

TECHNICKÁ UNIVERZITA V LIBERCI

Fakulta strojní

Disertační práce

k získání akademického titulu Ph.D.

ve studijním oboru

Konstrukce strojů a zařízení - textilní a oděvní stroje

Ing. Iva Petříková

Optimalizace zdvihové závislosti přírazového mechanismu

UNIVERZITNÍ KNIHOVNA
TECHNICKÉ UNIVERZITY V LIBERCI



3146134336

Školitel: prof. Ing. Miroslav Václavík, CSc.

Studijní program: P2302 Stroje a zařízení

Studijní obor: 2302V010 Konstrukce strojů a zařízení

Zaměření: textilní a oděvní stroje

Datum státní doktorské zkoušky: 11. září 2000

Datum odevzdání práce: 28. prosince 2004

U418 S

KTS

42 p.
40

Klíčová slova:

tkací stroj, přírazový mechanismus, bidlo, vačka, zdvihová závislost, polynomiická zdvihová závislost, dynamická analýza, diskretní model, numerická simulace

weaving machine, beating-up mechanism, sley, cam, displacement law, polynomial displacement law, dynamic analysis, discrete model, numerical simulation

Prohlášení

Byl jsem seznámen s tím, že na mou diplomovou (*bakalářskou, doktorskou*) práci se plně vztahuje zákon č. 121/2000 o právu autorském, zejména § 60 (školní dílo) a § 35 (o nevýdělečném užití díla k vnitřní potřebě školy).

Beru na vědomí, že TUL má právo na uzavření licenční smlouvy o užití mé práce a prohlašuji, že **souhlasím** s případným užitím mé práce (prodej, zapůjčení apod.).

Jsem si vědom toho, že užít své diplomové (*bakalářské, doktorské*) práce či poskytnout licenci k jejímu využití mohu jen se souhlasem TUL, která má právo ode mne požadovat přiměřený příspěvek na úhradu nákladů, vynaložených univerzitou na vytvoření díla (až do jejich skutečné výše).

Datum

25. 3. 2005

Podpis

Petr Lom

Poděkování

Tato doktorská práce vznikla na katedře mechaniky, pružnosti a pevnosti Fakulty strojní Technické univerzity v Liberci.

Děkuji především prof. Ing. Miroslavu Václavíkovi, CSc., mému školiteli, za péči, kterou mi v průběhu mého studia věnoval, a rovněž Ing. Zdeňkovi Kolocovi, CSc. a Ing. Bohumíru Plačkovi, CSc. z Výzkumného ústavu textilních strojů v Liberci za cenné odborné rady, které mi poskytli.

Dále děkuji doc. Ing. Miroslavu Šírovi, CSc., vedoucímu katedry mechaniky, pružnosti a pevnosti, za vytvoření podmínek pro dokončení práce. Mé díky patří i mým spolupracovníkům na KMP.

V neposlední řadě jsem vděčná členům své rodiny, kteří, ač jsem se snažila je zanedbávat co nejméně, se také museli vyrovnat s mým časovým zatížením v průběhu studia.

Anotace

Optimalizace zdvihové závislosti přírazového mechanismu

Práce se zabývá optimalizací zdvihové závislosti přírazového mechanismu tkacího stroje Gamma Picanol. Je sestaven dynamický model přírazového mechanismu. Model je diskrétní s 32 stupni volnosti a zahrnuje části přírazového mechanismu – bidlen, vačky, vahadla a část hlavního hřídele. Návrh zdvihové závislosti vychází z požadavků belgické firmy Picanol na její průběh a na průběh úhlového zrychlení bidla. Dynamické chování původní a nově navržené zdvihové závislosti je testováno na dynamickém modelu přírazového mechanismu. Výsledky dynamické simulace se zdvihovou závislostí Picanol jsou porovnány s naměřenými hodnotami úhlového zrychlení na levém a pravém konci bidla. Původní zdvihová závislost daná goniometrickou funkcí je v pohybovém intervalu nahrazena jedinou polynomickou funkcí. Jsou navrženy dvě varianty zdvihových závislostí, které respektují požadované vlastnosti: spojitost vyšších řádů na okrajích pohybového intervalu, konstantní zrychlení v místech maximálního zrychlení, pokles hodnoty zrychlení v místech přírazu a dodatečně i rovnoměrný pohyb v místech změny znaménka zrychlení. Dodatečný požadavek na rovnoměrný pohyb vede ke zvýšenému reziduálnímu kmitání. Naopak zdvihová závislost bez zajištění rovnoměrného pohybu vykazuje snížení reziduálního kmitání v klidové poloze bidlenu.

Klíčová slova

tkací stroj, přírazový mechanismus, bidlo, vačka, zdvihová závislost, polynomická zdvihová závislost, dynamická analýza, diskrétní model, numerická simulace

Annotation

Optimization of displacement law of beating-up mechanism

The work deals with displacement law of beating-up mechanism of Gamma Picanol weaving machine. A dynamic model of beating-up mechanism is prepared. The model is discrete with 32 degrees of freedom and includes parts of beating-up mechanism – sley, cams, rock lever and a part of main shaft. The proposal of displacement law is based on requirements of Belgian company Picanol; these requirements relate to characteristic of displacement law and characteristic of angular acceleration of sley. Dynamical behavior of original and newly proposed displacement law is tested on dynamical model of beating-up mechanism. Results from dynamical simulation with displacement law Picanol are compared with measured values of angular acceleration on the left and right end of sley. The original displacement law described by goniometric function is replaced in interval of motion by a sole polynomial function. There are proposals of two versions of displacement laws complying with requested features: continuity of higher orders on borders of interval of motion, constant acceleration in places of maximal acceleration, decrease of acceleration value in beat-up and additionally uniform movement in places where the sign of acceleration changes. The additional request for uniform movement causes higher residual vibrations. Contrariwise the displacement law without provision of uniform movement shows decreasing of residual vibrations in rest position of sley.

Keywords

weaving machine, beating-up mechanism, sley, cam, displacement law, polynomial displacement law, dynamic analysis, discrete model, numerical simulation

Seznam zkratek

Proměnné veličiny jsou značeny kurzívou, matice a vektory tučným písmem. Indexy u veličin, které zahrnují více hodnot nebo proměnných či jsou složky vektoru resp. matice jsou opatřeny dolním indexem i, j, k , resp. i, j . Po zavedení nového symbolu je tento v okolním textu bezprostředně vysvětlen.

A	konstanta polynomické zdvihové závislosti
a	vzdálenost rotační osy vačky a rotační osy vahadla
a_i	koeficienty polynomické zdvihové závislosti
b_I	délka ramene vahadla I
b_{II}	délka ramene vahadla II
b_P	konstanta tlumení
b_i	koeficienty Fourierovy řady
c_0, c_1, c_2	koeficienty kvadratické rovnice
$\overline{c}_0, \overline{c}_1, \overline{c}_2, \overline{c}_3$	koeficienty kubické rovnice
d_1	vnitřní průměr trubky na hlavním hřídeli
D	průměr podbidelnice
D_0	průměr tyče mezi pohonem a vačkou
D_1	vnější průměr trubky na hlavním hřídeli
e	vzdálenost těžiště bidla od osy rotace
E	modul pružnosti v tahu
E_K	kinetická energie
E_P	potenciální energie
$f, f(\psi)$	polohová souřadnice pracovního členu, zdvihová závislost
$f'(\psi)$	první derivace zdvihové závislosti podle úhlu natočení vačky ψ
$f''(\psi)$	druhá derivace zdvihové závislosti

$f'''(\psi)$	třetí derivace zdvihové závislosti
G	modul pružnosti ve smyku
G_{ij}	prvek i, j v matici příčinkových činitelů
$G(p, q), G(q)$	označení výrazů u zdvihové závislosti, které jsou funkcemi parametrů p a q
$\mathbf{G}_M$	matice příčinkových činitelů, jejíž prvky vyjadřují vztah mezi místy s osamělými hmotami
$\mathbf{G}_{MR}$	matice příčinkových činitelů udávajících vztah mezi místy s osamělými hmotami a působišti neznámých reakcí
$\mathbf{G}_R$	matice příčinkových činitelů vyjadřujících vztah mezi působišti neznámých reakcí
$H(p, q), H(q)$	označení výrazů u zdvihové závislosti, které jsou funkcemi parametrů p a q
I_B	moment setrvačnosti bidla k ose rotace
I_{LV}	moment setrvačnosti levé vačky k ose rotace
I_{PV}	moment setrvačnosti pravé vačky k ose rotace
I_V	moment setrvačnosti vahadla k ose rotace
I_0	moment setrvačnosti i -tého útvaru k ose rotace
J_P	polární moment podbidelnice
J_{PH}	polární moment trubky tvořící část hlavního hřídele
J_{P0}	polární moment části hlavního hřídele mezi levou vačkou a pohonem
k_H	torzní tuhost hřídele mezi oběma vačkami
k_{H0}	torzní tuhost tyče mezi pohonem a levou vačkou
$k_I, \dots, k_i, \dots, k_{II}$	torzní tuhosti spojení mezi dvěma útvary na podbidelnici
$\mathbf{K}_u$	matice ohybových tuhostí ve směru u
$\mathbf{K}_v$	matice ohybových tuhostí ve směru v
$\mathbf{K}^0$	matice ohybových tuhostí v obecném směru
l_i	i -tá vzdálenost polohy mečíku od levého konce bidlenu

l_{rk}	k-tá vzdálenost polohy ložiska od levého konce bidlenu
l_{v1}	vzdálenost levého vahadla od levého konce bidlenu
l_{v2}	vzdálenost pravého vahadla od levého konce bidlenu
L	délka podbidelnice
L_H	vzdálenost útvarů (vaček) na hlavním hřídeli
L_{H0}	vzdálenost mezi hnaným průřezem a levou vačkou
ℓ	mocnina proměnné ζ u třetí derivace zdvihové závislosti
m	hmotnost i-tého útvaru na podbidelnici
m_B	hmotnost bidla
$\mathbf{M}$	matice hmotnosti
n	počet stupňů volnosti
n_0	otáčky hlavního hřídele
N	počet otočení hlavního hřídele
p	parametr zdvihové závislosti
q	parametr zdvihové závislosti
q_i	zobecněné souřadnice
$\dot{q}_i$	zobecněné rychlosti
Q_i	zobecněné síly
Q_{Di}	disipativní síly (nepotenciální síly)
Q_{Pi}	potenciální síly
$\mathbf{R}$	vektor reakcí R_C, R_D
R_C	reakce v místě ložiska C
R_D	reakce v místě ložiska D
R_{kl}	poloměr kladky u vahadla
t	čas
t_0	počáteční čas

T	perioda jednoho pracovního cyklu stroje
u_i	průhyb podbidelnice v místě i-tého útvaru ve vodorovném směru
$\mathbf{u}$	vektor průhybů u_i
v_i	průhyb podbidelnice v místě i-tého útvaru ve svislém směru
$\mathbf{v}$	vektor průhybů v_i
X	délka pohybového intervalu
y_i	vektor pravých stran u diferenciálních rovnic 1. řádu
Y	maximální zdvih
α	parametr zdvihové závislosti
β	úhel mezi rameny vahadel
β_i	parametr u polynomické zdvihové závislosti
ε_i	úhlové zrychlení i-tého útvaru bidla
$\eta, \eta(\xi)$	souřadnice pracovního členu v jednotkovém měřítku
η''	hodnota zrychlení v $\xi=0$
μ_i	souřadnice těžiště průřezu bidla ve vodorovném směru
v_i	souřadnice těžiště průřezu bidla ve svislém směru
ξ	polohová souřadnice vačky v jednotkovém měřítku
φ_i	natočení bidla v i-tém místě
ψ	polohová souřadnice vačky
ψ_1, ψ_2	úhel natočení váček na hlavním hřídeli
ψ_{10}, ψ_{20}	počáteční úhel natočení váček
ω	úhlová rychlost hlavního hřídele

Obsah

Obsah.....	1
1. Úvod	2
2. Cíl práce.....	3
3. Jehlový tkací stroj Picanol Gamma	4
3.1. Přírazový mechanismus a jeho funkce	5
4. Syntéza vačkových mechanismů	7
5. Dynamická simulace	9
5.1. Lagrangeovy rovnice druhého druhu	10
6. Zdvihová závislost	11
6.1. Zdvihová závislost Picanol Gamma.....	11
7. Dynamický model.....	16
7.1. Fyzikální model	16
7.2. Matematický model	21
7.3. Numerické řešení	26
8. Návrh nové zdvihové závislosti a teoretického profilu vačky.....	34
8.1. Polynomická zdvihová závislost	34
8.2. Dynamická simulace s polynomickou zdvihovou závislostí.....	45
8.3. Polynomická zdvihová závislost – 2. varianta	50
8.4. Dynamická simulace s 2. variantou polynomické zdvihové závislosti	55
8.5. Zobecnění postupu při návrhu zdvihové závislosti	60
8.6. Návrh teoretického profilu vačky.....	63
9. Porovnání výsledků získaných z dynamického modelu s naměřenými hodnotami na bidle	65
10. Závěr	69
11. Literatura.....	71
Seznam použité literatury	71
Seznam vlastních prací	71

1. Úvod

Mezi základní uzly textilních strojů patří zejména mechanické systémy, které jsou rozhodující pro výrobní procesy z hlediska dosažení maximální výkonnosti, spolehlivosti, uspokojivého dynamického chování, vysoké kvality výrobků apod. S narůstajícími požadavky na výkony strojů se objevují problémy s dynamickým chováním a s tím související otázky fungování a výrobní schopnosti mechanismů a životnosti a spolehlivosti sledovaných uzlů. Vlivem toho je třeba stále zdokonalovat metody analýzy a syntézy strojů a jejich částí.

Práce je zaměřena na oblast jehlových tkacích stavů, které patří podle použitého principu pro zanášení útku do skupiny tzv. mechanických tkacích strojů stejně jako skřípcový tkací stroj.

Tkací stroje, které představují vrchol techniky v oblasti jehlových tkacích strojů (například výrobky belgické firmy Picanol, německé Dornier, italské Vamatex), dosahují pracovní frekvence 700 ot.min^{-1} a patří dnes k nejrozšířenějším na světovém trhu, i když frekvence vzduchových a vodních tryskových tkacích strojů dosahují vyšších hodnot (pracovní frekvence přes 1000 ot.min^{-1}). Výhodou jehlových tkacích strojů je jejich univerzálnost v použití. Tyto stroje setkají většinu standardních materiálů (bavlna, vlna, syntetické materiály) a většinu běžných tkanin.

Snaha zvyšovat výkon tkacích strojů přináší rozpor dvou trendů:

- a) požadavek stále vyššího výkonu, tj. pracovní frekvence, který s sebou přináší růst hlučnosti a vibrací
- b) hygienické normy hlučnosti pracovního prostředí s rostoucím tlakem na snižování úrovně hluku ve tkalcovnách.

Výkonové parametry mechanických tkacích strojů jsou téměř na limitě fyzikálních možností a nelze očekávat významný růst.

Hlučnost a vibrace stavu lze snižovat optimálním návrhem jednotlivých mechanismů stroje a zdvihových závislostí jejich pracovních členů.

Výzkumný ústav textilních strojů v Liberci řeší pro belgickou firmu Picanol v rámci rozsáhlého projektu optimalizaci dynamických vlastností jehlového tkacího stroje. Tato práce je příspěvkem k řešení této problematiky.

2. Cíl práce

Tématem práce je aktuální problém z Výzkumného ústavu textilních strojů v Liberci, jehož pracovníci se v rámci zakázky pro významnou belgickou firmu Picanol zabývali vyhodnocením a úpravou některých částí jehlového tkacího stroje Gamma.

Jedním z požadavků bylo zlepšení dynamických vlastností přírazového mechanismu tkacího stroje a úprava pohybu bidla podle požadavků firmy Picanol. Byly zadány podmínky pro průběh zdvihu bidla, jeho úhlové rychlosti a především zrychlení.

Práce sledovala následující základní cíle :

- dynamicky analyzovat přírazový mechanismus tkacího stroje Picanol a určit časový průběh úhlového zrychlení bidla
- ověřit správnost modelu přírazového mechanismu srovnáním s naměřenými hodnotami
- navrhnout novou zdvihovou závislost, která zlepší dynamické vlastnosti mechanismu
- navrhnout zdvihovou závislost s dodatečným požadavkem na rovnoměrný chod v místech změny znaménka zrychlení
- testovat dynamické chování mechanismu s novými zdvihovými závislostmi na modelu přírazového mechanismu
- vyhodnotit zjištěné poznatky

3. Jehlový tkací stroj Picanol Gamma

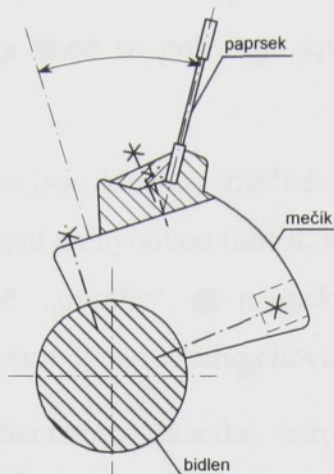
Základním mechanismem, podle kterého můžeme tkací stroje dělit, je princip zanášení útku. U jehlového tkacího stroje Gamma belgické firmy Picanol (obr. 3.1) prohoz neboli zanášení útku provádějí dvě protiběžně se pohybující jehly (rapíry), které jsou spojeny s pružnými pásky. Pásky jsou perforované a pohání je speciální ozubené kolo zvané rozeta. Prohoz probíhá tak, že levá jehla zachytí připravený útek a zanesse jej do středu tkací šíře stroje. Zde jej předá pravé jehle, která se zároveň pohybuje z opačné strany. Jehla útek zanesle pravou polovinou tkacího stroje.



Obr. 3. 1. Jehlový tkací stroj Picanol Gamma.

Realizace vratného pohybu jehel je velmi náročná s ohledem na dynamiku celého procesu. Pro vytvoření požadovaného pohybu jehel se používá prostorový čtyřkloubový mechanismus. Po zanesení útku jehly opustí prostor osnovy a další proces přebírá přírazový mechanismus, konající vratný kývavý pohyb zajišťující posun útku směrem ke tkanině. Je klíčovým mechanismem tkacího stroje spolu s mechanismem prohozním a prošlupním. Zpravidla bývá poháněn kloubovým nebo vačkovým mechanismem.

3.1. Přírazový mechanismus a jeho funkce



Obr. 3. 2. Schématický náčrt průřezu bidla tkacího stroje Gamma.

Pracovní člen přírazového mechanismu tkacího stroje Gamma, tzv. bidlen, je umístěn otočně na průběžném hřídeli (obr. 3.2). Bidlen je opatřen paprskem, kterým jsou navedeny osnovní nitě. Je-li bidlen v zadní poloze, probíhá prohoz útku do otevřeného prošlupu. Protože zanásecí jehly jsou umístěny na rámu stroje, musí být bidlen v zadní poloze v klidu. Klidové polohy se nejlépe generují vačkovým mechanismem, proto je pro pohon bidlenu použit klasický dvojvačkový mechanismus s dvojitým vahadlem a radiální dvojvačkou (foto viz obr. 3.3).

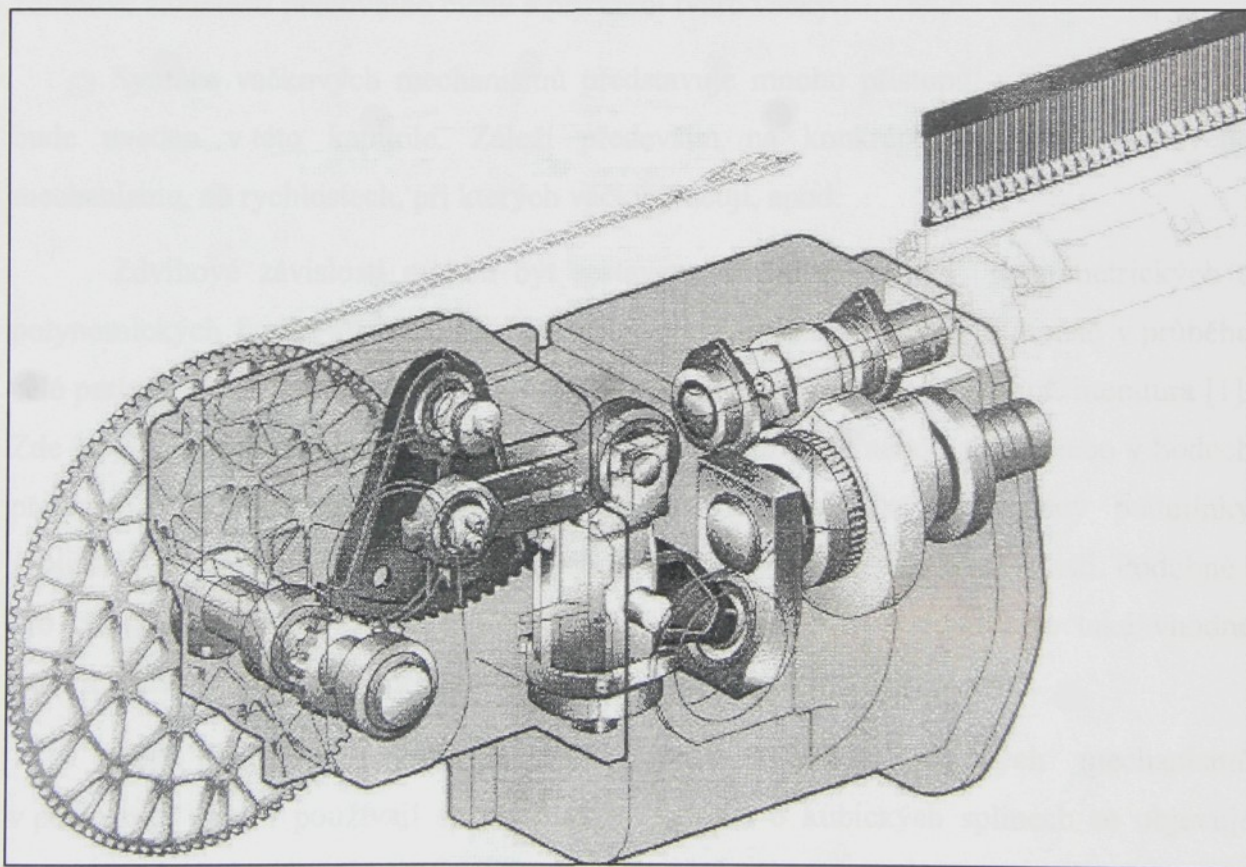


Obr. 3. 3. Radiální dvojvačka přírazového mechanismu.

Po ukončení prohozu se bidlen začne pohybovat do přední úvratě až do přírazného bodu, kam dopraví prohozený útek a přírazí ho k hotové tkanině. V této poloze bidlen nemá klidovou výdrž a hned se pohybuje zpět do zadní úvratě. Dále se tento proces opakuje.

Na mechanismus jsou kladeny značné a často protichůdné požadavky. Bidlen by měl mít dostatečnou torzní a ohybovou tuhost, aby byl příraz rovnoměrný po celé tkací šíři a nevznikaly v tkanině „prouhy“, a naopak nízkou hmotnost a hmotový moment setrvačnosti, které ovlivňují dynamického chování mechanismu.

Přírazový mechanismus tkacího stroje Gamma uvedené firmy je tvořen podbidelníci s 10 mečíky, které nesou paprsek. Na obou koncích podbidelnice je uložena dvojice vahadel, která jsou uváděna do pohybu dvojvačkami umístěnými na obou koncích hlavního hřídele. Na obr. 3.4 je znázorněna část přírazového mechanismu včetně dvojvačky a vahadla a část prohozního mechanismu pro pohon jehel.



Obr. 3. 4. Prohozní a přírazový mechanismus tkacího stroje Gamma.

4. Syntéza vačkových mechanismů

Vačkovými mechanismy lze velmi přesně realizovat požadované pracovní pohyby při malém počtu členů mechanismu. Syntéza vačkového mechanismu představuje jeho návrh pro předepsaný pohyb pracovního mechanismu. Výchozími informacemi pro sestrojení teoretického profilu vačky je zdvihová závislost pracovního členu v závislosti na polohovém úhlu hnacího členu, funkční závislost můžeme označit jako $f(\psi)$. Zdvihové závislosti jsou periodické funkce s periodou 2π , která je zpravidla rozdělena na více intervalů pohybových nebo klidových. Celkovou zdvihovou závislost nelze ve většině případů vyjádřit jako jedinou matematickou funkci, ale jako soubor dílčích funkcí. S ohledem na funkci mechanismu je třeba provést návrh zdvihové závislosti, případně dalších kinematických veličin.

Návrh vačkového mechanismu obsahuje stanovení základních rozměrů, určení zdvihové závislosti pracovního členu a přiřazení tvaru vačky.

Syntéza vačkových mechanismů představuje mnoho přístupů, výběr z některých bude uveden v této kapitole. Záleží především na konkrétním použití vačkového mechanismu, na rychlostech, při kterých vačky pracují, apod.

Zdvihové závislosti mohou být sestaveny většinou pomocí goniometrických a polynomických funkcí různých řádů a různě modifikovanými, které je možné v průběhu celé periody různě kombinovat. Podmínky, které je třeba dodržet, uvádí např. literatura [1]. Zde jsou v bodech přechodu z klidu do pohybového intervalu nebo naopak nebo v bodech přechodu z jednoho pohybového intervalu do druhého ~~jsou~~ předepsány podmínky spojitosti. Doporučuje se spojitost do hodnoty třetí derivace zdvihové závislosti. Podobně i pro okrajové podmínky. Vedle přechodových a okrajových podmínek je také vhodné zajistit i další podmínky, např. minimalizování maximálních rychlostí apod.

Často se pro navrhování zdvihových závislostí vačkových mechanismů v posledních letech používají spline funkce. Zmínka o kubických splinech se objevuje v monografii [2]. Podrobněji se lze o využívání spline funkcí dočíst v literatuře [3], v kapitole 5. a v článku [4]. Zde je uvedeno, že klasická spline funkce řádu m popisuje křivku určenou v jednotlivých úsecích polynomy $m - 1$ stupně. Na hranicích subintervalů splňují tyto polynomy podmínky spojitosti funkce a derivací do řádu $m - 2$ včetně. Hranice subintervalů se nazývají uzly a meze intervalu, v němž je vytvořena spline funkce, jsou uzly okrajové.

V okrajových uzlech je předepsáno m okrajových podmínek. V každém vnitřním uzlu jsou předepsány podmínky spojitosti funkcí do řádu $m - 2$. Funkční hodnoty ve vnitřních uzlech jsou použity jako proměnné interpolace.

Takto vytvořená spline funkce splňuje okrajové podmínky a uvnitř intervalu je spojitá do řádu $m - 2$. Její tvar lze ovlivnit volbou proměnných interpolace.

Pro pohyb výstupního členu vačkového mechanismu, popsany lineární diferenciální rovnicí, bude odezva na buzení spline funkcí složena z partikulárních integrálů platných v jednotlivých subintervalech a z obecného řešení homogenní rovnice.

Vlivem nespojitostí nejvyšších derivací spline funkce v uzlových bodech budou nespojité i partikulární integrály pohybové rovnice na hranicích subintervalů. Proto řešení homogenní rovnice popisující vlastní kmitý bude mít v jednotlivých úsecích rozdílné amplitudy a fázová posunutí vlastních kmitů.

Vzhledem k tomu, že amplituda vlastních kmitů se mění v jednotlivých subintervalech spline funkce, lze očekávat vyšší amplitudy kmitů než by vybudila zdvihová závislost popsaná v celém pohybovém intervalu jedinou funkcí.

5. Dynamická simulace

Jedním z důležitých kroků při teoretické analýze mechanické soustavy je jasná formulace problému při návrhu modelu soustavy. Mnohá tělesa se za provozních podmínek chovají jako poddajná a při analýze je třeba brát v úvahu výchylky v důsledku jejich poddajnosti. Poddajná tělesa konají stejné pohyby jako tuhá tělesa a dále pohyby dané jejich deformací, které jsou na uvedené pohyby superponovány. S uvažovanými pohyby roste počet stupňů volnosti tělesa či mechanismu.

Model by měl respektovat všechny podstatné vlastnosti mechanismu. Na druhé straně by měl být přiměřeně složitý a výpočtově zvládnutelný. Přílišná složitost modelu ovlivňuje především časovou náročnost výpočtu a vzhledem k velkému počtu fyzikálních konstant, které se dají určit vždy jen s určitou přesností a v některých případech pouze odhadem, může nepříznivě ovlivnit konečný výpočet. U analyzovaného mechanismu je třeba rozhodnout, zda ho budeme uvažovat jako soustavu tuhých těles nebo jako soustavu poddajných těles. Při pohybech, které konají některé členy přírazového mechanismu, se projevují velké dynamické síly a dochází k určitým deformacím pracovních členů mechanismu.

Reálný mechanismus je systémem se spojitě rozloženými parametry (hmotnost, tlumení a poddajnost). Vzhledem ke složitosti řešení je vhodnější a postačující sestavit tzv. diskrétní model se soustředěnými parametry. Jednotlivé členy mechanismu jsou nahrazeny tuhými hmotnými útvary a vzájemně jsou spojeny pružnými nehmotnými elementy a tlumiči. Hmotnost členu je rozdělena podle zvoleného počtu hmotných útvarů tak, aby byly zachovány hmotové veličiny reálných členů. Deformace pružných členů jsou dány pohyby, které členy konají, a silami, jež na ně působí, síly torzní, ohybové, tahové, resp. tlakové.

Poté co je mechanismus takto analyzován a je vytvořen co nejvěrnější fyzikální model, je třeba přistoupit k sestavení matematického modelu a soustavu popsat pohybovými rovnicemi. Pro sestavení pohybových rovnic literatura uvádí několik přístupů [5]. Patří sem přístupy vektorové mechaniky a analytické přístupy. Analytické metody vycházejí z energetických principů. Používá se metoda redukce hmotových a silových veličin, metoda virtuálních prací, Lagrangeovy rovnice druhého druhu, Lagrangeovy rovnice smíšeného typu a některé další.

5.1. Lagrangeovy rovnice druhého druhu

Při sestavení pohybových rovnic diskrétních soustav neboli soustav se soustředěnými parametry lze vyjít z Lagrangeových pohybových rovnic druhého druhu, které uvádí literatura [5] (kap. 1.8), [6] (kap. 1.5), [7] (kap. 4), platných pro soustavy s n stupni volnosti. Jsou zapsány v zobecněných souřadnicích q_i v následujícím tvaru

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial E_K}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial E_K}{\partial q_i} = Q_i, \quad (5.1)$$

pro $i = 1, 2, \dots, n$,

kde E_K je kinetická energie soustavy. Mezi zobecněné síly Q_i můžeme zahrnout potenciální síly $Q_{Pi}(q_i)$, které jsou funkcí zobecněných souřadnic q_i a získáme je parciální derivací potenciální energie E_P podle zobecněných souřadnic q_i

$$Q_{Pi} = - \frac{\partial E_P}{\partial q_i}, \quad (5.2)$$

a nepotenciální síly Q_{Di} . Pokud uvažujeme tlumící síly závislé na rychlostech (viskózní), potom lze $Q_{Di}(\dot{q}_i)$ vyjádřit pomocí tzv. Rayleighovy disipativní funkce R_D , která je funkcí zobecněných rychlostí $\dot{q}_i$

$$Q_{Di} = - \frac{\partial R_D}{\partial \dot{q}_i}. \quad (5.3)$$

Po dosazení a úpravě obdržíme Lagrangeovy rovnice ve tvaru

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial E_K}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial E_K}{\partial q_i} + \frac{\partial E_P}{\partial q_i} + \frac{\partial R_D}{\partial \dot{q}_i} = Q_i, \quad (5.4)$$

zahrneme-li do rovnic i jiné pracovní síly než potenciální a disipativní.

6. Zdvihová závislost

Zdvihová závislost udává funkční závislost polohové souřadnice hnaného (pracovního) členu na polohovém úhlu vačky. Pokud označíme f polohovou souřadnici pracovního členu a ψ polohový úhel vačky, lze zdvihovou závislost zapsat jako $f(\psi)$. Zdvihová závislost je periodickou funkcí s periodou 2π . Periodu lze v některých případech rozdělit na pohybový a na klidový interval. Potom vlastní zdvihová závislost $f(\psi)$ je uvažována pouze v pohybovém intervalu.

Při sestavování nebo vyhodnocování zdvihových závislostí, jejich rychlostí a zrychlení je vhodné jejich průběhy převést na tzv. normalizované zdvihové závislosti, tzn., že maximální interval pohybu i zdvih dosahuje hodnoty 1. Zdvihovou závislost pak nazýváme jednotkovou. U symetrických zdvihových závislostí je počátek nového souřadného systému 0, ξ , η uprostřed pohybového intervalu.

6.1. Zdvihová závislost Picanol Gamma

Zdvihová závislost realizující kývavý pohyb bidla u tkacího stroje Gamma je symetrická s klidovými polohami a je dána polyharmonickou funkcí sestavenou v rozsahu 2π natočení vačky

$$f(\psi) = b_0 + \sum_{i=1}^{17} b_i \cos(i\psi). \tag{6.1}$$

Pohybový interval, ve kterém proběhne zdvih, odpovídá 137° (2,391 rad) otočení vačky, resp. hlavního hřídele. Maximální zdvih odpovídá hodnotě $29,56^\circ$ (0,516 rad). Hodnoty koeficientů $b_0, b_1, \dots, b_{17}$ jsou zapsány v tab.1.

b_0	0,09119432	b_5	-0,0116454	b_{10}	0,000589485	b_{14}	-0,000414698
b_1	-0,167864	b_6	-0,00197217	b_{11}	0,0000925094	b_{15}	0,0000963759
b_2	0,130841	b_7	0,00442785	b_{12}	-0,000801741	b_{16}	0,000164838
b_3	-0,0837552	b_8	-0,00209106	b_{13}	0,000769987	b_{17}	0,000142472
b_4	0,0407844	b_9	-0,0000956832				

Tab. 1. Koeficienty $b_0 \div b_{17}$.

Průběh zdvihové závislosti Picanol Gamma $f(\psi)$ je znázorněn na obr. 6.1.

První a druhá derivace zdvihové závislosti představují průběh teoretické úhlové rychlosti a úhlového zrychlení bidla a jsou dány vztahy (6.2), (6.3).

$$\frac{df(\psi)}{dt} = f'(\psi) \frac{d\psi}{dt} = -\sum_{i=1}^{17} b_i i \omega \sin(i\psi), \quad (6.2)$$

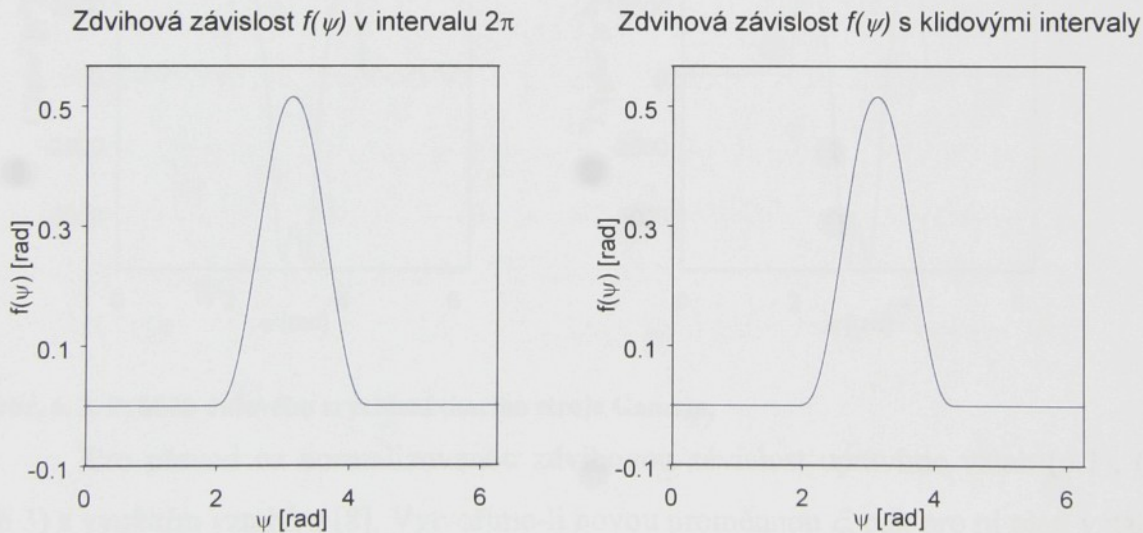
kde $\frac{d\psi}{dt} = \omega$; jedná se o úhlovou rychlost hlavního hřídele, na němž jsou uloženy vačky,

kteou považujeme za konstantní. $f'(\psi) = \frac{df(\psi)}{d\psi}$ je první derivace zdvihové závislosti.

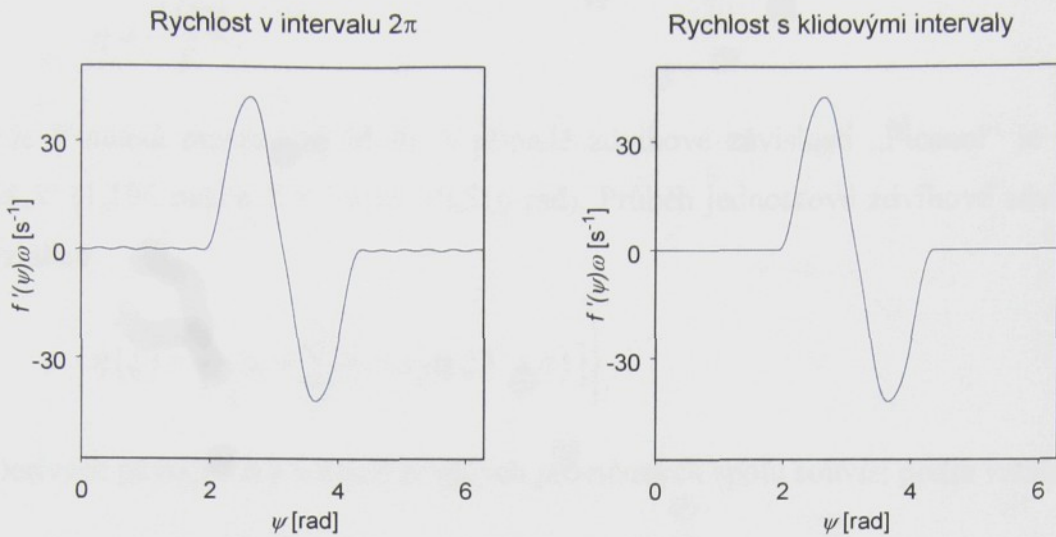
Obdobně pro úhlové zrychlení platí

$$\frac{d^2 f(\psi)}{dt^2} = f''(\psi) \left(\frac{d\psi}{dt} \right)^2 = -\sum_{i=1}^{17} b_i i^2 \omega^2 \cos(i\psi). \quad (6.3)$$

Zdvihová závislost u tkacího stroje Gamma je upravena tak, že mimo pohybový interval vykazuje nulovou hodnotu (obr. 6.1). Její první derivace – úhlová rychlost a druhá derivace – úhlové zrychlení jsou znázorněny na obr. 6.2 a obr. 6.3 pro zvolené otáčky hlavního hřídele $n_0 = 525 \text{ ot.min}^{-1}$.

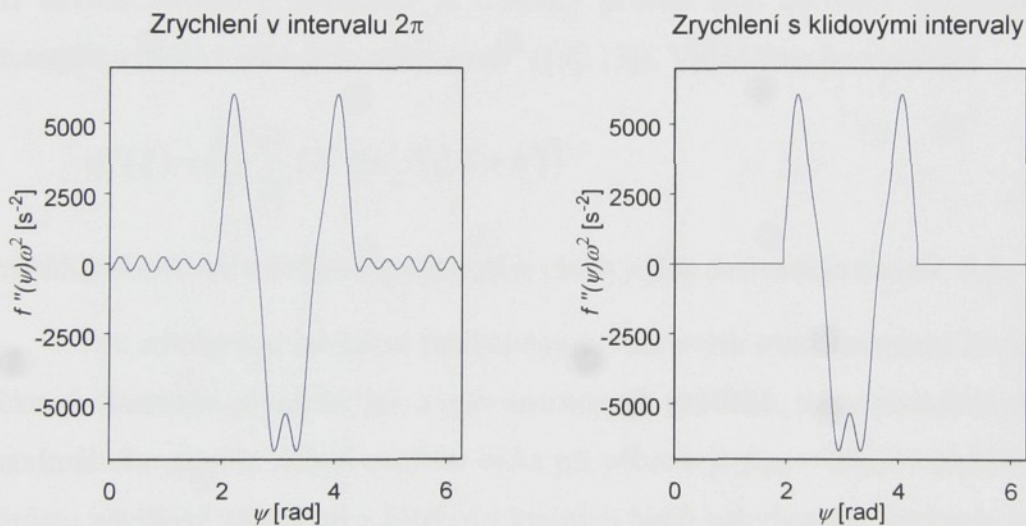


Obr. 6. 1. Průběh zdvihové závislosti tkacího stroje Gamma.



Obr. 6. 2. Průběh úhlové rychlosti tkacího stroje Gamma.

V grafech vlevo je průběh funkce vytvořené v celé periodě polyharmonickou funkcí, vpravo je průběh s nulovými hodnotami vně pohybového intervalu.



Obr. 6. 3. Průběh úhlového zrychlení tkacího stroje Gamma.

Pro převod na normalizovanou zdvihovou závislost upravíme vztah (6.1), (6.2) a (6.3) s využitím vztahů z [8]. Vytvoříme-li novou proměnnou ξ , pak pro ni platí vztah

$$\xi = (\psi - \pi) \frac{1}{X}, \quad (6.4)$$

kde hodnota π udává polohu počátku souřadného systému a X odpovídá délce intervalu, v němž je zdvih vykonán, resp. polovině délky intervalu (u symetrických zdvihových závislostí jde o pohyb z klidové polohy s návratem do téže klidové polohy). Podobně pro hodnotu η vyjde vztah

$$\eta = \frac{f(\psi)}{Y}, \quad (6.5)$$

kde Y udává maximální zdvih. V případě zdvihové závislosti „Picanol“ je interval $X = 68,5^\circ$ (1,196 rad) a $Y = 29,56^\circ$ (0,516 rad). Průběh jednotkové zdvihové závislosti je dán vztahem

$$\eta(\xi) = \frac{1}{Y} \left\{ b_0 + \sum_{i=1}^{17} b_i \cos[i(\xi X + \pi)] \right\}. \quad (6.6)$$

Derivace původních a normalizovaných proměnných spolu souvisí podle vztahů

$$\eta'(\xi) = -\frac{X}{Y} \sum_{i=1}^{17} b_i i \sin[i(\xi X + \pi)], \quad (6.7)$$

$$\eta''(\xi) = -\frac{X^2}{Y} \sum_{i=1}^{17} b_i i^2 \cos[i(\xi X + \pi)]. \quad (6.8)$$

Při návrhu zdvihové závislosti je důležitý průběh třetí derivace zdvihové závislosti, v literatuře uváděný jako puls nebo „jerk“ ([9], [3]). Vyjádříme ho vztahem

$$\eta'''(\xi) = \frac{X^3}{Y} \sum_{i=1}^{17} b_i i^3 \sin[i(\xi X + \pi)]. \quad (6.9)$$

Průběh jednotkové zdvihové závislosti a všech jejích derivací je na obr. 6.4.

Pro zdvihovou závislost realizovanou vačkovým mechanismem firmy Picanol platí některé vlastnosti plynoucí jak z níže uvedených průběhů, tak z podkladů firmy. Velikost maximálního zdvihu neboli otočení bidla při přírazu je $f_{max} = 29,56^\circ$ (0,516 rad). Hodnoty nárůstu zdvihové závislosti v blízkosti krajních bodů pohybového intervalu jsou

$$f(\pm 54^\circ) = 1,6^\circ, \quad (6.10)$$

$$f(\pm 57^\circ) = 0,9^\circ, \quad (6.11)$$

pokud uvažujeme maximální zdvih při hodnotě 0° .

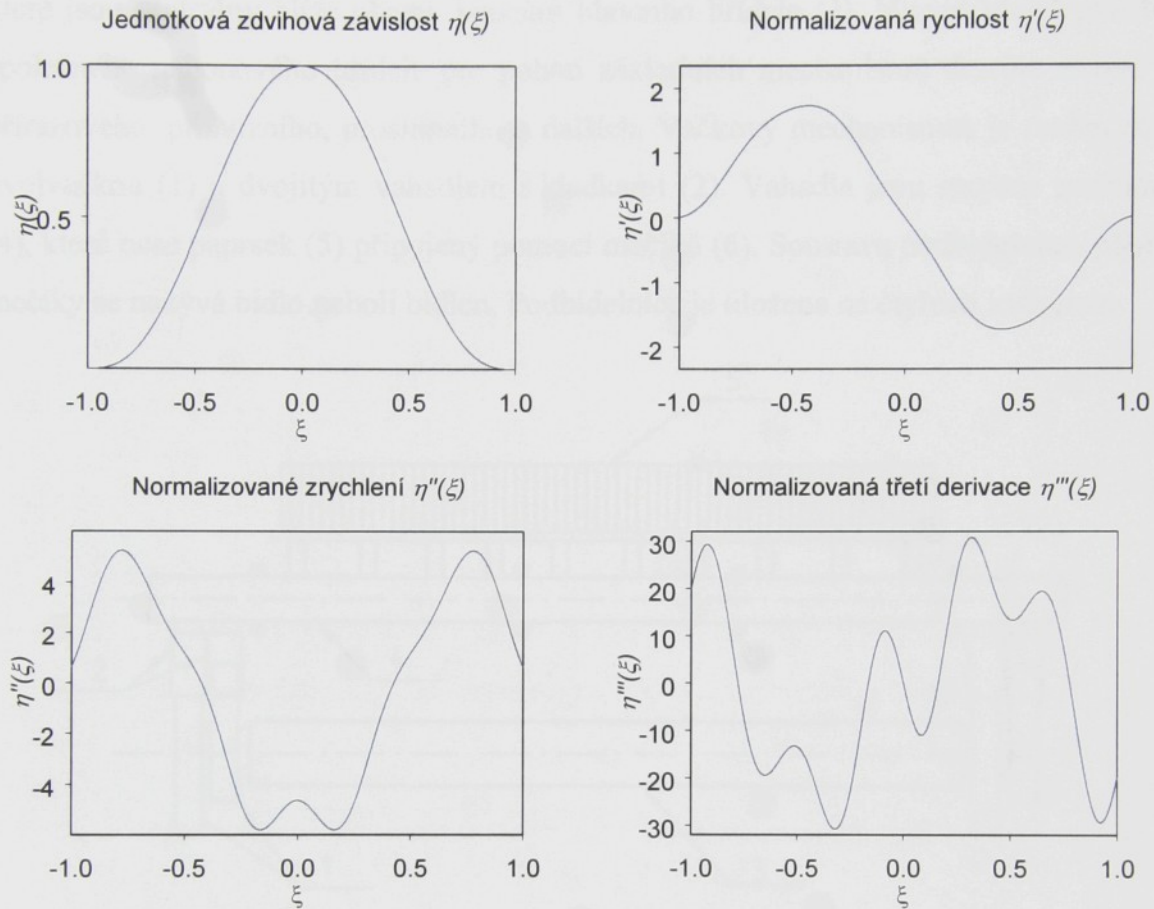
Zrychlení uprostřed intervalu nabývá hodnoty

$$|\eta_0''| = 4,64. \quad (6.12)$$

Maxima a minima průběhu zrychlení v absolutních hodnotách jsou přibližně stejně velká.

