

TECHNICKÁ UNIVERZITA V LIBERCI

Fakulta mechatroniky a mezioborových inženýrských studií

DIPLOMOVÁ PRÁCE

**Nastavování Smithova regulátoru optimalizované na
potlačení vlivu poruchových veličin**

2003

Radek Ticháček

TECHNICKÁ UNIVERZITA V LIBERCI

Fakulta mechatroniky a mezioborových inženýrských studií

Katedra řídicí techniky

Studijní program: 2612 M – Elektrotechnika a informatika

Studijní obor: 2612 T – Automatické řízení a inženýrská informatika

Nastavování Smithova regulátoru optimalizované na potlačení vlivu poruchových veličin

Tuning of Smith Predictor, Optimized for Disturbance Rejection

UNIVERZITNÍ KNIHOVNA
TECHNICKÉ UNIVERZITY V LIBERCI



3146069840

Autor:

Radek TICHÁČEK

Podpis:

Vedoucí práce: Dr.Ing.Mgr. Jaroslav Hlava

Rozsah práce

Počet stran textu 43

Počet obrázků 16

Počet tabulek 4

Počet vzorců 105

Počet pramenů 10

V Liberci dne: 17.5.2003

TECHNICKÁ UNIVERZITA V LIBERCI

Fakulta mechatroniky a mezioborových inženýrských studií

Katedra řídicí techniky

Akademický rok: 2002/2003

ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

pro: **Radka TICHÁČKA**

studijní program: 2612 M – Elektrotechnika a informatika

obor: 2612 T – Automatické řízení a inženýrská informatika

Vedoucí katedry Vám ve smyslu zákona o vysokých školách č.111/1998 Sb. určuje tuto diplomovou práci:

Název tématu:

Nastavování Smithova regulátoru optimalizované na potlačení vlivu poruchových veličin

Zásady pro vypracování:

1. Seznamte se s principem a vlastnostmi Smithova regulátoru. Výchozím bodem zde mohou být např. informace uvedené v (Ingimundarson & Hägglund, 2002) a (Malek-Zavarei & Jamshidi, 1987). Dále se seznamte s návrhem robustních regulátorů s využitím metody vnitřního modelu (Morari & Zafiriou, 1989).
2. Jelikož jedním z problematických rysů Smithova regulátoru je skutečnost, že i při vyhovující kvalitě odezvy na skokové změny žádané hodnoty je odezva regulačního obvodu na skokové změny poruchových veličin působících na vstupu regulované soustavy pomalá a nevyhovující, seznamte se dále s navrženými modifikacemi, jejichž cílem bylo tuto odezvu zlepšit (viz např. Watanabe *et al.*, 1983 či koncepčně podobný Vandeursen & Peperstraete, 1995).
3. Na základě analýzy vlastností dosud navržených modifikací Smithova regulátoru a s využitím skutečnosti, že Smithův regulátor je možné interpretovat jako speciální případ regulátoru s vnitřním modelem (Morari & Zafiriou, 1989) navrhnete nastavovací postupy a eventuální strukturální modifikace, které umožní vhodně nastavovat regulační obvody s tímto regulátorem v případech, kdy nejpodstatnější je kvalita odezvy na poruchové veličiny, nikoliv sledování skokových změn žádané hodnoty.
4. Dále se pokuste provést rozšíření Smithova regulátoru na strukturu se dvěma stupni volnosti, která by umožnila dosáhnout jak kvalitní odezvy na poruchové veličiny, tak přesného sledování skokových změn žádané hodnoty.

Rozsah grafických prací: dle potřeby dokumentace

Rozsah průvodní zprávy: cca 40 až 50 stran

Seznam odborné literatury:

- [1] Ingimundarson, A. & Hägglund, T. (2002), Performance comparison between PID and dead-time compensating controllers, Journal of Process Control, Vol. 12, No. 8, pp. 887-895
- [2] Malek-Zavarei, M., and Jamshidi, M. (1987), Time-Delay Systems. Analysis, Optimization and Applications, North-Holland systems and control series, Vol. 9
- [3] Morari M., & Zafiriou E. (1989), Robust Process Control, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey
- [4] Vandeursen, J.M., & Peperstraete J.A. (1995), Internal Model Control with improved disturbance rejection, International Journal of Control, Vol. 62, No. 4, pp. 983-999
- [5] Watanabe, K., Ishiyama, Y., & Ito, M. (1983), Modified Smith predictor control for multivariable systems with delays and unmeasurable step disturbances, International Journal of Control, Vol. 37, No.5, pp. 959-973

Vedoucí diplomové práce: Dr.Ing.Mgr. Jaroslav Hlava

Konzultant:

Zadání diplomové práce: 23.10.2002

Termín odevzdání diplomové práce:

23. 5. 2003



A handwritten signature in blue ink, likely belonging to the Dean, written over a horizontal dotted line.

Vedoucí katedry

A handwritten signature in blue ink, likely belonging to the Dean, written over a horizontal dotted line.

Děkan

V Liberci dne 23.10.2002

ANOTACE

Diplomová práce se zabývá návrhem regulátoru Smithova prediktoru metodou vnitřního modelu pro přednostní potlačení vlivu poruchových veličin. Na základě analýzy struktury Smithova prediktoru a jeho modifikací je navržen komplexní postup robustního nastavení regulátoru včetně jeho aproximace do parametrů PID regulátoru. Je uvedeno rozšíření Smithova prediktoru do struktury se dvěma stupni volnosti. Výsledkem práce je rámec nastavovacích pravidel zajišťující splnění požadavků kladených na regulovanou soustavu.

ABSTRACT

The work deals with tuning of a Smith Predictor controller optimized for disturbance rejection using an internal model control method. On the base of structure analysis of the Smith Predictor and its modifications, general framework for robust tuning of a controller is proposed, including its approximation into a PID controller. Augmentation to the two degree of freedom Smith Predictor is presented in the work as well. Result of this work is a set of tuning rules, which provide for meeting of required demands of a controller.

Prohlášení k využívání výsledků DP:

Byl jsem seznámen s tím, že na mou diplomovou práci se plně vztahuje zákon č. 121/2000 o právu autorském, zejména § 60 (školní dílo).

Beru na vědomí, že TUL má právo na uzavření licenční smlouvy o užití mé diplomové práce a prohlašuji, že **s o u h l a s í m** s případným užitím mé diplomové práce (prodej, zapůjčení, kopírování, apod.).

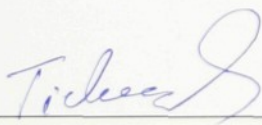
Jsem si vědom toho, že užít své diplomové práce či poskytnout licenci k jejímu využití mohu jen se souhlasem TUL, která má právo ode mne požadovat přiměřený příspěvek na úhradu nákladů vynaložených univerzitou na vytvoření díla (až do jejich skutečné výše).

Diplomovou práci jsem vypracoval samostatně s použitím uvedené literatury a na základě konzultací s vedoucím diplomové práce.

Datum:

17.05.2003

Podpis:



Poděkování:

Děkuji panu Dr.Ing.Mgr. Jaroslavu Hlavovi za cenné rady a ochotu při konzultaci této diplomové práce.

Obsah:

SEZNAM POUŽITÝCH ZKRATEK A SYMBOLŮ	7
1. ÚVOD.....	9
2. SMITHŮV PREDIKTOR.....	10
2.1. STRUKTURA SMITHOVA PREDIKTORU.....	10
2.2. OMEZENÍ SMITHOVA PREDIKTORU	11
2.3. MODIFIKACE SMITHOVA PREDIKTORU.....	12
3. NÁVRH SMITHOVA PREDIKTORU PRO POTLAČENÍ PORUCH.....	15
3.1. IMC INTERPRETACE SMITHOVA PREDIKTORU	15
3.2. KRITÉRIA REGULACE	16
3.2.1. <i>Vnitřní stabilita</i>	16
3.2.2. <i>Nominální kvalita</i>	17
3.2.3. <i>Podmínky robustní stability a kvality</i>	19
3.3. NÁVRH REGULÁTORU.....	20
3.3.1. <i>Nominální kvalita regulace</i>	20
3.3.2. <i>Robustní stabilita systému</i>	22
3.3.3. <i>Robustní kvalita regulace</i>	23
3.3.4. <i>Přepočet regulátoru pro strukturu Smithova prediktoru</i>	25
3.4. APROXIMACE REGULÁTORU NA PID PARAMETRY	26
3.4.1. <i>Aproximace regulátoru s vnitřním modelem PID regulátorem</i>	26
3.4.2. <i>Odvození PID parametrů pro soustavu 1. řádu s dopravním zpožděním</i>	27
PŘÍKLAD NÁVRHU REGULÁTORU SMITHOVA PREDIKTORU.....	29
4. SMITHŮV PREDIKTOR SE DVĚMA STUPNI VOLNOSTI	33
4.1. IMC STRUKTURA SE DVĚMA STUPNI VOLNOSTI	33
4.2. NÁVRH REGULÁTORŮ STRUKTURY SE DVĚMA STUPNI VOLNOSTI.....	34
5. POROVNÁNÍ.....	37
6. ZÁVĚR.....	42
POUŽITÉ ZDROJE	43

Seznam použitých zkratk a symbolů

Zkratky

1DF	regulační obvod s jedním stupněm volnosti
2DF	regulační obvod s dvěma stupni volnosti
IMC	regulátor s vnitřním modelem
ISE	integrál kvadrátu odchylky
ITSE	integrál kvadrátu odchylky vážený časem
SP	Smithův prediktor

Symbols

$c(s)$	regulátor Smithova prediktoru
$c_f(s)$	dopředný regulátor vstupu žádané hodnoty Smithova prediktoru
$d(s)$	skoková vstupní poruchová veličina
$d_m(s)$	odhadovaná porucha
$e(s)$	odchylka výstupu od žádané hodnoty
$f_m(s, \lambda)$	dolnoproustní filtr regulátoru $\tilde{q}_m(s)$
$f_d(s, \lambda)$	dolnoproustní filtr regulátoru $\tilde{q}_d(s)$
$f_r(s, \lambda)$	dolnoproustní filtr regulátoru $\tilde{q}_r(s)$
$g(s)$	člen rozvoje Maclaurinovy řady
$l_m(s), \bar{l}_m(s)$	multiplikativní neurčitost, mez multiplikativní neurčitosti
$p(s)$	regulovaný systém
$p_d(s)$	přenos poruchové veličiny
$p_m(s)$	model regulovaného systému
$p^*(s), p_m^*(s)$	systém a model systému bez dopravního zpoždění
$p_m^+(s), p_m^-(s)$	invertibilní a neinvertibilní faktor přenosu modelu $p_m(s)$
$q(s, \lambda, \alpha)$	IMC regulátor
$q_m(s), \tilde{q}_m(s, \lambda)$	IMC regulátor přenosu modelu s a bez filtru $f_m(s, \lambda)$
$q_d(s), \tilde{q}_d(s, \lambda, \alpha)$	IMC regulátor přenosu poruchy s a bez filtru $f_d(s, \lambda)$
$q_r(s), \tilde{q}_r(s, \lambda)$	dopředný IMC regulátor s a bez filtru $f_r(s, \lambda)$

$r(s)$	skoková žádaná hodnota
$T_D, \tilde{T}_D$	dopravní zpoždění, nominální dopravní zpoždění
$u_1(s), u_2(s)$	vstupy do regulačního obvodu
$y(s)$	výstupní veličina
$y_m(s)$	odhadovaná výstupní hodnota
v	vstup regulované soustavy
w	váhová funkce
α	člen polynomu $A(s)$
$A(s)$	polynom pro vykrácení pólů $p_d(s)$
β	ladicí parametr váhové funkce w
$\delta, \bar{\delta}$	neurčitost dopravního zpoždění a horní mez neurčitosti
$\varepsilon, \tilde{\varepsilon}$	citlivostní funkce, citlivostní funkce $p_m(s) = p(s)$
$\bar{\varepsilon}$	optimální citlivostní funkce
$\eta, \tilde{\eta}$	doplňková citlivostní funkce, dop. citlivostní funkce $p_m(s) = p(s)$
λ	časová konstanta dolnoproustního filtru
Π	množina časově nezávislých systémů
Θ	normalizované zpoždění
τ, τ_m	časová konstanta přenosu reálného systému a modelu
τ_d	časová konstanta přenosu poruchové veličiny
τ_Σ	souhrnná časová konstanta

1. Úvod

Dopravní zpoždění reálného systému je možné chápat jako prodlevu mezi momentem akčního zásahu regulačního členu a jeho prvním účinkem na systémové proměnné. Přítomnost transcendentálního členu dopravního zpoždění v přenosové rovnici systému komplikuje analytický rozbor a návrh regulačního systému, a činí tak výrazně obtížnější dosažení uspokojivé regulační odezvy. K návrhu regulátoru lze použít běžných PID a obdobných regulátorů a nastavení provádět podle standardních, anebo pro systémy s dopravním zpožděním modifikovaných, nastavovacích pravidel. Toto řešení je díky velkému rozšíření těchto regulátorů stále poměrně běžné, ale dosažitelné výsledky nejsou dostatečně uspokojivé. Strukturální omezení PID regulátorů tak byla dostatečnou záminkou ke vzniku alternativních regulačních schémat.

