TEORIE ŠROUBOVÉHO EVOLVENTNÍHO SOUKOLÍ

Ing. Miloš Suchý, CSc.

UNIVERZITNÍ KNIHOVNA
TECHNICKÉ UNIVERZITY V LIBERCI
3146071436

Habilitační práce

1995

TECHNICKÁ UNIVERZITA V LIBERCI
Univerzitní knihovna
Voronežská 1329, Liberec 1
PSČ 461 17

KST U 297 S

V r. 1990 vyšla kniha "Čelní a šroubová soukolí s evolventním ozubením" (autoři Salamoun, Suchý). V ní je šroubovému soukolí věnována poslední 7. kapitola. Předložená práce vznikla po dokončení rukopisu knihy; z důvodů úplnosti do ní byly zahrnuty i partie, nacházející se v knize. Jsou to odst. 2.1 (zde v odlišném zpracování), kapitola 3; kapitola 4 uvádí důležitá sdělení rovněž shodně s knihou, ale obsahuje i nové prvky.

V knize i v této monografii jsou důsledně uváděny odkazy na práce, z nichž bylo čerpáno, nebo které byly podnětem pro vlastní zpracování.

Obsah

1. Úvod 4
2. Některé geometrické vlastnosti evolventního ozubeného kola 4
2.1 Nestandardní základní profil, nestandardní nástroj 4
2.2 Lomená tloušťka zubu 10
2.3 Řez ozubením rovinou tečnou k základnímu válci 12
2.4 Rozvinutí plochy zubu (evolventní šroubové plochy) do roviny 15
3. Šroubové soukolí a způsoby jeho korigování 19
3.1 Korekce 0 (šroubové soukolí bez změny vzdálenosti os) 20
3.2 Korekce 1 28
3.3 Korekce 2 31
3.4 Korekce 3 33
3.5 Srovnání a aplikace šroubových soukolí korigovaných různými způsoby 35
4. Sdružení dvou kol ve šroubové soukolí 37
5. Dotyk zubů šroubového soukolí 42
6. Analýza záběru zubů šroubového soukolí 47
6.1 Dvouboký záběr ozubení 47
6.11 Dvouboký záběr čelního ozubení 48
6.12 Dvouboký záběr šroubového ozubení 53
6.2 Rychlostní poměry v bodu záběru 55
6.3 Skluzové poměry v bodu záběru 61
6.4 Stopa záběru na boku zubů šroubového soukolí 63
7. Dodatky 67
7.1 Šroubová soukolí se specifickými vlastnostmi 67
7.2 Návrh šroubového soukolí, je-li dáno jedno jeho kolo 72
7.3 Šroubová soukolí s lineárním dotykem. Šroubové soukolí vnitřní 72
8. Závěr 73
Seznam literatury 74

1. Úvod

Evolventní ozubení šroubového soukolí představuje nejobecnější typ evolventního ozubení. Na rozdíl od jednodušších typů jde o ozubení prostorové. Existují četné studie uvedené (zdaleka ne vyčerpávajícím způsobem) v seznamu literatury. V praxi se šroubové soukolí uplatňuje dosti často jako kinematický (nesilový) převod hlavně v pohonu přístrojů. Aplikace v podobě silových převodů jsou řídké. Důležitou aplikací je šroubové soukolí tvořené nástrojem a obrobkem při dokončování evolventního ozubení ševingováním.

V předložené studii je geometrie a kinematika šroubového soukolí studována od základu, soustavně a dosti podrobně. Jsou navrženy i nové způsoby pro exaktní sledování dějů v záběru (rozvinutí ploch zubů do roviny). Zvláště jsou analýzovány poměry důležité pro technologii ševingování (dosud se provádělo - pokud je známo - pouze pomocí náhradního čelního ozubení).

Snaha po ucelenosti a soběstačnosti studie vedla k tomu, že jsou uváděny (v přepracované a doplněné podobě) i některé základní partie, které byly již publikovány dříve [18], [9].

2. Některé geometrické vlastnosti evolventního ozubeného kola

2.1 Nestandardní základní profil, nestandardní nástroj

K odvození některých závislostí a k definování geometrických vztahů korigovaných šroubových soukolí použijeme pojmu nestandardního základního profilu (nástroje).

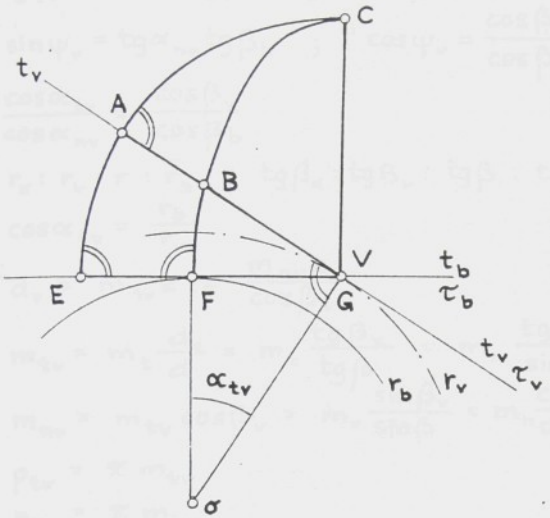
Šroubovou evolventní plochu (rozvinutelná plocha šroubová), která tvoří boky evolventního ozubení, je možno vytvořit odvalem (obalováním) nekonečně mnoha způsoby. Je možno např. volit určitý úhel záběru a při splnění jistých podmínek lze vytvořit požadovanou plochu - toho využívají brusky Maag, brousící úhlem záběru 15° (nebo 0°) kola navržená libovolným základním profilem.

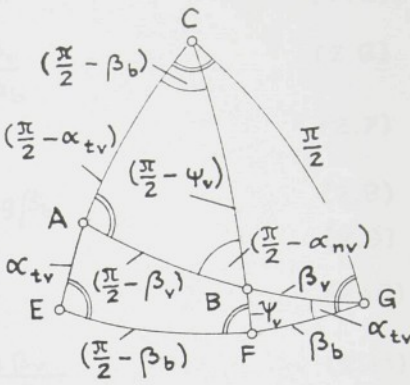
Evolventní šroubová plocha je nejjednodušeji určena dvěma parametry : poloměrem základního válce r_b a úhlem sklonu β_b na něm ležící základní šroubovice. Šroubová evolventní plocha je pak tvořena množinou všech tečen základní šroubovice.

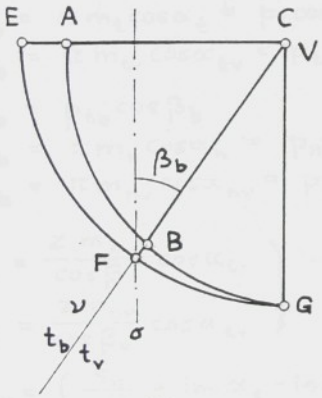
V souvislosti s dále rozvíjenou teorií šroubových soukolí je výhodné uvažovat úhel sklonu základní šroubovice β_b (a rovněž všechny úhly sklonu β_x na libovolném poloměru r_x) algebraicky : při pravém smyslu sklonu bude kladný, při levém záporný.

Na obr. 2.1 a je vlevo znázorněn ve dvou pohledech základní válec poloměru r_b a tečna t_b základní šroubovice v bodu F. Tečná rovina τ_b se dotýká základního válce podél površky procházející bodem F. S rovinou τ_b je spojena rovina $\nu \equiv FVC$; vzájemná poloha rovin je taková, že $\nu \perp \tau_b$ a průsečnice obou rovin $t_b \equiv FV$ svírá se směrem osy σ základního válce úhel β_b. Valí-li se τ_b po základním válci, obaluje rovina ν šroubovou evolventní plochu s parametry $(r_b; \beta_b)$.

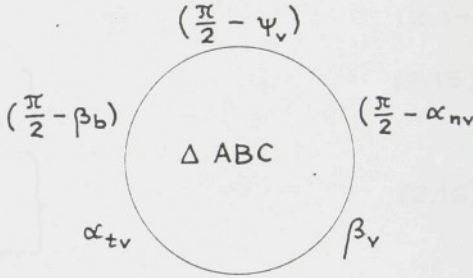
Zvolme libovolný válec poloměru $r_v > r_b$ souosý se základním válcem. K válci r_v veďme površkou, v níž τ_b protíná r_v, tečnou rovinu τ_v. S takto umístěnou rovinou τ_v spojme pevně rovinu $\nu \equiv FVC$ v naznačené poloze. Budeme-li valit rovinu τ_v po válci r_v, obalí s ní spojená rovina ν tutéž evolventní šroubovou plochu $(r_b; \beta_b)$. Válec poloměru r_v budeme v souvislosti s vytvářením plochy zubů nazývat "valivý", rovinu τ_v "valivá". Později v souvislosti s vytvářením šroubového soukolí budeme tentýž válec poloměru r_v nazývat "návrhový". - Roviny τ_v, ν tvoří základní prvky obecného nestandardního hřebenového nástroje. Ten je určen kolmým valivým (návrhovým) úhlem záběru α_{nv}, což je doplněk (do $\pi/2$) k ostrému úhlu svíranému rovinami τ_v, ν. Poloha nástroje vůči kolu je určena poloměrem r_v valivého







a



b

$$\sin\beta_b = \sin\beta_v \cos\alpha_{nv} \qquad (2.1)$$

$$\sin\beta_b = \sin\beta \cos\alpha_n \qquad (2.1a)$$

$$\frac{\sin\beta_v}{\sin\beta} = \frac{\cos\alpha_n}{\cos\alpha_{nv}} \qquad (2.2)$$

$$tg\,\alpha_{tv} = \frac{tg\,\alpha_{nv}}{\cos\beta_v} \qquad (2.3)$$

$$\sin\alpha_{tv} = \frac{\sin\alpha_{nv}}{\cos\beta_b} \qquad (2.4)$$

Obr. 2.1

$$tg\psi_v = \sin\alpha_{nv}\, tg\beta_v = tg\alpha_{tv}\sin\beta_b \tag{2.5}$$

$$\sin\psi_v = tg\alpha_{nv}\, tg\beta_b \quad ; \quad \cos\psi_v = \frac{\cos\beta_v}{\cos\beta_b} \tag{2.6}$$

$$\frac{\cos\alpha_{tv}}{\cos\alpha_{nv}} = \frac{\cos\beta_v}{\cos\beta_b} \tag{2.7}$$

$$r_x : r_v : r : r_b = tg\beta_x : tg\beta_v : tg\beta : tg\beta_b \tag{2.8}$$

$$\cos\alpha_{tv} = \frac{r_b}{r_v} \tag{2.9}$$

$$d_v = m_{tv} z = \frac{m_{nv} z}{\cos\beta_v} \tag{2.10}$$

$$m_{tv} = m_t \frac{d_v}{d} = m_t \frac{tg\beta_v}{tg\beta} = m_n \frac{tg\beta_v}{\sin\beta} \tag{2.11}$$

$$m_{nv} = m_{tv}\cos\beta_v = m_n \frac{\sin\beta_v}{\sin\beta} = m_n \frac{\cos\alpha_n}{\cos\alpha_{nv}} = m_t \frac{\sin\beta_v}{tg\beta} \tag{2.12}$$

$$p_{tv} = \pi\, m_{tv} \tag{2.13}$$

$$p_{nv} = \pi\, m_{nv} \tag{2.14}$$

$$\left.\begin{aligned} p_{tb} &= \pi\, m_t \cos\alpha_t = p_t \cos\alpha_t \\ p_{tb} &= \pi\, m_{tv} \cos\alpha_{tv} = p_{tv}\cos\alpha_{tv} \end{aligned}\right\} \tag{2.15}$$

$$\left.\begin{aligned} p_{nb} &= p_{tb}\cos\beta_b \\ p_{nb} &= \pi m_n \cos\alpha_n = p_n \cos\alpha_n \\ p_{nb} &= \pi m_{nv}\cos\alpha_{nv} = p_{nv}\cos\alpha_{nv} \end{aligned}\right\} \tag{2.16}$$

$$\left.\begin{aligned} d_b &= \frac{z\, m_n}{\cos\beta}\cos\alpha_t \\ d_b &= \frac{z\, m_{nv}}{\cos\beta_v}\cos\alpha_{tv} \end{aligned}\right\} \tag{2.17}$$

$$s_{nv} = \left(\frac{\bar{s}_n}{z} + inv\alpha_t - inv\alpha_{tv}\right) d_v \cos\beta_v \tag{2.18}$$

$$\bar{s}_n = \frac{\pi}{2} + 2x\, tg\alpha_n \tag{2.19}$$

$$s_{nv} = \frac{p_{nv}}{2} + 2x_v\, m_{nv}\, tg\alpha_{nv} \tag{2.20}$$

$$x_v = \frac{2s_{nv} - p_{nv}}{4 m_{nv}\, tg\alpha_{nv}} \tag{2.21}$$

$$x_v = cotg\,\alpha_{nv}\left[x\, tg\alpha_n + \frac{z}{2}\left(inv\alpha_t - inv\,\alpha_{tv}\right)\right] \tag{2.22}$$

$$x m_n \neq x_v m_{nv} \tag{2.23}$$

válce a úhlem sklonu zubů β_v na válci r_v (je to úhel průsečnice $t_v \equiv BV$ rovin τ_v, ν se směrem osy σ kola). Dále se budou ještě vyskytovat délkové parametry nestandardního nástroje související s jeho modulem.

Vytváření šroubové evolventní plochy útvarem $(\tau_b; \nu)$ při jeho valení po základním válci r_b představuje případ nulového úhlu záběru. Vytváření téže plochy útvarem $(\tau; \nu)$ příslušným roztečnému válci r představuje použití standardního nástroje s normálným úhlem záběru α_n, přičemž úhel sklonu zubu na roztečném válci r je běžně udávaný úhel sklonu zubu β. Použití jiného útvaru $(\tau_v; \nu)$ ve spojení s válcem r_v představuje vytváření téže plochy obecným nestandardním nástrojem.

Roviny τ_b, τ, ν se protínají v bodu V. Veďme v obr. 2.1 a bodem V čelní rovinu a další rovinu kolmou na τ_b a současně rovnoběžnou s osou kola σ; pak protneme všechny tyto roviny kulovou plochou opsanou z bodu V. Dostáváme sférický trojúhelník EGC, který je pravoúhlý v úhlech stran i hran; je znázorněn též v obr. 2.1 b. Roviny τ_v, ν rozdělují tento trojúhelník v další trojúhelníky, v nichž je možno sledovat všechny úhlové parametry a jejich vzájemné vztahy.

Úhel sklonu základní šroubovice $\beta_b = \widehat{FG}$; $\frac{\pi}{2} - \beta_b = \widehat{EF} = \sphericalangle ECF$. Úhel sklonu zubů na valivém válci $\beta_v = \widehat{BG}$; $\frac{\pi}{2} - \beta_v = \widehat{AB}$. Doplněk k normálnému valivému úhlu záběru $\frac{\pi}{2} - \alpha_{nv} = \sphericalangle ABC$. Čelní valivý úhel záběru $\alpha_{tv} = \widehat{AE}$; $\frac{\pi}{2} - \alpha_{tv} = \widehat{AC}$. Úhel ψ_v, který svírá průsečnice t_v rovin $\tau_v; \nu$ (t_v je tečna boku zubu v bodu V ležící v τ_v) s površkou evolventní šroubové plochy FV je tzv. úhel charakteristiky: $\psi_v = \widehat{BF}$; $\frac{\pi}{2} - \psi_v = \widehat{BC}$. Tím máme plně popsán pravoúhlý sférický trojúhelník ABC, viz obr. 2.1 b, kde je též schema pro uplatnění Neperova pravidla; dostáváme vztah (2.1), speciálně pro standardní nástroj (2.1 a). Z obou vztahů plyne (2.2). Dále ze sférického trojúhelníku ABC plynou vztahy (2.3) až (2.6); k nim můžeme psát analogické vztahy platné pro standardní nástroj tak, jako jsme k (2.1) psali (2.1 a). Ze vztahů (2.3) a (2.4) plyne (2.7). Vztah (2.8) dostáváme z podmínky shodnosti výšky závitu šroubovic ležících na válcích různých poloměrů. Další základní vztah je (2.9) zřejmý z obr. 2.1 a.

Zaveďme dále délkové hodnoty nestandardního hřebenového nástroje : čelní valivý modul m_{tv} a normálný valivý modul m_{nv}, jimiž je definován valivý průměr $d_v = 2r_v$ (obdobně jako roztečný průměr d pomocí čelního m_t a normálného m_n modulu základního profilu), viz (2.10). Souvislosti mezi m_t, m_{nv}, m_n viz (2.11) a (2.12). Analogicky jako u standardního nástroje jsou definovány rozteče : čelní valivá p_{tv} a kolmá valivá p_{nv} podle (2.13) a (2.14). Základní čelní rozteč p_{tb} je ovšem veličina shodná pro standardní i libovolný nestandardní nástroj, viz (2.15); totéž platí pro základní kolmou rozteč p_{nb}, viz (2.16). K průměru základního válce dojdeme jak pomocí parametrů standardního, tak i nestandardního nástroje, viz (2.17).

Dále budeme definovat jednotkové posunutí nestandardního nástroje x_v tak, aby posunutím $x_v m_{nv}$ tohoto nástroje se vytvořilo totéž ozubení (tj. s toutéž tloušťkou zubu) jako při vytváření standardním nástrojem s posunutím $x m_n$. Vyjdeme od kolmé tloušťky zubu na válci d_v, přičemž uvažujeme použití standardního nástroje, viz (2.18), (2.19). U standardního nástroje je posunutí $x m_n$ vzdálenost mezi střednicí hřebenového nástroje (střednice je přímka, na níž tloušťka zubu nástroje je rovna šířce mezery) a valivou přímkou nástroje. Stejně budeme definovat posunutí nestandardního nástroje $x_v m_{nv}$; je ovšem patrné, že pro vytvoření zubů stejné tloušťky oběma nástroji platí $x m_n \neq x_v m_{nv}$ - viz (2.23). Pro tloušťku zubu při vytváření ozubení nestandardním nástrojem platí vztah (2.20); z něho vyjádříme x_v, viz (2.21). Dosadíme-li do (2.21) ze (2.18) a (2.19), dostaneme vztah (2.22), určující závislost jednotkového posunutí x_v (vztaženého na m_{nv}!) na jednotkovém posunutí x standardního nástroje.

Myšlený (fiktivní) nestandardní nástroj bude prostředkem k odvození vztahů pro korigovaná šroubová soukolí. Zde bude pro ilustraci ukázáno použití představy nestandardního nástroje k odvození základního vztahu pro obecně korigované soukolí čelní. Mějme soukolí s počty zubů z_i; kola jsou vytvořena nástrojem s parametry m_n, α_n; při sklonu zubů β je čelní úhel

záběru α_t ; jednotková posunutí kol jsou x_i ; $i = 1,2$. Každé z kol je možno vyrábět jiným nestandardním nástrojem, takže pro jednotlivá posunutí x_{vi} platí podle (2.22) :

$$x_{vi} = \cotg \alpha_{nvi} \left[x_i \operatorname{tg} \alpha_n + 0{,}5 z_i (\operatorname{inv} \alpha_t - \operatorname{inv} \alpha_{tvi}) \right] \; ; \quad i = 1,2 .$$

Zvolíme-li nestandardní nástroj tak, aby se valil po provozních valivých válcích soukolí, bude zřejmě shodný pro obě kola, takže bude :

$$\alpha_{nv1} = \alpha_{nv2} = \alpha_{nv} \; ,$$
$$\alpha_{tv1} = \alpha_{tv2} = \alpha_{tv} \; .$$

Tím jsme soukolí, které je vzhledem ke standardnímu nástroji $(\alpha_n ; m_n)$ obecně korigované (V), převedli na jednoduše korigované (VN) vzhledem k jistému nástroji nestandardnímu (α_{nv} ; m_{nv}). Pro jednotková posunutí x_{vi} musí platit

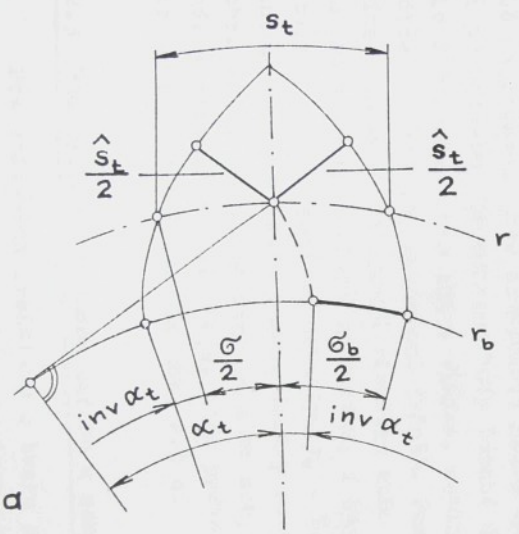
$$x_{v1} + x_{v2} = 0 \; ;$$

dosazením z (2.22) a úpravou dostaneme známý základní vztah pro obecně korigované čelní soukolí :

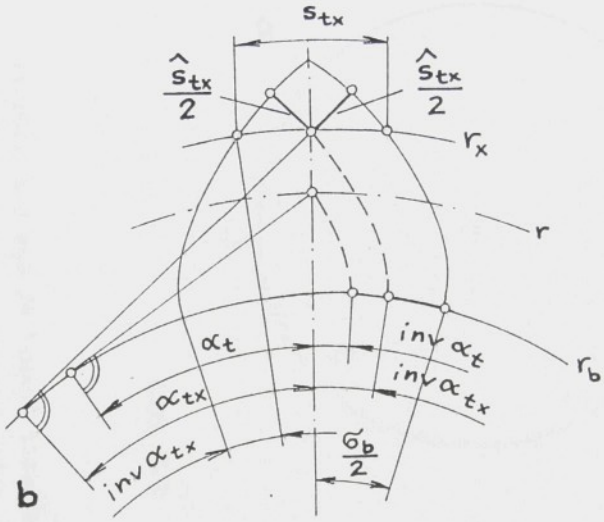
$$x_1 + x_2 = 0{,}5 \, (z_1 + z_2) \cotg \alpha_n (\operatorname{inv} \alpha_{tv} - \operatorname{inv} \alpha_t) .$$

2.2 Lomená tloušťka zubu

Zavedeme nový pojem, tzv. "lomenou" tloušťku zubu. Pro další potřebu stačí definovat čelní lomenou tloušťku zubu. Na obr. 2.2 a je tučně znázorněna čelní lomená tloušťka zubu $\hat{s}_t$ příslušná roztečnému válci, resp. tloušťce zubu s_t na oblouku roztečné kružnice. Určíme ji podle obr. 2.2 vztahem (2.25) pomocí středového úhlu σ_b příslušného tloušťce zubu na oblouku základní kružnice, viz (2.24). Z lomené tloušťky zubu $\hat{s}_t$ na roztečné kružnici určíme podle obr. 2.2b lomenou tloušťku $\hat{s}_{tx}$ příslušnou libovolnému poloměru r_x resp. tloušťce s_{tx} na oblouku r_x , viz vztahy (2.26) až (2.29). Z relace $\hat{s}_{tx} = s_{tx} \cos \alpha_{tx}$, viz (2.28), plyne, že pro základní válec r_b je $s_{tb} = \hat{s}_{tb}$.



a



b

$$\sigma_b = \sigma + 2inv\alpha_t = \frac{s_t}{r} + 2\,inv\alpha_t \qquad (2.24)$$

$$\hat{s}_t = (\sigma_b - 2inv\alpha_t)\,r_b = \frac{d_b}{d}\,s_t =$$

$$= \frac{\bar{s}_n}{z}\,d_b = s_t\cos\alpha_t$$

$$\hat{s}_{tx} = (\sigma_b - 2inv\alpha_{tx})\,r_x = \left(\frac{s_t}{d} + inv\alpha_t - inv\alpha_{tx}\right)d_x \qquad (2.26)$$

$$\frac{\hat{s}_{tx}}{2} = \left(\frac{\sigma_b}{2} - inv\alpha_{tx}\right)r_b \qquad (2.27)$$

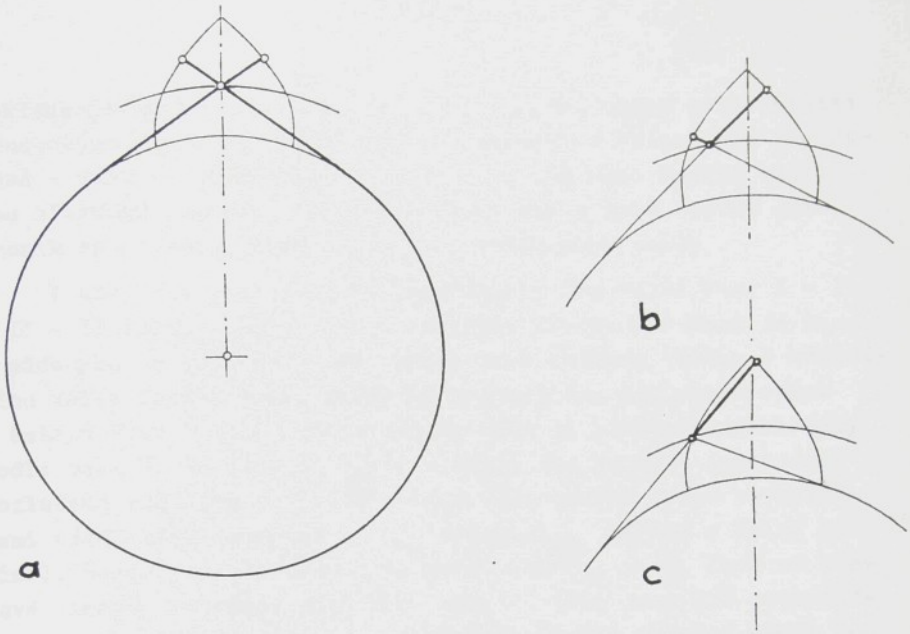
$$\hat{s}_{tx} = \left(\frac{s_t}{d} + inv\alpha_t - inv\alpha_{tx}\right)d_b = s_t\cos\alpha_t +$$

$$+ (inv\alpha_t - inv\alpha_{tx})\,d_b = \left(\frac{\bar{s}_n}{z} + inv\alpha_t -\right.$$

$$\left. - inv\alpha_{tx}\right)d_b = s_{tx}\cos\alpha_{tx} \qquad (2.28)$$

(2.25)

$$\hat{s}_{tx} = \hat{s}_t + (inv\alpha_t - inv\alpha_{tx})\,d_b \qquad (2.29)$$



Obr. 2.3

Na obr. 2.2 a,b je lomená tloušťka zubu znázorněna tak, že obě její části jsou symetrické podle osy zubu. Podle obr. 2.3 a si představme, že koncové body lomené úsečky, tvořící lomenou tloušťku zubu, jsou konce vlákna, navinutého kolem základního válce (vlákno zde naznačeno tučně). Pomocí této představy docházíme k závěru, že lomená tloušťka zubu $\hat{s}_{tx}$ příslušná libovolnému poloměru r_x zůstane zachována, i když zlom nebude v její polovině, ale kdekoli na poloměru r_x. Pokud zlom zůstává uvnitř zubu, jsou obě části lomené úsečky tvořící $\hat{s}_{tx}$ kladné, viz. obr. 2.3 b; jestliže zlom je mimo zub, je jedna z částí záporná. V mezním případě přejde zlom právě na obrys zubu a $\hat{s}_{tx}$ se jeví jako úsečka, viz obr. 2.3 c.