Při změně znaménka zrychlení na grafu zrychlení (obr. 6.4), nabývá třetí derivace vyšších absolutních hodnot

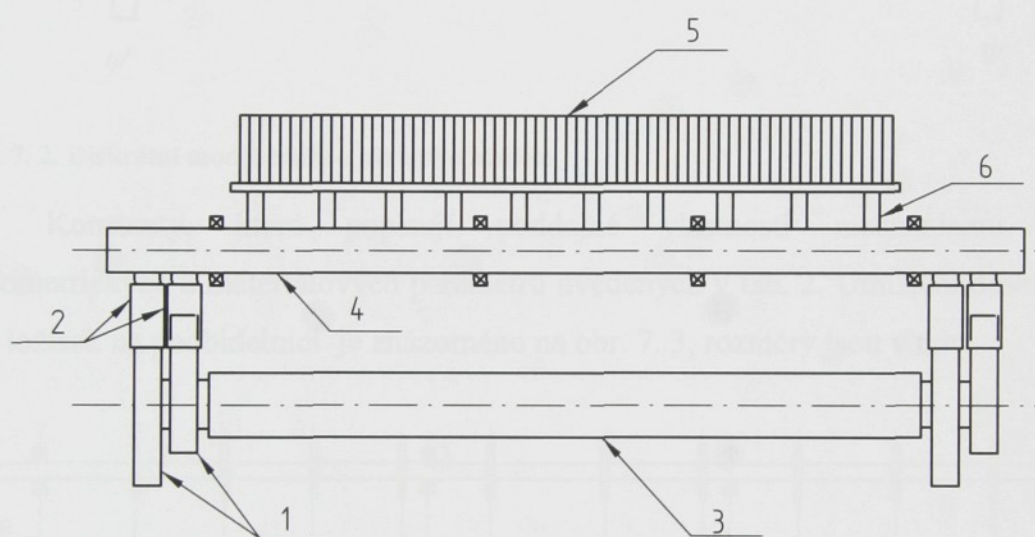
$$|\eta'''(0,426)| = 19,69. \quad (6.13)$$



Obr. 6. 4. Průběhy normalizované zdvihové závislosti „Picanol“ a jejích derivací v pohybovém intervalu.

7. Dynamický model

Před vlastním sestavením fyzikálního modelu je vhodné popsat analyzovaný přírazový (bidlový) mechanismus (obr. 7.1). Skládá se ze dvou vačkových mechanismů, které jsou umístěny blíže oběma koncům hlavního hřídele (3). Hlavní hřídel plní funkci společného náhonového hřídele pro pohon základních mechanismů tkacího stroje, např. přírazového, prohozního, prošlupního a dalších. Vačkový mechanismus je tvořen radiální dvojvačkou (1) a dvojitým vahadlem s kladkami (2). Vahadla jsou spojena podbidelnicí (4), která nese paprsek (5) připojený pomocí mečíků (6). Soustava podbidelnice, paprsek a mečíky se nazývá bidlo neboli bidlen. Podbidelnice je uložena na čtyřech ložiscích.



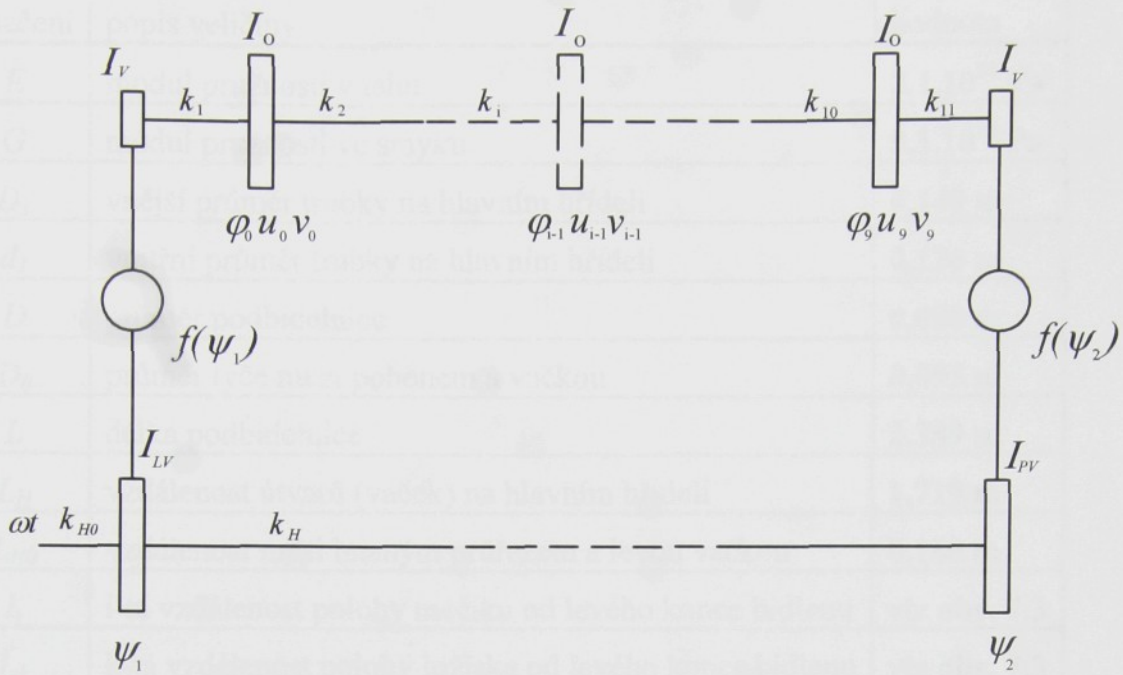
Obr. 7.1. Schématický náčrt představující bidlový mechanismus.

7.1. Fyzikální model

Pro dynamickou analýzu byl sestaven diskrétní model zahrnující vliv pohybu bidla a vaček s částí hlavního hřídele, na kterém jsou vačky uloženy.

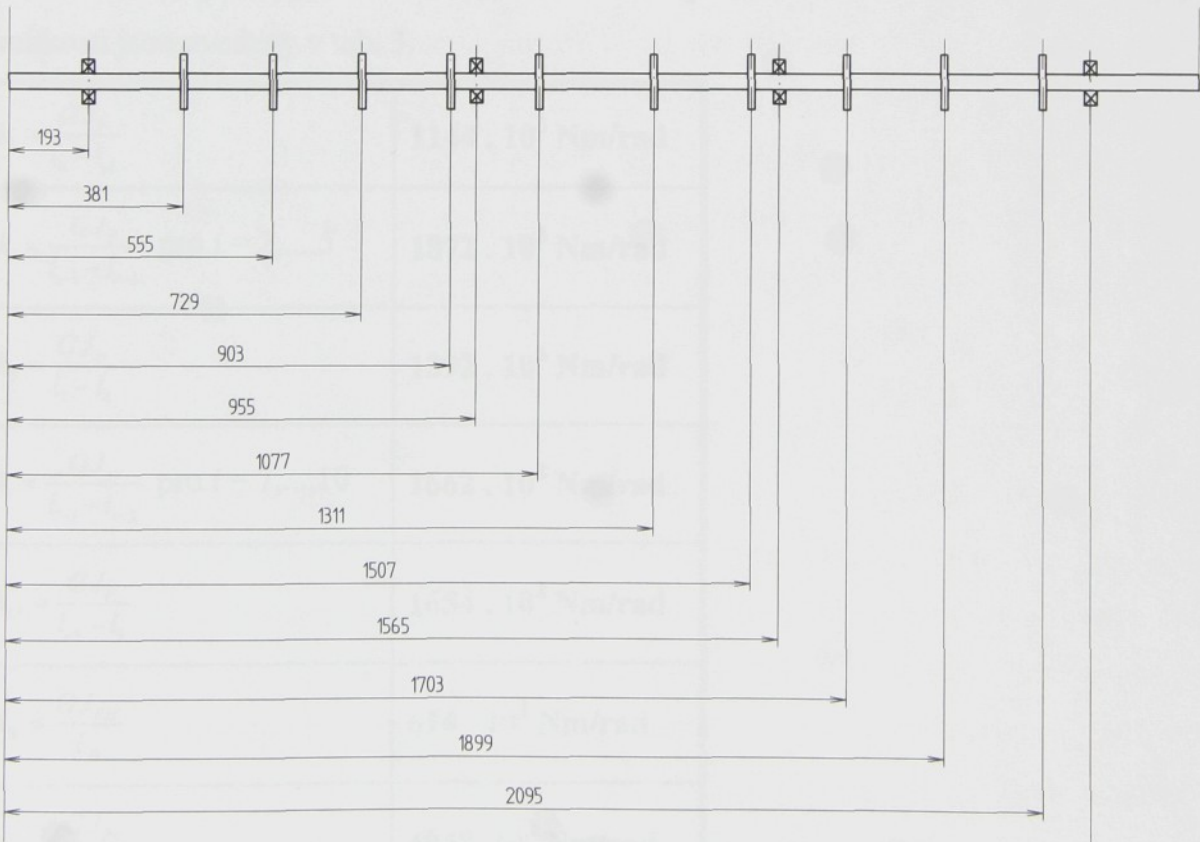
Bidlo v modelu nahradily dva útvary popisující hmotnost vahadel a deset útvarů, z nichž každý zahrnuje hmotu mečíku, část podbidelnice a paprsku. Další dva útvary tvoří levá a pravá dvojvačka včetně poloviny trubky, kterou jsou spojeny. Náčrt zvoleného modelu je na obr. 7.2.

Hmotné útvary jsou spojeny nehmotnými pružnými elementy a tlumiči. U spojnice mezi dvojvačkami je uvažována torzní poddajnost. Bidlo pohybující se kývavým pohybem vykazuje jak deformace způsobené natočením, tj. torzní, tak deformace ohybové.



Obr. 7. 2. Diskrétní model bidla a hlavního hřídele

Konstanty, které popisují poddajné vlastnosti mechanismu, vycházejí z geometrických a materiálových parametrů uvedených v tab. 2. Umístění deseti mečků a čtyř ložisek na podbidelnici je znázorněno na obr. 7. 3, rozměry jsou v mm.



Obr. 7. 3. Umístění mečků na bidlenu

Pomocí parametrů v tab. 2 sestavíme tuhosti jednotlivých pružných elementů.

označení	popis veličiny	hodnota
E	modul pružnosti v tahu	$2,1 \cdot 10^{11} \text{ Pa}$
G	modul pružnosti ve smyku	$8,1 \cdot 10^{10} \text{ Pa}$
D_I	vnější průměr trubky na hlavním hřídeli	$0,140 \text{ m}$
d_I	vnitřní průměr trubky na hlavním hřídeli	$0,126 \text{ m}$
D	průměr podbidelnice	$0,080 \text{ m}$
D_0	průměr tyče mezi pohonem a vačkou	$0,095 \text{ m}$
L	délka podbidelnice	$2,389 \text{ m}$
L_H	vzdálenost útvarů (vaček) na hlavním hřídeli	$1,719 \text{ m}$
L_{H0}	vzdálenost mezi hnaným průřezem a levou vačkou	$0,160 \text{ m}$
l_i	i-tá vzdálenost polohy mečíku od levého konce bidlenu	viz obr. 7.3
l_{rk}	k-tá vzdálenost polohy ložiska od levého konce bidlenu	viz obr. 7.3
l_{v1}	vzdálenost levého vahadla od levého konce bidlenu	$0,097 \text{ m}$
l_{v2}	vzdálenost pravého vahadla od levého konce bidlenu	$2,292 \text{ m}$
e	vzdálenost těžiště průřezu bidla od osy rotace	$0,00215 \text{ m}$

Tab. 2. Geometrické a hmotové parametry přírazového mechanismu

Vztahy pro výpočet torzních tuhostí úseků podbidelnice a hlavního hřídele a jejich velikosti jsou uvedeny v tab. 3.

$k_1 = \frac{GJ_p}{l_0 - l_{v1}}$	$1144 \cdot 10^3 \text{ Nm/rad}$
$k_i = \frac{GJ_p}{l_{i-1} - l_{i-2}}$ pro $i = 2, \dots, 5$	$1872 \cdot 10^3 \text{ Nm/rad}$
$k_6 = \frac{GJ_p}{l_5 - l_4}$	$1392 \cdot 10^3 \text{ Nm/rad}$
$k_i = \frac{GJ_p}{l_{i-1} - l_{i-2}}$ pro $i = 7, \dots, 10$	$1662 \cdot 10^3 \text{ Nm/rad}$
$k_{11} = \frac{GJ_p}{l_{v2} - l_9}$	$1654 \cdot 10^3 \text{ Nm/rad}$
$k_H = \frac{GJ_{pH}}{L_H}$	$614 \cdot 10^3 \text{ Nm/rad}$
$k_{H0} = \frac{GJ_{p0}}{L_{H0}}$	$4048 \cdot 10^3 \text{ Nm/rad}$

Tab. 3. Torzní tuhosti

Polární moment podbidelnice J_P obsažený v tab. 3 je dán vzorcem

$$J_P = \frac{\pi D^4}{32}, \quad (7.1)$$

polární moment trubky J_{PH} tvořící část hlavního hřídele se vypočítá ze vztahu

$$J_{PH} = \frac{\pi(D_1^4 - d_1^4)}{32} \quad (7.2)$$

a polární moment části hlavního hřídele mezi levou vačkou a pohonem

$$J_{P0} = \frac{\pi D_0^4}{32}. \quad (7.3)$$

Velikosti polárních momentů jsou $J_P = 4021 \cdot 10^{-3} \text{ m}^4$, $J_{PH} = 1304 \cdot 10^{-3} \text{ m}^4$,
 $J_{P0} = 7996 \cdot 10^{-3} \text{ m}^4$.

Ohyb bidla budeme uvažovat ve dvou na sebe kolmých směrech. Ohybová poddajnost nehmotných elementů je zahrnuta v potenciální energii soustavy (viz. kap. 5.1) a popíšeme ji tuhostmi jednotlivých spojení hmotných útvarů. Ze získaných konstant sestavíme matice ohybové tuhosti $\mathbf{K}_u$ a $\mathbf{K}_v$. Pro případ staticky neurčitě uloženého nosníku, kterým podbidelnice je, využijeme postupu popsaného v literatuře [6]. Nosník převedeme na staticky určitě uložený nosník a zatížíme ho v místech vnitřních podpor neznámými působícími silami, tj. reakcemi R_C , R_D . Zároveň uvažujeme s nulovými průhyby v bodech C, D. Tyto podmínky lze rozepsat do soustavy rovnic uvedené v maticovém tvaru nejprve pro souřadnici u_i ve vodorovném směru, jak uvádí literatura [6].

$$\begin{pmatrix} \mathbf{G}_M & \mathbf{G}_{MR} \\ \mathbf{G}_{MR}^T & \mathbf{G}_R \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}} \\ \mathbf{R} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mathbf{u} \\ \mathbf{0} \end{pmatrix} = \mathbf{0}. \quad (7.4)$$

Při výpočtu vyjdeme z matic poddajnosti označených v rovnici (7.4) písmenem $\mathbf{G}$ s příslušným indexem, jejichž prvky jsou tzv. příčinkové činitele. Matice $\mathbf{G}_M$ v rovnici je matice poddajnosti, která obsahuje pouze příčinkové činitele popisující vztah mezi místy s osamělými hmotami, $\mathbf{G}_R$ je matice příčinkových činitelů vyjadřujících vztah mezi působišti neznámých reakcí R_C , R_D . $\mathbf{G}_{MR}$ je matice příčinkových činitelů udávajících vztah mezi místy s osamělými hmotami a působišti neznámých reakcí, $\mathbf{R}$ je vektor neznámých reakcí R_C , R_D , $\mathbf{u}$ je vektor průhybů ve vodorovném směru, $\mathbf{M}$ je diagonální matice hmotnosti.

Pro výpočet příčinkových činitelů využijeme vztah pro prvek na ij -tém místě matice.

$$G_{i,j} = \frac{l_i(L-l_j) \left[L^2 - l_i^2 - (L-l_j)^2 \right]}{6EJL}, \quad (7.5)$$

kde J je kvadratický moment plochy pro kruhový průřez podbidelnice ve tvaru

$$J = \frac{\pi D^4}{64}, \quad (7.6)$$

L je délka podbidelnice (viz obr. 7. 3),

l_i, l_j jsou vzdálenosti dvou útvarů od levého konce v pořadí i, j ,

E je materiálová konstanta obsažená v tab. 2.

Vyjádříme vektor neznámých reakcí roznásobením a úpravou druhého řádku soustavy submatic (7.4)

$$\mathbf{R} = -\mathbf{G}_R^{-1} \mathbf{G}_{MR}^T \mathbf{M} \ddot{\mathbf{u}}. \quad (7.7)$$

Dosazením do první rovnice soustavy submatic vyjde pohybová rovnice

$$\left[\mathbf{G}_M \mathbf{M} - \mathbf{G}_{MR} \mathbf{G}_R^{-1} \mathbf{G}_{MR}^T \mathbf{M} \right] \ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{u} = \mathbf{0}, \quad (7.8)$$

po úpravě

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{u}} + \left[\mathbf{G}_M - \mathbf{G}_{MR} \mathbf{G}_R^{-1} \mathbf{G}_{MR}^T \right]^{-1} \mathbf{u} = \mathbf{0}. \quad (7.9)$$

Výraz v rovnici (7.9)

$$\left[\mathbf{G}_M - \mathbf{G}_{MR} \mathbf{G}_R^{-1} \mathbf{G}_{MR}^T \right]^{-1} \quad (7.10)$$

označíme $\mathbf{K}_u$. Jedná se o matici tuhosti. Analogicky vytvoříme rovnici pro průhyby $\mathbf{v}_i$

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{v}} + \mathbf{K}_v \mathbf{v} = \mathbf{0}. \quad (7.11)$$

Protože bidlo je kruhového průřezu, konstanty tuhosti budou pro oba směry shodné a

$$\mathbf{K}_u = \mathbf{K}_v = \mathbf{K}^0. \quad (7.12)$$

Matice konstant popisujících ohybovou tuhost je velikosti 10×10 prvků. Její jednotlivé prvky jsou v tabulce v Příloze IA (str. 8).

7.2. Matematický model

Při sestavování pohybových rovnic popisujících zvolenou diskretní soustavu vyjdeme z Lagrangeových rovnic druhého druhu (5.4). Zobecněné souřadnice q_i zahrnují pootočení vaček ψ_1, ψ_2 , pootočení bidla φ_i v i -tém místě (viz obr. 7.2) a složky průhybu bidlenu u_i a v_i ve dvou kolmých směrech pro $i = 0, 1, \dots, 9$ (obr. 7.4).

Sestavíme kinetickou energii E_K celé soustavy

$$E_K = \frac{1}{2} \sum_{i=0}^9 \left[I_O \dot{\varphi}_i^2 + m (\dot{u}_i^2 + \dot{v}_i^2) \right] + \frac{1}{2} I_V \left\{ [f'(\psi_1) \dot{\psi}_1]^2 + [f'(\psi_2) \dot{\psi}_2]^2 \right\} + \frac{1}{2} (I_{LV} \dot{\psi}_1^2 + I_{PV} \dot{\psi}_2^2), \quad (7.13)$$

v níž se objevují hmotové veličiny diskretních hmot uvedené v tab. 4.

označení	popis veličiny	hodnota
m_B	hmotnost bidla	119 kg
m	hmotnost i -tého útvaru bidla	11,9 kg
I_B	moment setrvačnosti bidla k rotační ose podbidelnice	0,35 kgm ²
I_0	moment setrvačnosti i -tého útvaru k rotační ose podbidelnice	0,035 kgm ²
I_V	moment setrvačnosti vahadla k rotační ose podbidelnice	0,057 kgm ²
I_{LV}	moment setrvačnosti levé vačky k rotační hlavního hřídele	0,23 kgm ²
I_{PV}	moment setrvačnosti pravé vačky k rotační hlavního hřídele	0,23 kgm ²

Tab. 4. Hmotové veličiny bidla a vaček.

Potenciální energii soustavy lze rozepsat podobně jako u kinetické energie na součet dílčích potenciálních energií

$$E_P = \frac{1}{2} k_1 (\varphi_0 - f(\psi_1))^2 + \sum_{i=1}^9 \frac{1}{2} k_{i+1} (\varphi_i - \varphi_{i-1})^2 + \frac{1}{2} k_{11} (f(\psi_2) - \varphi_9)^2 + \frac{1}{2} k_{H0} (\psi_1 - \omega t)^2 + \frac{1}{2} k_H (\psi_2 - \psi_1)^2 + \frac{1}{2} \sum_{i=0}^9 \left(\sum_{j=0}^9 k_{i,j}^O u_j \right) u_i + \frac{1}{2} \sum_{i=0}^9 \left(\sum_{j=0}^9 k_{i,j}^O v_j \right) v_i. \quad (7.14)$$

Konstanty tuhosti $k_1 \div k_{11}$, k_H a k_{H0} jsou uvedeny v tab. 3, ohybové tuhosti $k_{i,j}^O$ jsou prvky matice $\mathbf{K}^O$. $f(\psi_1)$ a $f(\psi_2)$ jsou zdvihové závislosti váčkového mechanismu, ω je úhlová rychlost hlavního hřídele, t je čas.

Setrvačné síly způsobující ohyb jsou uvažovány v těžišti, proto je třeba provést přepočet souřadnic těžiště průřezu bidla vzhledem k ose podbidelnice. Souřadnice μ_i a ν_i jsou dány vztahy, jejichž význam je zřejmý z obr. 7. 4.

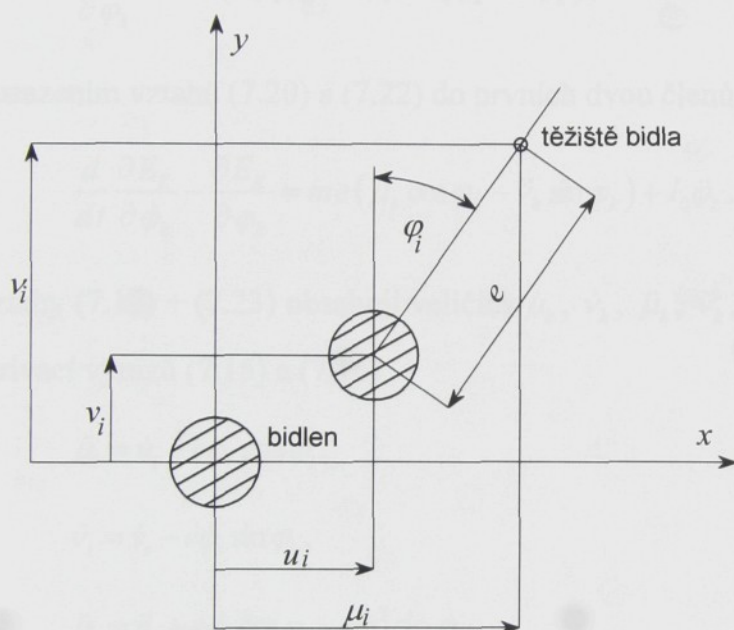
$$\mu_i = u_i + e \sin \varphi_i, \quad (7.15)$$

$$\nu_i = v_i + e \cos \varphi_i, \quad (7.16)$$

kde e je vzdálenost těžiště bidla od osy bidlenu (tab. 2),

u_i a v_i jsou složky průhybu bidlenu ve směrech x, y na obr. 7. 4,

φ_i je natočení bidla.



Obr. 7. 4. Souřadnice těžiště průřezu bidla

Postupně provádíme parciální derivace kinetické energie E_K podle rychlostí $\dot{\varphi}_k$, $\dot{\psi}_1$, $\dot{\psi}_2$, $\dot{u}_k$, $\dot{v}_k$ a podle souřadnic φ_k , ψ_1 , ψ_2 , u_k , v_k . Derivováním dostáváme

$$\frac{\partial E_K}{\partial \dot{\varphi}_k} = \sum_i \left[I_0 \dot{\varphi}_i \frac{\partial \dot{\varphi}_i}{\partial \dot{\varphi}_k} + m \left(\dot{\mu}_i \frac{\partial \dot{\mu}_i}{\partial \dot{\varphi}_k} + \dot{\nu}_i \frac{\partial \dot{\nu}_i}{\partial \dot{\varphi}_k} \right) \right]. \quad (7.17)$$

Provedeme-li parciální derivace v rovnici (7.17) podle $\dot{\varphi}_k$, dostáváme

$$\frac{\partial E_K}{\partial \dot{\varphi}_k} = \sum_i \left[m (\dot{\mu}_i \cos \varphi_i \delta_{ik} - \dot{\nu}_i \sin \varphi_i \delta_{ik}) + I_0 \dot{\varphi}_i \delta_{ik} \right], \quad (7.18)$$

kde δ_{ik} je Kroneckerovo delta. Nakonec

$$\frac{\partial E_K}{\partial \dot{\varphi}_k} = m e (\dot{\mu}_k \cos \varphi_k - \dot{\nu}_k \sin \varphi_k) + I_0 \dot{\varphi}_k. \quad (7.19)$$

Časovou derivací dostáváme vztah

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial E_K}{\partial \dot{\varphi}_k} = m e (\ddot{\mu}_k \cos \varphi_k - \dot{\mu}_k \dot{\varphi}_k \sin \varphi_k - \ddot{\nu}_k \sin \varphi_k - \dot{\nu}_k \dot{\varphi}_k \cos \varphi_k) + I_0 \ddot{\varphi}_k. \quad (7.20)$$

Po derivaci E_K podle souřadnic φ_k

$$\frac{\partial E_K}{\partial \varphi_k} = \sum_i \left[I_0 \dot{\varphi}_i \frac{\partial \dot{\varphi}_i}{\partial \varphi_k} + m \left(\dot{\mu}_i \frac{\partial \dot{\mu}_i}{\partial \varphi_k} + \dot{\nu}_i \frac{\partial \dot{\nu}_i}{\partial \varphi_k} \right) \right] \quad (7.21)$$

a úpravě vyjde

$$\frac{\partial E_K}{\partial \varphi_k} = m e (-\dot{\mu}_k \dot{\varphi}_k \sin \varphi_k - \dot{\nu}_k \dot{\varphi}_k \cos \varphi_k). \quad (7.22)$$

Dosazením vztahů (7.20) a (7.22) do prvních dvou členů rovnice (5.4) dostaneme

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial E_K}{\partial \dot{\varphi}_k} - \frac{\partial E_K}{\partial \varphi_k} = m e (\ddot{\mu}_k \cos \varphi_k - \ddot{\nu}_k \sin \varphi_k) + I_0 \ddot{\varphi}_k. \quad (7.23)$$

Vztahy (7.17) ÷ (7.23) obsahují veličiny $\dot{\mu}_k$, $\dot{\nu}_k$, $\ddot{\mu}_k$, $\ddot{\nu}_k$, které získáme postupnou časovou derivací výrazů (7.15) a (7.16)

$$\dot{\mu}_i = \dot{u}_i + e \dot{\varphi}_i \cos \varphi_i, \quad (7.24)$$

$$\dot{\nu}_i = \dot{v}_i - e \dot{\varphi}_i \sin \varphi_i, \quad (7.25)$$

$$\ddot{\mu}_i = \ddot{u}_i + e \ddot{\varphi}_i \cos \varphi_i - e \dot{\varphi}_i^2 \sin \varphi_i, \quad (7.26)$$

$$\ddot{\nu}_i = \ddot{v}_i - e \ddot{\varphi}_i \sin \varphi_i - e \dot{\varphi}_i^2 \cos \varphi_i. \quad (7.27)$$

Dosazením výrazů (7.26), (7.27) do rovnice (7.23) dostáváme

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial E_K}{\partial \dot{\varphi}_k} - \frac{\partial E_K}{\partial \varphi_k} = m e (\ddot{u}_k \cos \varphi_k - \ddot{v}_k \sin \varphi_k - e \ddot{\varphi}_k) + I_0 \ddot{\varphi}_k \quad (7.28)$$

Derivací výrazu E_K podle souřadnic ψ_1 , ψ_2 a rychlostí vaček $\dot{\psi}_1$, $\dot{\psi}_2$ na hlavním hřídeli dostáváme

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial E_K}{\partial \dot{\psi}_1} - \frac{\partial E_K}{\partial \psi_1} = \frac{d}{dt} \left[I_{LV} \dot{\psi}_1 + I_V [f'(\psi_1)]^2 \dot{\psi}_1 \right] - I_V f'(\psi_1) f''(\psi_1) \dot{\psi}_1^2 \quad (7.29)$$

a po derivaci podle t a úpravě je

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial E_K}{\partial \dot{\psi}_1} - \frac{\partial E_K}{\partial \psi_1} = \left[I_{LV} + I_V [f'(\psi_1)]^2 \right] \ddot{\psi}_1 + I_V f'(\psi_1) f''(\psi_1) \dot{\psi}_1^2. \quad (7.30)$$

Analogicky získáme výraz pro souřadnici ψ_2

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial E_K}{\partial \dot{\psi}_2} - \frac{\partial E_K}{\partial \psi_2} = \left[I_{PV} + I_V [f'(\psi_2)]^2 \right] \ddot{\psi}_2 + I_V f'(\psi_2) f''(\psi_2) \dot{\psi}_2^2. \quad (7.31)$$

Derivujeme-li E_K podle souřadnice u_k a $\dot{u}_k$, dostáváme

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial E_K}{\partial \dot{u}_k} - \frac{\partial E_K}{\partial u_k} = \frac{d}{dt} \sum_i m \left(\dot{\mu}_i \frac{\partial \dot{\mu}_i}{\partial \dot{u}_k} \right), \quad (7.32)$$

po úpravě

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial E_K}{\partial \dot{u}_k} - \frac{\partial E_K}{\partial u_k} = m \ddot{\mu}_k, \quad (7.33)$$

podobně pro derivace podle v_k , $\dot{v}_k$ a času t .

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial E_K}{\partial \dot{v}_k} - \frac{\partial E_K}{\partial v_k} = m \ddot{v}_k. \quad (7.34)$$

Dosazením do rovnic (7.33) a (7.34) za $\ddot{\mu}_k$, $\ddot{v}_k$ vyjdou vztahy ve tvaru

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial E_K}{\partial \dot{u}_k} - \frac{\partial E_K}{\partial u_k} = m \left(\ddot{u}_k + e \ddot{\phi}_k \cos \varphi_k - e \dot{\phi}_k^2 \sin \varphi_k \right), \quad (7.35)$$

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial E_K}{\partial \dot{v}_k} - \frac{\partial E_K}{\partial v_k} = m \left(\ddot{v}_k - e \ddot{\phi}_k \sin \varphi_k - e \dot{\phi}_k^2 \cos \varphi_k \right). \quad (7.36)$$

Obdobně provedeme derivace potenciální energie E_P podle souřadnic φ_k , ψ_1 , ψ_2 , u_k , v_k

$$\frac{\partial E_P}{\partial \varphi_0} = k_1 (\varphi_0 - f(\psi_1)) - k_2 (\varphi_1 - \varphi_0), \quad (7.37)$$

pro $k = 1, 2, \dots, 8$ dostáváme osm analogických rovnic

$$\frac{\partial E_P}{\partial \varphi_k} = k_{k+1} (\varphi_k - \varphi_{k-1}) - k_{k+2} (\varphi_{k+1} - \varphi_k) \quad (7.38)$$

a pro $k = 9$ vyjde

$$\frac{\partial E_P}{\partial \varphi_9} = k_{10} (\varphi_9 - \varphi_8) - k_{11} (f(\psi_2) - \varphi_9). \quad (7.39)$$

Derivací E_P podle ψ_1 a ψ_2 postupně vyjde

$$\frac{\partial E_P}{\partial \psi_1} = k_{H0}(\psi_1 - \omega t) - k_H(\psi_2 - \psi_1) - k_1(\varphi_0 - f(\psi_1))f'(\psi_1), \quad (7.40)$$

$$\frac{\partial E_P}{\partial \psi_2} = k_H(\psi_2 - \psi_1) + k_{11}(f(\psi_2) - \varphi_9)f'(\psi_2). \quad (7.41)$$

Derivací podle složek vektoru $\mathbf{u}$ a $\mathbf{v}$ dostáváme

$$\frac{\partial E_P}{\partial u_k} = \sum_{j=0}^9 k_{k,j}^O u_j, \quad (7.42)$$

$$\frac{\partial E_P}{\partial v_k} = \sum_{j=0}^9 k_{k,j}^O v_j. \quad (7.43)$$

Protože soustava neobsahuje funkční tlumící členy, vyjádříme zobecněné síly lineárního (viskózního) tlumení Q_{Di} následovně

$$Q_{D0} = b_P [k_1(\dot{\varphi}_0 - f'(\psi_1)) - k_2(\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_0)], \quad (7.44)$$

$$Q_{Dk} = b_P [k_{k+1}(\dot{\varphi}_k - \dot{\varphi}_{k-1}) - k_{k+2}(\dot{\varphi}_{k+1} - \dot{\varphi}_k)], \text{ pro } k = 1, 2 \dots 8 \quad (7.45)$$

$$Q_{D9} = b_P [k_{10}(\dot{\varphi}_9 - \dot{\varphi}_8) - k_{11}(f'(\psi_2) - \dot{\varphi}_9)], \quad (7.46)$$

$$Q_{DH1} = b_P [k_{H0}(\dot{\psi}_1 - \omega) - k_H(\dot{\psi}_2 - \dot{\psi}_1) - k_1(\dot{\varphi}_0 - f'(\psi_1))f'(\psi_1)], \quad (7.47)$$

$$Q_{DH2} = b_P [k_H(\dot{\psi}_2 - \dot{\psi}_1) + k_{11}(f'(\psi_2) - \dot{\varphi}_9)f'(\psi_2)], \quad (7.48)$$

$$Q_{Duk} = b_P \sum_{j=0}^9 k_{k,j}^O \dot{u}_j \text{ pro } k = 0, 1, \dots, 9, \quad (7.49)$$

$$Q_{Dvk} = b_P \sum_{j=0}^9 k_{k,j}^O \dot{v}_j \text{ pro } k = 0, 1, \dots, 9, \quad (7.50)$$

kde koeficienty tlumení b_P zachycují pouze slabé konstrukční tlumení a volíme konstantu $b_P = 1.10^{-5}$ s.

Vztahy (7.28), (7.30), (7.31), (7.35), (7.36), (7.37) ÷ (7.43), (7.44) ÷ (7.50) dosadíme do Lagrangeových rovnic (5.4) a dostaneme soustavu 32 diferenciálních rovnic druhého řádu:

$$me(\ddot{u}_0 \cos \varphi_0 - \ddot{v}_0 \sin \varphi_0 - e\ddot{\varphi}_0) + I_0\ddot{\varphi}_0 + b_P [k_1(\dot{\varphi}_0 - f'(\psi_1)) - k_2(\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_0)] +$$

$$+k_1(\varphi_0 - f(\psi_1)) - k_2(\varphi_1 - \varphi_0) = 0, \quad (7.51)$$

dalších osm rovnic lze zapsat obecným výrazem pro $k = 1, 2, \dots, 8$

$$\begin{aligned} m e (\ddot{u}_k \cos \varphi_k - \ddot{v}_k \sin \varphi_k - e \ddot{\varphi}_k) + I_0 \ddot{\varphi}_k + b_p [k_{k+1}(\dot{\varphi}_k - \dot{\varphi}_{k-1}) - k_{k+2}(\dot{\varphi}_{k+1} - \dot{\varphi}_k)] + \\ + k_{k+1}(\varphi_k - \varphi_{k-1}) - k_{k+2}(\varphi_{k+1} - \varphi_k) = 0, \end{aligned} \quad (7.52)$$

pro $k = 9$ vyjde rovnice

$$\begin{aligned} m e (\ddot{u}_9 \cos \varphi_9 - \ddot{v}_9 \sin \varphi_9 - e \ddot{\varphi}_0) + I_0 \ddot{\varphi}_9 + b_p [k_{10}(\dot{\varphi}_9 - \dot{\varphi}_8) - k_{11}(f'(\psi_2) - \dot{\varphi}_9)] \\ + k_{10}(\varphi_9 - \varphi_8) - k_{11}(f(\psi_2) - \varphi_9) = 0, \end{aligned} \quad (7.53)$$

rovnice popisující pohyb útvarů nahrazujících vačky s částí hlavního hřídele jsou

$$\begin{aligned} [I_{LV} + I_V [f'(\psi_1)]^2] \ddot{\psi}_1 + I_V f'(\psi_1) f''(\psi_1) \dot{\psi}_1^2 + \\ + b_p [k_{H0}(\dot{\psi}_1 - \omega) - k_H(\dot{\psi}_2 - \dot{\psi}_1) - k_1(\dot{\varphi}_0 - f'(\psi_1)) f'(\psi_1)] + \\ + k_{H0}(\psi_1 - \omega t) - k_H(\psi_2 - \psi_1) - k_1(\varphi_0 - f(\psi_1)) f'(\psi_1) = 0, \end{aligned} \quad (7.54)$$

$$\begin{aligned} [I_{PV} + I_V [f'(\psi_2)]^2] \ddot{\psi}_2 + I_V f'(\psi_2) f''(\psi_2) \dot{\psi}_2^2 + \\ + b_p [k_H(\dot{\psi}_2 - \dot{\psi}_1) + k_{11}(f'(\psi_2) - \dot{\varphi}_9) f'(\psi_2)] + \\ + k_H(\psi_2 - \psi_1) + k_{11}(f(\psi_2) - \varphi_9) f'(\psi_2) = 0, \end{aligned} \quad (7.55)$$

rovnice derivované podle souřadnic u_i a v_i lze zapsat obecnými vztahy pro $k = 0, 2, \dots, 9$

$$m(\ddot{u}_k + e \ddot{\varphi}_k \cos \varphi_k - e \dot{\varphi}_k^2 \sin \varphi_k) + b_p \sum_{k=0}^9 k_{k,j}^O \dot{u}_j + \sum_{k=0}^9 k_{k,j}^O u_j = 0, \quad (7.56)$$

$$m(\ddot{v}_k - e \ddot{\varphi}_k \sin \varphi_k - e \dot{\varphi}_k^2 \cos \varphi_k) + b_p \sum_{k=0}^9 k_{k,j}^O \dot{v}_j + \sum_{k=0}^9 k_{k,j}^O v_j = 0. \quad (7.57)$$

7.3. Numerické řešení

Rovnice popisující matematicky zvolený fyzikální model přírazového mechanismu představují soustavu nelineárních diferenciálních rovnic 2. řádu. V rovnicích se vyskytují proměnné φ_k , u_k , v_k , ψ_1 , ψ_2 v nulté, první a druhé derivaci, některé v kvadrátu první

derivace či v argumentu goniometrických funkcí sinů a cosinů. Druhé derivace φ_k , u_k a v_k vyskytující se v rovnicích (7.51) ÷ (7.53), (7.56) a (7.57) jsou vzájemně závislé. Algebraickou úpravou lze diferenciální rovnice upravit na nezávislé v proměnných $\ddot{\varphi}_k$, $\ddot{u}_k$ a $\ddot{v}_k$. Z rovnic (7.56), (7.57) vyjádříme $\ddot{u}_k$ a $\ddot{v}_k$ a dosadíme do rovnic (7.51), (7.52) a (7.53). Po úpravě dostáváme 10 rovnic s proměnnou $\ddot{\varphi}_k$ ve tvaru

$$I_0 \ddot{\varphi}_0 + b_p \left[k_1 (\dot{\varphi}_0 - f'(\psi_1)) f'(\psi_1) - k_2 (\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_0) \right] + k_1 (\varphi_0 - f(\psi_1)) - k_2 (\varphi_1 - \varphi_0) - e \cos \varphi_0 \left(b_p \sum_{j=0}^9 k_{0,j}^O \dot{u}_j + \sum_{j=0}^9 k_{0,j}^O u_j \right) + e \sin \varphi_0 \left(b_p \sum_{j=0}^9 k_{0,j}^O \dot{v}_j + \sum_{j=0}^9 k_{0,j}^O v_j \right) = 0, \quad (7.58)$$

$$I_0 \ddot{\varphi}_k + b_p \left[k_{k+1} (\dot{\varphi}_k - \dot{\varphi}_{k-1}) - k_{k+2} (\dot{\varphi}_{k+1} - \dot{\varphi}_k) \right] + k_{k+1} (\varphi_k - \varphi_{k-1}) - k_{k+2} (\varphi_{k+1} - \varphi_k) - e \cos \varphi_k \left(b_p \sum_{j=0}^9 k_{k,j}^O \dot{u}_j + \sum_{j=0}^9 k_{k,j}^O u_j \right) + e \sin \varphi_k \left(b_p \sum_{j=0}^9 k_{k,j}^O \dot{v}_j + \sum_{j=0}^9 k_{k,j}^O v_j \right) = 0 \quad (7.59)$$

pro $k = 1 \div 8$,

$$I_0 \ddot{\varphi}_9 + b_p \left[k_{10} (\dot{\varphi}_9 - \dot{\varphi}_8) - k_{11} (f'(\psi_2) - \dot{\varphi}_9) \right] + k_{10} (\varphi_9 - \varphi_8) - k_{11} (f(\psi_2) - \varphi_9) - e \cos \varphi_9 \left(b_p \sum_{j=0}^9 k_{9,j}^O \dot{u}_j + \sum_{j=0}^9 k_{9,j}^O u_j \right) + e \sin \varphi_9 \left(b_p \sum_{j=0}^9 k_{9,j}^O \dot{v}_j + \sum_{j=0}^9 k_{9,j}^O v_j \right) = 0, \quad (7.60)$$

$$m \ddot{u}_k + m e \ddot{\varphi}_k \cos \varphi_k - m e \dot{\varphi}_k^2 \sin \varphi_k + b_p \sum_{k=0}^9 k_{k,j}^O \dot{u}_j + \sum_{k=0}^9 k_{k,j}^O u_j = 0, \quad (7.61)$$

$$m \ddot{v}_k - m e \ddot{\varphi}_k \sin \varphi_k - m e \dot{\varphi}_k^2 \cos \varphi_k + b_p \sum_{k=0}^9 k_{k,j}^O \dot{v}_j + \sum_{k=0}^9 k_{k,j}^O v_j = 0 \quad (7.62)$$

pro $k = 0, 2, \dots, 9$, kde

$$\ddot{\varphi}_k = \frac{1}{I_0} \left\{ -b_p \left[k_{k+1} (\dot{\varphi}_k - \dot{\varphi}_{k-1}) - k_{k+2} (\dot{\varphi}_{k+1} - \dot{\varphi}_k) \right] - k_{k+1} (\varphi_k - \varphi_{k-1}) + k_{k+2} (\varphi_{k+1} - \varphi_k) + e \cos \varphi_k \left(b_p \sum_{j=0}^9 k_{k,j}^O \dot{u}_j + \sum_{j=0}^9 k_{k,j}^O u_j \right) - e \sin \varphi_k \left(b_p \sum_{j=0}^9 k_{k,j}^O \dot{v}_j + \sum_{j=0}^9 k_{k,j}^O v_j \right) \right\}, \quad (7.63)$$

za $\ddot{\varphi}_0$ a $\ddot{\varphi}_9$ dosadíme analogické vztahy. Uvedenou úpravou dostáváme soustavu diferenciálních rovnic, které jsou nezávislé v druhé derivaci proměnných φ_k , u_k , v_k , ψ_1 , ψ_2 .

Pro numerické řešení je využíván software MATHCAD ve verzi 11 [11], [12], [13], který umožňuje řešit diferenciální rovnice a jejich soustavy již hotovými procedurami. Byla zvolena procedura využívající při výpočtu Runge-Kuttovu metodu 4. řádu.

Pro samotný výpočet je třeba snížit řád diferenciálních rovnic na první, tj. vytvořit novou proměnnou pro první derivace souřadnic φ_i , u_i , v_i , ψ_1 a ψ_2 a získat jediný vektor všech proměnných např. y s prvky $y_0, y_1, \dots, y_{63}$. Prvky se sudými indexy odpovídají všem souřadnicím, prvky s lichými indexy prvním derivacím souřadnic. Označení použita v programu jsou v následující tabulce.

výčet souřadnic	nahrazení v programu
$\varphi_0, \varphi_1, \dots, \varphi_9$	$y_0, y_2, \dots, y_{18}$
$\dot{\varphi}_0, \dot{\varphi}_1, \dots, \dot{\varphi}_9$	$y_1, y_3, \dots, y_{19}$
ψ_1, ψ_2	y_{20}, y_{22}
$\dot{\psi}_1, \dot{\psi}_2$	y_{21}, y_{23}
$u_0, u_1, \dots, u_9$	$y_{24}, y_{26}, \dots, y_{42}$
$\dot{u}_0, \dot{u}_1, \dots, \dot{u}_9$	$y_{25}, y_{27}, \dots, y_{43}$
$v_0, v_1, \dots, v_9$	$y_{44}, y_{46}, \dots, y_{62}$
$\dot{v}_0, \dot{v}_1, \dots, \dot{v}_9$	$y_{45}, y_{47}, \dots, y_{63}$

Tab. 5. Označení veličin v programu pro výpočet soustavy dif. rovnic

Snížením řádu dostáváme soustavu 64 rovnic prvního řádu s proměnnou y_i .

$$\dot{y}_0 = y_1, \quad (7.64)$$

$$\begin{aligned} \dot{y}_1 = \frac{1}{I_0} \bigg\{ & -b_p \left[k_1 (y_1 - f'(y_{20})) f'(y_{21}) - k_2 (y_3 - y_1) \right] - k_1 (y_0 - f(y_{20})) + \\ & + k_2 (y_2 - y_0) + e \cos y_0 \left(b_p \sum_{j=0}^9 k_{0,j}^O y_{2j+25} + \sum_{j=0}^9 k_{0,j}^O y_{2j+24} \right) - \\ & - e \sin y_0 \left(b_p \sum_{j=0}^9 k_{0,j}^O y_{2j+45} + \sum_{j=0}^9 k_{0,j}^O y_{2j+44} \right) \bigg\}, \end{aligned} \quad (7.65)$$

$$\dot{y}_2 = y_3, \quad (7.66)$$

$$\begin{aligned} \dot{y}_3 = \frac{1}{I_0} \bigg\{ & -b_p \left[k_2 (y_3 - y_1) - k_3 (y_5 - y_3) \right] - k_2 (y_2 - y_0) + k_3 (y_4 - y_2) \\ & + e \cos y_2 \left(b_p \sum_{j=0}^9 k_{1,j}^O y_{2j+25} + \sum_{j=0}^9 k_{1,j}^O y_{2j+24} \right) - \end{aligned}$$

$$-e \sin y_2 \left(b_P \sum_{j=0}^9 k_{k,j}^O y_{2j+45} + \sum_{j=0}^9 k_{k,j}^O y_{2j+44} \right) \Bigg\}, \quad (7.67)$$

$$\dot{y}_4 = y_5, \quad (7.68)$$

analogicky získáme další vztahy pro $\dot{y}_5 \div \dot{y}_{19}$. Dále pokračujeme

$$\dot{y}_{20} = y_{21}, \quad (7.69)$$

$$\begin{aligned} \dot{y}_{21} = & \frac{1}{I_{LV} + I_V [f'(y_{20})]^2} \left\{ -I_V f'(y_{20}) f''(y_{20}) y_{21}^2 - \right. \\ & - b_P [k_{H0}(y_{21} - \omega) - k_H(y_{23} - y_{21}) - k_1(y_1 - f'(y_{20})) f'(y_{20})] - \\ & \left. - k_{H0}(y_{20} - \omega t) + k_H(y_{22} - y_{20}) + k_1(y_0 - f(y_{20})) f'(y_{20}) \right\}, \end{aligned} \quad (7.70)$$

$$\dot{y}_{22} = y_{23}, \quad (7.71)$$

$$\begin{aligned} \dot{y}_{23} = & \frac{1}{I_{PV} + I_V [f'(y_{22})]^2} \left\{ -I_V f'(y_{22}) f''(y_{22}) y_{23}^2 - \right. \\ & - b_P [k_H(y_{23} - y_{21}) + k_{11}(f'(y_{22}) - y_{19}) f'(y_{22})] - \\ & \left. - k_H(y_{22} - y_{20}) - k_{11}(f(y_{22}) - y_{18}) f'(y_{22}) \right\}, \end{aligned} \quad (7.72)$$

$$\dot{y}_{24} = y_{25}, \quad (7.73)$$

$$\dot{y}_{25} = -e \left(\dot{y}_1 \cos y_0 - y_1^2 \sin y_0 \right) - \frac{1}{m} \left(b_P \sum_{j=0}^9 k_{0,j}^O y_{2j+25} + \sum_{j=0}^9 k_{0,j}^O y_{2j+24} \right), \quad (7.74)$$

kde za $\dot{y}_1$ dosadíme z rovnice (7.65). Pro $\dot{y}_{26} \div \dot{y}_{43}$ píšeme obdobnou dvojici rovnic jako (7.73) a (7.74) a dosazujeme za $\dot{y}_1, \dot{y}_3, \dots, \dot{y}_{19}$ vztahy (7.65), (7.67) atd. Další rovnice pro $\dot{y}_{46} \div \dot{y}_{63}$ jsou analogické následujícím dvěma vztahům

$$\dot{y}_{44} = y_{45}, \quad (7.75)$$

$$\dot{y}_{45} = e \left(\dot{y}_1 \sin y_0 + y_1^2 \cos y_0 \right) - \frac{1}{m} \left(b_P \sum_{j=0}^9 k_{0,j}^O y_{2j+45} + \sum_{j=0}^9 k_{0,j}^O y_{2j+44} \right). \quad (7.76)$$

Při řešení je třeba zadat časový interval, v němž očekáváme výpočet. Počáteční čas řešení je $t_0 = 0$. Konečnou hodnotu volíme podle počtu otočení hlavního hřídele N , kdy čas

$t_k = NT$ a T je perioda pohybu závislá na velikosti pracovních otáček. Je třeba předepsat i počet dělení intervalu. Bylo zvoleno ve výši 1500 N . Vektor počátečních podmínek má 64 prvků. Počáteční podmínky zachycují stav soustavy v čase $t = 0$. Všechna nehmotná spojení uvažujeme v tomto čase jako tuhá. Záleží na tom, v jaké poloze bidla bude začínat pracovní cyklus. Pokud polohu bidla v čase $t = 0$ uvažujeme mimo pohybový interval, jsou natočení bidlenu φ_{i0} a jejich první derivace $\dot{\varphi}_{i0}$ a výchylky v důsledku ohybu u_{i0} , v_{i0} rovny nule pro $i = 0, 1, \dots, 9$. Pohyb hlavního hřídele je dán hodnotou úhlové rychlosti ω a odpovídá nastaveným pracovním otáčkám n_0 [ot.min⁻¹]

$$\omega = \frac{\pi n_0}{30}. \quad (7.77)$$

Pak počáteční podmínky na hlavním hřídeli jsou

$$\dot{\psi}_{10} = \omega, \quad (7.78)$$

$$\dot{\psi}_{20} = \omega. \quad (7.79)$$

Natočení hmot na hlavním hřídeli uvažujeme v čase t_0

$$\psi_{10} = \psi_{20} = 0. \quad (7.80)$$

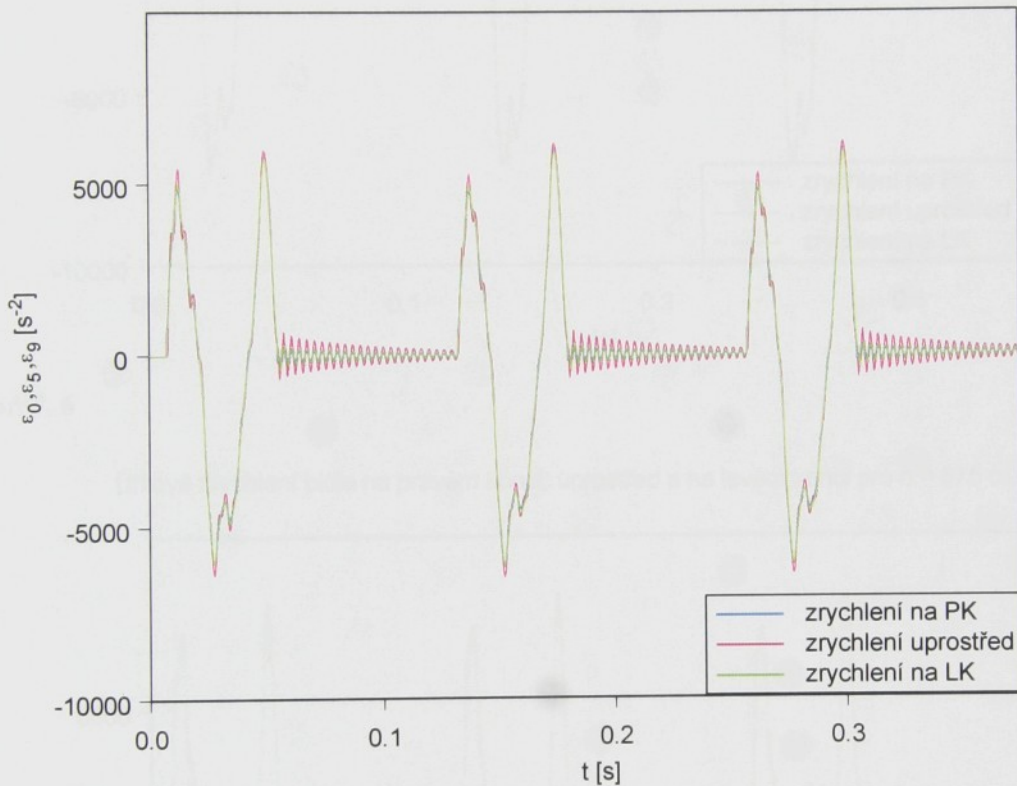
Počáteční podmínky $\dot{u}_{i0}$ a $\dot{v}_{i0}$ plynou ze vztahů (7.24) a (7.25) a vyjdou také nulové.