Jednou z nejrozšířenějších strategií v přístupu k regulaci systémů s dopravním zpožděním je Smithův prediktor. Tento regulační obvod je za předpokladu přesné identifikace řízeného systému schopen eliminovat efekt dopravního zpoždění a tím umožňuje nastavovat regulátor, jako by se jednalo o systém bez zpoždění. Velkým problémem Smithova prediktoru v praxi zůstává špatné potlačení vlivu poruchových veličin působících na regulovaný systém a absence komplexního návrhového postupu robustního nastavení regulované soustavy.

Tato diplomová práce předkládá možný přístup k návrhu regulátoru Smithova prediktoru pro přednostní potlačení vlivu poruchové veličiny, díky jeho strukturální podobnosti s regulátorem s vnitřním modelem. Návrh je prováděn v kontextu s postupem robustního nastavení regulátoru s vnitřním modelem (*Morari & Zafiriou, 1989*). Postup je uveden pro návrh regulátoru v obecném tvaru, nebo v PID struktuře aproximované z obecné formy. Dále je uvedena modifikace Smithova prediktoru na strukturu se dvěma stupni volnosti, umožňující kvalitní regulaci jak pro potlačení skokových změn poruchových veličin, tak pro sledování vstupní žádané hodnoty. Představu o chování regulovaných systémů lze získat z porovnání nastavení regulátoru a jeho aproximace PID regulátorem pro vybrané přenosy 1. řádu.

2. Smithův prediktor

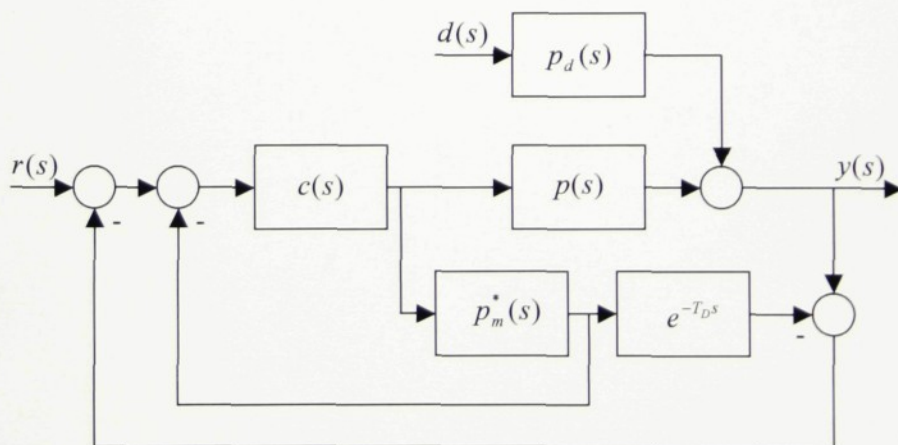
Struktura regulačního obvodu, známá jako Smithův prediktor (SP), byla prvním a pravděpodobně i nejrozšířenějším schématem pro regulaci systémů s dopravním zpožděním.

2.1. Struktura Smithova prediktoru

Základním předpokladem je možnost vyjádřit přenosovou funkci regulované soustavy s dopravním zpožděním jako součin soustavy bez dopravního zpoždění $p^*(s)$ a čistého dopravního zpoždění $e^{-T_D s}$. Potom platí

$$p(s) = p^*(s) \cdot e^{-T_D s} \quad (2.1)$$

Faktorizuje-li se takto model soustavy $p_m(s)$, je možné pomocí jeho části $p_m^*(s)$ neobsahující dopravní zpoždění odhadovat budoucí chování systému a tím eliminovat efekt zpoždění. Regulator se poté chová, za předpokladu shodného systému a modelu, jako by regulovaná soustava dopravní zpoždění neobsahovala, a je proto možné jej navrhovat jako regulator pro systém bez dopravního zpoždění. Jelikož zpětná vazba porovnává žádanou hodnotu a výstup z modelu $p_m^*(s)$, může zajistit dobrou regulaci



Obr. 2.1 - Blokové schéma Smithova prediktoru

modelu, ale ne už reálného systému $p(s)$. Je proto nezbytné kvůli kompenzaci chyb, způsobených nepřesnostmi modelu a poruchovými veličinami, strukturu doplnit o druhou zpětnovazební smyčku vyhodnocující rozdíl mezi výstupem reálné soustavy $p(s)$ a modelu $p_m(s)$. Výsledný regulační obvod je uveden na obr. 2.1. Vztah mezi žádanou a skutečnou hodnotou regulované veličiny je dán výrazem

$$y_r(s) = \frac{c(s)p(s)}{1 + c(s)(p_m^*(s) - p_m(s) + p(s))} r(s) \quad (2.2)$$

pro shodný systém a model $p_m(s) = p(s)$ se přenosová funkce zjednoduší na

$$y_r(s) = \frac{c(s)p(s)}{1 + c(s)p_m^*(s)} r(s) \quad (2.3)$$

Charakteristická rovnice přenosu nyní neobsahuje faktor $e^{-T_D s}$ a efekt dopravního zpoždění je tak kompenzován.

2.2. Omezení Smithova prediktoru

Struktura Smithova prediktoru obsahuje kromě možnosti potlačení vlivu dopravního zpoždění také velmi výrazná omezení.

- Lze použít pouze pro omezenou třídu systémů s dopravním zpožděním zařazeným v sérii s vlastním systémem. V praxi je však mnoho systémů, které obsahují vnitřní zpětnovazební smyčky se zpožděním. Jejich stavové rovnice obsahují stavové zpoždění, jehož vliv na dynamiku systému je mnohem komplexnější, než pouhý časový posun a fázové zpoždění způsobené dopravním zpožděním.
- Zpoždění je plně kompenzováno pouze za předpokladu shodného systému a modelu. Avšak vzhledem k nevyhnutelným nepřesnostem modelu a nelinearitám reálného systému bude charakteristická rovnice transcendentální s nekonečně mnoha kořeny a výsledek regulace bude odlišný od 2.3.
- Při vstupu poruchové veličiny do soustavy záleží míra potlačení této poruchy na odlišnosti její dynamiky od žádané hodnoty. Smithův prediktor je ve své podstatě regulační struktura s jedním stupněm volnosti. Je-li nastaven pro dobré sledování žádané hodnoty, což je ve většině případů skoková hodnota, nebude

dostatečně potlačovat vliv vstupujících, často pomalu narůstajících, poruch o průběhu blízkém rampě. Nastavení regulátoru pro sledování změn žádané hodnoty potom povede k příliš pomalému vyregulování poruch. Tato vlastnost Smithova prediktoru je zřetelná z přenosové funkce uzavřeného regulačního obvodu. V případě modelu shodného se systémem je dán vztah mezi poruchovou veličinou a výstupem výrazem

$$y_d(s) = \frac{p_d(s)(1 + c(s)(p_m^*(s) - p_m(s)))}{1 + c(s)p_m^*(s)} d(s) \quad (2.4)$$

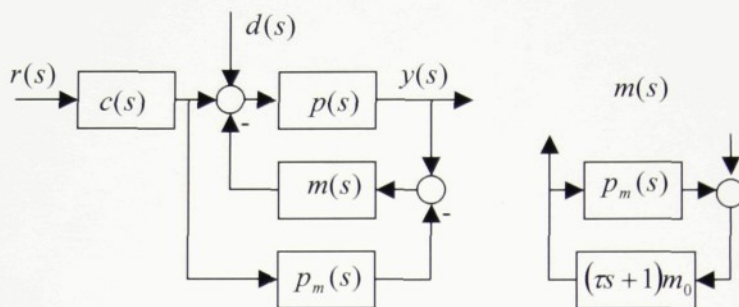
Je-li SP nastaven pro sledování žádané hodnoty, póly výrazu $(p_m^*(s) - p_m(s))$ se nevykrátí, a tak póly reálného systému, ležící v blízkosti počátku, mohou zhoršit výstupní odezvu na poruchovou veličinu natolik, že bude nepřijatelná. Východiskem může být struktura regulačního obvodu se dvěma stupni volnosti umožňující nezávislé nastavení regulátoru pro sledování změn žádané hodnoty a regulátoru pro potlačení poruchových veličin.

Zatímco v prvních dvou případech se jedná o principiálně neodstranitelné omezení, třetí problém umožňuje částečnými úpravami dosáhnout výrazného zlepšení situace. V dalších kapitolách bude představen možný přístup k řešení tohoto omezení využitím strukturální blízkosti Smithova prediktoru a regulátoru s vnitřním modelem a nastavovacích postupů určených pro tento regulátor.

2.3. Modifikace Smithova prediktoru

Zkvalitnění potlačení poruchové veličiny Smithova prediktoru řešila většina autorů transformací SP na strukturu se dvěma stupni volnosti. Následující výběr modifikací SP není úplným přehledem, ale spíše ukázkou rozdílného přístupu k řešení problému.

Zhang, Sun & Xu, (1998), využili ve své práci stávajících prediktivních možností Smithova prediktoru a pro zlepšení potlačení poruchové veličiny od sebe oddělili odezvu na žádanou hodnotu a odezvu na poruchu. Pro systém prvního řádu s dopravním zpožděním jsou pak tyto nastavovány nezávisle dvěma ladicími parametry. Výsledné regulační schéma (obr. 2.2) obsahuje kompenzační člen dopravního zpoždění $m(s)$, který se chová jako estimátor poruchové veličiny.



Obr. 2.2 – Struktura podle (Zhang, Sun & Xu, 1998)

Je-li

$$m(s) = \frac{(\tau s + 1)m_0(s)}{1 - (\tau s + 1)m_0(s)p_m(s)} \quad m_0(s) = \frac{1}{K_p(\lambda_2 s + 1)} \quad (2.5)$$

$$c(s) = \frac{\tau s + 1}{K_p} \cdot \frac{1}{\lambda_1 s + 1} \quad (2.6)$$

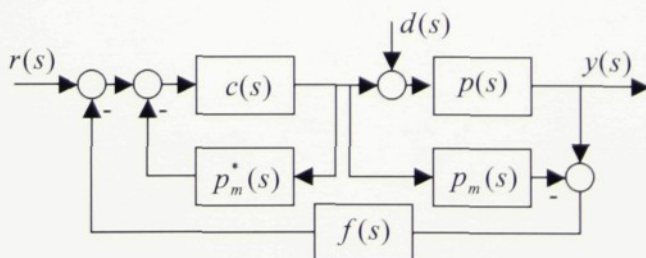
pak přenosová charakteristika poruchové veličiny je

$$y(s) = \left[\frac{\lambda_2 s + 1 - e^{-T_D s}}{(\lambda_2 s + 1)(\tau s + 1)} K_p e^{-T_D s} \right] d(s) \quad (2.7)$$

Postup návrhu je uveden pro systém 1. řádu s dopravním zpožděním, systémy vyšších řádů se kvůli jednoduchosti návrhu aproximují na systémy 1. řádu.

