1}{n_{11}} & & & & & \\ \frac{1}{n_{66}} & \frac{1}{n_{22}} & & & & \\ & \frac{1}{n_{66}} & \frac{1}{n_{33}} & & & \\ & & \frac{1}{n_{66}} & \frac{1}{n_{44}} & & \\ & & & \frac{1}{n_{66}} & \frac{1}{n_{55}} & \\ & & & & \frac{1}{n_{66}} & \frac{1}{n_{66}} \end{pmatrix} \dots (52)$$

$$\{Pr[n'_{ij} - d_{ij} = k]\} =$$

$$= \begin{pmatrix} \frac{1}{n_{11}} \left(\frac{n_{11}-1}{n_{11}} \right)^k & \frac{1}{n_{22}} \left(\frac{n_{22}-1}{n_{22}} \right)^{k-1} & \frac{1}{n_{33}} \left(\frac{n_{33}-1}{n_{33}} \right)^{k-1} & \frac{1}{n_{44}} \left(\frac{n_{44}-1}{n_{44}} \right)^{k-1} & \frac{1}{n_{55}} \left(\frac{n_{55}-1}{n_{55}} \right)^{k-1} & \frac{1}{n_{66}} \left(\frac{n_{66}-1}{n_{66}} \right)^{k-1} \\ \frac{p_{61}}{n_{11}} \left(\frac{n_{11}-1}{n_{11}} \right)^{k-1} & \frac{1}{n_{22}} \left(\frac{n_{22}-1}{n_{22}} \right)^k & & & & \\ & \frac{p_{61}}{n_{22}} \left(\frac{n_{22}-1}{n_{22}} \right)^{k-1} & \frac{1}{n_{33}} \left(\frac{n_{33}-1}{n_{33}} \right)^k & & & \\ & & \frac{p_{61}}{n_{33}} \left(\frac{n_{33}-1}{n_{33}} \right)^{k-1} & \frac{1}{n_{44}} \left(\frac{n_{44}-1}{n_{44}} \right)^k & & \\ & & & \frac{p_{61}}{n_{44}} \left(\frac{n_{44}-1}{n_{44}} \right)^{k-1} & \frac{1}{n_{55}} \left(\frac{n_{55}-1}{n_{55}} \right)^k & \\ & & & & \frac{p_{61}}{n_{55}} \left(\frac{n_{55}-1}{n_{55}} \right)^{k-1} & \frac{1}{n_{66}} \left(\frac{n_{66}-1}{n_{66}} \right)^k \end{pmatrix} \dots (53)$$

Pomocí základní matice N [viz (42)] a pomocí matic (52) a (53) můžeme získat řadu veličin, charakterizujících postup vláken mykacím strojem, které odvodíme pro případ mykacího stroje válcového (obr. 1).

3.3.3 Střední hodnota počtu neabsorpčních stavů absolutovaných systémem před absorpcí - aplikace na postup vláken válcovým mykacím strojem.

Pomocí rovnice (31) získáme sloupcový vektor, jehož elementy dávají střední hodnotu počtu neabsorpčních stavů při určitém vstupním stavu S_i . Praktický význam této aplikace. existuje, jedná-li se o minimálně dva absorpční stavy (mykací stroj se dvěma snímači).

Pro sledovaný případ mykacího stroje podle obr. 1 je řešení zřejmé :

$$\mu = \begin{pmatrix} \frac{1}{p_{12} \cdot p_{67}} & \frac{1}{p_{23} \cdot p_{67}} & \frac{1}{p_{34} \cdot p_{67}} & \frac{1}{p_{45} \cdot p_{67}} & \frac{1}{p_{56} \cdot p_{67}} & \frac{1}{p_{67}} \\ \frac{p_{67}}{p_{12} \cdot p_{67}} & " & " & " & " & " \\ " & \frac{p_{67}}{p_{23} \cdot p_{67}} & " & " & " & " \\ " & " & \frac{p_{67}}{p_{34} \cdot p_{67}} & " & " & " \\ " & " & " & \frac{p_{67}}{p_{45} \cdot p_{67}} & " & " \\ " & " & " & " & \frac{p_{67}}{p_{56} \cdot p_{67}} & " \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} p_{12} \cdot p_{67} \\ p_{23} \cdot p_{67} \\ p_{34} \cdot p_{67} \\ p_{45} \cdot p_{67} \\ p_{56} \cdot p_{67} \\ p_{67} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ p_{61} + 5 \\ 2p_{61} + 4 \\ 3p_{61} + 3 \\ 4p_{61} + 2 \\ 5p_{61} + 1 \end{pmatrix} \quad \dots (54)$$

Elementy sloupcového vektoru v tomto případě postihují všeobecně známou skutečnost.

3.3.4 Střední hodnota a rozptyl počtu změn stavu - aplikace na postup vláken válcovým mykacím strojem

Střední hodnota a rozptyl počtu změn stavu, spolu se znalostí středního počtu kroků systému do absorpce, umožňuje analyzovat postup vláken na mykacím stroji. Tato analýza spočívá v možnosti určení zejména středních hodnot počtu změn stavů a počtu opakovaných stavů při postupu vlákna válcovým mykacím strojem.

Při odvozování výše uvedených hodnot postupujeme následovně.

Vycházíme ze základní stochastické matice (39).

$$P = \begin{pmatrix} p_{11} & p_{12} & & & & & \\ & p_{22} & p_{23} & & & & \\ & & p_{33} & p_{34} & & & \\ & & & p_{44} & p_{45} & & \\ & & & & p_{55} & p_{56} & \\ & p_{61} & & & & & p_{67} \\ & & & & & & 1 \end{pmatrix}$$

Tuto matici redukuje pomocí podmínek (32) na matici $\hat{P}$ (33).

$$\hat{P} = \begin{pmatrix} \frac{p_{12}}{1-p_{11}} & & & & & & \\ & \frac{p_{23}}{1-p_{22}} & & & & & \\ & & \frac{p_{34}}{1-p_{33}} & & & & \\ & & & \frac{p_{45}}{1-p_{44}} & & & \\ & & & & \frac{p_{56}}{1-p_{55}} & & \\ & p_{61} & & & & & p_{67} \\ & & & & & & 1 \end{pmatrix} \quad \dots (55)$$

Z matice $\hat{P}$ (55) vyplývá matice $\hat{Q}$.

$$\hat{Q} =$$

$$\frac{p_{12}}{1-p_{11}}$$

$$\frac{p_{23}}{1-p_{22}}$$

$$\frac{p_{34}}{1-p_{33}}$$

$$\frac{p_{45}}{1-p_{44}}$$

$$\frac{p_{56}}{1-p_{55}}$$

$$p_{67}$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & & & & & \\ & 1 & & & & \\ & & 1 & & & \\ & & & 1 & & \\ & & & & 1 & \\ & & & & & 1 \end{pmatrix} \quad (56)$$

Pomocí maticové rovnice (34) určíme matici $\hat{N}$.

$$\hat{N} = \begin{pmatrix} \frac{1}{p_{67}} & \frac{1}{p_{67}} & \frac{1}{p_{67}} & \frac{1}{p_{67}} & \frac{1}{p_{67}} & \frac{1}{p_{67}} \\ \frac{p_{67}}{p_{67}} & // & // & // & // & // \\ // & \frac{p_{67}}{p_{67}} & // & // & // & // \\ // & // & \frac{p_{67}}{p_{67}} & // & // & // \\ // & // & // & \frac{p_{67}}{p_{67}} & // & // \\ // & // & // & // & \frac{p_{67}}{p_{67}} & // \end{pmatrix} \quad \dots (57)$$

Vektorovou rovnici (35) pomocí matice $\hat{N}$ určíme výsledný sloupcový vektor $\hat{\tau}$, jehož elementy nám určují střední hodnotu změn stavů při určitém výchozím stavu systému S_i .

$$\hat{\tau} = \begin{pmatrix} \frac{6}{p_{67}} \\ \frac{1}{p_{67}}(p_{61} + 5) \\ \frac{1}{p_{67}}(2p_{61} + 4) \\ \frac{1}{p_{67}}(3p_{61} + 3) \\ \frac{1}{p_{67}}(4p_{61} + 2) \\ \frac{1}{p_{67}}(5p_{61} + 1) \end{pmatrix} \dots (58)$$

Střední hodnotu počtu opakování stavů, než přejde systém do absorpčního stavu, lze stanovit vektorovou rovnici (37), s použitím výrazů (46), (42) a (58).

$$\tau^* = \begin{pmatrix} \frac{1}{p_{67}} \left(\frac{p_{11}}{p_{12}} + \frac{p_{22}}{p_{23}} + \frac{p_{33}}{p_{34}} + \frac{p_{44}}{p_{45}} + \frac{p_{55}}{p_{56}} \right) \\ \frac{1}{p_{67}} \left(p_{61} \frac{p_{11}}{p_{12}} + \frac{p_{22}}{p_{23}} + \frac{p_{33}}{p_{34}} + \frac{p_{44}}{p_{45}} + \frac{p_{55}}{p_{56}} \right) \\ \frac{1}{p_{67}} \left(p_{61} \frac{p_{11}}{p_{12}} + p_{61} \frac{p_{22}}{p_{23}} + \frac{p_{33}}{p_{34}} + \frac{p_{44}}{p_{45}} + \frac{p_{55}}{p_{56}} \right) \\ \frac{1}{p_{67}} \left(p_{61} \frac{p_{11}}{p_{12}} + p_{61} \frac{p_{22}}{p_{23}} + p_{61} \frac{p_{33}}{p_{34}} + \frac{p_{44}}{p_{45}} + \frac{p_{55}}{p_{56}} \right) \\ \frac{1}{p_{67}} \left(p_{61} \frac{p_{11}}{p_{12}} + p_{61} \frac{p_{22}}{p_{23}} + p_{61} \frac{p_{33}}{p_{34}} + p_{61} \frac{p_{44}}{p_{45}} + \frac{p_{55}}{p_{56}} \right) \\ \frac{1}{p_{67}} \left(p_{61} \frac{p_{11}}{p_{12}} + p_{61} \frac{p_{22}}{p_{23}} + p_{61} \frac{p_{33}}{p_{34}} + p_{61} \frac{p_{44}}{p_{45}} + p_{61} \frac{p_{55}}{p_{56}} \right) \end{pmatrix} \dots (59)$$

Rozptyl počtu změn stavu nebudeme zde vyjadřovat pro daný případ postupu vláken válcovým mykacím strojem, neboť se prozatím nejvíce nezbytná potřeba určení této charakteristiky k analýze uvedeného procesu.

3.4 Určení charakteristik postupu vláken válcovým mykacím strojem

3.4.1 Stanovení střední hodnoty času průchodu vlákna válcovým mykacím strojem

Definujme střední čas průchodu vlákna válcovým mykacím strojem jako střední hodnotu z množiny časů průchodu vlákna mykacím strojem. Časy průchodu vlákna jsou závislé na počtu průchodů jednotlivými stavy. Střední čas průchodu vlákna vyplývá ze středních hodnot průchodu vlákna jednotlivými stavy.

Určení střední hodnoty času průchodu vlákna provedeme úvahou, kdy chápeme výše uvedenou střední hodnotu času průchodu vlákna, rozloženou do dvou veličin, následovně:

a) Určení středního času průchodu vlákna po pracovních válcích a obrazech.

Určíme následující veličiny :

$\frac{p_{ii}}{p_{i(i+1)} \cdot p_{0i}}$ střední počet, kolikrát vlákno přechází z tamburu na i - tý pracovní válec

$\sum_{i=1}^5 \frac{p_{ii}}{p_{i(i+1)} \cdot p_{0i}}$ celkový střední počet (pro celý uvažovaný válcový mykací stroj), kolikrát vlákno přechází z tamburu na pracovní válec

$t_p \cdot \sum_{i=1}^5 \frac{p_{ii}}{p_{i(i+1)} \cdot p_{0i}}$ střední čas průchodu vlákna po pracovních válcích a obrazech

..... (60)

b) Střední čas průchodu vlákna po tamburu.

Určíme následující veličiny :

$t_T \cdot \frac{\alpha}{360}$ doba oběhu vlákna na tamburu, na oblouku, odpovídajícímu úhlu α .

$t_T (n_{16} - 1)$ střední čas průchodu vlákna po tamburu, za předpokladu, že počáteční bod dráhy je bod VI .

Střední čas průchodu vlákna po tamburu je dán součtem předchozích dvou dílčích hodnot.

$$t_T \cdot \frac{\alpha}{360} + t_T (n_{16} - 1) = t_T \left[\frac{\alpha}{360} + (n_{16} - 1) \right] \quad \dots \dots (61)$$

Použijeme-li vyjádření středního počtu průchodů n_{16} z matice (42), lze konečný výraz z matice (61) upravit.

$$t_T \left[\frac{\alpha}{360} + \left(\frac{1}{p_{67}} - 1 \right) \right] = t_T \left[\frac{\alpha}{360} + \frac{p_{67}}{p_{67}} \right] \quad \dots \dots (62)$$

Střední hodnota času průchodu vlákna uvažovaným mykacím strojem je dána součtem dílčích časů, které jsou dány výrazem (60) a výrazem (62).

$$t_s = t_p \cdot \sum_{i=1}^5 \frac{p_{ii}}{p_{i(i+1)} \cdot p_{67}} + t_T \left[\frac{\alpha}{360} + \frac{p_{67}}{p_{67}} \right] \quad \dots \dots (63)$$

3.4.2 Stanovení minimálního a maximálního času průchodu vlákna válcovým mykacím strojem

Dráhy průchodu vláken mykacím strojem tvoří množinu a tím i časy průchodu, které těmto drahám přísluší. Tyto časy průchodu lze ohraničit zřejmě zcela určitě minimálním časem průchodu. Studium prvků matic (50), (51) zjišťujeme určitou, velmi malou pravděpodobnost pro značně vysoké počty průchodů systému jednotlivými stavy. Teoreticky existují nekonečné počty průchodů jednotlivými stavy a tedy i nekonečné množství drah a tím i časů průchodu vlákna válcovým mykacím strojem. Z toho důvodu nutno vymezit pojem maximálního času definicí, poněvadž maximálním časem průchodu je v daném procesu nekonečný čas.

Definování minimálního času průchodu vlákna válcovým mykacím strojem.

Minimální čas průchodu vlákna válcovým mykacím strojem t_{min} je čas průchodu vlákna, pohybujícího se na tamburu po dráze vymezené kruhovým obloukem $\overline{F_I VI}$, který přísluší úhlu α .

Definování maximálního času průchodu vlákna válcovým mykacím strojem.

Maximální čas průchodu vlákna válcovým mykacím strojem je dán vymezením maximálních počtů průchodů jednotlivými stavy. Toto vymezení maximálních počtů průchodů spočívá v uvažování určitého rozsahu nejpravděpodobnějších počtů průchodů (např. rozsah $S = 0,95$). Vymezené maximální počty průchodů jednotlivými stavy určují maximální čas průchodu vláken mykacím strojem (t_{max}).

a) Určení minimálního času průchodu :

$$t_{min} = t_T \cdot \frac{\alpha}{360} \quad \dots (64)$$

b) Určení maximálního času průchodu .

Nejprve je nutné určit maximální počty průchodů jednotlivými stavy. Vycházíme z elementů prvních řádků matic (50) a (51) (uvažujeme vstupní stav S_1), resp. z upravené formy (52) a (53). Odtud získáme výrazy pro určení pravděpodobností pro určitý počet průchodů :

$$\text{Z matice (52) : } P_r[n'_n - 1 = 0] = \frac{1}{n_n} \quad (k = 0) \dots (65)$$

$$\text{Z matice (53) : } P_r[n'_n - 1 = k] = \frac{1}{n_n} \left(\frac{n_n - 1}{n_n} \right)^k \quad \dots (66)$$

$$P_r[n'_{ij} = k] = \frac{1}{n_{ij}} \left(\frac{n_{ij} - 1}{n_{ij}} \right)^{k-1} \quad \dots (67)$$

[za předpokladu $j \neq 1$]

Hodnoty, kterých nabývají $P_r[n'_n - 1 = k]$ a $P_r[n'_{ij} = k]$ tvoří geometrickou řadu, jejíž součet o nekonečném počtu členů se rovná 1 .

$$\text{Důkaz : } q_0 = \frac{1}{n_{ij}} ; \quad q_0 = \frac{n_{ij} - 1}{n_{ij}} ;$$

Součet geometrické řady .

$$F = \sum_{n'_{ij}=1}^{\infty} P_r [n'_{ij} = k] = \frac{1}{n_{ij}} \frac{1}{1 - \frac{n_{ij}-1}{n_{ij}}} = 1 \quad \dots (68)$$

$$\begin{aligned} F &= \sum_{n'_{ii}=2}^{\infty} P_r [n'_{ii} - 1 = k] + P_r [n'_{ii} - 1 = 0] = \\ &= \frac{1}{n_{ii}} + \frac{1}{n_{ii}} \left(\frac{n_{ii}-1}{n_{ii}} \right) + \frac{1}{n_{ii}} \left(\frac{n_{ii}-1}{n_{ii}} \right)^2 + \dots = 1 \quad \dots (69) \end{aligned}$$

I. Stanovení maximálního počtu průchodů $n'_{ii \max}$; $n'_{ij \max}$.

Vzhledem k tomu, že pro dosti velké počty průchodů n'_{ii} , resp. n'_{ij} je pravděpodobnost, že ke zmíněným počtům průchodu dojde poměrně malá, budeme uvažovat jistý rozsah počtu průchodů jednotlivými stavy, např. $S = 0,95$. Tím si vlastně vymezíme maximální hodnotu počtu průchodů.

Proveďme součet geometrické řady podle (67) pro výše uvedený rozsah.

$$S = \sum_{n'_{ij}=1}^{n'_{ij \max}} P_r [n'_{ij} = k] = 1 - \left(\frac{n_{ij}-1}{n_{ij}} \right)^{n'_{ij \max}} \quad \dots (70)$$

Pro $n'_{ii \max}$ je rovnice stejná (viz charakter řady (69)).

Proto můžeme psát :

$$S = 1 - \left(\frac{n_n - 1}{n_n} \right)^{n'_{11} \max} \quad \dots (71)$$

Z konečného výrazu z rovnice (70) vyplývá :

$$n'_{1j} \max = \frac{\lg(1-S)}{\lg\left(\frac{n_n-1}{n_n}\right)} \quad \dots (72)$$

a samozřejmě platí :

$$n'_{11} \max = \frac{\lg(1-S)}{\lg\left(\frac{n_n-1}{n_n}\right)} \quad \dots (73)$$

II. Stanovení obecného času průchodu válcovým mykacím strojem.

Obdobně, jako při stanovení střední hodnoty času průchodu vlákna válcovým mykacím strojem, je nutno rozdělit celkový čas na čas, po který se sledované vlákno nachází na pracovních válcích a obračecích a čas, po který se vlákno nachází na tamburu.

Obecný čas, po který se sledované vlákno nachází na pracovních válcích a obračecích u daného válcového mykacího stroje.

$$\left(n'_{11p} + n'_{12p} + n'_{13p} + n'_{14p} + n'_{15p} \right) \cdot t_p \quad \dots (74)$$

Jelikož : $n'_{ijp} + n'_{ijT} = n'_{ij}$ (i pro $j = 1$)..(75)

a $n'_{ijT} = n'_{i6}$
(76)

Dosadíme-li za n'_{ijT} ve vztahu (75) výraz (76), dostaneme :

$$n'_{ijp} + n'_{i6} = n'_{ij} \Rightarrow n'_{ijp} = n'_{ij} - n'_{i6} \quad \dots\dots(77)$$

Dosazením konečného výrazu ze vztahu (77) do rovnice (74) obdržíme :

$$\begin{aligned} t_p (n'_{11} - n'_{i6} + n'_{12} - n'_{i6} + n'_{13} - n'_{i6} + n'_{14} - n'_{i6} + n'_{15} - n'_{i6}) = \\ = t_p (n'_{11} + n'_{12} + n'_{13} + n'_{14} + n'_{15} - 5n'_{i6}) \quad \dots\dots(78) \end{aligned}$$

Obecný čas, po který se vlákno nachází na tamburu :

$$\left[\frac{\alpha}{360} + (n'_{i6} - 1) \right] \cdot t_T \quad \dots\dots(79)$$

Z matematických výrazů (78) a (79) vyplývá vztah pro celkový obecný čas t' .

$$\begin{aligned} t' = t_p (n'_{11} + n'_{12} + n'_{13} + n'_{14} + n'_{15} - 5n'_{i6}) + \left[\frac{\alpha}{360} + (n'_{i6} - 1) \right] \cdot t_T = \\ = t_p (n'_{11} + n'_{12} + n'_{13} + n'_{14} + n'_{15}) - n'_{i6} [5t_p - t_T] - [t_T (1 - \frac{\alpha}{360})] \quad \dots\dots(80) \end{aligned}$$

Závěrem uveďme vztah pro určení maximálního času průchodu.

Dosazením do matematického výrazu (80)

$$\left. \begin{array}{l} n'_{11} = n'_{11max} \\ n'_{12} = n'_{12max} \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ n'_{15} = n'_{15max} \end{array} \right\} a \ n'_{16} = 1 \Rightarrow t_{max}$$

$$t_{max} = t_p (n'_{11max} + n'_{12max} + n'_{13max} + n'_{14max} + n'_{15max}) - \left(5t_p - t_T \frac{\infty}{360} \right) \dots (81)$$

Pozn. : Výraz (64) pro t_{min} je možno si ověřit tím, že dosadíme do (80) :

$$n'_{11} = n'_{12} = \dots = n'_{16} = 1$$

Na základě znalosti t_{min} podle (64) a t_{max} podle (81) lze stanovit jednoduchou charakteristiku rozptýlením hodnot času, tzn. rozpětí Δt .

$$\Delta t = t_{max} - t_{min} \dots (82)$$

po dosazení výrazů (81) a (64) :

$$\Delta t = t_p (n'_{11max} + n'_{12max} + n'_{13max} + n'_{14max} + n'_{15max} - 5) \dots (83)$$

Časové rozpětí Δt při hodnocení práce válcového mykacího stroje může sloužit jako kvantitativní charakteristika směšovací schopnosti. Zvětšování této hodnoty znamená zvětšování počtu drah průchodu vláken mykacím strojem a tím i zdokonalení promíchání vláken na mykacím stroji.

K podrobnějšímu analyzování souboru časů průchodů odvodíme další vztah pro obecný čas průchodu, neboť vztah (80) pro podrobnější analýzu nevyhovuje. Podmínkou pro nový vztah pro obecný čas průchodu je, aby v něm figurovaly náhodné nezávislé veličiny, což ve vztahu (80) není splněno, neboť zde existuje určitá kovariance mezi veličinami :

$$\left. \begin{aligned} \text{cov}(n'_{11}, n'_{16}) &\neq 0 \\ \text{cov}(n'_{12}, n'_{16}) &\neq 0 \\ \text{cov}(n'_{13}, n'_{16}) &\neq 0 \\ \text{cov}(n'_{14}, n'_{16}) &\neq 0 \\ \text{cov}(n'_{15}, n'_{16}) &\neq 0 \end{aligned} \right\} \dots (84)$$

což znemožňuje relativně jednoduché zjištění důležitého parametru souboru rozptylu času průchodu, popřípadě stanovit rozdělení času průchodu.

Skutečnost, že platí vztahy (84) vyplývají z faktu, že počty n'_{11} , n'_{12} , ..., n'_{15} závisí na n'_{16} , jak ostatně plyne i z rovnic (75) a (76).

3.4.3 Stanovení obecného času průchodu vlákna válcovým mykacím strojem pomocí nezávislých náhodných veličin.

Z hodnocení provedeného na závěr předchozí kapitoly vyplývá nutnost odvození obecného času průchodu vlákna válcovým mykacím strojem vyjádřeného pomocí nezávislých náhodných veličin.

Použijeme k odvození vztahy (74) a (79)

$$t' = (n'_{11p} + n'_{12p} + n'_{13p} + n'_{14p} + n'_{15p}) \cdot t_p + n'_{16} t_T - t_T \left(1 - \frac{\alpha}{360}\right) \dots (85)$$

Zde jsou veškeré náhodné veličiny nezávislémi. Náhodná veličina n'_{16} neovlivňuje zbývající náhodné veličiny. Obecné časy průchodu vlákna mohou^{být} stanoveny pomocí libovolných hodnot veličin n'_{11p} , n'_{12p} , ..., n'_{15p} a n'_{16} , pokud se jedná o hodnoty z vymezeného souboru. To umožňuje poměrně jednoduchý výpočet rozptylu času průchodu (důležitá kvantitativní charakteristika směšovací schopnosti válcového mykacího stroje) a rozdělení časů průchodu (umožňuje podrobný rozbor postupu vláken válcovým mykacím strojem). Vyhneme se zjišťování kovariancí, prakticky velice těžce zjistitelných. Naopak určité zkomplikování vyplývá z nutnosti výpočtu potřebných veličin, zejména pravděpodobností určitého počtu průchodu jistým stavem se stanoveným vstupním stavem, u vyššího počtu stavů, který vyplynul z nutnosti zavedení samostatných stavů v oblasti jednotlivých pracovních válců a obrátců.

Komplexní výpočet, končící určením rozptylu času průchodu vlákna válcovým mykacím strojem a určením rozložení času průchodu, jakožto charakteristik pro hodnocení směšovací schopnosti válcového mykacího stroje, bude uveden v samostatné kapitole.

4. PROBLEMATIKA STANOVENÍ PRAVDĚPODOBNOSTÍ PŘECHODU VLÁKNA V MYKACÍCH BODECH

Dosavadní teorie by byla prakticky nepoužitelná, jestliže by neexistoval způsob zjišťování pravděpodobnosti přechodu vlákna v mykacích bodech. Problematika zjišťování pravděpodobnosti přechodu je velice náročná, byla zkoumána mnoha výzkumnými pracovníky. Vzhledem k tomu, že hodnota zmíněné pravděpodobnosti je ovlivňována mnoha faktory, je nutné vyšetřovat některé parametry experimentálně. Pravděpodobnost přechodu vlákna v mykacím bodě je ovlivněna :

1. Druhem suroviny

2. Uspořádáním vlákenného materiálu. Uspořádání vláken v prvním mykacím bodě je zřejmě jiné, než např. v pátém mykacím bodě. V prvním mykacím bodě jsou vlákna neuspořádaná, kdežto v pátém mykacím bodě je vlákenný materiál mnohem více paralelizován.

3. Mykacími povlaky. Jedná se o druh povlaků, mykací úhel a hustotu povlaku.

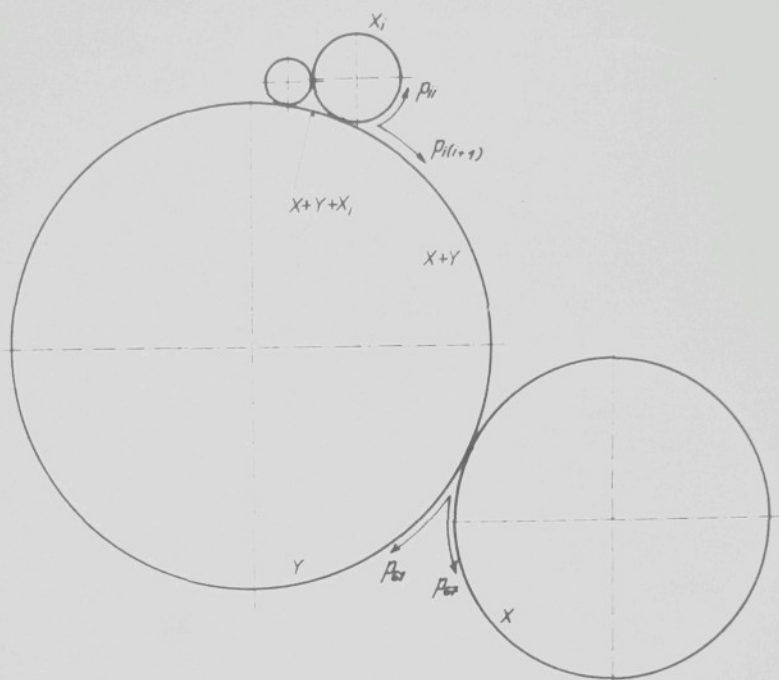
4. Rychlostmi pracovních válců, snímače a tamburu.

5. Vzdáleností mezi povlaky v mykacích bodech.

Z uvedeného přehledu je patrný značný počet faktorů, majících vliv na pravděpodobnost přechodu vlákna v mykacích bodech a tedy i nevyhnutelnost experimentálně-teoretického postupu při jejich zjišťování.

4.1 Základní vztah mezi pravděpodobností přechodu vlákna na pracovní válec a pravděpodobností přechodu vlákna na snímací válec

Následující vztah (86) označujeme jako základní, poněvadž jeho použití je v podstatě univerzální, neboť lze ho použít u všech metod zjišťování pravděpodobnosti přechodu vlákna.



Obr. 7 Schéma přechodu vláken

Podle [14] platí mezi pravděpodobnostmi přechodu vlákna na pracovní válec a pravděpodobností přechodu vlákna na snímací válec následující vztah :

$$\frac{p_{ii}}{p_{67} \cdot p_{i(i+1)}} = \frac{m_i \cdot w_i}{f_i \cdot X} \quad \dots (86)$$

Neboť

$$p_{67} = \frac{X}{X + Y}$$

a dále platí :
$$p_{ii} = \frac{X_i}{X + Y + X_i}$$

Vzhledem k tomu, že :

$$X_i = \frac{m_i \cdot w_i}{f_i}$$

$$p_{ii} = \frac{\frac{m_i \cdot w_i}{f_i}}{X + Y + \frac{m_i \cdot w_i}{f_i}}$$

$$p_{i(i+1)} = 1 - p_{ii}$$

$$p_{i(i+1)} = 1 - \frac{\frac{m_i \cdot w_i}{f_i}}{X + Y + \frac{m_i \cdot w_i}{f_i}}$$

$$p_{i(i+1)} = \frac{X + Y}{X + Y + \frac{m_i \cdot w_i}{f_i}}$$

Tudíž

$$\frac{p_{ii}}{p_{67} \cdot p_{2(i+1)}} = \frac{\frac{\frac{m_i \cdot w_i}{f_i}}{X + Y + \frac{m_i \cdot w_i}{f_i}}}{\frac{X}{X + Y} \cdot \frac{X + Y}{X + Y + \frac{m_i \cdot w_i}{f_i}}}$$

$$\frac{p_{ii}}{p_{67} \cdot p_{2(i+1)}} = \frac{m_i \cdot w_i}{f_i \cdot X}$$

čímž je vztah (86) potvrzen.

Tento vztah (86) ovšem neumožňuje spolu s podmínkou

$$p_{ii} + p_{i(i+1)} = 1 \quad \dots (87)$$

zjistit veškeré pravděpodobnosti stochastické matice P (39). Je nutné stanovit další podmínky tak, aby počet neznámých pravděpodobností stochastické matice se shodoval s počtem rovnic.

Konkrétně pro případ mykacího stroje podle obr. 1 je třeba stanovit celkem 12 hodnot pravděpodobností. Rovnice (86) a (87), konkrétně použité pro jednotlivé mykací body válcového mykacího stroje, dají celkově 10 rovnic a při zřejmé platnosti vztahu (88) (viz též matice (39)):

$$p_{61} + p_{67} = 1 \quad \dots (88)$$

chybí ke komplexnímu určení všech pravděpodobností jedna rovnice.

V dalším si uveďme možnosti stanovení zbývajících podmínky pro určení pravděpodobnosti přechodu vlákna na snímač (do absorpčního stavu) - pro případ jednoho absorpčního stavu.

4.2 Určení pravděpodobnosti přechodu vlákna na snímač (do absorpčního stavu) pomocí tzv. zpoždovacího faktoru.

4.2.1 Základní pojmy, metodika zjišťování zpoždovacího faktoru.

S pojmem "zpoždovací faktor" se setkáváme v pracích [17] a [21], [20]. Autoři používají vyjádření, které aplikováno na náš případ válcového mykacího stroje podle obr. 1.

$$D = \frac{1}{p_{67}} \left[1 + \sum_{i=1}^5 \frac{n_i \cdot p_{ii}}{p_{i(i+1)}} \right] \quad \dots \quad (89)$$

Vztah (89) je zjednodušenou formou výrazu pro střední dobu průchodu vlákna válcovým mykacím strojem, navíc je tento zpoždovací faktor vyjádřen nikoliv v sekundách, ale počtu otáček tamburu.

Jestliže tedy pojem zpoždovací faktor a střední čas průchodu vlákna jsou v podstatě totožné pojmy, můžeme pro uvažovaný případ mykacího stroje napsat vztahy pro určení středního času průchodu podle (63).

$$t_s = t_p \sum_{i=1}^5 \frac{p_{ii}}{p_{i(i+1)} \cdot p_{67}} + t_T \left[\frac{\alpha}{360} + \frac{p_{67}}{p_{67}} \right]$$

Dosadíme-li namísto počtu otáček tamburu n_i během oběhu vlákna z i - tého mykacího bodu na i - tý pracovní válec, obraceč, zpět do mykacího bodu, čas oběhu t_p (uvažujeme-li pro všechny mykací body stejný t_p) a t_T , jako dobu jedné otáčky tamburu, obdržíme :

$$t'_s = t_T \cdot \frac{1}{p_{67}} + t_p \sum_{i=1}^5 \frac{p_{ii}}{p_{67} \cdot p_{i(i+1)}} \quad \dots \quad (90)$$

Zjednodušený vztah (90) se liší od vztahu (63) tím, že $\frac{\alpha}{360} = 1$. Stejným způsobem je i zjednodušen vztah (89).

Použití zpoždovacího faktoru, resp. střední doby průchodu, jako zbývající rovnice (viz kapitola 4.1), ať již přes-

né (63), nebo zjednodušené formy (90), předpokládá experimentální určení zpoždovacího faktoru.

Autoři prací [17], [20], [21] uvádějí následující metodu.

Střední čas lze vyjádřit též :

$$t_s = \frac{M_s}{X_s} \quad \dots (91)$$

Uvažujme na sledovaném mykacím stroji 3 úseky :

1. Na tamburu, mezi vstupem a snímačem (mezi body F_I a $\overline{VI}$).

Doba průchodu [s] : $\frac{\omega}{360} \cdot t_T$

Zatížení úseku pro jednotkové

odváděné množství snímačem

[$X_s = 1 \text{ g/s}$] :

$$\frac{1}{\rho_{67}}$$

Množství vláknenného materiálu,

které projde během doby průcho-

du [g] :

$$\frac{\omega}{360} \cdot t_T \cdot \frac{1}{\rho_{67}}$$

2. Na tamburu mezi snímačem a vstupem (mezi body $\overline{VI}$ a F_I - na spodní straně tamburu)

Doba průchodu [s] : $\left(1 - \frac{\omega}{360} \right) \cdot t_T$

Zatížení úseku [g/s]: $\frac{\rho_{61}}{\rho_{67}}$

Množství vláknenného materiálu,

které projde během doby průcho-

du [g] :

$$\left(1 - \frac{\omega}{360} \right) \cdot t_T \cdot \frac{\rho_{61}}{\rho_{67}}$$

3. Na každém pracovním válci, zahrnujíc do toho obrazeč a úsek na tamburu, až k výchozímu mykacímu bodu

Doba průchodu [s] : t_p

$$\text{Zatížení úseku } [g/s] : \frac{\rho_{ii}}{\rho_{67} \cdot \rho_{i(i+1)}}$$

Množství vláknenného materiálu,
které projde během doby průcho-
du $[g]$:

$$t_p \cdot \frac{\rho_{ii}}{\rho_{67} \cdot \rho_{i(i+1)}}$$

Celkové množství pro všechny
pracovní válce $[g]$:

$$t_p \cdot \sum_{i=1}^5 \frac{\rho_{ii}}{\rho_{67} \cdot \rho_{i(i+1)}}$$

Sečteme množství vláknenného materiálu, které projde
během příslušné doby průchodu (množství jsou vyjádřena pro
jednotkové X_s).

Podle (91) platí :

$$t_s = \frac{M_s}{X_s} = M_s \quad \dots \dots (92)$$

$$t_s = \frac{\alpha}{360} t_T \cdot \frac{1}{\rho_{67}} + \left(1 - \frac{\alpha}{360}\right) \cdot t_T \cdot \frac{\rho_{67}}{\rho_{67}} + t_p \cdot \sum_{i=1}^5 \frac{\rho_{ii}}{\rho_{67} \cdot \rho_{i(i+1)}}$$

čili

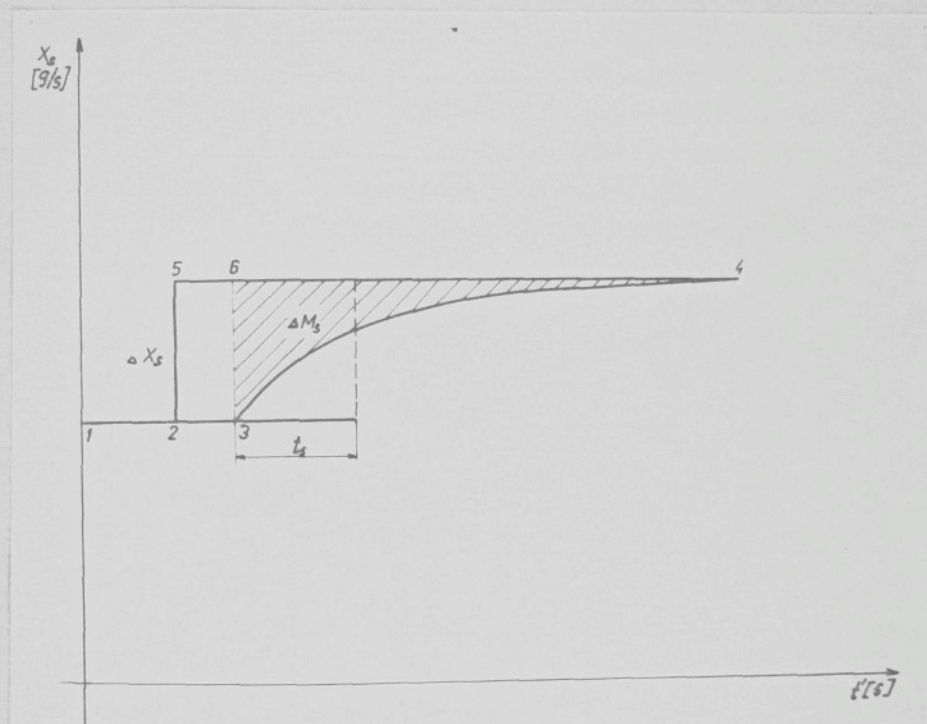
$$t_s = t_T \left[\frac{\alpha}{360} + \frac{\rho_{67}}{\rho_{67}} \right] + t_p \cdot \sum_{i=1}^5 \frac{\rho_{ii}}{\rho_{i(i+1)} \cdot \rho_{67}}$$

což je totožné s výrazem (63).

Experimentální určení středního času průchodu vlákna,
resp. zpoždovacího faktoru, je možné provést následovně.
Vzhledem k tomu, že podle [21] platí

$$t_s = \frac{\Delta M_s}{\Delta X_s} \quad \dots \dots (93)$$

je možné pro určitou změnu dodávky do mykacího stroje stanovit ΔM_s a tudíž i t_s .



