

Technická univerzita v Liberci
fakulta strojní

Martin Hampl
Kinematické řešení přední nápravy

DIPLOMOVÁ PRÁCE

1995

VYSOKÁ ŠKOLA STROJNÍ A TEXTILNÍ V LIBERCI

Fakulta strojní

Katedra technické kybernetiky

Školní rok: 1994/95

ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

pro Martina HAMPLA

obor 23-40-8 Automatizované systémy řízení výrobních procesů
ve strojírenství

Vedoucí katedry Vám ve smyslu zákona č. 172/1990 Sb. o vysokých školách určuje tuto diplomovou práci:

Název tématu:

Kinematické řešení přední nápravy osobního vozu Škoda
Favorit/Škoda Felicia

Zásady pro vypracování:

- * Přehled, klasifikace a kritické zhodnocení používaných typů náprav.
- * Popis konkrétního provedení přední nápravy vozu Škoda Favorit/Škoda Felicia.
- * Analytické určení funkce $a(w,s)$ pro polohu referenčního bodu závěsu vzhledem ke karoserii a jejích prvních dvou derivací podle propérování w,s . je parametr určující nastavení volantu.
- * Analytické určení transformační matice $T(w,s)$ tělesa závěsu vzhledem ke karoserii a jejích prvních dvou derivací podle propérování w .
- * Vypracování (pod)programu v jazyce C++ pro numerické řešení.

TECHNICKÁ UNIVERZITA V LIBERCI
Univerzitní knihovna
Voroněžská 1329, Liberec 1
PSC 461 17

UNIVERZITNÍ KNIHOVNA
TECHNICKÉ UNIVERZITY V LIBERCI



3146065639

V 111/95 S

KTK/ASR

GG.s.

Rozsah průvodní zprávy: cca 60 stran

Seznam odborné literatury:

dle doporučení vedoucího DP

Vedoucí diplomové práce: Ing. Miroslav Šír, CSc. KMP

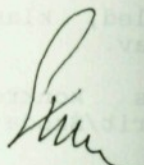
Konzultant: Ing. Bedřich Janeček, CSc.
Ing. Jan Kočí

Zadání diplomové práce: 31.10.1994

Termín odevzdání diplomové práce: 26.5.1995



Ing. Petr Tůma, CSc.
pověřený vedením katedry



Prof. Ing. Jaroslav Exner, CSc.
děkan

V Liberci dne 31.10.1994

Mistopřísežně prohlašuji, že jsem diplomovou práci vypracoval samostatně za použití uvedené literatury.

V Liberci 26. května 1995

Martin Lampl

Na tomto místě bych chtěl poděkovat ing. Miroslavu Širovi, CSc za cenné připomínky a rady při řešení vzniklých problémů.

Obsah

OBSAH	5
ÚVOD.....	7
POUŽITÉ OZNAČOVÁNÍ.....	8
PŘEHLED TYPŮ NÁPRAV.....	9
I. Tuhé nápravy.....	9
I.1. Tuhá celistvá náprava - hnaná	9
a) náprava s nerozvidlenou nápravnicí	10
b) náprava s rozvidlenou nápravnicí.....	10
c) nápravnice věžová.....	11
I.2. Tuhá celistvá náprava - hnací	11
I.3. Tuhá náprava skládaná - hnací	12
II. Výkyvné nápravy - polonápravy	12
II.1. Rovnoběžníková polonáprava.....	13
II.2. Lichoběžníková polonáprava	14
II.3. Kyvadlové polonápravy	14
a) nezkrácené	14
b) zkrácená.....	15
c) se sníženou osou kývání	15
d) zkrácená s teleskopickou podpěrrou (Mac Pherson).....	16
II.4. Klikové polonápravy.....	17
a) jednoramenná.....	17
b) náprava kliková dvouramenná	18
II.5. Úhlové polonápravy	18
II.6. Teleskopické (posuvné) polonápravy	19
III. Kombinace polonápravy tuhé a výkyvné (De Dion).....	20
Dodatek.....	20
PŘEDNÍ NÁPRAVA ŠKODY FAVORIT	21
KINEMATICKÉ SCHÉMA PŘEDNÍ NÁPRAVY ŠKODY FAVORIT	22
Popis významných bodů na nápravě.....	22
ANALYTICKÉ URČENÍ POLOHY REFERENČNÍHO BODU Ω.....	23
Určení bodu B	23
Určení bodu D	26
Určení bodu P.....	31
Určení polohy bodu Ω	34
ANALYTICKÉ URČENÍ TRANSFORMAČNÍ MATICE.....	35
Určení jednotkových vektorů hledaného souřadného systému.....	35
Určení Eulerových úhlů	35

Transformační matice.....	36
PRVNÍ DERIVACE.....	37
DRUHÁ DERIVACE.....	48
NAMĚŘENÉ ROZMĚRY PŘEDNÍ NÁPRAVY.....	62
PODPROGRAM.....	62
ZÁVĚR.....	63
LITERATURA	64
DODATEK	65
Eulerovy úhly.....	65
Brátova metoda	65

Úvod

Neustálé zvyšování počtu automobilů v silničním provozu a tím i zvýšený počet automobilových nehod vede k požadavku na zvýšení bezpečnosti řidičů a pasažérů automobilů. Výrobci autobusů, automobilů osobních i nákladních požadovanou a zvýšenou bezpečnost posádek řeší již při navrhování vlastní konstrukce vozu.

Na základě rozboru příčin automobilových nehod jsou konstrukce automobilů upravovány tak, aby deformace karosérie při nárazu co nejméně ohrožovala posádku automobilu, zabudovávají se bezpečnostní systémy vzduchových vaků, řeší se připoutání posádek a zároveň se i vylepšují jízdní vlastnosti s ohledem na brzdné dráhy a vylepšení styku pneumatiky s vozovkou. Jízdní vlastnosti výrazně ovlivňuje konstrukční provedení náprav automobilů.

Aby se dalo už při konstrukčním návrhu posoudit, jaké budou jízdní vlastnosti, je třeba chování automobilu simulovat. K tomu je potřeba vytvořit jeho model, který by ho přesně vystihoval.

Jedním z kroků při tvorbě takového modelu se zabývá tato diplomová práce. Jejím cílem je určení polohy předního kola u nápravy Mac Pherson vzhledem ke karosérii, dané natočením volantu a velikostí propérování. Určí se také první dvě derivace této funkce podle propérování, které jsou nutné při tvorbě simulačního modelu automobilu. Tento model už ale není obsahem této diplomové práce a bude se jím zabývat pravděpodobně další diplomová práce.

Výsledkem těchto diplomových prací by měl být počítačový model automobilu, na kterém by se provádělo simulování dynamických vlastností automobilu při průjezdu zatáčkami a jízdou po nerovné vozovce. Podle výsledků simulování by se mohla například upravovat konstrukce nápravy tak, aby se docílilo co nejlepších jízdních vlastností. Popis chování nápravy lze také použít k určení jejího namáhání a namáhání pneumatik.

Použití označování

Označení	Význam	Příklad
R	vektor v globálním souřadném systému	R_A polohový vektor bodu A
X, Y, Z	jednotlivé složky tohoto vektoru	X _A , Y _A , Z _A
r	vektor v souřadném systému definovaném počátkem	r_B
x, y, z	jednotlivé složky tohoto vektoru	x _B , y _B , z _B
R_{AB}	vektor z bodu A do bodu B v globálním souřadném systému	lze také psát R_{AB} = R_B - R_A
R⁰	jednotkový vektor	$\mathbf{R}_{BC}^0 = \frac{\mathbf{R}_C - \mathbf{R}_B}{ \mathbf{R}_C - \mathbf{R}_B }$
 R 	velikost vektoru	$ \mathbf{R}_C - \mathbf{R}_B = \mathbf{R}_{BC} =$ $= \sqrt{(X_C - X_B)^2 + (Y_C - Y_B)^2 + (Z_C - Z_B)^2}$
i, j, k	jednotkové vektory souřadného systému	
X _i , Y _i , Z _i	složky jednotkového vektoru i	
R_A · R_B	skalární součin	
R_A × R_B	vektorový součin	
$\frac{\partial}{\partial \delta}$	parciální derivace podle δ	$\frac{\partial \mathbf{R}_B}{\partial \delta}$ parciální der. vektoru R_B podle δ
$\frac{\partial^2}{\partial \delta^2}$	druhá parciální derivace podle δ	$\frac{\partial^2 \mathbf{R}_B}{\partial \delta^2}$ druhá parciální der. vektoru R_B podle δ

Přehled typů náprav

Nápravy jsou zařízení, jejichž prostřednictvím jsou dvě protější kola zavěšena na nosné konstrukci vozidla nebo na nosných částech podvěsu (karosérie). Přenáší hmotnost vozidla, posádky a nákladu na kola, která současně prostřednictvím nápravy vozidlo pohánějí a brzdi. Náprava s koly patří k neodpérovaným hmotám vozidla. Proto má být co nejlehčí a přitom dost pevná. Velikost setrvačných sil působících na nápravu při jízdě v nerovném terénu se zvyšuje úměrně s její hmotností. Proto velká hmotnost nápravy má nepříznivý vliv na jízdní vlastnosti automobilu.

Základní druhy náprav :

Podle konstrukce - tuhé

- výkyvné

Podle funkce - hnací

- řídicí

- hnaná

Podle umístění na vozidle - přední

- zadní

- střední

I. Tuhé nápravy

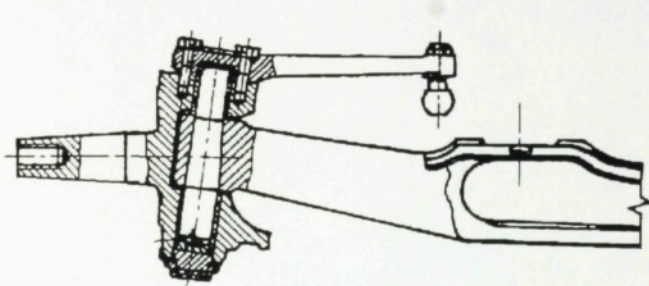
Tuhá náprava zabezpečuje pevné spojení kol, která jsou vzájemně ve stále stejné vzdálenosti, neboť kola jsou uložena na čepech nápravnice nebo mostu. Nápravnice je zpravidla nosník plného průřezu. Most je dutý nosník, jehož střední díl tvoří skříň rozvodovky. Když je tato náprava vyrobena z jednoho kusu, nazývá se celistvá náprava. Když je tato náprava složena z jednotlivých navzájem sešroubovaných dílů, nazývá se skládaná náprava. Tuhá náprava vede dobře kola a nemění jejich rozchod. Má nízké výrobní náklady, za provozu je spolehlivá a má snadnou údržbu. Její nevýhodou je však větší neodpérovaná hmota, zvláště u hnacích náprav, a potřeba dostatečného místa při propérování.

I.1. Tuhá celistvá náprava - hnaná

Zpravidla je to přední náprava hnaná, která je zároveň i řídicí náprava. Hlavní nosná část je nápravnice, k níž jsou pomocí rejdových čepů připevněny čepy kol. K čepu kola je připevněn držák čelisti, kryt nebo štit brzdy a řídicí mechanismus. Nápravnice se nejčastěji vyrábí jako zápusťkový výkovek se sníženým profilem I.

a) náprava s nerozvidlenou nápravnicí

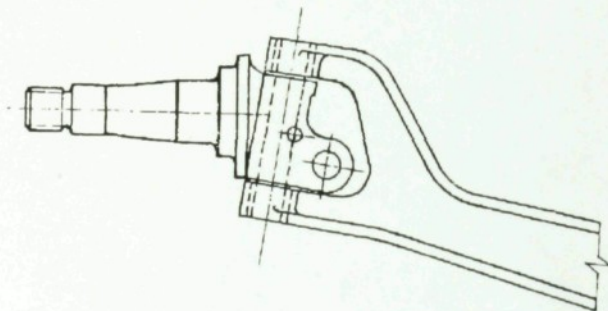
Toto provedení bývá nejčastější. Na každé straně má jedno oko, ke kterému se připojuje rejdovým čepem vidlice čepu kola. Tato náprava je byla použita u automobilu Praga S5T, LIAZ Škoda 100.



obr. č. 1

b) náprava s rozvidlenou nápravnicí

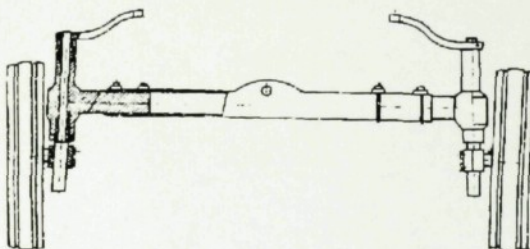
Čep kola je svým okem zasazen do vidlice nápravnice, ke které je připevněn rejdovým čepem. Toto provedení je méně časté.



obr. č. 2

c) nápravnice věžová

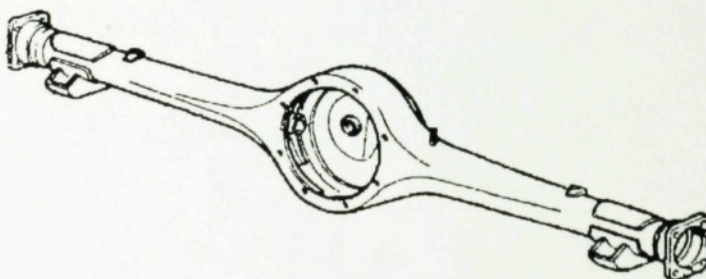
Ta má na koncích vysoká oka, do kterých jsou ze zespodu vsazeny nejedové čepy, vyrobené z jednoho kusu s čepem kola. Je-li zároveň nápravnice teleskopická, pak umožňuje měnit rozchod kol. Používá se jen u traktorů.



obr. č. 3

1.2. Tuhá celistvá náprava - hnací

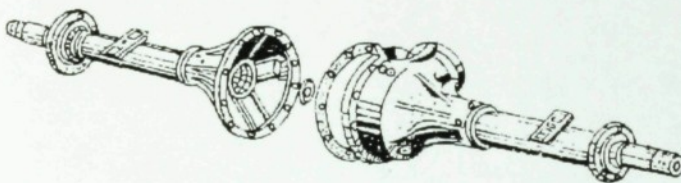
Tato tuhá náprava je zpravidla umístěna vzadu jako zadní náprava. Její hlavní částí je zadní jednoduchý most, který vznikne spojením skříně rozvodovky a dvou mostových trub. Typická náprava tohoto typu je zadní hnací náprava typu "banjo". Vyrábí se odlitím vcelku, nebo svařením ze dvou či více lisovaných nebo litých dílů. Její výhodou je velká tuhost a pevnost při nejnižší možné váze. Nevýhodou je nutnost výměny celého mostu při poškození některé jeho části a obtížnější výroba litých mostů. Byla použita u automobilu Praga S5T.



obr. č. 4

I.3. Tuhá náprava skládaná - hnací

Je tvořena dvoudílným, trojdílným nebo čtyřdílným mostem. Účelem je snadnější montáž a manipulace s menšími celky, hlavně při opravách hnacích náprav těžkých automobilů. Další výhodou je úspora materiálu při výměně poškozené části mostu. Nevýhodou je zmenšená tuhost. Tuto nápravu mají vozy P-V3S, Avia 15 a 30, LIAZ Škoda 100 a IFA W 60.



obr. č. 5

II. Výkyvné nápravy - polonápravy

Výkyvné nápravy mají každé kolo zavěšeno nezávisle pomocí závěsů spojených s nosnou konstrukcí automobilu. Nepříznivé rázy a výkyvy se omezují jen na jedno kolo, které právě překonává nerovnost vozovky. Tím se zmenšuje kolébání automobilu. Také se zmenšují otřesy celého vozidla vlivem malé neodpěrované hmoty polonáprav. To je mimo jiné docíleno tím, že rozvodovka patří k odpěrovaným částem automobilu. U nákladních automobilů jsou polonápravy méně obvyklé, poněvadž výhody polonáprav se pro velkou převahu odpěrované hmoty nad neodpěrovanou méně uplatňují.

Tuhé nápravy musí mít dostatečný prostor k propěrování, který se ušetří stavbou polonáprav. Proto automobil s polonápravami může mít menší stavební výšku i nižší polohu těžiště. Nižší položené těžiště zvyšuje stabilitu vozidla hlavně při jízdě zatáčkou. Nižší stavba zmenšuje celkovou čelní plochu, a tím i odpor vzduchu.

Kola u polonáprav s malou neodpěrovanou váhou se pery na vozovku vracejí rychleji než kola s nápravou tuhou. Automobil je lépe veden a řízení je spolehlivější. Zároveň se při propěrování vychyluje z roviny rotace jen jedno kolo a gyroskopický moment, který znesnadňuje řízení, je menší.

Polonápravy mají také řadu nevýhod, které se mohou při konstrukci účinně omezit :

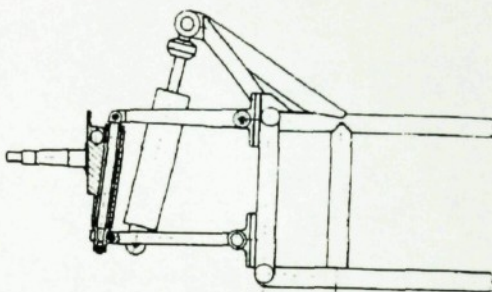
Změna rozchodu při vykyvování kol má být co nejmenší, protože příčným smýkáním kol se zvětšuje náchyllost vozidla ke smyku a nadměrně se zvětšuje opotřebávání pneumatik. (Př: Tatra 813)

Odklon kola se nemá vykyvováním polonáprav podstatně měnit, neboť gyroskopický moment se snaží udržovat kolo v jedné rovině. Při náhlé změně polohy roviny rotace dochází k přenosu poměrně velké síly do řízení, což způsobuje problémy při udržování přímého směru.

Rozvodovka má být spojena s rámem či karosérií pružnými pouzdry, aby se co nejméně přenášel hluk a chvění soukolí do prostoru karosérie.

II.1. Rovnoběžníková polonáprava

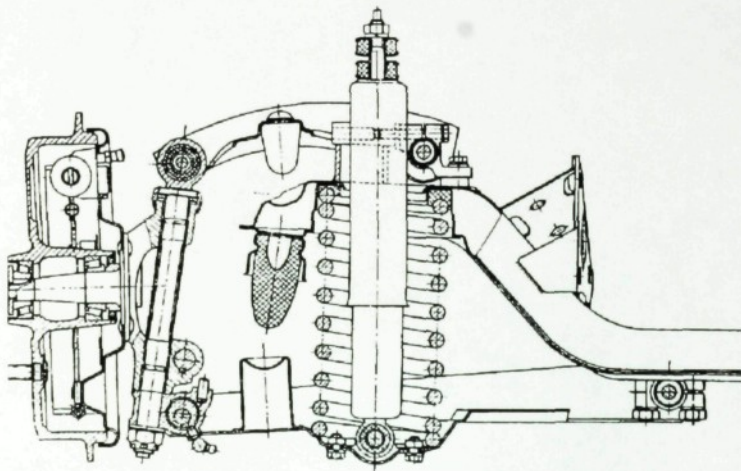
Je charakterizována dvěma stejně dlouhými závěsnými rameny vzájemně rovnoběžnými, upevněnými na karosérii, rámu nebo na pevné nápravnici. Ramena mohou být buď obě tuhá, nebo jedno tuhé a druhé pružné. Tato polonáprava je většinou přední, řídící, hnaná i hnací. Její nevýhodou je velká změna rozchodu kol. Byla použita u automobilu Tatra 605 - přední.



obr. č. 6

II.2. Lichoběžníková polonáprava

Závěsná ramena jsou různé délky. Při propérování mají podstatně menší změnu rozchodu kol a proto jsou kinematicky lepší nežli polonápravy rovnoběžníkové. Dochází u nich ale k malé změně odklonu kola. Byla použita u osobních automobilů Škoda 105 až 135 - přední.

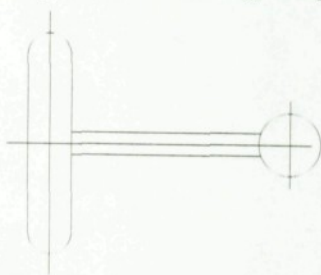


obr. č. 7

II.3. Kyvadlové polonápravy

a) nezkrácené

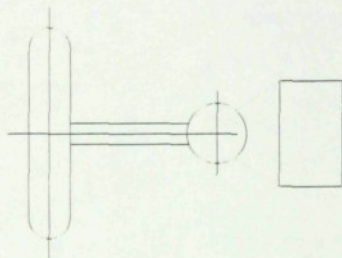
Je konstrukčně nejjednodušší, ale kinematicky je méně výhodná. Zvláště u polonáprav hnacích je umožněn výhodný přenos točivého momentu. Závěsná ramena se vykyvují kolem osy pastorku stálého převodu a taliřové kolo, které se vykyvuje společně s polonápravou, se odvaluje po ozubeném pastorku. Polonáprava vystačí s jedním kloubem pro uchycení závěsných ramen často společným pro obě nápravy. Její nevýhodou je poměrně velká změna rozchodu kol. Tato náprava může být hnací i řídící. Je typická pro nákladní automobily Tatra.



obr. č. 8

b) zkrácená

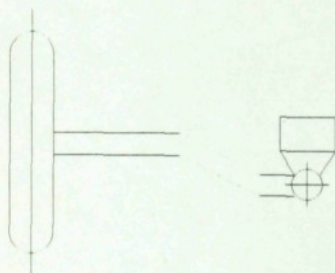
V provedení jako zadní hnací jsou typické pro celou řadu osobních automobilů. Osa výkyvu polonápravy leží mezi podélnou osou vozidla a střední rovinou kola příslušné polonápravy. Kinematicky je tato polonáprava nejméně výhodná, protože má největší změnu rozchodu kol a největší změnu odklonu kol. Byla použita u automobilů Škoda 105 až 135 -zadní.



obr .č. 9

c) se sníženou osou kývání

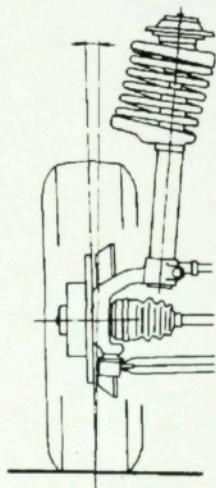
Oproti předchozím polonápravám má lepší kinematické vlastnosti, protože změna rozchodu kol i jejich odklon je nejmenší. Jsou v provedení jako polonápravy zadní hnací. Byla použita u vozu Tatra 605 - zadní.



obr. č. 10

d) zkrácená s teleskopickou podpěrou (Mac Pherson)

Tato polonáprava je zvláštním provedením kyvadlové polonápravy zkrácené. Má dobrou kinematiku, protože změna rozchodu kol i odklon je výrazně menší nežli u nápravy zkrácené. V dnešní době je to jedna z nejrozšířenějších hnacích řízených předních polonáprav u osobních automobilů. Mají ji automobily Peugeot 205, 309, Škoda Favorit, Felicia a mnoho dalších.