Huang et al., (1990), přidává do zpětné vazby regulačního obvodu filtr $f(s)$, který neovlivňuje nominální odezvu na změnu žádané hodnoty (obr. 2.3). Je-li

$c(s) = K_c \left(1 + \frac{1}{\tau_I s} \right)$ standardní PI regulátor a $K_c = \frac{1}{K_p}$, $\tau_I = \tau$, je odezva na změnu



Obr. 2.3 – Struktura podle (Huang et al., 1990)

žádané hodnoty

$$y(s) = \frac{e^{-T_D s}}{1 + \tau s} r(s) \quad (2.8)$$

Je-li $f(s)$ nastaven jako aproximace inverze dopravního zpoždění

$$f(s) = \frac{1 + b(s)}{1 + b(s)e^{-T_D s}} \quad b(s) = \frac{b_0}{b_1 s + 1} \quad (2.9)$$

potom je výsledná odezva na poruchu

$$y(s) = \left[\frac{K_p e^{-T_D s}}{1 + \tau s} \left(1 - f(s) \frac{e^{-T_D s}}{1 + \tau s} \right) \right] d(s) \quad (2.10)$$

Víceméně stejný přístup je použit v (Rico & Camacho, 1999), kdy ale filtr žádané hodnoty je uvažován jako dopředný a neovlivňuje tudíž zpětnou vazbu. Výsledné schéma je shodné se SP se dvěma stupni volnosti (obr. 4.2). Je-li

$$f(s) = \frac{1 + \lambda_0 s}{1 + \lambda_1 s} \text{ a } c(s) \text{ je PI regulátor pak odezva na jednotlivé vstupy bude}$$

$$y(s) = \frac{e^{-T_D s}}{1 + \lambda_1 s} r(s), \quad y(s) = \frac{K_p e^{-T_D s}}{1 + \tau s} \left(1 - \frac{e^{-T_D s}}{1 + \lambda_0 s} \right) \quad (2.11)$$

kde λ_1 určuje odezvu na změnu $r(s)$ a λ_0 odezvu na poruchu $d(s)$. Nastavení regulačního obvodu se provádí parametry K_c a λ_1 , neboť jsou v technické praxi běžnými ladícími parametry (zesílení PI regulátoru a časová konstanta filtru $f(s)$).

Watanabe et al., (1983), představuje obecnější přístup, vycházející z faktu, že pomalá odezva na poruchové veličiny je způsobena přítomností neřiditelných, ale pozorovatelných stavů, generovaných paralelním spojením regulovaného systému a jeho modelu, které je ovlivněno vstupujícími poruchami. Zápisem ve stavovém prostoru a použitím odpovídajícího kritéria pozorovatelnosti navrhl dynamický kompenzátor tak, že neřiditelné stavy systému budou na jeho výstupu zcela nepozorovatelné. Tato metoda lze, přinejmenším principiálně, rozvést pro jiné regulační struktury a obecnější systémy. Koncepčně stejný přístup používá při návrhu regulačního obvodu se dvěma stupni volnosti pro systémy s diskrétním dopravním zpožděním Vandeursen & Peperstraete, (1995).

3. Návrh Smithova prediktoru pro potlačení poruch

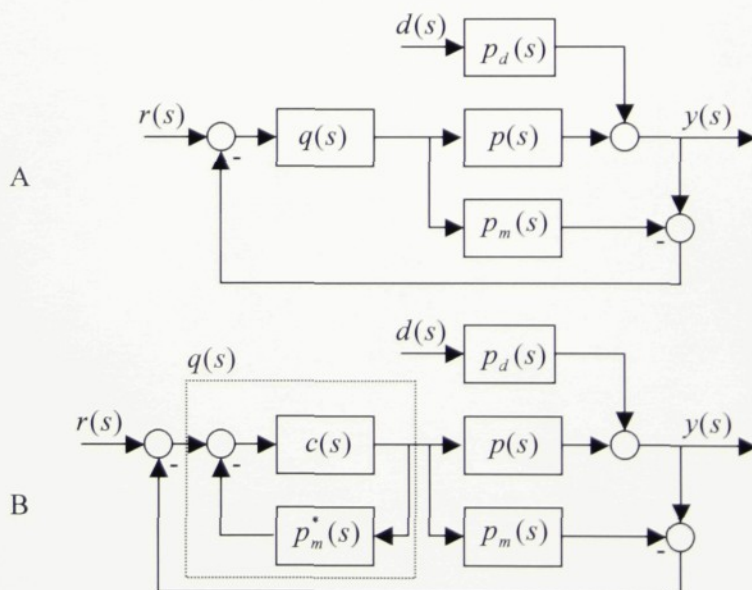
Tato kapitola uvádí možnost interpretace Smithova prediktoru strukturou regulátoru s vnitřním modelem (Internal Model Control - IMC). Aplikací postupu návrhu IMC regulátoru (*Morari & Zafiriou, 1989*) bude představena možnost nastavení Smithova prediktoru pro potlačení poruchových veličin.

3.1. IMC interpretace Smithova prediktoru

Blokové schéma struktury regulátoru s vnitřním modelem je na obr. 3.1A. Paralelně k regulované soustavě $p(s)$ je zapojen její model $p_m(s)$. Za předpokladu modelu přesně odpovídajícího reálné soustavě, a nebudou-li na obvod působit žádné poruchové vlivy, bude signál zpětné vazby roven nule a chování obvodu bude odpovídat řízení v otevřené smyčce. Výstup systému (za předpokladu $p(s) = p_m(s)$) je dán výrazem

$$y(s) = [p_m(s)q(s)] \cdot r(s) + [p_d(s)(1 - p_m(s)q(s))] \cdot d(s) \quad (3.1)$$

Jednoduchou úpravou blokového schématu (obr. 3.1B) lze dospět ke struktuře SP,



Obr.3.1 – Blokové schéma A) IMC struktury, B) IMC interpretace Smithova prediktoru

přičemž pro regulátor $c(s)$ platí

$$q(s) = \frac{c(s)}{1 + p_m^*(s)c(s)} \quad (3.2)$$

Výsledný regulační obvod je víceméně rozšířením IMC struktury o zpětnou vazbu modelu soustavy bez zpoždění. Všechny přenosové charakteristiky zůstaly zachovány a tudíž lze konstatovat, že regulátor s vnitřním modelem má stejné predikční a regulační možnosti jako Smithův prediktor. Je tedy možné řešit problém nominálního a robustního nastavení v průhledném a teoreticky konsistentním rámci IMC interpretace Smithova prediktoru.

3.2. Kritéria regulace

3.2.1. Vnitřní stabilita

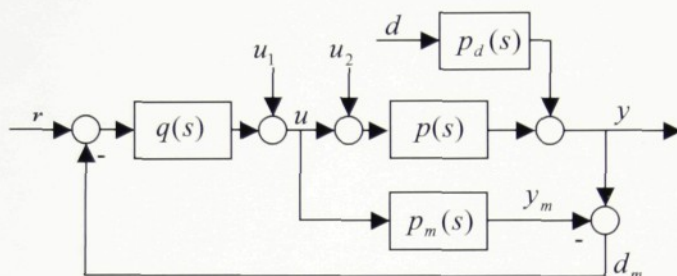
Z předpokladu, že model je přinejmenším přibližnou aproximací reálného systému, je odůvodněné požadovat stabilitu systému, je-li regulátor aplikován na model systému. Tudíž minimální požadavek na uzavřený regulační obvod je nominální stabilita. V této kapitole budou odvozeny podmínky nominální stability, které musí být splněny patřičným návrhem regulátoru.

Jako měřítko kvality regulace je vhodné uvažovat kritérium integrálu kvadrátu odchylky (Integral Square Error – ISE), definované v 3.3, díky snadné a účinné matematické aplikovatelnosti.

$$ISE \equiv \int_0^{\infty} (y(t) - r(t))^2 dt \quad (3.3)$$

Signály mezi jednotlivými bloky určujícími regulační obvod jsou potenciálním zdrojem (pravděpodobně) malých poruch, které ovšem mohou vést k neomezenému výstupu na jiném místě obvodu. Z tohoto důvodu lze definovat vnitřně stabilní systém jako regulační obvod, kde omezený signál vstupující na jakémkoli místě systému vyvolá pouze omezenou odezvu na jakémkoli jiném místě. Jinými slovy lineární časově invariantní systém je vnitřně stabilní, pokud přenosové funkce mezi kterýmikoli dvěma místy v systému jsou stabilní, tj. mají všechny póly v levé polorovině (Morari & Zafiriou, 1989).

Blokové schéma se všemi navzájem různými vstupy a výstupy je na obr. 3.2 a systém bude stabilní pouze tehdy, když všechny elementy přenosové matice 3.4 budou mít všechny své póly v levé polovině (při $p_m(s) = p(s)$).



Obr. 3.2 – Blokové schéma IMC pro odvození podmínek
vnitřní stability

$$\begin{bmatrix} y \\ y_m \\ u \\ d_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} pq & p_d(1-pq) & p & p(1-pq) \\ pq & -p_d pq & p & -p^2 q \\ q & -p_d q & 1 & -pq \\ 0 & p_d & 0 & p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r \\ d \\ u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

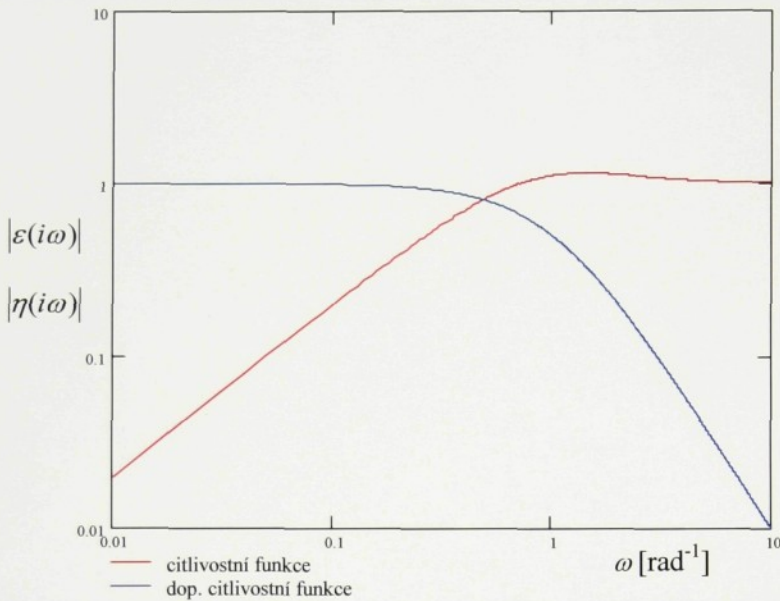
Z jednotlivých přenosů plyne, že systém bude vnitřně stabilní, budou-li stabilní všechny bloky obvodu.

3.2.2. Nominální kvalita

Nejobecnějším úkolem regulátoru je minimalizovat rozdíl mezi výstupem systému y a žádanou hodnotou r , je-li systém ovlivňován externími signály r a d . Proto je třeba definovat kritérium hodnotící tento rozdíl. Nejdůležitějším vztahem mezi vstupy a výstupy je citlivostní funkce $\varepsilon(s)$ definovaná (pro $p_d(s) = 1$)

$$\varepsilon(s) \equiv \frac{e}{d-r} = \frac{y}{d} = \frac{1-p_m q}{1+q(p-p_m)} \quad (3.5)$$

a platí-li pro model $p_m(s) = p(s)$, pak


Obr. 3.3 – Typický průběh $|\varepsilon(i\omega)|$ a $|\eta(i\omega)|$

$$\tilde{\varepsilon}(s) = 1 - p_m q \quad (3.6)$$

odchylka e je $e = y - r$. Citlivostní funkce vyjadřuje vliv poruchy d na výstup y a má primární význam při hodnocení kvality regulace systému. Je žádoucí, aby byla co nejmenší, ale je-li $p_m q$ striktně ryzí (fyzikálně realizovatelný) tj.

$$\lim_{s \rightarrow +\infty} p_m q = 0 \quad (3.7)$$

potom

$$\lim_{\omega \rightarrow +\infty} |\varepsilon(i\omega)| = \lim_{\omega \rightarrow +\infty} |1 - p_m q(i\omega)| = 1 \quad (3.8)$$

tudíž hodnota $|\varepsilon|$ může být malá pouze na konečném rozsahu ω . Ze vztahu

$$\varepsilon(s) + \eta(s) = 1 \quad (3.9)$$

vyplývá doplňková citlivostní funkce $\eta(s)$

$$\eta(s) \equiv \frac{y}{r} = \frac{p_m q}{1 + q(p - p_m)} \xrightarrow{p=p_m} \tilde{\eta}(s) = p_m q \quad (3.10)$$

která porovnává žádanou hodnotu r a výstup y . Ideální situace, kdy $\eta(s) = 1$, je opět možná pouze na konečném rozsahu, neboť

$$\lim_{\omega \rightarrow +\infty} |\eta(i\omega)| = \lim_{\omega \rightarrow +\infty} |p_m q(i\omega)| = 0 \quad (3.11)$$

Díky IMC parametrizaci je vztah pro $\varepsilon(s)$ a $\eta(s)$ lineární oproti podstatně komplexnějším rovnicím pro klasický zpětnovazební regulátor, což umožňuje snadnější návrh regulátoru s vnitřním modelem $q(s)$.