Obr. 8 Vliv změny dodávky na změnu produkce v závislosti na čase

Dodávka do stroje probíhá podle křivky 1 2 5 4. Produkce probíhá podle křivky 1 3 4. Úsečka 23 odpovídá době oběhu vlákna na snímači od bodu styku s tamburem do bodu styku se sčesávacím hřebenem (zanedbán úsek na tamburu $\widehat{F_x VII}$).

Při ustálené práci mykacího stroje se rovná dodávka produkci (viz úsečka 12). Náhlá změna dodávky představuje po jistou dobu rozdíl mezi dodávkou a produkcí. Po této době dojde opět k vyrovnání na hodnotu dodávky (viz bod 4). Na výstupu z mykacího stroje nedojde k okamžitému zvýšení produkce. Toto je významné zejména kolísá-li dodávka. Uvedená nestejnoměrnost dodávky se tudíž podle předchozího rozboru nepromítá v plné míře do výsledného produktu - pavučiny. Vyplývá z toho i ze-

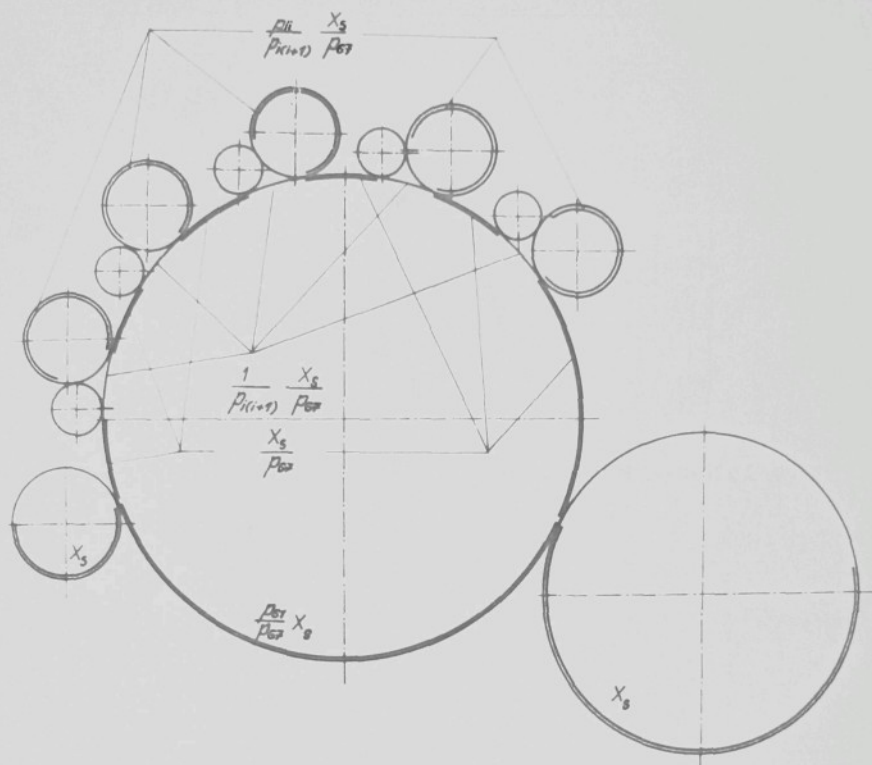
stejnoměrnující účinek mykacího stroje, který je možno ovlivňovat střední dobou průchodu vlákna, kterou dále je možno ovlivňovat změnou parametrů mykacího stroje (např. seřízením v mykacích bodech, rychlostmi prac. válců a snímače).

Pokud máme v grafickém záznamu v určitém měřítku uveden ΔM_s a ΔX_s , potom t_s určíme planimetrováním obrazce 364 (viz obr. 8). Důležité je jednak okamžité zvýšení dávky a poměrně přesné stanovení křivky 34.

Zatížení povlaků válcového mykacího stroje vlákněným materiálem, jehož znalost je nutná pro stanovení M_s a při předpokládané jednotkové produkci ($X_s = 1 \text{ g/s}$) i pro stanovení t_s , uveďme si v přehledné tabulce i obrázku.

Tabulka I : Zatížení orgánů mykacího stroje

	Pravděpo- dobnost přechodu	Rychlost [m/min]	Zatížení [g/s]	Plošné zatí- žení [g/m ²] (b = konst)
snímač	p_{67}	v_s	X_s	$\frac{X_s}{v_s \cdot b'}$
tambur před snímačem		v_T	$\frac{X_s}{p_{67}}$	$\frac{X_s}{p_{67} \cdot v_T \cdot b'}$
tambur po vstupu		v_T	$\frac{X_s}{p_{67}}$	$\frac{X_s}{p_{67} \cdot v_T \cdot b'}$
tambur mezi obra- cečem a prac. vál- cem		v_T	$\frac{1}{p_{i(i+1)}} \frac{X_s}{p_{67}}$	$\frac{X_s}{p_{i(i+1)} \cdot p_{67} \cdot v_T \cdot b'}$
prac. válec	p_{ii}	v_p	$\frac{p_{ii}}{p_{i(i+1)}} \frac{X_s}{p_{67}}$	$\frac{p_{ii} \cdot X_s}{p_{i(i+1)} \cdot p_{67} \cdot v_p \cdot b'}$
tambur po snímači		v_T	$\frac{p_{61}}{p_{67}} X_s$	$\frac{p_{61} \cdot X_s}{p_{67} \cdot v_T \cdot b'}$



Obr. 9 Zatížení povlaků válcového mykacího stroje

4.2.2 Výpočet pravděpodobností přechodu vlákna pomocí experimentálně zjištěné hodnoty zpoždovacího faktoru

K výpočtu pravděpodobností ρ_{61} , ρ_{67} , ρ_{ii} , $\rho_{i(i+1)}$, použijeme vztahů (86), (87), (88), (63).

Soustava zmíněných rovnic :

$$\left. \begin{aligned}
 \frac{p_{ii}}{p_{67} \cdot p_{i(i+1)}} &= \frac{m_i \cdot w_i}{f_i \cdot X} \\
 p_{ii} + p_{i(i+1)} &= 1 \\
 t_s &= t_p \cdot \sum_{i=1}^5 \frac{p_{ii}}{p_{i(i+1)} \cdot p_{67}} + t_T \left[\frac{\alpha}{360} + \frac{p_{61}}{p_{67}} \right] \\
 p_{61} + p_{67} &= 1
 \end{aligned} \right\} \dots (94)$$

Řešením soustavy rovnic (94) obdržíme následující výsledky :

$$\left. \begin{aligned}
 p_{67} &= \frac{1}{\left[\frac{t_s - t_p \sum_{i=1}^5 \frac{m_i \cdot w_i}{f_i \cdot X}}{t_T} - \frac{\alpha}{360} \right] + 1} \\
 p_{61} &= 1 - p_{67} \\
 p_{i(i+1)} &= \frac{f_i \cdot X \left[\frac{t_s - t_p \sum_{i=1}^5 \frac{m_i \cdot w_i}{f_i \cdot X}}{t_T} - \frac{\alpha}{360} + 1 \right]}{f_i \cdot X \left[\frac{t_s - t_p \sum_{i=1}^5 \frac{m_i \cdot w_i}{f_i \cdot X}}{t_T} - \frac{\alpha}{360} + 1 \right] + m_i \cdot w_i} \\
 p_{ii} &= 1 - p_{i(i+1)}
 \end{aligned} \right\} \dots (95)$$

K určení pravděpodobností p_{ii} , $p_{i(i+1)}$, p_{67} , p_{61} , potřebujeme tedy stanovit následující veličiny:

$$t_s, t_p, t_T, m_i, w_i, f_i, X, \alpha$$

z čehož t_s je možno stanovit poměrně složitou cestou [viz kapitola 4.2.1], kdežto ostatní veličiny jsou relativně lehce zjistitelné.

4.2.3 Vliv různých parametrů mykacího stroje na velikost střední doby průchodu vlákna (zpoždovací faktor) a na pravděpodobnosti přechodu

Střední doba průchodu vlákna (zpoždovací faktor) a tím i pravděpodobnost přechodu vlákna je ovlivňována řadou parametrů, souvisejících s válcovým mykacím strojem. Řada prací se zabývala zjištěním vlivů měnících se parametrů na střední dobu průchodu (zpoždovací faktor) a pravděpodobnost přechodu vlákna.

Charakter změny střední doby průchodu vlákna, pravděpodobnosti přechodu vlákna a literární pramen vyplývá z tabulky II.

Z tabulky II vyplývají změny určené v převážné většině se stejnou tendencí.

Rozsah vlivů, které mohou způsobit změnu středního času průchodu, resp. změnu pravděpodobnosti přechodu vlákna, je tak široký, že prakticky nelze stanovit empirický vztah pro výpočet pravděpodobnosti přechodu vlákna a jsme tudíž odkázáni na experimentální postup s použitím teoretických souvislostí mezi pravděpodobnostmi.

Tabulka II : CHARAKTER ZMĚNY STŘEDNÍ DOBY PŘECHODU, PRAVDĚPODOBNOSTI PŘECHODU

Změna parametru	Střední čas přechodu vlákna charakter změny		Pravděpodobnost pře- chodu na prac. válec charakter změny		Pravděpodobnost pře- chodu na snímec charakter změny	
	litero- premen		litero- premen		litero- premen	
Zvýšení rychlosti snímáče	změněn		[17] [20] [21]		zvětšení [17] [20] [21] [23]	
Zvětšení δ snímáče	bez vlivu		[20] [21]		bez vlivu, zvětšení [21] [23]	
Zvětšení δ pracovního válce	zvětší se		[21]		[23]	
Zvýšení rychlosti prac. válce	změní se		[21]		[16] [17] [21] [23]	
Zmenšení usazení prac. válce a tambur			zvětší se		[16] [23]	
Zmenšení rozvolnění vlák. materiálu			zvětší se		[23]	
Stoupající pořadové číslo prac. válce			změní se		[23]	
Zmenšení usazení snímáče a tamburu					zvětší se [16] [23]	
Zvětšení předstihu volantu (malé zatí- žení)	malá změna		[20]		zvětší se [23]	

Zmenšení úhlu sklonu drátku povlaku			zvětší se	[23]	zvětší se	[23]
Zvětšení hustoty povlaku			zvětší se	[23]	zvětší se	[23]
Stoupající pořadové číslo myk. stroje ve složení			zmenší se	[23]	zmenší se	[23]
Rostoucí počet prac. vláček	zvětší se	[20]				
Zvětšená délka vláken	zmenší se	[20]			zvětší se	[20]

Poměrně podrobnou analýzu vlivu parametrů mykacího stroje poskytuje práce [18]. Jedná se zejména o studium vlivů na množství vláknenného materiálu Y [g/min] (možno přepočítat na tzv. vratné zatížení) a na jednotlivé pravděpodobnosti přechodu p_{ii} , $p_{i(i+1)}$, a p_{67} .

Z analýzy vyplývají následující závěry :

- a) Y je přímo úměrné X (při $\alpha_6 = \text{konst}$
 $v_s = \text{konst}$)

$$X = k_1 \cdot X \quad \dots \dots (96)$$

- b) Y je lineární funkcí α_6 a $\frac{1}{v_s}$:

$$Y = k_2 \cdot \alpha_6 + k_3 \quad \dots \dots (97)$$

$$Y = k_4 \cdot \frac{1}{v_s} + k_5 \quad \dots \dots (98)$$

- c) Z bodu a) vyplývá, že :

$$p_{67} = \frac{X}{X + Y} = \text{konst.} \quad \dots \dots (99)$$

- d) Množství m_i je úměrné $(X + Y)$, tudíž pro určité otáčky w_i i - tého pracovního válce, pro konstantní zaplněnou část i - tého pracovního válce f_i a $\alpha_i = \text{konst.}$ lze s použitím rovnic (86) a (87) :

$$\frac{p_{ii}}{p_{67} \cdot p_{i(i+1)}} = \frac{m_i \cdot w_i}{f_i \cdot X}$$

$$p_{67} = \frac{X}{X + Y}$$

Platí tedy :

$$\frac{1}{p_{67}} \sum_{i=1}^5 \frac{p_{ii}}{p_{i(i+1)}} = k_8 \cdot (X + Y) \quad (103)$$

Výraz $\sum_{i=1}^5 \frac{p_{ii}}{p_{i(i+1)}}$ je konstantní, neboť podle bodu a)

p_{ii} , resp. $p_{i(i+1)}$ nezávisí na $p_{67} = \frac{X}{X+Y}$ a X .

h) Praktické závěry, vyplývající z analýzy procesu mykání na válcovém mykacím stroji :

- 1) Velikost nopků roste se vzrůstajícím počtem průchodů stavem S_6 (tj. se vzrůstající hodnotou $\frac{1}{p_{67}}$).
- 2) Střední délka vlákna klesá s rostoucím počtem průchodů stavem S_6 .
- 3) Procento výčesků roste s rostoucím počtem průchodů stavem S_6 .

Uvedené závěry byly vyvozeny z rozsáhlých zkoušek a lze z nich vycházet při dalších výzkumech. Důležitý je zejména zjištěný vliv celkového počtu průchodů mykacími body ve směru na prac. válce na zkracování vláken. Z toho vyplývá určitý omezující faktor pro zvyšování promíchání vláken na válcovém mykacím stroji. Je tedy nutné volit optimální střední dobu průchodu a optimální pravděpodobnostní rozložení časů průchodu vláken mykacím strojem s ohledem na směšovací schopnost a s ohledem na možnost zkrácení střední délky vláken, zvýšení velikostí nopků, zvýšení množství výčesků.

4.3 Určení pravděpodobnosti přechodu vlákna na snímač (do absorpčního stavu) pomocí tzv. nepřímé metody částečného vyprázdnění tamburu

4.3.1 Princip metody

Přerušíme podávání vláknenného materiálu k tamburu. Snímáme-li vláknenný materiál ze snímače sčesávacím hřebenem po určité, vhodně zvolenou dobu, kterou si rozdělíme na q stejných časových intervalů, potom hmoty vláknenného materiálu

lu, snímané v jednotlivých intervalech, se postupně zmenšují. Z průběhu zmenšování hmot P_q lze určit pravděpodobnost přechodu vlákna na snímač p_{67} , resp. pravděpodobnost p_{61} (pravděpodobnost, že vlákno zůstane na tamburu).

4.3.2 Odvození závislosti mezi hmotou vlákenného materiálu, sejmutého během q -tého intervalu a pořadím časových intervalů q .

1. interval ($q = 1$) Rozsah otáček tamburu : $1 \div r_1$

Otáčka tamburu	Množství materiálu převzaté snímačem [g]
1.	$a'_1 (1 - p_{61})$
2.	$a'_1 p_{61} (1 - p_{61})$
3.	$a'_1 p_{61}^2 (1 - p_{61})$
...	...
...	...
...	...
...	...
...	...
r_1	$a'_1 p_{61}^{r_1-1} (1 - p_{61})$

Celkové množství vlákenného materiálu sejmutého z tamburu během 1. intervalu :

$$P_1 = a'_1 (1 - p_{61}^{r_1})$$



Obr. 10 Rozdělování vláknenného materiálu během 1 otáčky tamburu



Obr. 11 Rozdělování vláknenného materiálu během q otáčky tamburu

2. interval ($q = 2$)

Rozsah otáček tamburu : $(r_1 + 1) + 2r_1$

Otáčka
tamburu

Množství materiálu
převzaté snímačem [g]

$$r_1 + 1$$

$$a'_1 \cdot p_{s1}^{r_1} (1 - p_{s1})$$

$$r_1 + 2$$

$$a'_1 \cdot p_{s1}^{r_1+1} (1 - p_{s1})$$

$$\vdots$$

$$\vdots$$

$$\vdots$$

$$\vdots$$

$$\vdots$$

$$\vdots$$

$$\vdots$$

$$\vdots$$

$$\vdots$$

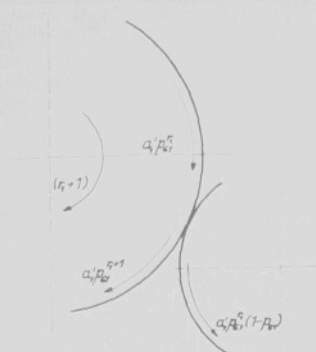
$$\vdots$$

$$2r_1$$

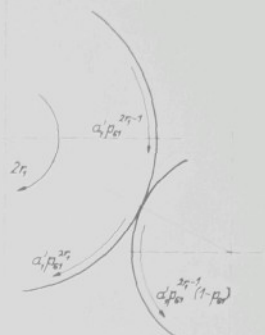
$$a'_1 \cdot p_{s1}^{2r_1-1} (1 - p_{s1})$$

Celkové množství vláknenného materiálu sejmutého z tamburu během 2. intervalu

$$P_2 = a'_1 \cdot p_{s1}^{r_1} (1 - p_{s1}^{r_1})$$



Obr. 12 Rozdělování vláknenného materiálu během $(r+1)$ otáčky tamburu



Obr. 13 Rozdělování vláknenného materiálu během $2r$ otáčky tamburu

3. interval ($q = 3$)

Rozsah otáček tamburu : $\left[(2r_1 + 1) \div 3r_1 \right]$

Otáčka
tamburu

Množství materiálu
převzaté snímačem [g]

$$2r_1 + 1$$

$$a'_1 \cdot p_{61}^{2r_1} \cdot (1 - p_{61})$$

$$2r_1 + 2$$

$$a'_1 \cdot p_{61}^{2r_1+1} \cdot (1 - p_{61})$$

⋮

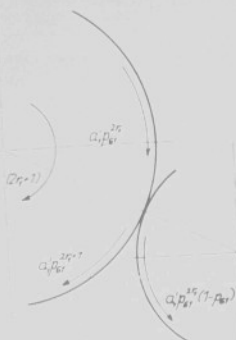
⋮

$$3r_1$$

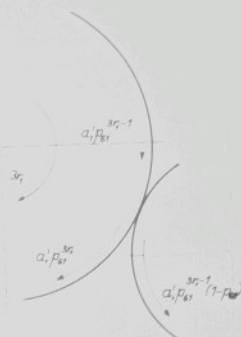
$$a'_1 \cdot p_{61}^{3r_1-1} \cdot (1 - p_{61})$$

Celkové množství vláknenného materiálu sejmutého z tamburu během 3. intervalu

$$P_3 = a'_1 \cdot p_{61}^{2r_1} \cdot (1 - p_{61}^{r_1})$$



Obr. 14 Rozdělování vláknenného materiálu během $(2r_i + 1)$ otáčky tamburu



Obr. 15 Rozdělování vláknenného materiálu během $3r_i$ otáčky tamburu

Obecně :

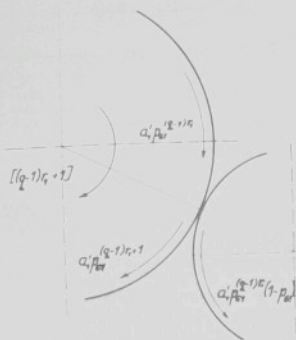
q -tý interval (q)

Rozsah otáček tamburu $\cdot \left[(q-1)r_i + 1 \right] = qr_i$

Otáčka tamburu	Množství materiálu převzaté snímačem [g]
$(q-1) \cdot r_i + 1$	$a'_i \cdot p_{s1}^{(q-1) \cdot r_i} \cdot (1 - p_{s1})$
$(q-1) \cdot r_i + 2$	$a'_i \cdot p_{s1}^{(q-1) \cdot r_i + 1} \cdot (1 - p_{s1})$
$\vdots$	$\vdots$
$\vdots$	$\vdots$
$\vdots$	$\vdots$
$\vdots$	$\vdots$
$\vdots$	$\vdots$
$q \cdot r_i$	$a'_i \cdot p_{s1}^{q \cdot r_i - 1} \cdot (1 - p_{s1})$

Celkové množství vláknenného materiálu sejmutého z tamburu snímačem během q -tého intervalu.

$$P_q = a'_i \cdot p_{s1}^{(q-1) \cdot r_i} \cdot (1 - p_{s1}^{r_i}) \quad \dots\dots (104)$$



Obr. 16 Rozdělování vláknenného materiálu během $[(q-1)r_1 + 1]$ otáčky tamburu



Obr. 17 Rozdělování vláknenného materiálu během $q \cdot r_1$ otáčky tamburu

Upravme výraz (104) :

$$\log P_q = q \cdot \log p_{61}^{r_1} + \underbrace{\log \frac{a'_1 \cdot (1 - p_{61}^{r_1})}{p_{61}^{r_1}}}_{\text{konst}}$$

$$\log P_q = C + q \cdot \log p_{61}^{r_1} \quad \dots (105)$$

$P_q = f(q)$ podle (105) je základním vztahem k určení P_{61} .

4.3.3 Postup při aplikaci nepřímé metody částečného vyprázdnění tamburu

Rovnicí (105) doplníme celkový počet rovnic nezbytně nutných pro zjišťování pravděpodobností přechodu vlákna mezi jednotlivými stavy válcového mykacího stroje. Použijeme-li dále vztahy (86) a (88), bude soustava rovnic pro řešení výše uvedených pravděpodobností následující :

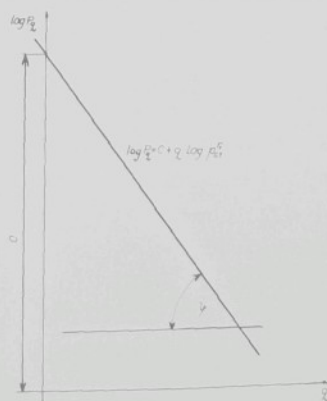
$$\left. \begin{aligned} \frac{p_{i1}}{p_{01} \cdot p_{i(i+1)}} &= \frac{m_i \cdot w_i}{f_i \cdot X} \\ p_{i1} + p_{i(i+1)} &= 1 \\ \log p_{01} &= C + q \log p_{01}^{\eta_1} \\ p_{01} + p_{02} &= 1 \end{aligned} \right\} \dots (106)$$

Jednou z možností řešení soustavy rovnic (106) je graficko-počtářské řešení.

Vyjdeme při tomto způsobu z grafického znázornění rovnice (105) v souřadném systému $\log p$ a q . Experimentálně zjištěné hmoty úseků pavučin při částečném vyprázdnění tamburu nanese do uvedeného souřadného systému, proložíme body přímkou a směrnice této přímky je rozhodující pro určení pravděpodobnosti p_{01} . Teoreticky je závislost v uvedeném souřadném systému znázorněna přímkou (viz obr. 18).

Z rovnice (105) vyplývá, že

$$\log p_{01}^{\eta_1} = - \operatorname{tg} \psi \dots (107)$$



Obr. 18 Závislost hmoty úseku pavučiny na pořadí úseku

Řešení lze samozřejmě provést i počtářsky (tj. bez grafického znázornění závislosti (105)).

Dostatečný počet řady hodnot, tj. P_1 , P_2 ,

P_9 , zpřesňuje výpočet pravděpodobnosti P_{e1} .

Podstatou navržené metody je provedení částečného vyprázdnění tamburu (při přerušené dodávce do stroje) a zkoumání za těchto okolností sejmuté pavučiny ze snímače v tom smyslu, že ji rozdělíme na určitý počet stejných dílů o hmotnostech P_1 , P_2 , P_3 ,, P_9 , které teoreticky mají vyhovovat rovnici (105). Tato skutečnost umožňuje stanovení pravděpodobnosti průchodu vlákna P_{e1} . Přesnost zjištění závisí též na počtu opakování experimentu částečného vyprazdňování tamburu, abychom dostali po statistickém zpracování výslednou hodnotu pravděpodobnosti s dostatečnou přesností.

4.4 Závěr k problematice zjišťování pravděpodobností

Rozbor problematiky pravděpodobností přechodu vlákna na válcovém mykacím stroji se tedy týkal :

- a. Zjišťování vztahu mezi pravděpodobností přechodu vlákna na pracovní válec a pravděpodobností přechodu vlákna na snímač.
- b. Určení pravděpodobnosti přechodu vlákna na snímač pomocí tzv. zpoždovacího faktoru.
- c. Určení pravděpodobnosti průchodu vlákna na snímač pomocí tzv. nepřímé metody částečného vyprázdnění tamburu.

Vesměř jsou výsledné vztahy nutné pro určení výše uvedených problematik teoreticky odvozeny. V kapitole 4.2 je kromě toho ještě uvedena problematika vlivů různých parametrů mykacího stroje na velikost v této kapitole sledovaného zpoždovacího faktoru a z toho vyplývající zákonitosti pro pravděpodobnosti přechodu vlákna. Zákonitosti změny zpoždovacího faktoru, resp. pravděpodobnosti přechodu, způsobené měnícími se parametry mykacího stroje jsou v převážné většině zákonitostmi změny se stejnou tendencí. Důležité zákonitosti

a praktické závěry jsou potřebné pro další analýzu procesu mykání na válcovém mykacím stroji, zejména pro stanovení zákonitosti změn pravděpodobností přechodu vlákna.

Z popisu sledovaných dvou metod vyplývá nutnost provedení určitého experimentu na mykacím stroji.

U metody zjišťování pravděpodobnosti pomocí tzv. zpoždovacího faktoru je poměrně náročné experimentální zjišťování střední doby průchodu vlákna mykacím strojem. Toto zjištění je náročné zejména z důvodů potřeby přístrojové techniky, která s dostatečnou přesností dovolí sledovat průběh změny hmotnosti vystupujícího produktu. Složitá je též otázka určení času, po kterém dojde k vyrovnání nově dodávaného množství a vystupujícího množství vlákenniny za jednotku časovou, vzhledem k přítomnosti určité nestejnoměrnosti vlákenného produktu. Výhodou této metody je, že změna dodávaného množství materiálu není relativně výrazným zásahem do režimu mykání (zejména, když se jedná o úzce časově omezenou změnu dodávky), jako částečné vyprázdnění tamburu, kdy opětné zaběhnutí stroje do rovnovážného stavu (tj. stavu, kdy dodávané i odváděné množství vlákenného materiálu za jednotku časovou jsou shodné) je delší a jedná se tedy o výraznější zásah do ustáleného procesu mykání, i když u obou metod je nutné snímání vlákenného materiálu z pracovních válců, což je poměrně pracná záležitost.

Metoda nepřímá pro zjištění pravděpodobností přechodu na snímač částečným vyprázdněním tamburu je poměrně jednoduchá, avšak existuje zde již zmíněná nutnost vyrovnání změn mezi jednotlivými experimenty k nimž v procesu došlo díky tomuto zásahu. Není potřebná ani složitá speciální přístrojová technika. Postačí běžné standartní laboratorní přístroje (analytické váhy, laboratorní váhy).

Operativnější hodnocení by umožnilo použití přístrojové techniky pro vyšetřování časové změny hmotnosti vystupujícího vlákenného materiálu. Toto zřejmě by bylo vhodné pro pro-

vozní účely, i když ani zde, při komplexním hodnocení, bychom se nevyhnuli uvedenému, poměrně pracnému snímání vlákniny z prac. válců. Zjišťování změn hmotnosti pavučiny vystupující z mykacího stroje je možné zařízením Auto-Cont, které zjišťuje rozdíly ve váze pavučiny až $0,3 \text{ g/m}^2$. Je konstruováno pro praktický účel snížení nerovnoměrnosti příze, mění rychlost snímače a tím zrovnoměňuje vystupující produkt [31] .

Experimentální měření pravděpodobností, zejména prováděná na laboratorním mykacím stroji, je vhodné provádět pomocí metody částečného vyprázdnění tamburu. Výše uvedené výhody metody, zejména nenáročnost na složitější aparaturu, dovolí aplikovat tuto metodu i tam, kde vybavenost touto technikou není.

V části, týkající se komplexního hodnocení procesu mykání, včetně stanovení pravděpodobnostního rozložení doby průchodu vlákna mykacím strojem, je použita v souvislosti se zjišťováním pravděpodobností metoda nepřímá částečného vyprázdnění tamburu.

5. MATEMATICKÝ MODEL MYKÁNÍ - STANOVENÍ PRAVDĚ- PODOBNOSTNÍHO ROZLOŽENÍ ČASU PRŮCHODU VLÁKNA VÁLCOVÝM MYKACÍM STROJEM

5.1 Úvod

V kapitole 3.4 byly jako aplikace dosažených výsledků z teorie markovských řetězců absorpčních stanoveny následující charakteristiky postupu vláken válcovým mykacím strojem.

- 1) Střední čas průchodu vlákna
- 2) Minimální a maximální čas průchodu vlákna
- 3) Obecný čas průchodu vlákna válcovým mykacím strojem, stanovený jednak pomocí závislých náhodných veličin a jednak pomocí nezávislých náhodných veličin.
- 4) Rozpětí časů průchodů vlákna

Pravděpodobnostní rozložení času průchodu vlákna válcovým mykacím strojem může sloužit k posouzení směřovací schopnosti válcového mykacího stroje. Toto rozložení představuje souhrn pravděpodobností časů průchodu, a tím i hmotové rozložení v čase určité hmoty vlákenného materiálu, která vstoupila v jistý časový okamžik do mykacího stroje. Při samozřejmě kontinuíálním procesu mykání je promíchání vlákenného materiálu tím intenzivnější, čím je časové rozpětí nebo rozptyl času, plynoucí z pravděpodobnostního rozložení času průchodu větší. Tím je totiž i hmotové rozložení na výstupu možné charakterizovat větším rozpětím a rozmístění podílů hmot poskytuje lepší promíchání vlákenného materiálu.

Při určité délkové hmotnosti vystupujícího produktu $[g/m]$ závisí intenzita promíchání tohoto produktu na pravděpodobnostním rozložení určitých hmot vlákenného materiálu, které vstupují do procesu mykání. Struktura výsledného produktu je tedy vytvářena dílčími hmotami, které plynule vstupují do procesu mykání a tímto procesem jsou rozkládány v určitých délkách vystupujícího vlákenného produktu. Tím tedy při určité délkové hmotnosti vystupujícího vlákenného produktu je vytvářena jeho struktura z většího nebo menšího počtu vlákenných vrstev.

Již v dřívějších pracech [23], [25] je hodnocena směšovací a vyrovnávací schopnost válcového mykacího stroje formou střední doby průchodu vlákna.

Poněvadž je důležité rozmístění určité vlákenné hmoty ve výsledném produktu, je nutné hodnotit promíchání vlákenného materiálu pomocí charakteristiky rozptýlení času průchodu vlákna mykacím strojem, tj. rozpětím Δt [viz (82)] a zejména rozptylem doby průchodu vlákna válcovým mykacím strojem $\sigma^2(t)$, čímž současně hodnotíme pravděpodobnostní rozložení hmoty vlákenného materiálu a v další souvislosti i intenzitu promíchání.

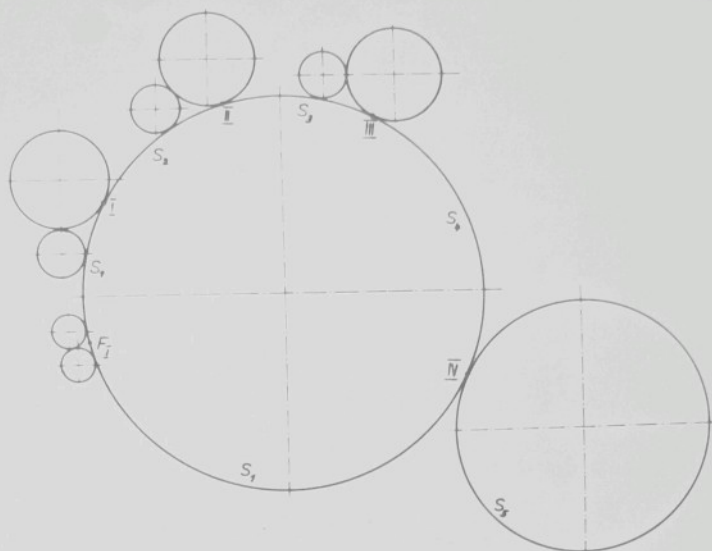
Další část práce bude tedy zaměřena na postup zjišťování pravděpodobnostní charakteristiky doby průchodu vlákna a na způsoby stanovování rozptylu $\sigma^2(t)$.

5.2 Veličiny potřebné pro hodnocení procesu mykání na válcovém mykacím stroji

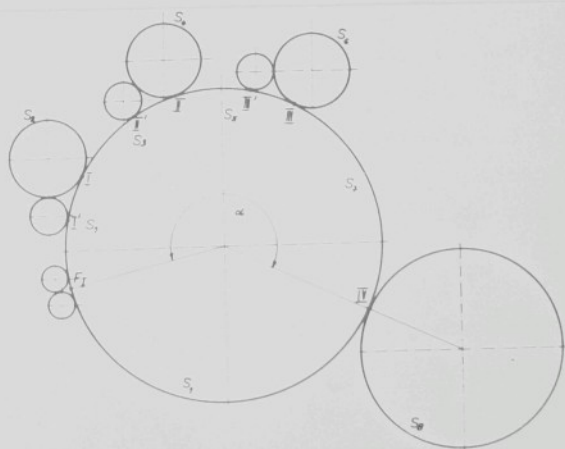
Vzhledem k tomu, že praktické zjišťování pravděpodobnostních charakteristik je provedeno na laboratorním mykacím stroji, který obsahuje 3 pracovní válce a obraceče, budeme teorii, z které vyplynou hodnotící veličiny, aplikovat na výše uvedený případ mykacího stroje.

Celkově způsob zhodnocení směšovací schopnosti bude vyplývat ve svém základu z odlišné volby stavů na mykacím stroji, vzhledem ke způsobu volby stavů v kap. 3.1 podle obr. 1. Tato provedená změna je nezbytně nutná pro možnost vyjádření obecného času průchodu mykacím strojem pomocí nezávislých veličin. Takto vyjádřený čas umožňuje stanovit pravděpodobnostní charakteristiku doby průchodu vlákna strojem a rozptyl této doby, tedy hodnotící veličinu pro směšovací schopnost.

Aplikováno na případ laboratorního mykacího stroje se třemi pracovními válci a obraceči je schema s vyznačenými stavy původním a novým způsobem naznačeno na obr. 19 a obr. 20.



Obr. 19 Původní volba stavů na mykacím stroji



Pozn. Není nutné do tohoto typu schématu zařazovat volant

Obr. 20 Volba stavů na mykacím stroji pro vyjádření obecného času pomocí náhodných nezávislých veličin

Původní volba stavů (obr. 19) :

stav	S_1		mezi mykacími body $\overline{IV}$ a $\overline{I}$
"	S_2		" " " I a $\overline{II}$
"	S_3		" " " $\overline{II}$ a $\overline{III}$
"	S_4		" " " $\overline{III}$ a $\overline{IV}$
"	S_5		na snímacím válci (absorpční stav)

Nová volba stavů (obr. 20) :

stav	S_1		mezi mykacími body $\overline{IV}$ a $\overline{I}$
	S_2		na 1. pracovním válci a obraceči mezi body $\overline{I}$ a $\overline{I}'$
	S_3		mezi mykacími body $\overline{I}$ a $\overline{II}$
	S_4		na 2. pracovním válci a obraceči mezi body $\overline{II}$ a $\overline{II}'$
	S_5		mezi mykacími body $\overline{II}$ a $\overline{III}$
	S_6		na 3. pracovním válci a obraceči mezi body $\overline{III}$ a $\overline{III}'$
	S_7		mezi mykacími body $\overline{III}$ a $\overline{IV}$
	S_8		na snímacím válci (absorpční stav)

Přejdeme v dalším plně na nový systém stavů podle obr. 20 a vyjádříme základní aplikace výsledků markovských řetězců absorpčních i další potřebné závěry pro stanovení pravděpodobnostní charakteristiky doby průchodu vláken válcovým mykacím strojem.

5.2.1 Stanovení středního počtu průchodu jednotlivými stavy

Obdobně, jako v kapitole 3.2 musíme i zde vycházet ze základní stochastické matice P . Jedná se o čtvercovou matici v tomto případě o rozměru 8×8 .

$$P = \begin{pmatrix} & p_{12} & p_{13} & & & & \\ & 1 & & & & & \\ & & p_{34} & p_{35} & & & \\ & & 1 & & & & \\ & & & p_{56} & p_{57} & & \\ & & & 1 & & & \\ p_{71} & & & & & & p_{78} \\ & & & & & & 1 \end{pmatrix} \quad \dots (108)$$

Pozn.: Nevyznačené elementy matice jsou nulové (platí i v dalším).

Z matice P obdržíme čtvercovou matici Q , rozměr 7×7 , nutnou k výpočtu středního počtu průchodů jednotlivými stavy.

$$Q = \begin{pmatrix} & p_{12} & p_{13} & & & & \\ & 1 & & & & & \\ & & p_{34} & p_{35} & & & \\ & & 1 & & & & \\ & & & p_{56} & p_{57} & & \\ & & & 1 & & & \\ p_{71} & & & & & & \end{pmatrix} \quad \dots (109)$$

K určení vztahu (13) je dále nutné stanovit:

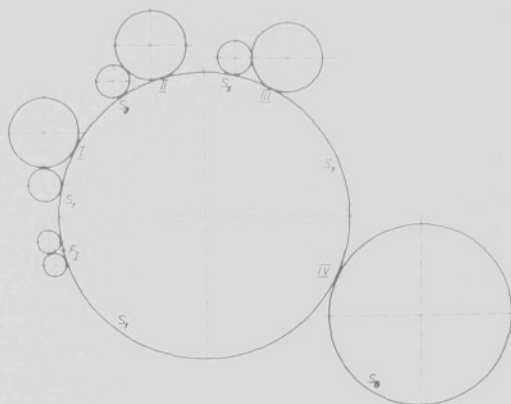
$$I-Q = \begin{pmatrix} 1 & -p_{12} & -p_{13} & & & & \\ -1 & 1 & & & & & \\ & & 1 & -p_{34} & -p_{35} & & \\ & -1 & 1 & & & & \\ & & & & 1 & -p_{56} & -p_{57} \\ & & & & -1 & 1 & \\ -p_{71} & & & & & & 1 \end{pmatrix} \quad \dots (110)$$

Stanovíme inverzní matici k matici (110), což je matice $N = (I-Q)^{-1}$, jejíž elementy udávají střední počty průchodů příslušnými stavy za předpokladu určitých stavů výchozích.

$$N =$$

$$= \begin{pmatrix} \frac{1}{p_{13} \cdot p_{78}} & \frac{p_{12}}{p_{13} \cdot p_{78}} & \frac{1}{p_{35} \cdot p_{78}} & \frac{p_{14}}{p_{35} \cdot p_{78}} & \frac{1}{p_{57} \cdot p_{78}} & \frac{p_{16}}{p_{57} \cdot p_{78}} & \frac{1}{p_{78}} \\ \frac{1}{p_{13} \cdot p_{78}} & 1 + \frac{p_{12}}{p_{13} \cdot p_{78}} & " & " & " & " & " \\ \frac{p_{71}}{p_{13} \cdot p_{78}} & \frac{p_{71} \cdot p_{12}}{p_{13} \cdot p_{78}} & " & " & " & " & " \\ " & " & \frac{1}{p_{35} \cdot p_{78}} & 1 + \frac{p_{14}}{p_{35} \cdot p_{78}} & " & " & " \\ " & " & \frac{p_{71}}{p_{35} \cdot p_{78}} & \frac{p_{71} \cdot p_{14}}{p_{35} \cdot p_{78}} & " & " & " \\ " & " & " & " & \frac{1}{p_{57} \cdot p_{78}} & 1 + \frac{p_{16}}{p_{57} \cdot p_{78}} & " \\ \frac{p_{71}}{p_{13} \cdot p_{78}} & \frac{p_{71} \cdot p_{12}}{p_{13} \cdot p_{78}} & \frac{p_{71}}{p_{35} \cdot p_{78}} & \frac{p_{71} \cdot p_{14}}{p_{35} \cdot p_{78}} & \frac{p_{71}}{p_{57} \cdot p_{78}} & \frac{p_{71} \cdot p_{16}}{p_{57} \cdot p_{78}} & \frac{1}{p_{78}} \end{pmatrix} \quad \dots (111)$$

Tato matice porovnejme s maticí N , odvozenou za předpokladu neuvažování samostatných stavů systému na jednotlivých pracovních válcích a obracích podle obr. 21, za použití stejné symboliky jako na obr. 20.