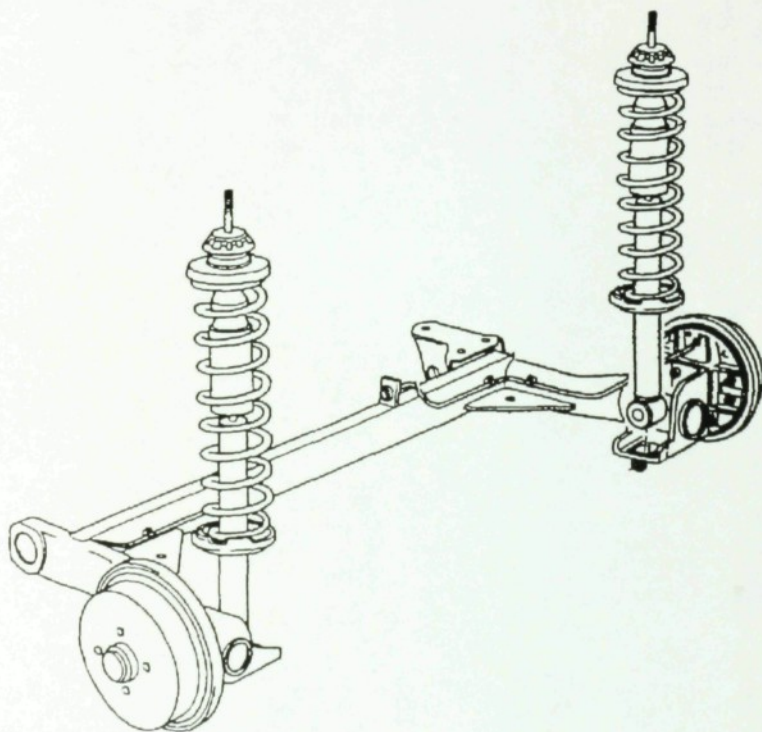


obr. č. 11

II.4. Klikové polonápravy

a) jednoramenná

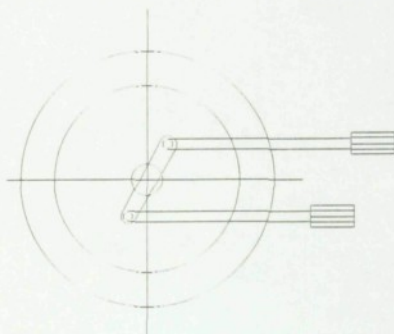
Neodpérovaná hmota těchto polonáprav je velmi malá. Kliková polonáprava nezpůsobuje změnu rozchodu ani odklonu kol. Nepatrně mění rozvor kol, tím však nezhoršuje stabilitu ani neovlivňuje vedení kol a řízení. Na závadu je pouze změna záklonu rejdového čepu při propérování. Proto je méně vhodná pro přední kola. Je použita u osobního automobilu Škoda Favorit - zadní.



obr. č. 12

b) náprava kliková dvouramenná

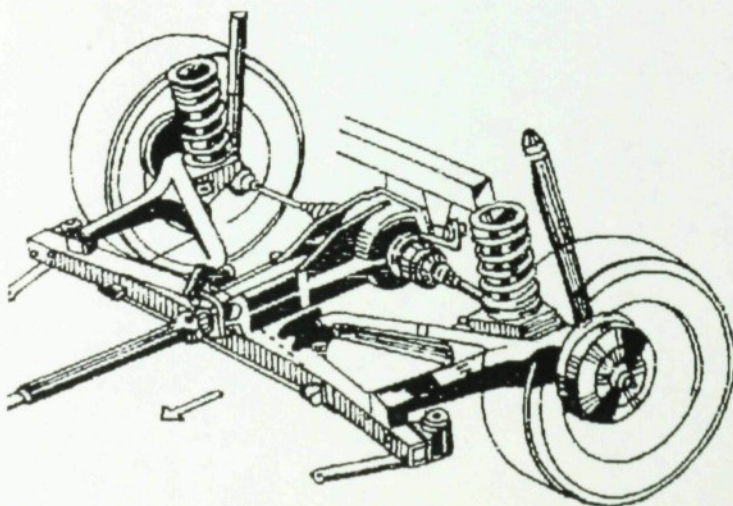
Na předním konci jsou upevněny napříč dvě trubky nad sebou. V nich jsou uložena zkrutná pera, která nesou na každém konci po jednom klikovém rameni. Každé kolo vykyvuje na podélném rovnoběžníku. Tím se nemění ani jednotlivé složky geometrie řízení. Proto ji lze použít i jako nápravu řídicí. Má ji automobil Záporožec - přední.



obr. č. 13

II.5. Úhlové polonápravy

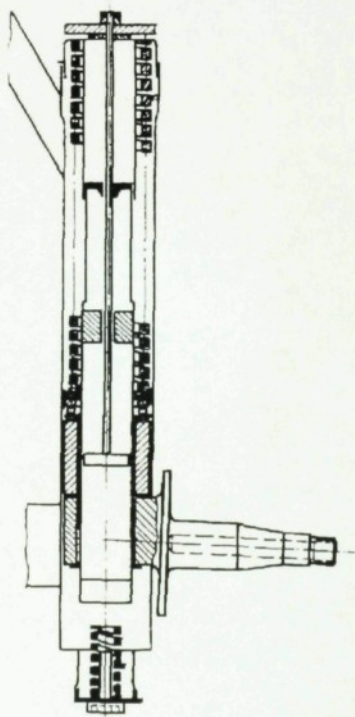
Jsou kombinací polonáprav kyvadlových a klikových. Osa kývání je s podélnou rovinou souměrnosti výrazně různoběžná. Účelem je dosažení výhodných kinematických vlastností, hlavně menší změny rozchodu při vykyvování kol. Staví se převážně jako zadní hnací polonápravy. Má ji Tatra 603, Škoda 1000 MB.



obr. č. 14

II.6. Teleskopické (posuvné) polonápravy

Jsou charakteristické pro některé typy italských osobních automobilů. Má čep kola v celku se svislým válečkem, který je veden a odpružen ve svislém trubkovém plášti. Kolo se může jen posouvat ve směru osy trubkového pláště, tzn., že při propérování se nemění geometrie řízení, rozchod ani rozvor kol. Kínematicky velmi výhodná a má ze všech polonáprav nejmenší neodpěrovanou hmotu. Konstruktivně je dosti složitá a hodí se pro hnané polonápravy řidící.



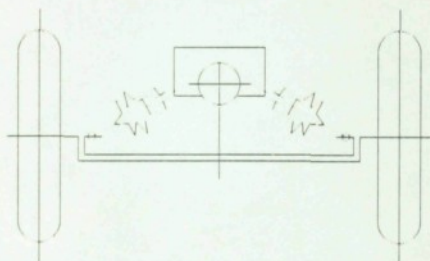
obr. č. 15

III. Kombinace polonápravy tuhé a výkyvné (De Dion)

Spojuje výhody tuhých náprav a polonáprav. Je známa jako dionská náprava podle francouzských závodů Dion-Bouton.

Kola jsou uložena na koncích tuhé nápravnice, která může být zavěšena k vozidlu listovými pery, pružinami i zkrutnými tyčemi. Rozvodovka je upevněna k rámu nebo samonosné karosérii. Přenos točivého momentu je zajištěn kloubem vedle rozvodovky, dále teleskopickým hřídelem kola a dalším kloubem u hlavy kola.

Vedení kola v přímé stopě a podstatné zmenšení neodpérovaných hmot téměř na úroveň polonáprav je výhodné u závodních a rychlých osobních automobilů. Konstrukční uspořádání je vhodné pro zadní nápravy hnací.

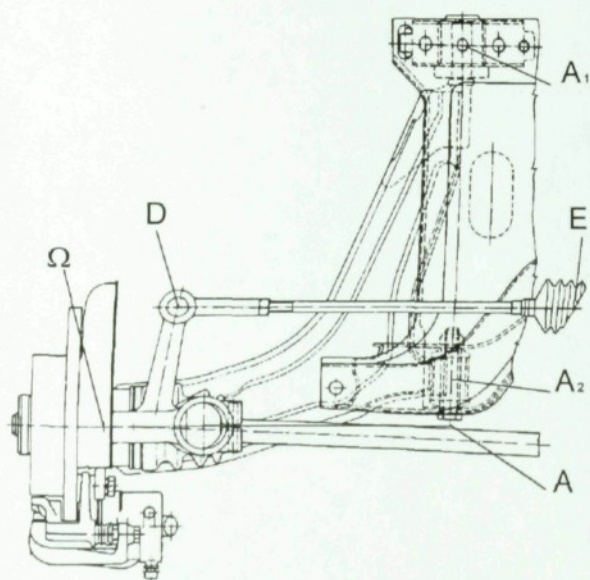
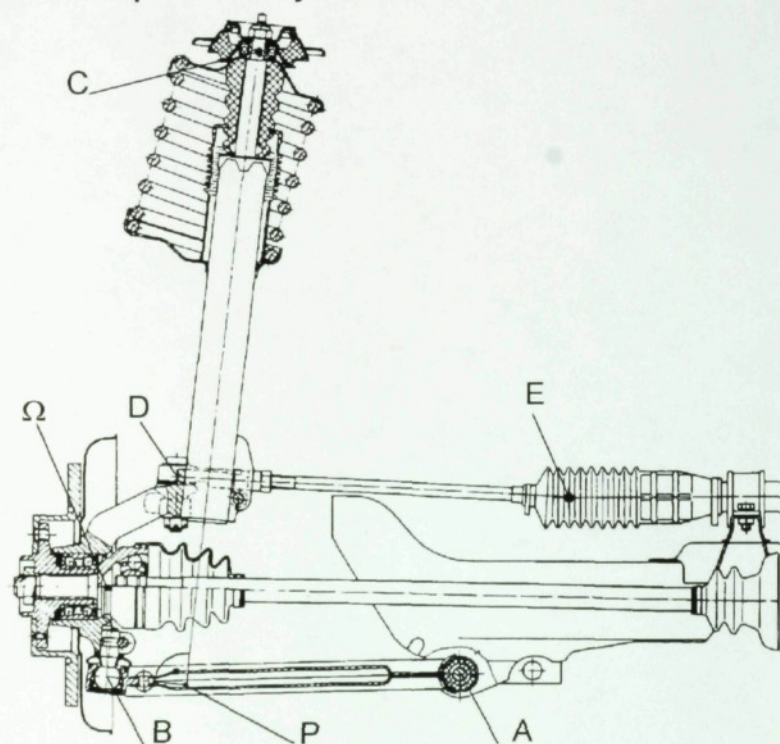


obr. č. 16

Dodatek

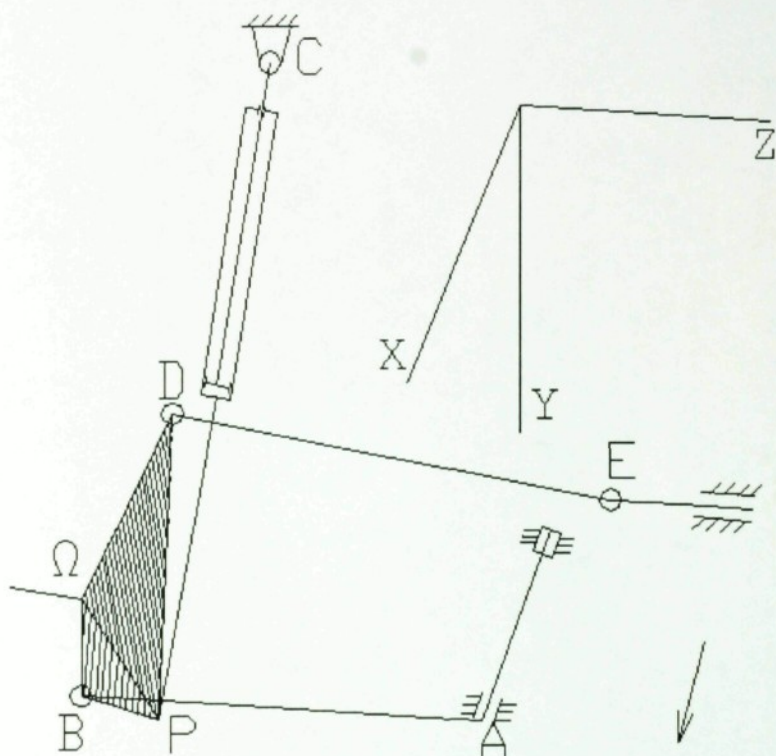
V dnešní době se u některých osobních a závodních automobilů vyskytují řízené zadní nápravy. Příklad: Peugeot 306, 405. Nedá se však mluvit o nápravě řídící, protože řízení nápravy nesloží ke změně směru jízdy automobilu, ale ke zlepšení jízdních vlastností automobilu při průjezdu zatáčkami.

Přední náprava Škody Favorit



obr. č. 17

Kinematické schéma přední nápravy Škody Favorit



obr. č. 18

Popis významných bodů na nápravě

A : fiktivní bod, který je patou kolmice spuštěné z bodu B na osu rotace trojúhelníkového příčného ramena

B : střed kulového čepu

C : střed uložení tlumiče v karosérii

D : střed kulového kloubu řídicí tyče a řídicí páky

E : střed kulového kloubu řídicí tyče a hřebene řízení

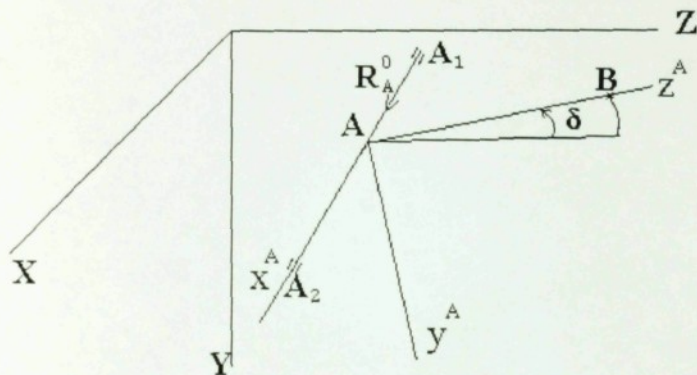
P : fiktivní bod, který je definován jako pata kolmice spuštěné z bodu B na osu tlumiče

Ω : fiktivní bod, který je patou kolmice spuštěné z bodu B na osu náboje kola

Analytické určení polohy referenčního bodu Ω

Určení bodu B

Pro určení polohy bodu B musíme znát souřadnice uchycení ramena na karosérii (souřadnice bodů A_1 , A_2) , polohu bodu A ležícího na úsečce A_1A_2 , který je patou kolmice spuštěné z bodu B na tuto úsečku , vzdálenost bodu B od bodu A (značeno $\underline{b}$) a úhel $\underline{\delta}$, který představuje propérování ramena .



obr.č. 19

Následují výrazy popisující nalezení jednotkového vektoru $\mathbf{R}_A^0$ úsečky A_1A_2 .

$$\mathbf{R}_{A1} : (X_{A1}, Y_{A1}, Z_{A1})$$

$$\mathbf{R}_{A2} : (X_{A2}, Y_{A2}, Z_{A2})$$

Vzdálenost bodů A_1 a A_2

$$|\mathbf{R}_{A1A2}| = \sqrt{(X_{A2} - X_{A1})^2 + (Y_{A2} - Y_{A1})^2 + (Z_{A2} - Z_{A1})^2}$$

Pak pro výpočet jednotkové ho vektoru ve směru $A_1 A_2$ platí

$$\mathbf{R}_A^0 = \frac{\mathbf{R}_{A2} - \mathbf{R}_{A1}}{|\mathbf{R}_{A1A2}|}$$

Rozeptejme na složky

$$X_A^0 = \frac{X_{A2} - X_{A1}}{|\mathbf{R}_{A1A2}|} ; Y_A^0 = \frac{Y_{A2} - Y_{A1}}{|\mathbf{R}_{A1A2}|} ; Z_A^0 = \frac{Z_{A2} - Z_{A1}}{|\mathbf{R}_{A1A2}|} \quad (1)$$

$$\mathbf{R}_A^0 : (X_A^0, Y_A^0, Z_A^0)$$

Bod A leží na úsečce A_1A_2 ve vzdálenosti $\underline{a}$ od bodu A_1 . Vzdálenost $\underline{a}$ byla odměřena na výkresu nápravy. Polohový vektor bodu A je proto

$$\mathbf{R}_A = \mathbf{R}_{A1} + \mathbf{R}_A^0 \cdot \underline{a} \quad (2)$$

K nalezení bodu B je použito Brátovy maticové metody popsané v dodatku . Transformační matice popisující posun počátku pomocného souřadného systému (x^A, y^A, z^A) do bodu A je

$$\mathbf{T}_A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & X_A \\ 0 & 1 & 0 & Y_A \\ 0 & 0 & 1 & Z_A \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

Pootočení pomocného souřadného systému tak , aby x-ová osa souřadného systému ležela na úsečce A_1A_2 , je dáno úhly χ a λ , kde úhel χ je rotace kolem osy y^1 a úhel λ je následná rotace kolem osy z^2 .

$$\operatorname{tg}(\chi) = \frac{-Z_A^0}{X_A^0} \quad \Rightarrow \quad \chi = \operatorname{arctg}\left(\frac{-Z_A^0}{X_A^0}\right) \quad (4)$$

$$\operatorname{tg}(\lambda) = \frac{Y_A^0}{\sqrt{(X_A^0)^2 + (Z_A^0)^2}} \quad \Rightarrow \quad \lambda = \operatorname{arctg}\left(\frac{Y_A^0}{\sqrt{(X_A^0)^2 + (Z_A^0)^2}}\right)$$

Pak lze psát transformační matice $\mathbf{T}_\chi$, $\mathbf{T}_\lambda$

$$\mathbf{T}_\chi = \begin{bmatrix} \cos(\chi) & 0 & \sin(\chi) & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin(\chi) & 0 & \cos(\chi) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$\mathbf{T}_\lambda = \begin{bmatrix} \cos(\lambda) & -\sin(\lambda) & 0 & 0 \\ \sin(\lambda) & \cos(\lambda) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

Rotaci bodu B okolo úsečky $A_1 A_2$ (osa x^A) lze popsat transformační maticí T_δ

$$\mathbf{T}_\delta = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\delta) & -\sin(\delta) & 0 \\ 0 & \sin(\delta) & \cos(\delta) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (7)$$

Bod B je v pomocném souřadném systému (x^A, y^A, z^A) určen rozšířeným polohovým vektorem $\mathbf{r}_B$

$$\mathbf{r}_B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ b \\ 1 \end{bmatrix} \quad (8)$$

Polohový vektor bodu B v globálním souřadném systému (X,Y,Z) je možné vyjádřit

$$\mathbf{R}_B = \mathbf{T}_A \cdot \mathbf{T}_\chi \cdot \mathbf{T}_\lambda \cdot \mathbf{T}_\delta \cdot \mathbf{r}_B \quad (9)$$

Jednotlivé složky vektoru $\mathbf{R}_B$ jsou

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_B &: (X_B, Y_B, Z_B) \\ X_B &= (\cos(\chi) \cdot \sin(\lambda) \cdot \sin(\delta) + \sin(\chi) \cdot \cos(\delta)) \cdot b + X_A \\ Y_B &= (-\cos(\lambda) \cdot \sin(\delta)) \cdot b + Y_A \\ Z_B &= (-\sin(\chi) \cdot \sin(\lambda) \cdot \sin(\delta) + \cos(\chi) \cdot \cos(\delta)) \cdot b + Z_A \end{aligned} \quad (10)$$

Jakmile známe polohu bodu B, můžeme určit vektor $\mathbf{R}_{BC}$

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_{BC} &= \mathbf{R}_C - \mathbf{R}_B \\ \mathbf{R}_{BC} &: (X_{BC}, Y_{BC}, Z_{BC}) \end{aligned}$$

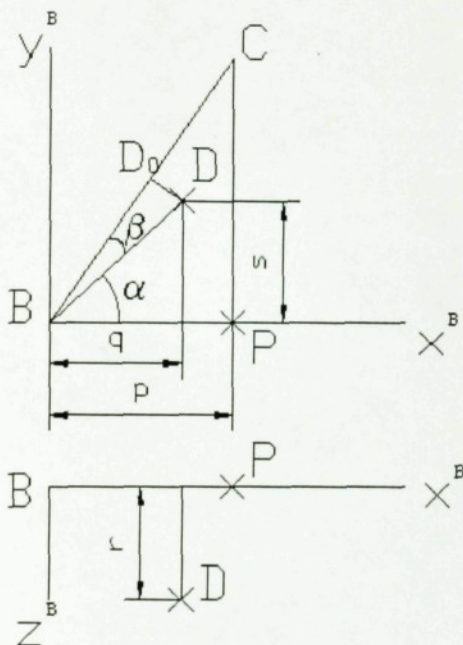
Úsečka BC je zároveň okamžitou osou otáčení tělesa kola v závislosti na natočení volantu. Udává tedy záklon a příklon fiktivního čepu kola.