Aplikací lineárního kvadratického kritéria lze vyjádřit kritérium optimalizace regulátoru tak, že ISE je minimalizován pro specifický vstup v ($r(s)$ nebo $d(s)$).

$$\|e\|_2^2 = \int_0^\infty e^2(t) dt \quad (3.12)$$

Kritérium ve frekvenční oblasti použitím Parsevalova teorému a substitucí podle 3.5, je-li $e = \varepsilon(d - r) = \varepsilon \cdot w$ (w je váhová funkce vstupu v systému podle (Morari & Zafiriou, 1989))

$$\min_q \|e\|_2^2 = \min_q \|\varepsilon w\|_2^2 = \min_q \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^\infty |\varepsilon(i\omega)w(i\omega)|^2 d\omega \quad (3.13)$$

Vztah pro optimální regulátor tedy bude

$$\min_q \|\tilde{\varepsilon} w\|_2^2 = \min_q \|(1 - p_m q)w\|_2^2 \quad (3.14)$$

3.2.3. Podmínky robustní stability a kvality

Vzhledem k tomu, že většina reálných systémů je nelineárních, s časově proměnnými parametry, je vždy lineární časově invariantní model systému pouze přibližnou aproximací reálné skutečnosti. Pro umožnění robustního nastavení regulátoru je třeba definovat neurčitost systému. Předpokladem dalších úvah bude, že dynamické chování reálného systému lze aproximovat množinou Π časově nezávislých systémů. Multiplikativní neurčitost $l_m(i\omega)$ je definována (Morari & Zafiriou, 1989)

$$l_m(i\omega) = \frac{p(i\omega) - p_m(i\omega)}{p_m(i\omega)}, \quad \bar{l}_m(\omega) = \max_{p \in \Pi} \left| \frac{p(i\omega) - p_m(i\omega)}{p_m(i\omega)} \right| \quad (3.15)$$

kde $\bar{l}_m$ je mez multiplikativní neurčitosti, a potom pro všechny členy Π platí

$$p(i\omega) = p_m(i\omega)(1 + l_m(i\omega)) \quad |l_m(i\omega)| \leq \bar{l}_m(\omega) \quad (3.16)$$

Přenos otevřené smyčky je rozdíl mezi výstupem soustavy a modelu

$$p_m(i\omega)q(i\omega)l_m(i\omega) = \tilde{\eta}(i\omega)l_m(i\omega) \quad (3.17)$$

potom z teoremu malého zesílení je možné psát podmínku robustní stability

$$\|\tilde{\eta}\bar{l}_m\|_{\infty} = \sup_{\omega} |\tilde{\eta}\bar{l}_m(\omega)| < 1 \quad (3.18)$$

konkrétně pak

$$|p_m q \bar{l}_m(\omega)| < 1 \quad \forall \omega \quad (3.19)$$

Pro robustní kvalitu musí být splněno

$$\|\mathcal{E}w\|_{\infty} < 1 \quad \forall p \in \Pi \quad (3.20)$$

což lze přepsat jako

$$|\tilde{\mathcal{E}w}| + |\tilde{\eta}\bar{l}_m| < 1 \quad \forall \omega \quad (3.21)$$

a podmínka pro optimální robustně-kvalitní regulátor bude

$$\min_q \sup_{\omega} (|\tilde{\mathcal{E}w}| + |\tilde{\eta}\bar{l}_m|) = \min_q \sup_{\omega} (|(1 - p_m q)w| + |p_m q \bar{l}_m|) \quad (3.22)$$

3.3. Návrh regulátoru

3.3.1. Nominální kvalita regulace

Přenosová funkce systému na obr. 3.1B pro vstupující poruchovou veličinu a model splňující $p_m(s) = p(s)$ je

$$y_d(s) = (1 - p(s) \cdot q(s))p_d(s) \quad (3.23)$$

Nominální návrh $q(s)$ pro potlačení poruchové veličiny inspirovaný (*Babu & Brosilow, 2000; Vandeursen & Peperstraete, 1995*), lze založit na dvou kritériích

- 1) nuly $q(s)$ vykrátí póly přenosu modelu
- 2) nuly $(1 - p_m(s) \cdot q(s))$ vykrátí póly přenosu $p_d(s)$

Pro splnění těchto kritérií je třeba uvažovat $q(s)$ jako dva regulátory v sérii,

$$q(s) = q_m(s) \cdot q_d(s). \quad (3.24)$$

potom lze jednotlivé regulátory navrhnout dle následujícího postupu.

ad 1) Faktorizací přenosu $p_m(s) = p_m^+(s) \cdot p_m^-(s)$, kde $p_m^+(s)$ je invertibilní faktor, jehož inverzí získaný regulátor $\tilde{q}_m(s)$ bude stabilní i kauzální. Přenos

$p_m^-(s)$ zahrnuje nestabilní přenosové nuly a dopravní zpoždění (neinvertibilní faktor přenosu). Pro optimalitu ve smyslu integrálu z kvadrátu odchylky (ISE), bude $p_m^-(s)$ ve tvaru

$$p_m^-(s) = e^{-sT_D} \prod_i \frac{-s + \zeta_i}{s + \zeta_i^H} \quad \text{Re}(\zeta_i), \tau_m > 0 \quad (3.25)$$

kde index H označuje komplexně sdružený kořen.

Aby byl vlastní regulátor fyzikálně realizovatelný (ryzí), je nutné jej doplnit dolnoproputním filtrem. Nejobvyklejší a nejjednodušší je volba filtru s násobnou časovou konstantou

$$f_m(s) = \frac{1}{(\lambda s + 1)^r} \quad r - \text{je relativní řád přenosu} \quad (3.26)$$

Regulátor $q_m(s, \lambda)$ je potom dán vztahem

$$q_m(s, \lambda) = f_m(s, \lambda) \cdot \tilde{q}_m(s) = \frac{1}{(\lambda s + 1)^r} \cdot (p_m^+)^{-1} \quad (3.27)$$

ad 2) Volbou $q_d(s, \lambda)$ s filtrem ve tvaru

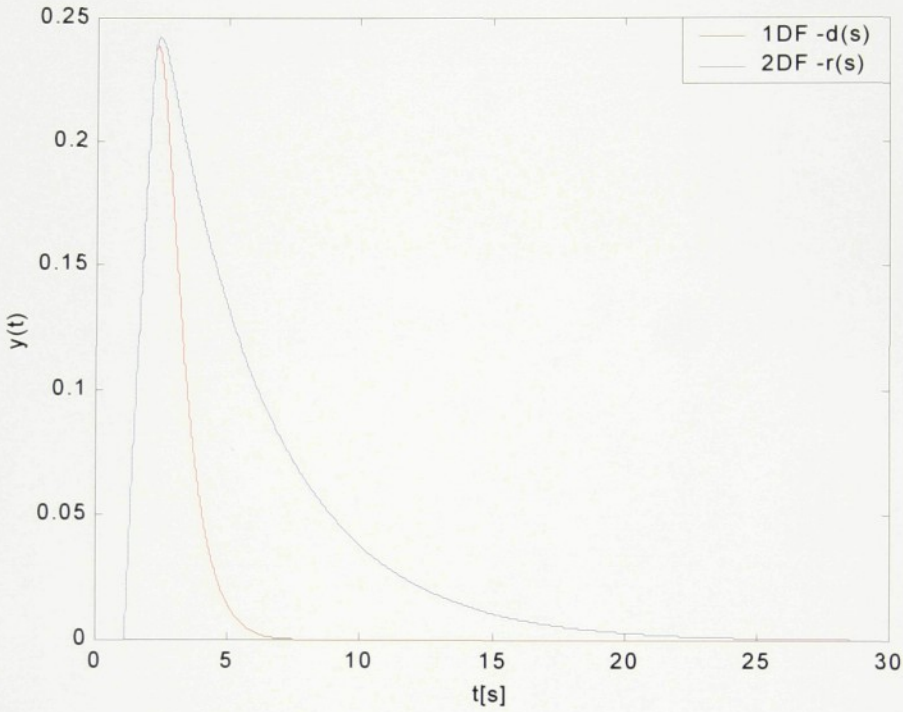
$$q_d(s, \lambda, \alpha) = f_d(s, \lambda) \cdot \tilde{q}_d(s, \alpha) = \frac{\sum_{i=0}^n \alpha_i s^i}{(\lambda s + 1)^n} \quad \alpha_0 \equiv 1 \quad (3.28)$$

kde n je počet pólů $p_d(s)$, které mají být vykráceny nulami přenosu $(1 - p_m(s)q(s))$. Řešením 3.29 se určí α_i pro každý z n různých pólů $p_d(s)$

$$(1 - p_m(s) \cdot q_m(s, \lambda) \cdot q_d(s, \lambda, \alpha)) \Big|_{s = -\frac{1}{\tau_i}} = 0 \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (3.29)$$

kde τ_i je časová konstanta sdružená s i -tým pólem $p_d(s)$. Vyskytne-li se některý z pólů v komplexně sdružené dvojici, potom reálná i imaginární část rovnice je pro jeden z nich rovna nule. Obsahuje-li $p_d(s)$ násobné póly, postaví se derivace rovnice 3.29 rovny nule až do řádu o jeden nižšího, než je násobnost pólů.

Výsledný regulátor je potom dán výrazem 3.30 a příklad skokové odezvy na poruchovou veličinu je na obr. 3.4.



Obr. 3.4 – Skoková odezva na poruchovou veličinu pro systém nastavený pro potlačení poruchové veličiny- $d(s)$ a pro sledování žádané hodnoty- $r(s)|_{q_d=1}$

$$q(s, \lambda, \alpha) = \frac{(p_m^+)^{-1} \cdot \sum_{i=0}^n \alpha_i s^i}{(\lambda s + 1)^{r+n}} \quad (3.30)$$

3.3.2. Robustní stabilita systému

Systém je robustně stabilní tehdy, je-li splněna podmínka 3.18

$$\sup_{\omega} |\tilde{\eta} \tilde{l}_m(\omega)| < 1$$

kde $\tilde{l}_m$ je horní mez multiplikativní neurčitosti definovaná v 3.15

Pro strukturu regulátoru s vnitřním modelem platí $\tilde{\eta} = p_m \tilde{q} f$ a tudíž

$$|p_m \tilde{q} \tilde{l}_m(\omega)| < 1 \quad \forall \omega \quad (3.31)$$

$$\Pi = \left\{ p : \frac{|p(i\omega) - p_m(i\omega)|}{|p_m(i\omega)|} \leq \bar{l}_m(\omega) \right\} \quad (3.32)$$

Za předpokladu, že množina stabilních systémů Π je definovaná dle 3.32 a že $\tilde{q}(s)$ je stabilní, bude uzavřený zpětnovazební systém robustně stabilní pouze tehdy, jestliže IMC filtr splňuje

$$|f| \leq \frac{1}{|p_m \tilde{q} \bar{l}_m(\omega)|} \quad \forall \omega \quad (3.33)$$

Robustně stabilní nastavení filtru se docílí postupným zvyšováním časové konstanty filtru λ , dokud není splněna rovnost 3.33. Příliš velké λ ovšem vede k nízké kvalitě regulace.

