



Identifikace kavitačních procesů na povrchu ozubených kol

Disertační práce

Studijní program: P2301 – Strojní inženýrství
Studijní obor: 3901V003 – Aplikovaná mechanika
Autor práce: **Ing. Stanislav Jirouš**
Vedoucí práce: doc. Ing. Karel Fraňa, Ph.D.



Prohlášení

Byl jsem seznámen s tím, že na mou disertační práci se plně vztahuje zákon č. 121/2000 Sb., o právu autorském, zejména § 60 – školní dílo.

Beru na vědomí, že Technická univerzita v Liberci (TUL) nezasahuje do mých autorských práv užitím mé disertační práce pro vnitřní potřebu TUL.

Užiji-li disertační práci nebo poskytnu-li licenci k jejímu využití, jsem si vědom povinnosti informovat o této skutečnosti TUL; v tomto případě má TUL právo ode mne požadovat úhradu nákladů, které vynaložila na vytvoření díla, až do jejich skutečné výše.

Disertační práci jsem vypracoval samostatně s použitím uvedené literatury a na základě konzultací s vedoucím mé disertační práce a konzultantem.

Současně čestně prohlašuji, že tištěná verze práce se shoduje s elektronickou verzí, vloženou do IS STAG.

Datum:

Podpis:

Anotace

Prostřednictvím především numerických metod bude podrobně zkoumána problematika toků oleje v olejovém filmu a vznik a důsledky existence kavitačních procesů na povrchu dvou spolu zabírajících ozubených kol. Cílem této práce je jednak popsání možných přístupů na řešení tohoto problému a dále uskutečnění numerických výpočtů s cílem optimalizace tvaru povrchu ozubených kol a potlačení intenzity kavitačních jevů způsobující pravděpodobně významnější poškození povrchů ozubených kol. Numerické výpočty budou porovnány s dostupnými experimentálními daty.

Annotation

Primarily with the numerical methods it will be studied an issue of the oil flow in the oil film and the occurrences and the consequences of existence of the cavitations phenomena on the surface of tooth gearing. The aim of this study is to describe possible methods for solving this issue and to implement numerical simulations to optimize and to decrease the intensity of the cavitations effects which probably cause the significant damage of gearing surface. The numerical simulations will be compared with available experimental data.

Poděkování:

Velice děkuji mému školiteli Doc. Ing. Karlu Fraňovi Ph.D. za podporu, pomoc, trpělivost a vedení v průběhu celého doktorského studia a odborné připomínky při zpracování disertační práce.

Stanislav Jirouš

Obsah

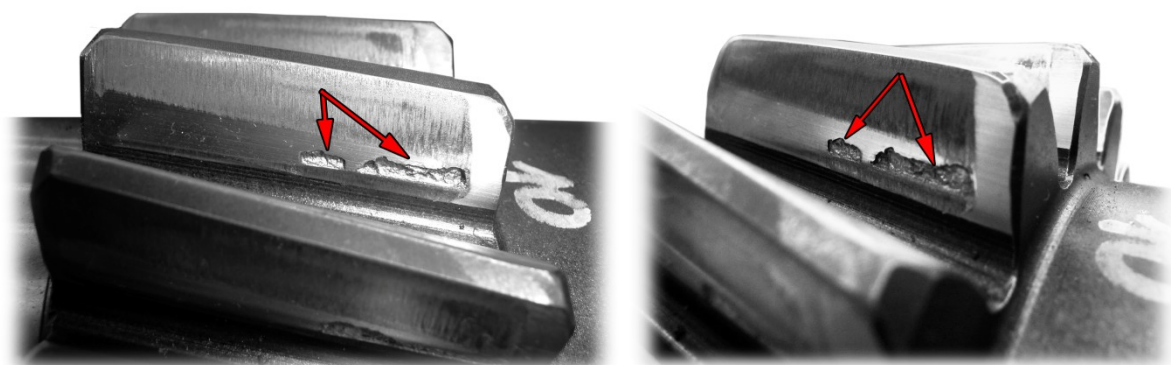
1. Úvod	6
2. Cíle disertační práce.....	8
2.1. Hypotézy poškození povrchu ozubeného kola	9
3. Poškození povrchu ozubených kol	10
4. Teorie kavitace	12
4.1. Základní charakteristiky kavitace	12
4.2. Typy kavitace.....	13
4.3. Fáze kavitace	13
4.4. Fázové rozhraní.....	17
4.5. Dynamika sférické bubliny	19
4.6. Kolaps.....	22
4.7. Účinky kavitace	23
4.8. Rozpustnost vzduchu	25
5. Matematické modelování	27
5.1. Bilanční rovnice	27
5.2. Zákony zachování.....	27
5.3. Turbulentní proudění.....	29
5.4. Modelování vícefázového proudění	35
6. Modelování kavitace.....	38
6.1. Vícefázové metody.....	38
6.2. Bilanční rovnice přenosu hmoty	39
6.3. Dynamika bubliny	39
6.4. Kavitační model Singhal et al.	40
7. Numerické řešení.....	42
7.1. Metoda konečných objemů.	42
7.2. Okrajové podmínky.....	45
8. Výpočetní model.....	46
8.1. Geometrie výpočetního modelu ozubeného soukolí	46

8.2.	Okrajové podmínky výpočetního modelu.	50
8.3.	Definice pohybu ozubených kol.....	52
8.4.	Kvalita výpočetní sítě	61
8.5.	Objemová síť výpočetního modelu.....	64
8.6.	Kapalná fáze výpočetní úlohy - olej	72
8.7.	Metodika vyhodnocení tlakového pole	78
9.	Výsledky numerických simulací.....	81
9.1.	Jednofázový model ($dt = 5e-6$, $\mu = 0,2$ [$kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-1}$]).....	82
9.2.	Více-fázový model VOF, viskozita $0,2$ [$kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-1}$], V16, $dt = 5e-6[s]$	102
9.3.	Jednofázový model, viskozita $0,02$ [$kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-1}$], V16, $dt = 1e-6[s]$	107
9.4.	Jednofázový model, viskozita $0,2$ [$kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-1}$], V16, $dt = 1e-6[s]$	116
10.	závěr.....	123
11.	Použitá literatura	125
12.	Seznam označení veličin	128

1. Úvod

Tato práce vznikla na základě potřeby vysvětlení procesu, při kterém dochází k poškození povrchu ozubených kol a to ve velice krátké době provozu ozubeného soukolí. Práce se věnuje topologii proudění oleje, zkoumání tlakového pole na povrchu ozubených kol pomocí numerických metod s cílem vyšetření jednoho z možných mechanismů poškození ozubených kol nebo nalezení principu, který by popisoval vznik poškození povrchu ozubených kol. Uvažovaným principem poškození povrchu ozubených kol je výskyt nízkých hodnot tlaku oleje, při kterých by mohlo dojít ke vzniku kavitace či narušení olejového filmu na povrchu zubů.

Poškození povrchu ozubeného kola je pozorováno na převodovém ústrojí firmy Wikov MGI a.s., která je výrobcem mechanických převodových zařízení pro nejrůznější aplikace. Výchozím bodem studie byly informace o parametrech geometrie ozubeného soukolí, provozních parametrech a především fyzický model pastorku ozubeného soukolí, na kterém lze pozorovat poškození povrchu zubů, viz obrázek č. 1. Dle dodaných informací společnosti byly příčiny vzniku poškození povrchu zubu vlivem výrobních nepřesností testovány a vyloučeny.



Obr. 1 Poškození povrchu ozubených

Ozubené převody slouží k přenosu energie pomocí tvarové vazby ozubených kol. Při brodění ozubených kol v olejové lázni dochází k mazání a ke tvorbě tenkého olejového filmu nebo olejové vrstvy na povrchu zubů. Tato vrstva oleje slouží k mazání ozubených kol, chlazení a ochraně proti korozivní abrazi. Při rotaci ozubených kol dochází k odvalování ozubených kol po jejich povrchu, přičemž tenký olejový film by měl vždy tvořit rozhraní mezi oběma spolu zabírajícími koly. Prostřednictvím tohoto olejového filmu a tvarové vazby je přenášen výkon ozubených kol.

Ozubené převody vytvářejí tvarovou vazbu mezi hnaným a hnacím členem a umožňují tak přenášet a transformovat energii, vstupující a vystupující parametry, jako jsou krouticí moment a otáčky. Transformace energie není beze ztrát a část vstupující energie je přeměněna v teplo. Při přenášení vysokých výkonů může tato energie být značná a teplo vzniklé v převodové skříni pak výrazně ovlivnit provozní podmínky ozubených převodů.

Tento ztrátový výkon se v první řadě projeví na vlastnostech oleje, který má funkci mazání a chlazení ozubených převodů. Při provozu roste teplota oleje a s ní se mění i viskozita oleje, která ovlivňuje mazací vlastnosti olej.

Tok oleje v prostoru zubové mezery ozubených kol je velice komplexní úloha z několika hledisek. Kinematika pohybu ozubeného soukolí kol je složitá a liší se v závislosti na typu ozubení. Reálný pohyb ozubených kol je ovlivněn výrobní nepřesností a opotřebením ozubených kol. Mezi další parametry ovlivňující tok oleje v zubové mezeře patří geometrie ozubeného kola a jeho zubů. Například pro přímé a šikmé ozubení lze očekávat odlišné proudění oleje, které je také ovlivněno rotační rychlostí, za kterých je ozubené soukolí provozováno.

Tok oleje a tlakové pole působící prostřednictvím olejového filmu je ovlivněno přenášeným a ztrátovým výkonem, které způsobuje zahřívání oleje a tím mění jeho fyzikální vlastnosti jako je stlačitelnost a viskozita. Změnou fyzikálních vlastností oleje se mění jeho schopnost přenášet tlakové a tahové napětí, ale i podmínky vzniku kavitace. V reálném provozu zkoumaného ozubeného soukolí je proudění tvořeno vícefázovým tokem oleje a vzduchu. Při uvažování vzniku kavitace v důsledku toku oleje v prostoru zubové mezery je třeba vzít v úvahu ještě další fázi systému a to páry oleje, které vznikají při dosažení tlaku sytých par v kapalně fázi oleje. Vlastnosti vícefázového systému jsou proměnlivé v závislosti na obsahu vzduchu v oleji rozpuštěném i nerozpuštěném v důsledku zpěnění oleje při toku oleje v celé převodové skříní.

Ke studiu proudění oleje v zubové mezeře byly použity numerické simulace založené na metodě konečných objemů v komerčním programu ANSYS/Fluent. Práce je zaměřena na studii toku oleje a zjišťuje, zda v tekutině mohou nastat takové podmínky, při kterých by docházelo ke kavitaci v oleji a vzniku podmínek poškozujících povrch ozubených kol. Studie toku oleje v zubové mezeře s cílem identifikace jevů zapříčiňujících poškození povrchu zubů je komplexní problém. Odborných publikací zabývajících se kavitací, vícefázovými toky a prouděním tekutin v pohybujícím se mechanickém systému je nespočet, přesto podobná problematika toku oleje v převodové skříní s těžištěm na tok oleje v prostoru zubové mezery řešená pomocí numerických simulací nebyla v literatuře nalezena.

Relativně dobrým zdrojem informací podobného tématu je problematika toku kapaliny v zubových čerpadlech jak s přímými zuby tak i šikmými, kde jsou používány jednofázové i vícefázové modely tekutin s uvažováním kavitace. Vícefázovému proudění oleje a vzduchu v převodových skříních pomocí numerické simulace společně s experimentem se věnovali autor Moshhammer [1], Lemfeld [2] jež se převážně věnují ostříku oleje a proudění oleje v převodové skříní pomocí různých přístupů bez detailnějšího zaměření na tok oleje v prostoru zubové mezery.

2. Cíle disertační práce

Hlavním cílem práce je prostřednictvím především numerických metod prošetřit problematiku toku oleje v olejovém filmu zubové mezery a vznik a důsledky existence kavitačních procesů na povrchu dvou spoluzabírajících ozubených kol. Cílem této práce je jednak popsání možných přístupů na řešení tohoto problému a dále uskutečnění numerických výpočtů s cílem ověření výskytu podmínek vhodných pro výskyt kavitačních jevů způsobující pravděpodobně významnější poškození povrchů ozubených kol. Numerické výpočty budou porovnány s dostupnými experimentálními daty.

Vlastní výzkumná práce je členěna do několika kapitol podle přístupu řešení komplexní úlohy pomocí numerických metod a dle způsobu zjednodušení toku oleje v zubové mezeře s ohledem na uvažované fáze systému, vlastnosti oleje, nastavení numerického řešiče, vstupní geometrii ozubeného kola, typu sítě a dalších podmínek ovlivňující numerickou simulaci. V kapitolách je vždy uveden postup řešení a uvažované zjednodušení celého systému.

Základní vlastnosti řešených úloh numerickými simulacemi lze popsat jako nestacionární proudění, pro simulaci pohybu ozubených kol je použita dynamická síť definovaná pomocí vlastní uživatelské funkce. Jsou řešeny jednofázové i vícefázové modely s proměnnými vlastnostmi. V práci je užita nová metoda pro realizaci rotace ozubených kol. Kinematika ozubených kol je nahrazena pohybem pouze jednoho ozubeného kola, který přináší řadu výhod při realizaci numerické simulace a to převážně při řízení kvality a lokální obnovy výpočetní sítě, ale i při exportu dat z numerické simulace. Při definici geometrie ozubeného soukolí je použito zjednodušení, kdy je zkoumán pouze jeden záběr ozubeného soukolí v jedné zubové mezeře. Toto zjednodušení lze provést, neboť se jedná o rotačně symetrickou úlohu.

2.1. Hypotézy poškození povrchu ozubeného kola

Obecně lze příčiny poškození povrchu ozubených kol rozdělit do dvou skupin:

- a) Vliv účinků proudící tekutiny
- b) Mechanickým opotřebením při záběru ozubených kol

V této práci je zkoumána možnost a), kdy jsou uvažovány podmínky poškození povrchu ozubených kol vlivem toku tekutiny

2.1.1. Kavitační poškození povrchu ozubených kol.

Hlavní hypotéza poškození povrchu boků zubů ozubených kol je v důsledku kavitačního působení kapaliny na obtékaný materiál. Výskyt kavitačních jevů v prostoru zubové mezery může nastat v okamžiku, kdy jsou splněny podmínky pro vznik kavitačních zárodků, tedy kdy tlak v kapalině klesne na hodnotu nebo pod hodnotu tlaku sytých par kapaliny [3]. Při splnění této podmínky začíná docházet k procesu kavitace, který při určitých podmínkách končí kolapsem kavitační bubliny. V případě zániku kavitačních bublin v blízkosti povrchu ozubených kol způsobí silné narušení povrchu zubu [4], [5], [6], [7]. Destruktivní účinky kavitace, napětí a pulzy způsobené kolapsem kavitační bubliny má parametry, které mohou vést k výraznému poškození materiálu [8].

Charakteristika proudění v prostoru zubové mezery a podmínky vzniku kavitace jsou studovány na konkrétním geometrickém modelu pomocí numerických simulací s cílem ověřit výskyt podmínek vedoucím ke vzniku kavitace a tyto děje kvantifikovat.

2.1.2. Poškození povrchu ozubených kol ostřikem oleje.

Poškození povrchu ozubených kol může být způsobeno vlivem negativního působení oleje, mazací kapaliny. Při záběru ozubených kol dochází k vytlačování oleje z prostoru zubové mezery. Vlivem vytlačování kapaliny z prostoru zubové mezery vysokou rychlostí může dojít k ostřiku přilehlých ploch, kdy dopadající kapalina na přilehlé stěny tvoří tlakové rázy, které mohou narušit povrch ozubených kol [9].

2.1.3. Mechanické poškození povrchu ozubeného kola při odvalování

Při záběru ozubených kol přicházejí do styku boky zubů spoluzabírajících ozubených kol a dochází k odvalování a skluzu povrchů zubů. Vzájemným mechanickým působením může dojít k ulomení zubu, k zadírání povrchů ozubených, k vydrolování povrchů a dalším poškozením, která nejsou v rámci řešení této práce zahrnuta.

3. Poškození povrchu ozubených kol

Výrobce ozubeného soukolí byla dodána dokumentace ozubeného soukolí včetně provozních podmínek, u kterého bylo pozorováno destruktivní porušení povrchu ozubeného kola. Výskyt porušení povrchu ozubeného kola se vyskytuje na pastorku ozubeného soukolí mezi patní a roztečnou kružnicí. Dle poskytnutých informací byly provedeny testy na několika vzorcích, které vyloučily příčinu poškození pastorku vlivem výrobní nepřesnosti. Na základě těchto dodaných informací a dlouholeté praxe firmy v oblasti výroby ozubených kol nebyla zkoumána příčina porušení povrchu zubu vlivem mechanického působení nebo výrobní nepřesnosti či výrobní technologie.



Obr. 2 Poškození povrchu zubu

Poškození pastorku ozubeného soukolí se objevuje na každém zubu. Tvar i velikost porušení se víceméně shodují a jsou na každém zubu velice podobné ve stejném místě. Poškození ozubených kol je sledováno velice brzo po zahájení provozu soukolí. Velikost poškození, která je zobrazena na obrázku č. 2 a č. 3 vznikla již po 12 hodinách provozu v uvažovaném zátěžném stavu ozubeného soukolí.

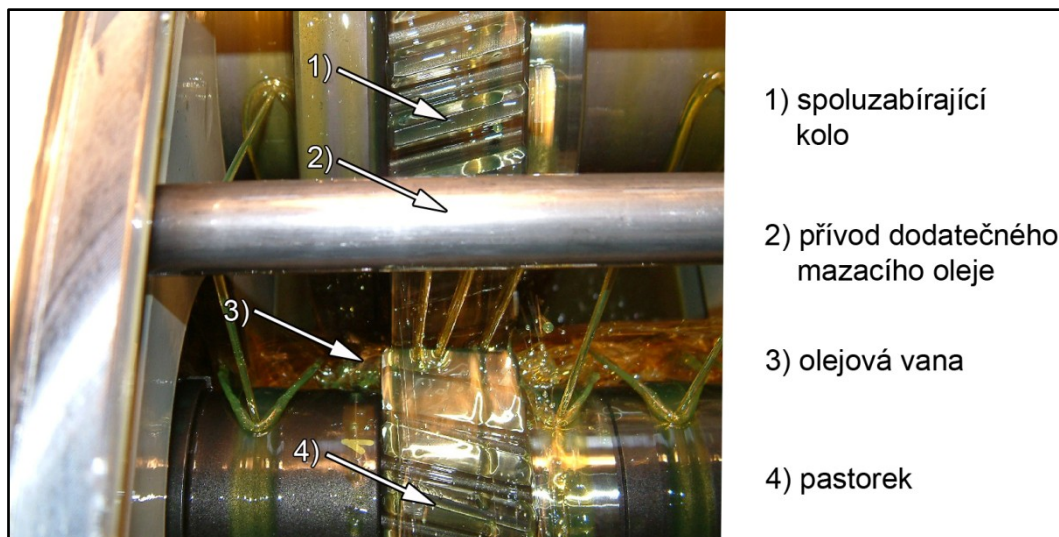


Obr. 3 Poškození povrchu zubu

K poškození povrchu zubu došlo při následujících provozních podmínkách:

přenášený kroutící výkon:	3000 [N·m]
rychlost rotace pastorku:	1495 [ot./min.]
rychlost rotace spoluzabírajícího kola:	478,4 [ot./min.]

Výrobce byly testovány dva způsoby mazání ozubených kol. První varianta je standardní, kdy se jedno z ozubených kol brodí v olejové vaně převodové skříně a tím dochází k přenosu oleje skrze hnané spoluzabírající ozubené kolo do zubové mezery soukolí. Pro ověření dostatečnosti mazání ozubeného soukolí byl realizovaný jiný způsob mazání. Úprava mazání ozubených kol byla provedena dodatečným vstřikováním oleje do prostoru ozubených kol, tak aby byla zajištěna dostatečná vrstva oleje na ozubeném soukolí, obrázek č. 4.



Obr. 4 Dodatečné mazání ozubeného soukolí

K porušení povrchu ozubeného kola došlo i při dodatečném vstřikování oleje do prostoru záběru a nebyla prokázána nedostatečnost mazání ozubených kol.

4. Teorie kavitace

Kavitace je obecně definovaná jako výskyt bublin nebo bubliny v kapalině homogenního prostředí vyplněných plynem nebo parami kapaliny za různých podmínek, kdy může docházet k růstu, kolapsu a znovu vytvoření bubliny. Jev kavitace je ve většině případů nežádoucí, zejména při výskytu v hydraulických zařízeních a turbostrojích, neboť má negativní účinku na účinnost a životnost zařízení.

Přesto, že jev kavitace je relativně dlouho známý a zkoumaný jev, nebyl zcela vyřešen a všechny otázky této problematiky nejsou zodpovězeny. Hydraulická zařízení jsou konstruována pro vysoké výkony s maximální účinností pokud možno s co nejmenším konstrukčním prostorem a maximálními otáčky (výkony), což zvyšuje riziko výskytu kavitace.

V současné době existuje mnoho zařízení umožňující detekovat a měřit charakteristiky kavitace, jsou používány matematické modely popisující kavitaci a implementovány do numerických řešičů, přesto fyzikální jev kavitace je na tolik složitý a komplexní, že postihnutí všech jeho měřítek je velice náročné a komplikované.

Kavitace je doprovázena nežádoucími účinky, jako je například snížení účinnosti strojů, výskyt vibrací či poškození povrchu materiálu obtékaného kapalinou. Jedním z cílů této práce je především prostřednictvím numerických simulací vyšetřit tok oleje zubovou mezerou ozubených kol převodového soukolí a analyzovat proudové pole a určit, zda mohou nastat podmínky v oleji takové, aby došlo k výskytu kavitace. Výskyt kavitace v oleji při záběru ozubených kol je hlavní hypotézou poškození povrchu zubu, proto bude teorie kavitace popsána v této kapitole.

4.1. Základní charakteristiky kavitace

V proudění, kdy nejsou dosaženy podmínky vzniku kavitace, nemá velikost absolutního tlaku vliv na proudící kapalinu, ale je významná pro vznik kavitace. Obecně lze říci, že kavitační proudění není závislé na primární povaze proudění, ale je silně závislé na absolutním tlaku kapaliny. V okamžiku, kdy absolutní tlak kapaliny dosáhne hodnoty tlaku sytých par, začne docházet ke kavitaci. Tedy vznik a výskyt kavitace není závislý na tlakovém gradientu, ale na hodnotě absolutního tlaku. Výskyt a predikce kavitace je jak teoreticky tak empiricky založena na velikosti absolutního tlaku v kritické oblasti. Limitní hodnotou pro výskyt kavitace, jak již bylo řečeno, je tlak sytých par kapaliny.

4.2. Typy kavitace

Existuje několik přístupů jak klasifikovat kavitační proudění, která odpovídají typu proudění (vzduchová, pseudo a parní kavitace). Kavitaci lze rozlišit na několik základních typů dle místa výskytu a základních fyzikálních charakteristik [8],[10].

4.2.1. Kavitace ve volném proudu

V tomto případě se jedná o vznik, růst a kolaps kavitačních bublin unášených proudem kapaliny. Tyto bubliny jsou transportovány hlavním proudem. Bubliny jsou viditelné v oblastech nízkého tlaku v blízkosti povrchu stěn. Jejich růst a velikost je závislá na velikosti tlaku v proudu kapaliny. V okamžiku, kdy jsou bubliny v oblasti vyššího tlaku, než je tlak sytých par, dochází ke kolapsu kavitačních bublin a k jejich zániku. Kolaps bubliny je většinou doprovázen znovu vytvořením kavitační bubliny a opětovným zánikem. Projevem je pulzace tlakového pole po zániku bubliny.

4.2.2. Kavitace přilehlá k povrchu stěn

Tento případ odpovídá situaci, kdy je proud kapaliny přilehlý k obtékanému tělesu. Po vzniku kavitace je kavitační oblast také přilehlá k obtékanému povrchu. Kavitační oblast se vyskytuje v dané oblasti a není transportována dále po proudu kapaliny. Tato oblast se obvykle vyznačuje nestabilitou či nestacionárním chováním v důsledku výskytu turbulentního proudění. Kapalina na okraji primární kavitační oblasti obsahuje velké množství malých kavitačních oblastí, které po dosáhnutí jejich maximální velikosti (poloměru bublin) a posunu k okraji primární kavitační oblasti zanikají.

4.2.3. Vírová kavitace

Ve vírových oblastech proudění může docházet ke kavitaci ve středu víru v oblasti nízkého tlaku a tlakových pulzací. Pokud se střed víru obsahující kavitační bubliny dostane do těsné blízkosti stěny, může dojít ke kavitační erozi povrchu obtékané stěny.

4.2.4. Kavitace v důsledku vibrací

V případě, kdy obklopený povrch kapalinou vibruje vysokou frekvencí, kapalina nestačí sledovat jeho povrch a dojde k odtrhnutí kapaliny od tohoto povrchu, přičemž dojde k tvorbě kavitačních bublin.

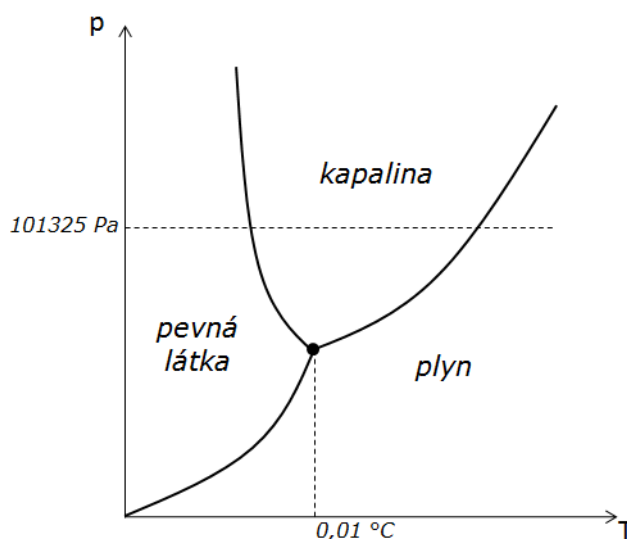
4.3. Fáze kavitace

Na základě průběhu procesu kavitace lze stanovit základní tři fáze. Vznik kavitačních jader, růst kavitačních bublin a kolaps kavitačních bublin. První fází je vznik kavitačních jader, okamžik kdy dochází k formování bubliny. Tato fáze kavitace je velice těžko identifikovatelná

z důvodu velmi malých délkových měřitek kavitace. V této fázi jsou bubliny velice malé a oblast výskytu je také omezena. V okamžiku, kdy je vytvořena kavitační bublina, která se zvětšuje nebo osciluje, jedná se o fázi růstu. V poslední fázi, kdy kavitační bublina dosáhne své kritické velikosti, kavitační bublina kolabuje a zaniká.

4.3.1. Vznik kavitačních jader

Jedná se o fázi, kdy dochází ke vzniku kavitace, kdy dochází k vypařování par kapaliny nebo jsou formovány bubliny rozpuštěného plynu v kapalině. Na základě experimentálních měření je známo, že k počátku kavitace dochází v okamžiku, kdy tlak kapaliny je roven přibližně hodnotě tlaku sytých par. Tato hodnota není přesná, případ od případu se liší na základě vlastností kapaliny, a není zcela v souladu s konceptem tlaku sytých par. Tato problematika je uvedena v [10], [11], [12].



Obr. 5 Fázový diagram vody

Koncept vzniku kavitace při dosažení tlaku kapaliny sytých par je odvozen z fázového diagramu. Z obrázku č. 5 je patrné, že změna fáze z kapalné na plynnou nastane při snížení tlaku za konstantní teploty. Kavitace je obdobná varu, ale zapříčiněná poklesem tlaku v důsledku proudění.

Tlak sytých par je definován jako rovnovážný tlak, při dané teplotě, mezi parami kapaliny a kapalinou. Pokud by se kavitační bublina vytvořila v homogenní kapalině, napětí k narušení kontinuity kapaliny by neodpovídalo tlaku sytých par, ale mnohem nižšímu tlaku. Neboli homogenní kapalina je schopna odolávat takovému napětí, respektive negativnímu tlaku kapaliny [10].

Homogenní kapaliny jsou schopné odolávat vysokému napětí, naproti tomu u nehomogenních kapalin ke kavitaci dochází již při snížení tlaku přibližně na hodnotu tlaku sytých par. Tento fakt je daný tím, že kapaliny obsahují různé příměsi jak organického původu, tak i znečišťující částice a rozpuštěný i nerozpuštěný plyn (vzduch). Tyto částice obsažené v kapalině snižují schopnost kapaliny přenášet napětí a zvyšují tlak, při kterém dochází ke kavitaci. S ohledem na čistotu kapaliny, její znečištění a obsah nerozpuštěného vzduchu, byly naměřeny různé hodnoty tlaku, při kterých dochází ke vzniku kavitace pro různé kavitační tunely a různé úpravy vody [13].

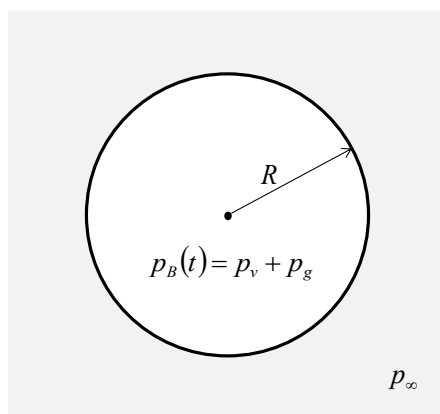
V hydraulických olejích se vyskytuje okolo 10% nerozpuštěného vzduchu při atmosférických podmínkách. Protože kapaliny obsahují nerozpuštěné plyny a další příměsi, není jejich pevnost stanovena na základě tahové pevnosti, ale je určena dle tlaku sytých par.

Další faktory ovlivňující vznik kavitace:

Schopnost kapaliny přenášet napětí je stav, kdy nedochází ke vzniku viditelných kavitačních bublin při tlacích nižších, než je tlak sytých par. Velikost napětí, které je tekutina schopná přenést aniž by došlo ke kavitaci je závislá na množství vzduchu obsaženého v kapalině, velikosti a vlastnosti kavitačních zárodků [14] a době setrvání v oblasti s nízkým tlakem. Kavitační jádra potřebují určitý čas pro jejich růst, tak aby mohla dosáhnout kritické velikosti a mohlo dojít ke kolapsu bubliny. Mezi další faktory patří například drsnost obtékaného povrchu i vliv turbulentního proudění.

4.3.2. Bublina v rovnovážném stavu.

Zjednodušený případ, kdy uvažujeme sférickou bublinu obsahující plyn a páru v rovnovážném stavu obklopenou kapalinou, je vhodný pro základní analýzu dynamiky bubliny, viz obrázek č. 6. Předpokládejme, že kapalina je schopna odolávat tlaku menšímu, než je tlak sytých par, dokonce i tahu. Poloměr R je dostatečně malý tak, aby statický tlak kapaliny byl zanedbatelný oproti povrchovému napětí.



Obr. 6 Tlak působí na bublinu

Podmínka rovnováhy působící na rozhraní bubliny:

$$p_{\infty} = p_g + p_v - \frac{2S}{R} \quad (1)$$

p_g - parciální tlak plynu v bublině

p_v - tlak par v bublině

S - povrchové napětí

R - poloměr bubliny

p_{∞} - tlak kapaliny v nekonečnu

Za předpokladu pomalých změn tlaku je zachována rovnováha sil působících na bublinu a je uvažován i přestup tepla z kapaliny do páry a obráceně. Inicializační stav bubliny lze popsat rovnicí:

$$p_{\infty 0} = p_{g0} + p_v - \frac{2S}{R_0} \quad (2)$$

R_0 - počáteční poloměr bubliny

Tlak plynu uvnitř bubliny je nepřímo-úměrný objemu bubliny při uvažování izotermické změny. Změna poloměru je pomalá a teplo přestupuje skrze fázové rozhraní.

$$p_{\infty 0} = p_{g0} \left[\frac{R_0}{R} \right]^3 + p_v - \frac{2S}{R_0} \quad (3)$$

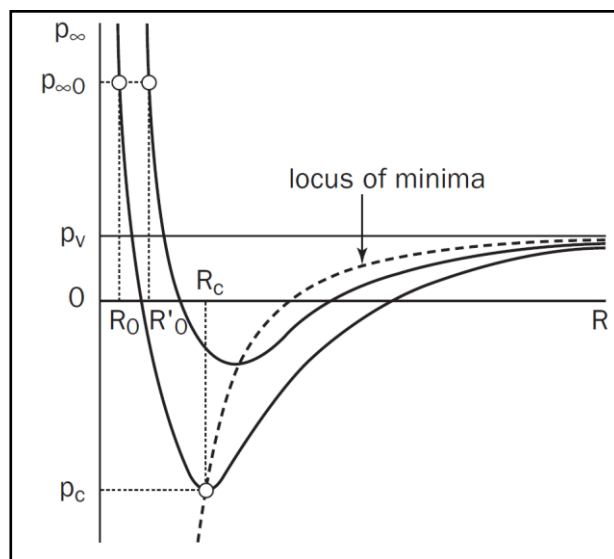
Vlivem změny okolního tlaku dochází k růstu bubliny nebo jejímu zmenšování. Na základě uvedených vztahů lze odvodit kritický tlak p_c a kritický poloměr R_c , kdy při dosažení těchto hodnot je bublina na mezi stability a může začít nekontrolovaně růst.

Minimální stav:

$$R_c = R_0 \sqrt{\frac{3p_{g0}}{\frac{2S}{R_0}}} \quad (4)$$

$$p_c = p_v - \frac{4S}{3R_c} \quad (5)$$

Při konstantní teplotě kapaliny jsou nukleidy charakterizovány množstvím plynu, který je úměrný vztahu $p_{g0}R_0^3$. Vliv množství vzduchu společně s velikostí kavitačních zárodků je zobrazen na obrázku č. 7.



Obr. 7 Kritický poloměr v závislosti na velikosti kavitačního zárodku [3]

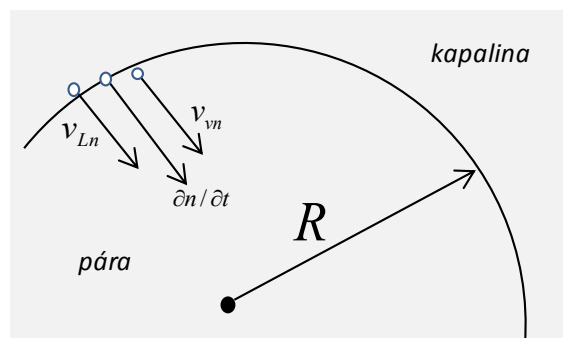
Při uvažování bubliny, která ve výchozím stavu obsahuje více plynu, její poloměr je $R'_0 > R_0$ při tlaku v nekonečnu p_∞ , je dle obrázku č. 7 patrné, že čím větší jsou kavitační zárodky tím je tlak vzniku kavitace vyšší, neboli schopnost kapaliny přenášet napětí je nižší.

Síly působící na bublinu se jí snaží vrátit do výchozího stavu, pokud je uvažovaný tlakový spád negativní na levé části křivky od kritického tlaku p_c . Naproti tomu pravá část křivky za hodnotou kritického tlaku znamená, že bublina je v nestabilní oblasti a rapidně roste.

Rozdíl hodnot mezi p_v a p_c je nazýván jako *static delay cavitation* a vyjadřuje, že čím menší jsou kavitační zárodky, tím je hodnota kritického tlaku nižší.

4.4. Fázové rozhraní

Kavitační proudění je vícefázové proudění a je tedy charakterizované výskytem fázového rozhraní. Odezvy fázového rozhraní na vnější rozruchy jsou rozdílné na základě typu proudění a typu rozrání kapaliny a plynu. Dvou-fázové toky obsahující plynové bubliny nejsou předmětem rapidní změny střední hustoty (mimo rázových vln). To je způsobeno povahou rozhraní. Nedochozí k fázové přeměně, protože plyn má určitý druh stabilizačních vlastností proudění. Naopak při výskytu páry v dutině bubliny je fázové rozhraní velice nestabilní a při větší změně tlaku dochází ke změně velikosti i tvaru rozrání.



Obr. 8 Schematické zobrazení fázového rozhraní

Hmotnostní tok skrze fázové rozhraní je úměrný normálové rychlosti rozhraní kapaliny a páry (vzduchem). Zachování hmoty procházející skrze fázové rozhraní je dáno vztahem:

$$m = \rho_l \left[v_{ln} - \frac{dn}{dt} \right] = \rho_v \left[v_{vn} - \frac{dn}{dt} \right] \quad (6)$$

m - hmotnost

ρ - hustota

v - rychlost

t - čas

l - index označující kapalnou fázi (l - liquid)

v - index označující plynou fázi, páru kapaliny (v - vapour)

dn/dt - rychlost fázového rozhraní

Obecně mohou nastat dva základní případy pohybu fázového rozhraní bubliny:

a) pro zanedbatelný tok skrze fázové rozhraní bubliny s poloměrem $R(t)$ a normálovou rychlost rozhraní dR/dt platí:

$$v_{ln} = v_{vn} = \frac{dR}{dt} \quad (7)$$

b) pro případ stacionární kavitace, například při kavitaci na obtékaném profilu

$$\frac{dR}{dt} = 0 \quad (8)$$

V tomto případě se předpokládá, že hmotnostní tok skrze fázové rozhraní je zanedbatelný a rychlost fázového rozhraní je rovna nule. Rychlost okolního proudu je tangenciální k okraji fázového rozhraní.

4.5. Dynamika sférické bubliny

Růst bubliny je ovlivněn spolupůsobením povrchového napětí, viskozity, setrvačností, přenosem tepla a hmoty.

Dle typu růstu kavitační bubliny jsou rozlišovány tři různé typy:

4.5.1. Vzduchová kavitace

Pokud okolní tlak kapaliny obklopující bublinu dosáhne hodnoty tlaku nasycených par, začne bublina růst vlivem přenosu plynu skrze fázové rozhraní. Tento proces je pomalý.

4.5.2. Pseudo kavitace

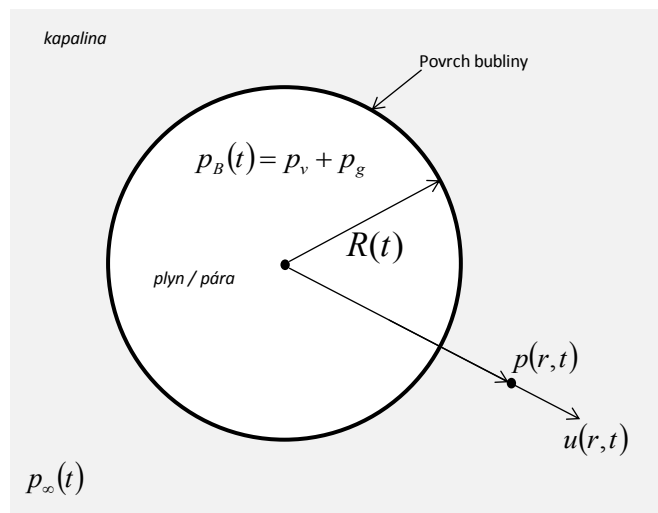
Pokud je růst bubliny způsoben změnou tlaku bez přenosu hmoty skrze fázové rozhraní.

4.5.3. Parní kavitace

Pokud tlak okolní kapaliny dosáhne hodnoty tlaku sytých par, vlivem vypařování kapaliny dochází k přenosu hmoty a rapidnímu růstu bubliny. Tento proces je velmi rychlý.

Popis dynamiky bubliny popisuje Rayleigh-Plessetova rovnice, která je odvozena za následujících předpokladů: sférická bublina se zafixovaným středem je vystavena uniformní změně tlaku v jejím okolí. S ohledem na uvedené zjednodušení jsou studovány základní charakteristiky dynamiky bubliny při vzniku bubliny, růstu a kolapsu. Na základě pozorování a experimentů bylo zjištěno, že dynamické vlastnosti bubliny odvozené pro bublinu se zafixovaným středem (bez pohybu) jsou velice podobné dynamice bubliny v proudící kapalině. Jako první tento zjednodušený model uvažoval Besant [15]. V roce 1954 uvažoval Plesset obecný případ bubliny s vlivem viskozity a stlačitelnosti.

Předpoklady pro odvození základních vlastností dynamiky bubliny jsou: kapalina je nestlačitelná, newtonovská, nevazká, vliv gravitace není uvažován, obsah vzduchu v bublině je konstantní, je uvažován adiabatický děj, bublina je nasycena parou, jejíž tlak odpovídá parciálnímu tlaku par při teplotě kapaliny.



Obr. 9 Schéma bubliny, její poloměr a tlak uvnitř i vně bubliny

Pro počáteční a okrajové podmínky platí – bublina je v rovnovážném stavu:

Přenos hmoty skrze fázové rozhraní je zanedbatelný, takže rychlost na rozhraní $u(R, t)$ je rovna rychlosti rozhraní:

$$\dot{R} = dR/dt \quad (9)$$

- v případě vazké kapaliny při kinematické viskozitě ν je normálové napětí na rozhraní dané rovnicí:

$$-\tau_{rr}(R, t) = -p(R, t) + 2\nu \frac{\partial u}{\partial r} \Big|_{r=R} \quad (10)$$

- rovnováha normálových sil je dána vztahem:

$$-\tau_{rr}(R, t) = p_v + p_g(t) - \frac{2S}{R} \quad (11)$$

p_g - parciální tlak plynu v bublině

- při uvažování adiabatické změny je tlak v bublině při počátečním poloměru bubliny roven:

$$p_g(t) = p_{g0} \left[\frac{R_0}{R(t)} \right]^{3\gamma} \quad (12)$$

γ - poměr měrné tepelné kapacity při konstantní tlaku a objemu

c_{pg} - měrná tepelná kapacita plynu při konstantním tlaku

c_{vg} - měrná tepelná kapacita plynu při konstantním objemu

Tlak na rozhraní bubliny a kapaliny je dán vztahem:

$$p(R, t) = p_v + p_{g0} \left(\frac{R_0}{R} \right)^{3\gamma} - \frac{2S}{R} + 2\nu \frac{\partial u}{\partial r} \Big|_{r=R} \quad (13)$$

Daleko od bubliny se předpokládá, že rychlost je rovna $u = 0$ a tlak $p(\infty, t)$ je roven $p(\infty)$.

Pro počáteční podmínky $t = 0$ dle předpokladů platí rovnováha $\dot{R}(0)$, tedy rovnice 13 přejde do tvaru:

$$p_{0\infty} = p_{g0} + p_v - \frac{2S}{R_0} \quad (14)$$

4.5.4. Rayleigh-Plesset rovnice

Na základě uvedených zjednodušení a symetričnosti úlohy je rovnice kontinuity pro nestlačitelnou tekutinu ($\text{div} \vec{V} = 0$) dána rovnicí:

$$u(r, t) = \dot{R} \frac{R^2}{r^2} \quad (15)$$

V tomto specifickém případě je člen viskozity v Navier-Stokes-ovi rovnici nulový. Proto pro vazkou i nevazkou kapalinu je momentová rovnice ve tvaru:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial r} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} \quad (16)$$

po dosazení členu 15 do rovnice 16 (stejně jako pro běžné odvození NS) obdržíme:

$$\ddot{R} \frac{R^2}{r^2} + 2\dot{R} \left[\frac{R}{r^2} - \frac{R^4}{r^5} \right] = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} \quad (17)$$

Integrací rovnice dle poloměru s uvažováním podmínek v nekonečnu pro tlak získáme rovnici:

$$\frac{p(R, t) - p_\infty(t)}{\rho} = \ddot{R} \frac{R^2}{r} + 2\dot{R} \left[\frac{R}{r} - \frac{R^4}{4r^4} \right] \quad (18)$$

Rovnice (18) je ekvivalentní Bernoulliho rovnici pro nestacionární proudění nevazké kapaliny. Na hranici rozhraní platí $r = R$ a rovnici lze psát ve tvaru:

$$\frac{p(R, t) - p_\infty(t)}{\rho} = R\ddot{R} + \frac{3}{2}\dot{R}^2 \quad (19)$$

použitím rovnice (13) pro tlak fázového rozhraní:

$$\frac{\partial u}{\partial r} \Big|_{r=R} = -\frac{2\dot{R}}{R} \quad (20)$$

Ize rovnici 19 upravit do tvaru:

$$\rho \left[R\ddot{R} + \frac{3}{2}\dot{R}^2 \right] = p_v - p_\infty(t) + p_{g0} \left(\frac{R_0}{R} \right)^{3\gamma} - \frac{2S}{R} - 4\mu \frac{\dot{R}}{R} \quad (21)$$

Tato Rayleigh-Plessetova rovnice umožňuje určit velikost poloměru R dle daného tlaku v nekonečnu $p_\infty(t)$. Pro nevazké kapaliny, člen na pravé straně zmizí. Tato rovnice je známá pod Rayleighovou rovnicí. Rovnice je diferenciální a vysoce nelineární vlivem setrvačných sil. To se projeví ve specifických vlastnostech bubliny.

4.6. Kolaps

Uvažujme bublinu v rovnovážném stavu při okolním tlaku $p_\infty = p_v$. Při zvýšení okolního tlaku $p_\infty(t)$ se stane bublina nestabilní a proces kolapsu bubliny začíná. Kolaps kavitační bubliny je velice komplikovaný děj, který není zcela popsán a vysvětlen. Pokud dochází k rychlému kolapsu bubliny, generované tlakové pulzy dosahují řádů stovek megapascalů, které mohou poškodit zasažený povrch či narušit proudové pole.

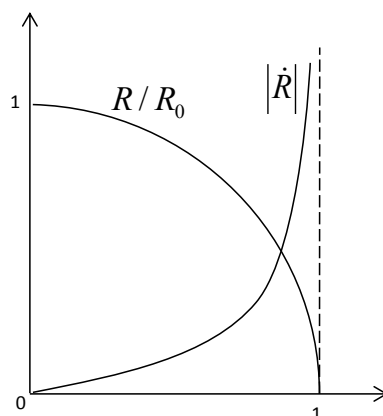
Na základě zjednodušeného modelu bubliny lze odvodit základní charakteristiky při kolapsu bubliny, ale dále neumožňuje popsat jevy vznikající po kolapsu bubliny, jako je znovuvytvoření bubliny a následný opětovný kolaps bublin.

Z Rayleigh-Plessetovi rovnice je integrací odvozen vztah pro rychlost fázového rozhraní kolapsu[16].

$$\frac{dR}{dt} = -\sqrt{\frac{2}{3} \frac{p_\infty - p_v}{\rho} \left[\frac{R_0^3}{R^3} - 1 \right]} \quad (22)$$

Numerickou integrací této rovnice je spočten poloměr bubliny závislý na čase. V okamžiku zániku bubliny roste rychlost fázového rozhraní do nekonečna a poloměr se blíží nule:

$$\tau = \sqrt{\frac{2}{3} \frac{p_\infty - p_v}{\rho}} \int_0^{R_0} \frac{dR}{\frac{R_0^3}{R^3} - 1} = 0,915 R_0 \sqrt{\frac{\rho}{p_\infty - p_v}} \quad (23)$$



Obr. 10 Závislost rychlosti na poloměru v bezrozměrných veličinách

Dle numerických výpočtů jsou hodnoty rychlosti fázového rozhraní $|\dot{R}| = 720 \text{ [m}\cdot\text{s}^{-1}]$ pro $R/R_0 = 1/20$. Tyto vysoké rychlosti odpovídají řádově polovině rychlosti zvuku vody a nabízejí úvahu o nutnosti zohlednění stlačitelnosti kapaliny při kolapsu bubliny. Mimo to, by měly být zohledněny i jiné fyzikální aspekty, jako je obsah nekondenzujícího plynu v kapalině, množství kondenzujících par, které ovlivní charakteristiky dynamiky bubliny. Nicméně Rayleigh-Plessetový model demonstruje vlastnosti kolapsu bubliny jako je malé časové měřítko pro velké změny tlaku a velikost bubliny.

V praktických případech je velice komplikované měřit a vizualizovat výskyt kavitace, neboť například samotná tlaková sonda narušuje proudění. Pokud se jedná o čistou kapalinu lze kavitaci vizualizovat pomocí vysokorychlostní kamery.

4.7. Účinky kavitace

Jak již bylo řečeno v úvodu, kavitace má ve většině případů negativní účinky na zařízení, ve kterých ke kavitaci dochází. V případě strojních zařízení je známo a bylo prokázáno, že ke kavitaci dochází u vodních turbín, v odstředivých čerpadlech, v zubových čerpadlech, v potrubních systémech, ale i v zařízeních, které neslouží k přenosu a transformaci energie jako jsou ventily, průtoková měřidla a vstřikovací trysky.

4.7.1. Poškození povrchu

Kavitační rozrušení vzniká v místě zániku kavitační bubliny. Při kavitaci vlivem odtržení proudu dochází k poškození v místě odtržení proudu. Při zániku kavitační dutiny dochází k tlakovému rázu. Velikost rázu je závislá na vlastnostech bublinky.

Při zániku kavitační dutiny se tlak pohybuje řádově kolem $1 \cdot 10^8 \text{ [N}\cdot\text{m}^{-2}]$ a dochází k rozpadu bubliny na menší části – bublinky. Zpravidla při kolapsu bubliny není zachován kulový tvar, což ovlivňuje i dobu zániku. Tlakový ráz vzniklý při zániku kavitační dutiny působí až do

vzdálenosti $L = 5 \cdot R_{max}$. Kavitační bublina v oblasti zvýšeného tlaku několikrát zanikne a vznikne, než se úplně rozpadne. Životnost bubliny je $6 \cdot 10^{-3}$ [s].

Kavitační rozrušení se určuje dle úbytku materiálu za určitý čas, nebo za určitý počet rázů. První fáze kavitačního rozrušení je označována jako inkubační doba. Kavitační rozrušení během inkubační doby začíná v povrchové vrstvě materiálu a projevuje se pouze slabým napadením materiálu. Toto porušení povrchu je pozorováno jako vystupující mikro-reliéf. Po inkubační době je míra úbytku materiálu lineárně závislá na čase.

Zvýšení odolnosti materiálu proti kavitačnímu rozrušení znamená prodloužení inkubační doby. Kavitační rozrušení probíhá na ploškách několikanásobně menších, než jsou plochy zrn, tedy na ploše okolo $1 \cdot 10^{-5}$ [mm²].