Výsledkem numerického řešení v prostředí Mathcad je tabulka resp. matice, jejíž jednotlivé sloupce představují výsledky řešení, celkem 65 sloupců. V prvním sloupci je zaznamenán čas, v dalších postupně natočení a úhlové rychlosti bidla, natočení a úhlové rychlosti vaček, průhyby ve dvou směrech a jejich první derivace (Příloha IA).

Pro posouzení dynamického chování přírazového mechanismu vybereme veličiny porovnávající zdvih, úhlovou rychlost a úhlové zrychlení bidla ve vybraných místech, např. na levém konci bidla, uprostřed a na pravém konci bidla. Jejich průběhy znázorníme v grafech závislosti natočení bidla, úhlové rychlosti a úhlového zrychlení na čase. Průběhy zrychlení nezískáme přímo z matice řešení, ale je třeba je vypočítat ze sestavených rovnic (7.64) ÷ (7.76) dosazením za $y_0 \div y_{63}$. Na grafech porovnávajících zdvih (natočení bidlenu) a úhlovou rychlost není patrný rozdíl ve výsledcích mezi jednotlivými místy na bidle. Tyto rozdíly se projeví až na průběhu kmitů superponovaných na teoretickou zdvihovou závislost, podobně i pro rychlost. Nejvýznamnějším parametrem dynamické analýzy jsou úhlová zrychlení podbidelnice $\varepsilon_i = \ddot{\varphi}_i$ v místech diskrétních hmot. Jejich porovnání je znázorněno na obr. 7.5. ÷ obr. 7.8 vždy pro tři zvolené útvary podél bidlenu – na pravém

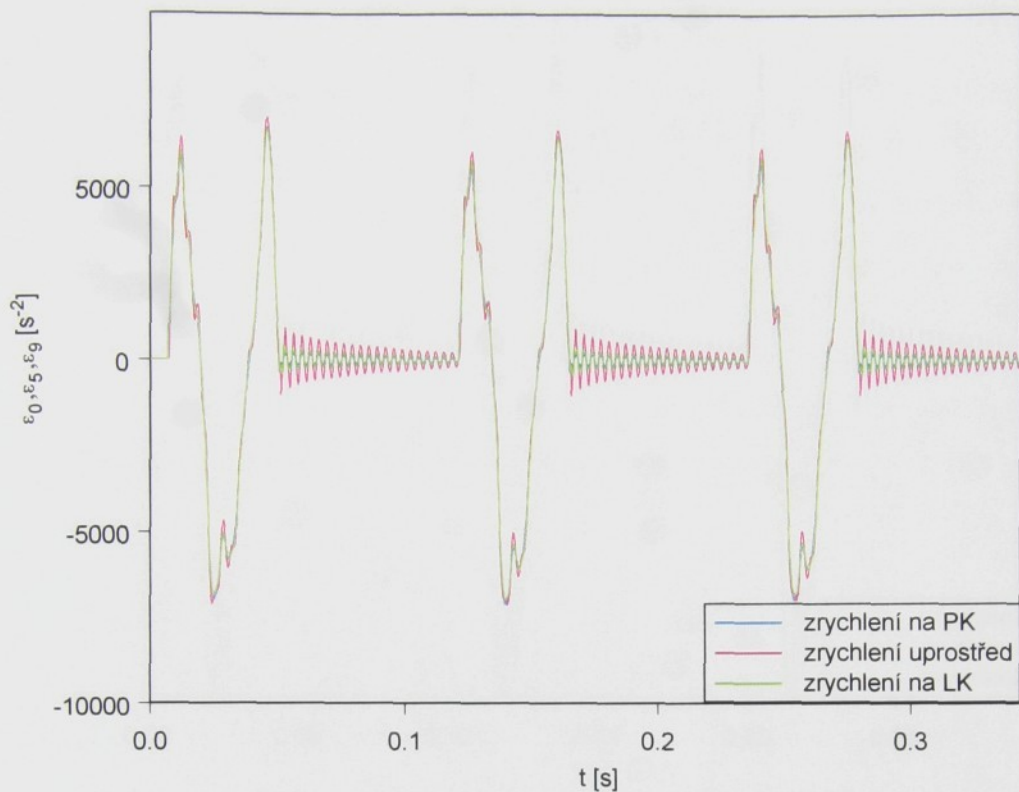
konci (PK), na levém konci (LK) a uprostřed a pro vybrané hodnoty otáček z intervalu $\langle 480 \div 620 \rangle \text{ ot.min}^{-1}$. V grafech je na vodorovné ose vyneseno čas odpovídající prvním třem otočením hlavního hřídele (vačky), na svislé ose je úhlové zrychlení bidlenu. Ostatní veličiny získané numerickým výpočtem, tj. natočení bidlenu φ_i , úhlová rychlost bidlenu $\dot{\varphi}_i$, průběhy superponovaných kmitů zjištěné jako rozdíl průběhu φ_i resp. $\dot{\varphi}_i$ a teoretického průběhu a průhyby u_i a v_i jsou uvedeny v Příloze IA (str. 16-21).

Úhlové zrychlení bidla na pravém konci, uprostřed a na levém konci pro $n = 480 \text{ ot.min}^{-1}$



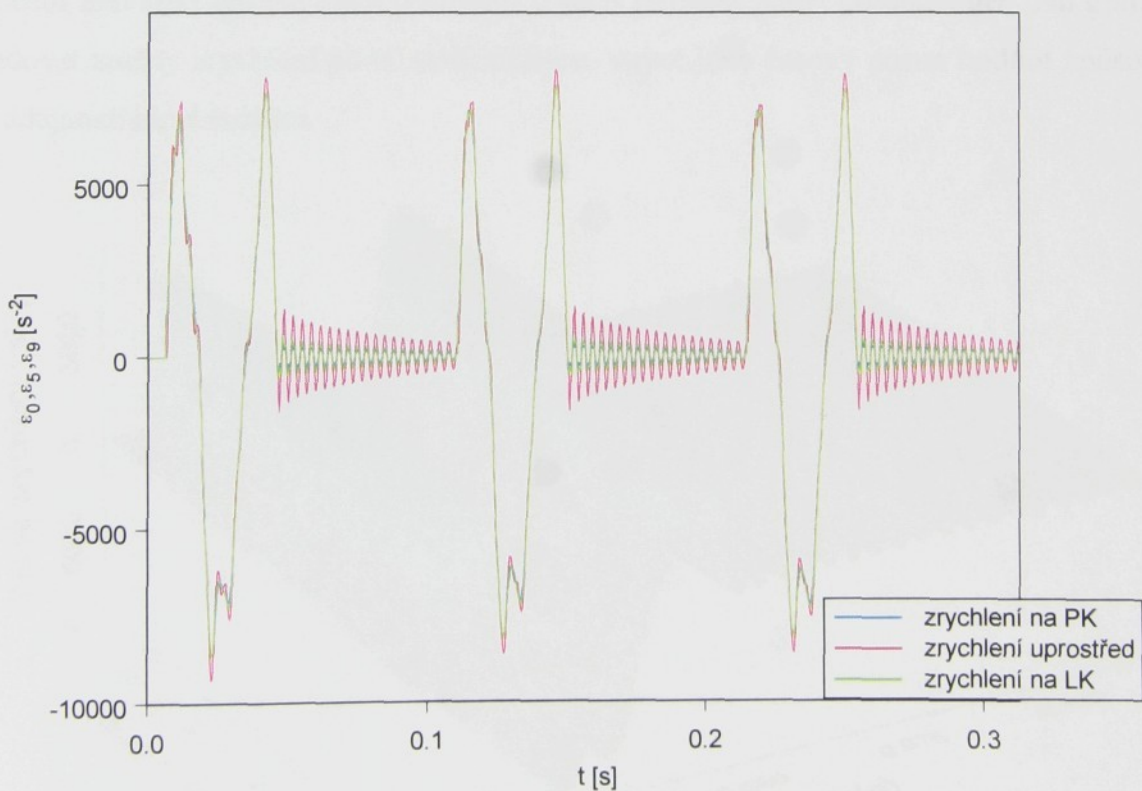
Obr. 7. 5

Úhlové zrychlení bidla na pravém konci, uprostřed a na levém konci pro $n = 525 \text{ ot.min}^{-1}$



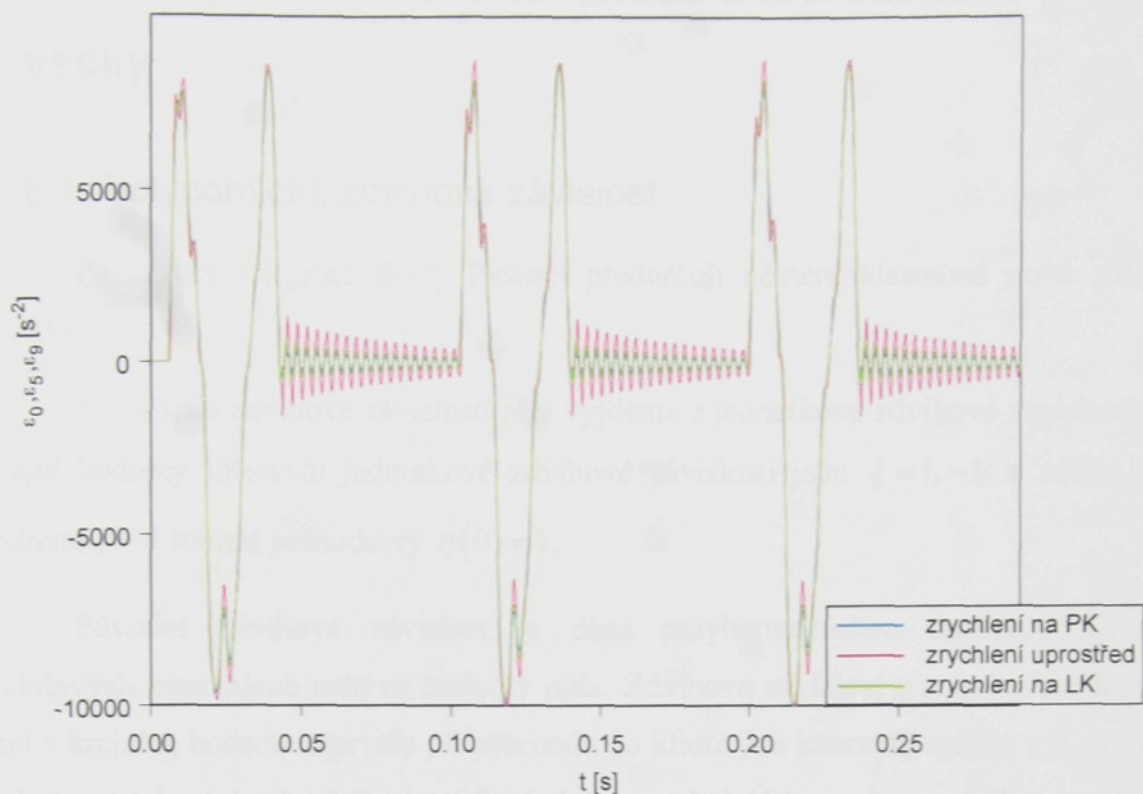
Obr. 7. 6

Úhlové zrychlení bidla na pravém konci, uprostřed a na levém konci pro $n = 575 \text{ ot.min}^{-1}$



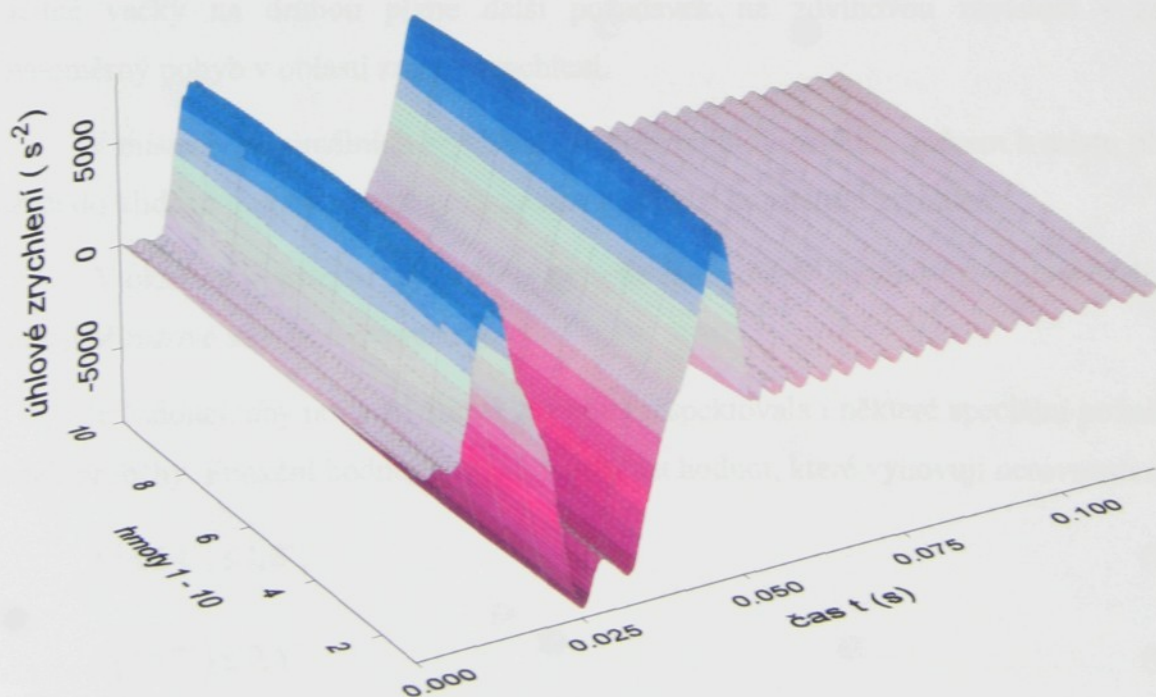
Obr. 7. 7

Úhlové zrychlení bidla na pravém konci, uprostřed a na levém konci pro $n = 620 \text{ ot.min}^{-1}$



Obr. 7. 8

Úhlové zrychlení znázorněné v 3D grafu (obr. 7.9) pro vybrané otáčky a jedno otočení hlavního hřídele dává představu o jeho průběhu podél podbidelnice. Na grafu lze sledovat změny zrychlení podél podbidelnice, stejně jako časový posun hodnot způsobený poddajností mechanismu.



Obr. 7.9. Průběh úhlového zrychlení podél podbidelnice pro $n_0 = 525 \text{ ot.min}^{-1}$

8. Návrh nové zdvihové závislosti a teoretického profilu vačky

8.1. Polynomická zdvihová závislost

Požadavky belgické firmy Picanol předurčují některé vlastnosti nové zdvihové závislosti.

Při návrhu zdvihové závislosti $f(\psi)$ vyjdeme z jednotkové zdvihové závislosti $\eta(\xi)$. Krajiní hodnoty intervalu jednotkové zdvihové závislosti jsou $\xi = 1, -1$ a zdvih je pro hodnotu $\xi = 0$ rovněž jednotkový $\eta(0) = 1$.

Původní zdvihová závislost je dána polyharmonickou funkcí (6.1), která v klidových intervalech nabývá hodnoty nula. Zdvihová závislost v pohybovém intervalu není v krajních bodech intervalu při přechodu do klidových intervalů spojitá v 0., 1., 2. ani 3. derivaci (obr. 6.1, obr. 6.2, obr. 6.3). Jedním z požadavků na novou zdvihovou závislost je eliminovat právě nespojitosti v nulté, první a druhé derivaci zdvihu v krajních bodech intervalu.

Při změně zrychlení bidla z kladné hodnoty na zápornou a naopak, dochází ke změně reakce působící z vačky na kladku vahadla. V tomto případě realizaci pohybu přebírá druhá vačka. Z důvodu nepříznivých rázů při náhlém přechodu kontaktu kladek z jedné vačky na druhou plyne další požadavek na zdvihovou závislost - zajistit rovnoměrný pohyb v oblasti změny zrychlení.

V místech maximálních zrychlení při pohybu bidla z klidu směrem k místu přírazu a zpět do klidové polohy je také požadováno přibližně konstantní zrychlení.

V okamžiku přírazu by měl být zachován pokles hodnoty zrychlení z důvodu snížení přírazové síly, tzv. dvojpríraz.

Je žádoucí, aby nová zdvihová závislost respektovala i některé speciální požadavky na její průběhy. Funkční hodnoty by měly nabývat hodnot, které vyhovují nerovnostem

$$f(\pm 54^\circ) \leq 1,6^\circ, \quad (8.1)$$

$$f(\pm 57^\circ) \leq 0,8^\circ \quad (8.2)$$

a zabezpečují pozvolný nárůst zdvihu.

Maxima a minima průběhu zrychlení by měla být shodná v absolutních hodnotách a měla by splňovat následující podmínku pro normalizované zrychlení

$$|\eta''| \doteq 5. \quad (8.3)$$

Při respektování všech požadavků na zdvihovou závislost uvedených níže a s využitím poznatků uvedených v literatuře [8], [10], zvolíme jako vhodnou polynomickou zdvihovou závislost. Požadavky jsou kladeny především na vlastnosti průběhu zrychlení, proto při návrhu vyjdeme z průběhu první derivace zrychlení neboli třetí derivace zdvihové závislosti $\eta'''(\xi)$. Protože průběh zrychlení je sudá funkce, polynom bude sudého stupně.

Z dynamického hlediska existuje snaha na snížení reziduálního kmitání po vykonání přírazu, proto je vhodné zajistit spojitý přechod do klidového intervalu. Tato podmínka bude splněna, když zajistíme nulové hodnoty u derivací vyšších řádů na okrajích pohybového intervalu zdvihové závislosti.

Nulové hodnoty v krajních bodech intervalu, tj. v hodnotě 1 a -1 zajistí funkce

$$(1 - \xi^2). \quad (8.4)$$

Mocnina m u výrazu

$$(1 - \xi^2)^m \quad (8.5)$$

zajistí řád spojitosti na okrajích pohybového intervalu. Pokud chceme, aby zrychlení bylo spojitě až do jeho třetí derivace, hodnotu m volíme $m = 4$. V místech přechodu do klidového intervalu a naopak bude spojitost u průběhu zdvihu 6. řádu.

Pro zajištění rovnoměrného pohybu v oblasti změny znaménka zrychlení by měla druhá derivace η vyhovovat podmínce

$$|\eta''(\xi_p)| = |\eta'''(\xi_p)| = 0, \quad (8.6)$$

tj. požadujeme nejen nulovou hodnotu zrychlení, ale i nulovou hodnotu třetí derivace v hodnotě ξ_p . Tuto podmínku zajistí vztah

$$(\xi^2 - p)^r, \quad (8.7)$$

kde $\xi_p = \pm\sqrt{p}$ a výše hodnoty r určí řád styku křivky $\eta''(\xi)$ s tečnou v inflexním bodě.

Pokud $r = 2$, styk zrychlení s tečnou v ξ_p je druhého řádu.

Přibližně konstantní zrychlení v okolí maxima zajistí výraz

$$\left(\xi^2 - q\right)^s, \quad (8.8)$$

kde s udává řád styku s vrcholovou tečnou. Hodnota třetí derivace je v $\xi_q = \pm\sqrt{q}$

$$\left|\eta'''(\xi_q)\right| = 0. \quad (8.9)$$

Řád nejvyšší derivace je pátý a $s = 3$.

Pro matematický popis snížení hodnoty zrychlení v místě přírazu použijeme vztah

$$(1 + \alpha \xi^2), \quad (8.10)$$

kde hodnota α ovlivňuje okolí $\xi = 0$ u druhé derivace. Chceme-li dosáhnout vyššího řádu spojitosti styku s vrcholovou tečnou v $\xi = 0$, vynásobíme výraz (8.10) ξ^ℓ a styk zrychlení s vrcholovou tečnou bude řádu ℓ , mocninu ℓ můžeme volit.

Součinem výrazů (8.5), (8.7), (8.8), (8.10), ξ^ℓ a konstanty A dostáváme vztah pro třetí derivaci,

$$\eta'''(\xi) = A \xi^\ell (1 + \alpha \xi^2) (\xi^2 - p)^2 (\xi^2 - q)^3 (1 - \xi^2)^4. \quad (8.11)$$

Nyní je třeba určit parametry A, p, q , parametry α, ℓ volíme. Funkční hodnoty na hranicích intervalu $\langle -1, 1 \rangle$ a uprostřed jsou vyjádřeny vztahy (8.12) až (8.14)

$$\eta(-1) = 0, \quad (8.12)$$

$$\eta(+1) = 0, \quad (8.13)$$

$$\eta(0) = 1. \quad (8.14)$$

Úhlová rychlost bidla je v hraničních bodech intervalu $\langle -1, 1 \rangle$ nulová

$$\eta'(\pm 1) = 0. \quad (8.15)$$

Pro zrychlení v bodech -1 a $+1$ platí analogický vztah

$$\eta''(\pm 1) = 0. \quad (8.16)$$

Stupeň polynomu zdvihové závislosti podle (8.11) je $23 + \ell$.

Rovnici (8.11) přepíšeme na obecný tvar

$$\eta'''(\xi) = A \xi^\ell (1 + \alpha \xi^2) \left[a_1 + a_2 \xi^2 + a_3 \xi^4 + a_4 \xi^6 + \dots + a_i \xi^{2i-2} + \dots + a_{10} \xi^{18} \right], \quad (8.17)$$

kde koeficienty $a_1 \div a_{10}$ obsahují parametry p a q a jsou dány vztahy (8.18) až (8.27)

$$a_1 = -p^2 q^3, \quad (8.18)$$

$$a_2 = p^2 (3q^2 + 4q^3) + 2pq^3, \quad (8.19)$$

$$a_3 = -[3p^2 (q + 4q^2 + 2q^3) + 2p(3q^2 + 4q^3) + q^3], \quad (8.20)$$

$$a_4 = p^2 (1 + 12q + 18q^2 + 4q^3) + 6p(q + 4q^2 + 2q^3) + 3q^2 + 4q^3, \quad (8.21)$$

$$a_5 = -[p^2 (4 + 18q + 12q^2 + q^3) + 2p(1 + 12q + 18q^2 + 4q^3) + 3q + 12q^2 + 6q^3], \quad (8.22)$$

$$a_6 = 3p^2 (2 + 4q + q^2) + 2p(4 + 18q + 12q^2 + q^3) + 1 + 12q + 18q^2 + 4q^3, \quad (8.23)$$

$$a_7 = -[p^2 (4 + 3q) + 6p(2 + 4q + q^2) + 4 + 18q + 12q^2 + q^3], \quad (8.24)$$

$$a_8 = p^2 + 2p(4 + 3q) + 6 + 12q + 3q^2, \quad (8.25)$$

$$a_9 = -[2p + 4 + 3q], \quad (8.26)$$

$$a_{10} = 1. \quad (8.27)$$

Roznásobením závorek ve výrazu (8.17) dostáváme

$$\begin{aligned} \eta'''(\xi) = A & [a_1 \xi^\ell + (a_2 + \alpha a_1) \xi^{\ell+2} + (a_3 + \alpha a_2) \xi^{\ell+4} + \dots \\ & + (a_i + \alpha a_{i-1}) \xi^{\ell+2(i-1)} + \dots + \alpha a_{10} \xi^{\ell+20}]. \end{aligned} \quad (8.28)$$

Opakující se výraz označíme β_i

$$\beta_i = a_i + \alpha a_{i-1}. \quad (8.29)$$

Vztah (8.11) přepíšeme na tvar vhodný pro integraci

$$\eta'''(\xi) = A \sum_{i=1}^{11} \beta_i \xi^{\ell+2(i-1)}. \quad (8.30)$$

Integrací podle proměnné ξ získáme druhou derivaci zdvihové závislosti

$$\eta''(\xi) = A \sum_{i=1}^{11} \beta_i \frac{\xi^{\ell+2(i-1)+1}}{\ell + 2i - 1} + \eta''_0, \quad (8.31)$$

kde η''_0 je integrační konstanta vyjadřující hodnotu zrychlení $\eta''(0)$ v nule.

Další integrací podle ξ získáme první derivaci zdvihové závislosti s integrační konstantou $\eta'(0) = 0$,

$$\eta'(\xi) = A \sum_{i=1}^{11} \beta_i \frac{\xi^{\ell+2(i-1)+2}}{(\ell+2i-1)(\ell+2i)} + \eta_0'' \xi. \quad (8.32)$$

Jednotková zdvihová závislost je dána vztahem

$$\eta(\xi) = A \sum_{i=1}^{11} \beta_i \frac{\xi^{\ell+2(i-1)+3}}{(\ell+2i-1)(\ell+2i)(\ell+2i+1)} + \eta_0'' \frac{\xi^2}{2} + 1, \quad (8.33)$$

kde hodnota 1 je integrační konstanta podle vztahu (8.14).

Z podmínky shodných hodnot prvních dvou derivací na okrajích intervalu ((8.15), (8.16)) plyne vztah

$$\eta''(1) - \eta'(1) = 0. \quad (8.34)$$

Po dosazení a úpravě dostáváme

$$\sum_{i=1}^{11} \beta_i \left\{ \frac{1}{\ell+2(i-1)+1} - \frac{1}{[\ell+2(i-1)+1][\ell+2(i-1)+2]} \right\} = 0, \quad (8.35)$$

$$\sum_{i=1}^{11} \frac{\beta_i}{\ell+2i} = 0. \quad (8.36)$$

Dosadíme-li za β_i ze vztahu (8.29), můžeme rovnici (8.36) přepsat

$$\sum_{i=1}^{10} \frac{a_i}{\ell+2i} + \alpha \sum_{i=1}^{10} \frac{a_i}{\ell+2i+2} = 0. \quad (8.37)$$

Protože rovnice obsahuje parametr p v nulté, první i druhé mocnině, dostáváme kvadratickou rovnici pro určení p

$$c_2 p^2 + 2c_1 p + c_0 = 0, \quad (8.38)$$

kde c_2, c_1, c_0 jsou funkcí parametru q .

$$\begin{aligned} c_2 = & -q^3 \left(\frac{1}{\ell+2} + \alpha \frac{1}{\ell+4} \right) + (3q^2 + 4q^3) \left(\frac{1}{\ell+4} + \alpha \frac{1}{\ell+6} \right) - \\ & - 3(q + 4q^2 + 2q^3) \left(\frac{1}{\ell+6} + \alpha \frac{1}{\ell+8} \right) + (1 + 12q + 18q^2 + 4q^3) \left(\frac{1}{\ell+8} + \alpha \frac{1}{\ell+10} \right) - \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & -\left(4+18q+12q^2+q^3\right)\left(\frac{1}{\ell+10}+\alpha\frac{1}{\ell+12}\right)+3\left(2+4q+q^2\right)\left(\frac{1}{\ell+12}+\alpha\frac{1}{\ell+14}\right)- \\
 & -(4+3q)\left(\frac{1}{\ell+14}+\alpha\frac{1}{\ell+16}\right)+\left(\frac{1}{\ell+16}+\alpha\frac{1}{\ell+18}\right), \tag{8.39}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 c_1 = & q^3\left(\frac{1}{\ell+4}+\alpha\frac{1}{\ell+6}\right)-\left(3q^2+4q^3\right)\left(\frac{1}{\ell+6}+\alpha\frac{1}{\ell+8}\right)+ \\
 & +3\left(q+4q^2+2q^3\right)\left(\frac{1}{\ell+8}+\alpha\frac{1}{\ell+10}\right)-\left(1+12q+18q^2+4q^3\right)\left(\frac{1}{\ell+10}+\alpha\frac{1}{\ell+12}\right)+ \\
 & +\left(4+18q+12q^2+q^3\right)\left(\frac{1}{\ell+12}+\alpha\frac{1}{\ell+14}\right)-3\left(2+4q+q^2\right)\left(\frac{1}{\ell+14}+\alpha\frac{1}{\ell+16}\right)+ \\
 & +(4+3q)\left(\frac{1}{\ell+16}+\alpha\frac{1}{\ell+18}\right)-\left(\frac{1}{\ell+18}+\alpha\frac{1}{\ell+20}\right), \tag{8.40}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 c_0 = & -q^3\left(\frac{1}{\ell+6}+\alpha\frac{1}{\ell+8}\right)+\left(3q^2+4q^3\right)\left(\frac{1}{\ell+8}+\alpha\frac{1}{\ell+10}\right)- \\
 & -3\left(q+4q^2+2q^3\right)\left(\frac{1}{\ell+10}+\alpha\frac{1}{\ell+12}\right)+\left(1+12q+18q^2+4q^3\right)\left(\frac{1}{\ell+12}+\alpha\frac{1}{\ell+14}\right)- \\
 & -\left(4+18q+12q^2+q^3\right)\left(\frac{1}{\ell+14}+\alpha\frac{1}{\ell+16}\right)+3\left(2+4q+q^2\right)\left(\frac{1}{\ell+16}+\alpha\frac{1}{\ell+18}\right)- \\
 & -(4+3q)\left(\frac{1}{\ell+18}+\alpha\frac{1}{\ell+20}\right)+\left(\frac{1}{\ell+20}+\alpha\frac{1}{\ell+22}\right). \tag{8.41}
 \end{aligned}$$

Řešením rovnice (8.38) dostáváme parametr p jako funkci q

$$p_{1,2} = \frac{-c_1 \pm \sqrt{c_1^2 - c_2 c_0}}{c_2}. \tag{8.42}$$

Hodnota zrychlení se mění z kladné hodnoty na zápornou a naopak a protíná osu ξ v místě $\pm\sqrt{p}$. Hodnotu p určíme, platí-li podmínka nulového diskriminantu v rovnici (8.42).

Výraz pod odmocninou dává pro hodnotu q rovnici šestého stupně.

Parametry A a η_0'' určíme dosazením podmínky (8.16) do rovnice (8.31).

Dostáváme rovnici

$$\eta''(\pm 1) = A \sum_{i=1}^{11} \frac{\beta_i}{\ell+2i-1} + \eta_0'' = 0, \tag{8.43}$$

podobně pro podmínku (8.15) je

$$\eta'(\pm 1) = \pm \left[A \sum_{i=1}^{11} \frac{\beta_i}{(\ell + 2i - 1)(\ell + 2i)} + \eta_0'' \right] = 0 \quad (8.44)$$

a pro podmínky (8.12) a (8.13) vyjde

$$\eta(\pm 1) = A \sum_{i=1}^{11} \frac{\beta_i}{(\ell + 2i - 1)(\ell + 2i)(\ell + 2i + 1)} + \eta_0'' \frac{1}{2} + 1 = 0. \quad (8.45)$$

Dosazením (8.43) a (8.44) do rovnice (8.34) vyjde rovnost, kterou označíme jako funkci $G(p, q)$

$$\sum_{i=1}^{11} \frac{\beta_i}{\ell + 2i - 1} = \sum_{i=1}^{11} \frac{\beta_i}{(\ell + 2i - 1)(\ell + 2i)} = G(p, q), \quad (8.46)$$

pak η_0'' lze vyjádřit vztahem

$$\eta_0'' = -A G(p, q). \quad (8.47)$$

Jeho dosazením do rovnice (8.45) dostaneme rovnici pro výpočet konstanty A

$$A \sum_{i=1}^{11} \frac{\beta_i}{(\ell + 2i - 1)(\ell + 2i)(\ell + 2i + 1)} - A \frac{G(p, q)}{2} + 1 = 0, \quad (8.48)$$

Po úpravě vyjde

$$\frac{1}{A} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{11} \frac{\beta_i}{(\ell + 2i + 1)(\ell + 2i)} = H(p, q), \quad (8.49)$$

Ve výrazu (8.49) je převrácená hodnota parametru A označena $H(p, q)$. η_0'' je vyjádřeno vztahem

$$\eta_0'' = -\frac{G(p, q)}{H(p, q)}, \quad (8.50)$$

přičemž $G(p, q)$ a $H(p, q)$ jsou po dosazení za hodnoty β_i dány následujícími dvěma vztahy

$$G(p, q) = \sum_{i=1}^{10} \frac{a_i}{\ell + 2i - 1} + \alpha \sum_{i=1}^{10} \frac{a_i}{\ell + 2i + 1}, \quad (8.51)$$

$$H(p, q) = \frac{1}{2} \left[\sum_{i=1}^{10} \frac{a_i}{(\ell + 2i)(\ell + 2i + 1)} + \alpha \sum_{i=1}^{10} \frac{a_i}{(\ell + 2i + 2)(\ell + 2i + 3)} \right]. \quad (8.52)$$

Výraz pro zdvihovou závislost (8.33) vyjde ve tvaru

$$\eta(\xi) = \frac{1}{H(p, q)} \sum_{i=1}^{11} \beta_i \frac{\xi^{\ell+2i+1}}{(\ell+2i-1)(\ell+2i)(\ell+2i+1)} - \frac{G(p, q)}{H(p, q)} \frac{\xi^2}{2} + 1, \quad (8.53)$$

obdobně můžeme získat i výraz pro první a druhou derivaci zdvihové závislosti, dosadíme-li do rovnic (8.32) a (8.31) za η_0'' a A

$$\eta'(\xi) = \frac{1}{H(p, q)} \sum_{i=1}^{11} \beta_i \frac{\xi^{\ell+2i}}{(\ell+2i-1)(\ell+2i)} - \frac{G(p, q)}{H(p, q)} \xi, \quad (8.54)$$

$$\eta''(\xi) = \frac{1}{H(p, q)} \sum_{i=1}^{11} \beta_i \frac{\xi^{\ell+2i-1}}{\ell+2i-1} - \frac{G(p, q)}{H(p, q)}. \quad (8.55)$$

Při vlastním výpočtu vyjdeme z rovnice (8.42). Hodnota p bude dvojnásobným kořenem, diskriminant v rovnici je roven nule

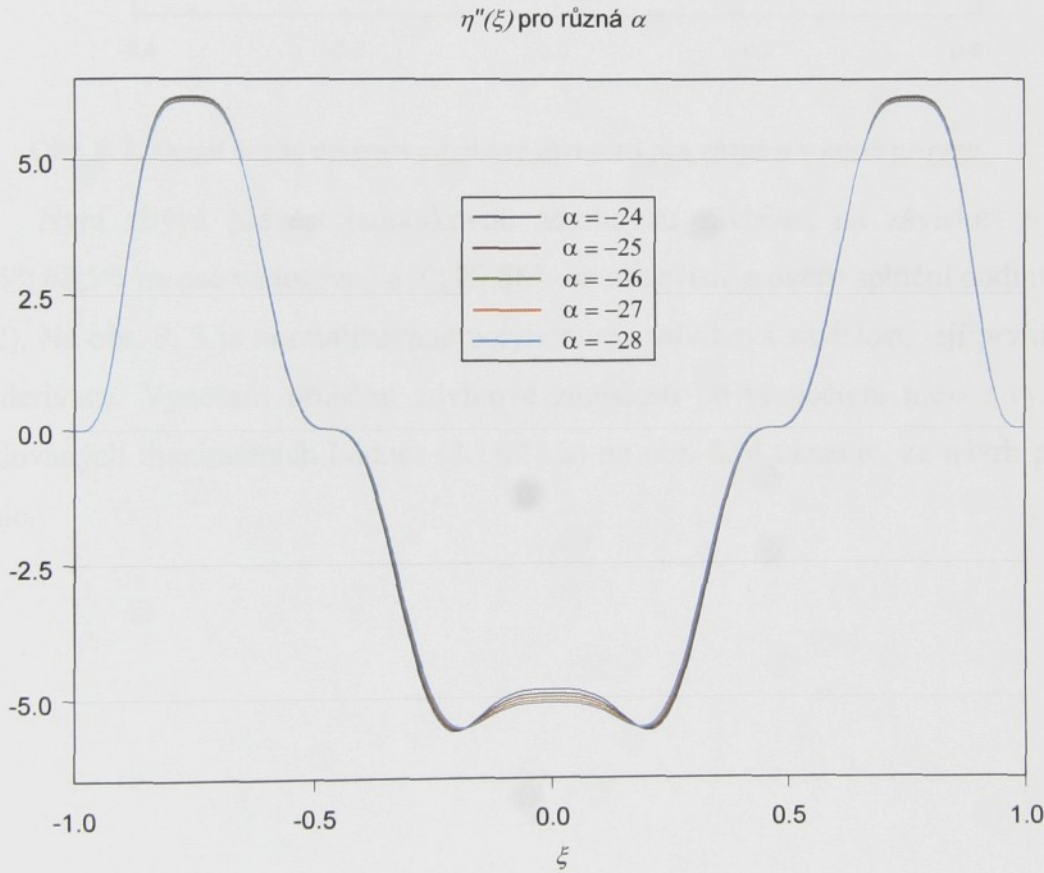
$$c_1^2 - c_2 c_0 = 0. \quad (8.56)$$

Veličiny c_0 , c_1 , c_2 jsou funkcí q , které je kořenem rovnice (8.56). Hodnotu q lze určit numericky v softwaru MATHCAD 11 pomocí procedury pro řešení kořenů rovnice. Před výpočtem je třeba zadat interval, ve kterém hodnotu q hledáme. Podle předpokládaného průběhu zrychlení leží q v intervalu $\langle 0,5; 0,6 \rangle$. Za hodnotu α volíme celé záporné číslo v rozmezí $\langle -20, -30 \rangle$. Abychom získali polynom sudého 26. stupně, za parametr ℓ dosadíme liché číslo. Jako první možnost zvolíme $\ell = 3$. Pro různá α zjišťujeme hodnoty q , které dosazujeme do rovnice (8.42), a získáváme velikost parametru p . Máme-li hodnoty p a q , dopočítáme koeficienty a_i a následně β_i (8.29). Poté vypočteme hodnoty $H(p, q)$ a $G(p, q)$, pomocí kterých určíme konstanty A a η_0'' . Dosazením do vztahů (8.53), (8.54) a (8.55) získáme zdvihovou závislost a její první a druhou derivaci. Program pro numerický výpočet parametrů polynomicke zdvihové závislosti pro $\alpha = -28$ je v Příloze IIA (str. 31-34), v Příloze IIB (str. 35-38) je porovnání průběhu zrychlení pro různá α .

Vyhodnocením získaných variant pro různá α podle podmínek kladených na průběh zdvihové závislosti a její druhé derivace vybereme optimální variantu. Tab. 6 obsahuje přehled parametrů pro různá α . Jednotlivé průběhy druhé derivace polynomicke zdvihové závislosti pro různá α jsou na obr. 8.1. Výřez z grafu (obr. 8.1) podrobněji znázorňuje průběh zrychlení v místě přírazu (obr. 8.2).

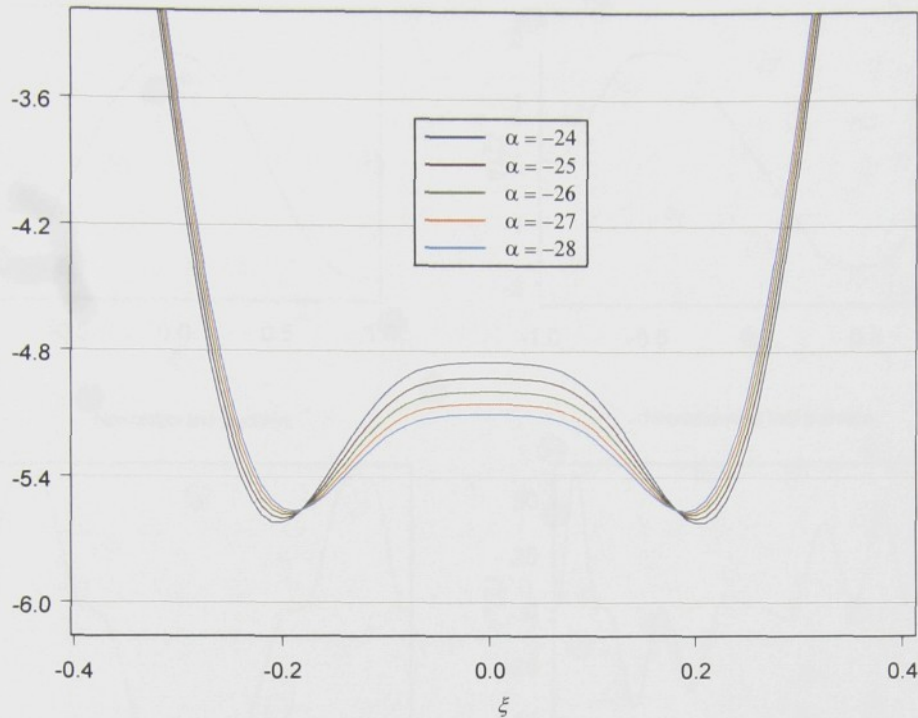
	q	p	η_0''	$ \eta_{\max}'' - \eta_{\min}'' $
$\alpha = -24$	0,578153885457665	0,22111588186476	-4,853	0,563
$\alpha = -25$	0,577662098091823	0,22016872807556	-4,929	0,559
$\alpha = -26$	0,577220091020983	0,21931755372024	-4,994	0,556
$\alpha = -27$	0,576820582003717	0,21854792716319	-5,052	0,547
$\alpha = -28$	0,576457656342006	0,21784868129943	-5,102	0,536

Tab. 6. Přehled parametrů zdvihové závislosti.

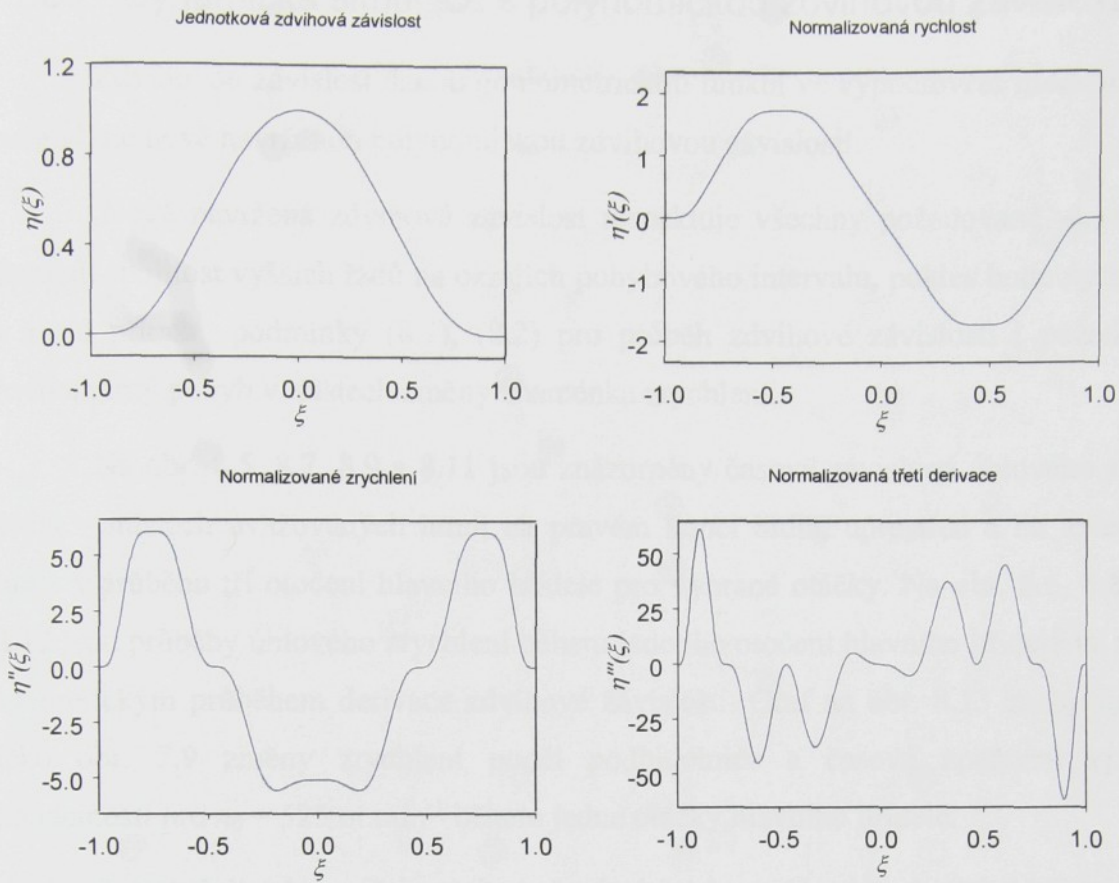


Obr. 8. 1. Normalizované průběhy druhé derivace zdvihové závislosti pro $\alpha = -28 \div -24$.