3.3.3. Robustní kvalita regulace

Kritérium robustní kvality regulace ve frekvenční oblasti (3.22):

$$|\tilde{\eta} \bar{l}_m| + |\tilde{\varepsilon} w| < 1 \quad \forall \omega$$

Je-li skupina Π stabilních systémů popsána vztahem 3.32, potom uzavřený zpětnovazební systém bude splňovat kritérium kvality

$$\sup_{\omega} | \varepsilon w | < 1 \quad \forall p \in \Pi \quad (3.34)$$

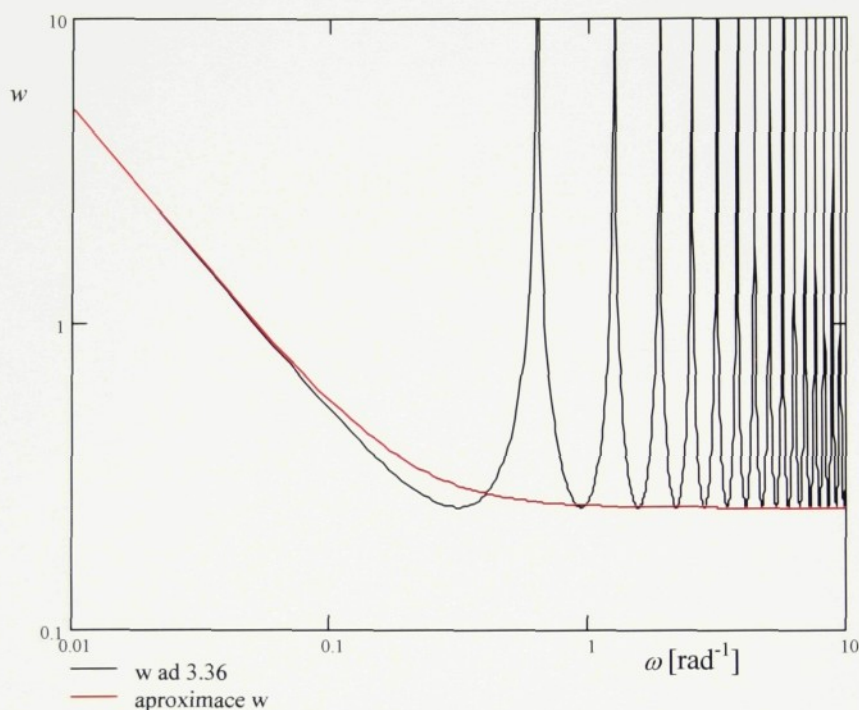
pouze tehdy, bude-li

$$|p_m \tilde{q} \bar{l}_m| + |(1 - p_m \tilde{q} f)w| < 1 \quad \forall \omega \quad (3.35)$$

Funkce w je kvalitativní váha citlivostní funkce ε určující maximální vrchol ε v nejnepríznivějším případě roven w^{-1} . Z důvodu jednoduchosti návrhu je w často volena jako konstanta, lépe ji lze určit pomocí optimální $\bar{\varepsilon}$ funkce jako

$$w = \frac{\beta}{|\bar{\varepsilon}|} \quad \beta > 0 \quad (3.36)$$

β je volitelný ladící parametr a lze interpretovat následovně: je-li splněna podmínka robustní kvality 3.35 pro váhovou funkci $w(\beta)$ danou 3.36 (resp. 3.38), pak pro všechny $p \in \Pi$ platí



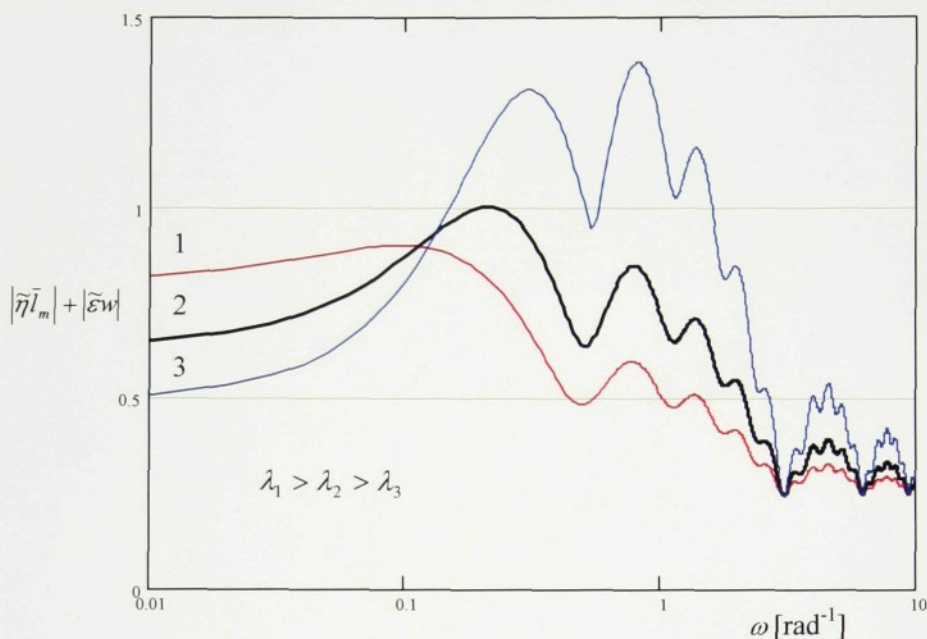
Obr. 3.5 - Váhová funkce a její Padého aproximace

$$\sup_{\omega} |\varepsilon| = w^{-1}(\beta) \quad (3.37)$$

tzn. maximum citlivostní funkce ε je v nejnejpříznivějším případě rovno $w^{-1}(\beta)$. Potom přesáhne integrál kvadrátu odchylky optimální ISE maximálně o hodnotu β^{-1} . Úpravou pro systémy s dopravním zpožděním, je-li $\bar{\varepsilon} = 1 - e^{-T_D s}$, a s použitím Padého aproximace pro dopravní zpoždění lze 3.36 přepsat jako

$$w = \beta \left| \frac{T_D s + 2}{2T_D s} \right| \quad (3.38)$$

Průběh váhové funkce a její aproximace je na obr. 3.5. Volba časové konstanty filtru tak, aby maximum citlivostní funkce nepřesáhlo $w^{-1}(\beta)$, je obecně zajištěna pro triviální případ $\lambda = \infty$, tj. pro otevřenou smyčku. Pro správně určený typ filtru a váhovou funkci w potom vlastní návrh λ vede ke splnění kritéria 3.35 jako rovnosti. Několik iterací λ pro nastavení systému s dopravním zpožděním je na obr. 3.6.

Obr. 3.6 - Mez robustní kvality regulace pro různé volby λ

3.3.4. Přepočít regulátoru pro strukturu Smithova prediktoru

Ekvivalentní regulátor Smithova prediktoru $c(s)$ lze odvodit z rovnice 3.2

$$q(s) = \frac{c(s)}{1 + p_m^*(s)c(s)} \Rightarrow c(s) = \frac{q(s)}{1 - p_m^*(s)q(s)} \quad (3.39)$$

kde $q(s)$ je IMC regulátor 3.30 navržený podle kap. 3.3.1.-3.3.3. Obecně lze zapsat ve tvaru

$$q(s) = f(s, \lambda) \cdot \tilde{q}(s, \alpha) = \frac{1}{(\lambda s + 1)^{r+n}} \cdot \left[(p_m^+(s))^{-1} \cdot A(s) \right] \quad (3.40)$$

kde: r je relativní řád $p_m^+(s)$

n je počet pólů, které se mají vykrátit

$$A(s) = \sum_{i=0}^n \alpha_i s^i \quad \alpha_0 \equiv 1 \quad (3.41)$$

Substituce 3.40 do 3.39 dává regulátor Smithova prediktoru

$$c(s) = \frac{\left(p_m^+(s)\right)^{-1} \cdot A(s)}{(\lambda s + 1)^{r+n} - p_m^{*-}(s) \cdot A(s)} \quad (3.42)$$

kde $p_m^{*-}(s)$ je neinvertibilní faktor modelu přenosu bez dopravního zpoždění.

3.4. Aproximace regulátoru na PID parametry

Jelikož v technické praxi i přes pomalu se rozšiřující nové přístupy stále zůstává nejrozšířenějším typem regulátoru PID regulátor, je vhodné použít výsledky návrhu regulátoru s vnitřním modelem k určení jednotlivých konstant PID regulátoru, jež se dá implementovat do stávajících struktur Smithova prediktoru. Úloha aproximace regulátoru s vnitřním modelem PID regulátorem již byla řešena v (*Babu & Brosilow, 2000*), a to pro základní případ jednoduchého zpětnovazebního obvodu. V následujícím textu bude tento postup rozšířen na složitější případ regulačního obvodu se Smithovým prediktorem.

3.4.1. Aproximace regulátoru s vnitřním modelem PID regulátorem

Z rovnice 3.42 je zřejmé, že regulátor Smithova prediktoru $c(s)$ neobsahuje ve své přenosové rovnici transcendentální člen $e^{-T_D s}$. Přenos regulátoru SP je tedy, na rozdíl od regulátoru s vnitřním modelem, nezávislý na dopravním zpoždění systému.

Pro $p_m^{*-}(s)$ platí:

$$p_m^{*-}(0) = 1 \quad (3.43)$$

Z 3.43 plyne, že jmenovatel výrazu 3.42 má jeden pól v počátku a lze tedy psát

$$c(s) = \frac{1}{s} g(s) \quad (3.44)$$

kde

$$g(s) = \frac{s \cdot \left(p_m^+(s)\right)^{-1} \cdot A(s)}{(\lambda s + 1)^{r+n} - p_m^{*-}(s) \cdot A(s)} \quad (3.45)$$

$g(s)$ lze rozvést do Maclaurinovy řady a regulátor $c(s)$ aproximovat PID regulátorem

$$c(s) = \frac{1}{s} \left(g(0) + g'(0)s + \frac{g''(0)}{2}s^2 + \dots \right) = K_c \left(1 + \frac{1}{\tau_I s} + \tau_D s + \dots \right) \quad (3.46)$$

s konstantami

$$K_c = g'(0); \tau_I = \frac{g'(0)}{g(0)}; \tau_D = \frac{g''(0)}{2g'(0)} \quad (3.47)$$

Označí-li se

$$D(s) = \frac{(\lambda s + 1)^{r+n} - p_m^{*-}(s) \cdot A(s)}{s} \quad (3.48)$$

potom

$$D(0) = (r+n)\lambda - \left(p_m^{*-}(0) \cdot A(0) \right)' \quad (3.49a)$$

$$D'(0) = \frac{(r+n)(r+n-1)\lambda - \left(p_m^{*-}(0) \cdot A(0) \right)''}{2} \quad (3.49b)$$

$$D''(0) = \frac{(r+n)(r+n-1)(r+n-2)\lambda - \left(p_m^{*-}(0) \cdot A(0) \right)^{(3)}}{3} \quad (3.49c)$$

Funkce $g(s)$ v počátku je dána výrazem

$$g(0) = \frac{A(0)}{p_m^{*+}(0) \cdot D(0)} \quad (3.50)$$

a její první a druhou derivací lze získat $g'(0)$ a $g''(0)$.