4.7.2. Typické měřítka a rozsahy hodnot udávaných pro kavitaci jsou následující:

- mechanické napětí v materiálu: $1-3,5 \cdot 10^8$ [N·m⁻²]
- doba působení rázu: $1 \cdot 10^{-5}$ [s]
- při střídavém styku bublinky a kapaliny je vyvolané napětí $1,7-3,4 \cdot 10^7$ [N·m⁻²]
- ohřátí materiálu o 400°C až 500°C při jeho malém součiniteli vedení tepla, pro vodivý materiál o 260°C

4.7.3. Ovlivnění proudění

Dalším projevem kavitace může být ovlivnění a interakce s primárním prouděním. To může vést ke změně topologie proudění a v důsledku to může ovlivnit pracovní režim zařízení, jeho účinnost a funkci. Projevy kavitace lze sledovat na snížené účinnosti zařízení jako je přenášený výkon v důsledku zhoršeného přenosu hybnosti z kapaliny na rotor nebo lopatky, kde lze relativně snadno měřit snížení účinnosti stroje.

4.7.4. Vibrace

Kavitace je z její podstaty nestacionární proces doprovázený fluktuacemi tlaku a rázovými vlnami. Tyto pulzace tlaku mohou vést k vibracím v zařízeních. Frekvence vibrací se vyskytují v širokém pásmu s nízkými amplitudami a mohou vést i k jinému typu poškození než je kavitační porušení materiálu.

4.7.5. Hluk

Hluk je způsoben plynem či parami, které jsou stlačeny v bublině. Při kolapsu dochází k tvorbě rázových vln, které generují hluk. Zvukové projevy jsou jedním s identifikátorů výskytu kavitace a jsou evidovány zpravidla jako první. Na základě generovaného hluku jsou vytvořeny diagnostické metody k určení výskytu kavitace a na jejich základě lze určit míru

poškození materiálu [17]. Většina analytických přístupů je založena na kolapsu samostatné bubliny.

4.7.6. Luminiscenční jevy v kavitaci.

V určitých případech jsou pozorovány luminiscenční jevy při zániku kavitační dutiny. Názory na vznik luminiscence se liší, mezi hypotézy patří:

- a) při zániku kavitační dutiny se zbylý vzduch stlačí a dosahuje vysokých teplot $0,6-1 \cdot 10^4$ [K]. Tyto teploty byly prokázány při spektrografickém pozorování zániku kavitační dutiny. Luminiscence zřejmě souvisí s vysokými teplotami a tlaky uvnitř kavitační dutiny.
- b) při zániku kavitační dutiny může být dosažena kritická rychlost plynu – dochází k rázu plynových molekul, které mohou způsobit luminiscenční jevy
- c) luminiscence je chápána jako elektrické výboje, elektrické výboje zřejmě vznikají z rozpuštěných látek v kapalině.

Pozorováním bylo prokázáno, že luminiscenční jevy jsou čtenější s vyšším obsahem rozpuštěného vzduchu v kapalině. Dále bylo zjištěno, že luminiscenční jevy jsou největší, pokud doba zániku kavitační dutiny je stejná jako polovina doby kmitu bubliny.

4.7.7. Pozitivní účinky kavitace

Přesto, že jev kavitace je ve většině případů nežádoucí, lze najít i uplatnění, kde je fyzikální děj kavitace využíván. Kavitace může být použita v chemickém průmyslu, kdy může sloužit jako katalyzátor chemických reakcí v důsledku generace volných radikálů při zániku kavitačních bublin. V průmyslových aplikacích je kavitace používána k homogenizaci, míchání nebo rozpouštění nežádoucích částic v kapalině. Dále je používána jako čistící mechanismus, kdy díky dostatečnému množství uvolněné energie dochází k porušení adhezních sil u přilnutých nečistot.

4.8. Rozpustnost vzduchu

Vzduch, obecně plyn, se může vyskytovat v kapalině ve formě jak rozpuštěného tak i nerozpuštěného plynu. Objem nerozpuštěného vzduchu v kapalině při stavu nasycení kapaliny plynem při tlaku p je dán Henryho zákonem:

$$V_g = V_l \alpha_v \frac{p}{p_0} \quad (24)$$

V_g - objem rozpuštěného plynu v kapalině

V_l - objem kapaliny

α_V - Bunsen-ův koeficient

Bunsen-ův koeficient reprezentuje objem plynu, při podmínkách 0°C a parciálním tlaku 101,3 [kPa] absorbovaného v kapalině při dané teplotě. Tento koeficient je velmi málo závislý na teplotě a viskozitě. Pokud je lokální tlak kapaliny nižší než tlak nasycení plynu v kapalině, začnou se formovat bubliny plynu do doby, kdy bude dosažena rovnováha tlaků. Tento jev je označován jako pseudo-kavitace, neboť nedochází k formování bublin páry kapaliny. Při formování plynových bublin dochází k přenosu plynu difuzí z kapaliny, kde byl původně tento plyn v rozpuštěné formě. Růstem plynových bublin dochází k syčení kapaliny plynem.

Nasycenost kapaliny plynem ovlivňuje významně následující fyzikální vlastnosti kapaliny: viskozita, stlačitelnost, součinitel vedení tepla, korozivní účinku, mazací schopnosti, pěnivost a podmínky vzniku kavitace.

Vliv na stlačitelnost kapaliny – efektivní modul stlačitelnosti:

$$\frac{1}{B_{eff}} = \frac{1}{B_{liquid}} + \frac{1}{B_{air}} \quad (25)$$

B_{eff} - efektivní modul stlačitelnosti

B_{liquid} - modul stlačitelnosti kapaliny

B_{air} - vzduchu

Typické hodnoty modulů stlačitelnosti jsou $B_{liquid} = 1,5 \cdot 10^9$ [Pa], $B_{air} = 1,5 \cdot 10^9$ [Pa]. Ze vztahu 25 je patrné, že i malý obsah vzduchu v kapalině významně ovlivňuje jeho stlačitelnost. Závislost modulu stlačitelnosti lze vyjádřit v závislosti na tlaku dle rovnice:

$$B_{eff} = \frac{B_{liquid} \cdot p^2}{p^2 \cdot B_{air} \cdot \alpha p_0} \quad (26)$$

Pro hustotu směsi kapaliny a vzduchu analogicky platí:

$$\rho = (1 - \alpha)\rho_{liquid} + \rho_{air} \quad (27)$$

a změnu viskozity [18]:

$$\mu_{eff} = \mu(1 + 1,5\alpha) \quad (28)$$

Parametry oleje jsou známy od výrobce, kterou jsou měřeny a deklarovány. Tyto hodnoty jsou následně použity v numerických simulacích.

5. Matematické modelování

Tato kapitola obsahuje základní popis matematických modelů užitých pro výpočty proudění, protože hlavním cílem této práce je studie toku oleje v zubové mezeře pomocí matematického modelování a numerických metod. V této části práce jsou uvedeny základní bilanční rovnice popisující obecné proudění, ale i rovnice popisující přístupy k řešení turbulentního a vícefázového proudění.

5.1. Bilanční rovnice

Okamžitý stav proudění vazké stlačitelné tekutiny lze popsat soustavou rovnic, které obsahují členy složek rychlostí a základní termodynamické veličiny charakterizující stav tekutiny, jako je statický tlak p , teplota T a hustota ρ . Energii proudící tekutiny lze definovat pomocí entalpie $h = c_p T$ nebo například pomocí vnitřní energie $e = c_v T$ nebo celkové energie $E = e + \frac{1}{2} U_i U_i$. Obecný popis proudící tekutiny lze vyjádřit pomocí bilančních rovnic, konkrétně to jsou bilanční rovnice hmotnosti, hybnosti a energie. Pro popis termodynamických vlastností tekutiny jsou užívány konstituční vztahy.

Transport proudových veličin libovolného proudění je popsán na základě obecné transportní rovnice ve tvaru:

$$\frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho\phi)u_i}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\Gamma \frac{\partial\phi}{\partial x_j} \right) + S_\phi \quad (29)$$

Kde první člen na levé straně rovnice vyjadřuje míru akumulace ϕ v elementu tekutiny, druhý člen je konvektivní člen (míra rychlosti toku ϕ elementem tekutiny). Na pravé straně rovnice první člen reprezentuje příbytek veličiny ϕ vlivem difuze a poslední člen je příbytek veličiny ϕ vlivem zdrojů. Při vyjadřování členů rovnic v souřadných systémech je použita Einsteinova sumační konvence.

5.2. Zákon zachování

5.2.1. Zákon zachování hmoty

Bilanční rovnice zachování hmoty je odvozena a uvedena v následujícím tvaru, tato rovnice je též označována jako rovnice kontinuity:

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho U_i) = 0 \quad (30)$$

Kde:

- ρ - hustota tekutiny
- U_i - složka vektoru rychlost tekutiny
- x_i - složka polohového vektoru

5.2.2. Zákon zachování hybnosti

Zákon zachování hybnosti vychází z Newtonova druhého zákona $F = ma$ a odpovídající transportní rovnice vyjadřuje rovnováhu mezi silami působící na element tekutiny a setrvačností elementu.

$$\frac{\partial(\rho U_i)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho U_i U_j) = -\frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} + f_i \quad (31)$$

kde:

f_i - objemové síly

$\tau_{i,j}$ - tenzor vazkého napětí

$$\tau_{ij} = \mu \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\partial U_k}{\partial x_k} \right) + \zeta \delta_{ij} \frac{\partial U_k}{\partial x_k} \quad (32)$$

μ - dynamická viskozita

ζ - objemová vazkost

5.2.3. Zákon zachování energie

$$\frac{\partial(\rho h)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho h U_j) = \frac{\partial P}{\partial t} + U_j \frac{\partial P}{\partial x_j} + \tau_{ij} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \frac{\partial q_j}{\partial x_j} \quad (33)$$

q_j - tepelný tok

$\tau_{ij} \frac{\partial U_i}{\partial x_j}$ - disipace energie v důsledku vazkosti tekutiny

Velikost tepelného toku q_j je vyjádřena Fourierovým zákonem ve tvaru[19]:

$$q_j = -\lambda \frac{dT}{dx_j} \quad (34)$$

Pro vyjádření rovnic ve složkách kartézského souřadného systému je na rovnice aplikováno Einsteinovo sumační pravidlo [20] a Kroneckerův tenzor [21] δ_{ij} .

Bilanční rovnice uvedené výše lze použít pro proudění laminární i turbulentní. Řešení laminárního proudění lze označit za jednoduché, neboť pohybové rovnice včetně konstitučních vztahů tvoří uzavřenou soustavu rovnic. V případě turbulentního proudění tomu tak není.

5.3. Turbulentní proudění

Mezi základními charakteristikami turbulentního lze jmenovat následující vlastnosti, turbulentní proudění se zdá být náhodné, chaotické, jedná se však o deterministický pohyb. Turbulentní proudění je charakterizováno difúzním charakterem, je zvýrazněno mísení. Nastává při vysokých Reynoldsových číslech, kdy jsou setrvačné síly větší než síly vazké. Turbulentní proudění je trojrozměrné a proměnné v čase, složky charakterizující pohyb tekutiny jsou funkcí prostoru a času. Složky rychlosti, tlaku, teploty a hustoty reprezentují okamžité náhodné nestacionární veličiny.

Turbulentní proudění řešeno numerickými metodami vychází ze soustavy pohybových rovnic sestavených na základě bilančních zákonů hmotnosti, hybnosti a energie. Existují 2 základní přístupy k řešení turbulentního proudění.

Prvním přístupem je takzvaná přímá numerická simulace DNS (Direct Numerice Simulation), která řeší pohybové rovnice na základě definovaných počátečních a okrajových podmínek dané úlohy. Tato metoda výpočtu turbulentního proudění je nejnáročnější na výpočetní kapacitu. Tento způsob výpočtu řeší všechna měřítka turbulence. Nároky na síť výpočetního modelu jsou úměrné řešené problematice, kdy počet buněk modelu je úměrný $Re^{9/4}$. Přes vysokou náročnost přímé numerické simulace mají výsledky velký význam, protože tyto výsledky slouží k základnímu výzkumu a poskytují informace, které se nedají získat z experimentálních měření a lze je například použít pro kalibraci turbulentních modelů.

Druhý přístup je založen na rozdělení aktuální nestacionární hodnoty na střední a flukтуаční část veličiny proudového pole, který zavedl Reynolds [22] a řešení pohybových rovnic pro střední hodnoty. Jedná se o statistický přístup a řešení Navier-Stokesových rovnic se zohledněním statistického přístupu je označováno jako RANS přístup (Reynolds Average Navier-Stokes Equation). Soustava těchto středovaných pohybových rovnic není uzavřena a je nutno ji doplnit o model turbulence.

Kompromisním řešením výše uvedených přístupů mezi DNS a RANS je metoda simulující velké víry a modelující malé víry. Tato metoda je označována zkratkou LES (Large Eddy Simulation). Turbulentní proudění obsahuje víry od velkých po malé, kdy velká měřítka mohou být velikostně srovnatelná s velikostí oblasti hlavního proudu a malá měřítka reprezentují malé víry, které zanikají a jejich energie vírů disipuje na vnitřní energie vlivem vazké disipace.

5.3.1. Středování pohybových rovnic

Princip středování je založen na rozdělení aktuální hodnoty veličiny proudového pole na střední a flukтуаční část [22].

$$v = \bar{v} + v' \quad (35)$$

Na základě obecných vlastností turbulentního proudění jsou veličiny proudového pole uvažovány jako náhodné funkce času. Další vlastnost turbulentního proudění je ergodičnost. To znamená, že střední hodnota je nezávislá na výběru počátečního času t_0 . Střední hodnota je nezávislá na čase a je ji možno určit středováním na časovém intervalu:

$$\bar{\Phi} = \lim_{\Delta t \rightarrow \infty} \frac{1}{\Delta t} \int_{t_0}^{t+\Delta t} \Phi(t) dt \quad (36)$$

Časové průměrování neboli středování, náhodného procesu by mělo být realizováno na dostatečně velkém časovém intervalu, který by se měl teoreticky blížit nekonečnu. V běžné praxi je však dostatečně přesné provádět středování několik desítek či stovek nejdelší periody výskytu v signálu.

Při použití středování dle Reynoldse [22] platí pro okamžitou hodnotu:

$$A(t) = \bar{A} + a''(t) \quad (37)$$

$\bar{A}$ - střední hodnota

$a''(t)$ - hodnota fluktuace

Pro střední hodnotu fluktuace platí vztah:

$$\overline{a''(t)} = \lim_{\Delta t \rightarrow \infty} \frac{1}{\Delta t} \int_{t_0}^{t+\Delta t} a''(t) dt = 0 \quad (38)$$

Zavedením principu středování do rovnic zachování hmoty a hybnosti získáme:

$$\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\bar{\rho} \bar{U}_i + \overline{\rho'' u_i''}) = 0 \quad (39)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} (\bar{\rho} \bar{U}_i + \overline{\rho'' u_i''}) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{\rho} \bar{U}_i \bar{U}_j + \bar{U}_i \overline{\rho'' u_j''}) \\ & = -\frac{\partial \bar{P}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{\tau}_{ij} - \bar{U}_j \overline{\rho'' u_i''} - \overline{\rho u_i'' u_j''} - \overline{\rho u_i'' u_j''}) + f_i \end{aligned} \quad (40)$$

V rovnicích 39 a 40 jsou výrazy z původních pohybových rovnic a navíc i členy vyjadřující vliv turbulence. V rovnicích člen ρ'' představuje fluktuaci hustoty. Pro zjednodušení zavedl Favre [23] hmotnostně podmíněné středování. Střední hodnota rychlosti je vyjádřena jako:

$$\tilde{U} = \frac{\overline{\rho U_i}}{\bar{\rho}} \quad (41)$$

$\bar{U}_i$ - konvenční středování

$\tilde{U}_i$ - hmotnostně podmíněné středování

Okamžitá hodnota rychlosti je pak dána vztahem:

$$\tilde{U}_i = \bar{U}_i + u_i' \quad (42)$$

u_i' - fluktuace rychlosti

Pro konvenční středování platí vztahy:

$$\overline{u_i''} = 0, \quad \overline{\rho u_i''} \neq 0 \quad (43)$$

Pro hmotnostně podmíněné středování platí vztahy:

$$\overline{u_i'} \neq 0, \quad \overline{\rho u_i'} = 0 \quad (44)$$

Při použití dalších pravidel [23] a vztahů pro hmotnostně podmíněné středování lze zapsat rovnici kontinuity a zachování hybnosti ve tvaru:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\bar{\rho} + \rho'') + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho \tilde{U}_i + \rho u_i') = 0 \quad (45)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (\rho \tilde{U}_i + \rho u_i') + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho \tilde{U}_i \tilde{U}_j + \rho u_j' \tilde{U}_i + \rho u_i' \tilde{U}_j + \rho u_i' u_j') \\ = -\frac{\partial \bar{P}}{\partial x_i} - \frac{\partial p''}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \end{aligned} \quad (46)$$

při použití konvenčního středování lze psát rovnice zachování hmotnosti a hybnosti ve tvaru:

$$\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\bar{\rho} \bar{U}_i) = 0 \quad (47)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\bar{\rho} \bar{U}_i) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{\rho} \bar{U}_i \bar{U}_j) = -\frac{\partial \bar{P}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\tau_{ij} - \overline{\rho u_i' u_j'}) \quad (48)$$

Navier-Stokesovy rovnice po zavedení středování obsahují člen reprezentující vliv turbulentních fluktuací na přenos hybnosti v tekutině. V turbulentním proudění je přenos hybnosti ovlivněn nejen tečným napětím, ale i Reynoldsovým turbulentním napětím $\overline{\rho u_i' u_j'}$.

5.3.2. Uzavření středovaných Navier-Stokesových rovnic

Soustava středovaných rovnic není dostatečně určena. Soustava rovnic je dána rovnicí kontinuity a třemi pohybovými rovnicemi, celkem soustava rovnic obsahuje 4 parciální diferenciální rovnice. Neznámé v těchto rovnicích jsou tlak, tři složky rychlosti a šest členů tenzoru Reynoldsových napětí, celkem tedy 10 neznámých. Uzavření této soustavy rovnic je provedeno pomocí modelu, jenž vyjadřuje turbulentní přenos hybnosti a tepla pomocí modelu turbulence, který by vyjadřoval turbulentní vlastnosti proudění. Možnosti uzavření soustavy rovnic jsou buďto v aproximaci Reynoldsových napětí nebo v aproximaci neznámých výrazů Reynoldsova napětí. Tyto způsoby se označují jako modely turbulence 1. nebo 2. řádu [24].

Jednou z možností pro statistické modely turbulence je využití analogie mezi molekulárním a turbulentním přenosem hybnosti, kterou navrhl Boussinesq [25]. Je použita analogie k Newtonovu třecímu zákonu, kdy turbulentní napětí je vyjádřeno pomocí smykového napětí a zavedením turbulentní vazkosti, která je dána vztahem pro dvourozměrnou nestlačitelnou mezní vrstvu:

$$-\overline{\rho u''v''} = \mu_t \frac{\partial \bar{U}}{\partial y} \quad (49)$$

Zobecnění pro případ turbulentního proudění je vztah upraven [26] :

$$-\overline{\rho u''v''} = \mu_t \left(\frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{U}_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\partial \bar{U}_k}{\partial x_k} \right) - \frac{1}{3} \delta_{ij} \overline{\rho u'_k u'_k} \quad (50)$$

Na základě podobnosti turbulentního a molekulárního přenosu hybnosti vznikla hypotéza o turbulentní vazkosti, kde turbulentní přenos hybnosti je realizován prostřednictvím vírů mnohem větších než rozměr molekuly. Použitím turbulentní vazkosti je problém řešení pohybových rovnic zjednodušen, protože neznámý tenzor turbulentního napětí je nahrazen skalární veličinou, turbulentní vazkostí, která je na základě podobnostních úvah vyjádřena jako součin turbulentního délkového měřítka a turbulentního rychlostního měřítka. Turbulentní rychlostní měřítka je určováno z turbulentní kinetické energie k na základě řešení transportní rovnice. Délkové měřítka je v jedno-rovnicových modelech určeno algebraickým vztahem a ve dvou-rovnicových modelech je využito dvou transportních rovnic, které reprezentují turbulentní a délkové měřítka. Na základě zkušeností byl použit vztah pro vyjádření délkového měřítka dle Rotta [27], který využívá rychlost disipace turbulentní energie za předpokladu lokální isotropie nejmenších vírů.

Rychlost disipace turbulentní kinetické energie je dáno vztahem:

$$\epsilon = \frac{k^{3/2}}{L_t} \quad (51)$$

z tohoto vztahu lze následně odvodit vztah pro turbulentní vazkost:

$$\mu_t = C_\mu \bar{\rho} \sqrt{k} L_t \quad (52)$$

$$\mu_t = C_\mu \bar{\rho} \frac{k^2}{\epsilon} \quad (53)$$

- L_t - délkové měřítko
- C_μ - empirická konstanta, určuje se na základě jednoduchých úloh proudění
- ϵ - disipace turbulentní energie

Někdy je rychlost disipace turbulentní energie nahrazována specifickou rychlostí disipace, kterou zavedl Wilcox [28] ve tvaru $\omega = \epsilon/k$.

Druhou možností pro uzavření soustavy rovnic je využití řešení transportních rovnic pro složky Reynoldsova napětí. Ve členech Reynoldsova napětí jsou neznámé vztahy turbulentních veličin, které lze odvodit z transportní rovnice, nicméně počet neznámých roste a k uzavření soustavy rovnic je nutné použít vztahy pro vhodnou aproximaci turbulentních veličin. Ve většině případů jsou použity transportní rovnice Reynoldsova napětí, odtud je odvozené pojmenování modelů jako Reynolds Stress Modell (RSM). Modely využívající řešení transportních rovnic Reynoldsových napětí také používají turbulentní měřítko.

5.3.3. Přehled modelů využívající turbulentní vazkost

Jak již bylo uvedeno výše, pro uzavření soustavy rovnic se využívá hypotézy o podobnosti mezi molekulárním a turbulentním přenosem hybnosti dle Bussinesqua a je zaváděna turbulentní vazkost, která v závislosti na modelu turbulence obsahuje další neznámé členy. Dle počtu těchto členů jsou modely označovány jako nula, jedno, dvou nebo vícerovnicové modely.

Tabulka 1 Přehled některých turbulentních modelů využívající turbulentní vazkost

Model turbulence	vyjádření turbulentní vazkosti
Nula-rovnicový	$\mu_t = \rho l_m^2 \left \frac{\partial \bar{U}}{\partial y} \right $
Jedno-rovnicový	$\mu_t = \rho C_v k^{\frac{1}{2}} l$
Dvou-rovnicový	$\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\epsilon}$

členy v rovnicích:

l_m - směšovací délka

l - délkové měřítko

Směšovací délka i délkové měřítko jsou vyjádřeny empirickým vztahem. Dle typu modelu je nutné doplnit další rovnice pro transport turbulentní kinetické energie k a rychlosti disipace ϵ , které jsou odvozeny z Navier-Stokesových rovnic, kde platí:

$$k = \frac{\frac{1}{2} \overline{\rho u_i' u_j'}}{\bar{\rho}} \quad (54)$$

Transportní rovnici turbulentní kinetické energie lze psát ve tvaru:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{2} \overline{\rho u_i' u_j'} \right) + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\bar{U}_j \frac{1}{2} \overline{\rho u_i' u_j'} \right) \\ = - \overline{\rho u_i' u_j'} \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} - \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\overline{u_j' \frac{1}{2} \rho u_i' u_j'} + \overline{\delta_{ij} p'' u_i'} \right) \\ + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\mu}{\bar{\rho}} \frac{\partial}{\partial x_j} \frac{1}{2} \overline{\rho u_i' u_j'} \right) - \mu \frac{\partial u_i'}{\partial x_j} \frac{\partial u_i'}{\partial x_j} \end{aligned} \quad (55)$$

5.4. Modelování vícefázového proudění

Kavitace je vícefázový problém. Stručný popis modelování vícefázového proudění je uveden v následující kapitole. Vícefázové proudění zahrnuje nejméně dvě fáze s odlišnými vlastnostmi, které spolu interagují. Pro popis vícefázového proudění existují základní tři principy.

5.4.1. Metoda Euler-Euler

Případ, kdy jednotlivé fáze zaujímají stejný prostor, prostupují samy sebou. Tento případ je modelován použitím soustavy rovnic kontinuity a hybností rovnice pro každou uvažovanou fázi systému a jsou provázány pomocí zdrojového členu v rovnici balance hybnosti.

5.4.2. Metoda spojitě a diskrétní fáze

Případ, kdy je uvažována spojitá fáze a fáze, která zaujímá malý objemový podíl celého systému. Modelování tohoto vícefázového systému je provedeno jako modelování spojitě fáze, ve které se nacházejí diskrétní částice (bubliny). Pohyb této fáze (částic) je sledován individuálně. Rovnice kontinuity a hybnosti jsou řešeny pro spojitou fázi (tekutiny) zatímco dispersní fáze je řešena pomocí sledování částic v proudovém poli spojitě fáze. Tento přístup je nazýván Lagrangian Particle Tracking (LPT) v případě uvažování pevných částic v tekutině a Discrete Bubble Model (DBM) v případě bublin. Pro obě uvažované fáze je zajištěn transport hybnosti, hmoty a energie.

5.4.3. Metoda spojitě fáze reprezentující vícefázový systém

Případ, kdy jednotlivé fáze nejsou rozlišovány. To znamená, že je uvažována pouze jedna fáze ve výpočetní doméně a rozhraní, které je sdíleno s další uvažovanou fází. Tento případ je modelován pomocí rovnice kontinuity a hybnosti, kdy tuto sadu rovnic sdílí uvažované fáze systému. Mezi jednotlivými fázemi existuje ostrá hranice, která je řešena a sledována ve výpočetní doméně. Toto rozhraní je v numerických simulacích aktualizováno pomocí pevné sítě nebo pohybující se sítě. Rozložení fází, respektive fázové rozhraní je určeno pomocí povrchové metody (Level-Set), objemové metody (cell marker - MAC) nebo objemového podílu (Volume Of Fluid - VOF).

V následující kapitole je uveden základní popis metody VOF, která je implementována v programovém komplexu ANSYS/Fluent a byla použita při řešení toku oleje v zubové mezeře. V metodě VOF je zavedena veličina objemového podílu k rozlišení mezi fázemi. Obecná rovnice kontinuity je řešena s uvažováním přenosu hmoty z jedné fáze do druhé, jak je uvedeno v základním rozdělení přístupů při modelování vícefázových systémů.

5.4.4. Metoda Volume Of Fluid (VOF)

Metoda VOF uvedena Hirt-em a Nichols [29] je technika v numerických simulacích pro sledování fázového rozhraní mezi uvažovanými fázemi systému. Tato technika je vhodná pro sledování struktur, jež jsou větší než rozlišení výpočetní sítě. Tento model umožňuje postihnout vliv nehomogenní směsi. V uvažované úloze pak představuje případ, kdy je olej částečně nasycen vzduchem a jsou změněny jeho fyzikální vlastnosti, které tento model reprezentuje jako změnu vlastností směsi. Tento model neumožňuje predikovat vznik ani pohyb kavitačních bublinek, ale přináší jisté přiblížení modelované úlohy. Princip metody je uveden na zjednodušeném případě, kdy jsou uvažovány pouze dvě fáze systému. V metodě VOF je uvažován objemový podíl označován symbolem α , který nabývá hodnot mezi 0 a 1 v objemovém elementu sítě. Rozhraní je definováno v buňkách nabývajících hodnot právě v uvedeném intervalu. Hustota směsi ρ a viskozita μ je počítána na základě objemového podílu jednotlivých fází pro všechny buňky dle vztahu:

$$\rho = \alpha \cdot \rho_1 + (1 - \alpha) \cdot \rho_2 \quad (56)$$

$$\mu = \alpha \cdot \mu_2 + (1 - \alpha) \cdot \mu_2 \quad (57)$$

α - objemový podíl fáze

indexy 1,2 označují jednotlivé fáze systému. Transportní rovnice objemového podílu α je určena rovnicí:

$$\frac{\partial \alpha}{\partial t} + \nabla \cdot (\alpha \vec{u}) = 0 \quad (58)$$

kde u je rychlost směsi. Ve vícefázovém systému založeném na principu VOF je rovnice kontinuity a rovnice zachování hybnosti uváděna ve tvaru:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{u}) = 0 \quad (59)$$

5.4.5. Momentová rovnice

Momentová rovnice je řešena v celé výpočetní doméně a výsledné rychlostní pole je sdíleno všemi fázemi systému. Momentová rovnice obsahuje členy vyjadřující objemový podíl příslušné fáze a její vlastnosti jako je hustota ρ a viskozita μ v jednotlivých buňkách výpočetní domény.

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \vec{u}) + \nabla \cdot (\rho \vec{u} \vec{u}) = -\nabla p + \nabla \cdot [\mu (\nabla \vec{u} + \nabla \vec{u}^T)] + \rho \vec{g} \quad (60)$$

Omezení plynoucí z rovnice (60) sdíleného výpočetního pole společně s aproximací pro všechny fáze může nastat v případech, kdy jsou velké difference rychlosti mezi jednotlivými

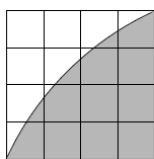
fázemi. Přesnost výpočtu rychlostního pole v blízkosti fázového rozhraní může být v těchto případech nepříznivě ovlivněna.

5.4.6. Fázové rozhraní

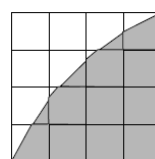
Výpočet fázového rozhraní je důležitý pro bilancování toků mezi jednotlivými fázemi. Toky bilancovaných veličin jsou ovlivněny pozicí a tvarem fázového rozhraní v každém objemovém elementu sítě. V použitém výpočetním programu ANSYS/Fluent je použito schéma *Geo-reconstruction* pro výpočet tvaru fázového rozhraní.

Explicitní nebo implicitní interpolační schéma je použito v buňkách, které jsou zcela vyplněny pouze jednou fází, tedy v buňkách, které neobsahují fázové rozhraní. *Geo-reconstruction* interpolační schéma je aplikováno v buňkách s fázovým rozhraním.

Schéma *Geo-reconstruction* popisuje fázové rozhraní mezi dvěma tekutinami s použitím po částech lineárního zjednodušení. Dle dokumentace [30] lze toto schéma interpolace použít i pro nestrukturovanou síť. Předpoklad po částech lineárního fázového rozhraní je použit pro výpočty toků skrze elementy výpočetní sítě.



Obr. 11 Aktuální tvar fázového rozhraní



Obr. 12 Fázové rozhraní reprezentováno schématem *Geo-reconstruction*

Model VOF umožňuje simulovat vliv povrchového napětí a vliv adheze. Vliv povrchového napětí je implementován jako metoda *Continuum Surface Force* (CSF). S ohledem na použití modelu VOF v konkrétní numerické simulaci, jak bude uvedeno dále, je vliv povrchového napětí uvažován jako nepodstatný a nebude dále popisován. Stejný přístup je zvolen i s uvažováním adheze, který je v modelu implementován [31].

6. Modelování kavitace

Existuje řadu postupů jak modelovat kavitaci. V této kapitole bude uveden základní přehled možných přístupů.

Empirické metody:

Tyto metody jsou založeny na základě empirických vztahů. Používají se k určení sací výšky turbín a určení součinitelů kavitace.

Boundary methods:

Tyto metody se používají pro predikci kavitace na profilech, k určení kdy dojde k odtržení proudu a výskytu kavitace v místě nízkého tlaku. Místo vzniku kavitace se určuje iteračně na základě odhadu tlaku kapaliny v místě utržení, kde vzniká lokální podtlak. Výskyt kavitace je určen na základě iso-plochy tlaku par. Výpočetní čas těchto metod je krátký, ale není možné řešit přesně rozložení tlaku při výskytu kavitace.

Model bubliny

Tento model je založený na Rayleigh-Plessetovi rovnici popisující chování bubliny ve stojící kapalině a je uveden v kapitole zabývající se kavitací.

6.1. Vícefázové metody

Tyto modely jsou založeny na vícefázovém proudění, modelování vícefázového systému je uvedeno v kapitole 5.4 *Modelování vícefázového proudění*. Rovnice kontinuity i rovnice hybnosti jsou řešeny a lze je použít i pro turbulentní proudění.

Pro modelování kavitace pomocí vícefázového proudění lze použít dva základní přístupy, které jsou implementovány v použitém komerčním programu ANSYS/Fluent.

6.1.1. Eulerův model

Matematický model je založen na modelování rovnice kontinuity a rovnice hybnosti pro každou fázi zvlášť. Tento model vyžaduje předpis pro přenos hmoty a hybnosti skrze fázové rozhraní uvažovaných fází systému. Přenos hmoty je dán zjednodušenou Rayleigh-Plessetovou rovnicí. Tento model umožňuje uvažovat stlačitelnost obou fází a je použitelný i s turbulentními modely.

6.1.2. Mixture model (model směsi)

Tento model je založen na průměrování vlastností uvažovaných fází systému a předpokládá existenci homogenní směsi kapaliny a páry. Tento model řeší rovnici kontinuity a rovnici bilance hybnosti pouze pro jednu fázi, která reprezentuje směs uvažovaných fází, ta je nazývána *mixture*.

6.2. Bilanční rovnice přenosu hmoty

$$\frac{\partial}{\partial t}(\alpha\rho_v) + \nabla \cdot (\alpha\rho_v\vec{V}_v) = R_e - R_c \quad (61)$$

Význam členů uvedených v rovnici:

- v - index označující plynnou fázi páry
- α - objemový podíl
- ρ_v - hustota páry
- $\vec{V}_v$ - rychlost fáze páry
- R_e, R_c - zdrojový člen přenosu hmoty, při růstu nebo kolapsu bubliny

V rovnici (61) členy R_e, R_c vyjadřují přenos hmoty mezi kapalinou a párou kapaliny při kavitaci. V programu ANSYS/Fluent jsou tyto členy modelovány na základě Rayleigh-Plessetovi rovnice popisující růst samostatné bubliny v kapalině.

6.3. Dynamika bubliny

V běžných praktických aplikacích je hlavním cílem zjistit výskyt kavitace, tedy vyšetření podmínek, kdy může dojít k růstu či kolapsu bubliny plynu. Kapalina obvykle obsahuje dostatečný počet nuklidů pro růst a vznik kavitace. Pro popis růstu kavitačního zárodku (bubliny) v proudící tekutině s nulovou smykovou rychlostí mezi bublinami a kapalinou, je dynamika bublin popsána zobecněnou Rayleigh-Plessetovou rovnicí [30]:

$$R_B \frac{D^2 R_B}{Dt^2} + \frac{3}{2} \left(\frac{DR_B}{Dt} \right)^2 = \left(\frac{p_B - p}{\rho_l} \right) - \frac{4v_l}{R_B} R_B - \frac{2\sigma}{\rho_l R_B} \quad (62)$$

- R_B - poloměr bubliny
- σ - koeficient povrchového napětí
- ρ_l - hustota kapaliny
- p_B - tlak na povrchu bubliny
- p - lokální tlak v kapalině

Zanedbáním druhého členu a povrchového napětí lze rovnici zjednodušit na:

$$\frac{DR_B}{Dt} = \sqrt{\frac{2}{3} \frac{p_B - p}{\rho_l}} \quad (63)$$

Tato zjednodušená rovnice poskytuje základní popis dynamiky bubliny v kavitačním modelu.

6.4. Kavitační model Singhal et al.

Použitý software pro řešení proudění obsahuje i implementovaný kavitační model nazývaný jako „úplný kavitační model“ (Full Cavitation Model) [32]. Tento model uvažuje základní jevy kavitace jako je: změna fáze, dynamika bubliny, turbulentní fluktuace tlaku a množství nerozpuštěného plynu. Model umožňuje uvažovat N-fázové proudění s přenosem hmoty mezi všemi fázemi, efekt smykové rychlosti mezi kapalinou a párou, teplotní jevy a stlačitelnost kapaliny i plynu.

Implementovaný kavitační model má následujícími vlastnosti:

- Kavitační model v softwaru Ansys může být použit pouze s mixture modelem
- Je možné modelovat libovolné množství fází
- Hmotnostní zlomek nekondenzujícího plynu je zadán jako známá konstanta
- Model zahrnuje efekty vzniku i kolapsu kavitační bubliny
- Model umožňuje zahrnout smykové rychlosti mezi fázemi, není to však doporučeno

Tekutina uvažovaného systému je tvořena kapalnou fází, fází páry a nekondenzujícího plynu. Využitím rovnic kontinuity pro jednotlivé složky systému, vztahu pro objemový podíl páry a vztahu objemového podílu páry v závislosti na velikosti poloměru bubliny R_b lze po úpravách obdržet vztah pro hmotnostní zlomek páry ve tvaru [30]:

$$\frac{\partial}{\partial t}(f_v \rho) + \nabla \cdot (f_v \rho \vec{V}_v) = \nabla(\gamma \nabla f_v) + R_e - R_c \quad (64)$$

výrazy uvedené v rovnici vyjadřují:

- f_v - hmotnostní podíl fáze páry
- f_g - nerozpuštěný plyn
- γ - koeficient difuze

6.4.1. Rovnice transportu páry:

pro $p \leq p_v$ platí:

$$R_e = F_{vap} \frac{\max(1,0;\sqrt{k})(1-f_v-f_g)}{\sigma} \rho_l \rho_v \sqrt{\frac{2}{3} \frac{(p_v-p)}{\rho_l}} \quad (65)$$

pro $p > p_v$ platí:

$$R_c = F_{con} \frac{\max(1,0,\sqrt{k})f_v}{\sigma} \rho_l \rho_l \sqrt{\frac{2}{3} \frac{(p_v-p)}{\rho_l}} \quad (66)$$

Tlak nasycených par je korigován váhou lokální hodnoty turbulentní fluktuace tlaku:

$$p_v = p_{sat} + \frac{1}{2}(0,39k) \quad (67)$$

Hodnoty konstant v uvažovaném modelu jsou $F_{vap} = 0,02$ $F_{cond} = 0,01$. Symbolem k je vyjádřena turbulentní energie. Kavitační model vychází z řešení Navier-Stokesových rovnic s turbulentním modelem $k-\varepsilon$. V tomto modelu se použít předpoklad, že směs (*mixture*) kapalina-pára je stlačitelná. Tedy efekty turbulence a vlivy nekondenzujícího (nerozpuštěného) vzduchu jsou uvažovány v modelu.

7. Numerické řešení

Numerické metody se používají pro úlohy, jejichž analytické řešení neznáme. Tyto úlohy představují reálné úlohy z mechaniky tekutin, kde zadání úlohy nelze zjednodušit natolik, abychom odvodili analytické řešení. Pro řešení úloh v mechanice tekutin se vychází z popisu obecného proudění, viz kapitola 5. *Matematické modelování*, jež tvoří soustavu parciálních diferenciálních rovnic. Pro využití numerických metod je třeba parciální diferenciální rovnice převést na soustavu algebraických rovnic, která je řešena na konečném počtu diskrétních oblastí.

7.1. Metoda konečných objemů.

Pomocí metody konečných objemů lze řešit parciální diferenciální rovnice, které jsou použity při popisu dynamiky tekutiny jak nestlačitelné tak i stlačitelné. V metodě konečných objemů je řešená oblast rozdělena na konečný počet elementárních objemů (buněk). Mezi jednotlivými podoblastmi (buněkami) jsou řešeny bilanční rovnice. Mezi bilanční rovnice patří rovnice kontinuity, pohybová rovnice a rovnice energetická. Tuto soustavu rovnic lze redukovat nebo rozšířit, dle řešeného fyzikálního problému. Zjednodušení může nastat například v případě takzvaného studeného proudění, kdy nejsou řešeny energetické rovnice. Pro numerické řešení problému je nutné soustavu parciálních diferenciálních rovnic zjednodušit na soustavu algebraických rovnic, na kterou lze aplikovat numerické metody.

7.1.1. Použitý řešič

Při řešení problematiky toku oleje v zubové mezeře byl použit program ANSYS/Fluent, který nabízí řešení řady fyzikálních problémů z mechaniky tekutin metodou konečných objemů. Tento program umožňuje řešit fyzikální úlohy pomocí implementovaných matematických modelů a numerických metod. Program ANSYS/Fluent nabízí řešení pro laminární i turbulentní proudění s možností použít statistické modely RANS, tak i složitější modely DES či LES v případě uvažování turbulence. Nabízí řešení i vícefázových úloh či komplexní řešení proudění včetně modelování chemických reakcí.

Základní vstupem pro metodu konečných objemů je síť, která reprezentuje výpočetní oblast pomocí konečného počtu malých objemů, respektive buněk. Pro použitý software je možné použít sítě strukturované i nestrukturované. Lze použít sítě jak *tetrahedronové* tak i *hexagonální*, které mohou obsahovat oblasti sítě různých typů. Velkou výhodou použitého programu z pohledu sítí je možnost tuto síť deformovat na základě změny geometrie. Tato funkcionality se nazývá *dynamic mesh* neboli dynamické sítě. Právě tato funkcionality byla použita při realizaci pohybu ozubených kol.

Bilanční rovnice obecné skalární veličiny je řešena pro každý element výpočetní sítě, integrální tvar lze zapsat pro obecnou skalární veličinu ve tvaru:

$$\int_V \frac{\partial \rho \phi}{\partial t} dV + \oint \rho \phi \vec{v} \cdot d\vec{A} = \oint \Gamma_\phi \nabla \phi \cdot d\vec{A} + \int_V S_\phi dV \quad (68)$$

- ρ - hustota
- $\vec{v}$ - vektor rychlost
- $\vec{A}$ - vektor plochy
- Γ_ϕ - difuzní koeficient skalární veličiny ϕ
- $\nabla \phi$ - gradient veličiny ϕ
- S_ϕ - zdrojový člen jednotkového objemu veličiny ϕ

Transportní rovnice (68) je aplikována pro všechny objemové elementy výpočetní domény. Tvar rovnice (68) po diskretizaci lze psát ve tvaru:

$$\frac{\partial \rho \phi}{\partial t} V + \sum_j^{N_{faces}} \rho_f \vec{v}_f \phi_f \cdot \vec{A}_f = \sum_j^{N_{faces}} \Gamma_\phi \nabla \phi_f \cdot \vec{A}_f + S_\phi V \quad (69)$$

- N_{faces} - počet ploch uzavírající objemový element
- ϕ_f - konvektivní tok veličiny ϕ plochou f
- $\rho_f \vec{v}_f \cdot \vec{A}_f$ - hmotnostní tok plochou f
- $\vec{A}_f$ - velikost plochy A
- $\nabla \phi_f$ - gradient veličiny ϕ na ploše f
- V - objem objemového elementu, buňky

Rovnice (69) obsahuje neznámé skalární veličiny ve středu buněk. Algebraický tvar skalární veličiny lze zapsat ve tvaru:

$$a_p \phi = \sum_{nb} a_{nb} \phi_{nb} + b \quad (70)$$

- nb - index označující sousední objemové elementy
- a_p, a_{nb} - lineární koeficienty veličiny ϕ a ϕ_{nb}

Počet sousedních objemových elementů (buněk) závisí na typu sítě. Přesto počet sousedících buněk je stejný, jako počet stěn uzavírající objemový element. Podobnou rovnici lze předepsat pro každý objemový element výpočetní sítě. Tyto rovnice potom tvoří sadu algebraických rovnic, které jsou řešeny prostřednictvím implicitního řešiče na základě Gauss-Seidel metody ve spojení s algebraickým multigridem (AMG).

Pro řešení úlohy bylo použito implicitní časové schéma, diskretizovanou momentovou rovnici obecné skalární veličiny pro $\phi = u$ lze zapsat ve tvaru:

$$a_p u = \sum_{nb} a_{nb} u_{nb} + \sum p_f A \cdot \hat{i} + S \quad (71)$$

je použito interpolační schéma druhého řádu, upwind second-order :

$$\phi_f = \phi + \nabla \phi \cdot \vec{r} \quad (72)$$

Význam použitých výrazů je:

- ϕ - hodnota bilancované veličiny ve středu buňky proti proudu (upstream)
- $\nabla \phi$ - gradient bilancované veličiny (střed buňky a střed stěny)
- $\vec{r}$ - vektor mezi středem stěny a středem buňky proti proudu

Pro jednofázové úlohy je použito interpolační schéma tlaku second-order, které lze zapsat ve tvaru:

$$p_f = \frac{1}{2} (P_{c_0} + P_{c_1}) + \frac{1}{2} (\nabla P_{c_0} \cdot \vec{r}_{c_0} + \nabla P_{c_1} \cdot \vec{r}_{c_1}) \quad (73)$$

a pro vícefázové úlohy s použitím VOF (Volume Of Fluid) je využito schéma PRESTO, které je doporučeno dokumentací výpočetního programu [30]. Algoritmus pro sdružení rychlosti a tlaku nazývaný jako *pressure-velocity coupling* byl použit typ coupled, který nabízí stabilní a přesné řešení. Výhodou tohoto algoritmu je, že současně řeší rychlost, tlak i teplotu.

Velikost časového kroku pro nestacionární výpočet byla volena tak, aby během jednoho časového kroku došlo k relativně malému pohybu ozubeného kola. To je nutné z důvodu použití deformující se sítě, aby nedošlo k velké deformaci sítě a také pro stabilitu výpočtu. Při studii toku oleje v zubové mezeře byly použity časové kroky o velikosti $dt=5e-6$ a $1e-6$ [s] a $5e-7$ [s].

7.2. Okrajové podmínky

Pro výpočetní model je k dispozici velká sada okrajových podmínek, které definují okrajové podmínky úlohy. V případě pohybu dvou spoluzabírajících kol byly použity podmínky typu *wall*, *pressure outlet* a *dynamic zone*.

7.2.1. Okrajová podmínka typu wall

Rychlost ve směru normály k ploše stěny je nulová, to znamená, že žádná tekutina neprochází skrze stěnu. Tangenciální rychlost na stěně je nulová v případě, kdy smykové napětí na povrchu stěny je nenulové [33].

7.2.2. Okrajová podmínka *pressure-outlet*

Tato okrajová podmínka definuje statický tlak okolí, do kterého vytéká tekutina z uvažované výpočetní oblasti. Tato podmínka je často použita s podmínkou typu *pressure-inlet*, kdy v této kombinaci definují tlakový spád přes výpočetní oblast. V řešeném případě toku oleje v zubovém prostoru je podmínka *pressure-outlet* použita osamoceně a definuje tak tlak okolí, do kterého ho proudí olej či vzduch z uzavřené oblasti. Hodnota tlaku této okrajové podmínky je nastavena na hodnotu atmosférického tlaku [33].

7.2.3. Okrajová podmínka *dynamic zones*

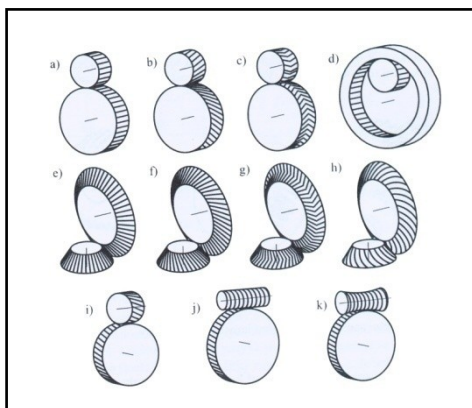
Okrajová podmínka tohoto typu definuje pohyb nebo deformaci dané geometrie. Každé entitě výpočetní oblasti lze zadat složky rychlosti i rotace v daném souřadném systému nebo využít vlastní funkcí, kterou lze definovat pomocí UDF (User Define Function). Tato okrajová podmínka umožňuje sdružit výpočet dynamiky tekutin s deformací sledovaného elementu. V řešeném výpočetním modelu je využito změny polohy jednoho se spoluzabírajících ozubených kol. Více o definici pohybu a způsobu určení je věnována samostatná kapitola.

8. Výpočetní model

8.1. Geometrie výpočetního modelu ozubeného soukolí

8.1.1. Ozubené převody - úvod

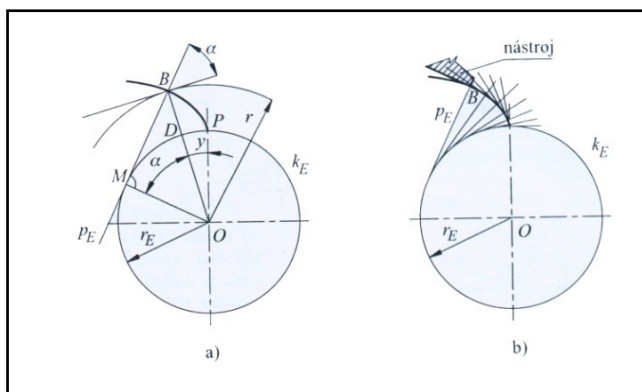
Funkcí ozubených převodů je přenášet výkon prostřednictvím tvarové vazby. Mezi základní typy ozubených převodů patří čelní, kuželová, šroubová a šneková soukolí, viz obrázek č. 13. Dále je možno rozlišovat soukolí dle typu zubů, jedná se zuby přímé, šikmé, šípové a zakřivené zuby [34].



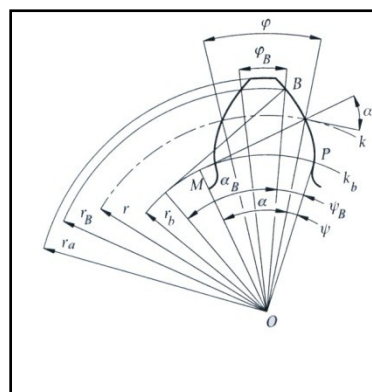
Obr. 13 Typy ozubených soukolí [34]

Konstrukční možnosti ozubených převodů jsou velice široké. Pomocí koeficientů vstupujících do návrhu konstrukčních parametrů ozubených kol a korekcí lze modifikovat základní parametry ozubených soukolí. Ve většině případů je používán evolventní profil boku zubu, ale lze použít i části epicykloidy a hypocykloidy ke tvorbě profilu boku zubu. Pro uvažované případy byla použita evolventa jako tvořící křivka profilu boku zubu.

Jak již bylo zmíněno, používá se celá řada součinitelů, které ovlivňují geometrii ozubených převodů. Při základních rozměrech ozubeného kola, jako je průměr roztečné kružnice, počet zubů, modul soukolí je možno měnit další parametry ozubeného kola, jako je výška zubu, šířka zubu, hlavová vřle, průměr hlavové a patní kružnice, poloměr zaoblení a další, viz obrázek č. 14.