Při výpočtu bylo zjištěno, že pro hodnotu $\ell = 5$ nelze sestavit požadovaný průběh. Pro $\ell = 3$ vybereme variantu pro $\alpha = -28$. Varianty s $\alpha = -24, -25$ mají větší rozdíl absolutních hodnot zrychlení (poslední sloupec v tab. 6), který se s klesajícím α snižuje. U poslední varianty je rozdíl absolutních hodnot nejmenší. Pro hodnoty $\alpha \leq -29$ již narůstá hodnota η_0'' v $\xi = 0$.

$\eta''(\xi)$ pro různá α - výřezObr. 8. 2. Detail druhé derivace zdvihové závislosti pro různá α v místě přírazu.

Nyní zbývá převést jednotkovou zdvihovou závislost na závislost v intervalu $\langle -68,5^\circ; 68,5^\circ \rangle$ na ose vodorovné a $\langle 0; 29,56^\circ \rangle$ na ose svislé a ověřit splnění podmínek (8.1) a (8.2). Na obr. 8. 3 je normalizovaná polynomická zdvihová závislost, její první, druhá a třetí derivace. Vynesení průběhu zdvihové závislosti po přepočtení mezí s vyznačením požadovaných maximálních hodnot (8.1), (8.2) na obr. 8. 4 ukazuje, že návrh podmínky splňuje.



Obr. 8. 3. Normalizovaná zdvihová závislost a její první, druhá a třetí derivace.



Obr. 8. 4. Zdvihová závislost po přepočtu mezi s vyznačenými maximálními hodnotami

8.2. Dynamická simulace s polynomicou zdvihovou závislostí

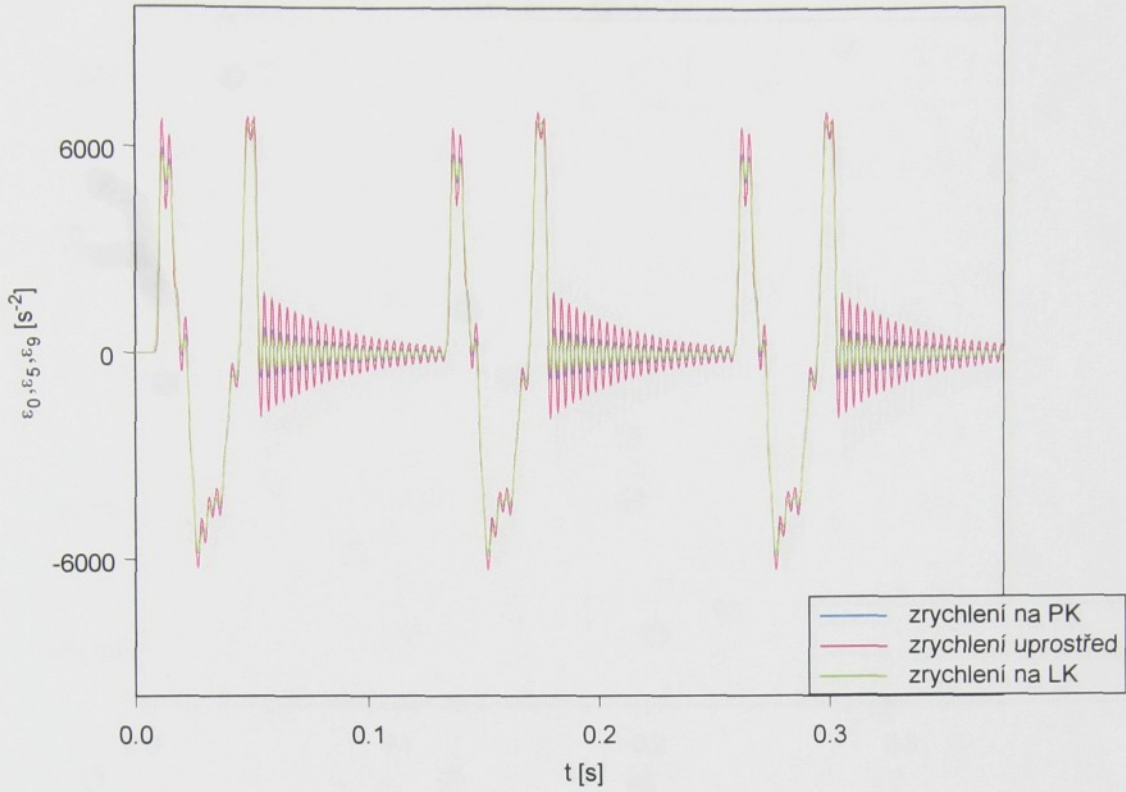
Zdvihovou závislost danou goniometrickou funkcí ve výpočtovém modelu (kap. 7) nahradíme nově navrženou polynomicou zdvihovou závislostí.

Nově navržená zdvihová závislost respektuje všechny požadované vlastnosti na úpravu: spojitost vyšších řádů na okrajích pohybového intervalu, pokles hodnoty zrychlení v místě přírazu, podmínky (8.1), (8.2) pro průběh zdvihové závislosti i požadavek na rovnoměrný pohyb v místech změny znaménka zrychlení.

Na obr. 8.5, 8.7, 8.9 a 8.11 jsou znázorněny časové závislosti úhlového zrychlení bidla v místech uvažovaných hmot na pravém konci bidla, uprostřed a na levém konci bidla v průběhu tří otočení hlavního hřídele pro vybrané otáčky. Na obr. 8.6, 8.8, 8.10 a 8.12 jsou průběhy úhlového zrychlení během jednoho otočení hlavního hřídele ve srovnání s teoretickým průběhem derivace zdvihové závislosti. Graf na obr. 8.13 zachycuje stejně jako obr. 7.9 změny zrychlení podél podbidelnice a časová zpoždění způsobená poddajností pro $n_0 = 525 \text{ ot.min}^{-1}$ během jedné otáčky hlavního hřídele.

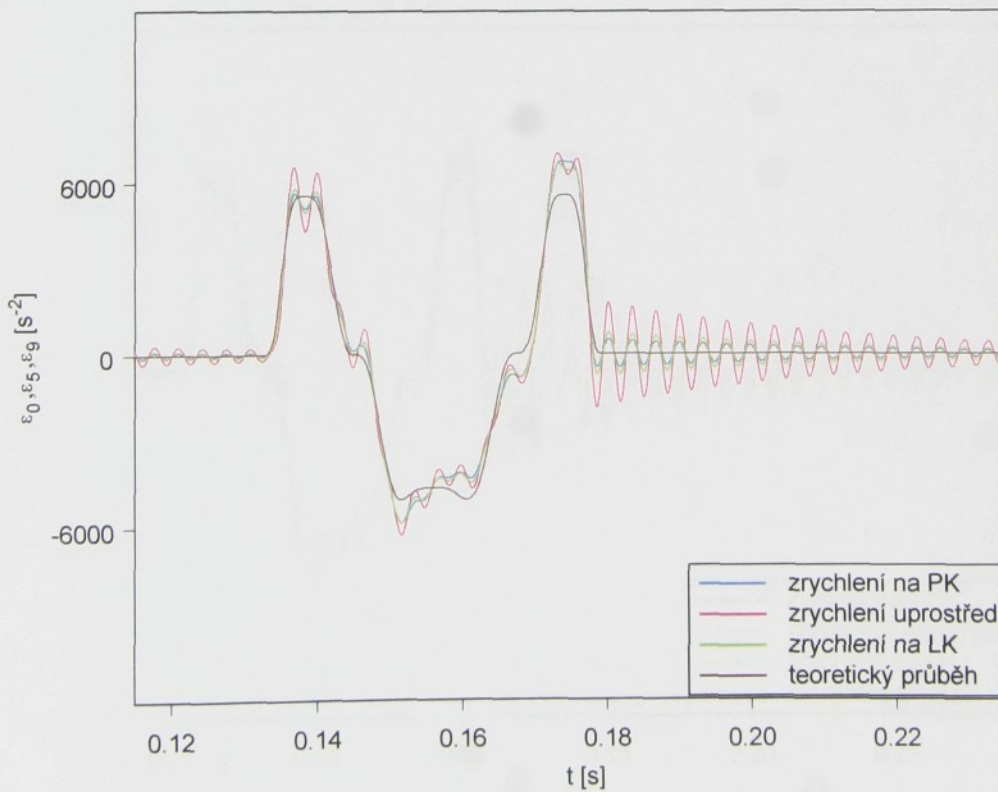
Z následujících grafů je zřejmé, že dochází ke zvýšenému kmitání během zdvihu. Stejně tak dojde ke zvýšení reziduálního kmitání po přírazu. Nárůst amplitud u kmitů je patrný především na hmotě blíže středu podbidelnice, kde se ve větší míře projevuje poddajnost bidlenu. Další kapitola se bude zabývat sestavením takové zdvihové závislosti, která by co nejvíce eliminovala nežádoucí kmitání.

Úhlové zrychlení bidla na pravém konci, uprostřed a na levém konci pro $n_0 = 480 \text{ ot. min}^{-1}$



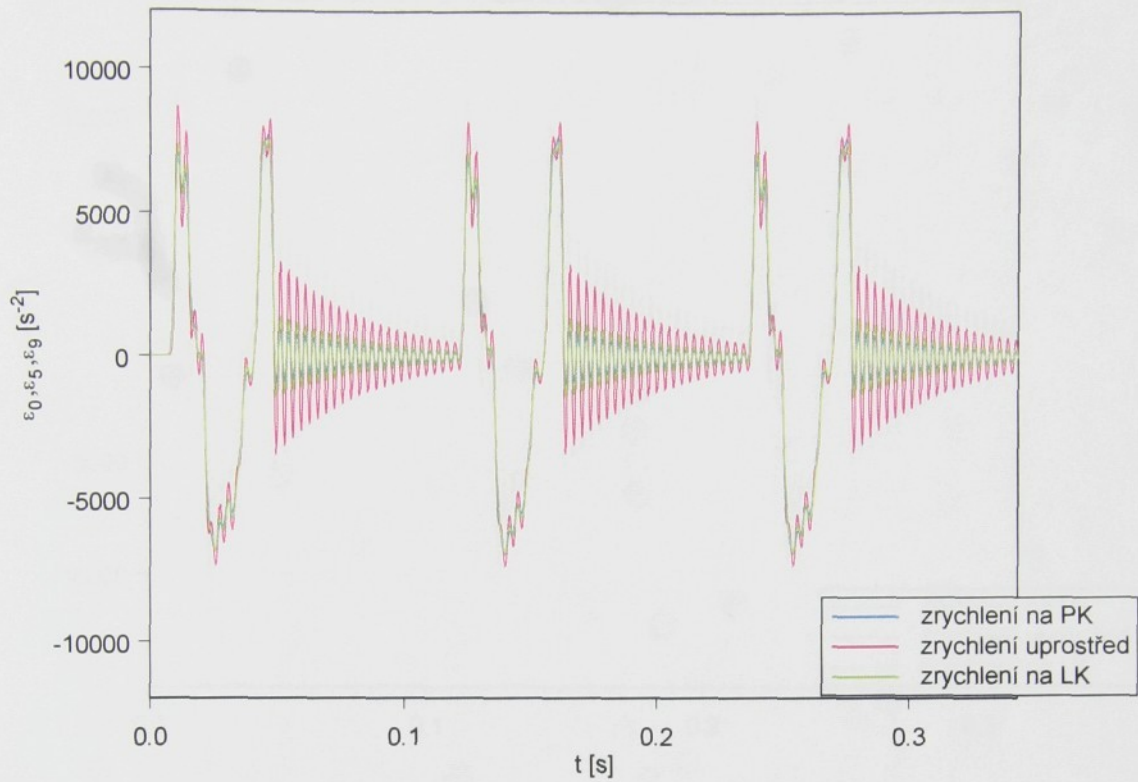
Obr. 8. 5

Úhlové zrychlení bidla na pravém konci, uprostřed a na levém konci pro $n_0 = 480 \text{ ot. min}^{-1}$



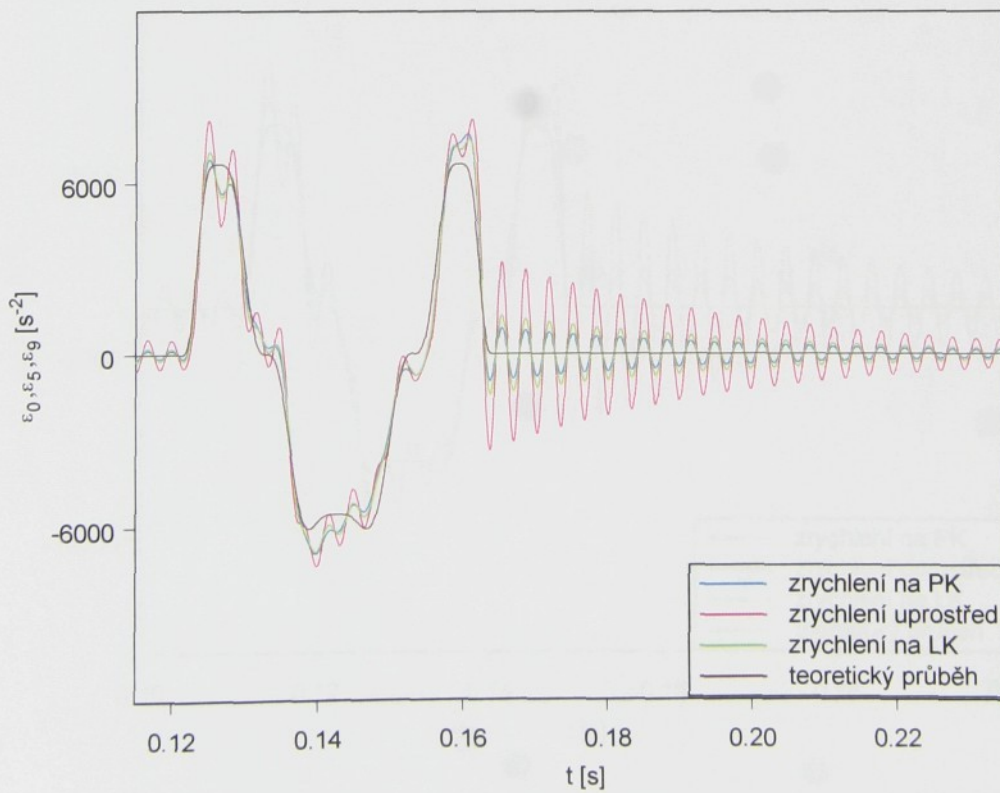
Obr. 8. 6

Úhlové zrychlení bidla na pravém konci, uprostřed a na levém konci pro $n_0 = 525 \text{ ot. min}^{-1}$



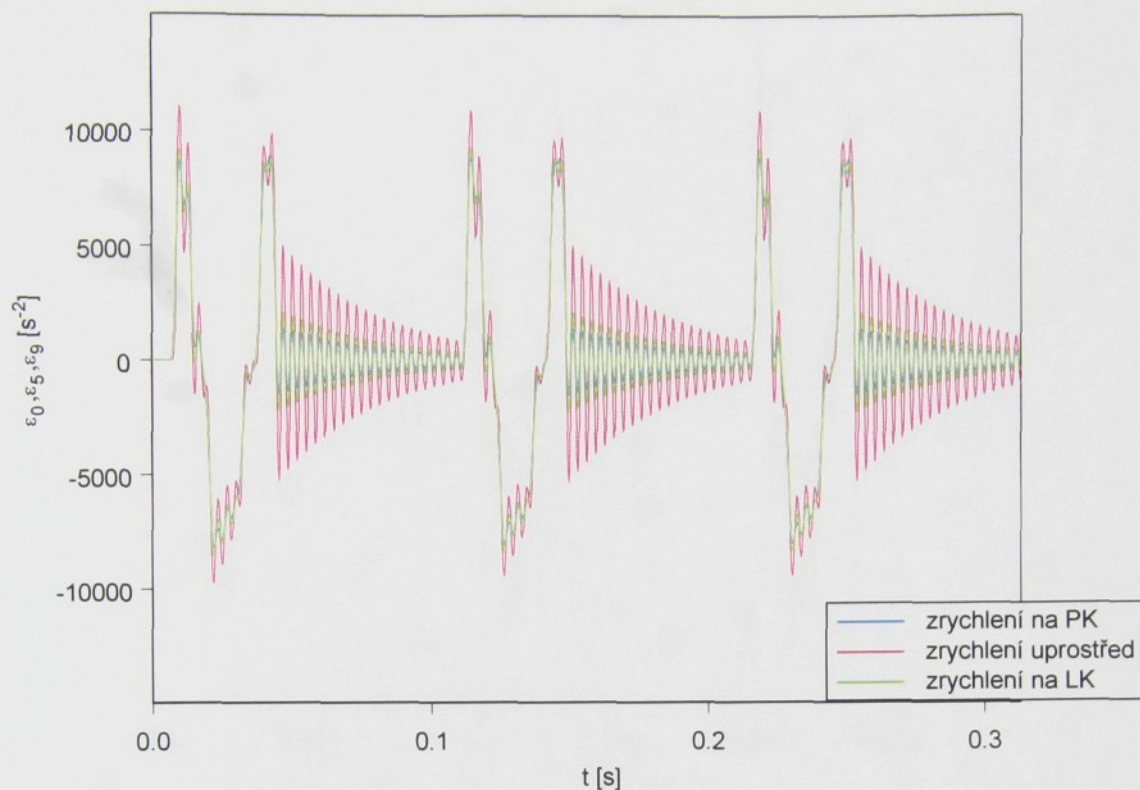
Obr. 8.7

Úhlové zrychlení bidla na pravém konci, uprostřed a na levém konci pro $n_0 = 525 \text{ ot. min}^{-1}$



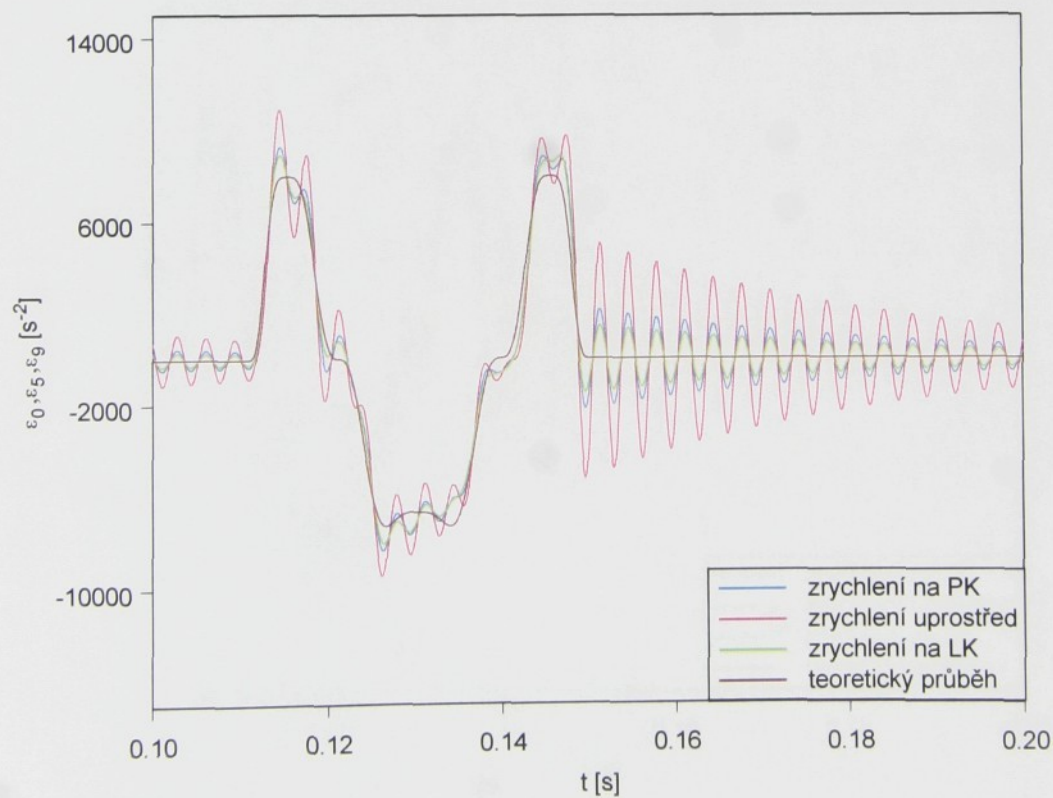
Obr. 8.8

Úhlové zrychlení bidla na pravém konci, uprostřed a na levém konci pro $n_0 = 575 \text{ ot.min}^{-1}$



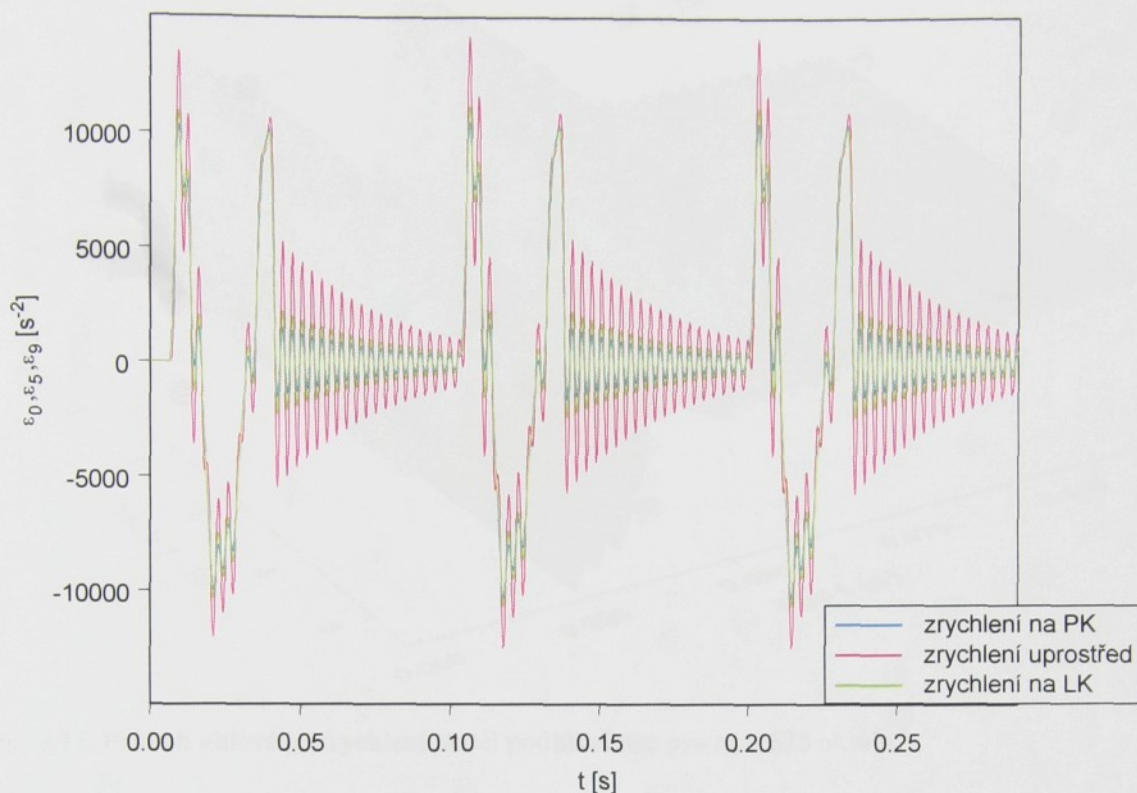
Obr. 8. 9

Úhlové zrychlení bidla na pravém konci, uprostřed a na levém konci pro $n_0 = 575 \text{ ot.min}^{-1}$



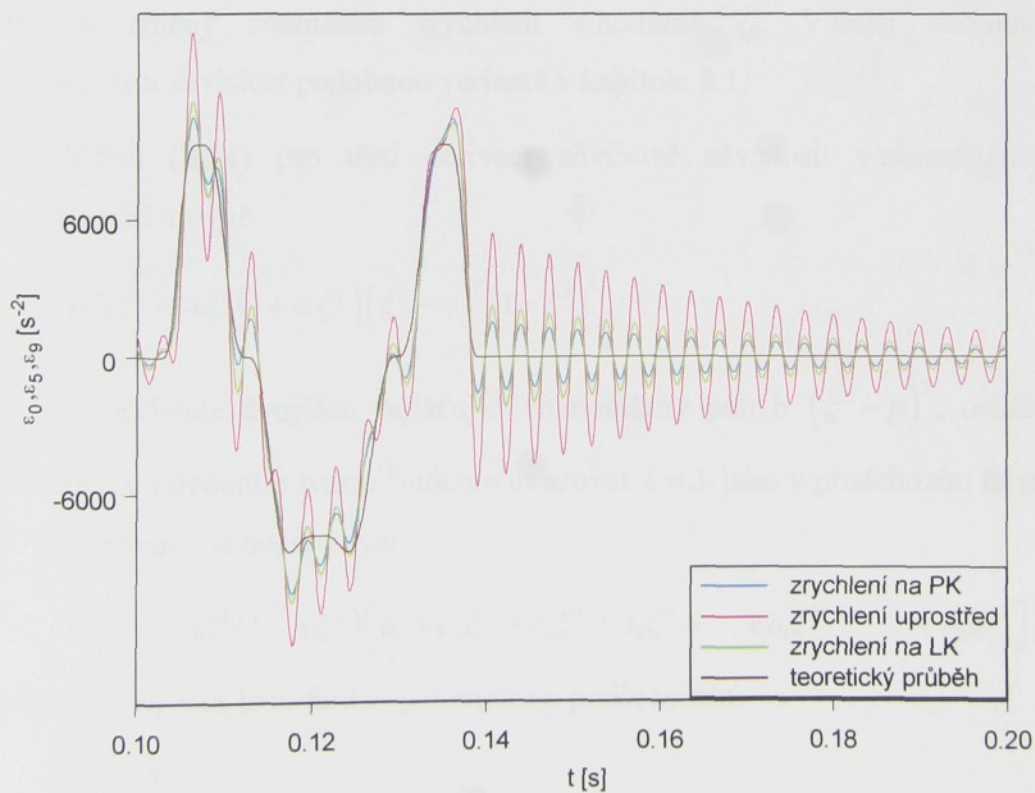
Obr. 8. 10

Úhlové zrychlení bidla na pravém konci, uprostřed a na levém konci pro $n_0 = 620 \text{ ot. min}^{-1}$

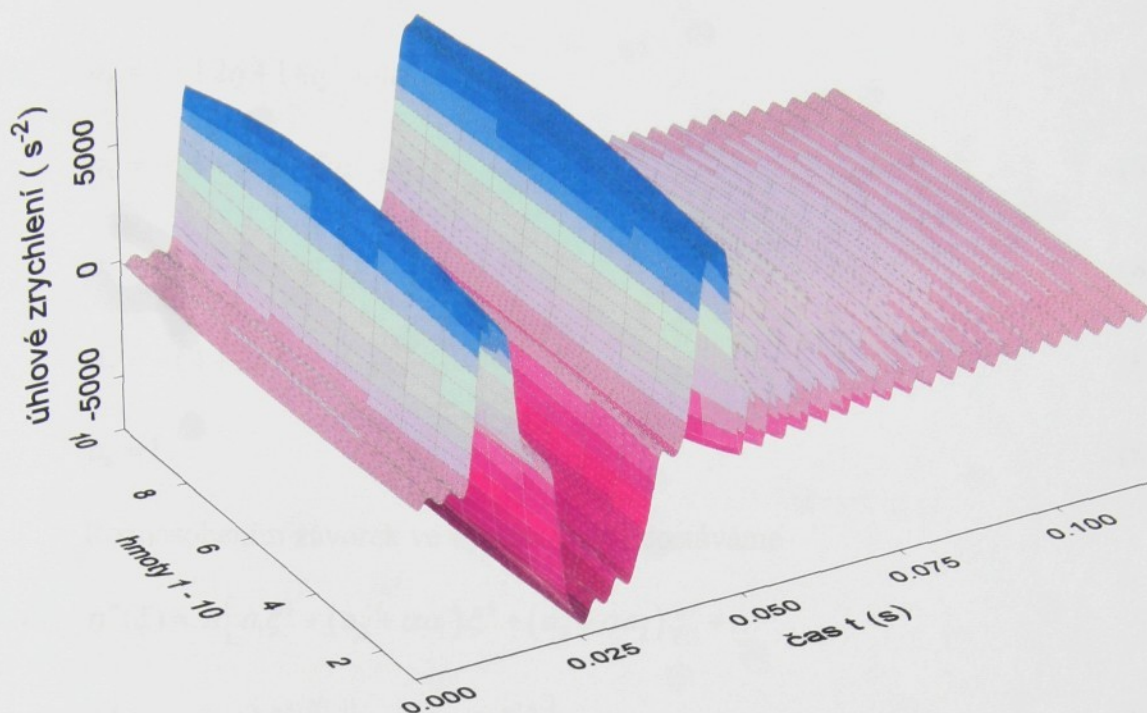


Obr. 8. 11

Úhlové zrychlení bidla na pravém konci, uprostřed a na levém konci pro $n_0 = 620 \text{ ot. min}^{-1}$



Obr. 8. 12



Obr. 8.13. Průběh úhlového zrychlení podél podbidelnice pro $n_0 = 525 \text{ ot.min}^{-1}$

8.3. Polynomická zdvihová závislost – 2. varianta

Ke zvýšení reziduálního kmitání dochází především vlivem rovnoměrného pohybu v místech změny znaménka zrychlení v hodnotě ξ_p . V další variantě sestavíme polynomickou závislost podobnou variantě v kapitole 8.1.

Vztah (8.11) pro třetí derivaci zdvihové závislosti v normalizovaném tvaru upravíme následovně

$$\eta'''(\xi) = A\xi^\ell (1 + \alpha\xi^2)(\xi^2 - q)^3(1 - \xi^2)^4. \quad (8.57)$$

Vynecháme dvojčlen zajišťující rovnoměrný pohyb $(\xi^2 - p)^2$, ostatní dvojčleny zachováme v původním tvaru. Budeme uvažovat $\ell = 3$ jako v předchozím návrhu. Rovnici (8.57) přepíšeme na obecný tvar

$$\eta'''(\xi) = A\xi^3 (1 + \alpha\xi^2) [a_1 + a_2\xi^2 + a_3\xi^4 + a_4\xi^6 + \dots + a_i\xi^{2i-2} + \dots + a_8\xi^{14}], \quad (8.58)$$

kde veličiny $a_1 \div a_8$ jsou funkcí parametru q podle vztahů

$$a_1 = -q^3, \quad (8.59)$$

$$a_2 = 3q^2 + 4q^3, \quad (8.60)$$

$$a_3 = -3(q + 4q^2 + 2q^3), \quad (8.61)$$

$$a_4 = 1 + 12q + 18q^2 + 4q^3, \quad (8.62)$$

$$a_5 = -(4 + 18q + 12q^2 + q^3), \quad (8.63)$$

$$a_6 = 3(2 + 4q + q^2), \quad (8.64)$$

$$a_7 = -(4 + 3q), \quad (8.65)$$

$$a_8 = 1. \quad (8.66)$$

Roznásobením závorek ve výrazu (8.58) dostáváme

$$\begin{aligned} \eta'''(\xi) = A \big[& a_1 \xi^3 + (a_2 + \alpha a_1) \xi^5 + (a_3 + \alpha a_2) \xi^7 + \dots \\ & + (a_i + \alpha a_{i-1}) \xi^{3+2(i-1)} + \dots + \alpha a_9 \xi^{16} \big]. \end{aligned} \quad (8.67)$$

Rovnici přepíšeme pomocí (8.29)

$$\eta'''(\xi) = A \sum_{i=1}^9 \beta_i \xi^{3+2(i-1)}. \quad (8.68)$$

Integrací podle proměnné ξ získáme druhou derivaci zdvihové závislosti

$$\eta''(\xi) = A \sum_{i=1}^9 \beta_i \frac{\xi^{2i+2}}{2i+2} + \eta''_0, \quad (8.69)$$

zde opět η''_0 je integrační konstanta vyjadřující hodnotu zrychlení v nule $\eta''(0)$.

Další integrací podle ξ získáme první derivaci zdvihové závislosti

$$\eta'(\xi) = A \sum_{i=1}^9 \beta_i \frac{\xi^{2i+3}}{(2i+2)(2i+3)} + \eta''_0 \xi. \quad (8.70)$$

Jednotková zdvihová závislost je dána vztahem

$$\eta(\xi) = A \sum_{i=1}^9 \beta_i \frac{\xi^{2i+4}}{(2i+2)(2i+3)(2i+4)} + \eta''_0 \frac{\xi^2}{2} + 1. \quad (8.71)$$

Integrační konstanty jsou shodné s předchozím návrhem.

Z podmínky (8.34)

$$\eta''(1) - \eta'(1) = 0 \quad (8.72)$$

dostáváme

$$\sum_{i=1}^9 \beta_i \left[\frac{1}{2i+2} - \frac{1}{(2i+2)(2i+3)} \right] = 0, \quad (8.73)$$

po úpravě vyjde

$$\sum_{i=1}^9 \frac{\beta_i}{2i+3} = 0. \quad (8.74)$$

Rovnice obsahuje parametr q v nulté až třetí mocnině, takže dostáváme kubickou rovnici

$$\bar{c}_3 q^3 + \bar{c}_2 q^2 + \bar{c}_1 q + \bar{c}_0 = 0. \quad (8.75)$$

Její řešení vypočteme hodnotu q .

Analogicky ze vztahů (8.46) ÷ (8.52) plyne

$$G(q) = \sum_{i=1}^9 \frac{\beta_i}{2i+2}, \quad (8.76)$$

pak pro konstantu η_0'' platí

$$\eta_0'' = -A G(q). \quad (8.77)$$

Dosazením do podmínek (8.16) a (8.15) dostaneme rovnici pro výpočet parametru A

$$A \sum_{i=1}^9 \frac{\beta_i}{(2i+2)(2i+3)(2i+4)} - A \frac{G(q)}{2} + 1 = 0, \quad (8.78)$$

po úpravě vyjde

$$\frac{1}{A} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^9 \frac{\beta_i}{(2i+3)(2i+4)} = H(q), \quad (8.79)$$

η_0'' vyjádříme vztahem

$$\eta_0'' = -\frac{G(q)}{H(q)}. \quad (8.80)$$

$G(q)$ a $H(q)$ jsou po dosazení za hodnoty β_i dány následujícími dvěma vztahy

$$G(q) = \sum_{i=1}^8 \frac{a_i}{2i+2} + \alpha \sum_{i=1}^8 \frac{a_i}{2i+4}, \quad (8.81)$$

$$H(q) = \frac{1}{2} \left[\sum_{i=1}^8 \frac{a_i}{(2i+3)(2i+4)} + \alpha \sum_{i=1}^8 \frac{a_i}{(2i+5)(2i+6)} \right]. \quad (8.82)$$

Výraz pro zdvihovou závislost (8.71) vyjde ve tvaru

$$\eta(\xi) = \frac{1}{H(q)} \sum_{i=1}^9 \beta_i \frac{\xi^{2i+4}}{(2i+2)(2i+3)(2i+4)} - \frac{G(q)}{H(q)} \frac{\xi^2}{2} + 1, \quad (8.83)$$

obdobně můžeme získat i výraz pro první a druhou derivaci zdvihové závislosti, dosadíme-li do rovnic (8.70) a (8.69) za η_0'' a A

$$\eta'(\xi) = \frac{1}{H(q)} \sum_{i=1}^9 \beta_i \frac{\xi^{2i+3}}{(2i+2)(2i+3)} - \frac{G(q)}{H(q)} \xi, \quad (8.84)$$

$$\eta''(\xi) = \frac{1}{H(q)} \sum_{i=1}^9 \beta_i \frac{\xi^{2i+2}}{2i+2} - \frac{G(q)}{H(q)}. \quad (8.85)$$

Při určování parametrů zdvihové závislosti řešíme numericky softwarem Mathcad kubickou rovnici pro parametr q (8.75). Z numerického výpočtu získáme hodnoty q pro různá α . Výsledky jsou zobrazeny v tab. 7.

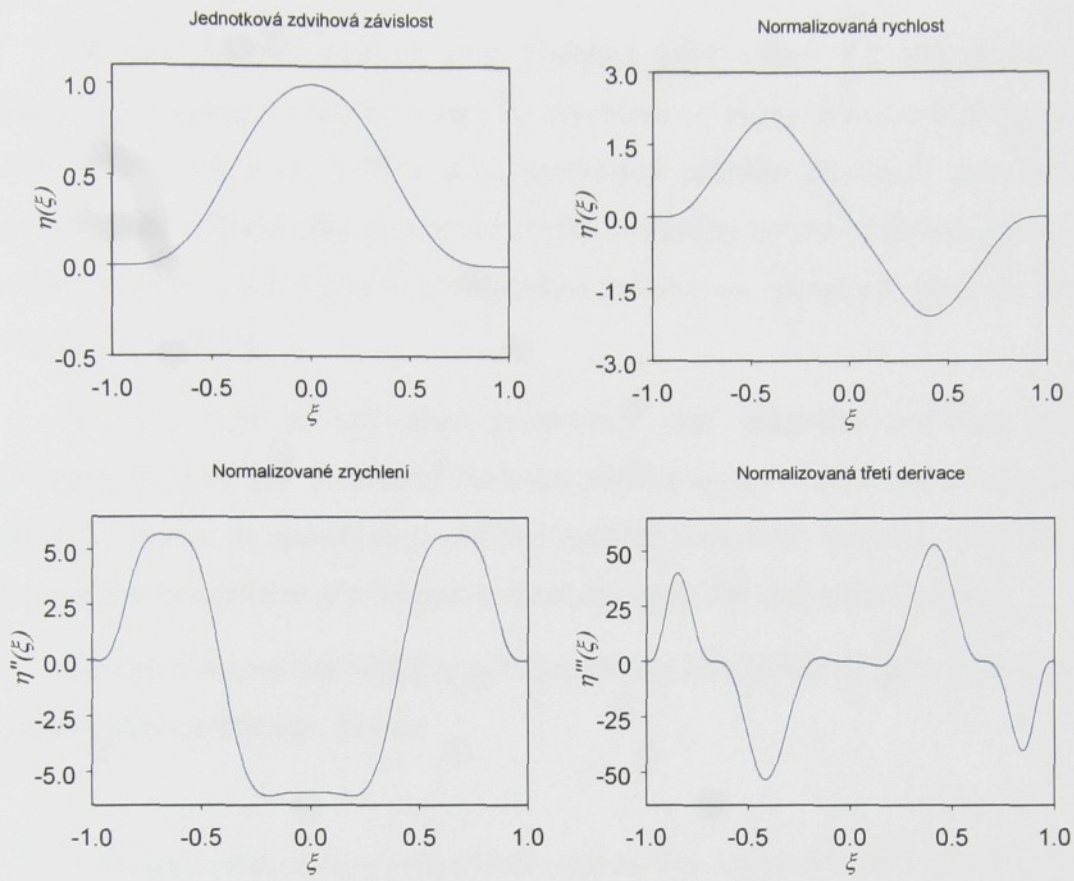
	q	η_0''	$\ \eta_{\max}'' - \eta_{\min}''\ $
$\alpha = -24$	0,434471971896245	-5,909	0,368
$\alpha = -25$	0,433922690609969	-5,881	0,348
$\alpha = -26$	0,433423526694562	-5,849	0,328
$\alpha = -27$	0,432967905688183	-5,814	0,306
$\alpha = -28$	0,432550357038297	-5,774	0,284

Tab. 7. Přehled parametrů zdvihové závislosti.

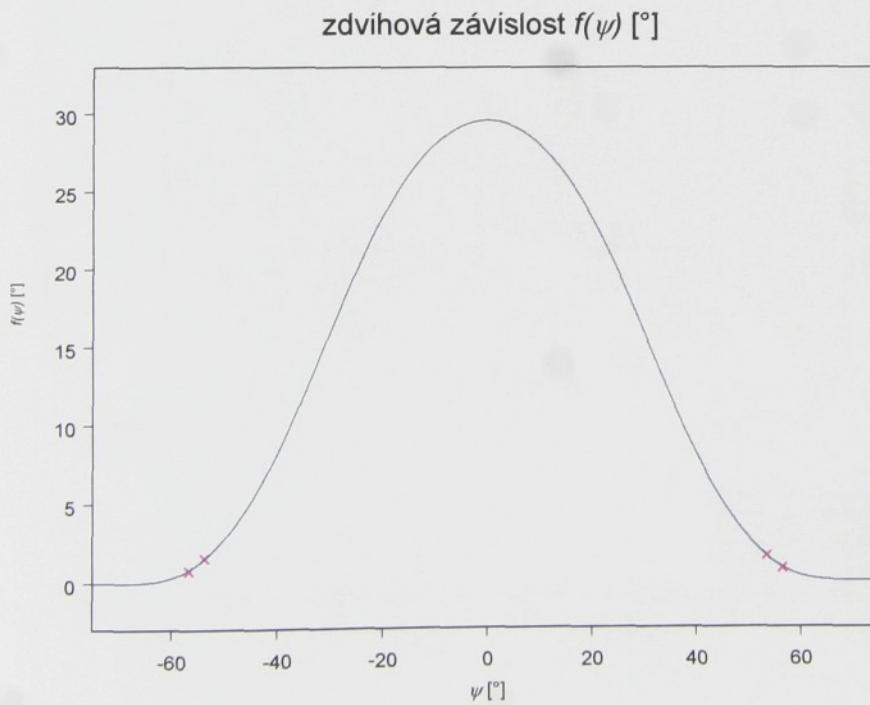
Vybereme zdvihovou závislost se stejnou hodnotou $\alpha = -28$ jako u předchozí navržené a výsledky z dynamické simulace porovnáme. Průběh jednotkové zdvihové závislosti a průběhy jejích prvních tří derivací jsou na obr. 8.14. Na obr. 8.15 je zdvihová závislost pro pohybový interval zvětšený ze 137° na 150° . Tato změna vyhovuje podmínkám (8.1) a (8.2) pro zdvihy v blízkosti okrajů intervalu, jež jsou na obrázku vyznačeny. Ve vybraných bodech nabývá zdvihová závislost hodnoty

$$f(\pm 54^\circ) = 1,45^\circ, \quad (8.86)$$

$$f(\pm 57^\circ) = 0,77^\circ. \quad (8.87)$$



Obr. 8. 14. Polynomičká zdvihová závislost – 2. varianta a její první, druhá a třetí derivace



Obr. 8. 15. Zdvihová závislost po přepočtu mezi s vyznačenými maximálními hodnotami

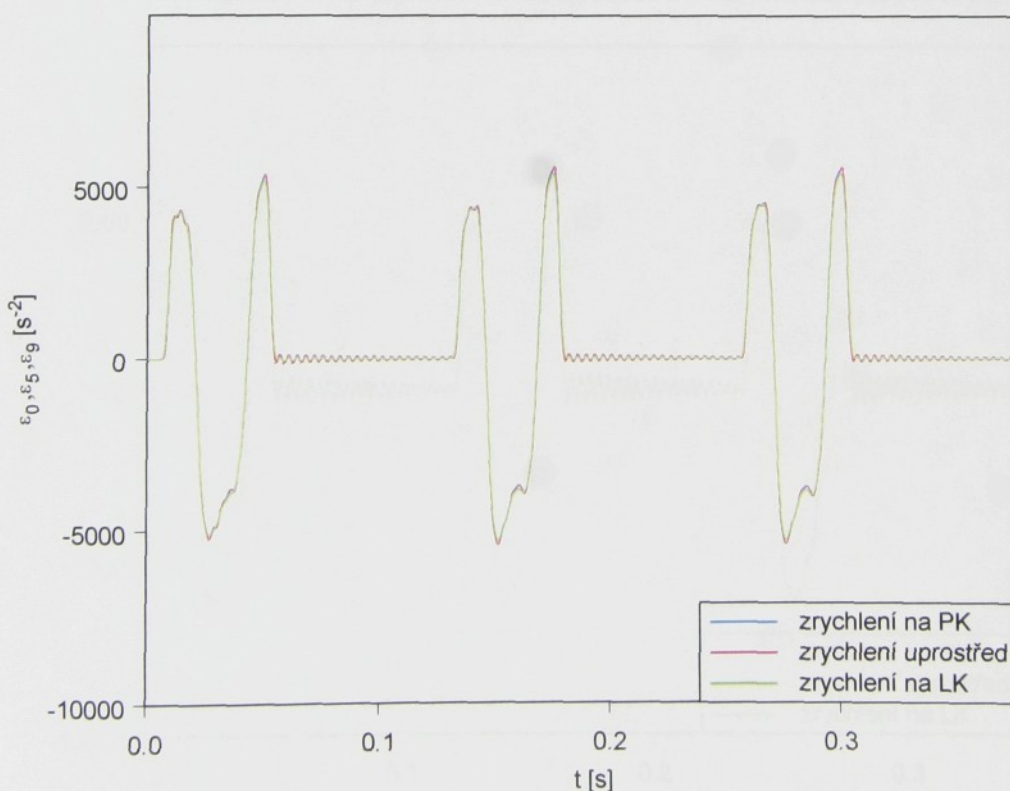
8.4. Dynamická simulace s 2. variantou polynomické zdvihové závislosti

Na následujících grafech jsou obdobně jako v kap. 8.2 znázorněny výsledky z dynamické analýzy - průběhy úhlového zrychlení ve stejných místech bidla pro zvolené otáčky. Obr. 8.16, 8.18, 8.20 a 8.22 znázorňují průběhy zrychlení pro různé otáčky hlavního hřídele během jeho prvních tří otočení. Průběhy zrychlení během jednoho otočení hlavního hřídele s porovnáním s teoretickou zdvihovou závislostí jsou na obr. (8.17), (8.19), (8.21) a (8.23).

Na obr. 8.24 je znázorněn prostorový graf úhlového zrychlení podél bidla v závislosti na čase pro 1 otočení hlavního hřídele a $n_0 = 525 \text{ ot.min}^{-1}$. Z následujících obrázků je zřejmé, že oproti první variantě dochází ke snížení kmitání, amplitud kmitání i frekvence kmitání během zdvihu i ke snížení reziduálního kmitání po přírazu.