3.4.2. Odvození PID parametrů pro soustavu 1. řádu s dopravním zpožděním

Návrh je proveden pro v praxi nejčastější případ, kdy model systému je vyjádřen přenosem 1. řádu a neinvertibilním faktorem přenosu je pouze dopravní zpožděním.

$$p_m(s) = \frac{K_p}{\tau s + 1} e^{-T_D s} \quad (3.51)$$

Obecný zápis soustavy 1. řádu s dopravním zpožděním 3.51 lze faktorizovat na

$$p_m^{*+}(s) = \frac{K_p}{\tau s + 1}, \quad p_m^{*-}(s) = e^{-T_D s} \rightarrow p_m^{*-}(s) = 1 \quad (3.52a)$$

a jednotlivé derivace jsou

$$p_m^{*+}(0) = K_p, \quad \left(p_m^{*+}(0) \right)' = -K_p \tau, \quad \left(p_m^{*+}(0) \right)'' = 2K_p \tau^2 \quad (3.52b)$$

$$p_m^{*-}(0) = 1, \quad \left(p_m^{*-}(s)\right)^{(i)} = 0 \quad i > 0 \quad (3.52c)$$

Za předpokladu, že přenos poruchové veličiny je shodný s přenosem reálného systému

$$p_d(s) = p(s) \quad (3.53)$$

a pól $-\frac{1}{\tau}$ má být vykrácen ($n = 1$), bude $A(s)$ ve tvaru

$$A(s) = \alpha s + 1 \quad (3.54)$$

s jednotlivými derivacemi v počátku

$$A(0) = 1, \quad A'(0) = \alpha, \quad A''(0) = 0 \quad (3.55)$$

Řešení rovnic 3.49a-c dosazením 3.52c, je-li relativní řád přenosu $r = 1$, dává

$$D(0) = 2\lambda - \alpha, \quad D'(0) = \lambda^2, \quad D''(0) = 0 \quad (3.56)$$

Substituce do 3.50 určí jednotlivé derivace rozvoje $g(0)$ a tím i parametry aproximovaného PID regulátoru Smithova prediktoru.

$$K_c = g'(0) = \frac{2\tau\lambda - \tau\alpha + 2\alpha\lambda - \alpha^2 - \lambda^2}{K_p(2\lambda - \alpha)^2} \quad (3.57a)$$

$$\tau_I = \frac{g'(0)}{g(0)} = \frac{2\tau\lambda - \tau\alpha + 2\alpha\lambda - \alpha^2 - \lambda^2}{(2\lambda - \alpha)} \quad (3.57b)$$

$$\tau_D = \frac{g''(0)}{2g'(0)} = \frac{\lambda^4 - 2\tau\lambda^3 - 2\alpha\lambda^3 + 5\tau\alpha\lambda^2 + \alpha^2\lambda^2 - 4\tau\alpha^2\lambda + \tau\alpha^3}{(2\lambda - \alpha)(2\tau\lambda - \tau\alpha + 2\alpha\lambda - \alpha^2 - \lambda^2)} \quad (3.57c)$$

Návrh PID regulátoru Smithova prediktoru lze výrazně usnadnit, položí-li se regulátor $q_d(s) = 1$. Jak bude ukázáno v kap. 5., není mezi regulátorem s parametry 3.57a-c a regulátorem $\text{PID}|_{q_d=1}$ téměř žádný rozdíl. Je proto výhodné při návrhu PID regulátoru Smithova prediktoru vycházet z regulátoru s vnitřním modelem ve tvaru

$$q(s) = f(s, \lambda) \cdot \tilde{q}(s) = \frac{1}{(\lambda s + 1)^r} \cdot \left(p_m^+(s)\right)^{-1} \quad (3.58)$$

potom ekvivalentní regulátor Smithova prediktoru bude

$$c(s) = \frac{\left(p_m^+(s)\right)^{-1}}{(\lambda s + 1)^{r+n} - p_m^{\star-}(s)} \quad (3.59)$$

a analogicky lze odvodit parametry PID regulátoru pro soustavu 1. řádu s dopravním zpožděním.

$$K_c = g'(0) = \frac{\tau}{K_p \cdot \lambda} \quad (3.60a)$$

$$\tau_I = \frac{g'(0)}{g(0)} = \tau \quad (3.60b)$$

$$\tau_D = \frac{g''(0)}{2g'(0)} = 0 \quad (3.60c)$$

Příklad návrhu regulátoru Smithova prediktoru

Aplikace představeného postupu návrhu regulátoru pro potlačení poruchové veličiny pro systém 1. řádu s dopravním zpožděním:

i. Vstupní informace

Regulační obvod dle obr. 2.1

Model přenosu soustavy $p_m(s) = \frac{1}{4s+1} e^{-10s}$

Přenos poruchové veličiny $p_d(s) = p(s)$

Vstupní skoková veličina

Váhová funkce a) $w = \beta \left(\frac{T_D s + 2}{2T_D s} \right)$, kde $\beta = \frac{1}{2}$

b) $w = konst. = \frac{1}{2}$

Neurčitost systému pouze v dopravním zpoždění $\bar{\delta} = 2$, tj. 20%

$$T_D = \tilde{T}_D + \delta \quad \text{kde} \quad |\delta| \leq \bar{\delta} \quad (3.61)$$

ii. Nominální kvalita regulace

$$p_m^+(s) = \frac{1}{4s+1}, \quad p_m^-(s) = 1 \quad (3.62)$$

$$\begin{aligned}\tilde{q}_m(s) &= (p_m^+)^{-1} = 4s + 1, & r = 1 \Rightarrow f_m(s, \lambda) &= \frac{1}{\lambda s + 1} \\ \Rightarrow q_m &= \frac{4s + 1}{\lambda s + 1}\end{aligned}\quad (3.63)$$

$$\begin{aligned}\tilde{q}_d(s, \alpha) &= \sum_{i=0}^n \alpha_i s^i = \alpha s + 1, & n = 1 \Rightarrow f_d(s, \lambda) &= \frac{1}{\lambda s + 1} \\ \Rightarrow q_d &= \frac{\alpha s + 1}{\lambda s + 1}\end{aligned}\quad (3.64)$$

$$\Rightarrow \Rightarrow q = \frac{(4s + 1) \cdot (\alpha s + 1)}{(\lambda s + 1)^2} \quad (3.65)$$

iii. Robustní kvalita regulace

$$\frac{p(s) - p_m(s)}{p_m(s)} = e^{-\delta s} - 1 \quad (3.66)$$

$$l_m(i\omega) = |e^{-i\omega\delta} - 1| \rightarrow \bar{l}_m(\omega) = |e^{-i\omega\delta} - 1| \quad (3.67)$$

Podmínka robustní stability $|f| \leq \frac{1}{|p_m \tilde{q} \bar{l}_m(\omega)|}$ je splněna pro

$\lambda \geq 2.43$ a tomu odpovídající $\alpha = 3.949$

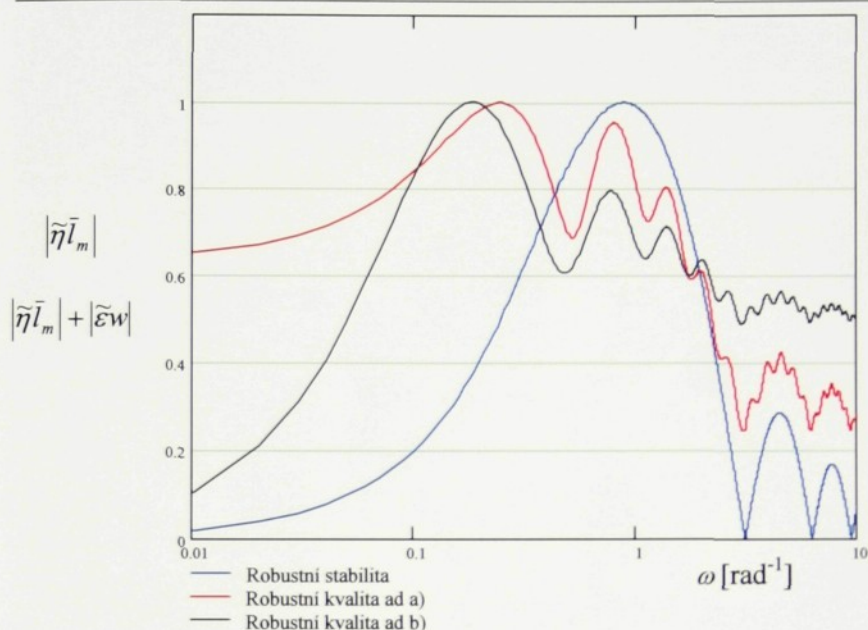
Robustně-kvalitní regulátor je dán splněním podmínky

$$|p_m \tilde{q} f \bar{l}_m| + |(1 - p_m \tilde{q} f)w| < 1$$

pro odpovídající volbu w a β jsou parametry regulátoru v tab. 3.1 a průběh kritéria robustní stability i kvality ve frekvenční oblasti je na obr. 3.7.

Výsledný přenos regulátoru Smithova prediktoru se určí dosazením patřičných parametrů λ a α do vztahu

$$c(s) = \frac{(p_m^+(s))^{-1} \cdot \sum_{i=0}^n \alpha_i s^i}{(\lambda s + 1)^{r+n} - p_m^{*-}(s) \cdot \sum_{i=0}^n \alpha_i s^i} \quad (3.68)$$



Obr. 3.7 – Mez robustní stability a kvality

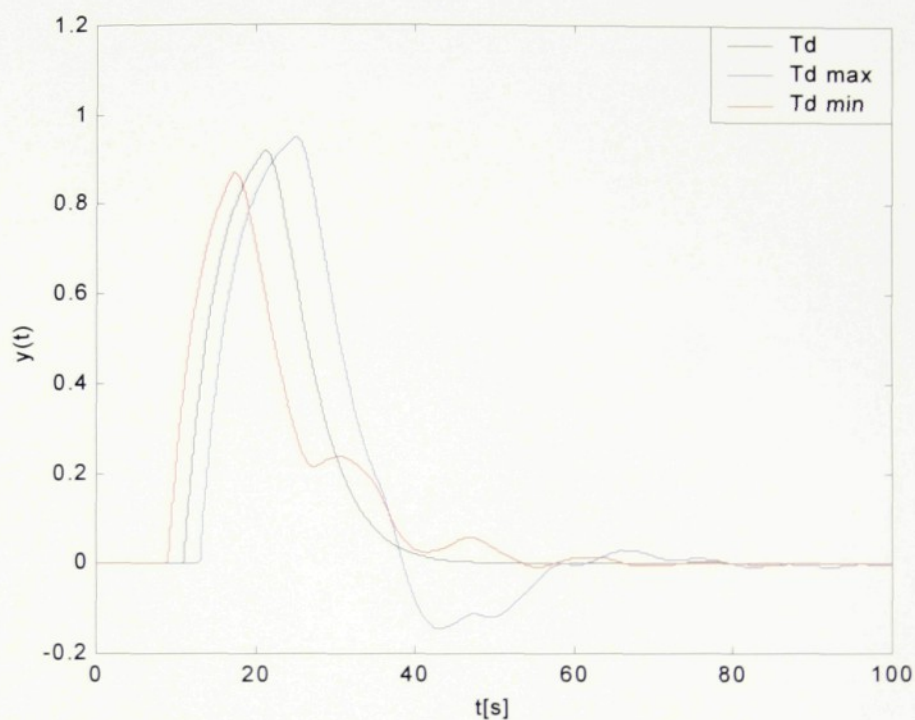
w	λ	α
$\frac{1}{2} \left(\frac{T_D s + 2}{2T_D s} \right)$	3.33	3.991
$\frac{1}{2}$	5.69	3.941

Tab. 3.1 – Robustně-kvalitní parametry regulátoru

Na obr. 3.8 je odezva regulovaného systému na poruchovou veličinu, kdy

$$T_D = \tilde{T}_D, \quad T_{D\max} = \tilde{T}_D + \bar{\delta}, \quad T_{D\min} = \tilde{T}_D - \bar{\delta} \quad (3.69)$$

V příkladu je uvažována neurčitost pouze v jednom parametru, a to v dopravním zpoždění. Při řešení nastavení regulátoru Smithova prediktoru s více parametry neurčitosti nelze postupovat analyticky a je třeba využít numerického řešení výpočtu časové konstanty filtru λ a hodnoty α . Jedním z možných prostředků výpočtu těchto parametrů může být volně šiřitelný program IMCTUNE s vlastním, modifikovaným, kritériem robustnosti (Stryczek *et al.*, 2000).



Obr. 3.8 – Odezva na poruchu pro různé T_D

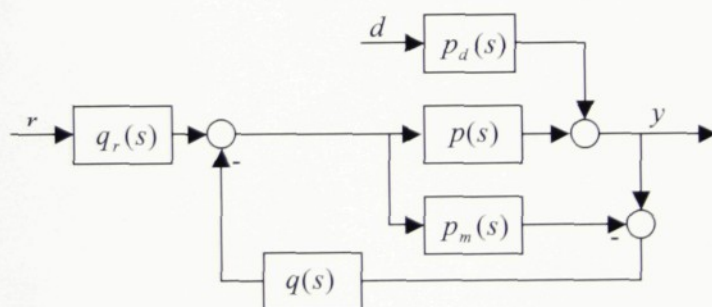
Porovnání kvality regulace regulátoru s vnitřním modelem a jeho aproximace PID regulátorem pro systémy s různou velikostí normalizovaného zpoždění je uvedeno v kap. 5.