Obr. 14 Základní rozměry - výroba



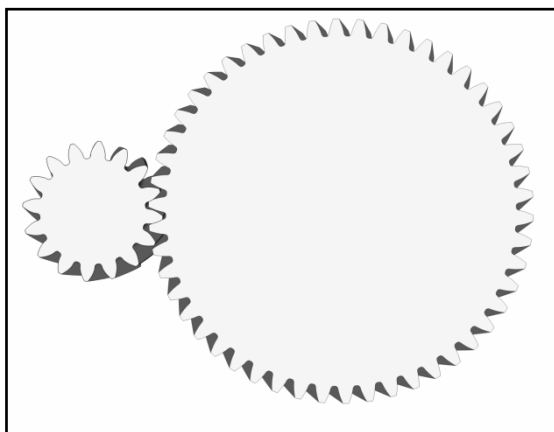
Obr. 15 parametry ozubeného kola

8.1.2. Parametry studovaného ozubeného soukolí

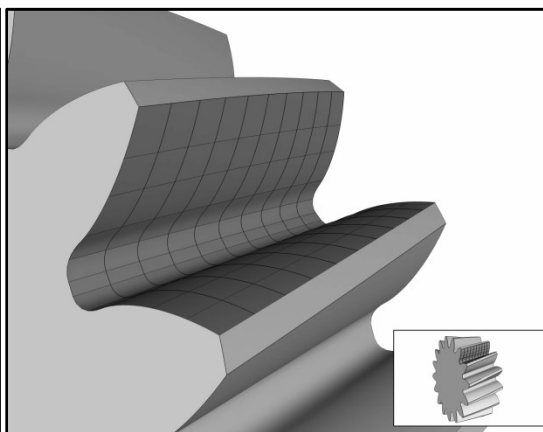
Pro simulaci toku oleje v zubové mezeře bylo použito šikmé ozubené soukolí s parametry odpovídajícími reálnému ozubenému soukolí dle dodané dokumentace. Základní parametry soukolí jsou uvedeny v následující tabulce:

Tabulka 2 Parametry ozubeného soukolí

Parametr	[jednotky]	kolo 1	kolo 2
Nominální výkon	[kW]	469	
Otáčky	[1/min]	1495	478,4
Moment	[N·m]	3000	9375
Osová vzdálenost	[mm]	205	
Osová vzdálenost - tolerance	[-]	ISO 286	
Modul	[-]	6	
Úhel sklonu	[°]	14,5	
Počet zubů	[-]	16	50
Šířka zubu	[mm]	48	42



Obr. 16 Ozubené soukolí

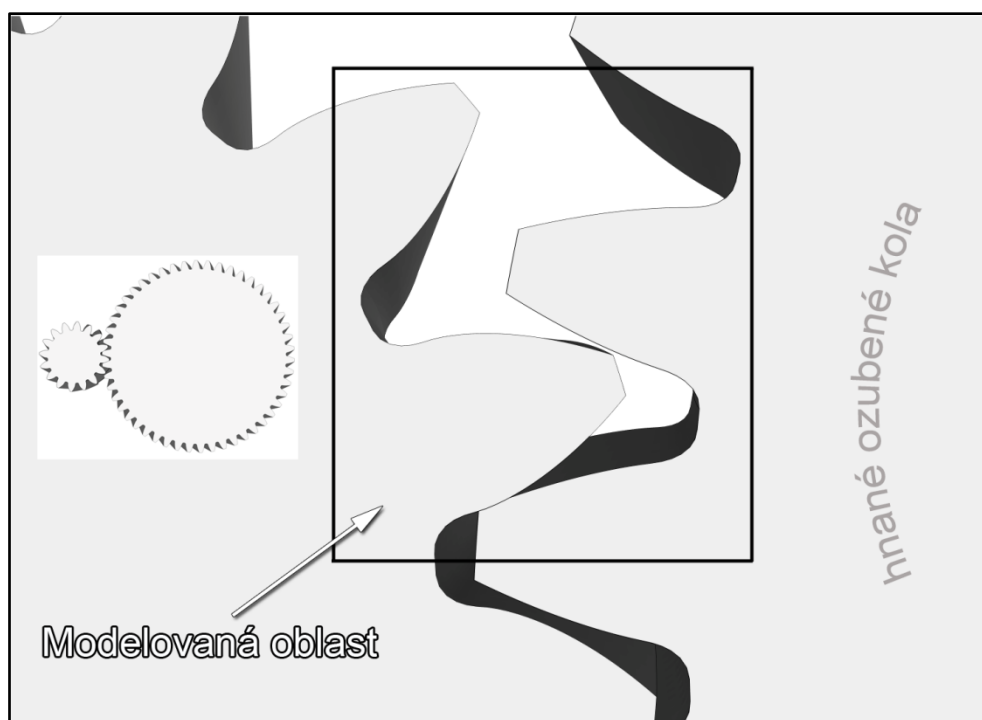


Obr. 17 Detail profilu zubu pastorku

Použitý model ozubeného soukolí v numerické simulaci toku oleje zubovou mezerou nezohledňuje geometrii převodové skříně. Vliv zástavby ozubeného soukolí je uvažován jako zanedbatelný z pohledu toku oleje v lokální části zubové mezery. Na obrázek č. 16 je zobrazena geometrie ozubeného soukolí. Detail pastorku je zobrazen na obrázku č. 17.

8.1.3. Zjednodušení geometrie ozubeného soukolí

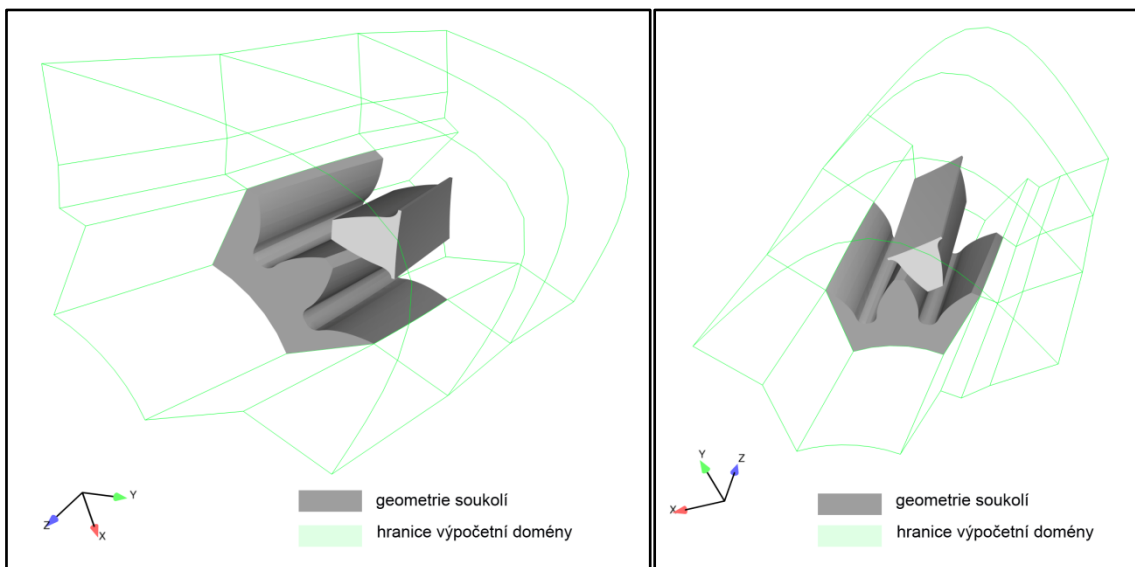
S ohledem na náročnost numerických simulací komplexních fyzikálních dějů byla geometrie ozubeného soukolí maximálně redukována, tak aby bylo možno v oblastech zájmu docílit pokud možno co nejlepší diskretizace. Výpočetní síť je kompromisem mezi dostupnými výpočetními zdroji a časem řešení úlohy. Pro střední rozlišení výpočetní sítě a časový krok $\Delta t = 1e-6$ [s] vyžaduje řešení simulace 144 000 [CPU/h] pro jeden výpočet. V geometrickém modelu jsou uvažovány pouze segmenty ozubených kol, zubová mezera spoluzabírajících zubů a část okolní geometrie. Tato redukce byla provedena za předpokladu minimálního ovlivnění proudového pole v zubové mezeře vlivem dalších spoluzabírajících zubů, neboť v záběru je vždy více jak jeden zub pastorku. Detailní geometrie výpočetního modelu včetně jeho okrajových podmínek je popsána v samostatné kapitole.



Obr. 18 Redukce geometrie soukolí

Na obrázku č. 18 je zobrazena oblast zájmu, tedy pouze části ozubených kol těsně před záběrem. Poloha ozubených kol odpovídá výchozí poloze ozubených kol před uskutečnění rotace kol.

8.1.4. Geometrie výpočetního modelu



Obr. 19 Geometrický model výpočetní domény

Obr. 20 Geometrický model výpočetní domény

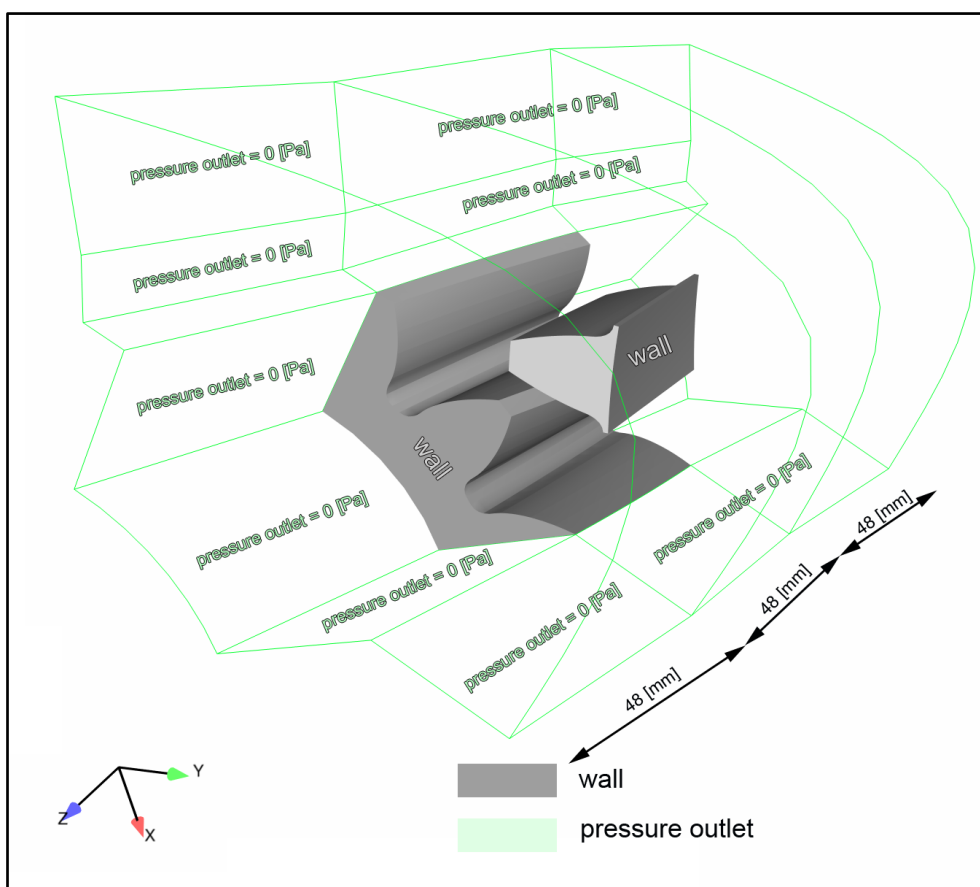
Geometrie výpočetního modelu tvoří část pastorku, kdy je uvažován jeden zub z celého ozubeného kola a dále pouze jeden zub spoluzabírajícího ozubeného kola. Pro studii toku oleje v zubové mezeře se předpokládá, že geometrický model lze tímto způsobem zjednodušit a uvažováním dalších zubů spoluzabírajícího kola nedojde k ovlivnění dějů v zubové mezeře.

Kolem uvažované geometrie ozubeného kola je vytvořen virtuální box v dostatečné vzdálenosti tak, aby okrajové podmínky výpočetního modelu neovlivnily studované proudění v zubové mezeře, viz obrázek č. 19 a 20. Šířka hnacího ozubeného kola (pastorku) je 48 [mm]. Výpočetní doména je rozšířena na obě strany ve směru předpokládaného směru vytlačování oleje ze zubové mezery o stejnou velikost 48 [mm] tak, aby proudění bylo pokud možno co nejméně ovlivněno.

Výpočetní doména je dále rozdělena na čtyři hlavní oblasti, které jsou důležité pro definování regionu, kde dochází k deformaci sítě a její obnově, neboli přesítování. Rozdělení sítě do čtyř podoblastí bylo provedeno pro přesnější řízení parametrů kvality a velikosti sítě v oblastech zubové mezery. V prostoru zubové mezery je ve všech výpočetních modelech použita tetrahedronová objemová síť s nejmenší velikostí elementu a malým růstem velikosti buňky pro postihnoutí dějů proudění. Naopak v oblastech mimo zubovou mezeru jsou elementy sítě větší s rychlejším růstem směrem od zubové mezery. Detailní popis modelů sítě a její parametry jsou uvedeny pro konkrétní výpočetní modely.

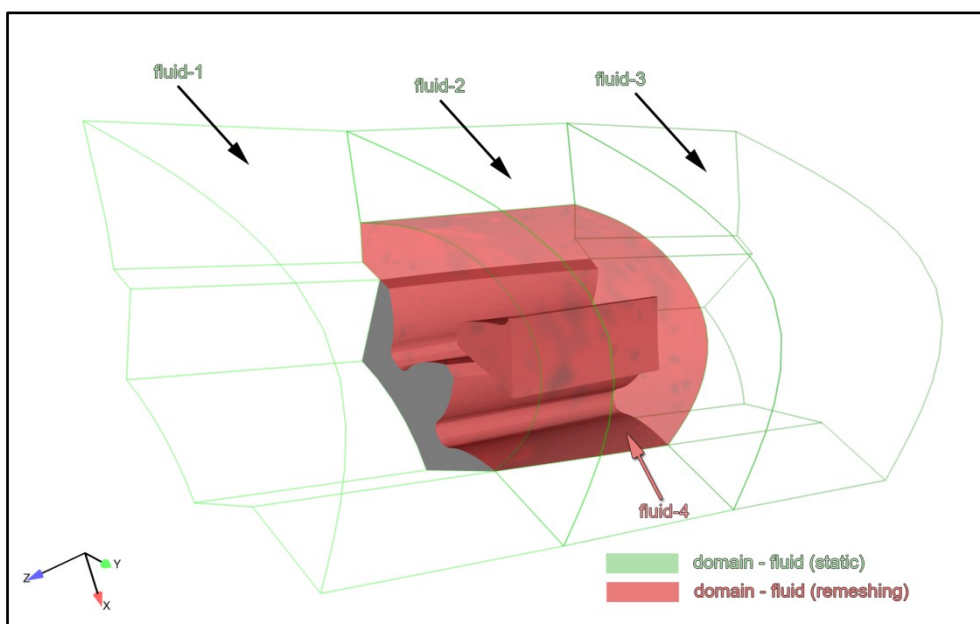
8.2. Okrajové podmínky výpočetního modelu.

Pro části hnacího ozubeného kola je použita standardní okrajová podmínky typu *wall*. Pro části geometrie spoluzabírajícího ozubeného kola je použita okrajová podmínky typu *wall (deforming zones)*, pro kterou jsou předepsané podmínky pohybu, viz kapitola 8.3 *Definice pohybu ozubených kol*. Pro okolní hranice výpočetní domény je použita okrajová podmínka typu *pressure-outlet*, která reprezentuje nulový přetlak proti atmosférickému tlaku. Tyto podmínky jsou zjednodušené, přesto lze předpokládat, že tlak uvnitř převodové skříně se nebude příliš lišit oproti atmosférickým podmínkám. Lze tedy považovat vliv rozdílu tlaku vzduchu oproti atmosférickému tlaku v převodové skříně za minimální. Okrajové podmínky modelu jsou zobrazeny na obrázku č. 21.



Obr. 21 Výpočetní model – okrajové podmínky

Okrajové a počáteční podmínky zohledňující typ simulace, rozložení oleje pro vícefázové proudění jsou uvedeny u konkrétní výpočetní úlohy.



Obr. 22 *rozdělení na podoblasti výpočetní domény*

Obrázek č. 22 znázorňuje oblast výpočetní domény, ve které je realizován pohyb ozubených kol současně s deformací výpočetní sítě (červená barva) a oblast, ve které je síť statická, beze změny, v průběhu celé numerické simulace (zelená oblast).

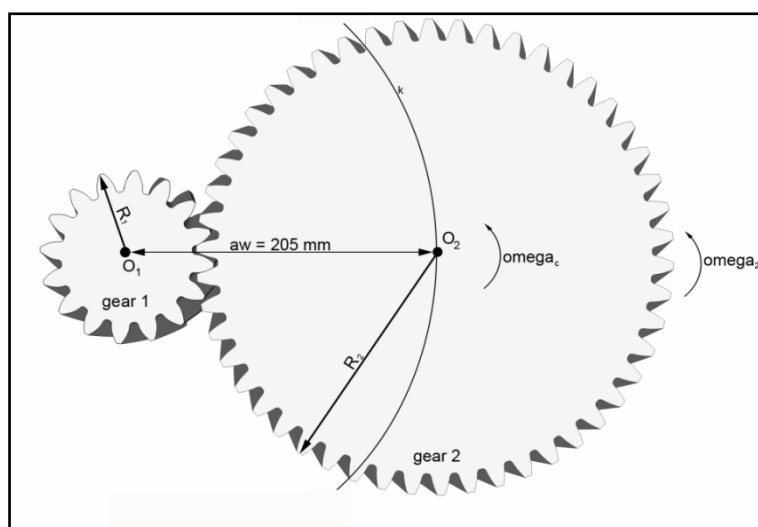
8.3. Definice pohybu ozubených kol

Ozubená kola konají rotační pohyb kolem osy rotace definovanou rychlostí, která byla poskytnuta s daty převodového soukolí. Rychlost rotace pastorku je 1495 [ot./min.] a spoluzabírajícího ozubeného kola 478,4 [ot./min].

Ve výpočetním prostředí ANSYS/Fluent lze definovat libovolný pohyb částí výpočetního modelu, tedy pohyb rotační i posuvný. Této funkcionality bylo využito pro definici pohybu ozubeného soukolí ve výpočetním modelu k simulaci odvalování ozubených kol. Rotace ozubených kol s pevnou osou rotace se využívá při studii proudění kapaliny například v zubových čerpadlech nebo při rotaci ventilátoru nebo rotaci kol v automobilovém průmyslu.

Jedním z přístupů realizace rotace ozubených kol při studii toku oleje zubovou mezerou je klasický případ, kdy obě ozubená kola rotují s pevným středem os. Tento postup nebyl zvolen s ohledem na nutnost modelovat velkou oblast výpočetní domény zahrnující podstatnou část geometrie obou ozubených kol a snahu redukovat maximálně velikost výpočetní domény i počet objemových elementů výpočetní sítě.

Zjednodušení geometrie celého ozubeného soukolí pouze na segmenty ozubených kol (viz kapitola 8.1 *Geometrie výpočetního modelu ozubeného soukolí*) umožňuje aplikovat jiný přístup definice pohybu segmentů ozubeného kola a to na případ, kdy je jedno z ozubených kol pevně „zafixováno“ v prostoru a druhé spoluzabírající ozubené kolo koná náhradní pohyb. Jedná se o odvalování po fixním ozubeném kole reprezentující rotaci obou ozubených kol. Tento přístup k realizaci pohybu ozubených kol v první řadě přináší výhodu v podobě snížení počtu elementů objemové sítě, optimálnější řízení kvality objemové sítě, ale i ve způsobu exportu a zpracování dat.



Obr. 23 Schéma kinematiky ozubených kol – ozubené kolo gear_1 nekoná pohyb

Pro všechny numerické simulaci uvedené v této práci je zvolen pastorek - *gear_1* jako nehybný. Pro dodržení kinematiky rotace ozubených kol v případě, kdy jedno z ozubených kol nerotuje, je nutné, aby ozubené kolo *gear_2* konalo složený pohyb - koná rotaci kolem dvou os současně. Dochází tak k odvalování *gear_2* po *gear_1*. Ozubené kolo označené jako *gear_2* koná rotaci kolem dvou os současně:

- a) Rotace kolem osy procházející bodem O_1 úhlovou rychlostí ω_c
- b) rotace kolem pohybující se osy rotace v bodě O_2 úhlovou rychlostí ω_2

8.3.1. Odvození úhlové rychlosti ω_c pro obíhající ozubené kolo

Pro úhlovou rychlost rotujícího pastorku (*gear_1*) platí následující vztah:

$$\omega_1 = n_1 \cdot z_1 \cdot m \quad (74)$$

kde:

- n_1 - počet otáček ozubeného kola *gear_1*
- z_1 - počet zubů ozubeného kola *gear_1*
- m - modul ozubeného soukolí

V případě fixace ozubeného kola *gear_1* musí ozubené kolo *gear_2* obíhat na rameni a_w úhlovou rychlostí ω_c takovou, aby dráha oběhu ozubeného kola *gear_2* byla stejná jako v případě, kdy se obě ozubené kola točila. Odvození je následující:

Rovnost drah pro případ rotace *gear_1* a následné fixace *gear_1* a pohybu *gear_2* na rameni a_w :

$$\omega_c(r_1 + r_2) = \omega_1(r_1) \quad (75)$$

dosazení vztahu pro poloměr roztečné kružnice:

$$\omega_c(m \cdot z_1 + m \cdot z_2) = \omega_1(m \cdot z_1) \quad (76)$$

dosazení vztahu pro úhlovou rychlost a otáčky $\omega = 2\pi n$ do rovnice:

$$\omega_c(m \cdot z_1 + m \cdot z_2) = 2\pi \cdot n_1(m \cdot z_1) \quad (77)$$

Vyjádření členu pro úlovou rychlost:

$$\omega_c = \frac{2\pi \cdot n_1 \cdot z_1}{(z_1 + z_2)} \quad (78)$$

Rotace ozubeného kola *gear_2* kolem pohybující se osy vedená bodem O_2 na rameni a_w úhlovou rychlostí ω_2 je nezměněna a platí:

$$\omega_2 = 2\pi \cdot n_2 \quad (79)$$

Pro délku ramene rotace a_w platí vztah:

$$a_w = r_1 + r_2 \quad (80)$$

8.3.2. Pohyb částí výpočetní domény ve výpočetním programu

V programu ANSYS/Fluent je definovaná funkce pro výpočet kinematiky, nazývaná *solid-body-kinematic*, která na základě pozice a orientace vzhledem k těžišti pohybujících se objektů umožňuje realizovat vlastní pohyb objektů výpočetní sítě. Tuto funkcionalitu lze použít jak pro objemové elementy (cell) tak i pro povrchové elementy (face). Pohyb je předepsán pomocí uživatelské funkce (UDF) v jazyce C.

Pro určení pohybu částí výpočetní domény musí být definována počáteční pozice a orientace tělesa, které má konat pohyb. Ve 2D a 3D program Fluent automaticky aktualizuje polohu těžiště v každém časovém kroku dle vztahů:

$$\vec{x}_{cg}^{n+1} = \vec{x}_{cg}^n + \vec{v}_{cg} \Delta t \quad (81)$$

$$\vec{\theta}_{cg}^{n+1} = \vec{\theta}_{cg}^n + \vec{\Omega}_{cg} \Delta t \quad (82)$$

Kde jednotlivé výrazy mají následující význam:

- $\vec{x}_{cg}^n$ - Pozice těžiště
- $\vec{\theta}_{cg}^n$ - Orientace těžiště
- $\vec{v}_{cg}$ - Přímocará rychlost těžiště
- $\vec{\Omega}_{cg}$ - Úhlová rychlost těžiště

Polohový vektor těžiště tělesa je aktualizován na základě úhlové rychlosti $\vec{\Omega}_{cg}$. Pro rotační úhel (úhlová rychlost) platí: $\Delta\theta = |\vec{\Omega}_{cg}| \cdot \Delta t$ a pro polohový vektor $\vec{x}_r$ tělesa v aktuálním časovém okamžiku s uvažováním $\vec{x}_{cg}^n$ můžeme pro polohový vektor napsat:

$$\vec{x}_r^{n+1} = \vec{x}_r^n + \Delta\vec{x} \quad (83)$$

Kde $\Delta\vec{x}$ lze vyjádřit jako:

$$\Delta\vec{x} = |\vec{x}_r^n - \vec{x}_{cg}| [\sin(\Delta\theta) \hat{e}_\theta + (\cos(\Delta\theta) - 1) \hat{e}_r] \quad (84)$$

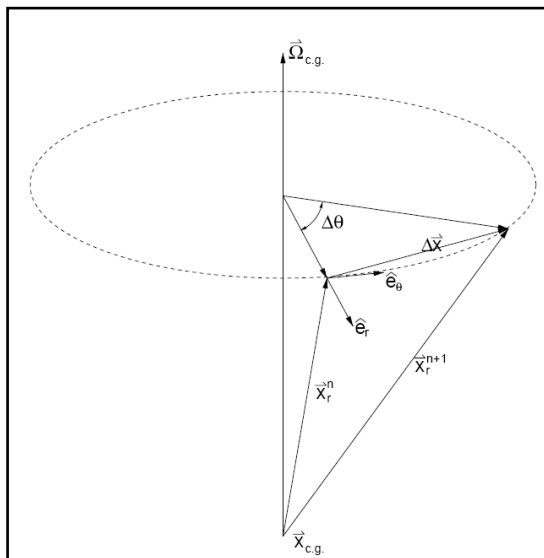
Kde jsou jednotkové vektory $\hat{e}_\theta$ a $\hat{e}_r$ definované:

$$\hat{e}_\theta = \frac{\vec{\Omega}_{cg} \times \vec{x}_r}{|\vec{\Omega}_{cg} \times \vec{x}_r|} \quad (85)$$

$$\hat{e}_r = \frac{\hat{e}_\theta \times \vec{\Omega}_{cg}}{|\hat{e}_\theta \times \vec{\Omega}_{cg}|} \quad (86)$$

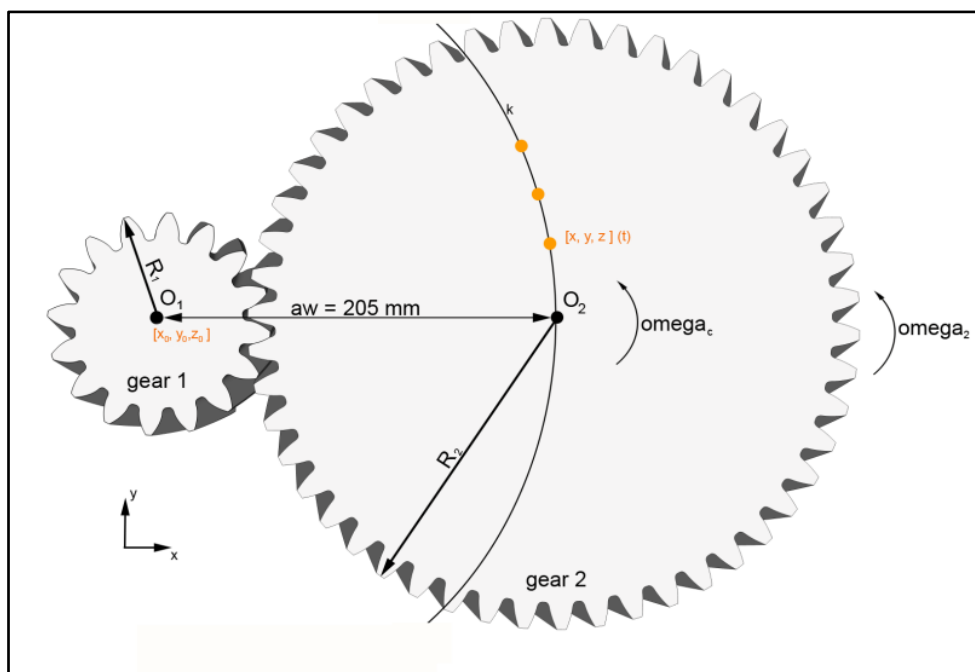
Pokud se těleso (část domény) pohybuje translační rychlostí $\vec{v}_{cg}$ poté polohový vektor v čase $n+1$ může být vyjádřen jako:

$$\vec{x}^{n+1} = \vec{x}_{cg}^n + \vec{v}_{cg} \Delta t + \vec{x}_r^{n+1} \quad (87)$$



Obr. 24 Souřadný systém pohybujícího se tělesa

Pro výše uvedené odvození kinematiky spoluzabírajícího ozubeného kola a principu aktualizace polohy objektů ve výpočetní doméně je nutné určit složky rychlosti bodu O_2 získané pomocí první derivace předpisu polohy bodu pohybující se na rameni a_w . Pohyb bodu O_2 po kružnici k je zobrazen na obrázku č. 25.



Obr. 25 Kinematika spoluzabírajícího ozubeného kola

Pro popis pohybu středu rotace O_2 platí následující vztahy:

Vztah pro x-ovou souřadnici bodu O_2 :

$$x(t) = a_w \cdot \cos(\omega_c \cdot t) \quad (88)$$

Vztah pro souřadnici y bodu O_2 :

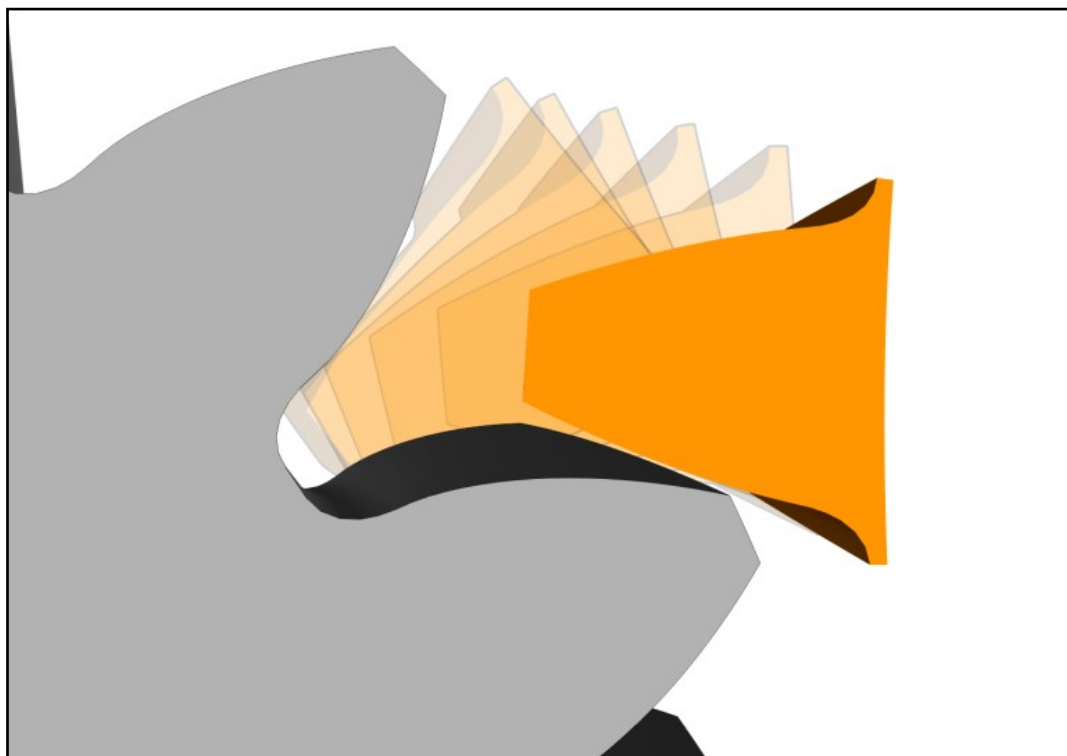
$$y(t) = a_w \cdot \sin(\omega_c \cdot t) \quad (89)$$

První derivací rovnic souřadnic bodu O_2 získáme předpis pro definici pohybu bodů v programu určenou pro uživatelskou funkci pohybu:

$$w_y(t) = \frac{a_w \cdot \sin(\omega_c \cdot t)}{dt} = a_w \cdot \cos(\omega_c \cdot t) \cdot \omega_c \quad (90)$$

$$v_x(t) = \frac{a_w \cdot \cos(\omega_c \cdot t)}{dt} = -a_w \cdot \sin(\omega_c \cdot t) \cdot \omega_c \quad (91)$$

Schematické zobrazení kinematiky spoluzabírajícího kola pro případ, kdy je jedno z ozubených kol pevně zafixováno znázorňuje obrázek č. 26.



Obr. 26 Pohyb spoluzabírajícího ozubeného kola, vstup do zubové mezery

Na obrázku č. 26 je znázorněna počáteční pozice pohybu ozubeného kola – segmentu ozubeného kola, který vstupuje do záběru. Počáteční pozice odpovídá počátku numerické simulace, v této pozici ozubeného soukolí byla provedena inicializace proudového pole.



Obr. 27 *Pohyb spoluzabírajícího ozubeného kola, výstup do zubové mezery*

Obrázku č. 27 popisuje situaci, kdy je spoluzabírající ozubené ve fázi záběru. V tomto okamžiku je vrstva oleje vytlačována ze zubové mezery. V čelní rovině můžeme pozorovat tzv. klín tvořený spolu-zabírajícím kolem uvnitř zubové mezery, který může negativně působit na povrch boku zubu.

8.3.3. Předpis pohybu ozubeného kola - uživatelská funkce, programovací jazyk C++

Předpis pohybu ozubeného kola byl definován pomocí funkce UDF (*User Defined Function*). Tato funkce implementuje pro vybraný segment ozubeného kola vztahy uvedené v rovnicích (90) a (91). Jedná se tedy o přístup, kdy je jedno z ozubených kol zastaveno a druhé koná složený pohyb. Zdrojový kód této funkce lze aplikovat jak pro jedno-procesorový výpočet tak i více-procesorový výpočet bez nutnosti programování komunikace mezi jednotlivými výpočetními nody, neboť tato komunikace pro specifickou funkci je již implementována na straně výpočetního programu.

Zápis uživatelské funkce popisující pohyb ozubeného segmentu:

```
#include "udf.h"

double aw = 0.205;
double z1 = 16;
double z2 = 50;
double PI = 3.14159265358979323846264338327950288;
double n1 = 1495,0;
double n2 = 478,4;
double nc;
double omega_c;
double modul = 6;
double tt = 0,0;

double wx;
double wy;
double nn;

/*  m - modul
    z1 - pocet zubu pastorku
    z2 - pocet zubu spoluzabirajiciho kola
    aw = osova vzdalenost
    n1 - otacky pastorku
    n2 - otacky hnaneho kola
    nc - otacky pri nahrazeni pohybu

nc = (z1*modul*n1)/(modul*(z1+z2));
omega_c = 2*PI*nc/60;
```

```

DEFINE_CG_MOTION(x_1,dt,vel,omega,time,dtime) {

wx = -aw*omega_c*(cos(omega_c*(time+tt)));
wy = -aw*omega_c*(sin(omega_c*(time+tt)));

vel[0] = wx;
vel[1] = wy;
vel[2] = 0,0;

vel[1] = 0,0;
vel[2] = 0,0;
nn = (n2*PI*2)/60;
omega[0] = 0,0;
omega[1] = 0,0;
omega[2] = nn;
}

```

8.4. Kvalita výpočetní sítě

Kvalita výpočetní sítě, počet elementů a diskretizace výpočetní domény je klíčovým faktorem v numerických simulacích a odvíjí se od ní kvalita dosažených výsledků. Pro zachycení detailů proudění a řešení gradientů proudových veličin je zapotřebí mít dostatečně velké rozlišení výpočetní sítě, neboli dostatečný počet objemových buněk při použití metody konečných objemů (FVM), ale zároveň na přijatelné úrovni s ohledem na výpočetní kapacitu daného hardwaru, tak aby byly výsledky z numerických simulací k dispozici v odpovídajícím čase.

Použití výpočetní sítě s elementy splňující kritéria kvality je klíčové k minimalizaci diskretizační chyby. Mezi základní parametry kvality sítě patří: kolmost (ortogonalita), šikmost (skewness) a poměr velikosti (aspect ratio). Použitím velkého množství výpočetních elementů s nízkou kvalitou geometrického tvaru může vést k propagaci numerické chyby a v důsledku toho k nekorektním výsledkům [30].

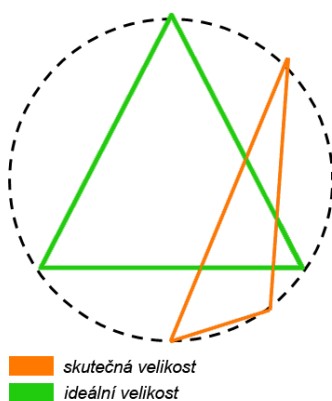
8.4.1. Metoda skewness:

Pro trojúhelníkové elementy ve 2D nebo čtyřstěny ve 3D je hodnota skewness, neboli zešikmení elementu definována vztahem:

$$skewness = \frac{S_{opt} - S_{real}}{S_{opt}} \quad (92)$$

S_{opt} - ideální velikost elementu, pravidelný trojúhelník nebo čtyřstěn

S_{real} - skutečná velikost elementu



Obr. 28 Zobrazení hodnocení kvality sítě dle šikmosti elementu

Typ elementu výpočetní sítě použitý v simulacích je čtyřstěn. Tento tvar je volen s ohledem na komplexní geometrii zubové mezery a pohyb ozubeného segmentu. V případě, kdyby se jednalo o ozubené soukolí s přímými zuby, šlo by s výhodou použít pětistěny, tedy trojúhelníkové buňky vytažené do prostoru. Buňky typu čtyřstěnu jsou použity pro typy sítí

bez mezní vrstvy, jež lze relativně snadno optimalizovat v průběhu deformace výpočetní domény vlivem pohybu segmentu spoluzabírajícího ozubeného kola.

Metody pro aktualizaci a optimalizaci výpočetní sítě v průběhu simulace jsou implementovány v programu ANSYS/Fluent a byly použity pro řízení kvality sítě.

8.4.2. Laplacian Smoothing Method

Laplacian Smoothing Method je použita k přesíťování objemových elementů a je kombinována s dalšími metodami, které jsou uvedeny dále v textu. Tato metoda nastaví polohu každého vrcholu sítě (nodu) do geometrického středu sousedního vrcholu. Tato metoda není výpočetně náročná, ale ne vždy garantuje vylepšení kvality sítě, protože přemístění vrcholů sítě metodou *Laplacian smoothing* může zapříčinit zhrubnutí výpočetní sítě. Aby k tomuto nedocházelo, výpočetní software skutečně přemístí vrcholy sítě pouze u těch buněk, u kterých dojde k vylepšení kvality sítě dle parametru šikmosti (*skewness*).

Metoda Laplacian smoothing může být pouze použita i na deformujících se okrajových podmínkách. Výpočet polohy nodů je prováděn dle vztahu:

$$\overline{\vec{x}}_i^m = \frac{\sum_j^{n_i} \vec{x}_j^m}{n_i} \quad (93)$$

Kde $\overline{\vec{x}}_i^m$ je průměrná pozice i -tého nodu v m -té iteraci, $\vec{x}_j^m$ je pozice nodu sousedního sousedícím s nodem $\vec{x}_i^m$ v m -té iteraci a n_i je počet nodů sousedících s nodem i -tým nodem. Nová pozice nodu $\vec{x}_i^{m+1}$ je vypočtena dle vztahu:

$$\overline{\vec{x}}_i^{m+1} = \overline{\vec{x}}_i^m (1 - \beta) + \vec{x}_i^m \beta \quad (94)$$

kde β je relaxační faktor nodů na okrajové podmínce. Aktualizace nodů do nové polohy je provedena pouze, pokud hodnota maximálního skewness všech ploch přiléhajících k $\vec{x}_i^{m+1}$ je nižší ve srovnání s hodnotou pro $\vec{x}_i^m$.

8.4.3. Remeshing method

Další použitou metodou pro vylepšení kvality sítě při pohybu segmentu ozubeného kola je *remeshing* metoda určená pro elementy sítě typu čtyřstěn. Pokud je posun pohybujících se částí výpočetní domény velký ve srovnání s velikostí buňky, kvalita sítě se může zhoršit, popřípadě buňky mohou být degradovány (mohou mít záporný objem). To vede k degradaci výpočetní domény a může to způsobit problémy s konvergencí při interpolaci proudového pole do aktualizované výpočetní sítě po pohybu pohybujících se částí domény. Velikost deformace výpočetní sítě, její rychlost a četnost přesíťování výpočetní domény musí

zohledňovat reálný pohyb segmentů ozubeného kola a časové měřítko sledovaného fyzikálního děje.

K zamezení výskytu deformovaných buněk výpočetní program analyzuje (eviduje) buňky, které nesplňují kritéria pro kvalitu sítě skewness či velikost buňky a nevyhovující elementy jsou přesítovány. Tyto parametry jsou nastaveny dle vlastností výchozí kvality sítě a přípustné míry deformace buněk. Pokud nově vytvořená buňka splňuje kritéria pro kvalitu sítě, síť je lokálně aktualizovaná s novými buňkami a řešení je interpolováno s původních do nově vytvořených buněk.

Výpočetní program nabízí několik metod pro lokální remeshing jako jsou například: *local remeshing*, *local face remeshing* (pouze pro 3D), *face region remeshing*, *2,5D remeshing*. Tyto metody přesítování jsou možné pouze pro tetrahedronovou síť ve 3D a trojúhelníkové elementy ve 2D, síť s jinými elementy než výše vyjmenované jsou vynechány. Metody přesítování 2,5D je možná pouze pro elementy typu *wedge*.

8.4.4. Local remeshing method

Při použití metody *local remeshing* jsou zkoumány buňky na základě jejich skewness, nejdelší a nejkratší hrany buňky. Tímto způsobem jsou vyhodnoceny všechny buňky výpočetní domény, buňky překračující následující pravidla jsou určeny k přesítování:

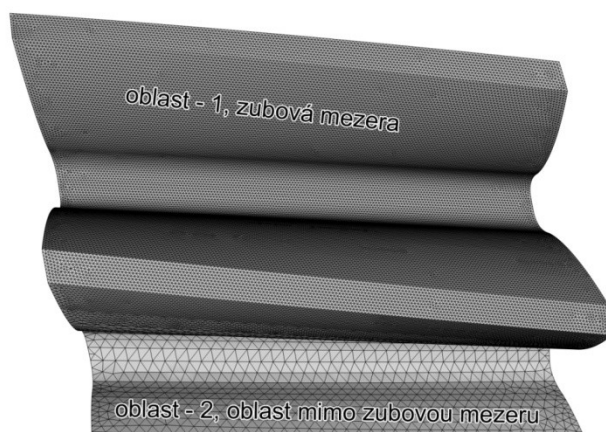
- Hodnota skewness je větší než uživatelem zvolená
- Délka hrany je menší než dle volby uživatele
- Délka hrany je delší než dle volby uživatele
- Výška buňky nesplňuje kritéria na pohybující se okrajové podmínce

8.4.5. Přesítování objemové sítě - Volume Mesh Update Procedure

Objemová síť je automaticky přesítována na základě metod, které byly uvedeny. Metoda přesítování pohybujících se nebo deformujících se zón je zvolena na základě uživatele a na základě topologie výpočetní domény.

Na základě určené metody aktualizace výpočetní sítě jsou dané algoritmy aplikovány na buňky určené k přesítování, respektive na buňky neplnící předpisy kvality sítě. Pokud je definován pohyb zóny, jsou kontrolovány a popřípadě přesítovány všechny buňky těchto zón. Pokud je provedena definice pohybu pouze pro okrajovou podmínku, jsou kontrolovány a případně aktualizovány buňky přiléhající k této okrajové podmínce. Pokud zóna výpočetní domény nemá definovaný pohyb ani jedné entity výpočetní sítě, žádná metoda pro aktualizace sítě není provedena.

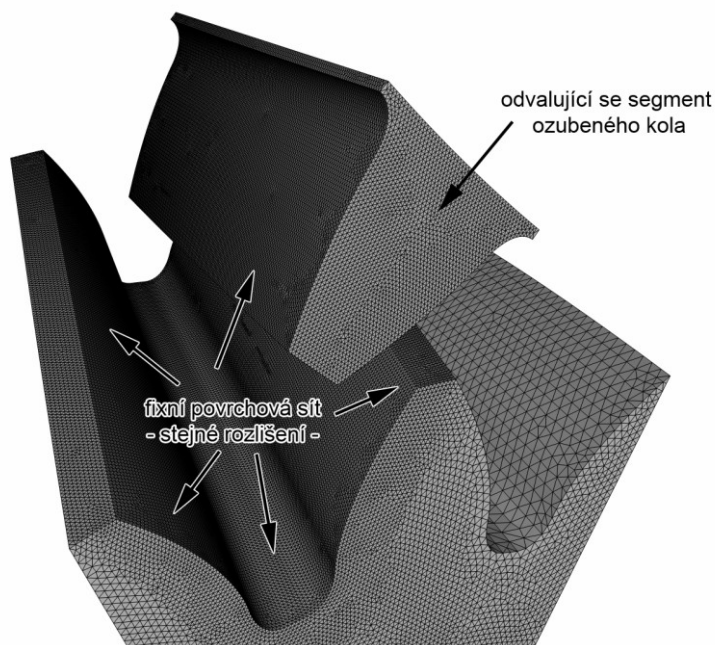
8.5. Objemová síť výpočetního modelu



Obr. 29 Zobrazení povrchové sítě, oblast - 1, oblast - 2

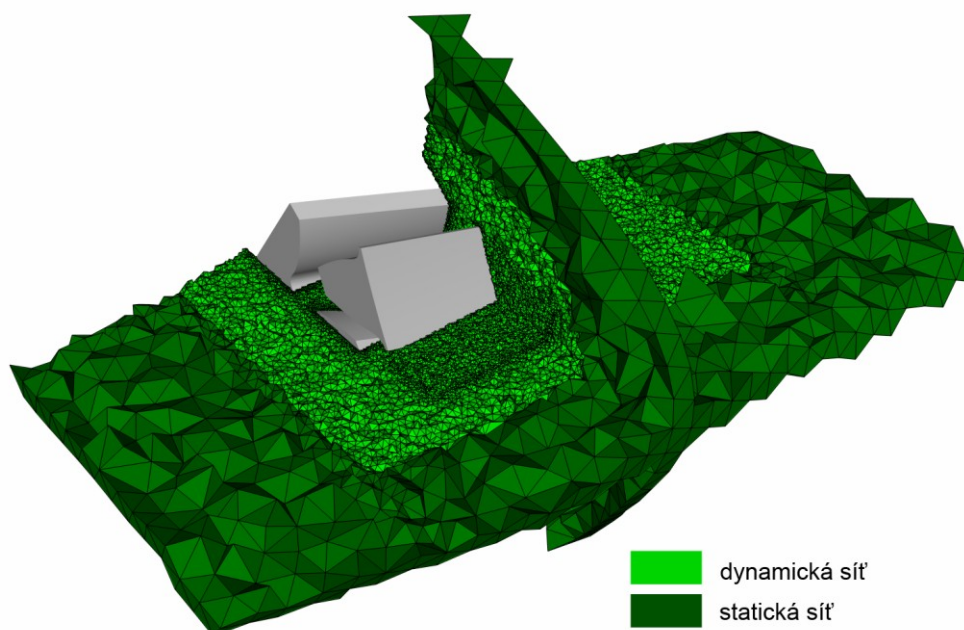
Obrázek č. 29 znázorňuje rozdělení povrchové sítě na dvě základní oblasti. Oblast č. 1 obsahuje geometrii ozubených kol tvořící zubovou mezeru, ve které jsou sledovány děje při odvalování ozubených kol. Tato oblast je pokryta sítí s vysokým rozlišením, aby simulované děje byly co nejlépe zachyceny. Oblast č. 2 obsahuje okolní geometrii ozubeného soukolí, kde je proudění oleje mimo sledovanou oblast zájmu. V této oblasti je použito hrubší rozlišení výpočetní sítě z důvodu úspory výpočetního času a náročnosti na hardware při simulaci.

Obrázek č. 30 znázorňuje hustotu výpočetní sítě jak v zubové mezeře, tak i na spoluzabírajícím ozubeném segmentu. Generace povrchové sítě je provedena tak, aby rozlišení jak v zubové mezeře, tak i na spoluzabírajícím ozubeném segmentu byla stejná. Nastavení algoritmu dynamické sítě je voleno takové, aby během simulace povrchová síť byla konstantní pro pohybující se segment, ale i nepohybující se geometrii pastorku.



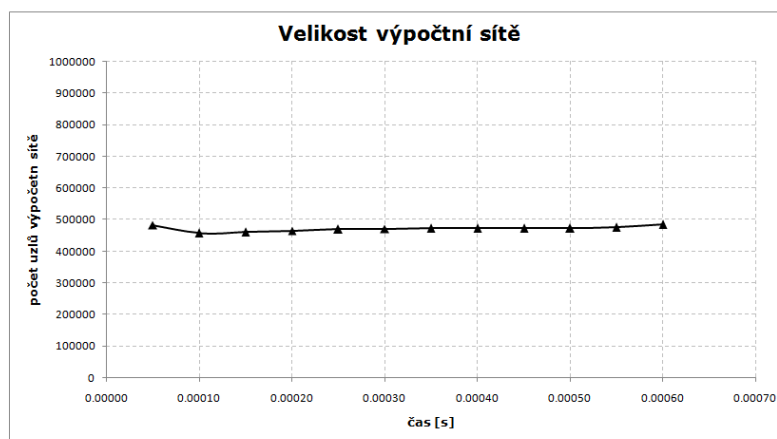
Obr. 30 Rozlišení sítě v zubové mezeře a na spoluzabírajícím segmentu ozubeného kola

V kapitole 8.1.4 *Geometrie výpočetního modelu* je zobrazena topologie výpočetní oblasti, která je tvořena několika doménami. Rozdělení výpočetní domény je provedeno z důvodu možnosti řídit kvalitu a rozlišení objemové sítě dle oblasti zájmu. Dalším důvodem je možnost určit oblasti výpočetní sítě, kde budou aplikovány algoritmy pro obnovu sítě v důsledku pohybu geometrie. Obrázek č. 31 představuje rozdělení výpočetní sítě na oblast se statickou a dynamickou sítí. Dále je znázorněno, jaké bylo zvoleno rozdělení rozlišení výpočetní sítě v oblastech zubové mezery a mimo ni.