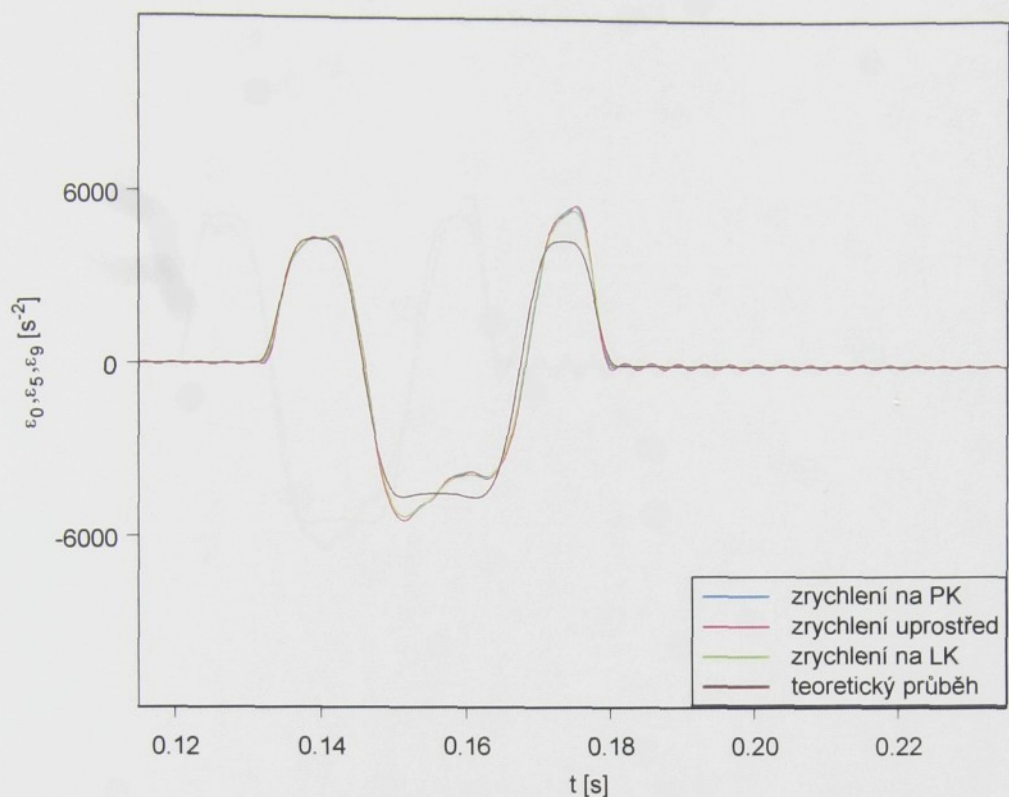
Ostatní kinematické veličiny zjištěné při výpočtu podobně jako v podkap. 7.3 jsou uvedeny v Příloze IIB (str. 25-30)

Úhlové zrychlení bidla na pravém konci, uprostřed a na levém konci pro $n = 480 \text{ ot.min}^{-1}$



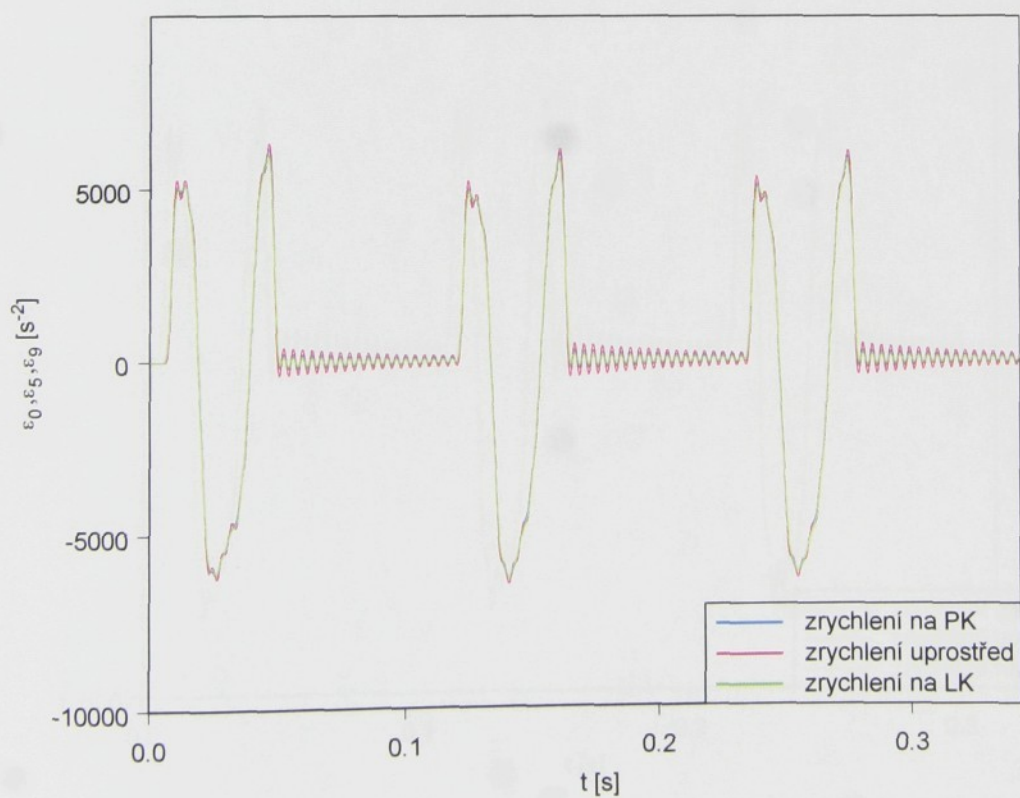
Obr. 8. 16

Úhlové zrychlení bidla na pravém konci, uprostřed a na levém konci pro $n_0 = 480 \text{ ot. min}^{-1}$



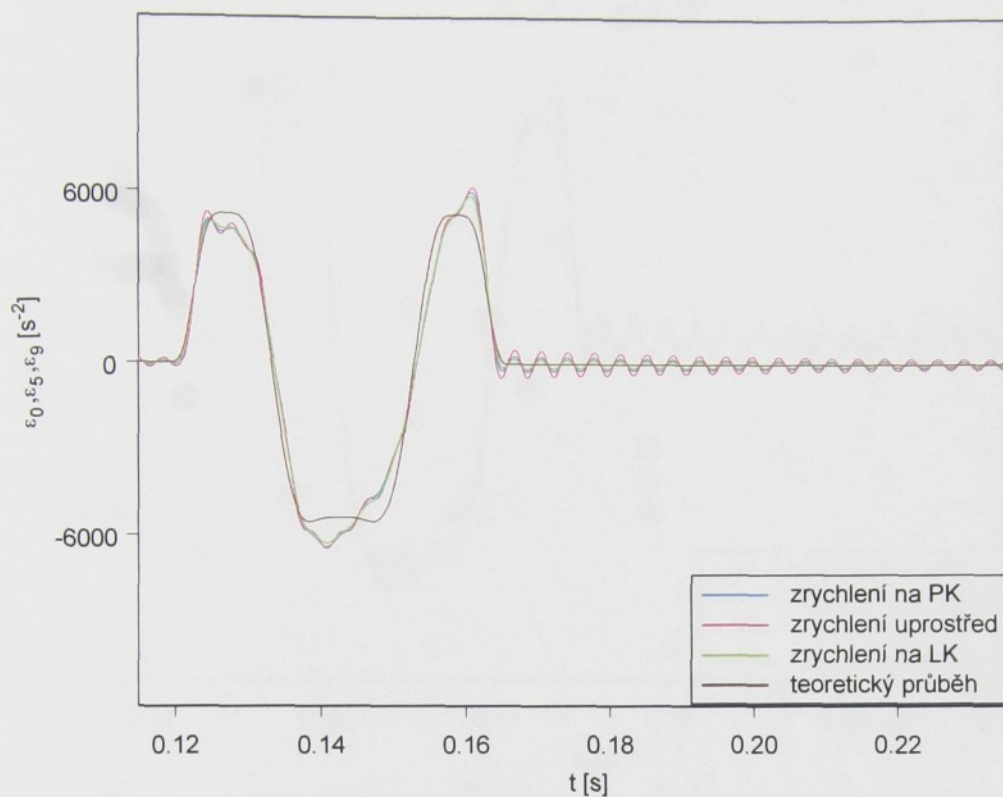
Obr. 8. 17

Úhlové zrychlení bidla na pravém konci, uprostřed a na levém konci pro $n = 525 \text{ ot. min}^{-1}$



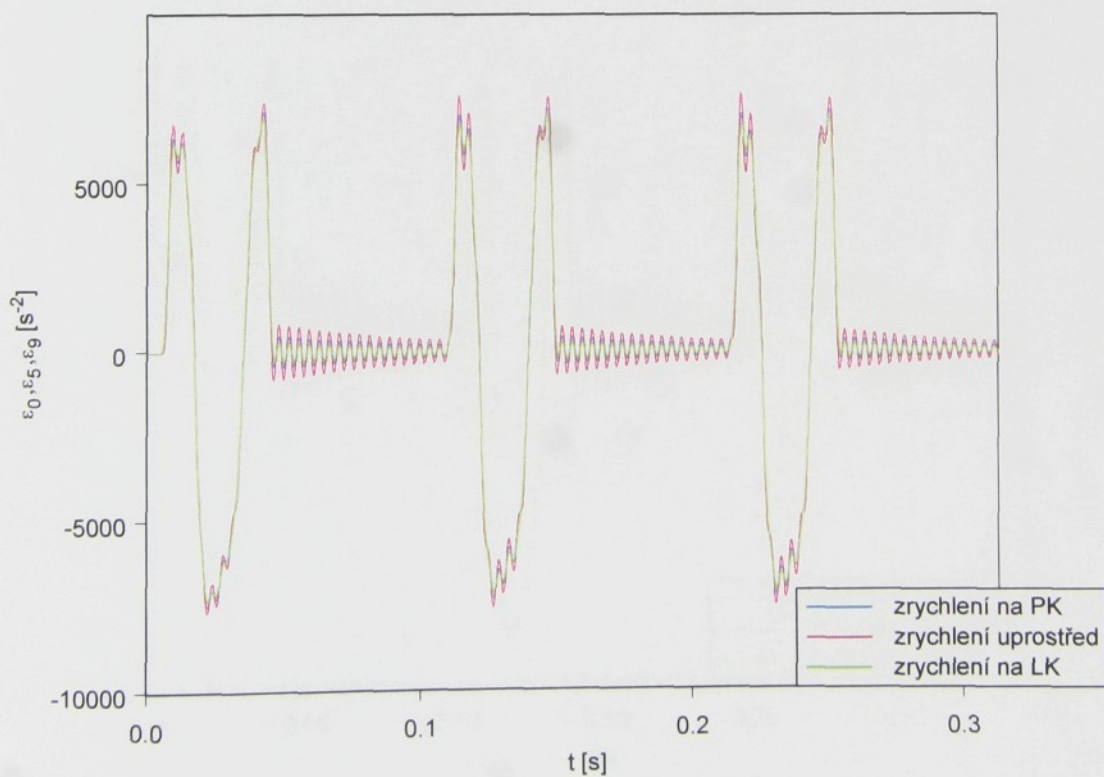
Obr. 8. 18

Úhlové zrychlení bidla na pravém konci, uprostřed a na levém konci pro $n_0 = 525 \text{ ot.min}^{-1}$



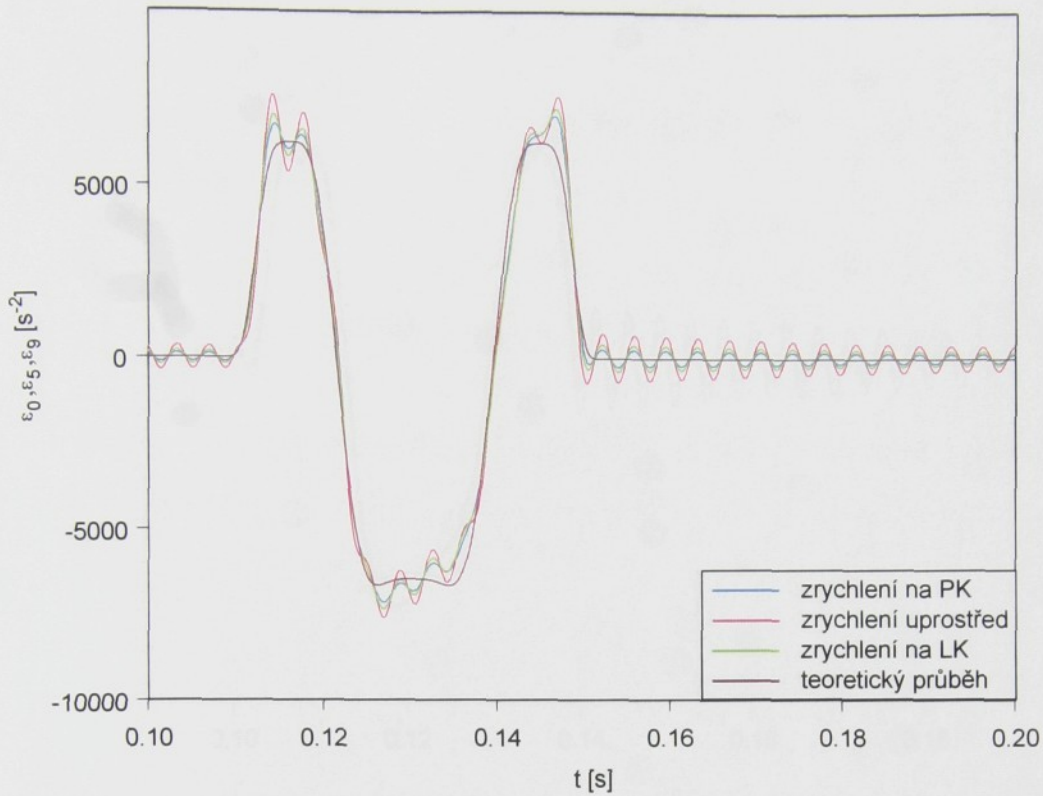
Obr. 8. 19

Úhlové zrychlení bidla na pravém konci, uprostřed a na levém konci pro $n = 575 \text{ ot.min}^{-1}$



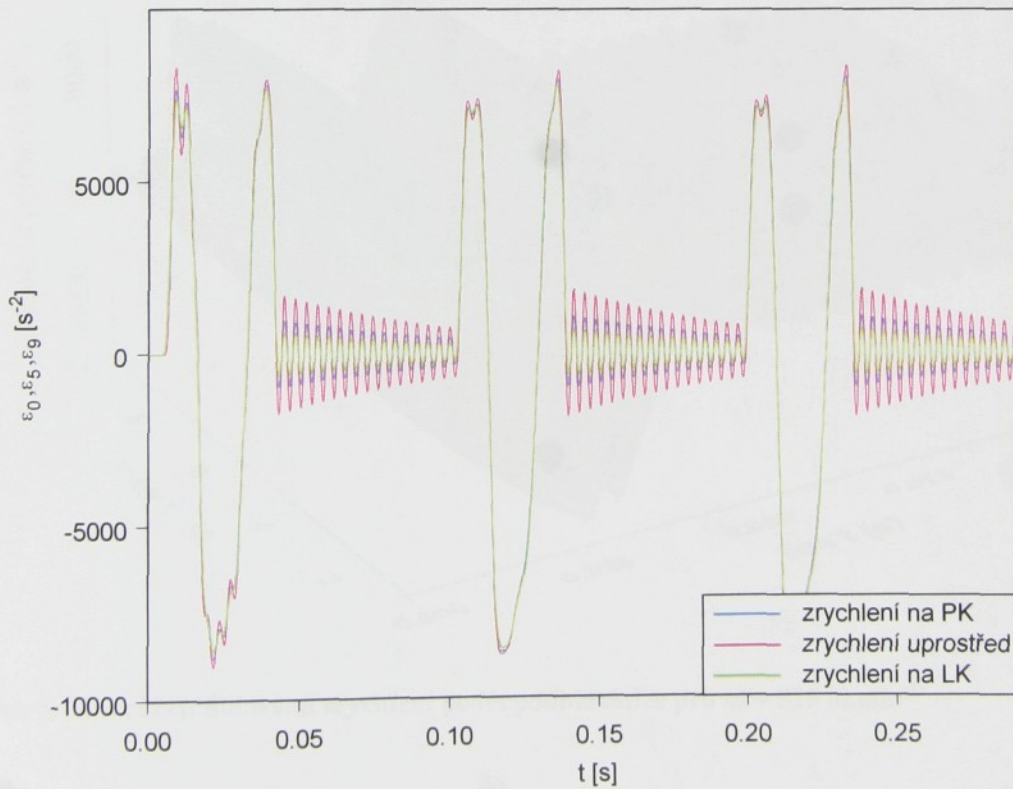
Obr. 8. 20

Úhlové zrychlení bidla na pravém konci, uprostřed a na levém konci pro $n_0 = 575 \text{ ot.min}^{-1}$



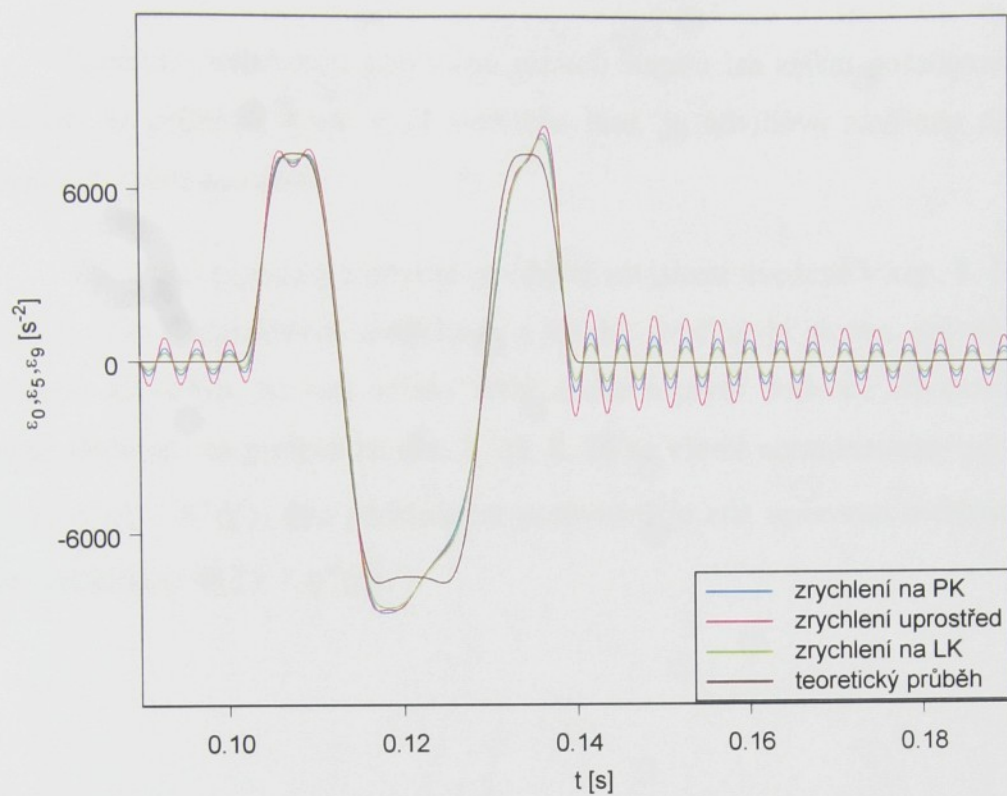
Obr. 8. 21

Úhlové zrychlení bidla na pravém konci, uprostřed a na levém konci pro $n = 620 \text{ ot.min}^{-1}$

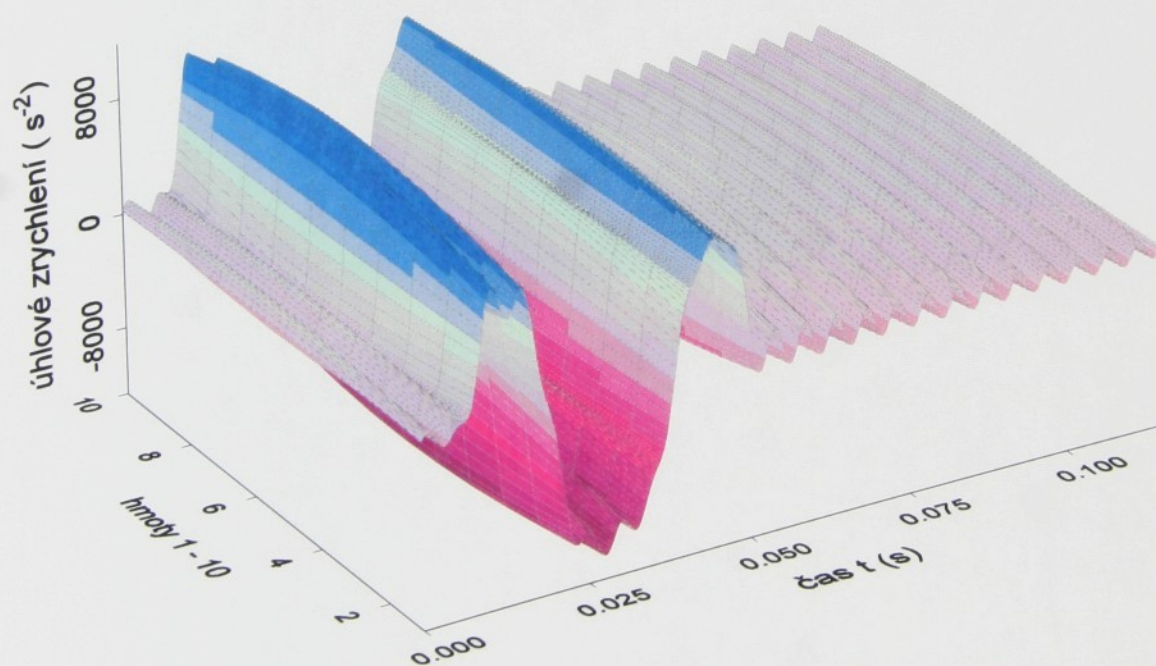


Obr. 8. 22

Úhlové zrychlení bidla na pravém konci, uprostřed a na levém konci pro $n = 620 \text{ ot.min}^{-1}$



Obr. 8. 23

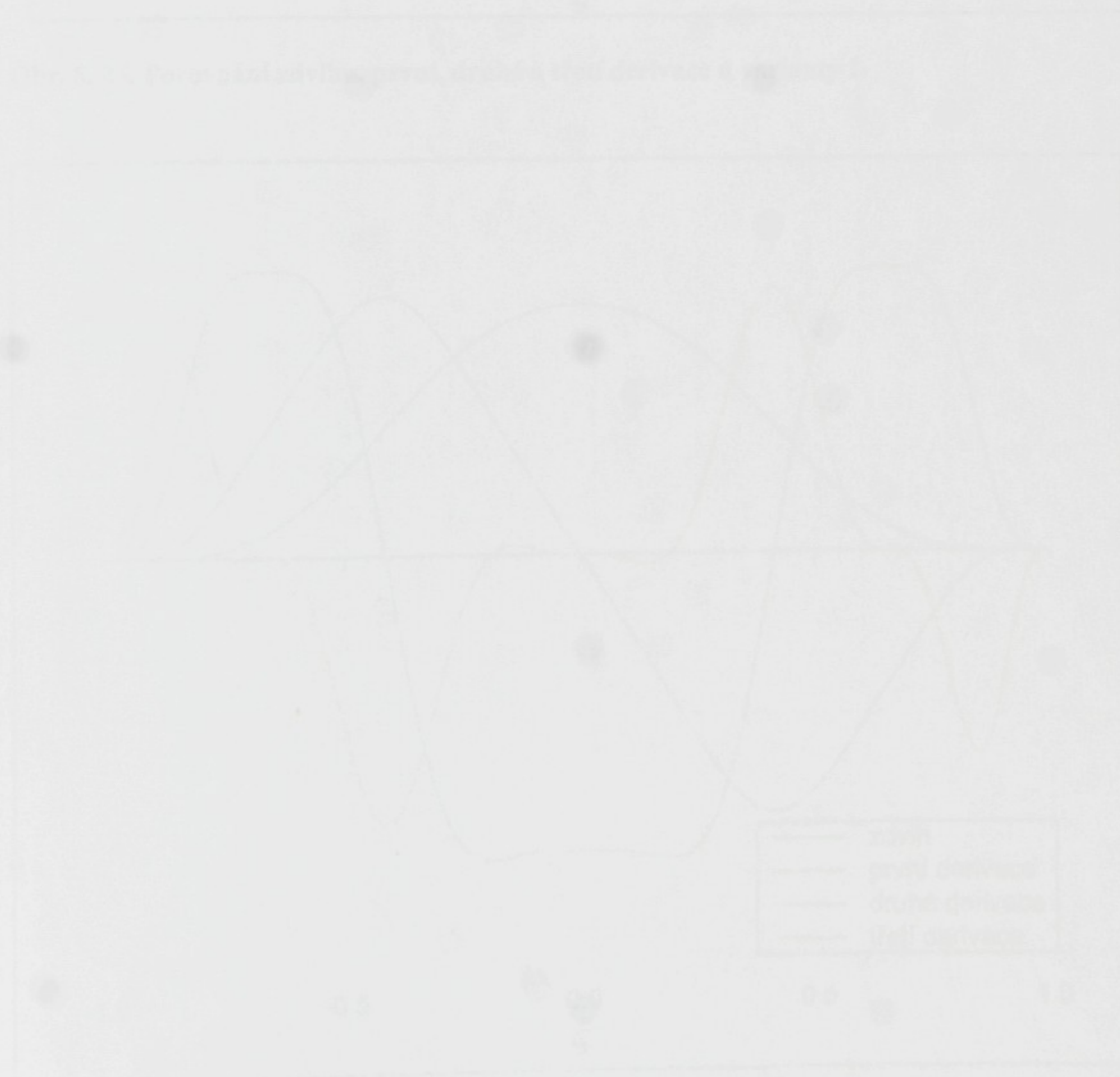


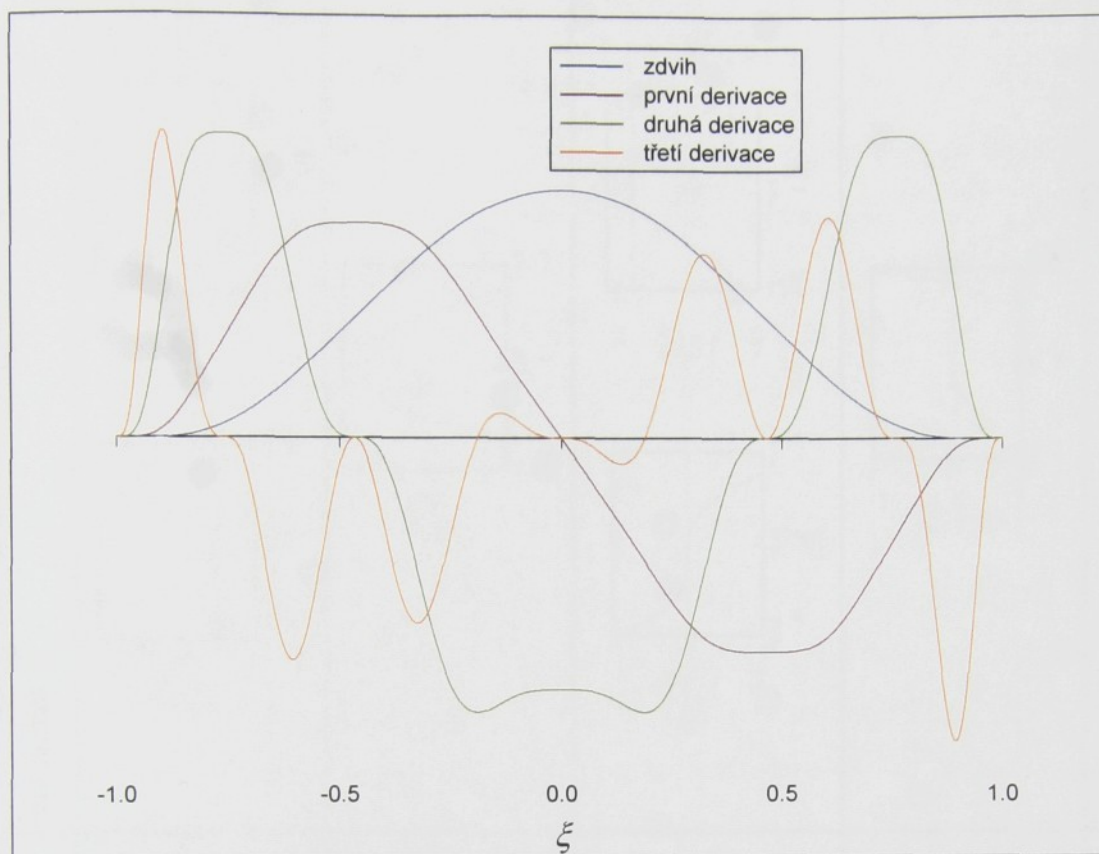
Obr. 8. 24. Průběh úhlového zrychlení podél podbidelnice pro $n_0 = 525 \text{ ot.min}^{-1}$

8.5. Zobecnění postupu při návrhu zdvihové závislosti

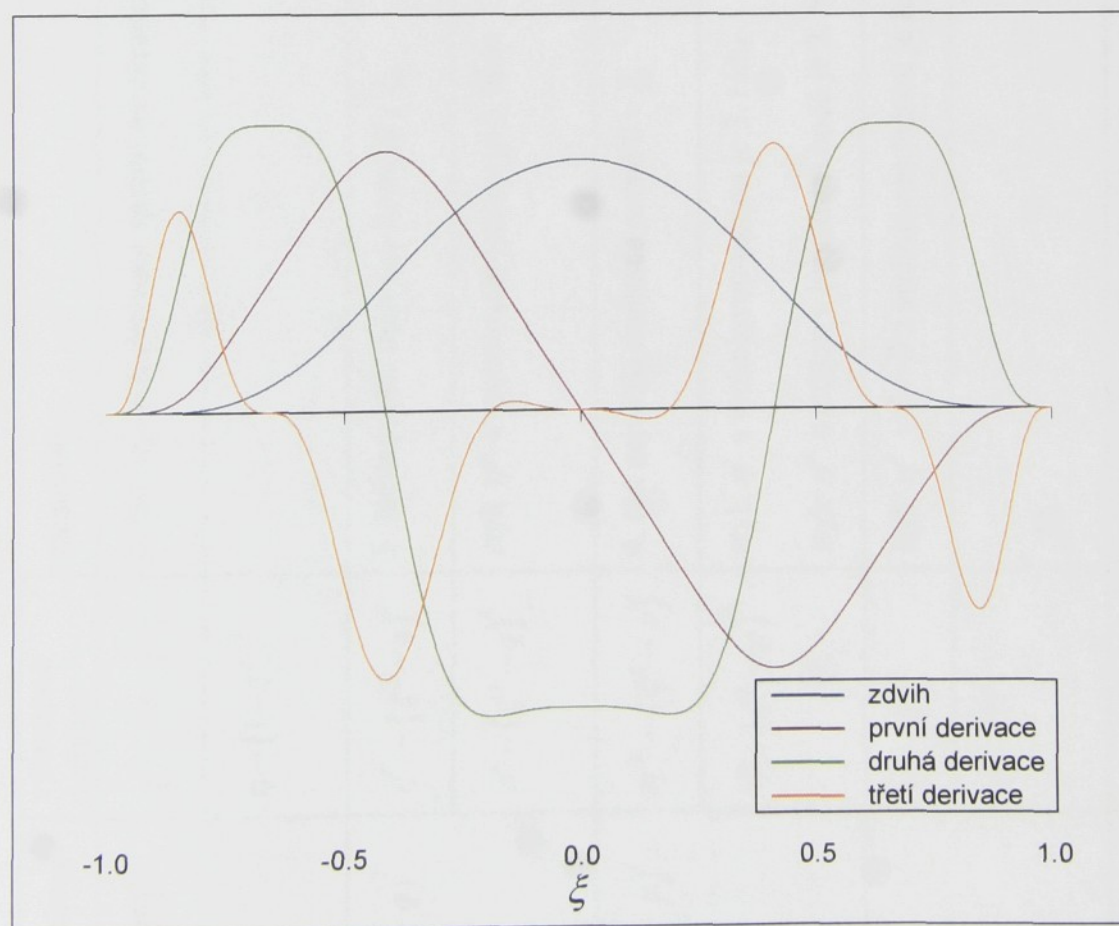
Správnou kombinací polynomů nižších stupňů lze získat požadovanou zdvihovou závislost. U průběhů, které mají složitější tvar, je zdvihová závislost dána kombinací polynomů vyšších stupňů.

Vlastnosti plynoucí z návrhu zdvihové závislosti uvedené v kap. 8. 1. jsou popsány v tab. 8. Vliv jednotlivých dvojčlenů, z jejichž součinů je složen průběh třetí derivace zdvihové závislosti, na tvar křivky třetí, druhé a první derivace zdvihové závislosti, je možné sledovat na grafech na obr. 8. 25, 8. 26 se všemi normalizovanými průběhy $\eta(\xi)$, $\eta'(\xi)$, $\eta''(\xi)$, $\eta'''(\xi)$. Pro přehlednost porovnání je zde upraveno měřítko na svislé ose mezi veličinami $\eta(\xi) \div \eta'''(\xi)$.

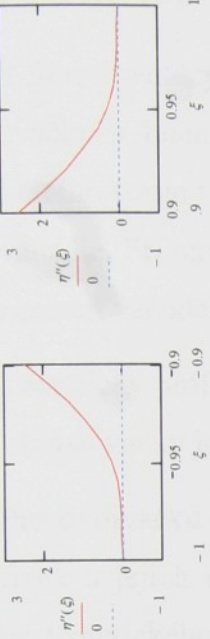
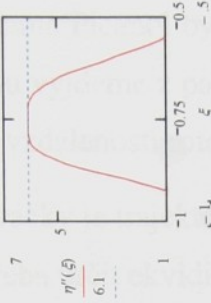
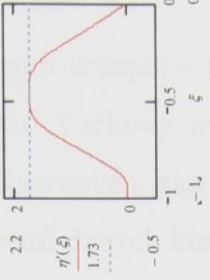
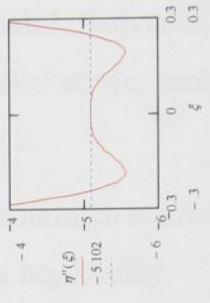




Obr. 8. 25. Porovnání zdvihu, první, druhé a třetí derivace u varianty 1.



Obr. 8. 26. Porovnání zdvihu, rychlosti, zrychlení a třetí derivace u varianty 2.

polynomy	významné derivace	vlastnosti	zobrazení
$(1 - \xi^2)^4$	$\eta^{VI} \sim (1 - \xi^2)^1$	6. řád nejvyšší derivace spojitě na okrajích	
	$\eta \sim (1 - \xi^2)^7$		
$(\xi^2 - q)^3$	$\eta^V \sim (\xi^2 - q)^1$	5. řád nejvyšší derivace rovné 0 v ξ_q	
	$\eta'' \sim (\xi^2 - q)^4$	styk η'' s vrcholovou tečnou je 3. řádu	
$(\xi^2 - p)^2$	$\eta^{IV} \sim (\xi^2 - p)^1$	4. řád nejvyšší derivace rovné 0 v ξ_p	
	$\eta' \sim (\xi^2 - p)^4$	styk η' s vrcholovou tečnou je 3. řádu styk η'' s tečnou v inflexním bodě je 2. řádu	
ξ^ℓ	$\eta'' \sim \xi^{\ell+1}$	styk η'' v $\xi = 0$ s vrcholovou tečnou je řádu ℓ	
	$\eta \sim \xi^{\ell+3}$		
$1 + \alpha \xi^2$		α ovlivňuje okolí $\xi = 0$ u $\eta''(\xi)$	viz. obr. 8. 2

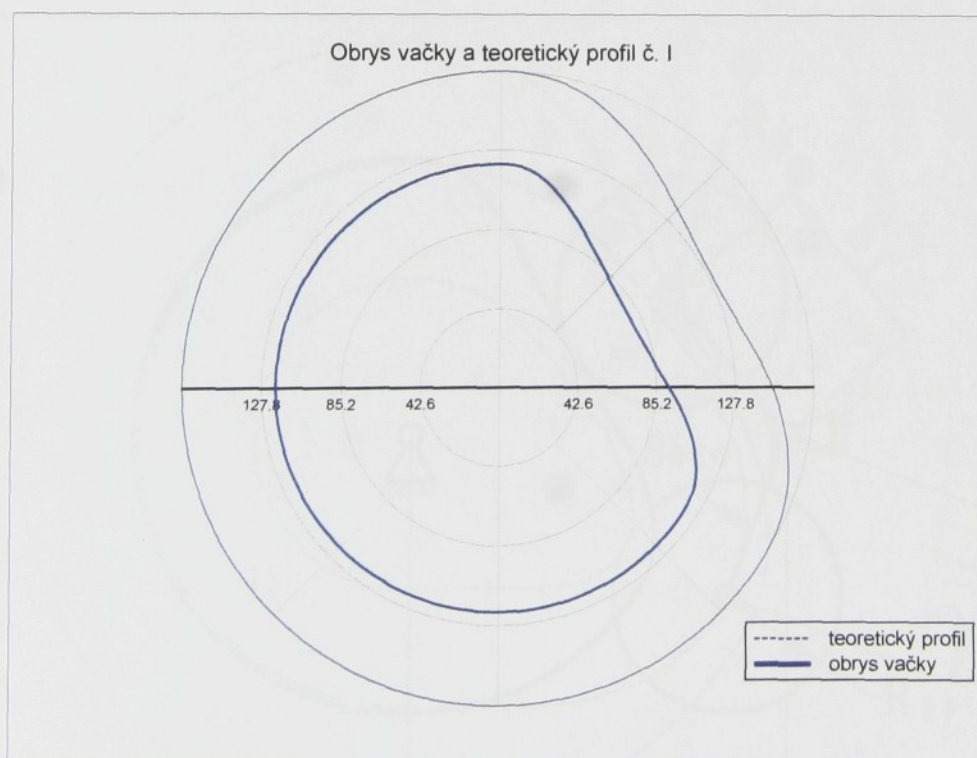
Tab. 8. Vlastnosti polynomů

8.6. Návrh teoretického profilu vačky

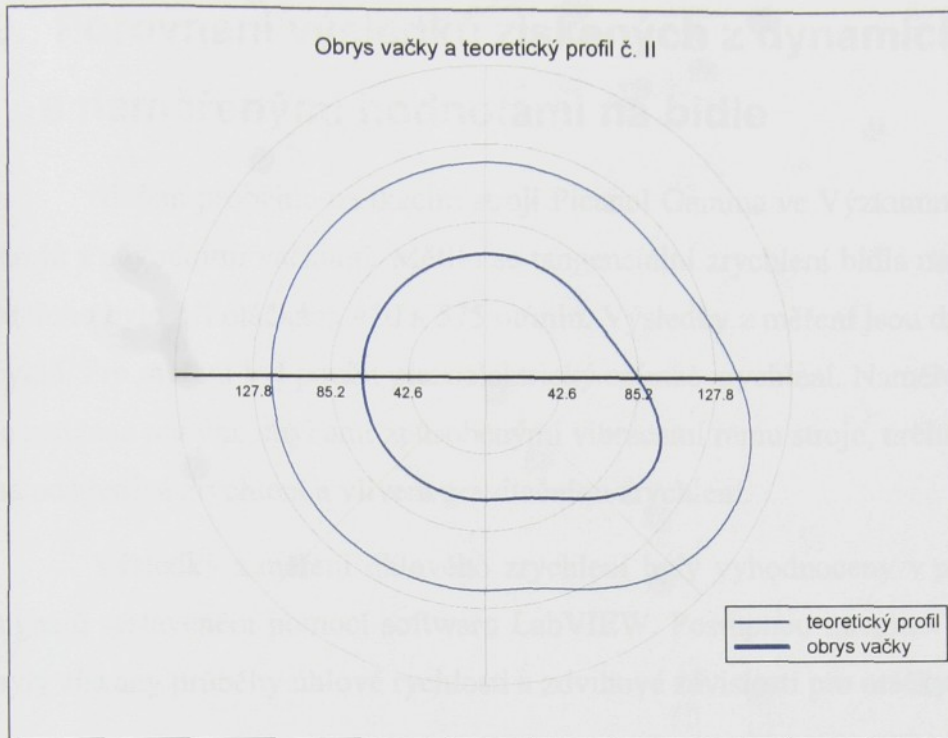
V úloze syntézy vačkového mechanismu určujeme tvar vačky na základě daných pohybů vačky a hnaného členu mechanismu. Vačkový mechanismus realizující pohyb bidla u tkacího stroje Gamma Picanol byl konstruován jako radiální dvojvačka s kladkami na dvojvahadle. Při návrhu vyjdeme z parametrů daných konstrukcí stroje, zachovány jsou rozměry ramen vahadel a vzdálenosti rotačních os vahadel a vaček.

Teoretický profil vačky je trajektorie bodu osy kladky v polárních souřadnicích. Pro získání obrysu vačky je třeba určit ekvidistantu k trajektorii bodu osy kladky.

Pro dvojvačku jsou navrženy dva obrysy vaček a dva teoretické profily. Výpočet obou křivek a jejich ekvidistant byl realizován pomocí programu na výpočet polárních souřadnic teoretického profilu vačky a obrysu vačky v oddělení MAF VÚTS. Vstupními hodnotami byly rozměry ramen vahadel a vzdálenosti rotačních os, dále úhel, který svírají ramena vahadel, a funkce udávající zdvihovou závislost $f(\psi)$ navrženou v kap. 8.1. Výsledkem jsou polární souřadnice trajektorií středu kladky a obrysy obou vaček (obr. 8. 27, 8. 28).

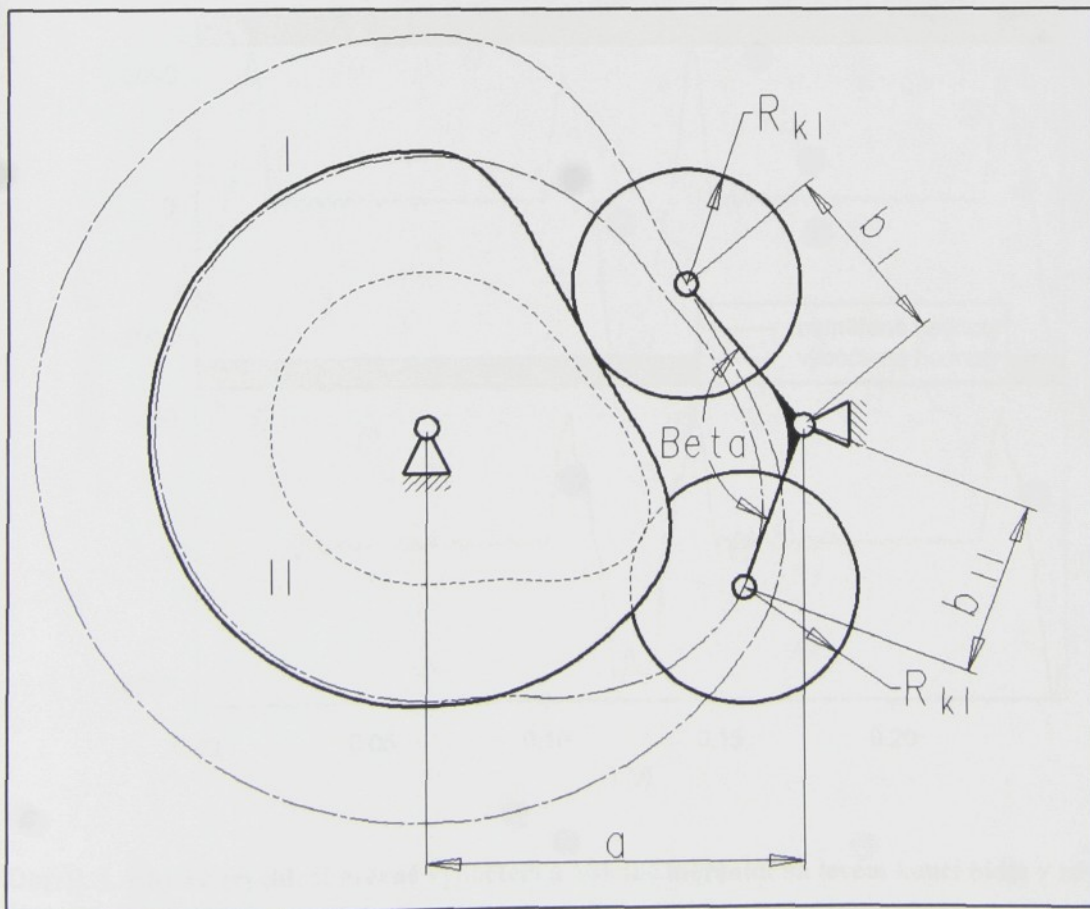


Obr. 8.27. Obrys vačky č. I a trajektorie bodu osy kladky č. I



Obr. 8. 28. Obrys vačky č. II a trajektorie bodu osy kladky č. II

Na dalším obrázku je znázorněna dvojvačka s navrženými tvary včetně obou vahadel s rozměry $a = 165$ mm, $b_I = 80$ mm, $b_{II} = 75$ mm, $\beta = 120^\circ$, $R_{kl} = 50$ mm.



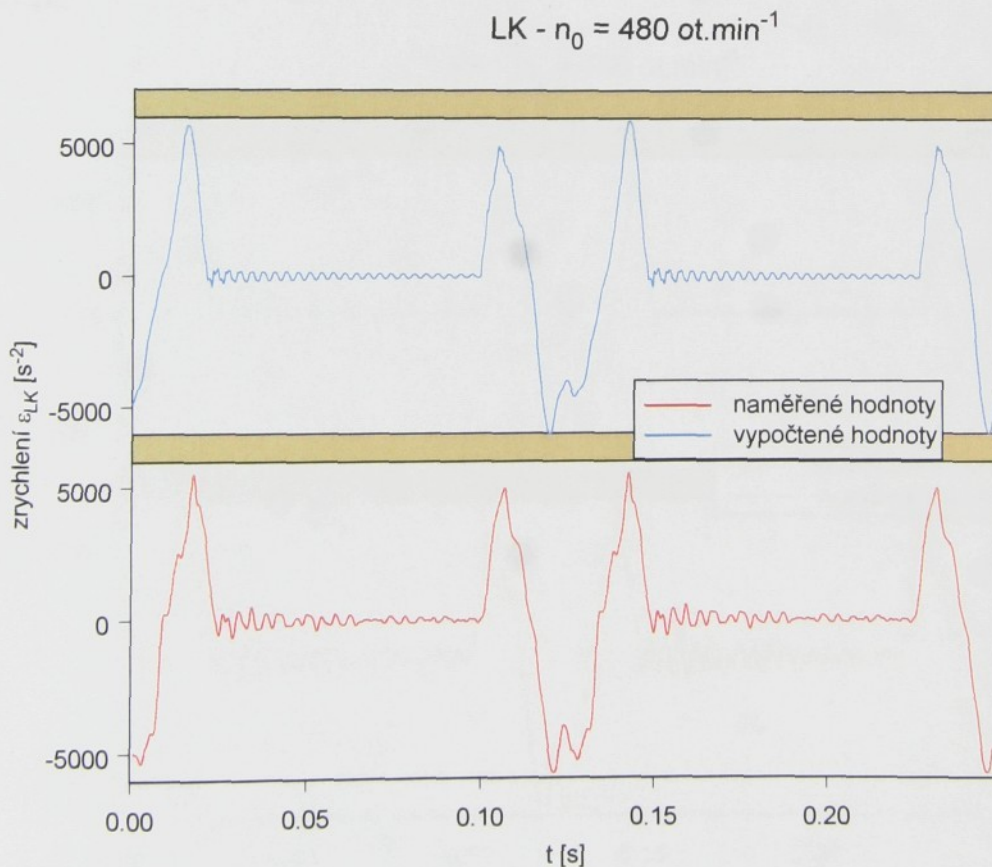
Obr. 8. 29. Návrh dvojvačky a dvojvahadla s kladkami

9. Porovnání výsledků získaných z dynamického modelu s naměřenými hodnotami na bidle

Měření proběhlo na tkacím stroji Picanol Gamma ve Výzkumném ústavu textilních strojů s původními vačkami. Měřilo se tangenciální zrychlení bidla na levé a pravé straně. Měřeno bylo při otáčkách 480 a 575 ot/min. Výsledky z měření jsou dány průměrem z pěti cyklů. Pro měření byl použit piezoelektrický snímač zrychlení. Naměřené úhlové zrychlení je zatíženo malými chybami způsobenými vibracemi rámu stroje, určitou citlivostí snímačů na odstředivé zrychlení a vlivem gravitačního zrychlení.