□

4. Smithův prediktor se dvěma stupni volnosti

Je-li na regulovaný systém kladen požadavek na dobré potlačení vstupních poruch $d(s)$ i na kvalitní sledování změn žádané hodnoty $r(s)$ a tyto veličiny mají rozdílný dynamický charakter, je třeba použít strukturu regulačního obvodu se dvěma stupni volnosti. Ta umožňuje nastavení regulátorů pro dynamiku jednotlivých vstupů nezávisle vůči sobě. Opět bude využit přístup k návrhu přes strukturu regulátoru s vnitřním modelem se zpětnou transformací regulátorů do upraveného schématu Smithova prediktoru se dvěma stupni volnosti.

4.1. IMC struktura se dvěma stupni volnosti



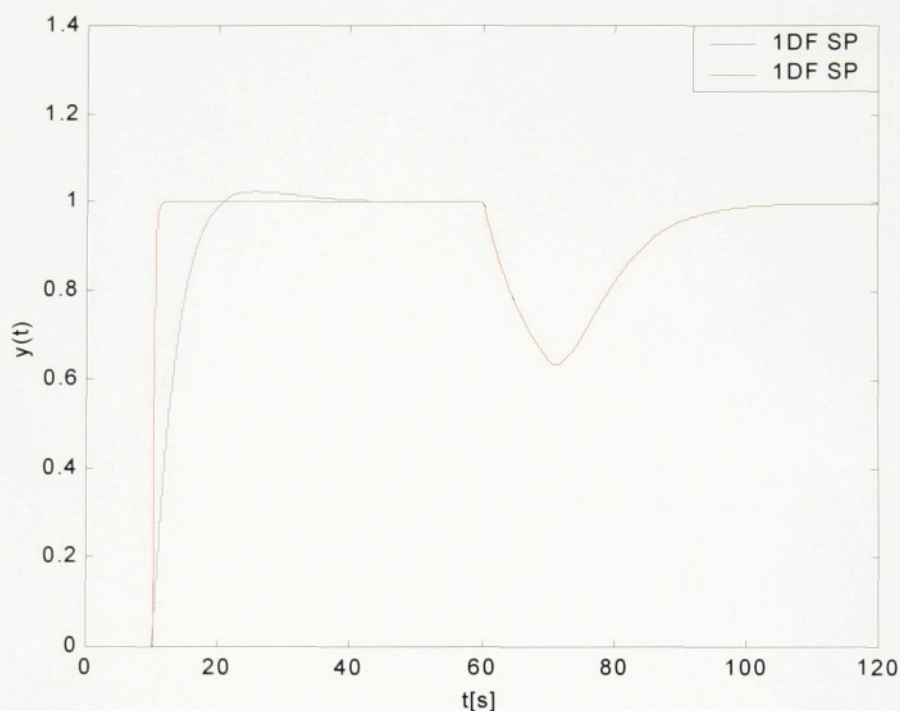
Obr. 4.1 – Blokové schéma 2DF IMC

Na obr. 4.1 je znázorněné blokové schéma regulátoru s vnitřním modelem se dvěma stupni volnosti (two-degree of freedom - 2DF) navržené podle (Vandeursen & Peperstraete, 1995; Babu & Brosilow, 2000), kde regulátor $q(s)$ je navržený pro potlačení poruchové veličiny (viz. kap. 3.3.) a $q_r(s)$ je navržený pro sledování změn žádané hodnoty. Přenos regulačního obvodu na obr. 4.1 bude

$$y(s) = \frac{q_r(s)p(s)}{1 + q(s)[p(s) - p_m(s)]} r(s) + \frac{p_d(s)[1 - p_m(s)q(s)]}{1 + q(s)[p(s) - p_m(s)]} d(s) \quad (4.1)$$

a pro případ shodného modelu a reálného systému $p(s) = p_m(s)$

$$y(s) = [p(s)q_r(s)]r(s) + p_d(s)[1 - p_m(s)q(s)]d(s) \quad (4.2)$$



Obr. 4.3 – Příklad odezvy 1DF a 2DF regulačního obvodu na vstupní poruchovou veličinu

časové konstanty filtru λ je nutné vymežit tak, aby nedošlo k překročení maximální velikosti akčního zásahu regulačního systému.

Návrh regulačního obvodu se dvěma stupni volnosti lze převést na schéma Smithova prediktoru dle obr. 4.2.

Přetransformováním $\text{IMC} \rightarrow \text{SP}$ zůstanou zachovány všechny vstupně–výstupní charakteristiky systému a přepočít regulátoru $q(s)$ na $c(s)$ je shodný s kap. 3.3.1.

$$c(s) = \frac{q(s)}{1 - p_m^*(s)q(s)}$$

Výsledkem je struktura Smithova prediktoru doplněná o dopředný regulátor $c_f(s)$ vstupu $r(s)$, který je dán vztahem

$$c_f(s) = q_r(s)q^{-1}(s) \quad (4.8)$$

Pro Smithův prediktor platí stejná nastavovací pravidla jako v kap. 3.3.3. a 3.3.4.

Aproximaci dopředného regulátoru Maclaurinovou řadou na PID parametry je možné odvodit analogicky podle kap. 3.4.1.

Regulační obvod se dvěma stupni volnosti navržený tímto postupem bude potlačovat vliv poruchových veličin stejně kvalitně jako regulační obvod navržený v kap. 3. a bude výrazně lépe sledovat změny žádané hodnoty. Příklad odezvy na vstupní a poruchovou veličinu 1DF a 2DF regulátoru nastaveného uvedeným postupem je na obr. 4.3. Jelikož dynamika zpětné vazby je určena regulátorem $q(s)$ a tudíž přenosem $p_d(s)$ a jeho dominantní časovou konstantou, bude s rostoucí neurčitostí modelu klesat míra zlepšení sledování žádané hodnoty.

5. Porovnání

Pro ozřejnění vlastností navržených regulátorů je uvedeno porovnání vybraných přenosů vycházející z (Hlava, 2000). K porovnání byly použity tři modely soustav s následujícími přenosy

$$p_1(s) = \frac{1}{13s+1} e^{-s}; \quad p_2(s) = \frac{1}{7s+1} e^{-7s}; \quad p_3(s) = \frac{1}{s+1} e^{-13s} \quad (5.1)$$

Jedná se o v praxi velmi běžné a používané přenosy soustav 1. řádu s dopravním zpožděním. Je-li definována pro přenos $p(s) = K \frac{(\tau_{1N}s+1)(\tau_{2N}s+1)\dots(\tau_{mN}s+1)}{(\tau_1s+1)(\tau_2s+1)\dots(\tau_ns+1)} e^{-T_Ds}$,

souhrnná časová konstanta

$$\tau_\Sigma = \tau_1 + \tau_2 + \tau_3 + \dots - \tau_{1N} - \tau_{2N} - \dots + T_D \quad (5.2)$$

a normalizované zpoždění jako poměr doby průtahu k době náběhu

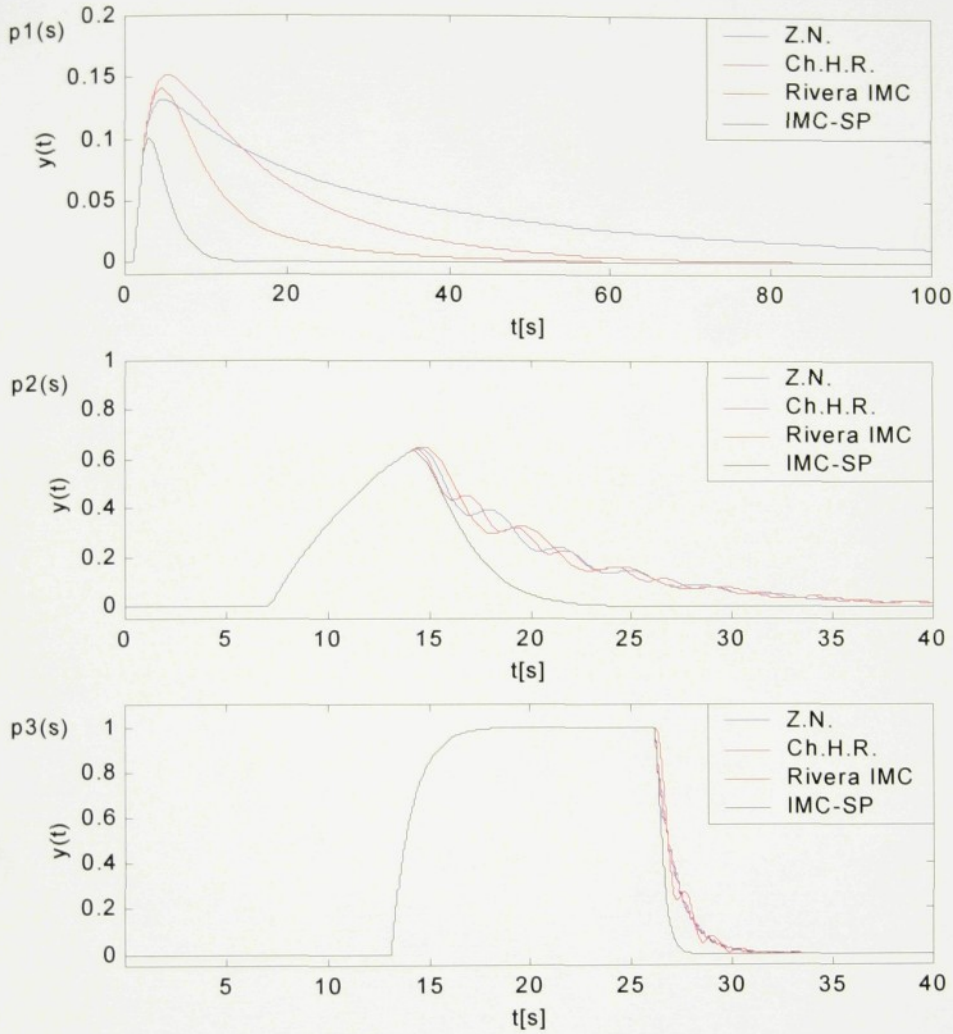
$$\Theta = \frac{\tau_u}{\tau_n} \quad (5.3)$$

kde pro systém 1. řádu s dopravním zpožděním platí $\tau_u = T_D$ a $\tau_n = \tau$, pak tyto přenosy mají stejné $\tau_\Sigma = 14$ a zahrnují jak přenos s minimální dobou průtahu $\Theta_{p_1} = 0.077$, tak i systém blízký se čistému dopravnímu zpoždění $\Theta_{p_3} = 13$. Normalizované zpoždění $p_2(s)$ se pohybuje mezi těmito dvěma krajnostmi ($\Theta_{p_2} = 1$). Jelikož je pro regulaci systémů s dopravním zpožděním použití PI regulátoru výhodnější než PID, bude dále používáno pouze PI nastavovacích pravidel. Za předpokladu, že model je shodný s přenosem reálné soustavy, je možné pro vstupující skokovou poruchu navrhnout PI regulátor ve struktuře Smithova prediktoru bez uvažování dopravního zpoždění. K porovnání byla využita následující nastavovací pravidla pro PI ve tvaru

$$K_c \left(1 + \frac{1}{\tau_I s} \right) \quad (5.4)$$

Ziegler, Nichols (Z.N.) – nastavení metodou přechodové odezvy (Hlava, 2000)

$$K_c = \frac{0.9}{K\Theta}, \quad \tau_I = 3\tau_u \quad (5.5)$$



Obr. 5.1 – Porovnání nominálního nastavení regulátoru SP

Chien, Hrones, Reswick (Ch.H.R.) – nastavení pro aperiodický regulační pochod (Hlava, 2000)

$$K_c = \frac{0.6\tau}{KT_D}, \quad \tau_I = 4T_D \quad (5.6)$$

IMC-PID nastavení (Rivera IMC) (Rivera, Morari, Skogestad, 1986)

$$K_c = \frac{2\tau + T_D}{2\lambda}, \quad \tau_I = \tau + 0.5T_D, \quad \frac{\lambda}{T_D} > 1.7 \quad (5.7)$$

Aby při nominálním návrhu Smithova prediktoru nedocházelo k nadměrnému zesilování aditivních šumových signálů, bude volba časové konstanty filtru λ splňovat omezení

$$\left| \frac{q(\infty)}{q(0)} \right| \leq 20 \quad (5.8)$$

tzn. zesílení regulátoru $q(s)$ ve vysokofrekvenční oblasti je maximálně 20násobkem zesílení v oblasti nízkých frekvencí. Faktor 20násobného zesílení vychází ze běžné technické praxe (Babu & Brosilow, 2000).

