

VYSOKÁ ŠKOLA STROJNÍ A TEXTILNÍ V LIBERCI

Katedra obrábění a ekonomiky

461 17 Liberec, Hálkova 6

tel. : 25441-5

HABILITAČNÍ PRÁCE

Ing. Vladimír VĚCHET, CSc.

STATISTICKÁ ANALÝZA SEŘÍZENÍ OBRÁBĚCÍCH STROJŮ

Liberec , leden 1978

A N O T A C E

Zpráva : Habilitační práce
Vypracoval : Ing. Vladimír Věchet, CSc.
Pracoviště : VŠST-KOE, Hálkova 6, 461 17 Liberec 1

DT : 621.753.1 : 330.411

STATISTICKÁ ANALYZA SEŘÍZENÍ OBRÁBĚCÍCH STROJŮ^o

Práce se zabývá statistickou analýzou seřízení výrobních zařízení při výrobě ve větších dávkách. Je zavedena tzv. zásoba přesnosti a uvedena statistická analýza úrovně počátečního seřízení a regulování nestacionárních procesů. Pro numerické řešení jsou v práci uvedeny podprogramy pro číslicový počítač zpracované v jazyku FORTRAN IV a dále pak jsou teoretické úvahy dokladovány na příkladech.

Měsíc a rok dokončení

zprávy : leden 1978

Počet stran : 101

Počet obrázků : 7

Počet tabulek,
diagramů spod. : 6

Počet příloh : 3

Seznam nejdůležitějších označení	4
1. ÚVOD	9
2. ZÁKLADNÍ ÚVAHY	11
3. ANALÝZA SEŘÍZENÍ	16
3.1 Zásoba přesnosti	16
3.2 Statistická analýza seřizení	25
3.3 Přeseřizení a regulace	33
3.4 Výběr plánu analýzy	36
4. NUMERICKÁ ŘEŠENÍ	47
4.1 Integrální funkce rozdělení	47
4.2 Test náhodnosti	59
4.3 Neparametrický test shody	63
4.4 Řešení ostatních úloh	75
5. PŘÍKLADY	80
6. ZÁVĚR	95
Literatura	99
Přílohy I-III	

Seznam nejdůležitějších označení

- $D\xi = \sigma^2$ rozptyl veličiny ξ
- E náhodný (fyzikální) experiment
- $f(x), g(x), h(x)$ frekvenční funkce rozdělení pravděpodobnosti
- $f_f(\mu)$ frekvenční funkce apriorního rozdělení pravděpodobnosti μ , filtrovaného operativní charakteristikou $W(\mu)$
- $F(x)$ integrální (distribuční) funkce rozdělení pravděpodobnosti
- $F_V(x, k)$ integrální funkce rozdělení pro vylučování odchýlených normálních pozorování
- $F_{\chi^2}(x, k)$ integrální funkce χ^2 -rozdělení s k stupni volnosti
- $\inf$ infimum ($\inf R = \min R$)
- y_T toleranční pole
- y_γ interval zásoby přesnosti pro podíl γ
- $y_{\gamma/\beta}$ interval přípustných změn, $\bar{x}$ pro dané γ a β

$K_{\xi}(t_i, t_j)$	autokorelační funkce
l	polovina absolutní velikosti změny $\mu(t)$ pro $t \in (0, 1)$
$l_1(l_2)$	spodní (horní) hranice rovnoměrného rozdělení pravděpodobnosti
m_i	i -té možné řešení
n	rozsah náhodného výběru
$\bar{n}$	průměrný počet měření na jedno správ- né seřízení
$N(\mu, \sigma^2)$	symbol Gaussova-Laplaceova (normál- ního) rozdělení s parametry μ a σ^2
P	pravděpodobnost
q	pomocná proměnná (podíl δ ku σ)
R	množina reálných čísel
s^2	statistický odhad rozptylu
$\operatorname{sgn} x$	signum x (znaménko x)
$\sup$	supremum ($\sup R = \max R$)
S_y	střed intervalu y
t	čas

- T obecná statistika
- u_{α} α -kvantil rozdělení $N(0,1)$
- $W(m_i/\Omega)$ operativní charakteristika pro
možné řešení m_i
- $W(\mu)$ operativní charakteristika seřizování
- $\bar{W}$ střední hodnota $W(\mu)$ na Y_T
- x_i i -tý náhodný výběr
- $\bar{x}$ aritmetický průměr
- z_f koeficient zásoby přesnosti pro
daný podíl f
- α hladina významnosti testů
- β pravděpodobnost pokrytí podílu f
- γ podíl základního souboru
- $\Gamma(x)$ Eulerova funkce 2.druhu
- δ polovina absolutní velikosti Y_T
- Δ poloha středu Y_T
- η diskrétní náhodná veličina
- Θ obecný parametr rozdělení

- λ poměr poloviny absolutní velikosti
změny $\mu(t)$ ku okamžité směrodatné
odchylce
- λ_r regulovaná hodnota λ
- $\mu = E\xi$ střední hodnota náhodné veličiny ξ
- $\mu(t) = E\xi(t)$ střední hodnota náhodné funkce $\xi(t)$
- $\xi = \xi(\omega)$ náhodná veličina (spojitá)
- $\xi(t) = \xi(t, \omega)$ náhodná funkce
- $\xi_j(t)$ realizace náhodné funkce
- σ^2 rozptyl veličiny ξ
- $\sigma^2(t)$ rozptyl $\xi(t)$
- γ pomocná proměnná $[\gamma = (1 + \lambda^2/3)^{0.5}]$
- γ_r regulovaná hodnota γ
- $\phi'(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$ Gaussova funkce
- $\Phi(x) = \int_{-\infty}^x \phi'(w) dw$ integrální funkce Gaussova-Laplace-
ova rozdělení
- $\Phi_{\infty}(x) = 1 - \Phi_{-\infty}(x)$ doplněk k $\Phi_{-\infty}(x)$
- $\phi(x) = \int_0^x \phi'(w) dw$ Laplaceova funkce

ω elementární jev

Ω objektivní podmínka

ξ espérance (matematická naděje,
střední hodnota)

1. ÚVOD

Lidstvo hledí vždy s úctou a nadšením k podivuhodným výtvorům i vysoké myšlenkové úrovni předcházejících generací. Vždyť již staří Egypťané kolem r. 3000 před naším letopočtem rozdělili den i noc na hodiny, každému je známé, jak vysokého rozkvětu dosáhla antická věda. Jsme nadšeni podivuhodnými výsledky architektury Římského impéria, ale jsme i právem hrdí na práci talentovaných českých sklářů. O to více si ceníme práce našich součastníků, kteří otevřeli brány mikrosvěta i kosmického prostoru, dokázali využít atomové i termionukleární energie, zkonstruovali počítačí stroje atd. To vše chápáno v historii bylo možné uskutečnit jen díky vysoké úrovni i jakosti práce. A také každý, kdo jakostně pracuje, ctí i jakostní práci jiných.

Současnou etapu rozvoje techniky charakterizuje vytváření velkých technických systémů, kdy jakost jednotlivých prvků má rozhodující vliv na efektivnost práce celých systémů. Není těžké si představit, jak vysokou spolehlivost musí mít např. prvky kosmických lodí. Moderní technika všeobecně exrtémně zvyšuje požadavky na jakost, neboť porucha byt i jediného prvku by mohla přivodit poruchu celého komplexu techniky.

Jistě neméně významné jsou i ekonomické aspekty jakosti. Problém jakosti se v současné době stal klíčovým prvkem efektivnosti státních ekonomik. "Ideologie jakosti" definitivně zvítězila nad tzv. "turovou ideologií". Všemožné zlepšení jakosti produkce se jeví s současné době jako jeden z nejdůležitějších úkolů, na jehož vyřešení do značné míry závisí i zvýšení efektivnosti společenské výroby.

Je možné spočítat, kolik vysoce kvalifikovaných pracovníků by mohlo být uvolněno z opravárenské sféry do sféry výrobní, kdyby se jen o málo zvýšila spolehlivost našich výrobků. Ne nadarmo je naše VI. pětiletka nazývána pětiletkou efektivnosti a kvality (rozuměj jakosti). V podmínkách vědeckotechnického rozvoje problémy jakosti nijak nemizí ani se nezmenšují, ale nabývají naopak stále na významu a složitosti.

Pro zvyšování jakosti je třeba vytvořit příznivé ekonomické ovzduší v oblasti cen, finanční politiky, devizového hospodářství atd. Odstranit příčiny, které brzdí zvyšování jakosti je ovšem málo. Je třeba hledat a nalézat nástroje, které působí aktivně na zvyšování jakosti. Dnes je ctižádostí mnoha národů dosáhnout v jakosti vysoký národní standard a to musí být i naší ctižádostí.

Ve své práci se dále zabývám pouze jednou z mnoha statistických metod kontroly jakosti ve strojírenských podnicích, v jejímž principu je prevence, předcházení možnosti vzniku vadných výrobků při obrábění velkých serií součástí zpravidla na automatických obráběcích strojích.

2. ZÁKLADNÍ ÚVAHY

Počátky praktického využívání statistických metod se zpravidla kladou do období II. světové války, kdy odchodem kvalifikovaných pracovníků na frontu byl citelně znát jejich nedostatek ve výrobě. Nebylo již možné provádět např. 100% kontrolu vyrobených součástí a vzniklé situace si vynutila využití metod statistické přejímky. Na první pohled by se mohlo zdát, že pouze nedostatek pracovních sil si vynutil aplikaci statistických metod v průmyslových podnicích. Ovšem nejzávažnější důvody neustále širšího uplatňování teorie pravděpodobnosti a matematické statistiky v průmyslové praxi jsou jiného rázu, je třeba je hledat v samotné podstatě technologických procesů. To lze dokumentovat následujícím příkladem.

Obrobení součásti na výrobním stroji si lze představit jako náhodný (fyzikální) experiment E . Soubor stálých podmínek experimentu E je dán tím, že se obrábí na jednom jistém stroji, jedním nástrojem, v jednom přípravku, za stejných řezných podmínek atd. Soubor proměnných podmínek experimentu E je dán např. nehomogenitou obráběného materiálu, chybami reálných mechanismů stroje, kolísáním teploty a složení chladičí kapaliny atd. Každý výsledek experimentu E je elementárním jevem ω , tedy za elementární jev považujeme každou obrobenou součást. Tím, že výsledek náhodného experimentu není jednoznačný, budou se obrobené součásti jako možné výsledky experimentu E od sebe kvalitativně lišit. Změříme-li na obrobené součásti jednorázově určitý rozměr, přiřadíme tím každému elementárnímu jevu ω jistou číselnou veličinu $\xi(\omega) = \xi$, která je náhodnou veličinou. Měříme-li rozměry zdánlivě za

stejných podmínek vyrobených součástí, snadno se můžeme přesvědčit o tom, že rozměry obrobků se budou od sebe lišit. Vše lze jednodušeji říci i tak, že nedokážeme součásti vyrobit absolutně přesně, že při výrobě vznikají vždy chyby, které ve své podstatě jsou náhodnými veličinami. Ale ani měřit nedokážeme absolutně přesně, i při měření vznikají vždy náhodné chyby a i tuto skutečnost musíme při vyhodnocování výsledků měření brát v úvahu. Podotýkám, že ve všech dále sledovaných úvahách mám na mysli spojitě náhodné veličiny, které mohou nabýt jakékoliv (reálné číselné) hodnoty z daného intervalu hodnot.

Již na prosté opakování experimentu E lze nahlížet jako na náhodný proces. Obecně libovolný měnící se systém podmínek experimentu, tzv. systém elementárních chyb představuje náhodný proces. Ve všech dále zmíněných případech probíhají změny s časem t , který zde vystupuje jako parametr probíhající množinu R reálných čísel z nějakého intervalu reálné osy. Je tedy míněna nějaká náhodná funkce $\xi(t, \omega)$, která pro každé pevné $t = t_i$ přejde v obyčejnou náhodnou veličinu $\xi(t_i, \omega) = \xi(t_i)$ a pro každé pevné $\omega = \omega_j$ bude $\xi_j(t, \omega) = \xi_j(t)$ funkcí t a nazývá se realizací.

Dále jsou sledovány takové procesy $\xi(t)$, kde střední hodnota

$$E \xi(t) = \mu(t) \quad (2.1)$$

je obecně funkcí času a autokorelační funkci lze psát ve tvaru

$$\left. \begin{aligned} K_{\xi}(t_i, t_j) &= \sigma^2(t) \quad , \quad t_i = t_j \quad , \\ K_{\xi}(t_i, t_j) &= 0 \quad , \quad t_i \neq t_j \quad , \end{aligned} \right\} \quad (2.2)$$

kde symbolem σ^2 je zde i dále značen rozptyl.

V podstatě stejná hypotéza, snad jen matematicky jinak formulovaná, tvořila základ práce jednoho z tvůrců první ucelené teorie přesnosti výroby akad. Borodačeva (viz /3/), prakticky byla mnohokrát ověřena a rozvinuta v novějších pracích (viz např. /19/). Dále uváděné úvahy předpokládají předcházející analýzu daného procesu a jsou dávno známy metody, jak uvedenou hypotézu ověřit.

U náhodných procesů mluvíme i o tzv. ergodicitě. Je-li stacionární náhodný proces ergodický, můžeme všechny jeho charakteristiky určit z jedné realizace a pak tedy pro každé j platí :

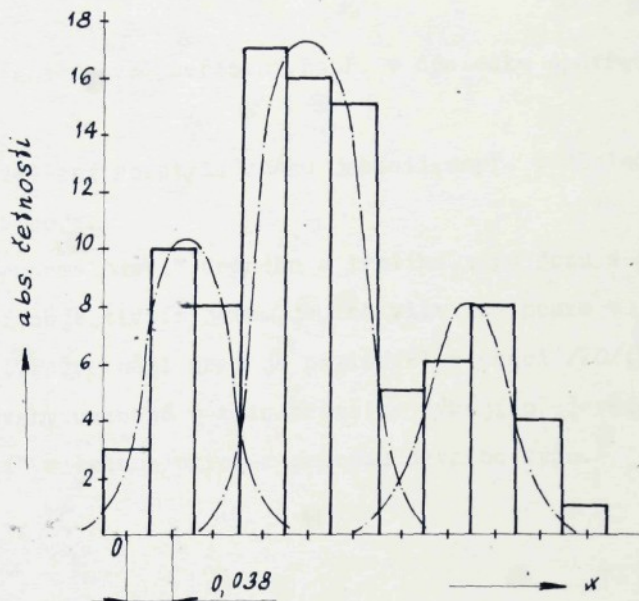
$$\overline{\xi_j}(t) = \lim_{T_k \rightarrow \infty} \frac{1}{T_k} \int_0^{T_k} \xi_j(t) dt = \xi_j(t), \quad (2.3)$$

$$\overline{\sigma_j^2}(t) = \left\{ \lim_{T_k \rightarrow \infty} \frac{1}{T_k} \int_0^{T_k} [\xi_j(t) - \xi_j(t)]^2 dt \right\}^{0.5} = \sigma_j(t). \quad (2.4)$$

Při praktických podmínkách obrábění součástí ve velkých seriích zpravidla na automatických strojích dochází k porušení podmínky (2.3), proces není ergodický a tím také dochází ke ztrátě přesnosti. Lze to dokumentovat následujícím příkladem.

Na obr.1 je uveden histogram četnosti odchylek od jmenovitého rozměru u držáku otočného čepu přední nápravy autobusu. Současně je na obrázku vyznačeno i předepsané toleranční pole a je vidět, že značný podíl z celkového počtu náhodně vybraných a proměřených součástí má daný rozměr vně tolerančního pole.

Z obr.1 je zřejmé, že se jedná o "mechanické smíchání" různých serií součástí vyrobených při nestejném seřazení stroje. Dodatečná analýza ve výrobě toto potvrdila. Čárkovaně je na



obr. 1

obr.1 naznačeno rozdělení pravděpodobnosti sledovaného znaku, z čehož je možné odečístat maximální přesnost dosažitelnou za daných podmínek na daném výrobním zařízení. V důsledku nepřesného seřizování stroje se proces obrábění nerealizuje ergodicky, což ve svých důsledcích vede ke snížení přesnosti výroby.

V obecné rovině pak mluvíme o tzv. "nenormálnostech" v technologickém procesu. Jsou to tedy nežádoucí a mnohdy nepředvídané změny některých elementů technologického procesu, které ve svých důsledcích vedou ke snížení jakosti výroby. "Nenormálnosti" v technologickém procesu lze dělit do tří skupin :

1. chyby při vlastním seřizování, tj. nepřesnosti při nastavení nástroje, chyby v rozměrech nově seřizovaných nástrojů, nedostatečné tuhost upnutí etalonů při seřizování podle etalonů apod.

2. trend úrovně seřizení, např. v důsledku opotřebení nástrojů,
3. zvětšení rozptylu znaku jakosti, např. v důsledku otupení nástroje.

"Nenormálnosti" druhého a třetího typu jsou v procesu obrábění objektivním jevem, jejich vliv lze pouze v jisté míře potlačit. Podrobněji jsem je popisoval v práci /20/. Všechny další úvahy uvedené v této práci se týkají především "nenormálností" v technologickém procesu prvního typu.

3. ANALYZA SEŘÍZENÍ

3.1 Zásoba přesnosti

Pro jednoduchost nejprve předpokládejme, že náhodný proces $\xi(t)$ je stabilní (stacionární) a Gaussovský. Pro každé pevné t bude $\xi(t)$ náhodnou veličinou s rozdělením Gaussovým-Laplaceovým a výsledné rozdělení (např. na montáži náhodně vybíraných součástí) bude tedy identické - $N(\mu, \sigma^2)$. Parametr σ^2 je dán a priori a můžeme říci, že je nezávislý na případných malých změnách parametru μ . Předepsané toleranční pole je dáno intervalem $M_T = (\Delta - \delta, \Delta + \delta)$, kde Δ je poloha středu předepsaného tolerančního pole a δ je polovina absolutní velikosti předepsaného tolerančního pole.

Hledejme pak takový interval M_μ možné změny μ , aby do pevného intervalu M_T padl podíl alespoň γ základního (zde Gaussova-Laplaceova) souboru :

$$\Phi_{-\infty} \left(\frac{\Delta - \mu}{\sigma} + \frac{\delta}{\sigma} \right) - \Phi_{-\infty} \left(\frac{\Delta - \mu}{\sigma} - \frac{\delta}{\sigma} \right) \geq \gamma. \quad (3.1)$$

Symbolem $\Phi_{-\infty}$ je označena integrální funkce Gaussova-Laplaceova rozdělení, tedy

$$\Phi_{-\infty}(x) = \int_{-\infty}^x \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{w^2}{2}} dw. \quad (3.2)$$

Hledáme taková μ , pro která je splněna nerovnost (3.1). Označme

$$\frac{\Delta - \mu}{\sigma} = v \quad , \quad (3.3)$$

$$\frac{\delta}{\sigma} = q \quad , \quad (3.4)$$

$$\varphi(v) = \Phi_{-\infty}(v+q) - \Phi_{-\infty}(v-q) \quad , \quad (3.5)$$

přičemž samozřejmě $0 < \gamma < 1$, $q > 0$.

Kořeny rovnice

$$\varphi(v) = \gamma \quad (3.6)$$

mohou být až dva, označme je jako v_+ a v_- , přičemž v_+ je kladný a v_- záporný kořen rovnice (3.6). Snadno lze ukázat, že $\varphi(v)$ je funkce sudá, má maximum v bodě $v=0$ a v nevlastních bodech je rovna nule. Proto také

$$v_+ = -v_- \quad . \quad (3.7)$$

To znamená, že

$$v_- < \frac{\Delta - \mu}{\sigma} < v_+ \quad (3.8)$$

a hledaný interval $\mathcal{Y}_\gamma$ bude dán identitou

$$\mathcal{Y}_\gamma \equiv (\Delta - \sigma v_+, \Delta + \sigma v_+) \quad . \quad (3.9)$$

Právě tento interval $\mathcal{Y}_\gamma$ reprezentuje zósobu přesnosti sledovaného procesu. Je pochopitelné, že pro

$$\gamma \leq \mu_{(1+\gamma)/2} \quad , \quad (3.10)$$

kde $\mu_{(1+\gamma)/2}$ je $(1+\gamma)/2$ -kventil rozdělení Gaussova-Laplaceova $N(0,1)$ z čísla přesnosti neexistuje, neboť pro

$$q = \mu_{(1+\gamma)/2} \quad (3.11)$$

je kořen rovnice (3.6) roven nule a pro

$$q < \mu_{(1+\gamma)/2} \quad (3.12)$$

kořeny neexistují.