Obr. 21 Volba stavů na mykacím stroji za předpokladu neuvažování samostatných stavů na jednotlivých pracovních válcích

Uveďme základní stochastickou matici P pro přechod systému mezi stavy zvolenými podle obr. 21.

$$P = \begin{matrix} & \begin{matrix} S_1 & S_3 & S_5 & S_7 & S_9 \end{matrix} \\ \begin{matrix} S_1 \\ S_3 \\ S_5 \\ S_7 \\ S_9 \end{matrix} & \begin{pmatrix} p_{11} & p_{13} & & & \\ & p_{33} & p_{35} & & \\ & & p_{55} & p_{57} & \\ p_{71} & & & & p_{79} \\ & & & & 1 \end{pmatrix} \end{matrix} \quad \dots (112)$$

Z matice P vyplývá matice Q , v tomto případě o rozměru (4×4) :

$$Q = \begin{pmatrix} p_{11} & p_{13} & & \\ & p_{33} & p_{35} & \\ & & p_{55} & p_{57} \\ p_{71} & & & \end{pmatrix} \dots (113)$$

Pro určení matice N je nutné určit matici $(I - Q)$.

$$(I - Q) = \begin{pmatrix} 1-p_{11} & -p_{13} & & \\ & 1-p_{33} & -p_{35} & \\ & & 1-p_{55} & -p_{57} \\ -p_{71} & & & 1 \end{pmatrix} \dots (114)$$

Z matice $(I - Q)$ dostaneme inverzí matici N .

$$N = (I - Q)^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{p_{13} \cdot p_{78}} & \frac{1}{p_{35} \cdot p_{78}} & \frac{1}{p_{57} \cdot p_{78}} & \frac{1}{p_{78}} \\ \frac{p_{71}}{p_{13} \cdot p_{78}} & \frac{1}{p_{35} \cdot p_{78}} & \frac{1}{p_{57} \cdot p_{78}} & \frac{1}{p_{78}} \\ \frac{p_{71}}{p_{13} \cdot p_{78}} & \frac{p_{11}}{p_{35} \cdot p_{78}} & \frac{1}{p_{57} \cdot p_{78}} & \frac{1}{p_{78}} \\ \frac{p_{71}}{p_{13} \cdot p_{78}} & \frac{p_{71}}{p_{35} \cdot p_{78}} & \frac{p_{71}}{p_{57} \cdot p_{78}} & \frac{1}{p_{78}} \end{pmatrix} \dots (115)$$

V základní stochastické matici P ... (112), figurují pravděpodobnosti p_{11} , p_{33} , p_{55} , které v porovnání se systémem pravděpodobností podle matice P (108) jsou zřejmě shodné s pravděpodobnostmi p_{12} , p_{34} , p_{56} . Tedy pro tento případ platí :

$$\left. \begin{aligned} p_{11} &= p_{12} \\ p_{33} &= p_{34} \\ p_{55} &= p_{56} \end{aligned} \right\} \dots (116)$$

Porovnáme-li matici $N \dots (111)$ a $N \dots (115)$ vidíme, že pokud bychom vypustili v matici $N \dots (111)$ druhý, čtvrtý, šestý sloupek a řádek, obdržíme matici totožnou s $N \dots (115)$. Vypouštíme v podstatě řádky a sloupce odpovídající stavům systému na pracovních válcích a obrečečích (tj. stavy S_2, S_4, S_6).

5.2.2 Stanovení rozptylu počtu průchodů jednotlivými stavy

Vycházejí ze základní definice (21) pro stanovení matice, jejíž elementy představují hodnoty rozptylu průchodů jednotlivými stavy při určitých stavech vstupních pro sledovaný systém, určíme matici N_2 pro případ respektování stavů podle obr. 20, tedy i s uvažováním samostatných stavů na pracovních válcích a obrečečích.

$$N_2 = N (2 N_{\text{d}} - I) - N_{\text{sq}}$$

Pozn. : Rozptyl počtu průchodů jednotlivými stavy vychází z obecného vzorce (podle [32]) :

$$\sigma_{(x)}^2 = E(x - E_x)^2 \dots (117)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{(x)}^2 &= E(x - E_x)^2 = E(x^2 - 2x E_x + (E_x)^2) = \\ &= E x^2 - 2 E x \cdot E_x + (E_x)^2 = E[x^2] - (E_x)^2 \dots (118) \end{aligned}$$

Pro případ naší aplikace platí :

$$n_{2ij} = \sigma^2[n'_{ij}] = E[n'_{ij}{}^2] - (E n'_{ij})^2 = E n'^2_{ij} - n^2_{ij}$$

jak potvrzuje vzorec (20).

Odvoďme pro sledovaný případ matici N_2 .

Vyjádřeme postupně potřebné matice

$$N = \begin{pmatrix} n_{11} & n_{12} & n_{13} & n_{14} & n_{15} & n_{16} & n_{17} \\ n_{21} & n_{22} & n_{23} & n_{24} & n_{25} & n_{26} & n_{27} \\ n_{31} & n_{32} & n_{33} & n_{34} & n_{35} & n_{36} & n_{37} \\ n_{41} & n_{42} & n_{43} & n_{44} & n_{45} & n_{46} & n_{47} \\ n_{51} & n_{52} & n_{53} & n_{54} & n_{55} & n_{56} & n_{57} \\ n_{61} & n_{62} & n_{63} & n_{64} & n_{65} & n_{66} & n_{67} \\ n_{71} & n_{72} & n_{73} & n_{74} & n_{75} & n_{76} & n_{77} \end{pmatrix}$$

$$2N_{dg} - I = \begin{pmatrix} 2n_{11}^{-1} & & & & & & \\ & 2n_{22}^{-1} & & & & & \\ & & 2n_{33}^{-1} & & & & \\ & & & 2n_{44}^{-1} & & & \\ & & & & 2n_{55}^{-1} & & \\ & & & & & 2n_{66}^{-1} & \\ & & & & & & 2n_{77}^{-1} \end{pmatrix}$$

$$N_{sq} = \begin{pmatrix} n_{11}^2 & n_{12}^2 & n_{13}^2 & n_{14}^2 & n_{15}^2 & n_{16}^2 & n_{17}^2 \\ n_{21}^2 & n_{22}^2 & n_{23}^2 & n_{24}^2 & n_{25}^2 & n_{26}^2 & n_{27}^2 \\ n_{31}^2 & n_{32}^2 & n_{33}^2 & n_{34}^2 & n_{35}^2 & n_{36}^2 & n_{37}^2 \\ n_{41}^2 & n_{42}^2 & n_{43}^2 & n_{44}^2 & n_{45}^2 & n_{46}^2 & n_{47}^2 \\ n_{51}^2 & n_{52}^2 & n_{53}^2 & n_{54}^2 & n_{55}^2 & n_{56}^2 & n_{57}^2 \\ n_{61}^2 & n_{62}^2 & n_{63}^2 & n_{64}^2 & n_{65}^2 & n_{66}^2 & n_{67}^2 \\ n_{71}^2 & n_{72}^2 & n_{73}^2 & n_{74}^2 & n_{75}^2 & n_{76}^2 & n_{77}^2 \end{pmatrix}$$

$$N_2 =$$

$$\begin{pmatrix} n_{11}(2n_{11}-1) \cdot n_{11}^2 n_{12}(2n_{22}-1) \cdot n_{12}^2 n_{13}(2n_{33}-1) \cdot n_{13}^2 n_{14}(2n_{44}-1) \cdot n_{14}^2 n_{15}(2n_{55}-1) \cdot n_{15}^2 n_{16}(2n_{66}-1) \cdot n_{16}^2 n_{17}(2n_{77}-1) \cdot n_{17}^2 \\ n_{21}(\quad) \cdot n_{21}^2 n_{22}(\quad) \cdot n_{22}^2 n_{23}(\quad) \cdot n_{23}^2 n_{24}(\quad) \cdot n_{24}^2 n_{25}(\quad) \cdot n_{25}^2 n_{26}(\quad) \cdot n_{26}^2 n_{27}(\quad) \cdot n_{27}^2 \\ n_{31}(\quad) \cdot n_{31}^2 n_{32}(\quad) \cdot n_{32}^2 n_{33}(\quad) \cdot n_{33}^2 n_{34}(\quad) \cdot n_{34}^2 n_{35}(\quad) \cdot n_{35}^2 n_{36}(\quad) \cdot n_{36}^2 n_{37}(\quad) \cdot n_{37}^2 \\ n_{41}(\quad) \cdot n_{41}^2 n_{42}(\quad) \cdot n_{42}^2 n_{43}(\quad) \cdot n_{43}^2 n_{44}(\quad) \cdot n_{44}^2 n_{45}(\quad) \cdot n_{45}^2 n_{46}(\quad) \cdot n_{46}^2 n_{47}(\quad) \cdot n_{47}^2 \\ n_{51}(\quad) \cdot n_{51}^2 n_{52}(\quad) \cdot n_{52}^2 n_{53}(\quad) \cdot n_{53}^2 n_{54}(\quad) \cdot n_{54}^2 n_{55}(\quad) \cdot n_{55}^2 n_{56}(\quad) \cdot n_{56}^2 n_{57}(\quad) \cdot n_{57}^2 \\ n_{61}(\quad) \cdot n_{61}^2 n_{62}(\quad) \cdot n_{62}^2 n_{63}(\quad) \cdot n_{63}^2 n_{64}(\quad) \cdot n_{64}^2 n_{65}(\quad) \cdot n_{65}^2 n_{66}(\quad) \cdot n_{66}^2 n_{67}(\quad) \cdot n_{67}^2 \\ n_{71}(\quad) \cdot n_{71}^2 n_{72}(\quad) \cdot n_{72}^2 n_{73}(\quad) \cdot n_{73}^2 n_{74}(\quad) \cdot n_{74}^2 n_{75}(\quad) \cdot n_{75}^2 n_{76}(\quad) \cdot n_{76}^2 n_{77}(\quad) \cdot n_{77}^2 \end{pmatrix} \dots (179)$$

5.2.3 Pravděpodobnost určitého počtu průchodů neabsorpčními stavy - aplikace na postup systému rozšířenou soustavou stavů

V této kapitole bude odvozena matice pro rozšířenou soustavu stavů podle obr. 20 tak, aby bylo možné vyjádřit čas průchodu vlákna mykacím strojem pomocí náhodných nezávislých veličin. Zmíněná matice obsahuje komponenty, které představují pravděpodobnost, s jakou systém projde daným stavem při určitém výchozím stavu 0, 1, 2, 3, 4, 5 k krát.

Použijme maticových rovnic (29), (30) :

$$\{P_r[n'_{ij} - d_{ij} = k]\} = E_I - H \quad \dots \text{pro } k = 0$$

$$\{P_r[n'_{ij} - d_{ij} = k]\} = H H_{dq}^{k-1} [I - H_{dq}] = [N - I] N_{dq}^{-2} [I - N_{dq}^{-1}]^{k-1} \dots \text{pro } k > 0$$

a) Stanovení matice H

Podle rovnice (28) : $H = (N - I) \cdot N_{dq}^{-1}$

Za použití matice N podle vyjádření (111) lze uvést rovnici (28) v následující formě.

$$\left(\begin{array}{cccccccc} \frac{1-P_{13}P_{28}}{P_{13}P_{28}} \frac{P_{12}}{P_{13}P_{28}} & \frac{1}{P_{25}P_{28}} & \frac{1}{P_{25}P_{28}} & \frac{1}{P_{27}P_{28}} & \frac{1}{P_{27}P_{28}} & \frac{1}{P_{28}} \\ \frac{1}{P_{13}P_{28}} \frac{P_{12}}{P_{13}P_{28}} & " & " & " & " & " \\ \frac{P_{21}}{P_{13}P_{28}} \frac{P_{12}}{P_{13}P_{28}} \frac{1-P_{25}P_{28}}{P_{25}P_{28}} & " & " & " & " & " \\ " & " & \frac{1}{P_{25}P_{28}} \frac{P_{24}}{P_{25}P_{28}} & " & " & " \\ " & " & \frac{P_{21}}{P_{25}P_{28}} \frac{P_{24}}{P_{25}P_{28}} \frac{1-P_{27}P_{28}}{P_{27}P_{28}} & " & " & " \\ " & " & " & " & \frac{1}{P_{27}P_{28}} \frac{P_{26}}{P_{27}P_{28}} & " \\ " & " & " & " & \frac{P_{21}}{P_{27}P_{28}} \frac{P_{26}}{P_{27}P_{28}} \frac{P_{21}}{P_{27}P_{28}} & " \\ " & " & " & " & \frac{P_{21}}{P_{27}P_{28}} \frac{P_{26}}{P_{27}P_{28}} \frac{P_{21}}{P_{27}P_{28}} & " \end{array} \right)$$

$$(P_{13} \cdot P_{28})$$

$$\left(\frac{P_{13} \cdot P_{28}}{P_{13}P_{28} + P_{24}} \right)$$

$$(P_{25} \cdot P_{28})$$

$$\left(\frac{P_{25} \cdot P_{28}}{P_{25}P_{28} + P_{24}} \right)$$

$$(P_{27} \cdot P_{28})$$

$$\left(\frac{P_{27} \cdot P_{28}}{P_{27}P_{28} + P_{26}} \right)$$

$$=$$

$1 - P_{13} \cdot P_{28}$	$\frac{P_{12}}{P_{13} \cdot P_{28} + P_{12}}$	1	$\frac{P_{34}}{P_{35} \cdot P_{28} + P_{34}}$	1	$\frac{P_{56}}{P_{57} \cdot P_{28} + P_{56}}$	1
1	"	1	"	1	"	1
P_{71}	$\frac{P_{21} \cdot P_{12}}{P_{13} \cdot P_{28} + P_{12}}$	$1 - P_{35} \cdot P_{28}$	$\frac{P_{34}}{P_{35} \cdot P_{28} + P_{34}}$	1	$\frac{P_{56}}{P_{57} \cdot P_{28} + P_{56}}$	1
"	"	1	"	1	"	1
"	"	P_{71}	$\frac{P_{21} \cdot P_{34}}{P_{35} \cdot P_{28} + P_{34}}$	$1 - P_{57} \cdot P_{28}$	"	1
"	"	"	"	1	"	1
"	"	"	"	P_{71}	$\frac{P_{21} \cdot P_{56}}{P_{57} \cdot P_{28} + P_{56}}$	P_{71}

- b) Stanovení matice H_{dg}^{k-1}
 Vycházíme z matice H (120)

$$H_{dg}^{k-1} = \begin{pmatrix} (1 - p_{13} p_{78})^{k-1} & & & & \\ & \left(\frac{p_{12}}{p_{13} p_{78}^* p_{12}} \right)^{k-1} & & & \\ & & (1 - p_{35} p_{78})^{k-1} & & \\ & & & \left(\frac{p_{34}}{p_{35} p_{78}^* p_{34}} \right)^{k-1} & \\ & & & & (1 - p_{57} p_{78})^{k-1} \\ & & & & & \left(\frac{p_{56}}{p_{57} p_{78}^* p_{56}} \right)^{k-1} \\ & & & & & & p_{71}^{k-1} \end{pmatrix} \dots (121)$$

- c) Stanovení matice $(I - H_d)$
 Vycházíme z matice H (120)

$$(I - H_d) = \begin{pmatrix} p_{13} p_{78} & & & & \\ & \frac{p_{13} p_{78}}{p_{13} p_{78}^* p_{12}} & & & \\ & & p_{35} p_{78} & & \\ & & & \frac{p_{35} p_{78}}{p_{35} p_{78}^* p_{34}} & \\ & & & & p_{57} p_{78} \\ & & & & & \frac{p_{57} p_{78}}{p_{57} p_{78}^* p_{56}} \\ & & & & & & p_{78} \end{pmatrix} \dots (122)$$

d) Stanovení matice $[N-I]$

Vycházíme z matice N (111)

$$[N-I] =$$

$$\begin{pmatrix} \frac{1-p_{13}p_{78}}{p_{13} \cdot p_{78}} & \frac{p_{12}}{p_{13} \cdot p_{78}} & \frac{1}{p_{35} \cdot p_{78}} & \frac{p_{34}}{p_{35} \cdot p_{78}} & \frac{1}{p_{57} \cdot p_{78}} & \frac{p_{56}}{p_{57} \cdot p_{78}} & \frac{1}{p_{78}} \\ \frac{1}{p_{13} \cdot p_{78}} & \frac{p_{12}}{p_{13} \cdot p_{78}} & \parallel & \parallel & \parallel & \parallel & \parallel \\ \frac{p_{21}}{p_{13} \cdot p_{78}} & \frac{p_{21} \cdot p_{12}}{p_{13} \cdot p_{78}} & \frac{1-p_{35}p_{78}}{p_{35} \cdot p_{78}} & \parallel & \parallel & \parallel & \parallel \\ \parallel & \parallel & \frac{1}{p_{35} \cdot p_{78}} & \frac{p_{34}}{p_{35} \cdot p_{78}} & \parallel & \parallel & \parallel \\ \parallel & \parallel & \frac{p_{71}}{p_{35} \cdot p_{78}} & \frac{p_{21} \cdot p_{34}}{p_{35} \cdot p_{78}} & \frac{1-p_{57}p_{78}}{p_{57} \cdot p_{78}} & \parallel & \parallel \\ \parallel & \parallel & \parallel & \parallel & \frac{1}{p_{57} \cdot p_{78}} & \frac{p_{56}}{p_{57} \cdot p_{78}} & \parallel \\ \parallel & \parallel & \parallel & \parallel & \frac{p_{71}}{p_{57} \cdot p_{78}} & \frac{p_{21} \cdot p_{56}}{p_{57} \cdot p_{78}} & \frac{p_{71}}{p_{78}} \end{pmatrix}$$

.... (123)

e) Stanovení matice N_{dg}^{-2}

Vycházíme z matice N (111)

$$N_{dg}^{-2} =$$

$$\begin{pmatrix} (p_{13} \cdot p_{78})^2 \\ \left(\frac{p_{13} \cdot p_{78}}{p_{13} \cdot p_{78} \cdot p_{12}} \right)^2 \\ (p_{35} \cdot p_{78})^2 \\ \left(\frac{p_{35} \cdot p_{78}}{p_{35} \cdot p_{78} \cdot p_{34}} \right)^2 \\ (p_{57} \cdot p_{78})^2 \\ \left(\frac{p_{57} \cdot p_{78}}{p_{57} \cdot p_{78} \cdot p_{56}} \right)^2 \\ p_{78}^2 \end{pmatrix}$$

.... (124)

f) Stanovení matice $[I - N_{dg}^{-1}]^{k-1}$:

$$[N_{dg}^{-1}]^{k-1} = \begin{pmatrix} (1 - \rho_{13}, \rho_{18})^{k-1} \\ \left(\frac{\rho_{12}}{\rho_{13}, \rho_{18} + \rho_{12}} \right)^{k-1} \\ (1 - \rho_{35}, \rho_{38})^{k-1} \\ \left(\frac{\rho_{34}}{\rho_{35}, \rho_{38} + \rho_{34}} \right)^{k-1} \\ (1 - \rho_{57}, \rho_{58})^{k-1} \\ \left(\frac{\rho_{56}}{\rho_{57}, \rho_{58} + \rho_{56}} \right)^{k-1} \\ (1 - \rho_{78})^{k-1} \end{pmatrix} \dots (125)$$

Pomocí maticových rovnic (29), (30) provedeme nyní výpočet :

I. Pro $k = 0$

11

21

$$= \left(\begin{array}{cccccc} p_{13} \cdot p_{18} & \frac{p_{18} \cdot p_{28}}{p_{13} \cdot p_{14} + p_{12}} & 0 & \frac{p_{35} \cdot p_{78}}{p_{25} \cdot p_{18} + p_{34}} & 0 & \frac{p_{57} \cdot p_{18}}{p_{37} \cdot p_{18} + p_{35}} \\ 0 & " & 0 & " & 0 & " \\ p_{18} & \frac{p_{18}}{p_{13} \cdot p_{14} + p_{12}} & p_{35} \cdot p_{28} & " & 0 & " \\ " & " & 0 & " & 0 & " \\ " & " & p_{18} & \frac{p_{18}}{p_{35} \cdot p_{18} + p_{34}} & p_{37} \cdot p_{18} & " \\ " & " & " & " & 0 & " \\ " & " & " & " & p_{18} & \frac{p_{18}}{p_{37} \cdot p_{18} + p_{35}} \end{array} \right) p_{18}$$

II. Pro $k > 0$

$$Pr[n'_{ij} - d_{ij} = k] = H \cdot H_{dg}^{k-1} [\bar{I} - H_{dg}] =$$

$$= \underbrace{\begin{pmatrix} 1 - p_{13} p_{78} \frac{p_{12}}{p_{13} p_{78}^+ p_{12}} & 1 & \frac{p_{34}}{p_{35} p_{78}^+ p_{34}} & 1 & \frac{p_{56}}{p_{57} p_{78}^+ p_{56}} & 1 \\ 1 & " & 1 & " & 1 & " & 1 \\ p_{71} \frac{p_{71} \cdot p_{12}}{p_{13} p_{78}^+ p_{12}} & 1 - p_{35} p_{78} \frac{p_{34}}{p_{35} p_{78}^+ p_{34}} & 1 & \frac{p_{56}}{p_{57} p_{78}^+ p_{56}} & 1 \\ " & " & 1 & " & 1 & " & 1 \\ " & " & p_{71} \frac{p_{71} \cdot p_{34}}{p_{35} p_{78}^+ p_{34}} & 1 - p_{57} p_{78} & " & 1 \\ " & " & " & " & 1 & " & 1 \\ " & " & " & " & p_{71} \frac{p_{71} \cdot p_{56}}{p_{57} p_{78}^+ p_{56}} & p_{71} \end{pmatrix}}_H$$

$$p_{13} p_{78} (1 - p_{13} p_{78})^{k-1}$$

$$\left(\frac{p_{13} p_{78}}{p_{13} p_{78}^+ p_{12}} \right) \left(\frac{p_{12}}{p_{13} p_{78}^+ p_{12}} \right)^{k-1}$$

$$p_{35} p_{78} (1 - p_{35} p_{78})^{k-1}$$

$$\left(\frac{p_{35} p_{78}}{p_{35} p_{78}^+ p_{34}} \right) \left(\frac{p_{34}}{p_{35} p_{78}^+ p_{34}} \right)^{k-1}$$

$$p_{57} p_{78} (1 - p_{57} p_{78})^{k-1}$$

$$\left(\frac{p_{57} p_{78}}{p_{57} p_{78}^+ p_{56}} \right) \left(\frac{p_{56}}{p_{57} p_{78}^+ p_{56}} \right)^{k-1}$$

$$p_{71} (1 - p_{71})^{k-1}$$

||

$$\rho_{33} \rho_{28} (1 - \rho_{33} \rho_{28})^k \frac{\rho_{33} \rho_{28}}{\rho_{33} \rho_{28} + \rho_{22}} \left(\frac{\rho_{22}}{\rho_{33} \rho_{28} + \rho_{22}} \right)^k \rho_{35} \rho_{28} (1 - \rho_{35} \rho_{28})^{k-1} \frac{\rho_{35} \rho_{28}}{\rho_{35} \rho_{28} + \rho_{34}} \left(\frac{\rho_{34}}{\rho_{35} \rho_{28} + \rho_{34}} \right)^k \rho_{33} \rho_{28} (1 - \rho_{33} \rho_{28})^{k-1} \rho_{37} \rho_{28}^* \rho_{36} \left(\frac{\rho_{36}}{\rho_{37} \rho_{28} + \rho_{56}} \right)^k \rho_{28} (1 - \rho_{28})^{k-1}$$

$$\rho_{33} \rho_{28} (1 - \rho_{33} \rho_{28})^{k-1} \quad || \quad || \quad || \quad || \quad ||$$

$$\rho_{37} \rho_{28} \rho_{28} (1 - \rho_{33} \rho_{28})^{k-1} \frac{\rho_{33} \rho_{28}}{\rho_{33} \rho_{28} + \rho_{22}} \left(\frac{\rho_{22}}{\rho_{33} \rho_{28} + \rho_{22}} \right)^k \rho_{35} \rho_{28} (1 - \rho_{35} \rho_{28})^k \frac{\rho_{35} \rho_{28}}{\rho_{35} \rho_{28} + \rho_{34}} \left(\frac{\rho_{34}}{\rho_{35} \rho_{28} + \rho_{34}} \right)^k \quad || \quad || \quad ||$$

$$|| \quad || \quad \rho_{35} \rho_{28} (1 - \rho_{35} \rho_{28})^{k-1} \quad || \quad || \quad ||$$

$$|| \quad || \quad \rho_{35} \rho_{28} (1 - \rho_{35} \rho_{28})^{k-1} \frac{\rho_{35} \rho_{28}}{\rho_{35} \rho_{28} + \rho_{34}} \left(\frac{\rho_{34}}{\rho_{35} \rho_{28} + \rho_{34}} \right)^k \rho_{33} \rho_{28} (1 - \rho_{33} \rho_{28})^k \quad || \quad ||$$

$$|| \quad || \quad || \quad || \quad \rho_{33} \rho_{28} (1 - \rho_{33} \rho_{28})^{k-1} \quad || \quad ||$$

$$|| \quad || \quad || \quad || \quad \rho_{37} \rho_{28} \rho_{28} (1 - \rho_{33} \rho_{28})^{k-1} \frac{\rho_{33} \rho_{28}}{\rho_{33} \rho_{28} + \rho_{22}} \left(\frac{\rho_{22}}{\rho_{33} \rho_{28} + \rho_{22}} \right)^k \rho_{35} \rho_{28} (1 - \rho_{35} \rho_{28})^k \rho_{28} (1 - \rho_{28})^k$$

$$p_r [n'_{ij} - d_{ij} = k] = [N - I] \cdot N_{dq}^{-2} [I - N_{dq}^{-1}]^{k-1} =$$

$$= \underbrace{\begin{pmatrix} \frac{1 - p_{13} p_{78}}{p_{13} \cdot p_{78}} & \frac{p_{12}}{p_{13} \cdot p_{78}} & \frac{1}{p_{35} \cdot p_{78}} & \frac{p_{34}}{p_{35} \cdot p_{78}} & \frac{1}{p_{57} \cdot p_{78}} & \frac{p_{56}}{p_{57} \cdot p_{78}} & \frac{1}{p_{78}} \\ \frac{1}{p_{13} \cdot p_{78}} & \frac{p_{12}}{p_{13} \cdot p_{78}} & \parallel & \parallel & \parallel & \parallel & \parallel \\ \frac{p_{71}}{p_{13} \cdot p_{78}} & \frac{p_{71} \cdot p_{12}}{p_{13} \cdot p_{78}} & \frac{1 - p_{35} \cdot p_{78}}{p_{35} \cdot p_{78}} & \parallel & \parallel & \parallel & \parallel \\ \parallel & \parallel & \frac{1}{p_{35} \cdot p_{78}} & \frac{p_{34}}{p_{35} \cdot p_{78}} & \parallel & \parallel & \parallel \\ \parallel & \parallel & \frac{p_{71}}{p_{35} \cdot p_{78}} & \frac{p_{71} \cdot p_{34}}{p_{35} \cdot p_{78}} & \frac{1 - p_{57} \cdot p_{78}}{p_{57} \cdot p_{78}} & \parallel & \parallel \\ \parallel & \parallel & \parallel & \parallel & \frac{1}{p_{57} \cdot p_{78}} & \frac{p_{56}}{p_{57} \cdot p_{78}} & \parallel \\ \parallel & \parallel & \parallel & \parallel & \frac{p_{71}}{p_{57} \cdot p_{78}} & \frac{p_{71} \cdot p_{56}}{p_{57} \cdot p_{78}} & \frac{p_{71}}{p_{78}} \end{pmatrix}}_{[N - I]}$$

$$p_{13} p_{78} \left(1 - p_{13} p_{78} \right)^{k-1}$$

$$\left(\frac{p_{13} \cdot p_{78}}{p_{13} \cdot p_{78} \cdot p_{12}} \right)^2 \left(\frac{p_{12}}{p_{13} \cdot p_{78} \cdot p_{12}} \right)^{k-1}$$

$$\left(p_{35} p_{78} \right)^2 \left(1 - p_{35} p_{78} \right)^{k-1}$$

$$\left(\frac{p_{35} \cdot p_{78}}{p_{35} \cdot p_{78} \cdot p_{34}} \right)^2 \left(\frac{p_{34}}{p_{35} \cdot p_{78} \cdot p_{34}} \right)^{k-1}$$

$$\left(p_{57} p_{78} \right)^2 \left(1 - p_{57} p_{78} \right)^{k-1}$$

$$\left(\frac{p_{57} \cdot p_{78}}{p_{57} \cdot p_{78} \cdot p_{56}} \right)^2 \left(\frac{p_{56}}{p_{57} \cdot p_{78} \cdot p_{56}} \right)^{k-1}$$

$$p_{78}^2 \left(1 - p_{78} \right)^{k-1}$$

$$N_{dq}^{-2} [I - N_{dq}^{-1}]^{k-1}$$

$$\begin{aligned}
& \left(\begin{array}{l} P_{13} P_{28} (1 - P_{13} P_{28})^k \frac{P_{13} P_{28}}{P_{13} P_{28} + P_{12}} \left(\frac{P_{12}}{P_{13} P_{28} + P_{12}} \right)^k P_{35} P_{21} (1 - P_{35} P_{28})^{k-1} \frac{P_{35} P_{28}}{P_{35} P_{28} + P_{34}} \left(\frac{P_{34}}{P_{35} P_{28} + P_{34}} \right)^k P_{57} P_{28} (1 - P_{57} P_{28})^{k-1} \frac{P_{57} P_{28}}{P_{57} P_{28} + P_{56}} \left(\frac{P_{56}}{P_{57} P_{28} + P_{56}} \right)^k P_{28} (1 - P_{28})^{k-1} \\ P_{13} P_{28} (1 - P_{13} P_{28})^{k-1} \\ P_{21} P_{13} P_{28} (1 - P_{13} P_{28})^{k-1} \frac{P_{13} P_{28}}{P_{21} P_{13} + P_{12}} \left(\frac{P_{12}}{P_{13} P_{28} + P_{12}} \right)^k P_{35} P_{28} (1 - P_{35} P_{28})^{k-1} \frac{P_{35} P_{28}}{P_{35} P_{28} + P_{34}} \left(\frac{P_{34}}{P_{35} P_{28} + P_{34}} \right)^k \\ P_{35} P_{28} (1 - P_{35} P_{28})^{k-1} \\ P_{35} P_{21} P_{28} (1 - P_{35} P_{28})^{k-1} \frac{P_{35} P_{28}}{P_{21} P_{35} + P_{34}} \left(\frac{P_{34}}{P_{35} P_{28} + P_{34}} \right)^k P_{57} P_{28} (1 - P_{57} P_{28})^{k-1} \\ P_{57} P_{28} (1 - P_{57} P_{28})^{k-1} \\ P_{21} P_{57} P_{28} (1 - P_{57} P_{28})^{k-1} \frac{P_{57} P_{28}}{P_{21} P_{57} + P_{56}} \left(\frac{P_{56}}{P_{57} P_{28} + P_{56}} \right)^k P_{28} (1 - P_{28})^{k-1} \end{array} \right) \\
& = \dots (128)
\end{aligned}$$

5.2.4 Zhodnocení a ověření konečných výsledných hodnot pro pravděpodobnost určitého počtu průchodů systému stavem

Důležitými hodnotami pro stanovení pravděpodobnostní charakteristiky času průchodu vlákna válcovým mykacím strojem jsou komponenty prvního řádku matic (126) a (127), resp. (128). Jedná se o pravděpodobnosti jistého počtu průchodu systému určitým stavem, za předpokladu výchozího stavu S_1 .

Z matic (z prvního řádku vyplývá) :

I. $k = 0$

z matice (126)

$$\left. \begin{aligned} Pr[n'_{11} - 1 = 0] &= p_{13} \cdot p_{18} \\ Pr[n'_{12} = 0] &= \frac{p_{13} \cdot p_{18}}{p_{13} \cdot p_{18} + p_{12}} \\ Pr[n'_{13} = 0] &= 0 \\ Pr[n'_{14} = 0] &= \frac{p_{35} \cdot p_{18}}{p_{35} \cdot p_{18} + p_{34}} \\ Pr[n'_{15} = 0] &= 0 \\ Pr[n'_{16} = 0] &= \frac{p_{57} \cdot p_{18}}{p_{57} \cdot p_{18} + p_{56}} \\ Pr[n'_{17} = 0] &= 0 \end{aligned} \right\} \dots (129)$$

II. $k > 0$

z matice (127), resp. (128)

$$\left. \begin{aligned} Pr[n'_{11} - 1 = k] &= p_{13} \cdot p_{18} (1 - p_{13} \cdot p_{18})^k \\ Pr[n'_{12} = k] &= \frac{p_{13} \cdot p_{18}}{p_{13} \cdot p_{18} + p_{12}} \left(\frac{p_{12}}{p_{13} \cdot p_{18} + p_{12}} \right)^k \\ Pr[n'_{13} = k] &= p_{35} \cdot p_{18} (1 - p_{35} \cdot p_{18})^{k-1} \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} P_r[n'_{14} = k] &= \frac{p_{35} \cdot p_{78}}{p_{35} \cdot p_{78} + p_{34}} \left(\frac{p_{34}}{p_{35} \cdot p_{78} + p_{34}} \right)^k \\ P_r[n'_{15} = k] &= p_{57} \cdot p_{78} (1 - p_{57} \cdot p_{78})^{k-1} \\ P_r[n'_{16} = k] &= \frac{p_{57} \cdot p_{78}}{p_{57} \cdot p_{78} + p_{56}} \left(\frac{p_{56}}{p_{57} \cdot p_{78} + p_{56}} \right)^k \\ P_r[n'_{17} = k] &= p_{78} (1 - p_{78})^{k-1} \end{aligned} \right\} \dots (130)$$

Z výše uvedeného vyplývá, že hodnoty pravděpodobnosti určitého počtu průchodu stavem S_j vytvářejí geometrickou řadu (při vstupním stavu S_1).

Ve všech případech součet všech pravděpodobností pro 0, 1, 2, ---- ∞ počet průchodů příslušným stavem se rovná jedné, tzn. že jsou vyčerpány všechny možné případy.

Dalším způsobem ověření dosažených výsledků je porovnání střední hodnoty počtu průchodu jednotlivými stavy a rozptylu počtu průchodů jednotlivými stavy, vypočtený jednak pomocí rovnic (129), (130) a jednak pomocí matic N (111) a N_2 (119).

a) Porovnání středních hodnot počtu průchodů jednotlivými stavy při výchozím stavu S_1 .