2.3 Řez ozubením rovinou tečnou k základnímu válci

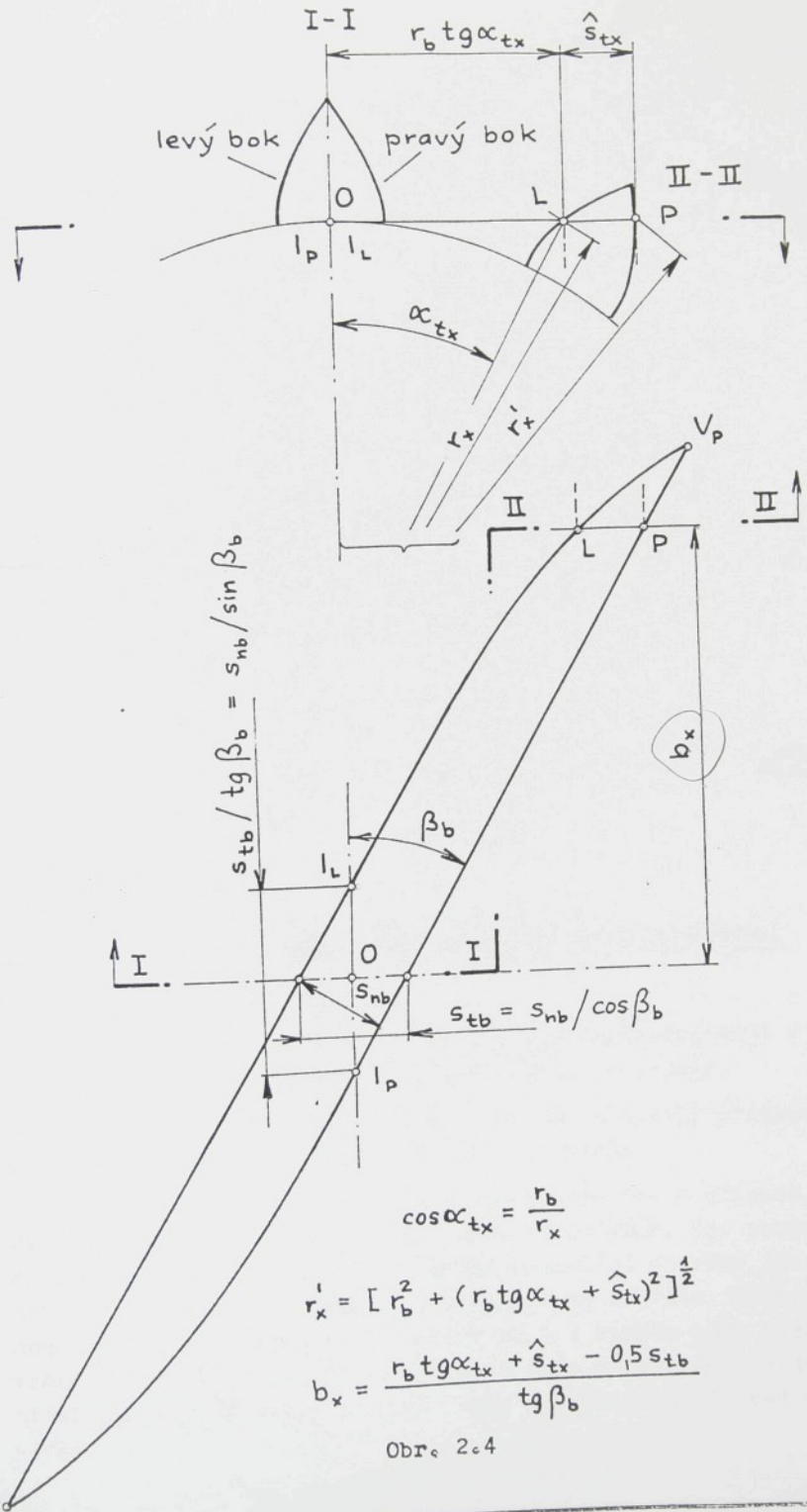
Pro zpřesnění představy o tvaru zubu evolventního kola zkoumejme obrys zubu v řezu rovinou tečnou k základnímu válci (takovou rovinou je např. rovina záběru čelního soukolí). Před-

pokládejme podle obr. 2.4, že zub je tvořen pouze evolventními šroubovými plochami (vycházejí ze základního válce) bez přechodové a válcové patní plochy, a dále že zub není omezen válcovou hlavovou plochou, tj. ostrá hrana hlavy zubu vzniká jako pronik šroubových ploch levého a pravého boku zubu.

V obr. 2.4 jsou v nárysu znázorněny dva čelní řezy I - I a II - II téhož zubu s pravým sklonem; vzdálenost řezů je b_x. V půdorysu je znázorněn řez tohoto zubu rovinou tečnou k základnímu válci procházející středním bodem O (na základním válci v čelním řezu I - I). Obrys tohoto řezu je středově symetrický podle bodu O. Ve střední části v šířce $s_{tb}/\cos\beta_b$ symetricky rozložené vzhledem k bodu O je řez zubu tvořen dvěma rovnoběžkami vzdálenými navzájem o s_{nb} (resp. s_{tb} měřeno v čelní rovině). Řezem pravého boku zubu mezi body I_P a V_P (bod na hlavové hraně) a levého boku mezi body I_L a V_L jsou dvě rovnoběžky, které jsou pokračováním přímkového obrysu střední části řezu. Řezem levého boku zubu od bodu I_L do boku V_P je křivka, tečně navazující v I_L na přímkový úsek $I_L V_L$. Totéž platí o řezu pravého boku mezi body $I_P V_L$ (navazuje tečně v I_P na přímku $V_P I_P$). Čelní řez II - II určuje na zkoumaném řezu zubu body L, P. Úsečku LP můžeme považovat za lomenou tloušťku zubu $\hat{s}_{tx}$ příslušnou poloměru r_x (resp. úhlu tlaku α_{tx}). Pro zvolený r_x (nebo α_{tx} při známé vazbě (2.30)), na němž leží bod L, lze určit poloměr r'_x na němž leží bod P a axiální vzdálenost b_x, viz vztahy (2.31), (2.32). Inversní řešení vztahů (2.31), (2.32) (tj. určení hodnoty α_{tx} pro zadané r'_x nebo b_x) není přímo možné; dojdeme totiž ke vztahům $2\alpha_{tx} - \operatorname{tg}\alpha_{tx} = \ldots$ (na pravé straně jsou výrazy obsahující r'_x nebo b_x a další konstantní veličiny daného ozubení). Tyto vztahy by bylo možno řešit postupným přibližováním.

Řez sousedního zubu (a dalších zubů) toutéž rovinou má v půdorysu obr. 2.4 tvar shodný s naznačeným, pouze je podél osy kola posunut o axiální rozteč (nebo její násobky u dalších zubů).

Uvažovaný řez skutečného ozubeného kola je ovlivněn konečnou šířkou a válcovou hlavovou plochou, jak je znázorněno v obr. 2.5 (i zde však není uvažována patní přechodová plocha ani patní válec, které by řez rovněž ovlivnily).

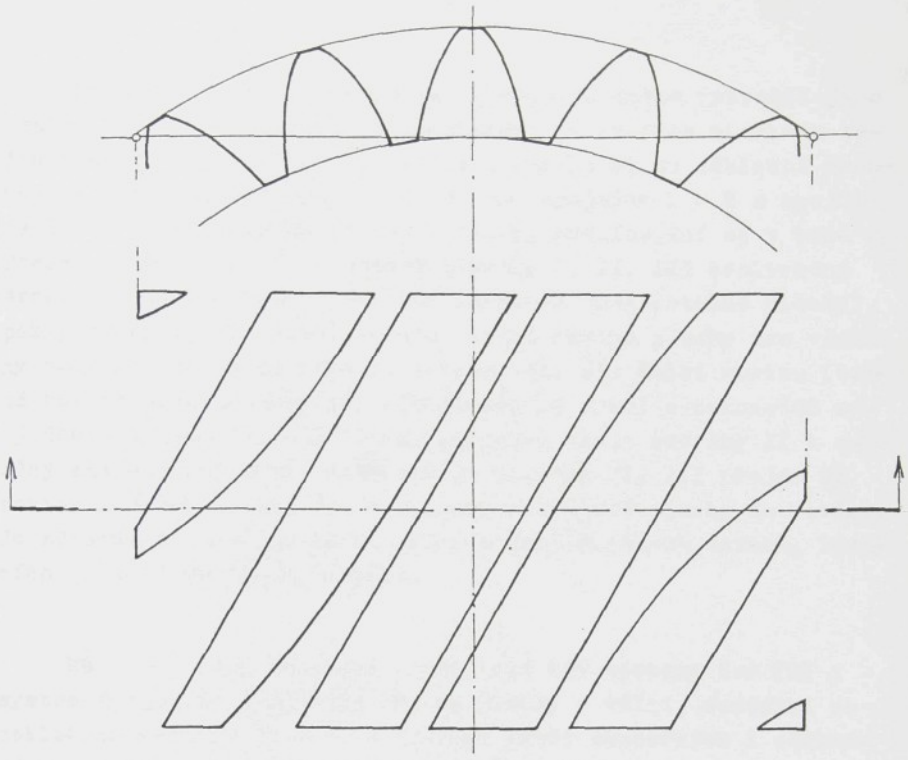


$$\cos\alpha_{tx} = \frac{r_b}{r_x} \qquad (2.30)$$

$$r'_x = [\, r_b^2 + (r_b tg\alpha_{tx} + \hat{s}_{tx})^2 \,]^{\frac{1}{2}} \qquad (2.31)$$

$$b_x = \frac{r_b tg\alpha_{tx} + \hat{s}_{tx} - 0{,}5\, s_{tb}}{tg\beta_b} \qquad (2.32)$$

Obr. 2.4



Obr. 2.5

2.4 Rozvinutí plochy zubu (evolventní šroubové plochy) do roviny

Pro názorné a přesné sledování a zobrazování dějů v záběru zubů je vhodné rozvinout zubní plochu do roviny.

Evolventní šroubová plocha patří mezi plochy přímkové, leží na ní jednoparametrické množství přímek.

Přímkové plochy jsou buď rozvinutelné (to v případě, že dvě soumezně sousedící površky jsou různoběžné, tj. protínají se), nebo nerozvinutelné (soumezně sousedící površky jsou mimoběžné). Rozvinutelné plochy mají k dané površe jedinou tečnou rovinu. Nerozvinutelné plochy mají v každém bodu téže površky jinou tečnou rovinu; k bodové řadě na určité površe přísluší svazek tečných rovin; osou svazku je uvažovaná površka.

Evolventní šroubová plocha, kterou je možno vytvořit jako obálku roviny, je plocha rozvinutelná; je tvořena množinou tečen základní šroubovice *). Představíme-li si na základní šroubovici tři soumezné body 1, 2, 3, pak spojnice 1 - 2 a spojnice 2 - 3 jsou soumezné površkys plochy, protínající se v bodě 2. Představíme-li si tři soumezné površkys I, II, III evolventní šroubové plochy (nebo libovolné přímkové rozvinutelné plochy), pak površkys I, II určují rovinu (tečná rovina plochy pro všechny body ležící na površce I) površkys II, III další rovinu (tečná rovina bodů površkys II) odchýlenou od první o nekonečně malý úhel. Rovinu II, III můžeme pootočit okolo površkys II o zmíněný elementární úhel, čímž rovina površek II, III přejde do roviny površek I, II. To je princip rozvinutí plochy do roviny. Je zřejmé, že rozvinutím se délky a úhly plošných útvarů, ležících původně na ploše, nemění.

Na evolventní šroubové ploše leží tři systémy čar [2] : systém šroubovic (průsečné křivky plochy s válci, souosými se základním válcem; do tohoto systému patří samozřejmě i základní šroubovice); systém površek (množina tečen základní šroubovice); systém evolvent (průsečné křivky plochy s čelními rovinami, tj. rovinami kolmými na osu základního válce). Tyto tři systémy se rozvinutím evolventní šroubové plochy přetransformují do tří systémů rovinných čar.

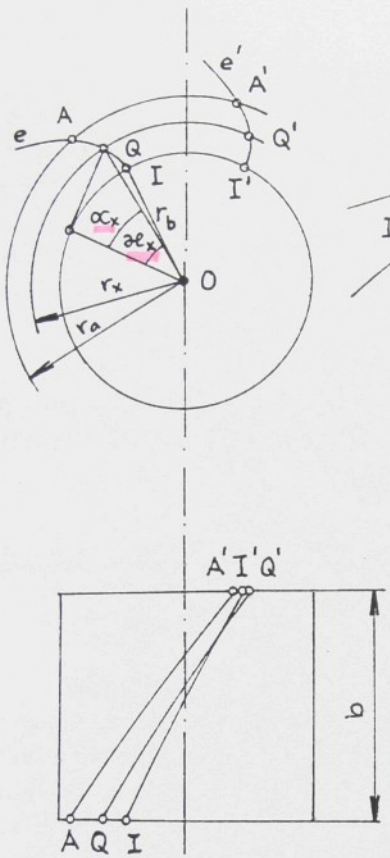
Systém šroubovic se transformuje do systému souosých kružnic; základní šroubovici odpovídá nejmenší, tzv. základní kružnice (její poloměr $R_b > r_b$, kde r_b je poloměr válce, na němž leží základní šroubovice). Systému površek odpovídá v rozvinutí systém tečen základní kružnice. Systému evolvent e odpovídá

*) Rozvinutelnost plochy zubu čelních evolventních kol umožňuje např. dokonalé snímání otisků ze zubu na vhodný rovinný útvar, který je sice ohebný (bez odporu ho lze tvarovat např. do plochy válce nebo kužele), ale tuhý vůči roztahování nebo stlačování ve všech směrech tečně po ploše. Takový útvar přestavuje běžně list papíru.

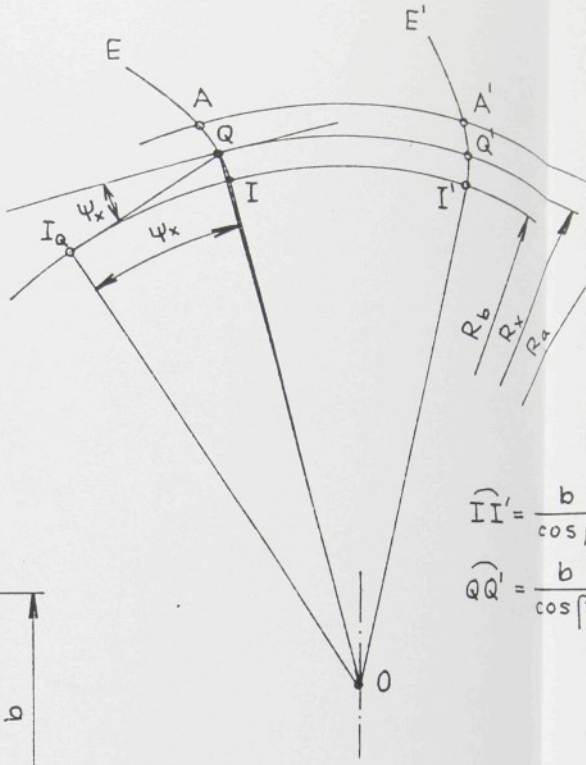
v rozvinutí systém evolvent E příslušných základní kružnici R_b. - Uvedené platí naprosto exaktně.

Uveďme kvantitativní závislosti zmíněné přiřazenosti útvarů na evolventní šroubové ploše a útvarů v rozvinutí. (Bude to pouhé konstatování výsledků; přesvědčivější odvození závislostí by vyžadovalo více místa.) Pro naše účely mějme na mysli bok zubu určený parametry r_b ; β_b např. s pravým skloněm, omezený dvěma čelními rovinami na šířku b , viz obr. 2.6 a. Základní šroubovice s parametry r_b, β_b se rozvine do základní kružnice, jejíž poloměr R_b je roven poloměru křivosti základní šroubovice podle (2.33). Zdůvodnění je jednoduché : flexní křivost je určena vzdáleností dvou soumezných bodů na křivce a úhlem, který spolu svírají tečny křivky v těchto bodech. Soumezné tečny určují rektifikační rovinu, mající s křivkou společné tři soumezné body. Protože rozvinutím se nemění ani délky, ani úhly, bude křivost původní křivky shodná s křivostí křivky v rozvinutí. Protože šroubovice je křivka s konstantní křivostí, musí i křivka, v kterou se rozvine, mít konstantní křivost; takovou křivkou v rovině je kružnice. - Vztah pro poloměr kružnice R_x , která v rozvinutí zobrazuje šroubovici ležící na evolventní šroubové ploše na válci poloměru r_x , určíme následující úvahou. Šroubovice na poloměru r_x má úhel sklonu β_x (viz vztah 2.8); tečna v uvažovaném jejím bodu Q svírá s površkou plochy, procházejícím tímtéž bodem Q , úhel ψ_x (viz vztah (2.6), v němž místo indexu „v" uvažujeme index „x"). V rozvinutí v obr. 2.6b uvažujeme bod Q ; úhel ψ_x mezi tečnou kružnice R_x a površkou $Q I_Q$ zůstane zachován. Protože tentýž úhel je i mezi průvodiči $QO, I_Q O$, platí vztahy (2.34). Pro R_x plynou podle (2.34) dvě konstrukce znázorněné na obr. 2.6 c.

Plocha zubu přímého ozubení je plocha válcová s evolventou jako řídící křivkou. Válce soustředné s osou kola protínají plochu zubu v systému rovnoběžných povrchových přímek, který se po rozvinutí plochy transformuje opět do systému rovnoběžných přímek. Je tedy $R_b = R_x = \infty$. Evolventy e, omezující plochu zubu na šířku b, se zde rozvinou do polopřímek kolmých na systém površek. Vzdálenost l libovolné površky ležící



a



b

$$\widehat{II'} = \frac{b}{\cos}$$

$$\widehat{QQ'} = \frac{b}{\cos}$$

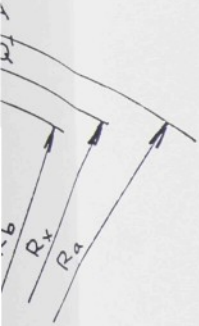
$$R_b = \frac{r_b}{\sin^2\beta_b} \qquad (2.33)$$

$$R_x = \frac{R_b}{\cos\psi_x} = R_b \frac{\cos\beta_b}{\cos\beta_x} \qquad (2.34)$$

$$l = \frac{1}{2} r_b \operatorname{tg}^2\alpha_x = \frac{1}{2} r_b \partial e_x^2 \qquad (2.35)$$

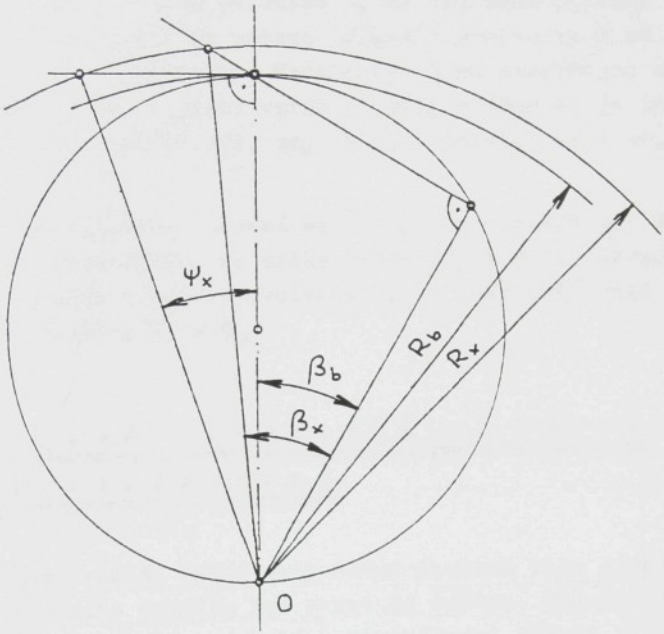
$$\partial e_x = \operatorname{tg}\alpha_x \qquad (2.36)$$

$$\cos\alpha_x = \frac{r_b}{r_x} \qquad (2.37)$$



$$\widehat{II'} = \frac{b}{\cos\beta_b}$$

$$\widehat{QQ'} = \frac{b}{\cos\beta_x}$$



c

na ploše přímého zubu na poloměru r_x od základní površkы (leží na základním válci) je určena délkou l evolventy e od bodu vratu k bodu na poloměru r_x. Vzdálenost l se samozřejmě objeví v rozvinutí. Pro l platí vztah (2.35), v němž α_x je úhel profilu (tlaku), viz (2.37), ε_x je úhel odvalu. Mezi ε_x a α_x platí (2.36).

V případě šikmého ozubení se lze pomocí vztahu pro délku l evolventy přesvědčit, že délka evolventy e mezi poloměry r_b a r_x je shodná s délkou evolventy E v rozvinutí mezi odpovídajícími poloměry R_b a R_x.

3. Šroubové soukolí a způsoby jeho korigování

Každá dvě vnější čelní evolventní ozubená kola odvozená z téhož základního profilu lze uvést do záběru. Obecně se vytvoří šroubové soukolí (soukolí s mimoběžnými osami) s bodovým záběrem. Sdružení dvou kol ve šroubové soukolí není dokonce jednoznačné : při záběru bez vůle je možno (v určitém rozmezí) měnit úhel os, přičemž dochází ke změně vzdálenosti os. - Ve zvláštním případě, sdružujeme-li kola s tímtéž úhlem sklonu, ale s opačnými smysly šroubovic, vzniká čelní soukolí se zcela určitou vzdáleností os (při záběru bez vůle).

Pro větší obecnost je výhodné zavést úhly sklonu zubů členů šroubového soukolí jako algebraické veličiny : při pravém smyslu sklonu zubů $\beta > 0$, při levém $\beta < 0$. Rovněž úhel os Σ bude uvažován algebraicky [9], [18], viz dále.

V kapitole 3 se budeme zabývat šroubovými soukolími z hlediska jejich návrhu, přičemž je roztřídíme podle způsobů korigování. Možnosti korigování jsou u šroubového soukolí podstatně bohatší než u soukolí čelního. Kromě běžně známého šroubového soukolí s normální vzdáleností os, tj. soukolí nekorigovaného nebo s korekcí VN (v dalším obě tato soukolí zahrneme do skupiny "soukolí s korekcí 0", "nula") existují další tři způsoby korigování se změnou vzdálenosti os. První z nich,

"korekce 1", nemění ani úhel sklonu zubů, ani úhel sklonu záběrových úseček (ty zůstávají jako u korekce 0), ale záběrové přímky protilehlých boků zubů se při změně vzdálenosti os vzdalují - navzájem opačným směrem - od nejkratší příčky os kol. Další způsob "korekce 2" změní úhly sklonu zubů i sklon záběrových přímek, ale záběrové přímky stále protínají nejkratší příčku os kol ve společném návrhovém bodu (podobně jako u soukolí s korekcí 0). Poslední, nejobecnější případ, "korekce 3" mění úhly sklonu zubů, mění sklon záběrových přímek a oddaluje záběrové přímky od nejkratší příčky os kol. - Roztřídění s uvedením typických znaků je přehledně uvedeno v TAB. 1.

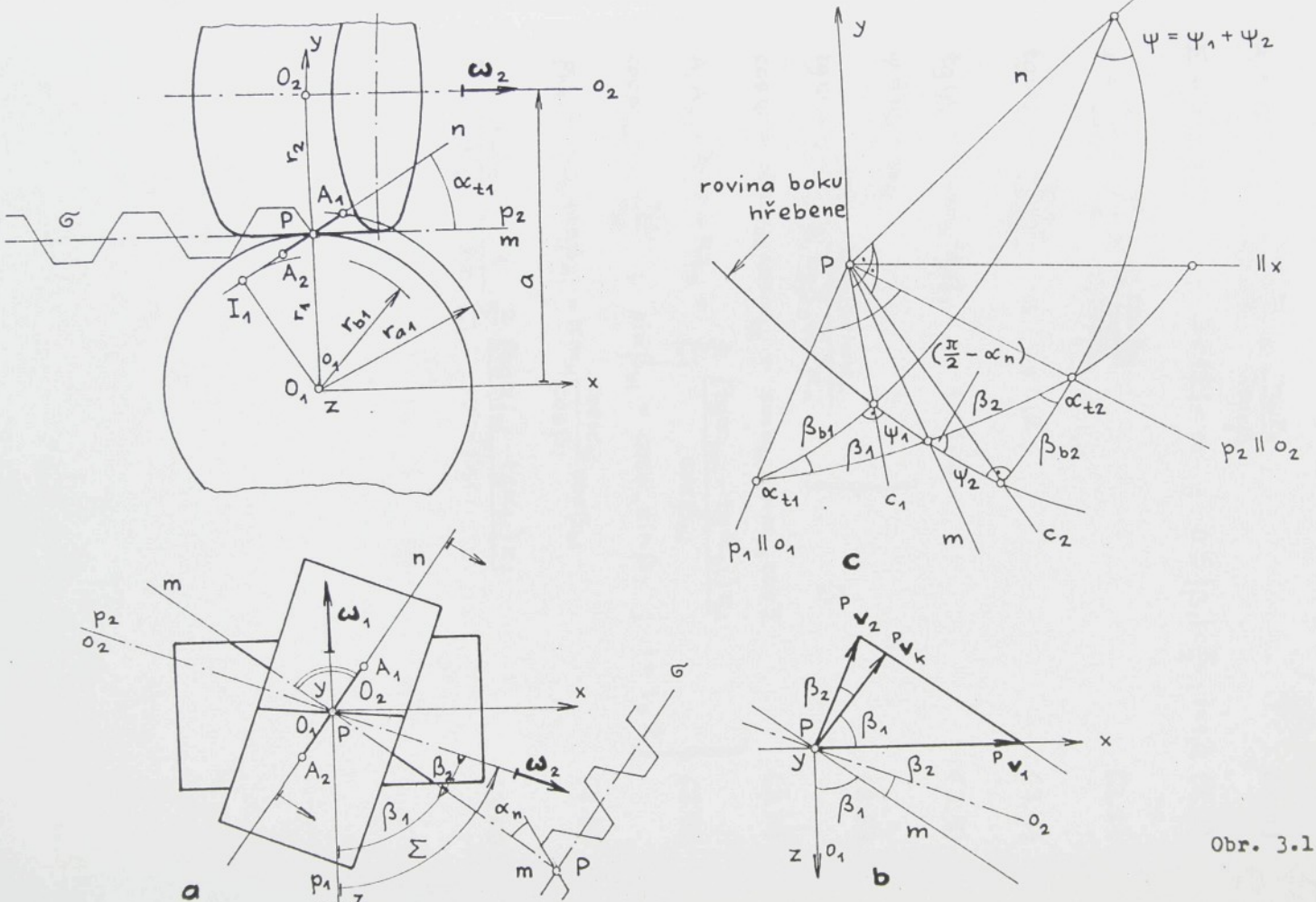
Uvedené způsoby korigování jsou dále podrobně probrány. V další kapitole 4 se vrátíme k úloze určení jaké šroubové soukolí vzniká složením dvou libovolných daných kol odvozených z téhož základního profilu.