Uvažujme nyní, že výsledné rozdělení bude odlišné od Gaussova-Laplaceova, ostatní podmínky zůstanou stejné. Označme integrační funkci výsledného normovaného rozdělení F . U výrobních chyb je rozdělení definováno na intervalu $(-\infty, \infty)$, přičemž

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} F(x) = 0, \quad \lim_{x \rightarrow \infty} F(x) = 1. \quad (3.13)$$

Analogicky vztahu (3.1) lze psát

$$F\left(\frac{\Delta - \mu}{\sigma} + \frac{\delta}{\sigma}\right) - F\left(\frac{\Delta - \mu}{\sigma} - \frac{\delta}{\sigma}\right) \geq \gamma, \quad (3.14)$$

čímž se dostáváme k řešení rovnice

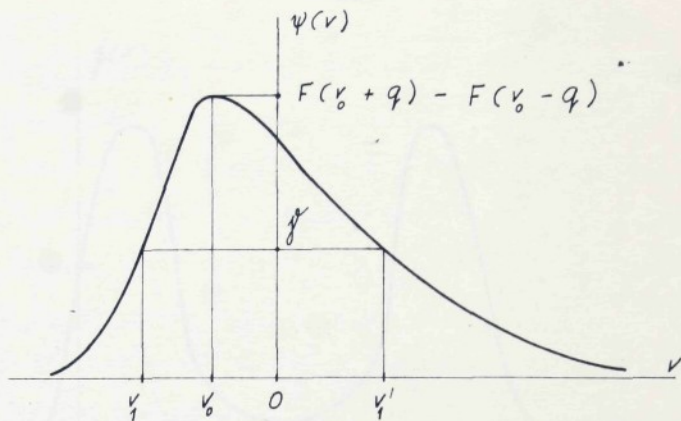
$$\psi(v) = F(v + q) - F(v - q). \quad (3.15)$$

Je jasné, že

$$\lim_{v \rightarrow -\infty} \psi(v) = \lim_{v \rightarrow \infty} \psi(v) = 0 \quad (3.16)$$

a pro $q > 0$ bude

$$0 < \psi(v) < 1. \quad (3.17)$$



obr. 2

Pak je-li frekvenční funkce rozdělení pravděpodobnosti $f(x)$, kde

$$f(x) = \frac{d}{dx} F(x), \quad (3.18)$$

jednovrcholová, pak i $\psi(v)$ bude jednovrcholová s maximem v bodě $v = v_0$, který je kořenem rovnice

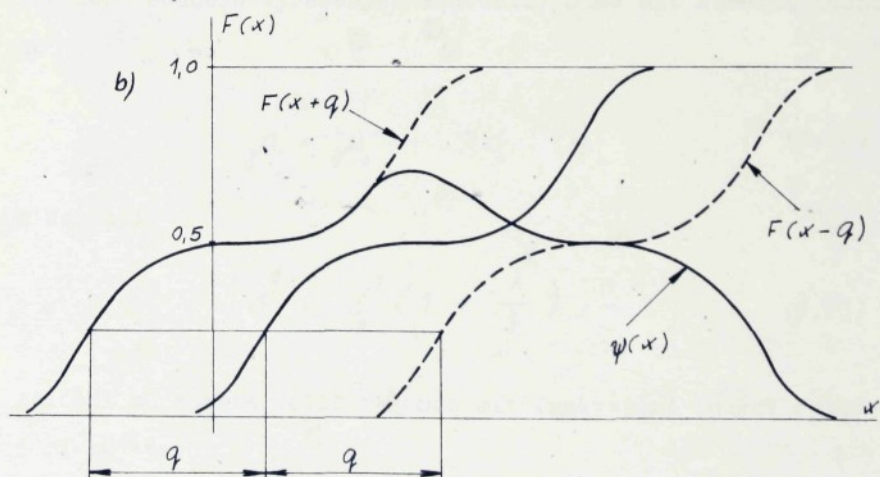
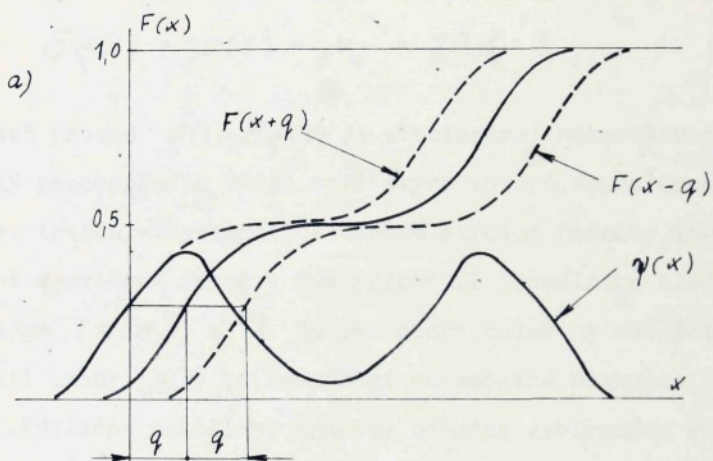
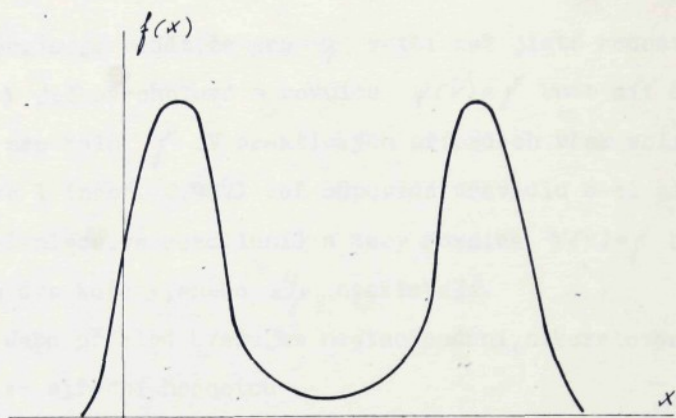
$$f(v + q) - f(v - q) = 0. \quad (3.19)$$

Jak vyplývá již z obr.2, bude interval

$$N_\gamma \equiv (\Delta - \sigma v_1', \Delta + \sigma v_1) \quad (3.20)$$

representovat v daném případě zásobu přesnosti pro daný podíl γ základního souboru.

Ve speciálních případech může být $f(x)$ vícevrcholová. Pak i $\psi(v)$ může být vícevrcholová a rovnice $\psi(v) = \gamma$ může mít více kořenů než dva. Na obr.3 je dvoumódlní rozdělení $f(x)$. Je vidět, že pro dostatečně malé q , ale i γ má rovnice $\psi(v) = \gamma$ 4 kořeny (např. na obr.3a pro $\gamma < 0,4$). Ale již



- na obr.3b je vidět, že pro q větší než jistá hodnota bude $\psi(r)$ jednovrcholová a rovnice $\psi(r)=f$ bude mít dva kořeny i pro malé f . V praktických případech však volíme f blízké 1 (např. 0,9973 což odpovídá pravidlu 6-ti sigma Gaussova-Laplaceova rozdělení) a tedy rovnice $\psi(r)=f$ bude mít buďto dva kořeny, anebo N_f neexistuje.

Jako příklad uvažujme nestacionární, nekorelovaný proces $\xi(t)$ se střední hodnotou

$$\bar{\xi}(t) = \mu(t) = \mu_0 + 2\lambda\sigma_0 \cdot t, \quad (3.21)$$

přičemž proces $\xi(t) - \bar{\xi}(t)$ je stacionární nekorelovaný Gaussovský proces. Podle údajů sovětských autorů, pokud dochází k tzv. trendu - systematické změně střední hodnoty, lze proces popsat v uvedené formě v 90% případech. Z formálního hlediska uvažujme $t \in (0,1)$ a λ je pak poměr poloviny absolutní velikosti změny $\mu(t)$ ke konstantní směrodatné odchylce procesu σ_0^2 . Výsledné rozdělení (jakoby náhodně vybíraných součástí z celého souboru vyrobených součástí) bude mít střední hodnotu

$$\mu = \mu_0 + \lambda\sigma_0 \quad (3.22)$$

a rozptyl

$$\sigma^2 = \sigma_0^2 \left(1 + \frac{\lambda^2}{3}\right), \quad (3.23)$$

přičemž normovaná veličina bude mít frekvenční funkci rozdělení ve tvaru

$$f(x) = \frac{2}{2\lambda} \left[\Phi\left(\frac{x - \mu}{\sigma} + \lambda\right) - \Phi\left(\frac{x - \mu}{\sigma} - \lambda\right) \right] \quad (3.24)$$

s integrální funkcí ve tvaru

$$F(x) = \frac{1}{2\lambda} \left[(\varepsilon x + \lambda) \phi_{-\infty}(\varepsilon x + \lambda) - \right. \\ \left. - (\varepsilon x - \lambda) \phi_{-\infty}(\varepsilon x - \lambda) + \phi'(\varepsilon x + \lambda) + \right. \\ \left. - \phi'(\varepsilon x - \lambda) \right]. \quad (3.25)$$

Odvození jsem uváděl v práci /20/. Přitom

$$\varepsilon = \left(1 + \frac{\lambda^2}{3} \right)^{0,5} \quad (3.26)$$

a ϕ' je symbol Gaussovy funkce :

$$\phi'(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}. \quad (3.27)$$

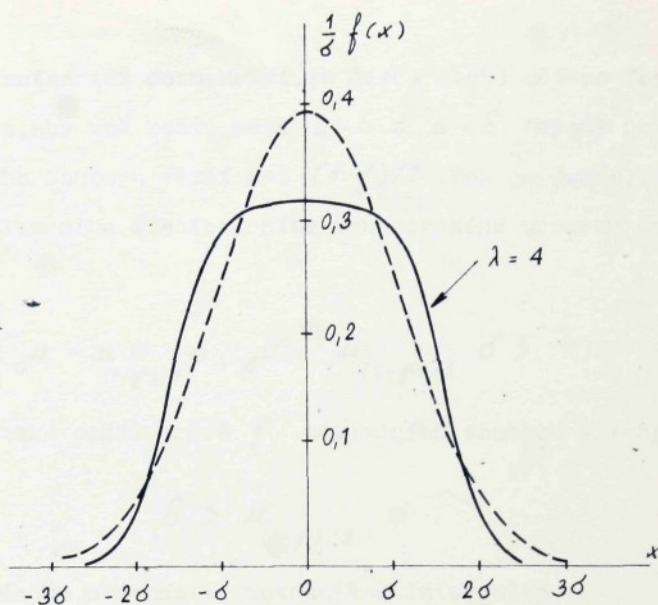
Snadno lze ukázat, že

$$f(-x) = f(x) \quad (3.28)$$

a tedy

$$F(-x) = 1 - F(x). \quad (3.29)$$

Pak i funkce $\psi(v) = F(v+q) - F(v-q)$ je sudá s maximem v bodě nula. Na obr. 4 je schematicky nakreslena $f(x)$ podle vztahu (3.24) a pro porovnání čárkovaně frekvenční funkce normovaného rozdělení Gaussova-Laplaceova. Při $\lambda \rightarrow \infty$ přejde sledované rozdělení v rovnoměrné.



obr. 4

Pokud

$$y > F(q) - F(-q) = 2F(q) - 1, \quad (3.30)$$

má rovnice $\psi(v) = y$ dva kořeny v a v_+ ($v = -v_+$) a z toho plyne, že

$$\begin{aligned} \Delta - \sigma v_+ &= \Delta - z \sigma_0 v_+ < \mu = \mu_0 + \lambda \sigma_0 < \\ < \Delta + \sigma v_+ &= \Delta + z \sigma_0 v_+ \end{aligned} \quad (3.31)$$

a zásoba přesnosti je dána intervalem

$$Y_y \equiv (\Delta - \sigma_0 [zv_+ + \lambda], \Delta + \sigma_0 [zv_+ - \lambda]) \quad (3.32)$$

a reprezentuje pro daný podíl alespoň y základního souboru přípustné změny μ_0 , které v našem smyslu udává počáteční úroveň seřízení.

Je nutné též poznamenat, že danou úlohu můžeme formulovat i tak, aby vně každé meze $\Delta - \delta$ a $\Delta + \delta$ nepadl podíl základního souboru větší než $(1-\gamma)/2$. Pak je jasné, že např. u nekorelovaného, stacionárního Gaussovského procesu do intervalu

$$(\mu - u_{(1-\gamma)/2} \cdot \sigma, \mu + u_{(1-\gamma)/2} \cdot \sigma) \quad (3.33)$$

"padne" také podíl právě γ základního souboru a tedy když

$$\delta > u_{(1-\gamma)/2} \cdot \sigma \quad (3.34)$$

můžeme zásobu přesnosti ztotožnit s intervalem

$$Y'_\gamma = (\Delta - \delta + u_{(1-\gamma)/2} \cdot \sigma, \Delta + \delta - u_{(1-\gamma)/2} \cdot \sigma). \quad (3.35)$$

V praktické rovině není třeba obě tyto formulace rozlišovat, neboť s malými úpravami γ se stávají ekvivalentními.

Zavádím ještě koeficient zásoby přesnosti z_γ jako poměr šířky intervalu Y_γ ku šířce tolerančního pole :

$$z_\gamma = \frac{\sup Y_\gamma - \inf Y_\gamma}{2\delta}, \quad (3.36)$$

($0 < z_\gamma < 1$), takže např. pro stacionární, nekorelovaný Gaussovský proces bude

$$z_\gamma = \frac{v_\gamma \sigma}{\delta}. \quad (3.37)$$

Realizace, např. odchylky v rozměrech obrobených součástí, jsou vždy "rozptýleny" kolem střední hodnoty, tedy $\xi, \xi(\sigma)$

v sobě ztělesňuje úroveň, hladinu seřízení daného procesu. V jednotlivých realizacích celého procesu bude úroveň seřízení různá (porušení ergodicity) a pak je otázkou, jaké kolísání úrovně seřízení je přípustné, aniž by byly narušeny požadavky na jakost, formulované v tomto případě ".....podílem alespoň γ základního souboru v toleranci". Odpovědí na tuto otázku je zavedení intervalu přípustných změn úrovně seřízení, tedy zásoby přesnosti.

3.2 Statistická analýza seřízení

Jak vyplývá z předcházející kapitoly, tak úroveň seřízení hodnotíme velikostí μ resp. μ_0 . Řekneme např., že stroj je seřízen správně, když μ resp. $\mu_0 \in Y_j$. Je jasné, že např. rozměrové nastavení řezného nástroje není identické s úrovní seřízení reprezentované střední hodnotou, neboť na úroveň seřízení mají vliv další chyby ze souboru elementárních chyb, hlavně deformace soustavy stroj-obrobek-nástroj-(přípravek). Prakticky se tedy o správnosti seřízení můžeme rozhodnout na základě výsledků měření prvních n obrobených součástí. Přitom nemůžeme určit hodnotu μ , ale jen její statistický odhad. V dalším počítám pouze s nejlepším odhadem μ - statistikou $\bar{x}$ (aritmetický průměr).

V obecné rovině můžeme celý problém formulovat následovně. Nechť nějaká veličina ξ má rozdělení s frekvenční funkcí $f(x, \theta)$, kde θ je nějaký parametr (v našem případě je to μ). Máme pak systém základních souborů, z nichž každý má rozdělení s $f(x, \theta)$ a kde parametr θ je obecně pro různé soubory různý.

Je tedy náhodnou veličinou s frekvenční funkcí rozdělení pravděpodobnosti $h(v)$.

Náhodný experiment pak provedíme tak, že v první fázi provedeme výběr z rozdělení $h(v)$ (tedy výběr rozdělení z nějakého systému rozdělení) a ve druhé fázi uděláme výběr z vybraného základního souboru a stanovíme statistiku T .

Ptáme se pak, jaké je rozdělení veličiny Θ podmíněné výsledkem experimentu koncovaném ve vypočtené hodnotě T , tedy tzv. aposteriorní rozdělení Θ ozn. $h(v/T)$.

Ze zřejmé obdoby Bayesovy formule pro spojitě náhodné veličiny můžeme psát :

$$h(v/T) = \frac{g(T/v) h(v)}{\int g(T/v) h(v) dv}, \quad (3.38)$$

kde $g(T/v)$ je rozdělení veličiny T a $h(v)$ je tzv. apriorní rozdělení veličiny Θ .

Vrátíme-li se zpět k problému hodnocení úrovně seřizení a je-li $f(x, \mu)$ rozdělení $N(\mu, \sigma^2)$, pak statistikou T bude v našem případě $\bar{x}$, které má rozdělení $N(\mu, \sigma^2/n)$ a aposteriorní rozdělení μ bude

$$h(\mu/\bar{x}) = \frac{\frac{\sqrt{n}}{\sigma} \phi\left(\frac{\bar{x} - \mu}{\sigma} \sqrt{n}\right) h(\mu)}{\int \frac{\sqrt{n}}{\sigma} \phi\left(\frac{\bar{x} - \mu}{\sigma} \sqrt{n}\right) h(\mu) d\mu}. \quad (3.39)$$

Speciálně pro případ, kdy $h(\mu)$ je rovnoměrné rozdělení na intervalu $\langle l_1, l_2 \rangle$ bude

$$h(\mu/\bar{x}) = \frac{\frac{\sqrt{n}}{\sigma} \Phi\left(\frac{\bar{x} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}}\right)}{\Phi\left(\frac{l_2 - \bar{x}}{\sigma/\sqrt{n}}\right) - \Phi\left(\frac{l_1 - \bar{x}}{\sigma/\sqrt{n}}\right)} \quad (3.40)$$

Aposteriorní rozdělení μ je v tomto případě tzv. "useknuté" normální rozdělení $N(\bar{x}, \sigma^2/n)$ na hranicích l_1 a l_2 .

Těžiště výpočtu spočívá v tom, co víme o apriorním rozdělení μ . Formulují tento problém zprvu slovně, byť z ryze matematického hlediska ne úplně přesně. Můžeme totiž říci, že o rozdělení μ nám není nic známo, což automaticky je v našem vědomí spojeno s rovnoměrným apriorním rozdělením μ na velkém intervalu. Jako bychom uvažovali nejméně příznivý případ, kdy však stačí, aby $l_1 < \bar{x} - k \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ a $l_2 > \bar{x} + k \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ (např. pro $k > 3$), takže posteriorní rozdělení bude velmi přibližně $N(\bar{x}, \sigma^2/n)$.

Pak již statistickou analýzu můžeme formulovat přesněji. Nechť $x_1, x_2, \dots, x_n$ je náhodný výběr z rozdělení $N(\mu, \sigma^2)$ (obecněji rozdělení s danou integrální funkcí), n je přirozené číslo a rozptyl je dán a priori. Dále je dán pevný interval $J_T \equiv (\Delta - \delta, \Delta + \delta)$. Když známe $\bar{x}$, chceme vypočítat takovou pravděpodobnost β , že do pevného intervalu J_T "padne" podíl alespoň γ základního souboru :

$$\begin{aligned} \beta &= P \left\{ \Phi\left(\frac{\Delta + \delta - \mu}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{\Delta - \delta - \mu}{\sigma}\right) \geq \gamma \right\} = \\ &= P \left\{ \Phi\left(\frac{\mu - \Delta}{\sigma} + \frac{\delta}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{\mu - \Delta}{\sigma} - \frac{\delta}{\sigma}\right) \geq \gamma \right\} = \\ &= P \left\{ \Phi\left(w + \frac{\delta}{\sigma}\right) - \Phi\left(w - \frac{\delta}{\sigma}\right) \geq \gamma \right\}. \end{aligned} \quad (3.41)$$

Když aposteriorní rozdělení μ je $N(\bar{x}, \sigma^2/n)$, pak veličina w má rozdělení $N[(\bar{x} - \Delta)/\sigma, 1/n]$. Tím vztah (3.41) můžeme přepsat do tvaru

$$\beta = P\{|w| < v_+\}, \quad (3.42)$$

kde v_+ je kladný kořen rovnice

$$\Phi(v_+ + q) - \Phi(v_+ - q) = \beta, \quad (3.43)$$

kde opět $q = \Delta/\sigma$. Pak tedy

$$\begin{aligned} \beta = & \Phi\left(\frac{v_+ \sigma - \bar{x} + \Delta}{\sigma} \sqrt{n}\right) - \\ & - \Phi\left(\frac{-v_+ \sigma - \bar{x} + \Delta}{\sigma} \sqrt{n}\right). \end{aligned} \quad (3.44)$$

Je-li naopak β dáno, spočítáme z rovnice (3.44) taková $\bar{x}$, aby původní předpoklad byl splněn. Označme

$$r = \frac{\bar{x} - \Delta}{\sigma} \sqrt{n} \quad (3.45)$$

a r_+ kladný kořen rovnice

$$\Phi(r_+ + v_+ \sqrt{n}) - \Phi(r_+ - v_+ \sqrt{n}) = \beta. \quad (3.46)$$

Takže z toho plyne, že

$$-r_+ < \frac{\bar{x} - \Delta}{\sigma} \sqrt{n} < r_+ \quad (3.47)$$

a můžeme říci, že s pravděpodobností β "padne" do $\mathcal{L}_T$ podíl

alespoň γ základního souboru, když

$$\bar{x} \in J_{\gamma, \beta} = \left(\Delta - r_+ \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \Delta + r_+ \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right) \quad (3.48)$$

a úroveň seřazení na základě statistické analýzy považujeme při splnění podmínky (3.48) za vyhovující. Přitom volíme pochopitelně $\gamma \rightarrow 1$ a β též dostatečně blízko 1.

Neexistují-li dva kořeny rovnice (3.43), chybí zásoba přenosti a proces nelze realizovat vůbec. To nastane v případě, kdy je splněna podmínka (3.12). Analogicky pokud

$$v_+ < \frac{1}{\sqrt{n}} u_{(1+\beta)/2} \quad (3.49)$$

neexistují dva kořeny rovnice (3.46) a na základě statistické analýzy nelze pro dané γ , β a n provést rozhodnutí o správnosti úrovně seřazení, neboť n je malé. Je tedy třeba zvýšit rozsah výběru.

Uvažujme nyní, že apriorní rozdělení μ je $N(\mu_s, \sigma_s^2)$ při nezměněných ostatních podmínkách. Dokažme, že aposteriorní rozdělení μ bude Gaussovo-Laplaceovo s parametry

$$\bar{\mu}(\mu/\bar{x}) = \frac{n\sigma_s^2 \bar{x} + \sigma^2 \mu_s}{n\sigma_s^2 + \sigma^2}, \quad (3.50)$$

$$\sqrt{D(\mu/\bar{x})} = \frac{\sigma_s \cdot \sigma}{\sqrt{n\sigma_s^2 + \sigma^2}} \quad (3.51)$$

Dosažením do vztahu (3.38) dostáváme

$$f(\mu/\bar{x}) = \frac{\phi'(\frac{\bar{x} - \mu}{\sigma} \sqrt{n}) \phi'(\frac{\mu - \mu_s}{\sigma_s})}{\int_{-\infty}^{\infty} \phi'(\frac{\bar{x} - \mu}{\sigma} \sqrt{n}) \phi'(\frac{\mu - \mu_s}{\sigma_s}) d\mu} \quad (3.52)$$

Jelikož

$$\phi'(\frac{\bar{x} - \mu}{\sigma} \sqrt{n}) \phi'(\frac{\mu - \mu_s}{\sigma_s}) = \phi' \left[\frac{\mu - \bar{E}(\mu/\bar{x})}{\sqrt{D(\mu/\bar{x})}} \right], \quad (3.53)$$

bude integrál ve jmenovateli zlomku ve vztahu (3.52) roven 1 a tím dostáváme žádaný výsledek.

Pak veličina w v rovnici (3.41) bude mít rozdělení s parametry

$$\bar{E} w = \bar{w} = \frac{1}{\sigma} \left(\frac{n\sigma_s^2 \bar{x} + \sigma_s^2 \mu_s}{n\sigma_s^2 + \sigma^2} - \Delta \right), \quad (3.54)$$

$$Dw = \sigma_w^2 = \frac{\sigma_s^2}{n\sigma_s^2 + \sigma^2}. \quad (3.55)$$

Tak jako v předešlém případě můžeme psát

$$\begin{aligned} \beta &= \phi_{-\infty} \left(\frac{\bar{w} + v_+}{\sigma_w} \right) - \phi_{-\infty} \left(\frac{\bar{w} - v_+}{\sigma_w} \right) = \\ &= \phi_{-\infty} \left(\bar{r} + \frac{v_+}{\sigma_w} \right) - \phi_{-\infty} \left(\bar{r} - \frac{v_+}{\sigma_w} \right), \end{aligned} \quad (3.56)$$

kde tedy

$$\bar{r} = \bar{w} / \sigma_w . \quad (3.57)$$

Označíme-li kladný kořen rovnice (3.56) jako $\bar{r}_+$ lze meze hledaného intervalu y_{β} přípustného kolísání $\bar{x}$ psát ve tvaru

$$\sup y_{\beta} = \frac{(\Delta + \sigma \sigma_w \bar{r}_+)(n \sigma_s^2 + \sigma^2) - \sigma^2 \mu_s}{n \sigma_s^2} , \quad (3.58)$$

$$\inf y_{\beta} = \frac{(\Delta - \sigma \sigma_w \bar{r}_+)(n \sigma_s^2 + \sigma^2) - \sigma^2 \mu_s}{n \sigma_s^2} , \quad (3.59)$$

neboť opět $\bar{r}_+ = -\bar{r}_-$. σ_w^2 je bez rozměru, proto i výsledky vztahů (3.58) a (3.59) jsou v délkových jednotkách.