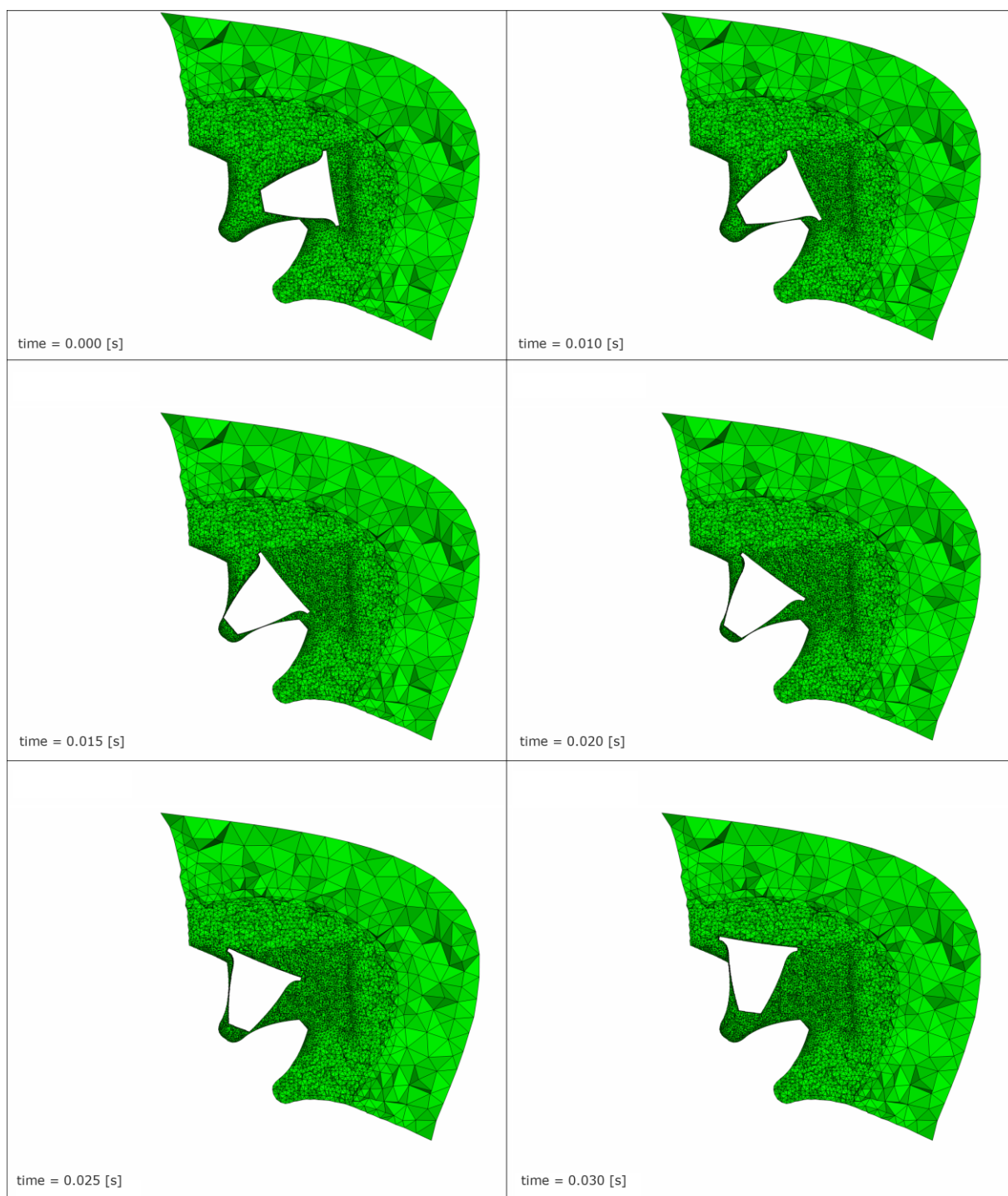


Obr. 31 řezy výpočetní doménou, znázornění dynamické a statické oblasti.

Obrázek č. 31 znázorňuje dva na sebe kolmé řezy výpočetní doménou. V oblasti zubové mezery, to je v oblasti, kde je primárně sledován tok oleje, je rozlišení sítě násobně větší než ve zbytku výpočetní domény. Oblast mimo zubovou mezeru je tvořena statickou sítí, její rozlišení i kvalita je konstantní v průběhu celé výpočetní simulace. V oblasti s dynamickou sítí se mění počet elementů i kvalita v závislosti na aktuální poloze ozubených kol.

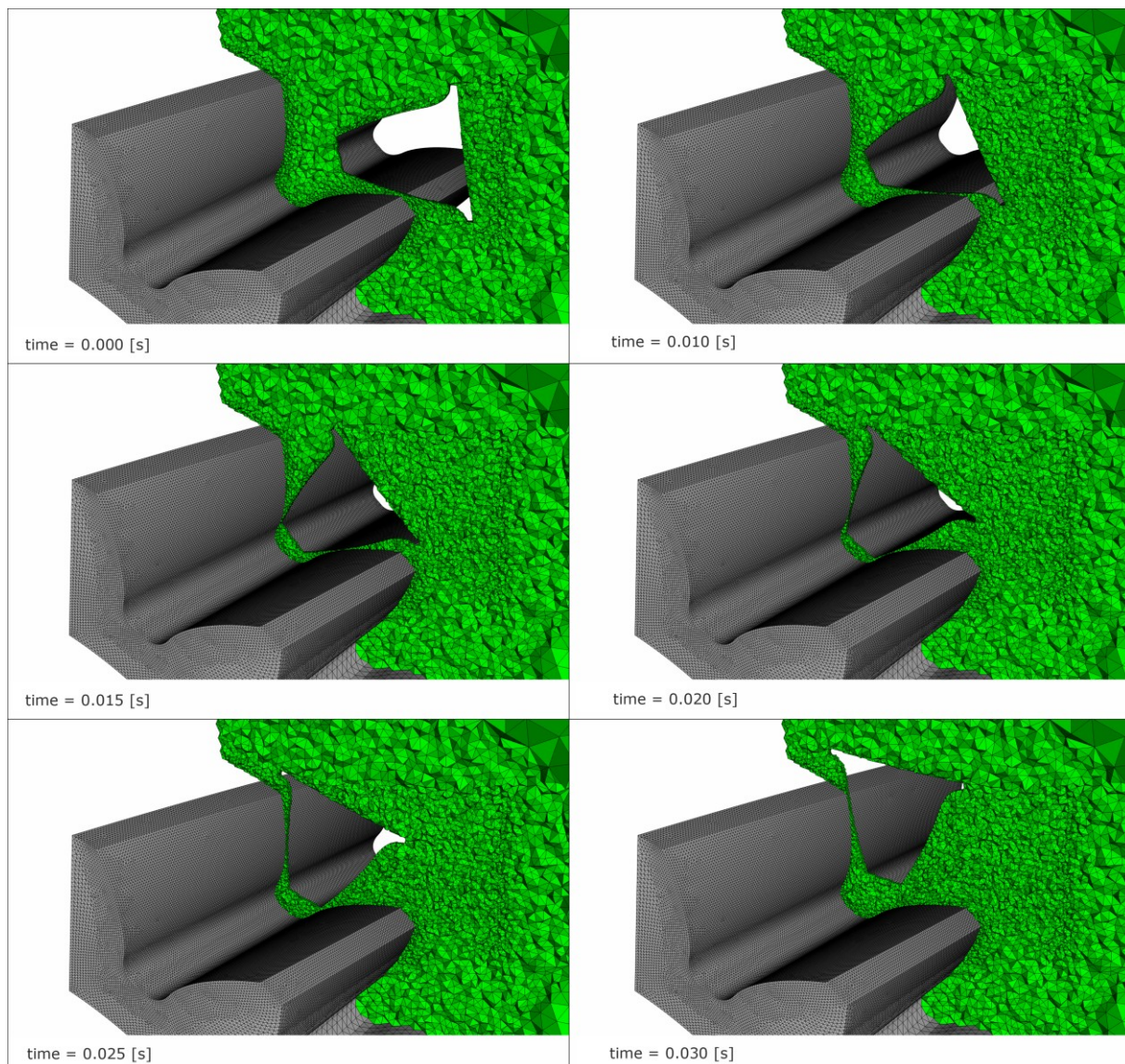


Obr. 32 počet výpočetních nodů sítě v průběhu simulace, označení sítě V17



Obr. 33 Řez výpočetní sítě v čase, řez $Z = 0,024$

Obrázku č. 33 je znázorněna deformace výpočetní sítě v závislosti na pohybu spoluzabírajícího ozubeného segmentu. Za ozubeným segmentem lze pozorovat oblast, kde došlo k vytvoření nové objemové sítě. Velikost vznikající objemové sítě je dána nastavením algoritmu pro obnovu sítě v důsledku pohybujících se elementů.

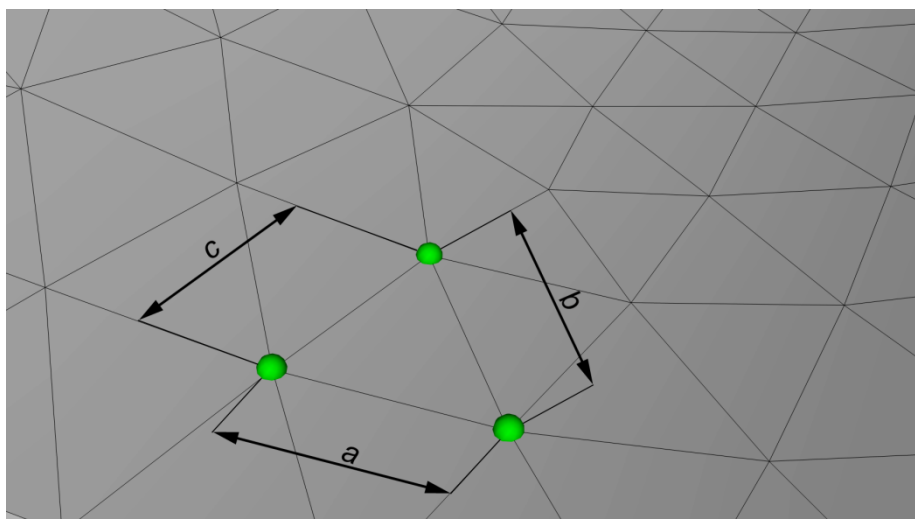


Obr. 34 Detailní pohled na řez výpočetní doménou, $z = 0,024$

Na obrázku č. 34 je znázorněno rozlišení povrchové sítě. Při studii toku oleje v zubové mezeře byly použity různé nastavení rozlišení sítě. V oblasti zubové mezery byly použity tři velikosti povrchové sítě. Tabulka hodnot pro délku hrany elementu povrchové sítě.

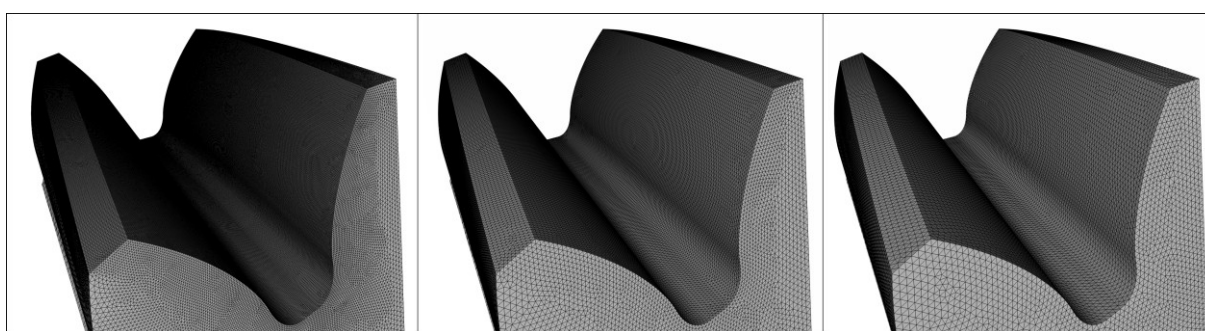
Tabulka 3 Počet objemový elementů pro různé povrchové rozlišení sítě

nastavení	délka hrany elementu [mm]	počet objemových buněk [-]
01	0,1	1 531 220
02	0,2	2 572 859
03	0,3	7 194 453

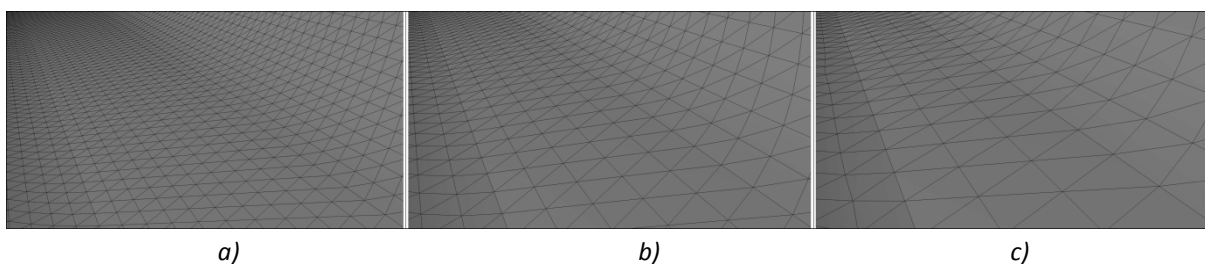


Obr. 35 Velikost povrchové sítě

V případě ideální kvalitní sítě jsou délky hran povrchové trojúhelníkové sítě stejné. V oblasti zubové mezery byly dle tabulky č. 3 voleny tři velikosti sítě a) 0,1 [mm], b) 0,2 [mm] a c) 0,3 [mm]. Tomuto rozlišení sítě v zubové mezeře odpovídá i celkový nárůst objemových elementů ve výpočetní doméně.



Obr. 36 Rozlišení povrchové sítě v zubové mezeře: a) 0,1mm b) 0,2 mm c) 0,3 mm



Obr. 37 Detailní pohled na rozlišení povrchové sítě: a) 0,1mm b) 0,2 mm c) 0,3 mm

Parametry nastavení automatického algoritmu pro obnovení objemové sítě pro udržení kvality elementů se skládaly z globální a specifického nastavení. Globální nastavení bylo pro všechny varianty výpočetní sítě stejné.

V globálním nastavení bylo definováno, aby kontrola objemové sítě dle kvality elementů a její obnova byla provedena každou druhou iteraci. Hodnota četnosti kontroly sítě je závislá na rychlosti pohybujících se ozubených kol a je zvolena tak, aby nedocházelo k velké deformaci sítě při pohybu. Při řešení a výpočtu proudění byly testovány i vyšší hodnoty četnosti z důvodu úspory výpočetního času. Při vyšších hodnotách četnosti kontroly a obnovy sítě docházelo často k divergenci, neboť síť obsahovala zpravidla elementy záporného objemu, které vznikly příliš velkou deformací sítě bez předběžné kontroly sítě.

Metoda kontroly sítě na kvalitu byla provedena dle metody skewness, která dává do poměru ideální a deformovaný tvar objemového elementu. Tato kontrola je prováděna pro objemové i povrchové elementy výpočetní sítě. V případě překročení nastaveného limitu $skewness > 0,9$ je volána procedura pro obnovení kvality sítě. Tato hodnota šikmosti elementu je odvozena na základě zkušenosti. Dokumentace [30] uvádí hraniční hodnotu šikmosti 0,95, kdy při její překročení může docházet k problémům s konvergencí výpočtu a může tím být zatížena i přesnost výpočtu.

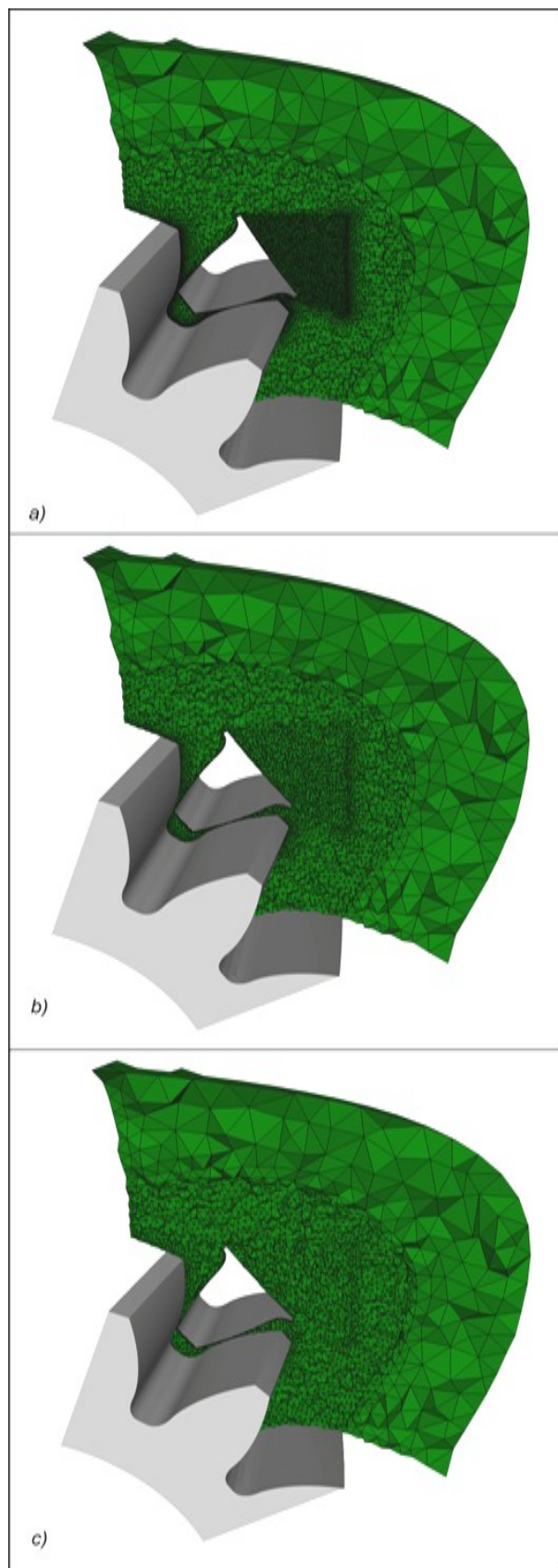
Specifické nastavení obnovy sítě zahrnuje nastavení pro generaci nových elementů. Výpočetní program umožňuje definovat pro nově vznikající elementy, v důsledku obnovy sítě, velikost těchto elementů. Nastavení byla v realizovaných výpočtech nastavena specificky, z důvodu jiného rozlišení výchozí povrchové a objemové sítě. Minimální velikost nově tvořených elementů byla nastavena tak, aby odpovídala minimální velikosti objemového elementu, který se vyskytoval v původní nedeformované síti. Pro ideální tvar objemové elementu daného hranou povrchového trojúhelníkového elementu platí vztah:

$$V = \frac{\sqrt{2}}{12} x^3 \quad (95)$$

V - objem pravidelného čtyřúhelníkového elementu

x - délka hrany elementu

Důsledek obnovy sítě je zobrazen na obrázku 38. Za pohybujícím se segmentem ozubeného kola lze pozorovat oblast sítě, která byla vytvořena automatickou procedurou *dynamic mesh*.



povrchová síť, délka hrany: a) 0,1 [mm] b) 0,2 [mm] c) 0,3 [mm]

Obr. 38 *Objemová síť a její rozlišení v důsledku obnovy sítě*

Na obrázku č. 38 a, b, c je znázorněno jiné rozlišené objemové síť v prostoru za pohybujícím se segmentem ozubeného kola. Jiná diskretizace objemové sítě je způsobena různým nastavením obnovy sítě při použití funkce *dynamic mesh*. Specifické nastavení parametrů obnovy sítě odpovídá rozlišení povrchové sítě.

Parametry výpočetní sítě jsou uvedené v tabulce č. 4, 5 a 6, ve kterých jsou uvedeny základní sledované parametry. Je to zejména kvalita sítě dle šikmosti (skewness), počet elementů překračující doporučené maximum 0,95, procento nekvalitních buněk a celkový počet buněk objemových buněk výpočetní sítě.

Tabulka 4 Parametry sítě V17

Sít s označením V17, velikost povrchového elementu $x = 0,3$ [mm]			
čas simulace [s]	počet buněk skewness > 0,95	počet buněk skewness > 0,95 [%]	celkový počet buněk
0,050	13	0,001	1 542 111
0,010	8	0,001	1 531 220
0,015	3	0,000	1 521 988
0,020	5	0,000	1 515 701
0,025	3	0,000	1 518 918
0,030	64	0,004	1 554 830

Tabulka 5 Parametry sítě V16

Sít s označením V16, velikost povrchového elementu $x = 0,2$ [mm]			
čas simulace [s]	počet buněk skewness > 0,95	počet buněk skewness > 0,95 [%]	celkový počet buněk
0,050	85	0,003	2 541 250
0,010	47	0,002	2 572 859
0,015	45	0,002	2 579 240
0,020	66	0,003	2 578 303
0,025	55	0,002	2 598 336
0,030	164	0,006	2 751 199

Tabulka 6 Parametry sítě V15

Sít s označením V16, velikost povrchového elementu $x = 0,1$ [mm]			
čas simulace [s]	počet buněk skewness > 0,95	počet buněk skewness > 0,95 [%]	celkový počet buněk
0,050	17	0,000	7 194 453
0,010	28	0,000	7 954 224
0,015	12	0,000	8 376 004
0,020	9	0,000	8 691 378
0,025	57	0,001	9 135 559
0,030	60	0,001	10 725 924

Parametry obnovy sítě byly voleny tak, aby počet elementů s nízkou kvalitou dle kritéria šikmosti byl co nejmenší, dle uvedených tabulek lze tvrdit, že nastavení bylo korektně provedeno. Pro objemovou síť V15 byly použity parametry obnovy sítě takové, že dochází k pomalému růstu počtu objemových elementů. Počet nových elementů vzniká především za pohybujícím se ozubeným elementem ve smyslu jeho pohybu, viz obrázek č. 38a.

8.6. Kapalná fáze výpočetní úlohy - olej

8.6.1. Základní charakteristika mazacího oleje

Hlavní funkcí oleje je chránit povrch strojních částí, které jsou v kontaktu s ostatními částmi proti opotřebení, minimalizovat tření a odvádět teplo z prostoru kontaktu vzniklé disipací energie při přenosu výkonu prostřednictvím tvarové vazby. Olej a jeho mazací schopnosti jsou dány jak fyzikálními tak i chemickými vlastnostmi. Fyzikální vlastnosti oleje jsou dány základní tvořící složkou oleje. Chemické vlastnosti oleje jsou dány aditivami a složkami, které jsou do oleje přidány, tak aby získal dodatečné vlastnosti, například zvýšení mazacích schopností, ochrana proti erozi, pění a tak dále.

Mazací oleje jsou používány ke zvýšení odolnosti proti opotřebení, oděru a je žádoucí, aby měly vysokou tepelnou odolnost, protože přenášený výkon ozubeného soukolí je zpravidla proměnný, jemuž je úměrný ztrátový výkon, který olej zahřívá. Zvýšená teplota oleje mimo předepsaný teplotní rozsah může mít negativní dopad na mazací schopnosti a negativně tak ovlivnit dobu výměny oleje a servisního zásahu.

Při záběru ozubených kol dochází k odvalování i skluzu povrchů zubů. Jedná se o kombinovaný pohyb, kde poměr mezi odvalováním a skluzem je dán typem ozubených kol. U přímých a šikmých ozubených kol převládá odvalování oproti šroubovým nebo šnekovým ozubeným převodům. Ideální podmínky mazání nastanou, pokud jsou ozubená kola v místě kontaktu oddělena zcela vrstvou oleje. Tyto podmínky nastanou jen zřídka, záleží převážně na geometrii zubu.

Odvětví zabývající se studiem únosností olejového filmu, jeho zatížením a chováním při různých pracovních režimech strojních součástí se označuje zkratkou EHL (*elastohydrodynamic lubrication*). Obecně při záběru ozubených kol dochází k vysokému zatížení a tlaku na povrchu zubu v hodnotách i nad 1 500 [MPa]. Takto zatížený je i olejový film mezi povrchy zubů ozubených kol v záběru, který díky vysokému tlaku dosáhne vysoké viskozity. Vlivem vysoké viskozity je jeho schopnost téci minimální a olej zůstává v prostoru kontaktu. Pod vysokým tlakem dochází k elastické deformaci povrchu zubu v místě kontaktu a tím se oblast bodového styku ozubených kol zvětšuje. Důsledkem je větší mazací mezera s tlustší olejovou vrstvou [35].

Pro zajištění správné funkčnosti převodového soukolí byl použit minerální olej ISO-VG 220. Specifické vlastnosti tohoto mazacího oleje jsou převzaty z dokumentace uváděné výrobcem [36]. Olej MOGUL INTRANS (ISO-VG 220) je vysoce kvalitní ropný průmyslový převodový olej. Hluboce rafinovaný základový olej, na jehož základě jsou převodové oleje převážně formulovány, jsou vyrobené speciální hydrogenační technologií. Obsahují účinné přísady pro zvýšení oxidační stálosti, pro zlepšení vysokotlakých vlastností a ochranných schopností proti rezivění.

8.6.2. Charakteristické vlastnosti oleje:

- výborně chrání mazané převody i jiné soustavy proti opotřebení – vynikající vysokotlaké vlastnosti
- velmi dobře chrání proti korozi (ocel i barevné kovy)
- zaručuje ochranu železných materiálů proti rezivění
- výborná odolnost proti oxidaci je zárukou dlouhé životnosti
- velmi dobré neemulgační vlastnosti dovolují použití i v případech, kdy do systému proniká v omezené míře voda
- příznivá viskozitně teplotní závislost

8.6.3. Fyzikální vlastnosti použitého oleje:

Tabulka 7 Vlastnosti oleje

Parametr	jednotka	hodnota
kinematická viskozita při 40°C	[mm ² ·s ⁻¹]	220
kinematická viskozita při 100°C	[mm ² ·s ⁻¹]	17,5
hustota	[kg·m ⁻³]	895
viskozitní index	[-]	95
bod vzplanutí	[°C]	235
bod tekutosti	[°C]	-18
tenze par při 20 °C	[Pa]	< 10

8.6.4. Dynamická viskozita

Dynamická viskozita definuje vnitřní tření kapaliny a lze ji vyjádřit Newtonovým vztahem:

$$\tau = \mu \frac{\partial u}{\partial y} \quad (96)$$

τ	- smykové napětí	$[\text{N} \cdot \text{m}^{-2}]$
μ	- dynamická viskozita	$[\text{N} \cdot \text{s} \cdot \text{m}^{-2}]$
$\frac{\partial u}{\partial y}$	- gradient rychlosti ve směru kolmém na rychlost	

Dynamická viskozita dává do poměru smykové napětí a změnu rychlosti ve směru kolmém na tok kapaliny mezi jednotlivými vrstvami kapaliny. Dynamická viskozita reprezentuje velikost vnitřního tření. Čím vyšší je dynamická viskozita, tím menší je schopnost kapaliny téci. Neboli kapalina s vyšší viskozitou potřebuje vyšší energii k uvedení do pohybu.

Kinematická viskozita vyjadřuje vztah mezi hustotou a dynamickou viskozitou.

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \quad (97)$$

ν	- kinematická viskozita $[\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}]$
-------	--

8.6.5. Viskozita oleje

Vlastnosti oleje jsou převzaty dle dokumentace minerálního oleje:

fyzikální vlastnosti		T = 40 [°C]	T = 100 [°C]
kinematická viskozita	$\nu [\text{mm}^2 \cdot \text{s}^{-1}]$	220	17,5
dynamická viskozita	$\mu [\text{kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}]$	0,20	0,016

Tabulka 8 Teplotní závislost dynamické viskozity

Teplotní závislost viskozity oleje je ve většině případů měřena, na základě těchto měření jsou odvozeny empirické modely. Mezi ně patří například model od Walthera [37] :

$$\log_{10}[\log_{10}(\nu + \lambda)] = A - B \cdot \log_{10} T \quad (98)$$

λ	- konstanta modelu
A, B	- empirické konstanty

Při záběru ozubených kol se zuby dotýkají v bodě dotyku a jsou po sobě odvalovány po záběrové úsečce, tím dochází k přenosu energie. Vzniká zde energie ve formě tepla vlivem tření zubů, které je způsobeno nepřesností výroby, montáže, opotřebením ozubení, vibracemi a průhybem hřídele. Olej vyplňující zubovou mezeru se vlivem ztrátové energie zahřívá a mění své fyzikální vlastnosti. S rostoucí teplotou klesá dynamická viskozita oleje. Vliv různé provozní teploty oleje je simulován změnou dynamické viskozity oleje. V numerické simulaci není uvažován vliv zahřívání oleje.

8.6.6. Stlačitelnost

Stlačitelnost popisuje změnu hustoty kapaliny s měnícím se tlakem kapaliny. Pro definici změny hustoty v závislosti na tlaku je dán vztah [38] :

$$\frac{\rho}{\rho_0} = \frac{V_0}{V} \quad (99)$$

- ρ - hustota
- ρ_0 - hustota při atmosférických podmínkách
- V - objem kapaliny
- V_0 - objem kapaliny při atmosférických podmínkách

Stlačitelnost tekutin je vyjadřována pomocí součinitele stlačitelnosti (bulk-modulus), který vyjadřuje stlačitelnost tekutiny, závislost mezi změnou tlaku a objemem tekutiny.

$$K = \frac{V_0 P}{V} \quad (100)$$

Součinitel stlačitelnosti je závislý na teplotě. Změna hustoty kapaliny v závislosti na tlaku, při uvažování izotermického součinitele, lze stlačitelnost lineárně aproximovat vztahem:

$$K = K_0 + m \cdot P \quad (101)$$

Pro minerální oleje lze použít hodnoty $K = 1,81 \cdot 10^{+9}$, $m = 5,6$ [39].

Pro různé typy kapalin jsou na základě experimentálních dat vytvořeny modely popisující jejich stlačitelnost. K základnímu popisu modelu stlačitelnosti patří rovnice obsahující dva parametry. Rovnici stlačitelnost lze vyjádřit pomocí vztahu:

$$\frac{V}{V_0} = \frac{\rho_0}{\rho} = f(K, K_0) \quad (102)$$

$$K_0' = \left[\frac{dK}{dp} \right]_{p=0} \quad (103)$$

$$K_0 = [K]_{p=0} \quad (104)$$

Jedním z velmi používaných modelů je Dowson-Higginsonův model, který byl například použit pro aproximaci dat při měření stlačitelnosti minerálního oleje do hodnot tlaku 350 [MPa] [40].

Model obsahuje dvě konstanty a lze ho psát ve tvaru:

$$\frac{V}{V_0} = \frac{\rho_0}{\rho} = \frac{1 + \frac{K_0' - 1}{2K_0} p}{1 + \frac{K_0' + 1}{2K_0} p} \quad (105)$$

Pro případ měřeného minerálního oleje byly určeny konstanty $K_0 = 1,67 \cdot 10^9$ a $K_0' = 6,67$. Mezi další empirické modely patří například model Tait, Murnaghan. Mezi modely popisující vliv stlačitelnosti v závislosti na teplotě patří například následující empirický model [41]:

$$K_0 = C_0 + C_1(T - T_R) + C_2(T - T_R)^2 \quad (106)$$

Definice stlačitelnosti ve výpočetním modelu je uvažovaná lineární, tato aproximace stlačitelnosti je v technických výpočtech často uplatňovaná. Implementace stlačitelnosti je přímo zavedena ve výpočetním programu. Je použita lineární funkce se zadáním modulu objemové stlačitelnosti K .

$$\rho = \rho_0 \left(1 + \frac{p}{K} \right) \quad (107)$$

- ρ_0 - hustota při referenčním tlaku
- p - relativní změna tlaku
- K - modul objemové stlačitelnosti (bulk modulus)

8.6.7. Tepelná roztažnost:

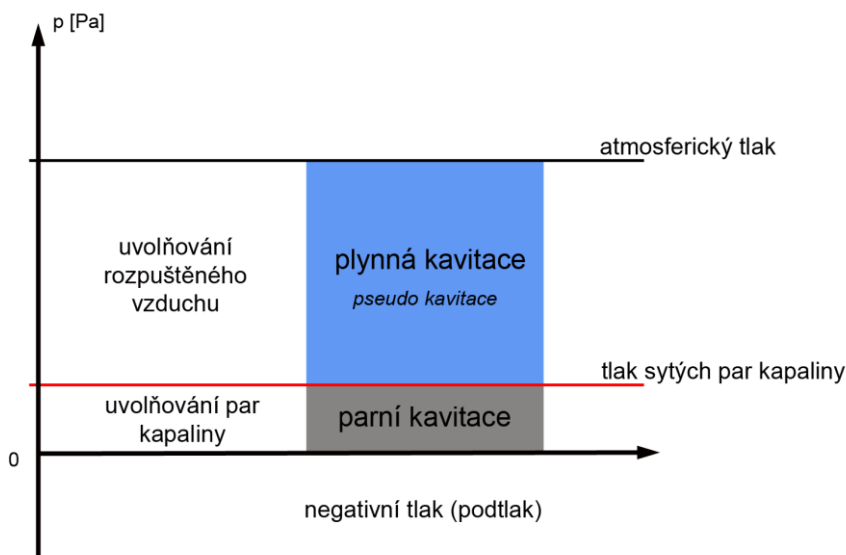
Tepelnou roztažnost je možné definovat vztahem:

$$\alpha = -1 \left(\frac{1}{\rho} \right) \cdot \frac{\partial \rho}{\partial T} \quad (108)$$

Součinitel tepelné roztažnosti $\alpha = 0,7$ je platný pro rozsah teplot 40°C až 120°C [39]. Vliv objemové roztažnosti byl v numerické simulaci zanedbán.

8.6.8. Tlak sytých par

Dle technické dokumentace použitého oleje [36] je hodnota tlaku sytých par oleje $p_s < 10$ [Pa] při teplotě 20°. Tato hodnota je udávána pro homogenní směs oleje za předpokladu minimálního nasycení oleje vzduchem a bez přítomnosti nerozpuštěného vzduchu v oleji. Dále tato hodnota nezohledňuje příměsi a znečišťující částice vyskytující se v oleji. Základní hodnota tlaku sytých par pro základní oleje se pohybuje okolo hodnoty 3600 [Pa] bez výrazné teplotní závislosti [38]. Hodnota tlaku sytých par v provozních podmínkách ozubeného soukolí s ohledem na výše uvedené faktory budeme pravděpodobně vyšší. Jako limitní hodnota pro určení podmínek vzniku kavitace je převzata hodnota 3600 [Pa] pro parní kavitaci. Na obrázku č. 39 jsou schematicky zobrazeny oblasti, ve kterých lze uvažovat parní nebo plynovou kavitaci.



Obr. 39 Schematicke zobazení oblastí pro parní a plynovou kavitaci

Dle obrázku č. 39 lze definovat základní dvě oblasti dle velikosti tlaku kapaliny. Pokud tlak kapaliny klesne pod hodnotu tlaku sytých par oleje, jsou splněny podmínky pro vznik kavitace. Při zániku bublinek způsobených (parní) kavitací může být povrch v blízkosti zániku bublinky výrazně zatížen napětím. V případě druhém, kdy dojde k poklesu tlaku, ale nepřekročí se hranice tlaku sytých par, začnou se formovat bublinky tvořené vzduchem rozpuštěného v oleji. Při zániku těchto bublinek nedochází k tlakovým rázům jako v případě parní kavitace. Pokud dojde k uvolňování vzduchu a tvorbě vzduchových bublinek může být olejový film narušen a jeho funkce tím může být omezena. Dle povahy řešené úlohy lze očekávat alespoň 10% podíl vzduchu rozpuštěného vzduchu v oleji [38].

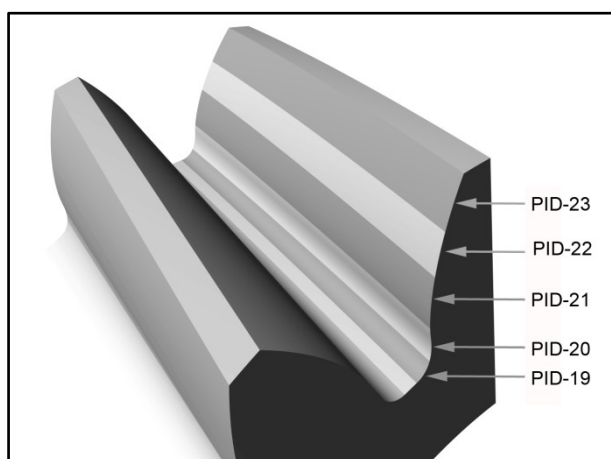
8.7. Metodika vyhodnocení tlakového pole

K analýze proudění oleje v zubové mezeře bylo použito několik různých přístupů s cílem identifikovat jevy, který by mohly vést k poškození povrchu zubu vlivem nepříznivého tlakového pole a možného výskytu kavitace.

8.7.1. Analýza tlakového pole

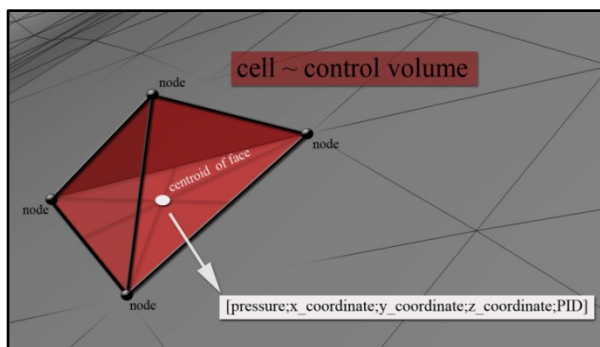
Informace o tlakovém poli v průběhu simulace jsou při použití CFD metod (Computational Fluid Dynamic) obsažené v celé výpočetní doméně. Pro detailní studium tlakového pole na povrchu zubu byla rozdělena geometrie zubu na několik vyhodnocovacích oblastí, ve kterých je proveden v každém časovém kroku simulace zápis o aktuální hodnotě absolutního tlaku v každé buňce přilehlé k povrchu zubu výpočetní sítě.

Tlakové pole je monitorováno na zvoleném povrchu ozubeného kola pomocí funkce UDF, která zapisuje do textového souboru údaje o velikosti statického tlaku, souřadnice výskytu a informaci o aktuálním časovém kroku ze středu povrchové buňky. V první fázi vyhodnocení byl zvolen statický přístup zpracování hodnot tlaků. Pro lepší popis oblastí s výskytem vysokých hodnot tlaků byla geometrie ozubeného kola rozdělena na několik segmentů, na kterých bylo provedeno vyhodnocení hodnot tlaků. Každý ze segmentů ozubeného kola má svoje identifikační číslo, tzv. PID. Rozdělení povrchu zubu je znázorněno na obrázku č. 40.

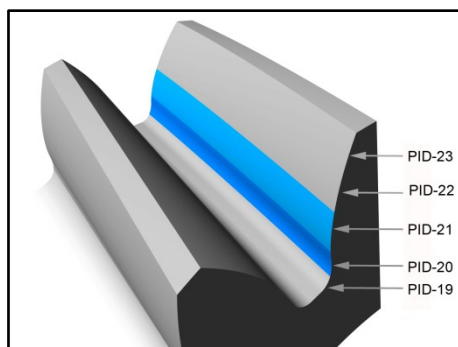


Obr. 40 Rozdělení povrchu zubu na jednotlivé PIDy

Obrázek č. 40 znázorňuje rozdělení povrchu zubu na jednotlivé PIDy, toto dělení je provedeno dle osy z, to je předpokládaný dominantní směr proudění. Export dat z vybraných oblastí (PID) je prováděno pomocí UDF funkce, která exportuje hodnoty tlaků ze všech středů povrchových buněk daného PID, schematické znázornění exportu hodnot tlaku z povrchové buňky je na obrázku č. 41.

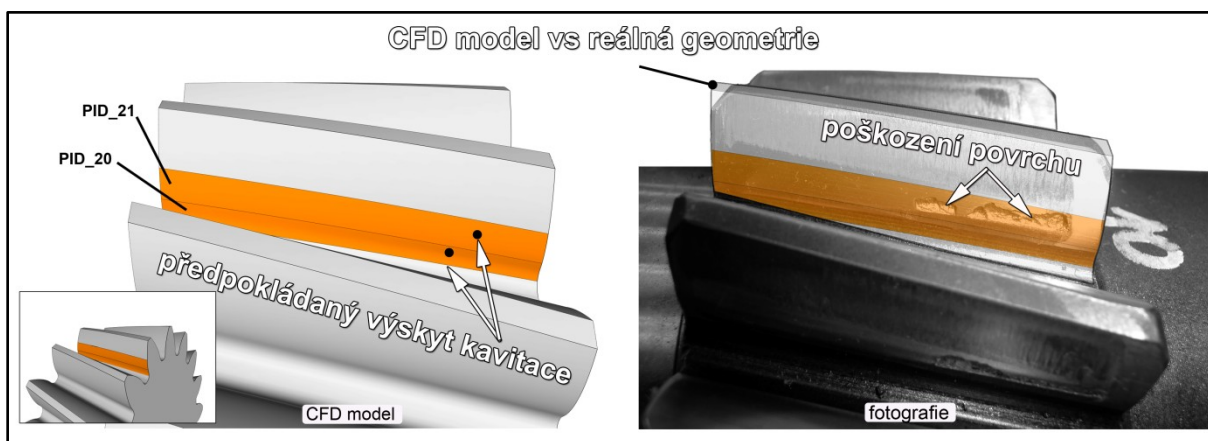


br. 41 Schéma exportu dat z buňky daného PIDu



Obr. 42 Oblasti s výskytem poškození

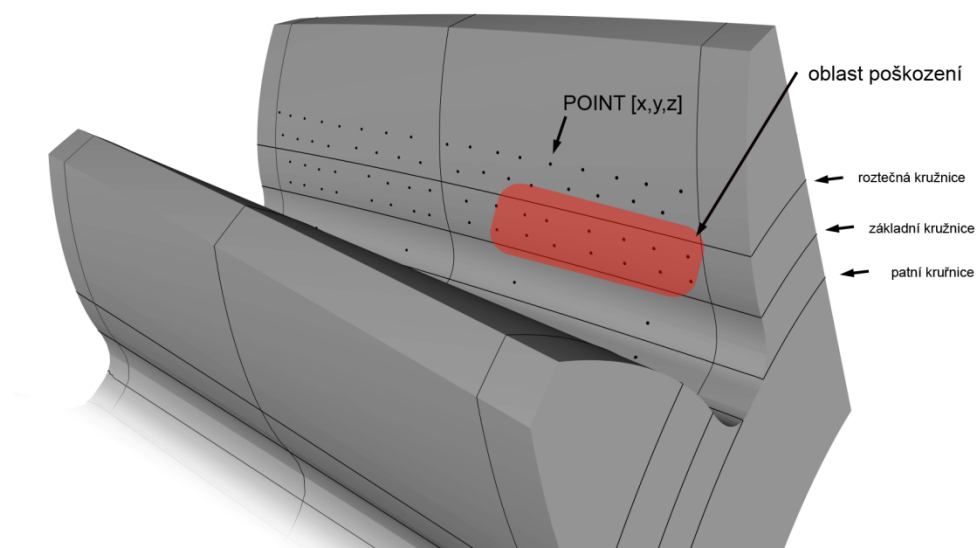
Vyhodnocení tlakového pole na povrchu ozubeného kola je zaměřeno především na oblasti výskytu hodnot s nízkými tlaky okolo hodnot tlaku nasycených par oleje, protože tato hodnota je hraniční pro vznik kavitačních efektů. Hodnota tlaku sytých par je závislá na typu oleje, nasycenosti oleje vzduchem, přítomnosti znečišťujících částic a teplotě.



Obr. 43 porovnání poškození části zubu a CFD modelu na uvažovaných PID

Ve velké části zubové mezery s předpokládaným výskytem tlaků významných hodnot podtlaků byly na základě reálného poškození ozubených kol definovány body, ze kterých byl vyhodnocen časový průběh hodnot tlaku na povrchu ozubených kol. V kapitole 3. *Poškození povrchu ozubených kol* je zobrazena oblast, kde dochází k poškození ozubeného kola. Dle informací a fotodokumentace bylo porušení povrchu zubu šířeno od boku zubu vyznačené oblasti dále ke středu šířky zubu.

Na obrázku č. 44 jsou schematicky zobrazena body v oblastech, ve kterých byl sledován časový průběh hodnot tlaku.



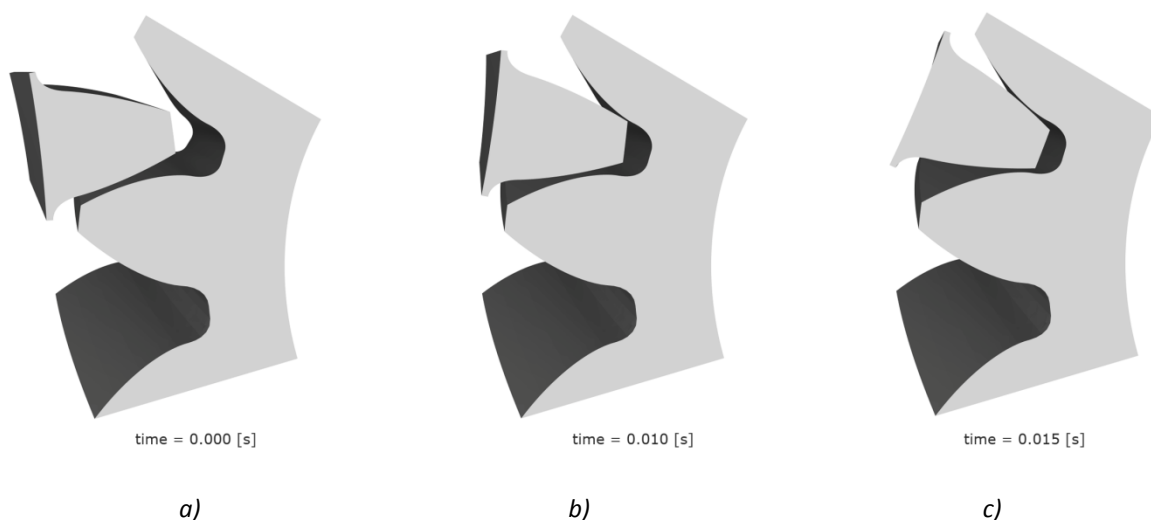
Obr. 44 Schéma: body, ve kterých je sledován časový průběh hodnot tlaku

Osa rotace pastorku a zároveň střed souřadného systému je v bodě [0;0;0]. Souřadnice bodů v souřadném systému modelů a jejich poloha je uvedena v příslušném vyhodnocení dané numerické simulace. Export hodnot tlaku v každém časovém okamžiku umožňuje sestavit časový průběh hodnot tlaku v uvedených bodech.

9. Výsledky numerických simulací

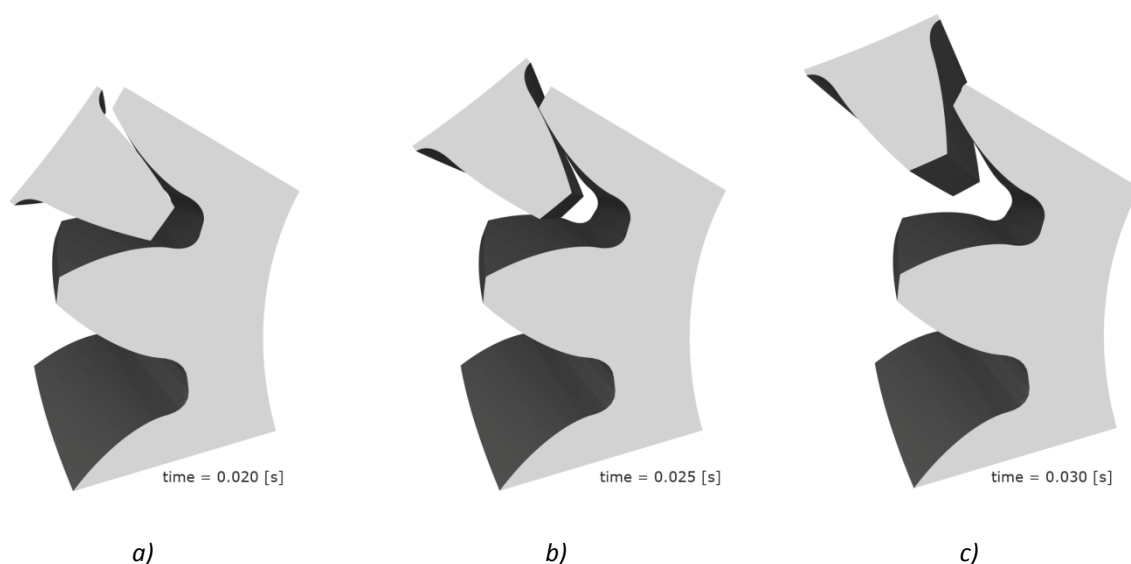
Tok oleje v zubové mezeře byl zkoumán řadou metod, kdy se postupovalo od jednoduchého modelu popisu proudění ke složitějšímu. Pro jednotlivá nastavení modelu byla testována sada parametrů, která by mohla jak z numerického tak fyzikálního hlediska ovlivnit sledované děje. Z tohoto důvodu byl tok oleje řešen několika přístupy, ve kterých byly použity předpoklady a zjednodušení pro modelování komplexního děje s pohybující se geometrií. Mezi parametry vstupující do numerické simulace byla zahrnuta různá rozlišení výpočetní sítě, kde byla použita různá diskretizace jak povrchové sítě a tomu odpovídající nastavení obnovy sítě v důsledku deformace způsobené pohybem ozubeného segmentu reprezentující část spoluzabírajícího ozubeného kola. K dalším parametrům vstupujících do simulace z pohledu numerického řešení je velikost časového kroku, který byl použit v řádech $1e-6$ [s]. Pro popis tekutiny v zubové mezeře byl použit jednofázový i vícefázový model tekutiny. Z pohledu provozních parametrů byly použity dvě hodnoty kinematické viskozity na základě dat výrobce oleje a předpokládaného vývoje teploty v zubové mezeře.

Grafy a výsledky simulace toku oleje jsou uváděny v závislosti na počtu provedených časových kroků numerické simulace i v závislosti na realizovaném času simulace. Čas simulace odpovídá konkrétní poloze spoluzabírajícího ozubeného kola. Vztah polohy ozubeného segmentu a času simulace je uveden zobrazen pomocí obrázků č. 45 a 46 (a, b, c).