3.1 Korekce 0 (šroubové soukolí bez změny vzdálenosti os)

Záběr zubů. - Uvažujeme nejdříve dvě nekorigovaná ozubená kola s počty zubů $z_{1,2}$, úhly sklonu $\beta_{1,2}$ vyrobená nástroji se shodným základním profilem určeným hodnotami m_n, α_n. Kolo 1 umístíme podle obr. 3.1 a do souřadnicové soustavy tak, že osa o_1 leží v ose z a čelní rovina procházející středem šířky kola obsahuje osu y. Osa y protne roztečný válec v bodu P. Do ozubení vložíme nehmotný hřeben s parametry m_n, α_n tak, aby jeho střední rovina σ byla rovnoběžná s rovinou (x, z). Směr průběhu zubů hřebene je určen sklonem β_1; přímka m (průsečnice boční roviny zubu hřebenu se střední rovinou σ) svírá s osou z úhel β_1. Do hřebenu vložíme kolo 2 tak, že jeho osa o_2 je rovnoběžná s rovinou (x, z) a protíná osu y v bodu O_2. Čelní rovina procházející středem šířky kola 2 leží v ose y. Roztečné válce se dotýkají v bodu P, takže platí vztah (3.1). Soukolí roztočíme tak, že vektor úhlové rychlosti ω_1 směřuje do záporné části osy z; kolo 2 rotuje pak úhlovou rychlostí ω_2. Úhel os Σ měříme mezi kladnou částí osy z a vektorem ω_2 a přisuzujeme mu smysl podle pravidla pravé ruky vzhledem k ose

Tab. 1 Přehled způsobů korigování šroubového soukolí

Označení způsobu korigování	0	1	2	3
Poloha záběrové přímky	protíná nejkratší příčku os	neprotíná nejkratší příčku os	protíná nejkratší příčku os	neprotíná nejkratší příčku os
Sklon záběrové přímky	α_n		α_{nv}	
Úhel os kol	$\Sigma = -\beta_1 - \beta_2$		$\Sigma = -\beta_{v1} - \beta_{v2}$	
Vzdálenost os	$a = r_1 + r_2$	$a_w = r_1 + r_2 + y m_n$ $y \lesseqgtr 0$	$a_w = r_{v1} + r_{v2}$	$a_w = r_{v1} + r_{v2} + y_v m_{nv}$ $y_v \lesseqgtr 0$
Součet jednotkových posunutí	$x_\Sigma = 0$	$x_\Sigma = y$	vztah (3.28)	vztah (3.35)



y
O_2
ω_2
o_2
r_2
n
α_{t1}
A_1
σ
P
p_2
m
A_2
a
I_1
r_1
r_{b1}
r_{a1}
o_1
O_1
z
x
$\psi = \psi_1 + \psi_2$
rovina boku hřebene
$\parallel x$
$(\frac{\pi}{2} - \alpha_n)$
β_2
α_{t2}
β_{b1}
ψ_1
β_1
β_{b2}
ψ_2
α_{t1}
c_1
c_2
$p_1 \parallel o_1$
$p_2 \parallel o_2$
c
ω_1
β_2
α_n
Σ
p_1
a
$^P v_2$
$^P v_k$
$^P v_1$
b

Obr. 3.1

$$a = r_1 + r_2 = \frac{m_n z_1}{2\cos\beta_1} + \frac{m_n z_2}{2\cos\beta_2} \tag{3.1}$$

$$\Sigma + \beta_1 + \beta_2 = 0 \quad ; \quad 0 < |\Sigma| < \pi \quad ; \quad 0 \leqq |\beta_i| < \frac{\pi}{2} \; ; \; i = 1,2 \tag{3.2}$$

$$u = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{z_2}{z_1} = \frac{r_2 \cos\beta_2}{r_1 \cos\beta_1} \tag{3.3}$$

$$tg\alpha_{ti} = \frac{tg\alpha_n}{\cos\beta_i} \quad ; \quad i = 1,2 \tag{3.4}$$

$$tg\psi_i = \sin\alpha_n \, tg\beta_i \quad ; \quad i = 1,2 \tag{3.5}$$

$$\left.\begin{aligned} \psi &= \psi_1 + \psi_2 \\ tg\psi &= \frac{(tg\beta_1 + tg\beta_2)\sin\alpha_n}{1 - tg\beta_1 \, tg\beta_2 \sin^2\alpha_n} \end{aligned}\right\} \tag{3.6}$$

$$\cos\psi = \cos\alpha_{t1}\cos\alpha_{t2} + \sin\alpha_{t1}\sin\alpha_{t2}\cos\Sigma \tag{3.7}$$

$$\left.\begin{aligned} A_1A_2 = A_1P + PA_2 &= \sum_{i=1}^{2} \frac{(tg\alpha_{tai} - tg\alpha_{ti}) r_{bi}}{\cos\beta_{bi}} \\ \cos\alpha_{tai} = \frac{r_{bi}}{r_{ai}} \quad ; \quad \sin\beta_{bi} &= \cos\alpha_n \sin\beta_i \quad ; \quad i = 1,2 \end{aligned}\right\} \tag{3.8}$$

$$p_{nb} = p_{tb}\cos\beta_{bi} = \pi m_n \frac{\cos\alpha_{ti}}{\cos\beta_i}\cos\beta_{bi} \tag{3.9}$$

$$\varepsilon = \frac{A_1A_2}{p_{nb}} = \frac{1}{2\pi} \sum_{i=1}^{2} \frac{(tg\alpha_{tai} - tg\alpha_{ti}) z_i}{\cos^2\beta_{bi}} \tag{3.10}$$

y ; uvažujeme ho v mezích $0 < |\Sigma| < \pi$. Úhly $\beta_{1,2}$ jsou v mezích $0 \leq |\beta| < \pi/2$; pak platí vztah (3.2). Úhly Σ, $\beta_{1,2}$ už určují základní konfiguraci soukolí nezávisle na tom, který člen je hnací a nezávisle na smyslech otáčení soukolí v provozu.
- Pro převod platí vztah (3.3); $\omega_{1,2}$ zde i dále považujeme za moduly vektorů $\boldsymbol{\omega}_{1,2}$. U soukolí majících $|\Sigma| < \pi/2$ mohou mít šroubovice kol buď shodné nebo rozdílné smysly sklonu zubů $\beta_{1,2}$; u soukolí $|\Sigma| \geq \pi/2$ mají šroubovice obou kol shodný smysl. Podrobně viz [9].

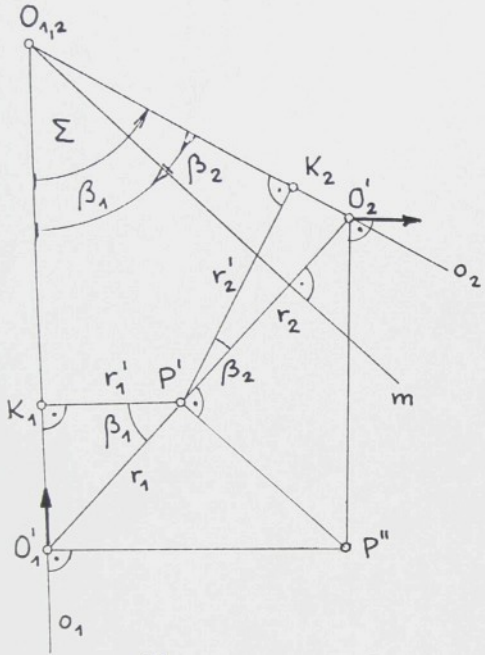
Rychlost bodu P kola 1 je $^{P}\mathbf{v}_1 = \boldsymbol{\omega}_1 \times r_1 \mathbf{j}$. Jestliže se myšlený hřeben bude posouvat touto rychlostí, dojde k valení jeho střední roviny σ po roztečném válci kola 1 podél površky p_1 a dojde k záběru hřebene s ozubením kola 1. Rovina záběru prochází površkou p_1 roztečného válce kolmo na rovinu boku zubu hřebene; obě roviny se protínají v charakteristice c_1, podél níž se dotýká zub kola hřebene. Vůči rovině (x,z) je rovina záběru skloněna v čelním úhlu záběru α_{t1}, pro který platí vztah (3.4) pro $i = 1$. Obdobně si můžeme představit, že hřeben je unášen obvodovou rychlostí bodu P kola 2, tj. rychlostí $\mathbf{v}_2 = \boldsymbol{\omega}_2 \times r_2 \mathbf{j}$; v tom případě nastává valení roviny σ po roztečném válci kola 2 podél površky p_2 a dochází k záběru hřebene s ozubením kola 2. Rovina záběru prochází površkou p_2 roztečného válce kola 2 a s rovinou (x,z) svírá úhel α_{t2} , viz (3.4) pro $i = 2$. Rovina záběru protíná rovinu boku zubu hřebene v charakteristice c_2. Na obr. 26 jsou znázorněny rychlosti $^{P}\mathbf{v}_{1,2}$. Složky těchto vektorů do směru kolmého na směr zubů jsou stejné, jejich velikost je $^{P}v_k = \omega_1 r_1 \cos\beta_1 = \omega_2 r_2 \cos\beta_2$, viz vztah (3.3). Uvažujeme-li odděleně valení nehmotných hřebenů po kolech 1, 2, zjistíme, že při rotaci kol rychlostmi $\boldsymbol{\omega}_{1,2}$ se tyto hřebeny v sobě posouvají ve směru přímky m a jsou stále totožné; navenek se pohyb hřebenů projevuje rychlostí $^{P}\mathbf{v}_k$. Namísto dvou hřebenů můžeme uvažovat jediný. Záběr kol nastane v místě, kde hřeben zabírá současně s oběma boky, tj. v průsečíku charakteristik c_1, c_2. Záběr je tedy bodový. Dráha záběru je průsečnice zmíněných rovin záběru, což je přímka n kolmá na bok zubu hřebene procházející bodem P . Na obr. 3.1 a je uvažován záběr spoluzabírajících boků kol pro uvažované smysly rotací a pro

případ, že hnacím kolem je kolo 1. Při záběru opačných boků zubů by záběrové roviny, charakteristiky a záběrová přímka probíhaly symetricky k nakresleným vzhledem k rovině σ. Na obr. 3.1c je prostorově znázorněna konfigurace přímek $p_{1,2}$, charakteristik $c_{1,2}$ a dráhy záběru n při záběru v bodu P. Pro úhel ψ_1 (resp. ψ_2 který svírá charakteristika c_1 (c_2) s přímkou m plyne z pravoúhlého sférického trojúhelníku určeného hranami p_1, c_1, m (p_2, c_2, m) vztah (3.5). Pro úhel $\psi = \psi_1 + \psi_2$, které spolu svírají charakteristiky c_1, c_2 pak platí (3.6). Pro tentýž úhel ψ platí ze sférického trojúhelníku určeného hranami $p_{1,2}, n$ (obr. 3.1c vztah (3.7).

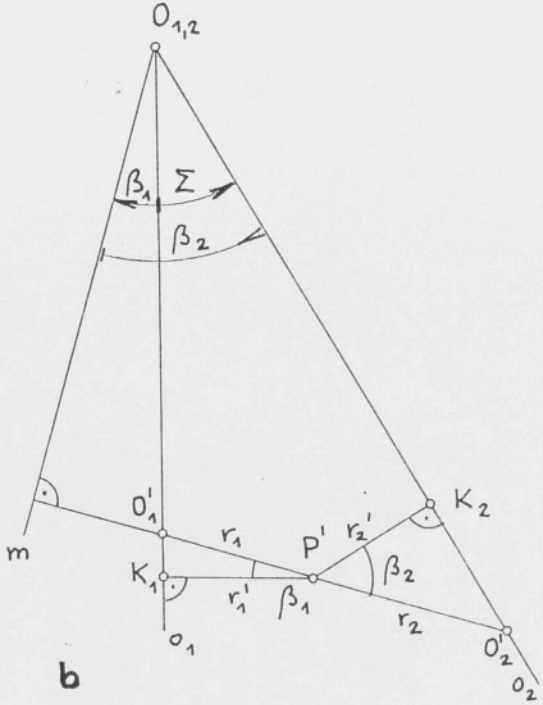
Dosud jsme uvažovali nekorigovaná kola. I u šroubového soukolí lze provádět jednoduchou korekci VN, při níž $x_\Sigma = x_1 + x_2 = 0$, ale $x_1 = -x_2 \neq 0$ (i tato soukolí řadíme do skupiny "korekce 0"). Vzdálenost os se nemění. Střední rovina σ hřebene se posune ve směru osy y o vzdálenost $x_1 m_n$; bodem P bude procházet rovina τ rovnoběžná se σ a rovnoběžná s rovinou (x, z). Tato korekce změní tloušťky zubů na roztečných válcích a průměry patních a hlavových válců. Toho lze využít např. k odstranění podřezání na jednom kole. Poloha a směr záběrových přímek a charakteristik zůstávají beze změny.

Trvání záběru. - Délku záběrové úsečky A_1A_2 (body $A_{1,2}$ jsou průsečíky dráhy záběru n s hlavovými válci, viz obr. 3.1a) určíme vztahy (3.8). Trvání záběru je poměr délky úsečky A_1A_2 k základní normálné rozteči p_{nb}, viz vztahy (3.9), (3.10). Vztahy předpokládají, že v celém úseku A_1A_2 zuby spolu zabírají evolventními šroubovými plochami; to nemusí být vždy splněno, např. vlivem podřezání zubů.

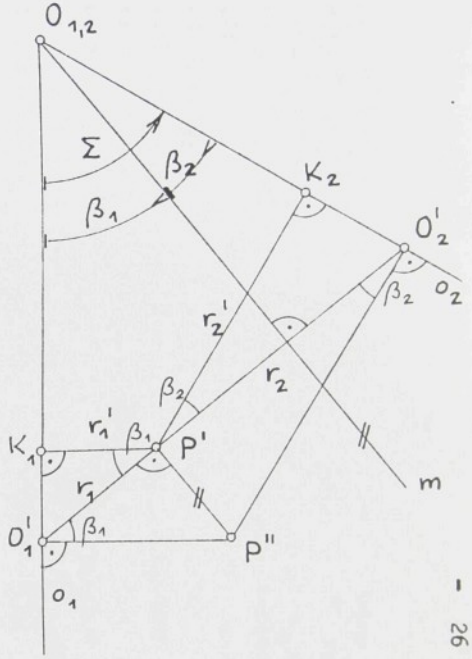
Vztah mezi úhly sklonu zubů členů soukolí a vzdálenostmi os. - Při návrhu šroubového soukolí chceme při daném úhlu os a dané vzdálenosti os docílit určitý převod a použít určitý modul m_n. Podle předchozího uvažujeme Σ a $\beta_{1,2}$ algebraicky a v mezích uvedených ve (3.2). Představu o vazbě vzdálenosti os a úhlech sklonu zubů si lze učinit grafickým znázorněním podle obr. 3.2.



a



b



c

Obr. 3.2

$$\left.\begin{aligned} r_1 \operatorname{tg}\beta_1 &= r_2 \operatorname{tg}\beta_2 \\ \operatorname{tg}^3\beta_1 - 2\operatorname{cotg}\Sigma \operatorname{tg}^2\beta_1 + \frac{u\cos\Sigma + \cos^2\Sigma}{\sin^2\Sigma}\operatorname{tg}\beta_1 + \frac{u}{\sin\Sigma} &= 0 \end{aligned}\right\} \quad (3.11)$$

Nakreslíme osy $o_{1,2}$ soukolí v pohledu ve směru nejkratší příčky os shodně s půdorysem obr 3.1a. Určíme bod P' vzdálený (ve zvoleném měřítku) od o_1 o míru $r'_1 = 0{,}5\, m_n z_1$ a od o_2 o míru $r'_2 = 0{,}5\, m_n z_2$ (jsou to roztečné poloměry kol s přímým ozubením). Pak nakreslíme přímku m, která určuje úhly sklonu zubů. Jestliže smysl úhlu Σ od o_1 k o_2 je proti smyslu otáčení ručiček hodin, t.j. kladný (tak je tomu v obr. 3.1a i ve všech případech v obr. 3.2), pak tentýž smysl bude pro β_1 (měřený od o_1 k m) i pro β_2 (měřený od m k o_2) záporný. Bodem P' vedeme kolmici na m; ta určí na osách $o_{1,2}$ body $O'_{1,2}$. Vzdálenosti $\overline{P'O'_1}$, $\overline{P'O'_2}$ představují ve zvoleném měřítku poloměry kol $r_{1,2}$, úsečka $\overline{O'_1O'_2}$ pak vzdálenost os.

Tuto konstrukci lze použít pro přibližné určení úhlu sklonu zubů $\beta_{1,2}$ při daných hodnotách $\Sigma, a, m_n, z_{1,2}$.

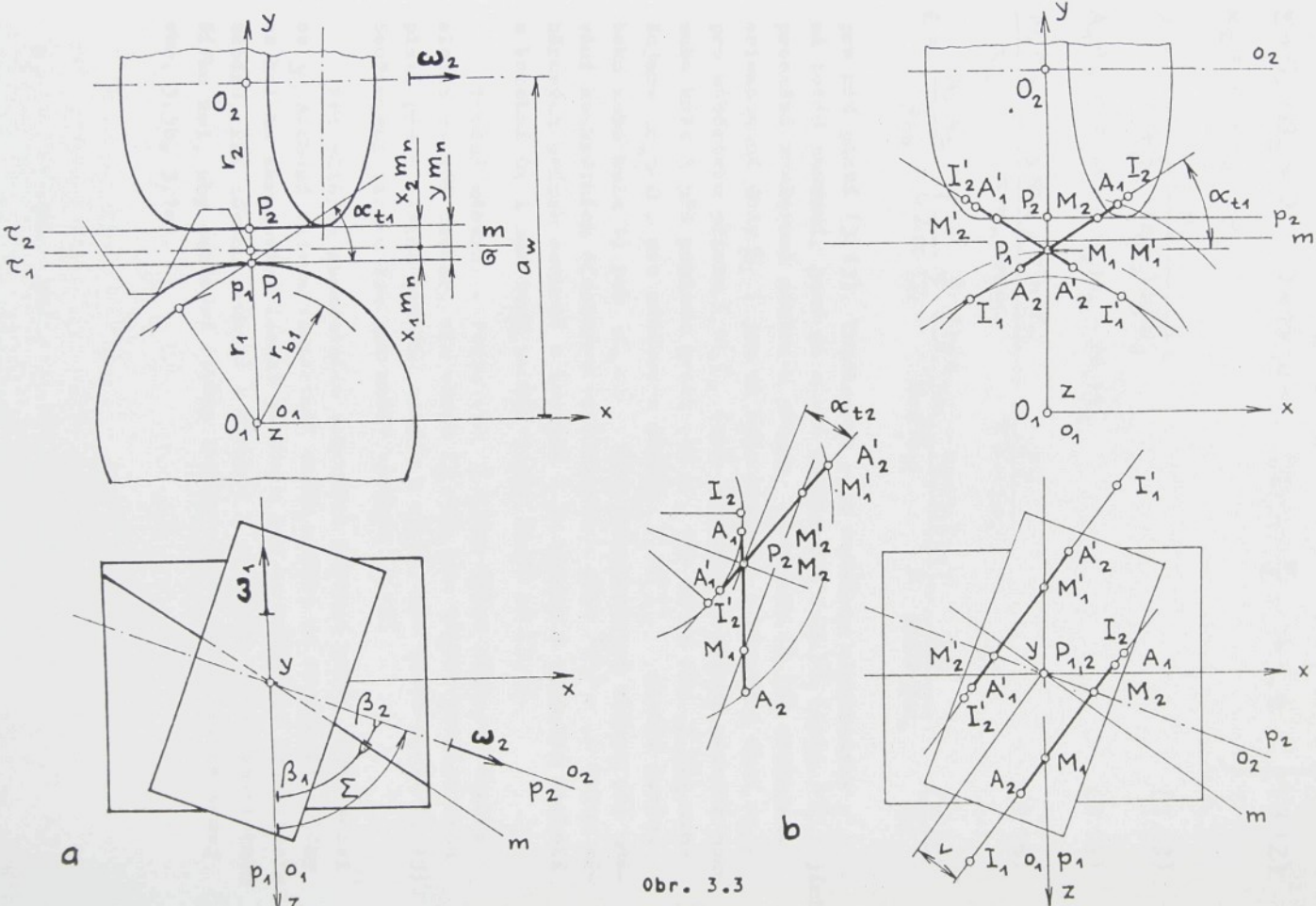
Uvedené grafické znázornění dává názornou představu o možnostech volby úhlů sklonu zubů $\beta_{1,2}$ a o jejich vlivu na vzdálenost os. V případě, že přímka m leží mezi osami $o_{1,2}$, jsou smysly obou úhlů sklonu zubů opačné než má Σ (obr. 3.2a). Takovou relaci mezi Σ a $\beta_{1,2}$ má většina šroubových soukolí, mj. z důvodu dobré účinnosti (viz odst. 7.1). Jestliže m leží vně úhlu Σ svíraného osami $o_{1,2}$, což je možné jen při $|\Sigma| < \pi/2$ je jeden z úhlů $\beta_{1,2}$ shodného, druhý opačného smyslu vůči Σ (obr. 3.2b). Taková konfigurace je běžná u šroubového soukolí tvořeného ševingovacím kotoučem a jím obráběným ozubeným kolem a u typicky silových soukolí s malým úhlem os $|\Sigma|$.

Existuje zřejmě taková velikost úhlů $\beta_{1,2}$, že při daném úhlu os Σ je vzdálenost os minimální. Podrobný rozbor viz odst. 7.1 a [9]. Zde uveďme, že podmínku minimální vzdálenosti os lze zapsat vztahy (3.11). V grafickém znázornění to podle obr. 3.2c nastane tehdy, když kolmice k o_1 vedená bodem O'_1 se s kolmicí k o_2 vedenou bodem O'_2 protne v bodě P'' v takové poloze, že úsečka $P'P''$ je kolmá k $O'_1O'_2$ (neboli $P'P''$ je rovnoběžná s m). Úhly β_1, β_2 jsou téhož smyslu. Tento výsledek je uveden též v [10].

3.2 Korekce 1

Vyjdeme od nekorigovaného soukolí splňujícího vztahy (3.1), (3.2). Podle obr. 3.3 změníme vzdálenost os o hodnotu $y\,m_n$ podle prvního vztahu v (3.12). Jednotková změna vzdálenosti os $y \gtrless 0$. Osa y protíná roztečné válce v bodech $P_{1,2}$. Vzniklou vůli (nebo přesah) v zubech je nutno eliminovat korekcí. Umístěme prostorový nehmotný hřeben tak, že jeho střední rovina σ je rovnoběžná s rovinou (x,z) a prochází v určitém místě, např. mezi body $P_{1,2}$, viz obr. 3.3. Směr průběhu zubů hřebene určený přímkou m (průsečnice roviny boku hřebene se střední rovinou σ) souhlasí se sklonem zubů kol, t.j. osa z a přímka m spolu svírají úhel β_1.- Uvažujeme odděleně vytváření kola 1 tímto hřebenem. Hřeben se bude posouvat obvodovou rychlostí bodu P_1 kola 1 přičemž dojde k valení roviny τ_1 hřebene (τ_1 je rovnoběžná s σ a tečná k roztečnému válci kola 1) po roztečném válci podél površky p_1. Takto vytvořené kolo je korigované, velikost posunutí $x_1 m_n$ je rovna vzdálenosti rovin τ_1, σ, viz obr. 3.3. Rovina záběru prochází površkou p_1 a svírá s rovinou (x,z) úhel α_{t_1}. Podobně si lze představit oddělené vytváření kola 2: hřeben se posouvá rychlostí bodu P_2 kola 2, valení nastává rovinou τ_2 ($\tau_2 \parallel \sigma$) po roztečném válci kola 2 podél površky p_2. Rovina záběru prochází površkou p_2 a svírá s rovinou (x,z) úhel α_{t_2}. Kolo 2 má posunutí $x_2 m_n$, což je vzdálenost rovin τ_2, σ. Rychlosti posouvání hřebene při uvažovaném odděleném vytváření jednoho a druhého kola jsou tytéž, jako v případě soukolí s korekcí i zde platí obrazec rychlostí podle obr. 3.1b. Bude-li se hřeben posouvat rychlostí $^P\mathbf{v}_k$ (obr. 3.1b), bude zabírat i v nyní uvažovaném případě s oběma koly stejně, jako když jsme uvažovali oddělené vytváření kol (ovšem kromě skluzových poměrů). Rovněž musí dojít k záběru kol navzájem. Tak docházíme k jednoduchému vztahu platnému pro soukolí s korekcí 1 : součet jednotkových korekcí je roven jednotkové změně vzdálenosti os, t.j. $x_1 + x_2 = y$. Charakteristické znaky soukolí s korekcí 1 jsou shrnuty ve vztazích (3.12).

K záběru soukolí s korekcí 1 dochází na dráze záběru, kterou určíme jako průsečnou přímku záběrových rovin příslušných uvedenému oddělenému vytváření kol : je to přímka kolmá na bok zubu hřebene tvořící příčku mimoběžek $P_{1,2}$. Nebo lze dráhu záběru definovat jako normálu boku zubu hřebene tvořící společnou tečnu základních válců kol. Dráha záběru soukolí s korekcí 1 probíhá mimo nejkratší příčku os $o_{1,2}$ ve vzdálenosti v (obr. 3.3b)


a
b
y
x
z
ω_2
O_2
O_1
r_2
r_1
r_{b1}
P_2
P_1
α_{t1}
α_{t2}
$x_2 m_n$
$y m_n$
$x_1 m_n$
a_w
τ_2
τ_1
m
σ
o_1
o_2
p_1
p_2
β_1
β_2
Σ
I_1
I_2
I'_1
I'_2
A_1
A_2
A'_1
A'_2
M_1
M_2
M'_1
M'_2
$P_{1,2}$
ν

Obr. 3.3

$$\left.\begin{aligned} a_w &= a + y m_n = r_1 + r_2 + y m_n \\ \Sigma + \beta_1 + \beta_2 &= 0 \;;\; 0 < |\Sigma| < \pi \;;\; 0 \leq |\beta_i| < \frac{\pi}{2} \;;\; i = 1,2 \\ x_\Sigma &= x_1 + x_2 = y \end{aligned}\right\} \quad (3.12)$$

$$v = - \frac{y m_n}{(tg\beta_1 + tg\beta_2) tg\alpha_n} \quad (3.13)$$

$$A_1A_2 = A_1M_1 + A_2M_2 - M_1M_2 \quad (3.14)$$

$$\frac{M_1M_2}{p_{nb}} = \frac{y m_n / \sin\alpha_n}{\pi m_n \cos\alpha_n} = \frac{2y}{\pi \sin 2\alpha_n} \quad (3.15)$$

$$\varepsilon = \frac{A_1A_2}{p_{nb}} = \left[\frac{1}{2\pi} \sum_{i=1}^{2} \frac{(tg\alpha_{ta_i} - tg\alpha_{t_i}) z_i}{\cos^2\beta_{b_i}}\right] - \frac{2y}{\pi \sin 2\alpha_n} \quad (3.16)$$

pro níž platí (3.13). Vzdálenost v je zavedena algebraicky : má totéž znamení, jaké má z-ová souřadnice bodu M_1 (resp. M_1') jímž prochází uvažovaná záběrová přímka. Ve vztahu (3.13) uvažujeme orientovaně úhly β_i (jak už bylo uvedeno) a rovněž i úhel α_n : pro záběrovou přímku $I_1M_1I_2$ (což je záběrová přímka pravého boku zubu kola 1 při pohledu proti ose z , viz nárys obr. 7.4b) uvažujeme $\alpha_n > 0$, pro záběrovou přímku $I_1'M_1'I_2'$ (patří levému boku zubu kola 1) pak $\alpha_n < 0$. Pro jednoznačnost můžeme při udávání konkrétních číselných vzdáleností v psát ${}^{P}v, {}^{L}v$.- Sklon záběrových přímek soukolí s korekcí 1 je shodný s případem soukolí s korekcí 0; i zde tedy platí vztahy (3.4) až (3.7).

Trvání záběru. - Podle obr. 3.3 lze délku záběrové úsečky složit ze tří úseček, viz vztah (3.14); pro součet prvních dvou platí pravá strana prvního vztahu v (3.8), pro třetí platí (3.15). Součinitel záběru lze pak určit vztahem (3.16).

Při větších absolutních hodnotách poměrné změny vzdálenosti os y dochází vlivem vzdalování dráhy záběru od nejkratší příčky os kol ke zkracování úsečky záběru a tím ke snižování součinitele záběru. Při návrhu soukolí s korekcí 1 je třeba volit dostatečnou šířku kol, aby záběrové úsečky ležely uvnitř těles kol (srovnej obr. 3.3b, 3.1a).

3.3 Korekce 2

Ze vztahů (3.1), (3.2) je zřejmé, že možnosti návrhu šroubového soukolí s normální vzdáleností os by se podstatně rozšířily, kdyby modul m_n nebyl vázán na normalizovanou řadu. Lze však použít myšlený obecný nástroj, jehož modul m_{nv} bude vhodné necelé číslo, odvozený od skutečného výrobního nástroje majícího normálný modul m_n z normalizované řady. Navrhované soukolí bude vůči obecnému nástroji nekorigované, resp. jednoduše korigované způsobem VN, takže záběrová přímka bude protínat nejkratší příčku os kol. Vzhledem k normalizovanému nástroji to ovšem bude soukolí se změnou vzdálenosti os, tedy korigované. (Jde o analogii případu nekorigovaného a korigovaného čelního soukolí, popsaného v závěru odst. 2.1).