Uvažujme i případ, kdy stabilní a nekorelovaný je proces $\xi(t) - \xi(t)$. Pak i zde pro n dostatečně malé lze uvažovat, že $x_1, x_2, \dots, x_n$ jsou náhodné výběry z rozdělení $N[\xi(\theta), D\xi(\theta)]$. To vyplývá z normality "okemžitého" rozdělení, přitom ovšem požadujeme n co nejmenší. Vztah (3.41) pak budeme psát ve tvaru

$$\beta = P \left\{ F \left(\frac{\Delta - \mu_v}{\sigma_v} + \frac{\delta}{\sigma_v} \right) - F \left(\frac{\Delta - \mu_v}{\sigma_v} - \frac{\delta}{\sigma_v} \right) \geq \gamma \right\} , \quad (3.60)$$

kde μ_v a σ_v^2 jsou střední hodnota a rozptyl výsledného rozdělení pravděpodobnosti. V kap. 3.1 je uveden příklad lineárního trendu /vztah (3.21)/, kdy μ_v a σ_v^2 je pak dáno vztahy (3.22) a (3.23) a F vztahem (3.25). Pak tedy

$$\beta = P \{ w \in R \} , \quad (3.61)$$

kde R je množina reálných hodnot w splňujících nerovnost

$$F(w + \frac{\delta}{\sigma_v}) - F(w - \frac{\delta}{\sigma_v}) \geq \gamma , \quad (3.62)$$

ale přitom víme, že rozdělení μ_0 je $N(\bar{x}, \sigma^2/n)$ a tedy rozdělení μ_v je $N(\bar{x} + \lambda \sigma_v, \sigma_v^2/n)$, takže w je veličina s rozdělením $N[(\Delta - \bar{x} - \lambda \sigma_v)/\sigma_v, 1/(n + n \lambda^2/3)]$, kde σ_v^2 je dáno opět vztahem (3.23).

Až dosud se počítalo s podmínkou " σ^2 dané a priori".

Přísně teoreticky vzato nemůže být tato podmínka splněna nikdy, neboť vždy máme k dispozici více či méně kvalitní odhad σ^2 (ve formě s^2). Avšak prakticky se takto počítá, byť si to mnohdy ani neuvědomujeme. Speciálně ve sledovaném případě si to dovolit můžeme, neboť při analýze seřazení zpracováváme výběr malého rozsahu, přičemž předcházela analýza procesu jako takového, kdy neopak byl zpracován výběr velkého rozsahu s určením s^2 s tak malým rozptylem, že je namístě ztotožnění se σ^2 . A to ještě navíc ev. vzniklou chybu kompenzujeme apriorním rozdělením μ .

Z matematického hlediska nevznikají žádné velké potíže při odvozování ekvivalentních vztahů v případě, kdy místo σ^2 pracují s odhadem s^2 , ale numerické řešení se natolik komplikuje, že přesahuje únosnou mez pro počítač II. generace a přitom v praktické rovině nebudou výsledky rozdílné.

3.3 Přeseřizování a regulace

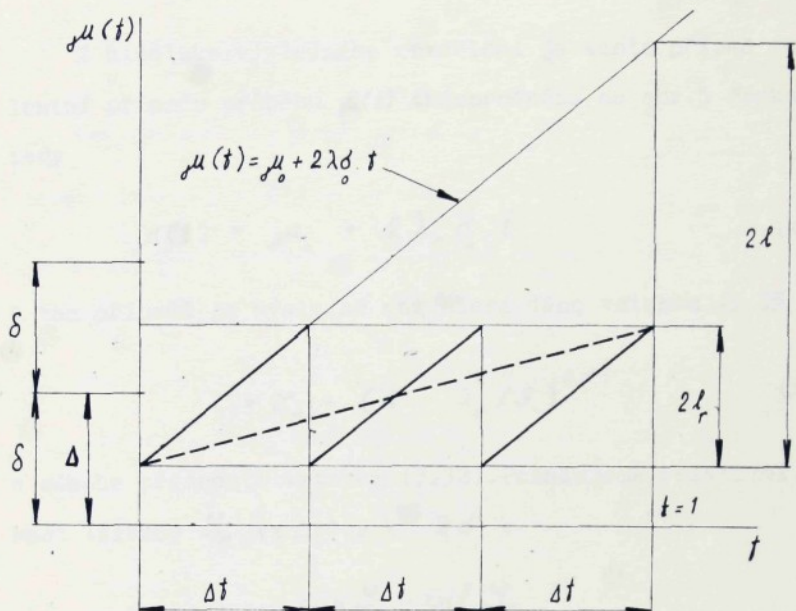
Provedeme-li statistickou analýzu seřizování, tak usoudíme, že stroj je seřizen správně, když $\bar{x} \in Y_{\delta, \beta}$. Vzniká však otázka, jak postupovat v případě, kdy $\bar{x} \notin Y_{\delta, \beta}$. Je nutné provést přeseřizování resp. nové seřizování např. přestavením nástroje. V zásadě je to možné provést dvěma způsoby. Provedeme přeseřizování nezávisle na výsledku předcházejícího seřizování a budeme jej opakovat tak dlouho, dokud $\bar{x} \in Y_{\delta, \beta}$. Provedíme tedy tzv. nezávislá seřizování, což připadá v praxi nejčastěji v úvahu (hlavně v obrábění).

Logické by však bylo, provést přeseřizování v závislosti na výsledku předcházejícího, tedy o hodnotu $\Delta - \bar{x}$. I když ne všude je to technicky možné, tak přesunutí např. řezného nástroje o hodnotu $\Delta - \bar{x}$ je výhodné. Uvažujme, že provedeme přeseřizování právě o hodnotu $\Delta - \bar{x}$ (prakticky se dopustíme vždy ještě nějaké chyby - v principu chyby měření, jejíž vliv lze sledovat v souhrnu, neboť se přičítá - na jiném příkladě jsem tento vliv popsal v čas. Strojírenství, 24 (1974), č. 6, 363-6).

Jestliže aposteriorní rozdělení μ bylo $N(\bar{x}, \sigma^2/n)$, tak po přeseřizování bude $N(\Delta, \sigma^2/n)$. Hledejme nyní takovou pravděpodobnost β^* , že $\mu \in Y_r$, tedy bude pokryt podíl alespoň r základního souboru. Snadno určíme, že $\beta^* > \beta$, neboť

$$\begin{aligned} \beta^* &= \Phi\left(\frac{\sup Y_r - \Delta}{\sigma} \sqrt{n}\right) - \Phi\left(\frac{\inf Y_r - \Delta}{\sigma} \sqrt{n}\right) = \\ &= \Phi(\sqrt{n} v_+) - \Phi(-\sqrt{n} v_+) > \beta \end{aligned} \quad (3.63)$$

což plyne v porovnání s (3.46) - počítáno pro případ normality.



obr. 5

Tím je tedy seřízení upřesněno do žádoucí úrovně.

Úplně analogický je problém regulace. Uvažujme např. stabilní nekorelovaný proces $\xi(t) - \xi(t)$ s lineárním trendem $\mu(t)$ (viz obr.5).

Každá "nenormálnost" tohoto druhu, reprezentovaná v tomto případě lineárním trendem $\mu(t)$ v důsledku např. nadměrného opotřebení řezného nástroje, zhoršuje výslednou přesnost. Když do obr.5 pomocí Δ a δ vyznačím předepsané toleranční pole, je na první pohled patrné, že málo platná je jakákoliv analýza seřízení, neboť mi zcela určitě bude chybět zásoba přesnosti. Požadované přesnosti však mohou dosáhnout tím, že v časových okamžicích $k \cdot \Delta t$ ($k = 0, 1, 2, \dots$) provedeme seřízení resp. přeseřízení, tedy regulaci procesu, v jehož výsledku dostaneme teoretický pilový diagram, který je na obr.5 silně vyznačen. Jde pak pouze o to, vypočítat Δt .

Z hlediska výsledného rozdělení je tento případ ekvivalentní případu průběhu $\mu(t)$ znázorněného na obr.5 čárkovně, tedy

$$\mu(t) = \mu_0 + 2\lambda_r \sigma_0 \cdot t. \quad (3.64)$$

V tom případě je výsledné rozdělení dáno vztahem (3.25) pro

$$z = z_r = (1 + \lambda_r^2/3)^{0,5} \quad (3.65)$$

a zísobu přesnosti vztahem (3.32). Požadujeme relativní velikost (šířku) Y_r vzhledem k 2σ :

$$z_r = \frac{\sup Y_r - \inf Y_r}{2\sigma}, \quad (3.66)$$

z čehož

$$\begin{aligned} \Delta + \sigma_0(z_r v_+ - \lambda_r) - \Delta + \sigma_0(z_r v_+ + \lambda_r) &= \\ &= 2\sigma z_r. \end{aligned} \quad (3.67)$$

S ohledem na vztah (3.65) bude

$$v_+ = \frac{\sigma z_r}{\sigma_0 \sqrt{1 + \lambda_r^2/3}} \quad (3.68)$$

a pak tedy určíme takové λ_r , aby

$$F\left(\frac{\sigma z_r + \delta}{\sigma_0 \sqrt{1 + \lambda_r^2/3}}\right) - F\left(\frac{\sigma z_r - \delta}{\sigma_0 \sqrt{1 + \lambda_r^2/3}}\right) = \gamma, \quad (3.69)$$

kde F je opět definováno vztahem (3.25). Z takto vypočteného λ_r plyne $\Delta t = \lambda_r / \lambda$. Analogicky postupujeme i v případě jiných průběhů $\mu(t)$.

3.4 Výběr plánu analýzy

Celý sledovaný problém je do jisté míry analogický statistické přejímce a u úloh tohoto typu se udává tzv. operativní charakteristika. Zcela obecně jsou-li $m_1, m_2, \dots, m_k$ možná řešení a Ω nějaká objektivní podmínka, bude operativní charakteristika pro některé z možných řešení m_i dána pravděpodobností jevu m_i za podmínky Ω :

$$W(m_i / \Omega) = P\{m_i / \Omega\} \quad (3.70)$$

U statistické přejímky přicházejí v úvahu dvě alternativní řešení m_1 a m_2 (dodávku přijmout nebo odmítnout), přičemž objektivní podmínku tvoří počet vadných kusů v dodávce. Analogicky při analýze seřízení alternativní řešení m_1 znamená, že úroveň seřízení je považována za správnou a m_2 naopak za nevyhovující. Úroveň seřízení μ je objektivní podmínkou. Operativní charakteristika se pak zpravidla značí jako $W(\mu)$:

$$W(\mu) = W(m_1 / \mu) = P\{m_1 / \mu\}. \quad (3.71)$$

Operativní charakteristika $W(p)$ přejímacích plánů tedy udává pravděpodobnost přijetí dodávky, které obsahuje podíl právě p vadných součástí. Pochopitelně p není známé, jinak bychom také statistickou přejímku vůbec nemuseli provádět. Vždy také existuje jistá pravděpodobnost, že dobrou dodávku zamítneme a špatnou přijmeme. Jde jen o to, jak velká tato

pravděpodobnost je.

U statistické analýzy seřazení nám operativní charakteristika neudává v podstatě nic jiného než pravděpodobnost, že pro jisté μ bude $\bar{x} \in Y_{\gamma, \beta}$. I zde však μ známé není. Kdyby totiž μ bylo známé, můžeme o správnosti seřazení rozhodnout bezprostředně a statistická analýza by byla bezpředmětná. Zde je vidět analogie se statistickou přejímkou.

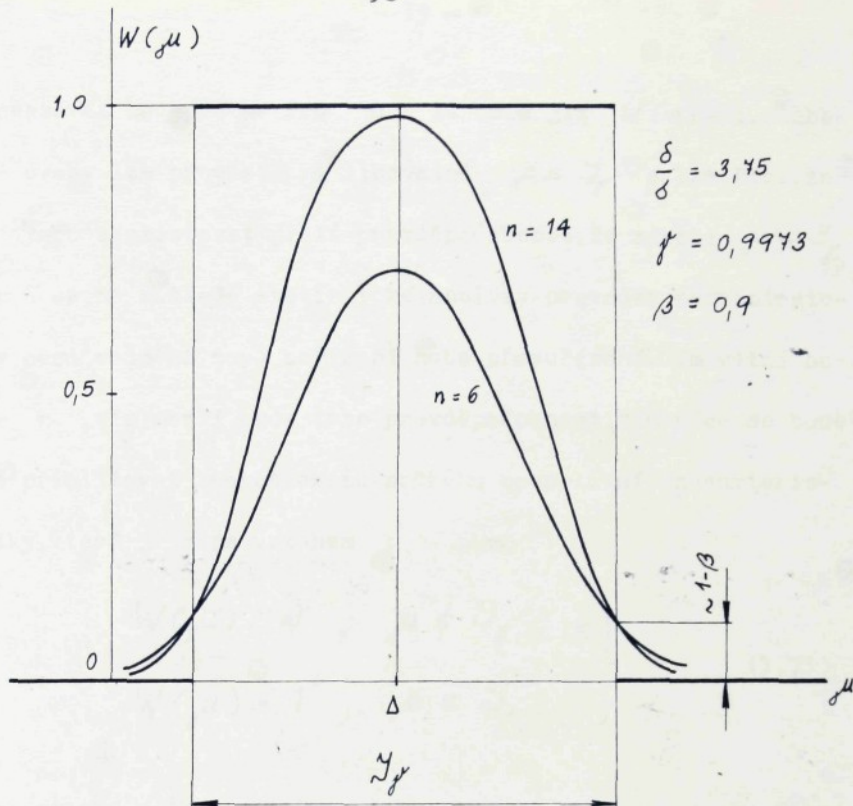
Při počítání s operativní charakteristikou se tedy jedná o jistou abstrakci, ale právě na jejím základě lze učinit řadu významných vývodů. Tak např. pro $Y_{\gamma, \beta}$ dané vztahem (3.48) bude

$$W(\mu) = \int_{\inf Y_{\gamma, \beta}}^{\sup Y_{\gamma, \beta}} \frac{\sqrt{n}}{\sqrt{2\pi} \sigma} e^{-\frac{(v - \mu)^2}{2\sigma^2} n} dv =$$

$$= \Phi\left(\frac{\sup Y_{\gamma, \beta} - \mu}{\sigma} \sqrt{n}\right) - \Phi\left(\frac{\inf Y_{\gamma, \beta} - \mu}{\sigma} \sqrt{n}\right). \quad (3.72)$$

Pro konkrétní hodnoty $q = \delta/\sigma$, γ a β jsou dvě operativní charakteristiky nakresleny na obr. 6. Záměrně je voleno γ a β blízké 1 a q relativně malé. Zásoba přesnosti je vyznačena intervalem Y_{γ} .

Jestliže $\mu \in Y_{\gamma}$, padne do intervalu Y_{γ} podíl alespoň γ základního souboru a seřazení bude tedy správné. O správnosti seřazení se však přesvědčujeme podle toho, zda $\bar{x} \in Y_{\gamma, \beta}$



obr. 6

či nikoliv. Z operativních charakteristik je zřejmé, že jakmile $\mu \notin Y_g$, bude pravděpodobnost, že seřízení budeme považovat za správné, menší než zhruba $1 - \beta$, v našem případě $\sim 0,1$ (v praktických případech bude totiž $W(\sup Y_g)$, $W(\inf Y_g)$ blízko $1 - \beta$). To je nanejvýše žádoucí, neboť můžeme říci, že jen zcela vyjíměčně se budou vyskytovat případy, kdy $\mu \notin Y_g$.

Značně komplikovanější je však situace v případě $\mu \in Y_g$. Předpokládejme např., že $\mu = \Delta$. To je v našem příkladě přímo ideální případ. Pro $n = 6$ bude však $W(\Delta) \sim 0,7$. To znamená, že v průměru zhruba ve 30% případů takové seřízení nebudeme

považovat za správné. Pro $n = 14$ bude již $W(\Delta) \sim 1$. Podobné úvahy lze provést pro libovolná $\mu \in Y_j$ a lze říci, že vždy bude existovat jistá pravděpodobnost, že ačkoli $\mu \in Y_j$ bude se na základě statistické analýzy provádět technologicky nezdůvodněné nové seřízení nebo přeseřízení. Čím větší bude n , tím menší bude tato pravděpodobnost, tím více se bude přibližovat teoretickému průběhu operativní charakteristiky, která je dána vztahem :

$$\left. \begin{aligned} W(\mu) &= 0, & \mu \notin Y_j, \\ W(\mu) &= 1, & \mu \in Y_j. \end{aligned} \right\} \quad (3.73)$$

Teoretický průběh operativní charakteristiky je na obr. 6 znázorněn silnou dvakrát lomenou čarou. Pro dokreslení této problematiky uvádím v tab. I výpis z přímospřaženého dálnopisu číslicového počítače, kde pro uvedený příklad jsou hranice intervalu $Y_{j,13}$. Všechny výpočty byly provedeny na číslicovém počítači s použitím podprogramů uvedených v následující kapitole.

Pro upřesnění dalších vývodů uvedím ještě tzv. "anglickou metodu" aplikovanou v Anglii již v letech II. světové války. Pro zjednodušení výpočtů když počítám pravděpodobnost zleva zanedbám pravděpodobnost zprava a naopak. Tato metoda předpokládá, že náhodný proces se realizuje stejně jako v uvedeném příkladě a je založena na pravidlu 6-ti sigma normálního

tab. I

serizovací protokol:

poloha středu předepsaného tolerančního pole: 10.00000
 polovina absolutní velikosti tolerančního pole: 30.00000
 smerodatná odchylka základního n-souboru: 8.00000
 pokryty podíl základního souboru: 0.9973000
 pravděpodobnost pokrytí daného podílu: 0.9000000

zasoba přesnosti: 2.25825 17.74175

hranice arit. průměru

rozsah vyberu	spodni	horni	poznámka
1			nestaci
2			nestaci
3	9.09558	10.90442	
4	7.50652	12.49348	
5	6.86753	13.13247	
6	6.44886	13.55114	
7	6.13437	13.86563	
8	5.88325	14.11675	
9	5.67577	14.32423	
10	5.50036	14.49964	
11	5.34947	14.65053	
12	5.21787	14.78213	
13	5.10176	14.89824	
14	4.99832	15.00168	

pokrač. tab. I

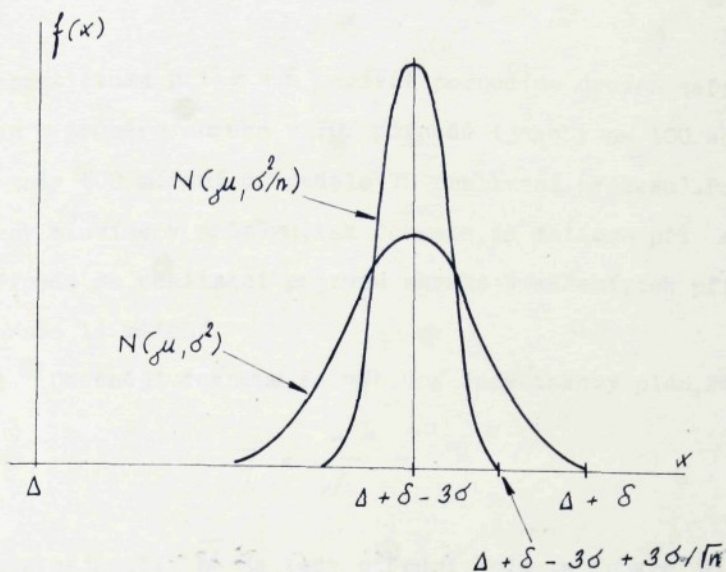
15	4.90541	15.09459
16	4.82135	15.17865
17	4.74483	15.25517
18	4.67477	15.32523
19	4.61032	15.38968
20	4.55076	15.44924

+++end sepr n1+++

rozdělení. Jestliže μ leží někde v intervalu $(\Delta - \delta + 3\sigma, \Delta + \delta - 3\sigma)$, pak $\bar{x}$ bude ležet uvnitř intervalu $(\Delta - \delta + 3\sigma - 3\sigma/\sqrt{n}, \Delta + \delta - 3\sigma + 3\sigma/\sqrt{n})$ s pravděpodobností větší než 1-0,00135. Jako by na hranici zřesoby přesnosti byla operativní charakteristika také γ .

Na první pohled se tato metoda, jejíž princip je schematicky znázorněn na obr.7, jeví jako reciproká dříve uvedené (kap.3.2). Totiž pro $\mu \in Y_p$ bude $W(\mu)$ všude blízká 1, ale naopak pokud $\mu \notin Y_p$, resp. μ bude ležet vně Y_p blízko hranic, bude existovat stále ještě vysoká pravděpodobnost, že seřízení bude posouzeno jako správné.

Uvědomíme-li si však nutnost odlišné aplikace obou metod, tak nejsou navzájem vůbec v rozporu. Anglická metoda je totiž jakýmsi testem $\mu \in Y_p$ a jestliže tedy skutečně $\mu \in Y_p$ - a to my při statistické analýze počáteční úrovně seřízení



obr. 7.

(kap. 3.2) můžeme říci s dostatečně vysokou pravděpodobností, tak v průběhu daného procesu lze v jednotlivých časových okamžicích pomocí anglické metody ověřovat, zda nedošlo k nežádoucí změně úrovně seřízení, k náhlé (neočekávané) změně podmínek. Zpravidla se však i taková kontrola úrovně seřízení nazývá regulací.

Dalším důležitým problémem, který lze řešit pomocí operativní charakteristiky je výběr konkrétního plánu pro analýzu úrovně seřízení (počátečního). Lze to demonstrovat na příkladě uvedeném v této kapitole (viz obr. 6). Předpokládejme, že μ je vždy velmi blízko Δ a provádíme tzv. nezávislé seřizování (kap. 3.3). Vybereme-li operativní charakteristiku s $n = 14$, tak prakticky vždy správně úroveň seřízení posoudíme.