Určení bodu D

Na tělese kola si definujeme pomocný souřadný systém (x^B, y^B, z^B) . Jeho počátek umístíme do bodu B. Osa x^B leží na spojnici bodů B a P. Osa y^B je rovnoběžná s osou tlumiče.

Bod P je definován jako pata kolmice spuštěné z bodu B na osu tlumiče. Jeho vzdálenost od bodu B je konstantní (p).

V tomto pomocném souřadném systému určíme polohu bodu D. Jeho polohový vektor je v pomocném souřadném systému neměnný. Jeho jednotlivé složky (q , r , s) odměříme na konkrétní nápravě.



obr. č. 20

V první fázi výpočtu zjistíme polohu bodu D_0 , který vznikne jako průsečík úsečky BC a roviny σ , která je na tuto úsečku kolmá a leží v ní bod D.

$$D_0: BC \cap \sigma$$

$$\sigma: \sigma \perp \mathbf{R}_{BC}, D \in \sigma$$

Provedeme pomocný výpočet k určení vzdálenosti t_{D_0} bodu D_0 od bodu B .

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \alpha &= \frac{s}{q} \quad \Rightarrow \quad \alpha = \operatorname{arctg} \frac{s}{q} \\ \cos(\alpha + \beta) &= \frac{p}{|\mathbf{R}_{BC}|} \quad \Rightarrow \quad \beta = \arccos \frac{p}{|\mathbf{R}_{BC}|} - \operatorname{arctg} \frac{s}{q} \\ \cos \beta &= \frac{t_{D_0}}{\sqrt{q^2 + s^2}} \Rightarrow t_{D_0} = \cos \left(\arccos \frac{p}{|\mathbf{R}_{BC}|} - \operatorname{arctg} \frac{s}{q} \right) \cdot \sqrt{q^2 + s^2} \end{aligned} \quad (11)$$

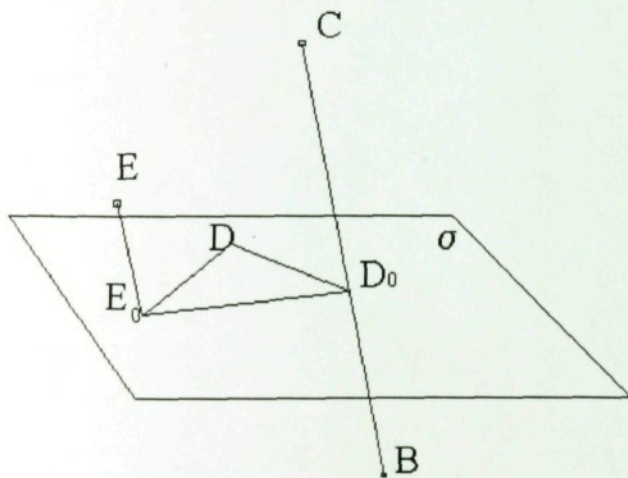
Pak souřadnice bodu D_0 v globálním souřadném systému určuje vektor $\mathbf{R}_{D_0}$, který lze vyjádřit vztahem

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_{D_0} &= \mathbf{R}_B + \mathbf{R}_{BC}^0 \cdot t_{D_0} \\ \mathbf{R}_{D_0} &: (X_{D_0}, Y_{D_0}, Z_{D_0}) \end{aligned} \quad (12)$$

Rovnice roviny σ je tedy

$$X_{BC}^0 (X - X_{D_0}) + Y_{BC}^0 (Y - Y_{D_0}) + Z_{BC}^0 (Z - Z_{D_0}) = 0$$

Dále určíme bod E_0 , který vznikne průmětem bodu E do roviny σ



obr. č. 21

O bodu E_0 víme : 1) leží na přímce procházející bodem E a zároveň je tato přímka rovnoběžná s vektorem $\mathbf{R}_{BC}^0$. Jeho vzdálenost od bodu E je t_{E0} .

$$\mathbf{R}_{E0} = \mathbf{R}_E + \mathbf{R}_{BC}^0 \cdot t_{E0} \quad (13)$$

2) leží v rovině σ

$$X_{BC}^0 (X_{E0} - X_{D0}) + Y_{BC}^0 (Y_{E0} - Y_{D0}) + Z_{BC}^0 (Z_{E0} - Z_{D0}) = 0 \quad (14)$$

Rozepsáním rovnice (13) do složek dostaneme

$$\begin{aligned} X_{E0} &= X_E + X_{BC}^0 \cdot t_{E0} \\ Y_{E0} &= Y_E + Y_{BC}^0 \cdot t_{E0} \\ Z_{E0} &= Z_E + Z_{BC}^0 \cdot t_{E0} \end{aligned} \quad (15)$$

a po dosazení do rovnice roviny σ

$$X_{BC}^0 (X_E + X_{BC}^0 \cdot t_{E0} - X_{D0}) + Y_{BC}^0 (Y_E + Y_{BC}^0 \cdot t_{E0} - Y_{D0}) + Z_{BC}^0 (Z_E + Z_{BC}^0 \cdot t_{E0} - Z_{D0}) = 0 \quad (16)$$

dostaneme

$$t_{E0} = \frac{-(X_{BC}^0 (X_E - X_{D0}) + Y_{BC}^0 (Y_E - Y_{D0}) + Z_{BC}^0 (Z_E - Z_{D0}))}{(X_{BC}^0)^2 + (Y_{BC}^0)^2 + (Z_{BC}^0)^2}$$

přičemž

$$|\mathbf{R}_{BC}^0| = \sqrt{(X_{BC}^0)^2 + (Y_{BC}^0)^2 + (Z_{BC}^0)^2} = 1$$

takže

$$t_{E0} = -(X_{BC}^0 (X_E - X_{D0}) + Y_{BC}^0 (Y_E - Y_{D0}) + Z_{BC}^0 (Z_E - Z_{D0})) \quad (17)$$

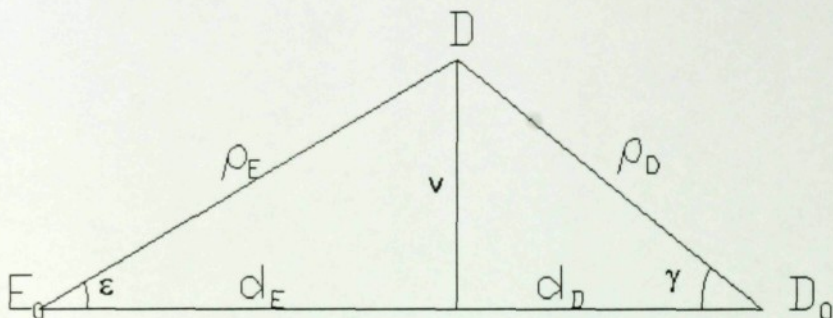
To lze zapsat pomocí vektorů

$$t_{E0} = -(\mathbf{R}_{BC}^0 \cdot \mathbf{R}_{D0,E}) \quad (18)$$

kde

$$\mathbf{R}_{D0,E} = \mathbf{R}_E - \mathbf{R}_{D0}$$

Nyní si můžeme bod D vyjádřit v rovině σ následujícím obrázkem.



obr. č. 22

Kde ρ_E je vzdálenost bodu E_0 od bodu D.

$$\rho_E = l^2 - e^2 \quad (19)$$

$$e = |\mathbf{R}_{E,E0}|$$

Polohový vektor bodu E $\mathbf{R}_E$ je závislý na konstrukci a vysunutí hřebene řízení $\underline{h}$

$$\mathbf{R}_E : (X_E, Y_E, Z_E(h))$$

Vzdálenost l představuje vzdálenost bodu E od bodu D a je dána konstrukcí řídicí tyče. e je vzdálenost bodu E od roviny σ a také jeho vzdálenost od bodu E_0 .

Vzdálenost bodu D od D_0 lze vyjádřit

$$\rho_D^2 = t^2 + r^2 \quad (20)$$

kde t lze vyjádřit (viz. obr. č. 20)

$$t = \sin \beta \cdot \sqrt{q^2 + s^2} \quad (21)$$

a pak

$$\rho_D = \sqrt{\left(\sin \beta \cdot \sqrt{q^2 + s^2}\right)^2 + r^2} \quad (22)$$

Podle kosinové věty jdou vyjádřit úhly γ, ϵ

$$\cos \gamma = \frac{\rho_D^2 + d^2 - \rho_E^2}{2 \cdot \rho_D \cdot d} \quad \cos \epsilon = \frac{\rho_E^2 + d^2 - \rho_D^2}{2 \cdot \rho_E \cdot d} \quad (23)$$

a pak

$$d_D = \rho_D \cdot \cos \gamma \quad (24)$$

$$d_D = \frac{\rho_D^2 + d^2 - \rho_E^2}{2 \cdot d} \quad (25)$$

$$d_E = d - d_D$$

$$v = \pm \sqrt{\rho_D^2 - d_D^2} \quad (26)$$

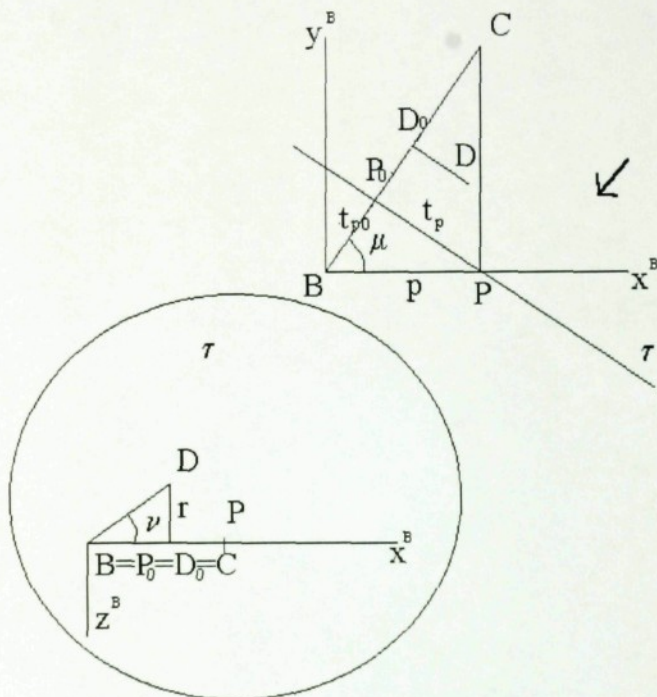
Znaménko je dáno konstrukcí a závisí na tom, pro které kolo právě výpočet probíhá. Pro levé kolo je to znaménko minus (viz. obr. č. 21).

Výsledný polohový vektor $\mathbf{R}_D$ je dán součtem vektorů

$$\mathbf{R}_D = \mathbf{R}_{D0} + \mathbf{R}_{D0,E0}^0 \cdot d_D + (\mathbf{R}_{BC}^0 \times \mathbf{R}_{D0,E0}^0) v \quad (27)$$

Určení bodu P

Bod P leží v rovině τ , která je kolmá k úsečce BC. Nejdříve V první fázi si určíme polohu pomocného bodu P_0 , jenž je průsečíkem roviny τ a úsečky BC.



obr. č. 23

Z obrázku je zřejmé, že v rovině τ svírá jednotkový vektor $\mathbf{R}_{P_0,P}^0$ s průmětem jednotkového vektoru $\mathbf{R}_{D_0,D}^0$ úhel ν daným konstrukcí. To lze vyjádřit vztahem

$$\mathbf{R}_{P_0,P}^0 \cdot \mathbf{R}_{D_0,D}^0 = \cos \nu \quad (28)$$

ve složkách

$$X_{P_0,P}^0 \cdot X_{D_0,D}^0 + Y_{P_0,P}^0 \cdot Y_{D_0,D}^0 + Z_{P_0,P}^0 \cdot Z_{D_0,D}^0 = \cos \nu$$

kde

$$\sin \nu = \frac{r}{|\mathbf{R}_{D_0,D}|} \quad \Rightarrow \quad \nu = \arcsin \frac{r}{|\mathbf{R}_{D_0,D}|} \quad (29)$$

Dále je zřejmé, že jednotkový vektor $\mathbf{R}_{P0,P}^0$ svírá pravý úhel s jednotkovým vektorem $\mathbf{R}_{BC}^0$. To zapišeme vztahem

$$\mathbf{R}_{P0,P}^0 \cdot \mathbf{R}_{BC}^0 = 0 \quad (30)$$

ve složkách

$$X_{P0,P}^0 \cdot X_{BC}^0 + Y_{P0,P}^0 \cdot Y_{BC}^0 + Z_{P0,P}^0 \cdot Z_{BC}^0 = 0$$

To jsou dvě rovnice pro tři neznámé. Třetí rovnice vyplývá ze závislosti druhých mocnin jednotlivých složek jednotkového vektoru

$$X_{P0,P}^0{}^2 + Y_{P0,P}^0{}^2 + Z_{P0,P}^0{}^2 = 1 \quad (31)$$

Po úpravě dostaneme

$$\left(\frac{Z_{P0,P}^0 \cdot Z_{BC}^0 + Y_{BC}^0 \cdot \left(\frac{\cos v - Z_{P0,P}^0 \cdot Z_{D0,D}^0 + Z_{P0,P}^0 \cdot Z_{BC}^0 \frac{X_{D0,D}^0}{X_{BC}^0}}{Y_{D0,D}^0 - Y_{BC}^0 \frac{X_{D0,D}^0}{X_{BC}^0}} \right)}{X_{BC}^0} \right)^2 + \left(\frac{\cos v - Z_{P0,P}^0 \cdot Z_{D0,D}^0 + Z_{P0,P}^0 \cdot Z_{BC}^0 \frac{X_{D0,D}^0}{X_{BC}^0}}{Y_{D0,D}^0 - Y_{BC}^0 \frac{X_{D0,D}^0}{X_{BC}^0}} \right)^2 + Z_{P0,P}^0{}^2 = 1 \quad (32)$$

Po zavedení substitucí

$$Jm = Y_{D0,D}^0 \cdot X_{BC}^0 - X_{D0,D}^0 \cdot Y_{BC}^0$$

$$Zav = X_{D0,D}^0 \cdot Z_{BC}^0 - Z_{D0,D}^0 \cdot X_{BC}^0$$

pak rovnici (32) lze upravit

$$Ak \cdot Z_{P0,P}^0{}^2 + Bk \cdot Z_{P0,P}^0 + Ck = 0$$

kde

$$Ak = \frac{1}{(X_{BC}^0 \cdot Jm)^2} \left(Y_{BC}^0{}^2 \cdot Zav^2 + 2 \cdot Y_{BC}^0 \cdot Z_{BC}^0 \cdot Jm \cdot Zav + Z_{BC}^0{}^2 \cdot Jm^2 + X_{BC}^0{}^2 \cdot Zav^2 \right) + 1$$

$$Bk = \frac{2}{(X_{BC}^0 \cdot Jm)^2} \left(X_{BC}^0 \cdot Y_{BC}^0{}^2 \cdot \cos v \cdot Zav + X_{BC}^0 \cdot Y_{BC}^0 \cdot Z_{BC}^0 \cdot \cos v \cdot Jm + X_{BC}^0{}^3 \cdot \cos v \cdot Zav \right)$$

$$Ck = \frac{1}{(X_{BC}^0 \cdot Jm)^2} \left(X_{BC}^0{}^2 \cdot Y_{BC}^0{}^2 \cdot \cos^2 v + X_{BC}^0{}^4 \cdot \cos^2 v \right) - 1$$

To je kvadratická rovnice, která má dvě řešení.

$$Z_{P0,P}^0 = \frac{-Bk \pm \sqrt{Bk^2 - 4 \cdot Ak \cdot Ck}}{2 \cdot Ak}$$

Pro náš případ je přípustné pouze jedno z těchto řešení, které je dané konstrukcí. Zbývající složky vektoru se vypočítají podle výrazů

$$\begin{aligned} Y_{P0,P}^0 &= \frac{Z_{P0,P}^0 \cdot Zav + X_{BC}^0 \cdot \cos v}{Jm} \\ X_{P0,P}^0 &= \frac{-(Y_{BC}^0 \cdot Y_{P0,P}^0 + Z_{BC}^0 \cdot Z_{P0,P}^0)}{X_{BC}^0} \end{aligned} \quad (33)$$

Vzdálenost bodu P_0 a B (t_{P0}) je podle druhé Euklidovi věty pro odvěsnu

$$t_{P0} = \frac{p^2}{|R_{BC}|} \quad (34)$$

Takže polohový vektor bodu P_0 lze vyjádřit vztahem

$$R_{P0} = R_B + R_{BC}^0 \cdot t_{P0} \quad (35)$$

Vzdálenost bodu P_0 a $P(t_P)$ je

$$t_P = \sqrt{p^2 - t_{P0}^2} \quad (36)$$

Nyní můžeme spočítat polohový vektor bodu $P(R_P)$

$$R_P = R_{P0} + R_{P0,P}^0 \cdot t_P \quad (37)$$

Určení polohy bodu Ω

Bod Ω má s pomocným souřadným systémem (x^P, y^P, z^P) souřadnice $x_\Omega, y_\Omega, z_\Omega$. Potom tedy platí

$$R_\Omega = R_B + x_\Omega \cdot R_{BP}^0 + y_\Omega \cdot R_{PC}^0 + z_\Omega (R_{BP}^0 \times R_{PC}^0) \quad (38)$$

Bod Ω je náš hledaný referenční bod a výraz (38) je naše hledaná funkce.

Analytické určení transformační matice

Určení jednotkových vektorů hledaného souřadného systému

Pro libovolný bod na ose náboje kola N , jenž má v pomocném souřadném systému (x^P, y^P, z^P) souřadnice x_N, y_N, z_N , platí

$$\mathbf{R}_N = \mathbf{R}_B + x_N \cdot \mathbf{R}_{BP}^0 + y_N \cdot \mathbf{R}_{PC}^0 + z_N (\mathbf{R}_{BP}^0 \times \mathbf{R}_{PC}^0) \quad (39)$$

Nyní můžeme určit hledaný souřadný systém $x^\Omega, y^\Omega, z^\Omega$ jehož střed je v bodě Ω , z -ová osa leží na ose náboje kola a tím pádem prochází bodem N , y -ová osa prochází bodem B .