Pro šroubové soukolí s korekcí 2 platí vztahy (3.17), (3.18), viz Tab. 2, které jsou obdobou vztahů (3.1), (3.2) platných pro soukolí s korekcí 0. Válce poloměru r_{vi} jsou návrhové válce dotýkající se navzájem v návrhovém bodu P. Protože modul m_{nv} není vázán na určitou řadu čísel, můžeme volit polohu návrhového bodu P, čímž rozdělíme vzdálenost os a_w na úseky r_{vi} ; zavedeme dělící poměr $\lambda = r_{v1} / r_{v2}$. První ze vztahů (3.19) je obdobou vztahu (3.3); dosadíme-li do něho ze (3.18), dostaneme vztah (3.20) pro úhel sklonu zubů β_{v1}.
Ze (3.17) plyne (3.21) pro m_{nv}. (Při skutečném návrhu musí ovšem být m_{nv} dosti blízký modulu m_n skutečného výrobního nástroje z normalizované řady.) Pro normálný úhel záběru α_{nv} nestandardního nástroje platí např. (3.22), viz (2.12). Pro sklony zubů β_i na roztečných válcích platí (3.23), viz (2.12). Pro čelní úhly záběru na návrhových a roztečných válcích platí vztahy (3.24). Úhly charakteristik ψ_{vi} lze určit podle (3.25), viz (3.5), (3.6). Souvislost jednotkového posunutí x_{vi} vztaženého na modul m_{nv} obecného nástroje s jednotkovým posunutím x_i základního profilu je zachycena vztahem (3.26). Protože soukolí má vzhledem k myšlenému návrhovému nástroji normální vzdálenost os, platí podmínka (3.27); dosazením ze (3.26) dostaneme po úpravě vztah (3.28) pro korigování šroubového soukolí způsobem 2.

Záběrová přímka prochází návrhovým bodem P ležícím na nejkratší příčce os kol $o_{1,2}$. Sklon záběrové přímky vzhledem k rovině kolmé na nejkratší příčku os kol je α_{nv} (u soukolí s korekcí 0

Tab. 2 Vztahy pro šroubové soukolí s korekcí 2

$$a_w = r_{v1} + r_{v2} = \frac{m_{nv} z_1}{2\cos\beta_{v1}} + \frac{m_{nv} z_2}{2\cos\beta_{v2}} \tag{3.17}$$

$$\Sigma + \beta_{v1} + \beta_{v2} = 0 \;;\; 0 < |\Sigma| < \pi \;;\; 0 \leq |\beta_{vi}| < \frac{\pi}{2} \;;\; i = 1,2 \tag{3.18}$$

$$\lambda u = \frac{\cos\beta_{v2}}{\cos\beta_{v1}} \;;\; \lambda = \frac{r_{v1}}{r_{v2}} \;;\; u = \frac{z_2}{z_1} \tag{3.19}$$

$$\operatorname{tg}\beta_{v1} = \frac{\cos\Sigma - \lambda u}{\sin\Sigma} \tag{3.20}$$

$$m_{nv} = \frac{2 r_{vi} \cos\beta_{vi}}{z_i} \;;\; i = 1,2 \tag{3.21}$$

$$\cos\alpha_{nv} = \frac{m_n}{m_{nv}} \cos\alpha_n \tag{3.22}$$

$$\sin\beta_i = \frac{m_n}{m_{nv}} \sin\beta_{vi} \;;\; i = 1,2 \tag{3.23}$$

$$\operatorname{tg}\alpha_{tvi} = \frac{\operatorname{tg}\alpha_{nv}}{\cos\beta_{vi}} \;,\; \operatorname{tg}\alpha_{ti} = \frac{\operatorname{tg}\alpha_n}{\cos\beta_i} \;;\; i = 1,2 \tag{3.24}$$

$$\operatorname{tg}\psi_{vi} = \sin\alpha_{nv} \operatorname{tg}\beta_{vi} \;;\; \psi_v = \psi_{v1} + \psi_{v2} \tag{3.25}$$

$$x_{vi} = \operatorname{cotg}\alpha_{nv}\left[x_i \operatorname{tg}\alpha_n + \frac{z_i}{2}(\operatorname{inv}\alpha_{ti} - \operatorname{inv}\alpha_{tvi})\right]; \; i = 1,2 \tag{3.26}$$

$$x_{v\Sigma} = x_{v1} + x_{v2} = 0 \tag{3.27}$$

$$x_\Sigma = 0{,}5 \operatorname{cotg}\alpha_n \left[\sum_{i=1}^{2} (\operatorname{inv}\alpha_{tvi} - \operatorname{inv}\alpha_{ti}) z_i\right] \tag{3.28}$$

$$\left.\begin{aligned} \varepsilon &= \frac{1}{2\pi}\left[\sum_{i=1}^{2} \frac{(\operatorname{tg}\alpha_{tai} - \operatorname{tg}\alpha_{tvi}) z_i}{\cos^2\beta_{bi}}\right] \\ \cos\alpha_{tai} &= \frac{r_{bi}}{r_{ai}} \;;\; \sin\beta_{bi} = \sin\alpha_n \sin\beta_i \;;\; i = 1,2 \end{aligned}\right\} \tag{3.29}$$

to byl úhel α_n). Při pohledu ve směru nejkratší příčky os kol je přímka záběru kolmá na přímku m vyznačující sklon zubů v bodu P m svírá s osami kol $o_{1,2}$ úhly $\beta_{v1,2}$ (u soukolí s korekcí 0 úhly $\beta_{1,2}$, viz půdorys obr. 3.1). Pro trvání záběru platí vztah (3.29)

3.4 Korekce 3

Korekce 3 šroubového soukolí je nejobecnější : mění sklon záběrových přímek a oddaluje je od nejkratší příčky os kol.

Stejně jako jsme změnou vzdálenosti os přešli od soukolí s korekcí 0 na soukolí s korekcí 1, přejdeme i zde změnou vzdálenosti os od soukolí 2 na soukolí s korekcí 3. Mějme tedy šroubové soukolí korigované způsobem 2. Toto soukolí je typu VN vzhledem k jistému obecnému nástroji s parametry m_{nv}, α_{nv} ; sklony zubů jsou $\beta_{v1,2}$, vzdálenost os je rovna $r_{v1} + r_{v2}$. Změníme nyní vzdálenost os o $y_v m_{nv}$, tedy na hodnotu $a_w = r_{v1} + r_{v2} + y_v m_{nv}$ (jednotková změna vzdálenosti os y_v je vztažena na m_{nv} , proto ji vyznačujeme indexem „v"). Pro soukolí s korekcí 3 platí vztahy (3.30) v Tab. 3. V platnosti zůstávají vztahy (3.22) až (3.25) uvedené v předchozím odstavci a zde psané pod (3.31) až (3.34).

Poslední vztah v (3.30) určuje, že změnu vzdálenosti os $y_v m_n$ je třeba vyrovnat součtovou korekcí $x_{v\Sigma}$ myšleného obecného hřebenového nástroje. Dosadíme-li do tohoto vztahu za $x_{v1,2}$ podle (3.26), dostaneme po úpravě základní vztah (3.35) pro korigování šroubového soukolí způsobem 3. Veličina x_Σ je součtové jednotkové posunutí nástroje se základním profilem m_n , α_n ; rozdělení x_Σ na posunutí $x_{1,2}$ je libovolné. Záběrové přímky se vzdalují od nejkratší příčky os kol o míru v_v podle (3.36). Pokud se týká znamének veličiny v_v , platí zde totéž, co bylo řečeno pro veličinu v , viz vztah (3.13), odstavec 3.2. Směr průběhu záběrových přímek je opět určen úhly α_{nv} a $\beta_{v1,2}$ obdobně jako u soukolí s korekcí 2. Pro trvání záběru platí vztahy (3.37).

Tab. 3 Vztahy pro šroubové soukolí s korekcí 3

$$\left.\begin{aligned} a_w &= r_{v1} + r_{v2} + y_v m_{nv} = \frac{m_{nv} z_1}{2\cos\beta_{v1}} + \frac{m_{nv} z_2}{2\cos\beta_{v2}} + y_v m_{nv} \\ \Sigma + \beta_{v1} + \beta_{v2} &= 0 \;;\; 0 < |\Sigma| < \pi \;;\; 0 \leq |\beta_{vi}| < \frac{\pi}{2} \;;\; i = 1,2 \\ x_{v1} + x_{v2} &= x_{v\Sigma} = y_v \end{aligned}\right\} \quad (3.30)$$

$$\cos\alpha_{nv} = \frac{m_n}{m_{nv}} \cos\alpha_n \quad (3.31)$$

$$\sin\beta_i = \frac{m_n}{m_{nv}} \sin\beta_{vi} \;;\; i = 1,2 \quad (3.32)$$

$$tg\alpha_{tvi} = \frac{tg\alpha_{nv}}{\cos\beta_{vi}} \;;\; tg\alpha_{ti} = \frac{tg\alpha_n}{\cos\beta_i} \;;\; i = 1,2 \quad (3.33)$$

$$tg\psi_{vi} = \sin\alpha_{nv} tg\beta_{vi} \;;\; \psi_v = \psi_{v1} + \psi_{v2} \quad (3.34)$$

$$x_\Sigma = x_{v\Sigma} \frac{tg\alpha_{nv}}{tg\alpha_n} + 0{,}5 \cot g\alpha_n \sum_{i=1}^{2} (inv\alpha_{tvi} - inv\alpha_{ti}) z_i \quad (3.35)$$

$$v_v = - \frac{y_v m_{nv}}{(tg\beta_{v1} + tg\beta_{v2}) tg\alpha_{nv}} \quad (3.36)$$

$$\left.\begin{aligned} \varepsilon &= \frac{1}{2\pi} \left[\sum_{i=1}^{2} \frac{tg\alpha_{tai} - tg\alpha_{ti}}{\cos^2\beta_{bi}} z_i \right] - \frac{2 y_v}{\pi \sin 2\alpha_{nv}} \\ \cos\alpha_{tai} &= \frac{r_{bi}}{r_{ai}} \;;\; \sin\beta_{bi} = \cos\alpha_n \sin\beta_i \;;\; i = 1,2 \end{aligned}\right\} \quad (3.37)$$

3.5 Srovnání a aplikace šroubových soukolí korigovaných různými způsoby

Srovnáme-li šroubová soukolí korigovaná způsoby 0 a 1, je soukolí 0 zvláštním případem soukolí 1, jestliže $y = 0$, Zmenšujeme-li u soukolí s korekcí 1 součinitel y z kladné hodnoty směrem k nule, přibližují se záběrové přímky (příslušné párům protilehlých spoluzabírajících boků) z opačných stran k nejkratší příčce os kol; při $y = 0$ tuto příčku právě protínají. Při dalším zmenšování y do záporných hodnot pokračují přímky záběru v pohybu, takže přejdou na opačné strany nejkratší příčky os kol a vzdalují se od ní. Ve stejném vzájemném poměru jsou soukolí korigovaná způsoby 2 a 3.

Při jiném pohledu, srovnáváme-li soukolí skupiny 0 a 2, jeví se soukolí 0 jako zvláštní případ soukolí 2. Obě soukolí mají tentýž charakter záběru; zatímco se u soukolí s korekcí 2 k návrhu a vyšetřování používá nestandardní hřebenový profil, stačí u soukolí s korekcí 0 základní profil. V tomtéž vzájemném poměru jsou soukolí korigovaná způsoby 1 a 3.

Šroubové soukolí se často používá jako převodové ústrojí. Jako silové se hodí soukolí s malým úhlem os, do cca 20°, kdy lze docílit výhodných poměrů v dotyku zubů a vysokou únosnost. Záběrové poměry takového soukolí jsou při deformacích uložení, hřídelů i samotných zubů vzhledem k bodovému záběru podstatně příznivější než u čelního soukolí. Trvalá podélná složka skluzu v zubech je výhodná, vzniká třecí odpor s tlumícím účinkem při nepatrném zhoršení účinnosti. Silová soukolí by se navrhovala s korekcí 0 nebo 2; šířka kol potřebná pro záběr je v tom případě nejmenší a může tedy být navržena s ohledem na namáhání. Možností použití šroubového soukolí jako silového se však téměř nevyužívá /13/, /14/.

Jako nesilové převodové ústrojí se hodí šroubové soukolí ve všech podobách - prakticky s libovolným úhlem os Σ. V přístrojové technice se často vyskytuje požadavek docílení různých převodových poměrů výměnnými soukolími. Použitím korekce 1 nebo 3 lze vytvořit při použití jediné velikosti základního profilu, t.j. jediného modulu, sadu šroubových kol sestávající z několika hnacích a několika hnaných kol. Hnací kola se navzájem

liší pouze počty zubů a korekcemi; hlavové a patní průměry jsou shodné, shodný je u všech kol i úhel sklonu zubů. Obdobné vlastnosti mají všechna kola hnaná. Kterékoli hnací kolo z této sady je schopno záběru s kterýmkoli hnaným při jediné vzdálenosti os a jediném úhlu os /11/. Vytvoříme-li např. sadu sestávající ze tří kol hnacích a čtyř hnaných, docílíme dvanáct převodových poměrů. Omezení návrhu takové sady je dáno tím, že lze použít jen určitého rozsahu počtu zubů a příslušných korekcí, aby nedocházelo k nepřípustnému podřezání nebo ke špičatosti zubů. Dalším omezením je nutnost docílení určitého minimálního součinitele záběru. V důsledku vzdalování záběrových přímek od nejkratší příčky os se záběrové úsečky zkracují a tím se trvání záběru snižuje.

Vzdalování záběrových přímek od nejkratší příčky os je určitou nevýhodou soukolí s korekcí 1 a 3. Jak bylo uvedeno, zkracuje se tím záběr a je třeba volit dostatečnou šířku kol. Je-li dominující požadavek malé šířky kol, je třeba použít způsobů korigování 0 nebo 2.

Korekce 2 lze využít pro výrazné prodloužení součinitele záběru volbou záporného součinitele y a tím zmenšením sklonu záběrové přímky. To se běžně aplikuje při návrhu parametrů ševingovacího kotouče tvořícího s obrobkem šroubové soukolí. Tak jsme došli k další oblasti, kde se teorie šroubového soukolí může významně uplatnit.

4. Sdružení dvou kol ve šroubové soukolí

Úvahy o šroubovém soukolí v předchozí kapitole 3 byly vedeny z hlediska návrhu. Jak už bylo předesláno, lze sdružit každé dvě čelní evolventní kola odvozená z téhož základního profilu (při ještě obecnějším pohledu by stačila shoda základních normálných roztečí).

Složení dvou kol ve šroubové soukolí není co do vzdálenosti os a úhlu os jednoznačné. Předpokládejme, že obě kola jsou navržena s tímtéž základním profilem a mají parametry m_n , α_n , $z_{1,2}$, $\beta_{1,2}$, $x_{1,2}$, (další hodnoty, např. $r_{1,2}$ jsou už odvozené). Každé z kol však můžeme navrhovat pomocí nestandardního základního profilu m_{nv} , α_{nv} , viz kapitola 2; pak budou mít uvažovaná kola parametry m_{nv}, α_{nv} , $z_{1,2}$, $\beta_{v1,2}$, $x_{v1,2}$. Sdružení kol lze provádět tak, že je vložíme z opačných stran do nehmotného prostorového hřebene s uvažovanými nestandardními parametry; vzniklé soukolí bude zřejmě obecně korigované způsobem 3. Jeho vzdálenost os bude $a_w = r_{v1} + r_{v2} + x_{v\Sigma} m_{nv}$, kde $x_{v\Sigma} = x_{v1} + x_{v2}$; úhel os bude $\Sigma = -\beta_{v1} - \beta_{v2}$. Volbou jiné dvojice parametrů (m_{nv} , α_{nv}) dostaneme odlišné parametry kol a jejich sdružením do nehmotného hřebene s těmito parametry dostaneme jinou vzdálenost os a_w a jiný úhel os Σ . Protože existuje jednoparametrické množství obecných parametrů (m_{nv}, α_{nv}) - jsou vázány podmínkou konstantnosti základní normálné rozteče - mění se u šroubového soukolí, které z kol pomocí myšleného hřebene sdružíme, spojitě vzdálenost os a úhel os.

Sled vztahů, kterými lze zachytit popisované sdružování kol, je uveden v Tab. 4 (jedná se o vztahy už dříve uvedené). Ze dvojice hodnot m_{nv} , α_{nv} zvolíme jednu, druhou dopočítáme ze (4.1). Úhly sklonu zubů β_{vi} určíme podle (4.2). Pro poloměry návrhových válců r_{vi} platí (4.3). Čelní úhly záběru α_{tvi} , α_{ti} určíme podle (4.4), (4.5). Pro součtové posunutí $x_{v\Sigma} = y_v$ platí (4.6), viz (3.35). Pro vzdálenost os a úhel os platí (4.7) a (4.8).

Při sdružování daných kol ve šroubové soukolí je možno postupovat i jinak. Můžeme např. zvolit úhel os Σ , který spolu

Tab. 4 Sdružování kol ve šroubové soukolí

$$m_{nv}\cos\alpha_{nv} = m_n\cos\alpha_n \tag{4.1}$$

$$\sin\beta_{vi} = \frac{m_{nv}}{m_n}\sin\beta_i \quad ; \quad i = 1,2 \tag{4.2}$$

$$r_{vi} = \frac{m_{nv}\,z_i}{2\cos\beta_{vi}} \quad ; \quad i = 1,2 \tag{4.3}$$

$$tg\,\alpha_{tvi} = \frac{tg\,\alpha_{nv}}{\cos\beta_{vi}} \quad ; \quad i = 1,2 \tag{4.4}$$

$$tg\,\alpha_{ti} = \frac{tg\,\alpha_n}{\cos\beta_i} \tag{4.5}$$

$$\left.\begin{aligned} x_{v\Sigma} = y_v = \\ = \operatorname{cotg}\alpha_{nv}\left[x_\Sigma tg\,\alpha_n + 0{,}5\sum_{i=1}^{2}(inv\,\alpha_{ti} - inv\,\alpha_{tvi})z_i\right] \end{aligned}\right\} \tag{4.6}$$

$$a_w = r_{v1} + r_{v2} + y_v m_{nv} \tag{4.7}$$

$$\Sigma = -\beta_{v1} - \beta_{v2} \tag{4.8}$$

$$\left.\begin{aligned} \sin\beta_{bi} = \sin\beta_{vi}\cos\alpha_{nv} \\ \Sigma + \beta_{v1} + \beta_{v2} = 0 \end{aligned}\right\} \tag{4.9}$$

$$tg\,\beta_{v1} = -\frac{\sin\Sigma}{\cos\Sigma + \dfrac{\sin\beta_{b2}}{\sin\beta_{b1}}} = -\frac{\sin\Sigma}{\cos\Sigma + \dfrac{\sin\beta_2}{\sin\beta_1}} \tag{4.10}$$

mají svírat osy šroubového soukolí. V tom případě použijeme vztahy uvedené pod (4.9), z nichž plyne vztah (4.10) pro úhel β_{v1}. Postupujeme-li tímto způsobem, použijeme dále (4.2) pro výpočet m_{nv}, (4.1) pro určení α_{nv} a pak vztahy (4.3) až (4.7).

Při zcela určitém nestandardním profilu (m_{nv}, α_{nv}) bude platit $x_{v\Sigma} = x_{v1} + x_{v2} = 0$, takže šroubové soukolí sdružené podle hřebene s tímto profilem bude mít korekci 2, nebo ve zvláštním případě korekci 0. To nastane při zcela určité vzdálenosti os. V /17/, /9/ je matematicky dokázáno, že v tomto případě je vzdálenost os minimální.

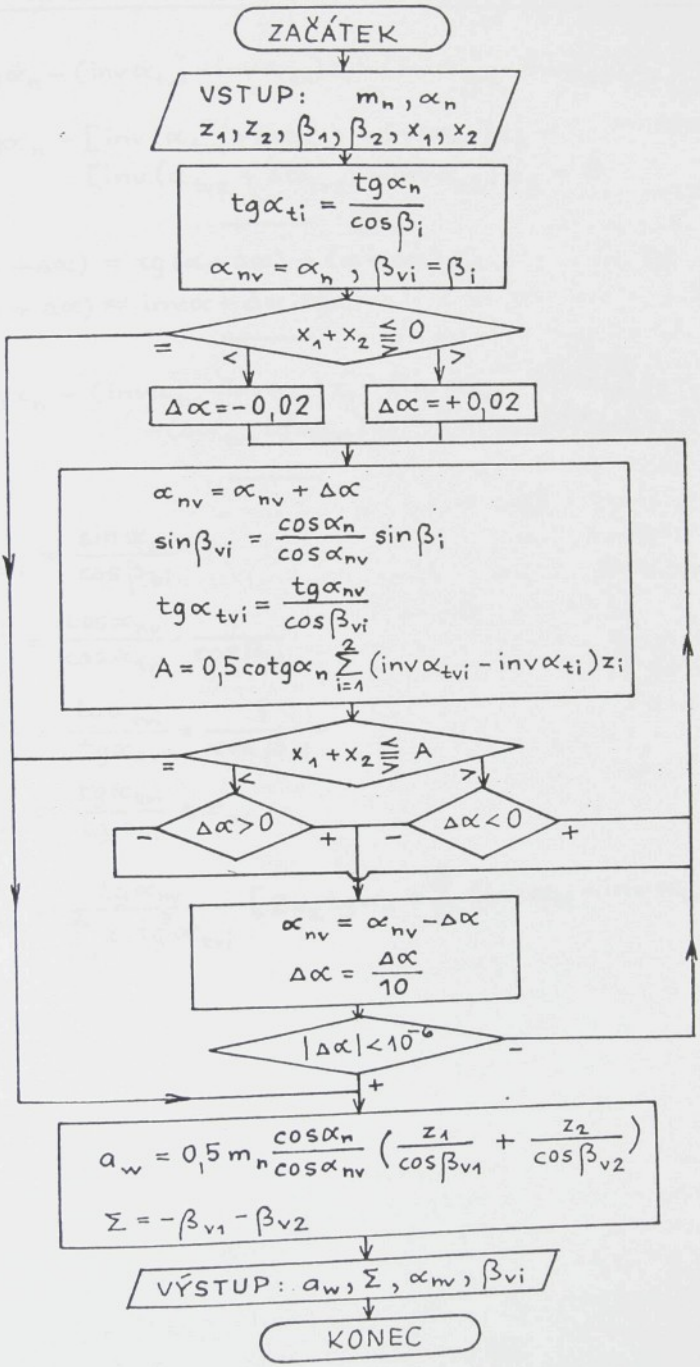
Sestavení daných kol ve šroubové soukolí s korekcí 2, neboli ve šroubové soukolí s minimální vzdáleností os má zásadní důležitost. Např. máme-li ševingovat dané kolo daným nástrojem, je třeba je seřídit právě do této konfigurace. V tom případě protínají přímky záběru nejkratší příčku os a odebírání materiálu bude na obou bocích obrobku probíhat - zjednodušeně řečeno - "proti sobě". Jinak vznikne nežádoucí axiální posunutí pásem, v nichž je materiál odebírán.

Úloha, určit pro dvě kola minimální vzdálenost os a příslušný úhel os, t.j. složit je v soukolí s korekcí 2, není přímo řešitelná. V literatuře je uváděno přibližné řešení řadami /16/, /17/. Nevýhodou tu je, že únosné je určení jen několika prvních členů; i ty jsou značně složité jak pro přímý výpočet, tak i pro programování. - Uvedeme dvě jiné možnosti.

První je algoritmus postupného přibližování vypracovaný pro počítač. Byl sestaven pro zprávu /22/ a je uveden též v /9/, zde v Tab. 5.

Další řešení je vhodné jak pro počítač, tak i pro jednoduchou kalkulačku. Vychází se z předpokladu, že známe přibližnou hodnotu α_{nv}, pro níž je $x_{v\Sigma}$ (viz vztah (4.6)) rovno nule jen přibližně; k α_{nv} algebraicky přičítáme korekční hodnotu $\Delta\alpha_{nv}$, čímž α_{nv} zpřesňujeme. Po několika krocích dostaneme zcela přesnou hodnotu. Výhoda tohoto postupu je zřejmá : na rozdíl od řešení řadami, kde chybu řešení buď nelze odhadnout, nebo pouze za cenu značně komplikovaného výpočtu /16/, je zde

Tab. 5 Sdružování kol ve šroubové soukolí s korekcí 2 /01/



Tab. 6 Sdružení kol ve šroubové soukolí s korekcí 2 /01/

$$2x_\Sigma tg\alpha_n - (inv\alpha_{tv1} - inv\alpha_{t1})z_1 - (inv\alpha_{tv2} - inv\alpha_{t2})z_2 = 0 \quad (4.11)$$

$$2x_\Sigma tg\alpha_n - [inv(\alpha_{tv1} + \Delta\alpha_{tv1}) - inv\alpha_{t1}]z_1 - [inv(\alpha_{tv2} + \Delta\alpha_{tv2}) - inv\alpha_{t2}]z_2 = 0 \quad (4.12)$$

$$inv(\alpha + \Delta\alpha) = tg(\alpha + \Delta\alpha) - (\alpha + \Delta\alpha) \quad (4.13)$$

$$inv(\alpha + \Delta\alpha) \approx inv\alpha + \Delta\alpha . tg^2\alpha \quad (4.14)$$

$$2x_\Sigma tg\alpha_n - (inv\alpha_{tv1} - inv\alpha_{t1})z_1 - (inv\alpha_{tv2} - inv\alpha_{t2})z_2 - (\Delta\alpha_{tv1} tg^2\alpha_{tv1})z_1 - (\Delta\alpha_{tv2} tg^2\alpha_{tv2})z_2 = 0 \quad (4.15)$$

$$\sin\alpha_{tvi} = \frac{\sin\alpha_{nv}}{\cos\beta_{bi}} \quad (4.16)$$

$$\frac{d\alpha_{tvi}}{d\alpha_{nv}} = \frac{\cos\alpha_{nv}}{\cos\alpha_{tvi}} \cdot \frac{1}{\cos\beta_{bi}} \quad (4.17)$$

$$\frac{d\alpha_{tvi}}{d\alpha_{nv}} = \frac{tg\alpha_{tvi}}{tg\alpha_{nv}} = \frac{1}{\cos\beta_{vi}} \quad (4.18)$$

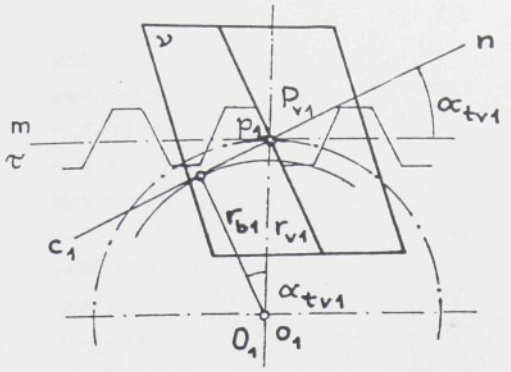
$$\Delta\alpha_{tvi} \approx \frac{tg\alpha_{tvi}}{tg\alpha_{nv}} \Delta\alpha_{nv} \quad (4.19)$$

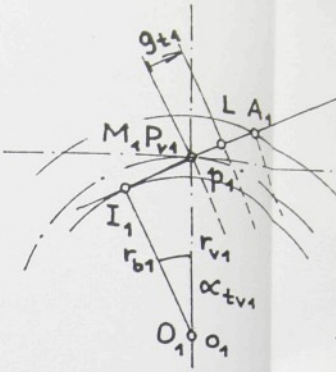
$$\Delta\alpha_{nv} = \frac{tg\alpha_{nv}}{\sum_{i=1}^{2} z_i tg^3\alpha_{tvi}} \left[2x_\Sigma tg\alpha_n + \sum_{i=1}^{2} (inv\alpha_{ti} - inv\alpha_{tvi})z_i\right] \quad (4.20)$$

možno zvětšením počtu kroků dojít k tomu, že korekční hodnota je prakticky nulová. Vztah pro korekční hodnotu $\Delta\alpha_{nv}$ je velmi jednoduchý; jeho odvození je naznačeno v Tab.6. Má-li být $x_{v\Sigma}=0$, musí podle (4.6) platit (4.11). Ve (4.11) jsou neznámé úhly α_{tv1}, α_{tv2}, které jsou navzájem vázány a závisí na α_{nv}. Známe-li přibližné hodnoty úhlů α_{tvi}, pak platnost vztahu (4.11) bude splněna, jestliže k úhlům α_{tvi} připočteme určité korekční hodnoty $\Delta\alpha_{tvi}$, což je zapsáno vztahem (4.12). - Zde potřebujeme jednoduše a přibližně vyjádřit involutu úhlu $(\alpha+\Delta\alpha)$, známe-li involutu úhlu α. To je zapsáno vztahem (4.13), který platí přesně. Použijeme vztah pro tangentu součtu úhlů a provedeme další úpravy pravé strany vztahu (4.13), přičemž zanedbáme členy v nichž se vyskytuje jako činitel $\Delta\alpha$ ve vyšší mocnině než první. Výsledkem je přibližný vztah (4.14). - Uplatníme-li (4.14) ve (4.12), dostaneme po úpravě relaci (4.15), která platí ovšem jen pro $\Delta\alpha_{tv1}\to 0$, $\Delta\alpha_{tv2}\to 0$. Místo diferencí $\Delta\alpha_{tvi}$ zavedeme jedinou diferenci $\Delta\alpha_{nv}$; použijeme k tomu vztah (4.16), viz (2.4); proměnné zde jsou α_{tvi} a α_{nv}. Derivujeme (4.16), přičemž zde nezávisle proměnnou považujeme α_{nv}, dostaneme (4.17). Za $\cos\beta_{bi}$ dosadíme ze (4.16) a dostaneme (4.18). Vztah (4.18) platí přibližně i pro konečné přírůstky jak je zapsáno ve (4.19). Použijeme-li (4.19) ve (4.15) a vyjádříme-li explicitně $\Delta\alpha_{nv}$, dostáváme (4.20).