Naproti tomu při $n = 6$ správně posoudíme úroveň seřizení jen v průměru, zhruba v 70% případech (jakoby na 100 seřizení a tedy 600 měření připadalo 70 realizací procesu). Pokud tedy mluvíme v průměru, tak řekneme, že zatímco při $n = 6$ připadá na realizaci procesu zhruba 9 měření, tak při $n = 14$ zhruba 14 měření.

Obecněji řekneme, že výhodný bude takový plán, kde

$$\bar{n} = \frac{n}{\bar{W}} \quad (3.74)$$

bude nejmenší. $\bar{W}$ je tedy střední hodnota funkce $W(\mu)$ v intervalu γ_j .

Nemá smysl počítat zde přesně a to hned ze dvou důvodů. Jednak nelze stejně odebrat k analýze např. 7,15 ks a pak také úplným kritériem bude nejen čas na měření, ale i čas na ev. další nezávislé seřizení. V uvedeném příkladě snadno odhadneme, že

$n = 3$;	$\bar{W} \sim 0,1$;	$\bar{n} \sim 30$;
4 ;	0,29 ;	14 ;
5 ;	0,38 ;	13 ;
6 ;	0,43 ;	14 ;
14 ;	0,63 ;	22 ;

Takže výhodným je plán s $n = 5$, přičemž optimum je posunuto mírně směrem k vyšším hodnotám n podle toho, jak komplikované je ev. další nezávislé seřizení.

Pokud $W(\mu)$ je ve tvaru (3.72), tak při výpočtu $\bar{W}$ řešíme integrál typu

$$\begin{aligned}
 I &= \int_c^d \left[\Phi_{-\infty}(kx-a) - \Phi_{-\infty}(kx-b) \right] dx = \\
 &= \frac{1}{k} \left[(kd-a) \Phi_{-\infty}(kd-a) - (kd-b) \Phi_{-\infty}(kd-b) + \right. \\
 &\quad + \Phi'(kd-a) - \Phi'(kd-b) - (kc-a) \Phi_{-\infty}(kc-a) + \\
 &\quad + (kc-b) \Phi_{-\infty}(kc-b) - \Phi'(kc-a) + \\
 &\quad \left. + \Phi'(kc-b) \right].
 \end{aligned}
 \tag{3.75}$$

To je pochopitelně přesné řešení, přičemž význam konstant k, a, b, c, d plyne ze vztahu (3.72) a I pak dělíme délkou M_T . Analytické řešení podobných integrálů je uvedeno v závěru kap. 4.

V kap. 3.2 byl problém statistické analýzy formulován takto : " padl podíl alespoň f základního souboru". Tzn., že můžeme očekávat podíl nevyhovujících součástí podstatně menší než $1 - f$. Prostřednictvím operativní charakteristiky však dokážeme určit takový plán analýzy seřízení, aby do intervalu M_T padl podíl právě f základního souboru.

Celý problém výpočtu lze pak prakticky demonstrovat takto. Mějme velký počet strojů určených pro stejnou technologickou úlohu, na kterých provádíme nezávislá seřizování. Z teoretického hlediska je to totéž, jako kdyby na jednom stroji byl proveden velký počet realizací. Nastavená seřízení projdou "jakoby filtrem" operativní charakteristiky a pak se ptáme, jaké je rozdělení μ (úrovně seřízení) realizovaných procesů. Když apriorní rozdělení μ je $f(\mu)$, bude frekvenční funkce hledaného rozdělení ve tvaru

$$f_f(\mu) = \frac{f(\mu) W(\mu)}{\int_{-\infty}^{\infty} f(x) W(x) dx} . \quad (3.76)$$

Je-li distribuční funkce výsledného rozdělení veličiny ξ se střední hodnotou $E\xi$ a rozptylem $D\xi$ v normovaném tvaru F , tak pro každé pevné μ bude

$$f_{\mu} = F\left(\frac{\Delta + \delta - E\xi}{\sqrt{D\xi}}\right) - F\left(\frac{\Delta - \delta - E\xi}{\sqrt{D\xi}}\right) , \quad (3.77)$$

takže hledaný plán je dán řešením integrální rovnice

$$\bar{f} = \int_{-\infty}^{\infty} f_{\mu} f_f(\mu) d\mu , \quad (3.78)$$

kde $\bar{f}$ je "podíl právě f základního souboru".

Konkrétně pro příklad uvedený v této kapitole bude $f_f(\mu) = 1/k$ pro k dostatečně velké, takže

$$f_f(\mu) = \left[\Phi\left(\frac{\sup Y_{r,s} - \mu}{\sigma} \sqrt{n}\right) - \Phi\left(\frac{\inf Y_{r,s} - \mu}{\sigma} \sqrt{n}\right) \right] / \int_{-\infty}^{\infty} \left[\Phi\left(\frac{\sup Y_{r,s} - \mu}{\sigma} \sqrt{n}\right) - \Phi\left(\frac{\inf Y_{r,s} - \mu}{\sigma} \sqrt{n}\right) \right] d\mu , \quad (3.79)$$

přičemž dále

$$f_{\mu} = \Phi\left(\frac{\Delta + \delta - \mu}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{\Delta - \delta - \mu}{\sigma}\right) . \quad (3.80)$$

Další řešení je možné zpravidla jen numericky. Speciálně o výpočtu plánu ze vztahů (3.72) a (3.73) se zmiňují v závěru kap. 4. Prvním a dost přesným odhadem může být $\bar{y}_{1,0,5}$.

Ne vždy je však použití takového plánu správné. Předpokládejme, že tzv. žádanou úroveň výroby (v americké literatuře označovanou jako Acceptable Quality Level - AQL) je $1 - \rho$. Tzn., že všechny dodávky obsahující podíl $1 - \rho$ vadných kusů budou odběratelem přijaty s pravděpodobností blízkou 1. Plán analýzy seřízení založený na podílu alespoň ρ je nanejvýše rozumný. Ovšem za jistých předpokladů lze použít plán analýzy seřízení založený na podílu právě ρ , např. když součástí všech realizací smícháme (mechanické smíchání rozdělení) a znovu náhodně vybrané dodávky budou obsahovat podíl právě ρ vadných kusů. Pravděpodobnost přijetí takových dodávek je také blízká 1 (i když riziko dodavatele se zvýší), ovšem analýza seřízení bude provedena s menší námahou.

Je možné říci, že mnohdy je obtížnější pro dané konkrétní podmínky určit, co od statistické analýzy očekáváme, než samotný výpočet, který by se skládal z řešení komplikovaných transcendentních rovnic, nepředstavuje při použití výpočetní techniky velký problém.

4. NUMERICKÁ ŘEŠENÍ

Jak vyplývá z předcházející kapitoly, tak analýza seřazení vyžaduje řešení mnohdy značně komplikovaných numerických úloh. Bylo by jistě zcela absurdní požadovat např. na seřizovači, aby během seřizování řešil i transcendentní rovnice uvedené v předcházející kapitole. Naopak všechna tato řešení mu musí být dána a priori a v přijatelné formě.

Netvrdím, že úlohu uvedených typů nelze řešit ručně. Vlastně je to pouze otázka, kolik času (a trpělivosti) pro ruční řešení máme k dispozici. Ale zcela obecně lze říci, že se jedná o úlohy takřka klasického typu, jejichž efektivní řešení zvládne v rozumném čase pouze číslicový počítač. Proto se v této kapitole zabývám numerickým řešením uvedených úloh pomocí číslicového počítače.

Výsledky prezentuji ve formě obvyklé v moderní literatuře, tzn. matematické formulace plus odpovídající podprogram ve vyšším programovacím jazyku. Volil jsem záměrně programovací jazyk FORTRAN IV, neboť technikům je nejbližší a navíc je zde možnost předkompilace. Vývojové diagramy neřeknou o řešení více (spíše naopak) a vůbec není těžké převést dále uváděné podprogramy např. do ALGOLu. Ostatně některé podprogramy byly z publikačního ALGOLu převedeny do FORTRANu IV.

4.1 Integrální funkce rozdělení

Výpočet integrálních funkcí rozdělení pravděpodobnosti představuje pouze zdánlivě jakýsi okrajový problém. Při řešení úloh z teorie pravděpodobnosti a matematické statistiky mají však tyto výpočty fundamentální význam. Uvádím pouze ty

integrální funkce rozdělení, které jsou dále využívány na vyšších stupních výpočtů.

Nejčastěji se vyskytující úlohou je výpočet integrální funkce rozdělení Gaussova-Laplaceova :

$$\Phi_{-\infty}(x) = \int_{-\infty}^x \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{w^2}{2}} dw \quad (4.1)$$

V převážné většině praktických případů výpočtu $\Phi(x)$ je postačující aproximace podle /12/ :

$$\Phi(x) = 0,5 \left[1 - \left(\sum_{i=1}^6 a_i x^i \right)^{-16} \right] \quad (4.2)$$

pro kladné x . Přitom

$$\Phi_{-\infty}(x) = 0,5 + \Phi(x), \quad (4.3)$$

$$\Phi(-x) = -\Phi(x) \quad (4.4)$$

s hodnoty konstant a_i jsou zřejmé z připojeného podprogramu FLG (na str.49). Absolutní chyba je menší než $1,53 \cdot 10^{-7}$.

Mnohem přesněji, až na malý interval x na plnou délku mantisy, počítá podprogram FLG3 (str.50-1). Jádrem je algoritmus uvedený v lit. /13/ s úpravami uvedenými v lit. /1/ a /14/. V principu podprogram počítá následovně.

Není těžké např. pro $x = 6$ spočítat

$$\Phi_{\infty}(x) = 1 - \Phi_{-\infty}(x) = 0,9865875 \cdot 10^{-9}.$$

Ovšem právě při odečítání se nám v závislosti na délce mantisy

Line	reladr	fortran	source program
1	0		
2	0 c		distribucni funkce normalniho rozdeleni
3	0 c		aproximace podle hastingse
4	0		
5	0		function flg(x)
6	16		b=abs(x)
7	20		if (b-5.2)1,1,2
8	23	2	flg=0.
9	24		go to 3
10	25	1	flg=1.+b*(4.9867346967e-2+b*(2.114100615e-2
11	25		/+b*(3.2776263241e-3+b*(3.8003575e-5+b*
12	25		/(4.8810635643e-5+b*5.382975e-6))))
13	41		flg=0.5/flg**16
14	47	3	if (x)4,4,5
15	52	5	flg=1.-flg
16	54	4	return
17	55		end
18	55		
19	55		
20	55		more

number of errors none
program unit inserted

konkrétního počítače přesná čísla ztrácí. Uvážíme-li, že

$\Phi_{\infty}(-1,28) \approx 0,1$, tak se zdá nejvýhodnější, aby na výstupu
podprogramu byly tyto hodnoty :

$$\Phi(x) , \quad |x| < 1,28 ,$$

$$\Phi_{-\infty}(x) , \quad x \leq -1,28 ,$$

$$\Phi_{\infty}(x) , \quad x \geq 1,28 .$$

Protože však při $|x|$ o málo větším než 1,28 vznikají potíže
při přímém výpočtu $\Phi_{\infty}(x)$ (semidivergentní řada), počítá
podprogram $\Phi_{-\infty}(x)$ pro $x < 0$ a $\Phi_{\infty}(x)$ pro $x > 0$, ovšem tak,
že pro $x \in \langle -3,5 ; 2,32 \rangle$ se použije konvergentní řady

line	reladr	fortran	source program
1	0		
2	0	c	normalni rozdeleni, typ=.t.-doplnek
3	0	c	distribucni funkce, typ=.f.-distribucni
4	0	c	funkce, algoritmus i.d.hill-s.a.joyce-
5	0	c	a.g.adams
6	0		
7	0		function flg3(x, typ)
8	0		logical typ, typv
9	33		if (x.ne.0.) go to 1
10	42		flg3=0.5
11	43		return
12	44	1	typv=x.gt.0.
13	47		typv=typ.and.typv.or..not.typ.and..not.typv
14	56		b=abs(x)
15	60		x2=x*x
16	62		y=0.3989422804*exp(-0.5*x2)
17	67		r=y/b
18	71		if (r) 2, 2, 9
19	74	9	r=3.5
20	75		if (typv) r=2.32
21	100		if (b.gt.r) go to 4
22	104		y=y*b
23	105		flg3=y
24	106		s=y
25	107		r=3.
26	110	5	y=y*x2/r
27	112		flg3=flg3+y
28	113		if (flg3-s) 6, 6, 7
29	116	7	s=flg3
30	117		r=r+2.
31	120		go to 5
32	121	6	if (typv) go to 8
33	124		flg3=0.5+flg3
34	126		return
35	127	8	flg3=0.5-flg3
36	131		return
37	132	4	a1=2.
38	133		a2=0.
39	134		t=x2+3.
40	136		p1=y
41	137		q1=b
42	140		p2=(t-1.)*y.
43	142		q2=t*b
44	144		r=p1/q1
45	146		flg3=p2/q2
46	150		if (typv) go to 12
47	153		r=1.-r
48	155		flg3=1.-flg3
49	157	12	t=t+4.
50	160		a1=a1-8.

```

51 161      a2=a1+a2
52 163      s=a2*p1+t*p2
53 167      p1=p2
54 170      p2=s
55 171      s=a2*q1+t*q2
56 175      q1=q2
57 176      q2=s
58 177      if (q2.lt.1e+15), 0 to 10
59 203      q1=q1*1e-15
60 204      q2=q2*1e-15
61 205      p1=p1*1e-15
62 206      p2=p2*1e-15
63 207      10 s=r
64 210      r=f lg 3
65 211      f lg 3=p2/q2
66 213      if (typv), 0 to 11
67 216      f lg 3=1.-f lg 3
68 220      11 if (r-f lg 3) 12, 14, 12
69 223      14 if (s-f lg 3) 12, 3, 12
70 226      2 f lg 3=1.
71 227      if (typv) f lg 3=0.
72 232      3 return
73 233      end
74 233
75 233
76 233
77 233
78 233 monr

```

number of errors none
program unit inserted

$$\Phi(x) = \Phi'(x) \left(x + \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{3.5} + \frac{x^7}{3.5.7} + \dots \right) \quad (4.5)$$

a pro $x \notin \langle -3,5 ; 2,32 \rangle$ se používá semidivergentní řady,
ale ve tvaru řetězového zlomku :

$$\Phi_{\infty}(x) = \frac{\Phi'(x)}{x} \left(1 + \frac{-1}{x^2 + 3} + \frac{-6}{x^2 + 7} + \right. \\ \left. + \frac{-20}{x^2 + 11} + \frac{-42}{x^2 + 15} + \frac{-72}{x^2 + 19} + \dots \right). \quad (4.6)$$

Protože $\Phi_{-\infty}(-2,32) = 0,01$, ztrácíme tím ev. jen 1 přesnou
číslici mantisy.

V podprogramu FLG3 je navíc jedná formální proměnná TYP typu LOGICAL, pomocí které lze určit formu výstupu :

$$TYP = .TRUE. \Rightarrow FLG3 \leftarrow \phi_{\phi}(x)$$

$$TYP = .FALSE. \Rightarrow FLG3 \leftarrow \phi_{-\infty}(x)$$

Dále je do podprogramu zabudována pojistka proti "přeplnění" (LINE 58-62), což je v podstatě krácení jedné z postupných aproximací řady (4.6) hodnotou 10^{15} , kterou jsem vyzkoušel s ohledem na zobrazovací možnosti počítače MINSK 22.B.Holmgren pro počítač GE-625, který pracuje s 28-bitovou mantisou a exponentem do 10^{38} používá konstantu 10^{30} . Pro konkrétní typy počítačů není těžké nalézt vhodnou konstantu.

Dále uvádím podprogram FCHIQ (str. 53) pro výpočet integrální funkce χ^2 -rozdělení :

$$F_{\chi^2}(x, k) = \int_0^x \frac{y^{\frac{1}{2}k-1} e^{-\frac{1}{2}y}}{2^{\frac{k}{2}} \Gamma(\frac{k}{2})} dy, \quad x \geq 0, k \geq 1, \quad (4.7)$$

kde k je počet stupňů volnosti a Γ je symbol Eulerovy funkce 2. druhu. Je použito rekurentního vzorce :

$$F_{\chi^2}(x, k) = F_{\chi^2}(x, k-2) - e^{-\frac{1}{2}x} \frac{(\frac{1}{2}x)^{\frac{1}{2}k-1}}{\Gamma(\frac{k}{2})}, \quad (4.8)$$

$$F_{\chi^2}(x, 1) = 2 \left[\phi(\sqrt{x}) - 0,5 \right], \quad (4.9)$$

$$F_{\chi^2}(x, 2) = 1 - e^{-\frac{1}{2}x}. \quad (4.10)$$

Pro případ, kdy se $e^{-\frac{1}{2}x}$ zobrazí jako $\emptyset$, je v podprogramu přechod k $\ln$ a pak zpět pomocí funkce EXP.

line	reladr	fortran	source program
1	0		
2	0	c	distribucni funkce chi-kvadrat rozdeleni
3	0		
4	0		function fchiq(x,n,nmax)
5	0		logical nsude
6	27		if(x.lt.0..or.n.lt.1)stop
7	44		if(n.gt.nmax)go to 21
8	50		nsude=n/2*2.eq.n
9	63		a=x/2.
10	65		k=(n-1)/2
11	71		y=exp(-a)
12	76		if(y)11,11,7
13	101	7	if(nsude)go to 1
14	104		fchiq=2.*flg3(sqrt(x),.false.)-1.
15	114		go to 2
16	115	1	fchiq=1.-y
17	117	2	if(n.le.2)return
18	124		if(nsude)go to 3
19	127		e=0.564189583548/sqrt(a)
20	131		
21	131	c	0.564189583548=1/sqrt(pi)
22	134		
23	134		p=0.5
24	135		go to 4
25	136	3	e=1.
26	137		p=0.
27	140	4	s=0.
28	141		do 5 i=1,k
29	142		e=e*a/(float(i)-p)
30	152	5	s=s+e
31	156		fchiq=fchiq-y*s
32	161	6	if(fchiq.lt.0.)fchiq=0.
33	169		return
34	166	11	fchiq=1.
35	167		if(nsude)go to 12
36	172		e=0.572364942925
37	172		
38	172	c	0.572364942925=alog(sqrt(pi))
39	173		
40	173		p=0.5
41	174		go to 13
42	175	12	e=0.
43	176		p=0.
44	177	13	s=alog(a)
45	202		do 14 i=1,k
46	203		y=1
47	206		e=alog(y-p)+e
48	213	14	fchiq=fchiq-exp(y*s-a-e)
49	225		go to 6
50	226	21	p=n

```

51 231      p=sqrt(4.5*p)*((x/p)**0.333333333333
52 236      /+0.222222222222/p-1.)
53 246      fchiq=f lg3(p,.false.)
54 254      return
55 255      end
56 255
57 255 monk

```

number of errors none
program unit inserted

Pro případ, kdy počet stupňů volnosti $k > k_{max}$ (formální parametr n_{max}), je použito aproximace

$$F_{\chi^2}(x, k) \doteq \Phi \left[\sqrt{4.5k} \left(\sqrt{\frac{x}{k}} + \frac{2}{9k} - 1 \right) \right], \quad (4.11)$$

která již pro $k > 40$ dává přesná 3 desetinná místa. Doporučuji proto za skutečný parametr, který se dosezuje za n_{max} , dát číslo větší než 40.

Při vylučování tzv. "odchýlených normálních pozorování" počítám s integrální funkcí rozdělení ve tvaru :

$$\begin{aligned}
 F_V(x, k) &= 0,5 + \operatorname{sgn} x \cdot \mathcal{H}(k) \int_0^w (1-y^2)^{\frac{k-4}{2}} dy = \\
 &= 0,5 + \operatorname{sgn} x \cdot G_V(w, k), \quad |x| < \sqrt{k-1}, \quad (4.12)
 \end{aligned}$$

$$F_V(x, k) = 0, \quad x \leq -\sqrt{k-1}, \quad (4.13)$$

$$F_V(x, k) = 1, \quad x \geq \sqrt{k-1}, \quad (4.14)$$

kde

$$w = |x| / \sqrt{k-1}, \quad (4.15)$$

line	reladr	fortran	source program
1	0		
2	0	c	vylucovani odchylenych pozorovani
3	0		
4	0		function fv(x,n)
5	24		if (n.le.2) stop
6	36		fv=sqrt(float(n-1))
7	46		if (x-fv)1,2,2
8	51	2	fv=1.
9	52		return
10	53	1	if (x+fv)3,3,4
11	56	3	fv=0.
12	57		return
13	60	4	w=abs(x)/fv
14	62		s=1.-w**2
15	70		if (n/2*2.eq.n) go to 5
16	104		g=0.3183098861838
17	105		r=w/sqrt(s)
18	112		fv=g*atan(r)
19	115		go to 6
20	116	5	g=0.5
21	117		r=w
22	120		fv=g*r
23	122	6	i=n/2*2-n+4
24	131	9	if (i-n)7,8,8
25	134	7	i=i+2
26	135		t=i-3
27	142		g=g*t/(t-1.)
28	150		r=r*s
29	151		fv=fv+g*r/t
30	154		go to 9
31	155	8	fv=0.5+fv*sign(1.,x)
32	161		return
33	162		end
34	162		
35	162	monop	

number of errors none
program unit inserted

$$\mathcal{H}(k) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \frac{\Gamma(\frac{k-1}{2})}{\Gamma(\frac{k-2}{2})} \quad , \quad (4.16)$$

viz např. /4/.

Tento výpočet realizuje podprogram FV uvedený na této straně. Algoritmus je následující :

$$G_v(w, k) = \frac{\mathcal{H}(k)}{k-3} w (1-w^2)^{\frac{k-4}{2}} + G_v(w, k-2), \quad (4.17)$$

$$G_v(w, 3) = \arcsin w, \quad (4.18)$$

$$G_v(w, 4) = w, \quad (4.19)$$

$$\mathcal{H}(k) = \frac{k-3}{k-4} \mathcal{H}(k-2), \quad (4.20)$$

$$\mathcal{H}(3) = 1/\pi, \quad (4.21)$$

$$\mathcal{H}(4) = 1/2. \quad (4.22)$$

Pomocí této integrální funkce lze vyloučit např. u χ^2 -testu normality chybně načtené hodnoty vstupního souboru. Existuje i transformace na rozdělení Studentovo (viz např. /4/).

U iteračního testu náhodnosti počítám s funkcí rozdělení diskrétní náhodné veličiny η ve tvaru :

$$P\{\eta \leq u'\} = \binom{m+n}{n} \sum_{u=2}^{u'} r(u), \quad (4.23)$$

$$r(u) = \binom{m-1}{k-1} \binom{n-1}{k-1} \cdot 2, \quad u \text{ sudé}, k = u/2, \quad (4.24)$$

$$r(u) = \binom{m-1}{k-1} \binom{n-1}{k-2} + \binom{m-1}{k-2} \binom{n-1}{k-1}, \quad u \text{ liché}, k = \frac{u+1}{2}, \quad (4.25)$$

kde m, n, u' jsou přirozené čísla.