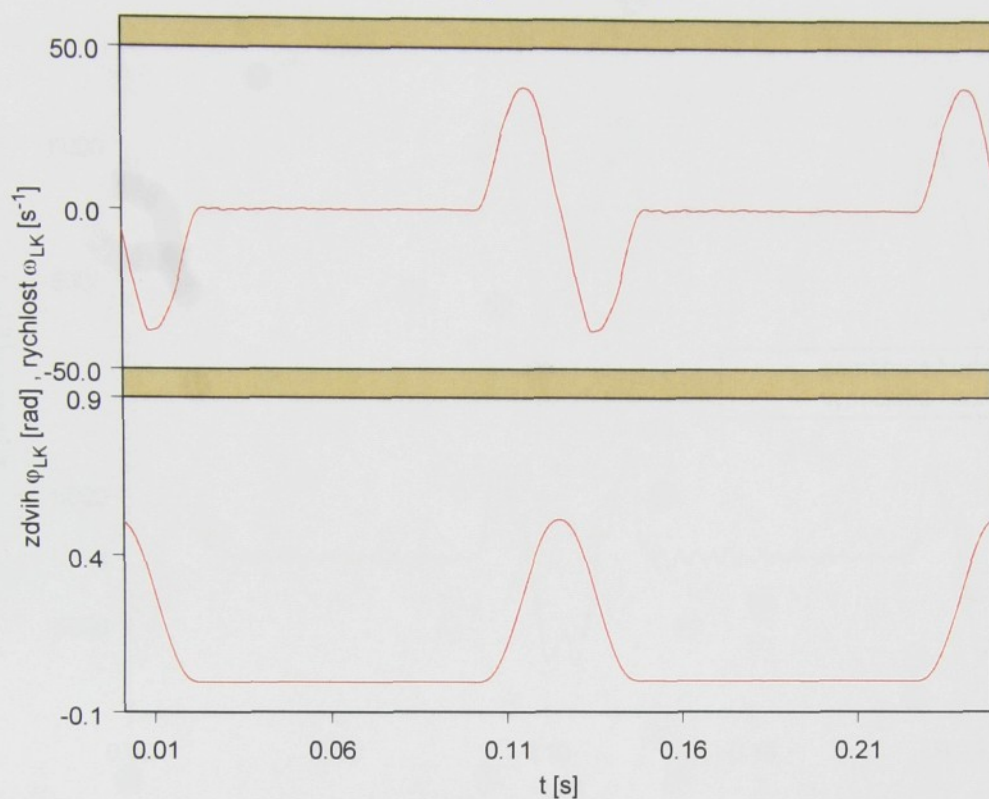
Výsledky z měření úhlového zrychlení byly vyhodnoceny v programu pro filtraci signálů sestaveném pomocí softwaru LabVIEW. Postupnou integrací filtrovaného signálu byly získány průběhy úhlové rychlosti a zdvihové závislosti pro otáčky 480 a 575 ot.min⁻¹.

Na obr. 9.1, 9.3, 9.4, 9.6, 9.7 jsou znázorněny průběhy úhlového zrychlení na levém konci bidla a na pravém konci bidla pro uvedené otáčky a na obr. 9.2 a 9.5 jsou průběhy úhlové rychlosti a zdvihu na levém konci pro tytéž otáčky.



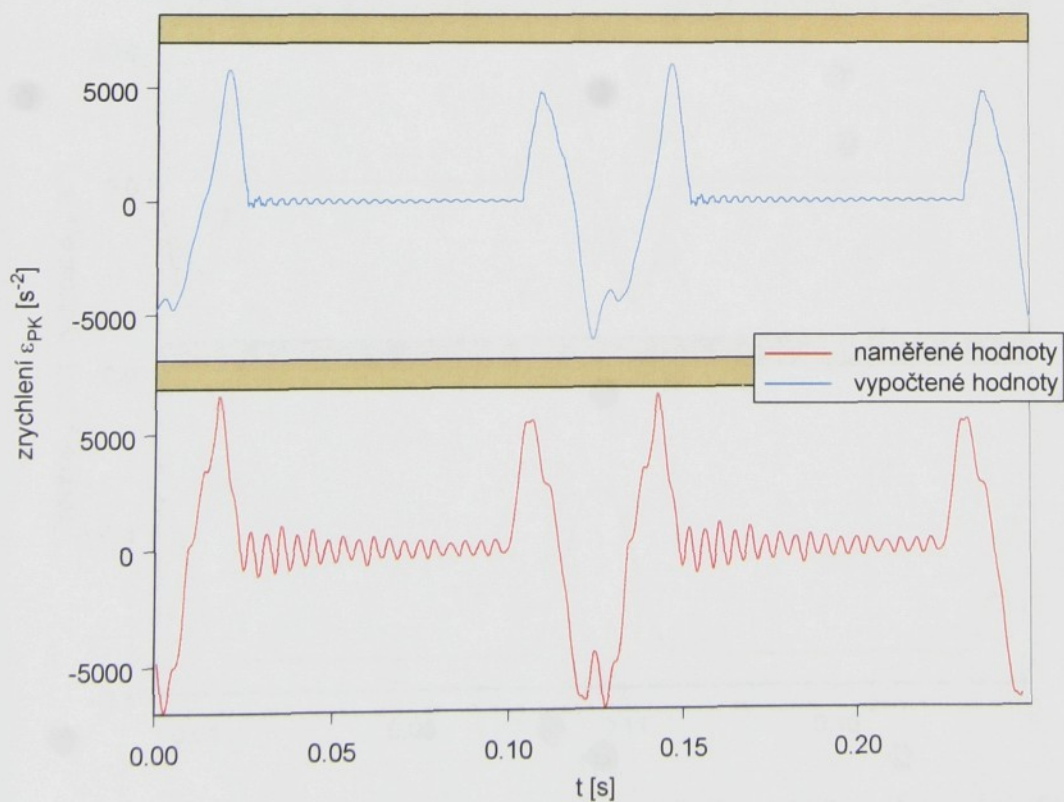
Obr. 9. 1. Úhlové zrychlení určené výpočtem a získané měřením na levém konci bidla v závislosti na čase pro 480 ot.min⁻¹

LK - $n_0 = 480 \text{ ot.min}^{-1}$



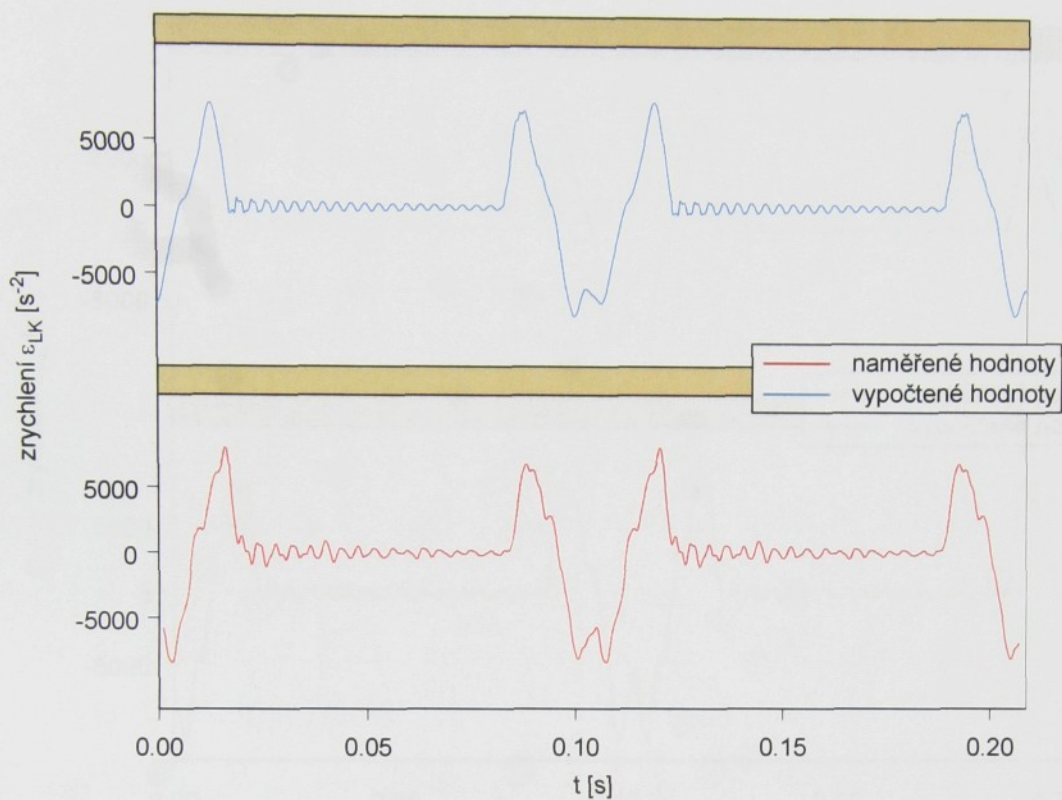
Obr. 9. 2. Úhlová rychlost a zdvih získané integrací na levém konci bidla v závislosti na čase pro 480 ot.min^{-1}

PK - $n_0 = 480 \text{ ot.min}^{-1}$



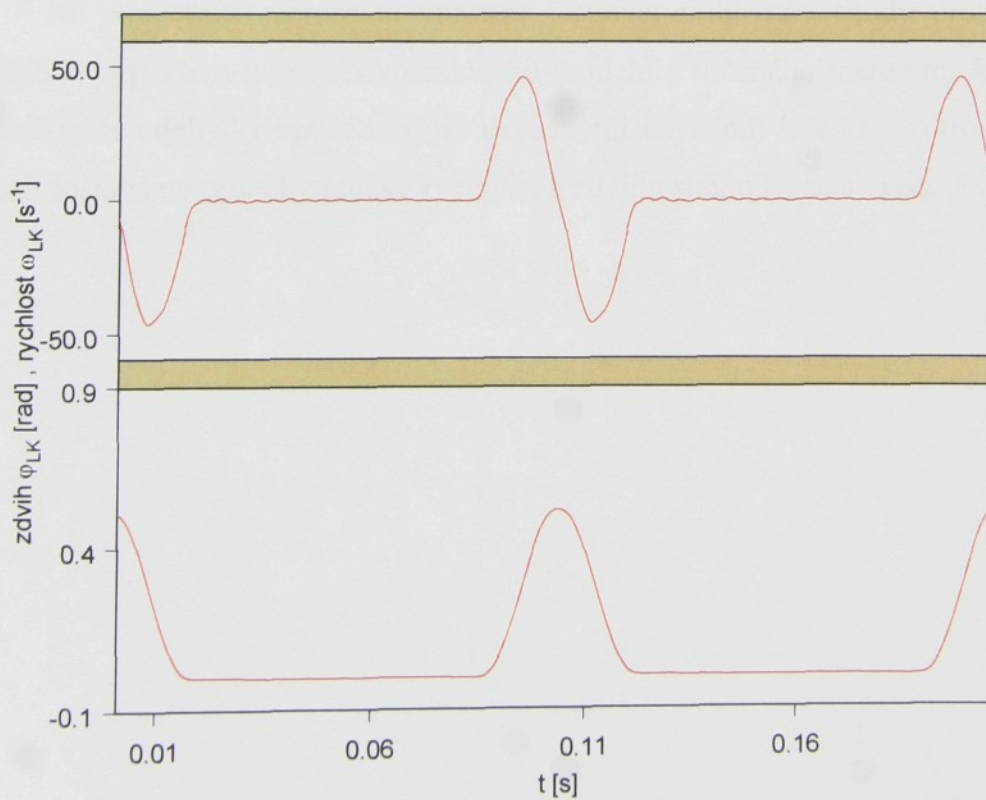
Obr. 9. 3. Úhlové zrychlení určené výpočtem a získané měřením na levém konci bidla v závislosti na čase pro 480 ot.min^{-1}

LK - $n_0 = 575 \text{ ot.min}^{-1}$

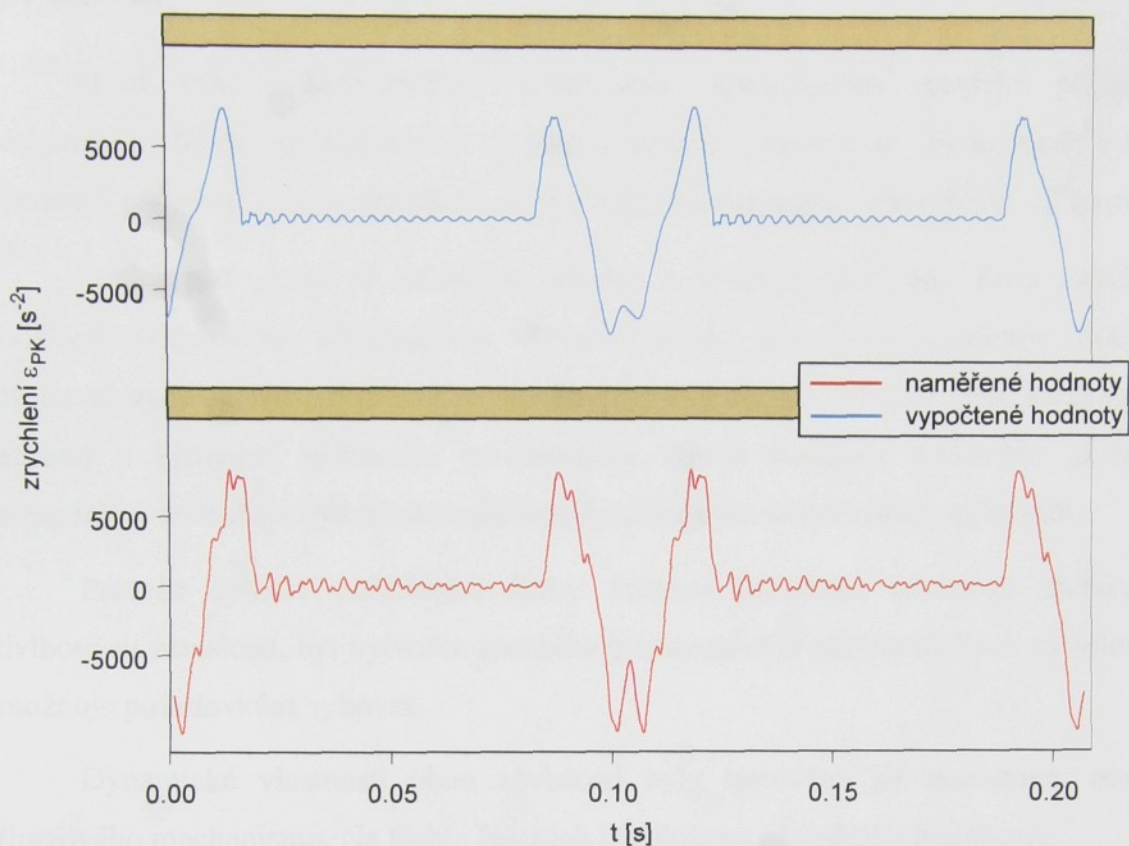


Obr. 9. 4. Úhlové zrychlení určené výpočtem a získané měřením na levém konci bidla v závislosti na čase pro 575 ot.min^{-1}

LK - $n_0 = 575 \text{ ot.min}^{-1}$



Obr. 9.5. Úhlová rychlost a zdvih získané integrací na levém konci bidla v závislosti na čase pro 575 ot.min^{-1}

PK - $n_0 = 575 \text{ ot.min}^{-1}$ 

Obr. 9.6. Úhlové zrychlení určené výpočtem a získané měřením na pravém konci bidla v závislosti na čase pro 575 ot.min^{-1}

Na uvedených obrázcích můžeme sledovat přibližnou shodu průběhu zrychlení zjištěného výpočtem pomocí dynamického modelu a určeného měřením. Jsou zde patrné některé malé odchylky způsobené již uvedenými chybami. Integrací filtrovaného signálu rovněž dostáváme průběhy úhlové rychlosti a zdvihu shodující se s vypočtenými průběhy.

10. Závěr

První část práce směřuje k sestavení dynamického modelu přírazového mechanismu. Model je diskrétní s 32 stupni volnosti. Správnost tohoto modelu a jeho parametrů potvrzuje shoda výsledků řešení s měřeními na stavu s původními vačkami.

Druhá část práce je věnována návrhu a ověření vlastností dvou zdvihových závislostí přírazového mechanismu. První z těchto závislostí respektuje dodatečný požadavek zadavatele na přibližně rovnoměrný pohyb bidla v oblasti změny kontaktu mezi vačkami a kladkami bidlového mechanismu. Druhá závislost dodatečný požadavek nerespektuje a směřuje výhradně ke snížení dynamických účinků při pohybu bidla.

Protože splnění požadavků firmy Picanol přesahuje možnosti standardních zdvihových závislostí, byl vytvořen speciální postup návrhu polynomických závislostí, jež umožňuje požadavkům vyhovět.

Dynamické vlastnosti obou závislostí byly testovány již zmíněným modelem přírazového mechanismu. Na těchto řešeních je založeno následující hodnocení.

Zdvihová závislost „1. varianta“ vlivem dodatečného požadavku na přibližně rovnoměrný pohyb bidla v okolí změny smyslu úhlového zrychlení vykazuje rychlejší změny zrychlení ve zbývajících částech pohybového intervalu. Tato skutečnost způsobuje vyšší amplitudy kmitů bidla v pracovním i klidovém intervalu. Ačkoli nominální hodnoty extrémů úhlového zrychlení jsou obdobné jako u původního provedení, nedoporučuji tuto závislost k realizaci na stavu.

Zdvihová závislost „2. varianta“, jež nerespektuje dodatečný požadavek, umožňuje rozšíření pohybového intervalu na 150° . Nominální hodnoty $\frac{d^2 f(\psi)}{d\psi^2}$ jsou v intervalu $\langle -1,829; 1,719 \rangle \text{ rad}^{-1}$. Tento interval u původního řešení je $\langle -2,095; 1,894 \rangle \text{ rad}^{-1}$. Vzhledem k tomu, že amplitudy kmitů bidla v pohybovém i klidovém intervalu jsou obdobné jako u původního provedení, doporučuji zvýšení maximálních otáček stavu ze 620 ot.min^{-1} na 665 ot.min^{-1} bez zvýšeného namáhání vačkového mechanismu bidla.

Přínosem práce je vytvoření postupu konstrukce speciálních zdvihových závislostí sestavených pomocí polynomických funkcí, které mohou vést ke zlepšení dynamických vlastností přírazového mechanismu. Cíle práce uvedené v kap. 2 byly splněny ve všech bodech.

Na závěr lze uvést, že jednou z možností, jak zlepšit dynamické vlastnosti přírazového mechanismu, je úprava zdvihové závislosti pracovního členu u vačkového mechanismu. Další možnost vylepšení uvedených vlastností, které však nebyly předmětem řešení, je snížení poddajnosti bidlenu, resp. zvýšení tuhosti ne však na úkor zvyšování hmotností a momentů setrvačnosti členů přírazového mechanismu. Bylo by vhodné se zaměřit spíše na nové konstrukce a materiály. Na dynamické chování mají vliv i ostatní důležité mechanismy tkacího stroje, které jsou poháněny stejně jako přírazový mechanismus pomocí společného hlavního hřídele. Zahrnutím dalších mechanismů a poddajnosti rámu stroje do modelu by bylo možné model rozšířit.

Pro ověření vypočítaných úhlových zrychlení 2. varianty zdvihové závislosti s pomocí modelu by bylo vhodné vyrobít navržené dvojvačky a provést měření. Realizace však naráží na finanční možnosti.

11. Literatura

Seznam použité literatury

- [1] Volmer, J. Getriebetechnik. Kurvengetriebe. Berlín: VEB Verlag Technik, 1989. ISBN 3-341-00474-2.
- [2] Angeles, J., López-Cajún, C.S. Optimization of Cam Mechanisms. London: Kluwer Academic Publishers, 1991. ISBN 0-7923-1355-0.
- [3] Norton, R. L. Cam Design and Manufacturing Handbook. New York: Industrial Press, 2002. ISBN 0-8311-3122-5.
- [4] Mosier, R. G. Modern cam design. International Journal of Vehicle Design. Vol. 23, Nos.1/2, pp. 38-55.
- [5] Juliš, K., Brepta, R. Technický průvodce, Mechanika II.díl, Dynamika. Praha: SNTL, 1987.
- [6] Brepta, R., Půst L., Turek F. Technický průvodce, Mechanické kmitání. Praha: Sobotáles, 1994, ISBN 80-901684-8-5.
- [7] Slavík, J., Stejskal V., Zeman V. Základy dynamiky strojů. Praha: Vydavatelství ČVUT, 1997. ISBN 80-01-01622-6.
- [8] Koloc, Z., Václavík, M. Vačkové mechanismy. Praha: SNTL, 1988.
- [9] Brát, V. Příručka kinematiky s příklady. Praha: SNTL, 1973.
- [10] Koloc, Z., Václavík, M.: Modifikované polynomické zdvihové závislosti. Sb. VII. Mezinárodní konference o teorii strojů a mechanismů. Liberec: Technická univerzita v Liberci, 1996, pp. 251-256, ISBN 80-7083-198-7.
- [11] Mathcad 11, User's Guide, Mathsoft Engineering & Education, Cambridge USA, 2002. ISBN 1-57682-297-4.
- [12] Mathcad, User's Guide with Reference Manual Mathcad 2001 Professional Cambridge USA, 2002. ISBN 1-57682-156-0.
- [13] Šleger V., Vrecion, P. Mathcad 7. Praha: Haar International, 1998. ISBN 80-238-1817-1.

Seznam vlastních prací

- [1] Doležal, B., Petříková, I.: Design of the Flywheel with the Variable Moment of Inertia. Proc. IX. International Conference on Theory of Machines and Mechanisms. Liberec: Technical University of Liberec, 2004, pp. 251-256. ISBN 80-7083-847-7.

- [2] Petříková, I. Dynamics of Beat-up mechanisms of Weaving Machine. Proc. 6. International Conference on Vibration Problems. Liberec: Technical University of Liberec, 2003, pp. 56-57. ISBN 80-7083-734-9.
- [3] Petříková, I. Úprava zdvihové závislosti bidla a její vliv na dynamické chování přírazového mechanismu. Sb. Aplikovaná mechanika 2001. Nečtiny: Západočeská univerzita v Plzni, 2001, pp 165-170. ISBN 80-7082-735-1.
- [4] Petříková I.: Dynamická analýza přírazového mechanismu. Sb. VIII. Mezinárodní konference o teorii strojů a mechanismů. Liberec: Technická univerzita v Liberci, 2000, pp. 621-626. ISBN 80-7083-418-8.
- [5] Petříková I.: Dynamická analýza přírazového mechanismu. Sb. Aplikovaná mechanika 2000. Liberec: Technická univerzita v Liberci, 2000. pp. 347-350. ISBN 80-7083-388-2.

Příloha IA

Numerická simulace v programovém prostředí Mathcad 11

Zdvihová závislost: goniometrická fce (Picanol)

Řešení přírazového mechanismu s torzní a ohybovou poddajností s 10 diskrétními hmotami bidla a 2 diskrétními hmotami hlavního hřídele s uvažováním konstantních otáček ome

Vstupní hodnoty a konstanty:

- otáčky hlavního hřídele $rev := 525$

$$ome := \frac{2 \cdot \pi \cdot rev}{60} \quad ome = 54.978$$

- perioda jednoho cyklu $T0 := 2 \cdot \frac{\pi}{ome} \quad T0 = 0.114 \quad n := 3$

- geometrické a hmotové veličiny podbidelnice a hlavního hřídele, materiálové konstanty

$$D1 := 0.08 \quad Jy := \frac{\pi}{64} \cdot D1^4$$

$$E := 2.1 \cdot 10^{11} \quad G := 8.1 \cdot 10^{10}$$

$$Jp := 2 \cdot Jy \quad GJp := G \cdot Jp \quad EJ := E \cdot Jy$$

$$GJp1 := G \cdot \frac{\pi}{32} \cdot .095^4 \quad GJp2 := G \cdot \frac{\pi}{32} \cdot (.1397^4 - .1255^4)$$

$$Js := .035 \quad m := 11.9 \quad er := 0.00215$$

- polohy diskrétních hmot

$$L := 2.3893 \quad La := \begin{pmatrix} .3815 \\ 0.5555 \\ 0.7295 \\ 0.9035 \\ 1.0775 \\ 1.3115 \\ 1.5075 \\ 1.7035 \\ 1.8995 \\ 2.0955 \end{pmatrix} \quad Lb := \begin{pmatrix} 0.19365 \\ 0.9555 \\ 1.5655 \\ 2.19565 \end{pmatrix} \quad Lc := \begin{pmatrix} .16 \\ 1.719 \end{pmatrix}$$

- funkce udávající zdvihovou závislost bidla

$$a0 := .09119432 \quad a_1 := -.16786400 \quad a_2 := .13084100 \quad a_3 := -.08375520$$

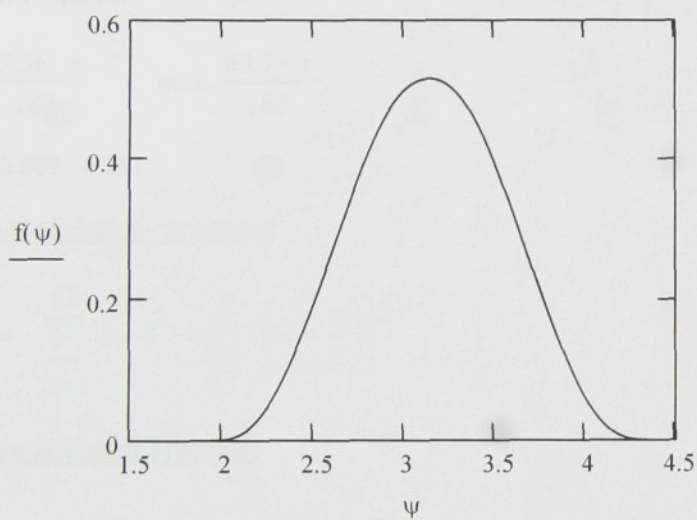
$$\begin{aligned}
 a_4 &:= .04078440 & a_5 &:= -.01164540 & a_6 &:= -.00197217 & a_7 &:= .00442785 \\
 a_8 &:= -.00209106 & a_9 &:= -.0000956832 & a_{10} &:= .000589485 & a_{11} &:= .0000925094 \\
 a_{12} &:= -.000801741 & a_{13} &:= .000769987 & a_{14} &:= -.000414698 & a_{15} &:= .0000963759 \\
 a_{16} &:= .000164838 & a_{17} &:= .000142472
 \end{aligned}$$

- čas jedné periody $t := 0, .001 .. 0.112$

$$\psi := 111.5 \cdot \frac{\pi}{180}, 1.947 .. 248.5 \cdot \frac{\pi}{180}$$

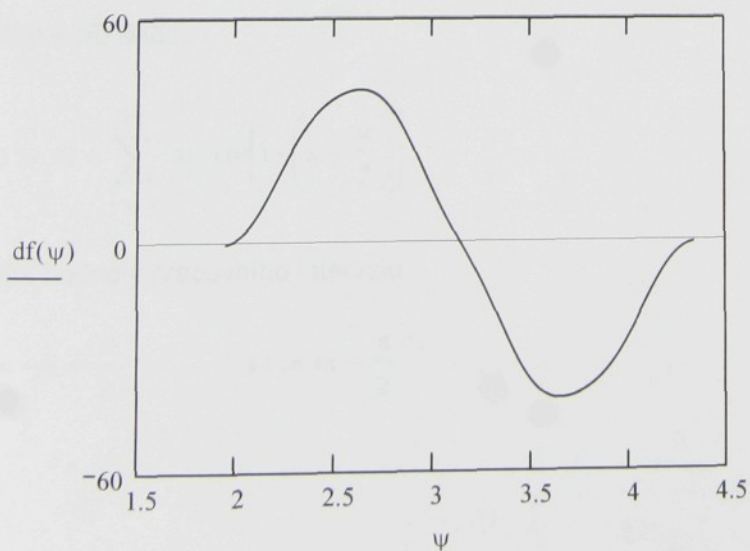
$$f(\psi) := a_0 + \sum_{i=1}^{17} a_i \cdot \cos(i \cdot \psi)$$

$$F(t) := a_0 + \sum_{i=1}^{17} a_i \cdot \cos(i \cdot \omega \cdot t)$$



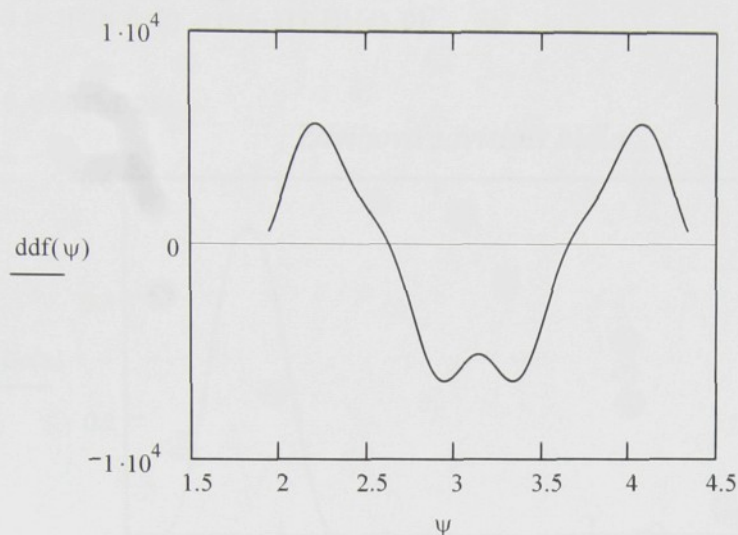
$$df(\psi) := -\sum_{i=1}^{17} a_i \cdot i \cdot \sin(i \cdot \psi) \cdot \omega$$

$$f1(t) := -\sum_{i=1}^{17} a_i \cdot i \cdot \sin(i \cdot \omega \cdot t) \cdot \omega$$



$$\text{ddf}(\psi) := - \sum_{i=1}^{17} a_i \cdot i^2 \cdot \cos(i \cdot \psi) \cdot \text{ome}^2$$

$$f2(t) := - \sum_{i=1}^{17} a_i \cdot i^2 \cdot \text{ome}^2 \cos(i \cdot \text{ome} \cdot t)$$



-pracovní interval

$$r_y := \frac{29.56 \cdot \pi}{180} \quad r_x := \frac{68.5 \cdot \pi}{180}$$

$$x := 0, 0.001 \dots 6.281$$

Zdvihová závislost - zrychlení

$$H2(x) := - \sum_{i=1}^{17} a_i \cdot i^2 \cdot \cos \left[i \cdot \left(x + \frac{\pi}{2} \right) \right]$$

Zdvihová závislost - rychlost

$$H1(x) := - \sum_{i=1}^{17} a_i \cdot i \cdot \sin \left[i \cdot \left(x + \frac{\pi}{2} \right) \right]$$

Zdvihová závislost

$$H(x) := a_0 + \sum_{i=1}^{17} a_i \cdot \cos \left[i \cdot \left(x + \frac{\pi}{2} \right) \right]$$

- krajní hodnoty pracovního intervalu

$$s1 := -r_x + \frac{\pi}{2} \quad s2 := r_x + \frac{\pi}{2}$$

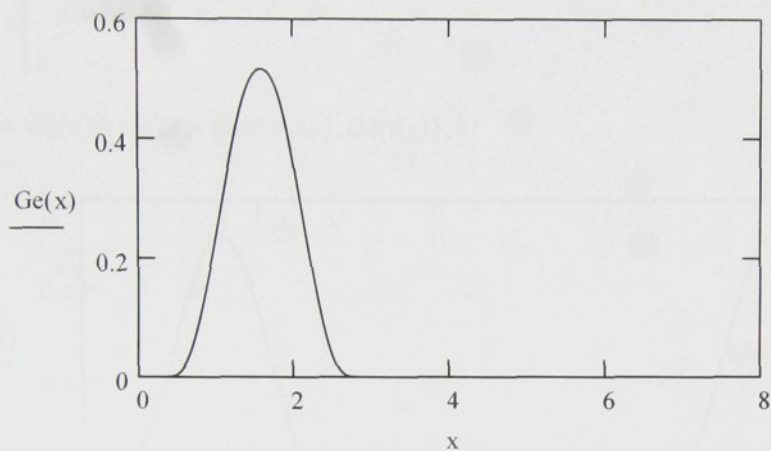
Závislost v intervalu 1 otáčky

$$Ge(x) := \text{if}[(x < s2) \wedge (x > s1), H(x), 0] \quad G2(x) := \text{if}[(x < s2) \wedge (x > s1), H2(x), 0]$$

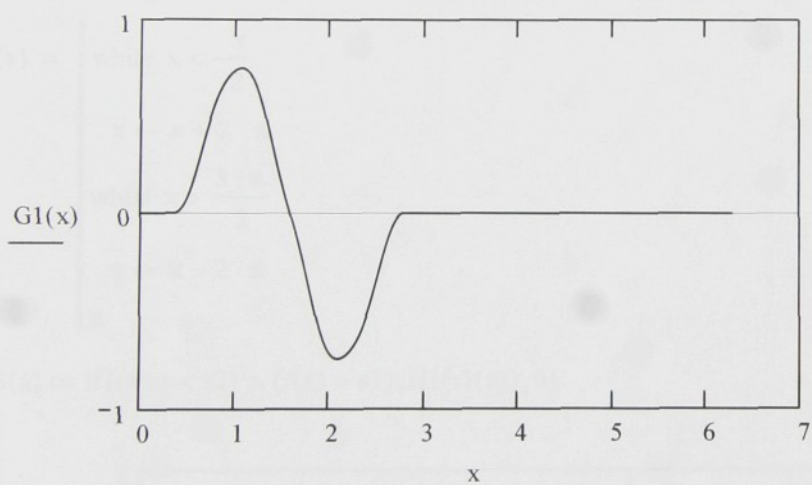
$$G1(x) := \text{if}[(x < s2) \wedge (x > s1), H1(x), 0]$$

$$x := 0, 0.001 \dots 6.281$$

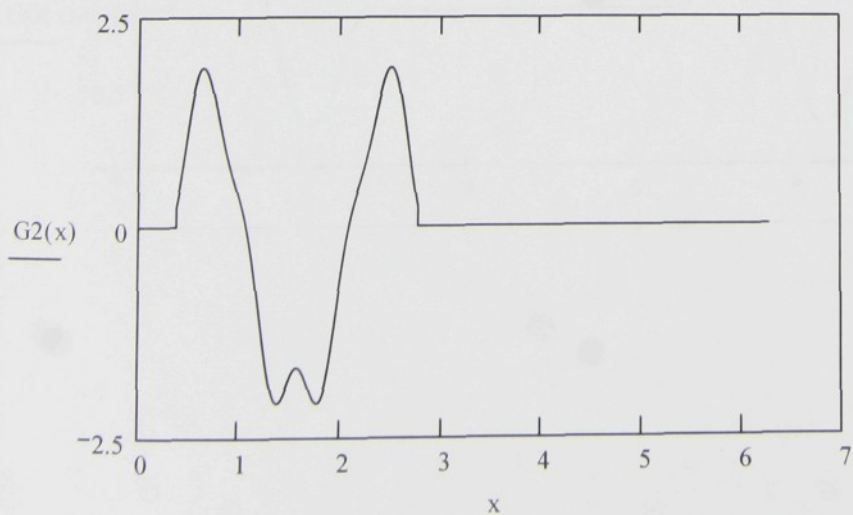
Zdvihová závislost bidla



Průběh rychlosti bidla



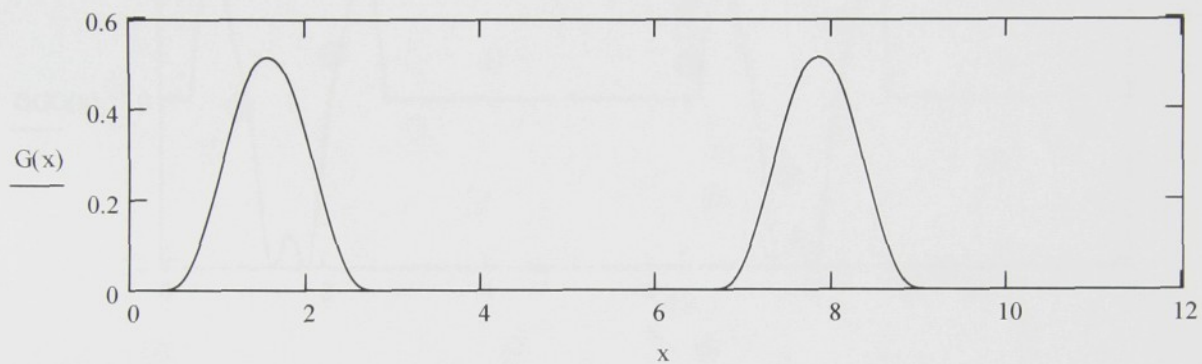
Průběh zrychlení bidla



Funkce zajišťující periodické opakování zdvihové závislosti

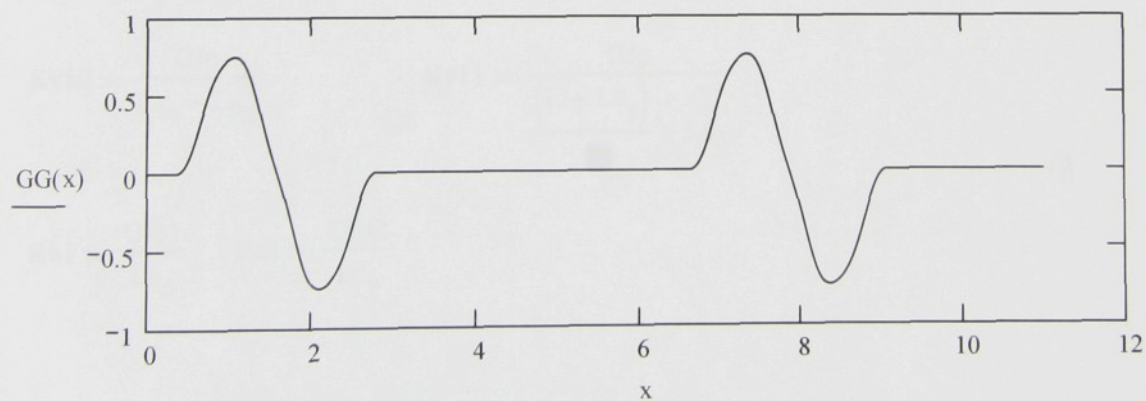
$$r(x) := \begin{cases} \text{while } x < \frac{-\pi}{2} \\ \quad x \leftarrow x + 2 \cdot \pi \\ \text{while } x > \frac{3 \cdot \pi}{2} \\ \quad x \leftarrow x - 2 \cdot \pi \\ x \end{cases}$$

$$G(x) := \text{if}[(r(x) < s_2) \wedge (r(x) > s_1), \text{Ge}(r(x)), 0]$$



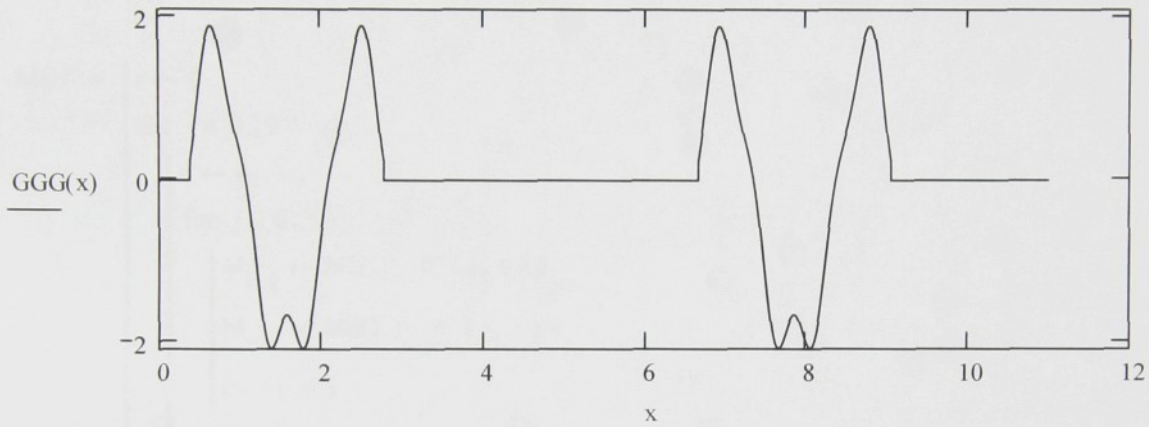
$$r_1(x) := \begin{cases} \text{while } x < \frac{-\pi}{2} \\ \quad x \leftarrow x + 2 \cdot \pi \\ \text{while } x > \frac{3 \cdot \pi}{2} \\ \quad x \leftarrow x - 2 \cdot \pi \\ x \end{cases}$$

$$GG(x) := \text{if}[(r(x) < s_2) \wedge (r(x) > s_1), H_1(r_1(x)), 0]$$



$$\begin{array}{l}
 \text{zr}(x) := \left| \begin{array}{l}
 \text{while } x < \frac{-\pi}{2} \\
 \quad x \leftarrow x + 2 \cdot \pi \\
 \text{while } x > \frac{3 \cdot \pi}{2} \\
 \quad x \leftarrow x - 2 \cdot \pi \\
 x
 \end{array} \right.
 \end{array}$$

$$GGG(x) := \text{if}[(r(x) < s2) \wedge (r(x) > s1), H2(zr(x)), 0]$$



Torzní tuhosti

$$Kv1 := \frac{GJp}{\left(La_0 - \frac{Lb_0}{2} \right)}$$

$$Kv2 := \frac{GJp}{La_1 - La_0}$$

$$Kv3 := \frac{GJp}{La_2 - La_1}$$

$$Kv4 := \frac{GJp}{La_3 - La_2}$$

$$Kv5 := \frac{GJp}{La_4 - La_3}$$

$$Kv6 := \frac{GJp}{La_5 - La_4}$$

$$Kv7 := \frac{GJp}{La_6 - La_5}$$

$$Kv8 := \frac{GJp}{La_7 - La_6}$$

$$Kv9 := \frac{GJp}{La_8 - La_7}$$

$$Kv10 := \frac{GJp}{La_9 - La_8}$$

$$Kv11 := \frac{GJp}{\frac{(L + Lb_3)}{2} - La_9}$$

$$Kb1 := \frac{GJp1}{Lc_0} \quad Kc1 := \frac{GJp2}{Lc_1}$$

Ohybové tuhosti

$$i := 0..9 \quad j := 0..9$$

$$M(i,j) := \frac{(La_i - Lb_0) \cdot (Lb_3 - La_j) \cdot \left[(L - 2 \cdot Lb_0)^2 - (La_i - Lb_0)^2 - (Lb_3 - La_j)^2 \right]}{6 \cdot EJ \cdot (L - 2 \cdot Lb_0)}$$

$$Md(i,j) := \frac{(La_j - Lb_0) \cdot (Lb_3 - La_i) \cdot \left[(L - 2 \cdot Lb_0)^2 - (La_j - Lb_0)^2 - (Lb_3 - La_i)^2 \right]}{6 \cdot EJ \cdot (L - 2 \cdot Lb_0)}$$

$$\text{Malf} := \left| \begin{array}{l} r \leftarrow 0 \\ \text{for } i \in 0..9 \\ \quad \left| \begin{array}{l} c \leftarrow 0 \\ \text{for } j \in 0..9 \\ \quad \left| \begin{array}{l} M_{r,c} \leftarrow M(i,j) \text{ if } La_i \leq La_j \\ M_{r,c} \leftarrow Md(i,j) \text{ if } La_i > La_j \\ c \leftarrow c + 1 \end{array} \right. \\ r \leftarrow r + 1 \end{array} \right. \\ M \end{array} \right|$$

$$KT := \text{Malf}^{-1}$$

$$Mr(i,j) := \frac{(Lb_i - Lb_0) \cdot (Lb_3 - Lb_j) \cdot \left[(L - 2 \cdot Lb_0)^2 - (Lb_i - Lb_0)^2 - (Lb_3 - Lb_j)^2 \right]}{6 \cdot EJ \cdot (L - 2 \cdot Lb_0)}$$

$$Mr := \begin{pmatrix} Mr(1,1) & Mr(1,2) \\ Mr(1,2) & Mr(2,2) \end{pmatrix}$$

$$Kr := Mr^{-1}$$

$$MrT(i,j) := \frac{(La_i - Lb_0) \cdot (Lb_3 - Lb_j) \cdot \left[(L - 2 \cdot Lb_0)^2 - (La_i - Lb_0)^2 - (Lb_3 - Lb_j)^2 \right]}{6 \cdot EJ \cdot (L - 2 \cdot Lb_0)}$$

$$MT(i,j) := \frac{(Lb_j - Lb_0) \cdot (Lb_3 - La_i) \cdot \left[(L - 2 \cdot Lb_0)^2 - (Lb_j - Lb_0)^2 - (Lb_3 - La_i)^2 \right]}{6 \cdot EJ \cdot (L - 2 \cdot Lb_0)}$$


```

Mα :=
  r ← 0
  for i ∈ 0..9
    c ← 0
    for j ∈ 1..2
      Mr,c ← MrT(i,j) if Lai ≤ Lbj
      Mr,c ← MT(i,j) if Lai > Lbj
      c ← c + 1
    r ← r + 1
  M

```

$Z := \text{Malf} - \text{M}\alpha \cdot \text{Mr}^{-1} \cdot \text{M}\alpha^T$
 $G_0 := Z^{-1}$

- matice ohybové tuhosti

G₀ =

	0	1	2	3	4	5
0	7.246·10 ⁸	-7.314·10 ⁸	3.36·10 ⁸	-1.632·10 ⁸	-6.613·10 ⁶	8.922·10 ⁵
1	-7.314·10 ⁸	1.124·10 ⁹	-8.97·10 ⁸	6.693·10 ⁸	2.712·10 ⁷	-3.659·10 ⁶
2	3.36·10 ⁸	-8.97·10 ⁸	1.333·10 ⁹	-2.036·10 ⁹	-1.02·10 ⁸	1.376·10 ⁷
3	-1.632·10 ⁸	6.693·10 ⁸	-2.036·10 ⁹	8.602·10 ⁹	1.948·10 ⁹	-2.628·10 ⁸
4	-6.613·10 ⁶	2.712·10 ⁷	-1.02·10 ⁸	1.948·10 ⁹	1.735·10 ⁹	-6.992·10 ⁸
5	8.922·10 ⁵	-3.659·10 ⁶	1.376·10 ⁷	-2.628·10 ⁸	-6.992·10 ⁸	8.007·10 ⁸
6	-5.202·10 ⁵	2.133·10 ⁶	-8.02·10 ⁶	1.532·10 ⁸	5.229·10 ⁸	-1.348·10 ⁹
7	-2.267·10 ⁴	9.295·10 ⁴	-3.494·10 ⁵	6.676·10 ⁶	2.279·10 ⁷	-7.338·10 ⁷
8	4.11·10 ³	-1.685·10 ⁴	6.336·10 ⁴	-1.211·10 ⁶	-4.132·10 ⁶	1.331·10 ⁷
9	-1.355·10 ³	5.558·10 ³	-2.089·10 ⁴	3.992·10 ⁵	1.362·10 ⁶	-4.388·10 ⁶

G₀ =

	6	7	8	9
0	-5.202·10 ⁵	-2.267·10 ⁴	4.11·10 ³	-1.355·10 ³
1	2.133·10 ⁶	9.295·10 ⁴	-1.685·10 ⁴	5.558·10 ³
2	-8.02·10 ⁶	-3.494·10 ⁵	6.336·10 ⁴	-2.089·10 ⁴
3	1.532·10 ⁸	6.676·10 ⁶	-1.211·10 ⁶	3.992·10 ⁵
4	5.229·10 ⁸	2.279·10 ⁷	-4.132·10 ⁶	1.362·10 ⁶
5	-1.348·10 ⁹	-7.338·10 ⁷	1.331·10 ⁷	-4.388·10 ⁶
6	6.1·10 ⁹	1.497·10 ⁹	-2.715·10 ⁸	8.952·10 ⁷
7	1.497·10 ⁹	1.634·10 ⁹	-8.249·10 ⁸	3.83·10 ⁸
8	-2.715·10 ⁸	-8.249·10 ⁸	9.216·10 ⁸	-8.551·10 ⁸
9	8.952·10 ⁷	3.83·10 ⁸	-8.551·10 ⁸	1.366·10 ⁹