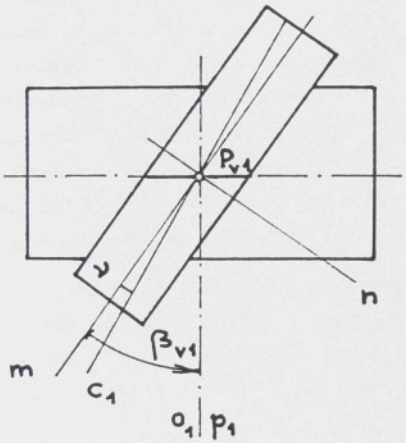
5. Dotyk zubů šroubového soukolí

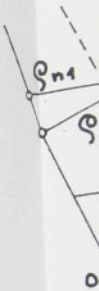
Uvažujeme podle obr. 5.1 vytváření zubní plochy kola 1. V nárysu obr.5.1a je znázorněn obecný profil hřebene v čelní rovině a je vyznačena rovina ν boku zubu hřebene. Průsečnice roviny ν boku zubu hřebene s valivou rovinou τ je přímka m skloněná vůči ose o_1 kola v úhlu β_{v1}. Rovina ν je na obr.5.1a znázorněna ve tvaru obdélníku přesahujícího vlastní bok zubu hřebene; obdélník je omezen dvěma přímkami rovnoběžnými s m a dvěma přímkami kolmými na m. Je to provedeno proto, aby byla patrná orientace roviny ν vůči boku zubu. Pohled do ν v průčelné poloze je v obr. 5.1b. Rovina ν je tečná boku zubu; zub se jí dotýká podél charakteristiky c_1 skloněné

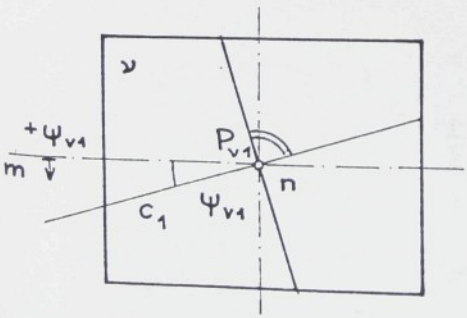

n
ν
P_{v1}
α_{tv1}
m
p_1
r_{b1}
r_{v1}
c_1
α_{tv1}
O_1
o_1


g_{t1}
L
A_1
M_1
P_{v1}
p_1
I_1
r_{b1}
r_{v1}
α_{tv1}
O_1
o_1

a

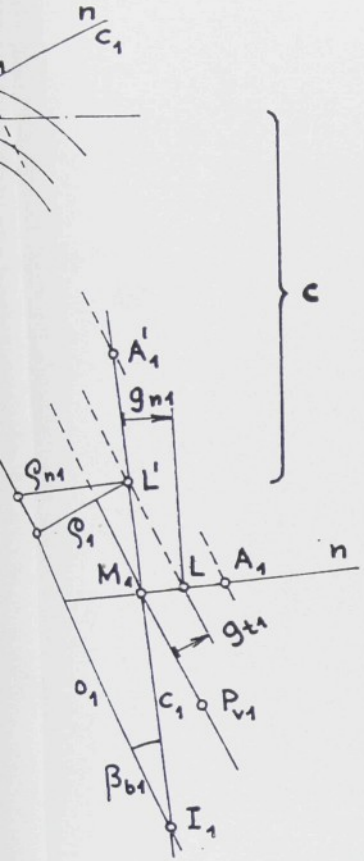

P_{v1}
ν
n
m
β_{v1}
c_1
o_1
p_1

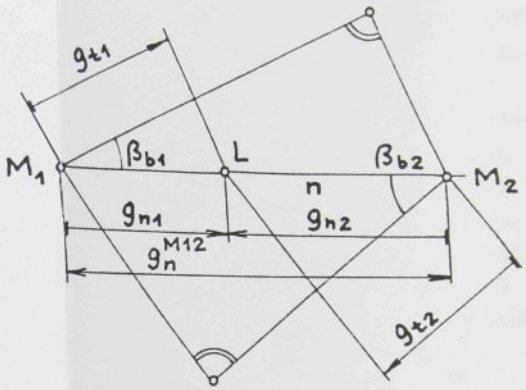

ρ_{n1}
ρ
o


ν
$+\psi_{v1}$
P_{v1}
m
n
c_1
ψ_{v1}

b

ρ_i





d

$$g_{ti} = g_{ni} \cos\beta_{bi} \quad ; \quad i = 1,2 \qquad (5.1)$$

$$\left.\begin{aligned} g_{n1} + g_{n2} &= \frac{y_v m_{nv}}{\sin\alpha_{nv}} \\ \frac{g_{t1}}{\cos\beta_{b1}} + \frac{g_{t2}}{\cos\beta_{b2}} &= \frac{y_v m_{nv}}{\sin\alpha_{nv}} \end{aligned}\right\} \qquad (5.2)$$

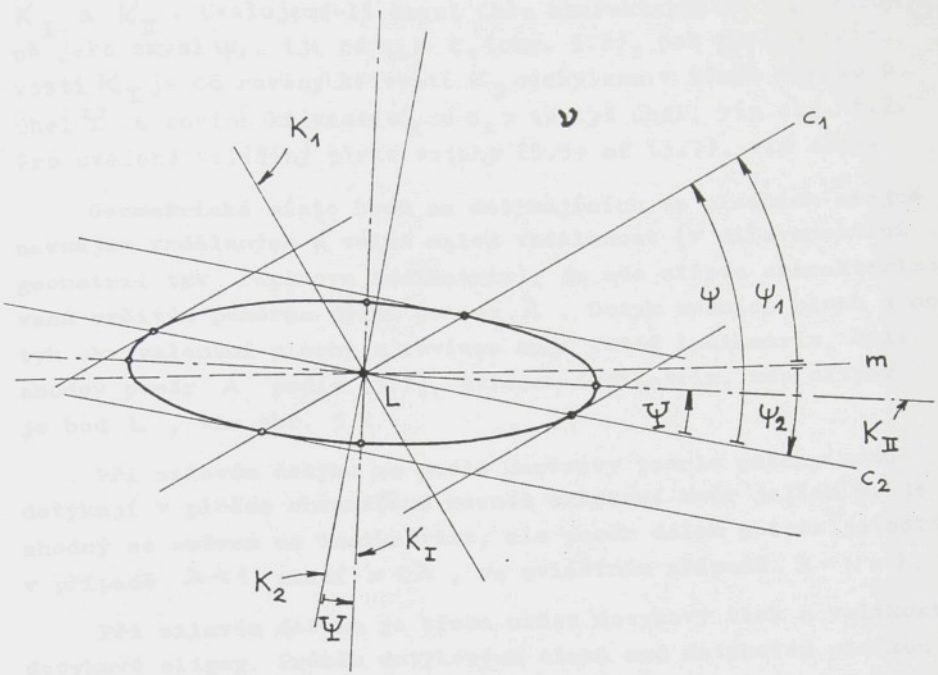
$$\varrho_i = r_{bi} tg\alpha_{tvi} + g_{ti} = r_{bi} tg\alpha_{ti} + g_{ni} \cos\beta_{bi} \quad ; \quad i = 1,2 \qquad (5.3)$$

$$\left.\begin{aligned} K_{Ii} &= 0 \\ \frac{1}{K_{IIi}} = \varrho_{ni} &= \frac{\varrho_i}{\cos\beta_{bi}} = r_{bi} \frac{tg\alpha_{tvi}}{\cos\beta_{bi}} + g_{ni} \end{aligned}\right\} \quad i = 1,2 \qquad (5.4)$$

vůči m pod úhlem ψ_{v1}, viz vztahy (3.25), (3.34). Plocha zubu, evolventní šroubová plocha, má minimální - nulovou - křivost v řezu površkou c_1 ; směr površky c_1 budeme v dalším považovat za směr první hlavní křivosti plochy (index I), tedy $K_{I1}=0$. Maximální, druhá hlavní křivost K_{II1} je v řezu plochy rovinou kolmou na površku c_1. V horní části obr. 5.1c je nakreslen pohled na kolo 1 odpovídající nárysu obr. 5.1a. Jestliže s tímto kolem sdružíme jiné kolo vytvořené tímtéž hřebenem, dostaneme soukolí, obecně s korekcí 3, a kola budou spolu zabírat podél přímky záběru n. Přímka n je společná tečna základních válců mající směr kolmice roviny ν ; návrhové válce r_{vi} protíná v bodech M_i. Při záběru kol se záběrový bod posouvá po n ; jeho libovolnou polohu L lze určit souřadnicí g_{ti} (v čelní rovině) nebo g_{ni} (měřeno podél n); vzájemně jsou vázány vztahem (5.1). Orientace je taková, že při $g_{ti}>0$, $g_{ni}>0$ se vzdalujeme ose kola i ; pro spoluzabírající pár kol pak platí vztahy (5.2), viz schema na obr. 5.1d. Na obr. 51c jsou na záběrové přímce n vyznačeny body M_1, L, A_1 a odpovídající body L', A'_1 na površe c_1.

Poloměr křivosti zubní plochy v čelním řezu pro obecný bod plochy L je možno zapsat vztahem (5.3). Rovina druhého hlavního řezu svírá s čelní rovinou úhel β_b, takže pro druhý hlavní poloměr křivosti $1/K_{IIi}$ platí druhý ze vztahů (5.4). Křivosti K_{Ii}, K_{IIi} v určitém bodu L definují místní vlastnosti plochy.

Dotyk ploch zubů budeme popisovat a hodnotit ve vztahu k rovině ν, která je společnou tečnou rovinou zubů v záběru. Obr. 5.2 představuje pohled do roviny ν. Dotyk zubů nastává v určitém bodu L záběrové přímky. Plocha zubu kola 1 (resp.2) se dotýká roviny ν svojí površkou c_1 (c_2), která svírá s přímkou m úhel ψ_1 (ψ_2). Površky c_1, c_2 spolu svírají tzv. úhel charakteristik $\psi=\psi_1+\psi_2$ (úhly ψ_i jsou orientované). Ve směru c_1 (resp. c_2) není plocha zubu kola 1 (2) zakřivená, takže první hlavní křivost je nulová, $K_{I1}=0$ ($K_{I2}=0$). Maximální zakřivení zubní plochy je ve směru kolmém na c_1 (resp. c_2); tato druhá hlavní křivost má hodnotu K_{II1} (K_{II2}), viz (5.4). Píšeme v dalším jednoduše $K_{II1}=K_1$, $K_{II2}=K_2$. Dotyk ploch zubů nahradíme dotykem rozdílové (ekvivalentní) plochy s rovinou. Tato rozdílová plocha má hlavní křivosti



$$tg\,2\Psi = \frac{K_1 \sin 2\psi}{K_2 + K_1 \cos 2\psi} \qquad (5.5)$$

$$\left.\begin{aligned} K_I &= K_2 \cos^2\Psi + K_1 \cos^2(\Psi - \psi) \\ K_{II} &= K_2 \sin^2\Psi + K_1 \sin^2(\Psi - \psi) \end{aligned}\right\} \qquad (5.6)$$

$$\left.\begin{aligned} K_I \geqq K_{II} \quad &.... \quad \lambda = \left(\frac{K_{II}}{K_I}\right)^{\frac{1}{2}} \leqq 1 \\ K_I \leqq K_{II} \quad &.... \quad \lambda = \left(\frac{K_I}{K_{II}}\right)^{\frac{1}{2}} \leqq 1 \end{aligned}\right\} \qquad (5.7)$$

$$p_o = K_o F^{\frac{1}{3}} \qquad (5.8)$$

$$a = K_a F^{\frac{1}{3}} \qquad (5.9)$$

Obr. 5.2

K_I a K_{II} . Uvažujeme-li smysl úhlu charakteristik ψ shodně jako smysl ψ_1, tj. od c_2 k c_1 (obr. 5.2), pak rovina křivosti K_I je od roviny křivosti K_2 odchýlena v témže smyslu o úhel Ψ a rovina křivosti K_{II} od c_2 o tentýž úhel, viz obr. 5.2. Pro uvedené veličiny platí vztahy (5.5) až (5.7), viz /24/.

Geometrické místo bodů na dotýkajících se plochách stejně navzájem vzdálených o velmi malou vzdálenost (v diferenciální geometrii tzv Dupinova indikatrix), je zde elipsa charakterizovaná určitým poměrem délek poloos λ . Dotyk zubních ploch a dotyk ekvivalentní plochy s rovinou mají tutéž indikatrix, čili shodný poměr λ podle (5.7). Středem indikatrix, zde elipsy, je bod L , viz obr. 5.2

Při silovém dotyku se podle Hertzovy teorie plochy zubů dotýkají v plošce ohraničené rovněž elipsou; směr jejích os je shodný se směrem os indikatrixy, ale poměr délek poloos ν je odlišný x) v případě $\lambda < 1$ platí $\nu < \lambda$, ve zvláštním případě $\lambda = \nu = 1$.

Při silovém dotyku je třeba určit dotykový tlak a velikost dotykové elipsy. Průběh dotykových tlaků nad dotykovou ploškou tvoří polovinu trojosého elipsoidu; určuje se maximální dotykový tlak p_o uprostřed dotykové plošky. Pro určité konkrétní soukolí a určitý bod záběru lze pro dotykový tlak p_o psát vztah (5.8), kde K_o je výsledný součinitel závisející na materiálech kol, křivostech zubních ploch a na bezrozměrném součiniteli k_F viz /24/; F je normálná síla, kterou jsou zuby na sebe přitlačovány. - Podobně pro délku delší poloosy a dotykové elipsy (nezaměňovat se stejně označenou vzdáleností os nekorigovaného soukolí) u určitého konkrétního soukolí a určitý bod záběru platí vztah (5.9), kde K_a je výsledný součinitel závisející na materiálech kol, křivostech zubních ploch a na bezrozměrném součiniteli k_a , viz /24/.

---

x) V práci /15/ není dbáno rozdílu λ, ν . Určuje se λ a při výpočtu dotykových tlaků se uvažuje $\nu = \lambda$.

V souvislosti s určováním dotykových tlaků uvedeme jednu důležitou a zajímavou vlastnost šroubového soukolí konstatovanou (pokud je nám známo poprvé) ve /25/.

- Uvažujeme soukolí korigované způsobem 2 (nebo 0): návrhové válce poloměrů r_{vi} se navzájem dotýkají v návrhovém bodu P. Poměr r_{v1}/r_{v2} je možno volit při daných počtech zubů (převodu) ve značném rozsahu (vlastnost odlišná od čelních soukolí a z hlediska konstrukčního vlastnost výhodná). Považujeme za reprezentativní hodnoty křivostí ploch zubů, způsob jejich dotyku a hodnotu dotykového tlaku právě v návrhovém bodu P (analogicky volíme u čelního soukolí pól). Naskýtá se otázka, jaký vliv má u určitého soukolí (s daným převodovým poměrem a daným poměrem r_{v1}/r_{v2} při konstantní vzdálenosti os a) úhel záběru α_{nv} (u čelního soukolí úhel záběru výrazně ovlivňuje dotykové tlaky). U šroubového soukolí úhel záběru α_{nv} sice výrazně ovlivňuje křivosti zubních ploch, úhel zkřížení površek ψ (čím větší α_{nv}, tím větší ψ), ale součin hlavních křivostí $K_I K_{II}$ rozdílové (ekvivalentní) plochy zůstává konstantní. Protože součin $K_I K_{II}$ v podstatě určuje únosnost povrchu (dotykové tlaky), konstatujeme, že úhel záběru únosnost povrchu prakticky neovlivňuje. Protože návrhové válce jsou zvláštní případ zubních ploch (pro $\alpha_{nv} = \frac{\pi}{2}$), je součin hlavních křivostí jejich ekvivalentní plochy roven uvedenému součinu $K_I K_{II}$ hlavních křivostí rozdílové plochy zubních ploch (vše pro návrhový bod P). Bez ohledu na převodový poměr je pak součin $K_I K_{II}$ funkcí poměru r_{v1}/r_{v2}.

6. Analýza záběru zubů šroubového soukolí

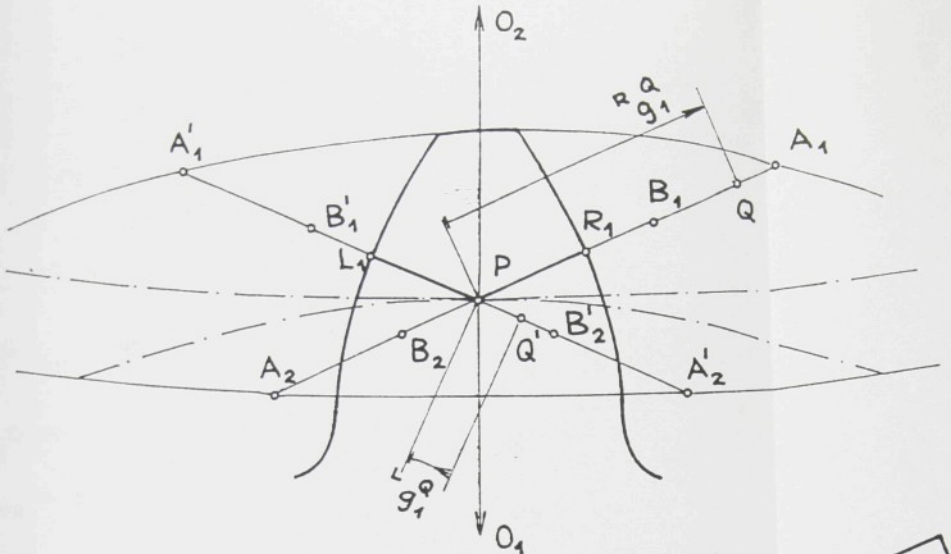
6.1 Dvouboký záběr ozubení

Dvoubokým záběrem nazýváme stručně činnost soukolí bez boční vůle, kdy jsou současně v dotyku obě strany zubů (pravé i levé boky). Tento stav není pro silová soukolí typický, protože v tomto případě se zajišťuje boční vůle. Dvouboký záběr

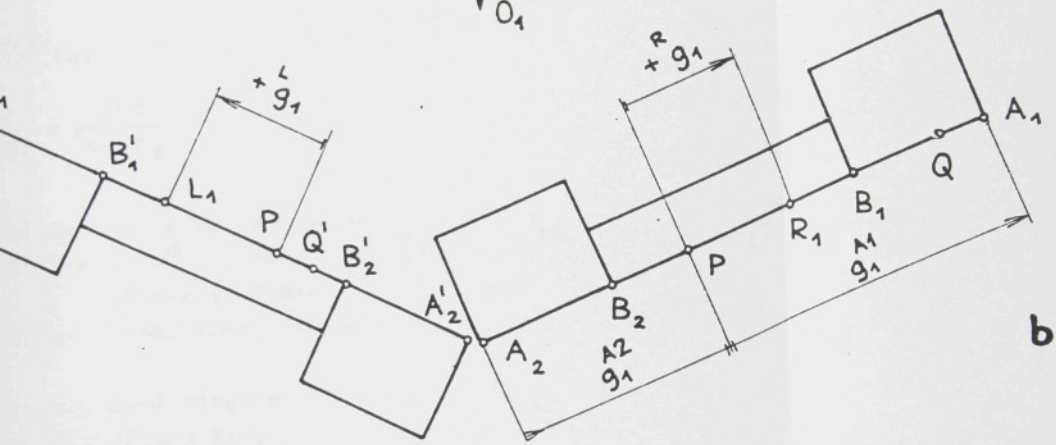
nastává při nuceném vymezení vůle (u některých mechanizmů), při některých způsobech kontroly kvality ozubení a při výrobních procesech - obrážení, ševingování. Zde budeme dvouboký odval sledovat právě s ohledem na ševingování, protože výsledek operace - kvalita dokončeného ozubení - závisí značně na záběrových poměrech nástroje s obrobkem. Nejdříve bude sledován dvouboký záběr čelního ozubení - jednak pro osvětlení dějů a jejich interpretaci, a také z toho důvodu, že až dosud se záběrové poměry mezi ševingovacím nástrojem a obrobkem sledovaly na náhradním čelním ozubení.

6. 11 Dvouboký záběr čelního ozubení

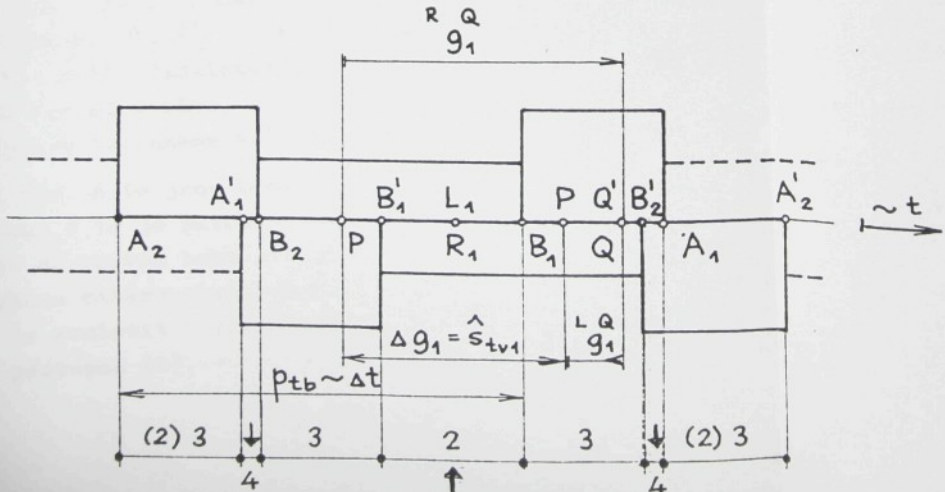
Na obr. 6.1a je naznačeno čelní ozubení; budeme sledovat pouze jeho profilový záběr. Je vyznačen zub kola 1 v symetrické poloze vůči spojnici os a obě záběrové přímky A_1A_2, $A'_1A'_2$ příslušné pravým a levým bokům zubu kola 1. Na záběrových přímkách jsou vyznačeny body B_1, B_2, B'_1, B'_2 v nichž se střídá jednopárový a dvoupárový záběr. Platí $A_1B_2 = A_2B_1 = A'_1B'_2 = A'_2B'_1 = p_{tb}$.
Pro znázornění počtu zubů v záběru slouží obr. 6.1b, kde způsobem sloupcových diagramů je vyznačen počet zubů v záběru : výška sloupce 1 cm značí jeden pár, 2 cm pak dva páry. Sloupce jsou vynášeny od základní čáry směrem dolů u záběrové úsečky levého boku kola 1 a naopak nahoru u záběrové úsečky pravého boku téhož zubu. Na obr. 6. 1b je tedy patrno pro libovolný bod na záběrové úsečce levého i pravého boku zubu kola 1 (bod lze určit souřadnicí ^{L}g nebo ^{R}g) kolik párů zubů je v záběru. Určeme nyní v jakém vzájemném sledu probíhá záběr na levém a pravém boku. V okamžiku, kdy zub kola 1 je v nakreslené poloze na obr. 6.1a, zabírá levý bok v bodu L_1 a současně pravý bok v bodu R_1 . Body L_1, R_1 vyznačené v obr. 6.1b zabírají tedy současně. Na obr. 6.1c jsou oba předchozí diagramy sloučeny na časové základně, je tam tedy $L_1 \equiv R_1$, takže vzájemná vzdálenost bodů P je rovna lomené tloušťce zubu kola 1 na valivé kružnici $\hat{s}_{tv1}$ (viz obr. 6. 1a, kde $\hat{s}_{tv1}$ je vyznačena tučně).


O2
A'1
B'1
L1
P
R1
B1
Q
A1
A2
B2
Q'
B'2
A'2
O1

a


B'1
L1
P
Q'
B'2
A'2
A2
B2
P
R1
B1
Q
A1

b


A'1
B'1
L1
P Q'
B'2
A'2
A2
B2
P
R1
B1
Q
A1
~ t
Δ g1 = ŝtv1
p tb ~ Δt
(2) 3
3
2
3
(2) 3
4
4

c

$$\left.\begin{aligned} & R_1Q = L_1Q' \\ & {}^{R}g^{Q} - \frac{\hat{s}_{tv1}}{2} = \frac{\hat{s}_{tv1}}{2} - {}^{L}g^{Q} \; ; \quad {}^{R}g^{Q} + {}^{L}g^{Q} = \Delta g_1 = \hat{s}_{tv1} \end{aligned}\right\} \quad (6.1)$$

$$\left.\begin{aligned} & A_1'A_1 = A_1'L_1 + R_1A_1 = A_1'P + PA_1 - \hat{s}_{tv1} \\ & A_1'A_1 = (tg\alpha_{ta1} - inv\alpha_t - \alpha_{tv} - \frac{\bar{s}_{n1}}{z_1})\, d_{b1} \end{aligned}\right\} \quad (6.2)$$

$$\left.\begin{aligned} & A_2A_2' = A_2R_1 + L_1A_2' = A_2P + PA_2 + \hat{s}_{tv1} \\ & \hat{s}_{tv1} + \hat{s}_{tv2} = p_{tb} \; ; \quad p_{tb} = \frac{\pi d_{b2}}{z_2} \\ & A_2A_2' = (tg\alpha_{ta2} - inv\alpha_t - \alpha_{tv} + \frac{\pi - \bar{s}_{n2}}{z_2})\, d_{b2} \end{aligned}\right\} \quad (6.3)$$

$$\Delta t = \frac{2\pi}{\omega_1 z_1} = \frac{2\pi}{\omega_2 z_2} \quad (6.4)$$

Jestliže na obr. 6.1a pravý bok bude zabírat v bodu Q určeném souřadnicí ${}^{R}g^{Q}$, bude v tentýž okamžik levý bok zabírat v bodu Q' určeném souřadnicí ${}^{L}g^{Q}$ (apostorf u Q vynechám, stačí index levého boku). Protože $R_1Q = L_1Q'$, platí vztah (6.1).

Při kreslení diagramu 6.1c postupujeme buď jak bylo uvedeno, t.j. ztotožníme body L_1, R_1, nebo oddálíme body P o míru $\Delta g = \hat{s}_{tv1}$. Lze ovšem též vypočítat přímo vzdálenosti $A_1'A_1$ resp. A_2A_2'; to je naznačeno v prvním řádku vztahů (6.2), (6.3). Vzdálenosti vyjádříme způsobem obvyklým při určování trvání záběru, dále použijeme vztah (2.28) pro vyjádření $\hat{s}_{tv1}$ - po úpravě dostaneme výsledné vztahy uvedené pod (6.2), (6.3).