Z matice N (111) vyplývá :

$$\left. \begin{aligned} n_{11} &= \frac{1}{p_{13} \cdot p_{78}} & n_{12} &= \frac{p_{72}}{p_{13} \cdot p_{78}} \\ n_{13} &= \frac{1}{p_{35} \cdot p_{78}} & n_{14} &= \frac{p_{34}}{p_{35} \cdot p_{78}} \\ n_{15} &= \frac{1}{p_{57} \cdot p_{78}} & n_{16} &= \frac{p_{56}}{p_{57} \cdot p_{78}} \\ n_{17} &= \frac{1}{p_{78}} \end{aligned} \right\} \dots (131)$$

Řady hodnot pravděpodobností podle (129) a (130) je možné vyjádřit pomocí výše uvedených hodnot středních počtů průchodů (131).

$$\left. \begin{aligned} P_r[n'_{11} = 1] &= \frac{1}{n_{11}} \quad ; \quad P_r[n'_{11} = k+1] = \frac{1}{n_{11}} \left(\frac{n_{11}-1}{n_{11}} \right)^k \\ P_r[n'_{12} = 0] &= \frac{1}{n_{12}+1} \quad ; \quad P_r[n'_{12} = k] = \frac{1}{n_{12}+1} \left(\frac{n_{12}}{n_{12}+1} \right)^k \\ P_r[n'_{13} = k] &= \frac{1}{n_{13}} \left(\frac{n_{13}-1}{n_{13}} \right)^{k-1} \\ P_r[n'_{14} = 0] &= \frac{1}{n_{14}+1} \quad ; \quad P_r[n'_{14} = k] = \frac{1}{n_{14}+1} \left(\frac{n_{14}}{n_{14}+1} \right)^k \\ P_r[n'_{15} = k] &= \frac{1}{n_{15}} \left(\frac{n_{15}-1}{n_{15}} \right)^{k-1} \\ P_r[n'_{16} = 0] &= \frac{1}{n_{16}+1} \quad ; \quad P_r[n'_{16} = k] = \frac{1}{n_{16}+1} \left(\frac{n_{16}}{n_{16}+1} \right)^k \\ P_r[n'_{17} = k] &= \frac{1}{n_{17}} \left(\frac{n_{17}-1}{n_{17}} \right)^{k-1} \end{aligned} \right\} \dots (132)$$

Střední hodnota stanovená z rovnic (132) pro stav S_1 bude :

$$\begin{aligned} n_{11} &= 1 \frac{1}{n_{11}} + 2 \frac{1}{n_{11}} \left(\frac{n_{11}-1}{n_{11}} \right) + 3 \frac{1}{n_{11}} \left(\frac{n_{11}-1}{n_{11}} \right)^2 + \dots \\ &\quad + (k+1) \frac{1}{n_{11}} \left(\frac{n_{11}-1}{n_{11}} \right)^k + \dots \end{aligned} \quad \dots (133)$$

Odvoďme nyní obecný vzorec pro součet řady typu řady (133) a aplikujme jej na všechny sledované stavy.

$$\text{Nechť} \quad \left. \begin{array}{ll} S_{11} = \frac{n_{11}-1}{n_{11}} i & S_{12} = \frac{n_{12}}{n_{12}+1} \\ S_{13} = \frac{n_{13}-1}{n_{13}} i & S_{14} = \frac{n_{14}}{n_{14}+1} \\ S_{15} = \frac{n_{15}-1}{n_{15}} i & S_{16} = \frac{n_{16}}{n_{16}+1} \\ S_{17} = \frac{n_{17}-1}{n_{17}} & \end{array} \right\} \dots (134)$$

Obecně použijme S_{1j} ($j = 1, 2, \dots, 7$)
Vyjádřeme dále první členy řad (132) :

$$\left. \begin{array}{ll} a_{11} = \frac{1}{n_{11}} & a_{12} = \frac{1}{n_{12}+1} \\ a_{13} = \frac{1}{n_{13}} & a_{14} = \frac{1}{n_{14}+1} \\ a_{15} = \frac{1}{n_{15}} & a_{16} = \frac{1}{n_{16}+1} \\ a_{17} = \frac{1}{n_{17}} & \end{array} \right\} \dots (135)$$

Obecně použijme a_{1j} ($j = 1, 2, \dots, 7$)
Pro první řadu bude tedy platit [viz (133)]

$$\left. \begin{array}{l} n_{11} = 1 \cdot a_{11} + 2 a_{11} S_{11} + 3 a_{11} S_{11}^2 + \dots + (k+1) \cdot a_{11} \cdot S_{11}^k + \dots = \\ = \sum_{k=0}^{\infty} (k+1) \cdot a_{11} \cdot S_{11}^k \end{array} \right\}$$

Pro další řady obdobně :

$$\begin{aligned} n_{12} &= 0 \cdot a_{12} + 1 \cdot a_{12} \cdot S_{12} + 2 \cdot a_{12} \cdot S_{12}^2 + \dots + k \cdot a_{12} \cdot S_{12}^k + \dots = \\ &= \sum_{k=0}^{\infty} k \cdot a_{12} \cdot S_{12}^k \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} n_{13} &= 1 \cdot a_{13} + 2 \cdot a_{13} \cdot S_{13} + 3 \cdot a_{13} \cdot S_{13}^2 + \dots + (k+1) \cdot a_{13} \cdot S_{13}^k + \dots = \\ &= \sum_{k=0}^{\infty} (k+1) \cdot a_{13} \cdot S_{13}^k \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} n_{14} &= 0 \cdot a_{14} + 1 \cdot a_{14} \cdot S_{14} + 2 \cdot a_{14} \cdot S_{14}^2 + \dots + k \cdot a_{14} \cdot S_{14}^k + \dots = \\ &= \sum_{k=0}^{\infty} k \cdot a_{14} \cdot S_{14}^k \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} n_{15} &= 1 \cdot a_{15} + 2 \cdot a_{15} \cdot S_{15} + 3 \cdot a_{15} \cdot S_{15}^2 + \dots + (k+1) \cdot a_{15} \cdot S_{15}^k + \dots = \\ &= \sum_{k=0}^{\infty} (k+1) \cdot a_{15} \cdot S_{15}^k \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} n_{16} &= 0 \cdot a_{16} + 1 \cdot a_{16} \cdot S_{16} + 2 \cdot a_{16} \cdot S_{16}^2 + \dots + k \cdot a_{16} \cdot S_{16}^k + \dots = \\ &= \sum_{k=0}^{\infty} k \cdot a_{16} \cdot S_{16}^k \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} n_{17} &= 1 \cdot a_{17} + 2 \cdot a_{17} \cdot S_{17} + 3 \cdot a_{17} \cdot S_{17}^2 + \dots + (k+1) \cdot a_{17} \cdot S_{17}^k + \dots = \\ &= \sum_{k=0}^{\infty} (k+1) \cdot a_{17} \cdot S_{17}^k \end{aligned}$$

... (136)

Obecně :

$$\left. \begin{aligned} n_{ij} &= \sum_{k=0}^{\infty} (k+1) a_{ij} \cdot S_{ij}^k \\ \text{resp. } n_{ij} &= \sum_{k=0}^{\infty} k \cdot a_{ij} \cdot S_{ij}^k \end{aligned} \right\} \begin{aligned} &\dots j = 1, 3, 5, 7 \\ &\dots j = 2, 4, 6 \end{aligned} \quad \dots (137)$$

Vlastní odvození vztahu pro součet řady (137)

$$\varphi(S_{ij}) = \sum_{k=0}^{\infty} S_{ij}^k = \frac{1}{1 - S_{ij}} \quad \dots (138)$$

Derivujeme podle S_{ij} :

$$\varphi'(S_{ij}) = S_{ij}^{-1} \cdot \sum_{k=0}^{\infty} k \cdot S_{ij}^k = \frac{1}{(1 - S_{ij})^2} \quad \dots (139)$$

Ze vztahu (139) plyne :

$$\sum_{k=0}^{\infty} k \cdot S_{ij}^k = \frac{S_{ij}}{(1 - S_{ij})^2} \quad \dots (140)$$

$$\sum_{k=0}^{\infty} a_{ij} \cdot k \cdot S_{ij}^k = \frac{a_{ij} \cdot S_{ij}}{(1 - S_{ij})^2} \quad \dots (141)$$

Aplikujeme získaný vztah (140) pro ověření vztahu (137)

$$\sum_{k=0}^{\infty} (k+1) \cdot a_{ij} \cdot S_{ij}^k = a_{ij} \sum_{k=0}^{\infty} k \cdot S_{ij}^k + a_{ij} \sum_{k=0}^{\infty} S_{ij}^k =$$

$$\begin{aligned}
 &= a_{ij} \frac{S_{ij}}{(1-S_{ij})^2} + a_{ij} \frac{1}{1-S_{ij}} \\
 &= \frac{a_{ij}}{1-S_{ij}} \left(\frac{S_{ij}}{1-S_{ij}} + 1 \right) \quad \dots (142)
 \end{aligned}$$

Pozn.: Vzorec (141) je použitelný k výpočtu n_{12} , n_{14} , n_{16} ,
vzorec (142) je použitelný k výpočtu n_{11} , n_{13} , n_{15} ,
 n_{17} .

Proveďme výpočet středního počtu průchodů stavem S_1
pomocí vzorce (142)

$$n_{11} = \frac{\frac{1}{n_{11}}}{1 - \frac{n_{11}-1}{n_{11}}} \left(\frac{\frac{n_{11}-1}{n_{11}}}{1 - \frac{n_{11}-1}{n_{11}}} + 1 \right) = n_{11}$$

Střední počet průchodů systému dalším stavem S_2 ověř-
me v následujícím, pomocí vzorce (141) :

$$n_{12} = \frac{\frac{1}{n_{12}+1} \cdot \frac{n_{12}}{n_{12}+1}}{\left(1 - \frac{n_{12}}{n_{12}+1} \right)^2} = n_{12}$$

Obdobně lze provést kontrolu u všech dalších hodnot
středních počtů průchodů vlákna jednotlivými stavy a dospě-
jeme vesměs k závěru, že střední hodnota počtu průchodů
vlákna určitým stavem je stejná v případě určení pomocí ma-
trice N , stejně jako při určení z rozložení pravděpodobnos-
tí pro jednotlivé počty průchodu vlákna určitým stavem.

b) Porovnání rozptylů počtu průchodů jednotlivými sta-
vy při výchozím stavu S_1 :

Z matice N_2 (119) vyplývají rozptyly počtu prů-
chodů jednotlivými stavy S_1 , S_2 , S_7 při výchozím

stavu systému S_i . Vyjádření jednotlivých rozptylů provedeme pomocí příslušných středních hodnot počtu průchodů jednotlivými stavy.

Z matice N (111) vyplývá, že

$$\begin{aligned} n_{13} &= n_{33} & n_{15} &= n_{55} & n_{17} &= n_{77} \\ n_{12} &= n_{12} + 1 & n_{44} &= n_{14} + 1 & n_{66} &= n_{16} + 1 \end{aligned}$$

Můžeme tudíž komponenty prvního řádku matice N_2 ... (119) přepsat :

$$\left. \begin{aligned} \sigma^2[n'_{ij}] &= n_{ij}(n_{ij} - 1) & \dots j &= 1, 3, 5, 7 \\ \sigma^2[n'_{ij}] &= n_{ij}(n_{ij} + 1) & \dots j &= 2, 4, 6 \end{aligned} \right\} \dots (143)$$

Stanovme nyní rozptyly z řad hodnot pravděpodobností (129) a (130). Řady hodnot pravděpodobností použijme vyjádřené pomocí středních hodnot průchodů jednotlivými stavy [viz (132)] .

Vycházíme ze známého obecného vztahu viz (118) při určení rozptylu veličiny n'_{ij} [viz (20)] .

$$\sigma^2[n'_{ij}] = E[n_{ij}'^2] - (E[n'_{ij}])^2 = E[n_{ij}'^2] - n_{ij}^2$$

Určení $E[n_{ij}'^2]$:

$$\left. \begin{aligned} E[n_{11}'^2] &= \sum_{k=0}^{\infty} (k+1)^2 \cdot a_{11} \cdot S_{11}^k \\ E[n_{12}'^2] &= \sum_{k=0}^{\infty} k^2 \cdot a_{12} \cdot S_{12}^k \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} E[n'_{13}{}^2] &= \sum_{k=0}^{\infty} (k+1)^2 \cdot a_{13} \cdot S_{13}^k \\ E[n'_{14}{}^2] &= \sum_{k=0}^{\infty} k^2 \cdot a_{14} \cdot S_{14}^k \\ E[n'_{15}{}^2] &= \sum_{k=0}^{\infty} (k+1)^2 \cdot a_{15} \cdot S_{15}^k \\ E[n'_{16}{}^2] &= \sum_{k=0}^{\infty} k^2 \cdot a_{16} \cdot S_{16}^k \\ E[n'_{17}{}^2] &= \sum_{k=0}^{\infty} (k+1)^2 \cdot a_{17} \cdot S_{17}^k \end{aligned} \right\} \dots (144)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{Obecně : Pro případ } j = 1, 3, 5, 7 \\ E[n'_{1j}{}^2] &= \sum_{k=0}^{\infty} (k+1)^2 \cdot a_{1j} \cdot S_{1j}^k \\ \\ \text{Pro případ } j = 2, 4, 6 \\ E[n'_{1j}{}^2] &= \sum_{k=0}^{\infty} k^2 \cdot a_{1j} \cdot S_{1j}^k \end{aligned} \right\} \dots (145)$$

Odvození vztahů pro součty řad (145) :

Vycházíme ze vztahu (138), který má tvar :

$$\varphi(S_{1j}) = \sum_{k=0}^{\infty} S_{1j}^k$$

Vypočteme první a druhou derivaci výše uvedené řady podle S_{1j} :

$$\varphi'(S_{1j}) = S_{1j}^{-1} \sum_{k=0}^{\infty} k \cdot S_{1j}^k \Rightarrow \sum_{k=0}^{\infty} k \cdot S_{1j}^k = S_{1j} \cdot \varphi'(S_{1j})$$

$$\varphi''(S_{1j}) = S_{1j}^{-2} \sum_{k=0}^{\infty} k^2 S_{1j}^k - S_{1j}^{-2} \sum_{k=0}^{\infty} k \cdot S_{1j}^k \dots (146)$$

Z rovnice (146) plyne :

Po dosazení za a_{ij} a S_{ij} :

$$G^2[n'_{ij}] = \frac{2 \frac{1}{n_{ij}+1} \left(\frac{n_{ij}}{n_{ij}+1} \right)^2}{\left(1 - \frac{n_{ij}}{n_{ij}+1} \right)^3} + \frac{\frac{1}{n_{ij}+1} \left(\frac{n_{ij}}{n_{ij}+1} \right)}{\left(1 - \frac{n_{ij}}{n_{ij}+1} \right)^2} - n_{ij}^2$$

$$G^2[n'_{ij}] = n_{ij}(n_{ij} + 1) \quad (150)$$

Hodnota rozptylu (150) souhlasí s příslušnou hodnotou rozptylu podle (143), získanou z matice N_2 .

Obdobně provedeme ověření pro $j = 1, 3, 5, 7$. Podle rovnice (145) pro příslušná j plyne :

$$\begin{aligned} E[n_{ij}'^2] &= \sum_{k=0}^{\infty} (k+1)^2 \cdot a_{ij} \cdot S_{ij}^k = \\ &= \sum_{k=0}^{\infty} k^2 \cdot a_{ij} S_{ij}^k + 2 \sum_{k=0}^{\infty} k \cdot a_{ij} S_{ij}^k + \sum_{k=0}^{\infty} a_{ij} S_{ij}^k \end{aligned}$$

Dosaďme za jednotlivé sčítance výrazy plynoucí z rovnic (149), (141), (138) :

$$\begin{aligned} E[n_{ij}'^2] &= \frac{2 \cdot a_{ij} \cdot S_{ij}^2}{(1 - S_{ij})^3} + \frac{a_{ij} \cdot S_{ij}}{(1 - S_{ij})^2} + \frac{2 \cdot a_{ij} \cdot S_{ij}}{(1 - S_{ij})^2} + \frac{a_{ij}}{1 - S_{ij}} = \\ &= \frac{2 a_{ij} \cdot S_{ij}^2}{(1 - S_{ij})^3} + \frac{3 \cdot a_{ij} \cdot S_{ij}}{(1 - S_{ij})^2} + \frac{a_{ij}}{1 - S_{ij}} \end{aligned}$$

Po dosazení za a_{ij} a S_{ij} :

$$E[n_{ij}'^2] = 2n_{ij}^2 - n_{ij} \quad (151)$$

Podle rovnice (20) :

$$G^2[n'_{ij}] = E[n_{ij}'^2] - n_{ij}^2$$

Dosaďme z rovnice (151) za $E[n'_{ij}]$:

$$\begin{aligned} \sigma^2[n'_{ij}] &= 2n_{ij}^2 - n_{ij} - n_{ij}^2 \\ &= n_{ij}^2 - n_{ij} = n_{ij}(n_{ij} - 1) \end{aligned} \quad \dots (152)$$

Porovnejme konečný výraz (152) s příslušnou hodnotou rozptylu $\sigma^2[n'_{ij}]$, vypočtenou z matice N_2 .

Porovnáním docházíme k závěru, že rozptyl $\sigma^2[n'_{ij}]$, vypočtený z matice N_2 i z pravděpodobnostního rozložení jednotlivých počtů průchodů příslušnými stavy jsou stejné a to pro $j = 1, 2, 3 \dots 7$, tudíž pro všechny sledované stavy na mykacím stroji.

Obecné vztahy ze soustavy rovnic (143) na jedné straně a výrazy (150), (152) na straně druhé svědčí o shodnosti konečného vyjádření rozptylu počtu průchodů jednotlivými stavy oběma způsoby.

Závěr kapitoly : Pravděpodobnosti určitého počtu průchodů systémů jednotlivými stavy při výchozím stavu S_1 , získané z matice (127), resp. (128) byly podrobeny kontrolní analýze zjišťováním :

- 1) součtu geom. řady pravděpodobností,
- 2) středních hodnot počtu průchodů jednotlivými stavy různými způsoby a jejich porovnáním,
- 3) rozptylu počtu průchodů jednotlivými stavy různými způsoby a jejich porovnáním

Tato analýza potvrdila správnost hodnot řad pravděpodobností počtu průchodů systému určitým stavem celkově, ukázala charakter řad jako geometrických.

Toto ověření bylo nutné pro důležitost hodnot pravděpodobností počtu průchodů systému určitým stavem, vzhledem k jejich dalšímu použití pro konečný výsledek analýzy postupu vláken na mykacím stroji, tj. pro stanovení pravděpodobnostního rozložení času průchodu vlákna mykacím strojem.

5.2.5 Stanovení maximálních hodnot počtu průchodů vlákna jednotlivými neabsorpčními stavy

Teoreticky, při respektování zákonitostí pro pravděpodobnostní rozložení počtu průchodů vlákna určitým stavem S_j by maximální hodnota počtu průchodů byla nekonečně velká. Pro praktické použití použijme určitého rozpětí počtu průchodů vlákna stavem S_j (při výchozím stavu S_1) :

$$\Delta n'_{ij} = n'_{ij \max} - n'_{ij \min} \quad \dots (153)$$

V souladu se zavedeným systémem stavů (obr. 20) lze definovat $n'_{ij \min}$ pro jednotlivé stavy :

Pro stavy na tamburu (tj. pro $j = 1, 3, 5, 7$)

$$n'_{ij \min} = 1$$

Pro stavy na pracovních válcích (tj. pro $j = 2, 4, 6$)

$$n'_{ij \min} = 0$$

Definice $n'_{ij \max}$:

Pro stavy na tamburu (tj. pro $j = 1, 3, 5, 7$)

$$n'_{ij \max} = \frac{\lg(1-S)}{\lg\left(\frac{n_{ij}-1}{n_{ij}}\right)} \quad \dots (\text{viz } 72)$$

Pro stavy na pracovních válcích (tj. pro $j = 2, 4, 6$)

$$n'_{ij \max} = \frac{\lg(1-S)}{\lg \frac{n_{ij}}{n_{ij}+1}} - 1 \quad \dots (154)$$

Pomocí vztahů (72) a (154) lze vymezit maximální

hodnoty počtu průchodů jednotlivými stavy potřebné pro určení maximální doby průchodu vlákna válcovým mykacím strojem.

5.2.6 Stanovení obecného času průchodu vlákna

Jak bylo zdůvodněno v kapitole 3.4.5, je výhodné z hlediska stanovení pravděpodobnostního rozložení času definovat si obecný čas za pomoci nezávislých náhodných veličin, což umožňuje kombinováním různě pravděpodobných veličin stanovit pravděpodobnost jednotlivých časů průchodu vlákna mykacím strojem.

Pro případ mykacího stroje podle obr. 20 bude obecný čas průchodu vlákna válcovým mykacím strojem, chápáno jako čas, po který se vlákno pohybuje po obecné dráze mezi vstupním bodem F_I a výstupním bodem IV .

$$t' = t_{p_1} n'_{12} + t_{p_2} n'_{14} + t_{p_3} n'_{16} + n'_{17} t_T - t_T \left(1 - \frac{\alpha}{360}\right) \dots (155)$$

Předpokládáme-li, že $t_{p_1} = t_{p_2} = t_{p_3} = t_p$, potom

$$t' = t_p (n'_{12} + n'_{14} + n'_{16}) + t_T n'_{17} - t_T \left(1 - \frac{\alpha}{360}\right) \dots (156)$$

Minimální čas průchodu vlákna definujeme jako čas, během kterého vlákno přejde s tamburem dráhu rovnou části obvodu tamburu (příslušející úhlu α) a opustí tambur přechodem na snímač.

Minimální čas průchodu vlákna vyplyne z rovnice (156), dosadíme-li za

$$n'_{12} = n'_{14} = n'_{16} = 0$$

a

$$n'_{17} = 1$$

Tudíž

$$t_{min} = t_T - t_T \left(1 - \frac{\alpha}{360}\right) = t_T \frac{\alpha}{360} \quad \dots (157)$$

což se shoduje s výrazem (64)

Maximální čas průchodu vlákna si definujeme jako čas, během kterého vlákno projde mezi vstupním bodem dráhy F_I a výstupním bodem dráhy $\sqrt{V}$ (viz obr. 20) po dráze dané maximálními počty průchodů jednotlivými stavy. Maximální čas je dán tudíž hodnotami $n'_{12} \max$, $n'_{14} \max$, $n'_{16} \max$, $n'_{17} \max$.

Vzhledem k tomu, že výše uvedené hodnoty $n'_{12} \max$, $n'_{14} \max$, $n'_{16} \max$, $n'_{17} \max$, jsou stanoveny jako maximální hodnoty intervalu, který obsahuje S nejpravděpodobnějších hodnot z celého základního výběru (např.

$S = 0,95$), znamená to, že pracujeme s 95 % nejpravděpodobnějších hodnot počtu průchodu vlákna určitým stavem.

Znamená to tudíž, že nepracujeme samozřejmě se 100 % rozsahem času, nýbrž pouze s určitým dílčím rozsahem možných časů s rozpětím, které je dáno t_{min} a t_{max} . Dílčí rozsah časů je dán zvoleným rozsahem pro počty průchodů jednotlivými stavy.

Pro zjištění t_{max} tudíž dosadíme :

$$n'_{12} = n'_{12} \max ; \quad n'_{14} = n'_{14} \max ; \quad n'_{16} = n'_{16} \max$$

$$n'_{17} = n'_{17} \max$$

Po dosazení do rovnice (156)

$$t_{max} = t_P (n'_{12} \max + n'_{14} \max + n'_{16} \max) + t_T n'_{17} \max - t_T \left(1 - \frac{\alpha}{360}\right) \quad \dots (158)$$

5.2.7 Stanovení pravděpodobnostního rozložení časů průchodů vlákna válcovým mykacím strojem

Stanovení obecného času průchodu vlákna válcovým mykacím strojem nám umožní určit pravděpodobnostní rozložení časů průchodů vlákna válcovým mykacím strojem. Toto rozložení nám umožní sledovat promíchání vláken na mykacím stroji, jak vyplývá ze zdůvodnění v kapitole 5.1.

Při stanovení vycházíme z rovnice obecného času průchodu. Použijme rovnici (156).

$$t' = t_p (n'_{12} + n'_{14} + n'_{16}) + t_T n'_{17} - t_T \left(1 - \frac{\alpha}{360}\right)$$

Pravděpodobnostní rozložení času zjistíme postupným stanovením pravděpodobností jednotlivých časů v rozpětí t_{min} ... (157), $\div t_{max}$... (158).

Náhodné veličiny n'_{12} , n'_{14} , n'_{16} , n'_{17} jsou nezávislé, neboť každá z nich může nabýt určité hodnoty ze stanoveného intervalu bez ohledu na to, jakou hodnotu nabývají ostatní náhodné nezávislé veličiny. Pravděpodobnost společného výskytu určitých hodnot nezávislých náhodných veličin n'_{12} , n'_{14} , n'_{16} , n'_{17} je tudíž rovna součinu pravděpodobností, příslušných pro zmíněné hodnoty. V tomto případě mohou nastat jakékoliv kombinace hodnot n'_{12} , n'_{14} , n'_{16} , n'_{17} pro hodnoty patřící do příslušných souborů hodnot pro jednotlivé náhodné nezávislé veličiny n'_{12} , n'_{14} , n'_{16} , n'_{17} .

Celkový postup stanovení pravděpodobnostního rozložení časů průchodů vlákna válcovým mykacím strojem :

1) Vycházíme ze základní stochastické matice P s tím, že kromě příslušných stavů na tamburu uvažujeme jako samostatné stavy i na pracovních válcích a obracečích [viz matice (108)].

2) Určíme příslušnou podmatici Q (109)

3) Určíme matici $N = (I - Q)^{-1}$ (111) a z ní nás zajímají střední počty průchodů vlákna stavy na příslušných pracovních válcích a střední počet průchodů stavem, z něhož je

možný přechod během jednoho kroku do absorpčního stavu. Při uvažování vstupního stavu S_1 se jedná v našem sledovaném příkladu podle obr. 20 o

$$n_{12}, n_{14}, n_{16}, n_{17}.$$

- 4) Určíme rozpětí obecných hodnot $n'_{12}, n'_{14}, n'_{16}, n'_{17}$ pro určitý pravděpodobnostní rozsah S .

$$\left. \begin{aligned} \Delta n'_{12} &= n'_{12 \max} - n'_{12 \min} \\ \Delta n'_{14} &= n'_{14 \max} - n'_{14 \min} \\ \Delta n'_{16} &= n'_{16 \max} - n'_{16 \min} \\ \Delta n'_{17} &= n'_{17 \max} - n'_{17 \min} \end{aligned} \right\} \dots (159)$$

Z kapitoly 5.2.5 vyplývá, že

$$\left. \begin{aligned} n'_{12 \min} &= n'_{14 \min} = n'_{16 \min} = 0 \\ n'_{17 \min} &= 1 \end{aligned} \right\} \dots (160)$$

a

$$\left. \begin{aligned} n'_{12 \max} &= \frac{\lg(1-S)}{\lg \frac{n_{12}}{n_{12}+1}} - 1 \\ n'_{14 \max} &= \frac{\lg(1-S)}{\lg \frac{n_{14}}{n_{14}+1}} - 1 \\ n'_{16 \max} &= \frac{\lg(1-S)}{\lg \frac{n_{16}}{n_{16}+1}} - 1 \\ n'_{17 \max} &= \frac{\lg(1-S)}{\lg \frac{1}{1}} - 1 \end{aligned} \right\} \dots (161)$$

5) Určíme pravděpodobnosti určitého počtu průchodů stavu na pracovních válcích a stavem bezprostředně před absorbcí.

Pomocí maticových rovnic (29), (30) stanovíme příslušné matice

$$\{Pr[n'_{ij} - d_{ij} = k]\} = E_i - H \quad \dots \dots k = 0$$

$$\{Pr[n'_{ij} - d_{ij} = k]\} = H \cdot H_{dg}^{k-1} [I - H_{dg}] = [N \cdot I] \cdot N_{dg}^{-1} [I - N_{dg}^{-1}]^{k-1} \dots k > 0$$

Pro sledovaný případ mykacího stroje určíme [viz (129), (130)] :

$$Pr[n'_{12} = 0] = \frac{p_{13} \cdot p_{78}}{p_{13} \cdot p_{78} + p_{12}} ; \quad Pr[n'_{12} = k] = \frac{p_{13} \cdot p_{78}}{p_{13} \cdot p_{78} + p_{12}} \left(\frac{p_{12}}{p_{13} \cdot p_{78} + p_{12}} \right)^k$$

$$Pr[n'_{14} = 0] = \frac{p_{35} \cdot p_{78}}{p_{35} \cdot p_{78} + p_{34}} ; \quad Pr[n'_{14} = k] = \frac{p_{35} \cdot p_{78}}{p_{35} \cdot p_{78} + p_{34}} \left(\frac{p_{34}}{p_{35} \cdot p_{78} + p_{34}} \right)^k$$

$$Pr[n'_{16} = 0] = \frac{p_{57} \cdot p_{78}}{p_{57} \cdot p_{78} + p_{56}} ; \quad Pr[n'_{16} = k] = \frac{p_{57} \cdot p_{78}}{p_{57} \cdot p_{78} + p_{56}} \left(\frac{p_{56}}{p_{57} \cdot p_{78} + p_{56}} \right)^k$$

$$Pr[n'_{17} = k] = p_{78} (1 - p_{78})^{k-1}$$

6) Provedeme stanovení pravděpodobnostního rozložení časů průchodů vlákna válcovým mykacím strojem.

a) Použijme rovnici (156) :

$$t' = t_p (n'_{12} + n'_{14} + n'_{16}) + t_T \cdot n'_{17} - t_T \overbrace{\left(1 - \frac{\alpha}{360}\right)}^{t_Z}$$

Postupně stanovíme řadu časů pro jednotlivé hodnoty n'_{12} , n'_{14} , n'_{16} , n'_{17} , což jsou, jak již bylo řečeno, nezávislé náhodné veličiny. Může dojít k případu, že hodnotu určitého času lze dosáhnout dosazením různých hodnot nezávislých náhodných veličin, jak vyplývá z dalšího přehledu. Pravděpodobnost tohoto času je dána součtem součinů pravděpodobností. Tyto součiny pravděpodobností jsou dány, jak bylo uvedeno, příslušnou kombinací hodnot počtu průchodů.

Stanovme částečně řadu pravděpodobností pro časovou řadu:

Označení času provedme formou indexů, z nichž první představuje hodnotu součtu ($n'_{12} + n'_{14} + n'_{16}$), druhý hodnotu n'_{17} , obecně $t'_{n', n'_{17}}$.

Dosazujeme do rovnice (156) :

$$t'_{0,1} = t_T - t_Z = t_{min}$$

$$Pr[t' = t'_{0,1}] = Pr[n'_{12} = 0] \cdot Pr[n'_{14} = 0] \cdot Pr[n'_{16} = 0] \cdot Pr[n'_{17} = 1]$$

$$t'_{1,1} = t_p + t_T - t_Z$$

$$\begin{aligned} Pr[t' = t'_{1,1}] = & \left\{ Pr[n'_{12} = 1] \cdot Pr[n'_{14} = 0] \cdot Pr[n'_{16} = 0] + \right. \\ & + Pr[n'_{12} = 0] \cdot Pr[n'_{14} = 1] \cdot Pr[n'_{16} = 0] + \\ & \left. + Pr[n'_{12} = 0] \cdot Pr[n'_{14} = 0] \cdot Pr[n'_{16} = 1] \right\} \cdot Pr[n'_{17} = 1] \end{aligned}$$

$$t'_{n_{max}, n'_{12}, n'_{14}, n'_{16}, n'_{17}, n'_{18}} = t_p (n'_{12, max} + n'_{14, max} + n'_{16, max}) + t_T n'_{17, max} - t_Z = t_{max}$$

$$Pr[t' = t'_{n_{max}, n'_{12}, n'_{14}, n'_{16}, n'_{17}, n'_{18}}] = Pr[n'_{12} = n'_{12, max}] \cdot Pr[n'_{14} = n'_{14, max}] \cdot Pr[n'_{16} = n'_{16, max}] \cdot Pr[n'_{17} = n'_{17, max}]$$

Tímto způsobem dostaneme diskrétní pravděpodobnostní rozložení času průchodu vláken válcovým mykacím strojem. Jedná se určitý, dostatečně velký rozsah nejpravděpodobnějších časů. Tento rozsah je dán zvolenými rozsahy jednotlivých hodnot počtu průchodů příslušnými stavy, tj. rozsahy hodnot n'_{12} , n'_{14} , n'_{16} , n'_{17} . Pravděpodobnostní rozložení času, určené tímto způsobem, je velmi dobrým přiblížením skutečnému rozložení, které by akceptovalo 100 % časů průchodů v určitém vymezeném časovém intervalu, obsahujícím nejpravděpodobnější časy. Bližší o číselných hodnotách rozsahu bude v numerickém příkladu. Nutno si zde uvědomit, že časy tvoří nespojitou (diskrétní) pravděpodobnostní funkci.

b) Metodou, která zjednoduší do určité míry zjištění pravděpodobnostního rozložení času průchodu vlákna mykacím strojem je metoda, kdy využijeme možnosti analyticky zjistit pravděpodobnostní rozložení součtu času na pracovních válcích a obračcích (přesně : součet časů t_p). Při současně znalosti pravděpodobnostního rozložení počtu průchodu vlákna stěmem bezprostředně před absorbcí můžeme postupným kombinováním pravděpodobností obou nově definovaných náhodných veličin (součet t_p , resp. součet počtu průchodů

stavy na pracovních válcích a počet průchodů stavem bezprostředně před absorbcí) zjistit pravděpodobnostní rozložení času, přičemž bude prakticky vhodné určité dělení do intervalů a pravděpodobnostní rozložení času bude dáno součty hodnot pravděpodobností v jednotlivých intervalech pro příslušný časový interval.

Vycházíme opět z rovnice (156) :

$$t' = t_p (n'_{12} + n'_{14} + n'_{16}) + t_T n'_{17} - t_T \left(1 - \frac{\alpha}{360}\right)$$

Dosaďme :

$$n' = n'_{12} + n'_{14} + n'_{16}$$

takže :

$$t' = t_p \cdot n' + t_T \cdot n'_{17} - t_T \quad (162)$$

Stanovme pravděpodobnostní rozložení náhodné veličiny n' .

Podle odstavce 5) této kapitoly platí následující výrazy, které současně upravíme :

$$\left. \begin{aligned} P_r[n'_{12} = k] &= \frac{p_{13} \cdot p_{18}}{p_{13} \cdot p_{18} + p_{12}} \left(\frac{p_{12}}{p_{13} \cdot p_{18} + p_{12}} \right)^k = C_1 \cdot a_1^k \\ P_r[n'_{14} = k] &= \frac{p_{35} \cdot p_{18}}{p_{35} \cdot p_{18} + p_{34}} \left(\frac{p_{34}}{p_{35} \cdot p_{18} + p_{34}} \right)^k = C_2 \cdot a_2^k \\ P_r[n'_{16} = k] &= \frac{p_{57} \cdot p_{18}}{p_{57} \cdot p_{18} + p_{56}} \left(\frac{p_{56}}{p_{57} \cdot p_{18} + p_{56}} \right)^k = C_3 \cdot a_3^k \end{aligned} \right\} \dots (163)$$

Podle [32] zaveďme pro funkci $P_r[n'_{12} = k] = C_1 \cdot a_1^k$,
 $P_r[n'_{14} = k] = C_2 \cdot a_2^k$, $P_r[n'_{16} = k] = C_3 \cdot a_3^k$ a pro hledanou
a prozatím neznámou funkci $P_r[n' = k]$, tzv. vytvořující
funkci.

$$\left. \begin{aligned} \varphi_{12}(S') &= C_1 \sum_{k=0}^{\infty} (a_1 \cdot S')^k = C_1 \cdot \frac{1}{1-a_1 S'} \\ \varphi_{14}(S') &= C_2 \sum_{k=0}^{\infty} (a_2 \cdot S')^k = C_2 \cdot \frac{1}{1-a_2 S'} \\ \varphi_{16}(S') &= C_3 \sum_{k=0}^{\infty} (a_3 \cdot S')^k = C_3 \cdot \frac{1}{1-a_3 S'} \end{aligned} \right\} \dots (164)$$

$$\begin{aligned} \varphi_n(S') &= \overbrace{C_1 \cdot C_2 \cdot C_3}^C \cdot \frac{1}{(1-a_1 S')(1-a_2 S')(1-a_3 S')} = \\ &= C \left(\frac{A_1}{(1-a_1 S')} + \frac{A_2}{(1-a_2 S')} + \frac{A_3}{(1-a_3 S')} \right) \dots (165) \end{aligned}$$

Výraz pro $\varphi_n(S')$ (165) byl odvozen na základě zákonitosti podle [32], že vytvářející funkce součtu nezávislých náhodných veličin je rovna součinu vytvářejících funkcí těchto veličin.

Konečné vyjádření pro $\varphi_n(S')$

$$\varphi_n(S') = C \left(\frac{A_1}{(1-a_1 S')} + \frac{A_2}{(1-a_2 S')} + \frac{A_3}{(1-a_3 S')} \right)$$

vyžaduje určení konstant A_1 , A_2 , A_3 . Provedme to metodou tzv. neurčitých součinitelů [35], čímž obdržíme následující :

$$\left. \begin{aligned} A_1 &= \frac{a_1^2}{(a_1 - a_2)(a_1 - a_3)} \\ A_2 &= \frac{a_2^2}{(a_2 - a_1)(a_2 - a_3)} \\ A_3 &= \frac{a_3^2}{(a_3 - a_1)(a_3 - a_2)} \end{aligned} \right\} \dots (166)$$

Na základě obecného vztahu podle [32] lze určit z vytvořující funkce $\varphi_n(s)$ hledanou funkci $Pr[n' = k]$.

$$Pr[n' = k] = C [A_1 \cdot a_1^k + A_2 \cdot a_2^k + A_3 \cdot a_3^k] \quad \dots (167)$$

Řada hodnot $Pr[n' = k]$ podle (167) jsou pravděpodobnosti, že součet nezávislých náhodných veličin $n'_{12} + n'_{14} + n'_{16}$ je roven určité celočíselné hodnotě k . Pro praktické účely je vhodné maximální hodnotu n' volit tak, abychom vyčerpali z celého nekonečného souboru rozhodující část, tzn. např. pravděpodobnostní rozsah nejpravděpodobnějších součtů n' 99 %.

$$\left. \begin{aligned} \sum_{k=0}^{\infty} Pr[n'_{12} = k] &= 1 \\ \sum_{k=0}^{\infty} Pr[n'_{14} = k] &= 1 \\ \sum_{k=0}^{\infty} Pr[n'_{16} = k] &= 1 \end{aligned} \right\} \quad \dots (168)$$

Z charakteru příslušných geometrických řad $Pr[n'_{12} = k]$; $Pr[n'_{14} = k]$; $Pr[n'_{16} = k]$ vyplývá, že v dosti vysoký rozsah $\sum_{k=0}^{n'_{max}} Pr[n' = k]$ se téměř shodují rozsahy jednotlivých náhodných nezávislých veličin n'_{12} , n'_{14} , n'_{16} (obvykle se toto uskuteční při rozsahu vyšším než 99 %). Prakticky tedy v tomto případě nebude nutné určovat $n'_{12 max}$, $n'_{14 max}$, $n'_{16 max}$, pro např. rozsah 95 %, nýbrž budeme volit n'_{max} tak, aby pravděpodobnostní rozsah pro hodnotu n'_{max} byl větší než 99 %, z čehož plyne, že pravděpodobnostní rozsahy pro hodnoty

$$n'_{12 max}, n'_{14 max}, n'_{16 max}, n'_{max}$$

budou téměř stejné (viz numerický příklad).

Řada hodnot pravděpodobností podle (167) a podle rovnice (130)

$$Pr[n'_{17} = k] = p_{18} (1 - p_{18})^{k-1}$$

(kde $k = 1; 2; 3; 4; \dots k_{max}$)

dává možnost násobení jednotlivých členů obou řad navzájem, čímž získávám pravděpodobnost příslušného času průchodu. Vzhledem k poměrně značnému počtu hodnot pravděpodobností bude zřejmě vhodné třídění do časových intervalů a tím i určování pravděpodobností příslušného časového intervalu. Toto bude zřejmě nejvhodněji proveditelné grafickým způsobem.

Upravme rovnici (162) :

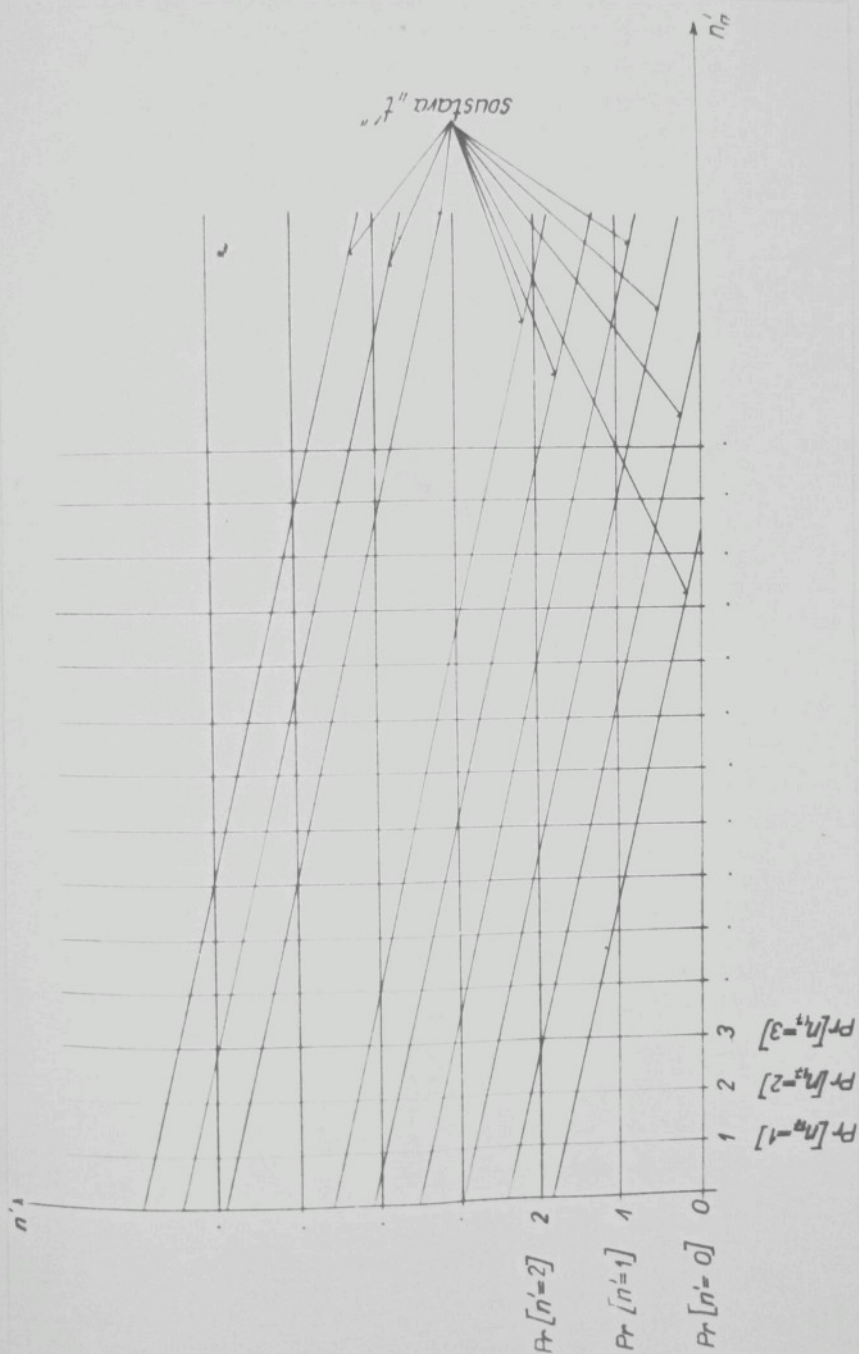
$$t' = t_p \cdot n' + t_T \cdot n'_{17} - t_z$$

$$t' + t_z = t_p \cdot n' + t_T \cdot n'_{17}$$

$$\frac{n'}{\frac{t' + t_z}{t_p}} + \frac{n'_{17}}{\frac{t' + t_z}{t_T}} = 1 \quad \dots (169)$$

Do souřadného systému n' , n'_{17} zakresleme soustavu přímk pro různé časy t' . Každé hodnotě n' a n'_{17} přísluší určitá pravděpodobnost $Pr[n' = k]$ a $Pr[n'_{17} = k]$. Pásma mezi jednotlivými přímkami ze soustavy přímek pro jednotlivé časy t' sledujeme co do výskytu bodů, jejichž pravouhlé souřadnice představují činitele součinu dvou určitých pravděpodobností. Každý bod představuje určitý součin pravděpodobností. Pásmo mezi dvěma sousedními přímkami představuje časový interval, jehož pravděpodobnost je dána součtem součinu pravděpodobností pro příslušné pásmo.