Obr. 45 Zobrazení záběru ozubených kol, zobrazení první fáze pohybu

Na obrázku jsou zobrazeny první tři fáze pohybu, kdy segment ozubeného kola vstupuje do zubové mezery. Fáze odpovídají času $1e-4$, $2e-4$ a $3e-4$ [s]. V případě velikosti časového kroku $dt = 5e-6$ [s] je pro realizace jedné fáze potřeba 1000 iterací. Pro velikost časového kroku $dt = 1e-6$ [s] je třeba 5000 iterací. Pro rozsah pohybu ozubeného segmentu simulace je nutné provést 6000 nebo 30000 iterací pro časové kroky $dt = 5e-6$ [s] a $dt = 1e-6$ [s].



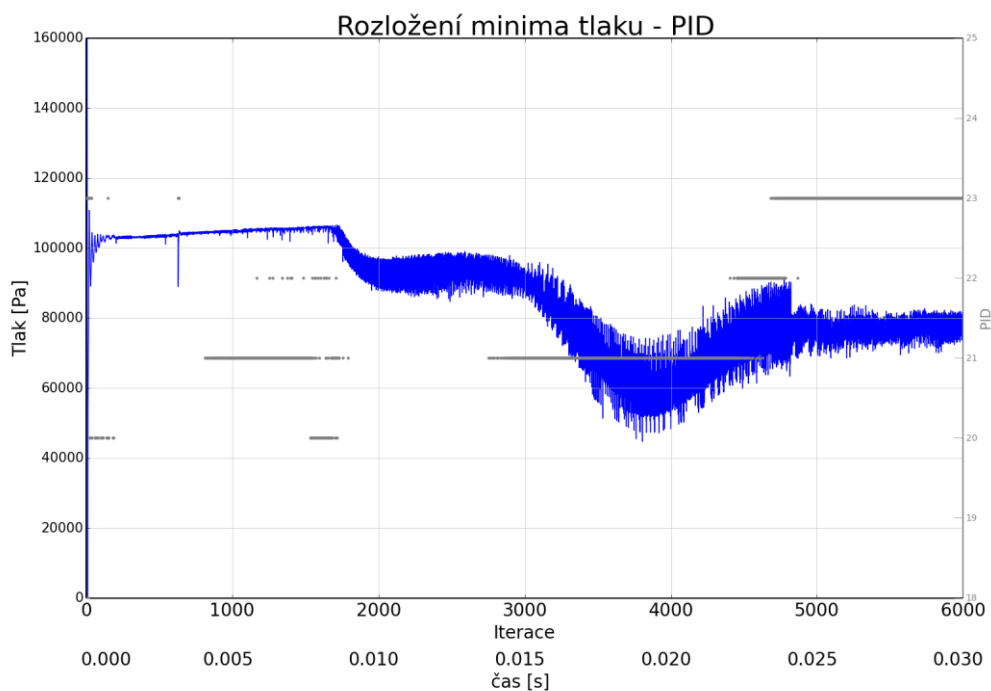
Obr. 46 *Zobrazení záběru ozubených kol, zobrazení druhé fáze pohybu*

9.1. Jednofázový model ($dt = 5e-6$, $\mu = 0,2$ [$kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-1}$])

Výchozím bodem pro studii toku oleje v zubové mezeře bylo použití modelu, jehož komplexita byla redukována na základě úvah a následujících předpokladů: zubová mezera je zcela vyplněna olejem, viskozita oleje je uvažována jako konstantní, $\eta = 0,2$ [$kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-1}$]. Hodnota viskozity je rovna stavu uvedeného výrobcem oleje při teplotě $T = 40$ [$^{\circ}C$]. Tato teplota, respektive viskozita oleje je platná pro stav, kdy ozubené soukolí ještě není v režimu pracovní teploty. Pro tyto předpoklady byl použit jednofázový model. Olej je definován jako stlačitelná fáze. Nastavení výpočtu je uvedeno v příloze č. 2.

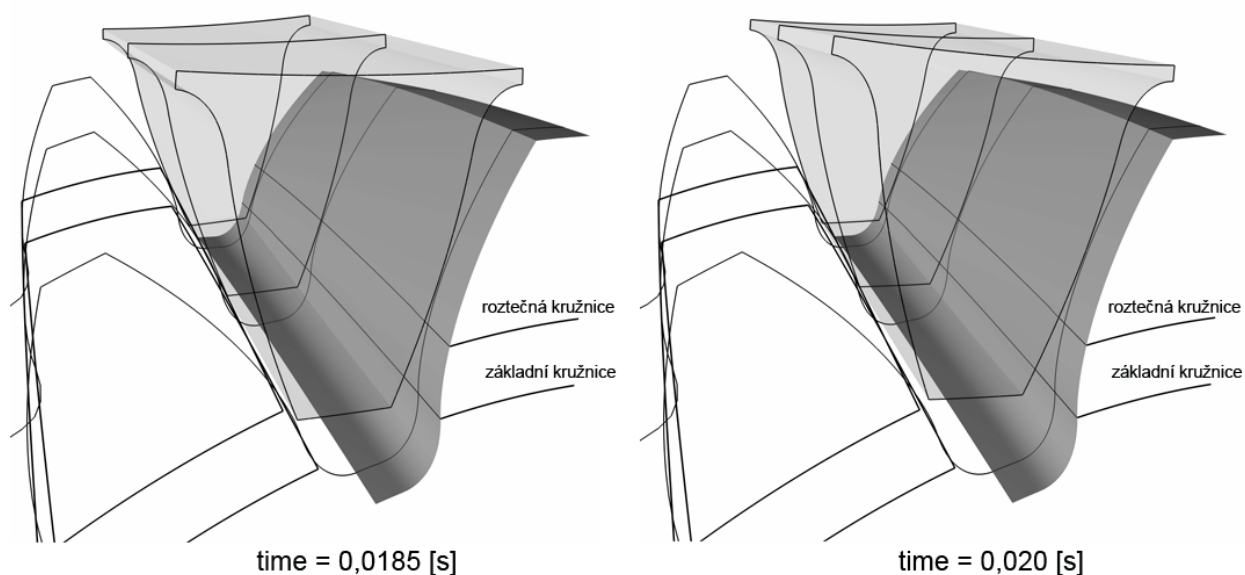
Objemová výpočetní síť odpovídá povrchové síti z rozlišení hrany trojúhelníkového elementu $0,3$ [mm]. Tato síť má nejmenší rozlišení ze všech použitých nastavení. Celkový počet objemových elementů je $1\,540\,000$. Časový krok simulace je $dt = 5e-6$ [s] a je proveden celkový počet 6000 iterací. Při tomto počtu iterací je simulován reálný čas $0,03$ [s]. Během tohoto časového intervalu se spoluzabírající ozubené kolo odvalí po pastorku a simulace je ukončena. Poloha ozubeného segmentu v průběhu simulace je zobrazena na uvedených obrázcích č. 45 a 46 (a, b, c).

Dle uvedené metodiky vyhodnocení proudového pole byly sledovány maximální a minimální hodnoty tlaku na povrchu ozubeného kola. Časová závislost velikosti minimální hodnoty statického tlaku na povrchu ozubeného segmentu je zobrazena v grafu 1. Hodnoty minima jsou vyhodnoceny z oblastí označených jako PID[18 - 23].



Graf 1 Průběh minima tlaku na pastorku v závislosti na čase

Na grafu č. 1 je zobrazen časový průběh minima tlaku z numerické simulace. Z grafu je patrné, že globální minimální hodnoty tlaku odpovídají řádově absolutní velikosti 50000 [Pa]. Minima je dosaženo mezi časovými intervaly $t = 0,0185$ a $0,020$ [s]. Hodnoty minima tlaku se vyskytují v oblasti označené PID-21, která zahrnuje část geometrie mezi základní a roztečnou kružnicí (místo výskytu poškození).



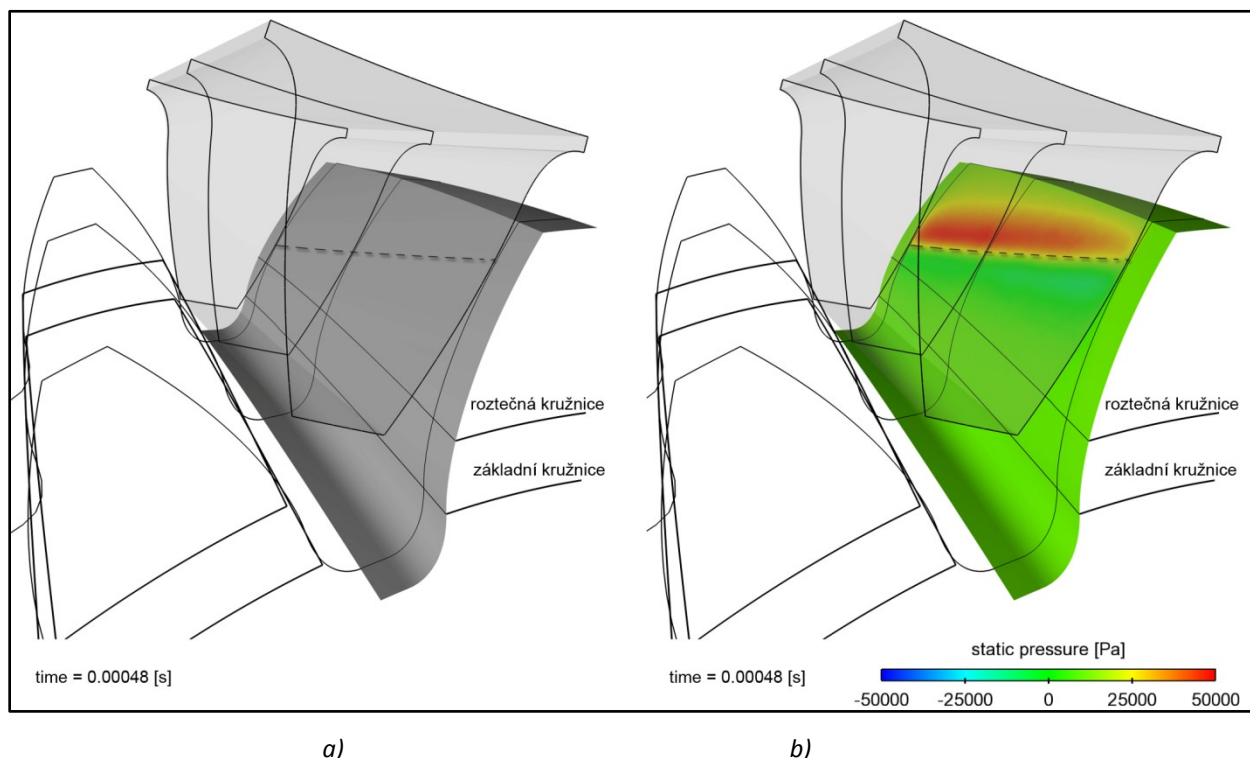
Obr. 47 Zobrazení pozice ozubených kol, mezi kterými je dosaženo minima statického tlaku

Z časového průběhu hodnot minim tlaku na povrchu ozubeného soukolí lze odvodit několik charakteristických oblastí.

Kolem časového kroku 1800, který odpovídá času simulace $t = 0,009$ [s] dochází prvotnímu k poklesu tlaku z tlaku odpovídajícímu počátečním podmínkám, které byly nastaveny na hodnotu atmosférického tlaku. Oblast poklesu tlaku se nachází na zubu, který vstupuje do záběru dříve, než zub ozubeného kola, který je detailněji sledován.

V rozmezí času simulace 0,0225 [s] až 0,025 [s] (časový krok 4500 až 5000) je z grafu č. 1 patrné, že se oblast s minimální hodnotou tlaku přesouvá z oblasti označené PID-21 do oblasti PID-22 a následně na PID-23, kde končí záběr ozubeného kola. Tento přesun oblasti s hodnotou minimálního tlaku koresponduje s přesouváním kontaktního bodu soukolí.

V časovém okamžiku 0,024 [s] (časový krok 4800) dochází ke ztlumení amplitudy hodnoty minimálního tlaku. Tento časový interval odpovídá situaci, kdy segment ozubeného kola opouští zubovou mezeru.

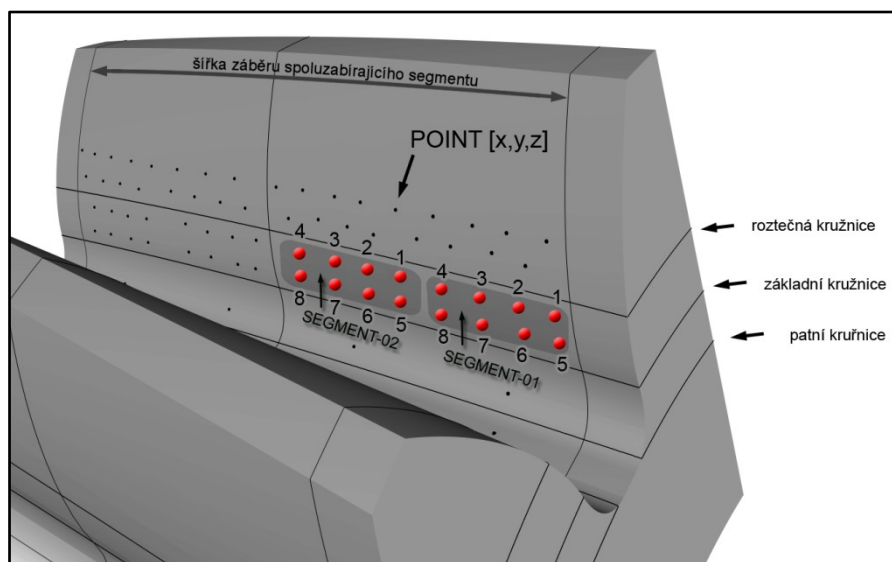


Obr. 48 Zobrazení pozice ozubených kol, utlumení kmitání hodnot minima statického tlaku

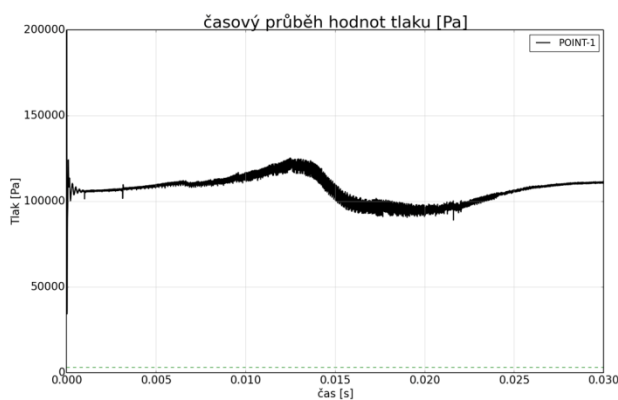
Na obrázku č. 48 je zobrazena pozice ozubených segmentů v okamžiku, kdy lze pozorovat zmenšení amplitudy minima statického tlaku v zubové mezeře. Ozubený segment je ve fázi, kdy opouští prostor zubové mezery (vzdálenější bok zubu). Na povrchu zubu je naznačena oblast kontaktu (čárkovaně), kterou lze pozorovat na základě rozložení statického tlaku. Před

ozubeným segmentem ve směru jeho pohybu je oblast vysokého tlaku v důsledku odvalování a stlačování oleje před pohybujícím se segmentem.

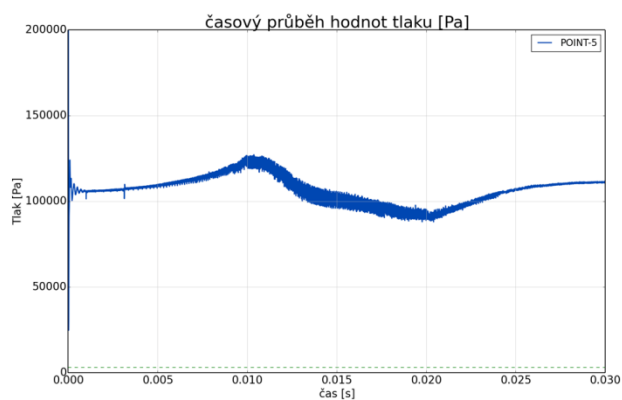
Časové průběhy hodnot statického tlaku ve sledovaném segmentu 01 v bodech 1 až 8 popisuje obrázek č. 49 (viz kapitola 8.7 *Metodika vyhodnocení tlakového pole*). Na tomto obrázku jsou zobrazeny jednotlivé sledované body včetně zobrazení základních kružnic pastorku i šířky spoluzabírajícího ozubeného segmentu.



Obr. 49 Poloha bodů s časovým odběrem hodnot statického tlaku



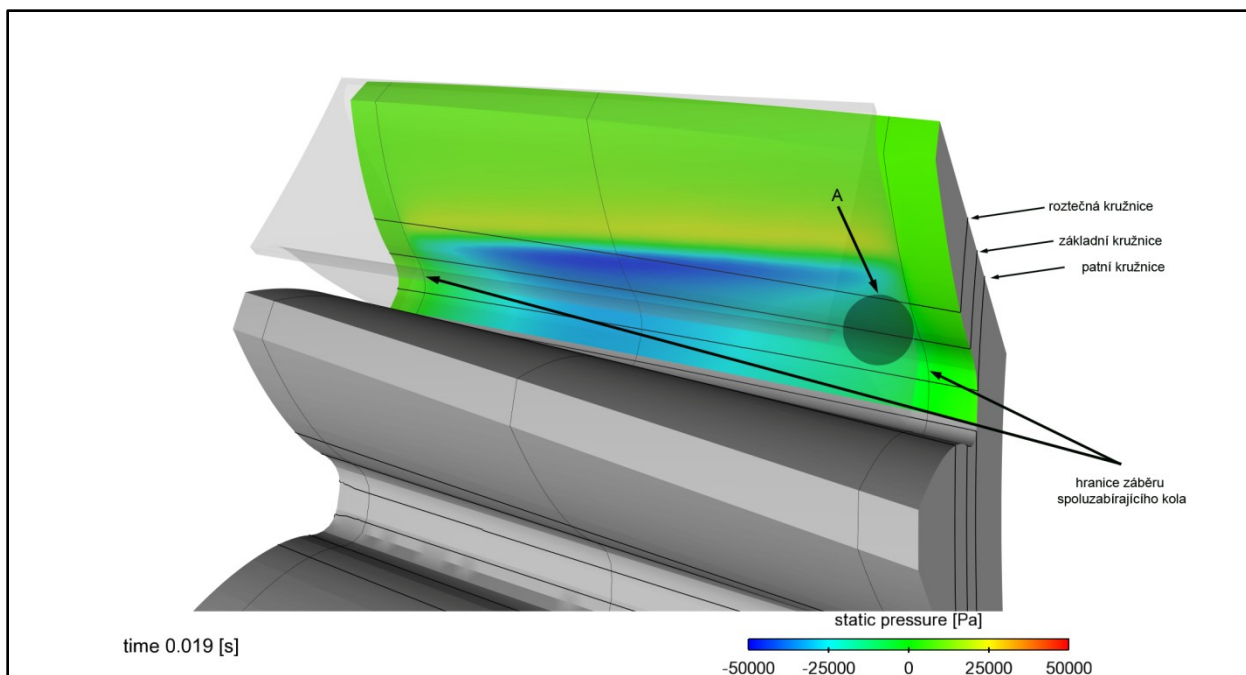
a) bod 1



b) bod 2

Graf 2 Časový průběh hodnoty statického tlaku v bodě 1 a 2

Grafy 2 znázorňuje časový průběh hodnot tlaku v krajních bodech pastorku. Lze pozorovat jen velmi malé odchylky hodnot tlaku oproti referenčnímu tlaku.

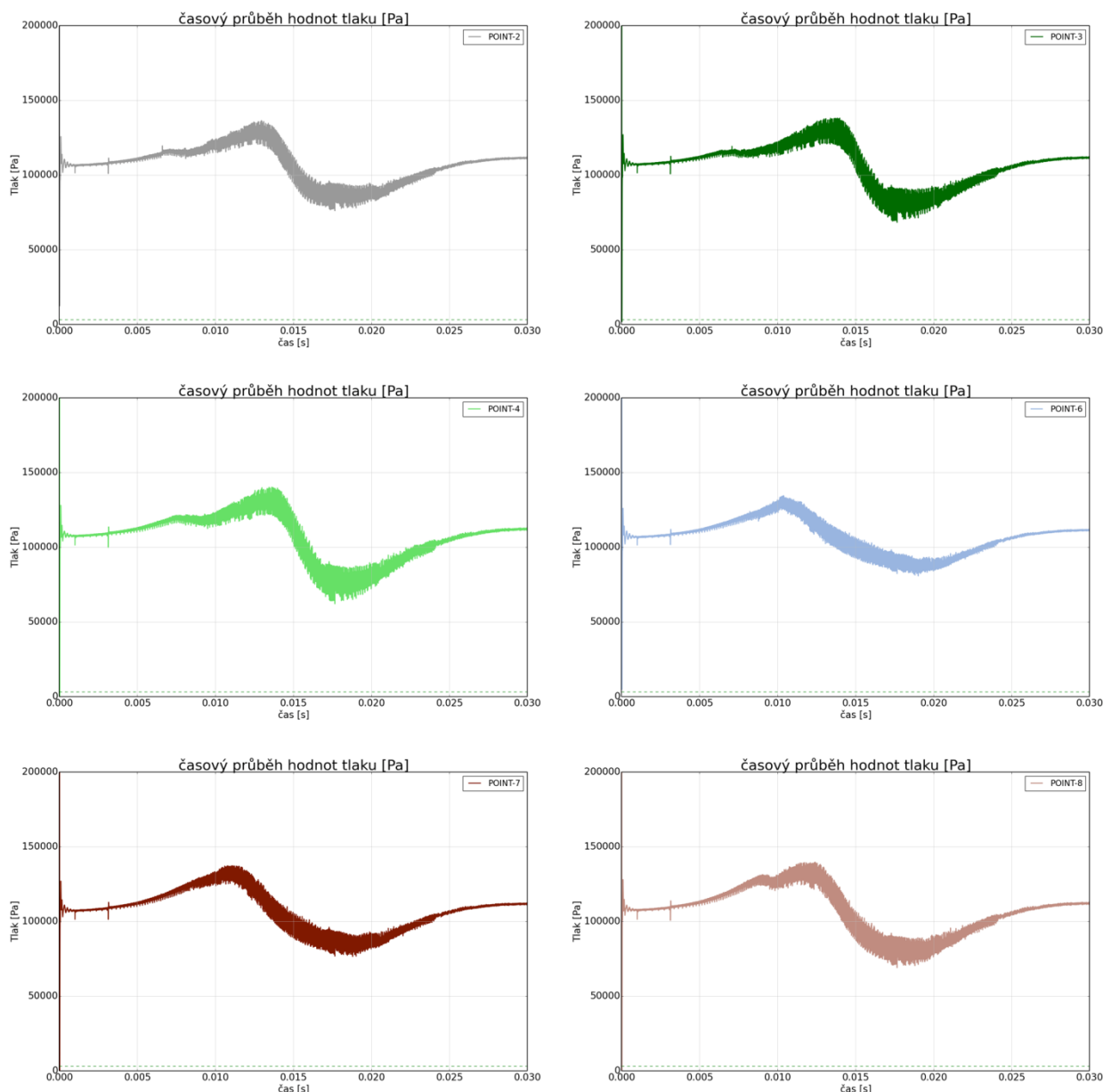


Obr. 50 Čas simulace $t = 0,019$ [s], okamžik minimální hodnoty tlaku

Na obrázku 50 je znázorněna poloha ozubených kol v čase, kdy tlak nabývá minimální hodnoty. Na obrázku je vyznačená oblast A, ve kterých jsou polohy bodů 1 a 2. Na povrchu zubu je zobrazena složka statického tlaku. V oblasti A lze pozorovat oblast s malým gradientem tlaku v porovnání s oblastí uprostřed zubové mezery.

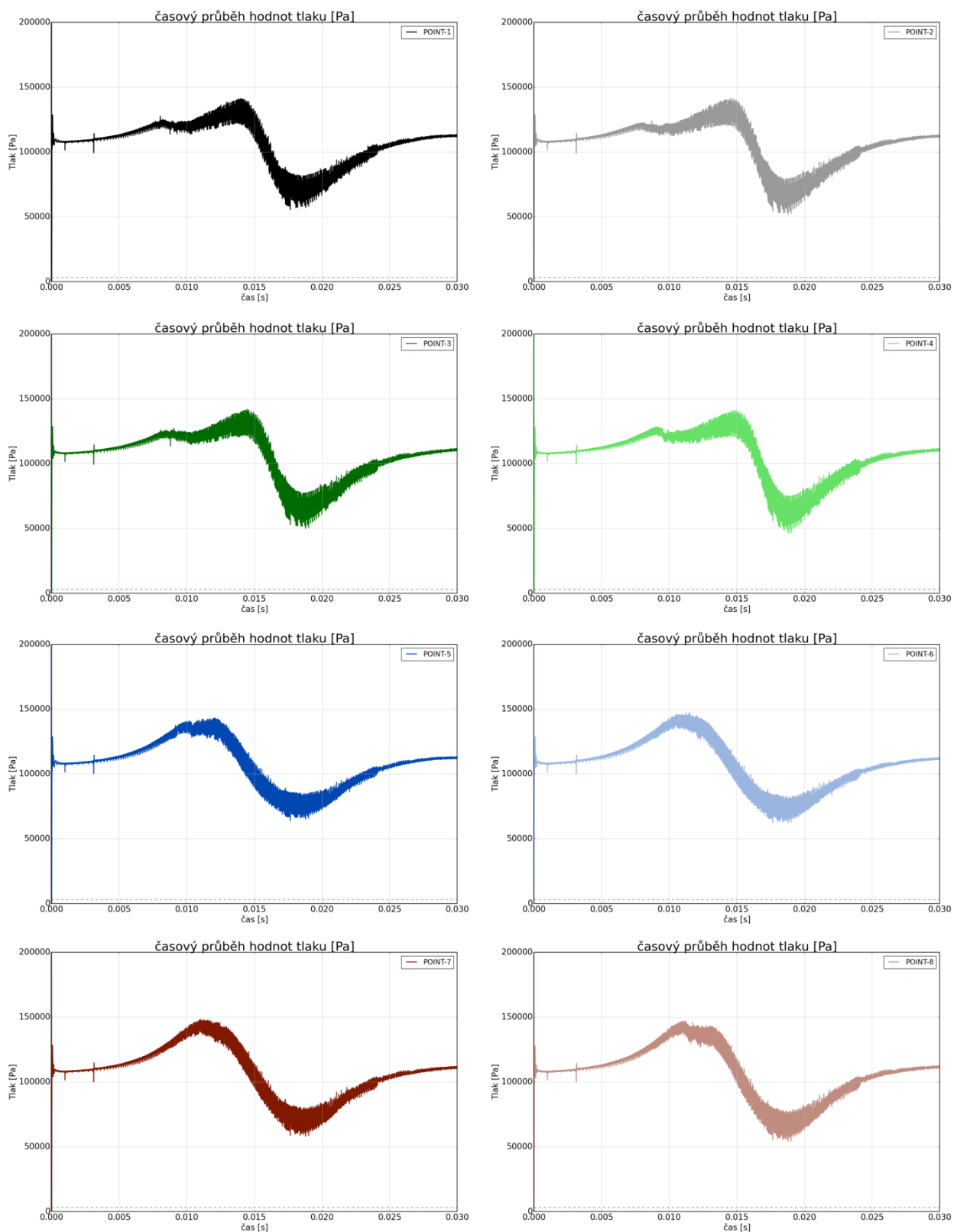
Na grafech 2, 3 je také znázorněna hodnota tlaku sytých par oleje. Dle získaných hodnot z numerické simulace je zřejmé, že podmínky pro vznik kavitace nenastávají, viz kapitola 8.6.8 Tlak sytých par.

Časový průběh hodnot tlaku na povrchu ozubeného segmentu zobrazuje graf 3, kde je zobrazen průběh 6-ti bodových odběrů umístěných více prostoru zubové mezery. Pozice bodů, ve kterých je sledován průběh ukazuje obrázek č. 49, sledovaný segment-2. V těchto bodech lze pozorovat, že minima tlaku se objevují shodně ve stejném časovém intervalu jako globální minima tlaku na grafu 1. Minimální hodnoty tlaku dosahují řádově poklesu statického tlaku oproti inicializačním podmínkám o 50000 [Pa]. S ohledem na hodnoty tlaku nutných pro vznik kavitace, které se pohybují v pásmu 0 až 3600 [Pa], lze říci, že nedošlo k podmínkám, které by umožnili tvoření parních bublin či výskytu kavitace.



Graf 3 Časový průběh statického tlaku v bodech 2, 3, 4 a 6, 7, 8 v segmentu 01

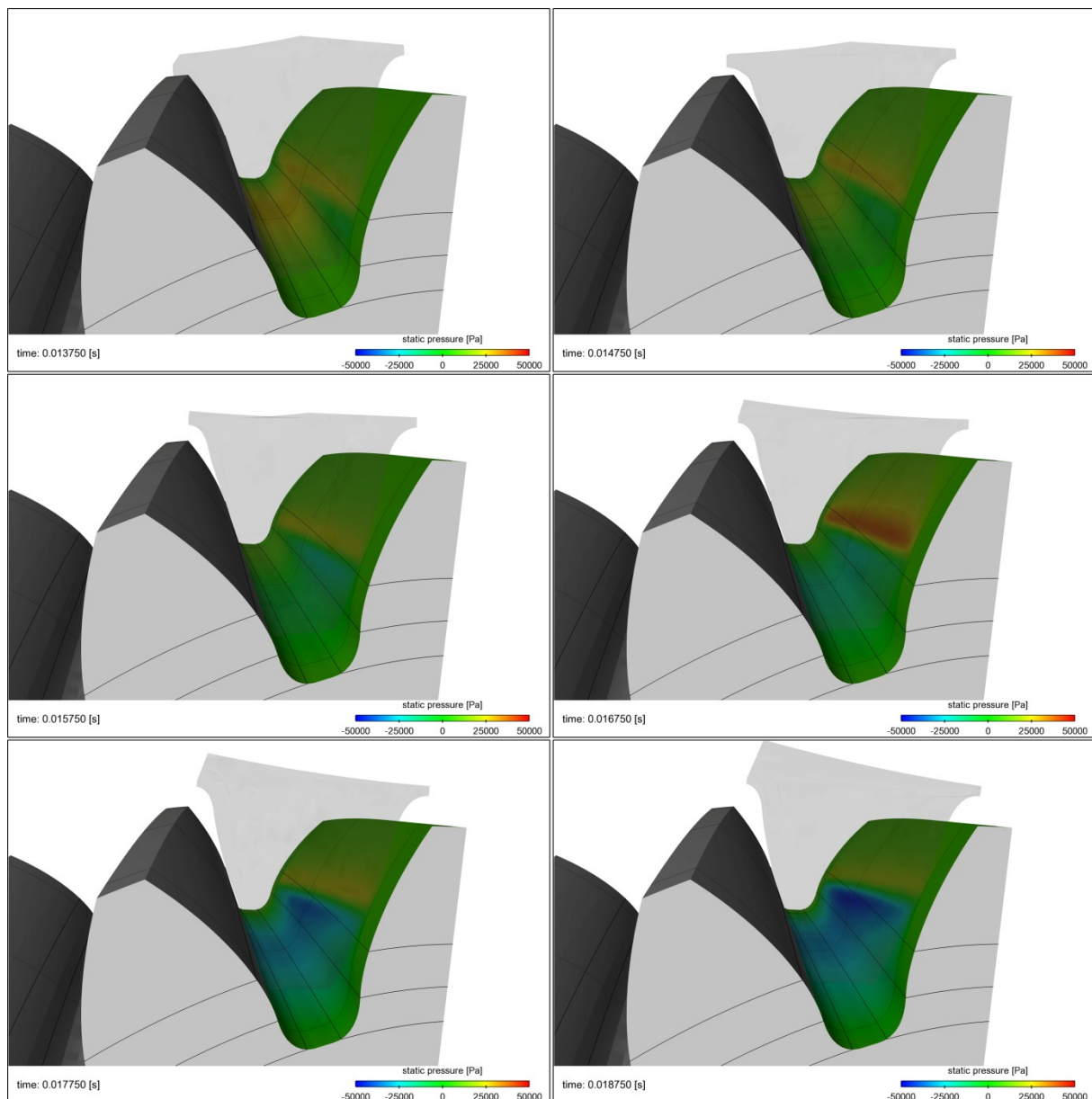
Graf 3 zobrazuje průběh tlaku ve sledovaných bodech. Z průběhu tlaku lze pozorovat odlišný průběh mezi skupinou bodů označenou jako *segment_01* (2,3,4) a *segment_01* (6,7,8), kde *segment_xx* označuje oblast na povrchu zubu a čísla v závorce tvoří výčet bodů, viz obrázek č. 49. Skupina bodů *segment_01* (2,3,4) je situována blíže k roztečné kružnici. V těchto bodech je změna hodnoty tlaku z maximální na minimální realizovaná během výrazně kratší doby. Čas změny mezi maximem a minimem je přibližně 0,0045 [s] zatímco v oblasti blíže základní kružnice je tato doba přibližně 0,00675 [s].



Graf 4 Časový průběh statického tlaku v bodech 2, 3, 4, a 6, 7, 8 v segmentu 02

Stejná analýza na základě časového průběhu hodnot statického tlaku byla provedena i na druhém sledovaném segmentu, graf č. 4. Na základě získaných dat a vykreslení průběhu tlaku lze pozorovat, že výsledky jsou svým základním charakterem podobné, jako na

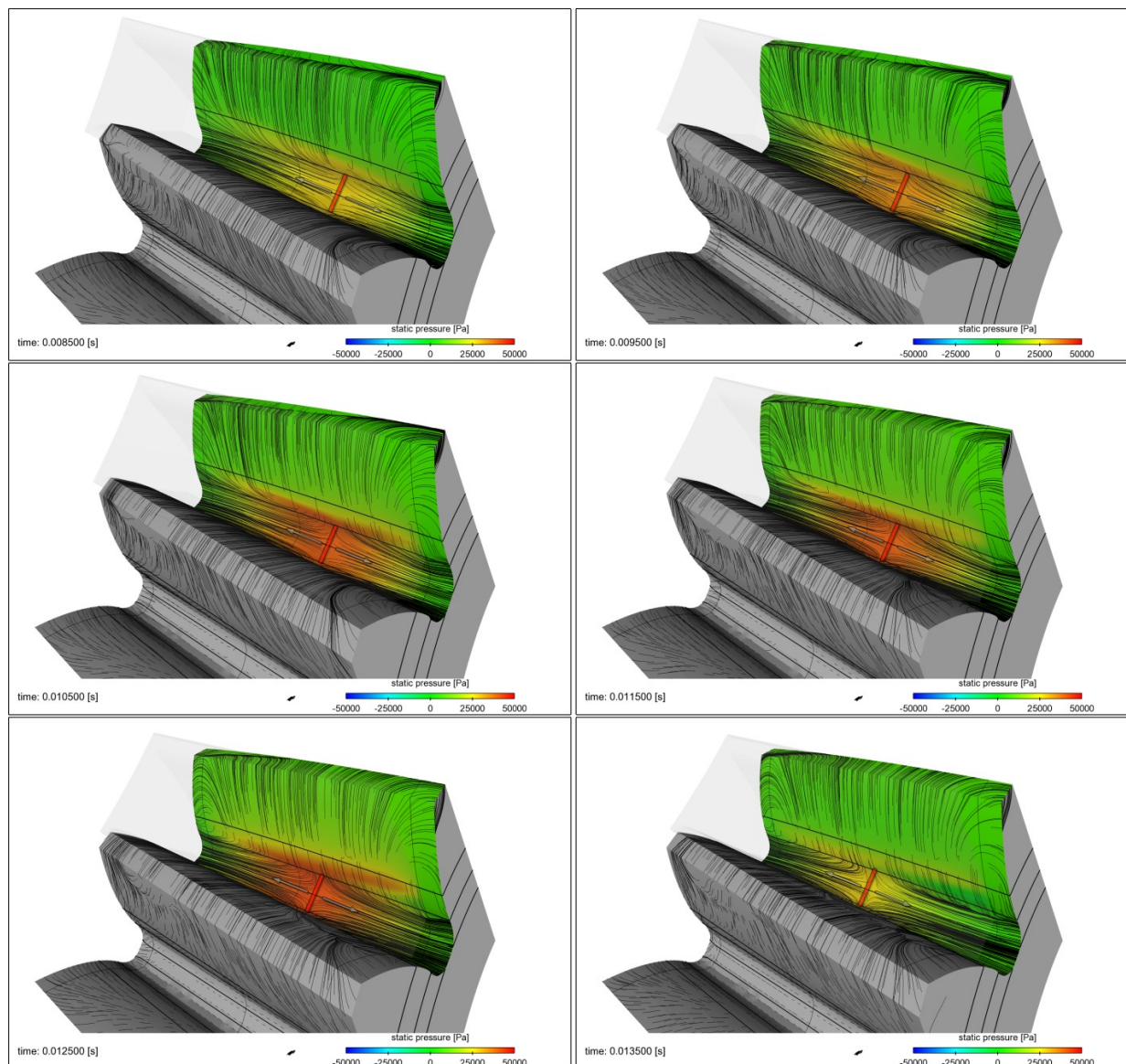
sledovaném segmentu 01 (graf 2, 3). Přechod z maximální hodnoty tlaku do minimální je však realizovaný rychleji v oblasti blíže roztečné kružnici. Hodnota minima ve sledovaných bodech je nižší směrem do středu zubové mezery, tedy v segmentu-2, a zároveň blíže k roztečné kružnici.



Obr. 51 Tlakové pole na povrchu ozubeného kola, čas $t = 0,013750$ až $0,018750$

Na obrázku 51 je zobrazeno rozložení statického tlaku na povrchu zubu ve fázi, kdy hodnota minima tlaku klesne ze svého maxima na minimum. Tento časový úsek odpovídá času simulace $0,013750$ a $0,018750$ [s]. Data z numerické simulace jsou ukládány po 50-ti časových krocích z kapacitních i časových důvodů. Z časového průběhu rozložení statického tlaku na povrchu zubu lze pozorovat, že sledované hodnoty v místě bodového odběru tlaku korespondují s časovým výběrem vzorků statického tlaku na povrchu zubu (graf 2, 3).

Jedním z dalších způsobů jakým lze identifikovat topologii proudění v zubové mezeře je využití zobrazení povrchových proudnic na povrchu zubu. Tato vizualizační metoda umožňuje zobrazit tok oleje na povrchu zubu, respektive jeho směr při vytlačování ze zubové mezery v průběhu numerické simulace.

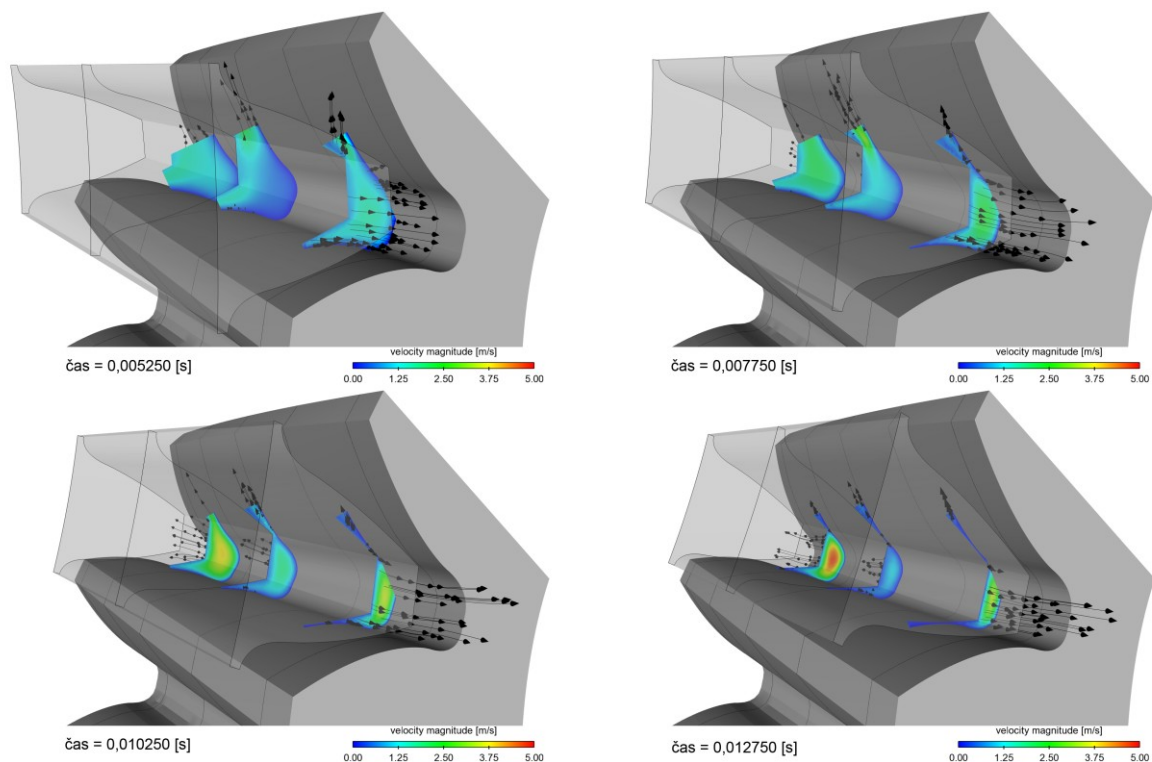


Obr. 52 Povrchové proudnice, čas $t = 0,0085$ až $0,0135$ [s]

Na obrázku 52 jsou zobrazeny povrchové proudnice z průběhu numerické simulace v časech 0,0085 a 0,0135 [s]. V prostoru zubové mezery lze pozorovat oblast, ze které je olej vytlačován do obou stran.

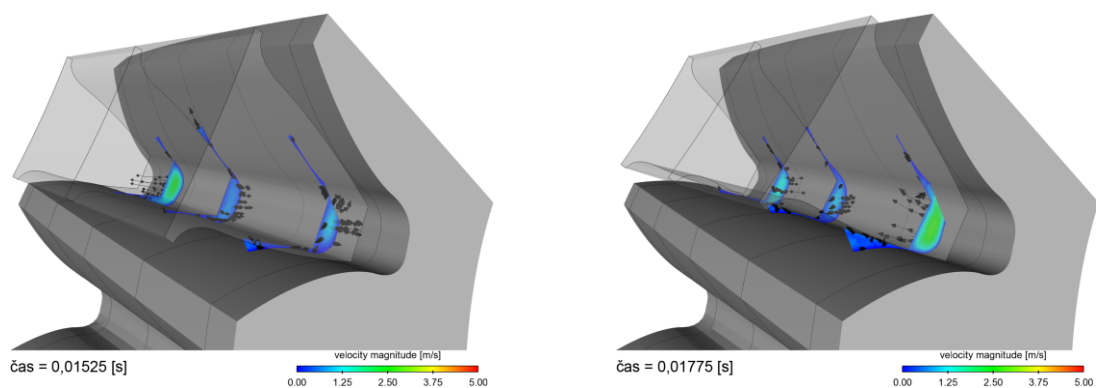
Tato oblast je znázorněna v obrázcích schematicky šipkami s uvedeným směrem toku oleje. Linie, ze které je olej vytlačován do obou směrů, se v závislosti na čase simulace, respektive polohy spoluzabírajícího ozubeného segmentu přesouvá analogicky k poloze bodu záběru.

Analýzou rychlostního pole bylo zjištěno, že maximální lokální rychlosti v zubové mezeře dosahují rychlosti okolo $4,7 \text{ [m}\cdot\text{s}^{-1}]$. Rychlostní pole společně s vizualizací směru toku oleje pomocí proudnic je zobrazeno na sérii obrázků č. 53. Střední rychlost toku oleje v zubové mezeře v časovém intervalu $t = 0,000 \text{ [s]}$ až $0,012 \text{ [s]}$, to je v časovém intervalu, kdy spoluzabírající segment vstupuje do prostoru, je $1,85 \text{ [m}\cdot\text{s}^{-1}]$.



Obr. 53 Rychlostního pole v prostoru zubové mezery, $t = 0,01525 \text{ [s]}$ až $0,01775 \text{ [s]}$

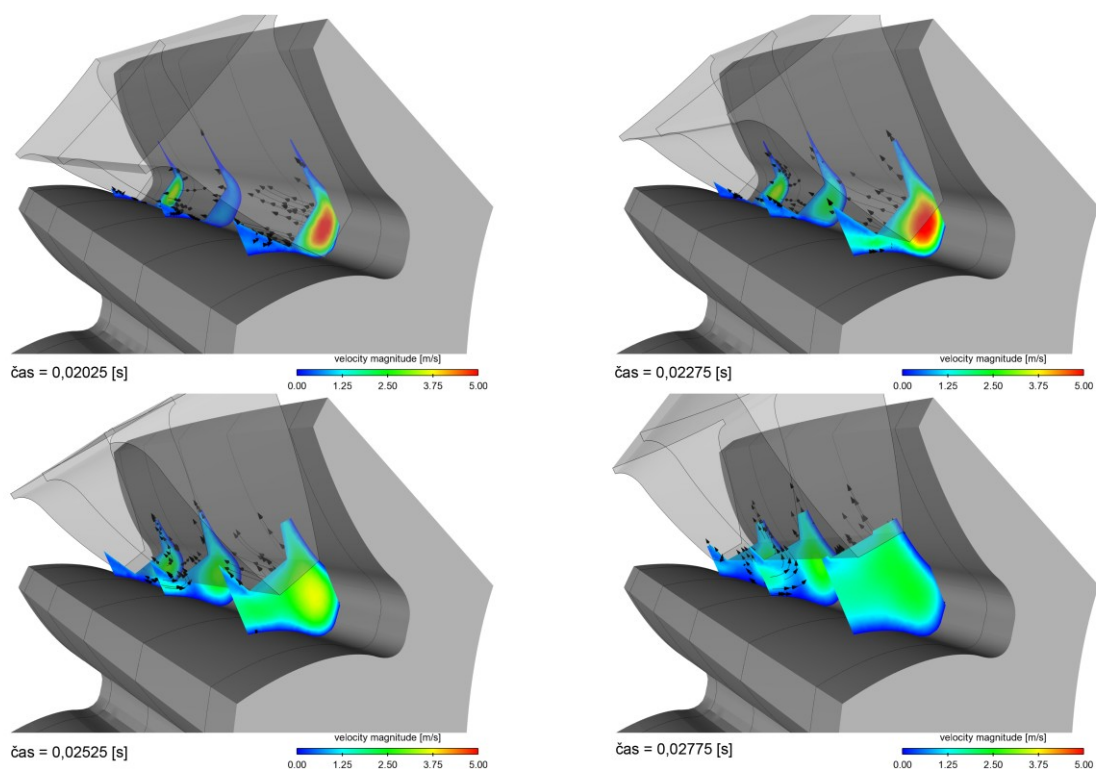
Na obrázku č. 53 lze pozorovat, že vyšší rychlosti toku oleje je dosaženo v kraji zubové mezery, $v = 4,8 \text{ [m}\cdot\text{s}^{-1}]$. Ve středu zubové mezery je rychlost v zobrazeném časovém intervalu do velikosti $v = 1 \text{ [m}\cdot\text{s}^{-1}]$. Roviny, ve kterých jsou zobrazeny magnitudy rychlosti, jsou umístěny 10 [mm] od konce spoluzabírajícího elementu a ve středu zubové mezery.



Obr. 54 Rychlostního pole v prostoru zubové mezery, $t = 0,01525 \text{ [s]}$ až $0,01775 \text{ [s]}$

Obrázek č. 54 popisuje situaci, kdy ozubený segment vstupuje do druhé fáze pohybu a koná odvalení a výstup z prostoru zubové mezery. Velikost rychlosti toku oleje v krajních polohách mezery klesá na velikost $v = 2 \text{ [m} \cdot \text{s}^{-1}]$. V krajní pozici zubové mezery, v místě zahájení záběru ozubeného segmentů, dochází ke změně směru rychlosti. Tok oleje již nesměřuje ven z prostoru zubové mezery, ale směrem do zubové mezery v důsledku výstupu zubu z prostoru mezery.

Závěrečná fáze odvalování ozubeného segmentu je zobrazena na obrázku č. 55.



Obr. 55 Rychlostního pole v prostoru zubové mezer, $t = 0,02025 \text{ [s]}$ až $0,02775 \text{ [s]}$

Na základě střední rychlosti toku oleje a hydraulického průměru zubové mezery je určeno Reynoldsovo číslo, pomocí kterého lze charakterizovat proudění jako laminární nebo turbulentní [42], vztah pro určení Reynoldsova čísla je:

$$Re = \frac{v \cdot D_H}{\nu} \quad (109)$$

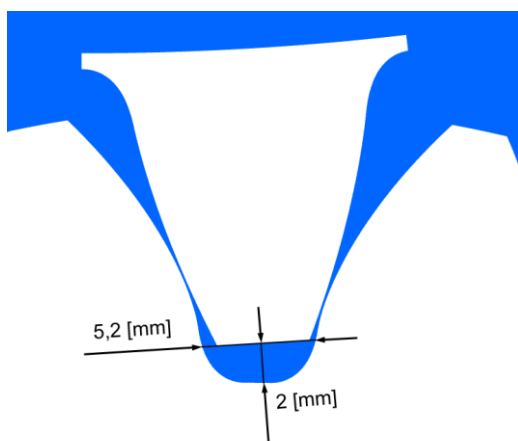
D_H - hydraulický průměr

$$D_H = \frac{4S}{O} \quad (110)$$

O - obvod

S - plocha

Hydraulický průměr je vypočítán na základě prostoru vzniklého při záběru ozubeného kola, viz obrázek č. 56, uvažovaného jako obdélníkový průřez se stranami délky 5,2 [mm] a 2 [mm]. Pro dynamickou viskozitu $\mu = 0,2 \text{ [kg}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{s}^{-1}]$ a hydraulický průměr $D_H = 0,0029 \text{ [m]}$ je hodnota Reynoldsova čísla $Re = 25,9 \text{ [-]}$. V případě velikosti dynamické viskozity $\mu = 0,02 \text{ [kg}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{s}^{-1}]$ je výsledné Reynoldsovo číslo $Re = 259,1 \text{ [-]}$. Výpočet Reynoldsova čísla při uvažování otevřeného kanálu pro $\mu = 0,2 \text{ [kg}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{s}^{-1}]$ je $Re = 40,5 \text{ [-]}$ a $Re = 404,7 \text{ [-]}$ pro dynamickou viskozitu $\mu = 0,02 \text{ [kg}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{s}^{-1}]$. Pokud by byl charakteristický rozměr určeným dle délky, po které se může proudění vyvinout v turbulentní, Reynoldsovo číslo se bude rovnat hodnotě $Re = 1600 \text{ [-]}$ pro $\mu = 0,2 \text{ [kg}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{s}^{-1}]$ a hodnotě $Re = 160$ při $\mu = 0,02 \text{ [kg}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{s}^{-1}]$ pro charakteristický rozměr $D_H = 0,016 \text{ [m]}$. Laminární režim proudění v kruhovém průřezu je platný pro $Re < 2300$, v intervalu $Re < 2300; 4000 >$ se proudění nachází v přechodové oblasti a nad hodnotu $Re > 4000$ se jedná o plně turbulentní proudění [43]. Na základě určení velikosti Reynoldsova čísla je v numerických simulacích uvažováno laminární proudění.