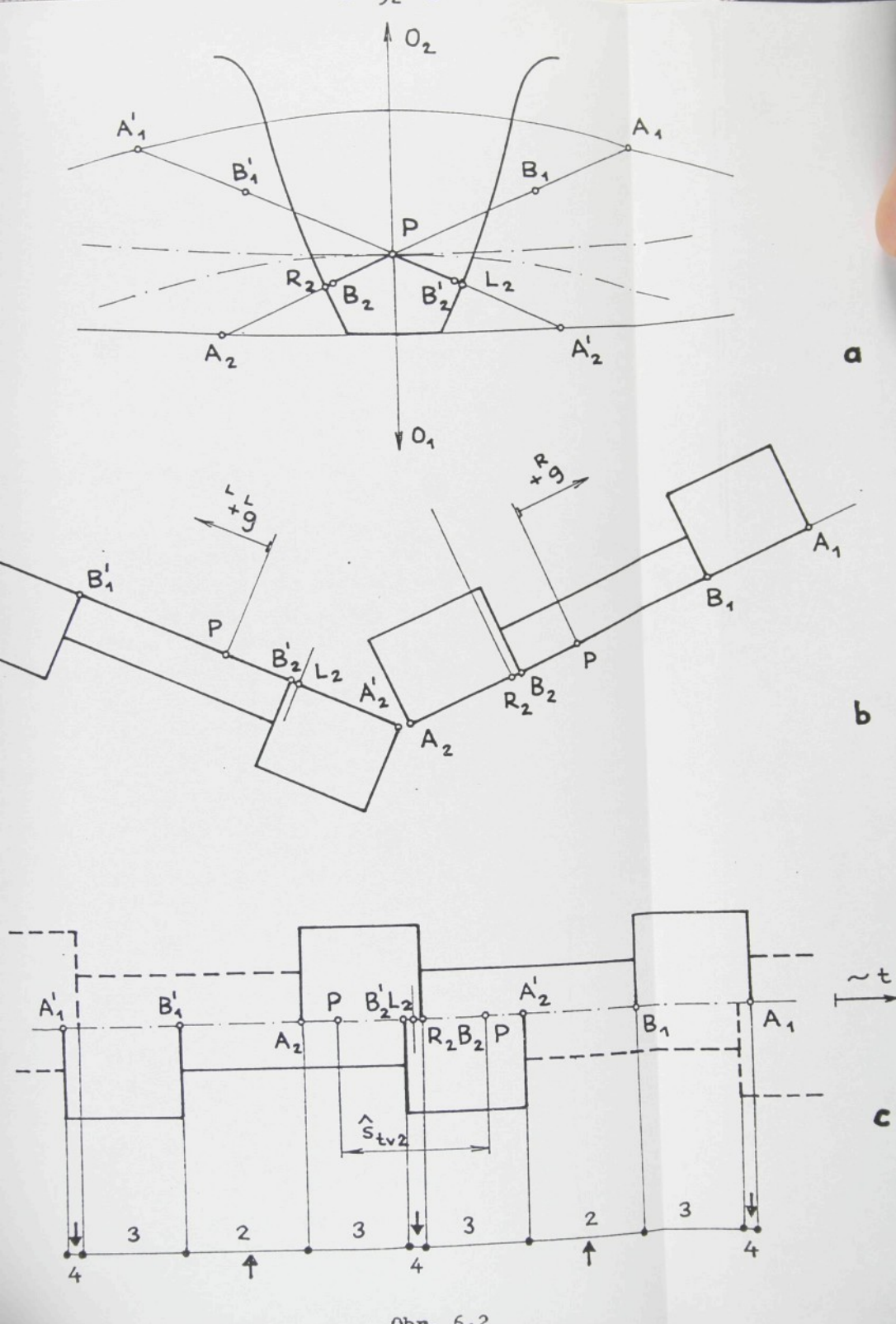
Na obr. 6.1c jsou body Q, Q' znázorněny jedním bodem Z diagramu 6.1c je patrné, že dochází-li k záběru v bodu Q, zabírají na pravém boku dva páry profilů, na levém boku jeden pár. Cyklus záběru obou boků sledovaného zubu kola 1 lze podle obr. 6.1c rozložit v tomto případě do sedmi úseků, v nichž zabírají postupně (2), 4, 3, 2, 3, 4, (2) páry zubů. Proč v prvním

a posledním úseku dáváme číslici 2 do závorek, bude vysvětleno dále. Ve skutečnosti záběru pravého boku sledovaného zubu kola 1 ihned následuje (a též předchází) záběr pravého boku následujícího (předchozího) zubu kola 1. Časový úsek Δt, po němž se sledovaný děj záběru opakuje, odpovídá základní rozteči p_{tb} a je určen vztahem (6.4), viz obr. 6.1c. Uvažování dalších párů profilů se v obr. 6.1c projeví opakováním sloupcových diagramů (vyznačeno čárkovaně). Tak dojdeme k závěru, že v prvním a posledním z uvedených sedmi úseků zabírají ne dva páry, ale tři páry profilů.

Obdobně jako jsme uvažovali profily boků jednoho zubu kola 1 a spoluzabírajících profilů jedné zubní mezery kola 2, můžeme naopak uvažovat profily boků jednoho zubu kola 2 a spoluzabírající profily zubní mezery kola 1, viz obr. 6.2. Dojdeme ke shodnému časovému sledu počtu záběrů, viz. obr. 6.1c a 6.2c.

Časový průběh počtu záběru znázorněný na obr. 6.1c, 6.2c má v rozsahu Δt (resp. p_{tb}) dva body, podle nichž je počet spoluzabírajících párů symetrický. Na obr. 6.1c je to bod $L_1 \equiv R_1$, což je půlící bod úsečky B_1B_1' a dále půlící body úseček $A_1'B_2$ a $B_2'A_1$; na obr. 6.2c je to bod $L_2 \equiv R_2$ jakožto půlící bod úsečky $B_2'B_2$ a půlící body úseček $B_1'A_2$ a $A_2'B_1$. Tyto body symetrie, vyznačené na obr. 6.1c, 6.2c dole tučnými šipkami, odpovídají symetrické poloze zubu pastorku (obr. 6.1a) a symetrické poloze zubu kola (obr. 6.2a) vůči spojnici os kol.

Ja už bylo uvedeno, lze přibližně záběrové poměry šroubového soukolí tvořeného ševingovacím nástrojem a obrobkem posuzovat pomocí náhradního čelního soukolí. Uveďme při této příležitosti, že při ševingování vznikají někdy typické chyby profilu (evolventy) obrobku : prolákliny ve střední části profilu ("v okolí roztečné kružnice", jak se obecně říká). Byla vyslovena a praxí ověřena hypotéza /6/, že tento nedostatek vzniká ve fázi záběru při níž je lichý počet párů profilů. Přitom vzniká nerovnoměrné rozdělení přítlačné síly a větší úběr materiálu na jednom boku zubů. Např. pokud by kolo 1 na obr. 6.1 bylo obrobkem. nastává třípárový záběr v okolí bodu P : jestliže např. pravý bok zabírá v bodě P, zabírají současně další dva levé boky téhož zubu (v oblasti úseček $A_1'B_1'$ a $B_2'A_2'$). Větší úběr nastane tedy na pravém boku a právě ve střední části výšky profilu. Totéž ovšem nastane v jiné fázi záběru u levého boku kola 1. - Podle této hypotézy není na závadu střídání sudých počtů párů zubů v záběru, tedy např. střídání 2 - 4.


O2
A'1
B'1
A1
B1
P
R2
B2
B'2
L2
A2
A'2
a
O1
L +g
R +g
B'1
P
B'2
L2
A'2
A2
R2 B2
P
B1
A1
b
A'1
B'1
P
B'2 L2
A'2
A2
R2 B2
P
B1
A1
~t
ŝtv2
3
2
3
3
2
3
4
4
4
c

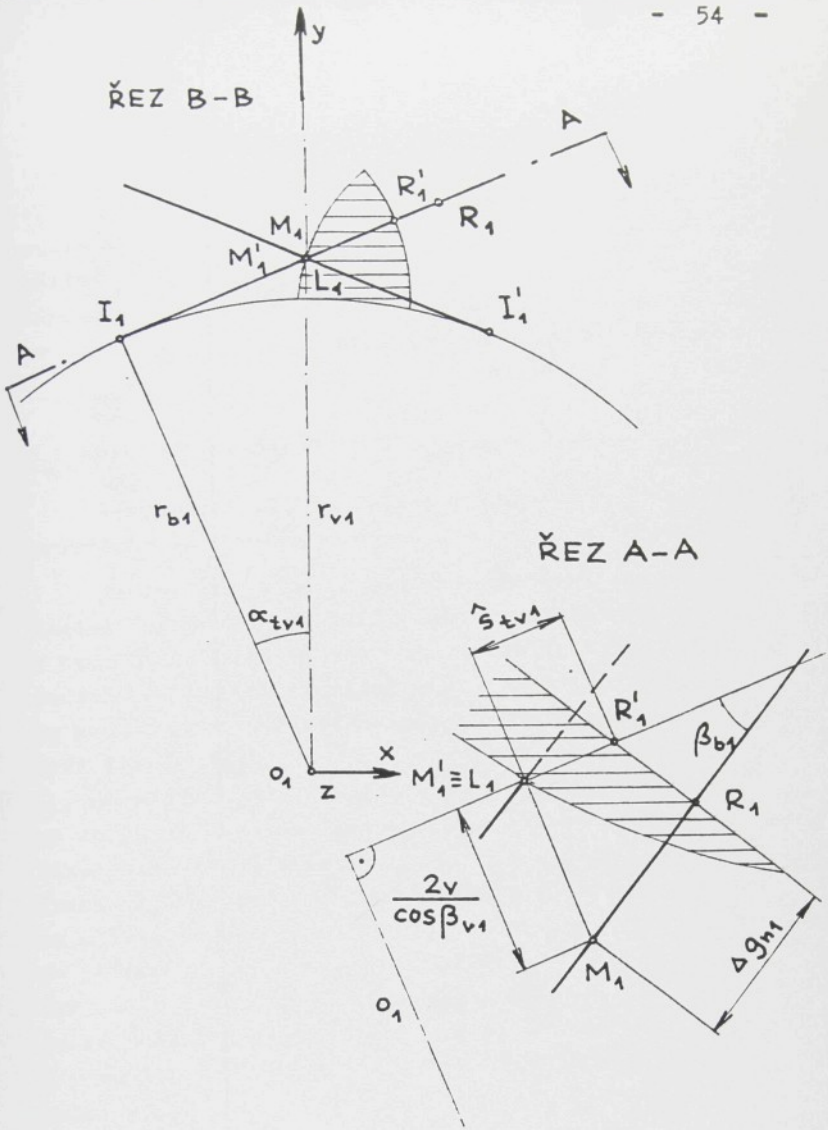
Obr. 6.2

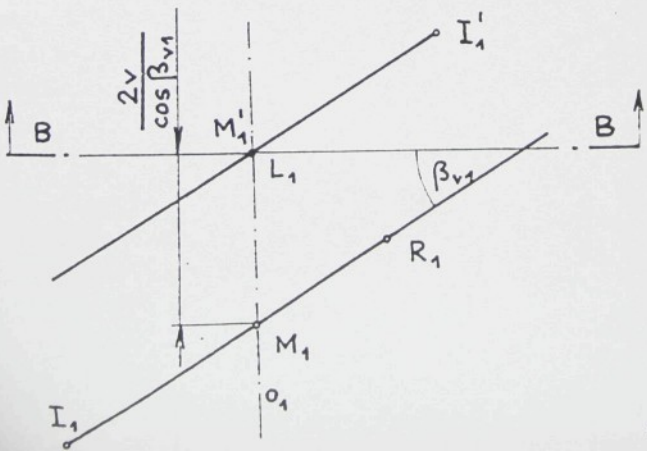
Podmínkou, aby vymizel úsek s třípárovým záběrem na obr. 6.1, můžeme podle obr. 6.1c, v němž $L_1 \equiv R_1$, psát např. $L_1A_1' = R_1A_2$. Protože podle obr. 6.1a je $L_1A_1' = R_1A_1$, lze tuto podmínku psát též $R_1A_1 = R_1A_2$, což značí, že bod R_1 musí ležet uprostřed záběrové úsečky A_1A_2 (a bod L_1 pak uprostřed $A_1'A_2'$). Bude-li toto splněno, pak diagram v obr. 6.1b bude symetrický podle vodorovné osy, t.j. horní a dolní část, představující poměry na levém a pravém boku, nebudou navzájem přesazeny a bude $A_1' \equiv A_2$, $B_1' \equiv B_2$. - Tato podmínka je uváděna v /19/, /23/.

6.12 Dvouboký záběr šroubového ozubení

Na obr. 6.3 lze sledovat záběr šroubového soukolí korigovaného způsobem 3. Při sledování záběru zvlášť na levém a pravém boku zubu kola 1 (analogicky jako u čelního ozubení na obr. 6.1b), postupujeme podél záběrových přímek (které zde při $\beta_1 \neq 0$ neleží v čelní rovině). Body záběru lze určit souřadnicemi ${}^{L}g_{n1}$, ${}^{P}g_{n1}$ měřenými od bodů M_1, M_1' (průsečíky záběrových přímek s návrhovým válcem). Vházení a vyházení párů zubů do a ze záběru se děje v intervalech roztečí p_{nb}.

Na obr. 6.3 je kolo 1 soukolí znázorněno nárysem, půdorysem a řezem A-A tečným k základnímu válci, v němž leží záběrová přímka pravého boku zubu. Záběrová přímka levého boku protíná rovinu řezu v bodu M_1'. Pro určení sledu záběrů na pravém a levém boku zubu kola 1 uvažujeme okamžik, kdy bod L_1 levého boku zabírá v bodu M_1'. Rovina řezu A-A protíná levý bok zubu v křivce, pravý v přímce. V okamžiku, kdy levý bok zabírá v bodu L_1, zabírá pravý bok v bodu R_1. Časový sled záběru pravého a levého zubu šroubového soukolí znázorníme analogicky jako u čelního soukolí (obr. 6.1c) složením jednotlivých diagramů pravého a levého boku. V tomto časovém sledu bude $L_1 \equiv R_1$ a body M_1, M_1' se navzájem vzdálí o míru Δg_{n1}, pro níž platí podle obr. 6.3 vztah (6.5); vzdálenost $A_1'A_1$ lze určit podle (6.6).





Obr. 6.3

$\Delta g_{n1} = -2$

„Časový" sle
boku zubu

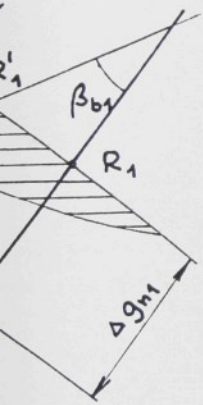
$A'_1A_1 = d_{b1}$

$$\Delta g_{n1} = -2 p_{V_v} \frac{\sin \beta_{b1}}{\cos \beta_{v1}} + \hat{s}_{tv1} \cos \beta_{b1} \qquad (6.5)$$

„Časový" sled záběrů levého a pravého boku zubu:

$$A'_1 A_1 = d_{b1} \frac{tg\alpha_{tv1} - tg\alpha_{tv}}{\cos \beta_{b1}} - \Delta g_{n1} \qquad (6.6)$$

A–A



B

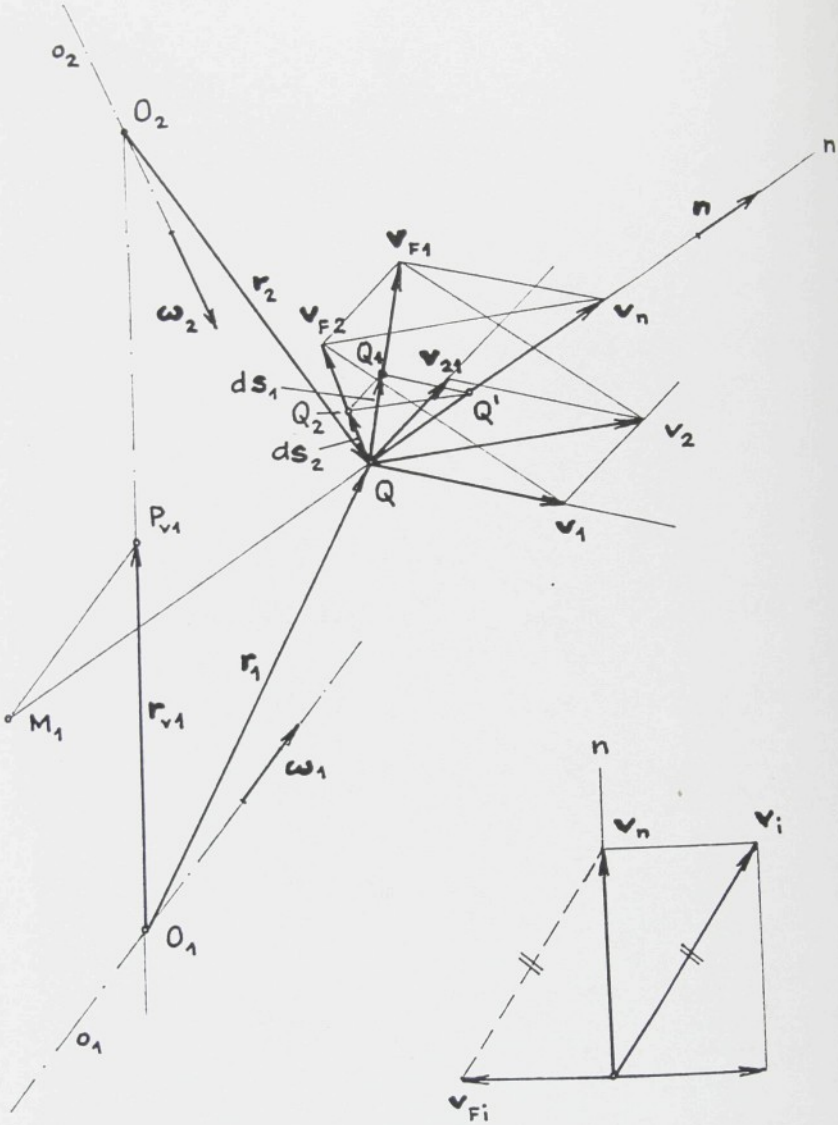
Z dosud uvedeného je patrné, že trvání záběru (vztahy (3.16), (3.37)) a sled dvoubokého záběru jsou korekcí 1 nebo 3 natolik ovlivněny, že je třeba při jejich vyšetřování použít uvedeného exaktního prostorového řešení. Je to způsobeno vzdalováním záběrových přímek od nejkratší příčky os kol. Vyšetřování pomocí náhradního rovinného ozubení může být použito s přijatelnou mírou vystižení skutečnosti jen u soukolí s korekcí 0 nebo 2.

6.2 Rychlostní poměry v bodu záběru

Rozbor základních relací rychlostí bodového záběru obecného prostorového ozubení provedl Doc. ing. J. Rosenberg CSc./21/.

Na obr. 6.4a je znázorněna záběrová přímka n obecně korigovaného šroubového soukolí. Záběr v uvažovaný okamžik nastává v bodu Q určeném vektory $\mathbf{r}_i$. Bod Q kola 1 má rychlost $\mathbf{v}_1$, tentýž bod kola 2 rychlost $\mathbf{v}_2$. Relativní rychlost $\mathbf{v}_{21} = \mathbf{v}_2 - \mathbf{v}_1$ je kolmá na n . V uvažovaném okamžiku jsou na plochách zubů určité body Q_i ($i = 1,2$, t.j. bod Q_1 na ploše zubu kola 1, Q_2 na ploše zubu kola 2), určené vektory $\mathbf{r}_i + d\mathbf{s}_i$; body Q_i po uplynutí časového úseku dt spolu budou zabírat v bodu Q' . Během časového elementu dt proběhne bod Q_1 dráhu Q_1Q' , bod Q_2 dráhu Q_2Q' , pro něž platí vztahy (6.7). Pro vzdálenost QQ' na přímce záběru platí (6.8), kde v_n je rychlost záběrového bodu na přímce záběru. Pro vzdálenosti bodů Q, Q', Q_i platí podle obr. 6.4a vztah (6.9), který lze přepsat do tvaru (6.10). Dělíme-li poslední rovnici časovým elementem dt , dostáváme (6.11). Výrazy ds_i/dt představují rychlost záběrového bodu po plochách zubu; označíme je v_{Fi} , takže platí (6.12) a (6.13). Stručně můžeme konstatovat : rozložíme-li rychlost $\mathbf{v}_i$ do směru n a do směru kolmého na n , pak první složka je $\mathbf{v}_n$ (rychlost záběrového bodu po záběrové přímce), druhá složka je záporně vzatá rychlost $\mathbf{v}_{Fi}$ ($\mathbf{v}_{Fi}$ jsou rychlosti záběrového bodu po ploše zubů), viz obr. 6.4b.

Podle obr. 6.5 odvodíme jednoduchý vztah pro v_{Fi} . Uvažujeme-li kolo 1, skládá se rychlost $\mathbf{v}_1$ bodu Q ze dvou navzájem kolmých složek, jejichž velikosti jsou $\omega_1 r_{b1}$ a $\omega_1 \varrho_1$ (ϱ_1 je poloměr křivosti evolventy v bodu Q , t.j. křivost plochy



$\overrightarrow{Q_1Q'} = \mathbf{v}_1^{Q1} dt$

$= (\boldsymbol{\omega}_1$

$= \mathbf{v}_1^{Q}$

$\overrightarrow{Q_2Q'} = \mathbf{v}_2$

$\overrightarrow{QQ'} = \mathbf{v}_n$

$\overrightarrow{QQ_1} + \overrightarrow{Q_1Q'}$

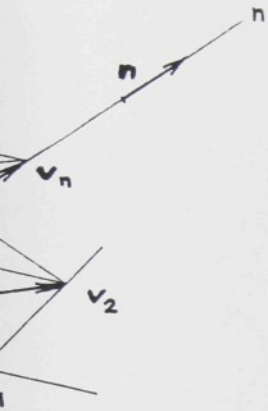
$d\mathbf{s}_1 + \mathbf{v}_1 dt$

$\frac{d\mathbf{s}_1}{dt} + \mathbf{v}_1$

$\mathbf{v}_{F1} + \mathbf{v}_1$

$(\mathbf{v}_{F1} - \mathbf{v}_{F2}$

Obr. 6.4



$$\left.\begin{aligned}
\vec{Q_1Q'} &= v_1^{Q1}\,dt = \omega_1 \times (r_1 + ds_1)\,dt = \\
&= (\omega_1 \times r_1)\,dt + (\omega_1 \times ds_1)\,dt = \\
&= v_1^{Q}\,dt = v_1\,dt \\
\vec{Q_2Q'} &= v_2\,dt
\end{aligned}\right\} \quad (6.7)$$

$$\vec{QQ'} = v_n\,dt = dg_{n1}\,n \qquad (6.8)$$

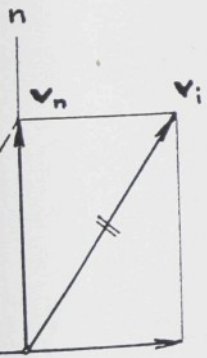
$$\vec{QQ_1} + \vec{Q_1Q'} = \vec{QQ_2} + \vec{Q_2Q'} = \vec{QQ'} \qquad (6.9)$$

$$ds_1 + v_1\,dt = ds_2 + v_2\,dt = v_n\,dt \qquad (6.10)$$

$$\frac{ds_1}{dt} + v_1 = \frac{ds_2}{dt} + v_2 = v_n \qquad (6.11)$$

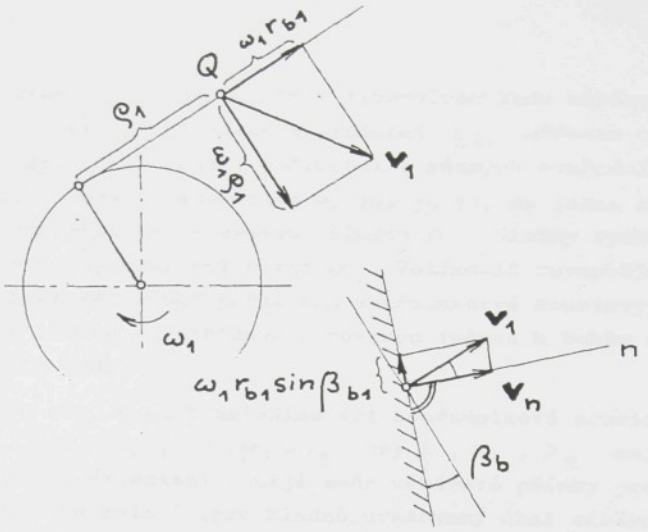
$$v_{F1} + v_1 = v_{F2} + v_2 = v_n \qquad (6.12)$$

$$\left.\begin{aligned}
(v_{F1} - v_{F2}) + \underbrace{(v_1 - v_2)}_{v_{12}} &= 0 \\
v_{F1} - v_{F2} &= v_{21} \\
v_{Fi} &= v_n - v_i
\end{aligned}\right\} \quad (6.13)$$



b

Obr. 6.4



$$v_n = \omega_1 r_{b1} \cos\beta_{b1} \qquad (6.14)$$

$$v_{F1}^2 = v_1^2 - v_n^2 \qquad (6.15)$$

$$v_{Fi}^2 = \omega_i^2 (r_{bi}^2 \sin^2\beta_{bi} + \varrho_i^2) \qquad (6.16)$$

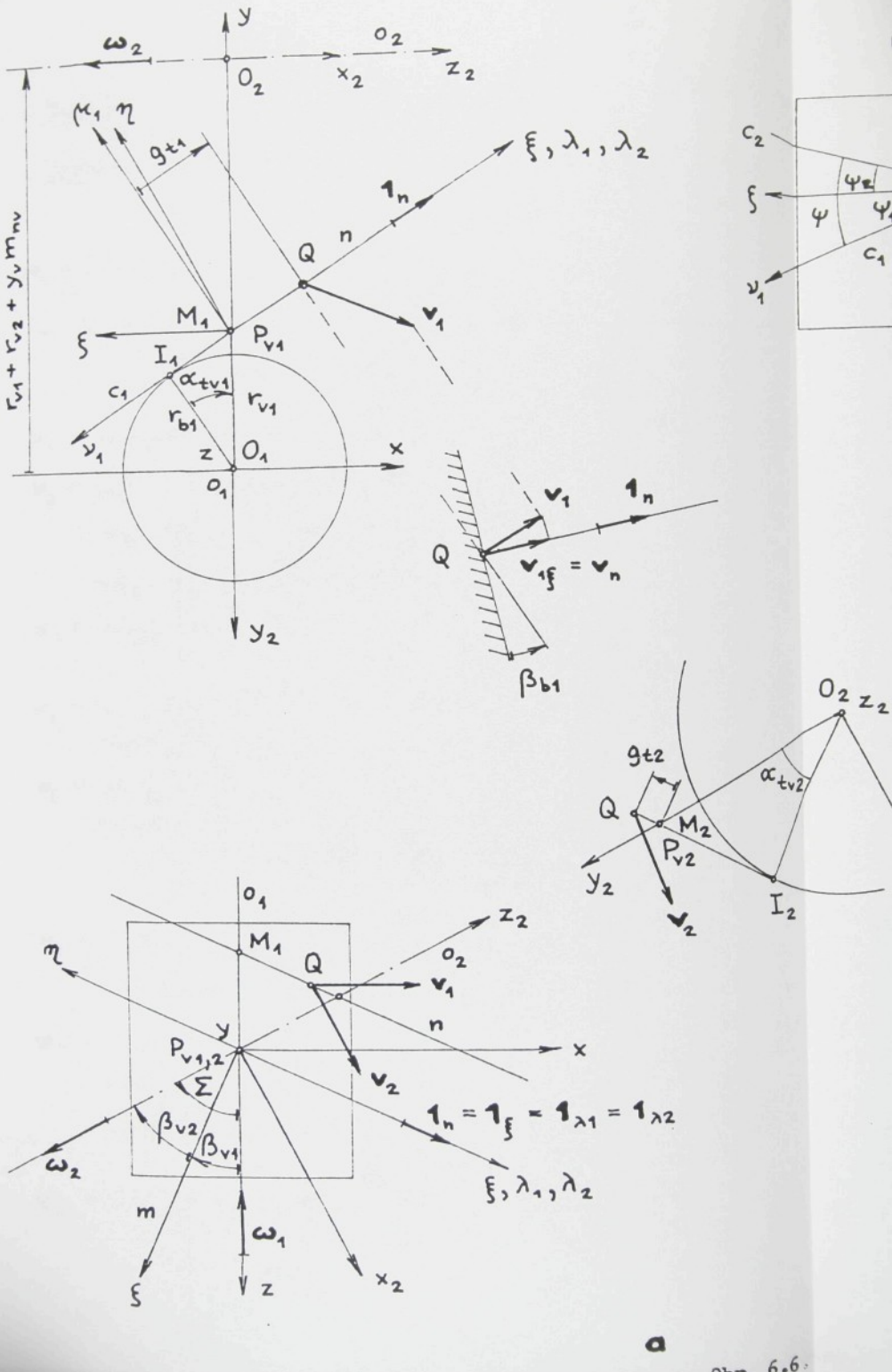
Obr. 6.5

zubu kola 1 v bodě Q v řezu čelní rovinou). Rychlost v_1 rozložíme na dvě složky, z nichž jedna, v_n, leží na záběrové přímce, druhá leží v tečné rovině plochy zubu. Protože složka rychlosti v_1, která má velikost $\omega_1 \varrho_1$ je kolmá na n, platí (6.14). Pro velikost rychlosti v_{F1} platí podle předchozího (6.15). Po úpravě, nebo přímo z obr. 6.5 dostáváme vztah, který pro oba členy, t.j. $i = 1, 2$ je napsán jako (6.16).