Vyhodnocením diagramu na obr. 22 získáme pravděpodobnostní rozložení času průchodu vlákna válcovým mykacím strojem a eventuálně i příslušné statistické charakteristiky polohy a rozptýlení.



Obr.22 Diagram pro určení pravděpodobností časových intervalů

Zhodnocení obou metod .

Obě metody uvedené v předchozích bodech a), b) vycházejí ze stanovených řad pravděpodobností určitého počtu průchodů jednotlivými stavy na pracovních válcích a stavem bezprostředně před absorbcí. Odlišný je způsob zpracování těchto řad ve výsledné pravděpodobnostní rozdělení času průchodu vlákna válcovým mykacím strojem.

První metoda předpokládá použití samočinného počítače z důvodů poměrně vysokého počtu matematických operací, druhá metoda snižuje počet nutných operací, ježto analytickým způsobem umožňuje stanovit řadu pravděpodobností pro součty průchodů vlákna stavy na pracovních válcích.

U druhé analytické metody je zapotřebí pracovat s rozsahem pravděpodobností pro nejpravděpodobnější počty průchodů stavy na pracovních válcích poměrně vysokým, aby i rozsahy pravděpodobností pro nejpravděpodobnější počty průchodů jednotlivými stavy na pracovních válcích byly navzájem téměř stejné.

U první numerické metody mohou pracovat se stejnými rozsahy pro pravděpodobnosti u jednotlivých nejpravděpodobnějších nezávislých náhodných veličin. U analytické metody tedy teoreticky nemohou pracovat s absolutně stejnými rozsahy pravděpodobností pro nejpravděpodobnější náhodné nezávislé veličiny, avšak mohou se této rovnosti neustále přibližovat, čímž zvyšují počet uvažovaných náhodných nezávislých veličin, a tím současně celý výpočet zpřesňují. Samozřejmě i zde je efektivní použít výpočetní techniky od určitého sledovaného stupně (při značně vysokém rozsahu pravděpodobností). Z důvodu snížení celkového počtu nutných matematických operací je analytická metoda ekonomická a relativně přesná. Otázka použití nebo nepoužití samočinného počítače bude dána požadovanou přesností výpočtu (rozsahem spolehlivosti zjištěných pravděpodobností jednotlivých časů průchodu). Obecně přesnost vypočtených hodnot roste s počtem matematických operací u obou metod.

Shrňeme závěrem, že numerická metoda dovoluje vybrat stejný rozsah pravděpodobností pro nejpravděpodobnější náhodné nezávislé veličiny, a tudíž v případě, že postačuje aproximace pravděpodobnostního rozložení, s výhodou tuto metodu použijeme s použitím samočinného počítače. Program jednou sestavený lze použít pro případy postupu vláken jiným mykacím strojem, než pro který byl původně program sestaven, tedy v matematickém smyslu, pro jiný rozměr výchází matice P , a jiné hodnoty jednotlivých pravděpodobností poměrně malou úpravou programu.

Analytická metoda vyžaduje, jak již bylo uvedeno, využívat co nejvyššího pravděpodobnostního rozsahu pro počty průchodů jednotlivými stavy na pracovních válciích, což vyplývá z principu metody, kdy zjišťují $P_r[n' = k]$. To znamená, že je nutné uvažovat v některých případech i velice nízké hodnoty pravděpodobnosti určitého počtu průchodů jistým stavem, i když tím výpočet zpřesňují. Požadovaná rovnost mezi rozsahy roste, blíží-li se rozsah $\sum_{k=0}^{\max} P_r[n' = k]$ k 1. Předpokládané snížení matematických operací u analytické metody je tedy do určité míry eliminováno podmínkou uvažování co největšího rozsahu. Přesto zůstává možnost výpočtu i bez pomoci samočinného počítače, poněvadž početní operace jsou poměrně snadné a zřejmé. Hledání kombinací v numerické metodě je již poněkud komplikovanější záležitostí a je zde i větší možnost výskytu chyb. Z těchto důvodů zde předpokládáme, použití samočinného počítače, zatímco u analytické metody zcela nezbytná potřeba samočinného počítače není. Každý výpočet analytickou metodou si charakterem svého výpočtu zajišťuje velmi přesný výsledek, numerická metoda dovoluje volit libovolný pravděpodobnostní rozsah pro nejpravděpodobnější nezávislé, náhodné veličiny.

7) Stanovení charakteristik rozptýlení času průchodů.

Pro posouzení pravděpodobnostního rozložení s ohledem na hodnocení promíchání vláknenného materiálu nás bude zajímat zejména rozpětí a rozptyl času. Pro studium zrovnoměrňujícího účinku bychom nevystačili s těmito charakteristikami, nýbrž bychom museli podrobit studiu výše uvedené pravděpodobnostní rozložení času, s ohledem na nesterjnoměrnost rozložení pravděpodobnos-

tí a rozpětí, které spolu souvisí.

Pro určité účely bude tedy nutné znát pravděpodobnostní rozložení času, v některých případech postačí znalost charakteristik rozptýlení.

Rozpětí času průchodu vlákna :

$$\Delta t = t_{\max} - t_{\min}$$

Z rovnice (157), (158) vyplývají $t_{\max}$, $t_{\min}$.

$$\Delta t = t_p (n'_{12\max} + n'_{14\max} + n'_{16\max}) + t_T n'_{17\max} - t_T \quad (170)$$

Podle vzorce (170) určíme rozpětí časů Δt jako první charakteristiku rozptýlení. Hodnoty $n'_{12\max}$, $n'_{14\max}$, $n'_{16\max}$, $n'_{17\max}$ vyjádříme podle (161).

K určení rozptylu využijeme skutečnosti, že n'_{12} , n'_{14} , n'_{16} , n'_{17} jsou statisticky nezávislé, takže můžeme použít základních zákonitostí pro rozptyl [32] :

$$\left. \begin{aligned} \sigma^2(C_X) &= C^2 \cdot \sigma^2(x) \\ \sigma^2(x \pm y) &= \sigma^2(x) + \sigma^2(y) \\ \sigma^2(C) &= 0 \end{aligned} \right\} \dots (171)$$

Stanovme rozptyl veličiny t' z rovnice (156)

$$t' = t_p (n'_{12} + n'_{14} + n'_{16}) + t_T \cdot n'_{17} - t_2$$

$$\sigma^2(t') = t_p^2 [\sigma^2(n'_{12}) + \sigma^2(n'_{14}) + \sigma^2(n'_{16})] + t_T^2 \cdot \sigma^2(n'_{17}) \dots (172)$$

Rozptyly $\sigma^2(n'_{14})$, $\sigma^2(n'_{16})$, $\sigma^2(n'_{17})$, $\sigma^2(n'_{12})$ jsou elementy matice N_2 pro postup vlákna mykacím strojem, pro pro uvažovaný případ postupu vláken mykacím strojem [viz (119)].

Zmíněný rozptyl podle (172) možno kontrolovat hodnotou, vypočtenou z pravděpodobnostního rozložení času. Jedná se o přiblížení hodnotě rozptylu času průchodu :

$$\sigma^2[t'] = E[t'^2] - (E[t'])^2 \quad \dots (173)$$

Tudíž, vyjádříme veličinu :

$$\sigma^2[t'] = \sum_{n'=0}^{n'_{max}} \sum_{n''=1}^{n'_{max}} Pr[t' = t'_{n',n''}] \cdot t'^2_{n',n''} - \left(\sum_{n'=0}^{n'_{max}} \sum_{n''=1}^{n'_{max}} Pr[t' = t'_{n',n''}] \cdot t'_{n',n''} \right)^2 \quad \dots (174)$$

Hodnota, vypočtená podle (174), se přibližuje rozptylu, vypočtenému podle (172). Míra přiblížení je dána přesností zvolené metody pro určení pravděpodobnostního rozložení času průchodu. Hodnota podle (174) je menší, než rozptyl podle (172), poněvadž je vypočítán z rozložení, které neobsahuje 100 %-ní rozsah hodnot počtu průchodu jednotlivými stavy. Hodnota podle (174) může sloužit spíše jako kontrolní veličina v porovnání s rozptylem podle (172).

5.3 Závěr k problematice teorie veličin, hodnotících proces mykání na válcovém mykacím stroji z hlediska míchání vlákného materiálu

Především je nutno konstatovat, že teorie je obecná, přestože aplikace v kap. 5.2 je provedena pro typ mykacího stroje válcového, se třemi páry pracovních válců a obracečů. Rozšíření na jiný počet pracovních válců a obracečů, popř. pro dva snímače, znamená změnu základní matice $P \dots (108)$, z níž se odvozují další výsledky obdobně.

Rozpracovaná teorie v této kapitole je podkladem pro aplikace na mykací stroje válcové, s odlišným uspořádáním, vzhledem k uvažovanému uspořádání podle obr. 20. Je nutné však dodržet princip volby stavů, odlišný od prozatím používaných v literatuře [14], [15], [18], [23], [25], [26], [27]. Tento nový způ-

sob volby stavů podmiňuje realizaci navržených metod zjišťování pravděpodobnostního rozložení časů, rozptylu času.

Provedené ověřování získaných výrazů, nutných pro výpočet konečných charakteristik, bylo nutné vzhledem k poměrně složitěmu odvozování těchto výrazů.

V předložené práci je příslušná teorie aplikována v konkrétním příkladu, bez uvažování chyb výchozí náhodné veličiny, tj. pravděpodobnosti přechodu vlákna mezi jednotlivými stavy, poněvadž aplikace je provedena jako příklad použití pro jedno měření hodnot pravděpodobností. Jednotlivé dosažené výsledky při komplexním zkoumání jsou vcelku zatíženy chybou, která vyplývá ze známé teorie chyb, vyplývající z charakteru souboru příslušných náhodných veličin, které zkoumáme (pravděpodobnosti přechodu, střední časy, rozptyly času, pravděpodobnosti určitého počtu průchodů příslušnými stavy, pravděpodobnosti určitých časů, nebo časových intervalů průchodů). Všechny tyto hodnoty pochopitelně po výpočtu pro jednotlivá měření z celé řady souhrnných měření kolísají a odtud plyne chyba, resp. interval spolehlivosti příslušné náhodné veličiny.

Znalost pravděpodobnostní funkce umožňuje studovat problematiku míchání vláken na mykacím stroji a též zrovnoměňující účinek. Plynulý tok vláknenné hmoty vstupuje do mykacího stroje. Na výstupu ze stroje vychází vláknenný produkt, který byl vytvořen "vrstvením". Vysvětlujeme to tak, že jednotlivá množství elementární vláknenné masy, vstupující postupně za sebou do stroje, jsou mykána a tedy rozložena na určité délce ve vystupujícím vláknenném produktu. Toto se děje postupně s následujícími elementárními hmotami vláknenného materiálu, takže na výstupu dochází k "vrstvení" vláknenného materiálu, jehož rozsah závisí na charakteru pravděpodobnostního rozložení času a dochází tím k míchání vláknenného materiálu. Ze stejnoměrnění, vlivem průchodu válcovým mykacím strojem, bude záviset též na intenzitě tohoto "vrstvení", na charakteru pravděpodobnostního rozložení času, na vstupní nestejnoměrnosti, která bude tuto otázku ještě dále komplikovat.

Zůstaneme u problematiky míchání vláknenného materiálu. Vyrůstající intenzita promíchání je omezena nutností přihlížet k negativním jevům, které v souvislosti se zvyšujícím se rozpětím časů vznikají (viz kapitola 4.2.3, bod h).

V další části této práce bude uvedena numerická aplikace, zjištěno pravděpodobnostní rozložení času a jeho ověření a rozptyl času. Tyto faktory souvisí se směšovací a vyrovnávací schopností válcového mykacího stroje. Optimalizace práce mykacího stroje znamená tedy zhodnocení nejen vyrovnávací a směšovací schopnosti, ale i jakosti mykance, např. po stránce výskytu nopků, výskytu krátkých vláken, vzniklých přetrhem ap. Zákonitosti vlivu faktorů mykacího stroje a některé jakostní ukazatele jsou známy z literatury [18] a v doplnění výše uvedenou teorií dají možnost hledat optimální režimy práce mykacího stroje analyticky. Předložená metoda je příspěvkem k optimalizaci procesu mykání na válcovém mykacím stroji.

6. POSTUP PRAKTICKÉHO URČENÍ CHARAKTERISTIK MYKACÍHO STROJE - EXPERIMENTÁLNÍ ČÁST

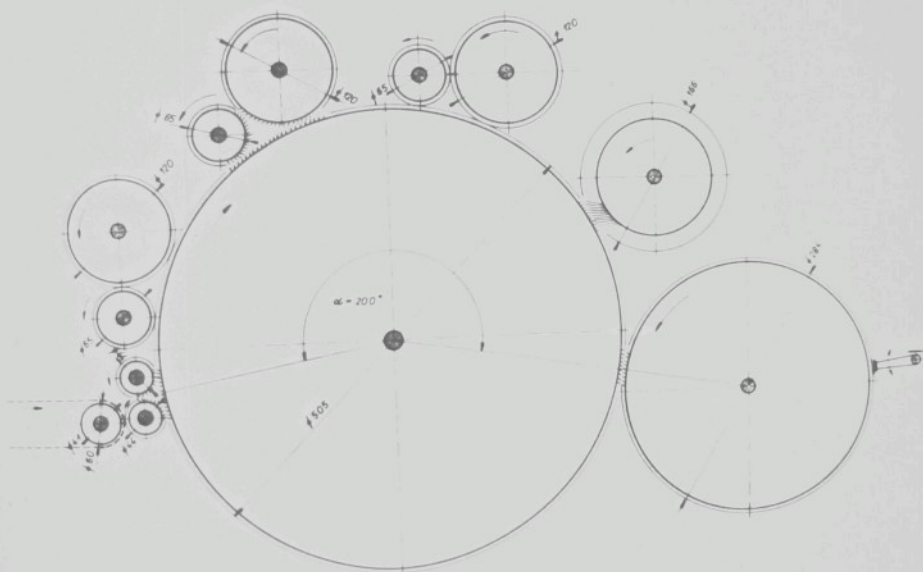
6.1 Úvod

V této části práce bude provedena aplikace dosažených výsledků z předchozích teoretických partií práce. Bude se jednat o určení zejména rozptylu doby průchodu vlákna daným mykacím strojem, pravděpodobnostního rozložení času průchodu. Tato hodnotící veličina a rozložení bude určována při procesu mykání na laboratorním mykacím stroji válcovém, kde je mykání na vlákenná směs vlnařského charakteru. Samotný numerický postup je přímou aplikací teoretických závěrů, které byly dosaženy v práci. Z toho důvodu je uveden výpočet, zpracovávající určitou soustavu pravděpodobností. Rozšíření problematiky by spočívalo ve statistickém zpracování většího počtu měření, určování rozsahů spolehlivosti pro zjišťované veličiny, popřípadě analyzování vlivů na zjišťovanou veličinu. Tyto metody jsou zpracovány v literatuře [13], [22], včetně aplikací. Výsledky, obdržené v této práci, je možné zpracovávat a hodnotit obdobně, podle požadovaného zkoumání. Tato práce ukazuje novou problematiku určování zejména rozptylu času průchodu a pravděpodobnostního rozložení času průchodu a dalších veličin, jejichž smyslem je analyticky podchytit postup vláken na mykacím stroji. Tyto nové znalosti o procesu mykání umožňují ovlivňovat proces mykání a ovlivňovat vlastnosti výsledného produktu mykání.

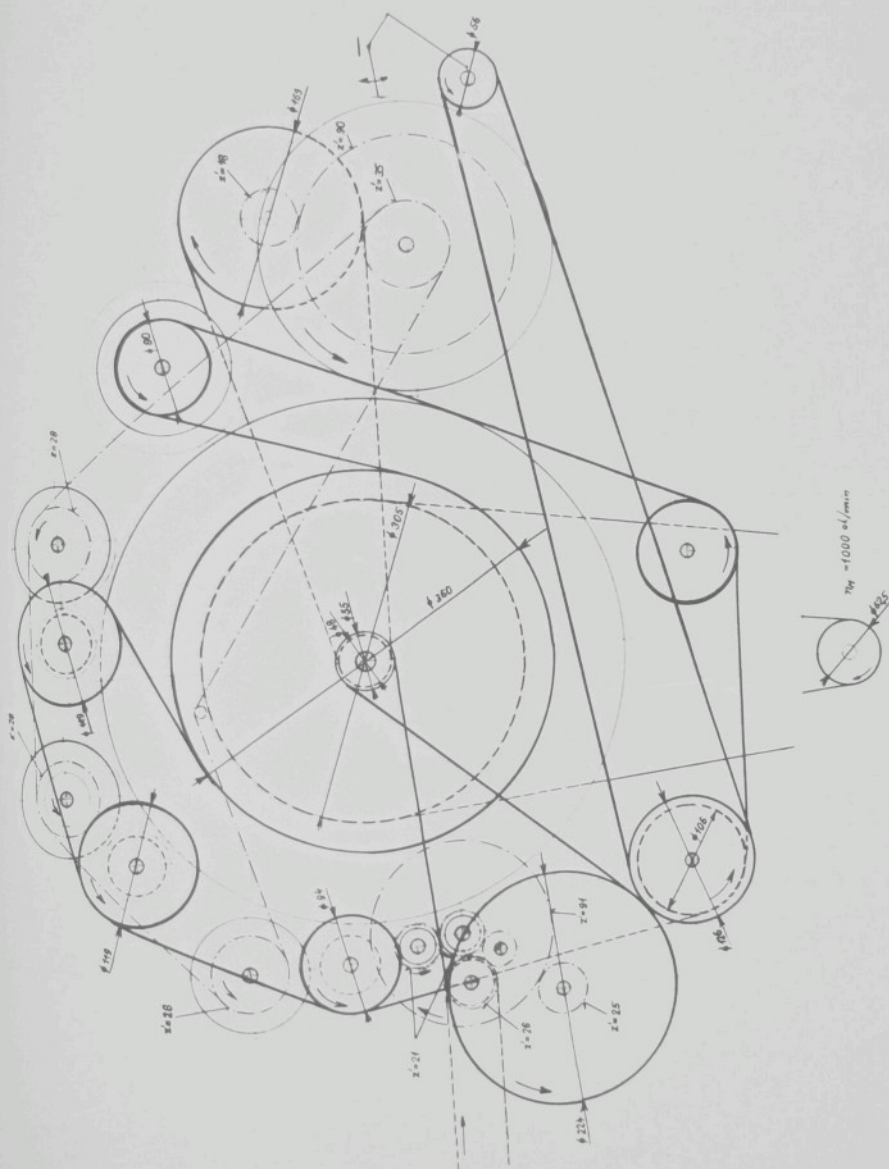
Jak plyne z předchozího, bude aplikace zaměřena na ty teoretické výsledky, které jsou nové, tj. příslušné charakteristiky, které dávají obraz o postupu vláken mykacím strojem. Tím ovšem význam této problematiky není ani zdaleka vyčerpán, neboť další zkoumání může přinést řadu důležitých souvislostí, a tím i řadu možností řízení procesu mykání, pro což je uvedená teorie i aplikace základem, neboť poskytuje obraz o způsobu pohybu vláken na mykacím stroji.

6.2 Popis použitého zařízení

Experiment určení pravděpodobnostního rozložení času se uskutečnil na laboratorním válcovém mykacím stroji (viz obr.23, 24).



Obr. 23 Technologické schéma laboratorního válcového mykacího stroje



Obr.24 Kinematické schéma laboratorního válcového mykacího stroje

Tabulka III : MYKACÍ POVLAKY

Válec	Číslo mykacích povlaků (podle franc. způsobu číslování)
snímací	28
hlavní	26
1 ÷ 3 pracovní	26
1 ÷ 3 obraceč	24

Tabulka IV.: VÁLCE MYKACÍHO STROJE

	Průměr [mm]	Otáčky [1/min]	Obvodová rychlost [m/min]	
Tambur	505	211,00	334,60	
Snímač	284	12,43	11,08	
Volant	166	794,50	414,10	Předstih 23,76 %
Pracovní válec	120	15,54	5,85	
Obraceč	65	2. a 3. obr. 609,00 1. obr. 762,37	124,30 155,60	
Podávací válec	44	14,00	2,03	
Sčesávací hřeben		1443,80		
Podávací pás	Rozměr 300x450	Hnací válec Ø 41 : 11,30	1,455	

PŘÍSTAVENÍ POVLAKŮ VÁLCE

$$e_1 = 0,5 \text{ mm}$$

$$e_3 = 0,4 \text{ mm}$$

$$e_2 = 0,45 \text{ mm}$$

$$e_6 = 0,35 \text{ mm}$$

$$e_v = 1 \text{ mm}$$

DOBA OBĚHU

$$t_p = 2,97 \text{ s}$$

Pozn. Zanedbána odchylka v otáčkách
1. obraceče (chyba 0,5 %)

$$t_T = 0,28 \text{ s}$$

$$t_T \left(1 - \frac{\alpha}{360}\right) = 0,13 \text{ s}$$

6.3 Použitý vláknenný materiál

Na laboratorním mykacím stroji byl zpracován vláknenný materiál 45/55 vl/PES :

vl : 25 % Aie 64's / karb.
5 % Aie 60's / karb.
15 % vlněný česanec 64/60's

PES : 55 % PES 4 den, 65 mm, matovaný

Použitá dávka vláknenného materiálu do stroje :

$$G_d = 64,66 \text{ [g/min]}$$

Zatížení tamburu od podání :

$$\alpha_T = 0,644 \text{ [g/m}^2\text{]}$$

Vláknenný materiál byl převzat z np. Textilana Liberec, závod Radčice, ve zpracovaném stavu před mykáním.

6.4 Postup stanovení pravděpodobností

Pravděpodobnosti byly zjištěny nepřímou metodou částečného vyprázdnění tamburu, která je podrobně popsána v kap. 4.3.3 a zjištění pravděpodobností lze provést řešením soustavy (106).

1) Přímým měřením zjištěné hodnoty veličin :

a) Hmoty vláken na pracovních válcích :

$$m_1 = 3,4552 \text{ g}$$

$$m_2 = 0,3426 \text{ g}$$

$$m_3 = 0,8727 \text{ g}$$

b) Hmoty vláken sejmutých při q -tém časovém intervalu, při přerušené dodávce ($q = 1; 2; 3; 4$)

$$\begin{aligned} P_1 &= 1,5514 \text{ g} \\ P_2 &= 0,7747 \text{ g} \\ P_3 &= 0,5086 \text{ g} \\ P_4 &= 0,2239 \text{ g} \end{aligned}$$

c) Délka úseku pavučiny sejmuté při q -tém časovém intervalu, při přerušené dodávce

$$d = 0,396 \text{ m}$$

2) Pomocné vypočtené veličiny:

a) Počet otáček tamburu během q -tého časového intervalu

$$n_1 = 7,543$$

b) Výpočtová konstanta $K = \frac{0,75 \cdot X}{W}$

$$K = 3,1166 \text{ g}$$

c) Střední hodnota dodávky vláknenného materiálu

$$X = 64,6 \text{ g/min}$$

3) Výsledné hodnoty pravděpodobností :

$$\begin{aligned} p_{71} &= 0,90445 & p_{48} &= 0,09555 \\ p_{13} &= 0,90197 & p_{12} &= 0,09803 \\ p_{35} &= 0,98792 & p_{34} &= 0,01208 \\ p_{57} &= 0,97315 & p_{56} &= 0,02685 \end{aligned}$$

6.5 Stanovení pravděpodobnostního rozložení času průchodu, stanovení rozptylu času průchodu

6.5.1 Numerická metoda - vyčíslení na samočinném počítači

Základní matice P , vzhledem k volbě stavů na mykacím stroji (obr. 20) a vypočteným hodnotám pravděpodobností, bude odpovídat obecnému tvaru (108).

$$P = \begin{pmatrix} 0,09803 & 0,90197 & & & & \\ & 1 & & & & \\ & & 0,01208 & 0,98792 & & \\ & & & 1 & & \\ & & & & 0,02685 & 0,97315 \\ & & & & & 1 \\ 0,90445 & & & & & 0,09555 \\ & & & & & & 1 \end{pmatrix}$$

Odtud vyplývá matice Q (viz (109))

$$Q = \begin{pmatrix} 0,09803 & 0,90197 & & & & \\ & 1 & & & & \\ & & 0,01208 & 0,98792 & & \\ & & & 1 & & \\ & & & & 0,02685 & 0,97315 \\ & & & & & 1 \\ 0,90445 & & & & & \end{pmatrix}$$

Matice Q je tedy výchozí maticí pro další výpočet.

Postupně ve vlastním programu rozložení času průchodu vláken jsou postupně vyjadřovány tyto matice :

Rozdíl jednotkové a zadané matice :

$$(I - Q)$$

Invertovaná matice :

$$N = (I - Q)^{-1}$$

Dvojnásobek diagonální matice :

$$2 N_{dg}$$

Rozdíl diagonální a jednotkové matice :

$$(2 N_{dg} - I)$$

Výsledek součinu matic :

$$N (2 N_{dg} - I)$$

Kvadratická matice :

$$N_{sq}$$

Výsledná matice při průchodu vláken :

$$N_2 = N (2 N_{dg} - I) - N_{sq}$$

Dále jsou v programu stanoveny $n_{12} \max$, $n_{14} \max$, $n_{16} \max$, $n_{17} \max$ pro rozsahy pravděpodobností větší než 95 % (celkový rozsah pravděpodobností časů průchodu 92,5 %).

Následují řady pravděpodobností :

$$Pr [n_{12} = k]$$

$$Pr [n_{14} = k]$$

$$Pr [n_{16} = k]$$

$$Pr [n_{17} = k]$$

Hlavním výsledkem programu je stanovení pravděpodobností jednotlivých časů průchodu, které jsou uvedeny tabelárně.

Pravděpodobnosti jednotlivých časů průchodu jsou stanoveny z rovnice

$$t' = 2,97 \left(n'_{12} + n'_{14} + n'_{16} \right) + 0,28 n'_{17} - 0,13$$

... viz obecný tvar (156)

V programu jsou dále stanoveny :

Rozsah pravděpodobností času:

$$\text{CELKOVÝ SOUČET PRAVDĚPODOBNOSTÍ} = 0,9255586$$

Střední čas vypočtený ze souboru časů v programu sledovaných :

$$\text{CELKOVÝ SOUČET } P(I) \cdot T(I) = 6,03924873 \text{ s}$$

Pomocná hodnota pro výpočet rozptylů :

$$\text{CELKOVÝ SOUČET } P(I) \cdot T(I) \cdot T(I) = 59,6831569 \text{ s}^2$$

Hodnota rozptylu vypočteného z matice N_2 viz obecné vyjádření (172)

$$\text{ROZPTYL SPOČÍTANÝ Z VÝSLEDNÉ MATICE } N_2 = 33,76868 \text{ s}^2$$

Hodnota vypočtená podle (174) :

$$\text{ROZPTYL SPOČÍTANÝ Z ROZLOŽENÍ ČASU A PRAVDĚPODOBNOSTI} = 23,210632 \text{ s}^2$$

Vzhledem k tomu, že rozsah pravděpodobností času je 0,9255586 jsou difference mezi středním časem t_{SN} , vypočteným z rovnice (156) a hodnotou $\sum_{n'=0}^{n'_{12} \max} \sum_{n'_{12}=1}^{n'_{16} \max} P_r[t' = t'_{n'; n'_{12}}] \cdot t'_{n'; n'_{12}}$, vypočtenou z pravděpodobnostního rozložení

$$t_{SN} = 7,41634 \text{ s} \quad t_S^* = \sum_{n'=0}^{n'_{12} \max} \sum_{n'_{12}=1}^{n'_{16} \max} P_r[t' = t'_{n'; n'_{12}}] \cdot t'_{n'; n'_{12}} = 6,03924873 \text{ s}$$

Obdobně tomu bude mezi hodnotou $G_N^2(t')$, vypočtenou podle (172) a hodnotou podle (174).

$$\mathcal{G}_N^2(t') = 33,76868 \text{ s}^2$$

$$\mathcal{G}^{*2}(t') = 23,210632 \text{ s}^2$$

Limitními hodnotami jsou t_{SN} a $\mathcal{G}_N^2(t')$, jímž se hodnoty t_s^* a $\mathcal{G}^{*2}(t')$ blíží tím více, čím je větší rozsah pravděpodobností času.

Hodnoty t_{SN} a $\mathcal{G}_N^2(t')$ jsou charakteristikami limitního pravděpodobnostního rozložení (rozložení pro nekonečnou řadu časovou, rozsah pravděpodobností roven 1).

Tabulka V. SYMBOLIKA POUŽITÁ V PROGRAMU ROZLOŽENÍ ČASU PRUCHODU VLÁKEN

Označení v Programu	Význam podle seznamu použitých značek
$N_{1,2} \text{ MAX}$	$n'_{1,2} \text{ max}$
$N_{1,4} \text{ MAX}$	$n'_{1,4} \text{ max}$
$N_{1,6} \text{ MAX}$	$n'_{1,6} \text{ max}$
$N_{1,7} \text{ MAX}$	$n'_{1,7} \text{ max}$
$PR(N_{1,2} = K)$	$Pr[n'_{1,2} = k]$
$PR(N_{1,4} = K)$	$Pr[n'_{1,4} = k]$
$PR(N_{1,6} = K)$	$Pr[n'_{1,6} = k]$
$PR(N_{1,7} = K)$	$Pr[n'_{1,7} = k]$
N	$n'_{1,2} + n'_{1,4} + n'_{1,6}$
$N(1,7)$	$n'_{1,7}$
$P(I) \cdot T(I)$	$\sum_{n'=0}^{n'_{1,2} \text{ max}} \sum_{n''=1}^{n'_{1,7} \text{ max}} Pr[t' = t'_{n', n''}] \cdot t'_{n', n''}$
$P(I) \cdot T(I) \cdot T(I)$	$\sum_{n'=0}^{n'_{1,2} \text{ max}} \sum_{n''=1}^{n'_{1,7} \text{ max}} Pr[t' = t'_{n', n''}] \cdot t'^2_{n', n''}$
P	$Pr[t' = t'_{n', n''}]$
$P \cdot T$	$Pr[t' = t'_{n', n''}] \cdot t'_{n', n''}$
$P \cdot T \cdot T$	$Pr[t' = t'_{n', n''}] \cdot t'^2_{n', n''}$

V příloze jsou uvedeny výsledné diagramy a tabulky :

- Příloha 1 : Program rozložení času průchodu vláken (samočinný počítač)
- 2 : Pravděpodobnostní diagram času průchodu ($h = 1s$)
- 3 : Pravděpodobnostní diagram času průchodu ($h = 2,97s$)
- 4 : Tabulka - Hodnoty pravděpodobností času průchodu ($h = 1s$)
- 5 : Tabulka - Hodnoty pravděpodobností času průchodu ($h = 2,97s$)

6.5.2 Analytická metoda

Touto metodou zpracujeme tytéž hodnoty pravděpodobností, jako v předchozí části, kdy výpočet byl prováděn numerickou metodou.

Hodnoty pravděpodobností :

$$p_{71} = 0,90445 \quad p_{78} = 0,09555$$

$$p_{13} = 0,90197 \quad p_{12} = 0,09803$$

$$p_{35} = 0,98792 \quad p_{34} = 0,01208$$

$$p_{57} = 0,97315 \quad p_{56} = 0,02685$$

Teoreticky je postup zpracován v kapitole 5.2.7, odstavec 6 b).

Pravděpodobnostní rozložení času průchodu zjišťujeme pro časy podle rovnice (156) v konkrétním tvaru :

$$t' = 2,97 (n'_{12} + n'_{14} + n'_{16}) + 0,28 \cdot n'_{17} - 0,13$$

Vyjádříme rovnice (163) :

$$\left. \begin{aligned} Pr [n'_{12} = k] &= 0,467845 \cdot 0,532155^k \\ Pr [n'_{14} = k] &= 0,886547 \cdot 0,113453^k \\ Pr [n'_{16} = k] &= 0,775941 \cdot 0,224060^k \end{aligned} \right\} \dots (175)$$

Určeme konstanty podle (166); a konstantu C [viz (165)]

$$\left. \begin{aligned} A_1 &= 2,195264 \\ A_2 &= 0,277947 \\ A_3 &= -1,474217 \\ C &= 0,321835 \end{aligned} \right\} \dots (176)$$

Podle vztahu (167) určíme řadu pravděpodobností

$$Pr[n' = k] = C [A_1 \cdot a_1^k + A_2 \cdot a_2^k + A_3 \cdot a_3^k] \dots (177)$$

Tabulka VI : ŘADA PRAVDĚPODOBNOSTÍ $Pr[n' = k]$

$Pr[n' = k]$	k
0,321511	0
0,279817	1
0,177409	2
0,101265	3
0,055594	4
0,029885	5
0,015986	6
0,008526	7
0,004541	8
0,002433	9
0,001286	10

$$\sum_{k=0}^{10} Pr[n' = k] = 0,998253$$

Bereme tedy v úvahu rozsah pravděpodobností 0,998253 pro nejpravděpodobnější hodnoty $n' = 0 \div 10$

Dále uvažujme řadu pravděpodobností

$$P_r [n'_{17} = k] = p_{18} (1 - p_{18})^{k-1}$$

(kde $k = 1, 2, 3, 4 \dots 46$)

neboť

$$\sum_{k=1}^{46} P_r [n'_{17} = k] = 0,990145$$

Celkový rozsah pravděpodobností nejpravděpodobnějších časů průchodu bude tedy : 0,988415.

Uvažujeme v tomto případě téměř 99 %-ní rozsah z veškerých časů průchodu. Zanedbáváme přibližně 1 % z veškerých časů průchodu (jedná se o časy, které mohou nastat jen s poměrně velmi malou pravděpodobností).

Další konkrétní stanovení pravděpodobnostního rozložení času průchodu se děje graficky, kdy vyšetřujeme pravděpodobnosti času průchodu, nalézajícího se v intervalu o šířce intervalu 1 s.

Do souřadného systému n' , n'_{17} zakreslíme přímky pro obecné časy $t' = 1, 2, 3, \dots [s]$, získané pomocí rovnice (169), která po dosazení nabývá tvaru :

$$\frac{n'}{\frac{t' + 0,13}{2,97}} + \frac{n'_{17}}{\frac{t' + 0,13}{0,28}} = 1$$

Z diagramu takto sestrojeného můžeme postupně zjišťovat pravděpodobnosti času průchodu v určitém časovém intervalu pro stanovení pravděpodobnostního rozložení času průchodu.

Hodnoty pravděpodobností pro časové intervaly o šířce $h = 1s$ jsou uvedeny v tabulce, příloha 9 a v pravděpodobnostním diagramu, příloha 7.

Hodnoty pravděpodobností pro časové intervaly o šířce $h = 2,97s$ jsou uvedeny v tabulce, příloha 10 a v pravděpodobnostním diagramu, příloha 8.

$$Pr[n'_{17} = k] = p_{18} (1 - p_{18})^{k-1}$$

(kde $k = 1, 2, 3, 4, \dots, 46$)

neboť

$$\sum_{k=1}^{46} Pr[n'_{17} = k] = 0,990145$$

Celkový rozsah pravděpodobností nejpravděpodobnějších časů průchodu bude tedy : 0,988415.

Uvažujme v tomto případě téměř 99 %-ní rozsah z veškerých časů průchodu. Zanedbáváme přibližně 1 % z veškerých časů průchodu (jedná se o časy, které mohou nastat jen s poměrně velmi malou pravděpodobností).

Další konkrétní stanovení pravděpodobnostního rozložení času průchodu se děje graficky, kdy vyšetřujeme pravděpodobnosti času průchodu, nalézajícího se v intervalu o šířce intervalu 1 s.

Do souřadného systému n' , n'_{17} zakreslíme přímky pro obecné časy $t' = 1, 2, 3, \dots [s]$, získané pomocí rovnice (169), která po dosazení nabývá tvaru :

$$\frac{n'}{\frac{t' + 0,13}{2,97}} + \frac{n'_{17}}{\frac{t' + 0,13}{0,28}} = 1$$

Z diagramu takto sestrojeného můžeme postupně zjišťovat pravděpodobnosti času průchodu v určitém časovém intervalu pro stanovení pravděpodobnostního rozložení času průchodu.

Hodnoty pravděpodobností pro časové intervaly o šířce $h = 1s$ jsou uvedeny v tabulce, příloha 9 a v pravděpodobnostním diagramu, příloha 7.

Hodnoty pravděpodobností pro časové intervaly o šířce $h = 2,97s$ jsou uvedeny v tabulce, příloha 10 a v pravděpodobnostním diagramu, příloha 8.

Přehled pravděpodobností pro jednotlivé počty průchodů n'_{12} , a n' je uveden v tabulce, příloha 11.