Pro jednotkové vektory tohoto hledaného souřadného systému platí v globálním souřadném systému následující vztahy

$$\mathbf{j} = \frac{\mathbf{R}_B - \mathbf{R}_\Omega}{|\mathbf{R}_B - \mathbf{R}_\Omega|} \quad (40)$$

$$\mathbf{j} : (X_j, Y_j, Z_j)$$

$$\mathbf{k} = \frac{\mathbf{R}_N - \mathbf{R}_\Omega}{|\mathbf{R}_N - \mathbf{R}_\Omega|} \quad (41)$$

$$\mathbf{k} : (X_k, Y_k, Z_k)$$

$$\mathbf{i} = \mathbf{j} \times \mathbf{k} \quad (42)$$

$$\mathbf{i} : (X_i, Y_i, Z_i)$$

Určení Eulerových úhlů

Nyní si budeme definovat rovinu X', Y' , která je rovnoběžná s rovinou X, Y globálního souřadného systému, a v počátku roviny X', Y' leží bod Ω . Úhel precese je nyní dán uzlovou přímkou u . Uzlová přímka vznikne jako průsečnice rovin X', Y' a roviny x^Ω, y^Ω (viz. dodatek).

$$u: \quad Z = Z_\Omega$$

$$X_k(X - X_\Omega) + Y_k(Y - Y_\Omega) + \underbrace{Z_k(Z - Z_\Omega)}_0 = 0$$

Rovnice přímky u v souřadném systému X', Y' je

$$Y = Y_\Omega - \frac{X_k}{Y_k}(X - X_\Omega) \quad (43)$$

Pro úhel precese ψ tedy platí

$$\operatorname{tg} \psi = -\frac{X_k}{Y_k} \quad \Rightarrow \quad \psi = \operatorname{arctg} \left(-\frac{X_k}{Y_k} \right) \quad (44)$$

Jednotkový vektor $\mathbf{u}^0$ je $(\cos \psi, \sin \psi, 0)$

Úhel vlastní rotace φ je dán jako skalární součin vektorů

$$\cos \varphi = \mathbf{u}^0 \cdot \mathbf{i} \quad (45)$$

Úhel nutace ϑ je dán jako skalární součin vektorů

$$\cos \vartheta = \mathbf{K} \cdot \mathbf{k} = 1 \cdot Z_k \quad (46)$$

kde $\mathbf{K}$ je jednotkový vektor Z-ové osy globálního souřadného systému $\mathbf{K}:(0, 0, 1)$

Transformační matice

Pak naše hledaná transformační matice $\mathbf{T}(\delta, s)$ je

$$\mathbf{T}(\delta, s) = \begin{bmatrix} \cos \psi \cdot \cos \varphi - \sin \psi \cdot \cos \vartheta \cdot \sin \varphi & -\cos \psi \cdot \sin \varphi - \sin \psi \cdot \cos \vartheta \cdot \cos \varphi & \sin \psi \cdot \sin \vartheta \\ \sin \psi \cdot \cos \varphi + \cos \psi \cdot \cos \vartheta \cdot \sin \varphi & -\sin \psi \cdot \sin \varphi + \cos \psi \cdot \cos \vartheta \cdot \cos \varphi & -\cos \psi \cdot \sin \vartheta \\ \sin \vartheta \cdot \sin \varphi & \sin \vartheta \cdot \cos \varphi & \cos \vartheta \end{bmatrix} \quad (47)$$

Nyní pro libovolný bod M o pevných souřadnicích x_M, y_M, z_M v souřadném systému Ω platí v globálním souřadném systému následující vztahy

$$\mathbf{R}_M = \mathbf{R}_\Omega + \mathbf{T} \cdot \mathbf{r}_M \quad (48)$$

pro rychlost bodu M platí

$$\mathbf{v}_M = \frac{\partial \mathbf{R}_M}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} (\mathbf{R}_\Omega + \mathbf{T} \cdot \mathbf{r}_M) = \frac{\partial \mathbf{R}_\Omega}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{T}}{\partial t} \mathbf{r}_M$$

kde

$$\frac{\partial \mathbf{R}_\Omega}{\partial t} = \frac{\partial \mathbf{R}_\Omega}{\partial \delta} \frac{\partial \delta}{\partial t} \quad (49)$$

$$\frac{\partial \mathbf{T}_\Omega}{\partial t} = \frac{\partial \mathbf{T}_\Omega}{\partial \delta} \frac{\partial \delta}{\partial t}$$

a pro zrychlení platí

$$\mathbf{a}_M = \frac{\partial \mathbf{v}_M}{\partial t} = \frac{\partial^2}{\partial t^2} (\mathbf{R}_\Omega + \mathbf{T} \cdot \mathbf{r}_M) = \frac{\partial^2 \mathbf{R}_\Omega}{\partial t^2} + \frac{\partial \mathbf{T}}{\partial t^2} \mathbf{r}_M \quad (50)$$

První derivace

$$\frac{\partial \mathbf{T}}{\partial \delta} = \frac{\partial \mathbf{T}}{\partial \psi} \cdot \frac{\partial \psi}{\partial \delta} + \frac{\partial \mathbf{T}}{\partial \varphi} \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial \delta} + \frac{\partial \mathbf{T}}{\partial \vartheta} \cdot \frac{\partial \vartheta}{\partial \delta}$$

$$\frac{\partial \mathbf{T}}{\partial \psi} = \begin{bmatrix} -\sin \psi \cdot \cos \varphi - \cos \psi \cdot \cos \vartheta \cdot \sin \varphi & \sin \psi \cdot \sin \varphi - \cos \psi \cdot \cos \vartheta \cdot \cos \varphi & \cos \psi \cdot \sin \vartheta \\ \cos \psi \cdot \cos \varphi - \sin \psi \cdot \cos \vartheta \cdot \sin \varphi & -\cos \psi \cdot \sin \varphi - \sin \psi \cdot \cos \vartheta \cdot \cos \varphi & \sin \psi \cdot \sin \vartheta \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\frac{\partial \mathbf{T}}{\partial \varphi} = \begin{bmatrix} -\cos \psi \cdot \sin \varphi - \sin \psi \cdot \cos \vartheta \cdot \cos \varphi & -\cos \psi \cdot \cos \varphi + \sin \psi \cdot \cos \vartheta \cdot \sin \varphi & 0 \\ -\sin \psi \cdot \sin \varphi + \cos \psi \cdot \cos \vartheta \cdot \cos \varphi & -\sin \psi \cdot \cos \varphi - \cos \psi \cdot \cos \vartheta \cdot \sin \varphi & 0 \\ \sin \vartheta \cdot \cos \varphi & -\sin \vartheta \cdot \sin \varphi & 0 \end{bmatrix}$$

$$\frac{\partial \mathbf{T}}{\partial \vartheta} = \begin{bmatrix} \sin \psi \cdot \sin \vartheta \cdot \sin \varphi & \sin \psi \cdot \sin \vartheta \cdot \cos \varphi & \sin \psi \cdot \cos \vartheta \\ -\cos \psi \cdot \sin \vartheta \cdot \sin \varphi & -\cos \psi \cdot \sin \vartheta \cdot \cos \varphi & -\cos \psi \cdot \cos \vartheta \\ \cos \vartheta \cdot \sin \varphi & \cos \vartheta \cdot \cos \varphi & -\sin \vartheta \end{bmatrix}$$

$$\psi = \arctg \frac{-X_k}{Y_k} \quad \left| \quad \frac{\partial}{\partial \delta} \right.$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial \delta} = \frac{X_k \frac{\partial Y_k}{\partial \delta} - Y_k \frac{\partial X_k}{\partial \delta}}{X_k^2 + Y_k^2}$$

$$\cos \varphi = X_i \cdot \cos \psi + Y_i \cdot \sin \psi \quad \left| \quad \frac{\partial}{\partial \delta} \right.$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \delta} = \frac{-1}{\sin \varphi} \left[\cos \psi \cdot \frac{\partial X_i}{\partial \delta} + \sin \psi \cdot \frac{\partial Y_i}{\partial \delta} + (\cos \psi \cdot Y_i - \sin \psi \cdot X_i) \frac{\partial \psi}{\partial \delta} \right]$$

$$\cos \vartheta = Z_k \quad \left| \quad \frac{\partial}{\partial \delta} \right.$$

$$\frac{\partial \vartheta}{\partial \delta} = -\frac{1}{\sin \vartheta} \cdot \frac{\partial Z_k}{\partial \delta}$$

$$\mathbf{k} = \frac{\mathbf{R}_N - \mathbf{R}_\Omega}{|\mathbf{R}_N - \mathbf{R}_\Omega|} \quad \left| \frac{\partial}{\partial \delta} \right.$$

$$\frac{\partial \mathbf{k}}{\partial \delta} = \frac{\frac{\partial \mathbf{R}_N}{\partial \delta} - \frac{\partial \mathbf{R}_\Omega}{\partial \delta}}{|\mathbf{R}_N - \mathbf{R}_\Omega|} - \frac{\mathbf{R}_N - \mathbf{R}_\Omega}{|\mathbf{R}_N - \mathbf{R}_\Omega|^2} \cdot \frac{\partial}{\partial \delta} (|\mathbf{R}_N - \mathbf{R}_\Omega|)$$

$$\frac{\partial X_k}{\partial \delta} = \frac{\frac{\partial X_N}{\partial \delta} - \frac{\partial X_\Omega}{\partial \delta}}{|\mathbf{R}_N - \mathbf{R}_\Omega|} - \frac{X_N - X_\Omega}{|\mathbf{R}_N - \mathbf{R}_\Omega|^2} \cdot \frac{\partial}{\partial \delta} (|\mathbf{R}_N - \mathbf{R}_\Omega|)$$

$$\frac{\partial Y_k}{\partial \delta} = \frac{\frac{\partial Y_N}{\partial \delta} - \frac{\partial Y_\Omega}{\partial \delta}}{|\mathbf{R}_N - \mathbf{R}_\Omega|} - \frac{Y_N - Y_\Omega}{|\mathbf{R}_N - \mathbf{R}_\Omega|^2} \cdot \frac{\partial}{\partial \delta} (|\mathbf{R}_N - \mathbf{R}_\Omega|)$$

$$\frac{\partial Z_k}{\partial \delta} = \frac{\frac{\partial Z_N}{\partial \delta} - \frac{\partial Z_\Omega}{\partial \delta}}{|\mathbf{R}_N - \mathbf{R}_\Omega|} - \frac{Z_N - Z_\Omega}{|\mathbf{R}_N - \mathbf{R}_\Omega|^2} \cdot \frac{\partial}{\partial \delta} (|\mathbf{R}_N - \mathbf{R}_\Omega|)$$

$$\mathbf{j} = \frac{\mathbf{R}_B - \mathbf{R}_\Omega}{|\mathbf{R}_B - \mathbf{R}_\Omega|} \quad \left| \frac{\partial}{\partial \delta} \right.$$

$$\frac{\partial \mathbf{j}}{\partial \delta} = \frac{\frac{\partial \mathbf{R}_B}{\partial \delta} - \frac{\partial \mathbf{R}_\Omega}{\partial \delta}}{|\mathbf{R}_B - \mathbf{R}_\Omega|} - \frac{\mathbf{R}_B - \mathbf{R}_\Omega}{|\mathbf{R}_B - \mathbf{R}_\Omega|^2} \cdot \frac{\partial}{\partial \delta} (|\mathbf{R}_B - \mathbf{R}_\Omega|)$$

$$\frac{\partial X_j}{\partial \delta} = \frac{\frac{\partial X_B}{\partial \delta} - \frac{\partial X_\Omega}{\partial \delta}}{|\mathbf{R}_B - \mathbf{R}_\Omega|} - \frac{X_B - X_\Omega}{|\mathbf{R}_B - \mathbf{R}_\Omega|^2} \cdot \frac{\partial}{\partial \delta} (|\mathbf{R}_B - \mathbf{R}_\Omega|)$$

$$\frac{\partial Y_j}{\partial \delta} = \frac{\frac{\partial Y_B}{\partial \delta} - \frac{\partial Y_\Omega}{\partial \delta}}{|\mathbf{R}_B - \mathbf{R}_\Omega|} - \frac{Y_B - Y_\Omega}{|\mathbf{R}_B - \mathbf{R}_\Omega|^2} \cdot \frac{\partial}{\partial \delta} (|\mathbf{R}_B - \mathbf{R}_\Omega|)$$

$$\frac{\partial Z_j}{\partial \delta} = \frac{\frac{\partial Z_B}{\partial \delta} - \frac{\partial Z_\Omega}{\partial \delta}}{|\mathbf{R}_B - \mathbf{R}_\Omega|} - \frac{Z_B - Z_\Omega}{|\mathbf{R}_B - \mathbf{R}_\Omega|^2} \cdot \frac{\partial}{\partial \delta} (|\mathbf{R}_B - \mathbf{R}_\Omega|)$$

$$\mathbf{i} = \mathbf{j} \times \mathbf{k} \quad \left| \frac{\partial}{\partial \delta} \right.$$

$$\frac{\partial \mathbf{i}}{\partial \delta} = \frac{\partial \mathbf{j}}{\partial \delta} \times \mathbf{k} + \mathbf{j} \times \frac{\partial \mathbf{k}}{\partial \delta}$$

$$\frac{\partial X_i}{\partial \delta} = \frac{\partial Y_j}{\partial \delta} Z_k - \frac{\partial Z_j}{\partial \delta} Y_k + Y_j \frac{\partial Z_k}{\partial \delta} - Z_j \frac{\partial Y_k}{\partial \delta}$$

$$\frac{\partial Y_i}{\partial \delta} = \frac{\partial X_j}{\partial \delta} Z_k - \frac{\partial Z_j}{\partial \delta} X_k + X_j \frac{\partial Z_k}{\partial \delta} - Z_j \frac{\partial X_k}{\partial \delta}$$

$$\frac{\partial Z_i}{\partial \delta} = \frac{\partial X_j}{\partial \delta} Y_k - \frac{\partial Y_j}{\partial \delta} X_k + X_j \frac{\partial Y_k}{\partial \delta} - Y_j \frac{\partial X_k}{\partial \delta}$$

$$|\mathbf{R}_N - \mathbf{R}_Q| = \sqrt{(X_N - X_Q)^2 + (Y_N - Y_Q)^2 + (Z_N - Z_Q)^2} \quad \left| \frac{\partial}{\partial \delta} \right.$$

$$\frac{\partial}{\partial \delta} (|\mathbf{R}_N - \mathbf{R}_Q|) = \frac{1}{|\mathbf{R}_N - \mathbf{R}_Q|} \left[(X_N - X_Q) \left(\frac{\partial X_N}{\partial \delta} - \frac{\partial X_Q}{\partial \delta} \right) + (Y_N - Y_Q) \left(\frac{\partial Y_N}{\partial \delta} - \frac{\partial Y_Q}{\partial \delta} \right) + (Z_N - Z_Q) \left(\frac{\partial Z_N}{\partial \delta} - \frac{\partial Z_Q}{\partial \delta} \right) \right]$$

$$\mathbf{R}_N = \mathbf{R}_B + x_N \cdot \mathbf{R}_{BP}^0 + y_N \cdot \mathbf{R}_{PC}^0 + z_N \cdot (\mathbf{R}_{BP}^0 \times \mathbf{R}_{PC}^0) \quad \left| \frac{\partial}{\partial \delta} \right.$$

$$\frac{\partial \mathbf{R}_N}{\partial \delta} = \frac{\partial \mathbf{R}_B}{\partial \delta} + x_N \frac{\partial \mathbf{R}_{BP}^0}{\partial \delta} + y_N \frac{\partial \mathbf{R}_{PC}^0}{\partial \delta} + z_N \left(\frac{\partial \mathbf{R}_{BP}^0}{\partial \delta} \times \mathbf{R}_{PC}^0 + \mathbf{R}_{BP}^0 \times \frac{\partial \mathbf{R}_{PC}^0}{\partial \delta} \right)$$

$$\frac{\partial X_N}{\partial \delta} = \frac{\partial X_B}{\partial \delta} + x_N \frac{\partial X_{BP}^0}{\partial \delta} + y_N \frac{\partial X_{PC}^0}{\partial \delta} + z_N \left(\frac{\partial Y_{BP}^0}{\partial \delta} Z_{PC}^0 - \frac{\partial Z_{BP}^0}{\partial \delta} Y_{PC}^0 + Y_{BP}^0 \frac{\partial Z_{PC}^0}{\partial \delta} - Z_{BP}^0 \frac{\partial Y_{PC}^0}{\partial \delta} \right)$$

$$\frac{\partial Y_N}{\partial \delta} = \frac{\partial Y_B}{\partial \delta} + x_N \frac{\partial Y_{BP}^0}{\partial \delta} + y_N \frac{\partial Y_{PC}^0}{\partial \delta} + z_N \left(\frac{\partial X_{BP}^0}{\partial \delta} Z_{PC}^0 - \frac{\partial Z_{BP}^0}{\partial \delta} X_{PC}^0 + X_{BP}^0 \frac{\partial Z_{PC}^0}{\partial \delta} - Z_{BP}^0 \frac{\partial X_{PC}^0}{\partial \delta} \right)$$

$$\frac{\partial Z_N}{\partial \delta} = \frac{\partial Z_B}{\partial \delta} + x_N \frac{\partial Z_{BP}^0}{\partial \delta} + y_N \frac{\partial Z_{PC}^0}{\partial \delta} + z_N \left(\frac{\partial X_{BP}^0}{\partial \delta} Y_{PC}^0 - \frac{\partial Y_{BP}^0}{\partial \delta} X_{PC}^0 + X_{BP}^0 \frac{\partial Y_{PC}^0}{\partial \delta} - Y_{BP}^0 \frac{\partial X_{PC}^0}{\partial \delta} \right)$$

$$\mathbf{R}_{BP}^0 = \frac{\mathbf{R}_P - \mathbf{R}_B}{|\mathbf{R}_P - \mathbf{R}_B|} \quad \left| \frac{\partial}{\partial \delta} \right|$$

$$\frac{\partial \mathbf{R}_{BP}^0}{\partial \delta} = \frac{\frac{\partial \mathbf{R}_P}{\partial \delta} - \frac{\partial \mathbf{R}_B}{\partial \delta}}{|\mathbf{R}_P - \mathbf{R}_B|} - \frac{\mathbf{R}_P - \mathbf{R}_B}{|\mathbf{R}_P - \mathbf{R}_B|^2} \cdot \frac{\partial}{\partial \delta} (|\mathbf{R}_P - \mathbf{R}_B|)$$

$$\frac{\partial X_{BP}^0}{\partial \delta} = \frac{\frac{\partial X_P}{\partial \delta} - \frac{\partial X_B}{\partial \delta}}{|\mathbf{R}_P - \mathbf{R}_B|} - \frac{X_P - X_B}{|\mathbf{R}_P - \mathbf{R}_B|^2} \cdot \frac{\partial}{\partial \delta} (|\mathbf{R}_P - \mathbf{R}_B|)$$

$$\frac{\partial Y_{BP}^0}{\partial \delta} = \frac{\frac{\partial Y_P}{\partial \delta} - \frac{\partial Y_B}{\partial \delta}}{|\mathbf{R}_P - \mathbf{R}_B|} - \frac{Y_P - Y_B}{|\mathbf{R}_P - \mathbf{R}_B|^2} \cdot \frac{\partial}{\partial \delta} (|\mathbf{R}_P - \mathbf{R}_B|)$$

$$\frac{\partial Z_{BP}^0}{\partial \delta} = \frac{\frac{\partial Z_P}{\partial \delta} - \frac{\partial Z_B}{\partial \delta}}{|\mathbf{R}_P - \mathbf{R}_B|} - \frac{Z_P - Z_B}{|\mathbf{R}_P - \mathbf{R}_B|^2} \cdot \frac{\partial}{\partial \delta} (|\mathbf{R}_P - \mathbf{R}_B|)$$

$$\mathbf{R}_{PC}^0 = \frac{\mathbf{R}_C - \mathbf{R}_P}{|\mathbf{R}_C - \mathbf{R}_P|} \quad \left| \frac{\partial}{\partial \delta} \right|$$

$$\frac{\partial \mathbf{R}_{PC}^0}{\partial \delta} = \frac{\frac{\partial \mathbf{R}_C}{\partial \delta} - \frac{\partial \mathbf{R}_P}{\partial \delta}}{|\mathbf{R}_C - \mathbf{R}_P|} - \frac{\mathbf{R}_C - \mathbf{R}_P}{|\mathbf{R}_C - \mathbf{R}_P|^2} \cdot \frac{\partial}{\partial \delta} (|\mathbf{R}_C - \mathbf{R}_P|)$$

$$\frac{\partial \mathbf{R}_C}{\partial \delta} = 0$$

$$\frac{\partial \mathbf{R}_{PC}^0}{\partial \delta} = \frac{-\frac{\partial \mathbf{R}_P}{\partial \delta}}{|\mathbf{R}_C - \mathbf{R}_P|} - \frac{\mathbf{R}_C - \mathbf{R}_P}{|\mathbf{R}_C - \mathbf{R}_P|^2} \cdot \frac{\partial}{\partial \delta} (|\mathbf{R}_C - \mathbf{R}_P|)$$

$$\frac{\partial X_{PC}^0}{\partial \delta} = \frac{-\frac{\partial X_P}{\partial \delta}}{|\mathbf{R}_C - \mathbf{R}_P|} - \frac{X_C - X_P}{|\mathbf{R}_C - \mathbf{R}_P|^2} \cdot \frac{\partial}{\partial \delta} (|\mathbf{R}_C - \mathbf{R}_P|)$$

$$\frac{\partial Y_{PC}^0}{\partial \delta} = \frac{-\frac{\partial Y_P}{\partial \delta}}{|\mathbf{R}_C - \mathbf{R}_P|} - \frac{Y_C - Y_P}{|\mathbf{R}_C - \mathbf{R}_P|^2} \cdot \frac{\partial}{\partial \delta} (|\mathbf{R}_C - \mathbf{R}_P|)$$

$$\frac{\partial Z_{PC}^0}{\partial \delta} = \frac{-\frac{\partial Z_P}{\partial \delta}}{|\mathbf{R}_C - \mathbf{R}_P|} - \frac{Z_C - Z_P}{|\mathbf{R}_C - \mathbf{R}_P|^2} \cdot \frac{\partial}{\partial \delta} (|\mathbf{R}_C - \mathbf{R}_P|)$$

$$|\mathbf{R}_B - \mathbf{R}_\Omega| = \sqrt{(X_B - X_\Omega)^2 + (Y_B - Y_\Omega)^2 + (Z_B - Z_\Omega)^2} \quad \left| \frac{\partial}{\partial \delta} \right|$$

$$\frac{\partial}{\partial \delta} (|\mathbf{R}_B - \mathbf{R}_\Omega|) = \frac{1}{|\mathbf{R}_B - \mathbf{R}_\Omega|} \left[(X_B - X_\Omega) \left(\frac{\partial X_B}{\partial \delta} - \frac{\partial X_\Omega}{\partial \delta} \right) + (Y_B - Y_\Omega) \left(\frac{\partial Y_B}{\partial \delta} - \frac{\partial Y_\Omega}{\partial \delta} \right) + (Z_B - Z_\Omega) \left(\frac{\partial Z_B}{\partial \delta} - \frac{\partial Z_\Omega}{\partial \delta} \right) \right]$$

$$\mathbf{R}_\Omega = \mathbf{R}_B + x_\Omega \cdot \mathbf{R}_{BP}^0 + y_\Omega \cdot \mathbf{R}_{PC}^0 + z_\Omega \cdot (\mathbf{R}_{BP}^0 \times \mathbf{R}_{PC}^0) \quad \left| \frac{\partial}{\partial \delta} \right|$$

$$\frac{\partial \mathbf{R}_\Omega}{\partial \delta} = \frac{\partial \mathbf{R}_B}{\partial \delta} + x_\Omega \frac{\partial \mathbf{R}_{BP}^0}{\partial \delta} + y_\Omega \frac{\partial \mathbf{R}_{PC}^0}{\partial \delta} + z_\Omega \left(\frac{\partial \mathbf{R}_{BP}^0}{\partial \delta} \times \mathbf{R}_{PC}^0 + \mathbf{R}_{BP}^0 \times \frac{\partial \mathbf{R}_{PC}^0}{\partial \delta} \right)$$

$$|\mathbf{R}_C - \mathbf{R}_P| = \sqrt{(X_C - X_P)^2 + (Y_C - Y_P)^2 + (Z_C - Z_P)^2} \quad \left| \frac{\partial}{\partial \delta} \right|$$

$$\frac{\partial \mathbf{R}_C}{\partial \delta} = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial \delta} (|\mathbf{R}_C - \mathbf{R}_P|) = \frac{1}{|\mathbf{R}_C - \mathbf{R}_P|} \left[(X_C - X_P) \left(-\frac{\partial X_P}{\partial \delta} \right) + (Y_C - Y_P) \left(-\frac{\partial Y_P}{\partial \delta} \right) + (Z_C - Z_P) \left(-\frac{\partial Z_P}{\partial \delta} \right) \right]$$