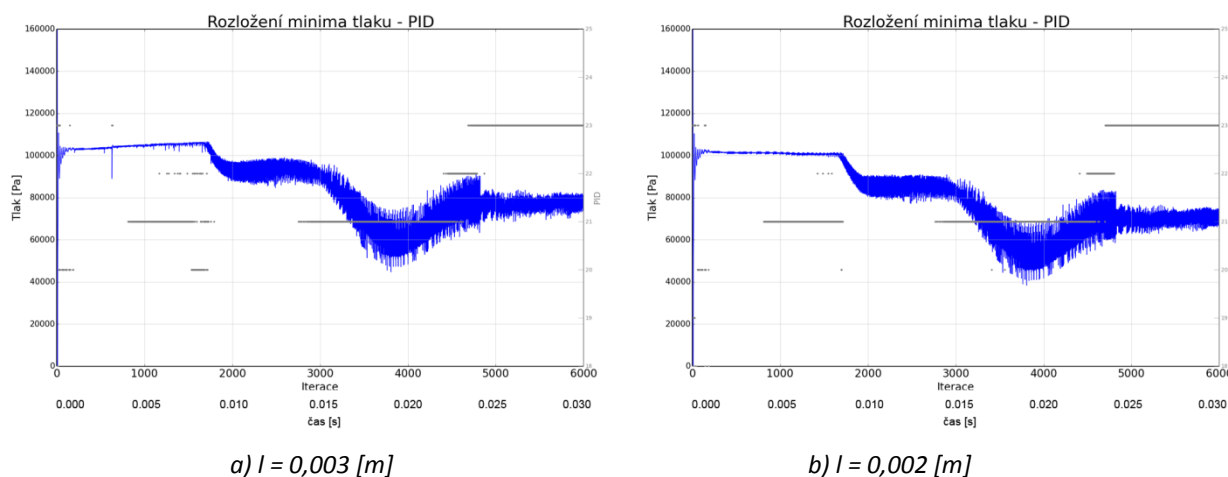


Obr. 56 Určení hydraulického průměru

Prezentované výsledky jsou získány z numerické simulace na základě nejmenší diskretizace sítě, která byla při studii toku oleje v zubové mezeře použita. Velikost diskretizace povrchových elementů odpovídá velikosti délky hrany $l = 0,0003 \text{ [m]}$. Pro ověření získaných výsledků byly provedeny výpočty i na síti s větším rozlišením jak povrchové sítě, tak i objemové sítě.

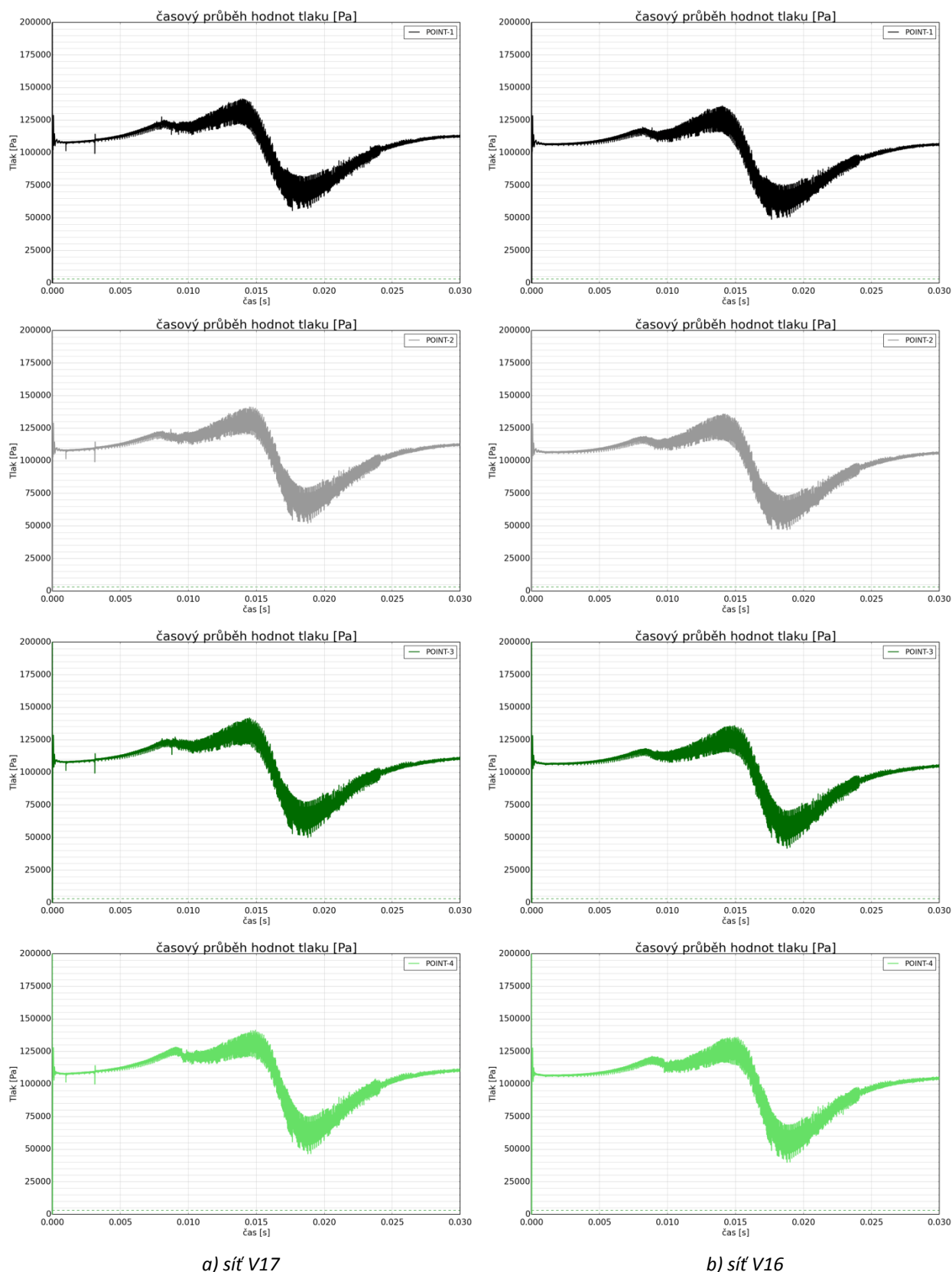
9.1.1. Vliv výpočetní sítě

V této části jsou uvedeny výsledky simulace, která je realizovaná na objemové síti označení V16. Numerická simulace včetně všech parametrů a nastavení je totožná jako simulace uvedená v předchozí kapitole 9.1 *Jednofázový model* ($dt = 5e-6$, $\mu = 0,2 \text{ [kg}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{s}^{-1}]$). Hlavní změna je v použité objemové síti, která je vygenerovaná na povrchové síti s vyšším rozlišením. Konkrétně použité rozlišení povrchové sítě je $l = 0,0002 \text{ [m]}$, kde l je délka hrany povrchového elementu, celkový počet objemových elementů je 2 572 589. Zubová mezera je zcela vyplněna olejem, jehož viskozita je $\mu = 0,2 \text{ [kg}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{s}^{-1}]$. Velikost časového korku simulace je $dt = 5e-6 \text{ [s]}$. Inicializační tlak je roven hodnotě atmosférického tlaku 101325 [Pa]. Celkem je realizováno 6000 časových kroků, během kterých dojde ke vstupu a odvalení ozubeného segmentu. Souhrn nastavení výpočtu je uveden v příloze č. 3.



Graf 5 Porovnání minim tlaku pro síť různou diskretizaci sítě V17 a V16

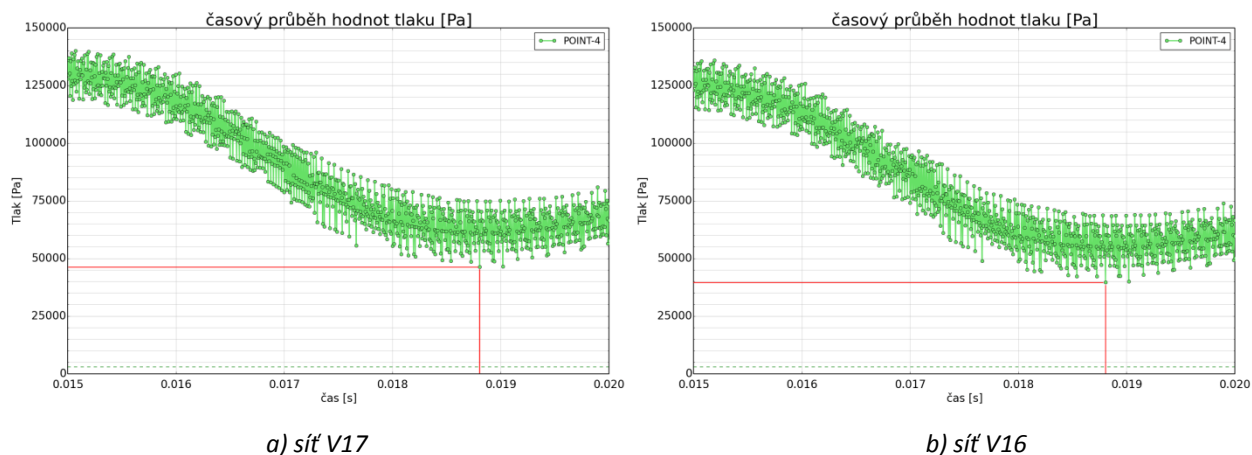
Graf 5 porovnává časový průběh minimálních hodnot tlaků získaných z celého sledovaného povrchu ozubeného kola (PID [18-23]) pro dvě rozlišení výpočetní sítě. Základní charakteristika průběhu tlaku je pro obě nastavení výpočetní sítě shodná. Minima statického tlaku je dosaženo v časovém intervalu 0,0225 [s] až 0,025 [s].



Graf 6 Porovnání průběhu statického tlaku v bodech 1,2,3,4 na segmentu-02

Závislost velikosti objemové sítě je porovnávána pro dvě odlišné diskretizace výpočetní oblasti v grafu 6, kde jsou porovnány hodnoty ze stejných bodů definovaných na povrchu ozubeného kola v segmentu 2, dle obrázku č. 49. Dle časových průběhů hodnot statického

tlaku v grafu 6 vyplývá, že dvě použité diskretizace výpočetní domény mají zanedbatelný vliv na výsledky numerické simulace. Porovnání dvou časových průběhů hodnot statického tlaku je zobrazeno v grafu 7, kde je zobrazena pouze část signálu tlaku v bodě 4 segmentu 2 pro sítě s označením V16, V17.

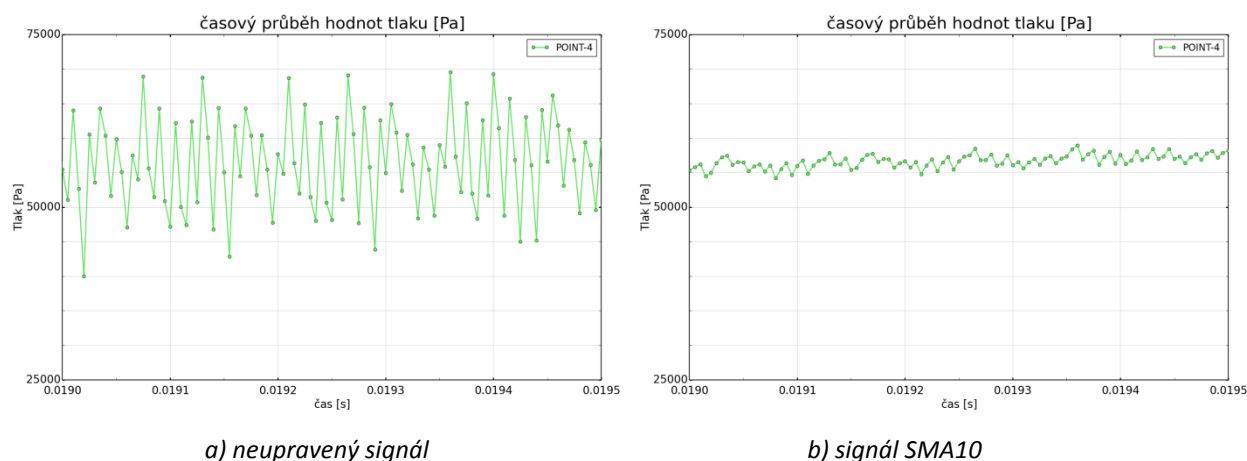


Graf 7 Porovnání průběhu statického tlaku v bodě 4 na segmentu-02

Časový interval 0,015 [s] až 0,020 [s] průběhu hodnot statického tlaku je vykreslen na grafu č. 7 pro dvě výpočetní sítě, V16 a V17. Minimum statického tlaku je zakótováno červeně. Na základě detailu časového průběhu tlaku lze říci, že globální charakteristika poklesu tlaku je shodná jak na výpočetní síti V17 i V16. Absolutní hodnota minima tlaku je však různá. Pro výpočetní síť V17 je hodnota minima 46126 [Pa] a 40084 [Pa] pro výpočetní síť V16. Rozdíl absolutního minima tlaku pro různé výpočetní sítě je 6042 [Pa]. Z pohledu globální charakteristiky průběhu tlaku je tento rozdíl akceptovatelný, protože hodnota minima statického tlaku je kolem hranice 40000 [Pa]. Vhodné podmínky pro vznik kavitace dle tlaku sytých par lze očekávat řádově kolem hodnoty 3600 [Pa]. V případě, kdyby hodnoty minima statického tlaku získané z numerické simulace dosahovaly hodnot tlaku, zvolené jako limitní pro počátek vypařování plynu oleje, mohl by rozdíl vlivem výpočetní sítě být významný.

V předchozí části jsou popsány důsledky použití jiné diskretizace objemové sítě. Použití jiné diskretizace objemové sítě v sobě zahrnuje několik dalších efektů, které ovlivňují výsledek numerické simulace. Při použití přesnější diskretizace objemové sítě jsou upraveny parametry pro definici obnovy výpočetní sítě, viz kapitola 8.4 *Kvalita výpočetní sítě*. Z pohledu výpočetní sítě to znamená, že v každém časovém kroku numerické simulace je výpočetní síť V17 a V16 odlišná. Pro řešení výpočetní úlohy je využito možnosti paralelizace úlohy, pomocí implementovaných funkcí v programu ANSYS/Fluent [30]. Vliv počtu procesorů pro řešení úlohy a paralelizace úlohy, která je závislá na počtu objemových elementů, má nenulový vliv na výsledky výpočtu. S ohledem na uvedené vlivy ovlivňující numerickou simulaci lze vliv výpočetní sítě na základě získaných výsledků považovat za minimální.

Na grafu 6 je zobrazen časový průběh hodnot tlaku, který vykazuje mezi jednotlivými časovými kroky rozptyl hodnot tlaku až do velikosti 5000 [Pa]. Detailněji je tento rozptyl hodnot zobrazen na grafu 7. Velikost rozdílu mezi dvěma časovými kroky simulace se mění v závislosti na pozici ozubených kol, to lze pozorovat na grafu 4 i dalších. Zavedením filtrace pomocí klouzavého průměru lze tuto amplitudu tlaku filtrovat a tím získat nerozkmitaný průběh hodnot tlaku, který umožní lepší náhled na časový průběh tlaku. Porovnání časového průběhu tlaku před a po filtraci je uvedeno v grafu 8 a, b.



Graf 8 Porovnání průběhu statického tlaku v bodě 4 na segmentu-02

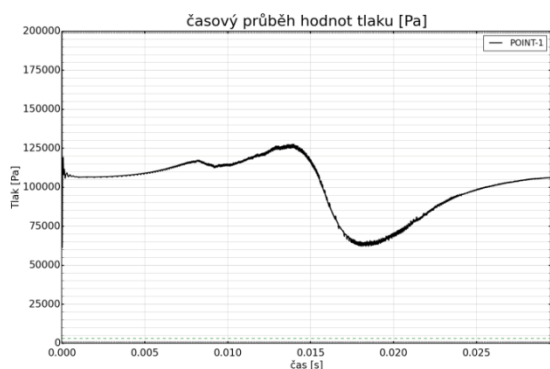
Porovnání originální a filtrovaného průběhu pomocí klouzavého průměru označeného jako SMA (Simple Moving Average) [44] s velikosti filtru deseti časových vzorků je na grafu 8. Výpočet SMA je dán vzorcem:

$$SMA_m = \frac{P_m + P_{m-1} + P_{m-2} \dots P_{m-n}}{n} \quad (111)$$

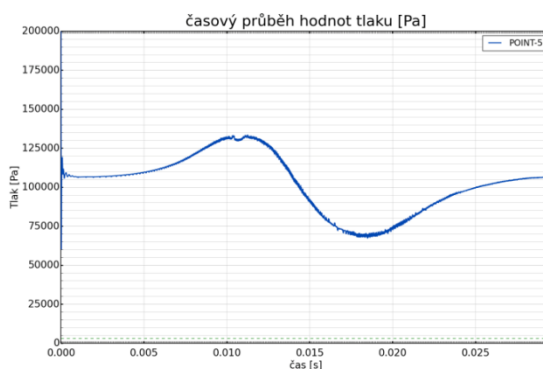
SMA_m - hodnota klouzavého průměru na pozici m datové řady

m - index v datové řadě

Po zavedení filtrování, kde $n = 10$ obdržíme grafy 9 a 10.

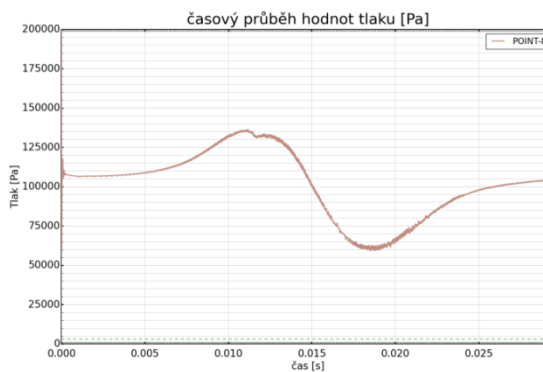
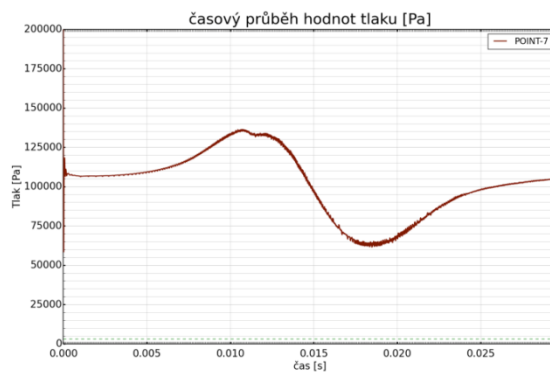
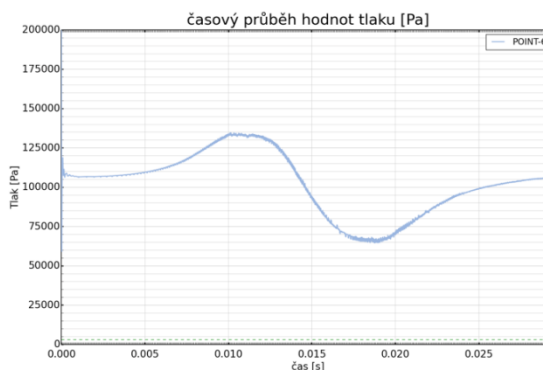
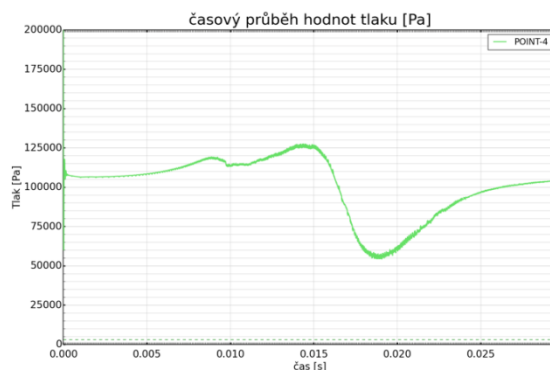
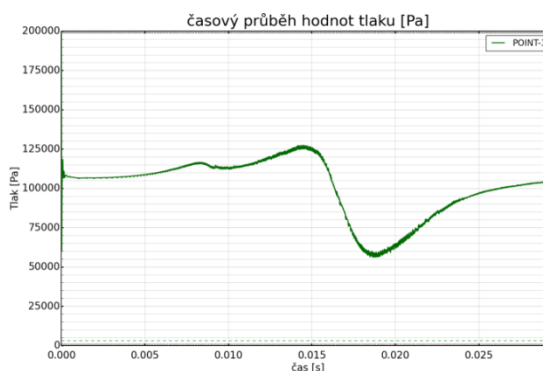
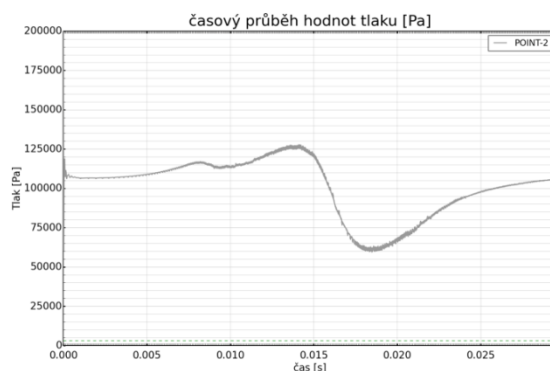


a) bod 1



b) bod 2

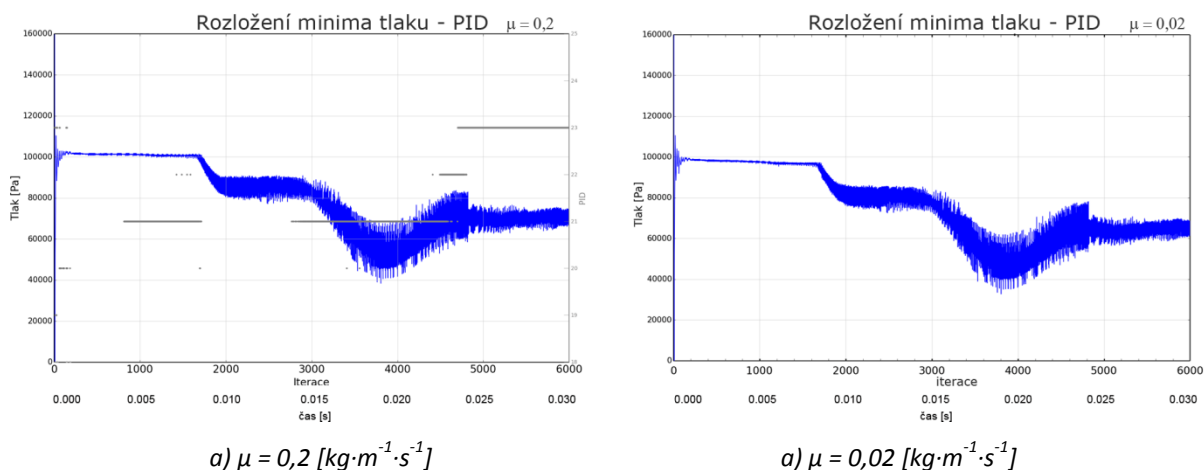
Graf 9 Časový průběh statického tlaku v bodě 1,5 na segmentu-02, filtr SMA_{10}



Graf 10 Časový průběh statického tlaku v bodě 2,3,4,6,7,8 na segmentu-02, filtr SMA_{10}

9.1.2. Vliv dynamické viskozity, $\mu = 0,02 \text{ [kg}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{s}^{-1}]$

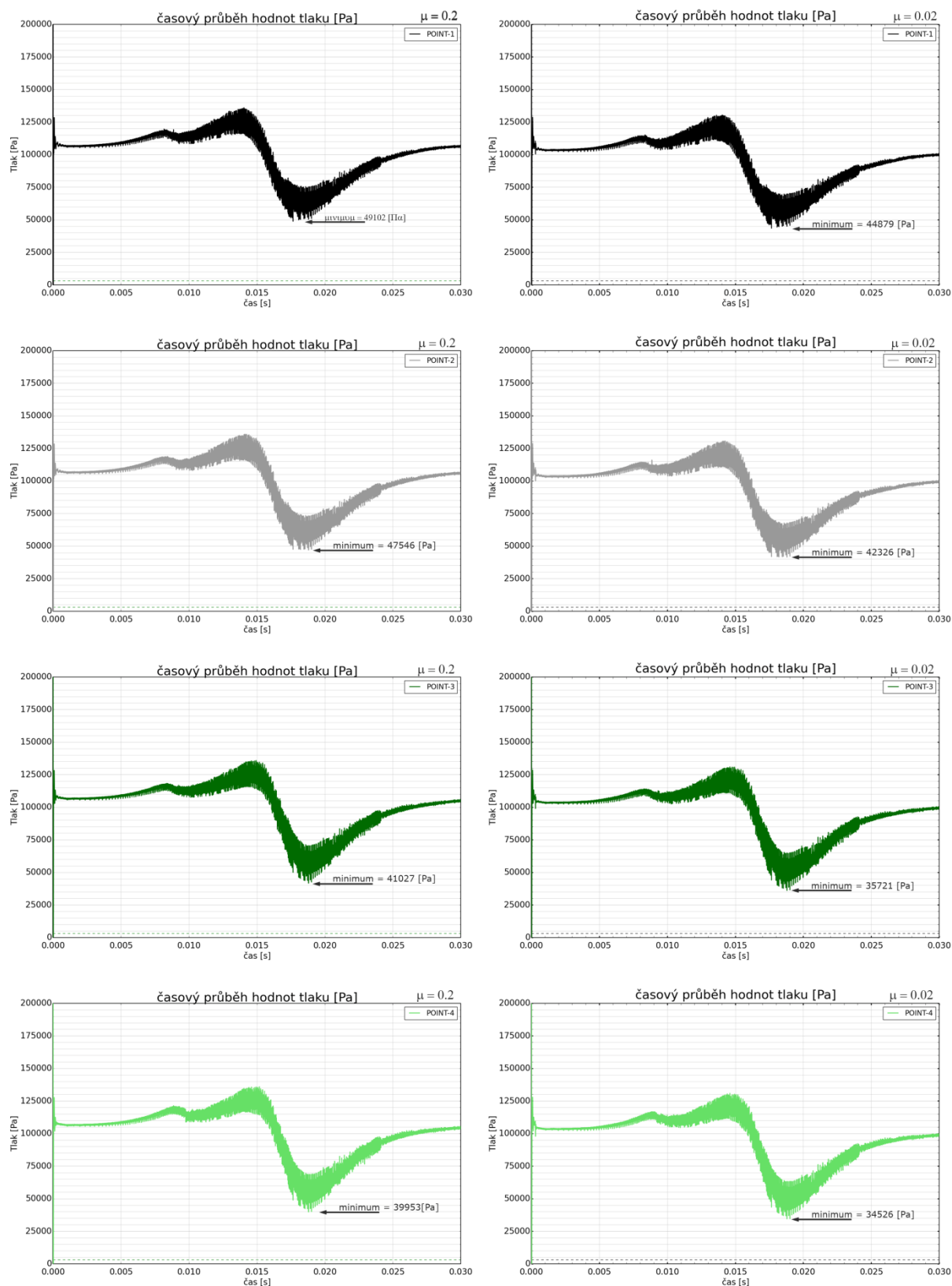
Na výpočetní síti s označením V16 byl proveden výpočet pro zjištění vlivu dynamické viskozity. Změna dynamické viskozity reprezentuje změnu vlastností oleje vlivem změny její teploty. Energetické rovnice ani přenos tepla není modelován. Na základě údajů od výrobce převodového oleje je známa změna viskozity při změně teploty. Změna viskozity právě v důsledku změny teploty je v této zkoumána. Výpočetní model a jeho nastavení je beze změny. Výpočetní síť, jednofázový model včetně nastavení numerického řešiče je totožné. Jediným měněným parametrem je dynamická viskozita oleje. V předešlých simulacích byla použita hodnota $\mu = 0,2 \text{ [kg}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{s}^{-1}]$, která odpovídá teplotě 40 [°C] oleje. Tato hodnota viskozity bude porovnána s hodnotou $\mu = 0,02 \text{ [kg}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{s}^{-1}]$, která odpovídá cca 100 [°C]. Nastavení výpočetního modelu viz příloha č. 4.



Graf 11 Porovnání minima tlaku pro viskozitu dynamickou: $\mu = 0,2 \text{ [kg}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{s}^{-1}]$ $\mu = 0,02 \text{ [kg}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{s}^{-1}]$

Porovnání minima tlaku pro dvě různé viskozity je uvedeno v grafu č. 11. Rozdíl absolutní hodnoty tlaku v minimu jeho velikosti je 3500 [Pa]. Hodnota minima tlaku nastane ve stejné poloze ozubených kol, respektive ve stejném čase numerické simulace $t = 0,0185 \text{ [s]}$. Při porovnání časového průběhu tlaku je patrná jistá podobnost. V čase $t = 0,015 \text{ [s]}$ dochází k poklesu tlaku až k samotnému minimu. V čase $t = 0,020 \text{ [s]}$ dochází k růstu minimální hodnoty tlaku a od času $t = 0,025 \text{ [s]}$ je změna tlaku minimální.

Porovnání průběhu tlaku je provedeno i pro bodové odběry tlaku. Na grafu č. 12 jsou porovnány časové průběhy hodnot tlaku pro viskozitu $\mu = 0,2 \text{ [kg}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{s}^{-1}]$ $\mu = 0,02 \text{ [kg}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{s}^{-1}]$ na segmentu-2 pro body 1,2,3,5,6,7.



Graf 12 Porovnání vlivu dynamické viskozity pro hodnoty $\mu = 0,2$ a $\mu = 0,02$ [N·s·m⁻²]

Výsledky numerické simulace pro ověření vlivu teploty, respektive vlivu dynamické viskozity jsou uvedeny v grafu č. 12. Graf zobrazuje časový průběh hodnot tlaku v bodech 1 a 4 na ozubeném segmentu-2. Z porovnání průběhu tlaku je patrné, že časový průběh tlaku je téměř totožný. Časový okamžik poklesu tlaku i čas dosažení minima tlaku na povrchu zubu je stejný. Časový průběh tlaku s hodnotou dynamické viskozity $\mu = 0,02 \text{ [kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}]$ vykazuje v průměru o zhruba 5000 [Pa] nižší hodnoty tlaku, než kapalina s dynamickou viskozitou $\mu = 0,2 \text{ [kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}]$. To je pravděpodobně způsobeno tím, že kapaliny s nižší dynamickou viskozitou je více urychlena při dodání stejné energie od ozubeného segmentu. Kapalina je více urychlena a dojde tím k vyššímu poklesu statického tlaku na úkor dynamickému tlaku.

V grafu č. 12 jsou uvedeny hodnoty minimálního tlaku na povrchu ozubeného kola. Minimální hodnota tlaku je okolo hodnoty 37 000 [Pa]. Při těchto hodnotách nejsou splněny podmínky vzniku kavitace, ale lze předpokládat, že při poklesu tlaku na tuto úroveň bude docházet k uvolňování rozpuštěného plynu v oleji.

9.2. Více-fázový model VOF, viskozita $0,2 \text{ [kg}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{s}^{-1}]$, V16, $dt = 5\text{e-}6[\text{s}]$

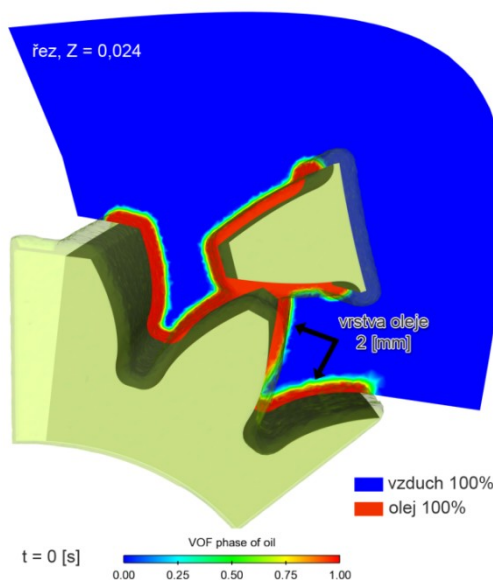
Jednou z možností přiblížení výpočetní simulace reálnému případu je použití vícefázového modelu. Simulací proudění oleje a vzduchu v zubové mezeře je docíleno díky využití modelu Volume Of Fluid, viz kapitola 5.4.4 *Metoda Volume Of Fluid (VOF)*. Pro modelovaný případ je použito dvou fází. Fází kapalnou reprezentuje olej, který je uvažován jako stlačitelná kapalina s viskozitou odpovídající $40 \text{ [}^\circ\text{C}]$. Jako plynná fáze je uvažován vzduch s vlastnostmi ideálního plynu. Vlastnosti použitých fází v numerické simulaci jsou uvedeny v tabulce č. 9 a nastavení výpočtu je uvedeno v příloze č. 5.

Tabulka 9 Vlastnosti fází použitých v numerické simulaci

Fyzikální veličina	Olej	Vzduch
hustota $[\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}]$	893	1,225
dynamická viskozita $[\text{kg}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{s}^{-1}]$	0,2	$18,6\cdot 10^{-6}$

Počáteční poloha ozubených kol je shodná v již uvedených studiích. Počáteční podmínka rozložení oleje a vzduchu je zvolena na základě pozorování ostříku oleje v převodové skříní a na základě fotodokumentace dodatečného mazání ozubených kol, obrázek č. 4.

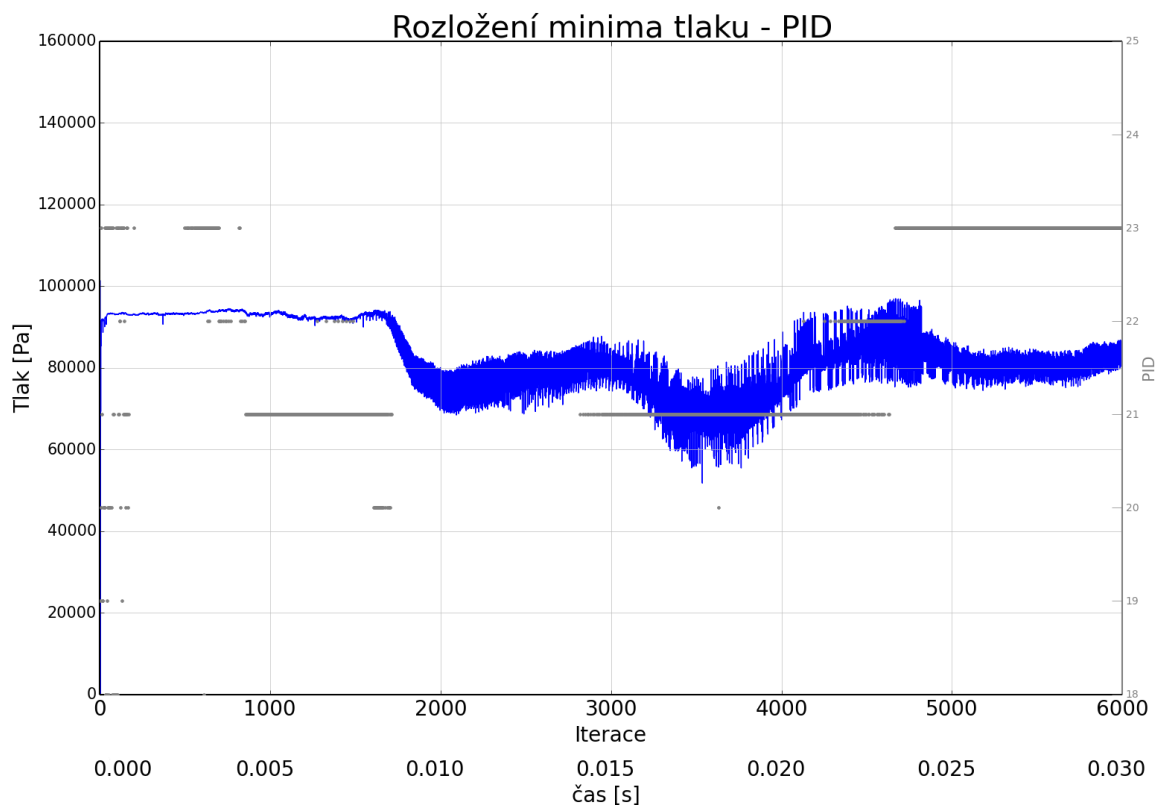
Počáteční podmínky rozložení fází jsou uvedeny na obrázku č. 57. Obě spoluzabírající ozubená kola jsou pokryta konstantní vrstvou oleje po celém povrchu ve výšce 2 [mm] .



Obr. 57 Počáteční podmínky simulace, rozložení fází systému

Na obrázku č. 57 je zobrazeno rozložení fází v čase $t = 0 \text{ [s]}$ v řezu $Z = 0,024$. Olejová vrstva o výšce 2 milimetrů byla nastavena na všech plochách reprezentující geometrii ozubených kol. Vrstva oleje na celém povrchu je na obrázku č. 57 reprezentovaná světlou zelenou barvou vytvořenou jako isovolume v rozmezí 0,7-1 objemového podílu oleje.

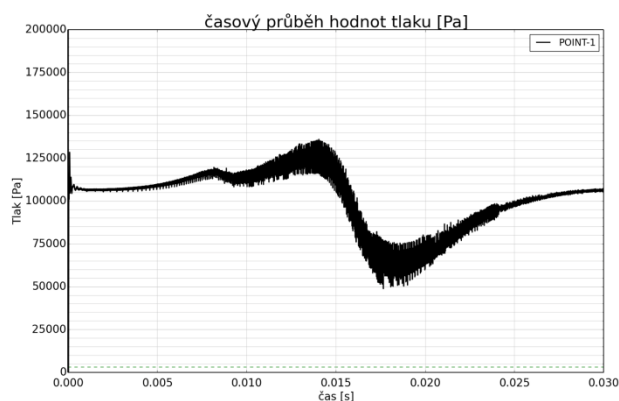
Analýzou tlakového pole jsou určena globální minima časového průběhu tlaku na povrchu ozubených kol. Minima tlaku na povrchu jsou zobrazena v grafu č. 13.



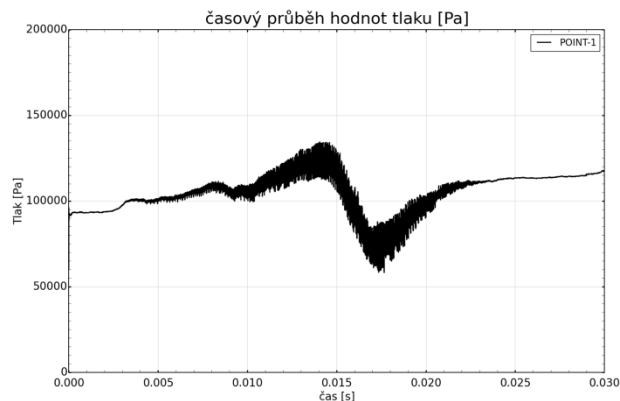
Graf 13 Časový průběh minima statického tlaku na povrchu ozubeného kola, $dt = 5e-6$

Minimální hodnoty statického tlaku je dosaženo kolem časového kroku 3700, který odpovídá reálnému času $t = 0,0185$ [s]. Hodnota minima tlaku je kolem 56000 [Pa]. Průběh na grafu 13 odpovídá jak časovým průběhem, tak i velikostí tlaků případu, kdy je celá zubová mezera zaplněna olej a numerická simulace je řešena jako jednofázová úloha se stejnými parametry oleje a časovým krokem $dt = 5e-6$ [s].

Porovnání časového průběhu tlaku pro simulaci jednofázovou s časovým krokem $dt=5e-6$ [s], a výpočtem dvoufázovým s modelováním fáze oleje a vzduchu je na v grafu č. 14, 15. Porovnání je provedeno v bodě 1 a 5 segmentu-2 ozubeného kola, viz obrázek č. 60, 61.

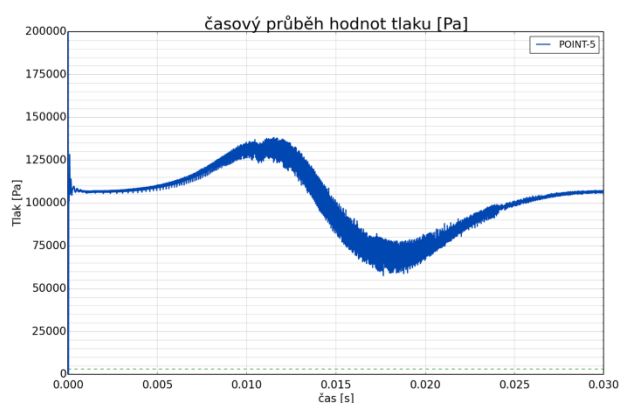


a) jednofázová simulace, pouze fáze oleje

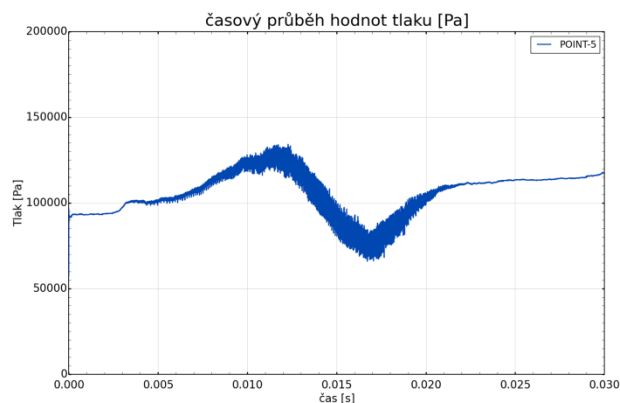


b) dvoufázová simulace, fáze oleje a vzduchu

Graf 14 Časový průběh tlaku v bodě 1, segmentu 2 pro dva různé modely



a) jednofázová simulace, pouze fáze oleje

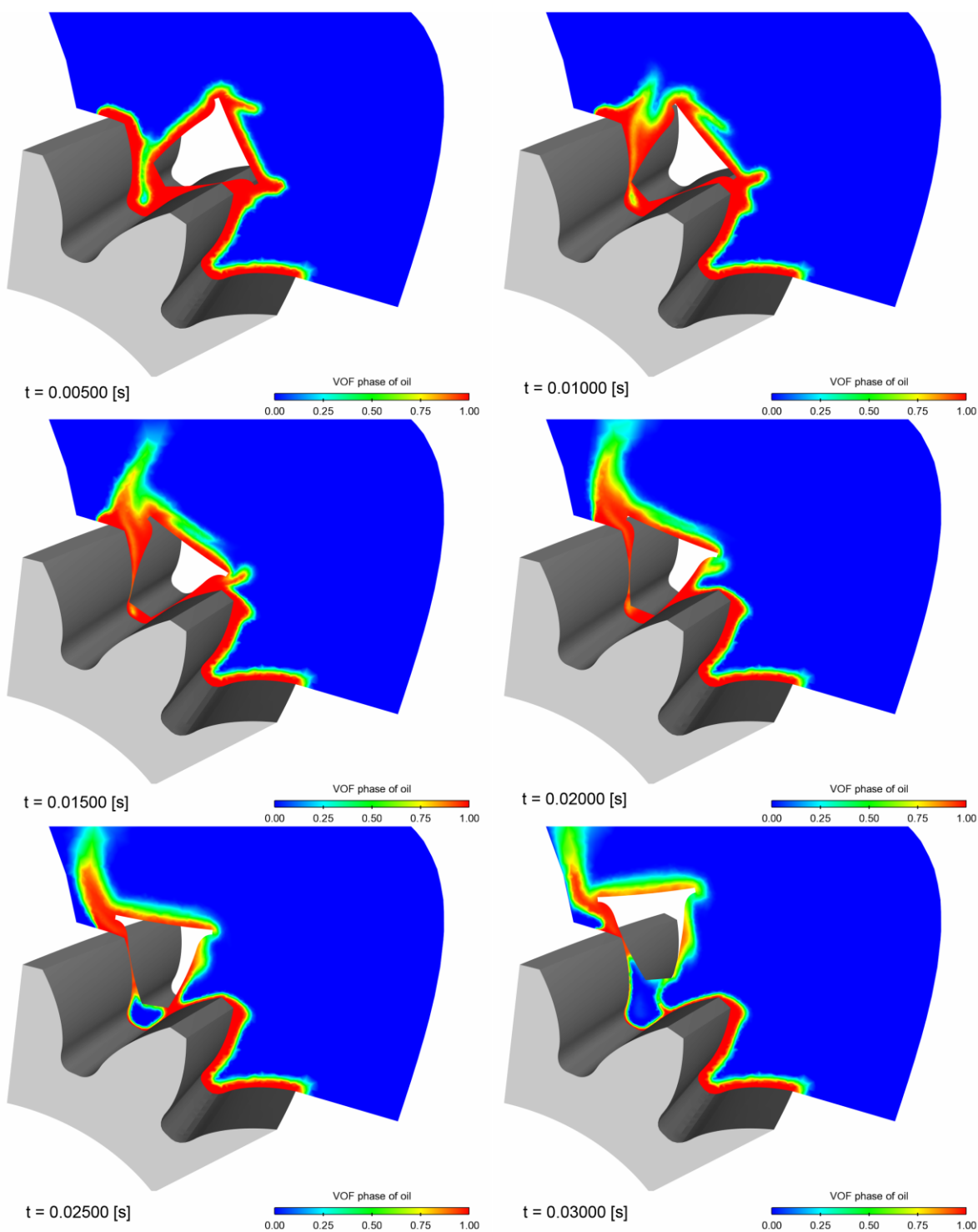


b) dvoufázová simulace, fáze oleje a vzduchu

Graf 15 Časový průběh tlaku v bodě 5, segmentu 2 pro dva různé modely

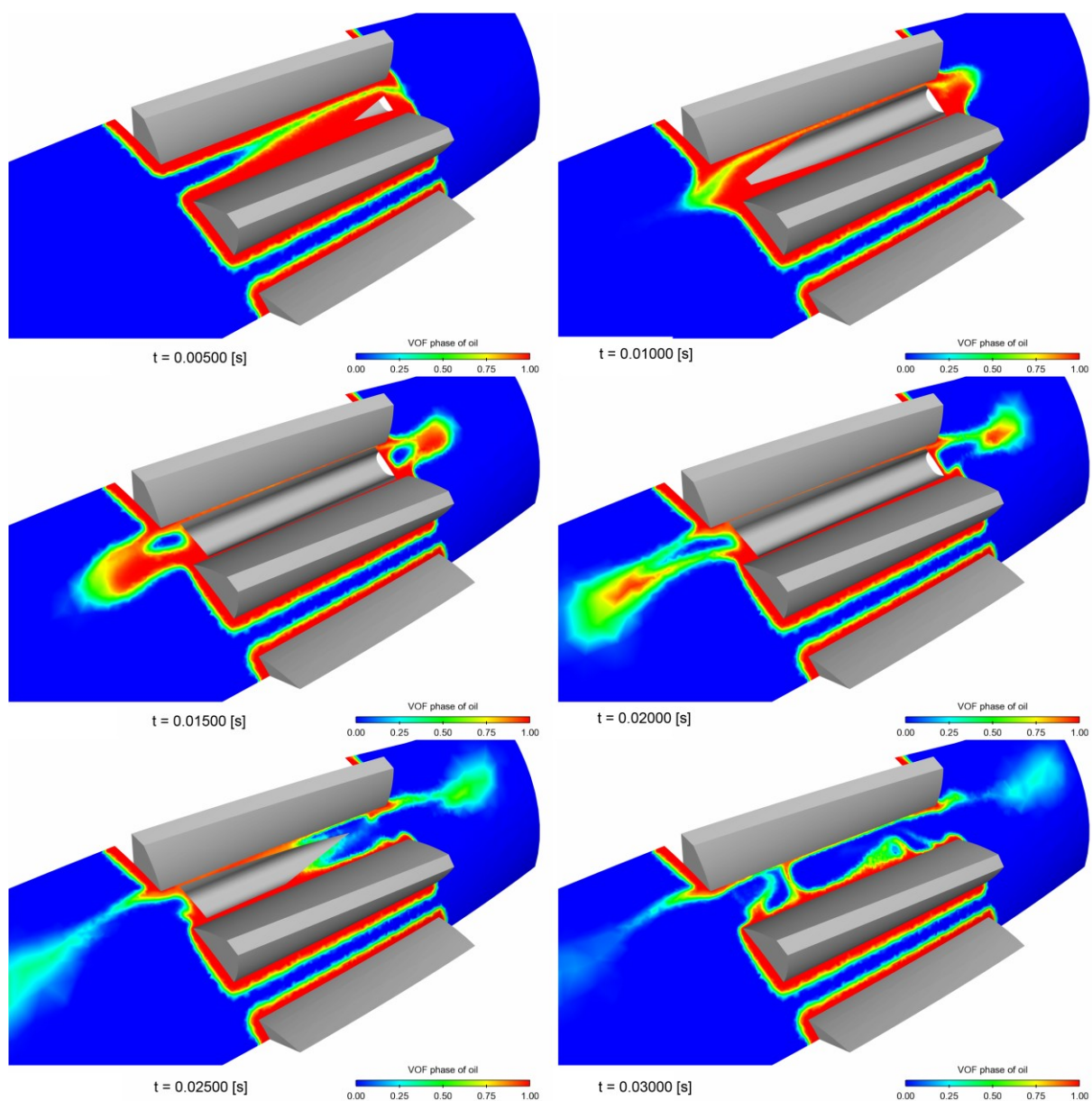
Porovnáním časového průběhu tlaku z grafu č. 14, 15 (a, b) je zřejmé, že výsledný průběh jednofázové simulace a dvoufázovou simulace je velice podobný. Minimum statického tlaku je dosaženo v časovém intervalu 0,0180 a 0,0185 [s] simulace. Hodnoty minima statického tlaku na povrchu zubu ve sledovaných bodech jsou v bodě 1 segmentu 2 $p = 50000$ [Pa] pro jednofázovou simulaci a $p = 60000$ [Pa] pro vícefázovou simulaci. Porovnáním hodnot tlaku v bodě 5 segmentu 2 jsou získány hodnoty tlaku $p = 60000$ [Pa] pro jednofázovou simulaci a $p = 65000$ [Pa] pro vícefázovou simulaci. Časový průběh hodnot tlaku ve sledovaných bodech je velice podobný pro oba typy simulace. Na základě těchto výsledků lze říci, že charakter časového průběhu je velice podobný, výsledky numerické simulace se nepatrně liší ve velikosti tlaku na povrchu zubu. Tento rozdíl ve velikosti tlaku může být významný v případě, se velikost absolutního tlaku pohybovala okolo hranice tlaku sytých par oleje.