Je třeba určit rychlosti v libovolném bodu záběru Q. Polohu bodu záběru určujeme souřadnicí g_{ti} měřenou od bodů M_i, M_i'. Rychlosti budeme definovat v různých souřadnicových soustavách, jejichž společným znakem je to, že jedna z jejich os je rovnoběžná se záběrovou přímkou n. Složky rychlostí v_1, v_2 do této osy musí být rovny v_n. Volíme-li rovnoběžně se směrem záběrové přímky první osu souřadnicové soustavy, tvoří druhé dvě rovinu rovnoběžnou s rovinou tečnou k bokům zubů v záběrovém bodu

Podle obr. 6.6a,b zavádíme tři souřadnicové soustavy (ξ, η, ζ); $(\lambda, \mu, \nu)_1$; $(\lambda, \mu, \nu)_2$. Osy ξ, λ_1, λ_2 mají stejný směr i orientaci : mají směr záběrové přímky pravého boku zubu kola 1 (pro kladně uvažovaný úhel záběru) a jsou orientovány tak, jak postupje záběr při $\omega_{1z} < 0$. Osa ζ první souřadnicové soustavy je kolmá na nejkratší příčku os kol, t j. rovnoběžná s přímkou m obecného hřebene určující úhly sklonu $\beta_{v1,2}$. Kladná část osy ζ je orientována do poloprostoru určeného kladnou částí osy z. Souřadnicová osa ν_1 další soustavy má směr charakteristiky c_1, její kladný smysl je orientován do poloprostoru $+z$. Souřadnice ν_2 poslední soustavy má směr charakteristiky c_2 a její kladný smysl je orientován do poloprostoru $+z_2$, viz obr.6.6a (osa z_2 je v o_2 orientována opačně než ω_2 při opačné orientaci $z \equiv z_1$ a ω_1). Poloha uvedených souřadnicových soustav je jasně patrná z obr. 6.6b, což je pohled do společné tečné roviny zubů v záběru.

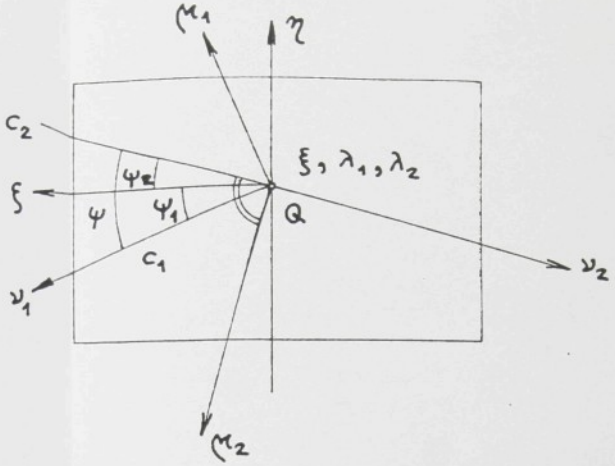
Vztahy vyjadřující v_i v uvedených souřadnicových soustavách jsou uvedeny bez odvození v Tab. 7. (Souřadnice g_{t1}, g_{t2} jsou vázány druhým vztahem v (5.2)). Odvození bylo provedeno pomocí transformačních matic /5/ a není uvedeno z důvodů omezení rozsahu zprávy.


y
ω2
o2
O2
x2
z2
ξ, λ1, λ2
1n
Q
n
v1
M1
ξ
Pv1
I1
αtv1
c1
rb1
rv1
y1
z
O1
x
o1
y2
rv1 + rv2 + yv mnv
c2
ψ2
ψ
ψ1
c1
v1
1n
Q
v1ξ = vn
βb1
O2 z2
gt2
αtv2
Q
M2
Pv2
y2
v2
I2
o1
M1
Q
z2
o2
v1
η
n
y
x
Pv1,2
Σ
v2
1n = 1ξ = 1λ1 = 1λ2
βv2
βv1
ω2
ξ, λ1, λ2
m
ω1
ξ
z
x2

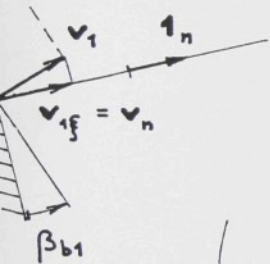
a

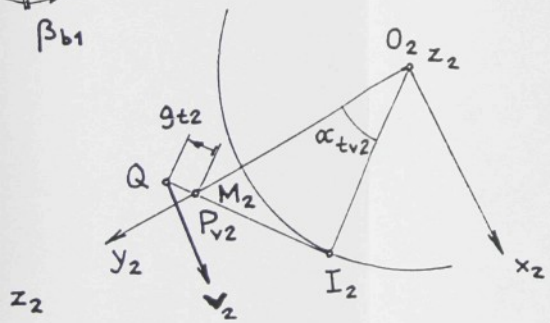
Obr. 6.6.

$\xi, \lambda_1, \lambda_2$



b





x

$1_\xi = 1_{\lambda 1} = 1_{\lambda 2}$

$, \lambda_1, \lambda_2$

Tabulka 7

Rychlosti kol šroubového soukolí v záběrovém bodu

$$
\begin{aligned}
\mathbf{v}_1 &= \omega_1 r_{v1}\cos\alpha_{nv}\cos\beta_{v1}\,\mathbf{1}_\xi - \\
&\quad -\omega_1\cos\beta_{v1}\left(r_{v1}\sin\alpha_{nv}+\frac{g_{t1}}{\cos\beta_{b1}}\right)\mathbf{1}_\eta - \\
&\quad -\omega_1\sin\beta_{v1}\left(r_{v1}+g_{t1}\sin\alpha_{tv1}\right)\mathbf{1}_\zeta \\
\mathbf{v}_1 &= \omega_1 r_{b1}\cos\beta_{b1}\,\mathbf{1}_\xi - \ldots\ldots \\
\mathbf{v}_2 &= \omega_2 r_{v2}\cos\alpha_{nv}\cos\beta_{v2}\,\mathbf{1}_\xi - \\
&\quad -\omega_2\cos\beta_{v2}\left(r_{v2}\sin\alpha_{nv}+\frac{g_{t2}}{\cos\beta_{b2}}\right)\mathbf{1}_\eta + \\
&\quad +\omega_2\sin\beta_{v2}\left(r_{v2}+g_{t2}\sin\alpha_{tv2}\right)\mathbf{1}_\zeta \\
\mathbf{v}_2 &= \omega_2 r_{b2}\cos\beta_{b2}\,\mathbf{1}_\xi - \ldots\ldots
\end{aligned}
\qquad (6.17)
$$

$$
\begin{aligned}
\mathbf{v}_1 &= \omega_1 r_{b1}\cos\beta_{b1}\,\mathbf{1}_{\lambda 1} - \omega_1\left(r_{b1}\,tg\alpha_{tv1}+g_{t1}\right)\mathbf{1}_{\mu 1} - \\
&\quad -\omega_1 r_{b1}\sin\beta_{b1}\,\mathbf{1}_{\nu 1} \\
\mathbf{v}_2 &= \omega_2 r_{b2}\cos\beta_{b2}\,\mathbf{1}_{\lambda 1} + \\
&\quad +\omega_2\left[r_{b2}\sin\psi\sin\beta_{b2}-\cos\psi\left(r_{b2}tg\alpha_{tv2}+g_{t2}\right)\right]\mathbf{1}_{\mu 1} + \\
&\quad +\omega_2\left[r_{b2}\cos\psi\sin\beta_{b2}+\sin\psi\left(r_{b2}tg\alpha_{tv2}+g_{t2}\right)\right]\mathbf{1}_{\nu 1}
\end{aligned}
\qquad (6.18)
$$

$$
\begin{aligned}
\mathbf{v}_2 &= \omega_2 r_{b2}\cos\beta_{b2}\,\mathbf{1}_{\lambda 2} + \omega_2\left(r_{b2}tg\alpha_{tv2}+g_{t2}\right)\mathbf{1}_{\mu 2} - \\
&\quad -\omega_2 r_{b2}\sin\beta_{b2}\,\mathbf{1}_{\nu 2} \\
\mathbf{v}_1 &= \omega_1 r_{b1}\cos\beta_{b1}\,\mathbf{1}_{\lambda 2} + \\
&\quad +\omega_1\left[\left(r_{b1}tg\alpha_{tv1}+g_{t1}\right)\cos\psi - r_{b1}\sin\beta_{b1}\sin\psi\right]\mathbf{1}_{\mu 2} + \\
&\quad +\omega_1\left[\left(r_{b1}tg\alpha_{tv1}+g_{t1}\right)\sin\psi + r_{b1}\cos\psi\sin\beta_{b1}\right]\mathbf{1}_{\nu 2}
\end{aligned}
\qquad (6.19)
$$

$$
\mathbf{v}_{Fi} = -\mathbf{v}_{i\eta} - \mathbf{v}_{i\zeta} = -\mathbf{v}_{i\mu 1} - \mathbf{v}_{i\nu 1} = -\mathbf{v}_{i\mu 2} - \mathbf{v}_{i\nu 2} \qquad (6.20)
$$

6.3 Skluzové poměry v bodu záběru

U rovinného ozubení nastává skluz pouze v čelní rovině. Skluzové poměry se hodnotí měrnými skluzy σ_i; nebo podle prof. Šejvla měrnými otěry λ_i; $i=1,2$, viz [2] .Elementární části profilů, které se o sebe otírají v časovém úseku dt , jsou určeny elementárními vektory $d\mathbf{s}_i$, jejichž nositelkou je společná tečna zubních profilů (v čelní rovině) v bodu záběru. Zavedeme-li do této tečny jednotkový vektor $\mathbf{1}_s$, platí (6.21a), kde $\mathbf{v}_{Fi}$ je rychlost záběrového bodu po profilu, $\mathbf{v}_i$ je rychlost bodu záběru, považujeme-li ho za bod kola i . Vztahy pro měrné skluzy a otěry lze psát v podobě (6.21), (6.22). Je-li v nich $i=1$, je $j=2$ a naopak.

V dalším je navrženo hodnocení analogickými kriterii i šroubového ozubení (a libovolného jiného prostorového ozubení s bodovým dotykem). Rychlostmi $\mathbf{v}_i$ a relativní rychlostí $\mathbf{v}_{ij}$ nejsou zde totiž skluzové poměry vystiženy; rozhodující je obrazec rychlostí $\mathbf{v}_{Fi}$ záběrového bodu po ploše zubu. Na obr. 6.7b je naznačen trojúhelník určený elementárními drahami ds_1 , ds_2 posuvu záběrového bodu po plochách zubu (viz též obr. 6.4). Tento trojúhelník je podobný trojúhelníku rychlostí (uvedeny na obr. 6.7b v závorce). Dráhy ds_1 , ds_2 rozložíme do směru relativní rychlosti $\mathbf{v}_{12}$ a do směru na ni kolmého. Ve směru relativní rychlosti můžeme pak definovat měrné skluzy vztahem (6.24). Pro určení trojúhelníku elementárních drah (nebo rychlostí) na obr. 6.7b je třeba zavést další veličinu ν , což je poměr složky drah kolmé na relativní rychlost k dráze ds_{12}, viz vztah (6.25). Namísto skluzů lze zavést (opět analogicky k čelnímu soukolí) měrné otěry λ_i ,viz vztah (6.26). Ve vztazích (6.23) až (6.26) je současně $i=1$, $j=2$, nebo naopak.-Veličiny σ_i , λ_i jsou algebraické, ν je veličina kladná.

K vystižení relací skluzů a rychlostí bodového záběru prostorového ozubení je tedy třeba dvou parametrů, t.j. buď (σ_1, ν), nebo (σ_2, ν), respektive buď (λ_1, ν) nebo (λ_2, ν).

Vztahy (6.24) a (6.26) platí i pro rovinné ozubení; jsou v tom případě rovnocenné vztahům (6.21) a (6.22).

Poznámka

Symboly σ , λ , ν použité v odstavci 6.3 mají jiný význam než tytéž symboly použité v ostatních kapitolách a odstavcích.

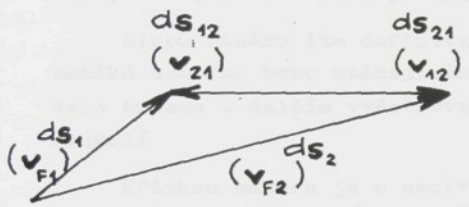
a Čelní ozubení

$$\begin{matrix} ds_1\,(\boldsymbol{v}_{F1}) & \xrightarrow{\mathbf{1}_s} \\ ds_2\,(\boldsymbol{v}_{F2}) & \end{matrix} \qquad d\boldsymbol{s}_i = \boldsymbol{v}_{Fi}\,dt = (-\boldsymbol{v}_i \cdot \mathbf{1}_s)\,\mathbf{1}_s\,dt \tag{6.21a}$$

$$\sigma_i = \frac{(d\boldsymbol{s}_i - d\boldsymbol{s}_j)\cdot \mathbf{1}_s}{d\boldsymbol{s}_i \cdot \mathbf{1}_s} = \frac{(\boldsymbol{v}_i - \boldsymbol{v}_j)\cdot \mathbf{1}_s}{\boldsymbol{v}_i \cdot \mathbf{1}_s} \tag{6.21}$$

$$\lambda_i = \frac{d\boldsymbol{s}_j \cdot \mathbf{1}_s}{d\boldsymbol{s}_i \cdot \mathbf{1}_s} = \frac{\boldsymbol{v}_j \cdot \mathbf{1}_s}{\boldsymbol{v}_i \cdot \mathbf{1}_s} \tag{6.22}$$

b Prostorové ozubení s bodovým záběrem



$$\left.\begin{aligned} d\boldsymbol{s}_i &= \boldsymbol{v}_{Fi}\,dt \\ d\boldsymbol{s}_{ij} &= \boldsymbol{v}_{ji}\,dt \end{aligned}\right\} \tag{6.23}$$

$$\sigma_i = \frac{ds_{ij}}{\dfrac{d\boldsymbol{s}_i \cdot d\boldsymbol{s}_{ij}}{ds_{ij}}} = \frac{d\boldsymbol{s}_{ij}^2}{d\boldsymbol{s}_i \cdot d\boldsymbol{s}_{ij}} = \frac{\boldsymbol{v}_{ji}^2}{\boldsymbol{v}_{Fi}\cdot \boldsymbol{v}_{ji}} \tag{6.24}$$

$$\left.\begin{aligned} \nu &= \frac{|d\boldsymbol{s}_i \times d\boldsymbol{s}_{ij}|}{d\boldsymbol{s}_{ij}^2} = \frac{|\boldsymbol{v}_{Fi} \times \boldsymbol{v}_{ji}|}{\boldsymbol{v}_{ji}^2} \\ &= \frac{|d\boldsymbol{s}_j \times d\boldsymbol{s}_{ji}|}{d\boldsymbol{s}_{ji}^2} = \frac{|\boldsymbol{v}_{Fj} \times \boldsymbol{v}_{ij}|}{\boldsymbol{v}_{ij}^2} \end{aligned}\right\} \tag{6.25}$$

$$\left.\begin{aligned} \lambda_i &= \frac{d\boldsymbol{s}_j \cdot d\boldsymbol{s}_{ij}}{d\boldsymbol{s}_i \cdot d\boldsymbol{s}_{ij}} = \frac{\boldsymbol{v}_{Fj}\cdot \boldsymbol{v}_{ji}}{\boldsymbol{v}_{Fi}\cdot \boldsymbol{v}_{ji}} \\ &= \frac{d\boldsymbol{s}_j \cdot d\boldsymbol{s}_{ji}}{d\boldsymbol{s}_i \cdot d\boldsymbol{s}_{ji}} \quad \frac{\boldsymbol{v}_{Fj}\cdot \boldsymbol{v}_{ij}}{\boldsymbol{v}_{Fi}\cdot \boldsymbol{v}_{ij}} \end{aligned}\right\} \tag{6.26}$$

Obr. 6.7

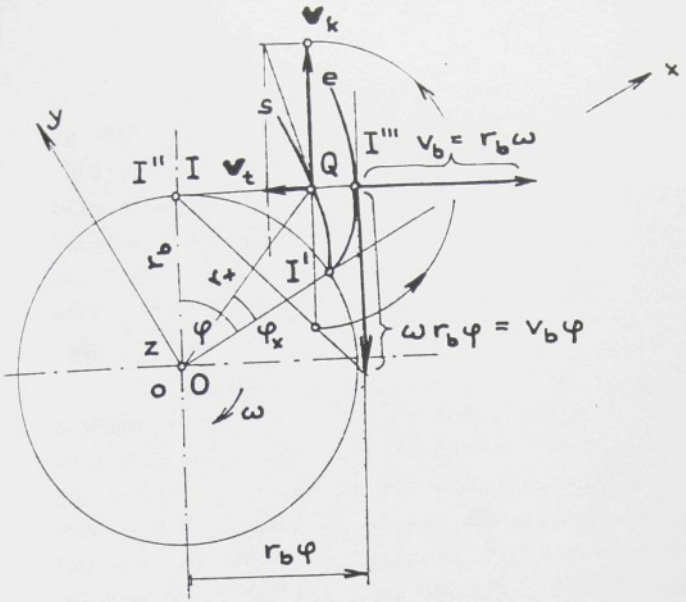
6.4 Stopa záběru na boku zubů šroubového soukolí

Šroubové soukolí zabírá obecně bodově. Množina okamžitých bodů záběru vyplňuje v prostoru rámu dráhu záběru. Množina těchže bodů v prostoru kola vytváří určitou křivku na boku zubu; tato křivka bývá označována jako "aktivní křivka boku zubu", nebo "křivka (postupného) dotyku"; zde bude označována jako "stopa záběru na boku zubu". Každý bok zubů kola (levý nebo pravý) má svoji křivku záběru a svoji stopu. Odmyslíme-li si plochy zubů a představíme-li si, že s koly jsou spojeny pouze křivkové stopy záběru, pak tyto samotné křivky jsou schopny zprostředkovat přenos pohybu mezi koly. Při rotaci kol postupuje záběrový bod po stopách záběru a po křivce záběru.

Stopu záběru lze definovat též jako geometrické místo průsečíků zubního boku otáčejícího se kola s křivkou záběru. Podle toho budeme v dalším vyšetřovat stopu záběru kola šroubového soukolí.

Křivkou záběru je u evolventního šroubového soukolí přímka dotýkající se tečně v bodech I_1, I_2 základních válců. Pootočíme-li kolem 1 (nebo kolem 2) tak, aby základní šroubovice zubu kola 1 (2) procházela bodem I_1 (I_2), je přímka záběru v bodu I_1 (I_2) kolmá na základní šroubovici. Je tedy poloha záběrové přímky vůči uvažovanému kolu a tím i stopa záběru nezávislá na protikole. Různá poloha protikola resp. různá protikola ovlivní pouze polohu záběrové přímky a stopy záběru v osovém směru.

Na obr. 6.8 je znázorněno kolo určené základním válcem r_b a sklonem základní šroubovice β_b; přímka záběru se dotýká základního válce v bodu I. Zavedeme souřadnicovou soustavu (x, y, z) pevně vázanou na kolo tak, že osa z je osou kola; ve výchozí poloze prochází osa x bodem I. Po základním válci se valí rovina τ; přímka p v ní ležící a svírající s osou kola úhel β_b opisuje plochu boku zubu. Pootočí-li se kolo o úhel φ, protíná přímka záběru plochu zubu v bodu Q; ten je bodem stopy záběru. Bodem Q prochází površka $p \equiv I''QI'''$. Rovina τ obsahující p postupuje rychlostí $v_b = \omega r_b$, bod Q jakožto bod stopy postupuje po površce p rychlostí $v_b \sin\beta_b$; to je kinematický zákon vytváření stopy záběru.



$$IQ = r_b \varphi \cos\beta_b = \frac{r_b}{c}$$

$$\varphi = \frac{tg\alpha_{tv}}{\cos^2\beta_b} + \frac{g_n}{r_b \cos\beta_b}$$

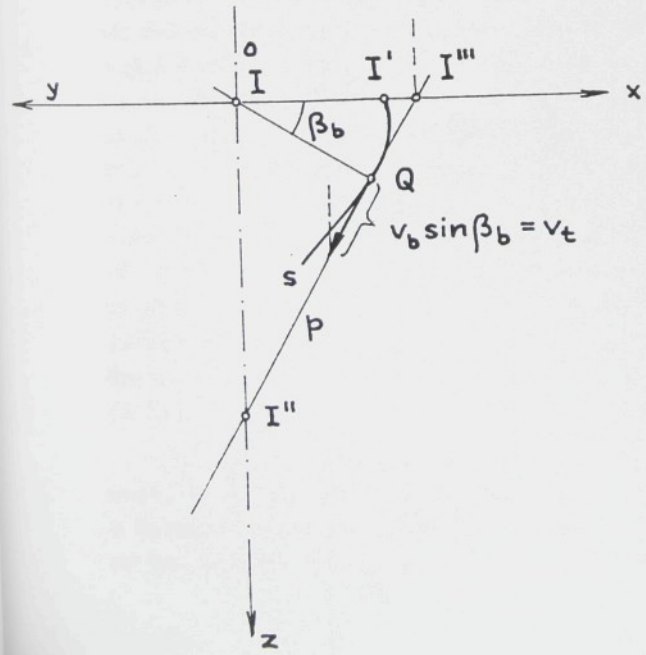
$$x = r_b \cos\varphi + \varphi r_b \cos$$

$$y = r_b \sin\varphi - \varphi r_b \cos$$

$$z = \varphi r_b \sin\beta_b \cos\beta_b$$

$$\varphi_x = \varphi - \text{arctg}\,(\varphi \cos$$

$$r_x = [r_b^2 + (\varphi r_b \cos^2$$



$$\varphi^2 = \frac{\left(\frac{r_x}{r_b}\right)^2 - 1}{\cos^4\beta_b}$$

Obr. 6.8

$$IQ = r_b \varphi \cos\beta_b = \frac{r_b \operatorname{tg}\alpha_{tv}}{\cos\beta_b} + g_n$$

$$\varphi = \frac{\operatorname{tg}\alpha_{tv}}{\cos^2\beta_b} + \frac{g_n}{r_b \cos\beta_b} = \frac{1}{\cos^2\beta_b}\left(\operatorname{tg}\alpha_{tv} + \frac{g_t}{r_b}\right) \qquad (6.27)$$

$$x = r_b \cos\varphi + \varphi r_b \cos^2\beta_b \sin\varphi$$
$$y = r_b \sin\varphi - \varphi r_b \cos^2\beta_b \cos\varphi \qquad (6.28)$$
$$z = \varphi r_b \sin\beta_b \cos\beta_b$$

$$\varphi_x = \varphi - \operatorname{arctg}(\varphi \cos^2\beta_b)$$
$$r_x = \left[r_b^2 + (\varphi r_b \cos^2\beta_b)^2\right]^{1/2} \qquad (6.29)$$

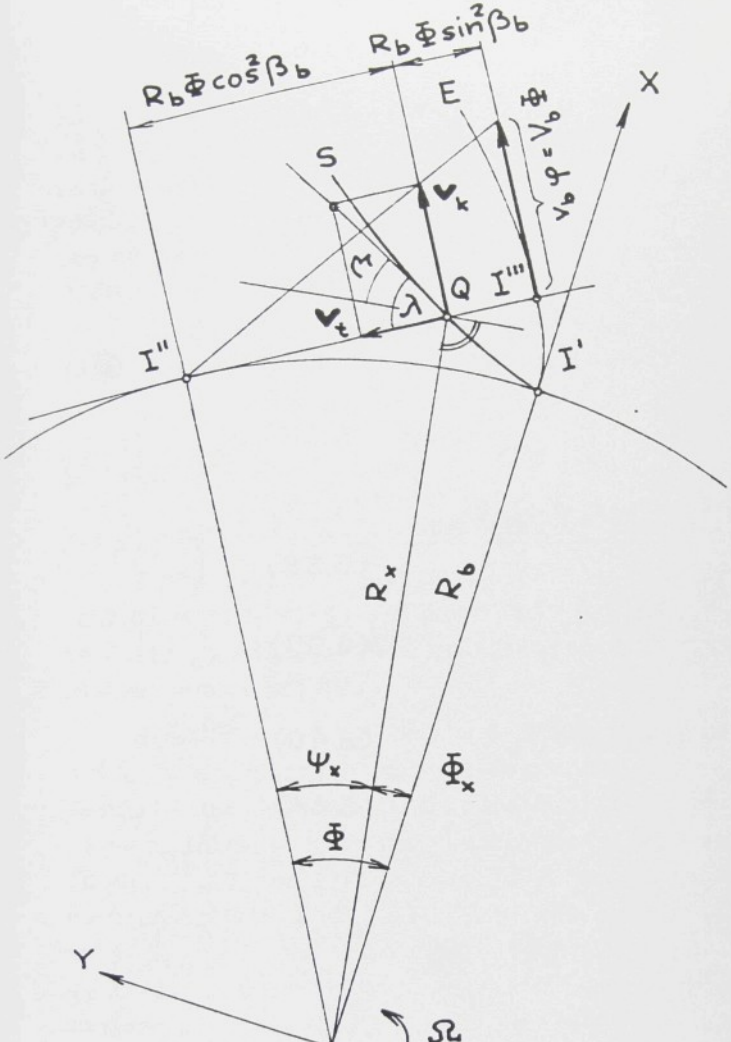
$$\varphi^2 = \frac{\left(\frac{r_x}{r_b}\right)^2 - 1}{\cos^4\beta_b} \qquad (6.30)$$

Určeme souvislost úhlu odvalu φ s polohou bodu záběru Q na záběrové přímce - ta je měřena souřadnicí g_n resp. g_t. Závislost dostaneme vyjádřením úsečky IQ, viz (6.27). Souřadnice stopy záběru v prostoru (x,y,z) lze zapsat vztahy (6.28). Zavedeme-li v čelní rovině pro bod Q polární souřadnice φ_x, r_x, platí pro ně (6.29). Z prvních dvou vztahů (6.28) nebo z druhého vztahu (6.29) můžeme určit závislost φ na r_x; je zapsána jako (6.30).