$$|\mathbf{R}_B - \mathbf{R}_P| = \sqrt{(X_B - X_P)^2 + (Y_B - Y_P)^2 + (Z_B - Z_P)^2} \quad \left| \frac{\partial}{\partial \delta} \right|$$

$$\frac{\partial}{\partial \delta} (|\mathbf{R}_B - \mathbf{R}_P|) = \frac{1}{|\mathbf{R}_B - \mathbf{R}_P|} \left[(X_B - X_\Omega) \left(\frac{\partial X_B}{\partial \delta} - \frac{\partial X_P}{\partial \delta} \right) + (Y_B - Y_P) \left(\frac{\partial Y_B}{\partial \delta} - \frac{\partial Y_P}{\partial \delta} \right) + (Z_B - Z_P) \left(\frac{\partial Z_B}{\partial \delta} - \frac{\partial Z_P}{\partial \delta} \right) \right]$$

$$\mathbf{R}_P = \mathbf{R}_{P0} + \mathbf{R}_{P0,P}^0 \cdot \mathbf{t}_P \quad \left| \frac{\partial}{\partial \delta} \right|$$

$$\frac{\partial \mathbf{R}_P}{\partial \delta} = \frac{\partial \mathbf{R}_{P0}}{\partial \delta} + \frac{\partial \mathbf{R}_{P0,P}^0}{\partial \delta} \mathbf{t}_P + \mathbf{R}_{P0,P}^0 \frac{\partial \mathbf{t}_P}{\partial \delta}$$

$$\frac{\partial X_P}{\partial \delta} = \frac{\partial X_{P0}}{\partial \delta} + \frac{\partial X_{P0,P}^0}{\partial \delta} \mathbf{t}_P + X_{P0,P}^0 \frac{\partial \mathbf{t}_P}{\partial \delta}$$

$$\frac{\partial Y_P}{\partial \delta} = \frac{\partial Y_{P0}}{\partial \delta} + \frac{\partial Y_{P0,P}^0}{\partial \delta} \mathbf{t}_P + Y_{P0,P}^0 \frac{\partial \mathbf{t}_P}{\partial \delta}$$

$$\frac{\partial Z_P}{\partial \delta} = \frac{\partial Z_{P0}}{\partial \delta} + \frac{\partial Z_{P0,P}^0}{\partial \delta} \mathbf{t}_P + Z_{P0,P}^0 \frac{\partial \mathbf{t}_P}{\partial \delta}$$

$$\mathbf{t}_P = \sqrt{p^2 - \mathbf{t}_{P0}^2} \quad \left| \frac{\partial}{\partial \delta} \right|$$

$$\frac{\partial \mathbf{t}_P}{\partial \delta} = \frac{-1}{\mathbf{t}_P} \mathbf{t}_{P0} \frac{\partial \mathbf{t}_{P0}}{\partial \delta}$$

$$\mathbf{R}_{P0} = \mathbf{R}_B + \mathbf{R}_{BC}^0 \cdot \mathbf{t}_{P0} \quad \left| \frac{\partial}{\partial \delta} \right|$$

$$\frac{\partial \mathbf{R}_{P0}}{\partial \delta} = \frac{\partial \mathbf{R}_B}{\partial \delta} + \frac{\partial \mathbf{R}_{BC}^0}{\partial \delta} \mathbf{t}_{P0} + \mathbf{R}_{BC}^0 \frac{\partial \mathbf{t}_{P0}}{\partial \delta}$$

$$\mathbf{t}_{P0} = \frac{p^2}{|\mathbf{R}_{BC}|} \quad \left| \frac{\partial}{\partial \delta} \right|$$

$$\frac{\partial \mathbf{t}_{P0}}{\partial \delta} = \frac{-p^2}{|\mathbf{R}_{BC}|^2} \cdot \frac{\partial |\mathbf{R}_{BC}|}{\partial \delta}$$

$\mathbf{R}_{P0,P}^0$ je výsledkem řešení soustavy rovnic

$$\mathbf{R}_{P0,P}^0 \cdot \mathbf{R}_{D0,D}^0 = \cos v \quad \left| \frac{\partial}{\partial \delta} \right.$$

$$\mathbf{R}_{P0,P}^0 \cdot \mathbf{R}_{BC}^0 = 0 \quad \left| \frac{\partial}{\partial \delta} \right.$$

$$X_{P0,P}^0{}^2 + Y_{P0,P}^0{}^2 + Z_{P0,P}^0{}^2 = 1 \quad \left| \frac{\partial}{\partial \delta} \right.$$

$$\frac{\partial X_{P0,P}^0}{\partial \delta} X_{D0,D}^0 + \frac{\partial Y_{P0,P}^0}{\partial \delta} Y_{D0,D}^0 + \frac{\partial Z_{P0,P}^0}{\partial \delta} Z_{D0,D}^0 = - \left(\sin v \frac{\partial v}{\partial \delta} + X_{P0,P}^0 \frac{\partial X_{D0,D}^0}{\partial \delta} + Y_{P0,P}^0 \frac{\partial Y_{D0,D}^0}{\partial \delta} + Z_{P0,P}^0 \frac{\partial Z_{D0,D}^0}{\partial \delta} \right)$$

$$\frac{\partial X_{P0,P}^0}{\partial \delta} X_{BC}^0 + \frac{\partial Y_{P0,P}^0}{\partial \delta} Y_{BC}^0 + \frac{\partial Z_{P0,P}^0}{\partial \delta} Z_{BC}^0 = - \left(X_{P0,P}^0 \frac{\partial X_{BC}^0}{\partial \delta} + Y_{P0,P}^0 \frac{\partial Y_{BC}^0}{\partial \delta} + Z_{P0,P}^0 \frac{\partial Z_{BC}^0}{\partial \delta} \right)$$

$$X_{P0,P}^0 \frac{\partial X_{P0,P}^0}{\partial \delta} + Y_{P0,P}^0 \frac{\partial Y_{P0,P}^0}{\partial \delta} + Z_{P0,P}^0 \frac{\partial Z_{P0,P}^0}{\partial \delta} = 0$$

To je soustava 3. lineárních rovnic pro 3 neznámé vektoru $\mathbf{R}_{P0,P}^0$. V podprogramu je řešena vlastní procedurou.

$$\sin v = \frac{r}{|\mathbf{R}_{D0,D}|} \quad \left| \frac{\partial}{\partial \delta} \right.$$

$$\frac{\partial v}{\partial \delta} = \frac{r}{\cos v |\mathbf{R}_{D0,D}|^2} \frac{\partial |\mathbf{R}_{D0,D}|}{\partial \delta}$$

$$\mathbf{R}_{D0,D}^0 = \frac{\mathbf{R}_D - \mathbf{R}_{D0}}{|\mathbf{R}_D - \mathbf{R}_{D0}|} \quad \left| \frac{\partial}{\partial \delta} \right.$$

$$\frac{\partial \mathbf{R}_{D0,D}^0}{\partial \delta} = \frac{\frac{\partial \mathbf{R}_D}{\partial \delta} - \frac{\partial \mathbf{R}_{D0}}{\partial \delta}}{|\mathbf{R}_D - \mathbf{R}_{D0}|} - \frac{\mathbf{R}_D - \mathbf{R}_{D0}}{|\mathbf{R}_D - \mathbf{R}_{D0}|^2} \cdot \frac{\partial}{\partial \delta} (|\mathbf{R}_D - \mathbf{R}_{D0}|)$$

$$|\mathbf{R}_D - \mathbf{R}_{D0}| = \sqrt{(X_D - X_{D0})^2 + (Y_D - Y_{D0})^2 + (Z_D - Z_{D0})^2} \quad \left| \frac{\partial}{\partial \delta} \right.$$

$$\frac{\partial}{\partial \delta} (|\mathbf{R}_D - \mathbf{R}_{D0}|) = \frac{1}{|\mathbf{R}_D - \mathbf{R}_{D0}|} \left[(X_D - X_{D0}) \left(\frac{\partial X_D}{\partial \delta} - \frac{\partial X_{D0}}{\partial \delta} \right) + (Y_D - Y_{D0}) \left(\frac{\partial Y_D}{\partial \delta} - \frac{\partial Y_{D0}}{\partial \delta} \right) + (Z_D - Z_{D0}) \left(\frac{\partial Z_D}{\partial \delta} - \frac{\partial Z_{D0}}{\partial \delta} \right) \right]$$

$$\mathbf{R}_D = \mathbf{R}_{D0} + \mathbf{R}_{D0,E0}^0 \cdot \mathbf{d}_D + (\mathbf{R}_{BC}^0 \times \mathbf{R}_{D0,E0}^0) \mathbf{v} \quad \left| \frac{\partial}{\partial \delta} \right|$$

$$\frac{\partial \mathbf{R}_D}{\partial \delta} = \frac{\partial \mathbf{R}_{D0}}{\partial \delta} + \frac{\partial \mathbf{R}_{D0,E0}^0}{\partial \delta} \mathbf{d}_D + \mathbf{R}_{D0,E0}^0 \frac{\partial \mathbf{d}_D}{\partial \delta} + \left(\frac{\partial \mathbf{R}_{BC}^0}{\partial \delta} \times \mathbf{R}_{D0,E0}^0 + \mathbf{R}_{BC}^0 \times \frac{\partial \mathbf{R}_{D0,E0}^0}{\partial \delta} \right) \mathbf{v} +$$

$$+ (\mathbf{R}_{BC}^0 \times \mathbf{R}_{D0,E0}^0) \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial \delta}$$

$$\mathbf{v} = -\sqrt{\rho_D^2 - \mathbf{d}_D^2} \quad \left| \frac{\partial}{\partial \delta} \right|$$

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial \delta} = \frac{1}{\mathbf{v}} \left(\rho_D \frac{\partial \rho_D}{\partial \delta} - \mathbf{d}_D \frac{\partial \mathbf{d}_D}{\partial \delta} \right)$$

$$\mathbf{d}_D = \frac{\rho_D^2 + |\mathbf{R}_{D0,E0}|^2 - \rho_E^2}{2|\mathbf{R}_{D0,E0}|} \quad \left| \frac{\partial}{\partial \delta} \right|$$

$$\frac{\partial \mathbf{d}_D}{\partial \delta} = \frac{\rho_D \frac{\partial \rho_D}{\partial \delta} + |\mathbf{R}_{D0,E0}| \frac{\partial |\mathbf{R}_{D0,E0}|}{\partial \delta} - \rho_E \frac{\partial \rho_E}{\partial \delta}}{|\mathbf{R}_{D0,E0}|} - \frac{\mathbf{d}_D}{|\mathbf{R}_{D0,E0}|} \frac{\partial |\mathbf{R}_{D0,E0}|}{\partial \delta}$$

$$\rho_D = \sqrt{(\sin \beta)^2 (q^2 + s^2) + r^2} \quad \left| \frac{\partial}{\partial \delta} \right|$$

$$\frac{\partial \rho_D}{\partial \delta} = \frac{\sin \beta \cos \beta (q^2 + s^2)}{\rho_D} \frac{\partial \beta}{\partial \delta}$$

$$\rho_E^2 = 1^2 - |\mathbf{R}_{E,E0}|^2 \quad \left| \frac{\partial}{\partial \delta} \right|$$

$$\frac{\partial \rho_E}{\partial \delta} = -\frac{|\mathbf{R}_{E,E0}|}{\rho_E} \frac{\partial |\mathbf{R}_{E,E0}|}{\partial \delta}$$

$$|\mathbf{R}_{E,E0}| = \sqrt{(X_{E0} - X_E)^2 + (Y_{E0} - Y_E)^2 + (Z_{E0} - Z_E)^2} \quad \left| \frac{\partial}{\partial \delta} \right|$$

$$\frac{\partial}{\partial \delta} (|\mathbf{R}_{E,E0}|) = \frac{1}{|\mathbf{R}_{E0} - \mathbf{R}_E|} \left[(X_{E0} - X_E) \frac{\partial X_{E0}}{\partial \delta} + (Y_{E0} - Y_{D0}) \frac{\partial Y_{E0}}{\partial \delta} + (Z_{E0} - Z_{D0}) \frac{\partial Z_{E0}}{\partial \delta} \right]$$

$$\mathbf{R}_{D0,E0}^0 = \frac{\mathbf{R}_{E0} - \mathbf{R}_{D0}}{|\mathbf{R}_{E0} - \mathbf{R}_{D0}|} \quad \left| \frac{\partial}{\partial \delta} \right.$$

$$\frac{\partial \mathbf{R}_{D0,E0}^0}{\partial \delta} = \frac{\frac{\partial \mathbf{R}_{E0}}{\partial \delta} - \frac{\partial \mathbf{R}_{D0}}{\partial \delta}}{|\mathbf{R}_{E0} - \mathbf{R}_{D0}|} - \frac{\mathbf{R}_{E0} - \mathbf{R}_{D0}}{|\mathbf{R}_{E0} - \mathbf{R}_{D0}|^2} \cdot \frac{\partial}{\partial \delta} (|\mathbf{R}_{E0} - \mathbf{R}_{D0}|)$$

$$|\mathbf{R}_{E0} - \mathbf{R}_{D0}| = \sqrt{(X_{E0} - X_{D0})^2 + (Y_{E0} - Y_{D0})^2 + (Z_{E0} - Z_{D0})^2} \quad \left| \frac{\partial}{\partial \delta} \right.$$

$$\frac{\partial}{\partial \delta} (|\mathbf{R}_{E0} - \mathbf{R}_{D0}|) = \frac{1}{|\mathbf{R}_{E0} - \mathbf{R}_{D0}|} \left[(X_{E0} - X_{D0}) \left(\frac{\partial X_{E0}}{\partial \delta} - \frac{\partial X_{D0}}{\partial \delta} \right) + (Y_{E0} - Y_{D0}) \left(\frac{\partial Y_{E0}}{\partial \delta} - \frac{\partial Y_{D0}}{\partial \delta} \right) + (Z_{E0} - Z_{D0}) \left(\frac{\partial Z_{E0}}{\partial \delta} - \frac{\partial Z_{D0}}{\partial \delta} \right) \right]$$

$$\mathbf{R}_{E0} = \mathbf{R}_E + \mathbf{R}_{BC}^0 \cdot \mathbf{t}_{E0} \quad \left| \frac{\partial}{\partial \delta} \right.$$

$$\frac{\partial \mathbf{R}_{E0}}{\partial \delta} = \frac{\partial \mathbf{R}_{BC}^0}{\partial \delta} \mathbf{t}_{E0} + \mathbf{R}_{BC}^0 \frac{\partial \mathbf{t}_{E0}}{\partial \delta}$$

$$\mathbf{t}_{E0} = -(\mathbf{R}_{BC}^0 \cdot \mathbf{R}_{D0,E}) \quad \left| \frac{\partial}{\partial \delta} \right.$$

$$\frac{\partial \mathbf{t}_{E0}}{\partial \delta} = - \left(\frac{\partial \mathbf{R}_{BC}^0}{\partial \delta} \mathbf{R}_{D0,E} + \mathbf{R}_{BC}^0 \frac{\partial \mathbf{R}_{D0,E}}{\partial \delta} \right)$$

$$\mathbf{R}_{D0,E} = \mathbf{R}_E - \mathbf{R}_{D0} \quad \left| \frac{\partial}{\partial \delta} \right.$$

$$\frac{\partial \mathbf{R}_{D0,E}}{\partial \delta} = - \frac{\partial \mathbf{R}_{D0}}{\partial \delta}$$

$$\mathbf{R}_{D0} = \mathbf{R}_B + \mathbf{R}_{BC}^0 \cdot \mathbf{t}_{D0} \quad \left| \frac{\partial}{\partial \delta} \right.$$

$$\frac{\partial \mathbf{R}_{D0}}{\partial \delta} = \frac{\partial \mathbf{R}_B}{\partial \delta} + \frac{\partial \mathbf{R}_{BC}^0}{\partial \delta} \mathbf{t}_{D0} + \mathbf{R}_{BC}^0 \frac{\partial \mathbf{t}_{D0}}{\partial \delta}$$

$$t_{D0} = \cos\beta\sqrt{q^2 + s^2} \quad \left| \frac{\partial}{\partial\delta} \right|$$

$$\frac{\partial t_{D0}}{\partial\delta} = -\sin\beta\sqrt{q^2 + s^2} \frac{\partial\beta}{\partial\delta}$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \frac{p}{|\mathbf{R}_{BC}|} \quad \left| \frac{\partial}{\partial\delta} \right|$$

$$\frac{\partial\beta}{\partial\delta} = \frac{p}{\sin(\alpha + \beta)|\mathbf{R}_{BC}|^2} \frac{\partial|\mathbf{R}_{BC}|}{\partial\delta}$$

$$\mathbf{R}_{BC}^0 = \frac{\mathbf{R}_C - \mathbf{R}_B}{|\mathbf{R}_C - \mathbf{R}_B|} \quad \left| \frac{\partial}{\partial\delta} \right|$$

$$\frac{\partial\mathbf{R}_{BC}^0}{\partial\delta} = \frac{-\frac{\partial\mathbf{R}_B}{\partial\delta}}{|\mathbf{R}_C - \mathbf{R}_B|} - \frac{\mathbf{R}_C - \mathbf{R}_B}{|\mathbf{R}_C - \mathbf{R}_B|^2} \cdot \frac{\partial}{\partial\delta} (|\mathbf{R}_C - \mathbf{R}_B|)$$

$$|\mathbf{R}_C - \mathbf{R}_B| = \sqrt{(X_C - X_B)^2 + (Y_C - Y_B)^2 + (Z_C - Z_B)^2} \quad \left| \frac{\partial}{\partial\delta} \right|$$

$$\frac{\partial}{\partial\delta} (|\mathbf{R}_C - \mathbf{R}_B|) = \frac{1}{|\mathbf{R}_C - \mathbf{R}_B|} \left[(X_C - X_B) \left(-\frac{\partial X_B}{\partial\delta} \right) + (Y_C - Y_B) \left(-\frac{\partial Y_B}{\partial\delta} \right) + (Z_C - Z_B) \left(-\frac{\partial Z_B}{\partial\delta} \right) \right]$$

$$\mathbf{R}_B : (X_B, Y_B, Z_B) \quad \left| \frac{\partial}{\partial \delta} \right.$$

kde

$$X_B = (\cos \chi \cdot \sin \lambda \cdot \sin \delta + \sin \chi \cdot \cos \delta) \cdot b + X_A$$

$$Y_B = (-\cos \lambda \cdot \sin \delta) \cdot b + Y_A$$

$$Z_B = (-\sin \chi \cdot \sin \lambda \cdot \sin \delta + \cos \chi \cdot \cos \delta) \cdot b + Z_A$$

$$\frac{\partial \mathbf{R}_B}{\partial \delta} : \left(\frac{\partial X_B}{\partial \delta}, \frac{\partial Y_B}{\partial \delta}, \frac{\partial Z_B}{\partial \delta} \right)$$

$$\frac{\partial X_B}{\partial \delta} = (\cos \chi \cdot \sin \lambda \cdot \cos \delta - \sin \chi \cdot \sin \delta) b$$

$$\frac{\partial Y_B}{\partial \delta} = -(\cos \lambda \cdot \cos \delta) b$$

$$\frac{\partial Z_B}{\partial \delta} = -(\sin \chi \cdot \sin \lambda \cdot \cos \delta + \cos \chi \cdot \sin \delta) b$$