Grafy obr. 5.1 ukazují porovnání nominálně nastaveného Smithova prediktoru (IMC-SP) s nastavením pomocí uvedených pravidel pro přenosy $p_1(s)$ až $p_3(s)$.

U IMC-SP je patrné výrazné zlepšení odezvy na poruchovou veličinu pro menší hodnoty Θ . S rostoucím vlivem dopravního zpoždění na dynamiku systému se rozdíl v postupu nastavení regulátoru zmenšuje.

Jako srovnávací kritérium při robustním nastavení regulátoru byla použita doba regulace, ISE (3.3) a ITSE definovaný jako integrál kvadrátu odchylky vážený časem

$$ITSE \equiv \int_0^{\infty} (y - r)^2 t \cdot dt \quad (5.9)$$

přičemž míra robustnosti nastavení byla dána 10% neurčitostí T_D . Doba regulace v odezvě na skokovou poruchovou veličinu je dána časem potřebným k ustálení v pásmu, v němž odchylka nepřesáhne $\pm 2\% r(s)$. Srovnání jednotlivých přenosů je v tab. 5.1-3 (n.s. – metoda vede na nestabilní regulační obvod). Na obr. 5.2 je grafické vyjádření tohoto porovnání pro jednotlivé přenosy. Simulace byla provedena pro nominální soustavu.

Pro malé hodnoty normalizovaného zpoždění (do jednotek Θ) vykazuje regulátor Smithova prediktoru, nastavený v rámci tohoto textu (IMC-SP), výrazně lepší kvalitu regulace, než jeho zjednodušená varianta $IMC-SP|_{q_d=1}$. V případě větších hodnot normalizovaného zpoždění je rozdíl mezi regulátory minimální a je proto výhodnější uvažovat návrhem podstatně jednodušší variantu regulátoru $IMC-SP|_{q_d=1}$.

Při porovnání odezvy regulátoru IMC-SP a jeho aproximace PID regulátorem je zřejmé, že aproximace mění robustnost regulátoru. Pro malé hodnoty normalizovaného

zpoždění robustnost regulátoru stoupá, čímž se zhoršuje odezva na poruchovou veličinu. Při velkých hodnotách Θ naopak PID regulátor odezvu systému výrazně urychluje, ovšem za cenu nižší robustnosti systému. Tento fakt je třeba při návrhu PID regulátoru metodou vnitřního modelu brát v úvahu a do kritéria robustní kvality regulace zahrnout i neurčitost aproximace regulátoru.

Vzájemné porovnání regulátorů PID a $PID|_{q_d=1}$ jednoznačně hovoří pro návrhem mnohem jednodušší regulátor $PID|_{q_d=1}$, aproximace regulátoru s vnitřním modelem PID regulátorem totiž dává stejné, nebo horší výsledky, a to za podstatně vyšší komplexity návrhu regulátoru.

	<i>ustálení</i> [s]	<i>ISE</i>	<i>ITSE</i>
Z.N.	68.6	0.1575	3.669
Ch.H.R.	30.1	0.1210	1.158
IMC-SP	6.1	0.0199	0.064
$IMC-SP _{q_d=1}$	28.7	0.1406	1.295
$PID _{IMC}$	35.7	0.1672	1.844
$PID _{IMC,q_d=1}$	29.0	0.1420	1.318

Tab. 5.1 – Výsledky $p_1(s)$

	<i>ustálení</i> [s]	<i>ISE</i>	<i>ITSE</i>
Z.N.	n.s.		
Ch.H.R.	n.s.		
IMC-SP	28.3	2.844	41.86
$IMC-SP _{q_d=1}$	39.6	3.127	48.72
$PID _{IMC}$	46.8	2.764	42.81
$PID _{IMC,q_d=1}$	38.2	2.955	44.48

Tab. 5.2 – Výsledky $p_2(s)$

	<i>ustálení</i> [s]	<i>ISE</i>	<i>ITSE</i>
Z.N.	n.s.		
Ch.H.R.	n.s.		
IMC-SP	33.7	13.15	277.1
$IMC-SP _{q_d=1}$	34.0	13.14	276.9
$PID _{IMC}$	29.3	12.67	263.5
$PID _{IMC,q_d=1}$	29.3	12.66	263.2

Tab. 5.3 – Výsledky $p_3(s)$

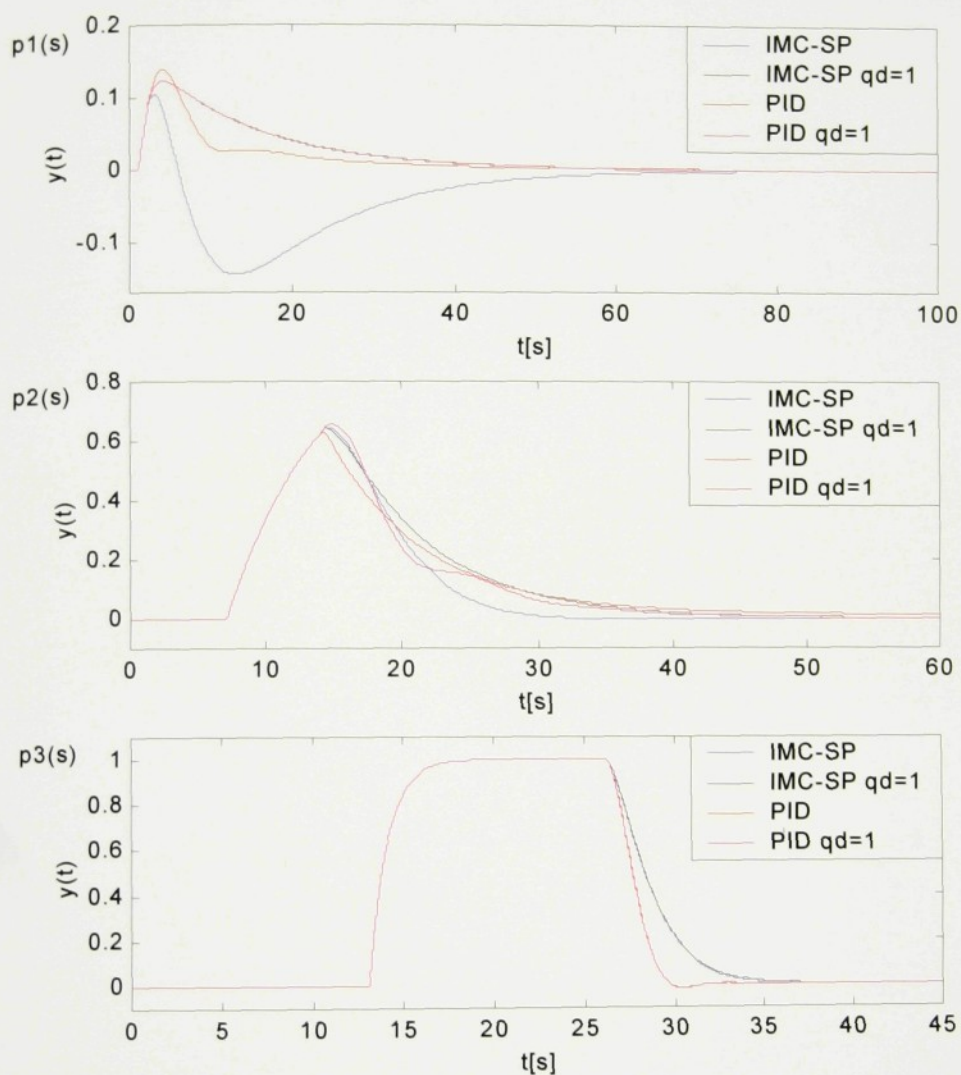
Nastavení podle textu výše:

IMC-SP *ad* kap. 3.3.1.-3.3.4.

$IMC-SP|_{q_d=1}$ $IMC-SP|_{q_d(s)=1}$

$PID|_{IMC}$ *ad* kap. 3.4. z IMC-SP

$PID|_{IMC,q_d=1}$ *ad* kap. 3.4. z $IMC-SP|_{q_d=1}$



Obr. 5.2 – Porovnání robustního nastavení regulátoru SP

6. Závěr

Diplomová práce se zabývá návrhem regulátoru Smithova prediktoru, optimalizovaným na potlačení vlivu poruchových veličin. V úvodní části tato práce seznamuje s principem a vlastnostmi Smithova prediktoru a jeho modifikací, určených pro zlepšení odezvy na poruchovou veličinu. Následuje kapitola představující návrhový postup pro nastavení regulátoru Smithova prediktoru v případě, je-li nejpodstatnější kvalita odezvy na poruchové veličiny. Při návrhu je využito skutečnosti, že Smithův prediktor lze interpretovat jako speciální případ regulátoru s vnitřním modelem. Navržený regulátor s vnitřním modelem lze převést na ekvivalentní regulátor Smithova prediktoru v obecném tvaru, nebo je možné jej aproximovat PID regulátorem Smithova prediktoru. Následuje rozšíření Smithova prediktoru na strukturu se dvěma stupni volnosti, umožňující dosažení jak kvalitní odezvy na poruchové veličiny, tak přesného sledování skokových změn žádané hodnoty. V další části je uvedeno porovnání navrženého regulátoru pro vybrané přenosy 1. řádu s dopravním zpožděním.

Výsledkem této práce je ucelený soubor pravidel, umožňující robustní nastavení regulátoru Smithova prediktoru pro potlačení skokových poruchových veličin. Tento postup sestává z nominálního návrhu regulátoru s vnitřním modelem, definice neurčitosti modelu reálného systému a robustně-kvalitního nastavení parametrů regulátoru pro tuto neurčitost. Nastavený regulátor lze převést do struktury Smithova prediktoru, případně jej aproximovat PID regulátorem Smithova prediktoru. Při aproximaci dochází k určité změně robustnosti regulátoru dané nepřesností aproximační metody a je třeba brát tuto nepřesnost v potaz již při návrhu robustnosti regulátoru.

Pokračování v této práci se nabízí v zobecnění nastavovacího postupu pro astatické systémy, kde je třeba řešit problém nulové regulační odchylky v ustáleném stavu, nebo v rozšíření struktury Smithova prediktoru a nastavovacího postupu pro regulaci systému s více vstupy a více výstupy.

Použité zdroje

- BABU J., and BROSILOW C.: Techniques of Model-Based Control, Prentice Hall, 2000.
- HLAVA J.: Prostředky automatického řízení II: analogové a číslicové regulátory, elektrické pohony, průmyslové komunikační systémy, skriptum ČVUT Fakulta strojní, 2000.
- HUANG H.P. *et al.*: A Modified SP with an Approximated Inverse of Dead Time: AIChE Journal 36, 1990, 1025-1031.
- MORARI M., and ZAFIRIOU E.: Robust Process Control, Prentice Hall, 1989.
- NORMEY-RICO J.E., and CAMACHO E.F.: Smith Predictor and Modifications: Comparative Study, 1999.
- RIVERA, Morari, Skogestad: Internal Model Control 4 PID Controller Design: Ind. Eng. Chem. Proc. Des. Dev., Vol. 25, No. 1, 1989, 252-265.
- STRYCZEK *et al.*: Tuning and Design of Single Input Single Output Control Systems for Parametric Uncertainty: AIChE Journal 46, 2000, 1616-1631.
- VANDEURSEN J.M., and PEPERSTRAETE J.A.: Internal Model Control with Improved Disturbance Rejection: International Journal of Control, 1995, Vol. 62, No. 4, 983-999.
- WATANABE K., ISHIYAMA Y., and ITO M.: Modified Smith Predictor Control for Multivariable Systems with Delays and Unmeasurable Step Disturbances: International Journal of Control, 1983, Vol. 37, No. 5, 959-973.
- ZHANG W., SUN Y., and XU X.: Two Degree-of-Freedom Smith Predictor for Processes with Time Delay: Automatica, 1998, Vol. 34, No. 10, 1279-1282.