Hmotové veličiny na hlavním hřídeli

$$J_V := 0.05719 \quad J_{LV} := 0.22972 \quad J_{PV} := J_{LV}$$

Konstanta tlumení

$$B_r := 1 \cdot 10^{-5} \quad B_p := 1 \cdot 10^{-5}$$

Časový interval a počet dělení intervalu

$$NP := 1500 \quad t_0 := 0 \quad t_1 := n \cdot T_0$$

$$N := n \cdot NP \quad n = 3$$

Počáteční podmínky

$$\phi_0 := G(0) \quad d\phi := GG(0)$$

$$pp := 0$$

$$\phi_0 = 0 \quad d\phi = 0$$

$$u_0 := er \cdot \sin(\phi_0) \quad du := er \cdot d\phi \cdot \cos(\phi_0)$$

$$du = 0 \quad u_0 = 0$$

$$v_0 := 0 \quad dv := -er \cdot d\phi \cdot \sin(\phi_0)$$

$$dv = 0 \quad v_0 = 0$$

$$z_{21} := ome \quad z_{23} := ome$$

$$z_{63} := 0$$

- vektor počátečních podmínek

$$y := z$$

Vztahy, které jsou prvky matice pro řešení diferenciálních rovnic

$$Kw0(y) := \sum_{s=0}^9 \left[(Z^{-1})_{0,s} \cdot y_{2s+44} \right] + Bo \cdot \sum_{s=0}^9 \left[(Z^{-1})_{0,s} \cdot y_{2s+45} \right]$$

$$Kw1(y) := \sum_{s=0}^9 \left[(Z^{-1})_{1,s} \cdot y_{2s+44} \right] + Bo \cdot \sum_{s=0}^9 \left[(Z^{-1})_{1,s} \cdot y_{2s+45} \right]$$

$$Kw2(y) := \sum_{s=0}^9 \left[(Z^{-1})_{2,s} \cdot y_{2s+44} \right] + Bo \cdot \sum_{s=0}^9 \left[(Z^{-1})_{2,s} \cdot y_{2s+45} \right]$$

$$Kw3(y) := \sum_{s=0}^9 \left[(Z^{-1})_{3,s} \cdot y_{2s+44} \right] + Bo \cdot \sum_{s=0}^9 \left[(Z^{-1})_{3,s} \cdot y_{2s+45} \right]$$

$$Kw4(y) := \sum_{s=0}^9 \left[(Z^{-1})_{4,s} \cdot y_{2s+44} \right] + Bo \cdot \sum_{s=0}^9 \left[(Z^{-1})_{4,s} \cdot y_{2s+45} \right]$$

$$Kw5(y) := \sum_{s=0}^9 \left[(Z^{-1})_{5,s} \cdot y_{2s+44} \right] + Bo \cdot \sum_{s=0}^9 \left[(Z^{-1})_{5,s} \cdot y_{2s+45} \right]$$

$$Kw6(y) := \sum_{s=0}^9 \left[(Z^{-1})_{6,s} \cdot y_{2s+44} \right] + Bo \cdot \sum_{s=0}^9 \left[(Z^{-1})_{6,s} \cdot y_{2s+45} \right]$$

$$Kw7(y) := \sum_{s=0}^9 \left[(Z^{-1})_{7,s} \cdot y_{2s+44} \right] + Bo \cdot \sum_{s=0}^9 \left[(Z^{-1})_{7,s} \cdot y_{2s+45} \right]$$

$$Kw8(y) := \sum_{s=0}^9 \left[(Z^{-1})_{8,s} \cdot y_{2s+44} \right] + Bo \cdot \sum_{s=0}^9 \left[(Z^{-1})_{8,s} \cdot y_{2s+45} \right]$$

$$Kw9(y) := \sum_{s=0}^9 \left[(Z^{-1})_{9,s} \cdot y_{2s+44} \right] + Bo \cdot \sum_{s=0}^9 \left[(Z^{-1})_{9,s} \cdot y_{2s+45} \right]$$

$$Ku0(y) := \sum_{s=0}^9 \left[(Z^{-1})_{0,s} \cdot y_{2s+24} \right] + Bo \cdot \sum_{s=0}^9 \left[(Z^{-1})_{0,s} \cdot y_{2s+25} \right]$$

$$\text{Ku1}(y) := \sum_{s=0}^9 \left[(Z^{-1})_{1,s} \cdot y_{2s+24} \right] + \text{Bo} \cdot \sum_{s=0}^9 \left[(Z^{-1})_{1,s} \cdot y_{2s+25} \right]$$

$$\text{Ku2}(y) := \sum_{s=0}^9 \left[(Z^{-1})_{2,s} \cdot y_{2s+24} \right] + \text{Bo} \cdot \sum_{s=0}^9 \left[(Z^{-1})_{2,s} \cdot y_{2s+25} \right]$$

$$\text{Ku3}(y) := \sum_{s=0}^9 \left[(Z^{-1})_{3,s} \cdot y_{2s+24} \right] + \text{Bo} \cdot \sum_{s=0}^9 \left[(Z^{-1})_{3,s} \cdot y_{2s+25} \right]$$

$$\text{Ku4}(y) := \sum_{s=0}^9 \left[(Z^{-1})_{4,s} \cdot y_{2s+24} \right] + \text{Bo} \cdot \sum_{s=0}^9 \left[(Z^{-1})_{4,s} \cdot y_{2s+25} \right]$$

$$\text{Ku5}(y) := \sum_{s=0}^9 \left[(Z^{-1})_{5,s} \cdot y_{2s+24} \right] + \text{Bo} \cdot \sum_{s=0}^9 \left[(Z^{-1})_{5,s} \cdot y_{2s+25} \right]$$

$$\text{Ku6}(y) := \sum_{s=0}^9 \left[(Z^{-1})_{6,s} \cdot y_{2s+24} \right] + \text{Bo} \cdot \sum_{s=0}^9 \left[(Z^{-1})_{6,s} \cdot y_{2s+25} \right]$$

$$\text{Ku7}(y) := \sum_{s=0}^9 \left[(Z^{-1})_{7,s} \cdot y_{2s+24} \right] + \text{Bo} \cdot \sum_{s=0}^9 \left[(Z^{-1})_{7,s} \cdot y_{2s+25} \right]$$

$$\text{Ku8}(y) := \sum_{s=0}^9 \left[(Z^{-1})_{8,s} \cdot y_{2s+24} \right] + \text{Bo} \cdot \sum_{s=0}^9 \left[(Z^{-1})_{8,s} \cdot y_{2s+25} \right]$$

$$\text{Ku9}(y) := \sum_{s=0}^9 \left[(Z^{-1})_{9,s} \cdot y_{2s+24} \right] + \text{Bo} \cdot \sum_{s=0}^9 \left[(Z^{-1})_{9,s} \cdot y_{2s+25} \right]$$

$$\begin{aligned} \text{K1}(y) := & \frac{-\text{Kv1}}{\text{Js}} \cdot (y_0 - \text{G}(y_{20})) + \frac{\text{Kv2}}{\text{Js}} \cdot (y_2 - y_0) + \frac{\text{Br}}{\text{Js}} \cdot \left[-\text{Kv1} \cdot (y_1 - \text{GG}(y_{20})) + \text{Kv2} \cdot (y_3 - y_1) \right] \dots \\ & + \frac{\text{er} \cdot \cos(y_0) \cdot \text{Ku0}(y) - \text{er} \cdot \sin(y_0) \cdot \text{Kw0}(y)}{\text{Js}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{K2}(y) := & \frac{-\text{Kv2}}{\text{Js}} \cdot (y_2 - y_0) + \frac{\text{Kv3}}{\text{Js}} \cdot (y_4 - y_2) + \frac{\text{Br}}{\text{Js}} \cdot \left[-\text{Kv2} \cdot (y_3 - y_1) + \text{Kv3} \cdot (y_5 - y_3) \right] \dots \\ & + \frac{\text{er} \cdot \cos(y_2) \cdot \text{Ku1}(y) - \text{er} \cdot \sin(y_2) \cdot \text{Kw1}(y)}{\text{Js}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{K3}(y) := & \frac{-\text{Kv2}}{\text{Js}} \cdot (y_4 - y_2) + \frac{\text{Kv3}}{\text{Js}} \cdot (y_6 - y_4) + \frac{\text{Br}}{\text{Js}} \cdot \left[-\text{Kv3} \cdot (y_5 - y_3) + \text{Kv4} \cdot (y_7 - y_5) \right] \dots \\ & + \frac{\text{er} \cdot \cos(y_4) \cdot \text{Ku2}(y) - \text{er} \cdot \sin(y_4) \cdot \text{Kw2}(y)}{\text{Js}} \end{aligned}$$

$$K4(y) := \frac{-Kv4}{Js} \cdot (y_6 - y_4) + \frac{Kv5}{Js} \cdot (y_8 - y_6) + \frac{Br}{Js} \cdot [-Kv4 \cdot (y_7 - y_5) + Kv5 \cdot (y_9 - y_7)] \dots$$

$$+ \frac{er \cdot \cos(y_6) \cdot Ku3(y) - er \cdot \sin(y_6) \cdot Kw3(y)}{Js}$$

$$K5(y) := \frac{-Kv5}{Js} \cdot (y_8 - y_6) + \frac{Kv6}{Js} \cdot (y_{10} - y_8) + \frac{Br}{Js} \cdot [-Kv5 \cdot (y_9 - y_7) + Kv6 \cdot (y_{11} - y_9)] \dots$$

$$+ \frac{er \cdot \cos(y_8) \cdot Ku4(y) - er \cdot \sin(y_8) \cdot Kw4(y)}{Js}$$

$$K6(y) := \frac{-Kv6}{Js} \cdot (y_{10} - y_8) + \frac{Kv7}{Js} \cdot (y_{12} - y_{10}) + \frac{Br}{Js} \cdot [-Kv6 \cdot (y_{11} - y_9) + Kv7 \cdot (y_{13} - y_{11})] \dots$$

$$+ \frac{er \cdot \cos(y_{10}) \cdot Ku5(y) - er \cdot \sin(y_{10}) \cdot Kw5(y)}{Js}$$

$$K7(y) := \frac{-Kv7}{Js} \cdot (y_{12} - y_{10}) + \frac{Kv8}{Js} \cdot (y_{14} - y_{12}) + \frac{Br}{Js} \cdot [-Kv7 \cdot (y_{13} - y_{11}) + Kv8 \cdot (y_{15} - y_{13})] \dots$$

$$+ \frac{er \cdot \cos(y_{12}) \cdot Ku6(y) - er \cdot \sin(y_{12}) \cdot Kw6(y)}{Js}$$

$$K8(y) := \frac{-Kv8}{Js} \cdot (y_{14} - y_{12}) + \frac{Kv9}{Js} \cdot (y_{16} - y_{14}) + \frac{Br}{Js} \cdot [-Kv8 \cdot (y_{15} - y_{13}) + Kv9 \cdot (y_{17} - y_{15})] \dots$$

$$+ \frac{er \cdot \cos(y_{14}) \cdot Ku7(y) - er \cdot \sin(y_{14}) \cdot Kw7(y)}{Js}$$

$$K9(y) := \frac{-Kv9}{Js} \cdot (y_{16} - y_{14}) + \frac{Kv10}{Js} \cdot (y_{18} - y_{16}) + \frac{Br}{Js} \cdot [-Kv9 \cdot (y_{17} - y_{15}) + Kv10 \cdot (y_{19} - y_{17})] \dots$$

$$+ \frac{er \cdot \cos(y_{16}) \cdot Ku8(y) - er \cdot \sin(y_{16}) \cdot Kw8(y)}{Js}$$

$$K10(y) := \left[\frac{-Kv10}{Js} \cdot (y_{18} - y_{16}) + \frac{Kv11}{Js} \cdot (G(y_{22}) - y_{18}) \right] + \frac{Br}{Js} \cdot [-Kv10 \cdot (y_{19} - y_{17}) + Kv11 \cdot (GG(y_{22}) - y_{19})] \dots$$

$$+ \frac{er \cdot \cos(y_{18}) \cdot Ku9(y) - er \cdot \sin(y_{18}) \cdot Kw9(y)}{Js}$$

$$KD1(y, t) := -Jv \cdot GG(y_{20}) \cdot GGG(y_{20}) \cdot (y_{21})^2 + Kc1 \cdot (y_{22} - y_{20}) - Kb1 \cdot (y_{20} - ome \cdot t) \dots$$

$$+ Kv1 \cdot (y_0 - G(y_{20})) \cdot GG(y_{20}) \dots$$

$$+ Bp \cdot [Kc1 \cdot (y_{23} - y_{21}) + Kv1 \cdot (y_1 - GG(y_{20})) \cdot GG(y_{20})]$$

$$K12(y, t) := \frac{KD1(y, t)}{JLV + Jv \cdot (GG(y_{20}))^2}$$

$$KD2(y) := -Jv \cdot GG(y_{22}) \cdot GGG(y_{22}) \cdot (y_{23})^2 \dots$$

$$+ -Kc1 \cdot (y_{22} - y_{20}) + Kv11 \cdot (y_{18} - G(y_{22})) \cdot GG(y_{22}) \dots$$

$$+ Bp \cdot [-Kc1 \cdot (y_{23} - y_{21}) - Kv4 \cdot (GG(y_{22}) - y_{19}) \cdot GG(y_{22})]$$

$$K13(y) := \frac{KD2(y)}{JPV + Jv \cdot (GG(y_{22}))^2}$$

$$) := \frac{1}{m} \cdot \left[- \sum_{s=0}^9 \left[(Z^{-1})_{0,s} \cdot y_{2s+24} \right] - Bo \cdot \sum_{s=0}^9 \left[(Z^{-1})_{0,s} \cdot y_{2s+25} \right] \right] - er \cdot \cos(y_0) \cdot K1(y) + er \cdot (y_1)^2 \cdot \sin(y_0)$$

$$) := \frac{1}{m} \cdot \left[- \sum_{s=0}^9 \left[(Z^{-1})_{1,s} \cdot y_{2s+24} \right] - Bo \cdot \sum_{s=0}^9 \left[(Z^{-1})_{1,s} \cdot y_{2s+25} \right] \right] - er \cdot \cos(y_2) \cdot K2(y) + er \cdot (y_3)^2 \cdot \sin(y_2)$$

$$) := \frac{1}{m} \cdot \left[- \sum_{s=0}^9 \left[(Z^{-1})_{2,s} \cdot y_{2s+24} \right] - Bo \cdot \sum_{s=0}^9 \left[(Z^{-1})_{2,s} \cdot y_{2s+25} \right] \right] - er \cdot \cos(y_4) \cdot K3(y) + er \cdot (y_5)^2 \cdot \sin(y_4)$$

$$) := \frac{1}{m} \cdot \left[- \sum_{s=0}^9 \left[(Z^{-1})_{3,s} \cdot y_{2s+24} \right] - Bo \cdot \sum_{s=0}^9 \left[(Z^{-1})_{3,s} \cdot y_{2s+25} \right] \right] - er \cdot \cos(y_6) \cdot K4(y) + er \cdot (y_7)^2 \cdot \sin(y_6)$$

$$) := \frac{1}{m} \cdot \left[- \sum_{s=0}^9 \left[(Z^{-1})_{4,s} \cdot y_{2s+24} \right] - Bo \cdot \sum_{s=0}^9 \left[(Z^{-1})_{4,s} \cdot y_{2s+25} \right] \right] - er \cdot \cos(y_8) \cdot K5(y) + er \cdot (y_9)^2 \cdot \sin(y_8)$$

$$) := \frac{1}{m} \cdot \left[- \sum_{s=0}^9 \left[(Z^{-1})_{5,s} \cdot y_{2s+24} \right] - Bo \cdot \sum_{s=0}^9 \left[(Z^{-1})_{5,s} \cdot y_{2s+25} \right] \right] - er \cdot \cos(y_{10}) \cdot K6(y) + er \cdot (y_{11})^2 \cdot \sin(y_{10})$$

$$) := \frac{1}{m} \cdot \left[- \sum_{s=0}^9 \left[(Z^{-1})_{6,s} \cdot y_{2s+24} \right] - Bo \cdot \sum_{s=0}^9 \left[(Z^{-1})_{6,s} \cdot y_{2s+25} \right] \right] - er \cdot \cos(y_{12}) \cdot K7(y) + er \cdot (y_{13})^2 \cdot \sin(y_{12})$$

$$) := \frac{1}{m} \cdot \left[- \sum_{s=0}^9 \left[(Z^{-1})_{7,s} \cdot y_{2s+24} \right] - Bo \cdot \sum_{s=0}^9 \left[(Z^{-1})_{7,s} \cdot y_{2s+25} \right] \right] - er \cdot \cos(y_{14}) \cdot K8(y) + er \cdot (y_{15})^2 \cdot \sin(y_{14})$$

$$) := \frac{1}{m} \cdot \left[- \sum_{s=0}^9 \left[(Z^{-1})_{8,s} \cdot y_{2s+24} \right] - Bo \cdot \sum_{s=0}^9 \left[(Z^{-1})_{8,s} \cdot y_{2s+25} \right] \right] - er \cdot \cos(y_{16}) \cdot K9(y) + er \cdot (y_{17})^2 \cdot \sin(y_{16})$$

$$) := \frac{1}{m} \cdot \left[- \sum_{s=0}^9 \left[(Z^{-1})_{9,s} \cdot y_{2s+24} \right] - Bo \cdot \sum_{s=0}^9 \left[(Z^{-1})_{9,s} \cdot y_{2s+25} \right] \right] - er \cdot \cos(y_{18}) \cdot K10(y) + er \cdot (y_{19})^2 \cdot \sin(y_{18})$$

$$) := \frac{1}{m} \cdot \left[- \sum_{s=0}^9 \left[(Z^{-1})_{0,s} \cdot y_{2s+44} \right] - Bo \cdot \sum_{s=0}^9 \left[(Z^{-1})_{0,s} \cdot y_{2s+45} \right] \right] + er \cdot \cos(y_0) \cdot (y_1)^2 + er \cdot K1(y) \cdot \sin(y_0)$$

$$) := \frac{1}{m} \cdot \left[- \sum_{s=0}^9 \left[(Z^{-1})_{1,s} \cdot y_{2s+44} \right] - Bo \cdot \sum_{s=0}^9 \left[(Z^{-1})_{1,s} \cdot y_{2s+45} \right] \right] + er \cdot \cos(y_2) \cdot (y_3)^2 + er \cdot K2(y) \cdot \sin(y_2)$$

$$\begin{aligned}
&:= \frac{1}{m} \cdot \left[- \sum_{s=0}^9 \left[(Z^{-1})_{2,s} \cdot y_{2s+44} \right] - \text{Bo} \cdot \sum_{s=0}^9 \left[(Z^{-1})_{2,s} \cdot y_{2s+45} \right] \right] + \text{er} \cdot \cos(y_4) \cdot (y_5)^2 + \text{er} \cdot \text{K3}(y) \cdot \sin(y_4) \\
&:= \frac{1}{m} \cdot \left[- \sum_{s=0}^9 \left[(Z^{-1})_{3,s} \cdot y_{2s+44} \right] - \text{Bo} \cdot \sum_{s=0}^9 \left[(Z^{-1})_{3,s} \cdot y_{2s+45} \right] \right] + \text{er} \cdot \cos(y_6) \cdot (y_7)^2 + \text{er} \cdot \text{K4}(y) \cdot \sin(y_6) \\
&:= \frac{1}{m} \cdot \left[- \sum_{s=0}^9 \left[(Z^{-1})_{4,s} \cdot y_{2s+44} \right] - \text{Bo} \cdot \sum_{s=0}^9 \left[(Z^{-1})_{4,s} \cdot y_{2s+45} \right] \right] + \text{er} \cdot \cos(y_8) \cdot (y_9)^2 + \text{er} \cdot \text{K5}(y) \cdot \sin(y_8) \\
&:= \frac{1}{m} \cdot \left[- \sum_{s=0}^9 \left[(Z^{-1})_{5,s} \cdot y_{2s+44} \right] - \text{Bo} \cdot \sum_{s=0}^9 \left[(Z^{-1})_{5,s} \cdot y_{2s+45} \right] \right] + \text{er} \cdot \cos(y_{10}) \cdot (y_{11})^2 + \text{er} \cdot \text{K6}(y) \cdot \sin(y_{10}) \\
&:= \frac{1}{m} \cdot \left[- \sum_{s=0}^9 \left[(Z^{-1})_{6,s} \cdot y_{2s+44} \right] - \text{Bo} \cdot \sum_{s=0}^9 \left[(Z^{-1})_{6,s} \cdot y_{2s+45} \right] \right] + \text{er} \cdot \cos(y_{12}) \cdot (y_{13})^2 + \text{er} \cdot \text{K7}(y) \cdot \sin(y_{12}) \\
&:= \frac{1}{m} \cdot \left[- \sum_{s=0}^9 \left[(Z^{-1})_{7,s} \cdot y_{2s+44} \right] - \text{Bo} \cdot \sum_{s=0}^9 \left[(Z^{-1})_{7,s} \cdot y_{2s+45} \right] \right] + \text{er} \cdot \cos(y_{14}) \cdot (y_{15})^2 + \text{er} \cdot \text{K8}(y) \cdot \sin(y_{14}) \\
&:= \frac{1}{m} \cdot \left[- \sum_{s=0}^9 \left[(Z^{-1})_{8,s} \cdot y_{2s+44} \right] - \text{Bo} \cdot \sum_{s=0}^9 \left[(Z^{-1})_{8,s} \cdot y_{2s+45} \right] \right] + \text{er} \cdot \cos(y_{16}) \cdot (y_{17})^2 + \text{er} \cdot \text{K9}(y) \cdot \sin(y_{16}) \\
&:= \frac{1}{m} \cdot \left[- \sum_{s=0}^9 \left[(Z^{-1})_{9,s} \cdot y_{2s+44} \right] - \text{Bo} \cdot \sum_{s=0}^9 \left[(Z^{-1})_{9,s} \cdot y_{2s+45} \right] \right] + \text{er} \cdot \cos(y_{18}) \cdot (y_{19})^2 + \text{er} \cdot \text{K10}(y) \cdot \sin(y_{18})
\end{aligned}$$

Příkaz pro řešení soustavy dif. rovnic numerickou metodou podle Runge-Kutta 4. řádu

S := rkfixed(y,t0,t1,N,D)

Výstupní hodnoty řešení ve formě matice

sloupce matice: T ... čas

Y0, Y2 ... Y18 - úhel pootočení bidla

Y1, Y3 ... Y19 - rychlost bidla

Y20, Y22 ... Y26 - úhel pootočení hlavního hřídele

Y21, Y23 ... Y27 - rychlost hlavního hřídele

Y28, Y30 ... Y46 - průhyb bidla ve směru x

Y29, Y31 ... Y47 - změna průhybu bidla (rychlost) ve směru x

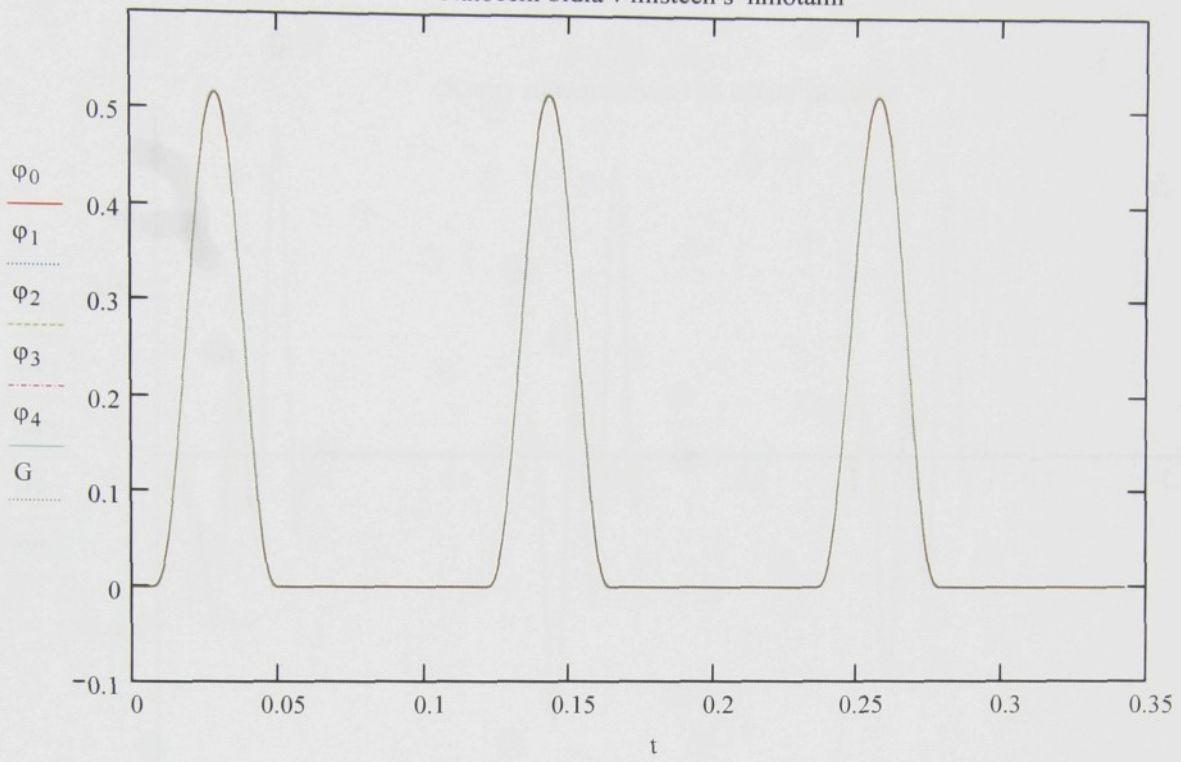
Y48, Y50 ... Y66 - průhyb bidla ve směru y

Y49, Y51 ... Y67 - změna průhybu bidla (rychlost) ve směru y

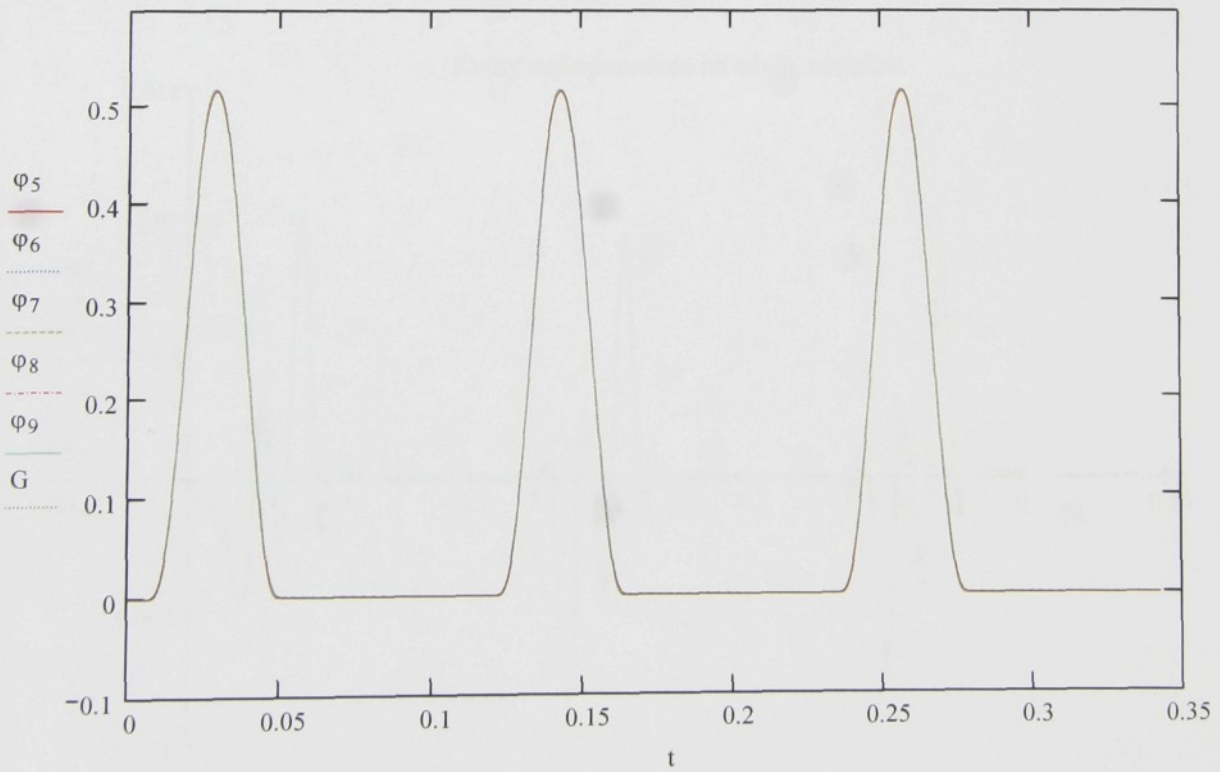
T := S⁽⁰⁾

Y0 := S ⁽¹⁾	Y1 := S ⁽²⁾	Y2 := S ⁽³⁾	Y3 := S ⁽⁴⁾	Y4 := S ⁽⁵⁾	Y5 := S ⁽⁶⁾
Y6 := S ⁽⁷⁾	Y7 := S ⁽⁸⁾	Y8 := S ⁽⁹⁾	Y9 := S ⁽¹⁰⁾	Y10 := S ⁽¹¹⁾	Y11 := S ⁽¹²⁾
Y12 := S ⁽¹³⁾	Y13 := S ⁽¹⁴⁾	Y14 := S ⁽¹⁵⁾	Y15 := S ⁽¹⁶⁾	Y16 := S ⁽¹⁷⁾	Y17 := S ⁽¹⁸⁾
Y18 := S ⁽¹⁹⁾	Y19 := S ⁽²⁰⁾	Y20 := S ⁽²¹⁾	Y21 := S ⁽²²⁾	Y22 := S ⁽²³⁾	Y23 := S ⁽²⁴⁾
Y24 := S ⁽²⁵⁾	Y25 := S ⁽²⁶⁾	Y26 := S ⁽²⁷⁾	Y27 := S ⁽²⁸⁾	Y28 := S ⁽²⁹⁾	Y29 := S ⁽³⁰⁾
Y30 := S ⁽³¹⁾	Y31 := S ⁽³²⁾	Y32 := S ⁽³³⁾	Y33 := S ⁽³⁴⁾	Y34 := S ⁽³⁵⁾	Y35 := S ⁽³⁶⁾
Y36 := S ⁽³⁷⁾	Y37 := S ⁽³⁸⁾	Y38 := S ⁽³⁹⁾	Y39 := S ⁽⁴⁰⁾	Y40 := S ⁽⁴¹⁾	Y41 := S ⁽⁴²⁾
Y42 := S ⁽⁴³⁾	Y43 := S ⁽⁴⁴⁾	Y44 := S ⁽⁴⁵⁾	Y45 := S ⁽⁴⁶⁾	Y46 := S ⁽⁴⁷⁾	Y47 := S ⁽⁴⁸⁾
Y48 := S ⁽⁴⁹⁾	Y49 := S ⁽⁵⁰⁾	Y50 := S ⁽⁵¹⁾	Y51 := S ⁽⁵²⁾	Y52 := S ⁽⁵³⁾	Y53 := S ⁽⁵⁴⁾
Y54 := S ⁽⁵⁵⁾	Y55 := S ⁽⁵⁶⁾	Y56 := S ⁽⁵⁷⁾	Y57 := S ⁽⁵⁸⁾	Y58 := S ⁽⁵⁹⁾	Y59 := S ⁽⁶⁰⁾
Y60 := S ⁽⁶¹⁾	Y61 := S ⁽⁶²⁾	Y62 := S ⁽⁶³⁾	Y63 := S ⁽⁶⁴⁾		

Natocení bidla v místech s hmotami

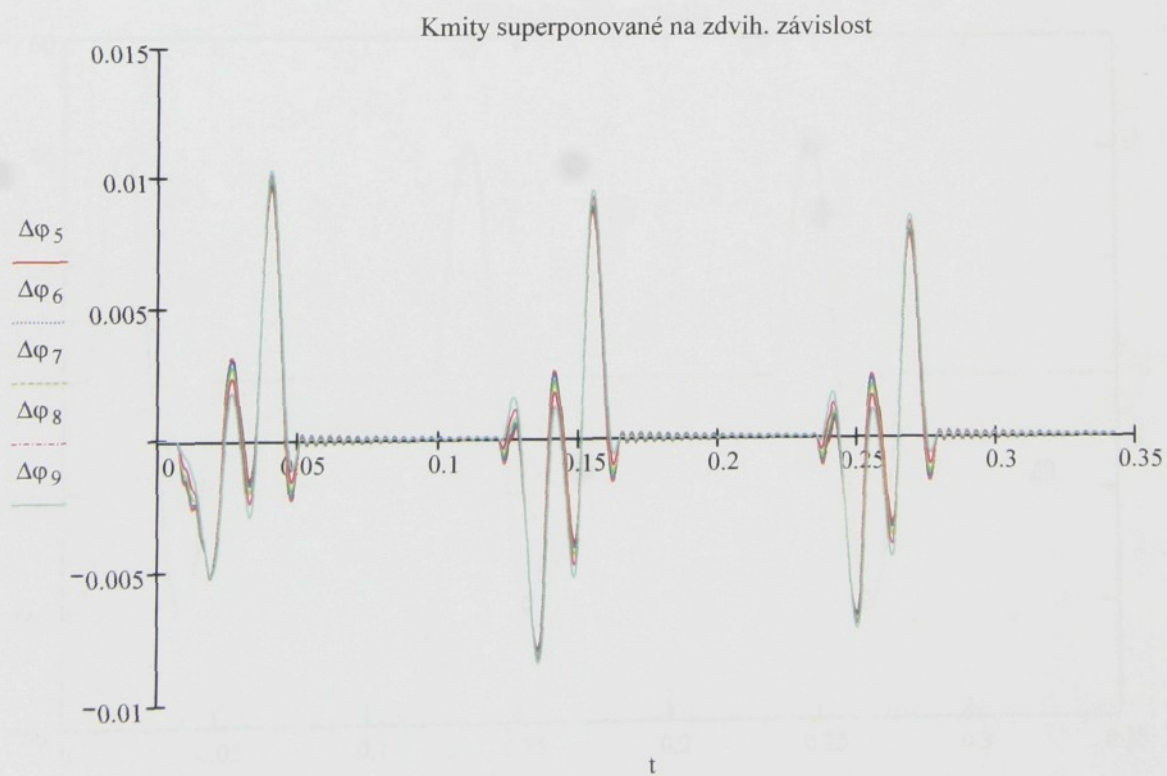
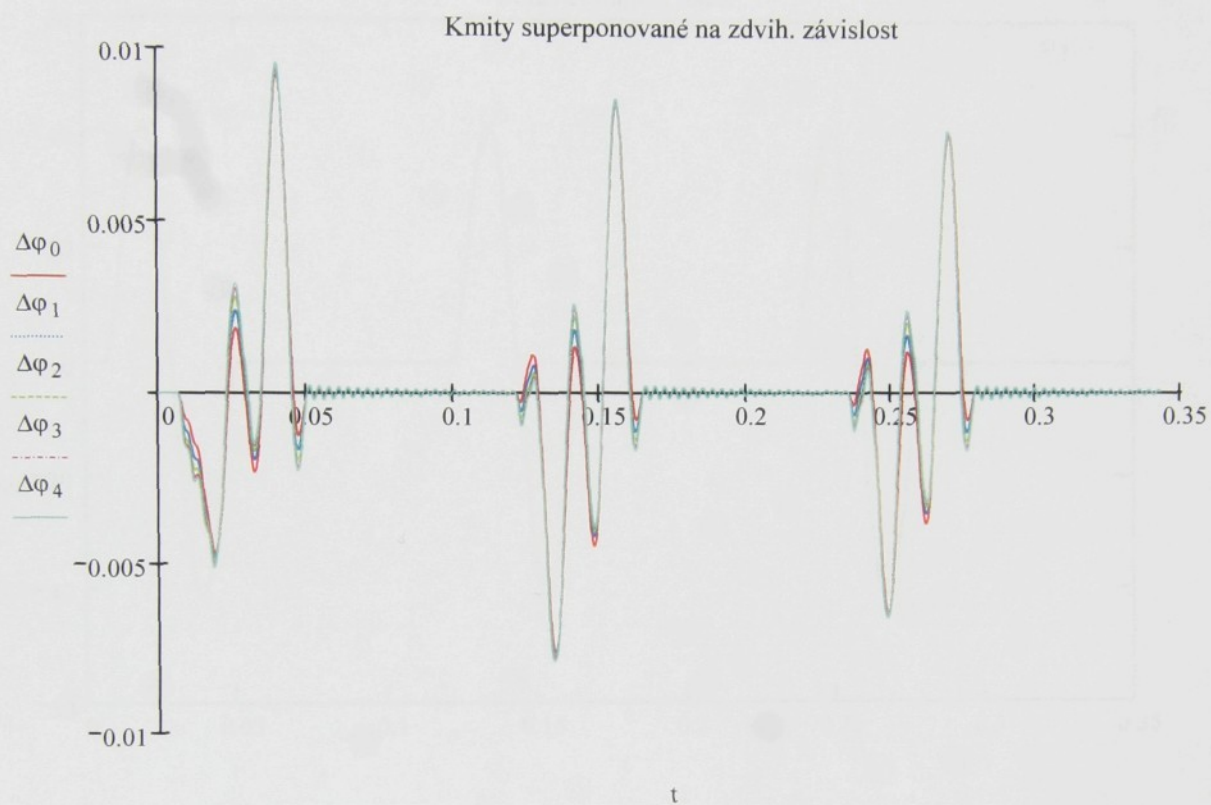


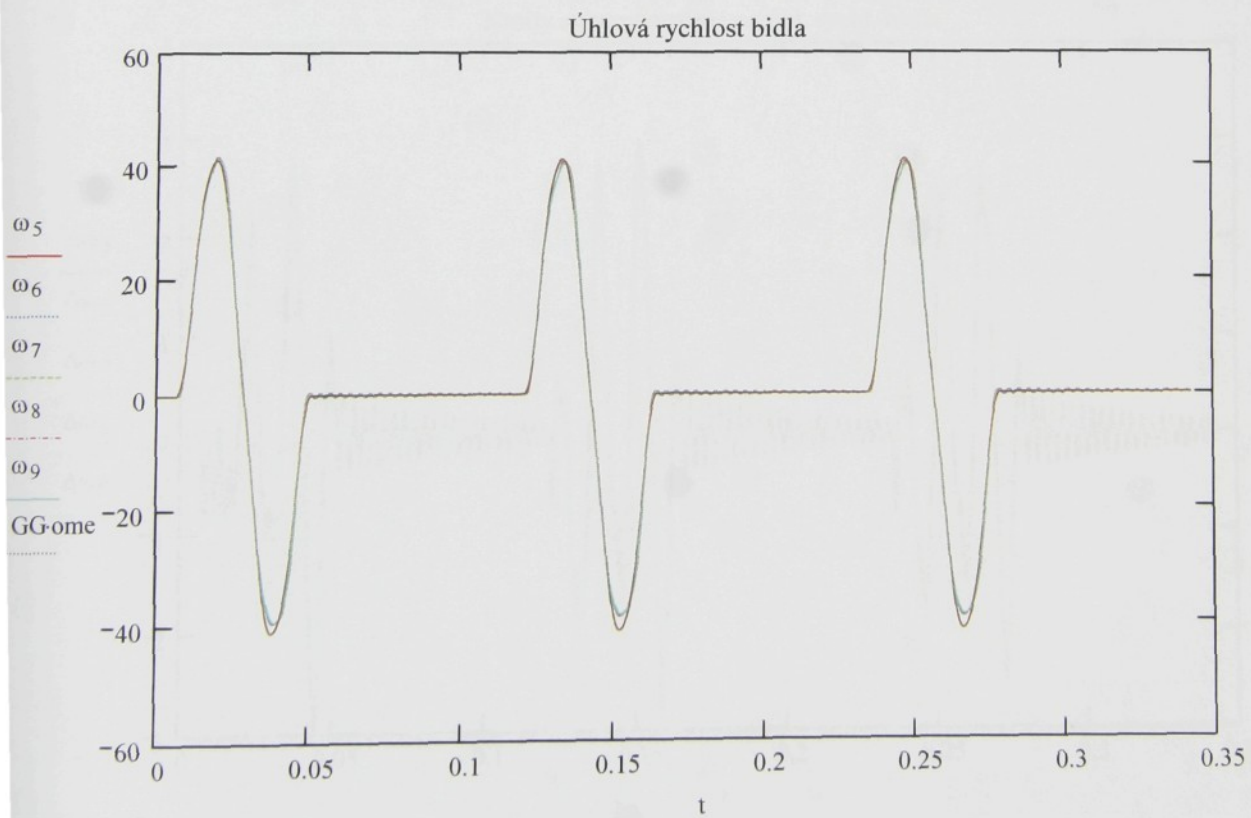
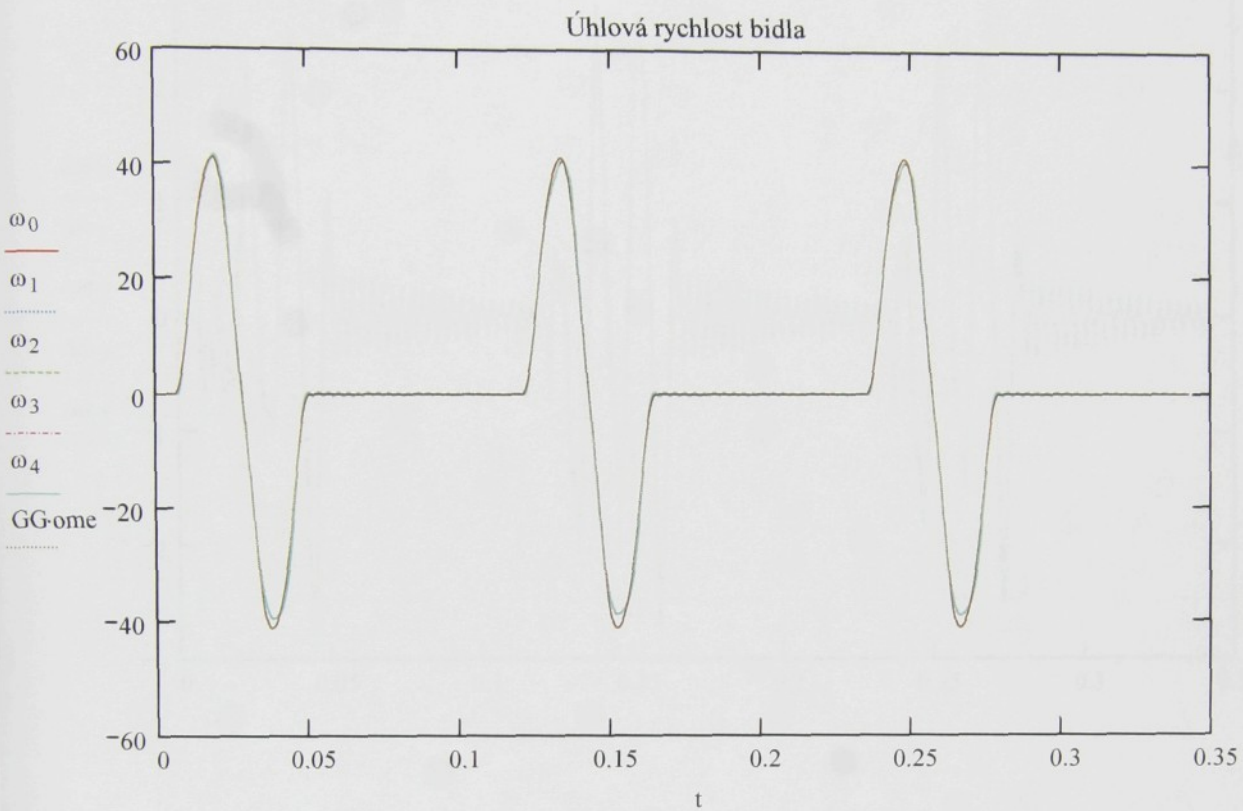
Natocení bidla v místech s hmotami



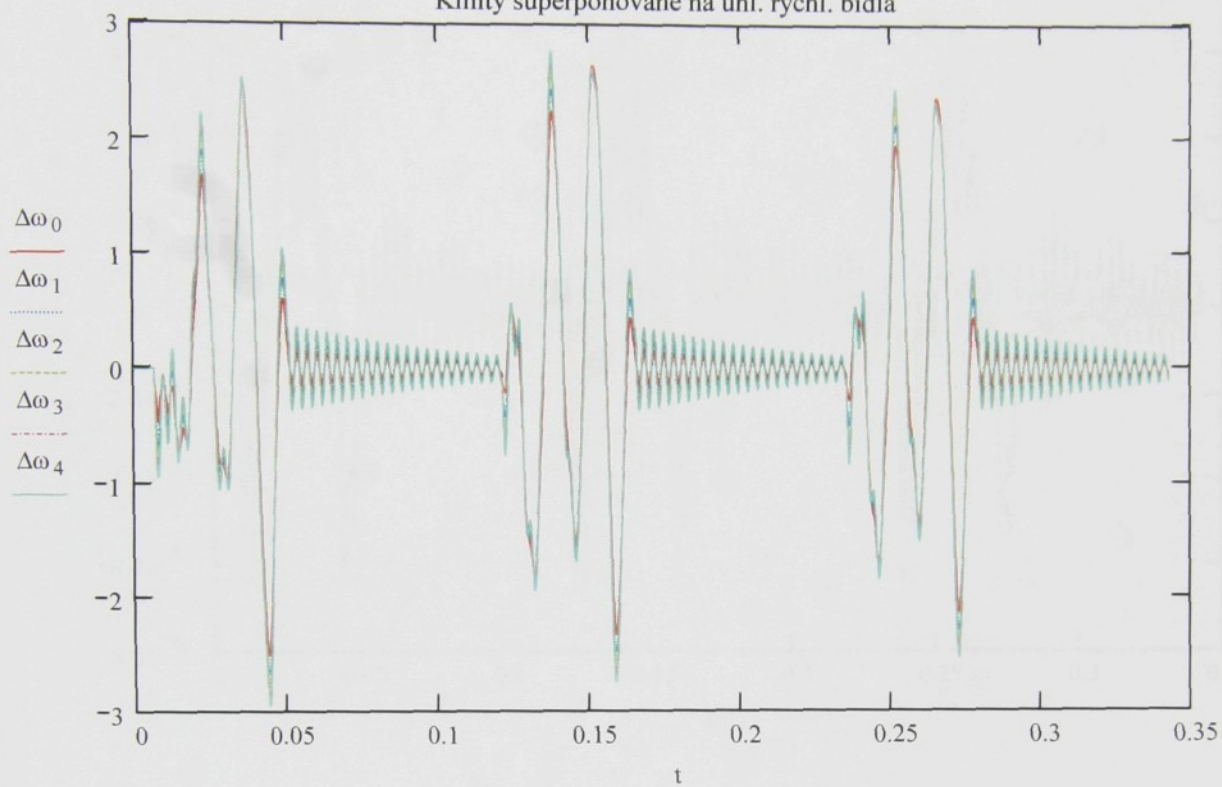
$$\Delta\varphi_0 := \varphi_0 - G \quad \Delta\varphi_1 := \varphi_1 - G \quad \Delta\varphi_2 := \varphi_2 - G \quad \Delta\varphi_3 := \varphi_3 - G \quad \Delta\varphi_4 := \varphi_4 - G$$

$$\Delta\varphi_5 := \varphi_5 - G \quad \Delta\varphi_6 := \varphi_6 - G \quad \Delta\varphi_7 := \varphi_7 - G \quad \Delta\varphi_8 := \varphi_8 - G \quad \Delta\varphi_9 := \varphi_9 - G$$