Druhá derivace

$$\frac{\partial \mathbf{T}}{\partial \delta} = \frac{\partial \mathbf{T}}{\partial \psi} \cdot \frac{\partial \psi}{\partial \delta} + \frac{\partial \mathbf{T}}{\partial \varphi} \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial \delta} + \frac{\partial \mathbf{T}}{\partial \vartheta} \cdot \frac{\partial \vartheta}{\partial \delta} \quad \left| \frac{\partial}{\partial \delta} \right.$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \mathbf{T}}{\partial \delta^2} &= \frac{\partial^2 \mathbf{T}}{\partial \psi^2} \cdot \frac{\partial^2 \psi}{\partial \delta^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{T}}{\partial \varphi^2} \cdot \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \delta^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{T}}{\partial \vartheta^2} \cdot \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial \delta^2} + \\ &+ 2 \left(\frac{\partial^2 \mathbf{T}}{\partial \varphi \cdot \partial \psi} \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial \psi} \cdot \frac{\partial \psi}{\partial \delta} + \frac{\partial^2 \mathbf{T}}{\partial \vartheta \cdot \partial \psi} \cdot \frac{\partial \vartheta}{\partial \psi} \cdot \frac{\partial \psi}{\partial \delta} + \frac{\partial^2 \mathbf{T}}{\partial \varphi \cdot \partial \vartheta} \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial \vartheta} \cdot \frac{\partial \vartheta}{\partial \delta} \right) \\ &+ \frac{\partial \mathbf{T}}{\partial \psi} \cdot \frac{\partial^2 \psi}{\partial \delta^2} + \frac{\partial \mathbf{T}}{\partial \varphi} \cdot \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \delta^2} + \frac{\partial \mathbf{T}}{\partial \vartheta} \cdot \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial \delta^2} \end{aligned}$$

$$\frac{\partial^2 \mathbf{T}}{\partial \psi^2} = \begin{bmatrix} -\cos \psi \cdot \cos \varphi + \sin \psi \cdot \cos \vartheta \cdot \sin \varphi & \cos \psi \cdot \sin \varphi + \sin \psi \cdot \cos \vartheta \cdot \cos \varphi & -\sin \psi \cdot \sin \vartheta \\ -\sin \psi \cdot \cos \varphi - \cos \psi \cdot \cos \vartheta \cdot \sin \varphi & \sin \psi \cdot \sin \varphi - \cos \psi \cdot \cos \vartheta \cdot \cos \varphi & \cos \psi \cdot \sin \vartheta \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\frac{\partial^2 \mathbf{T}}{\partial \vartheta^2} = \begin{bmatrix} \sin \psi \cdot \cos \vartheta \cdot \sin \varphi & \sin \psi \cdot \cos \vartheta \cdot \cos \varphi & -\sin \psi \cdot \sin \vartheta \\ -\cos \psi \cdot \cos \vartheta \cdot \sin \varphi & -\cos \psi \cdot \cos \vartheta \cdot \cos \varphi & \cos \psi \cdot \sin \vartheta \\ -\sin \vartheta \cdot \sin \varphi & -\sin \vartheta \cdot \cos \varphi & -\cos \vartheta \end{bmatrix}$$

$$\frac{\partial^2 \mathbf{T}}{\partial \varphi^2} = \begin{bmatrix} -\cos \psi \cdot \cos \varphi + \sin \psi \cdot \cos \vartheta \cdot \sin \varphi & \cos \psi \cdot \sin \varphi + \sin \psi \cdot \cos \vartheta \cdot \cos \varphi & 0 \\ -\sin \psi \cdot \cos \varphi - \cos \psi \cdot \cos \vartheta \cdot \sin \varphi & \sin \psi \cdot \sin \varphi - \cos \psi \cdot \cos \vartheta \cdot \cos \varphi & 0 \\ -\sin \vartheta \cdot \sin \varphi & -\sin \vartheta \cdot \cos \varphi & 0 \end{bmatrix}$$

$$\frac{\partial^2 \mathbf{T}}{\partial \psi \partial \varphi} = \begin{bmatrix} \sin \psi \cdot \sin \varphi - \cos \psi \cdot \cos \vartheta \cdot \cos \varphi & \sin \psi \cdot \cos \varphi + \cos \psi \cdot \cos \vartheta \cdot \sin \varphi & 0 \\ -\cos \psi \cdot \sin \varphi - \sin \psi \cdot \cos \vartheta \cdot \cos \varphi & -\cos \psi \cdot \cos \varphi - \sin \psi \cdot \cos \vartheta \cdot \sin \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\frac{\partial^2 \mathbf{T}}{\partial \psi \partial \vartheta} = \begin{bmatrix} \cos \psi \cdot \sin \vartheta \cdot \sin \varphi & \cos \psi \cdot \sin \vartheta \cdot \cos \varphi & \cos \psi \cdot \cos \vartheta \\ \sin \psi \cdot \sin \vartheta \cdot \sin \varphi & \sin \psi \cdot \sin \vartheta \cdot \cos \varphi & \sin \psi \cdot \cos \vartheta \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\frac{\partial^2 \mathbf{T}}{\partial \varphi \partial \vartheta} = \begin{bmatrix} \sin \psi \cdot \sin \vartheta \cdot \cos \varphi & -\sin \psi \cdot \sin \vartheta \cdot \sin \varphi & 0 \\ -\cos \psi \cdot \sin \vartheta \cdot \cos \varphi & \cos \psi \cdot \sin \vartheta \cdot \sin \varphi & 0 \\ \cos \vartheta \cdot \cos \varphi & -\cos \vartheta \cdot \sin \varphi & 0 \end{bmatrix}$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial \delta} = \frac{X_k \frac{\partial Y_k}{\partial \delta} - Y_k \frac{\partial X_k}{\partial \delta}}{X_k^2 + Y_k^2} \quad \left| \quad \frac{\partial}{\partial \delta} \right.$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial \delta^2} = \frac{X_k \frac{\partial^2 Y_k}{\partial \delta^2} - Y_k \frac{\partial^2 X_k}{\partial \delta^2}}{X_k^2 + Y_k^2} - 2 \frac{X_k \frac{\partial Y_k}{\partial \delta} - Y_k \frac{\partial X_k}{\partial \delta}}{(X_k^2 + Y_k^2)^2} \left(X_k \frac{\partial X_k}{\partial \delta} + Y_k \frac{\partial Y_k}{\partial \delta} \right)$$

$$\cos \varphi = X_i \cdot \cos \psi + Y_i \cdot \sin \psi \quad \left| \quad \frac{\partial^2}{\partial \delta^2} \right.$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \delta^2} = & \frac{-1}{\sin \varphi} \left[\cos \psi \cdot \frac{\partial^2 X_i}{\partial \delta^2} + \sin \psi \cdot \frac{\partial^2 Y_i}{\partial \delta^2} + 2 \frac{\partial \psi}{\partial \delta} \left(\cos \psi \cdot \frac{\partial Y_i}{\partial \delta} - \sin \psi \frac{\partial X_i}{\partial \delta} - \frac{\partial \psi}{\partial \delta} \{X_i \cdot \cos \psi + Y_i \cdot \sin \psi\} \right) \right. \\ & \left. + \frac{\partial^2 \psi}{\partial \delta^2} (Y_i \cdot \cos \psi - X_i \cdot \sin \psi) + \cos \varphi \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \delta^2} \right] \end{aligned}$$

$$\cos \vartheta = Z_k \quad \left| \quad \frac{\partial^2}{\partial \delta^2} \right.$$

$$\frac{\partial^2 \vartheta}{\partial \delta^2} = -\frac{1}{\sin \vartheta} \cdot \left[\frac{\partial^2 Z_k}{\partial \delta^2} + \cos \vartheta \left(\frac{\partial \vartheta}{\partial \delta} \right)^2 \right]$$

$$\frac{\partial \mathbf{k}}{\partial \delta} = \frac{\frac{\partial \mathbf{R}_N}{\partial \delta} - \frac{\partial \mathbf{R}_\Omega}{\partial \delta}}{|\mathbf{R}_N - \mathbf{R}_\Omega|} - \frac{\mathbf{R}_N - \mathbf{R}_\Omega}{|\mathbf{R}_N - \mathbf{R}_\Omega|^2} \cdot \frac{\partial}{\partial \delta} (|\mathbf{R}_N - \mathbf{R}_\Omega|) \quad \left| \quad \frac{\partial}{\partial \delta} \right.$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \mathbf{k}}{\partial \delta^2} = & \frac{\frac{\partial^2 \mathbf{R}_N}{\partial \delta^2} - \frac{\partial^2 \mathbf{R}_\Omega}{\partial \delta^2}}{|\mathbf{R}_N - \mathbf{R}_\Omega|} - 2 \frac{\frac{\partial \mathbf{R}_N}{\partial \delta} - \frac{\partial \mathbf{R}_\Omega}{\partial \delta}}{|\mathbf{R}_N - \mathbf{R}_\Omega|^2} \cdot \frac{\partial}{\partial \delta} (|\mathbf{R}_N - \mathbf{R}_\Omega|) + 2 \frac{\mathbf{R}_N - \mathbf{R}_\Omega}{|\mathbf{R}_N - \mathbf{R}_\Omega|^3} \left[\frac{\partial}{\partial \delta} (|\mathbf{R}_N - \mathbf{R}_\Omega|) \right]^2 + \\ & - \frac{\mathbf{R}_N - \mathbf{R}_\Omega}{|\mathbf{R}_N - \mathbf{R}_\Omega|^2} \frac{\partial^2}{\partial \delta^2} (|\mathbf{R}_N - \mathbf{R}_\Omega|) \end{aligned}$$

$$\frac{\partial \mathbf{j}}{\partial \delta} = \frac{\frac{\partial \mathbf{R}_B}{\partial \delta} - \frac{\partial \mathbf{R}_\Omega}{\partial \delta}}{|\mathbf{R}_B - \mathbf{R}_\Omega|} - \frac{\mathbf{R}_B - \mathbf{R}_\Omega}{|\mathbf{R}_B - \mathbf{R}_\Omega|^2} \cdot \frac{\partial}{\partial \delta} (|\mathbf{R}_B - \mathbf{R}_\Omega|) \quad \left| \frac{\partial}{\partial \delta} \right.$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \mathbf{j}}{\partial \delta^2} = & \frac{\frac{\partial^2 \mathbf{R}_B}{\partial \delta^2} - \frac{\partial^2 \mathbf{R}_\Omega}{\partial \delta^2}}{|\mathbf{R}_B - \mathbf{R}_\Omega|} - 2 \frac{\frac{\partial \mathbf{R}_B}{\partial \delta} - \frac{\partial \mathbf{R}_\Omega}{\partial \delta}}{|\mathbf{R}_B - \mathbf{R}_\Omega|^2} \cdot \frac{\partial}{\partial \delta} (|\mathbf{R}_B - \mathbf{R}_\Omega|) + 2 \frac{\mathbf{R}_B - \mathbf{R}_\Omega}{|\mathbf{R}_B - \mathbf{R}_\Omega|^3} \left[\frac{\partial}{\partial \delta} (|\mathbf{R}_B - \mathbf{R}_\Omega|) \right]^2 + \\ & - \frac{\mathbf{R}_B - \mathbf{R}_\Omega}{|\mathbf{R}_B - \mathbf{R}_\Omega|^2} \frac{\partial^2}{\partial \delta^2} (|\mathbf{R}_B - \mathbf{R}_\Omega|) \end{aligned}$$

$$\frac{\partial \mathbf{i}}{\partial \delta} = \frac{\partial \mathbf{j}}{\partial \delta} \times \mathbf{k} + \mathbf{j} \times \frac{\partial \mathbf{k}}{\partial \delta} \quad \left| \frac{\partial}{\partial \delta} \right.$$

$$\frac{\partial^2 \mathbf{i}}{\partial \delta^2} = \frac{\partial^2 \mathbf{j}}{\partial \delta^2} \times \mathbf{k} + 2 \left(\frac{\partial \mathbf{j}}{\partial \delta} \times \frac{\partial \mathbf{k}}{\partial \delta} \right) + \mathbf{j} \times \frac{\partial^2 \mathbf{k}}{\partial \delta^2}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \delta} (|\mathbf{R}_N - \mathbf{R}_\Omega|) = & \frac{1}{|\mathbf{R}_N - \mathbf{R}_\Omega|} \left[(X_N - X_\Omega) \left(\frac{\partial X_N}{\partial \delta} - \frac{\partial X_\Omega}{\partial \delta} \right) + (Y_N - Y_\Omega) \left(\frac{\partial Y_N}{\partial \delta} - \frac{\partial Y_\Omega}{\partial \delta} \right) + \right. \\ & \left. + (Z_N - Z_\Omega) \left(\frac{\partial Z_N}{\partial \delta} - \frac{\partial Z_\Omega}{\partial \delta} \right) \right] \quad \left| \frac{\partial}{\partial \delta} \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2}{\partial \delta^2} (|\mathbf{R}_N - \mathbf{R}_\Omega|) = & \frac{1}{|\mathbf{R}_N - \mathbf{R}_\Omega|} \left(\frac{\partial}{\partial \delta} (|\mathbf{R}_N - \mathbf{R}_\Omega|) \right)^2 + \\ & + \frac{1}{|\mathbf{R}_N - \mathbf{R}_\Omega|} \left[\left(\frac{\partial X_N}{\partial \delta} - \frac{\partial X_\Omega}{\partial \delta} \right)^2 + (X_N - X_\Omega) \left(\frac{\partial^2 X_N}{\partial \delta^2} - \frac{\partial^2 X_\Omega}{\partial \delta^2} \right) + \right. \\ & + \left(\frac{\partial Y_N}{\partial \delta} - \frac{\partial Y_\Omega}{\partial \delta} \right)^2 + (Y_N - Y_\Omega) \left(\frac{\partial^2 Y_N}{\partial \delta^2} - \frac{\partial^2 Y_\Omega}{\partial \delta^2} \right) + \\ & \left. + \left(\frac{\partial Z_N}{\partial \delta} - \frac{\partial Z_\Omega}{\partial \delta} \right)^2 + (Z_N - Z_\Omega) \left(\frac{\partial^2 Z_N}{\partial \delta^2} - \frac{\partial^2 Z_\Omega}{\partial \delta^2} \right) \right] \end{aligned}$$

$$\frac{\partial \mathbf{R}_N}{\partial \delta} = \frac{\partial \mathbf{R}_B}{\partial \delta} + x_N \frac{\partial \mathbf{R}_{BP}^0}{\partial \delta} + y_N \frac{\partial \mathbf{R}_{PC}^0}{\partial \delta} + z_N \left(\frac{\partial \mathbf{R}_{BP}^0}{\partial \delta} \times \mathbf{R}_{PC}^0 + \mathbf{R}_{BP}^0 \times \frac{\partial \mathbf{R}_{PC}^0}{\partial \delta} \right) \quad \left| \frac{\partial}{\partial \delta} \right.$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \mathbf{R}_N}{\partial \delta^2} &= \frac{\partial^2 \mathbf{R}_B}{\partial \delta^2} + x_N \frac{\partial^2 \mathbf{R}_{BP}^0}{\partial \delta^2} + y_N \frac{\partial^2 \mathbf{R}_{PC}^0}{\partial \delta^2} + \\ &+ z_N \left(\frac{\partial^2 \mathbf{R}_{BP}^0}{\partial \delta^2} \times \mathbf{R}_{PC}^0 + 2 \left[\frac{\partial \mathbf{R}_{BP}^0}{\partial \delta} \times \frac{\partial \mathbf{R}_{PC}^0}{\partial \delta} \right] + \mathbf{R}_{BP}^0 \times \frac{\partial^2 \mathbf{R}_{PC}^0}{\partial \delta^2} \right) \end{aligned}$$

$$\frac{\partial \mathbf{R}_{BP}^0}{\partial \delta} = \frac{\frac{\partial \mathbf{R}_P}{\partial \delta} - \frac{\partial \mathbf{R}_B}{\partial \delta}}{|\mathbf{R}_P - \mathbf{R}_B|} - \frac{\mathbf{R}_P - \mathbf{R}_B}{|\mathbf{R}_P - \mathbf{R}_B|^2} \cdot \frac{\partial}{\partial \delta} (|\mathbf{R}_P - \mathbf{R}_B|) \quad \left| \frac{\partial}{\partial \delta} \right.$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \mathbf{R}_{BP}^0}{\partial \delta^2} &= \frac{\frac{\partial^2 \mathbf{R}_P}{\partial \delta^2} - \frac{\partial^2 \mathbf{R}_B}{\partial \delta^2}}{|\mathbf{R}_P - \mathbf{R}_B|} - 2 \frac{\frac{\partial \mathbf{R}_P}{\partial \delta} - \frac{\partial \mathbf{R}_B}{\partial \delta}}{|\mathbf{R}_P - \mathbf{R}_B|^2} \cdot \frac{\partial}{\partial \delta} (|\mathbf{R}_P - \mathbf{R}_B|) + 2 \frac{\mathbf{R}_P - \mathbf{R}_B}{|\mathbf{R}_P - \mathbf{R}_B|^3} \left[\frac{\partial}{\partial \delta} (|\mathbf{R}_P - \mathbf{R}_B|) \right]^2 + \\ &- \frac{\mathbf{R}_P - \mathbf{R}_B}{|\mathbf{R}_P - \mathbf{R}_B|^2} \frac{\partial^2}{\partial \delta^2} (|\mathbf{R}_P - \mathbf{R}_B|) \end{aligned}$$

$$\frac{\partial \mathbf{R}_{PC}^0}{\partial \delta} = \frac{-\frac{\partial \mathbf{R}_P}{\partial \delta}}{|\mathbf{R}_C - \mathbf{R}_P|} - \frac{\mathbf{R}_C - \mathbf{R}_P}{|\mathbf{R}_C - \mathbf{R}_P|^2} \cdot \frac{\partial}{\partial \delta} (|\mathbf{R}_C - \mathbf{R}_P|) \quad \left| \frac{\partial}{\partial \delta} \right.$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \mathbf{R}_{PC}^0}{\partial \delta^2} &= \frac{-\frac{\partial^2 \mathbf{R}_P}{\partial \delta^2}}{|\mathbf{R}_C - \mathbf{R}_P|} - 2 \frac{-\frac{\partial \mathbf{R}_P}{\partial \delta}}{|\mathbf{R}_C - \mathbf{R}_P|^2} \cdot \frac{\partial}{\partial \delta} (|\mathbf{R}_C - \mathbf{R}_P|) + 2 \frac{\mathbf{R}_C - \mathbf{R}_P}{|\mathbf{R}_C - \mathbf{R}_P|^3} \left[\frac{\partial}{\partial \delta} (|\mathbf{R}_C - \mathbf{R}_P|) \right]^2 + \\ &- \frac{\mathbf{R}_C - \mathbf{R}_P}{|\mathbf{R}_C - \mathbf{R}_P|^2} \frac{\partial^2}{\partial \delta^2} (|\mathbf{R}_C - \mathbf{R}_P|) \end{aligned}$$

$$\frac{\partial}{\partial \delta} \left(\left| \mathbf{R}_B - \mathbf{R}_\Omega \right| \right) = \frac{1}{\left| \mathbf{R}_B - \mathbf{R}_\Omega \right|} \left[\left(X_B - X_\Omega \right) \left(\frac{\partial X_B}{\partial \delta} - \frac{\partial X_\Omega}{\partial \delta} \right) + \left(Y_B - Y_\Omega \right) \left(\frac{\partial Y_B}{\partial \delta} - \frac{\partial Y_\Omega}{\partial \delta} \right) + \right. \\ \left. + \left(Z_B - Z_\Omega \right) \left(\frac{\partial Z_B}{\partial \delta} - \frac{\partial Z_\Omega}{\partial \delta} \right) \right] \quad \left| \frac{\partial}{\partial \delta} \right.$$

$$\frac{\partial^2}{\partial \delta^2} \left(\left| \mathbf{R}_B - \mathbf{R}_\Omega \right| \right) = \frac{1}{\left| \mathbf{R}_B - \mathbf{R}_\Omega \right|} \left(\frac{\partial}{\partial \delta} \left(\left| \mathbf{R}_B - \mathbf{R}_\Omega \right| \right) \right)^2 + \\ + \frac{1}{\left| \mathbf{R}_B - \mathbf{R}_\Omega \right|} \left[\left(\frac{\partial X_B}{\partial \delta} - \frac{\partial X_\Omega}{\partial \delta} \right)^2 + \left(X_B - X_\Omega \right) \left(\frac{\partial^2 X_B}{\partial \delta^2} - \frac{\partial^2 X_\Omega}{\partial \delta^2} \right) + \right. \\ \left. + \left(\frac{\partial Y_B}{\partial \delta} - \frac{\partial Y_\Omega}{\partial \delta} \right)^2 + \left(Y_B - Y_\Omega \right) \left(\frac{\partial^2 Y_B}{\partial \delta^2} - \frac{\partial^2 Y_\Omega}{\partial \delta^2} \right) + \right. \\ \left. + \left(\frac{\partial Z_B}{\partial \delta} - \frac{\partial Z_\Omega}{\partial \delta} \right)^2 + \left(Z_B - Z_\Omega \right) \left(\frac{\partial^2 Z_B}{\partial \delta^2} - \frac{\partial^2 Z_\Omega}{\partial \delta^2} \right) \right]$$

$$\frac{\partial \mathbf{R}_\Omega}{\partial \delta} = \frac{\partial \mathbf{R}_B}{\partial \delta} + x_\Omega \frac{\partial \mathbf{R}_{BP}^0}{\partial \delta} + y_\Omega \frac{\partial \mathbf{R}_{PC}^0}{\partial \delta} + z_\Omega \left(\frac{\partial \mathbf{R}_{BP}^0}{\partial \delta} \times \mathbf{R}_{PC}^0 + \mathbf{R}_{BP}^0 \times \frac{\partial \mathbf{R}_{PC}^0}{\partial \delta} \right) \quad \left| \frac{\partial}{\partial \delta} \right.$$

$$\frac{\partial^2 \mathbf{R}_\Omega}{\partial \delta^2} = \frac{\partial^2 \mathbf{R}_B}{\partial \delta^2} + x_\Omega \frac{\partial^2 \mathbf{R}_{BP}^0}{\partial \delta^2} + y_\Omega \frac{\partial^2 \mathbf{R}_{PC}^0}{\partial \delta^2} + \\ + z_\Omega \left(\frac{\partial^2 \mathbf{R}_{BP}^0}{\partial \delta^2} \times \mathbf{R}_{PC}^0 + 2 \left[\frac{\partial \mathbf{R}_{BP}^0}{\partial \delta} \times \frac{\partial \mathbf{R}_{PC}^0}{\partial \delta} \right] + \mathbf{R}_{BP}^0 \times \frac{\partial^2 \mathbf{R}_{PC}^0}{\partial \delta^2} \right)$$