Dosažené pravděpodobnostní rozložení můžeme zkontrolovat výpočtem hodnot

$$t_s^* = \sum_{n'=0}^{n'_{\max}} \sum_{n'_{12}=1}^{n'_{12\max}} P_r [t' = t'_{n', n'_{12}}] \cdot t'_{n', n'_{12}} \quad \dots (178)$$

$$G^{*2} [t'] \quad \dots \text{ podle (174)}$$

které se mají s rostoucím rozsahem pravděpodobností blížit limitním hodnotám t_{SN} a $G_N^2 [t']$.

$$t_{SN} = 7,41634 \text{ s}$$

$$G_N^2 [t'] = 33,76868 \text{ s}^2$$

V tomto případě je přiblížení větší, neboť při numerické metodě byl rozsah pravděpodobností 0,9255586, kdežto u analytické je rozsah pravděpodobností 0,988415.

K výpočtu hodnot podle (178), (174) použijí hodnot z tabulky, příloha 11, kde využijí skutečnosti, že řady pravděpodobností při $n' = \text{konst.}$, jsou řadami geometrickými, se stejným kvocientem. q_0 .

$$q_0 = 0,9045$$

Rovnice obecného času má tvar (156) :

$$t' = 2,97 n' + 0,28 n'_{12} - 0,13$$

Čas pro $n'_{12} = 1$

$$t'_{n', 1} = 2,97 n' + 0,15 \quad \dots (179)$$

Rovnice pro řadu pravděpodobností :

$$Pr[n' = k \wedge n'_{17} = k'] = Pr[n' = k \wedge n'_{17} = 1] \cdot q_0^{k'} \dots (180)$$

Určeme :

$$\sum_{k'=0}^{45} Pr[n' = k \wedge n'_{17} = k'] \cdot t'_{n', n'_{17}} = Pr[n' = k \wedge n'_{17} = 1] \left(t'_{n', 1} \sum_{k'=0}^{45} q_0^{k'} + 0,28 \sum_{k'=0}^{45} k' \cdot q_0^{k'} \right) \dots (181)$$

a obdobně :

$$\sum_{k'=0}^{45} Pr[n' = k \wedge n'_{17} = k'] \cdot t'^2_{n', n'_{17}} = Pr[n' = k \wedge n'_{17} = 1] \left(t'^2_{n', 1} \sum_{k'=0}^{45} q_0^{k'} + 0,56 t'_{n', 1} \sum_{k'=0}^{45} k' \cdot q_0^{k'} + 0,28 \sum_{k'=0}^{45} k'^2 \cdot q_0^{k'} \right) \dots (182)$$

Pro jednotlivé hodnoty $n' = 0, 1, 2, \dots, 10$ jsou výrazy uvedeny v tabulce, přičemž výrazy (181) a (182) nabývají po dosazení :

$$\sum_{k'=0}^{45} q_0^{k'} = 10,3676$$

$$\sum_{k'=0}^{45} k' \cdot q_0^{k'} = 93,43220$$

$$\sum_{k'=0}^{45} k'^2 \cdot q_0^{k'} = 1649,06582$$

tvaru :

$$\sum_{i=0}^6 Pr[n' = k \wedge n_{i7}' = k'] \cdot t_{n_i' n_{i7}'}' = 10,3676 Pr[n' = k \wedge n_{i7}' = 1] \cdot t_{n_i' 1}' + 26,16100 Pr[n' = k \wedge n_{i7}' = 1]$$

... (183)

$$\sum_{i=0}^6 Pr[n' = k \wedge n_{i7}' = k'] \cdot t_{n_i' n_{i7}'}'^2 = 10,3676 Pr[n' = k \wedge n_{i7}' = 1] \cdot t_{n_i' 1}'^2 + 52,32203 Pr[n' = k \wedge n_{i7}' = 1] \cdot t_{n_i' 1}' +$$

$$+ 129,28676 \cdot Pr[n' = k \wedge n_{i7}' = 1] \dots (184)$$

takže tabulka pro celkový výpočet udává následující hodnoty :

Tabulka VII : KONTROLA PRAVĚPODOBNOSTNÍHO ROZLOŽENÍ

$n' \backslash n''$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$P_T[n' \cdot k \wedge n''_{it} = 1]$	0,030720	0,026737	0,016951	0,009676	0,005312	0,002855	0,001527	0,000815	0,000434	0,000232	0,000123
$t'_{n_{11}}$	0,15	3,12	6,09	9,06	12,03	15,00	17,97	20,94	23,91	26,88	29,85
$\sum_{k=0}^{n'} P_T[n' = k \wedge n''_{it} = k] \cdot t'_{n_{11}} \cdot n''_{it}$	0,85144	1,56433	1,51372	1,16200	0,80149	0,51877	0,32454	0,19818	0,11891	0,07088	0,04125
$\sum_{k=0}^{n'} P_T[n' = k \wedge n''_{it} = k] \cdot t'_{n_{11}} \cdot n''_{it}^2$	4,21994	10,51977	14,11073	14,07214	12,00049	9,27131	6,74762	4,70158	3,17065	2,09870	1,34316

Jelikož :

$$\sum_{k=0}^{10} \sum_{k'=1}^{46} P_r[n' = k \wedge n_{n'} = k'] \equiv \sum_{n=0}^{10} \sum_{n'=1}^{46} P_r[t' = t_{n', n_{n'}}] \quad \dots (185)$$

lze z tabulky zjistit následující hodnoty :

$$t_s^* = 7,16551s$$

$$\sum_{k=0}^{10} \sum_{k'=1}^{46} P_r[n' = k \wedge n_{n'} = k'] t_{n', n_{n'}}^2 = 82,25609s^2$$

z těchto hodnot zjistíme $G^2[t']$ podle (174)

$$G^2[t'] = 30,91156s^2$$

Vyčíslené hodnoty t_s^* a $G^2[t]$ znamenají poměrně velké přiblížení k limitním hodnotám,

$$t_{SN} = 7,41634s$$

$$G_N^2[t] = 33,76868s^2$$

což je způsobeno použitím vyššího rozsahu pravděpodobností (0,988415) při aplikaci analytické metody, než při aplikaci numerické metody (0,925558).

Zmíněné přiblížení k limitním hodnotám svědčí o dostatečném přiblížení pravděpodobnostního rozložení, zjištěného analyticky, k rozložení limitnímu (tj. k rozložení zkonstruovaného uvažováním nekonečné časové řady a příslušných pravděpodobností).

6.6 Experimentální ověření charakteru funkce pravděpodobnostního rozložení času průchodu

Pravděpodobnostní rozložení času průchodu vlákna představuje u skupiny vláken, vstupujících v tentýž časový okamžik do mykacího stroje, rozložení těchto vláken ve vystupujícím vlákněm produktu. Předchozí pravděpodobnostní rozložení času průchodu, zjištěná pomocí analytické nebo numerické metody, nelze zcela přesně ověřit, neboť právě toto přesné zjištění je podmíněno použitím navržených, poměrně složitých metod. Ovšem lze zjistit v určitém přiblížení rozložení vláken experimentálně ve výsledném produktu, která vstoupila v určitém časovém rozmezí do mykacího stroje. Toto časové rozmezí vstupu vláken způsobuje určité odchýlení četnostního rozložení vláken ve výstupním produktu od pravděpodobnostního rozložení, zjištěného výpočetními metodami. Jedná se tedy o určité přiblížení, které se odchyluje od nejpřesněji zjistitelného zobrazení postupu vláken mykacím strojem výpočetními metodami.

Půjde tedy zřejmě v tomto experimentu o posouzení charakteru a tendencí hmotových křivek rozložení vláken zjištěných experimentálně a o porovnání s pravděpodobnostním rozložením času průchodu vláken válcovým mykacím strojem. Nemůže tedy jít v žádném případě o přesnou kontrolu pravděpodobnostního rozložení, které je zjistitelné jen dříve uvedeným experimentálně-teoretickým způsobem.

6.6.1 Provedení experimentu

Zkoušky byly provedeny na zařízení, popsaném v kap. 6.2.

Zpracovávaný materiál byla vlna bílé barvy (viz 6.3), přidávaným materiálem byla viskózová stříž (3,5 den, 60 mm) tmavého kontrastního odstínu.

Byly provedeny zkoušky u devíti různých režimů práce válcového mykacího stroje. 9 režimů bylo získáno kombinací tří různých obvodových rychlostí snímače a pracovních válců a tří různých přístavení pracovních válců a tamburu, a snímače a tamburu.

Tabulka VIII : HODNOTY POUŽÍVANÝCH PŘÍSTAVENÍ [mm]

	1.prac.v. tambur	2.prac.v. tambur	3.prac.v. tambur	snímač tambur
I.	0,35	0,30	0,25	0,25
II.	0,40	0,35	0,30	0,25
III.	0,50	0,45	0,40	0,35

Tabulka IX : POUŽÍVANÉ HODNOTY RYCHLOSTÍ SNÍMAČE
A PRACOVNÍCH VÁLCU [m/min]

	snímač	pracovní válec
a	9,26	4,88
b	11,08	5,85
c	11,75	6,20

Výše uvedené změny bylo dosaženo výměnnými řemenicemi
(48/203; 48/169; 62/203)

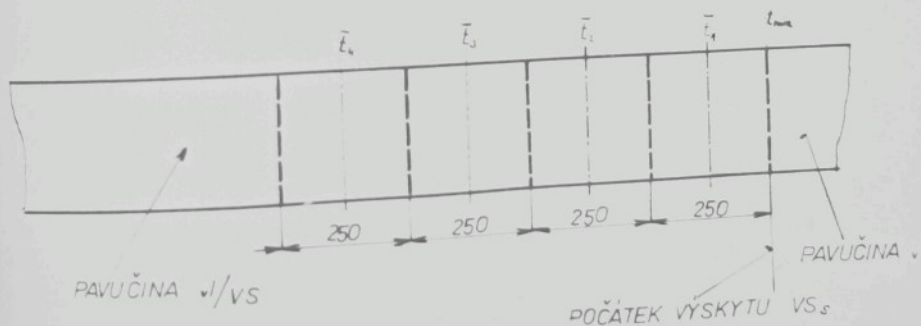
Cílem experimentu bylo ověření charakteristiky a tendence funkce pravděpodobnostního rozložení času průchodu v přiblížení, které vyplývá z časového rozmezí vstupující vlákniny.

Kontrastní materiál (barevně i chemickou podstatou) vůči vlně - viskóзовá stříž V-typu byla přidána v malém množství na podávací pás na odpovídající délku pásu po celé šíři. Celkově byla tedy podávána nepřetržitě vlna s výjimkou poměrně malého množství viskóзовé stříže (5g), kterým bylo podáváné množství vlny přerušeno. Ve výsledném produktu bylo shledáno promíchání vláknenného materiálu vl/VS, neboť viskóзовá komponenta byla rozložena na poměrně značné délce vystupujícího produktu.

Rozložení vláken na délce vystupujícího vlákenného produktu by mělo mít obdobný charakter, jako pravděpodobnostní rozložení času průchodu. V dalším se tedy budeme zabývat vyšetřením rozložení hmoty vlákenné komponenty VS po délce produktu.

Hmotnost této komponenty v jednotlivých dílech vystupující pavučiny (délka dílu 250 mm) zjistíme chemickým rozbořem podle ČSN 80 0067 "Stanovení podílu textilních vláken ve směsích", s použitím hydroxidu draselného, kterým se v podstatě rozpouští vlněná komponenta za varu, kdežto viskózní komponenta zůstane nerozpouštěna. Postup této zkoušky naprosto souhlasí s výše uvedenou normou.

Tímto způsobem byly zjištěny hmotnosti VS-komponenty v jednotlivých dílech, které odpovídaly jistým časovým intervalům (obr. 25).



Obr. 25 Schéma časové posloupnosti

Tabulka X : ČASOVÉ POSLOUPNOSTI

Pořadí dílu pavučiny	Časové posloupnosti [s]		
	$v_s = 9,26 \text{ m/min}$	$v_s = 11,08 \text{ m/min}$	$v_s = 11,75 \text{ m/min}$
	$t_{\min} = 0,15 \text{ s}$		
1	0,96	0,83	0,79
2	2,58	2,18	2,07
3	4,20	3,53	3,35
4	5,82	4,88	4,63
5	7,44	6,23	5,91
6	9,06	7,58	7,19
7	10,68	8,93	8,47
8	12,30	10,28	9,75
9	13,92	11,63	11,03
10	15,54	12,98	12,31
11	17,16	14,33	13,59
12	18,78	15,68	14,87
13	20,40	17,03	16,15
14	22,02	18,38	17,43
15	23,64	19,73	18,71

6.6.2 Vyhodnocení experimentu

Dříve uvedenou chemickou analýzou byly zjištěny u jednotlivých devíti režimů (označovány Ia, Ib, Ic, IIa atd) hmotnosti VS - komponenty v jednotlivých dílech, tj. pro jednotlivé časy průchodu. Veškeré tyto hodnoty jsou uvedeny v následujících tabulkách a diagramech.

Tabulka XI : HMOTNOST VS - KOMPONENTY V ZÁVISLOSTI
NA ČASE PRŮCHODU

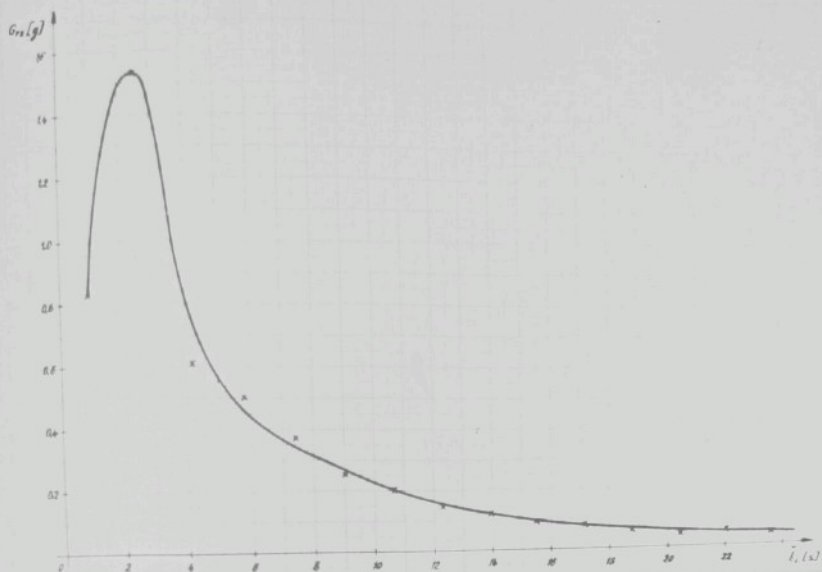
$\bar{t}, [s]$	Režim Ia $G_{VS} [g]$	IIa $G_{VS} [g]$	IIIa $G_{VS} [g]$
0,96	0,8388	0,8849	1,0570
2,58	1,5331	1,6958	1,5855
4,20	0,6191	0,5045	0,6282
5,82	0,5069	0,5789	0,5309
7,44	0,3729	0,3443	0,2796
9,06	0,2555	0,3269	0,2779
10,68	0,2035	0,1700	0,1575
12,30	0,1506	0,1816	0,1610
13,92	0,1242	0,1315	0,0991
15,54	0,0931	0,1015	0,0875
17,16	0,0814	0,0827	0,0564
18,78	0,0597	0,0861	0,0470
20,40	0,0475	0,0639	0,0486
22,02	0,0506	0,0609	0,0464
23,64	0,0426	0,0647	0,0401

$\bar{t}_i [s]$	Režim Ib $G_{VS} [g]$	I Ib $G_{VS} [g]$	IIIb $G_{VS} [g]$
0,83	0,5031	0,7619	0,9105
2,18	1,3979	1,8378	1,5061
3,53	0,8625	0,7092	0,7352
4,88	0,4961	0,6331	0,5881
6,23	0,4101	0,2804	0,3315
7,58	0,2881	0,2978	0,2725
8,93	0,2241	0,2077	0,1744
10,28	0,1706	0,1730	0,1350
11,63	0,1287	0,1173	0,1077
12,98	0,1106	0,1112	0,0948
14,33	0,0805	0,0773	0,0760
15,68	0,0724	0,0746	0,0570
17,03	0,0557	0,0508	0,0467
18,38	0,0464	0,0478	0,0393
19,73	0,0423	0,0424	0,0364

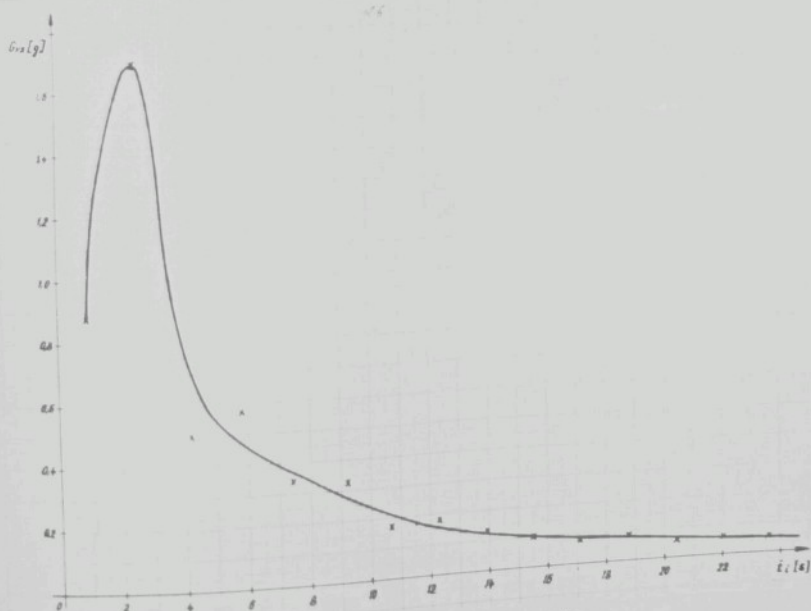
$\bar{t}_i [s]$	Režim Ic $G_{VS} [g]$	IIc $G_{VS} [g]$	IIIc $G_{VS} [g]$
0,79	0,5575	0,7415	0,6893
2,07	1,2051	1,5428	1,3808
3,35	0,8988	0,8812	0,6123
4,63	0,4835	0,5178	0,5867
5,91	0,3095	0,3698	0,4016
7,19	0,2563	0,3009	0,2959
8,47	0,1920	0,2102	0,2609
9,75	0,1432	0,1753	0,1557
11,03	0,1279	0,1416	0,1219
12,31	0,0864	0,1069	0,0938
13,59	0,0720	0,0781	0,0809
14,87	0,0703	0,0682	0,0580
16,15	0,0491	0,0490	0,0449
17,43	0,0345	0,0477	0,0497
18,71	0,0230	0,0479	0,0488

Z diagramů na obr. 26 ÷ 34 je patrná charakteristika a tendence průběhu závislosti hmotnosti VS - komponenty na době průchodu. Porovnáme-li tyto diagramy s pravděpodobnostními diagramy v příloze numerického výpočtu (příloha 3,8) jedná se v podstatě o stejné tendence průběhu závislosti.

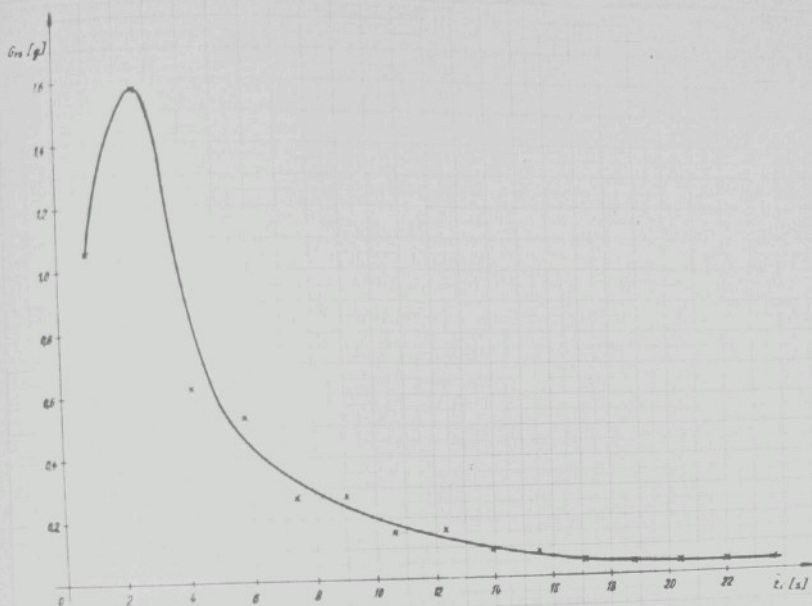
Nebyly prováděny porovnávací statistické testy, neboť v tomto případě šlo o porovnání charakteru funkce za jistého přiblížení, způsobeného časovým rozmezím vstupu vláken VS- komponenty a svoji roli hrála i nerovnoměrnost vstupujícího produktu.



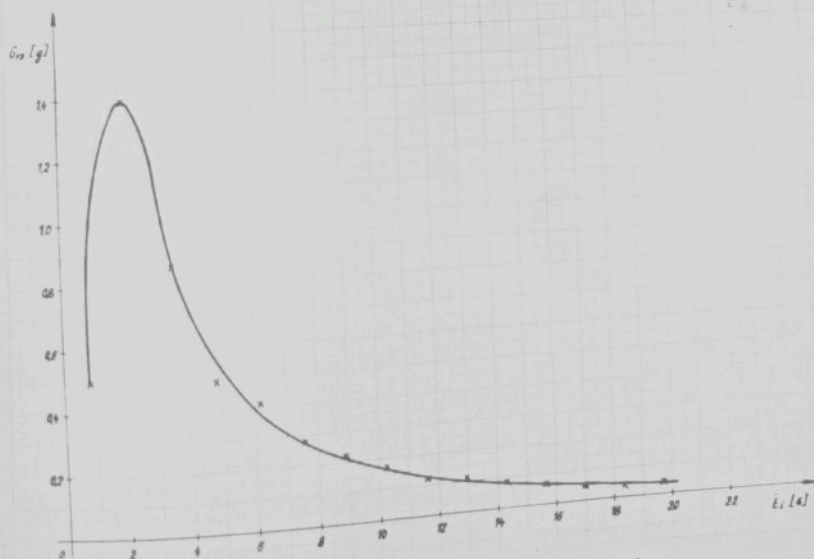
Obr. 26 : Hmotnost VS - komponenty
v závislosti na čase průchodu (režim Ia)



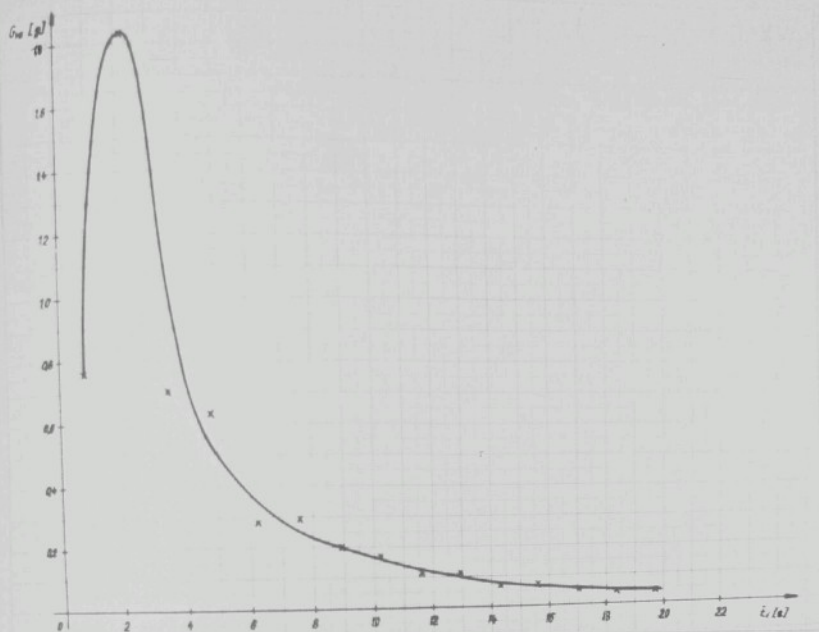
Obr. 27 Hmotnost VS - komponenty
v závislosti na čase průchodu (režim IIa)



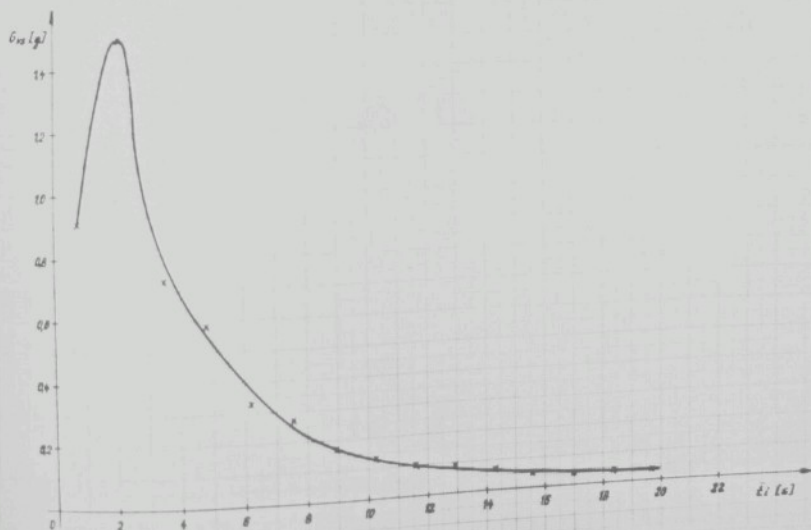
Obr. 28 Hmotnost VS - komponenty
v závislosti na čase průchodu (režim IIIa)



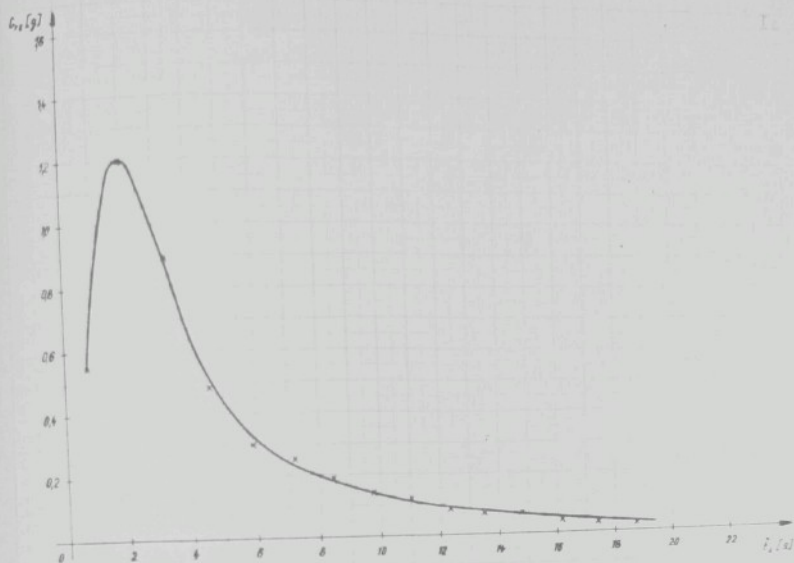
Obr. 29 Hmotnost VS - komponenty
v závislosti na čase průchodu (režim Ib)



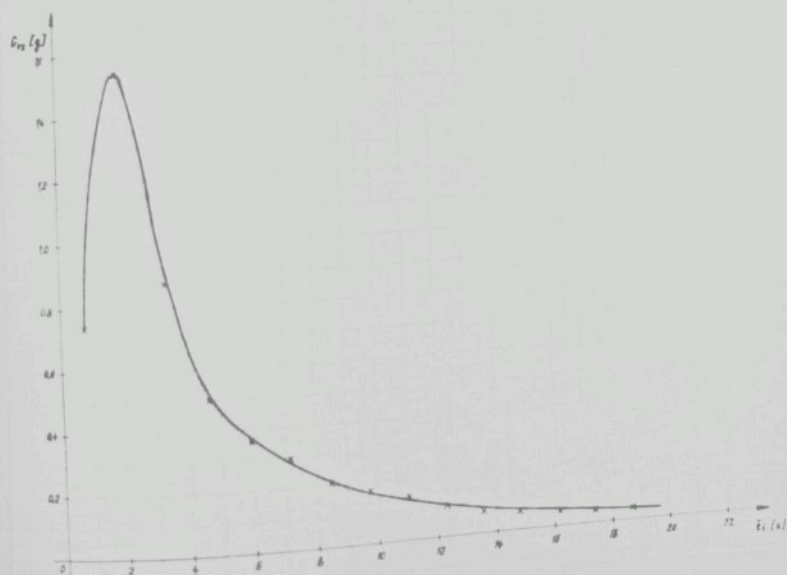
Obr. 30 Hmotnost VS - Komponenty
v závislosti na čase průchodu (režim IIb)



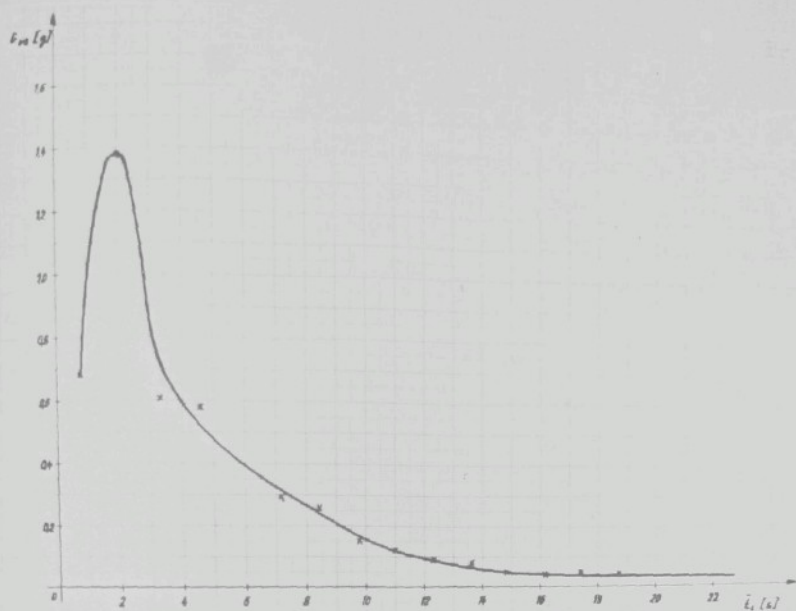
Obr. 31 Hmotnost VS - komponenty
v závislosti na čase průchodu (IIIb)



Obr. 32 Hmotnost VS - komponenty
v závislosti na čase průchodu (režim Ic)



Obr. 33 Hmotnost VS - komponenty
v závislosti na čase průchodu (režim IIc)



Obr. 34 Hmotnost VS - komponenty
v závislosti na čase průchodu (režim IIIc)

7. ZÁVĚR

Znalost pravděpodobnostního rozložení času průchodu umožňuje hodnotit proces míchání vlákenného materiálu na válcovém mykacím stroji. Parametry mykacího stroje ovlivňují toto pravděpodobnostní rozložení, které ukazuje rozmístění vláken, která vstoupila ve stejném časovém okamžiku do procesu mykání, ve výsledném produktu.

Procesem míchání vlákenného materiálu na válcovém mykacím stroji se zabývala řada autorů (viz [12], [16], [23]). Mimo jiné se v uvedených pracech prováděl rozbor vlivu některých faktorů na proces míchání. Je zdůrazňován vliv průtahu mezi obracečem a pracovním válcem, vliv jemnosti povlaků, vliv přistavení pracovního válce k tamburu, vliv rychlosti pracovního válce, resp. relativní rychlosti pracovního válce vůči tamburu na dokonalost promíchání. Tyto faktory ovlivňují samozřejmě i charakter pravděpodobnostního rozložení času průchodu. Postup vlákenného materiálu válcovým mykacím strojem je takového charakteru, že jednotlivá vlákna neprojdou strojem za stejnou dobu. Znamená to tedy, že vlákenný materiál na vstupu do mykacího stroje, tedy relativně nedostatečně promícháný, bude zpracováván tak, že kromě dalších základních funkcí bude promícháván, neboť dojde k rozmísťování vláken po délce vystupujícího produktu u všech množství vlákenného materiálu, která vstupují do mykacího stroje. Toto vzájemné přemísťování vláken vůči sobě představuje míchací proces. Zmíněné přemísťování vláken, vyplývající z určité schopnosti mykacího stroje, rozmístit vlákna po délce vlákenného produktu, lze posuzovat pravděpodobnostním rozložením času průchodu, které je vlastně teoretickým zobrazením reálného rozmísťování vláken. Promíchání tedy souvisí s pravděpodobnostním rozložením času průchodu a lze toto rozložení, resp. z toho vyplývající rozptyl nebo rozpětí času průchodu, považovat za kvantitativní charakteristiku směšovací schopnosti válcového mykacího stroje. Někteří autoři [23], jako kvantitativní charakteristiku směšovací (a i vyrovnávací)

schopnosti volili střední čas průchodu, což jako charakteristika polohy obecně nemusí znamenat, při změně tohoto středního času, stejnou tendenci ve změnách charakteristik rozptýlení a tedy střední čas nemá prokázanou všeobecnou platnost, jako kvantitativní charakteristika směsovací a vyrovnávací schopnosti.

Pomocí pravděpodobnostního rozložení času průchodu posuzujeme intenzitu promíchání, která roste s rostoucími rozptylovými charakteristikami tohoto pravděpodobnostního rozložení, poněvadž zvýšené rozptylové charakteristiky pravděpodobnostního rozložení času znamenají i větší vzájemné přemístění vláken vůči sobě a rozmístění vláken, která vstoupila v určitý časový okamžik do procesu mykání na větší délce. Je to v podstatě analogický proces s procesem protahování a družení. Stupňuje-li se intenzita procesů protahování a družení, bylo zjištěno, že proces míchání je dokonalejší, což bylo potvrzeno i pro případ procesu protahování na mykacím stroji [12]. Procesu družení se využívá v technologickém procesu nejen k vyrovnání nestejnoměrnosti, ale i k rovnoměrnému promíchání jednotlivých komponent.

Máme-li k dispozici výše uvedenou kvantitativní charakteristiku směsovací schopnosti, tj. příslušné rozptylové charakteristiky z pravděpodobnostního rozložení času, můžeme provádět nejen srovnávání směsovací schopností jednotlivých strojů, ale analyticky stanovovat optimální režim práce mykacího stroje, s přihlédnutím k dalším důležitým důsledkům procesu mykání (viz kapitola 4.2.3, bod h), tak bychom získali optimální vlastnosti.

Uvedená práce je příspěvkem k teoretickému základu procesu mykání, který by byl podkladem pro vědecké řízení tohoto procesu, s ohledem na optimální vlastnosti mykance, jehož jákost ovlivňuje jakost dalších poloproduktů a finálního výrobku - příze v technologickém procesu výroby příze.

Nutno dále uvést, že dokonalost procesu míchání snižuje i přetrhovost příze, což rovněž bylo experimentálně potvrzeno [16]. Tato skutečnost dále podtrhuje důležitost dokonalého

promíchání na mykacím stroji, zejména v technologiích, kde po mykání další promíchání vlákenného materiálu v poloproduktu již není možné. Možnost optimalizace procesu mykání na mykacím stroji, s ohledem na celkovou jakost mykance, zajistí tedy ve svém důsledku snížení přetrhovosti na doprředacích strojích.

Dokonalost procesu míchání zvyšuje rovnoměrnost fyzikálních vlastností konečného produktu - příze. Je-li promíchání rovnoměrné, chová se příze směsová jako celek, který nenařušuje svými fyzikálními vlastnostmi funkční činnost některých přístrojů, založených na kapacitním principu (např. čistič příze) a nezpůsobuje tak jejich nesprávnou funkci.

Jak již bylo uvedeno, proces míchání nelze zintenzivňovat neomezeně. Omezující faktory stanovují optimum činnosti. K vyhledávání tohoto optima, vedle již zjištěných zákonitostí [18], přispěje i stanovení kvantitativních charakteristik, vyplývajících z této práce (pravděpodobnostní rozložení, rozptyl času průchodu).

Pomocí předložené teorie lze studovat tvoření mykance a do tvorby tohoto mykance zasahovat, studovat vlivy na tvorbu mykance. Jedná se o určitý podklad pro vědecké zkoumání tvorby mykance, produkovaného válcovým mykacím strojem.

Teoreticky propracovaný proces mykání na válcovém mykacím stroji by umožnil tvorbu optimálního mykance. Předpokládá to, mít u příslušného mykacího stroje, v první řadě zjištěné pravděpodobnosti přechodu a se systémem těchto pravděpodobností provést optimalizaci. Experimentálně-teoretickým stanovením pravděpodobností pro soustavu pracovních režimů a využitím znalostí charakteru příslušných závislostí (viz kap. 4.2.3, bod h) a jejich potvrzením je možné numericky hledat určitý kompromis mezi intenzitou promíchání v mykanci, stejnoměrností mykance na jedné straně a výskytem nopků, zkracováním délek (trháním) vláken a vzrůstem procenta výčesků při česání, na straně druhé. Výsledek tohoto zkoumání při své náročnosti se odrazí v zlepšené kvalitě mykance, a tedy i zvýšené kvalitě příze.

Předložená práce se zabývala teoretickým podkladem, objasňujícím proces mykání a proces tvoření mykance pomocí teorie pravděpodobnosti a může sloužit k vědecké analýze, řízení a optimalizaci těchto procesů.

SEZNAM PŘÍLOH EXPERIMENTÁLNÍ ČÁSTI

Numerická metoda :

- Příloha 1. Program rozložení času průchodu vláken (samočinný počítač)
2. Pravděpodobnostní diagram času průchodu ($h = 1s$)
 3. Pravděpodobnostní diagram času průchodu ($h = 2,97s$)
 4. Tabulka - Hodnoty pravděpodobností času průchodu ($h = 1s$)
 5. Tabulka - Hodnoty pravděpodobností času průchodu ($h = 2,97s$)

Analytická metoda :

- Příloha 6. Diagram pro určení pravděpodobnosti časových intervalů
7. Pravděpodobnostní diagram času průchodu ($h = 1s$)
 8. Pravděpodobnostní diagram času průchodu ($h = 2,97s$)
 9. Tabulka - Hodnoty pravděpodobností času průchodu ($h = 1s$)
 10. Tabulka - Hodnoty pravděpodobností času průchodu ($h = 2,97s$)
 11. Tabulka - Přehled pravděpodobností pro jednotlivé počty průchodů n'_{17} , n' .

SEZNAM OBRÁZKŮ

- Obr. 1 : Základní schema válcového mykacího stroje.
- Obr. 2 : Dráhy pohybu vláken při vzájemném působení tamburu a pracovního válce.
- Obr. 3 : Schema přechodu vláken z tamburu na snímač.
- Obr. 4 : Schema zaplněnosti povlaku válcového mykacího stroje.
- Obr. 5 : Diagram pravděpodobností přechodu.
- Obr. 6 : Diagram pravděpodobností přechodu.
- Obr. 7 : Schema přechodu vláken.
- Obr. 8 : Vliv změny dodávky na změnu produkce v závislosti na čase.
- Obr. 9 : Zatížení povlaků válcového mykacího stroje.
- Obr. 10 : Rozdělování vláknenného materiálu během 1. otáčky tamburu.
- Obr. 11 : Rozdělování vláknenného materiálu během n -té otáčky tamburu.
- Obr. 12 : Rozdělování vláknenného materiálu během $(n + 1)$ otáčky tamburu.
- Obr. 13 : Rozdělování vláknenného materiálu během $2n$ -té otáčky tamburu.
- Obr. 14 : Rozdělování vláknenného materiálu během $(2n + 1)$ otáčky tamburu.
- Obr. 15 : Rozdělování vláknenného materiálu během $3n$ -té otáčky tamburu.
- Obr. 16 : Rozdělování vláknenného materiálu během $[(q-1) \cdot n + 1]$ otáčky tamburu.
- Obr. 17 : Rozdělování vláknenného materiálu během $q \cdot n$ -té otáčky tamburu.
- Obr. 18 : Závislost hmoty úseku pavučiny na pořadí úseku.
- Obr. 19 : Původní volba stavů na mykacím stroji.