Rozložení oleje a vzduchu v průběhu odvalování ozubených kol v rovině $Z = 0,024$ (střed ozubeného kola) je na obrázku č. 58, kde je zobrazen objemový podíl oleje, veličina α , viz kapitola 5.4.4 Metoda Volume Of Fluid (VOF).



Obr. 58 Rozložení oleje a vzduchu v průběhu numerické simulace, řez $Z = 0,024$ [m]

Na obrázku č. 58 jak zobrazen ozubený segment, který vstupuje do zubové mezery a vytlačuje olej z prostoru záběru.

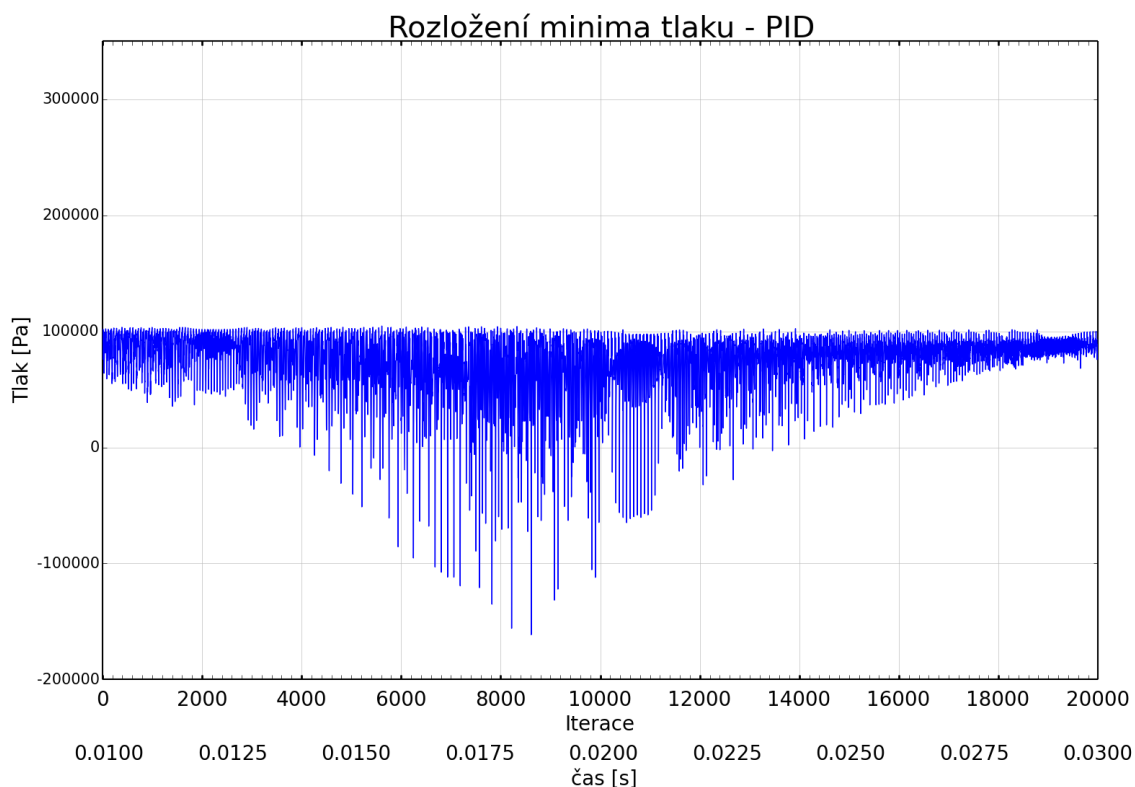


Obr. 59 Vytlačování oleje v rovině roztečné kružnice

Obrázek 59 znázorňuje vytlačování oleje z prostoru zubové mezery v závislosti na poloze ozubeného segmentu, který postupně zmenšuje objem zubové mezery. V konečné fázi záběru vystupuje z prostoru zubové mezery, čas $t = 0,025$ [s]. V tomto okamžiku je většina oleje vytlačena mimo prostor záběru ozubených kol.

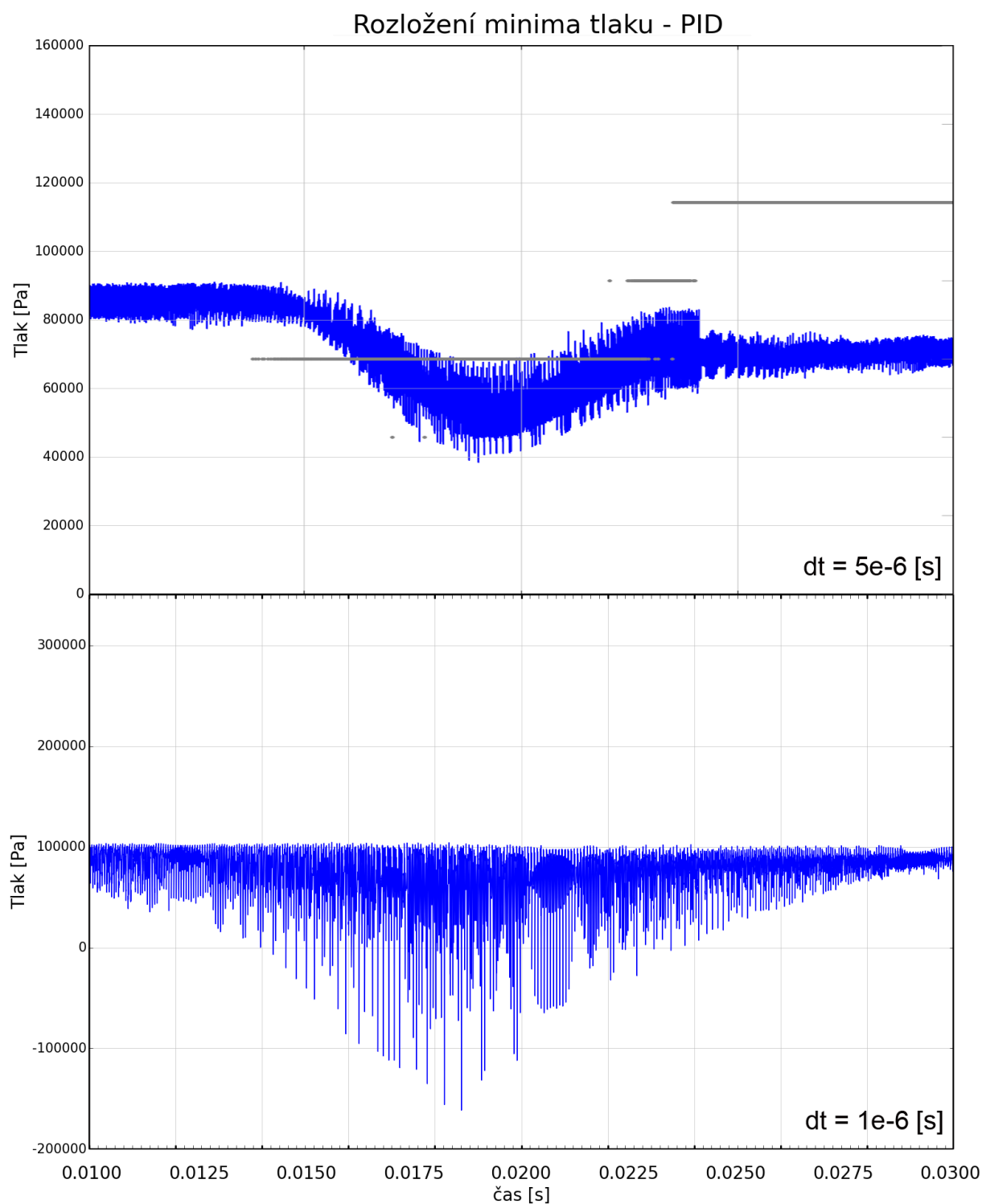
9.3. Jednofázový model, viskozita $0,02 \text{ [kg}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{s}^{-1}]$, V16, $dt = 1\text{e-6[s]}$

Na základě výsledků numerických simulací s časovým krokem $dt = 5\text{e-6 [s]}$ pro dvě nastavení diskretizace výpočetní domény, kde byl zjištěn rozptyl hodnot tlaku v rámci časového kroku $\Delta p = 5000 \text{ [Pa]}$, byly provedeny výpočty pro ohodnocení vlivu velikosti časového kroku také pro dvě nastavení objemové sítě. Velikost časového kroku byla nastavena na velikost $dt = 1\text{e-6 [s]}$, časový krok je pro toto nastavení pětinasobný, viz příloha č. 6 s nastavením simulace. V numerické simulaci s časovým krokem $dt = 5\text{e-6[s]}$ docházelo k prvotnímu poklesu tlaku v čase $t=0,01 \text{ [s]}$, kdy ozubený segment vstupoval do prostoru zubové mezery. Z důvodu redukce výpočetního času a zohlednění průběhu tlaku v časovém intervalu $t = 0 \text{ [s]}$ až $0,01 \text{ [s]}$ je počátek numerické simulace s časovým krokem $dt = 1\text{e-6[s]}$ nastaven na čas $t = 0,01 \text{ [s]}$. Celkem je provedeno 20000 časových kroků, které odpovídají celkovému času $t = 0,02 \text{ [s]}$. Je použita varianta sítě V16. Globální minima tlaku s časovým krokem $dt = 1\text{e-6 [s]}$ jsou zobrazeny v grafu 16.



Graf 16 Časový průběh minima statického tlaku na povrchu ozubeného kola

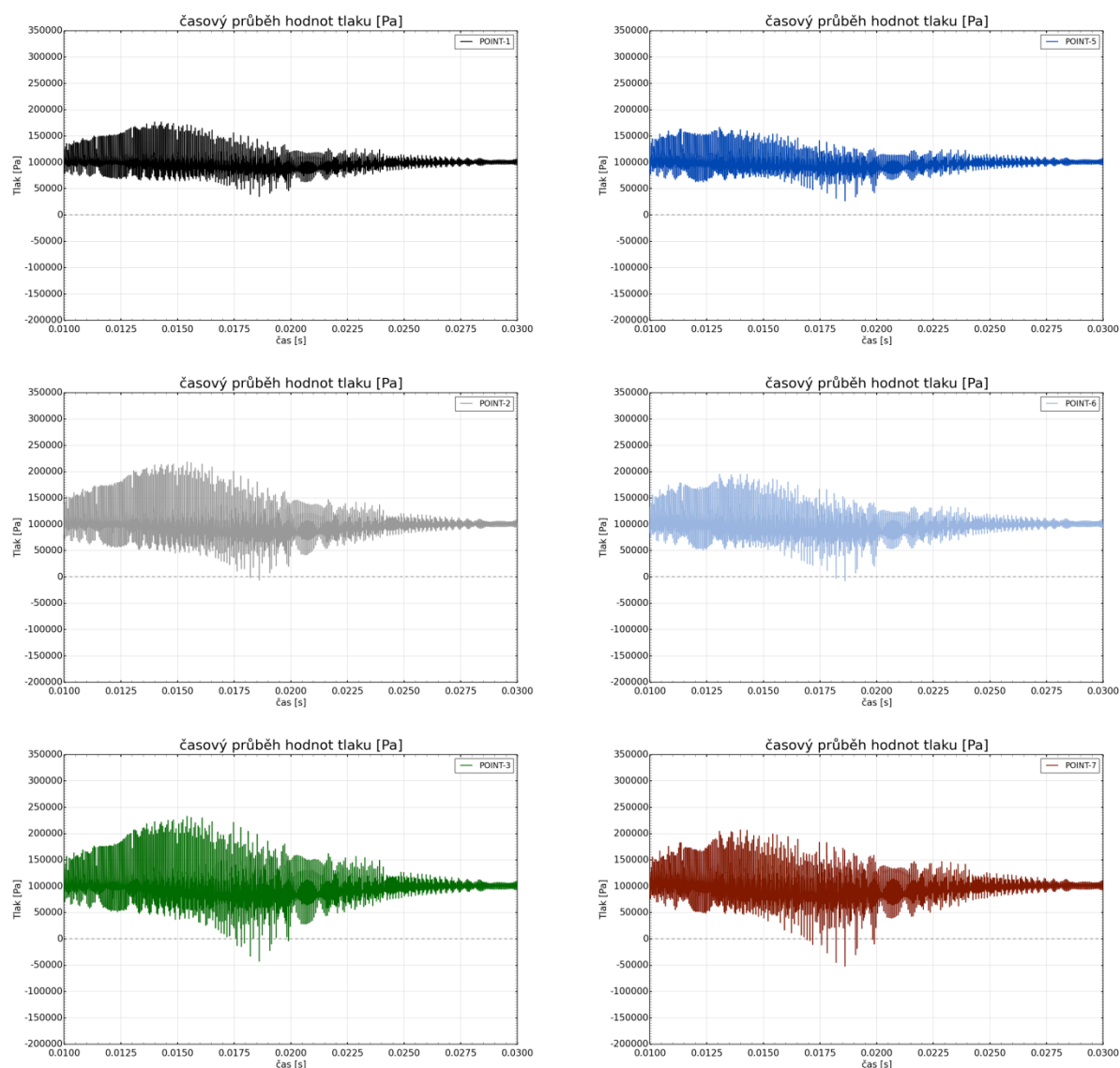
Z grafu 16 je patrné, že hodnoty minimálního tlaku jsou nižší ve srovnání s výpočty s časovým krokem $dt = 5\text{e-6 [s]}$. Minimální hodnoty statického tlaku překračují hranici tlaku sytých par oleje a dosahují záporných hodnot -100 [kPa] až -150 [kPa] . Oblasti s výskytem minimálních hodnot jsou analyzovány na základě bodového odběru tlaku ve sledovaných oblastech, převážně v místech s výskytem poškození ozubených kol. Porovnání minim statického tlaku pro časová krok $dt = 5\text{e-6 [s]}$ a $dt = 1\text{e-6 [s]}$ je uvedeno v grafu 17.



Graf 17 Časový průběh minima statického tlaku na povrchu ozubeného kola, $dt = 5e-6$ a $dt = 1e-6$ [s]

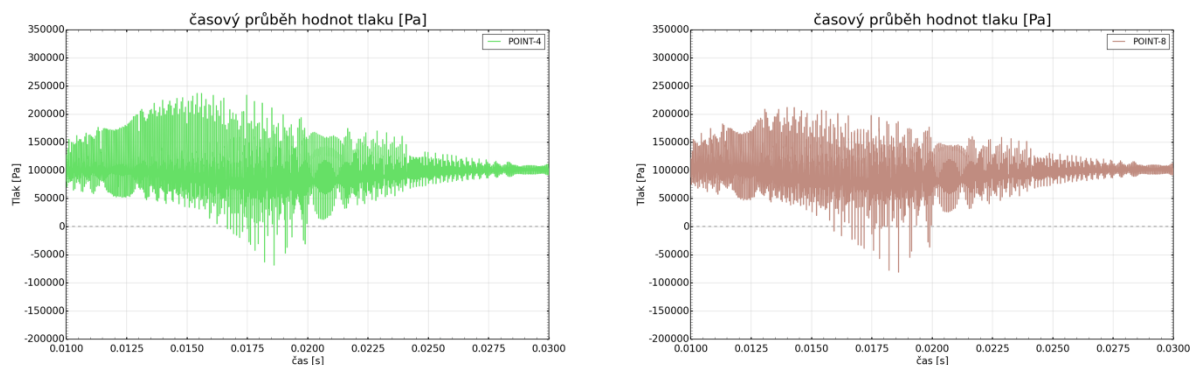
Při porovnání průběhu globálního minima statického tlaku pro dva různé časové kroky, viz graf 17, je patrné, že minimum nastane v rozmezí časů 0,0180[s] a 0,0185 [s]. Časový úsek, ve kterém hodnota statického tlaku nabývá minima je pro obě numerické simulace shodná. Nicméně rozsah hodnot tlaku se výrazně liší. Minimální hodnoty statického tlaku na povrchu zubu při časovém kroku $dt = 5e-6$ [s] jsou řádově 40000 Pa, pro $dt = 1e-6$ [s] je hodnota minima -160 [kPa].

Časový průběh hodnot statického tlaku ve sledovaných bodech dle definice (obrázek 49) je uveden v následující části. Graf č. 18 popisuje časový průběh bodů segmentu 1 v bodech 1,5,2,6,3,7.



Graf 18 Časový průběh statického tlaku v bodech 1,5,2,6,3,7 na segmentu-1, $dt = 1e-6[s]$

Dle časového průběhu tlaku na grafu 18 lze pozorovat, že v bodě 1 a 5 není pokles statického tlaku tak výrazný jako v bodech 2,6,3,7. Čím více jsou body umístěné do středu zubové mezery, více vzdálené od boku zubu spoluzabírajícího ozubeného segmentu, tím větší je pokles hodnoty statického tlaku. Stejného závěru bylo dosaženo i v numerické simulaci s časovým krokem $dt = 5e-6 [s]$.



Graf 19 Časový průběh statického tlaku v bodech 4,8 na segmentu-1, $dt = 1e-6[s]$

Ve sledovaných bodech 4 a 8 segmentu-1 je potvrzen stejný trend jako u bodů 2,6,3,7, tedy, že čím více jsou sledované body umístěné do středu zubové mezery, tím dochází k výraznějšímu poklesu hodnoty statického tlaku.

Dle teorie vzniku kavitace [3] při poklesu tlaku kapaliny na hodnotu tlaku sytých par oleje jsou splněny podmínky pro formování kavitačních zárodků, které mohou vést ke vzniku kavitace. Ze signálu časového průběhu statického tlaku oleje jsou v tabulce č. 10 a č. 11 uvedeny četnosti, kdy je tlak oleje nižší než tlak sytých par oleje pro segment-1 a segment-2 v bodech 1 až 8.

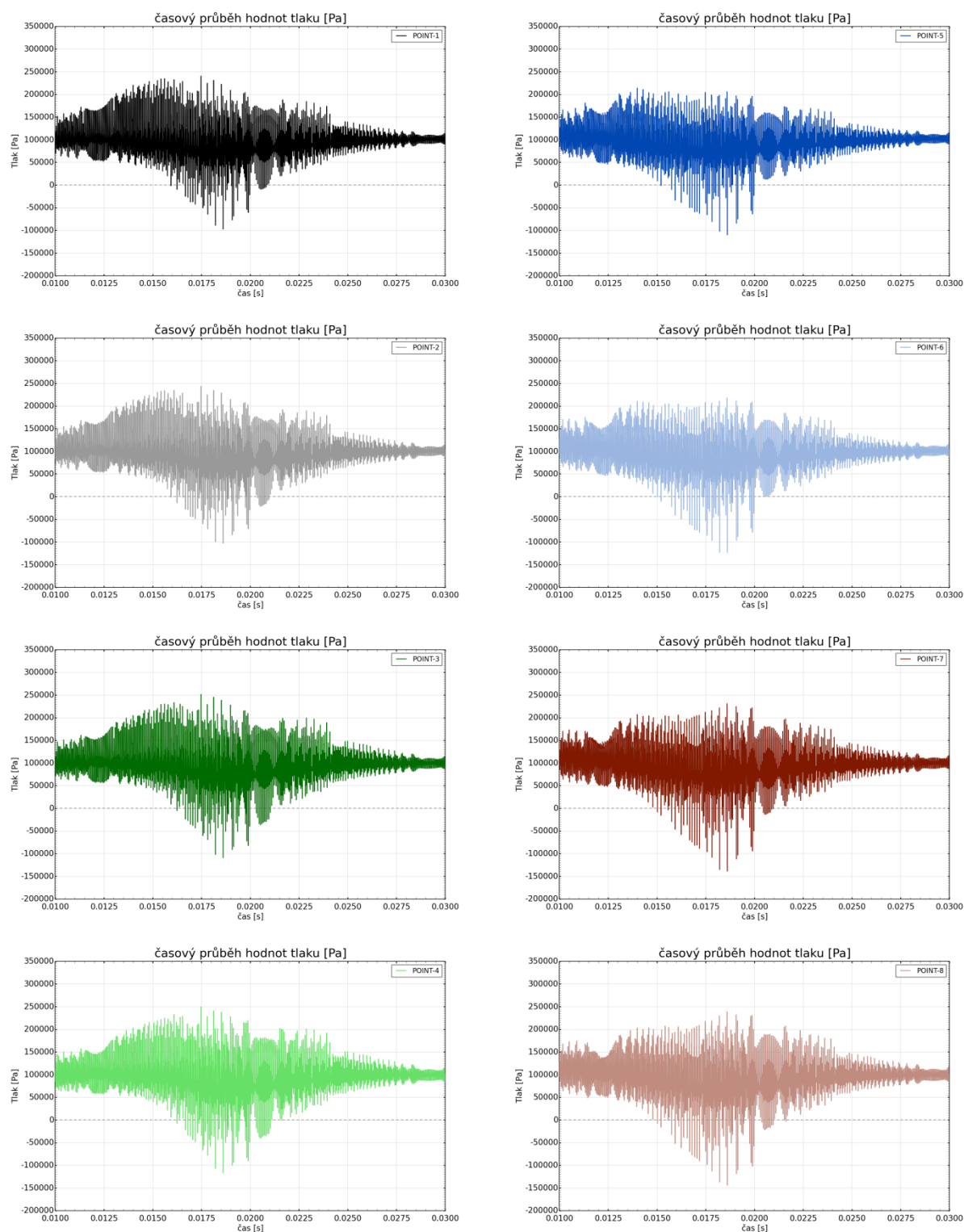
Tabulka 10 Četnost výskytu statického tlaku menšího než tlaku sytých par

segment - 1, $dt = 1e-6 [s]$			
místo	četnost výskytu	místo	četnost výskytu
bod - 1	0	bod - 5	0
bod - 2	3	bod - 6	4
bod - 3	20	bod - 7	26
bod - 4	52	bod - 8	64

Tabulka 11 Četnost výskytu statického tlaku menšího než tlaku sytých par

segment - 2, $dt = 1e-6 [s]$			
místo	četnost výskytu	místo	četnost výskytu
bod - 1	116	bod - 5	130
bod - 2	158	bod - 6	174
bod - 3	174	bod - 7	222
bod - 4	207	bod - 8	259

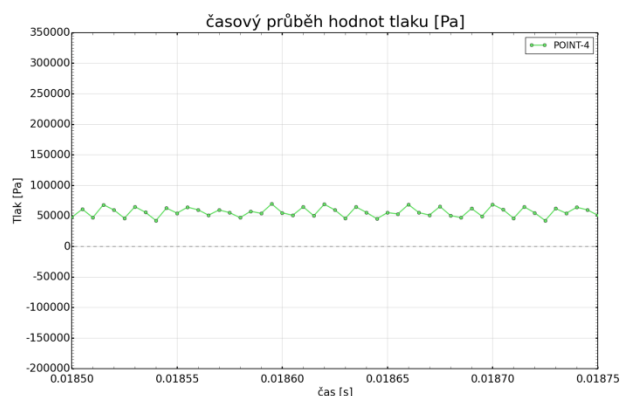
Porovnání časových průběhů hodnot statického tlaku na segmentu 2 ve sledovaných bodech je zobrazeno v grafu 20.



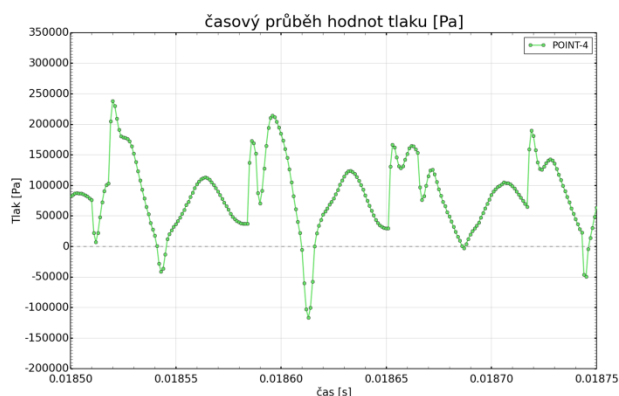
Graf 20 Časový průběh statického tlaku v bodech 1,5,2,6,3,7,4,8 na segmentu-2, $dt=1e-6[s]$

Zobrazení časového průběhu tlaku v segmentech 1,2 přes sledované body je uvedeno v grafu 19, 20 a četnosti tlaku splňující podmínku vzniku kavitace v tabulce č. 10 a č. 11. Hodnoty tlaku splňují podmínky pro vznik počátku kavitace. Tedy pro časový krok $dt=1e-6$ [s] jsou výsledky odlišné proti časovému kroku $dt=5e-6$ [s].

Časový průběh hodnot s časovým krokem $dt=5e-6$ [s] vykazuje mezi jednotlivými časovými kroky simulace ve sledovaných bodech skokové změny ve velikosti tlaku $\Delta p = 5000$ [Pa] (graf 8a). Tyto skokové změny mají charakter šumu a netvoří spojitý průběh (amplitudu) tlaku. Porovnání časového průběhu tlaku z numerické simulace v bodě 4 segmentu 2 pro dva různé časové kroky je zobrazeno v grafu 21.

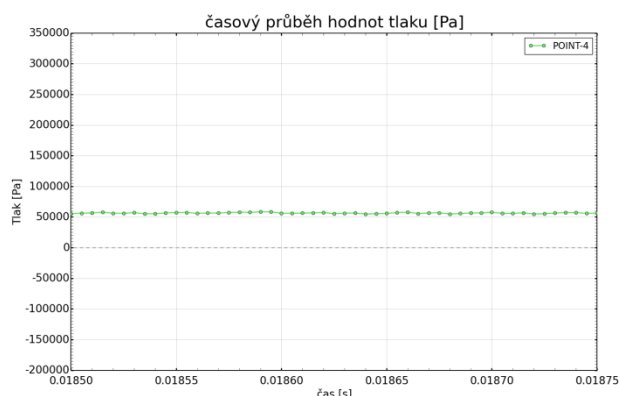


a) $dt = 5e-6$ [s]

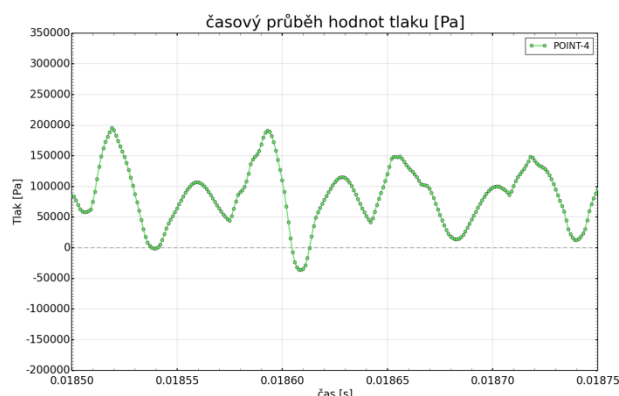


b) $dt = 1e-6$ [s]

Graf 21 Časový průběh statického tlaku v bodě 4, segmentu-2, síť V16



a) $dt = 5e-6$ [s]

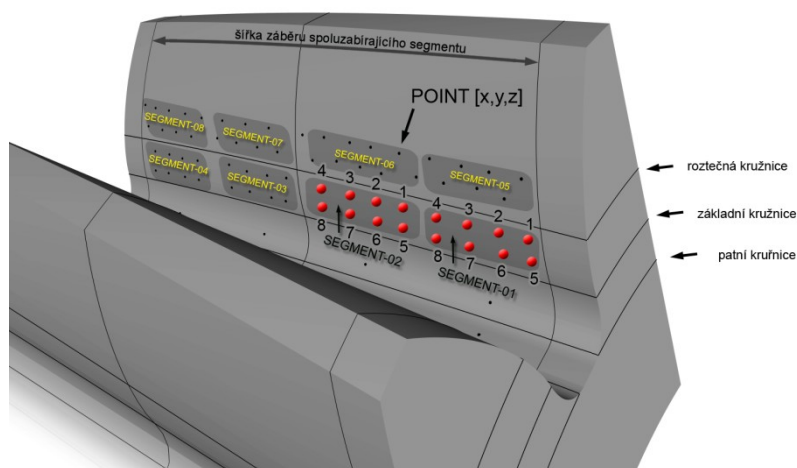


b) $dt = 1e-6$ [s]

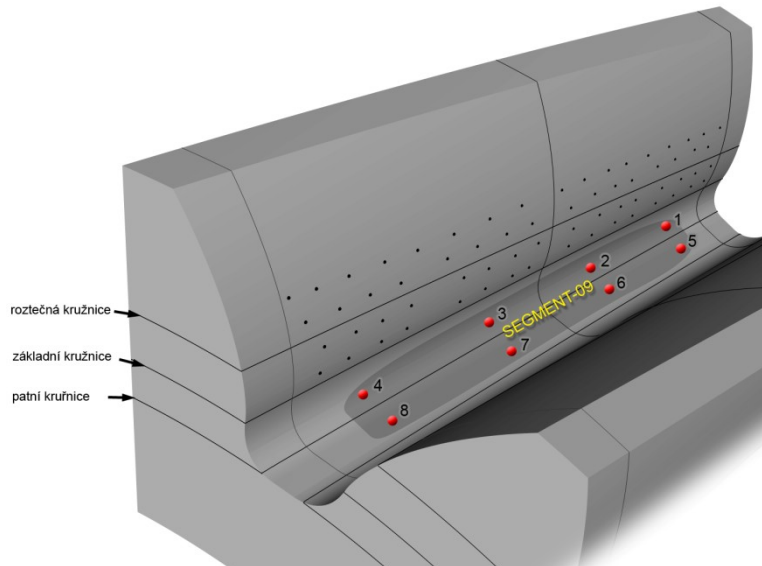
Graf 22 Časový průběh statického tlaku v bodě 4, segmentu-2, síť V16, SMA₁₀

Při porovnání časových průběhu statického tlaku na povrchu ozubeného kola graf 22a, b pro časové kroky $dt=5e-6$ a $dt=1e-6$ [s] je patrné, že při velikosti časového kroku $dt=5e-6$ [s] je průběh ve sledovaném časovém intervalu ustálený. Průměrná hodnota statického tlaku v zobrazeném časovém intervalu je 57390 Pa. Kolem této průměrné hodnoty osciluje tlak s amplitudou kolem 5000 Pa. Naproti tomu časový průběh tlaku s časovým krokem $dt = 1e-6$ [s] vykazuje nestacionární průběh. Na rozdíl od numerické simulace s větším časovým krokem $dt=5e-6$ [s] je průběh mezi minimem a maximem v rámci jedné periody popsán několika body. Časový průběh tlaku při časovém kroku $dt = 1e-6$ [s] již není skokový v převážné části signálu. Odstraněním skokových změn v signálu je zaveden klouzavý průměr, který je zobrazen v grafech 22a, 22b.

Na základě výskytu statického tlaku s hodnotou nižší než tlak sytých par oleje ve sledovaném segmentu geometrie 1 a 2 je provedeno rozšíření sledované oblasti, tak aby bylo možné výskyt nízkých hodnot tlaku lépe lokalizovat. Na povrchu ozubeného kola je zavedeno dalších 7 oblastí, ve kterých je vyhodnocen v definovaných bodech časový průběh statického tlaku. Oblasti ozubeného kola a body s vyhodnocením časového signálu tlaku jsou uvedeny na obrázku 60, 61.



Obr. 60 Body na povrchu zubu, ve kterých je sledován časový průběh tlaku



Obr. 61 Body v zubové mezeře, ve kterých je sledován časový průběh tlaku

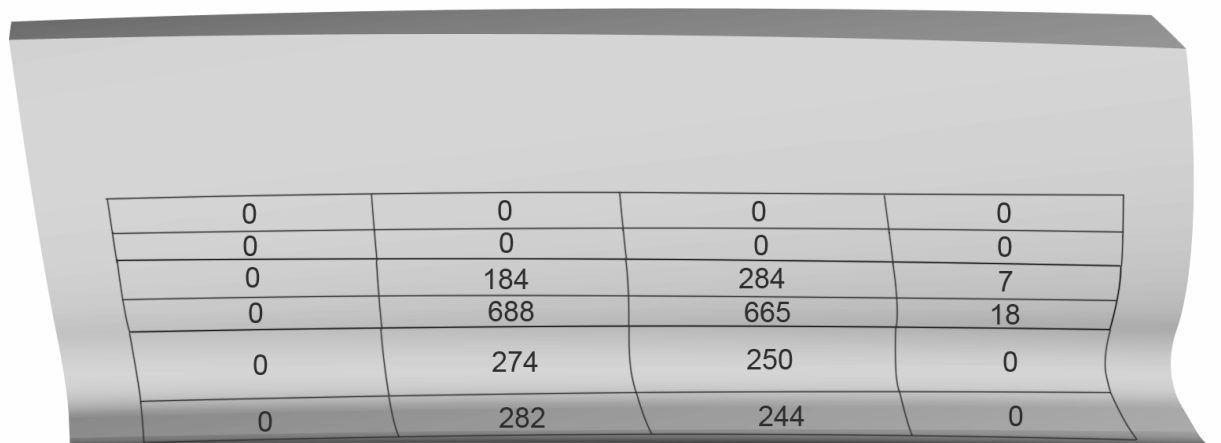
Četnosti tlaků s hodnotami menšími než je hodnota tlaku sytých par oleje jsou uvedeny v souhrnné tabulce č. 12, pro numerickou simulaci s časovým krokem $\Delta t = 1e-6$ [s] a rozlišení objemové sítě V16.

Tabulka 12 Četnost výskytu statického tlaku menšího než je tlak sytých par

segment - 1, $dt = 1e-6$ [s], $\mu = 0,02$ [$kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-2}$]			
místo	četnost výskytu	místo	četnost výskytu
bod - 1	0	bod - 5	0
bod - 2	3	bod - 6	4
bod - 3	20	bod - 7	26
bod - 4	52	bod - 8	64
segment - 2, $dt = 1e-6$ [s], $\mu = 0,02$ [$kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-2}$]			
místo	četnost výskytu	místo	četnost výskytu
bod - 1	116	bod - 5	130
bod - 2	158	bod - 6	174
bod - 3	174	bod - 7	222
bod - 4	207	bod - 8	259
segment - 3, $dt = 1e-6$ [s], $\mu = 0,02$ [$kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-2}$]			
místo	četnost výskytu	místo	četnost výskytu
bod - 1	181	bod - 5	256
bod - 2	182	bod - 6	239
bod - 3	137	bod - 7	202
bod - 4	94	bod - 8	159
segment - 4, $dt = 1e-6$ [s], $\mu = 0,02$ [$kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-2}$]			
místo	četnost výskytu	místo	četnost výskytu
bod - 1	46	bod - 5	51
bod - 2	23	bod - 6	18
bod - 3	10	bod - 7	0
bod - 4	0	bod - 8	0
segment - 5, $dt = 1e-6$ [s], $\mu = 0,02$ [$kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-2}$]			
místo	četnost výskytu	místo	četnost výskytu
bod - 1	3	bod - 5	0
bod - 2	17	bod - 6	7
bod - 3	55	bod - 7	26
bod - 4	74	bod - 8	45
segment - 6, $dt = 1e-6$ [s], $\mu = 0,02$ [$kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-2}$]			
místo	četnost výskytu	místo	četnost výskytu
bod - 1	95	bod - 5	71
bod - 2	93	bod - 6	65
bod - 3	99	bod - 7	57
bod - 4	105	bod - 8	42
segment - 7, $dt = 1e-6$ [s], $\mu = 0,02$ [$kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-2}$]			
místo	četnost výskytu	místo	četnost výskytu
bod - 1	38	bod - 5	71
bod - 2	26	bod - 6	65
bod - 3	18	bod - 7	57
bod - 4	9	bod - 8	42
segment - 8, $dt = 1e-6$ [s], $\mu = 0,02$ [$kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-2}$]			
místo	četnost výskytu	místo	četnost výskytu
bod - 1	1	bod - 5	27
bod - 2	0	bod - 6	11
bod - 3	0	bod - 7	0
bod - 4	0	bod - 8	0

segment - 9, $dt = 1e-6$ [s], $\mu = 0,02$ [$kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-2}$]			
místo	četnost výskytu	místo	četnost výskytu
bod - 1	15	bod - 5	11
bod - 2	236	bod - 6	228
bod - 3	261	bod - 7	263
bod - 4	14	bod - 8	20

Obrázek č. 62 znázorňuje četnosti výskytu statického tlaku na povrchu ozubeného segmentu pod limitní hodnotou tlaku sytých par. Hodnoty četností tlaku jsou sečteny přes jednotlivé body na definovaných segmentech ozubeného kola (obrázek 60a, b).



0	0	0	0
0	0	0	0
0	184	284	7
0	688	665	18
0	274	250	0
0	282	244	0

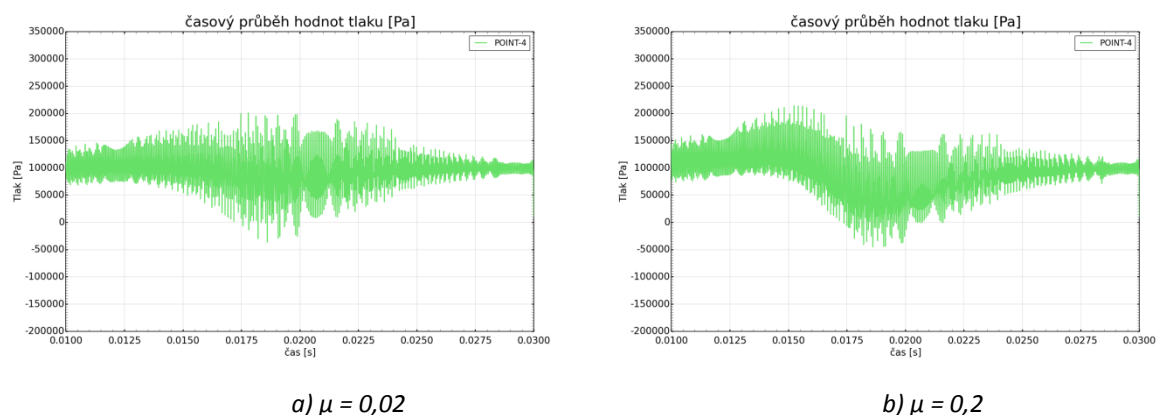
Obr. 62 Četnost výskytu statického tlak $p < p_s$

Pro stejné nastavení numerické simulace byl proveden citlivostní test na rozlišení výpočetní sítě. Byla použita výpočetní síť s označením V15, která má nejjemnější rozlišení výpočetní sítě. Počet obhajmových prvků je 7 194 453. Nastavení numerické simulace je uvedeno v příloze č. 8. Četností minim tlaku jsou téměř totožné s hrubším rozlišením objemové sítě typu V16, kdy rozdíl tvoří jednotky procent četností. Tablka četností tlaku s podmínkou výskytu tlaku nižšího než je tlak sytých par oleje je uvedena v příloze č. 10.

9.4. Jednofázový model, viskozita 0,2 [kg·m⁻¹·s⁻¹], V16, dt = 1e-6[s]

V této kapitole je analyzován vliv dynamické viskozity, nastavení výpočtu viz příloha č. 7. Hodnota dynamické viskozity při provozní teplotě cca 100 [°C] se pohybuje okolo hodnoty $\mu = 0,02$ [kg·m⁻¹·s⁻¹] a při teplotě 40°C se rovná hodnotě $\mu = 0,2$ [kg·m⁻¹·s⁻¹]. Změnou hodnoty dynamické viskozity je simulován pracovní stav mazacího oleje v různých režimech. Vyšší hodnota dynamické viskozity odpovídá teplotě oleje krátce po zahájení provozu. Olej má vyšší dynamickou viskozitu, dle uvedených parametrů výrobce, a jeho schopnost téci je malá. Mazací schopnosti oleje v teplotním pásmu okolo 40°C nejsou optimální a při dlouhodobém provozu zařízení s těmito vlastnostmi oleje by pravděpodobně docházelo k rychlejší opotřebovanosti zařízení.

Porovnání časového průběhu tlaku v segmentu-2, tedy v oblasti s nejvyšší četností nízkých hodnot tlaků, je zobrazeno v grafu č. 23.



Graf 23 Časový průběh tlaku na povrchu zubu s různou dynamickou viskozitou

Na grafu č. 23 jsou porovnány časové průběhy tlaku na povrchu zubu v segmentu č. 2 bodu č. 4. Pro obě hodnoty viskozity $\mu = 0,02$ [kg·m⁻¹·s⁻¹] a $\mu = 0,2$ [kg·m⁻¹·s⁻¹] byly splněny podmínky vzniku kavitacních bublin, respektive byla dosažena hodnota tlaku nižší, než určená hodnota tlaku sytých par. Četnost výskytu hodnot tlaku s hodnotou nižší než je tlak sytých par oleje je uvedena v tabulce č. 13 pro segment-2 ozubeného kola.

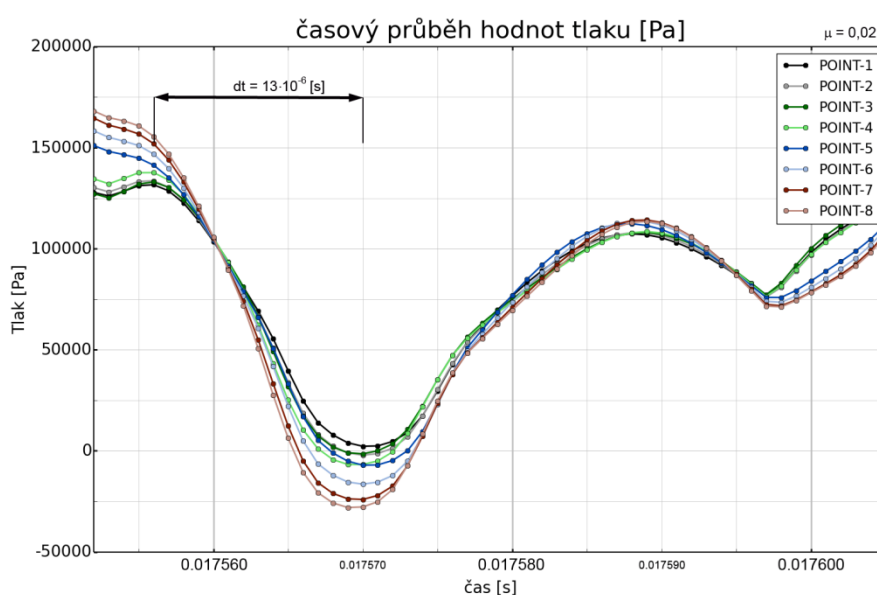
Tabulka 13 Četnost hodnot statického tlaku na povrchu zubu splňující podmínky kavitace

segment 02, $\mu = 0,02$ [kg·m ⁻¹ ·s ⁻¹]				segment 02, $\mu = 0,2$ [kg·m ⁻¹ ·s ⁻¹]			
bod	četnost	bod	četnost	bod	četnost	bod	četnost
1	47	5	85	1	210	5	204
2	60	6	144	2	280	6	303
3	74	7	209	3	326	7	399
4	103	8	227	4	405	8	473

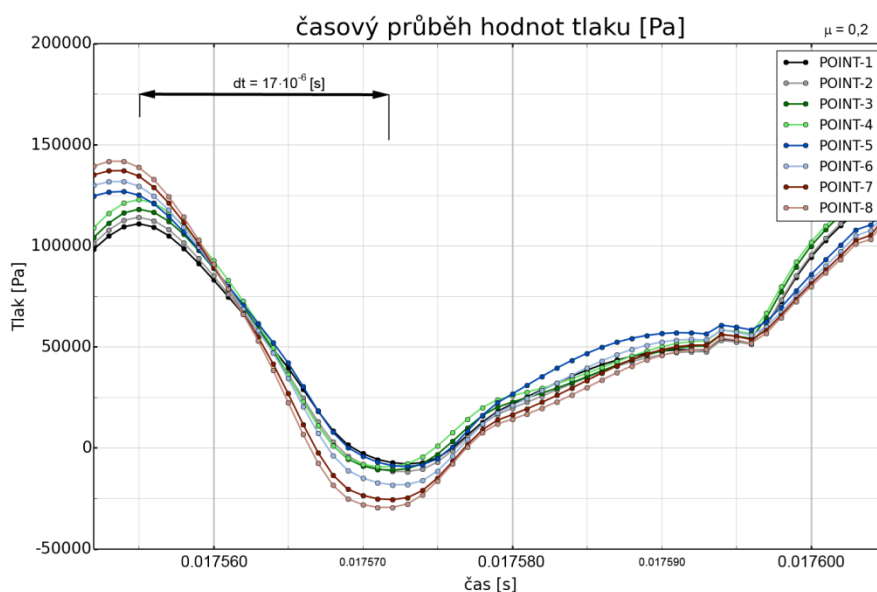
Dle vyhodnocení četností tlaku v definovaných bodech na povrchu ozubeného segmentu lze pozorovat, že četnost hodnot tlaku splňující podmínky kavitace je vyšší pro hodnoty s vyšší

dynamickou viskozitou, která odpovídá stavu, kdy olej nedosáhl provozní teploty. Souhrnná tabulka je uvedena v příloze č. 1. Z grafu je dále patrný pokles hodnoty tlaku ve stejný časový okamžik pro obě hodnoty dynamické viskozity. Okamžik dosažení minima hodnoty statického tlaku na povrchu zubu je totožný a odpovídá časovému intervalu $t = 0,017$ [s] až $0,020$ [s]. Četnosti tlaku splňující podmínku vzniku kavitace pro dynamickou viskozitu $\mu = 0,2$ [$\text{kg}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{s}^{-1}$] jsou zhruba dvakrát vyšší. Hodnoty minim tlaku jsou pro obě nastavení dynamické viskozity odpovídající.

Porovnání časového průběhu hodnot tlaku na povrchu ozubeného kola je na grafu č. 24 a č. 25 pro hodnotu dynamické viskozity $\mu = 0,2$ [$\text{kg}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{s}^{-1}$] a $\mu = 0,02$ [$\text{kg}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{s}^{-1}$] v časovém intervalu $t = 0,01755$ [s] až $0,017600$ [s]. Časové průběhu jsou analyzovány na segmentu 2.

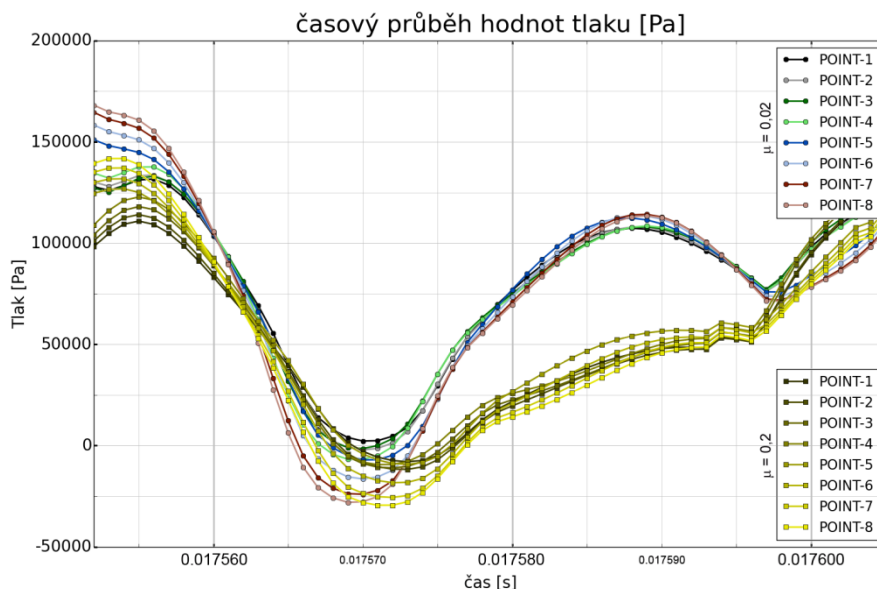


Graf 24 Segment 2, průběh tlaku, $\mu = 0,02$ [$\text{kg}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{s}^{-1}$]; $t = 0,01755$ [s] až $t = 0,017600$ [s]



Graf 25 Segment 2, průběh tlaku, $\mu = 0,02$ [$\text{kg}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{s}^{-1}$]; $t = 0,01755$ [s] až $t = 0,017600$ [s]

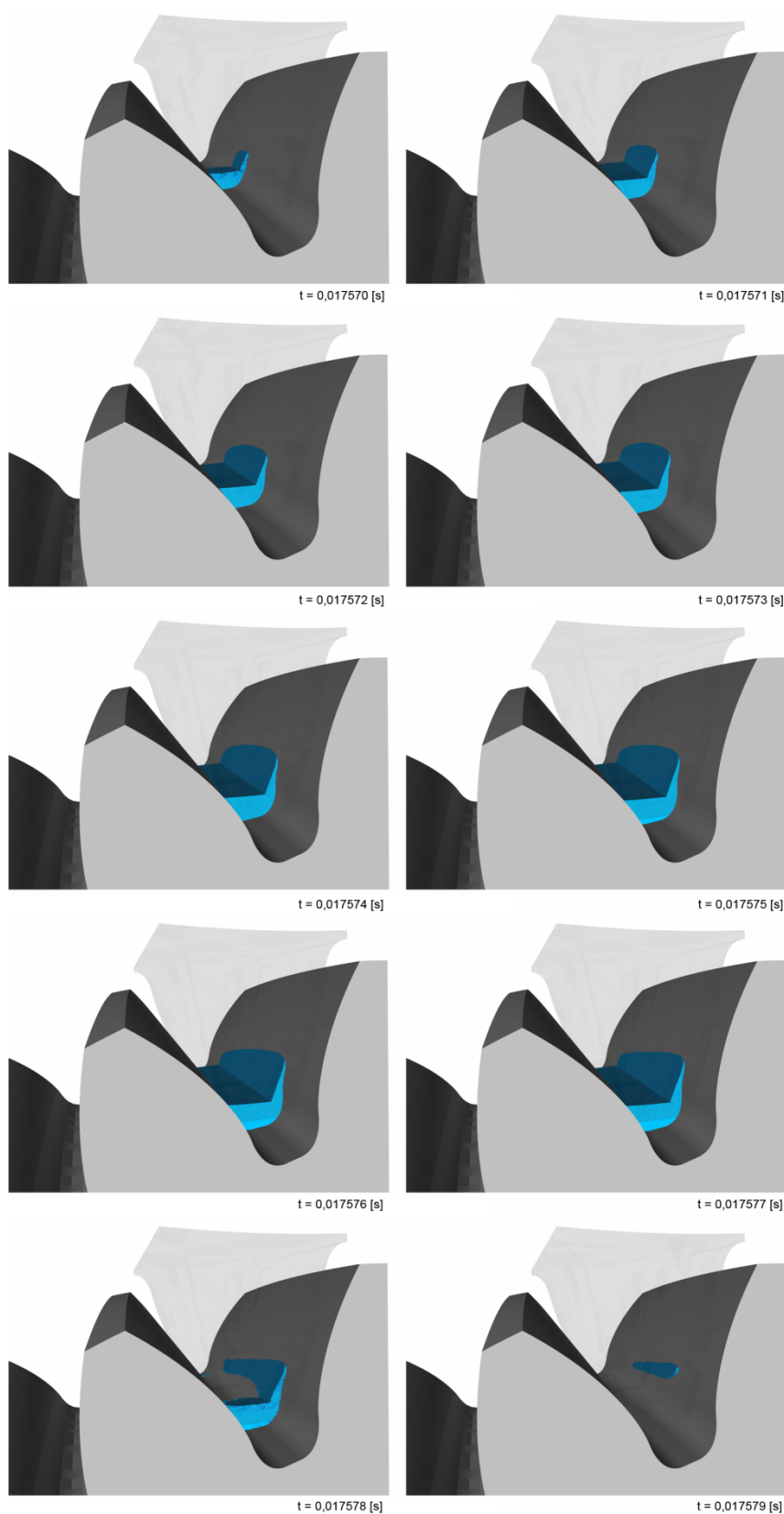
V grafech č. 24 a č. 25 je naznačen časový úsek potřebný k dosažení lokálního minima, s hodnotou menší než absolutní nula, z hodnoty tlaku velikosti atmosférického tlaku. Tento časový úsek je velice krátký a pro obě testované hodnoty dynamické viskozity téměř totožný. Doba poklesu tlaku na lokální minimum je $t = 13 \cdot 10^{-6}$ [s] pro $\mu = 0,02$ [$\text{kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$] a $t = 13 \cdot 10^{-6}$ [s] pro $\mu = 0,2$ [$\text{kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$]. Při porovnání časových průběhů hodnot tlaku lze sledovat velice podobný průběh, přesto se absolutní hodnoty tlaku v jednotlivých časových průbězích liší v řádově o tisíce pascalů. Grafické porovnání je časových průběhů z grafu č. 24 a č. 25 je na grafu č. 26.