Výpočet realizuje podprogram FITER (str.57-8), kde za formální parametr u se dosazuje u' ! Přitom

line	reladr	fortran	source program
1	0		
2	0	c	rozdeleni poctu iteraci
3	0		
4	0		function fiter(u,m,n)
5	0		integer u
6	30		if (m.lt.1.or.n.lt.1.or.u.lt.2) stop
7	50		if (m-n) 1,1,2
8	53	1	mm=m
9	54		nn=n
10	55		go to 3
11	56	2	mm=n
12	57		nn=m
13	60	3	max=2*n+1
14	62		if (m.eq.n) max=max-1
15	71		if (u.lt.max) go to 4
16	75		fiter=1.
17	76		return
18	77	4	p=1.
19	100		rm=float(m+n)/2.
20	106		do 5 i=1,mm
21	107		a=float(i)/float(nn+1)
22	121		if (p*a) 6,6,5
23	124	5	p=p*a
24	130		a=2.
25	131		fiter=a
26	132		if (u.eq.2) go to 7
27	141		max=-1
28	143		do 8 i=3,u
29	144		if (max) 9,9,10
30	147	9	k=(i+1)/2-1
31	153		b=a*(rm/float(k)-1.)
32	161		fiter=fiter+b
33	162		go to 8
34	163	10	k=i/2-1
35	167		a=a*float(m-k)*float(n-k)/float(k**2)
36	214		fiter=fiter+a
37	215	8	max=-max
38	221	7	fiter=fiter*p
39	222		return
40	223	6	max=i
41	224		p=log(p)
42	227		do 11 i=max,mm
43	230	11	p=p+log(float(i)/float(nn+1))
44	250		a=0.69314718056
45	250		
46	250	c	0,6931471805599453....=log(2)
47	251		
48	251		fiter=exp(a+p)
49	256		if (u.eq.2) return
50	265		max=-1

```

51 267      do 12 i=3,u
52 270      if (max)13,13,14
53 273      13 k=(i+1)/2-1
54 277      b=a+alog (rm/float(k)-1.)
55 307      fiter=fiter+exp(b+p)
56 314      go to 12
57 315      14 k=i/2-1
58 321      a=a+alog (float(m-k)*float(n-k)/float(k)**2)
59 347      fiter=fiter+exp(a+p)
60 354      12 max=-max
61 360      return
62 361      end
63 361
64 361
65 361
66 361 mon#

```

number of errors none
program unit inserted

$$P\{\eta \leq 2m\} = 1, \quad m = n, \quad (4.26)$$

$$P\{\eta \leq 2 \min(m, n) + 1\} = 1, \quad m \neq n \quad (4.27)$$

a pokud lze zobrazit $\binom{m+n}{n}$, tak

$$\binom{m+n}{n}^{-1} = \frac{n!}{(m+n)(m+n-1)\dots(m+1)}, \quad n \leq m, \quad (4.28)$$

$$\binom{m+n}{n}^{-1} = \frac{m!}{(m+n)(m+n-1)\dots(n+1)}, \quad m < n, \quad (4.29)$$

$$r(u) = \frac{(m-k+1)(n-k+1)}{(k-1)^2} r(u-2), \quad (4.30)$$

u sudé, $k = u/2$,

$$r(u) = \left[\frac{m+n}{2(k-1)} - 1 \right] r(u-1), \quad u \text{ liché}, k = (u+1)/2, \quad (4.31)$$

$$r(2) = 2. \quad (4.32)$$

Pochopitelně platí :

$$P\{\eta \leq u'\} = \sum_{u=2}^{u'} e^{\ln[r(u) - \ln\binom{m+n}{n}]} , \quad (4.33)$$

což je využito pro začáteční fázi výpočtu v případech, kdy nelze zobrazit $\binom{m+n}{n}$.

4.2 Test náhodnosti

V této kapitole popisují podprogram pro tzv. iterační test, pomocí kterého lze ověřit, zda danou posloupnost $x_1, x_2, \dots, x_n$ lze považovat za nezávislá pozorování téže náhodné veličiny. Tento test není vzhledem k jiným testům právě statisticky nejsilnější, ovšem je relativně jednoduchý a neodvislý od typu rozdělení. Hodí se právě pro ověření podmínek, vytyčených již ve 2. kapitole.

Test je naprogramován jako vlastní procedura ITETES (str. 60-2), přičemž význam formálních parametrů je vysvětlen v poznámkách (LINE 9-16). V této jednoduché podobě je možné test programovat i ve formě např. LOGICAL FUNCTION ITETES a pak by odpadl formální parametr PLATI na výstupu.

Po jednotlivých krocích, oddělených ve zdrojovém programu poznámkami, pracuje tento podprogram následovně. V prvním kroku se vyhledá medián posloupnosti $x_1, x_2, \dots, x_n$, uložené v poli X typu REAL dimenze N (LINE 27-53). Je pravda, že právě tato část podprogramu je velmi těžkopádná a pomalá a že jsou známy velmi efektivní algoritmy pro vyhledání mediánu (mezinárodně zaříděné pod SORTING). Není těžké přepsat do

Line	reladr	fortran	source	program
1	0			
2	0	c	iteracni test	
3	0			
4	0		subroutine itetes(x,n,alfa,typ,tisk,plati)	
5	0		logical plati	
6	0		integer typ,tisk	
7	0		dimension x(n)	
8	0			
9	0	c	x je posloupnost n prvku	
10	0	c	alfa je hladina vyznamnosti testu	
11	0	c	typ:1....test na maly pocet iteraci	
12	0	c	typ:2....test na velky pocet iteraci	
13	0	c	typ:3....test na maly i velky pocet iteraci	
14	0	c	tisk je cislo vystupniho zarizeni pro tisk	
15	0	c	plati=.true.-hypotezu nahodnosti prijimame	
16	0	c	plati=.false.-hypotezu nahodnosti zamitame	
17	37			
18	37		if (typ.lt.1.or.typ.gt.3)stop	
19	54		if (tisk.lt.0)stop	
20	65		if (alfa.lt.0..or.alfa.gt.1.)stop	
21	102		if (typ.eq.3.and.alfa.ge.0.5)stop	
22	123		write(tisk,1)	
23	130		1 format(//2x,83(1h+)//2x,40h	overovani nahod
24	130		/nosti podle poctu iteraci/2x,40(1h=)/)	
25	130			
26	130	c	hledej median	
27	175		k=n/2	
28	201		xmin=-1e+18	
29	203		j=0	
30	204		5 j=j+1	
31	205		dxmin=1e+18	
32	206		do 2 i=1,n	
33	207		if (x(i)-dxmin)3,2,2	
34	220		3 if (x(i).gt.xmin)dxmin=x(i)	
35	241		2 continue	
36	244		xmin=dxmin	
37	245		jiskok=-1	
38	247		do 4 i=1,n	
39	250		if (x(i).eq.xmin) jiskok=jiskok+1	
40	265		4 continue	
41	270		j=j+jiskok	
42	271		if (j-k)5,6,7	
43	274		7 edian=xmin	
44	275		go to 9	
45	276		6 dxmin=1e+18	
46	277		do 10 i=1,n	
47	300		if (x(i)-dxmin)11,11,10	
48	311		11 if (x(i).gt.xmin)dxmin=x(i)	
49	332		10 continue	
50	335		if (2*(n/2).ne.n)go to 8	


```

51 351      edian=(xmin+dxmin)/2.
52 353      go to 9
53 354      8 edian=dxmin
54 354
55 354 c    spocti iterace
56 355      9 ip1=0
57 356      ip2=0
58 357      iterac=1
59 360      do 12 i=1,n
60 361      if (x(1)-edian)13,12,14
61 372      12 continue
62 375      go to 51
63 376      13 ka=0
64 377      ip1=ip1+1
65 400      go to 15
66 401      14 ka=1
67 402      ip2=ip2+1
68 403      15 i=i+1
69 404      do 16 j=1,n
70 405      if (x(j)-edian)17,16,18
71 416      17 kb=0
72 417      ip1=ip1+1
73 420      go to 19
74 421      18 kb=1
75 422      ip2=ip2+1
76 423      19 if (ka-kb)20,16,20
77 426      20 iterac=iterac+1
78 427      ka=kb
79 430      16 continue
80 430
81 430 c    spocti hladinu vyznamnosti
82 433      51 go to(21,22,23),typ
83 440      21 av=fiter(iterac,ip1,ip2)
84 451      25 plati=.true.
85 452      if (av.le.alfa)plati=.false.
86 457      go to 24
87 460      22 av=1.-fiter(iterac-1,ip1,ip2)
88 473      go to 25
89 474      23 av=fiter(iterac,ip1,ip2)
90 505      av1=1.-fiter(iterac-1,ip1,ip2)
91 520      plati=.true.
92 521      if (av.le.alfa/2..or.av1.le.alfa/2.)
93 521      /plati=.false.
94 534
95 534 c    tisk protokolu
96 535      24 write(tisk,26)n,edian,ip1,ip2,iterac
97 555      26 format(/2x,20hpocet prvku souboru:,15//2x
98 555      /,20hmedian posloupnosti:,15.6//2x,20hpocet
99 555      / prvku 1.druhu:,15//2x,20hpocet prvku 2.dru
100 555      /hu:,15//2x,14hpocet iteraci:,15//2x,16hcitl
101 555      /ivost testu:)
102 665      go to (27,28,29),typ
103 672      27 write(tisk,30)
104 677      30 format(2x,69hvzestupna i sestupna tendence
105 677      /,dlouha periodicita,nahla zmena

```



```

106 677      / podmínek)
107 723      go to 33
108 724      28 write(tisk,31)
109 731      31 format(2x,51hkratka periodicita,odpuzovani s
110 731      /ousednich pozorovani)
111 752      go to 33
112 753      29 write(tisk,32)
113 760      32 format(2x,74htendence,periodicita,nahla zme
114 760      /na podmínek,odpuzovani sousednich pozorovani)
115 1005      33 write(tisk,34)alfa
116 1015      34 format(/2x,27hzadana hladina vyznamnosti:,
117 1015      /f10.5/)
118 1040      37 format(2x,81hpravdepodobnost,ze pocet iteraci
119 1040      / bude mensi nebo roven vypoctenemu poctu iterac
120 1040      /i:,f10.5)
121 1071
122 1071      36 format(2x,81hpravdepodobnost,ze pocet iteraci
123 1071      /bude vetsi nebo roven vypoctenemu poctu iteraci
124 1071      /:,f10.5)
125 1122      go to(35,38,39),typ
126 1127
127 1127
128 1127      35 write(tisk,37)av
129 1137      go to 40
130 1140      38 write(tisk,36)av
131 1150      go to 40
132 1151      39 write(tisk,37)av
133 1161      write(tisk,36)av1
134 1171      40 if(plati)go to 41
135 1174      write(tisk,42)
136 1201      go to 43
137 1202      41 write(tisk,44)
138 1207      43 write(tisk,45)
139 1214      44 format(/2x,59hhypotezu nahodnosti pri
140 1214      /jimame na zadane hladine vyznamnosti)
141 1240      42 format(/2x,58hhypotezu nahodnosti zam
142 1240      /itame na zadane hladine vyznamnosti)
143 1263      45 format(2x,83(1h+)/)
144 1300      return
145 1301      end
146 1301
147 1301      mona

```

number of errors none
program unit inserted

FORTRANu rekursivní algolskou proceduru partition s generátorem náhodných čísel. Mediám pak najdeme mnohonásobně rychleji, ale sestava bude nejen složitější, ale vždy dojde alespoň k částečnému přerovnání posloupnosti, což by v našem případě znamenalo pracovat s dalším polem, ve kterém bychom přerovnání

mohli provést. Toto pole by již nebylo proměnné dimenze. Pokud však nejsme omezení kapacitou operační paměti, je možné na LINE 27-53 provést náhradu, což v mém případě bylo prováděno voláním vlastní procedury FIND v jazyku FORTRAN IV, předkompilované na MT. Procedura FIND je přepisem rekursivní algolské procedury find (viz např. /2/), volající proceduru partition.

V dalším kroku (LINE 56-79) se počítá počet iterací. Prvky x_i menší než medián jsou označeny jako prvky 1. druhu a větší než medián jako prvky 2. druhu. Prvky rovné mediánu se vynechávají. Iteraci pak tvoří každá skupina sousedních prvků stejného druhu (viz např. /8/).

Za předpokladu náhodnosti a nezávislosti je počet iterací náhodnou veličinou s daným rozdělením (viz kap. 4.1). Další operátor (LINE 82-93) již vypočtenou pravděpodobnost porovnává se zadanou hladinou významnosti testu a výsledek testu ukládá na logickou proměnnou PLATI. Dále je již tisk protokolu o iteračním testu.

Podprogram umožňuje volbu tří typů tohoto testu a to podle hodnoty skutečného parametru, který se dosazuje za formální parametr INTEGER TYP (1 - 3). V případě obrábění přichází v úvahu test typu 1, který je citlivý hlavně na vzestupné a sestupné tendence.

4.3 Neparametrický test shody

Jako neparametrický test shody uvádím nejprve χ^2 -test ve formě vlastní procedury CHITES (str. 64-8). Na vstupu jsou výběry x_i , $i = 1, 2, \dots, n$ (REAL DIMENSION X(N)), zadané hladiny významnosti testu (ALFA) a proměnná TISK typu

line reladr fortran source program

```

1      0
2      0 c      chi-kvadrat test normality
3      0
4      0      subroutine chites(x,n,alfa,tisk,
5      0      /ap,sd,plati,roz)
6      0      integer tisk,test
7      0      logical plati,roz
8      0      dimension x(n),lir(3),r(20),s(20),
9      0      /ni(20),y(20),z(20),prob(20),kikv(20),
10     0      /p(3)
11     304      write(tisk,100)
12     307
13     307 c      operator 1
14     311      m=n-1
15     313      do 1 i=1,m
16     314          l=i
17     315      3 k=l+1
18     317          if (x(l)-x(k))1,1,2
19     340      2 change=x(k)
20     347          x(k)=x(l)
21     364          x(l)=change
22     372          l=l-1
23     373          if (l)1,1,3
24     376      1 continue
25     376 c      end operator 1
26     376
27     376 c      operator 2
28     401      ip=1
29     402      ik=n
30     403      ivyl=0
31     404      write(tisk,101)
32     411      9 s1=0.
33     412          s2=0.
34     413          do 4 i=ip,ik
35     414              s1=s1+x(i)
36     423      4 s2=s2+x(i)**2
37     437          rna=float(ik-ip+1)
38     444          ap=s1/rna
39     446          sd=sqrt(s2/rna-ap**2)
40     446 c      end operator 2
41     460
42     460 c      operator 3
43     461          if (1.-(fv((ap-x(ip))/sd,ik-ip+1)).
44     477          /**(ik-ip+1).lt.alfa),go to 5
45     512          if (1.-(fv((x(ik)-ap)/sd,ik-ip+1)).
46     527          /**(ik-ip+1).lt.alfa),go to 6
47     542          go to 7
48     543      5 xx=x(ip)
49     552          ip=ip+1
50     553          go to 8

```



```

51 554      6 xx=x(ik)
52 563      ik=ik-1
53 564      8 write(tisk,102)xx
54 574      ivyl=ivyl+1
55 575      go to 9
56 576      7 write(tisk,103)ivyl
57 576 c    end operator 3
58 601
59 601 c    operator 4
60 606      xv=0.
61 607      k=n/11
62 613      do 58 i=1,k
63 614      xv=(3.14159265+xv)**8
64 620      58 xv=xv-float(if ix(xv))
65 632      test=0
66 633      min=6
67 634      do 10 i=1,3
68 635      10 ltr(i)=0
69 642      i=1
70 643      if(i.eq.1)go to 13
71 652      39 moz=min
72 653      do 11 j=1,3
73 654      do 11 k=1,min
74 655      if(ltr(j).eq.k)moz=moz-1
75 666      11 continue
76 674      if(moz)12,12,13
77 677      13 xv=(3.14159265+xv)**8
78 703      xv=xv-float(if ix(xv))
79 712      ltr(i)=if ix(1.+float(min)*xv)
80 723      if(i.eq.1)go to 68
81 732      k=i-1
82 734      do 14 j=1,k
83 735      if(ltr(i)-ltr(j))14,13,14
84 746      14 continue
85 746
86 746 c    pocet trid
87 751      68 m=if ix(3.322*a log 10(rna)+ltr(i)+0.5)
88 766
89 766 c    sirka trid
90 767      h=(x(ik)-x(ip))/float(m-1)
91 1013
92 1013 c    hranice trid
93 1016      r(1)=x(ip)+h/2.
94 1027      do 15 j=2,m
95 1030      15 r(j)=r(j-1)+h
96 1032
97 1032 c    stredy trid
98 1037      s(1)=r(1)-h/2.
99 1043      do 16 j=2,m
100 1044      16 s(j)=(r(j)+r(j-1))/2.
101 1044 c    end operator 4
102 1052
103 1052 c    operator 5
104 1057      do 17 j=1,m
105 1060      17 ni(j)=0

```

```

106 1065      do 18 j=1p,1k
107 1066      do 19 lk=1,m
108 1067      if (x(j).lt.r(lk)) go to 20
109 1105      19 continue
110 1110      20 ni(lk)=ni(lk)+1
111 1114      18 continue
112 1114 c      end operator 5
113 1114
114 1114 c      operator 6
115 1117      sum=0.
116 1120      do 21 j=1,m
117 1121      21 sum=sum+s(j)
118 1127      sum=sum/float(m)
119 1133      do 22 j=1,m
120 1134      if (sum-s(j).le.h/2.) go to 23
121 1147      22 continue
122 1152      23 poc=s(j)
123 1155      do 24 j=1,m
124 1156      24 y(j)=(s(j)-poc)/h
125 1166      sy=0.
126 1167      syy=0.
127 1170      do 25 j=1,m
128 1171      yy=y(j)*float(ni(j))
129 1203      sy=sy+yy
130 1204      yy=yy*y(j)
131 1207      25 syy=syy+yy
132 1207 c      end operator 6
133 1207
134 1207 c      operator 7
135 1213      ypruh=sy/rna
136 1215      ap=ypruh*h+poc
137 1217      sd=sqrt(h**2*((syy-ypruh*sy)/
138 1225      /(rna-1.)-0.083333333333))
139 1225 c      end operator 7
140 1236
141 1236 c      operator 8
142 1237      mik=0
143 1240      mak=m/5+1
144 1244      pr=0.
145 1245      do 28 j=1,m
146 1246      if (j-m)51,52,52
147 1251      51 z(j)=(r(j)-ap)/sd
148 1256      prob(j)=float(z(j))-pr
149 1272      pr=prob(j)+pr
150 1275      go to 53
151 1276      52 prob(m)=1.-pr
152 1301      53 rnaa=rna*prob(j)
153 1304      if (rnaa.lt.1.) go to 29
154 1310      if (rnaa.lt.5.) mik=mik+1
155 1314      if (mik.gt.mak) go to 29
156 1320      28 continue
157 1320 c      end operator 8
158 1320
159 1320 c      operator 9
160 1323      test=test+1

```



```

161 1324      do 30 j=1,m
162 1325      30 h1kv(j)=(float(n1(j))-rna*
163 1333        /prob(j))*2/rna/prob(j)
164 1333      h1krit=0.
165 1354      do 31 j=1,m
166 1355      31 h1krit=h1krit+h1kv(j)
167 1363      pr=fch1q(h1krit,m-3)
168 1373      pr=1.-pr
169 1375      if (pr-alfa)32,33,33
170 1400      32 p(test)=-1.
171 1403      go to 34
172 1404      33 p(test)=1.
173 1406      34 z(m)=(r(m)-ap)/sd
174 1413      write(tisk,104)test,m
175 1425      write(tisk,105)
176 1432      do 35 it=1,m
177 1433      write(tisk,106)it,r(it),n1(it),
178 1451      /s(it),y(it),z(it),prob(it),h1kv(it)
179 1477      35 continue
180 1502      write(tisk,107)h1krit
181 1512      plati=.true.
182 1513      if (p(test).lt.0.)plati=.false.
183 1521      write(tisk,108)plati
184 1521 c      end operator 9
185 1524
186 1524 c      operator 10
187 1531      if (test-2)36,37,36
188 1534      37 if (p(test)*p(test-1))36,36,12
189 1544      36 if (test-3)38,12,12
190 1547      38 i=i+1
191 1550      go to 39
192 1551      29 min=ltr(1)
193 1554      if (min)12,12,39
194 1557      12 if (test)40,40,41
195 1562      40 roz=.false.
196 1563      plati=.false.
197 1564      write(tisk,109)
198 1571      go to 47
199 1572      41 if (test-1)42,42,43
200 1575      42 roz=.true.
201 1576      plati=.true.
202 1577      if (p(test).lt.0.)plati=.false.
203 1605      go to 48
204 1606      43 if (test-2)44,44,45
205 1611      44 if (p(test)*p(test-1))46,46,45
206 1621      46 roz=.false.
207 1622      plati=.false.
208 1623      write(tisk,110)
209 1630      go to 47
210 1631      45 roz=.true.

```



```

211 1632      plati=.false.
212 1633      if (p(test).gt.0.) plati=.true.
213 1642      48 write(tisk,111) plati
214 1652      47 write(tisk,112)
215 1652 c      end operator 10
216 1655
217 1655 c      formátové specifikace
218 1657      100 format(/2x,38hprotokol o chi-kvad
219 1657      /rat testu normality/2x,38(1h=)/)
220 1712      101 format(/2x,32h hodnoty vyloučených p
221 1712      /rvku: -/)
222 1732      102 format(f41.4/)
223 1743      103 format(/2x,24h počet vyloučených p
224 1743      /rvku=,15/)
225 1763      104 format(2x,10h tridění c.,11/2x,
226 1763      /11h počet tridí:,13/)
227 2011      105 format(2x,4hc.tr,5x,10h hra
228 2011      /nice tr,2x,7h četnost,3x,11h stre
229 2011      /d tridy,2x,9h nova prom,2x,12h no
230 2011      /ve hranice,2x,12h pribliz prob,
231 2011      /3x,8h scitance/2x,92(1h=))
232 2075      106 format(16,e15.6,18,e15.6,f9.0,
233 2075      /e16.6,f12.5,e13.6)
234 2137      107 format(2x,92(1h-)/2x,22h chi k
235 2137      /vadrat kritérium=,f8.3/)
236 2170      108 format(2x,15h vysledek testu:,l4//)
237 2207      109 format(/2x,37h oček. četnosti male,
238 2207      /testu nelze použít/2x,37(1h=))
239 2237      110 format(/2x,49h vysledek testu ne
240 2237      /jistý, výhodnější jsou jiné testy/
241 2237      /2x,43(1h=))
242 2271      111 format(/2x,23h konečný výsle
243 2271      /dek testu:,l4/2x,27(1h=))
244 2321      112 format(/2x,92(1h+))
245 2336      return
246 2337      end
247 2337
248 2337
249 2337 končí

```

number of errors none
program unit inserted

INTEGER, která definuje fyzikální jednotku pro tisk protokolu o testu. Výstup tvoří odhady střední hodnoty a směrodatné odchylky (AP, SD) a logické proměnné PLATI a ROZ. Na PLATI se ukládá výsledek testu a na ROZ doporučení o vhodnosti použití χ^2 -testu pro daný soubor.