- Obr. 20 : Volba stavů na mykacím stroji pro vyjádření obecného časopomocí nezávislých náhodných veličin.
- Obr. 21 : Volba stavů na mykacím stroji za předpokladu neuvažování samostatných stavů na jednotlivých pracovních válcích.
- Obr. 22 : Diagram pro určení pravděpodobností časových intervalů.
- Obr. 23 : Technologické schéma laboratorního válcového mykacího stroje.
- Obr. 24 : Kinematické schéma laboratorního válcového mykacího stroje.
- Obr. 25 : Schema časové posloupnosti.
- Obr. 26 : Hmotnost VS-komponenty v závislosti na čase průchodu (režim Ia).
- Obr. 27 : Hmotnost VS-komponenty v závislosti na čase průchodu (režim IIa).
- Obr. 28 : Hmotnost VS-komponenty v závislosti na čase průchodu (režim IIIa).
- Obr. 29 : Hmotnost VS-komponenty v závislosti na čase průchodu (režim Ib).
- Obr. 30 : Hmotnost VS-komponenty v závislosti na čase průchodu (režim IIb).
- Obr. 31 : Hmotnost VS-komponenty v závislosti na čase průchodu (režim IIIb).
- Obr. 32 : Hmotnost VS-komponenty v závislosti na čase průchodu (režim Ic).
- Obr. 33 : Hmotnost VS-komponenty v závislosti na čase průchodu (režim IIc).
- Obr. 34 : Hmotnost VS-komponenty v závislosti na čase průchodu (režim IIIc).

SEZNAM TABULEK

Tabulka I.	:	Zatížení orgánů mykacího stroje.
Tabulka II.	:	Charakter změny střední doby průchodu, pravděpodobnosti přechodu.
Tabulka III.	:	Mykací povlaky.
Tabulka IV.	:	Válce mykacího stroje.
Tabulka V.	:	Symbolika použitá v Programu rozložení času průchodu vláken.
Tabulka VI.	:	Řada pravděpodobností $P_r[n'=k]$
Tabulka VII.	:	Kontrola pravděpodobnostního rozložení.
Tabulka VIII.	:	Hodnoty používaných přístavení [mm] .
Tabulka IX.	:	Používané hodnoty rychlostí snímače a pracovních válců [m/min] .
Tabulka X.	:	Časové posloupnosti.
Tabulka XI.	:	Hmotnost VS- komponenty v závislosti na čase průchodu.

SEZNAM LITERATURY

- [1] Bartlett, M.S. : Vvedenje v teoriiu slučajnych procesov. Moskva, IIL 1958.
- [2] Kemeny, J.G. - Snell, J.L. : Finite Markov Chains. New York, D. Van Nostrand 1960.
- [3] Kemeny, J.G. - Snell, J.L. - Thomson, G.L. : Vvedenje v konečnuju matematiku. Moskva, IIL 1963.
- [4] Walter, J. : Optimalizační problémy v pravděpodobnostních modelech Markovského typu a jejich aplikace v ekonomii. Praha, CSAV 1965.
- [5] Sarymsakov, T.A. : Osnovy teorii procesov Markova. Moskva, GITTL 1954.
- [6] Kai Lai Chung : Odnorodnyje cepi Markova. Moskva, Mír 1964.
- [7] Dynkin, E.B. - Juškevič, A.A. : Teoremi i zadači o procesach Markova. Moskva, Nauka 1967.
- [8] Romanovskij, V.I. : Diskretnyje cepi Markova. Moskva, M.L. 1949.
- [9] Kemeny, J.G. - Snell, J.L. : Potentials for denumerable Markov Chains. Journal of Mathematical Analysis and Applications 3(1961), s. 196-260.
- [10] Kemeny, J.G. - Mirkil, H. - Snell, J.L. - Thomson, G.L. : Finite Mathematical Structures. New Jersey, Prentisse - Hall 1959.
- [11] Feller, V. : Vvedenje v teoriiu verojatnostěj i jeho priloženija. Moskva, Mír 1964.
- [12] Brunken, E. - Mathers, H. - Goldacker, E. : Mischungsvorgänge auf der Walzenkrepel. Deutsche Textiltechnik (1965), č. 12, s. 677-683.
- [13] Baturin, J.A. : Zagruženost garnitury češušičich pověrchnostěj i procent perechođa volokon s odnoj pověrchnosti na druguju. Izvestija vyššich učebnych zavedenij 46(1964), č. 4, s. 38-44.
- [14] Monfort, F. : Carding as a Markovian Process. Journal of the Textil Institute - Transaction 53 (1962), č. 8, s. 379-393.

- [15] Ašnin, N.M. - Truevcev, N.I. : Směšivačůžčaja i vyravnavačůžčaja sposobnost valičnoj česalnoj mašiny s dvumja sčjemnymi barabanami. Izvestija vyššich učebnych zavedenij 47 (1965), č. 4, s. 62-66.
- [16] Grether, K. : Über den Einfluss der Arbeitergeschwindigkeit auf der Walzenkrempel auf den Krempel-effekt. Textil Praxis 11 (1956), č. 12, s. 1188-1191.
- [17] Richards, R.T.D. : Fibre motion on a wollen card. Journal of the Textil Institute - Proceedings 50 (1959), č. 4, s. 182-186.
- [18] Monfort, F. : Le recyclage du au peigneur. Annales scientifiques textiles Belges (1962), č. 1, s. 52-78.
- [19] Brach, J. : Estimations de pouvoirs de ramassage. Annales scientifiques textiles Belges (1962), č. 1, s. 79-104.
- [20] Jowet, P.D. - Richards, R.T.D. - Thorndike, G.H. : The fibre loading of the woolen card. CIRTEL IV, s. 5-14.
- [21] Kinapenne, A.I.V.J. : Einige Betrachtungen über die Arbeit der Karden I, II. Melliand Textilberichte 48 (1967), č. 1, s. 15-22, č. 2, s. 144-146.
- [22] Felix, M. - Bláha, K. : Matematicko-statistické metody v chemickém průmyslu. Praha, SNTL 1962.
- [23] Truevcev, N.I. - Ašnin, N.M. : Teorije i praktika kardočesanija v apparatnoj sistěme prjedanija šersti. Moskva, Legkaja industrija 1968.
- [24] Martindale, J.G. : The action of doffers and fancies on a wollen card. Journal of the Textil Institute-Transaction 36 (1945), č. 9, s. 213-228.
- [25] Ašnin, N.M. - Truevcev, N.I. : Verojatnostnaja model procesa česanija na valičnoj česalnoj mašině. Izvestija vyššich učebnych zavedenij 47 (1965), č. 3, s. 62-65.
- [26] Zavilevič, M.L. : Priloženije cepej Markova k issledovaniju procesa kardočesanija. Izvestija vyššich učebnych zavedenij 47 (1965), č. 5, s. 52-56.
- [27] Zavilevič, M.L. : Priloženije cepej Markova k issledovaniju procesa kardočesanija. Izvestija vyššich učebnych zavedenij 48 (1966), č. 2, s. 49-53.

- [28] Walter, J. : Stochastické modely v ekonomii. Praha, SNTL/ALFA 1970.
- [29] Simon, J. : Teorie předení I (skripta). Praha, SNTL 1959.
- [30] Simon, J. : Spřádání vlny a chemických vláken I (skripta). Liberec, VŠST 1969.
- [31] Simon, J. : Spřádání vlny a chemických vláken II (skripta). Liberec, VŠST 1970.
- [32] Kadeřábek, J. - Křecík, V. : Úvod do teorie pravděpodobnosti, matematické statistiky a příbuzných oblastí (skripta). Liberec, VŠST 1970.
- [33] Dupáček, V. - Hájek, J. : Pravděpodobnost ve vědě a technice. Praha, ČSAV 1962.
- [34] Dubbel, H. : Inženýrská příručka pro stavbu strojů I. Praha, SNTL 1961.
- [35] Rektorys, K. - kolektiv : Přehled užití matematiky. Praha, SNTL 1968, s. 566-569.
- [36] ČSN 800067 - Stanovení podílu textilních vláken ve směsích. Úřad pro normalizaci a měření, Praha 1968.

PŘÍLOHA EXPERIMENTÁLNÍ ČÁSTI

AUTOMATIZACNÍ STŘEDISKO

VYSOKÁ ŠKOLA STROJNÍ A TEXTILNÍ
LIBEREC HALKOVA 5

DATUM VÝPOČTU: 1. BŘEZNA 1972

PROGRAM ROZLOŽENÍ ČASU PRŮCHODU VLÁKEN
XX

ROZDÍL JEDNOTKOVÉ A ZADANÉ MATICE:

1,00000	-0,09803	-0,90197	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
-1,00000	1,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,00000	0,00000	1,00000	-0,01208	-0,98792	0,00000	0,00000
0,00000	0,00000	-1,00000	1,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	1,00000	-0,02685	-0,97315
0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	-1,00000	1,00000	0,00000
-0,90445	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	1,00000

Příloha 1 :

INVERTOVANA MATICE:

DVOJNASOBEK DIAGONALNI MATICE:

ROZDIL DIAGONALNI A JEDNOTKOVE MATICE:

22,20637	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,00000	3,27492	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,00000	0,00000	20,18739	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,00000	0,00000	0,00000	1,25594	0,00000	0,00000	0,00000
0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	20,50897	0,00000	0,00000
0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	1,57752	0,00000
0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	19,93145

VÝSLEDEK SOUCINU MATIC:

257,65464	3,72509	213,85915	0,16073	220,56334	0,45552	208,59709
257,65464	7,00001	213,85914	0,16073	220,56333	0,45552	208,59709
233,04479	3,36916	213,85915	0,16073	220,56334	0,45552	208,59709
233,04479	3,36916	213,85915	1,41667	220,56334	0,45552	208,59709
233,04479	3,36916	193,42490	0,14537	220,56333	0,45552	208,59709
233,04479	3,36916	193,42490	0,14537	220,56333	2,03304	208,59709
233,04479	3,36916	193,42490	0,14537	199,48851	0,41200	208,59708

Příloha 1

KVADRATICKÁ MATICE:

134,53392	1,29382	112,22642	0,01638	115,65891	0,08338	109,53141
134,53391	4,56874	112,22642	0,01638	115,65891	0,08338	109,53141
110,13456	1,05838	112,22642	0,01638	115,65891	0,08338	109,53141
110,13456	1,05838	112,22642	1,27232	115,65891	0,08338	109,53141
110,13455	1,05838	91,80456	0,01340	115,65891	0,08338	109,53141
110,13455	1,05838	91,80456	0,01340	115,65891	1,66090	109,53141
110,13455	1,05838	91,80456	0,01340	94,61244	0,06821	109,53141

VÝSLEDNÁ MATICE PRI PRŮCHODU VLÁKEN:

123,03073	2,43128	101,63272	0,14435	104,90442	0,37214	99,06568
123,03073	2,43128	101,63273	0,14435	104,90443	0,37214	99,06568
122,91023	2,31078	101,63272	0,14435	104,90442	0,37214	99,06568
122,91023	2,31078	101,63272	0,14435	104,90442	0,37214	99,06568
122,91023	2,31078	101,62035	0,13197	104,90443	0,37214	99,06568
122,91023	2,31078	101,62035	0,13197	104,90443	0,37214	99,06568
122,91023	2,31078	101,62035	0,13197	104,87607	0,34379	99,06568

Příloha 1

N 1,2 MAX= 5

N 1,4 MAX= 2

N 1,6 MAX= 3

N 1,7 MAX= 30

PRAVĚPODOBNOST $PR(N1,2=K)=$

N1,2= 0	$PR(N1,2=K) = 0,467845$
N1,2= 1	$PR(N1,2=K) = 0,248966$
N1,2= 2	$PR(N1,2=K) = 0,132489$
N1,2= 3	$PR(N1,2=K) = 0,070504$
N1,2= 4	$PR(N1,2=K) = 0,037519$
N1,2= 5	$PR(N1,2=K) = 0,019966$

PRAVĚPODOBNOST $PR(N1,4=K)=$

N 1,4= 0	$PR(N1,4=K) = 0,886547$
N 1,4= 1	$PR(N1,4=K) = 0,100581$
N 1,4= 2	$PR(N1,4=K) = 0,011411$

PRAVĚPODOBNOST $PR(N1,6=K)=$

N 1,6= 0	$PR(N 1,6=K) = 0,775941$
N 1,6= 1	$PR(N 1,6=K) = 0,173857$
N 1,6= 2	$PR(N 1,6=K) = 0,038954$
N 1,6= 3	$PR(N 1,6=K) = 0,008728$

PRAVĚPODOBŇOST $PR(N1,7=K)$

$N1,7=$	1	$PR(N1,7=K) = 0,095550$
$N1,7=$	2	$PR(N1,7=K) = 0,086420$
$N1,7=$	3	$PR(N1,7=K) = 0,078163$
$N1,7=$	4	$PR(N1,7=K) = 0,070694$
$N1,7=$	5	$PR(N1,7=K) = 0,063939$
$N1,7=$	6	$PR(N1,7=K) = 0,057830$
$N1,7=$	7	$PR(N1,7=K) = 0,052304$
$N1,7=$	8	$PR(N1,7=K) = 0,047307$
$N1,7=$	9	$PR(N1,7=K) = 0,042787$
$N1,7=$	10	$PR(N1,7=K) = 0,038698$
$N1,7=$	11	$PR(N1,7=K) = 0,035001$
$N1,7=$	12	$PR(N1,7=K) = 0,031656$
$N1,7=$	13	$PR(N1,7=K) = 0,028632$
$N1,7=$	14	$PR(N1,7=K) = 0,025896$
$N1,7=$	15	$PR(N1,7=K) = 0,023421$
$N1,7=$	16	$PR(N1,7=K) = 0,021184$
$N1,7=$	17	$PR(N1,7=K) = 0,019159$
$N1,7=$	18	$PR(N1,7=K) = 0,017329$
$N1,7=$	19	$PR(N1,7=K) = 0,015673$
$N1,7=$	20	$PR(N1,7=K) = 0,014175$
$N1,7=$	21	$PR(N1,7=K) = 0,012821$
$N1,7=$	22	$PR(N1,7=K) = 0,011596$
$N1,7=$	23	$PR(N1,7=K) = 0,010488$
$N1,7=$	24	$PR(N1,7=K) = 0,009486$
$N1,7=$	25	$PR(N1,7=K) = 0,008579$
$N1,7=$	26	$PR(N1,7=K) = 0,007760$
$N1,7=$	27	$PR(N1,7=K) = 0,007018$
$N1,7=$	28	$PR(N1,7=K) = 0,006348$
$N1,7=$	29	$PR(N1,7=K) = 0,005741$
	30	$PR(N1,7=K) = 0,005193$

Příloha 1

N= 0	N(1,7)= 1	T= 0,150	P= 0,03075127	P ₁ T= 0,004513	P ₁ T ₁ T= 0,000692
N= 1	N(1,7)= 1	T= 3,120	P= 0,02674337	P ₁ T= 0,033439	P ₁ T ₁ T= 0,260331
N= 2	N(1,7)= 1	T= 6,090	P= 0,01695293	P ₁ T= 0,103243	P ₁ T ₁ T= 0,628752
N= 3	N(1,7)= 1	T= 9,060	P= 0,00953132	P ₁ T= 0,087260	P ₁ T ₁ T= 0,790573
N= 4	N(1,7)= 1	T= 12,030	P= 0,00518447	P ₁ T= 0,062369	P ₁ T ₁ T= 0,750301
N= 5	N(1,7)= 1	T= 15,000	P= 0,00276339	P ₁ T= 0,041451	P ₁ T ₁ T= 0,621764
N= 6	N(1,7)= 1	T= 17,970	P= 0,00077217	P ₁ T= 0,013376	P ₁ T ₁ T= 0,249351
N= 7	N(1,7)= 1	T= 20,940	P= 0,00017520	P ₁ T= 0,003669	P ₁ T ₁ T= 0,076824
N= 8	N(1,7)= 1	T= 23,910	P= 0,00003143	P ₁ T= 0,000752	P ₁ T ₁ T= 0,017970
N= 9	N(1,7)= 1	T= 26,880	P= 0,00000288	P ₁ T= 0,000077	P ₁ T ₁ T= 0,002081
N= 10	N(1,7)= 1	T= 29,850	P= 0,00000019	P ₁ T= 0,000006	P ₁ T ₁ T= 0,000169
N= 0	N(1,7)= 2	T= 0,430	P= 0,02781299	P ₁ T= 0,011960	P ₁ T ₁ T= 0,005143
N= 1	N(1,7)= 2	T= 3,400	P= 0,02418804	P ₁ T= 0,082239	P ₁ T ₁ T= 0,279614
N= 2	N(1,7)= 2	T= 6,370	P= 0,01533308	P ₁ T= 0,097672	P ₁ T ₁ T= 0,622169
N= 3	N(1,7)= 2	T= 9,340	P= 0,00871105	P ₁ T= 0,081361	P ₁ T ₁ T= 0,759914
N= 4	N(1,7)= 2	T= 12,310	P= 0,00458909	P ₁ T= 0,057723	P ₁ T ₁ T= 0,710567
N= 5	N(1,7)= 2	T= 15,280	P= 0,00249935	P ₁ T= 0,038190	P ₁ T ₁ T= 0,583545
N= 6	N(1,7)= 2	T= 18,250	P= 0,00069839	P ₁ T= 0,012746	P ₁ T ₁ T= 0,232608
N= 7	N(1,7)= 2	T= 21,220	P= 0,00015846	P ₁ T= 0,003363	P ₁ T ₁ T= 0,071354
N= 8	N(1,7)= 2	T= 24,190	P= 0,00002843	P ₁ T= 0,000688	P ₁ T ₁ T= 0,016636
N= 9	N(1,7)= 2	T= 27,160	P= 0,00000260	P ₁ T= 0,000071	P ₁ T ₁ T= 0,001921
N= 10	N(1,7)= 2	T= 30,130	P= 0,00000017	P ₁ T= 0,000005	P ₁ T ₁ T= 0,000156

Příloha 1

N= 0	N(1,7)= 3	T= 0,710	P= 0,02515546	P ₁ T= 0,017860	P ₁ T ₁ T= 0,012681
N= 1	N(1,7)= 3	T= 3,680	P= 0,02187687	P ₁ T= 0,080507	P ₁ T ₁ T= 0,296265
N= 2	N(1,7)= 3	T= 6,650	P= 0,01386800	P ₁ T= 0,092222	P ₁ T ₁ T= 0,513278
N= 3	N(1,7)= 3	T= 9,620	P= 0,00787871	P ₁ T= 0,075793	P ₁ T ₁ T= 0,729130
N= 4	N(1,7)= 3	T= 12,590	P= 0,00424105	P ₁ T= 0,053395	P ₁ T ₁ T= 0,572241
N= 5	N(1,7)= 3	T= 15,560	P= 0,00226054	P ₁ T= 0,035174	P ₁ T ₁ T= 0,547307
N= 6	N(1,7)= 3	T= 18,530	P= 0,00063166	P ₁ T= 0,011705	P ₁ T ₁ T= 0,216888
N= 7	N(1,7)= 3	T= 21,500	P= 0,00014332	P ₁ T= 0,003081	P ₁ T ₁ T= 0,056251
N= 8	N(1,7)= 3	T= 24,470	P= 0,00002571	P ₁ T= 0,000629	P ₁ T ₁ T= 0,015397
N= 9	N(1,7)= 3	T= 27,440	P= 0,00000236	P ₁ T= 0,000065	P ₁ T ₁ T= 0,001774
N= 10	N(1,7)= 3	T= 30,410	P= 0,00000016	P ₁ T= 0,000005	P ₁ T ₁ T= 0,000144
N= 0	N(1,7)= 4	T= 0,990	P= 0,02275185	P ₁ T= 0,022524	P ₁ T ₁ T= 0,022299
N= 1	N(1,7)= 4	T= 3,960	P= 0,01973654	P ₁ T= 0,073355	P ₁ T ₁ T= 0,310285
N= 2	N(1,7)= 4	T= 6,930	P= 0,01254291	P ₁ T= 0,086922	P ₁ T ₁ T= 0,502372
N= 3	N(1,7)= 4	T= 9,900	P= 0,00712590	P ₁ T= 0,070546	P ₁ T ₁ T= 0,698409
N= 4	N(1,7)= 4	T= 12,870	P= 0,00383582	P ₁ T= 0,048367	P ₁ T ₁ T= 0,635353
N= 5	N(1,7)= 4	T= 15,840	P= 0,00204454	P ₁ T= 0,032386	P ₁ T ₁ T= 0,512988
N= 6	N(1,7)= 4	T= 18,810	P= 0,00057131	P ₁ T= 0,010746	P ₁ T ₁ T= 0,202137
N= 7	N(1,7)= 4	T= 21,780	P= 0,00012963	P ₁ T= 0,002823	P ₁ T ₁ T= 0,061491
N= 8	N(1,7)= 4	T= 24,750	P= 0,00002326	P ₁ T= 0,000575	P ₁ T ₁ T= 0,014246
N= 9	N(1,7)= 4	T= 27,720	P= 0,00000213	P ₁ T= 0,000059	P ₁ T ₁ T= 0,001637
N= 10	N(1,7)= 4	T= 30,690	P= 0,00000014	P ₁ T= 0,000004	P ₁ T ₁ T= 0,000132

N= 0	N(1,7)= 5	T= 1,270	P= 0,02057791	P.T= 0,026134	P.T.T= 0,033190
N= 1	N(1,7)= 5	T= 4,240	P= 0,01789593	P.T= 0,075879	P.T.T= 0,321726
N= 2	N(1,7)= 5	T= 7,210	P= 0,01134444	P.T= 0,081793	P.T.T= 0,589730
N= 3	N(1,7)= 5	T= 10,180	P= 0,00644502	P.T= 0,065610	P.T.T= 0,667913
N= 4	N(1,7)= 5	T= 13,150	P= 0,00346931	P.T= 0,045621	P.T.T= 0,599921
N= 5	N(1,7)= 5	T= 16,120	P= 0,00184919	P.T= 0,029809	P.T.T= 0,480520
N= 6	N(1,7)= 5	T= 19,090	P= 0,00051672	P.T= 0,009864	P.T.T= 0,188306
N= 7	N(1,7)= 5	T= 22,060	P= 0,00011724	P.T= 0,002586	P.T.T= 0,057055
N= 8	N(1,7)= 5	T= 25,030	P= 0,00002103	P.T= 0,000526	P.T.T= 0,013178
N= 9	N(1,7)= 5	T= 28,000	P= 0,00000193	P.T= 0,000054	P.T.T= 0,001511
N= 10	N(1,7)= 5	T= 30,970	P= 0,00000013	P.T= 0,000004	P.T.T= 0,000122
N= 0	N(1,7)= 6	T= 1,550	P= 0,01851169	P.T= 0,028848	P.T.T= 0,044715
N= 1	N(1,7)= 6	T= 4,520	P= 0,01618598	P.T= 0,073161	P.T.T= 0,330686
N= 2	N(1,7)= 6	T= 7,490	P= 0,01026048	P.T= 0,076851	P.T.T= 0,575514
N= 3	N(1,7)= 6	T= 10,460	P= 0,00582920	P.T= 0,060973	P.T.T= 0,637782
N= 4	N(1,7)= 6	T= 13,430	P= 0,00313791	P.T= 0,042141	P.T.T= 0,565952
N= 5	N(1,7)= 6	T= 16,400	P= 0,00167250	P.T= 0,027429	P.T.T= 0,449835
N= 6	N(1,7)= 6	T= 19,370	P= 0,00046735	P.T= 0,009052	P.T.T= 0,175346
N= 7	N(1,7)= 6	T= 22,340	P= 0,00010604	P.T= 0,002369	P.T.T= 0,052922
N= 8	N(1,7)= 6	T= 25,310	P= 0,00001902	P.T= 0,000482	P.T.T= 0,012187
N= 9	N(1,7)= 6	T= 28,280	P= 0,00000174	P.T= 0,000049	P.T.T= 0,001394
N= 10	N(1,7)= 6	T= 31,250	P= 0,00000011	P.T= 0,000004	P.T.T= 0,000112

Příloha 1

N= 0	N(1,7)= 7	T= 1,830	P= 0,01683335	P ₁ T= 0,030805	P ₁ T ₁ T= 0,056373
N= 1	N(1,7)= 7	T= 4,800	P= 0,01463941	P ₁ T= 0,070269	P ₁ T ₁ T= 0,337292
N= 2	N(1,7)= 7	T= 7,770	P= 0,00928009	P ₁ T= 0,072106	P ₁ T ₁ T= 0,560266
N= 3	N(1,7)= 7	T= 10,740	P= 0,00527222	P ₁ T= 0,056624	P ₁ T ₁ T= 0,608138
N= 4	N(1,7)= 7	T= 13,710	P= 0,00263800	P ₁ T= 0,038909	P ₁ T ₁ T= 0,533441
N= 5	N(1,7)= 7	T= 16,680	P= 0,00151269	P ₁ T= 0,025232	P ₁ T ₁ T= 0,420865
N= 6	N(1,7)= 7	T= 19,650	P= 0,00042269	P ₁ T= 0,008305	P ₁ T ₁ T= 0,163210
N= 7	N(1,7)= 7	T= 22,620	P= 0,00009591	P ₁ T= 0,002169	P ₁ T ₁ T= 0,049072
N= 8	N(1,7)= 7	T= 25,590	P= 0,00001721	P ₁ T= 0,000440	P ₁ T ₁ T= 0,011268
N= 9	N(1,7)= 7	T= 28,560	P= 0,00000158	P ₁ T= 0,000045	P ₁ T ₁ T= 0,001286
N= 10	N(1,7)= 7	T= 31,530	P= 0,00000010	P ₁ T= 0,000003	P ₁ T ₁ T= 0,000103
N= 0	N(1,7)= 8	T= 2,110	P= 0,01522492	P ₁ T= 0,032125	P ₁ T ₁ T= 0,067783
N= 1	N(1,7)= 8	T= 5,080	P= 0,01324061	P ₁ T= 0,067262	P ₁ T ₁ T= 0,341693
N= 2	N(1,7)= 8	T= 8,050	P= 0,00839338	P ₁ T= 0,067567	P ₁ T ₁ T= 0,543912
N= 3	N(1,7)= 8	T= 11,020	P= 0,00476846	P ₁ T= 0,052548	P ₁ T ₁ T= 0,579083
N= 4	N(1,7)= 8	T= 13,990	P= 0,00256683	P ₁ T= 0,035910	P ₁ T ₁ T= 0,502379
N= 5	N(1,7)= 8	T= 16,960	P= 0,00136815	P ₁ T= 0,023204	P ₁ T ₁ T= 0,393538
N= 6	N(1,7)= 8	T= 19,930	P= 0,00038230	P ₁ T= 0,007619	P ₁ T ₁ T= 0,151852
N= 7	N(1,7)= 8	T= 22,900	P= 0,00008674	P ₁ T= 0,001986	P ₁ T ₁ T= 0,045489
N= 8	N(1,7)= 8	T= 25,870	P= 0,00001556	P ₁ T= 0,000403	P ₁ T ₁ T= 0,010415
N= 9	N(1,7)= 8	T= 28,840	P= 0,00000143	P ₁ T= 0,000041	P ₁ T ₁ T= 0,001186
N= 10	N(1,7)= 8	T= 31,810	P= 0,00000009	P ₁ T= 0,000003	P ₁ T ₁ T= 0,000095

Príloha 1

N= 0	N(1,7)= 9	T= 2,390	P= 0,01377018	P ₁ T= 0,032911	P ₁ T ₁ T= 0,078657
N= 1	N(1,7)= 9	T= 5,360	P= 0,01197547	P ₁ T= 0,064189	P ₁ T ₁ T= 0,344051
N= 2	N(1,7)= 9	T= 8,330	P= 0,00759139	P ₁ T= 0,063236	P ₁ T ₁ T= 0,526758
N= 3	N(1,7)= 9	T= 11,300	P= 0,00431283	P ₁ T= 0,048735	P ₁ T ₁ T= 0,550705
N= 4	N(1,7)= 9	T= 14,270	P= 0,00232157	P ₁ T= 0,033129	P ₁ T ₁ T= 0,472747
N= 5	N(1,7)= 9	T= 17,240	P= 0,00123743	P ₁ T= 0,021333	P ₁ T ₁ T= 0,367785
N= 6	N(1,7)= 9	T= 20,210	P= 0,00034577	P ₁ T= 0,006988	P ₁ T ₁ T= 0,141229
N= 7	N(1,7)= 9	T= 23,180	P= 0,00007846	P ₁ T= 0,001819	P ₁ T ₁ T= 0,042155
N= 8	N(1,7)= 9	T= 26,150	P= 0,00001408	P ₁ T= 0,000368	P ₁ T ₁ T= 0,009625
N= 9	N(1,7)= 9	T= 29,120	P= 0,00000129	P ₁ T= 0,000038	P ₁ T ₁ T= 0,001094
N= 10	N(1,7)= 9	T= 32,090	P= 0,00000009	P ₁ T= 0,000003	P ₁ T ₁ T= 0,000088
N= 0	N(1,7)= 10	T= 2,670	P= 0,01245444	P ₁ T= 0,033253	P ₁ T ₁ T= 0,088786
N= 1	N(1,7)= 10	T= 5,640	P= 0,01083122	P ₁ T= 0,061088	P ₁ T ₁ T= 0,344537
N= 2	N(1,7)= 10	T= 8,610	P= 0,00686603	P ₁ T= 0,059117	P ₁ T ₁ T= 0,508993
N= 3	N(1,7)= 10	T= 11,580	P= 0,00390074	P ₁ T= 0,045171	P ₁ T ₁ T= 0,523075
N= 4	N(1,7)= 10	T= 14,550	P= 0,00209974	P ₁ T= 0,030551	P ₁ T ₁ T= 0,444520
N= 5	N(1,7)= 10	T= 17,520	P= 0,00111919	P ₁ T= 0,019608	P ₁ T ₁ T= 0,343536
N= 6	N(1,7)= 10	T= 20,490	P= 0,00031273	P ₁ T= 0,006408	P ₁ T ₁ T= 0,131299
N= 7	N(1,7)= 10	T= 23,460	P= 0,00007096	P ₁ T= 0,001665	P ₁ T ₁ T= 0,039054
N= 8	N(1,7)= 10	T= 26,430	P= 0,00001273	P ₁ T= 0,000336	P ₁ T ₁ T= 0,008893
N= 9	N(1,7)= 10	T= 29,400	P= 0,00000117	P ₁ T= 0,000034	P ₁ T ₁ T= 0,001008
N= 10	N(1,7)= 10	T= 32,370	P= 0,00000008	P ₁ T= 0,000002	P ₁ T ₁ T= 0,000081

Příloha 1

N= 0	N(1,7)= 11	T= 2,950	P= 0,01126442	P ₁ T= 0,033230	P ₁ T ₁ T= 0,098029
N= 1	N(1,7)= 11	T= 5,920	P= 0,00979629	P ₁ T= 0,057994	P ₁ T ₁ T= 0,343325
N= 2	N(1,7)= 11	T= 8,890	P= 0,00620998	P ₁ T= 0,055207	P ₁ T ₁ T= 0,490788
N= 3	N(1,7)= 11	T= 11,860	P= 0,00352802	P ₁ T= 0,041842	P ₁ T ₁ T= 0,496250
N= 4	N(1,7)= 11	T= 14,830	P= 0,00189911	P ₁ T= 0,028164	P ₁ T ₁ T= 0,417669
N= 5	N(1,7)= 11	T= 17,800	P= 0,00101225	P ₁ T= 0,018018	P ₁ T ₁ T= 0,320722
N= 6	N(1,7)= 11	T= 20,770	P= 0,00028285	P ₁ T= 0,005875	P ₁ T ₁ T= 0,122021
N= 7	N(1,7)= 11	T= 23,740	P= 0,00006418	P ₁ T= 0,001524	P ₁ T ₁ T= 0,036170
N= 8	N(1,7)= 11	T= 26,710	P= 0,00001151	P ₁ T= 0,000308	P ₁ T ₁ T= 0,008215
N= 9	N(1,7)= 11	T= 29,680	P= 0,00000105	P ₁ T= 0,000031	P ₁ T ₁ T= 0,000929
N= 10	N(1,7)= 11	T= 32,650	P= 0,00000007	P ₁ T= 0,000002	P ₁ T ₁ T= 0,000074
N= 0	N(1,7)= 12	T= 3,230	P= 0,01018810	P ₁ T= 0,032908	P ₁ T ₁ T= 0,106291
N= 1	N(1,7)= 12	T= 6,200	P= 0,00886026	P ₁ T= 0,054934	P ₁ T ₁ T= 0,340588
N= 2	N(1,7)= 12	T= 9,170	P= 0,00561662	P ₁ T= 0,051504	P ₁ T ₁ T= 0,472295
N= 3	N(1,7)= 12	T= 12,140	P= 0,00319092	P ₁ T= 0,038738	P ₁ T ₁ T= 0,470277
N= 4	N(1,7)= 12	T= 15,110	P= 0,00171765	P ₁ T= 0,025954	P ₁ T ₁ T= 0,392160
N= 5	N(1,7)= 12	T= 18,080	P= 0,00091553	P ₁ T= 0,016553	P ₁ T ₁ T= 0,299275
N= 6	N(1,7)= 12	T= 21,050	P= 0,00025583	P ₁ T= 0,005385	P ₁ T ₁ T= 0,113357
N= 7	N(1,7)= 12	T= 24,020	P= 0,00005805	P ₁ T= 0,001394	P ₁ T ₁ T= 0,033490
N= 8	N(1,7)= 12	T= 26,990	P= 0,00001041	P ₁ T= 0,000281	P ₁ T ₁ T= 0,007586
N= 9	N(1,7)= 12	T= 29,960	P= 0,00000095	P ₁ T= 0,000029	P ₁ T ₁ T= 0,000856
N= 10	N(1,7)= 12	T= 32,930	P= 0,00000006	P ₁ T= 0,000002	P ₁ T ₁ T= 0,000068

Příloha 1

N= 0	N(1,7)= 13	T= 3,510	P= 0,00921463	P.T= 0,032343	P.T.T= 0,113525
N= 1	N(1,7)= 13	T= 6,480	P= 0,00801366	P.T= 0,051929	P.T.T= 0,336497
N= 2	N(1,7)= 13	T= 9,450	P= 0,00507995	P.T= 0,048006	P.T.T= 0,453652
N= 3	N(1,7)= 13	T= 12,420	P= 0,00288603	P.T= 0,035844	P.T.T= 0,445188
N= 4	N(1,7)= 13	T= 15,390	P= 0,00155353	P.T= 0,023909	P.T.T= 0,367956
N= 5	N(1,7)= 13	T= 18,360	P= 0,00082805	P.T= 0,015203	P.T.T= 0,279128
N= 6	N(1,7)= 13	T= 21,330	P= 0,00023138	P.T= 0,004935	P.T.T= 0,105272
N= 7	N(1,7)= 13	T= 24,300	P= 0,00005250	P.T= 0,001276	P.T.T= 0,031001
N= 8	N(1,7)= 13	T= 27,270	P= 0,00000942	P.T= 0,000257	P.T.T= 0,007004
N= 9	N(1,7)= 13	T= 30,240	P= 0,00000086	P.T= 0,000026	P.T.T= 0,000789
N= 10	N(1,7)= 13	T= 33,210	P= 0,00000006	P.T= 0,000002	P.T.T= 0,000063
N= 0	N(1,7)= 14	T= 3,790	P= 0,00833417	P.T= 0,031587	P.T.T= 0,119713
N= 1	N(1,7)= 14	T= 6,760	P= 0,00724795	P.T= 0,048996	P.T.T= 0,331214
N= 2	N(1,7)= 14	T= 9,730	P= 0,00459456	P.T= 0,044705	P.T.T= 0,434980
N= 3	N(1,7)= 14	T= 12,700	P= 0,00261027	P.T= 0,033150	P.T.T= 0,421010
N= 4	N(1,7)= 14	T= 15,670	P= 0,00140509	P.T= 0,022018	P.T.T= 0,345018
N= 5	N(1,7)= 14	T= 18,640	P= 0,00074893	P.T= 0,013960	P.T.T= 0,260216
N= 6	N(1,7)= 14	T= 21,610	P= 0,00020927	P.T= 0,004522	P.T.T= 0,097729
N= 7	N(1,7)= 14	T= 24,580	P= 0,00004748	P.T= 0,001167	P.T.T= 0,028688
N= 8	N(1,7)= 14	T= 27,550	P= 0,00000852	P.T= 0,000235	P.T.T= 0,006466
N= 9	N(1,7)= 14	T= 30,520	P= 0,00000078	P.T= 0,000024	P.T.T= 0,000727
N= 10	N(1,7)= 14	T= 33,490	P= 0,00000005	P.T= 0,000002	P.T.T= 0,000058

Příloha 1

N= 0	N(1,7)= 15	T= 4,070	P= 0,00753784	P ₀ T= 0,030679	P ₀ T ₀ T= 0,124864
N= 1	N(1,7)= 15	T= 7,040	P= 0,00655541	P ₀ T= 0,046150	P ₀ T ₀ T= 0,324897
N= 2	N(1,7)= 15	T= 10,010	P= 0,00415555	P ₀ T= 0,041597	P ₀ T ₀ T= 0,416337
N= 3	N(1,7)= 15	T= 12,980	P= 0,00236086	P ₀ T= 0,030644	P ₀ T ₀ T= 0,397759
N= 4	N(1,7)= 15	T= 15,950	P= 0,00127083	P ₀ T= 0,020270	P ₀ T ₀ T= 0,323303
N= 5	N(1,7)= 15	T= 18,920	P= 0,00057737	P ₀ T= 0,012816	P ₀ T ₀ T= 0,242476
N= 6	N(1,7)= 15	T= 21,890	P= 0,00016928	P ₀ T= 0,004143	P ₀ T ₀ T= 0,090696
N= 7	N(1,7)= 15	T= 24,860	P= 0,00004295	P ₀ T= 0,001068	P ₀ T ₀ T= 0,026542
N= 8	N(1,7)= 15	T= 27,830	P= 0,00000770	P ₀ T= 0,000214	P ₀ T ₀ T= 0,005968
N= 9	N(1,7)= 15	T= 30,800	P= 0,00000071	P ₀ T= 0,000022	P ₀ T ₀ T= 0,000670
N= 10	N(1,7)= 15	T= 33,770	P= 0,00000005	P ₀ T= 0,000002	P ₀ T ₀ T= 0,000053
N= 0	N(1,7)= 16	T= 4,350	P= 0,00681760	P ₀ T= 0,029657	P ₀ T ₀ T= 0,129006
N= 1	N(1,7)= 16	T= 7,320	P= 0,00592904	P ₀ T= 0,043401	P ₀ T ₀ T= 0,317692
N= 2	N(1,7)= 16	T= 10,290	P= 0,00375849	P ₀ T= 0,038675	P ₀ T ₀ T= 0,397964
N= 3	N(1,7)= 16	T= 13,260	P= 0,00213528	P ₀ T= 0,028314	P ₀ T ₀ T= 0,375441
N= 4	N(1,7)= 16	T= 16,230	P= 0,00114940	P ₀ T= 0,018655	P ₀ T ₀ T= 0,302768
N= 5	N(1,7)= 16	T= 19,200	P= 0,00051265	P ₀ T= 0,011763	P ₀ T ₀ T= 0,225847
N= 6	N(1,7)= 16	T= 22,170	P= 0,00017119	P ₀ T= 0,003795	P ₀ T ₀ T= 0,084142
N= 7	N(1,7)= 16	T= 25,140	P= 0,00003884	P ₀ T= 0,000977	P ₀ T ₀ T= 0,024550
N= 8	N(1,7)= 16	T= 28,110	P= 0,00000697	P ₀ T= 0,000196	P ₀ T ₀ T= 0,005507
N= 9	N(1,7)= 16	T= 31,080	P= 0,00000064	P ₀ T= 0,000020	P ₀ T ₀ T= 0,000617
N= 10	N(1,7)= 16	T= 34,050	P= 0,00000004	P ₀ T= 0,000001	P ₀ T ₀ T= 0,000049