$$\frac{\partial}{\partial \delta} (\|\mathbf{R}_C - \mathbf{R}_P\|) = \frac{1}{\|\mathbf{R}_C - \mathbf{R}_P\|} \left[(X_C - X_P) \left(-\frac{\partial X_P}{\partial \delta} \right) + (Y_C - Y_P) \left(-\frac{\partial Y_P}{\partial \delta} \right) + (Z_C - Z_P) \left(-\frac{\partial Z_P}{\partial \delta} \right) \right] \quad \left| \frac{\partial}{\partial \delta} \right|$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2}{\partial \delta^2} (\|\mathbf{R}_C - \mathbf{R}_P\|) &= \frac{1}{\|\mathbf{R}_C - \mathbf{R}_P\|} \left(\frac{\partial}{\partial \delta} (\|\mathbf{R}_C - \mathbf{R}_P\|) \right) + \\ &+ \frac{1}{\|\mathbf{R}_C - \mathbf{R}_P\|} \left[\left(-\frac{\partial X_P}{\partial \delta} \right)^2 + (X_C - X_P) \left(-\frac{\partial^2 X_P}{\partial \delta^2} \right) + \right. \\ &\quad \left. + \left(-\frac{\partial Y_P}{\partial \delta} \right)^2 + (Y_C - Y_P) \left(-\frac{\partial^2 Y_P}{\partial \delta^2} \right) + \right. \\ &\quad \left. + \left(-\frac{\partial Z_P}{\partial \delta} \right)^2 + (Z_C - Z_P) \left(-\frac{\partial^2 Z_P}{\partial \delta^2} \right) \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \delta} (\|\mathbf{R}_B - \mathbf{R}_P\|) &= \frac{1}{\|\mathbf{R}_B - \mathbf{R}_P\|} \left[(X_B - X_P) \left(\frac{\partial X_B}{\partial \delta} - \frac{\partial X_P}{\partial \delta} \right) + (Y_B - Y_P) \left(\frac{\partial Y_B}{\partial \delta} - \frac{\partial Y_P}{\partial \delta} \right) + \right. \\ &\quad \left. + (Z_B - Z_P) \left(\frac{\partial Z_B}{\partial \delta} - \frac{\partial Z_P}{\partial \delta} \right) \right] \quad \left| \frac{\partial}{\partial \delta} \right| \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2}{\partial \delta^2} (\|\mathbf{R}_B - \mathbf{R}_P\|) &= \frac{1}{\|\mathbf{R}_B - \mathbf{R}_P\|} \left(\frac{\partial}{\partial \delta} (\|\mathbf{R}_B - \mathbf{R}_P\|) \right)^2 + \\ &+ \frac{1}{\|\mathbf{R}_B - \mathbf{R}_P\|} \left[\left(\frac{\partial X_B}{\partial \delta} - \frac{\partial X_P}{\partial \delta} \right)^2 + (X_B - X_P) \left(\frac{\partial^2 X_B}{\partial \delta^2} - \frac{\partial^2 X_P}{\partial \delta^2} \right) + \right. \\ &\quad \left. + \left(\frac{\partial Y_B}{\partial \delta} - \frac{\partial Y_P}{\partial \delta} \right)^2 + (Y_B - Y_P) \left(\frac{\partial^2 Y_B}{\partial \delta^2} - \frac{\partial^2 Y_P}{\partial \delta^2} \right) + \right. \\ &\quad \left. + \left(\frac{\partial Z_B}{\partial \delta} - \frac{\partial Z_P}{\partial \delta} \right)^2 + (Z_B - Z_P) \left(\frac{\partial^2 Z_B}{\partial \delta^2} - \frac{\partial^2 Z_P}{\partial \delta^2} \right) \right] \end{aligned}$$

$$\frac{\partial \mathbf{R}_P}{\partial \delta} = \frac{\partial \mathbf{R}_{P0}}{\partial \delta} + \frac{\partial \mathbf{R}_{P0,P}^0}{\partial \delta} \mathbf{t}_P + \mathbf{R}_{P0,P}^0 \frac{\partial \mathbf{t}_P}{\partial \delta} \quad \left| \frac{\partial}{\partial \delta} \right|$$

$$\frac{\partial^2 \mathbf{R}_P}{\partial \delta^2} = \frac{\partial^2 \mathbf{R}_{P0}}{\partial \delta^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{R}_{P0,P}^0}{\partial \delta^2} \mathbf{t}_P + 2 \frac{\partial \mathbf{R}_{P0,P}^0}{\partial \delta} \frac{\partial \mathbf{t}_P}{\partial \delta} + \mathbf{R}_{P0,P}^0 \frac{\partial^2 \mathbf{t}_P}{\partial \delta^2}$$

$$\frac{\partial \mathbf{t}_P}{\partial \delta} = \frac{-1}{\mathbf{t}_P} \mathbf{t}_{P0} \frac{\partial \mathbf{t}_{P0}}{\partial \delta} \quad \left| \frac{\partial}{\partial \delta} \right|$$

$$\frac{\partial^2 \mathbf{t}_P}{\partial \delta^2} = \frac{-1}{\mathbf{t}_P} \left[\left(\frac{\partial \mathbf{t}_{P0}}{\partial \delta} \right)^2 + \mathbf{t}_{P0} \frac{\partial^2 \mathbf{t}_{P0}}{\partial \delta^2} + \left(\frac{\partial \mathbf{t}_P}{\partial \delta} \right)^2 \right]$$

$$\frac{\partial \mathbf{R}_{P0}}{\partial \delta} = \frac{\partial \mathbf{R}_B}{\partial \delta} + \frac{\partial \mathbf{R}_{BC}^0}{\partial \delta} \mathbf{t}_{P0} + \mathbf{R}_{BC}^0 \frac{\partial \mathbf{t}_{P0}}{\partial \delta} \quad \left| \frac{\partial}{\partial \delta} \right|$$

$$\frac{\partial^2 \mathbf{R}_{P0}}{\partial \delta^2} = \frac{\partial^2 \mathbf{R}_B}{\partial \delta^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{R}_{BC}^0}{\partial \delta^2} \mathbf{t}_{P0} + \frac{\partial \mathbf{R}_{BC}^0}{\partial \delta} \frac{\partial \mathbf{t}_{P0}}{\partial \delta} + \mathbf{R}_{BC}^0 \frac{\partial^2 \mathbf{t}_{P0}}{\partial \delta^2}$$

$$\frac{\partial \mathbf{t}_{P0}}{\partial \delta} = \frac{-\mathbf{p}^2}{|\mathbf{R}_{BC}|^2} \cdot \frac{\partial |\mathbf{R}_{BC}|}{\partial \delta} \quad \left| \frac{\partial}{\partial \delta} \right|$$

$$\frac{\partial^2 \mathbf{t}_{P0}}{\partial \delta^2} = \frac{-\mathbf{p}^2}{|\mathbf{R}_{BC}|^2} \cdot \frac{\partial^2 |\mathbf{R}_{BC}|}{\partial \delta^2} + 2 \frac{-\mathbf{p}^2}{|\mathbf{R}_{BC}|^3} \cdot \left(\frac{\partial |\mathbf{R}_{BC}|}{\partial \delta} \right)^2$$

$$\mathbf{R}_{P0,P}^0 \cdot \mathbf{R}_{D0,D}^0 = \cos v \quad \left| \frac{\partial^2}{\partial \delta^2} \right|$$

$$\mathbf{R}_{P0,P}^0 \cdot \mathbf{R}_{BC}^0 = 0 \quad \left| \frac{\partial^2}{\partial \delta^2} \right|$$

$$X_{P0,P}^0{}^2 + Y_{P0,P}^0{}^2 + Z_{P0,P}^0{}^2 = 1 \quad \left| \frac{\partial^2}{\partial \delta^2} \right|$$

$$\frac{\partial^2 \mathbf{R}_{P0,P}^0}{\partial \delta^2} \cdot \mathbf{R}_{D0,D}^0 = - \left(\cos v \left[\frac{\partial v}{\partial \delta} \right]^2 + \sin v \frac{\partial^2 v}{\partial \delta^2} + 2 \frac{\partial \mathbf{R}_{P0,P}^0}{\partial \delta} \cdot \frac{\partial \mathbf{R}_{D0,D}^0}{\partial \delta} + \mathbf{R}_{P0,P}^0 \cdot \frac{\partial^2 \mathbf{R}_{D0,D}^0}{\partial \delta^2} \right)$$

$$\frac{\partial^2 \mathbf{R}_{P0,P}^0}{\partial \delta^2} \cdot \mathbf{R}_{BC}^0 = - \left(2 \frac{\partial \mathbf{R}_{P0,P}^0}{\partial \delta} \cdot \frac{\partial \mathbf{R}_{BC}^0}{\partial \delta} + \mathbf{R}_{P0,P}^0 \cdot \frac{\partial^2 \mathbf{R}_{BC}^0}{\partial \delta^2} \right)$$

$$\left(\frac{\partial X_{P0,P}^0}{\partial \delta} \right)^2 + X_{P0,P}^0 \frac{\partial^2 X_{P0,P}^0}{\partial \delta^2} + \left(\frac{\partial Y_{P0,P}^0}{\partial \delta} \right)^2 + Y_{P0,P}^0 \frac{\partial^2 Y_{P0,P}^0}{\partial \delta^2} + \left(\frac{\partial Z_{P0,P}^0}{\partial \delta} \right)^2 + Z_{P0,P}^0 \frac{\partial^2 Z_{P0,P}^0}{\partial \delta^2} = 0$$

To je soustava 3. lineárních rovnic pro 3 neznámé. V podprogramu je řešena vlastní procedurou.

$$\sin v = \frac{r}{|\mathbf{R}_{D0,D}|} \quad \left| \frac{\partial^2}{\partial \delta^2} \right|$$

$$\frac{\partial^2 v}{\partial \delta^2} = \frac{1}{\cos v} \left[2 \frac{r}{|\mathbf{R}_{D0,D}|^3} \left(\frac{\partial |\mathbf{R}_{D0,D}|}{\partial \delta} \right)^2 - \frac{r}{|\mathbf{R}_{D0,D}|^2} \frac{\partial^2 |\mathbf{R}_{D0,D}|}{\partial \delta^2} + \sin v \left(\frac{\partial v}{\partial \delta} \right)^2 \right]$$

$$\frac{\partial \mathbf{R}_{D0,D}^0}{\partial \delta} = \frac{\frac{\partial \mathbf{R}_D}{\partial \delta} - \frac{\partial \mathbf{R}_{D0}}{\partial \delta}}{|\mathbf{R}_D - \mathbf{R}_{D0}|} - \frac{\mathbf{R}_D - \mathbf{R}_{D0}}{|\mathbf{R}_D - \mathbf{R}_{D0}|^2} \cdot \frac{\partial}{\partial \delta} (|\mathbf{R}_D - \mathbf{R}_{D0}|) \quad \left| \frac{\partial}{\partial \delta} \right|$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \mathbf{R}_{D0,D}^0}{\partial \delta^2} &= \frac{\frac{\partial^2 \mathbf{R}_D}{\partial \delta^2} - \frac{\partial^2 \mathbf{R}_{D0}}{\partial \delta^2}}{|\mathbf{R}_D - \mathbf{R}_{D0}|} - 2 \frac{\frac{\partial \mathbf{R}_D}{\partial \delta} - \frac{\partial \mathbf{R}_{D0}}{\partial \delta}}{|\mathbf{R}_D - \mathbf{R}_{D0}|^2} \cdot \frac{\partial}{\partial \delta} (|\mathbf{R}_D - \mathbf{R}_{D0}|) + 2 \frac{\mathbf{R}_D - \mathbf{R}_{D0}}{|\mathbf{R}_D - \mathbf{R}_{D0}|^3} \left[\frac{\partial}{\partial \delta} (|\mathbf{R}_D - \mathbf{R}_{D0}|) \right. \\ &\quad \left. - \frac{\mathbf{R}_D - \mathbf{R}_{D0}}{|\mathbf{R}_D - \mathbf{R}_{D0}|^2} \frac{\partial^2}{\partial \delta^2} (|\mathbf{R}_D - \mathbf{R}_{D0}|) \right] \end{aligned}$$

$$\frac{\partial}{\partial \delta} \left(\left| \mathbf{R}_D - \mathbf{R}_{D0} \right| \right) = \frac{1}{\left| \mathbf{R}_D - \mathbf{R}_{D0} \right|} \left[(X_D - X_{D0}) \left(\frac{\partial X_D}{\partial \delta} - \frac{\partial X_{D0}}{\partial \delta} \right) + (Y_D - Y_{D0}) \left(\frac{\partial Y_D}{\partial \delta} - \frac{\partial Y_{D0}}{\partial \delta} \right) + (Z_D - Z_{D0}) \left(\frac{\partial Z_D}{\partial \delta} - \frac{\partial Z_{D0}}{\partial \delta} \right) \right] \left| \frac{\partial}{\partial \delta} \right|$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2}{\partial \delta^2} \left(\left| \mathbf{R}_D - \mathbf{R}_{D0} \right| \right) &= \frac{1}{\left| \mathbf{R}_D - \mathbf{R}_{D0} \right|} \left(\frac{\partial}{\partial \delta} \left(\left| \mathbf{R}_D - \mathbf{R}_{D0} \right| \right) \right)^2 + \\ &+ \frac{1}{\left| \mathbf{R}_D - \mathbf{R}_{D0} \right|} \left[\left(\frac{\partial X_D}{\partial \delta} - \frac{\partial X_{D0}}{\partial \delta} \right)^2 + (X_D - X_{D0}) \left(\frac{\partial^2 X_D}{\partial \delta^2} - \frac{\partial^2 X_{D0}}{\partial \delta^2} \right) + \right. \\ &+ \left(\frac{\partial Y_D}{\partial \delta} - \frac{\partial Y_{D0}}{\partial \delta} \right)^2 + (Y_D - Y_{D0}) \left(\frac{\partial^2 Y_D}{\partial \delta^2} - \frac{\partial^2 Y_{D0}}{\partial \delta^2} \right) + \\ &+ \left. \left(\frac{\partial Z_D}{\partial \delta} - \frac{\partial Z_{D0}}{\partial \delta} \right)^2 + (Z_D - Z_{D0}) \left(\frac{\partial^2 Z_D}{\partial \delta^2} - \frac{\partial^2 Z_{D0}}{\partial \delta^2} \right) \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{R}_D}{\partial \delta} &= \frac{\partial \mathbf{R}_{D0}}{\partial \delta} + \frac{\partial \mathbf{R}_{D0,E0}^0}{\partial \delta} \mathbf{d}_D + \mathbf{R}_{D0,E0}^0 \frac{\partial \mathbf{d}_D}{\partial \delta} + \left(\frac{\partial \mathbf{R}_{BC}^0}{\partial \delta} \times \mathbf{R}_{D0,E0}^0 + \mathbf{R}_{BC}^0 \times \frac{\partial \mathbf{R}_{D0,E0}^0}{\partial \delta} \right) \mathbf{v} + \\ &+ \left(\mathbf{R}_{BC}^0 \times \mathbf{R}_{D0,E0}^0 \right) \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial \delta} \left| \frac{\partial}{\partial \delta} \right| \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \mathbf{R}_D}{\partial \delta^2} &= \frac{\partial^2 \mathbf{R}_{D0}}{\partial \delta^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{R}_{D0,E0}^0}{\partial \delta^2} \mathbf{d}_D + 2 \frac{\partial \mathbf{R}_{D0,E0}^0}{\partial \delta} \frac{\partial \mathbf{d}_D}{\partial \delta} + \mathbf{R}_{D0,E0}^0 \frac{\partial^2 \mathbf{d}_D}{\partial \delta^2} + \\ &+ \left(\frac{\partial^2 \mathbf{R}_{BC}^0}{\partial \delta^2} \times \mathbf{R}_{D0,E0}^0 + 2 \left[\frac{\partial \mathbf{R}_{BC}^0}{\partial \delta} \times \frac{\partial \mathbf{R}_{D0,E0}^0}{\partial \delta} \right] + \mathbf{R}_{BC}^0 \times \frac{\partial^2 \mathbf{R}_{D0,E0}^0}{\partial \delta^2} \right) \mathbf{v} + \\ &+ 2 \left(\frac{\partial \mathbf{R}_{BC}^0}{\partial \delta} \times \mathbf{R}_{D0,E0}^0 + \mathbf{R}_{BC}^0 \times \frac{\partial \mathbf{R}_{D0,E0}^0}{\partial \delta} \right) \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial \delta} + \left(\mathbf{R}_{BC}^0 \times \mathbf{R}_{D0,E0}^0 \right) \frac{\partial^2 \mathbf{v}}{\partial \delta^2} \end{aligned}$$

$$v^2 = \rho_D^2 - d_D^2 \quad \left| \frac{\partial}{\partial \delta} \right|$$

$$\frac{\partial^2 v}{\partial \delta^2} = \frac{1}{v} \left[\left(\frac{\partial \rho_D}{\partial \delta} \right)^2 + \rho_D \frac{\partial^2 \rho_D}{\partial \delta^2} - \left(\frac{\partial d_D}{\partial \delta} \right)^2 - d_D \frac{\partial^2 d_D}{\partial \delta^2} - \frac{\partial v}{\partial \delta} \right]$$

$$\frac{\partial d_D}{\partial \delta} = \frac{\rho_D \frac{\partial \rho_D}{\partial \delta} + |\mathbf{R}_{D0,E0}| \frac{\partial |\mathbf{R}_{D0,E0}|}{\partial \delta} - \rho_E \frac{\partial \rho_E}{\partial \delta} - \frac{d_D}{|\mathbf{R}_{D0,E0}|} \frac{\partial |\mathbf{R}_{D0,E0}|}{\partial \delta}}{\left| \mathbf{R}_{D0,E0} \right|} \quad \left| \frac{\partial}{\partial \delta} \right|$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 d_D}{\partial \delta^2} = & \frac{\left(\frac{\partial \rho_D}{\partial \delta} \right)^2 + \rho_D \frac{\partial^2 \rho_D}{\partial \delta^2} + \left(\frac{\partial |\mathbf{R}_{D0,E0}|}{\partial \delta} \right)^2 + |\mathbf{R}_{D0,E0}| \frac{\partial^2 |\mathbf{R}_{D0,E0}|}{\partial \delta^2} - \left(\frac{\partial \rho_E}{\partial \delta} \right)^2 - \rho_E \frac{\partial^2 \rho_E}{\partial \delta^2}}{|\mathbf{R}_{D0,E0}|} + \\ & - \frac{\rho_D \frac{\partial \rho_D}{\partial \delta} + |\mathbf{R}_{D0,E0}| \frac{\partial |\mathbf{R}_{D0,E0}|}{\partial \delta} - \rho_E \frac{\partial \rho_E}{\partial \delta} - \frac{\partial d_D}{\partial \delta} \left(\frac{\partial |\mathbf{R}_{D0,E0}|}{\partial \delta} \right)^2}{|\mathbf{R}_{D0,E0}|^2} + \\ & - \frac{d_D}{2 |\mathbf{R}_{D0,E0}|} \frac{\partial^2 |\mathbf{R}_{D0,E0}|}{\partial \delta^2} \end{aligned}$$

$$\rho_D^2 = \sin^2 \beta \cdot (q^2 + s^2) + r^2 \quad \left| \frac{\partial^2}{\partial \delta^2} \right|$$

$$\frac{\partial^2 \rho_D}{\partial \delta^2} = \frac{1}{\rho_D} \left[\cos^2 \beta \cdot (q^2 + s^2) \left(\frac{\partial \beta}{\partial \delta} \right)^2 - \sin^2 \beta \cdot (q^2 + s^2) \left(\frac{\partial \beta}{\partial \delta} \right)^2 + \sin \beta \cos \beta (q^2 + s^2) \frac{\partial^2 \beta}{\partial \delta^2} - \left(\frac{\partial \rho_D}{\partial \delta} \right)^2 \right]$$

$$\rho_E^2 = l^2 - |\mathbf{R}_{E,E0}|^2 \quad \left| \frac{\partial^2}{\partial \delta^2} \right|$$

$$\frac{\partial^2 \rho_E}{\partial \delta^2} = -\frac{1}{\rho_E} \left[\left(\frac{\partial |\mathbf{R}_{E,E0}|}{\partial \delta} \right)^2 + |\mathbf{R}_{E,E0}| \frac{\partial^2 |\mathbf{R}_{E,E0}|}{\partial \delta^2} - \left(\frac{\partial \rho_E}{\partial \delta} \right)^2 \right]$$

$$\frac{\partial}{\partial \delta} (\mathbf{R}_{E0} - \mathbf{R}_E) = \frac{1}{|\mathbf{R}_{E0} - \mathbf{R}_E|} \left[(X_{E0} - X_E) \left(\frac{\partial X_{E0}}{\partial \delta} \right) + (Y_{E0} - Y_E) \left(\frac{\partial Y_{E0}}{\partial \delta} \right) + (Z_{E0} - Z_E) \left(\frac{\partial Z_{E0}}{\partial \delta} \right) \right]$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2}{\partial \delta^2} (\mathbf{R}_{E0} - \mathbf{R}_E) = & \frac{1}{|\mathbf{R}_{E0} - \mathbf{R}_E|} \left(\frac{\partial}{\partial \delta} (\mathbf{R}_{E0} - \mathbf{R}_E) \right)^2 + \\ & + \frac{1}{|\mathbf{R}_{E0} - \mathbf{R}_E|} \left[\left(\frac{\partial X_{E0}}{\partial \delta} \right)^2 + (X_{E0} - X_E) \left(\frac{\partial^2 X_{E0}}{\partial \delta^2} \right) + \right. \\ & + \left(\frac{\partial Y_{E0}}{\partial \delta} \right)^2 + (Y_{E0} - Y_E) \left(\frac{\partial^2 Y_{E0}}{\partial \delta^2} \right) + \\ & \left. + \left(\frac{\partial Z_{E0}}{\partial \delta} \right)^2 + (Z_{E0} - Z_E) \left(\frac{\partial^2 Z_{E0}}{\partial \delta^2} \right) \right] \end{aligned}$$