Podprogram je uveden jako χ^2 -test normality. Testuje tedy hypotézu o normalitě základního souboru. Lze ho však použít i pro jiné rozdělení a to potlačením operátoru 2 a 3 a zařazením FLG mezi formální parametry. Pak ovšem FLG bude vnější funkce definující výpočet integrální funkce sledovaného rozdělení a v programové jednotce volající CHITES bude v popisu EXTERNAL.

Ve shodě s rozčleněním podprogramu do jednotlivých operátorů vyznačených poznámkami probíhá výpočet následovně :
Operátor 1 .

Přerovnává danou posloupnost $\{x_i\}$ v posloupnost $\{x'_i\}$ těchto prvků, kde však

$$x'_1 \leq x'_2 \leq \dots \leq x'_n . \quad (4.34)$$

V případě velkých n (např. pro MINSK 22 pro $n > 500$) doporučuji operátor 1 nahradit přepisem algolské procedury sort (viz /2/).

Operátor 2.

Výpočet $\bar{x}$ a s podle vztahů :

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i , \quad (4.35)$$

$$s^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 . \quad (4.36)$$

Operátor 3.

Provádí vylučování tzv. odchýlených pozorování, tzn. pro-
vření nejmenších resp. největších hodnot x'_i .

Vypočtené α_1 a α_2 , kde

$$\alpha_1 = 1 - \left[F_v \left(\frac{\bar{x} - x'_1}{s}, n \right) \right]^n, \quad (4.37)$$

$$\alpha_2 = 1 - \left[F_v \left(\frac{x'_n - \bar{x}}{s}, n \right) \right]^n \quad (4.38)$$

porovnává s hladinou významnosti a podle toho se ev. vylučují taková x_i , která jsou např. v důsledku chyby snímače špatně zobrazena anebo vůbec k základnímu souboru nepatří. Operátor 4.

Provádí třídění vstupních hodnot. Počet tříd se volí

$$m = 3,322 \log n + L, \quad (4.39)$$

kde L se vybírá náhodně z čísel 1, 2, ..., 6. Je nutné upozornit na to, že n je již zmenšeno o počet vyloučených x_i (nikoliv však na symbolické adrese N), takže např. pod x'_1 neoznačují dále první hodnotu x'_1 na vstupu, ale nejmenší nevyloučenou hodnotu x_i (podobně x'_n). Pak šířka tříd je dána vztahem

$$h = \frac{x'_n - x'_1}{m - 1}, \quad (4.40)$$

hranice tříd

$$r_j = r_{j-1} + h, \quad r_0 = x'_1 - h/2 \quad (4.41)$$

a středy tříd

$$r_{sj} = (r_j + r_{j-1})/2. \quad (4.42)$$

Operátor 5.

Provádí výpočet absolutních třídních četností c_j .

Operátor 6.

Volí počátek y_0 pro nové proměnné

$$y_j = (s_j - y_0) / h \quad (4.43)$$

a počítá pomocné hodnoty

$$\sum_{j=1}^m c_j y_j, \quad \sum_{j=1}^m c_j y_j^2 \quad (4.44)$$

Operátor 7.

Počítá aritmetický průměr a směrodatnou odchylku třídních dat :

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^m c_j y_j + y_0 \quad (4.45)$$

$$s^2 = \frac{h^2 \left(\sum_{j=1}^m c_j y_j^2 - \bar{y} \sum_{j=1}^m c_j y_j \right)}{\sum_{j=1}^m c_j y_j - 1} - \frac{h^2}{12} \quad (4.46)$$

Operátor 8.

Počítá očekávané četnosti $n \cdot \tilde{p}_j$, kde

$$\tilde{p}_j = \Phi\left(\frac{r_j - \bar{x}}{s}\right) - \Phi\left(\frac{r_{j-1} - \bar{x}}{s}\right) \quad (4.47)$$

Je-li alespoň jedno $n \cdot \tilde{p}_j < 1$ nebo 20% všech $n \cdot \tilde{p}_j < 5$, nedoporučuje se χ^2 -testu používat. Pro tento případ je v podprogramu přechod zpět k operátoru 4, kde se prověřuje nové třídění s menším počtem tříd, abychom dosáhli vyšších třídních četností.

Operátor 9.

Počítá $\chi^2_{\text{kriterium}}$ ze vztahu :

$$\chi^2_{\text{kriterium}} = \sum_{j=1}^m \frac{(c_j - n \cdot \tilde{p}_j)^2}{n \cdot \tilde{p}_j} \quad (4.48)$$

a pravděpodobnost α' ze vztahu :

$$\alpha' = F_{\chi^2}(\chi^2_{\text{kriterium}}, m - 3) \quad (4.49)$$

porovnává se zadanou hladinou významnosti testu. Výsledek testu se ukládá na PLATI.

Operátor 10.

Aby se vyloučil vliv počtu tříd na výsledek testu, celý postup od operátoru 4 se opakuje s jiným počtem tříd podle náhodně vybraného L . Ze šesti možností, které pro třídění podprogram CHITES připouští, se postup opakuje maximálně 3x, přičemž mohou nastat tyto možnosti :

1. ani jedno třídění nečalo výsledky splňující podmínky doporučení pro používání χ^2 -testu. Výhodnější jsou jiné testy. Na obou logických výstupních proměnných je .FALSE.
2. bylo nalezeno jen jedno třídění splňující podmínky použití χ^2 -testu a jeho výsledek je uložen na PLATI a na ROZ je .TRUE.
3. byla nalezena jen dvě třídění splňující podmínky použití χ^2 -testu. Pak pokud výsledky testu jsou shodné, ten samý výsledek je uložen na PLATI a na ROZ je .TRUE.. V opočním případě je výsledek testu nejistý, na obě logické proměnné se ukládá .FALSE. a je třeba použít buď jiného testu, nebo alespoň vzít jinou hladinu významnosti.
4. byla provedena právě dvě třídění, ale nebyly vyčerpány ještě všechny možnosti volby L . Pak je-li výsledek obou tes-

tů shodný, ukládá se na PLATI a v opačném případě se na PLATI ukládá výsledek třetího testu. Na ROZ je v každém případě .TRUE..

χ^2 -test v uvedené verzi splní v mnoha případech i další účely, je však komplikovaný a ne vždy je vhodný. Chceme-li se snadno a rychle přesvědčit o normalitě základního souboru v případě, kdy n je relativně malé, lze s výhodou použít testu Kolmogorov-Smirnovova, kde testovacím kritériem je v absolutní hodnotě největší rozdíl mezi očekávanou a experimentální kumulativní četností dělenou rozsahem souboru.

V uvedené verzi je zpracován jako vnější funkce s identifikátorem KSTEST typu LOGICAL, na který se ukládá výsledek testu (str. 74-5). V uvedené verzi je hladina významnosti testu určena předem 0,05, počet tříd také. Záměnou konstanty v LINE 71 (1,63 místo 1,36) dochází ke změně hladiny významnosti na 0,01. Postup výpočtu je patrný z výpisu zdrojového programu.

Všechny uvedené podprogramy jsou předkompilovány na MT (na MINSK 22 do SADRu nebo strojového kódu s relativními adresami - LINKu) a podle potřeby připojovány k hlavní programové jednotce pro řešení konkrétní úlohy. Na MT je předkompilována celá řada dalších podprogramů, sestavených ze podobným účelem, na které se však v práci speciálně neodvolávám, a proto nepovažuji za nutné tyto podprogramy uvádět. Je úplně nepodstatné, jak vypadaly hlavní programové jednotky při řešení uvedených příkladů (ostatně byly již ve FEL-FORTRANu), ani jakým způsobem byly hleděny např. kořeny transcendentních rovnic uvedených v kap. 3. Stačí vycházet z toho, že integrální funkce rozdělení jsou monotonní (v našich případech ryze) a k cíli se dostaneme i pŕlením intervalu. Rovněž tak modifikovat např. uvedený podprogram KSTEST na jiný typ rozdělení nebo jinou

line	reladr	fortran	source program
1	0		
2	0	c	test normality kolmogorov-smirnov
3	0		
4	0		logical function kstest(x,n,tisk)
5	0		integer tisk
6	0		dimension x(n)
7	40		write(tisk,20)
8	43		
9	43	c	setrideni posloupnosti
10	45		
11	45		m=n-1
12	47		do 1 i=1,n
13	50		l=1
14	51	3	k=l+1
15	53		if (x(l)-x(k))1,1,2
16	74	2	change=x(k)
17	103		x(k)=x(l)
18	120		x(l)=change
19	126		l=l-1
20	127		if (l)1,1,3
21	132	1	continue
22	132		
23	132	c	prumer a odchylka
24	135		
25	135		s1=0.
26	136		s2=0.
27	137		do 4 i=1,n
28	140		s1=s1+x(i)
29	147	4	s2=s2+x(i)**2
30	163		ap=s1/float(n)
31	170		sd=sqrt((s2-float(r)*
32	172		/ap**2)/float(n-1))
33	212		
34	212	c	trideni, vypočet četnosti
35	213		
36	213		m=ifix(3.322*alog10(float(n))+1.5)
37	225		h=(x(n)-x(1))/float(m-1)
38	253		write(tisk,21)
39	260		xv=ap-float(ifix(ap))
40	270		j=1
41	271		r=x(1)+h/2.
42	301		dkrit=0.
43	302		k=0
44	303		do 11 i=1,n
45	304		if (x(i)-r)11,12,13
46	315	12	k=k+1
47	316		go to 11
48	317	13	nc=i-1-k
49	321		if (k)8,8,15
50	324	15	do 14 l=1,k

```

51 325      xv=(3.14159265+xv)**8
52 331      xv=xv-float(if ix(xv))
53 340      if(xv.lt.0.5)nc=nc+1
54 344      14 continue
55 347      8 rc=flg((r-ap)/sd)*float(n)
56 360      roz=abs(rc-float(nc))
57 366      if(roz.gt.dkrit)dkrit=roz
58 372      write(tisk,22)j,nc,rc,roz

59 410      j=j+1
60 411      if(j-m)7,6,5
61 414      6 nc=n
62 415      r=r+h
63 416      go to 8
64 417      7 r=r+h
65 420      k=0
66 421      11 continue
67 421
68 421 c      vysledek testu
69 424
70 424      5 kstest=:true.
71 425      if(dkrit.ge.1.36*sqrt(float(n)))
72 425      /kstest=:false.
73 437
74 437 c      format.specifikace
75 440
76 440      20 format(//4x,35hprotokol o testu kol
77 440      /mog orov-smirnov/4x,35(1h=)//)
78 473      21 format(4x,5hc.tr.,2x,11hexp.cetnost,
79 473      /2x,12hocek.cetnost,4x,6hrozdil/4x,
80 473      /42(1h-))
81 532      22 format(19,113,f14.4,f10.4)
82 554
83 554      return
84 555      end
85 555
86 555 mon&

```

number of errors none
program unit inserted

hledinu významnosti je již jednoduché rutinní programátorská práce.

4.4 Řešení ostatních úloh

I když se zdá, že tato okrajová 4.kapitola zaujímá neúměrně velkou část práce, je imperativní pro řešení konkrétních příkladů a stává se tím stejně důležitou jako cokoliv ostatního v práci.

Pochopitelně pokud to jde, řeší se úlohy analyticky. Tak např. integrál ve jmenovateli vztahu (3.79) lze přepsat do tvaru

$$I = \int_{-\infty}^{\infty} [\phi(kx-a) - \phi(kx-b)] dx = \frac{b-a}{k} \quad (4.50)$$

$k > 0$, $a < b$, což si lze ověřit substitucí $x = [y + (a+b)/2]/k$ a integrací per partes.

To lze ukázat i obecněji, pro rozdělení kde existuje střední hodnota (ne však např. pro rozdělení Cauchyovo). Analyticky lze provést výpočet i pro případ, kdy integrand je ve tvaru $\phi' \cdot \phi_{\infty}$ (součin Gaussovy a Gaussovy-Laplaceovy funkce).

Již při řešení vztahu (3.78), když f_{μ} je dáno vztahem (3.80) a $f_{\mu}(\mu)$ vztahem (3.79) lze považovat numerické řešení na první pohled za rozumné. V podstatě jde o výpočet integrálu ve tvaru

$$I_1 = \frac{1}{K} \int_{-\infty}^{\infty} [\phi_{\infty}(kx-a) - \phi_{\infty}(kx-b)] \times [\phi(q_k x - c) - \phi(q_k x - d)] dx \quad (4.51)$$

$a < b, c < d, K, k, q_k > 0$. Při numerickém řešení se navíc použijí dvě další programové jednotky. První pro numerickou integraci, kde jedním z formálních parametrů je integrand a druhá programová jednotka definující integrand, přičemž identifikátor této vnější funkce se dosazuje za formální parametr programové jednotky pro numerickou integraci a je tedy v popisu EXTERNAL. Základem výpočtu je pochopitelně FLG9. Problém

je pouze v nevlastních mezích integrování. Je-li ovšem pro malé ε

$$I_1 - \frac{1}{k} \int_A^B [\Phi_{-\infty}(kx - a) - \Phi_{-\infty}(kx - b)] + [\Phi_{-\infty}(q_k x - c) - \Phi_{-\infty}(q_k x - d)] dx < \varepsilon \quad (4.51)$$

pak stačí, když

$$\varepsilon/2 < \frac{1}{kK} [\Phi'(b - kA) + (b - kA)\Phi_{-\infty}(b - kA)], \quad (4.52)$$

nebo

$$\varepsilon/2 < \frac{1}{kK} [\Phi'(d - q_k A) + (d - q_k A)\Phi_{-\infty}(d - q_k A)] \quad (4.53)$$

a

$$\varepsilon/2 < \frac{1}{kK} [\Phi'(kB - a) + (kB - a)\Phi_{-\infty}(kB - a)], \quad (4.54)$$

nebo

$$\varepsilon/2 < \frac{1}{kK} [\Phi'(q_k B - c) + (q_k B - c)\Phi_{-\infty}(q_k B - c)]. \quad (4.55)$$

Přitom je nutné si stále klást otázku, zda neexistuje nějaká cesta vedoucí k vyjádření I_1 pomocí Gaussovy a Gaussovy-Laplaceovy funkce. Byť by byl výsledný vztah sebekomplikovanější, je stále výhodnější než numerické řešení integrálu

I_1 . A speciálně v tomto případě lze I_1 vyjádřit pomocí $\Phi_{-\infty}$ a Φ' . Dovoluji se zde prezentovat řešení KMA VŠT.

Jsou-li w a v nezávislé s rozdělením $N(0, 1)$, pak

$$KI_1 = \int_{-\infty}^{\infty} P \{ kx - b < w < kx - a \} \cdot P \{ q_k x - d < v < q_k x - c \} dx. \quad (4.57)$$

Uvažíme-li, že

$$P \{ kx - b < w < kx - a \} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_a^b e^{-\frac{1}{2}(kx - y)^2} dy, \quad (4.58)$$

bude

$$KI_1 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dx \int_a^b dw \int_c^d e^{-\frac{1}{2}[(kx - w)^2 - (q_k x - v)^2]} dv. \quad (4.59)$$

Protože

$$\begin{aligned} (kx - w)^2 + (q_k x - v)^2 &= \\ &= (k^2 + q_k^2) \left[\left(x - \frac{kx + q_k v}{k^2 + q_k^2} \right)^2 + \frac{w^2 + v^2}{k^2 + q_k^2} - \left(\frac{kx + q_k v}{k^2 + q_k^2} \right)^2 \right], \end{aligned} \quad (4.60)$$

tak pomocí substituce

$$y = \sqrt{k^2 + q_k^2} \left(x - \frac{kx + q_k v}{k^2 + q_k^2} \right) \quad (4.61)$$

dostaneme

$$\begin{aligned} KI_1 &= \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sqrt{k^2 + q_k^2}} \int_a^b dw \int_c^d e^{-\frac{1}{2} \frac{(wq_k - kv)^2}{k^2 + q_k^2}} dv = \\ &= \frac{1}{q_k} \int_c^d \left[\Phi \left(\frac{bq_k - vk}{\sqrt{k^2 + q_k^2}} \right) - \Phi \left(\frac{aq_k - vk}{\sqrt{k^2 + q_k^2}} \right) \right] dv = I_1'(b) - I_1'(a), \end{aligned} \quad (4.62)$$

$$\begin{aligned}
I_1'(b) &= \frac{1}{q_k} \int_c^d \Phi\left(\frac{bq_k - vk}{\sqrt{k^2 + q_k^2}}\right) dv = \\
&= \frac{\sqrt{k^2 + q_k^2}}{kq_k} \left[y \Phi(y) \right]_{(bq_k - dk)/\sqrt{k^2 + q_k^2}}^{(bq_k - ck)/\sqrt{k^2 + q_k^2}} + \\
&\quad + \Phi(y) \Big|_{(bq_k - dk)/\sqrt{k^2 + q_k^2}}^{(bq_k - ck)/\sqrt{k^2 + q_k^2}} = \\
&= \frac{\sqrt{k^2 + q_k^2}}{kq_k} \left[\frac{bq_k - ck}{\sqrt{k^2 + q_k^2}} \Phi\left(\frac{bq_k - ck}{\sqrt{k^2 + q_k^2}}\right) - \frac{bq_k - dk}{\sqrt{k^2 + q_k^2}} \Phi\left(\frac{bq_k - dk}{\sqrt{k^2 + q_k^2}}\right) + \right. \\
&\quad \left. + \Phi\left(\frac{bq_k - ck}{\sqrt{k^2 + q_k^2}}\right) - \Phi\left(\frac{bq_k - dk}{\sqrt{k^2 + q_k^2}}\right) \right]. \tag{4.63}
\end{aligned}$$

S ohledem na možné tvary funkcí f_{μ} a $f_f(\mu)$ však ve většině případů jedinou cestou vedoucí k řešení je numerické integrování, které s pomocí uvedených podprogramů lze snadno provést tak, jak bylo uvedeno před analytickým řešením tohoto konkrétního příkladu.

5. PŘÍKLADY

Gaussovo-Laplaceovo rozdělení pravděpodobnosti je limitním rozdělením pravděpodobnosti. Praktické podmínky vzniku výrobních chyb se v jistém smyslu přibližují teoretickým podmínkám platnosti Gaussova-Laplaceova rozdělení, ovšem již ve 2. kapitole uvedené "nenormálnosti ve výrobním procesu" jsou příčinou odchylek skutečných rozdělení pravděpodobnosti výrobních chyb od Gaussova-Laplaceova. N. A. Borodačev doslova řekl, že "shoda, nebo lépe řečeno přiblížení se ke Gaussovu-Laplaceovu rozdělení je jedním z objektivních kritérií v boji za zvýšení jakosti výroby".

V mnoha případech se lze skutečně přesvědčit o tom, že výrobní chyby v rozměrech součástí jedné serie (při jednom seřizení) podléhají Gaussovu-Laplaceovu rozdělení, ovšem výrobní chyby v rozměrech na montáži náhodně vybíraných součástí nikoliv. Příčiny lze spatřovat právě v nepřesnostech při seřizování.

Jeden takový příklad uvádím v příloze I/1-5. Jedná se o 4 součásti, které tvoří rozměrovou vazbu. Na výpisu ze širokořádkové tiskárny číslicového počítače znamenají jednotlivé členy (Item 1 - 4) držák otočného čepu-otočný čep-kroužek tlačného ložiska-tlačné ložisko u spojení přední nápravy autobusu. V pravé části výpisu jsou pak pomocí znaku X zakresleny histogramy četnosti a pomocí vyplněných šipek dokreslena předepsaná toleranční pole. Na první pohled je patrné, že lze očekávat značné odchylky od Gaussova-Laplaceova rozdělení, přičemž navíc předepsané tolerance nejsou ve výrobě dodržovány. Sledujme nejprve všechny součásti v jejich celku,

v jejich spojení. Jsou-li předepsané tolerance δ na jednotlivých součástech v pořadí uvedení 0,1 a třikrát 0,05, odpovídá tomu podle metody maxima-minima předepsaná tolerance spojení 0,25 (viz příloha I/5 : $\Delta_z = \delta_z = 0,25$). Např. u 1. členu však na základě uvedeného histogramu četnosti můžeme odhadnout, že více než 25% součástí je mimo předepsané toleranční pole (analogicky lze odhady provést u ostatních členů). Je otázkou, jakou výslednou přesnost lze u spojení těchto součástí očekávat.

Výpočet výsledné přesnosti spojení byl proveden pocho-pitelně statistickou metodou aproximací nekonečnou Edgewoř-hovou řadou. Výsledky výpočtu jsou uvedeny na výpisu ze širo-kořádkové tiskárny v příloze I/5. Je patrné, že lze v průměru zhruba u 4% spojení očekávat větší vůli než je předepsaná a že je velmi málo pravděpodobný přesah ve spojení. Praxe tento závěr potvrdila, neboť bylo třeba vyrábět tenké plnězety, pomocí kterých se vymezovala vůle u nevyhovujících spo-jení. Montážní proces se tím prodražuje, neboť po montáži mu-sí následovat proměření, u nevyhovujících spojení pak demon-táž, vložení planžet a opět montáž. Navíc je třeba vyrábět tenké regulační kroužky. Je však namístě tvrzení, že takové zvýšení nákladovosti při montáži (a v důsledku výroby regu-lačních kroužků i ve výrobě dílů) je zbytečné. Stačí totiž aplikovat elementární zásady uvedené v předcházejících ka-pitolách a dosáhneme tím žádoucího výsledku.

Z histogramu četnosti držáku otočného čepu (viz příloha I/1 a obr. 1) je totiž patrné, že se jedná o mechanické smíchá-ní serií vyrobených při různé úrovni seřízení stroje. Jsme schopni na daném stroji při přesném seřizování dodržet i tole-ranci 0,2, máme dokonce i zásobu přesnosti, i když není dodržení

absolutně nutné (to plyne z rozdílu mezi statistickou metodou a metodou maxima-minima). V tomto smyslu tedy stačí vytyčit požadavek na dodržování technologické kázně.