Názornou představu o stopě záběru a další vztahy pro ni získáme z rozvinutí plochy zubu. To je na obr. 6.9 - zde je rozvinuta plocha zubu znázorněná v obr. 6.8. Ve shodě s postupem v odst. 2.4 budeme odpovídající veličiny na skutečné ploše zubu a v rozvinutí označovat stejně, ale malými a velkými písmeny. Pro poloměr základní kružnice R_b v rozvinutí platí dříve už uvedený vztah (6.31). Pro oblouk $I'I''$ základní kružnice a příslušný středový úhel Φ platí (6.32), odtud závislost Φ na φ, viz (6.33). Pro rychlosti v_b, V_b na základních válcích platí (6.34); jejich vzájemná závislost je (6.35). Pro úhlové rychlosti ω, Ω, platí (6.36).

Odvaluje-li se v obr. 6.9 tečna k základní kružnici $I''I'''$ rychlostí Ω, vytváří se stopa pohybem bodu Q. Tento pohyb má dvě složky rychlosti: v_k (dána valením $I''I'''$), v_t (postupná rychlost pro $I''I'''$), pro něž platí (6.37) a (6.38). Tečna stopy záběru svírá s površkou plochy zubu bodem Q procházející úhel λ, pro který podle obr. 6.9 platí (6.39). Pro úhel ψ_x, který spolu v bodu Q svírají tečna šroubovice s površkou plochy (obě procházejí bodem Q), platí podle obr. 6.9 vztah (6.40). Jako (6.41) je psán vztah dříve uvedený jako (2.5). Srovnáním (6.40), (6.41) dostaneme vztahy (6.42) - závislosti Φ a φ na úhlu profilu α_{tx}. Použitím (6.39) a (6.42) dostáváme pro λ jednoduchý vztah (6.43). Úhel mezi tečnou stopy záběru a tečnou šroubovice v bodu Q označíme μ, viz obr. 6.9; platí pro něj (6.44).

U soukolí s korekcí 0 (2) prochází stopa záběru návrhovým bodem P (P_v) ležícím na nejkratší příčce os kol. U soukolí s korekcí 1 (3) se záběrové přímky vzdalují od nejkratší příčky os kol o míru v (v_v), viz odst. 3.2 (3.4). V důsledku toho



Obr. 6.9

$$R_b = \frac{r_b}{\sin^2\beta_b}$$

$$I'I'' = I''I''' = \frac{r_b\varphi}{\sin\beta_b}$$

$$\Phi = \varphi\sin\beta_b$$

$$r_b\varphi = v_b t \quad ; \quad R_b\Phi$$

$$V_b = \frac{v_b}{\sin\beta_b}$$

$$\Omega = \frac{V_b}{R_b} = \omega\sin\beta_b$$

$$v_k = \Omega(I''Q) = \Omega R_b\Phi$$

$$v_t = v_b\sin\beta_b = \Omega R_b s$$

$$tg\lambda = \frac{v_k}{v_t} = \Phi\cot g^2\beta_b$$

$$tg\psi_x = \frac{QI''}{R_b} = \Phi\cos^2\beta$$

$$tg\psi_x = tg\alpha_{tx}\sin\beta_b$$

$$\Phi = \frac{tg\alpha_{tx}\sin\beta_b}{\cos^2\beta_b}$$

$$\varphi = \frac{tg\alpha_{tx}}{\cos^2\beta_b}$$

$$tg\lambda = \frac{tg\alpha_{tx}}{\sin\beta_b}$$

$$\varkappa = \lambda - \psi_x$$

$$\check{s} = v/\cos^2\beta_v$$

$$X = R_b\cos\Phi + \Phi R_b\cos$$

$$Y = R_b\sin\Phi - \Phi R_b\cos$$

$$\Phi_x = \Phi - \text{arc}tg(\Phi\cos^2\beta$$

$$R_x = [R_b^2 + (\Phi R_b\cos^2$$

$$R_b = \frac{r_b}{\sin^2\beta_b} \tag{6.31}$$

$$I'I'' = I''I''' = \frac{r_b\varphi}{\sin\beta_b} = R_b\Phi \tag{6.32}$$

$$\Phi = \varphi\sin\beta_b \tag{6.33}$$

$$r_b\varphi = v_b t \quad ; \quad R_b\Phi = V_b t \tag{6.34}$$

$$V_b = \frac{v_b}{\sin\beta_b} \tag{6.35}$$

$$\Omega = \frac{V_b}{R_b} = \omega\sin\beta_b \tag{6.36}$$

$$v_k = \Omega(I''Q) = \Omega R_b\Phi\cos^2\beta_b = \omega r_b\varphi\cos^2\beta_b \tag{6.37}$$

$$v_t = v_b\sin\beta_b = \Omega R_b\sin^2\beta_b \tag{6.38}$$

$$tg\lambda = \frac{v_k}{v_t} = \Phi\cot g^2\beta_b = \varphi\frac{\cos^2\beta_b}{\sin\beta_b} \tag{6.39}$$

$$tg\psi_x = \frac{QI''}{R_b} = \Phi\cos^2\beta_b = \varphi\sin\beta_b\cos^2\beta_b \tag{6.40}$$

$$tg\psi_x = tg\alpha_{tx}\sin\beta_b \tag{6.41}$$

$$\left.\begin{aligned}\Phi &= \frac{tg\alpha_{tx}\sin\beta_b}{\cos^2\beta_b}\\ \varphi &= \frac{tg\alpha_{tx}}{\cos^2\beta_b}\end{aligned}\right\} \tag{6.42}$$

$$tg\lambda = \frac{tg\alpha_{tx}}{\sin\beta_b} \tag{6.43}$$

$$\psi_x = \lambda - \psi_x \tag{6.44}$$

$$\nu_s = \nu/\cos^2\beta_\nu \tag{6.45}$$

$$\left.\begin{aligned}X &= R_b\cos\Phi + \Phi R_b\cos^2\beta_b\sin\Phi\\ Y &= R_b\sin\Phi - \Phi R_b\cos^2\beta_b\cos\Phi\end{aligned}\right\} \tag{6.46}$$

$$\left.\begin{aligned}\Phi_x &= \Phi - arctg(\Phi\cos^2\beta_b) = \Phi - \psi_x\\ R_x &= \left[R_b^2 + (\Phi R_b\cos^2\beta_b)^2\right]^{1/2}\end{aligned}\right\} \tag{6.47}$$

se i stopa záběru vzdálí od P (P_v). Tuto vzdálenost můžeme udat délkou Š oblouku šroubovice ležící na návrhovém válci mezi bodem P (P_v) a bodem, kde tuto šroubovici protíná stopa záběru; platí vztah (6.45) (je psán pro soukolí s korekcí 1, pro soukolí s korekcí 3 uvažujeme v čitateli veličinu v_v). Délka Š je orientovaná shodně s veličinou v (v_v).

Pro pravoúhlé souřadnice X,Y stopy záběru platí vztahy (6.46), pro polární Φ_x , R_x vztahy (6.47).

7. Dodatky

7.1 Šroubová soukolí se specifickými vlastnostmi

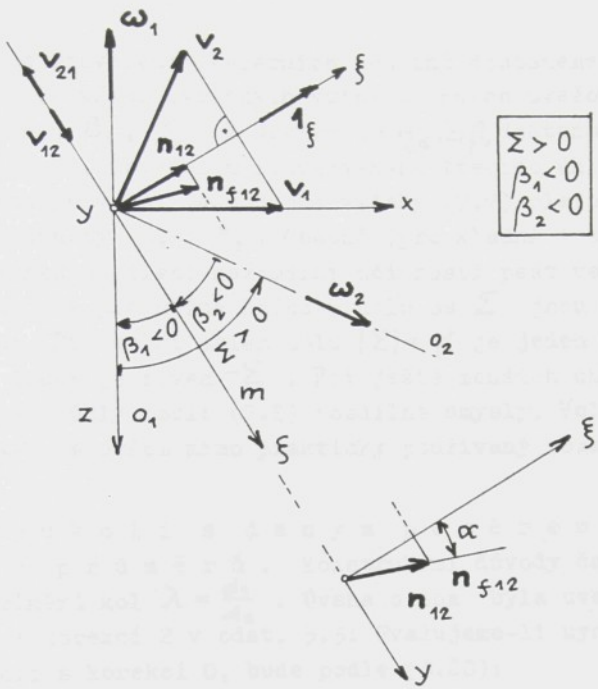
V následujícím jsou uvažována nejjednodušší šroubová soukolí s korekcí 0. Velikost úhlů $\beta_{1,2}$ lze odvodit z nějaké další podmínky, která určuje specifikum soukolí. Jsou uvedeny čtyři případy.

S o u k o l í s m i n i m á l n í v z d á l e n o s t í o s . Vraťme se na konec odst. 3.1 a k obr. 3.2. Jestliže zvětšujeme $|\beta_1|$ k hodnotě blížící se $\pi/2$, zvětšuje se vzdálenost os nade všechny meze. (To je zřejmé ze vztahů (3.1), (3.2) i z obr. 3.2). Totéž nastane blíží-li se hodnotě $\pi/2$ úhel $|\beta_2|$. Existuje zřejmě taková velikost úhlů $\beta_{1,2}$, že pro daný úhel os, modul a počty zubů je vzdálenost os minimální. Podmínku této extrémní hodnoty najdeme kinematickou úvahou. Vyjděme z obecných poměrů znázorněných na obr. 3.2a a uvažujme konchoidní pohyb polopřímky $O_1'O_2'$ určený pohybem jejího počátku O_1' po přímce o_1 a jejím průchodem bodem P' . Pohyb je určen rychlostí nodu O_1' , např. směrem k bodu $O_{1,2}$, jak je v obr. 3.2a naznačeno vektorem rychlosti. Pól pohybu je v bodu P'' ; nositelka rychlosti bodu O_2' , pokud ho považujeme za bod polopřímky konající konchoidní pohyb, leží na nositelce kolmé ke spojnici $P''O_2'$; vektor rychlosti je na obr. 3.2a též zakreslen. Jestliže uvažujeme úsečku $O_1'O_2'$ ležící na pohybující se polopřímce, ale bod O_2' úsečky zůstává na ose o_2 , je zřejmé, že tato úsečka má proměnnou délku;

při pohybu naznačeným směrem se v daném okamžiku zkracuje (rychlost bodu O_2' má zde za nositelku osu o_2). Konfigurace kdy se úsečka $O_1'O_2'$ úměrná vzdálenosti os ani neprodlužuje, ani nezkracuje, je znázorněna na obr. 3.2c; zde totiž při uvažovaném konchoidním pohybu leží rychlosti bodů O_1', O_2' na nositelkách o_1, o_2. Podmínku minimální vzdálenosti os lze tedy zapsat prvním vztahem v (3.11) (z trojúhelníku $O_1'O_2'P''$ a jeho výšky $P'P''$). Tento vztah lze úpravami převést na rovnici třetího stupně pro $tg\beta_1$. Pro smysl mající hodnoty veličin Σ a u má tato rovnice jeden reálný kořen. *) Jestliže při daných hohnotách Σ, a, m_n, $z_{1,2}$ je požadovaná vzdálenost os větší než minimální, existují dvě dvojice hodnot $\beta_{1,2}$, vyhovujících vztahům (3.1), (3.2), tedy dvě řešení.

S o u k o l í s m a x i m á l n í ú č i n n o s t í. Účinnost šroubových soukolí vzhledem ke značné volnosti jejich návrhu může být dosti rozdílná. Budeme-li za charakteristickou považovat účinnost v bodu záběru na nejkratší příčce os kol (je to obvykle bod poblíž středu záběrové úsečky), lze z podmínky maxima této účinnosti odvodit relaci úhlů β_1, β_2. Vyjdeme z obecné definice účinnosti v libovolném bodu záběru šroubového soukolí zavedené v [9] vztahem (7.1). Předpokládá se, že člen 1 je hnací. Vztah pro účinnost je dán poměrem výkonu na hnaném členu k výkonu na hnacím členu. Vektor $\mathbf{n}_{12}$ je společná normála zubních ploch v bodu záběru, $\mathbf{n}_{\varphi 12}$ je vektor odkloněný od $\mathbf{n}_{12}$ o třecí úhel φ (odklonění se děje v rovině vektorů $\mathbf{n}_{12}$, $\mathbf{v}_{12}$. Na obr. 7.1 je pohled shodný s půdorysem obr. 3.1a resp. s obr. 3.1b. V daném případě je $\Sigma > 0$ (a předpokládejme zatím, že β_1 i β_2 jsou stejného smyslu, tedy zde obě hodnoty záporné). Pro jednoduchost zavedeme souřadnicové osy ξ, ζ které dostaneme pootočením os x, z okolo osy y. V této souřadnicové soustavě vyjádříme vektor $\mathbf{n}_{\varphi 12}$, viz (7.2) a vektory rychlostí $\mathbf{v}_1$, $\mathbf{v}_2$ (jde jen o jejich vzájemnou velikost), viz (7.3). Dosazením (7.2) a (7.3) do

*) V [9] se k prvnímu ze zde uvedených vztahů (3.11) dospělo infinitesimálním počtem. - Kurlov [7] uvádí druhý ze vztahů (3.11) jako vztah odvozený z podmínky minimální normálné síly mezi zuby.



Obr. 7.1

$$\eta_{12} = \frac{\mathbf{n}_{f12} \cdot \mathbf{v}_2}{\mathbf{n}_{f12} \cdot \mathbf{v}_1} \tag{7.1}$$

$$\mathbf{n}_{f12} = \cos\varphi \cos\alpha \mathbf{1}_\xi + \cos\varphi \sin\alpha \mathbf{1}_y + \sin\varphi \mathbf{1}_\zeta \tag{7.2}$$

$$\mathbf{v}_1 = \mathbf{1}_\xi - \operatorname{tg}\beta_1 \mathbf{1}_\zeta \tag{7.3}$$
$$\mathbf{v}_2 = \mathbf{1}_\xi + \operatorname{tg}\beta_2 \mathbf{1}_\zeta$$

$$\eta_{12} = \frac{1 + \frac{\operatorname{tg}\varphi}{\cos\alpha} \operatorname{tg}\beta_2}{1 - \frac{\operatorname{tg}\varphi}{\cos\alpha} \operatorname{tg}\beta_1} = \frac{1 - f' \operatorname{tg}(\Sigma + \beta_1)}{1 - f' \operatorname{tg}\beta_1} \tag{7.4}$$

$$\frac{1 - f' \operatorname{tg}\beta_1}{\cos^2(\Sigma + \beta_1)} = \frac{1 - f' \operatorname{tg}(\Sigma + \beta_1)}{\cos^2\beta_1} \tag{7.5}$$

$$f' = \operatorname{tg}\varphi' = \frac{\operatorname{tg}\varphi}{\cos\alpha} \tag{7.6}$$

$$\beta_1 + \frac{\varphi'}{2} = \beta_2 - \frac{\varphi'}{2} \tag{7.7}$$

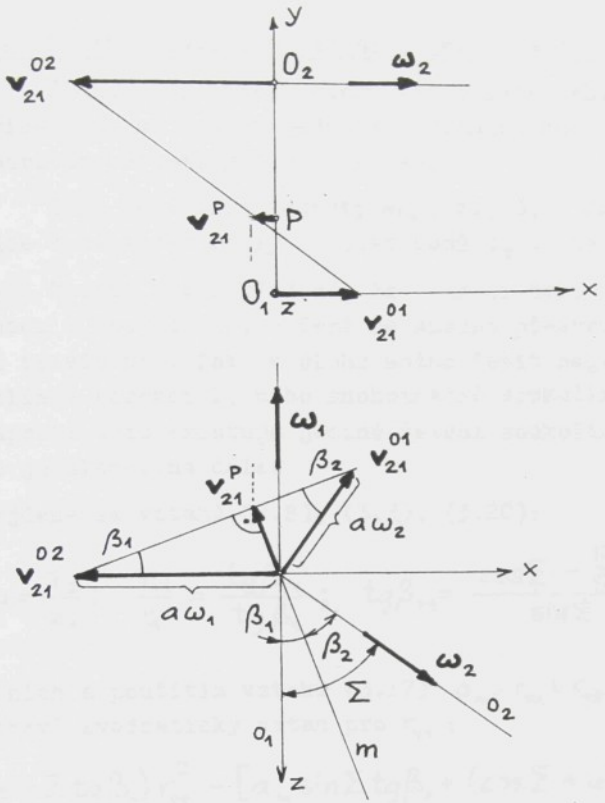
$$\beta_1 = \frac{1}{2}\left[\Sigma + \operatorname{sgn}\Sigma \varphi'\right] ; \quad \beta_2 = \frac{1}{2}\left[\Sigma - \operatorname{sgn}\Sigma \varphi'\right] \tag{7.8}$$

(7.1) a po provedení skalárních součinů dostaneme vztah (7.4) pro η_{12} . Ve všech uvedených vztazích nutno uvažovat záporné znamení úhlů β_1 , β_2 . Z derivace $d\eta_{12}/d\beta_1$ dostaneme podmínku extrému (7.5). Zavedením redukovaného třecího úhlu φ' a úpravou dostaneme velmi jednoduché vztahy (7.7) platné rovněž pro záporné hodnoty β_1 , β_2 . Obecně (pro kladné i záporné Σ) lze podmínku docílení maximální účinnosti psát ve tvaru (7.8). Je patrné, že pro běžné hodnoty úhlu os Σ jsou smysly β_1 , β_2 shodné. Při velmi malém úhlu $|\Sigma| = \varphi'$ je jeden z úhlů $\beta_{1,2}$ nolový, druhý je roven $-\Sigma$. Při ještě menších úhlech os $|\Sigma| < \varphi'$ mají úhly podle (7.8) rozdílné smysly. Velikost úhlu os $|\Sigma| \leqq \varphi'$ je ovšem mimo prakticky používaný rozsah.

S o u k o l í s d a n ý m p o m ě r e m r o z t e č n ý c h p r ů m ě r ů . Konstrukční důvody často diktují poměr průměrů kol $\lambda = \frac{d_1}{d_2}$. Úvaha o tom byla uvedena pro soukolí s korekcí 2 v odst. 3.3. Uvažujeme-li nyní méně obecné soukolí s korekcí 0, bude podle (3.20):

$$tg\,\beta_1 = \frac{\cos\Sigma - \lambda u}{\sin\Sigma}\,; \qquad tg\,\beta_2 = \frac{\cos\Sigma - \frac{1}{\lambda u}}{\sin\Sigma} \tag{7.9}$$

S o u k o l í s m i n i m á l n í p o d é l n o u s k l u z o v o u r y c h l o s t í . Toto soukolí je zmíněno pro úplnost teorie šroubového soukolí; praktický význam nemá. - Kinematika učí, že nositelky vektorů rychlostí bodů na přímce, konající obecný prostorový (šroubový) pohyb, tvoří osnovu hyperbolického paraboloidu. Klademe-li působiště vektorů rychlostí do bodů, jimž náležejí, pak koncové body leží na přímce, patřící do druhé osnovy téhož hyperbolického paraboloidu (do níž patří i uvažovaná přímka) [1]. Na obr. 7.2 jsou znázorněny rychlosti relativního pohybu 2:1 bodů na nejkratší příčce os kol. Stačí určit rychlosti $\mathbf{v}_{21}^{01}$ bodu O_1 a $\mathbf{v}_{21}^{02}$ bodu O_2 ; vektor relativní rychlosti $\mathbf{v}_{21}$ libovolného dalšího bodu je rovnoběžný s rovinou (x,z) a tvoří příčku mezi spojnicí O_1O_2 a spojnicí koncových bodů vektorů $\mathbf{v}_{21}^{01}$, $\mathbf{v}_{21}^{02}$, viz obr. 7.2. Nejmenší relativní rychlost bude



Obr. 7.2

$$a\omega_1 \sin\beta_1 = a\omega_2 \sin\beta_2 \tag{7.10}$$

$$\frac{\sin\beta_2}{\sin\beta_1} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{z_2}{z_1} = u \tag{7. 11}$$

$$tg\,\beta_1 = -\frac{\sin\Sigma}{u + \cos\Sigma}$$

$$tg\,\beta_2 = -\frac{\frac{1}{u} + \cos\Sigma}{\sin\Sigma} \tag{7. 12}$$

ležet na nositelce, která je v půdoryse kolmá na průmět spojnice koncových bodů vektorů v_{21}^{01} , v_{21}^{02} . Z toho plynou vztahy (7.10), (7. 11). Vezmeme-li v úvahu vztah (3.2), dospějeme k (7.12).

7.2 Návrh šroubového soukolí, je-li dáno jedno jeho kolo

Jedná se o běžnou úlohu při výrobě náhradních dílů, přičemž se má použít jedno z původních kol (resp. mají být dodrženy parametry tohoto kola).

Jsou tedy dány hodnoty m_n, z_1, β_1, x_1 daného kola, dále vzdálenost os a_w a počet zubů z_2 druhého kola.

Obecně předpokládáme, že soukolí není korigová no způsobem 0 (pokud ano, o čemž se snadno přesvědčíme, je řešení triviální). Pak je úlohu možno řešit nejednoznačně soukolím s korekcí 1, nebo mnohoznačně soukolím s korekcí 3. Naproti tomu existuje jediné řešení soukolím s korekcí 2. To je sledováno dále.

Vyjdeme ze vztahů (2.8), (3.3), (3.20):

$$u = \frac{z_2}{z_1}; \quad \frac{r_{v1}}{r_1} = \frac{tg\beta_{v1}}{tg\beta_1}; \quad tg\beta_{v1} = \frac{\cos\Sigma - \frac{r_{v1}}{r_{v2}}}{\sin\Sigma};$$

z nich a použitím vztahu (3.17) $a_w = r_{v1} + r_{v2}$ dostáváme po úpravě kvadratický vztah pro r_{v1}:

$$(\sin\Sigma\, tg\beta_1)\, r_{v1}^2 - [a_w \sin\Sigma\, tg\beta_1 + (\cos\Sigma + u) r_1]\, r_{v1} + a_w r_1 \cos\Sigma = 0 \qquad (7.13)$$

Dále postupujeme podle odst. 3.3, Tab. 2.

7.3 Šroubová soukolí s lineárním dotykem. Šroubové soukolí vnitřní

Z dostupných pramenů jsou známa a za zmínku stojí dvě šroubová evolventní soukolí pojmenovaná podle jejich původců: Olivierovo a Bealeovo [8], [26]. Jejich společnou vlastností je lineární dotyk zubů. Záběrové pole leží v rovině, která je společnou tečnou rovinou obou základních válců. Základní válce takového soukolí se dotýkají v bodě ležícím na nejkratší příčce os kol. Protože ozubení leží vně základních válců, byl záběr u soukolí Olivierova uskutečněn mimo oblast nejkratší příčky os kol. Výška zubů byla pro-

měnná a narůstala se vzdalováním se od bodu dotyku základních válců tak, jak to dovoloval základní válec protikola. Omezení výšky zubů (a tím i možné šířky kol) určovala "špičatost" zubů.- U soukolí Bealeova byly hlavy kol tvořeny obvyklými válcovými plochami. Aby byl umožněn vzájamný průchod zubů v oblasti nejkratší příčky os kol, byly u každého z obou kol paty mezi základními šroubovicemi, jimiž končí zubní plochy tvořící zubní mezeru, uměle prohloubeny.

Je možno uvažovat i o vnitřním šroubovém evolventním soukolí. To by nutně muselo mít lineární dotyk. Podmínkou nutnou pro dotyk dvou přímkových ploch ležících na téže straně společné tečné roviny, při současné podmínce jejich neprotínání se, je ztotožnění površek těchto ploch ve společné dotykové přímce, tedy lineární dotyk. Pokud se dotykové površky v tečné rovině kříží, tj. při bodovém dotyku, dochází i ke vzájemnému protínání ploch a záběr hmotných zubů není tedy možný.- U vnitřního šroubového evolventního soukolí s lineárním dotykem by zřejmě hrozila interference. Její vyšetřování by bylo ve srovnání s čelním vnitřním soukolím podstatně složitější.

8. Závěr

Ve studii jsou komplexně a systematicky studovány kinematicko-geometrické poměry v záběru šroubového evolventního soukolí. Ve značné části se jedná o nové poznatky.

Aplikace těchto znalostí umožní provádět "výpočtově ověřený" návrh libovolného šroubového soukolí, ale též např. exaktní vyšetřování odebírání třísky při ševingování (v nákresu rozvinutých ploch zubů, jejich indikatrix, řezných hran a rychlostí).

Protože šroubové soukolí představuje nejsložitější případ sdružování čelních kol, je jeho teorie završením znalostí o evolventním soukolí.

L i t e r a t u r a

/1/ Kováč : Teoretická kinematika. SVTL, Bratislava 1955

/2/ Šejvl : Teorie a výpočty ozubených kol. SNTL Praha 1957

/3/ Šejvl : Šroubová kola s mimoběžnými osami. Kapitola 6.6 knihy Bolek a kol.: Části strojů II, Nakladatelství ČSAV, Praha, 1963

/4/ Henriot : Traité teorique et pratique des engrenages, I. Dunod, Paris, 1968

/5/ Litvin : Teorija zubčatych zaceplenij. Gosud. izd. fiz. - matemat. literatury, Moskva, 1960. Nové rozšíř. vydání : Izdavatelstvo Nauka, Moskva 1968

/6/ Lichtenauer, Rogg, Kallhardt: HURTH - Zahnradschaben. Firemní příručka. Mnichov 1964

/7/ Kurlov : Vintovye evolventnye peredači. Izd. Mašinostroenie, Moskva 1981

/8/ Olivier : Théorie geometrique des engrenages. Bachelier, Paris, 1842

/9/ Šalamoun, Suchý: Čelní a šroubová soukolí s evolventním ozubením. SNTL Praha 1990

/10/ Šalamoun, Suchý, Svoboda : Mechanické a hydraulické převody I, Edíč. stř. ČVUT Praha, 1984

/11/ Glover : Nonstandard Grossed Helical Gears. Machine Design, June 8., 1961

/12/ Seifried, Bürkle : Die Berührung der Zahnflanken von Evolventenschraubenrädern. Werkstatt u. Betrieb 101, Heft 4, 1968

/13/ Langenbeck : Schraubenradgetrieben zur Leistungsübertragung. VDI-Z. 111, Nr.4, 1969

/14/ Grekoussis, Michailidis : Rechnergestützte Auslegung von Stirn-Schraubradgetrieben. Antriebstechnik 22, Nr.2, 1983

/15/ Merrit : Contact Stress in Crossed - Axis Cylinders and Crossed Helical Gears, The engineer, March 26, 1965

/16/ Ogino : Approximate Solution of the Intermeshing Equation for Involute Crossed Helical Profile Shifted Gears. Bulletin of JSME, Vol.5., No.20, 1962

/17/ Mägi : Two Minimum Problems in Classical Involute Gear Geometry. JSME Semi - International Symposium, September 1967, Tokyo

/18/ Suchý : Různé způsoby korigování šroubového soukolí a jejich využití. Celostát. konf. o nových směrech v konstrukci, nástrojích, výrobě a měření ozubených kol. Čs VTS, Sborník díl 1. Příbram 1969

/19/ Vojta,Moravec: Postup při návrhu ševingovacích nástrojů pro dokončování ozubených kol v n.p.Tatra Kopřivnice. Sborník z konference Výroba čel. ozubení. Praha, duben 1984

/20/ Höschl : Kontaktní úlohy a lisované spoje. ČsVTS, Dům techniky Praha, Cyklus "Stavba strojů", akce 102. (Sborník.) Praha 1985

/21/ Rosenberg : Eingriffsverhältnisse bei Hypoidgetrieben. Nepublikovaná studie. 1969

/22/ Suchý : Patní přechod a evolventní profil čelního ozubení vytvářený ševingovacím nástrojem. Zpráva ÚVMV Praha Z-1/73

/23/ Vojta : Konstrukce ševingovacího kola. Zpráva n.p. Tatra Kopřivnice 1980

/24/ Suchý : Tlaky v místě dotyku dvou těles. Zpráva ÚVMV Z-73/72 , Z-10/90

/25/ Suchý : Únosnost šroubového soukolí pohonu olejového čerpadla a rozdělovače motoru Š 742. Zpráva ÚVMV Z - 31/84

/26/ H. Chr. Graf v. Seherr-Thoss: Die Entwicklung der Zahnrad-Technik. Springer-Verlag 1965