Příloha 1

N= 0	N(1,7)= 23	T= 6,310	P= 0,00337539	P ₁ T= 0,021299	P ₁ T ₁ T= 0,134395
N= 1	N(1,7)= 23	T= 9,280	P= 0,00293546	P ₁ T= 0,027241	P ₁ T ₁ T= 0,252797
N= 2	N(1,7)= 23	T= 12,250	P= 0,00186082	P ₁ T= 0,022795	P ₁ T ₁ T= 0,279240
N= 3	N(1,7)= 23	T= 15,220	P= 0,00105717	P ₁ T= 0,016090	P ₁ T ₁ T= 0,244893
N= 4	N(1,7)= 23	T= 18,190	P= 0,00056907	P ₁ T= 0,010351	P ₁ T ₁ T= 0,188291
N= 5	N(1,7)= 23	T= 21,160	P= 0,00030332	P ₁ T= 0,005418	P ₁ T ₁ T= 0,135811
N= 6	N(1,7)= 23	T= 24,130	P= 0,00008476	P ₁ T= 0,002045	P ₁ T ₁ T= 0,049350
N= 7	N(1,7)= 23	T= 27,100	P= 0,00001923	P ₁ T= 0,000521	P ₁ T ₁ T= 0,014124
N= 8	N(1,7)= 23	T= 30,070	P= 0,00000345	P ₁ T= 0,000104	P ₁ T ₁ T= 0,003120
N= 9	N(1,7)= 23	T= 33,040	P= 0,00000032	P ₁ T= 0,000010	P ₁ T ₁ T= 0,000345
N= 10	N(1,7)= 23	T= 36,010	P= 0,00000002	P ₁ T= 0,000001	P ₁ T ₁ T= 0,000027
N= 0	N(1,7)= 24	T= 6,590	P= 0,00305287	P ₁ T= 0,020118	P ₁ T ₁ T= 0,132580
N= 1	N(1,7)= 24	T= 9,560	P= 0,00265498	P ₁ T= 0,025382	P ₁ T ₁ T= 0,242548
N= 2	N(1,7)= 24	T= 12,530	P= 0,00169302	P ₁ T= 0,021088	P ₁ T ₁ T= 0,264236
N= 3	N(1,7)= 24	T= 15,500	P= 0,00095616	P ₁ T= 0,014820	P ₁ T ₁ T= 0,229718
N= 4	N(1,7)= 24	T= 18,470	P= 0,00051469	P ₁ T= 0,009506	P ₁ T ₁ T= 0,175583
N= 5	N(1,7)= 24	T= 21,440	P= 0,00027434	P ₁ T= 0,005882	P ₁ T ₁ T= 0,126106
N= 6	N(1,7)= 24	T= 24,410	P= 0,00007666	P ₁ T= 0,001871	P ₁ T ₁ T= 0,045677
N= 7	N(1,7)= 24	T= 27,380	P= 0,00001739	P ₁ T= 0,000475	P ₁ T ₁ T= 0,013039
N= 8	N(1,7)= 24	T= 30,350	P= 0,00000312	P ₁ T= 0,000095	P ₁ T ₁ T= 0,002874
N= 9	N(1,7)= 24	T= 33,320	P= 0,00000029	P ₁ T= 0,000010	P ₁ T ₁ T= 0,000317
N= 10	N(1,7)= 24	T= 36,290	P= 0,00000002	P ₁ T= 0,000001	P ₁ T ₁ T= 0,000025

Príloha 1

N= 0	$N(1,7) = 25$	$T = 6,870$	$P = 0,00276117$	$P_{\cdot T} = 0,018969$	$P_{\cdot T \cdot T} = 0,130319$
N= 1	$N(1,7) = 25$	$T = 9,840$	$P = 0,00240130$	$P_{\cdot T} = 0,023629$	$P_{\cdot T \cdot T} = 0,232507$
N= 2	$N(1,7) = 25$	$T = 12,810$	$P = 0,00152221$	$P_{\cdot T} = 0,019499$	$P_{\cdot T \cdot T} = 0,249789$
N= 3	$N(1,7) = 25$	$T = 15,780$	$P = 0,00086480$	$P_{\cdot T} = 0,013647$	$P_{\cdot T \cdot T} = 0,215342$
N= 4	$N(1,7) = 25$	$T = 18,750$	$P = 0,00046552$	$P_{\cdot T} = 0,008728$	$P_{\cdot T \cdot T} = 0,163658$
N= 5	$N(1,7) = 25$	$T = 21,720$	$P = 0,00024813$	$P_{\cdot T} = 0,005389$	$P_{\cdot T \cdot T} = 0,117056$
N= 6	$N(1,7) = 25$	$T = 24,690$	$P = 0,00006933$	$P_{\cdot T} = 0,001712$	$P_{\cdot T \cdot T} = 0,042266$
N= 7	$N(1,7) = 25$	$T = 27,660$	$P = 0,00001573$	$P_{\cdot T} = 0,000435$	$P_{\cdot T \cdot T} = 0,012036$
N= 8	$N(1,7) = 25$	$T = 30,630$	$P = 0,00000282$	$P_{\cdot T} = 0,000086$	$P_{\cdot T \cdot T} = 0,002648$
N= 9	$N(1,7) = 25$	$T = 33,600$	$P = 0,00000026$	$P_{\cdot T} = 0,000009$	$P_{\cdot T \cdot T} = 0,000292$
N= 10	$N(1,7) = 25$	$T = 36,570$	$P = 0,00000002$	$P_{\cdot T} = 0,000001$	$P_{\cdot T \cdot T} = 0,000023$
N= 0	$N(1,7) = 26$	$T = 7,150$	$P = 0,00249734$	$P_{\cdot T} = 0,017856$	$P_{\cdot T \cdot T} = 0,127670$
N= 1	$N(1,7) = 26$	$T = 10,120$	$P = 0,00217185$	$P_{\cdot T} = 0,021979$	$P_{\cdot T \cdot T} = 0,222429$
N= 2	$N(1,7) = 26$	$T = 13,090$	$P = 0,00137676$	$P_{\cdot T} = 0,018022$	$P_{\cdot T \cdot T} = 0,235906$
N= 3	$N(1,7) = 26$	$T = 16,060$	$P = 0,00078217$	$P_{\cdot T} = 0,012562$	$P_{\cdot T \cdot T} = 0,201740$
N= 4	$N(1,7) = 26$	$T = 19,030$	$P = 0,00042104$	$P_{\cdot T} = 0,008012$	$P_{\cdot T \cdot T} = 0,152474$
N= 5	$N(1,7) = 26$	$T = 22,000$	$P = 0,00022442$	$P_{\cdot T} = 0,004937$	$P_{\cdot T \cdot T} = 0,108618$
N= 6	$N(1,7) = 26$	$T = 24,970$	$P = 0,00006271$	$P_{\cdot T} = 0,001566$	$P_{\cdot T \cdot T} = 0,039099$
N= 7	$N(1,7) = 26$	$T = 27,940$	$P = 0,00001423$	$P_{\cdot T} = 0,000398$	$P_{\cdot T \cdot T} = 0,011107$
N= 8	$N(1,7) = 26$	$T = 30,910$	$P = 0,00000255$	$P_{\cdot T} = 0,000079$	$P_{\cdot T \cdot T} = 0,002439$
N= 9	$N(1,7) = 26$	$T = 33,880$	$P = 0,00000023$	$P_{\cdot T} = 0,000008$	$P_{\cdot T \cdot T} = 0,000268$
N= 10	$N(1,7) = 26$	$T = 36,850$	$P = 0,00000002$	$P_{\cdot T} = 0,000001$	$P_{\cdot T \cdot T} = 0,000021$

Příloha 1

N= 0	N(1,7)= 27	T= 7,430	P= 0,00225872	P ₁ T= 0,016782	P ₁ T ₁ T= 0,124692
N= 1	N(1,7)= 27	T= 10,400	P= 0,00196433	P ₁ T= 0,020429	P ₁ T ₁ T= 0,212462
N= 2	N(1,7)= 27	T= 13,370	P= 0,00124521	P ₁ T= 0,016648	P ₁ T ₁ T= 0,222590
N= 3	N(1,7)= 27	T= 16,340	P= 0,00070743	P ₁ T= 0,011559	P ₁ T ₁ T= 0,188881
N= 4	N(1,7)= 27	T= 19,310	P= 0,00038081	P ₁ T= 0,007353	P ₁ T ₁ T= 0,141993
N= 5	N(1,7)= 27	T= 22,280	P= 0,00020297	P ₁ T= 0,004522	P ₁ T ₁ T= 0,100756
N= 6	N(1,7)= 27	T= 25,250	P= 0,00005672	P ₁ T= 0,001432	P ₁ T ₁ T= 0,036161
N= 7	N(1,7)= 27	T= 28,220	P= 0,00001287	P ₁ T= 0,000363	P ₁ T ₁ T= 0,010248
N= 8	N(1,7)= 27	T= 31,190	P= 0,00000231	P ₁ T= 0,000072	P ₁ T ₁ T= 0,002246
N= 9	N(1,7)= 27	T= 34,160	P= 0,00000021	P ₁ T= 0,000007	P ₁ T ₁ T= 0,000247
N= 10	N(1,7)= 27	T= 37,130	P= 0,00000001	P ₁ T= 0,000001	P ₁ T ₁ T= 0,000019
N= 0	N(1,7)= 28	T= 7,710	P= 0,00204290	P ₁ T= 0,015751	P ₁ T ₁ T= 0,121438
N= 1	N(1,7)= 28	T= 10,680	P= 0,00177664	P ₁ T= 0,018975	P ₁ T ₁ T= 0,202648
N= 2	N(1,7)= 28	T= 13,650	P= 0,00112623	P ₁ T= 0,015373	P ₁ T ₁ T= 0,209842
N= 3	N(1,7)= 28	T= 16,620	P= 0,00063984	P ₁ T= 0,010634	P ₁ T ₁ T= 0,176738
N= 4	N(1,7)= 28	T= 19,590	P= 0,00034442	P ₁ T= 0,006747	P ₁ T ₁ T= 0,132177
N= 5	N(1,7)= 28	T= 22,560	P= 0,00018358	P ₁ T= 0,004142	P ₁ T ₁ T= 0,093434
N= 6	N(1,7)= 28	T= 25,530	P= 0,00005130	P ₁ T= 0,001310	P ₁ T ₁ T= 0,033435
N= 7	N(1,7)= 28	T= 28,500	P= 0,00001164	P ₁ T= 0,000332	P ₁ T ₁ T= 0,009454
N= 8	N(1,7)= 28	T= 31,470	P= 0,00000209	P ₁ T= 0,000066	P ₁ T ₁ T= 0,002068
N= 9	N(1,7)= 28	T= 34,440	P= 0,00000019	P ₁ T= 0,000007	P ₁ T ₁ T= 0,000227
N= 10	N(1,7)= 28	T= 37,410	P= 0,00000001	P ₁ T= 0,000000	P ₁ T ₁ T= 0,000018

Príloha 1

N= 0	N(1,7)= 29	T= 7,990	P= 0,00184770	P.T= 0,014763	P.T.T= 0,117957
N= 1	N(1,7)= 29	T= 10,960	P= 0,00160688	P.T= 0,017611	P.T.T= 0,193021
N= 2	N(1,7)= 29	T= 13,930	P= 0,00101852	P.T= 0,014189	P.T.T= 0,197658
N= 3	N(1,7)= 29	T= 16,900	P= 0,00057870	P.T= 0,009780	P.T.T= 0,165283
N= 4	N(1,7)= 29	T= 19,870	P= 0,00031151	P.T= 0,006190	P.T.T= 0,122989
N= 5	N(1,7)= 29	T= 22,840	P= 0,00016604	P.T= 0,003792	P.T.T= 0,086617
N= 6	N(1,7)= 29	T= 25,810	P= 0,00004640	P.T= 0,001197	P.T.T= 0,030907
N= 7	N(1,7)= 29	T= 28,780	P= 0,00001053	P.T= 0,000303	P.T.T= 0,008720
N= 8	N(1,7)= 29	T= 31,750	P= 0,00000189	P.T= 0,000060	P.T.T= 0,001904
N= 9	N(1,7)= 29	T= 34,720	P= 0,00000017	P.T= 0,000006	P.T.T= 0,000209
N= 10	N(1,7)= 29	T= 37,690	P= 0,00000001	P.T= 0,000000	P.T.T= 0,000016

N= 0	N(1,7)= 30	T= 8,270	P= 0,00167115	P.T= 0,013820	P.T.T= 0,114295
N= 1	N(1,7)= 30	T= 11,240	P= 0,00145334	P.T= 0,016336	P.T.T= 0,183512
N= 2	N(1,7)= 30	T= 14,210	P= 0,00092129	P.T= 0,013092	P.T.T= 0,186031
N= 3	N(1,7)= 30	T= 17,180	P= 0,00052341	P.T= 0,008992	P.T.T= 0,154484
N= 4	N(1,7)= 30	T= 20,150	P= 0,00028175	P.T= 0,005677	P.T.T= 0,114395
N= 5	N(1,7)= 30	T= 23,120	P= 0,00015017	P.T= 0,003472	P.T.T= 0,080273
N= 6	N(1,7)= 30	T= 26,090	P= 0,00004196	P.T= 0,001095	P.T.T= 0,028564
N= 7	N(1,7)= 30	T= 29,060	P= 0,00000952	P.T= 0,000277	P.T.T= 0,008041
N= 8	N(1,7)= 30	T= 32,030	P= 0,00000171	P.T= 0,000055	P.T.T= 0,001752
N= 9	N(1,7)= 30	T= 35,000	P= 0,00000016	P.T= 0,000005	P.T.T= 0,000192
N= 10	N(1,7)= 30	T= 37,970	P= 0,00000001	P.T= 0,000000	P.T.T= 0,000015

CELKOVY SOUCET PRAVDEPODOBNOSTI = 0,92555860

CELKOVY SOUCET $P(i) \cdot T(i)$ = 6,03924873

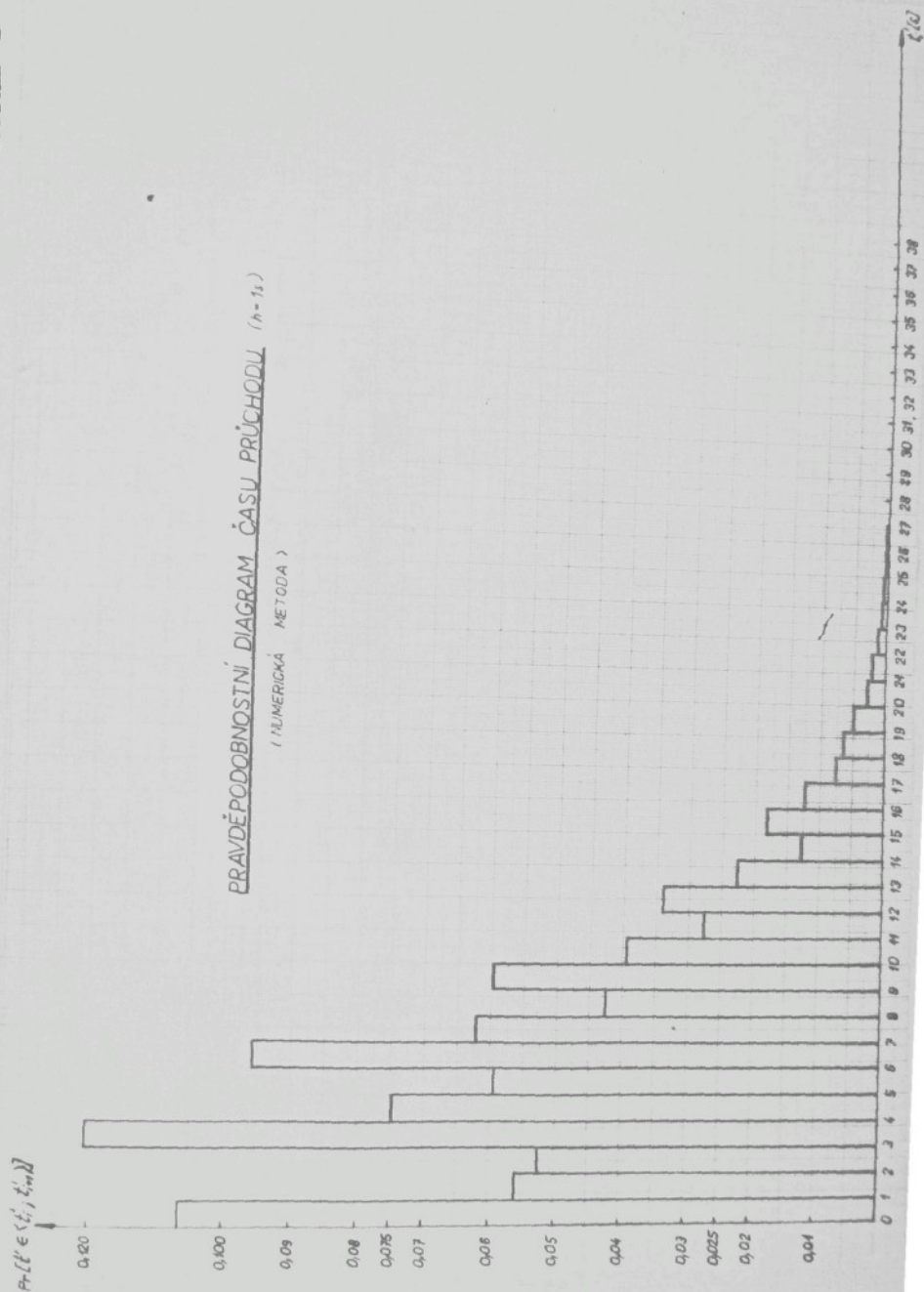
CELKOVY SOUCET $P(i) \cdot T(i) \cdot T(i)$ = 59,68315690

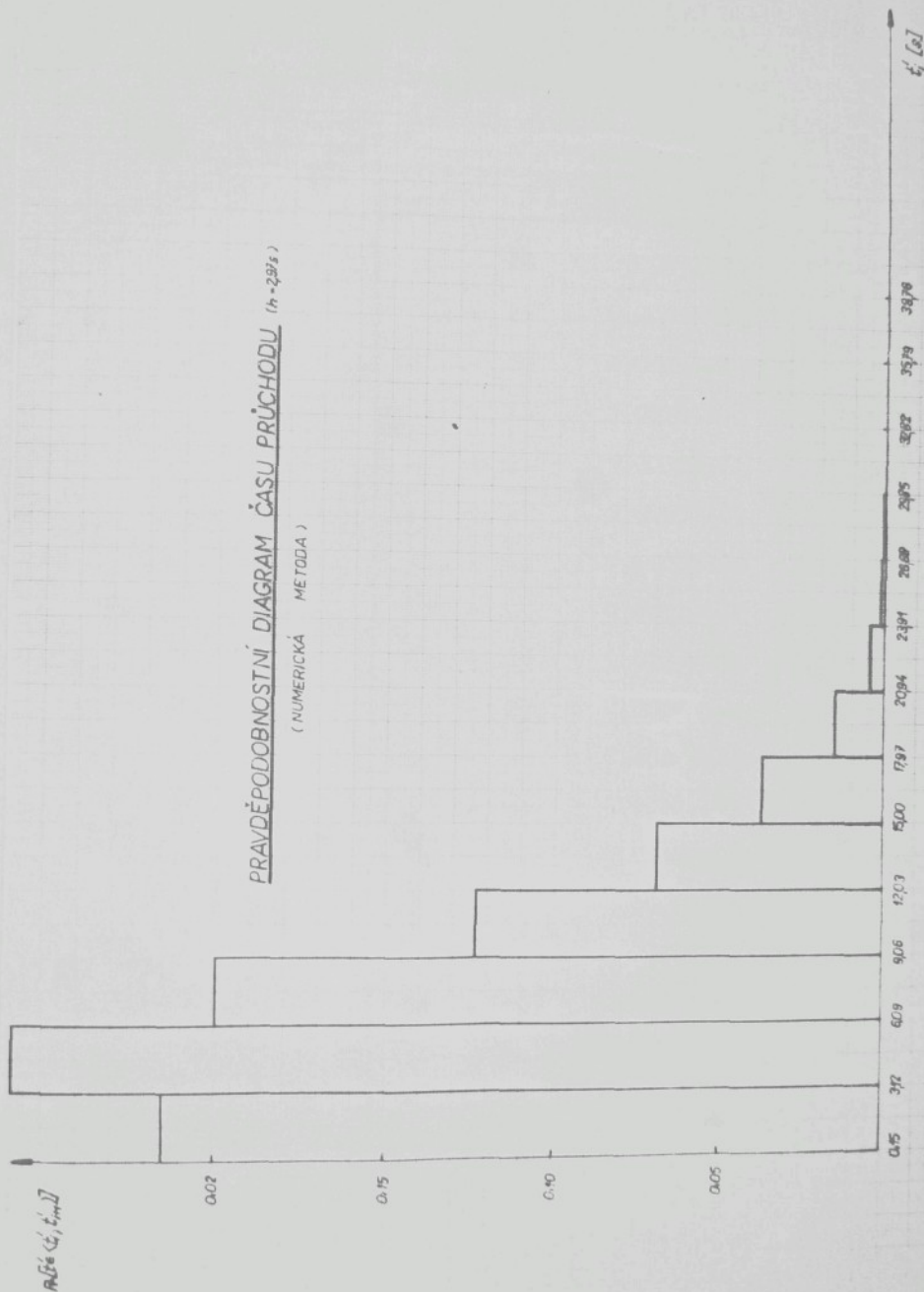
VÝPOČET ROZPTYLU:

1) ROZPTYL SPOCITANY Z VÝSLEDNE MATICE N_2 = 33,768679

2) ROZPTYL SPOCITANY Z ROZLOŽENÍ ČASU A PRAVDEPODOBNOSTI = 23,210632

PRAVDĚPODOBNOSTNÍ DIAGRAM ČASU PRŮCHODU ($n=14$)
(NUMERICKÁ METODA)





Hodnoty pravděpodobností času průchodu ($\hbar = 1s$)

		numerická metoda			numerická metoda
$t_i \div t_{i+1} [s]$		$Pr[t' \in \langle t_i, t_{i+1} \rangle]$	$t_i \div t_{i+1} [s]$		$Pr[t' \in \langle t_i, t_{i+1} \rangle]$
0 - 1		0,10647157	19 - 20		0,00491476
1 - 2		0,05602295	20 - 21		0,00296772
2 - 3		0,05271396	21 - 22		0,00214296
3 - 4		0,12033172	22 - 23		0,00164900
4 - 5		0,07481994	23 - 24		0,00083374
5 - 6		0,05957610	24 - 25		0,00057184
6 - 7		0,09574020	25 - 26		0,00036172
7 - 8		0,06222877	26 - 27		0,00016433
8 - 9		0,04267463	27 - 28		0,00009931
9 - 10		0,05987543	28 - 29		0,00006585
10 - 11		0,03945410	29 - 30		0,00002686
11 - 12		0,02759142	30 - 31		0,00001475
12 - 13		0,03406456	31 - 32		0,00000880
13 - 14		0,02259204	32 - 33		0,00000318
14 - 15		0,01271160	33 - 34		0,00000126
15 - 16		0,01839305	34 - 35		0,00000071
16 - 17		0,01223990	35 - 36		0,00000024
17 - 18		0,00760886	36 - 37		0,00000008
18 - 19		0,00662052	37 - 38		0,00000004

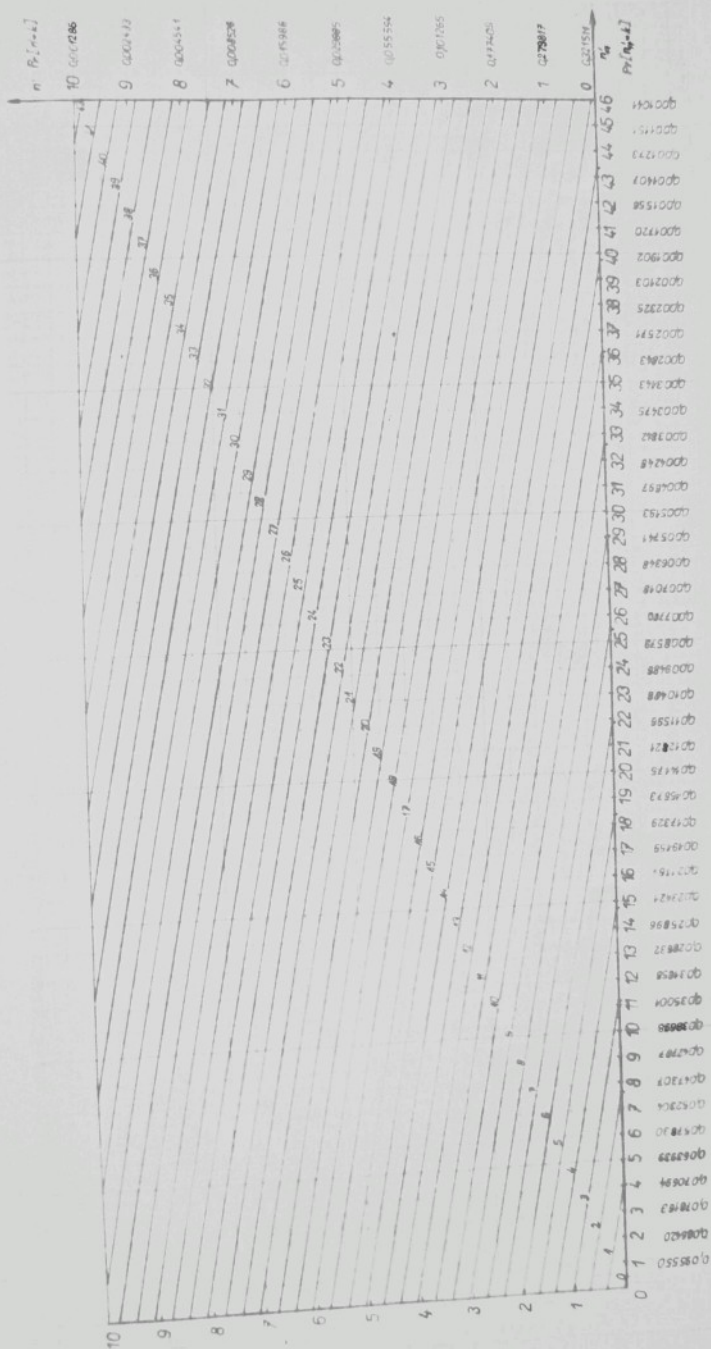
$\Sigma 0,92555847$

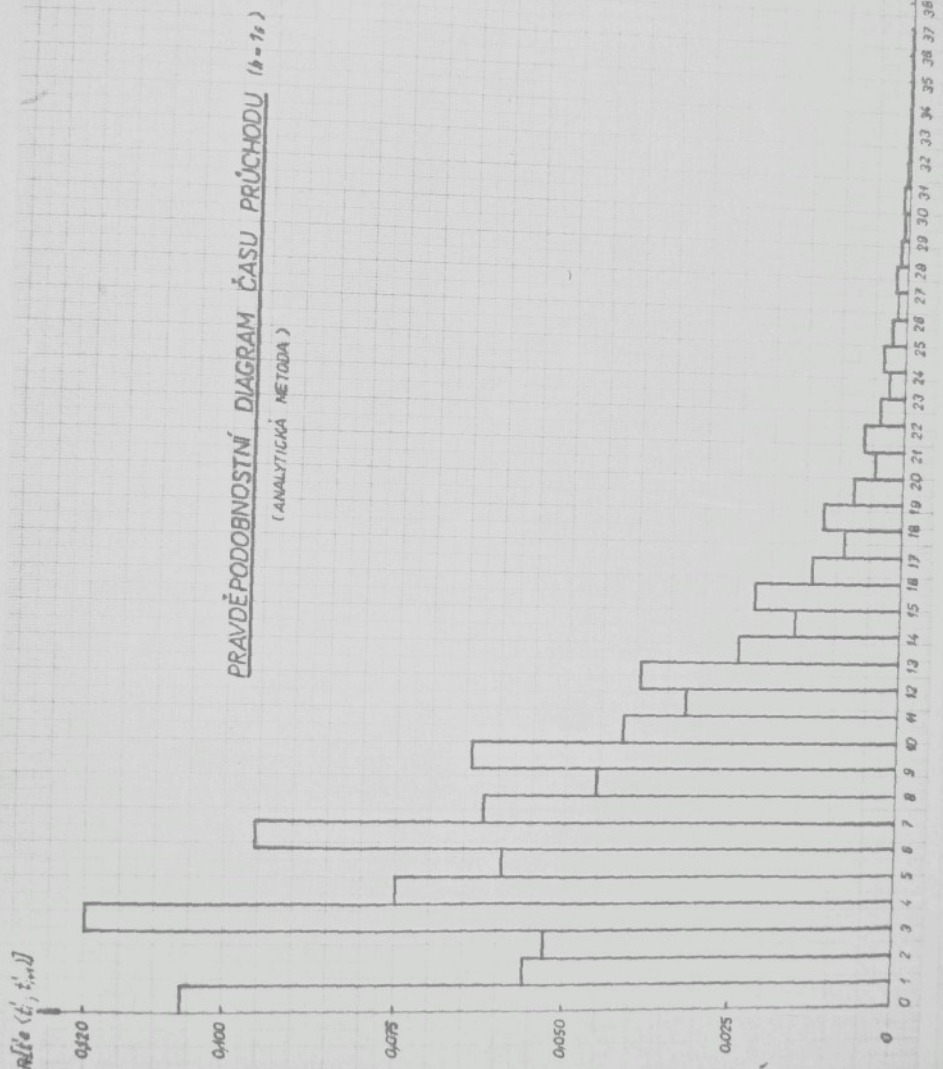
Hodnoty pravděpodobností času průchodu ($h = 2,97s$)

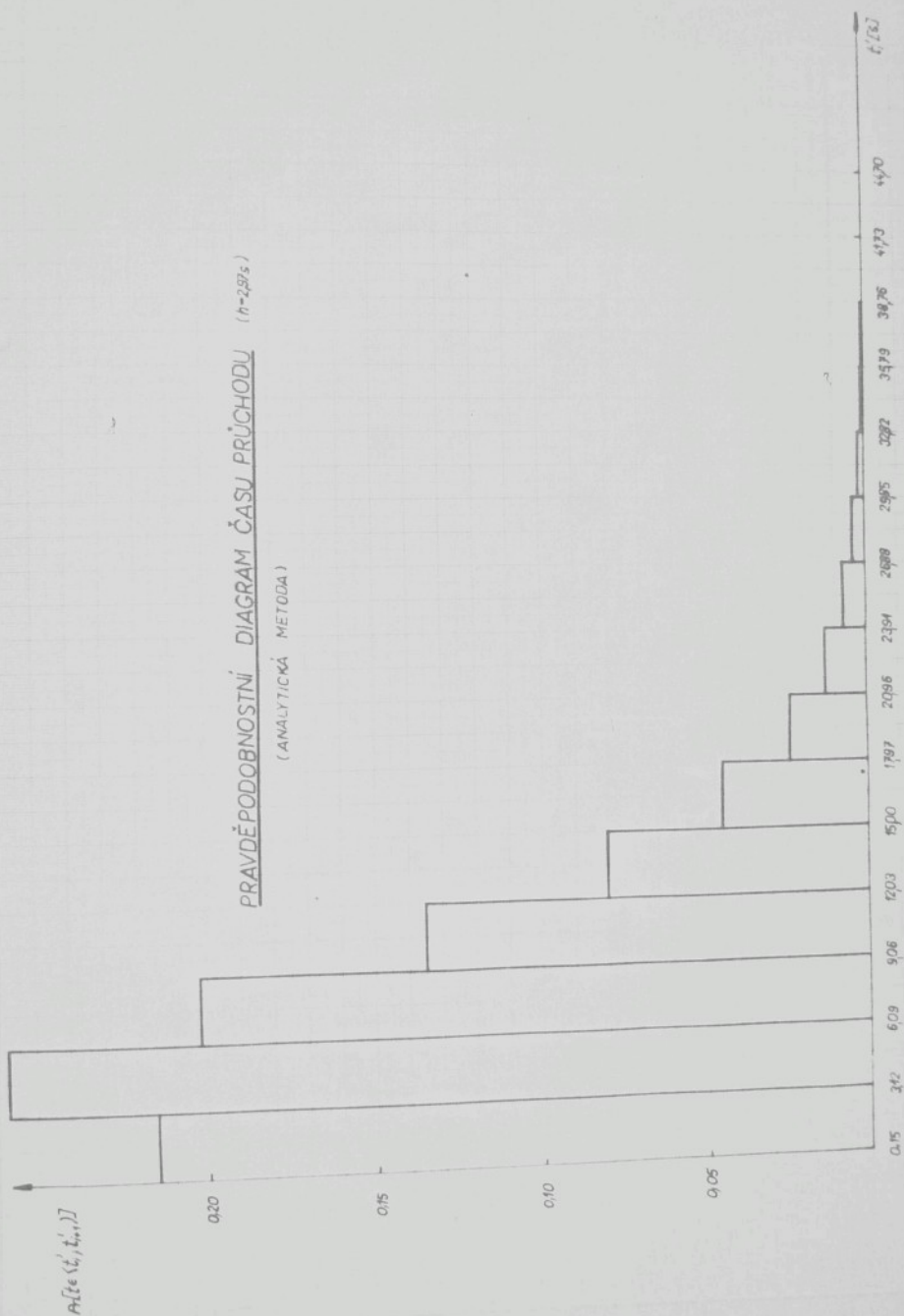
	<i>numerická metoda</i>
$t_i' \div t_{i+1}' [s]$	$Pr[t' \in \langle t_i'; t_{i+1}' \rangle]$
0,15 - 3,12	0,21520848
3,12 - 6,09	0,25845974
6,09 - 9,06	0,20015720
9,06 - 12,03	0,12367537
12,03 - 15,00	0,06936820
15,00 - 17,97	0,03746964
17,97 - 20,94	0,01509997
20,94 - 23,91	0,00476947
23,91 - 26,88	0,00111603
26,88 - 29,85	0,00020417
29,85 - 32,82	0,00002781
32,82 - 35,79	0,00000227
35,79 - 38,76	0,00000012

$\Sigma 0,92555847$

Diagram pro určení pravděpodobností časových intervalů







Hodnoty pravdepodobností času průchodu ($h = 1s$)

		<i>analytická metoda</i>			<i>analytická metoda</i>
$t_i' \div t_{i+1}' [s]$		$Pr[t' \in \langle t_i', t_{i+1}' \rangle]$	$t_i \div t_{i+1} [s]$		$Pr[t' \in \langle t_i', t_{i+1}' \rangle]$
0 - 1		0,106365	23 - 24		0,002657
1 - 2		0,055966	24 - 25		0,003492
2 - 3		0,052661	25 - 26		0,002201
3 - 4		0,120280	26 - 27		0,001429
4 - 5		0,074781	27 - 28		0,001724
5 - 6		0,059551	28 - 29		0,001177
6 - 7		0,095716	29 - 30		0,000763
7 - 8		0,062211	30 - 31		0,000999
8 - 9		0,045544	31 - 32		0,000543
9 - 10		0,064302	32 - 33		0,000418
10 - 11		0,041783	33 - 34		0,000250
11 - 12		0,032281	34 - 35		0,000180
12 - 13		0,039393	35 - 36		0,000121
13 - 14		0,024871	36 - 37		0,000086
14 - 15		0,016322	37 - 38		0,000046
15 - 16		0,022201	38 - 39		0,000030
16 - 17		0,013796	39 - 40		0,000020
17 - 18		0,009098	40 - 41		0,000008
18 - 19		0,012114	41 - 42		0,000008
19 - 20		0,007658	42 - 43		0,000003
20 - 21		0,004958			
21 - 22		0,006303			Σ 0,988417
22 - 23		0,004107			

Hodnoty pravděpodobností času průchodu ($h = 2,97$)

	<i>analytická metoda</i>
$t'_i \div t'_{i+1} [s]$	$Pr[t' \in \langle t'_i, t'_{i+1} \rangle]$
0,15 - 3,12	0,214992
3,12 - 6,09	0,258340
6,09 - 9,06	0,202937
9,06 - 12,03	0,135127
12,03 - 15,00	0,080586
15,00 - 17,97	0,045084
17,97 - 20,94	0,024516
20,94 - 23,91	0,013168
23,91 - 26,88	0,007035
26,88 - 29,85	0,003760
29,85 - 32,82	0,001999
32,82 - 35,79	0,000606
35,79 - 38,76	0,000170
38,76 - 41,73	0,000043
41,73 - 44,70	0,000004

Σ 0,988417

n'	$Pr [n' = k]$
0	0,321511
1	0,279817
2	0,177409
3	0,101265
4	0,055594
5	0,029885
6	0,015986
7	0,008526
8	0,004541
9	0,002433
10	0,001286

Přehled pravděpodobností pro jednotlivé počty průchodů

n'_{17}	$Pr[n'_{17} = k]$	n'_{17}	$Pr[n'_{17} = k]$
1	0,095550	24	0,009486
2	0,086420	25	0,008579
3	0,078163	26	0,007760
4	0,070694	27	0,007018
5	0,063939	28	0,006348
6	0,057830	29	0,005741
7	0,052304	30	0,005193
8	0,047307	31	0,004697
9	0,042787	32	0,004248
10	0,038698	33	0,003842
11	0,035001	34	0,003475
12	0,031656	35	0,003143
13	0,028632	36	0,002843
14	0,025896	37	0,002571
15	0,023421	38	0,002325
16	0,021184	39	0,002103
17	0,019159	40	0,001902
18	0,017329	41	0,001720
19	0,015673	42	0,001556
20	0,014175	43	0,001407
21	0,012821	44	0,001273
22	0,011596	45	0,001151
23	0,010488	46	0,001041

$$q_0 = 0,9045$$