Často se pracovníci v průmyslu brání aplikaci metod teorie pravděpodobnosti a matematické statistiky, je jim nepřijemné tvrzení, že všeho lze dosáhnout jen s jistou pravděpodobností. Ovšem statistické metody působí automaticky, byť si to mnohdy ani neuvědomujeme. Klasickým případem je např. 100% kontrola. Je mylné spojovat ji s teoretickou operativní charakteristikou ve tvaru lomené čáry, neboť i při měření se dopouštíme vždy chyb, které jsou také náhodnými veličinami a v jejich důsledku vždy existuje jistá pravděpodobnost, že např. dobrou součást zařadíme mezi vadné a naopak. Můžeme tedy na 100% kontrolu nahlížet jako na speciální případ statistické přejímky. Na uvedeném příkladě je vidět, že právě na základě rozporu mezi konstruktérem použité metody maxima-minima a skutečností viděné z pozic teorie pravděpodobnosti a matematické statistiky není třeba s ohledem na výslednou přesnost spojení dodržovat ve výrobě předepsané tolerance, stačí udržovat procesy obrábění v rámci vypočtených zásob přesnosti. N. A. Borodačev již před 30 lety napsal, že "odpůrci pravděpodobnostní metody argumentují tím, že předepsané tolerance se ve výrobě notoricky nedodržují a přísná metoda maxima-minima toto kompenzuje". Když tedy víme, že předepsanou toleranci ve výrobě nedodrží, předepíšeme pro jistotu např. poloviční toleranci, což je v principu předcházející argument vyjádřený jinými slovy. To je pochopitelně absurdní, do jisté míry i negace jakosti. Když již totiž nedodržení předepsané tolerance jednou připustíme, tak nemůžeme a priori říci, v jaké míře bude tolerance nedodržena a ve svých důsledcích to povede ke zvýšení

nákladovosti výroby jako třeba v uvedeném příkladě.

Již na počátku 30.let existovaly v SSSR dvě školy v oblasti teorie přesnosti výroby. První, tzv. statistická škola zkoumala přesnost výroby na základě velkých výběrů z výsledného rozdělení pravděpodobnosti. Postupně se však prosazovala tzv. výpočtově-analytická škola prof. Sokolovského. V mnohých případech skutečně čistě statistický přístup může zakrýt podstatu věcí. Opět to lze demonstrovat na uvedeném příkladě. U jednotlivých součástí disponujeme náhodnými výběry z výsledného rozdělení pravděpodobnosti. Když tedy praktické podmínky tvorby výrobních chyb při obrábění velkých serií součástí se přibližují teoretickým podmínkám platnosti Gaussova-Laplaceova rozdělení, tak testujeme hypotézy o normalitách základních souborů.

V příloze II/1-2 je uveden protokol o χ^2 -testu hypotézy o normalitě základního souboru (podprogram CHITES). Jak je vidět z přiloženého výpisu, tak obrazně řečeno "algoritmus výpočtu při testování byl na rozpacích", zda danou hypotézu přijmout či nikoliv. Nakonec však hypotézu na dané hladině významnosti přijímáme. Když ovšem přiblížení se ke Gaussovu-Laplaceovu rozdělení je jedním z objektivních kritérií jakosti výroby, mohl by vzniknout mylný dojem, že je vše v pořádku, že totiž v žádoucí míře využíváme dosažitelné přesnosti a když je nutné vyrábět přesněji, potřebujeme k tomu lepší obráběcí stroj, přinejhorším nástroj. To však není pravda, stačí provádět analýzu seřízení (viz. obr. 1).

Výsledná normalita rozdělení odpovídá případu, kdy uvažovaný proces je stabilní (stacionární). V předcházející kapitole byl popsán iterační test, který je citlivý na porušení této podmínky. Všimněme si nyní histogramu četnosti u 4. členu-tlačného

ložiska. Vzniká otázka, co je příčinou výrazné odchylky od normality. V podstatě lze říci, že mohou být tři příčiny :

1. kdyby se jednalo o výběr jedné realizace, pak je proces nestacionární a trend seřízení je progresivní. Na to je test náhodnosti citlivý,
2. během realizace došlo k náhlé změně seřízení a to na kraji realizace. To však iteračním testem nemusíme postihnout, neboť na tuto nenormalitu je nejcitlivější v polovině procesu,
3. jedná se o mechanické smíchání dvou realizací při různé úrovni seřízení, přičemž obě realizace reprezentují velmi rozdílné objemy součástí.

Pod bodem 2 uvedená nenormálnost je problémem spolehlivosti procesu a stejně jako nenormálnost uvedenou pod bodem 3 snadno odhalíme na základě tzv. vychýlených pozorování. V příloze II/3-4 je opět uveden protokol o χ^2 -testu normality tohoto základního souboru. Je vidět, že byly z náhodného výběru vyloučeny hodnoty, které při platnosti normality základního souboru jsou ve výběru omylem a které odpovídají realizaci s malým objemem součástí nebo součástem, vyrobeným před nebo po náhlé změně seřízení na kraji časového intervalu.

Až dosud bylo na nenormality procesu obrábění upozorněno nejprve na základě rozborů histogramů četnosti. Statistické metody však zpravidla vyžadují v důsledku obtížnosti zpracování velkého počtu dat využití číslicového počítače. Přitom byla vyvinuta různá zařízení pro automatické snímání dat během daného procesu, která se pak pomocí analogo-číslicového převodníku převádějí na vstup automatizovaného zpracování pomocí číslicového počítače. Do znamená zabudovat přímo do algoritmu testy, které jsou citlivé na jednotlivé nenormálnosti.

tab. II

iteracni test nahodnosti

vstupni soubor:

tarex 52-stredovy hridel-op.01/1

.47000e 02	.52000e 02	.44000e 02	.54000e 02	.60000e 02
.43000e 02	.47000e 02	.52000e 02	.50000e 02	.40000e 02
.45000e 02	.60000e 02	.45000e 02	.50000e 02	.44000e 02
.62000e 02	.45000e 02	.60000e 02	.41000e 02	.64000e 02
.50000e 02	.46000e 02	.50000e 02	.46000e 02	.46000e 02
.42000e 02	.52000e 02	.46000e 02	.51000e 02	.40000e 02
.50000e 02	.48000e 02	.58000e 02	.47000e 02	.49000e 02
.50000e 02	.53000e 02	.62000e 02	.47000e 02	.46000e 02
.56000e 02	.57000e 02	.47000e 02	.55000e 02	.54000e 02
.47000e 02	.49000e 02	.50000e 02		

pocet prvku souboru: 48

vysledky podprogramu itetes:

1. hladina vyznamnosti testu: 0.10
2. typ testu: citlivy na naly pocet iteraci

vysledek testu: t

+++++

Proto dále neinterpretuji vstup graficky, ale jen v číselné formě vstupního souboru, jehož hodnoty v dané posloupnosti po řádcích tvoří známý přesnostní diagram - grafickou interpretaci realizace náhodného procesu obrábění.

Uvádím příklad obrábění středových hřídelů, přičemž vstupní údaje jsem převzal z /16/. Ty pak dále zpracovávám pomocí metod uvedených v předkládané práci. Zpracování bylo provedeno na počítači MINSK 22 a výsledky jsou patrné z tab. II-IV.

V tab. II jsou uvedeny výsledky testu náhodnosti na hladině 0,1. V příloze III je pak protokol o mezivýsledcích testu.

tab. III

test normality kolmogorov-smirnov

=====

vstupni soubor:

tarex 52-stredovy kridel-op.01/1

.47000e 02	.52000e 02	.44000e 02	.54000e 02	.60000e 02
.43000e 02	.47000e 02	.52000e 02	.50000e 02	.40000e 02
.45000e 02	.60000e 02	.45000e 02	.50000e 02	.44000e 02
.62000e 02	.45000e 02	.60000e 02	.41000e 02	.64000e 02
.50000e 02	.46000e 02	.50000e 02	.46000e 02	.46000e 02
.42000e 02	.52000e 02	.46000e 02	.51000e 02	.40000e 02
.50000e 02	.48000e 02	.58000e 02	.47000e 02	.49000e 02
.50000e 02	.53000e 02	.62000e 02	.47000e 02	.46000e 02
.56000e 02	.57000e 02	.47000e 02	.55000e 02	.54000e 02
.47000e 02	.49000e 02	.50000e 02		

pocet prvku souboru: 48

protokol o testu kolmogorov-smirnov

=====

c.tr.	exp.cetnost	cek.cetnost	rozdil
1	3	4.4086	1.4086
2	12	12.1759	0.1759
3	26	24.0665	1.9335
4	36	35.9306	0.0694
5	41	43.6461	2.6461
6	47	46.9155	0.0845
7	48	47.8176	0.1824

vysledek testu: t

+++++

Z výsledků je patrné, že nemáme důvod pro zamítnutí stacionarity procesu.

V tab. III jsou výsledky testu normality včetně protokolu o mezivýsledcích testu. Pokud se používá celé řada předkompilovaných podprogramů v hlavní programové jednotce, tak s ohledem na kapacitu operační paměti MINSK 22 jsem volil jednodušší test Kolmogorov-Smirnovův. Na základě získaných výsledků uvažuji silně stacionární nekorelovaný Gaussovský proces.

tab.IV

serizovací protokol:

=====

poloha středu předepsaného tolerančního pole:	45.00000
polovina absolutní velikosti tolerančního pole:	5.00000
smerodatna odchylka základního n-souboru:	6.00000
pokryty podíl základního souboru:	0.9900000
pravdepodobnost pokrytí daného podílu:	0.9000000

+++chybí zásoba přesnosti-proces nelze realizovat+++

+++end sepr n1+++

V tab.IV jsou uvedeny nejprve požadované parametry přesnosti a výsledek, totiž že chybí zásoba přesnosti a tedy v důsledku velkého rozptylu nemůže být požadované přesnosti dosaženo.

V uvedeném pořadí je nutné celý postup analýzy provádět. Současně je však třeba podotknout, že se jedná o část konce realizace a jak bude patrné dále, tak příliš velký rozptyl "překrývá" v testu náhodnosti trend střední hodnoty. V důsledku otupení nástroje měl být proces již dávno přerušen a měla být provedena výměna řezného nástroje.

V tab.V uvedený vstupní soubor v posloupnosti prvků po řádcích představuje realizaci daného procesu od počátku časové osy (tedy v grafickém vyjádření přesnostní diagram). Je to tedy realizace po počátečním seřízení s nově naostřeným nástrojem. V této tabulce jsou pak uvedeny nejdůležitější mezivýsledky výpočtu pomocí číslicového počítače.

vstupni soubor:

tab.V

tarex 52-stredovy hridel op.01/1-zmena

.43000e 02	.46000e 02	.43000e 02	.45000e 02	.45000e 02
.43000e 02	.46000e 02	.43000e 02	.46000e 02	.45000e 02
.45000e 02	.47000e 02	.46000e 02	.47000e 02	.46000e 02
.49000e 02	.47000e 02	.49000e 02	.49000e 02	.47000e 02
.50000e 02	.48500e 02	.50000e 02	.52000e 02	.52000e 02
.53000e 02	.51000e 02	.50000e 02	.52000e 02	.52000e 02
.53000e 02	.50000e 02	.52500e 02	.53000e 02	.53000e 02
.53000e 02	.52000e 02	.52000e 02	.54000e 02	.53000e 02
.53000e 02	.53000e 02	.53000e 02	.52000e 02	.55000e 02
.57000e 02	.57000e 02	.57000e 02	.57000e 02	.57000e 02

vysledek itetes: f

Linearni trend na (0,1):

.435588259e 02+ .130423486e 02.t

lin.trend-vys.itetes: t

test kolmogorov-smirnov (normalita): t

davka na serizeni:100 ks

opraveny trend na (0,1):

.435588259e 02+ .263508674e 02.t

sigma : .130295056e 01

lambda: .101119981e 02

toleranci pole: .449999999e 02+ .500000000e 01
- .500000000e 01

koef.zasoby presnosti: .250000000e 00

pokryty podil gama: .989999998e 00

opraveny koef.zas.presnosti: .250000000e 00

regulace procesu: 0.13223

(t.j.zhruba po 14 ks)

pokrač. tab. V

koef. zásoby přesnosti: .200000000e 00
pokryty podíl gama: .989999998e 00
opravený koef. zas. přesnosti: .200000000e 00

regulace procesu: 0.15870
(t.j. zhruba po 17 ks)

=====

koef. zásoby přesnosti: .150000000e 00
pokryty podíl gama: .989999998e 00
opravený koef. zas. přesnosti: .150000000e 00

regulace procesu: 0.18238
(t.j. zhruba po 19 ks)

=====

koef. zásoby přesnosti: .100000000e 00
pokryty podíl gama: .989999998e 00
opravený koef. zas. přesnosti: .100000000e 00

regulace procesu: 0.20183
(t.j. zhruba po 21 ks)

=====

koef. zásoby přesnosti: .500000000e-01
pokryty podíl gama: .989999998e 00
opravený koef. zas. přesnosti: .500000000e-01

regulace procesu: 0.21477
(t.j. zhruba po 22 ks)

=====

toleranci pole: .449999999e 02+ .100000000e 02
- .100000000e 02

koef. zásoby přesnosti: .100000000e 00
pokryty podíl gama: .989999998e 00
opravený koef. zas. přesnosti: .100000000e 00

regulace procesu: 0.60330
(t.j. zhruba po 61 ks)

V prvním kroku byl pomocí podprogramu ITETES proveden test náhodnosti. Jeho výsledek je .FALSE.. V dalším kroku je proto provedeno vyrovnání realizace lineárním trendem s transformací na fiktivní časový interval (0,1). Je úplně jedno, kde volím počátek časové osy a jak velkou volím časovou jednotku, takže obojí volím tak, aby výpočet byl nejjednodušší za nejobecnějších podmínek. Tedy výsledek je přibližně $\mu(t) = 43,56 + 13,4 \cdot t$. Znovu opakuji test náhodnosti, ale již s odchylkami $\xi(t) - \bar{\xi}(t)$, jehož výsledek je .TRUE.. Pak je reálný i předpoklad o okamžité normalitě. Použitý test Kolmogorov-Smirnovův dává výsledek .TRUE.. Uvažuji tedy nekorelovaný proces s trendem úrovně seřazení podle (3.21).

Dále je v příkladu uvedena extrapolace do dávky seřazení 100 ks (po 100 ks výměna nástroje). Tím ovšem trend úrovně seřazení transformuji na nový interval (0,1) s výsledkem $\mu(t) = 43,56 + 23,35 \cdot t$. Dále $\sigma_0 = 1,3$ a parametr $\lambda = 10,11$. Došlo tedy k očekávanému podstatnému snížení rozptylu okamžitého rozdělení, ovšem v důsledku nadměrného opotřebování nástroje (v poměru ku σ_0) nemohu splnit s ohledem na délku realizace požadované parametry přesnosti ($\Delta = 45$, $\delta = 5$, $f = 0,99$). Jedinou cestou je regulace takového procesu podle obr. 5.

Pro různá z_f jsou výsledky řešení transcendentní rovnice (3.69) uvedeny v tab. V a přehledně zaznamenány a doplněny v tab. VI. Hodnota uvedená za textem "regulace procesu" znamená v tab. V hodnotu Δt .

Z tab. VI je patrné, že čím větší chceme mít zásobu přesnosti, tím častěji je nutné proces regulovat. Když např. zásobu přesnosti využitelnou pro nepřesnosti v seřazení chceme mít

δ	z_f	λ_r	$1/\Delta t$	$\inf \gamma_f$	$\sup \gamma_f$
5,0	0,25	1,3371	7,5626	42,0078	44,5078
5,0	0,20	1,6048	6,3012	41,9090	43,9090
5,0	0,15	1,8442	5,4831	41,8471	43,3471
5,0	0,10	2,0409	4,9547	41,8408	42,8408
5,0	0,05	2,1718	4,6561	41,9203	42,4203
10,0	0,10	6,1006	1,6576	36,0512	38,0512

25% šířky tolerančního pole, musel by být proces přerušen po obrobění každého 14 ks a provedeno přeseřizování. Ovšem nepřipadá v úvahu, že by se po každém 14 ks prováděla nezávislá seřizování. Jednak proto, že bychom pro statistickou analýzu úrovně seřizování spotřebovali většinu částečné realizace, ve které by se tedy s velkou vahou projevoval trend střední hodnoty. Když prof. Sokolovský teoreticky analyzoval trend úrovně seřizování, tak dospěl k názoru, že $\mu(t)$ má v první fázi velmi mírně opožděný trend. Lze si to vysvětlit tím, že v této fázi je opoždění kompensováno tepelnou dilatací nástroje až do ustálení tepelného režimu. A právě v této fázi by statistická analýza podle již popsanych a demonstrovanych metod mohla být provedena, ovšem s tím, že v časových okamžicích $t = k \cdot \Delta t$, ($k = 1, 2, \dots$) by se provádělo přeseřizování o hodnotu 26,35 t. Ale vzhledem k velmi častému přeseřizování by bylo vhodné provádět jej automaticky. O tom, že i tato cesta se prakticky používá svědčí práce Ju. M. Solomenceva ("Avtomatizacija razměrnoj nastrojki i perenastrojki metallorėžuščich stankov"). Používá se však

pouze v těch případech, kdy je to nezbytně nutné. K tomu je potřeba konstruovat speciální zařízení a snad u nás výhledově budou taková zařízení v laboratorních podmínkách zkonstruována.

Z tab. VI je patrné, že úspěch nepřináší ani podstatné zmenšení zátěže přesnosti. Délka částečných realizací se zvětšuje ($1/\Delta t$, což udává počet přeseřazení, klesá), ale ne podstatně, neboť v důsledku malé zátěže přesnosti se zvyšují požadavky na statistickou analýzu seřazení, kdy zase pro stejně kvalitní rozhodnutí je třeba zvyšovat rozsahy náhodných výběrů.

Na základě výše řečeného by však bylo velmi nesprávně tvrzení, že požadované přesnosti nelze na daném stroji dosáhnout, nebo jen ze cenu neúnosných opatření. Naopak, na stroji jako takovém lze požadované přesnosti dosáhnout, ale nevyhovující je vzhledem k požadované přesnosti nástroj. Takže v první řadě by bylo nutné prověřit možnosti změny geometrie nástroje a řezných podmínek a jestliže ani pak nedosáhneme žádoucích výsledků, musíme hledat jiný, proti opotřebení odolnější řezný materiál.

Další možnost řešení tohoto problému vyplývá přímo z prvního příkladu. Totiž když sledované výrobní chyby přísluší spojovacímu členu rozměrové vazby, kterou konstruktér řešil metodou maxima-minima, tak bez porušení podmínky výsledné přesnosti spojení mohou připustit širší toleranci. Předpokládáme, že δ může být 10. Pak jak plyne z výsledků v tab. V a VI bude pro $z_p = 0,1$ částečné realizace větší než 60 ks a v časových okamžicích $k \cdot \Delta t$ mohou připustit i nezávislé seřizování. Na základě dříve řečeného lze velmi přibližně $\frac{y}{x, \beta}$ po-

čítat ze vztahů :

$$\inf Y_{\gamma, \beta} = S_{\gamma} - v_{\gamma} \frac{\sigma_0}{\sqrt{n}}, \quad (5.1)$$

$$\sup Y_{\gamma, \beta} = S_{\gamma} + v_{\gamma} \frac{\sigma_0}{\sqrt{n}}, \quad (5.2)$$

kde S_{γ} je střed intervalu Y_{γ} a v_{γ} je kladný kořen rovnice

$$\Phi\left(v + \frac{z_{\gamma} \sigma}{\sigma_0 \sqrt{n}}\right) - \Phi\left(v - \frac{z_{\gamma} \sigma}{\sigma_0 \sqrt{n}}\right) = \beta \quad (5.3)$$

s možností nepatrné korekce směrem k $\sup Y_{\gamma, \beta}$. Pochopitelně pro výběr plánu analýzy je třeba počítat s

$$\bar{n} = \bar{n} / \Delta t \quad (5.4)$$

(viz kap.3.4). Dále se provede ještě redukce částečných realizací tak, aby $1/\Delta t$ bylo přirozené číslo.

Je možné také namítnout, že se uvažuje pouze lineární trend, ale jak postupovat v případech, kdy po vyrovnaní lineárním trendem je výsledek testu opět .FALSE.. I při lineárním trendu byla použita polynomičká regrese se stupněm polynomu 1. Je tedy možné zvyšovat stupeň polynomu tak dlouho, až výsledek testu náhodnosti bude .TRUE.. Jakmile však stupeň polynomu bude větší než 1, nelze integrální funkci výsledného rozdělení vyjádřit ve tvaru obdobném (3.25) a je nutné počítat s $F(x)$ ve tvaru :

$$\begin{aligned}
 F(x) &= \int_{-\infty}^x \int_0^1 \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_0} e^{-\frac{[w - \mu(t)]^2}{2\sigma_0^2}} dt dw = \\
 &= \int_0^1 \Phi \left[\frac{x - \mu(t)}{\sigma_0} \right] dt.
 \end{aligned}
 \tag{5.5}$$

To znamená, že tato integrální funkce bude výsledkem numerického integrování, integrand je funkce Gaussova-Laplaceova a navíc jako celek vystupuje v transcendentní rovnici. Nelze říci, že tuto úlohu nelze řešit na použitém počítači 2. generace MINSK 22. Je to pouze otázka "nadbytku" strojního času. Nicméně však z uvedeného důvodu tento případ nepočítám číselně. Pro počítač 3. generace, který má být instalován na VŠST, to bude rychlé záležitost. Snad tedy stačí na minimu demonstračních příkladů zdůraznit nutnost i důležitost sledování problematiky analýzy seřízení pro zvyšování jakosti strojírenské výroby.

6. ZÁVĚR

Předkládaná práce v principu patří k řízení jakosti a teorii spolehlivosti technologických procesů. Zabývá se statistickou analýzou seřízení daného výrobního zařízení při výrobě ve velkých dávkách. Konkrétně je tím myšleno obrábění velkých dávek součástí na obráběcích automatech, nebo i neautomatických strojích se zarážkami, kdy úroveň seřízení je v každém časovém okamžiku determinována počátečním seřízením a popřípadě je v předem vypočtených časových okamžicích korigována.

V práci zavádím tzv. zásobu přesností, využitelnou pro nepřesností v seřizování. Za předpokladu, že byla provedena předcházející analýza náhodného procesu tvorby výrobních chyb, je v práci uvedena statistická analýza úrovně počátečního seřízení i regulování nestacionárního nekorelovaného procesu. Vzhledem ke složitosti odvozených matematických vztahů uvádím numerická řešení včetně podprogramů pro číslicový počítač, zpracovaných v jazyku FORTRAN IV. Praktickou využitelnost teoretických úvah pak dokladuji na příkladech.