$$\frac{\partial \mathbf{R}_{E0,D0}^0}{\partial \delta} = \frac{\frac{\partial \mathbf{R}_{E0}}{\partial \delta} - \frac{\partial \mathbf{R}_{D0}}{\partial \delta}}{|\mathbf{R}_{E0} - \mathbf{R}_{D0}|} - \frac{\mathbf{R}_{E0} - \mathbf{R}_{D0}}{|\mathbf{R}_{E0} - \mathbf{R}_{D0}|^2} \cdot \frac{\partial}{\partial \delta} (|\mathbf{R}_{E0} - \mathbf{R}_{D0}|) \quad \left| \frac{\partial}{\partial \delta} \right.$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \mathbf{R}_{E0,D0}^0}{\partial \delta^2} = & \frac{\frac{\partial^2 \mathbf{R}_{E0}}{\partial \delta^2} - \frac{\partial^2 \mathbf{R}_{D0}}{\partial \delta^2}}{|\mathbf{R}_{E0} - \mathbf{R}_{D0}|} - 2 \frac{\frac{\partial \mathbf{R}_{E0}}{\partial \delta} - \frac{\partial \mathbf{R}_{D0}}{\partial \delta}}{|\mathbf{R}_{E0} - \mathbf{R}_{D0}|^2} \cdot \frac{\partial}{\partial \delta} (|\mathbf{R}_{E0} - \mathbf{R}_{D0}|) + 2 \frac{\mathbf{R}_{E0} - \mathbf{R}_{D0}}{|\mathbf{R}_{E0} - \mathbf{R}_{D0}|^3} \left[\frac{\partial}{\partial \delta} (|\mathbf{R}_{E0} - \mathbf{R}_{D0}|) \right] \\ & - \frac{\mathbf{R}_{E0} - \mathbf{R}_{D0}}{|\mathbf{R}_{E0} - \mathbf{R}_{D0}|^2} \frac{\partial^2}{\partial \delta^2} (|\mathbf{R}_{E0} - \mathbf{R}_{D0}|) \end{aligned}$$

$$\frac{\partial}{\partial \delta} \left(|\mathbf{R}_{E0} - \mathbf{R}_{D0}| \right) = \frac{1}{|\mathbf{R}_{E0} - \mathbf{R}_{D0}|} \left[(X_{E0} - X_{D0}) \left(\frac{\partial X_{E0}}{\partial \delta} - \frac{\partial X_{D0}}{\partial \delta} \right) + (Y_{E0} - Y_{D0}) \left(\frac{\partial Y_{E0}}{\partial \delta} - \frac{\partial Y_{D0}}{\partial \delta} \right) + (Z_{E0} - Z_{D0}) \left(\frac{\partial Z_{E0}}{\partial \delta} - \frac{\partial Z_{D0}}{\partial \delta} \right) \right] \left| \frac{\partial}{\partial \delta} \right|$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2}{\partial \delta^2} \left(|\mathbf{R}_{E0} - \mathbf{R}_{D0}| \right) &= \frac{1}{|\mathbf{R}_{E0} - \mathbf{R}_{D0}|} \left(\frac{\partial}{\partial \delta} \left(|\mathbf{R}_{E0} - \mathbf{R}_{D0}| \right) \right)^2 + \\ &+ \frac{1}{|\mathbf{R}_{E0} - \mathbf{R}_{D0}|} \left[\left(\frac{\partial X_{E0}}{\partial \delta} - \frac{\partial X_{D0}}{\partial \delta} \right)^2 + (X_{E0} - X_{D0}) \left(\frac{\partial^2 X_{E0}}{\partial \delta^2} - \frac{\partial^2 X_{D0}}{\partial \delta^2} \right) + \right. \\ &+ \left(\frac{\partial Y_{E0}}{\partial \delta} - \frac{\partial Y_{D0}}{\partial \delta} \right)^2 + (Y_{E0} - Y_{D0}) \left(\frac{\partial^2 Y_{E0}}{\partial \delta^2} - \frac{\partial^2 Y_{D0}}{\partial \delta^2} \right) + \\ &+ \left. \left(\frac{\partial Z_{E0}}{\partial \delta} - \frac{\partial Z_{D0}}{\partial \delta} \right)^2 + (Z_{E0} - Z_{D0}) \left(\frac{\partial^2 Z_{E0}}{\partial \delta^2} - \frac{\partial^2 Z_{D0}}{\partial \delta^2} \right) \right] \end{aligned}$$

$$\frac{\partial \mathbf{R}_{E0}}{\partial \delta} = \frac{\partial \mathbf{R}_{BC}^0}{\partial \delta} \mathbf{t}_{E0} + \mathbf{R}_{BC}^0 \frac{\partial \mathbf{t}_{E0}}{\partial \delta} \quad \left| \frac{\partial}{\partial \delta} \right|$$

$$\frac{\partial^2 \mathbf{R}_{E0}}{\partial \delta^2} = \frac{\partial^2 \mathbf{R}_{BC}^0}{\partial \delta^2} \mathbf{t}_{E0} + 2 \frac{\partial \mathbf{R}_{BC}^0}{\partial \delta} \frac{\partial \mathbf{t}_{E0}}{\partial \delta} + \mathbf{R}_{BC}^0 \frac{\partial^2 \mathbf{t}_{E0}}{\partial \delta^2}$$

$$\mathbf{t}_{E0} = - \left(\frac{\partial \mathbf{R}_{BC}^0}{\partial \delta} \mathbf{R}_{D0,E} + \mathbf{R}_{BC}^0 \frac{\partial \mathbf{R}_{D0,E}}{\partial \delta} \right) \quad \left| \frac{\partial}{\partial \delta} \right|$$

$$\frac{\partial^2 \mathbf{t}_{E0}}{\partial \delta^2} = - \left(\frac{\partial^2 \mathbf{R}_{BC}^0}{\partial \delta^2} \mathbf{R}_{D0,E} + 2 \frac{\partial \mathbf{R}_{BC}^0}{\partial \delta} \frac{\partial \mathbf{R}_{D0,E}}{\partial \delta} + \mathbf{R}_{BC}^0 \frac{\partial^2 \mathbf{R}_{D0,E}}{\partial \delta^2} \right)$$

$$\frac{\partial \mathbf{R}_{D0,E}}{\partial \delta} = - \frac{\partial \mathbf{R}_{D0}}{\partial \delta} \quad \left| \frac{\partial}{\partial \delta} \right|$$

$$\frac{\partial^2 \mathbf{R}_{D0,E}}{\partial \delta^2} = - \frac{\partial^2 \mathbf{R}_{D0}}{\partial \delta^2}$$

$$\frac{\partial \mathbf{R}_{D0}}{\partial \delta} = \frac{\partial \mathbf{R}_B}{\partial \delta} + \frac{\partial \mathbf{R}_{BC}^0}{\partial \delta} t_{D0} + \mathbf{R}_{BC}^0 \frac{\partial t_{D0}}{\partial \delta} \quad \left| \frac{\partial}{\partial \delta} \right.$$

$$\frac{\partial^2 \mathbf{R}_{D0}}{\partial \delta^2} = \frac{\partial^2 \mathbf{R}_B}{\partial \delta^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{R}_{BC}^0}{\partial \delta^2} t_{D0} + 2 \frac{\partial \mathbf{R}_{BC}^0}{\partial \delta} \frac{\partial t_{D0}}{\partial \delta} + \mathbf{R}_{BC}^0 \frac{\partial^2 t_{D0}}{\partial \delta^2}$$

$$t_{D0} = \cos \beta \sqrt{q^2 + s^2} \quad \left| \frac{\partial^2}{\partial \delta^2} \right.$$

$$\frac{\partial^2 t_{D0}}{\partial \delta^2} = -\cos \beta \sqrt{q^2 + s^2} \left(\frac{\partial \beta}{\partial \delta} \right)^2 - \sin \beta \sqrt{q^2 + s^2} \frac{\partial^2 \beta}{\partial \delta^2}$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \frac{p}{|\mathbf{R}_{BC}|} \quad \left| \frac{\partial^2}{\partial \delta^2} \right.$$

$$\frac{\partial^2 \beta}{\partial \delta^2} = \frac{-1}{\sin(\alpha + \beta)} \left[\frac{2 \cdot p}{|\mathbf{R}_{BC}|^3} \left(\frac{\partial |\mathbf{R}_{BC}|}{\partial \delta} \right)^2 + \frac{p}{|\mathbf{R}_{BC}|^2} \frac{\partial^2 |\mathbf{R}_{BC}|}{\partial \delta^2} \cos(\alpha + \beta) \left(\frac{\partial \beta}{\partial \delta} \right)^2 \right]$$

$$\frac{\partial \mathbf{R}_{BC}^0}{\partial \delta} = \frac{-\frac{\partial \mathbf{R}_B}{\partial \delta}}{|\mathbf{R}_C - \mathbf{R}_B|} - \frac{-\mathbf{R}_B}{|\mathbf{R}_C - \mathbf{R}_B|^2} \cdot \frac{\partial}{\partial \delta} (|\mathbf{R}_C - \mathbf{R}_B|) \quad \left| \frac{\partial}{\partial \delta} \right.$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \mathbf{R}_{BC}^0}{\partial \delta^2} = & \frac{-\frac{\partial^2 \mathbf{R}_B}{\partial \delta^2}}{|\mathbf{R}_C - \mathbf{R}_{D0}|} - 2 \frac{-\frac{\partial \mathbf{R}_B}{\partial \delta}}{|\mathbf{R}_C - \mathbf{R}_B|^2} \cdot \frac{\partial}{\partial \delta} (|\mathbf{R}_C - \mathbf{R}_B|) + 2 \frac{\mathbf{R}_C - \mathbf{R}_B}{|\mathbf{R}_C - \mathbf{R}_B|^3} \left[\frac{\partial}{\partial \delta} (|\mathbf{R}_C - \mathbf{R}_B|) \right]^2 + \\ & - \frac{\mathbf{R}_C - \mathbf{R}_B}{|\mathbf{R}_C - \mathbf{R}_B|^2} \frac{\partial^2}{\partial \delta^2} (|\mathbf{R}_C - \mathbf{R}_B|) \end{aligned}$$

$$\frac{\partial}{\partial \delta} (|\mathbf{R}_C - \mathbf{R}_B|) = \frac{1}{|\mathbf{R}_C - \mathbf{R}_B|} \left[(X_C - X_B) \left(-\frac{\partial X_B}{\partial \delta} \right) + (Y_C - Y_B) \left(-\frac{\partial Y_B}{\partial \delta} \right) + \right. \\ \left. + (Z_C - Z_B) \left(-\frac{\partial Z_B}{\partial \delta} \right) \right] \quad \left| \frac{\partial}{\partial \delta} \right.$$

$$\frac{\partial^2}{\partial \delta^2} (|\mathbf{R}_C - \mathbf{R}_B|) = \frac{1}{|\mathbf{R}_C - \mathbf{R}_B|} \left(\frac{\partial}{\partial \delta} (|\mathbf{R}_C - \mathbf{R}_B|) \right)^2 + \\ + \frac{1}{|\mathbf{R}_C - \mathbf{R}_B|} \left[\left(-\frac{\partial X_B}{\partial \delta} \right)^2 + (X_C - X_B) \left(-\frac{\partial^2 X_B}{\partial \delta^2} \right) + \right. \\ \left. + \left(-\frac{\partial Y_B}{\partial \delta} \right)^2 + (Y_C - Y_B) \left(-\frac{\partial^2 Y_B}{\partial \delta^2} \right) + \right. \\ \left. + \left(-\frac{\partial Z_B}{\partial \delta} \right)^2 + (Z_C - Z_B) \left(-\frac{\partial^2 Z_B}{\partial \delta^2} \right) \right]$$

$$\frac{\partial \mathbf{R}_B}{\partial \delta} : \left(\frac{\partial X_B}{\partial \delta}, \frac{\partial Y_B}{\partial \delta}, \frac{\partial Z_B}{\partial \delta} \right) \quad \left| \frac{\partial}{\partial \delta} \right.$$

$$\frac{\partial^2 X_B}{\partial \delta^2} = -(\cos \chi \sin \lambda \sin \delta + \sin \chi \cos \delta) \cdot b$$

$$\frac{\partial^2 Y_B}{\partial \delta^2} = (\cos \lambda \sin \delta) \cdot b$$

$$\frac{\partial^2 Z_B}{\partial \delta^2} = (\sin \chi \sin \lambda \sin \delta - \cos \chi \cos \delta) \cdot b$$

Naměřené rozměry přední nápravy

$$| \mathbf{R}_{AB} | = b = 334 \text{ mm}$$

$$| \mathbf{R}_{BP} | = p = 74 \text{ mm}$$

$$| \mathbf{R}_{DE} | = l = 374 \text{ mm}$$

$$| \mathbf{R}_{A1,A} | = a = 374 \text{ mm}$$

$$\mathbf{R}_{A1} : (X_{A1} = -251 \text{ mm} ; Y_{A1} = 164 \text{ mm} ; Z_{A1} = 336 \text{ mm})$$

$$\mathbf{R}_{A2} : (X_{A2} = 70 \text{ mm} ; Y_{A2} = 169 \text{ mm} ; Z_{A2} = 338 \text{ mm})$$

$$\mathbf{R}_E : (X_E = 0 \text{ mm} ; Y_E = 0 \text{ mm} ; Z_E^{\text{pro střední polohu}} = 235 \text{ mm})$$

$$\mathbf{R}_C : (X_C = 104 \text{ mm} ; Y_C = -435 \text{ mm} ; Z_C = 532 \text{ mm})$$

$$\mathbf{r}_D : (x_D = q = 43 \text{ mm} ; y_D = s = 196 \text{ mm} ; z_D = r = 117 \text{ mm})$$

$$\mathbf{r}_\Omega : (x_\Omega = -9 \text{ mm} ; y_\Omega = 89 \text{ mm} ; z_\Omega = 0 \text{ mm})$$

$$\mathbf{r}_N : (x_N = -173 \text{ mm} ; y_N = 80 \text{ mm} ; z_N = 0 \text{ mm})$$

Podprogram

Vlastní podprogram se skládá z tříd s vlastními členy a metodami, které zahrnují matematické operace používané k vlastnímu výpočtu. Výpočet je pak jen jiným zapsáním výsledků z předchozích kapitol, který využívá k vytváření objektů (převážně vektorů a matic definovaných tříd a k vlastnímu výpočtu metod (členských funkcí) těchto tříd.

Vlastní podprogram je k dispozici u ing. Šíra, CSc na katedře mechaniky a pružnosti.

Závěr

Tato práce je, jak už bylo v úvodu řečeno, pouze jedním z kroků k tvorbě simulačního modelu automobilu. Samostatně by se však dala použít k navržení rozměrů přední nápravy Mac Pherson resp. umístění významných bodů na karosérii automobilu. K tomu by posloužila analýza pohybu bodu Ω resp. souřadného systému $\Omega, x^\Omega, y^\Omega, z^\Omega$.

U bodu Ω by se dala posuzovat plocha, po které se tento bod pohybuje v závislosti na propérování a natočení volantu. U souřadného systému $\Omega, x^\Omega, y^\Omega, z^\Omega$ by se pak posuzoval směr jednotkového vektoru $\mathbf{k}$, který je vlastně směrovým vektorem přímky ležící v ose rotace kola automobilu, a vektoru $\mathbf{j}$, na jehož směr závisí geometrie řízení. V ideálním případě by se Z -ová souřadnice bodu Ω měla při propérování měnit co nejméně a zrovna tak směr vektorů $\mathbf{k}$ a $\mathbf{j}$.

Tyto kritéria nejsou jediná a kvalita konstrukce nápravy závisí i na mnoha dalších jiných ukazatelích např. hmotnost nápravy, kvalita odvalování kol v zatáčkách atd. Ty se v praxi často posuzují až na hotovém prototypu automobilu při jízdě v různých podmínkách. Analýza uvedená výše by mohla být použita k navržení výchozího návrhu pro nápravu, který by se pak mohl upravit podle dalších zkoušek a jízdy.

Veškeré výsledky analytického řešení byly kontrolovány pomocí grafického programu Autocad, výpočet derivací byl kontrolován pomocí programu Mathcad 5.0 Plus a operace s maticemi a vektory programem Matlab 4.2.

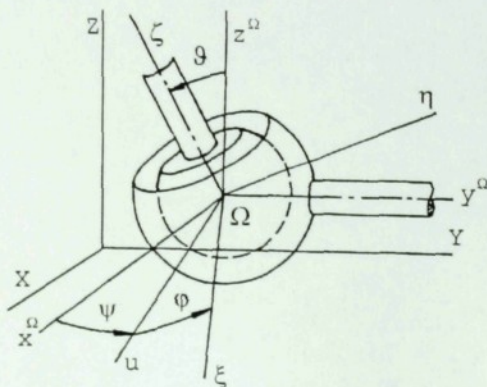
Literatura

- Andrt, J., Malina, T. : Škoda Favorit, Forman, Pick up, 2. vyd. Praha : Nakladatelství T. Ma 1993.
- Brát, V., Rosenberg, V., Jáč, V. : Kinematika, Praha : SNTL 1987.
- Cedrych, M. R. : Škoda Felicia, Favorit, Forman, Pick up, Praha : Grada Publishing 1994 .
- Kejzlar, V., Siegel, M. : Automobily, podvozek automobilu, karosérie, 3. vyd. Praha : NAD 1972.
- Krkavec, L., Mikulčák, J. : Matematické, fyzikální a chemické tabulky, 14. vyd. Praha : S 1985.
- Lubojacký, O. : Základy robotiky, 2. vyd. Liberec : VŠST v Liberci 1990.
- Rektorys, K. : Přehled užití matematiky, Díl I a II, 5. vyd. Praha : SNTL 1988.

Dodatek

Eulerovy úhly

V základním prostoru zvolíme souřadný systém $\Omega, x^\Omega, y^\Omega, z^\Omega$ a v prostoru tělesa zvolíme souřadný systém Ω, ξ, η, ζ . Souřadný systém $\Omega, x^\Omega, y^\Omega, z^\Omega$ získáme posunutím globálního souřadného systému X, Y, Z do bodu Ω .



Průsečnice rovin $\xi\eta$ a x^Ω, y^Ω se nazývá uzlová přímka a označuje se u . Úhel, který svírá přímka s osou x^Ω , se nazývá úhel precese a označuje se ψ , úhel, který svírá osa ζ s touto přímkou, se nazývá úhel vlastní rotace a označuje se φ a konečně úhel, který svírá osa z , je úhel nutace a značí se ϑ .

Uvedené úhly určují polohu tělesa v základním prostoru a nazývají se Eulerovy úhly.

Jsou-li dány souřadnice tělesa jako funkce času

$$x^\Omega = x^\Omega(t), y^\Omega = y^\Omega(t), z^\Omega = z^\Omega(t)$$

$$\psi = \psi(t), \vartheta = \vartheta(t), \varphi = \varphi(t)$$

je pohyb tělesa jednoznačně určen.

Brátova metoda

Zavedeme vhodné souřadné systémy tak, aby přechod mezi dvěma sousedními souřadnými systémy byl možný jedním nebo několika základními pohyby.

Za základní pohyby se považuje 1) posun ve směru os x

y

z

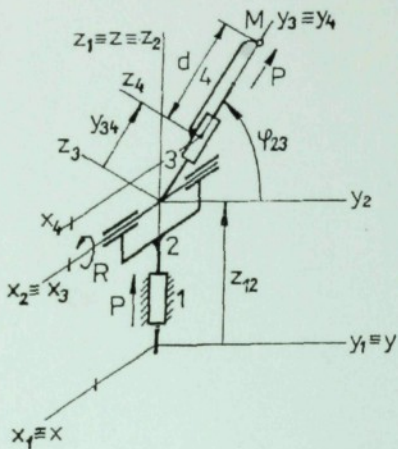
2) rotace kolem os x

y

z

Poloha bodu M je určena rozšířeným průvodičem $\mathbf{r}_M$ vůči novému souřadnému systému. Určíme výslednou transformační matici $\mathbf{T}_M$ jako součin dílčích transformačních matic $\mathbf{T}_M = \mathbf{T}_1, \mathbf{T}_2 \dots \mathbf{T}_n$.

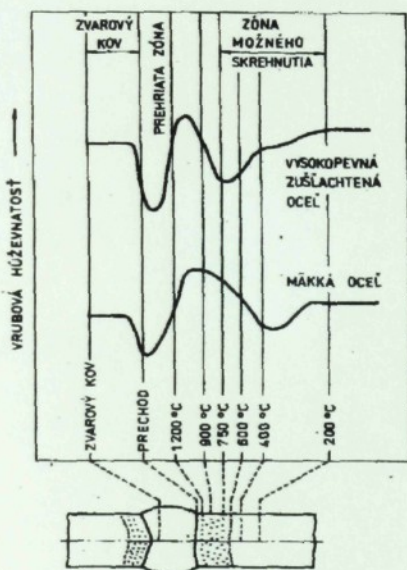
Závěrečným výpočtem $\mathbf{R}_M = \mathbf{T}_M \cdot \mathbf{r}_M$ dostaneme výslednou polohu bodu M v globálním souřadném systému.



reálných svarových spojích . Typová zkouška zkřehnutí TOO podle IIW (dokumenty IIW-475 -75) obsahuje všechny pravidla zkoušení .

Takto můžeme zkoušet vrubovou houževnatost nejen podhousenkové zóny , ale i různých míst TOO . V TOO většinou klesají hodnoty vrubové houževnatosti . V měkkých konstrukčních ocelích , částečně náchylných na stárnutí , vzniká pokles v části TOO ovlivněné teplotami pod A_1 .

V podhousenkové zóně můžeme pozorovat druhou oblast poklesu vrubové houževnatosti . Schéma průběhu vrubové houževnatosti napříč TOO je na obr. č.1.



obr.č.1.

Nepříznivý vliv na vrubovou houževnatost mají precipitační zpevnění, karbidy nebo karbidonitridy , které se tvoří na mezifázových površích . Takovými precipitáty jsou karbidy niobu a částečně vanadu v mikrolegovaných ocelích . V těchto případech vzrůstá tranzitní teplota podhousenkové zóny nad vypočtené hodnoty . V mikrolegovaných ocelích se může nepříznivý vliv Nb projevit už při množství 0,03 až 0,04% Nb , v ocelích s vanadem lze pozorovat nepříznivý vliv precipitace karbidu vanadu až při obsahu nad 0,10% V .