Graf 26 Porovnání časových průběhů pro $\mu = 0,02$ [$\text{kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$] a $\mu = 0,2$ [$\text{kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$]

Na základě časového intervalu, ve kterém je splněna podmínka velikosti tlaku pro vznik kavitace, je vytvořen č. 63. V tomto obrázku jsou zobrazeny oblasti isoplochy tlaku v rozmezí $(-\infty; 3600)$ [Pa]. Z časového průběhu je patrné, že po vzniku oblasti nízkého tlaku se tato oblast zvětšuje, rozšiřuje se v prostoru zubové mezery a následně zaniká právě v místech předpokládaného poškození ozubeného kola. Jednotlivé záznamy oblasti podtlaku jsou zaznamenány v každém časovém kroku simulace. Časový interval mezi jednotlivými snímky odpovídá velikosti časového kroku $dt = 1 \cdot 10^{-6}$ [s]. Časový interval na obrázku č. 63 lze přímo porovnat s průběhem tlaku ve sledovaných bodech na povrchu zubu segmentu 2, který je vyneseno v grafu č. 25, protože je proveden ve stejném časovém intervalu.

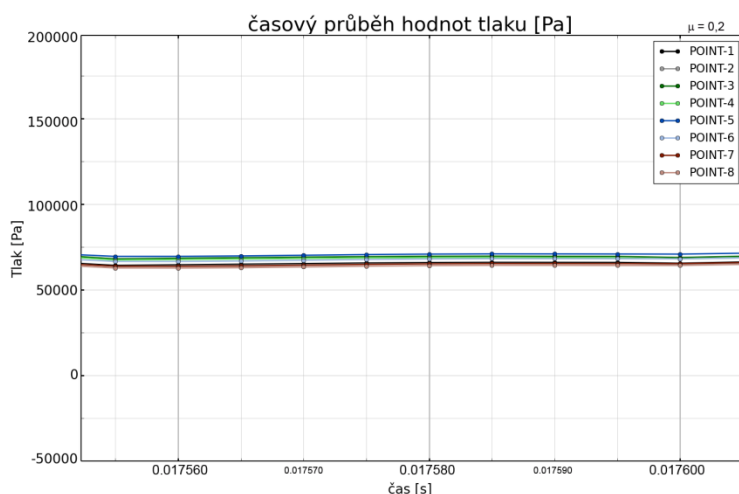
Časový záznam tvaru oblasti, ve kterém velikost tlaku splňují podmínky pro vznik kavitace je zobrazen na sérii záznamů v obrázku č. 63.



Obr. 63 Oblast tlaku v rozmezí $(-\infty; 5000)$ [Pa], tj. oblast s možností vzniku kavitace

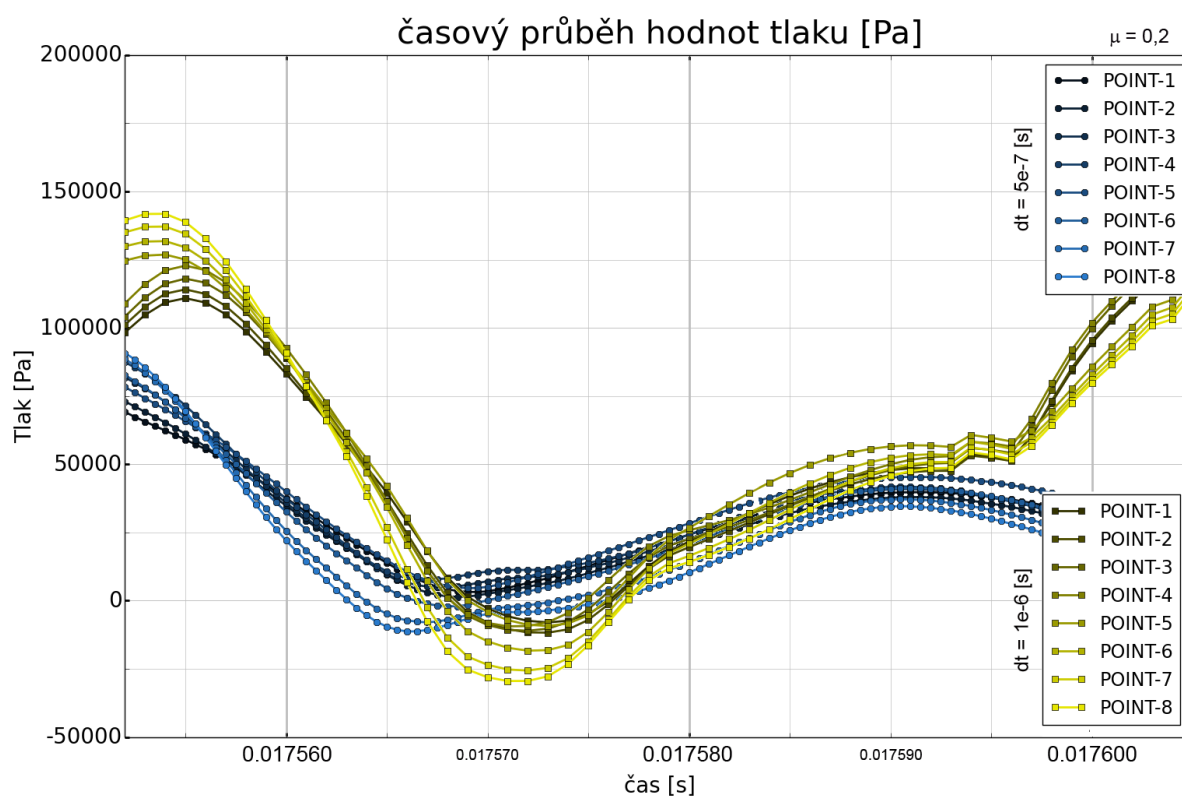
Při porovnání časových průběhů hodnot tlaku pro různé provozní podmínky, respektive pro různé hodnoty dynamické viskozity bylo zjištěno, že vliv dynamické viskozity je minimální. Jedním z dalších parametrů, který byl ověřen, byla velikost časového kroku. Pro velikost časového kroku $dt = 5 \cdot 10^{-6}$ [s] byla minimální hodnota kolem 40.000 [Pa] bez výrazných změn hodnot tlaku. Při časovém kroku $dt = 1 \cdot 10^{-6}$ [s] již docházelo k tlakovým pulzacím a hodnoty absolutního tlaku oleje klesly pod absolutní hodnotu $p = 0$ [Pa]. Překročení nulové hodnoty mohlo nastat, protože pro konkrétní případ nebyl použit kavitační model. Pro ověření vlivu velikosti časového kroku a ovlivnění tlakového pole na povrchu ozubeného kola je porovnán detailně identický časový úsek pro různé nastavení velikosti časového kroku.

Detailní průběh hodnot statického tlaku na povrchu sledovaného elementu pro časový krok $dt = 5 \cdot 10^{-6}$ [s] je vyneseno do grafu č. 27. Z časového průběhu je patrné, že nedochází ke změně tlaku, tak jako lze pozorovat například v grafu č. 26, kde byly realizované numerické simulace s časovým krokem $dt = 1 \cdot 10^{-6}$ [s]. Na základě časového průběhu tlaku v grafu 27 lze předpokládat, že pro malý časový krok je amplituda tlaku tlumena, neboli průměrována.



Graf 27 Detailní časový průběh hodnot tlaku, $dt = 5 \cdot 10^{-6}$ [s]

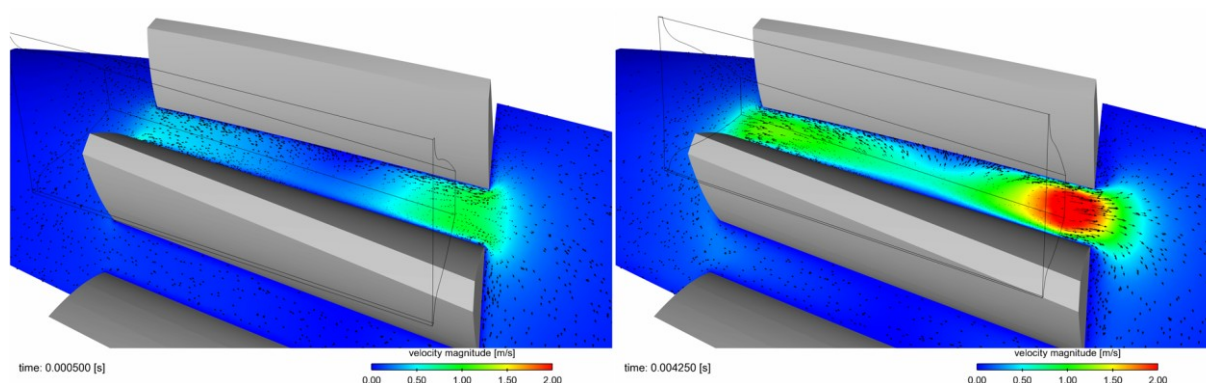
Pro ověření vlivu časového kroku, byla provedena část výpočtu se zmenšeným časovým krokem na velikost $dt = 5 \cdot 10^{-7}$ [s]. Při porovnání četností tlaku pod limitní hodnotou 3600 [Pa] tvořil rozdíl v četnosti pouze +2% výskytu nízkých hodnot tlaku. Detailní časový průběh pro obě velikosti časového kroku v časovém intervalu $t = 0,017560$ [s] až $t = 0,017600$ [s] je uveden na obrázku č. 64, kde časové průběhy reprezentují velikosti tlaku v bodech ozubeného segmentu č. 2 v bodech 1 až 8, viz obrázek č. 49. Časový průběh ve žlutých odstínech je platný pro $dt = 1 \cdot 10^{-6}$ [s] a v modrých odstínech je vykreslen průběh tlaku pro $dt = 5 \cdot 10^{-7}$ [s]. Nastavení výpočtu s časovým krokem $dt = 5 \cdot 10^{-7}$ [s] je uvedeno v příloze č. 9.



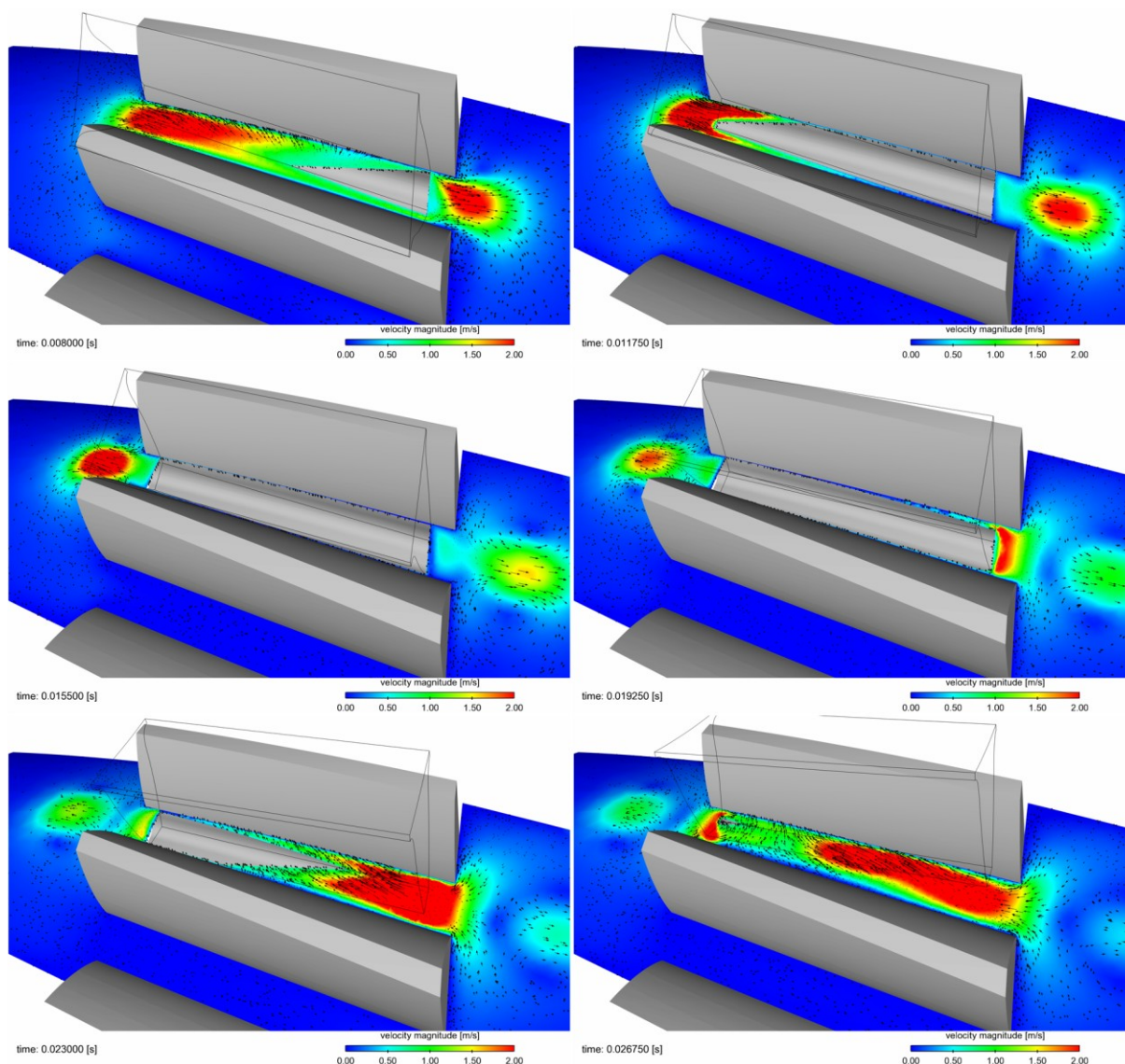
Obr. 64 Časový průběh tlaku v segmentu č. 2, $1e-6$ [s] a $dt = 5e-7$

Obrázek č. 64 znázorňuje rozdíl časových průběhů pro dvě velikosti časového kroku. Dle získaných dat z numerické simulace bylo zjištěno, že výsledné průběhy i sledované četnosti tlaku jsou velice podobné pro velmi malé velikosti časových kroků, tedy pro $dt = 1e-6$ [s] a $dt = 5e-7$ [s]. Naopak pro časový krok $dt = 5e-6$ [s] se projevuje výrazná odlišnost v podobě tlakového pole. Rozdílnost v důsledku velikosti časového kroku může souviset s časovými měřítky, které doprovázejí děje kavitace. Doba působení tlakového rázu, zánik kavitací bubliny probíhají ve velice malých časových měřítkách.

Průběh rychlostního pole je zachycen v charakteristických časových okamžicích v časové posloupnosti.



Obr. 65 Rychlostní pole v čase $t = 0,005$ [s] a $t = 0,00425$ [s]



Obr. 66 Rychlostního pole v časech $t=0,008; 0,011750; 0,0155; 0,01925; 0,023; 0,02675[s]$

Na obrázcích č. 65 a 66 je zobrazeno rychlostní pole v rovině, která odpovídá poloměru mezi základní a roztečnou kružnicí. Obrázky zaznamenávají rychlostní pole, kdy je v první fázi olej vytlačován pouze v jednom směru z prostoru zubové mezery rychlostí $v = 2,7 \text{ [m} \cdot \text{s}^{-1}]$, čas $t = 0,00425 \text{ [s]}$. V další fázi, kdy je spoluzabírající ozubený segment ve fázi, kdy hlava zubu je v prostoru zubové mezery a další část zubu se pohybuje směrem do zubové mezery je olej vytlačován i do druhého směru ozubené mezery, čas $t = 0,008 \text{ [s]}$ až $0,01925 \text{ [s]}$. V poslední fázi vystupuje z prostoru zubové mezery a tok oleje (a vzduchu) proudění do prostoru zubu, který opouští zubovou mezeru.

10. závěr

V současné době jsou numerické simulace v řadě odvětví velice rozšířené a tvoří tak nový nástroj pro řešení a analýzu komplexních úloh. Díky výpočetním metodám dynamiky tekutin (CFD) lze zkoumat děje, které jsou jen velice těžko experimentálně realizovatelné a umožňují náhled do celé zkoumané oblasti s popisem všech proudových a fyzikálních veličin. Zároveň je nutné dodat, že numerické metody jsou vždy vytvořeny na základě zjednodušení a aproximace. Je dobré je porovnat s výsledky z experimentů, ale ty musejí být k dispozici. V některých případech to není jednoduché, je to nákladné a někdy i neproveditelné. Tam má CFD beze sporu velký význam.

Studie toku oleje v prostoru zubové mezery je reakcí na vzniklý problém, který se vyskytl v průmyslové sféře, kdy dochází k poškození povrchu zubů již při relativně krátké době provozu i s menším provozním zatížením. Tato problematika je komplexní a splňuje několik předpokladů pro využití výpočetních metod dynamiky tekutin. Povrch činné plochy ozubení je při záběru ozubených kol vystaven vysokému napětí a instalace zařízení pro zjištění hodnot tlaku kapaliny by byla jen velice těžko realizovatelná. Navíc by nebylo možné postihnout většinu povrchu činné plochy zubu. Zjištění charakteristických vlastností toku oleje v prostoru zubové mezery by bylo také velice komplikované z důvodu povahy řešené úlohy. Rychlý pohyb ozubených kol, použitá geometrie šikmých zubů a proudící olej v prostoru převodové skříně znemožňují aplikaci optických metod měření.

Aplikace numerických výpočtů proudění v prostoru zubové mezery se ukázala jako funkční metoda pro analýzu tlakového pole a topologii proudění. Cílem práce byla analýza tlakových polí na povrchu ozubených kol a ověření možnosti existence podmínek vhodných pro vznik kavitace. Predikce možnosti vzniku kavitace je určena na základě velikosti tlaku kapaliny a tlaku sytých par oleje [3]. Pro studii tlakového pole byla sestavena metoda statistického vyhodnocení hodnot tlaků dle místa vzniku, časového okamžiku a velikosti tlaku. Součástí výpočetní metodiky je postup, který upravuje předpis kinematiky ozubeného soukolí a převádí ji na případ, kdy se pohybuje pouze jedno ozubené kolo a druhé je statické.

Na základě vytvořené metodiky byly realizovány výpočetní případy, které sloužili k ověření metodiky samotné, ale i provozních parametrů ozubeného soukolí. Pro ověření metodiky byly ověřeny různé typy výpočetní sítě a velikost časového kroku. Pro simulaci toku oleje byl aplikován jednofázový model stlačitelné kapaliny i model vícefázové směsi pomocí metody Volume of Fluid pro vazký tok stlačitelné kapaliny oleje a plynné fáze vzduchu. Výsledky získané na základě jednofázové i vícefázové numerické simulace jsou trendově velice podobné.

Změna vlastností mazacího oleje, respektive provozních podmínek byla simulována změnou viskozity oleje pro dva pracovní stavy. Byla použita hodnota dynamické viskozity $\mu = 0,2$

$[\text{kg}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{s}^{-1}]$, která odpovídá režimu po uvedení soukolí do provozu a hodnota viskozity $\mu = 0,02 [\text{kg}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{s}^{-1}]$ odpovídající teplotě $100 [^{\circ}\text{C}]$. Bylo zjištěno, že změna hodnoty viskozity oleje není významným parametrem ovlivňující rozložené tlakové pole. Modelování dotyku dvou ozubených kol, jejich odvalování a tření při jejich relativním pohybu je za možnostmi realizované numerické simulace. V těchto případech bude patrně vliv viskozity a vlastností oleje důležitým parametrem.

Naproti tomu velikost časového kroku se jeví jako zásadní parametr při simulaci toku oleje a tlakového pole v prostoru zubové mezery. Při časovém kroku $dt = 5\cdot 10^{-6} [\text{s}]$ výsledky ukazují, že časový průběh hodnot tlaků je tlumen a není dosaženo výrazných tlakových pulzací a velikosti tlaku, při kterých by byly splněny podmínky pro vznik kavitace. Naproti tomu při snížení velikosti časového kroku na velikost $dt = 1\cdot 10^{-6} [\text{s}]$ a $5\cdot 10^{-7} [\text{s}]$ je patrné, že průběh hodnot tlaku je detailněji zachycen. Velikost tlaku oleje při časovém kroku $dt = 1\cdot 10^{-6} [\text{s}]$ dosahuje na povrchu ozubeného segmentu hodnot, při kterých jsou podmínky kavitace splněny. Velikost malého časového kroku koreluje s časovými měřítky kavitace, které jsou v řádech $1\cdot 10^{-6} [\text{s}]$ a $1\cdot 10^{-7} [\text{s}]$ [46]. Výskyt nízkých hodnot tlaku odpovídá místu poškození ozubeného kola jen částečně. Tato oblast se nachází na stejném místě jak v modelu, tak v reálném případě mezi základní a roztečnou kružnicí, nicméně v numerické simulaci se největší četnosti objevují ve středu zubové mezery. Naproti tomu reálné poškození ozubeného kola je v místě první třetiny záběru zubu. Tento rozdíl může být způsoben tím, že v numerickém modelu není modelován vznik kavitačních bublin, jejich přesun a následný zánik.

Výpočty provedené s velmi malým časovým krokem $dt = 1\text{e-}6 [\text{s}]$ poskytují pravděpodobně přesnější popis proudění v zubové mezeře a více respektují malá časová měřítka kavitace. Při takto malých časových krocích, ale enormně zvyšují časovou náročnost simulace a tím požadavky na výpočetní kapacitu. Jeden realizovaný výpočet pro záznam tlakového pole na sledované části jednoho zubu vyžaduje 205 GB paměti pro zaznamenání časových průběhů tlaku, 120 GB pro záznam proudového pole, pokud je ukládaný každý padesátý časový krok a celkový výpočetní čas 144 000 [h·CPU].

Řešení toku oleje v prostoru zubové mezery numerickými metodami představuje komplexní problematiku. Je vhodné pokračovat v numerických simulacích a věnovat se dále této problematice, protože existují další možnosti zpřesnění provedených výpočtů i možnosti analýzy dat, které nebyly provedeny z důvodu časové náročnosti řešené úlohy. Sestavená metodika realizace pohybu ozubených kol i zpracování tlaků na povrchu zubu může být výchozím bodem pro další práce. Pro další pokračování výzkumu by bylo výhodné využít spolupráci s experimentálním pracovištěm zaměřeným na studii kavitace i odborníky z oblasti materiálového inženýrství. Přesto, že tato práce byla zaměřena na specifický problém toku oleje v zubové mezeře lze řadu přístupů a metod aplikovat i na jiné typy úloh z průmyslové praxe a využít získané poznatky i v jiných oblastech.

11. Použitá literatura

- [1] MOSHAMMER T., et al.: *Simulation of Oil Flow in Gear Box Housing*, SAE Technical Paper, 2006.
- [2] LEMFELD F., FRAŇA K., UNGER J.: *Numerical simulations of unsteady oil flows in the gear-boxes*, 2008, Liberec.
- [3] FRANC J.P a MICHEL J.M.: *Fundamentals of cavitation*, Springer Science & Business Media, 2006.
- [4] BIRKHOFF, GARRETT. I.: *Free boundary problems for viscous flows in channels*, Cavitation in Real Liquids, Elsevier, 1964
- [5] FLOBERG, L. E. I. F.: *Cavitation in lubricating oil film*, Cavitation in Real Liquids, Elsevier, 1964
- [6] GARABEDIAN P. R.: *Flow Around a Bubble Rising in a Tube*, In Proc. Symp. Cavitation in Real Liquids, 1964, str. 30-33.
- [7] HAYS D. F., FEITEN J. B.: *Cavities between Moving Parallel Plates*. 1964, In Proc. Symp. Cavitation in Real Liquids, str. 122-137.
- [8] NOSKIEVIČ J.: *Kavitace*, Praha : Academia Praha, 1969.
- [9] VATER M.: *Das Verhalten vershiedener Stähle bei Flüssigkeit-Schlagbeanspruchung infolge Öl-Kavitation*, Berlin, Verl. Technik, 1951.
- [10] KNAPP R. T., DAILY J. W., HAMMITT F. G.: *Cavitation*, 1979.
- [11] ACOSTA A. J., PARKIN B. R.: *Cavitation inception-a selective review*. Journal of Ship Research, 1975, str. 193-205.
- [12] ARAKERI V.H.: *Cavitation inception*, Proc. Indian Acad. Sci, 1979, str. 147-149.
- [13] JOHNSON C. A.: *Cavitation inception on head forms, further tests*. Proc. 12th Int. Towing Tank Conf, Rome, 1969.. str. p. 392.
- [14] BILLET M. L.: *Cavitation nuclei measurements-A review*, Cavitation and multiphase flow forum, 1985
- [15] PERSSON B.: *Theoretical investigation on the dynamics of cavitation bubble growth*, 1974, SIS-74-2102.
- [16] BESANT W.: *Hydrostatics and Hydrodynamics*, Cambridge University Press, 1859.
- [17] BESANT W.: *A treatise on hydrostatics and hydrodynamics*, Deighton, 1859.

- [18] LUSH P. A., ANGELL B.: *Correlation of cavitation erosion and sound pressure level*, Journal of Fluids Engineering, 1984, str. 347-351.
- [19] HAYWARD A. T. J.: *Aeration in hydraulic systems-its assessment and control*, Inst. Mech. Eng. Conf. on Oil Hydraulic Power Transmission and Control, 1961.
- [20] BERGMAN T. L., INCROPERA F.P., LAVINE A. S.: *Fundamentals of heat and mass transfer*, John Wiley & Sons, 2011.
- [21] KUPTSOV L.P.: *Einstein rule*, Springer, *Encyclopedia of Mathematics*, Springer, 2001 ISBN 978-1-55608-010-4
- [22] WEISSTEIN W. E.: *Kronecker Delta*, MathWorld - A Wolfram Web Resource [Online], [Citace: 25. 01. 2015.] <http://mathworld.wolfram.com/KroneckerDelta.html>
- [23] REYNOLDS O.: *On the dynamical theory of incompressible viscous fluids and the determination of the criterion*, Philosophical Transactions of the Royal Society of London, London, The Royal Society, 1895, str. 123-164
- [24] FAVRE A.: *Equations des gaz turbulents compressibles*, Jour. de M'ecanique, 1965 str. 361–390, 391–421.
- [25] PŘÍHODA J., LOUDA P.: *Matematické modelování turbulentního proudění*, Nakladatelství ČVUT, Praha, 2007.
- [26] BOUSSINESQ J.: *Théorie de l'écoulement tourbillant*, Mem. Pres. Acad. Sci. Paris, Paris, 1877, str. 23,46.
- [27] HARLOW F.H., NAKAMAYA P.I.: *Turbulence transport equations*, Phys. Fluids, 1967
- [28] ROTTA J.: *Statistische Theorie nichthomogener Turbulenz*, Z. für Physik, 1951, str. 129-131.
- [29] WILCOX D.C.: *Reassessment of the scale-determining equation for advanced turbulence*, 1988, AIAA J., str. 1299 - 1310.
- [30] HIRT C., NICHOLS B. D.: *Volume of fluid (VOF) method for the dynamics of free boundaries*, Journal of computational physics, 1981, str. 201-225.
- [31] FLUENT I. N. C.: *Fluent 14 documentation*, Theory guide, 2011.
- [32] BRACKBILL U., KOTHE D. B., ZEMACH C.: *A Continuum Method for Modeling Surface Tension*, J. Comput. Phys. 100., 1992, str. 335–354.
- [33] SINGHAL A. K., et al.: *Mathematical basis and validation of the full cavitation model*, Journal of fluids engineering, 2002, str. 617-624.

- [34] BOLEK A., KOCHMAN J.: *Části strojů*, 1990, Prah, ISBN 80-03-00426-8
- [35] VERSTEEG H. K., MALALASEKERA W.: *An introduction to computational fluid dynamics: the finite volume method*, Pearson Education, 2007. str. Chapter 9. p. 192. ISBN 0-582-21884-5.
- [36] KG, Kluber Lubrication München: *Lubrication of Gear Systems*, 9.3/9.4e, edn 11.03.
- [37] PARAMO, Paramo eshop, *Paramo.cz*. [Online] 2011,
https://eshop.paramo.cz/data/VyrobkovaDokumentace/bl10_intrans220_z1.pdf.
- [38] SEETON Ch. J.: *Viscosity-temperature correlation for liquids*, Tribology Letters, 2006
doi: 10.1007/s11249-006-9071-2.
- [39] TOTTEN E. G.: *Handbook of Hydraulic Fluid Technology*, CRC Press, 1999,
0-8247-6022-0
- [40] MANRING. N.: *Hydraulic Control Systems*, 2005, 978-0-471-69311-6.
- [41] Journal of Physics and Mechanics of Solids, Vol. 35, 1998, str. 1699-1722.
- [42] CUTLER, et. al.: *Journal of Physics and Chemistry* 29, 1958. str. 727.
- [43] ECKHARDT B.: *Turbulence transition in pipe flow*, 125th anniversary of the publication of Reynolds' paperPhilosophical Transactions of the Royal Society of London, Mathematical, Physical and Engineering Sciences, 2009, 367.1888: 449-4.
- [44] HOLMAN P.: *Heat Transfer*, McGraw-Hill. p. 207. 202.
- [45] Wikipedia: *Moving average* [Online] 6. 11 2014,
www.en.wikipedia.org/?title=moving_average.
- [46] BRENNEN C., E.: *Cavitation and bubble dynamics*. Cambridge University Press, 2013.

12. Seznam označení veličin

A	[-]	- konstanta modelu
a_w	[m]	- osová vzdálenost ozubených kol
B	[-]	- konstanta modelu
B_{air}	[Pa]	- modul stlačitelnosti vzduchu
B_{eff}	[Pa]	- efektivní modul stlačitelnosti
B_{liquid}	[Pa]	- modul stlačitelnosti kapaliny
C_1	[-]	- konstanta modelu
C_2	[-]	- konstanta modelu
C_3	[-]	- konstanta modelu
c_{pg}	[J·kg ⁻¹ ·K ⁻¹]	- měrná tepelná kapacita plynu při konstantním tlaku
c_{vg}	[J·kg ⁻¹ ·K ⁻¹]	- měrná tepelná kapacita plynu při konstantním objemu
C_μ	[-]	- empirická konstanta
E	[J·kg ⁻¹]	- celková energie
e	[J·kg ⁻¹]	- vnitřní energie
f_g	[-]	- nerozpuštěný plyn
f_i	[N]	- objemové síly
f_v	[-]	- hmotnostní podíl fáze páry
h	[J·kg ⁻¹]	- entalpie
K	[Pa]	- součinitel stlačitelnost (bulk-modulus)
k	[m ² ·s ⁻²]	- turbulentní energie
l	[m]	- délkové měřítko
l_m	[m]	- směřovací délka
L_t	[m]	- délkové měřítko
M	[kg]	- hmotnost
m	[-]	- modul ozubeného soukolí
n	[ot./min.]	- počet otáček ozubeného kola
p	[Pa]	- tlak
p	[Pa]	- lokální tlak v kapalině
p_∞	[Pa]	- tlak kapaliny v nekonečnu
p_B	[Pa]	- tlak na povrchu bubliny
p_c	[Pa]	- kritický tlak
p_g	[Pa]	- parciální tlak plynu v bublině
p_v	[Pa]	- tlak par v bublině
q	[W·m ⁻²]	- tepelný tok
R	[m]	- poloměr bubliny
R_b	[m]	- poloměr bubliny
R_c	[Pa]	- kritický poloměr
Re	[-]	- Reynoldsovo číslo
S	[m ²]	- plocha
SMA_m	[-]	- hodnota klouzavého průměru na pozici m datové řady
S_{opt}	[m ²]	- velikost ideální plochy elementu
S_{real}	[m ²]	- velikost skutečné plochy elementu
T	[°C]	- teplota
U_i	[m·s ⁻¹]	- složka vektoru rychlosti
V	[m ³]	- objem

v_x	$[m \cdot s^{-1}]$	- rychlost středu pohybujícího se kola ve směru x
w_y	$[m \cdot s^{-1}]$	- rychlost středu pohybujícího se kola ve směru y
x	$[-]$	- délka hrany objemového elementu
x_i	$[m]$	- složka polohového vektoru
z	$[-]$	- počet zubů ozubeného kola
α	$[K^{-1}]$	- součinitel tepelné roztažnosti
α	$[-]$	- objemový podíl fází
α	$[-]$	- hmotnostní zlomek
α_V	$[-]$	- Bunsen-ův koeficient
γ	$[-]$	- poměr měrné tepelné kapacity při konstantní tlaku a objemu
γ	$[-]$	- koeficient difuze
ζ	$[kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-1}]$	- objemová vazkost
ν	$[m^2 \cdot s^{-1}]$	- kinematická viskozita
λ	$[W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}]$	- součinitel tepelné vodivosti
λ	$[-]$	- konstanta modelu
μ	$[kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-1}]$	- dynamická viskozita
ρ	$[kg \cdot m^{-3}]$	- hustota
σ	$[N \cdot m^{-1}]$	- povrchové napětí
σ	$[N \cdot m^{-2}]$	- koeficient povrchového napětí
τ	$[N \cdot m^{-2}]$	- smykové napětí
τ	$[s]$	- charakteristický čas kolapsu (RAYLEIGH time)
$\tau_{i,j}$	$[N \cdot m^{-2}]$	- tenzor vazkého napětí
ω	$[s^{-1}]$	- specifická rychlost disipace
ω_c	$[rad \cdot s^{-1}]$	- úhlová rychlost pohybujícího se kola středu statického kola
ϵ	$[m^2 \cdot s^{-3}]$	- rychlost disipace
$\vec{\Omega}_{cg}$	$[rad \cdot s^{-1}]$	- Úhlová rychlost těžiště
$\vec{\theta}_{cg}^n$	$[rad]$	- Orientace těžiště
$\vec{v}_{cg}$	$[m \cdot s^{-1}]$	- Přímochará rychlost těžiště
$\vec{x}_{cg}^n$	$[m]$	- Pozice těžiště

Indexy

l	- kapalina (liquid)
v	- pára (vapor)
i	- index složky vektoru
i, j, k	- sumační Einsteinův indexsčítací
g	- rozpuštěný plyn v kapalině
0	- počáteční podmínky

Příloha 1. Četnost výskytu statického tlaku menšího než je tlak sytých par

segment - 1, dt = 1e-6 [s], $\mu = 0,2$ [kg·m ⁻¹ ·s ⁻¹]			
místo	četnost výskytu	místo	četnost výskytu
bod - 1	0	bod - 5	0
bod - 2	6	bod - 6	0
bod - 3	47	bod - 7	24
bod - 4	139	bod - 8	101
segment - 3, dt = 1e-6 [s], $\mu = 0,2$ [kg·m ⁻¹ ·s ⁻¹]			
místo	četnost výskytu	místo	četnost výskytu
bod - 1	410	bod - 5	530
bod - 2	388	bod - 6	492
bod - 3	322	bod - 7	412
bod - 4	212	bod - 8	317
segment - 4, dt = 1e-6 [s], $\mu = 0,2$ [kg·m ⁻¹ ·s ⁻¹]			
místo	četnost výskytu	místo	četnost výskytu
bod - 1	107	bod - 5	108
bod - 2	66	bod - 6	48
bod - 3	30	bod - 7	6
bod - 4	0	bod - 8	0
segment - 5, dt = 1e-6 [s], $\mu = 0,2$ [kg·m ⁻¹ ·s ⁻¹]			
místo	četnost výskytu	místo	četnost výskytu
bod - 1	23	bod - 5	0
bod - 2	75	bod - 6	50
bod - 3	120	bod - 7	74
bod - 4	138	bod - 8	90
segment - 6, dt = 1e-6 [s], $\mu = 0,2$ [kg·m ⁻¹ ·s ⁻¹]			
místo	četnost výskytu	místo	četnost výskytu
bod - 1	87	bod - 5	163
bod - 2	85	bod - 6	173
bod - 3	80	bod - 7	183
bod - 4	80	bod - 8	194
segment - 7, dt = 1e-6 [s], $\mu = 0,2$ [kg·m ⁻¹ ·s ⁻¹]			
místo	četnost výskytu	místo	četnost výskytu
bod - 1	60	bod - 5	116
bod - 2	49	bod - 6	109
bod - 3	36	bod - 7	87
bod - 4	19	bod - 8	73
segment - 8, dt = 1e-6 [s], $\mu = 0,2$ [kg·m ⁻¹ ·s ⁻¹]			
místo	četnost výskytu	místo	četnost výskytu
bod - 1	7	bod - 5	50
bod - 2	0	bod - 6	34
bod - 3	0	bod - 7	8
bod - 4	0	bod - 8	0
segment - 9, dt = 1e-6 [s], $\mu = 0,2$ [kg·m ⁻¹ ·s ⁻¹]			
místo	četnost výskytu	místo	četnost výskytu
bod - 1	8	bod - 5	6
bod - 2	268	bod - 6	254
bod - 3	325	bod - 7	318
bod - 4	12	bod - 8	21

Příloha 2. Parametry nastavení výpočtu, síť V17, $dt = 5e-6$ [s], $\mu = 0,2$ [$kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-1}$]

síť V17, dt = 5e-6 [s], μ = 0,2 [kg·m ⁻¹ ·s ⁻¹]			
řešič	sdružený (coupled)		
	nestacionární, první řád přesnosti, implicitní		
	přesnost - double precision		
Turbulentní model	laminární		
vícefázový model	jednofázový		
	olej	stlačitelnost	lineární stlačitelnost
		viskozita	0,2 [kg·m ⁻¹ ·s ⁻¹]
		hustota	895 [kg·m ⁻³]
diskretizační schéma	tlak	2. řád přesnosti (second order)	
	hybnost	2. řád přesnosti (second order)	
počáteční podmínky	tlak okolí	101325 [Pa]	
velikost řasového kroku	dt = 5e-6 [s]		
maximální počet iterací v časovém kroku	30		
celkový počet iterací	6000		
označení výpočetní sítě	V17		

Příloha 3. Parametry nastavení výpočtu, síť V16, $dt = 5e-6$ [s], $\mu = 0,2$ [$kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-1}$]

síť V16, dt = 5e-6 [s], μ = 0,2 [kg·m ⁻¹ ·s ⁻¹]			
řešič	sdružený (coupled)		
	nestacionární, první řád přesnosti, implicitní		
	přesnost - double precision		
Turbulentní model	laminární		
vícefázový model	jednofázový		
	olej	stlačitelnost	lineární stlačitelnost
		viskozita	0,2 [kg·m ⁻¹ ·s ⁻¹]
		hustota	895 [kg·m ⁻³]
diskretizační schéma	tlak	2. řád přesnosti (second order)	
	hybnost	2. řád přesnosti (second order)	
počáteční podmínky	tlak okolí	101325 [Pa]	
velikost řasového kroku	dt = 5e-6 [s]		
maximální počet iterací v časovém kroku	30		
celkový počet iterací	6000		
označení výpočetní sítě	V16		

Příloha 4. Parametry nastavení výpočtu, síť V16, $dt = 5e-6$ [s], $\mu = 0,02$ [$kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-1}$]

síť V16, dt = 5e-6 [s], μ = 0,02 [kg·m ⁻¹ ·s ⁻¹]			
řešič	sdružený (coupled)		
	nestacionární, první řád přesnosti, implicitní		
	přesnost - double precision		
Turbulentní model	laminární		
vícefázový model	jednofázový		
	olej	stlačitelnost	lineární stlačitelnost
		viskozita	0,02 [kg·m ⁻¹ ·s ⁻¹]
		hustota	895 [kg·m ⁻³]
diskretizační schéma	tlak	2. řád přesnosti (second order)	
	hybnost	2. řád přesnosti (second order)	
počáteční podmínky	tlak okolí	101325 [Pa]	
velikost řasového kroku	dt = 5e-6 [s]		
maximální počet iterací v časovém kroku	30		
celkový počet iterací	6000		
označení výpočetní sítě	V16		

Příloha 5. Parametry nastavení výpočtu, VOF síť V16, $dt = 5e-6$ [s], $\mu = 0,2$ [$kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-1}$], VOF

VOF síť V16, dt = 5e-6 [s], μ = 0,2 [kg·m ⁻¹ ·s ⁻¹], VOF			
řešič	sdružený (coupled)		
	nestacionární, první řád přesnosti, implicitní		
	přesnost - double precision		
Turbulentní model	laminární		
vícefázový model	Volume of Fluid (VOF)		
	olej	stlačitelnost	lineární stlačitelnost
		viskozita	0,2 [kg·m ⁻¹ ·s ⁻¹]
		hustota	895 [kg·m ⁻³]
		vrstva oleje	2 [mm]
	vzduch	stlačitelnost	ideální plyn
		viskozita	18,6·10-6
diskretizační schéma	tlak	PRESTO	
	hybnost	2. řád přesnosti (second order)	
	sekundární fáze	1. řád přesnosti (first order)	
počáteční podmínky	tlak okolí	101325 [Pa]	
velikost řasového kroku	dt = 5e-6 [s]		
maximální počet iterací v časovém kroku	30		
celkový počet iterací	6000		
označení výpočetní sítě	V16		

Příloha 6. Parametry nastavení výpočtu, síť V16, $dt = 5e-6$ [s], $\mu = 0,02$ [$kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-1}$]

síť V16, dt = 5e-6 [s], μ = 0,02 [kg·m ⁻¹ ·s ⁻¹]			
řešič	sdružený (coupled)		
	nestacionární, první řád přesnosti, implicitní		
	přesnost - double precision		
Turbulentní model	laminární		
vícefázový model	jednofázový		
	olej	stlačitelnost	lineární stlačitelnost
		viskozita	0,02 [kg·m ⁻¹ ·s ⁻¹]
		hustota	895 [kg·m ⁻³]
diskretizační schéma	tlak	2. řád přesnosti (second order)	
	hybnost	2. řád přesnosti (second order)	
počáteční podmínky	tlak okolí	101325 [Pa]	
velikost řasového kroku	dt = 1e-6 [s]		
maximální počet iterací v časovém kroku	30		
celkový počet iterací	30000		
označení výpočetní sítě	V16		

Příloha 7. Parametry nastavení výpočtu, síť V16, $dt = 1e-6$ [s], $\mu = 0,2$ [$kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-1}$]

sít V16, dt = 1e-6 [s], μ = 0,2 [kg·m ⁻¹ ·s ⁻¹]			
řešič	sdružený (coupled)		
	nestacionární, první řád přesnosti, implicitní		
	přesnost - double precision		
Turbulentní model	laminární		
vícefázový model	jednofázový		
	olej	stlačitelnost	lineární stlačitelnost
		viskozita	0,2 [kg·m ⁻¹ ·s ⁻¹]
		hustota	895 [kg·m ⁻³]
diskretizační schéma	tlak	2. řád přesnosti (second order)	
	hybnost	2. řád přesnosti (second order)	
počáteční podmínky	tlak okolí	101325 [Pa]	
velikost řasového kroku	dt = 1e-6 [s]		
maximální počet iterací v časovém kroku	30		
celkový počet iterací	30000		
označení výpočetní sítě	V16		

Příloha 8. Parametry nastavení výpočtu, síť V15, $dt = 1e-6$ [s], $\mu = 0,2$ [$kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-1}$]

sít V15, dt = 1e-6 [s], μ = 0,2 [kg·m ⁻¹ ·s ⁻¹]			
řešič	sdružený (coupled)		
	nestacionární, první řád přesnosti, implicitní		
	přesnost - double precision		
Turbulentní model	laminární		
vícefázový model	jednofázový		
	olej	stlačitelnost	lineární stlačitelnost
		viskozita	0,2 [kg·m ⁻¹ ·s ⁻¹]
		hustota	895 [kg·m ⁻³]
diskretizační schéma	tlak	2. řád přesnosti (second order)	
	hybnost	2. řád přesnosti (second order)	
počáteční podmínky	tlak okolí	101325 [Pa]	
velikost řasového kroku	dt = 1e-6 [s]		
maximální počet iterací v časovém kroku	30		
celkový počet iterací	30000		
označení výpočetní sítě	V15		

Příloha 9. Parametry nastavení výpočtu, síť V16, $dt = 5e-7$ [s], $\mu = 0,2$ [$kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-1}$]

sít V16, dt = 5e-7 [s], μ = 0,02 [kg·m ⁻¹ ·s ⁻¹]			
řešič	sdružený (coupled)		
	nestacionární, první řád přesnosti, implicitní		
	přesnost - double precision		
Turbulentní model	laminární		
vícefázový model	jednofázový		
	olej	stlačitelnost	lineární stlačitelnost
		viskozita	0,2 [kg·m ⁻¹ ·s ⁻¹]
		hustota	895 [kg·m ⁻³]
diskretizační schéma	tlak	2. řád přesnosti (second order)	
	hybnost	2. řád přesnosti (second order)	
počáteční podmínky	tlak okolí	101325 [Pa]	
velikost řasového kroku	dt = 5e-7 [s]		
maximální počet iterací v časovém kroku	30		
celkový počet iterací	30000		
označení výpočetní sítě	V16		

Příloha 10. Četnost výskytu statického tlaku menšího než je tlak sytých par

sít V15, segment - 1, dt = 1e-6 [s], $\mu = 0,02$ [kg·m ⁻¹ ·s ⁻¹]			
místo	četnost výskytu	místo	četnost výskytu
bod - 1	0	bod - 5	0
bod - 2	5	bod - 6	0
bod - 3	46	bod - 7	25
bod - 4	140	bod - 8	100
segment - 3, dt = 1e-6 [s], $\mu = 0,2$ [kg·m ⁻¹ ·s ⁻¹]			
místo	četnost výskytu	místo	četnost výskytu
bod - 1	407	bod - 5	536
bod - 2	391	bod - 6	493
bod - 3	324	bod - 7	412
bod - 4	209	bod - 8	318
segment - 4, dt = 1e-6 [s], $\mu = 0,2$ [kg·m ⁻¹ ·s ⁻¹]			
místo	četnost výskytu	místo	četnost výskytu
bod - 1	108	bod - 5	109
bod - 2	67	bod - 6	48
bod - 3	30	bod - 7	6
bod - 4	0	bod - 8	0
segment - 5, dt = 1e-6 [s], $\mu = 0,2$ [kg·m ⁻¹ ·s ⁻¹]			
místo	četnost výskytu	místo	četnost výskytu
bod - 1	24	bod - 5	0
bod - 2	74	bod - 6	51
bod - 3	123	bod - 7	74
bod - 4	135	bod - 8	91
segment - 6, dt = 1e-6 [s], $\mu = 0,2$ [kg·m ⁻¹ ·s ⁻¹]			
místo	četnost výskytu	místo	četnost výskytu
bod - 1	86	bod - 5	164
bod - 2	85	bod - 6	172
bod - 3	81	bod - 7	184
bod - 4	79	bod - 8	194
segment - 7, dt = 1e-6 [s], $\mu = 0,2$ [kg·m ⁻¹ ·s ⁻¹]			
místo	četnost výskytu	místo	četnost výskytu
bod - 1	60	bod - 5	116
bod - 2	49	bod - 6	109
bod - 3	36	bod - 7	87
bod - 4	19	bod - 8	73
segment - 8, dt = 1e-6 [s], $\mu = 0,2$ [kg·m ⁻¹ ·s ⁻¹]			
místo	četnost výskytu	místo	četnost výskytu
bod - 1	7	bod - 5	51
bod - 2	0	bod - 6	34
bod - 3	0	bod - 7	7
bod - 4	0	bod - 8	0
segment - 9, dt = 1e-6 [s], $\mu = 0,2$ [kg·m ⁻¹ ·s ⁻¹]			
místo	četnost výskytu	místo	četnost výskytu
bod - 1	8	bod - 5	7
bod - 2	270	bod - 6	260
bod - 3	324	bod - 7	314
bod - 4	11	bod - 8	22