V souvislosti s řešením uvedené problematiky jsem dospěl k názoru, že její další řešení by se mělo zaměřit především na tyto tematické okruhy :

1. v práci jsem poukázal na analogii se statistickou přejímkou. Naše norma ČSN (stávající i nově navrhovaná) pro statistickou přejímkou je v podstatě stručný výtež učebnice statistické přejímky. V NDR existuje v tomto směru obsáhlý sborník operativních charakteristik, vhodný pro praktické používání. Představuji si tuto problematiku tak, že i pro případ statis-

tické analýzy seřízení by mohly být pro dané vstupní parametry tabelovány vhodné plány analýzy, přičemž číslíkovému počítači by se přenechalo řešení pouze speciálních případů. Tento problém není nijak komplikovaný, zato však pracný. Podle mého názoru je to převážně otázka strojního času číslíkového počítače.

2. volené statistiky pro rozhodnutí o správnosti seřízení je aritmetický průměr. Můžeme však volit i medián, nebo stanovit takové meze, uvnitř kterých se při správném seřízení musí pohybovat všechny výběry. V tom případě bychom ani nemuseli mít škálové měřidlo. Ovšem aritmetický průměr je nejlepším odhadem střední hodnoty. Chceme-li se stejnou jistotou rozhodnout o správnosti seřízení, je logické očekávat, že musíme např. při určování mediánu zvyšovat rozsah náhodného výběru. Podle mého názoru by však stálo za to prozkoumat, zda a v kterých případech jsou vhodnější jiné odhady.

3. v práci se zabývám procesy velmi blízkými tzv. bílému šumu. Tato hypotéza, vhodná pro obrábění, tvořila základ prací tvůrce první ucelené teorie přesnosti obrábění N.A. Borodačeva, ale i prof. Sokolovského, byla mnohokrát prakticky ověřena jejich pokračovateli. Posunout práci na obecnější úroveň znamená sledovat i náhodné procesy jiného druhu. Např. po délce se měnící tloušťka nitě sledovaná jako náhodný proces má s uvedenými procesy jen velmi málo společného a to bylo také mnohokrát prakticky dokázáno. Z toho důvodu bych považoval za účelné, najít v procesech obrábění odchylky od sledované hypotézy, jejichž řešením a zobecněním lze dosáhnout vytčeného cíle.

4. je zcela nepochybné, že konečným cílem obrábění zůstane získání obrobků s požadovanými jakostními znaky. Zatímco se

se dnes obsáhle a převážně laboratorně zkoumá např. závislost technologických proměnných (řezná síla, teplota řezání atd.) na řezných podmínkách, tak problematika dosažení např. požadované rozměrové přesnosti je zcela neprávem opomíjena. Jeden takový příklad uvádím v předešlé kapitole. Tím pochopitelně nechci říci, že v současné době do jisté míry jednostranně zaměřený výzkum v obrábění je nevýznamný, jenom si myslím, že přinejmenším souřadně existují jiné neprávem opomíjené problémy. Znovu se v této souvislosti odvolávám na úvodní kapitolu.

5. v současné době nejsou žádnou utopií obráběcí stroje s možností automatické regulace úrovně seřízení (např. u kopírovacích soustruhů podle návrhu Ju. M. Solomenceva) i automatické rozměrové kontroly obráběných součástí během samotného procesu. Domnívám se, že i v tomto směru existují velké možnosti pro aktivní spolupráci technologů a konstruktérů obráběcích strojů.

V další práci bych se chtěl zaměřit na zkoumání spolehlivosti technologického procesu obrábění, tedy problematiky, která těsně souvisí s předkládanou prací. V prvním přiblížení jde tedy o určování pravděpodobnosti bezporuchového chodu technologického procesu. Přitom poruchou je rozuměna i náhlá změna podmínek např. ve smyslu porušení žádoucí úrovně seřízení v důsledku vylomení řezného nástroje apod. Z toho pak také plynou zpětné požadavky např. na časové intervaly kontroly chodu technologického procesu. Zatímco problematiku uvedenou pod body 1-5 lze postupně dopracovávat např. i v rámci diplomových prací, je problematika spolehlivosti technologických procesů zatím nedostatečně teoreticky rozpracována, a proto se její řešení jeví jako nutné.

Zamýšlím rovněž zveřejnit sborník fortrenských podprogramů pro řešení úloh z teorie pravděpodobnosti a matematické statistiky. To jistě usnadní a hlavně zkrátí popis problémů ve sledované oblasti.

V Liberci dne 20.1.1978



Ing. Vladimír Věchet, CSc.

Literatura

- /1/ Adams, A.G. : Remark on Algorithm 304-Normal Curve Integral. CACM, 10(1967), Nr. 6, 374-5.
- /2/ Ageev, M. I. - Alik, V. P. - Markov, Ju. I. : Biblioteka algoritmov. 51b-100b. Sovětskoje radio, Moskva 1976.
- /3/ Borodačev, N. A. : Osnovnyje voprosy teorii točnosti proizvodstva. Izdatel'stvo AN SSSR, Moskva 1976.
- /4/ Cramer, H. : Mathematical Methods of Statistics. Princeton University Press, Princeton 1946.
- /5/ Dunin-Barkovskij, I. V. - Smirnov, N. V. : Teorije věrojatnosť i matematičeskaja statistika v tehnike. (Obščaja časť). Gosudarstvennoje izdatel'stvo tehniko-teoretičeskoj literatury, Moskva 1955.
- /6/ Egermayer, F. : Řízení jakosti-vybrané statě. Vydavatelství ČVUT, Praha 1972.
- /7/ Egermayer, F. - Mrština, J. : Zahraniční zkušenosti v řízení jakosti. Vydavatelství ÚNM, Praha 1969.
- /8/ Fabian, V. : Základní statistické metody. NČAV, Praha 1969.
- /9/ Golovinskij, V. V. : Statističeskije metody regulirovanija i kontrolja kačestva. Mašinostrojenije, Moskva 1974.

- /10/ Gerler, E. : Rationelle Verfahren bei der statistischen Qualitätsanalyse in der mechanischen Fertigung. Fertigungstechnik und Betrieb, 26(1976), No. 3, 142-5.
- /11/ Hähle, G.-Weber, H.H. : Praxis der technologischen Prüfungsvorbereitung. Fertigungstechnik und Betrieb, 20(1970), No. 6, 332-5.
- /12/ Hastings, C. : Approximations for Digital Computer. Jr. Princeton University Press, 1955.
- /13/ Hill, I.D.-Joyce, S.A. : Algorithm 304-Normal Curve Integral. CACM, 10(1967), Nr. 6, 374-5.
- /14/ Holmgren, B. : Remark on Algorithm 304-Normal Curve Integral. CACM, 12(1969), Nr. 10, 565-6.
- /15/ Ignat'ev, V.V. : K voprosu ob optimal'nom urovne nastrojki technologičeskich processov. Trudy Leningradskovo instituta aviac. priborostr., 1971, vyp. 70, 205-210.
- /16/ Jaroš, F. : Příklady využití matematické statistiky ve strojírenství. Vydavatelství ÚNM, Praha 1969.
- /17/ Jekimov, E.G. : Saratovský systém. LN, Praha 1977.
- /18/ Pistorius, G. : Laufende Überwachung von Werkzeugmaschinen im Betrieb. Wt.-Z. ind. Fertigung, 62(1972), No. 4, 210-12.

- /19/ Šakelis, V. V. : Modelirovanije technologičeskich processov. Mašinostrojenije, Moskva 1973.
- /20/ Věchet, V. : Pravděpodobnostní metoda řešení rozměrové přesnosti spojení strojních součástí. Disertační práce, Liberec 1972.
- /21/ Wolf, R. : Verfahren zur Ermittlung der Bearbeitungsgenauigkeit von spanenden Werkzeugmaschinen. Fertigungstechnik und Betrieb, 20(1970), No. 3, 151-4.

PAUSE 7

ITEM NR 1.:	M1:	.16247312E 00
=====	M2:	.02557730E-04
	M3:	.28775743E-03
	M4:	.16513830E-03

SORT WITH H: . 80000000E-01

CENTRE:

LARGE NUMBER

.00000000E 00
.38000000E-01
.76000000E-01
.11400000E 00
.15200000E 00
.19000000E 00
.22800000E 00
.26600001E 00
.30400001E 00
.34200001E 00
.38000001E 00

NUMBER:

3	XX	
10	XXXXXXXXXX	
8	XXXXXXXXXX	
17	XXXXXXXXXXXXXXXXXX	
16	XXXXXXXXXXXXXXXXXX	
15	XXXXXXXXXXXXXXXXXX	
5	XXXXX	
6	XXXXXX	
8	XXXXXXXXXX	
4	XXXX	
1	X	



ITEM NR 2.: M1: -.80463870E-01
 ===== M2: .43103330E-02
 M3: -.10331168E-03
 M4: .71245154E-04

SORT WITH H: .45000000E-01

CENTRE:

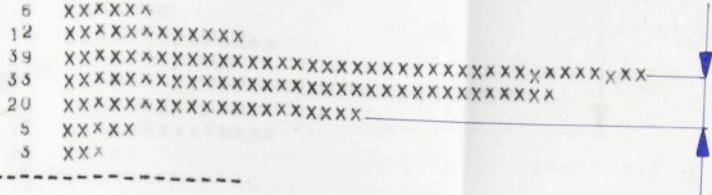
LARGE NUMBERS:

-.28000000E 00	2
-.23500000E 00	4
-.19000000E 00	6
-.14500000E 00	12
-.10000000E 00	39
-.55000000E-01	33
-.99999999E-02	20
.35000000E-01	5
.80000000E-01	3

 .45000000E-01

GE NUMBERS:

2	XX	
4	XXXX	
6	XXXXXX	
12	XXXXXXXXXX	
39	XX	
33	XX	
20	XX	
5	XXXXX	
3	XXX	



PAUSE 7

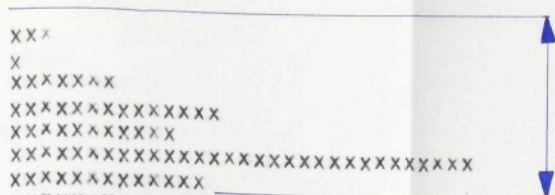
ITEM NR 3.: M1: -.22150000E-01
===== M2: .02235897E-03
M3: -.14994763E-09
M4: .12947438E-05

SORT WITH H: .13000000E-01

CENTRE:	LARGE NUMBERS:	
-.85000000E-01	3	X
-.72000000E-01	1	X
-.59000000E-01	7	X
-.46000000E-01	14	X
-.33000000E-01	11	X
-.20000000E-01	31	X
-.70000003E-02	13	X
.59999997E-02	14	X
.19000000E-01	3	X
.32000000E-01	1	X
.45000000E-01	2	X

NUMBERS:

3 XXX
1 X
7 XXXXX^X
14 XXXXX^XXXXXXX
11 XXXXX^XXXXX
31 XXXXX^XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX
13 XXXXX^XXXXXXX
14 XXXXX^XXXXXXX
3 XXX
1 X
2 XX



PAUSE 7

ITEM NR 4.: M1: -.17951165E-01
===== M2: .51099845E-03
M3: -.19355507E-04
M4: .13652095E-05

SORT WITH H: .10000000E-01

CENTRE:

LARGE NUMBERS:

-.90000000E-01	1
-.80000000E-01	4
-.70000000E-01	2
-.60000000E-01	5
-.50000000E-01	1
-.40000000E-01	2
-.30000000E-01	10
-.19999999E-01	18
-.99999994E-02	40
.58207661E-09	17
.10000001E-01	3

TE NUMBERS:

[illegible]

PAUSE

AT1,...: 1.0000 -1.0000 -1.0000 -1.0000
SUMMARY: M1: .28306816E 00
M2: .13699456E-01
M3: .41192410E-03
M4: .53991309E-05

BIG DELTA: 0.250
LITTLE DELTA: 0.250

PROBABILITY UNDER: 0.00215
UP : 0.03815

STOP

MONXPAUSE;; 00.00.00
-GU-

+++++

◆◆◆◆◆

ELAPSED TIME BY WVI : .00

ELAPSED TIME BY MONITOR : .00

PAUSE 7

CHI-KVADRAT TEST NORMALITY

VSTUPNI SOUBOR:

ITEM NR.1:

.17000E 00	.29000E 00	.90000E-01	.36000E 00	.20000E 00
.14000E 00	.50000E-01	.33000E 00	.14000E 00	.25000E 00
.14000E 00	.17000E 00	.12000E 00	.00000E 00	.20000E 00
.32000E 00	.50000E 00	.24000E 00	.12000E 00	.12000E 00
.20000E 00	.13000E 00	.12000E 00	.19000E 00	.15000E 00
.28000E 00	.28000E 00	.70000E-01	.30000E 00	.18000E 00
.40000E-01	.80000E-01	.33000E 00	.21000E 00	.18000E 00
.17000E 00	.18000E 00	.20000E 00	.16000E 00	.29000E 00
.27000E 00	.30000E 00	.19000E 00	.29000E 00	.10000E 00
.10000E 00	.17000E 00	.23000E 00	.27000E 00	.90000E-01
.10000E-01	.50000E-01	.70000E-01	.25000E 00	.20000E 00
.19000E 00	.10000E-01	.40000E-01	.40000E-01	.60000E-01
.12000E 00	.21000E 00	.17000E 00	.19000E 00	.15000E 00
.50000E-01	.38000E 00	.31000E 00	.10000E 00	.15000E 00
.10000E 00	.10000E 00	.15000E 00	.12000E 00	.10000E 00
.18000E 00	.20000E-01	.19000E 00	.14000E 00	.30000E-01
.15000E 00	.70000E-01	.16000E 00	.35000E 00	.40000E-01
.22000E 00	.50000E-01	.50000E-01	.14000E 00	.13000E 00
.17000E 00	.11000E 00	.17000E 00		

POCET PRVKU SOUBORU: 93

PROTOKOL O CHI-KVADRAT TESTU NORMALITY

HOVNOSTY VYLOUCENYCH PRVKU: -

POCET VYLOUCENYCH PRVKU: 0

TRIDENI C.1

POCET TRID: 11

C,TR	HRANICE TR	CETNOST	SRED TRIDY	NOVA PROM	NOVE HRANICE
1	.190000E-01	3	.000000E 00	-5.	-.158209E 01
2	.570000E-01	10	.380000E-01	-4.	-.116350E 01
3	.950000E-01	8	.660000E-01	-3.	-.744908E 00
4	.193000E 00	17	.114000E 00	-2.	-.326319E 00
5	.171000E 00	16	.152000E 00	-1.	.922696E-01
6	.209000E 00	15	.190000E 00	0.	.510858E 00
7	.247000E 00	5	.228000E 00	1.	.929447E 00
8	.285000E 00	6	.266000E 00	2.	.134804E 01
9	.323000E 00	8	.304000E 00	3.	.176862E 01
10	.361000E 00	4	.342000E 00	4.	.218521E 01
11	.399000E 00	1	.380000E 00	5.	.260380E 01

CHI KVADRAT KRITERIUM= 13.275

VYSLEDEK TESTU: 1

C,TR	HRANICE TR	CETNOST	SIREN TRIDY	NOVA PROM	NOVE HRANICE
1	.297500E-01	4	.000000E 00	-4.	-.192814E 01
2	.712500E-01	14	.475000E-01	-3.	-.100529E 01
3	.118750E 00	11	.950000E-01	-2.	-.484445E 00
4	.106250E 00	21	.142500E 00	-1.	.384034E-01
5	.213750E 00	21	.190000E 00	0.	.557252E 00
6	.201250E 00	5	.237500E 00	1.	.107810E 01
7	.308750E 00	10	.285000E 00	2.	.159895E 01
8	.356250E 00	5	.325000E 00	3.	.211980E 01
9	.403750E 00	2	.380000E 00	4.	.264065E 01

CHI KVADRAT KRITERIUM= 12.208

VYSLEDEK TESTU: F

TRIDENI C.3

POCET TRIDY: 10

C,TR	HRANICE TR	CETNOST	SIREN TRIDY	NOVA PROM	NOVE HRANICE
1	.211111E-01	4	.000000E 00	-5.	-.153242E 01
2	.633333E-01	11	.422222E-01	-4.	-.107927E 01
3	.105556E 00	12	.644444E-01	-3.	-.626125E 00
4	.147778E 00	16	.126667E 00	-2.	-.172976E 00
5	.190000E 00	15	.168889E 00	-1.	.280172E 00
6	.232222E 00	15	.211111E 00	0.	.733319E 00
7	.274444E 00	5	.253333E 00	1.	.118647E 01
8	.316667E 00	9	.295556E 00	2.	.163961E 01
9	.358889E 00	4	.337778E 00	3.	.209276E 01
10	.401111E 00	2	.380000E 00	4.	.254591E 01

CHI KVADRAT KRITERIUM= 7.322

VYSLEDEK TESTU: I

KONECNY VYSLEDEK TESTU: I

VYSLEDKY PODPRUPRAMU CHITES

1. HLADINA VYZNAMNOSTI TESTU: 0.10

2. ARITMETICKY PROMER : .1098949E 00
SMERODATNA ODCHYLKA: .931795185E-01

3. DOPORUCENI PRO POUZITI TESTU CHI-KVADRAT: I
VYSLEDEK CHI-KVADRAT TESTU: I

OVE HRANICE PRIKLIZ PROB SCITANCE

```

=====
.152614E 01      0.06349      .614192E 00
.100529E 01      0.09389      .317844E 01
.484445E 00      0.15666      .874353E 00
.364034E-01      0.20048      .297435E 00
.557252E 00      0.19680      .397518E 00
.107810E 01      0.14818      .559512E 01
.159895E 01      0.08558      .523505E 00
.211980E 01      0.03790      .617102E 00
.264065E 01      0.01701      .110393E 00
=====

```

OVE HRANICE PRIKLIZ PROB SCITANCE

```

=====
.153242E 01      0.06271      .575485E 00
.107927E 01      0.07752      .199260E 01
.626129E 00      0.12538      .987479E-02
.172976E 00      0.16572      .224499E-01
.280172E 00      0.17899      .162804E-00
.733319E 00      0.15799      .640865E-02
.118647E 01      0.11396      .295737E 01
.163961E 01      0.06718      .121280E 01
.209276E 01      0.03236      .326199E 00
.254591E 01      0.01819      .563678E-01
=====

```

+++++

+++++

CHI-KVADRAT TEST NORMALITY

=====

VSTUPNÍ SOUBOR:

ITEM NR. 4:

```

.00000E-00 -.20000E-01 -.50000E-02 -.50000E-02 -.15000E-01
-.10000E-01 -.50000E-02 .00000E-00 -.70000E-01 -.10000E-01
-.50000E-02 -.20000E-01 -.50000E-02 -.10000E-01 .50000E-02
-.30000E-01 -.50000E-02 -.90000E-01 -.50000E-02 -.60000E-01
-.85000E-01 -.10000E-01 .00000E-00 -.60000E-01 .00000E-00
.00000E-00 -.10000E-01 -.70000E-01 -.50000E-01 -.50000E-02
-.10000E-01 -.10000E-01 -.50000E-02 -.15000E-01 -.10000E-01
-.20000E-01 .00000E-00 -.10000E-01 -.50000E-02 -.10000E-01
-.10000E-01 .50000E-02 -.25000E-01 -.20000E-01 -.30000E-01
.50000E-02 -.20000E-01 .00000E-00 -.50000E-01 -.50000E-02
-.20000E-01 -.50000E-02 -.55000E-01 -.70000E-01 -.50000E-02
-.35000E-01 -.85000E-01 -.25000E-01 .50000E-02 -.20000E-01
-.30000E-01 .00000E-00 -.10000E-01 -.10000E-01 -.10000E-01
-.50000E-02 .00000E-00 .10000E-01 -.10000E-01 -.20000E-01
-.30000E-01 -.10000E-01 -.25000E-01 .10000E-01 -.25000E-01
-.60000E-01 -.15000E-01 .00000E-00 .10000E-01 -.10000E-01
-.20000E-01 -.10000E-01 -.20000E-01 -.10000E-01 -.25000E-01
-.50000E-02 -.85000E-01 -.50000E-02 -.20000E-01 .00000E-00
-.50000E-02 -.60000E-01 -.40000E-01 -.55000E-01 -.20000E-01
-.15000E-01 .10000E-01 .00000E-00 .50000E-02 -.50000E-02
-.20000E-01 -.10000E-01 -.20000E-01

```

POČET PRVKU SOUBORU: 103

PROTOKOL O CHI-KVADRAT TESTU NORMALITY

=====

HODNOTY VYLOUCENÝCH PRVKU:

-0.0900

-0.0850

-0.0850

-0.0850

-0.0800

-0.0700

-0.0700

-0.0600

-0.0600

-0.0600

-0.0550

-0.0550

-0.0500

OCEK, CEINOSTI MALE, TESTU NELZE POUZIT

=====

+++++

VYSLEDKY PODPROGRAMU CHITES

1. HLADINA VYZNAMNOSTI TESTU: 0.10

2. ARITMETICKY PRUMER : -.1046296E+01

SMEROVATNA ODCHYLKA: .1092283E+01

3. DOPORUCENI PRO POUZITI TESTU CHI-KVADRAT: F

+++++

TESTIMAT : 1.000000E+00

STOP 0

=====

MON#PAUSE;; 00.00.00

-GO-

+++++

+++++

+++++

ELAPSED TIME BY PHP : .00

ELAPSED TIME BY MONITOR : .00

PAUSE

+++++
OVEROMANI NARODNOSTI POULE POCIO ITERACI
=====

POCET PRVKU SOUBORU: 48

MEDIAN POSLOUPNOSTI: 40.500000

POCET PRVKU 1. GRUPOU: 24

POCET PRVKU 2. GRUPOU: 24

POCET ITERACI: 34

CITLIVOST TESTU:

VZESTUPNA I SESTUPNA TENDENCE, OLUPNA PERIODICITA, NARLA ZMENA PODMINE

ZADANA HLADINA VYZNAMNOSTI: 0.10000

PRAVDEPODOBNOST, ZE POCET ITERACI BUDE MENSI NEBO ROVEN VYPOCTENEMU P

HYPOTEZU NARODNOSTI PRICIMAME NA ZADANE HLADINE VYZNAMNOSTI
+++++

STOP

MON#PAUSE;; 00.00.00

-GO-

END PODMINEK

POCTENEMU POCTU :TERNCI: 0.99722

TI

***** ELAPSED TIME BY PHP1 : .00

ELAPSED TIME BY MONITOR : .00