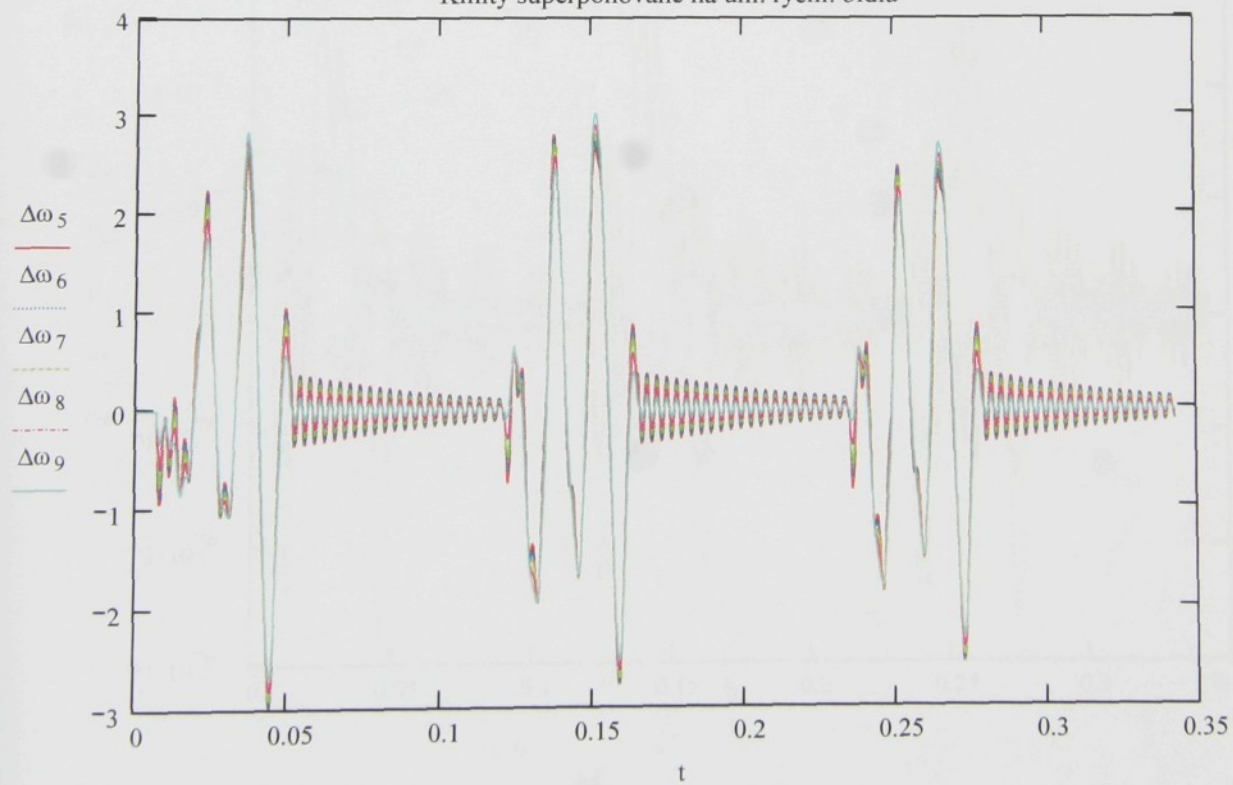




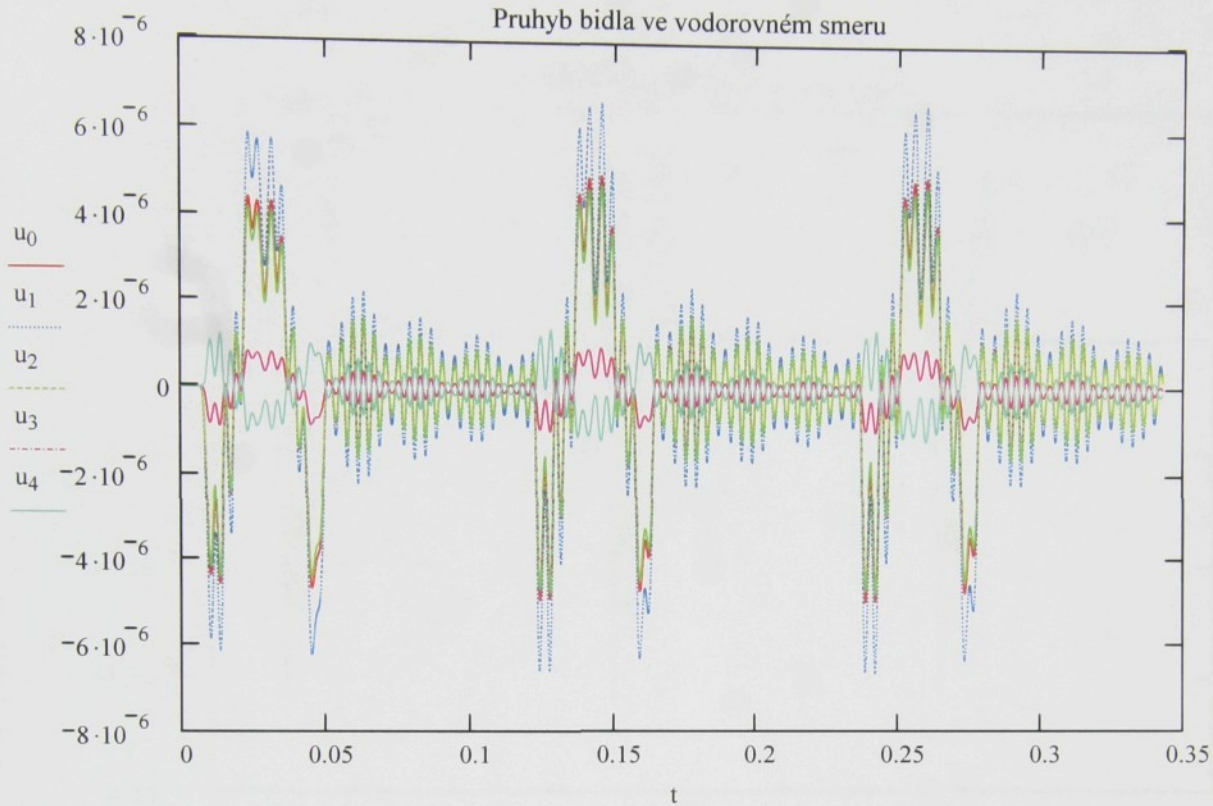
Kmity superponované na úhl. rychl. bidla



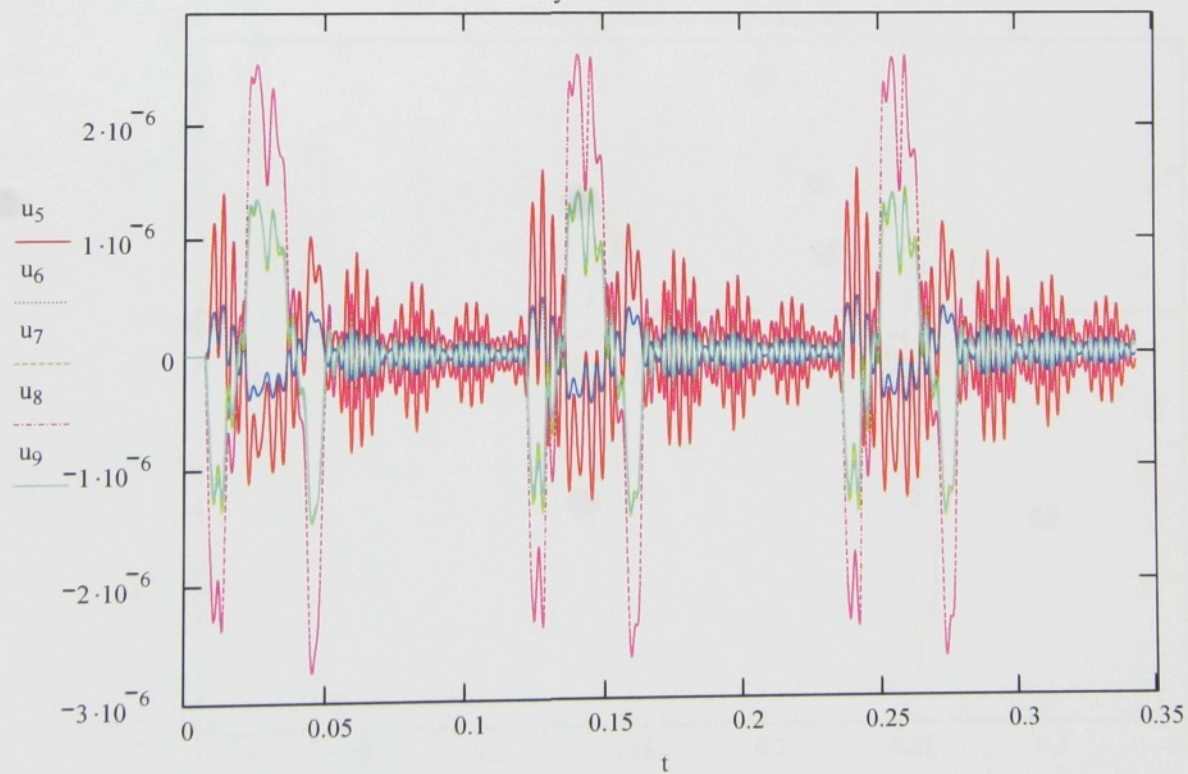
Kmity superponované na úhl. rychl. bidla

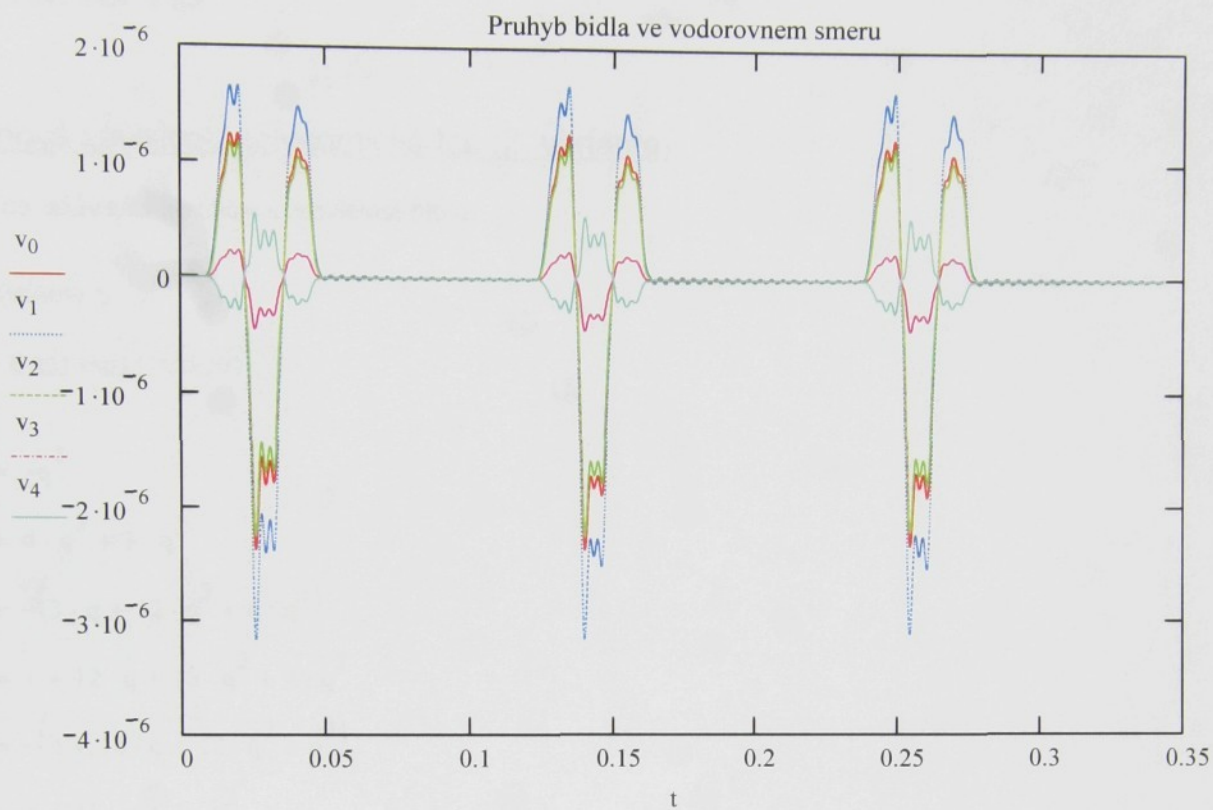


Pruhyb bidla ve vodorovném smeru



Pruhyb bidla ve svislém smeru





Příloha IB

Zdvihová závislost: polynomická fce (2. varianta)

- funkce udávající zdvihovou závislost bidla

Koeficienty q , a_i

$$q := 0.432550357038297$$

$$a_1 := -q^3$$

$$a_2 := 4 \cdot q^3 + 3 \cdot q^2$$

$$a_3 := -(3 \cdot q + 12 \cdot q^2 + 6 \cdot q^3)$$

$$a_4 := 1 + 12 \cdot q + 18 \cdot q^2 + 4 \cdot q^3$$

$$a_5 := -(4 + 18 \cdot q + 12 \cdot q^2 + q^3)$$

$$a_6 := 6 + 12 \cdot q + 3 \cdot q^2$$

$$a_7 := -(4 + 3 \cdot q)$$

$$a_8 := 1$$

$$a_0 := 0$$

$$v_0 := a_0 \quad v_1 := a_1 \quad v_2 := a_2 \quad v_3 := a_3 \quad v_4 := a_4$$

$$v_6 := a_6 \quad v_7 := a_7 \quad v_8 := a_8 \quad v_5 := a_5$$

$$i := 1..8 \quad \alpha := -28$$

Pomocné vztahy

$$\beta_i := v_i + \alpha \cdot v_{i-1}$$

$$\beta_9 := \alpha \cdot v_8$$

$$Le := 3$$

$$G_1 := \sum_{i=0}^9 \left(\beta_i \cdot \frac{1}{2 \cdot i + 2} \right)$$

$$H := \frac{1}{2} \left[\sum_{i=0}^9 \left[\beta_i \cdot \frac{1}{(2 \cdot i + 3) \cdot (2 \cdot i + 4)} \right] \right]$$

$$A := \frac{1}{H} \quad dd\eta_0 := \frac{-G_1}{H}$$

$$r1 := \frac{29.56 \cdot \pi}{180} \quad r2 := \frac{75 \cdot \pi}{180} \quad rs := r2 - \frac{\pi}{6}$$

$$x := -1, -0.99 \dots 0.7$$

pracovní interval

$$ry := \frac{29.56 \cdot \pi}{180} \quad rx := \frac{75 \cdot \pi}{180}$$

$$x := 0, 0.001 \dots 6.281$$

Zdvihová závislost - zrychlení

$$dd\eta(x) := A \cdot \sum_{n=0}^9 \left[\beta_n \cdot \frac{\left(\frac{x - \frac{\pi}{2}}{r2} \right)^{2n+2}}{2 \cdot n + 2} \right] + dd\eta_0$$

Zdvihová závislost - rychlost

$$d\eta(x) := A \cdot \sum_{n=0}^9 \left[\beta_n \cdot \frac{\left(\frac{x - \frac{\pi}{2}}{r2} \right)^{2n+3}}{(2 \cdot n + 2) \cdot (2 \cdot n + 3)} \right] + dd\eta_0 \cdot \left(\frac{x - \frac{\pi}{2}}{r2} \right)$$

Zdvihová závislost

$$\eta(x) := A \cdot \sum_{n=0}^9 \left[\beta_n \cdot \frac{\left(\frac{x - \frac{\pi}{2}}{r2} \right)^{2n+4}}{(2 \cdot n + 2) \cdot (2 \cdot n + 3) \cdot (2 \cdot n + 4)} \right] + dd\eta_0 \cdot \frac{\left(\frac{x - \frac{\pi}{2}}{r2} \right)^2}{2} + 1$$

$$x := 0.37, 0.38 \dots 2.8$$

.... v radianech

Změna měřítka

$$g(x) := \eta(x) \cdot r1 \quad s1 := -r2 + \frac{\pi}{2}$$

$$dY(x) := d\eta(x) \cdot \frac{r1}{r2} \quad s2 := r2 + \frac{\pi}{2}$$

$$ddY(x) := dd\eta(x) \cdot \frac{r1}{r2^2}$$

Závislost v intervalu 1 otáčky

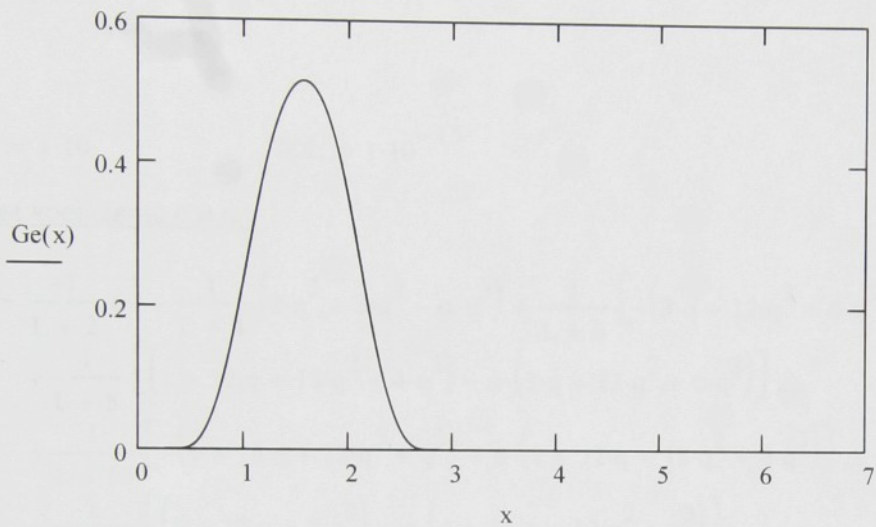
$Ge(x) := \text{if}[(x < s2) \wedge (x > s1), g(x), 0]$

$G1(x) := \text{if}[(x < s2) \wedge (x > s1), dY(x), 0]$

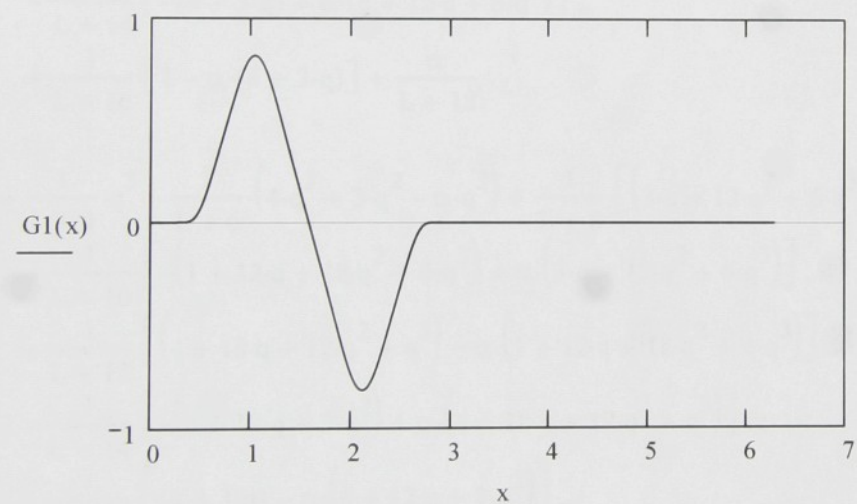
$G2(x) := \text{if}[(x < s2) \wedge (x > s1), ddY(x), 0]$

$x := 0, 0.001.. 6.281$

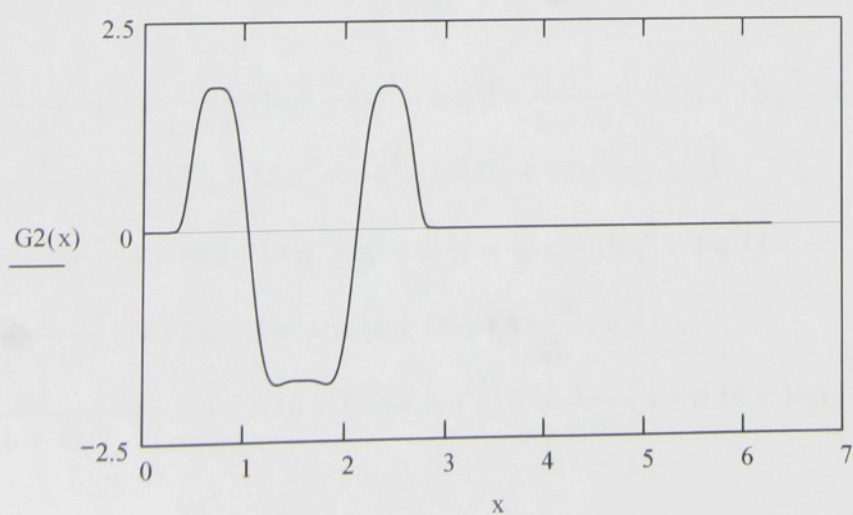
Zdvihová závislost bidla



Průběh rychlosti bidla



Průběh zrychlení bidla



Příloha IIA

Polynomická zdvihová závislost 1. varianta

Volené hodnoty

$$L := 3 \quad \alpha := -28$$

$$CTOL := 1 \cdot 10^{-17}$$

$$TOL := 1 \cdot 10^{-15}$$

Výpočet koeficientů p a q

$$\begin{aligned} z_2(q) := & \frac{-1}{L+2} \cdot q^3 + \frac{1}{L+4} \cdot (4 \cdot q^3 + 3 \cdot q^2 - \alpha \cdot q^3) + \frac{1}{L+6} \cdot [-(3 \cdot q + 12 \cdot q^2 + 6 \cdot q^3) + \alpha \cdot (4 \cdot q^3 + 3 \cdot q^2)] \dots \\ & + \frac{1}{L+8} \cdot [(1 + 12 \cdot q + 18 \cdot q^2 + 4 \cdot q^3) - \alpha \cdot (3 \cdot q + 12 \cdot q^2 + 6 \cdot q^3)] \dots \\ & + \frac{1}{L+10} \cdot [-(4 + 18 \cdot q + 12 \cdot q^2 + q^3) + \alpha \cdot (1 + 12 \cdot q + 18 \cdot q^2 + 4 \cdot q^3)] \dots \\ & + \frac{1}{L+12} \cdot [(6 + 12 \cdot q + 3 \cdot q^2) - \alpha \cdot (4 + 18 \cdot q + 12 \cdot q^2 + q^3)] \dots \\ & + \frac{1}{L+14} \cdot [-(4 + 3 \cdot q) + \alpha \cdot (6 + 12 \cdot q + 3 \cdot q^2)] \dots \\ & + \frac{1}{L+16} \cdot [1 - \alpha \cdot (4 + 3 \cdot q)] + \frac{\alpha}{L+18} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} z_1(q) := & \frac{1}{L+4} \cdot q^3 - \frac{1}{L+6} \cdot (4 \cdot q^3 + 3 \cdot q^2 - \alpha \cdot q^3) + \frac{1}{L+8} \cdot [(3 \cdot q + 12 \cdot q^2 + 6 \cdot q^3) - \alpha \cdot (4 \cdot q^3 + 3 \cdot q^2)] \dots \\ & + \frac{1}{L+10} \cdot [-(1 + 12 \cdot q + 18 \cdot q^2 + 4 \cdot q^3) + \alpha \cdot (3 \cdot q + 12 \cdot q^2 + 6 \cdot q^3)] \dots \\ & + \frac{1}{L+12} \cdot [(4 + 18 \cdot q + 12 \cdot q^2 + q^3) - \alpha \cdot (1 + 12 \cdot q + 18 \cdot q^2 + 4 \cdot q^3)] \dots \\ & + \frac{1}{L+14} \cdot [-(6 + 12 \cdot q + 3 \cdot q^2) + \alpha \cdot (4 + 18 \cdot q + 12 \cdot q^2 + q^3)] \dots \\ & + \frac{1}{L+16} \cdot [(4 + 3 \cdot q) - \alpha \cdot (6 + 12 \cdot q + 3 \cdot q^2)] \dots \\ & + \frac{1}{L+18} \cdot [-1 + \alpha \cdot (4 + 3 \cdot q)] - \frac{\alpha}{L+20} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} z_0(q) := & \frac{1}{L+6} \cdot (-q^3) + \frac{1}{L+8} \cdot (3 \cdot q^2 + 4 \cdot q^3 - \alpha \cdot q^3) + \frac{1}{L+10} \cdot [-(3 \cdot q + 12 \cdot q^2 + 6 \cdot q^3) + \alpha \cdot (3 \cdot q^2 + 4 \cdot q^3)] \dots \\ & + \frac{1}{L+12} \cdot [1 + 12 \cdot q + 18 \cdot q^2 + 4 \cdot q^3 - \alpha \cdot (3 \cdot q + 12 \cdot q^2 + 6 \cdot q^3)] \dots \\ & + \frac{1}{L+14} \cdot [-4 - 18 \cdot q - 12 \cdot q^2 - q^3 + \alpha \cdot (1 + 12 \cdot q + 18 \cdot q^2 + 4 \cdot q^3)] \dots \\ & + \frac{1}{L+16} \cdot [6 + 12 \cdot q + 3 \cdot q^2 - \alpha \cdot (4 + 18 \cdot q + 12 \cdot q^2 + q^3)] \dots \\ & + \frac{1}{L+18} \cdot [-4 - 3 \cdot q + \alpha \cdot (6 + 12 \cdot q + 3 \cdot q^2)] + \frac{1}{L+20} \cdot [1 - \alpha \cdot (4 + 3 \cdot q)] + \alpha \cdot \frac{1}{L+22} \end{aligned}$$

Řešení diskriminantu numericky

$$q := \text{root}\left(c1(q)^2 - c2(q) \cdot c0(q), q, 0.5, 0.6\right) = (0.576457656347786)$$

Výpočet p

$$p := \frac{-c1(q) + \sqrt{c1(q)^2 - c2(q) \cdot c0(q)}}{c2(q)}$$

$$p = 0.217850112521483$$

$$d := c1(q)^2 - c2(q) \cdot c0(q)$$

$$d = 0$$

Koeficienty zdvihové závislosti

$$a1 := -p^2 \cdot q^3$$

$$a2 := p^2 \cdot (4 \cdot q^3 + 3 \cdot q^2) + 2 \cdot p \cdot q^3$$

$$a3 := -[p^2 \cdot (3 \cdot q + 12 \cdot q^2 + 6 \cdot q^3) + 2 \cdot p \cdot (4 \cdot q^3 + 3 \cdot q^2) + q^3]$$

$$a4 := p^2 \cdot (1 + 12 \cdot q + 18 \cdot q^2 + 4 \cdot q^3) + 2 \cdot p \cdot (3 \cdot q + 12 \cdot q^2 + 6 \cdot q^3) + 3 \cdot q^2 + 4 \cdot q^3$$

$$a5 := -[p^2 \cdot (4 + 18 \cdot q + 12 \cdot q^2 + q^3) + 2 \cdot p \cdot (1 + 12 \cdot q + 18 \cdot q^2 + 4 \cdot q^3) + 3 \cdot q + 12 \cdot q^2 + 6 \cdot q^3]$$

$$a6 := p^2 \cdot (6 + 12 \cdot q + 3 \cdot q^2) + 2 \cdot p \cdot (4 + 18 \cdot q + 12 \cdot q^2 + q^3) + 1 + 12 \cdot q + 18 \cdot q^2 + 4 \cdot q^3$$

$$a7 := -[p^2 \cdot (4 + 3 \cdot q) + 2 \cdot p \cdot (3 \cdot q^2 + 12 \cdot q + 6) + 4 + 18 \cdot q + 12 \cdot q^2 + q^3]$$

$$a8 := p^2 + 2 \cdot p \cdot (4 + 3 \cdot q) + 6 + 12 \cdot q + 3 \cdot q^2$$

$$a9 := -2 \cdot p - 4 - 3 \cdot q$$

$$a10 := 1$$

$$a11 := 0 \quad a0 := 0$$

Sestavení vektoru koeficientů a_i

$$k := 1..11$$

$$a_0 := a0 \quad a_1 := a1 \quad a_2 := a2 \quad a_3 := a3 \quad a_4 := a4 \quad a_5 := a5$$

$$a_6 := a6 \quad a_7 := a7 \quad a_8 := a8 \quad a_9 := a9 \quad a_{10} := a10 \quad a_{11} := a11$$

Sestavení vektoru BETA

$$\beta_k := (a_k) + \alpha \cdot (a_{k-1})$$

$$i := 1..11$$

Výpočet y_0'' a A

$$G := \sum_{i=0}^{11} \beta_i \cdot \frac{1}{L + 2 \cdot i - 1}$$

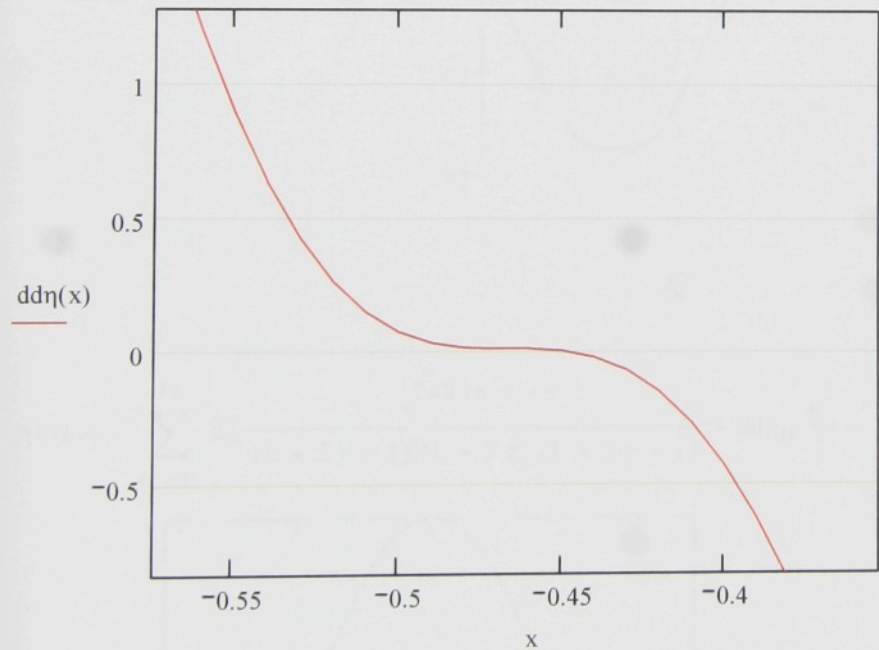
$$H := \frac{1}{2} \left[\sum_{i=0}^{11} (\beta_i) \cdot \frac{1}{(L + 2 \cdot i) \cdot (L + 2 \cdot i + 1)} \right]$$

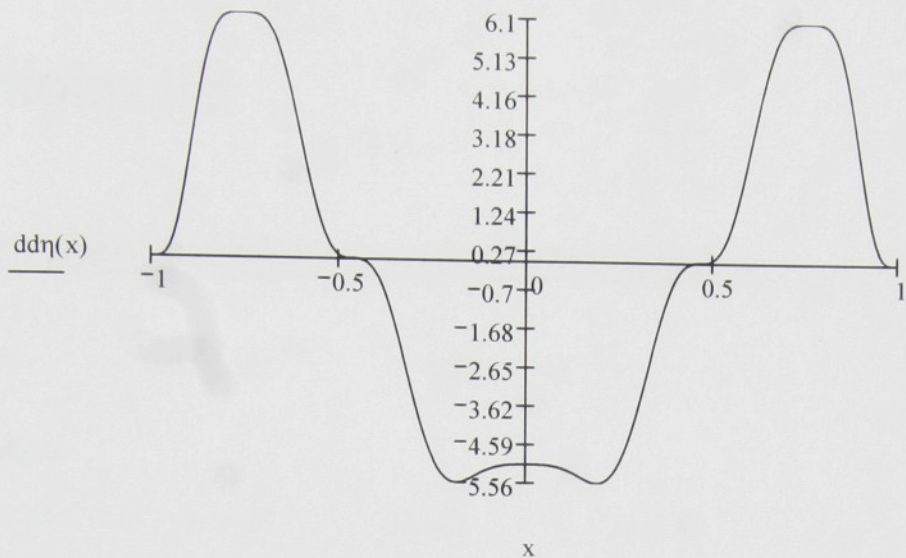
$$A := \frac{1}{H}$$

$$dd\eta_0 := \frac{-G}{H}$$

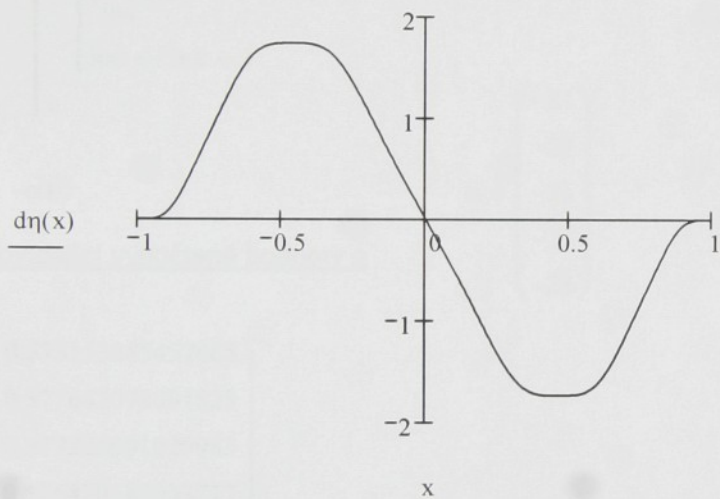
$$x := -1, -0.99 \dots 1$$

$$dd\eta(x) := A \cdot \sum_{n=0}^{11} \beta_n \cdot \frac{x^{L+2 \cdot (n-1)+1}}{L + 2 \cdot n - 1} + dd\eta_0$$

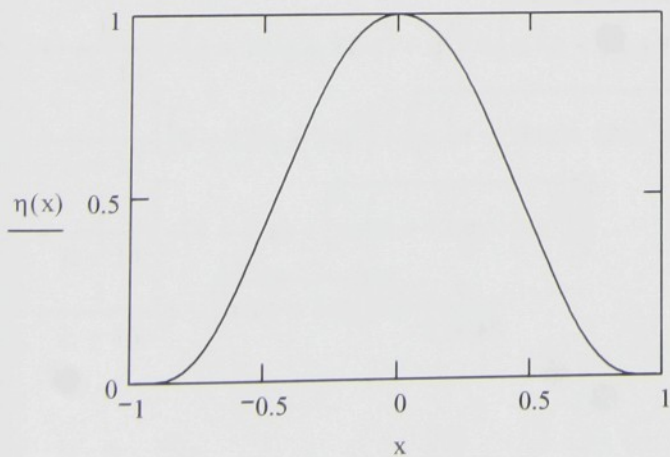




$$d\eta(x) := A \cdot \sum_{n=0}^{11} \beta_n \cdot \frac{x^{L+2 \cdot (n-1)+2}}{(L+2 \cdot n-1) \cdot (L+2 \cdot n)} + dd\eta_0 \cdot x$$



$$\eta(x) := A \cdot \sum_{n=0}^{11} \beta_n \cdot \frac{x^{L+2 \cdot (n-1)+3}}{(L+2 \cdot n-1) \cdot (L+2 \cdot n) \cdot (L+2 \cdot n+1)} + dd\eta_0 \cdot \frac{x^2}{2} + 1$$



Příloha IIB

Porovnání průběhu zrychlení pro různá α

$L := 3$ $TOL := 10^{-17}$ $CTOL := 10^{-17}$

Rozsah α

$lo := 24$ $u := 28$ $in := 1$ $m := 4$

$\alpha l :=$ $\left\{ \begin{array}{l} ind \leftarrow 0 \\ \text{for } i \in lo, lo + in..u \\ \quad \left\{ \begin{array}{l} v_{ind} \leftarrow i \\ ind \leftarrow ind + 1 \end{array} \right. \end{array} \right.$

$\alpha := -\alpha l$

Odpovídající vypočtené hodnoty q

$$\alpha = \begin{pmatrix} -24 \\ -25 \\ -26 \\ -27 \\ -28 \end{pmatrix}$$

$q :=$ $\begin{pmatrix} 0.578153885457665 \\ 0.577662098091823 \\ 0.577220091020983 \\ 0.576820582003717 \\ 0.576457656342006 \end{pmatrix}$

$$\begin{aligned} c2(q) := & \frac{-1}{L+2} \cdot q^3 + \frac{1}{L+4} \cdot \left(4 \cdot q^3 + 3 \cdot q^2 - \overrightarrow{(\alpha \cdot q^3)} \right) + \frac{1}{L+6} \cdot \left[- (3 \cdot q + 12 \cdot q^2 + 6 \cdot q^3) + \overrightarrow{[\alpha \cdot (4 \cdot q^3 + 3 \cdot q^2)]} \right] \dots \\ & + \frac{1}{L+8} \cdot \left[(1 + 12 \cdot q + 18 \cdot q^2 + 4 \cdot q^3) - \overrightarrow{[\alpha \cdot (3 \cdot q + 12 \cdot q^2 + 6 \cdot q^3)]} \right] \dots \\ & + \frac{1}{L+10} \cdot \left[- (4 + 18 \cdot q + 12 \cdot q^2 + q^3) + \overrightarrow{[\alpha \cdot (1 + 12 \cdot q + 18 \cdot q^2 + 4 \cdot q^3)]} \right] \dots \\ & + \frac{1}{L+12} \cdot \left[(6 + 12 \cdot q + 3 \cdot q^2) - \overrightarrow{[\alpha \cdot (4 + 18 \cdot q + 12 \cdot q^2 + q^3)]} \right] \dots \\ & + \frac{1}{L+14} \cdot \left[- (4 + 3 \cdot q) + \overrightarrow{[\alpha \cdot (6 + 12 \cdot q + 3 \cdot q^2)]} \right] \dots \\ & + \frac{1}{L+16} \cdot \left(1 - \overrightarrow{[\alpha \cdot (4 + 3 \cdot q)]} \right) + \frac{\alpha}{L+18} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
c1(q) := & \frac{1}{L+4} \cdot q^3 - \frac{1}{L+6} \cdot \left(4 \cdot q^3 + 3 \cdot q^2 - \overrightarrow{(\alpha \cdot q^3)} \right) + \frac{1}{L+8} \cdot \left[\left(3 \cdot q + 12 \cdot q^2 + 6 \cdot q^3 \right) - \overrightarrow{[\alpha \cdot (4 \cdot q^3 + 3 \cdot q^2)]} \right] \dots \\
& + \frac{1}{L+10} \cdot \left[- \left(1 + 12 \cdot q + 18 \cdot q^2 + 4 \cdot q^3 \right) + \overrightarrow{[\alpha \cdot (3 \cdot q + 12 \cdot q^2 + 6 \cdot q^3)]} \right] \dots \\
& + \frac{1}{L+12} \cdot \left[\left(4 + 18 \cdot q + 12 \cdot q^2 + q^3 \right) - \overrightarrow{[\alpha \cdot (1 + 12 \cdot q + 18 \cdot q^2 + 4 \cdot q^3)]} \right] \dots \\
& + \frac{1}{L+14} \cdot \left[- \left(6 + 12 \cdot q + 3 \cdot q^2 \right) + \overrightarrow{[\alpha \cdot (4 + 18 \cdot q + 12 \cdot q^2 + q^3)]} \right] \dots \\
& + \frac{1}{L+16} \cdot \left[\left(4 + 3 \cdot q \right) - \overrightarrow{[\alpha \cdot (6 + 12 \cdot q + 3 \cdot q^2)]} \right] \dots \\
& + \frac{1}{L+18} \cdot \left(-1 + \overrightarrow{[\alpha \cdot (4 + 3 \cdot q)]} \right) - \frac{\alpha}{L+20}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
c0(q) := & \frac{1}{L+6} \cdot (-q^3) + \frac{1}{L+8} \cdot \left(3 \cdot q^2 + 4 \cdot q^3 - \overrightarrow{(\alpha \cdot q^3)} \right) + \frac{1}{L+10} \cdot \left[- \left(3 \cdot q + 12 \cdot q^2 + 6 \cdot q^3 \right) + \overrightarrow{[\alpha \cdot (3 \cdot q^2 + 4 \cdot q^3)]} \right] \dots \\
& + \frac{1}{L+12} \cdot \left(1 + 12 \cdot q + 18 \cdot q^2 + 4 \cdot q^3 - \overrightarrow{[\alpha \cdot (3 \cdot q + 12 \cdot q^2 + 6 \cdot q^3)]} \right) \dots \\
& + \frac{1}{L+14} \cdot \left(-4 - 18 \cdot q - 12 \cdot q^2 - q^3 + \overrightarrow{[\alpha \cdot (1 + 12 \cdot q + 18 \cdot q^2 + 4 \cdot q^3)]} \right) \dots \\
& + \frac{1}{L+16} \cdot \left(6 + 12 \cdot q + 3 \cdot q^2 - \overrightarrow{[\alpha \cdot (4 + 18 \cdot q + 12 \cdot q^2 + q^3)]} \right) \dots \\
& + \frac{1}{L+18} \cdot \left(-4 - 3 \cdot q + \overrightarrow{[\alpha \cdot (6 + 12 \cdot q + 3 \cdot q^2)]} \right) + \frac{1}{L+20} \cdot \left(1 - \overrightarrow{[\alpha \cdot (4 + 3 \cdot q)]} \right) + \alpha \cdot \frac{1}{L+22}
\end{aligned}$$

$$k := 0..m$$

Hodnoty p vypočtené z kvadratické rovnice

$$p := \begin{pmatrix} 0.221115881865 \\ 0.22016872807556 \\ 0.219317553720237 \\ 0.21854792716319 \\ 0.217848681299429 \end{pmatrix}$$

$$i := 1..11 \qquad k := 0..m$$

$$\text{Beta}(k) := \beta^{\langle k \rangle}$$

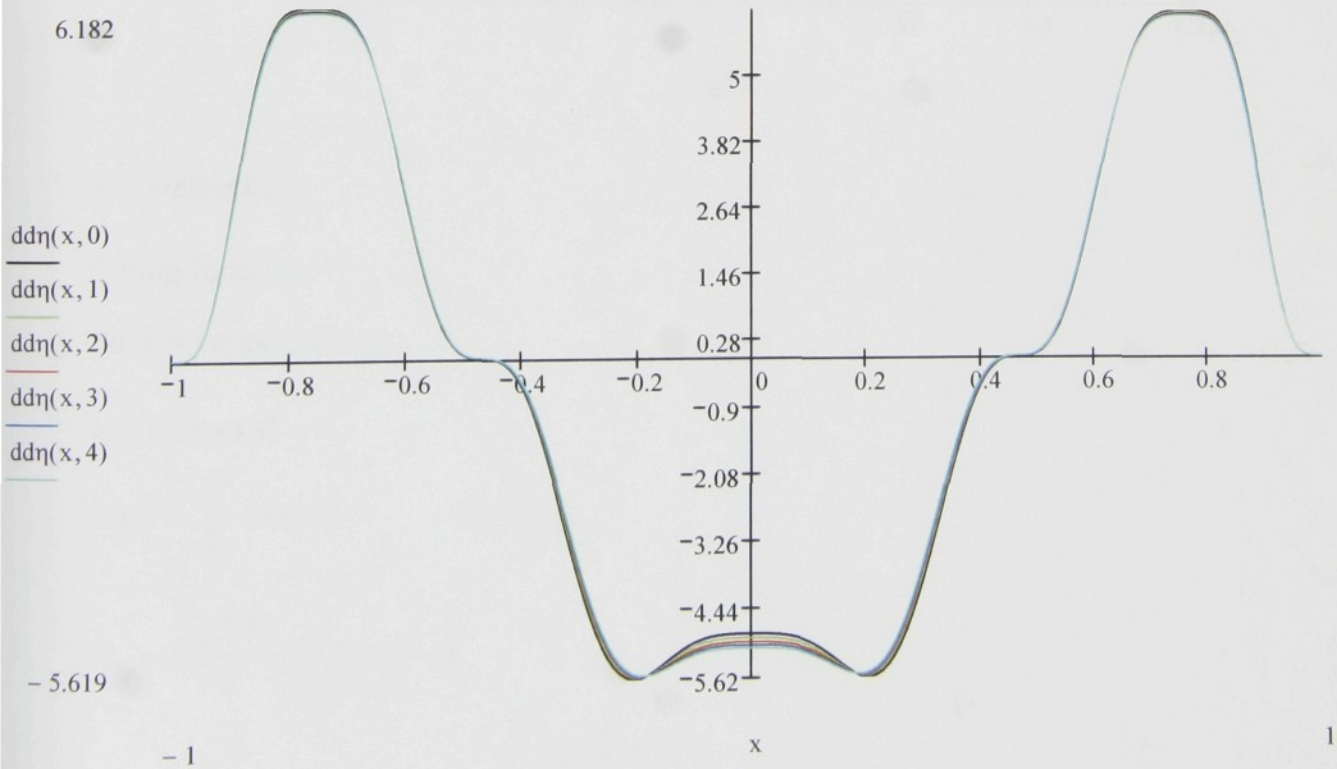
$$G(k) := \sum_{i=0}^{11} \text{Beta}(k)_i \cdot \frac{1}{L+2\cdot i-1}$$

$$H(k) := \frac{1}{2} \left[\sum_{i=0}^{11} \text{Beta}(k)_i \cdot \frac{1}{(L+2\cdot i)\cdot (L+2\cdot i+1)} \right]$$

$$A(k) := \frac{1}{H(k)} \qquad \text{dd}\eta_0(k) := \frac{-G(k)}{H(k)}$$

$$x := -1,-0.99..1$$

$$\text{dd}\eta(x,k) := A(k) \cdot \sum_{n=0}^{11} \text{Beta}(k)_n \cdot \frac{x^{L+2\cdot (n-1)+1}}{L+2\cdot n-1} + \text{dd}\eta_0(k)$$

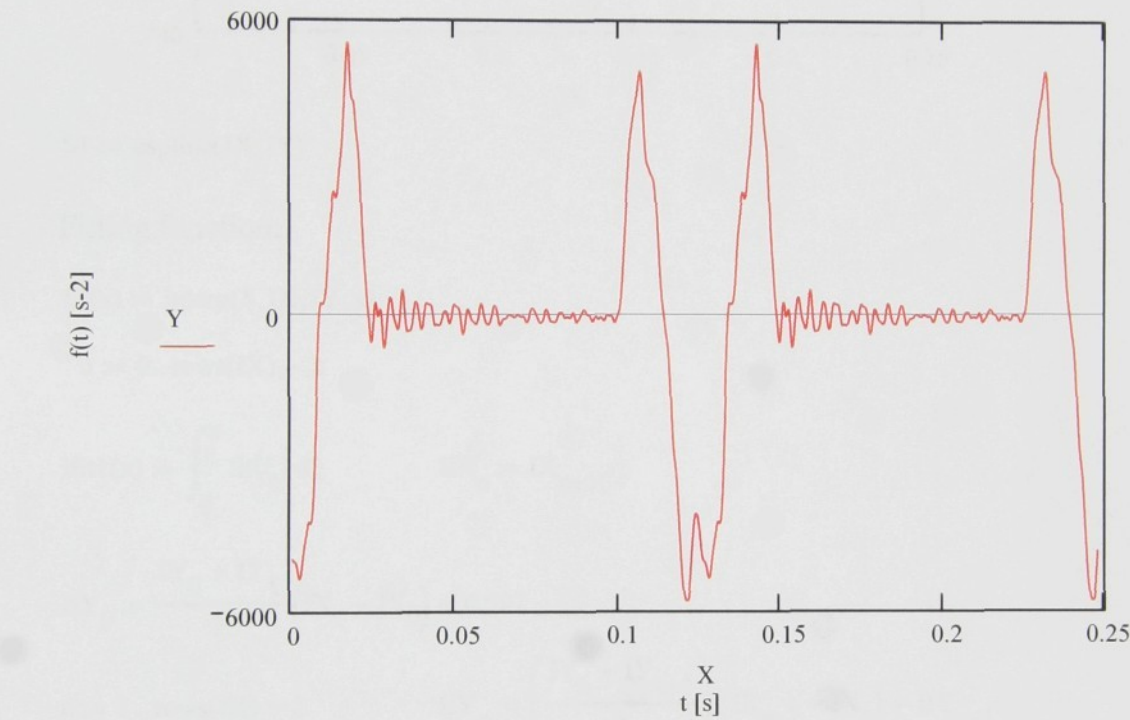


Příloha III

```
data1 :=
    ..\480Lfiltr.da
```

x :

```
Y := data1<1>
X := data1<0>
```



```
S := cspline(X,Y)
```

Fitting function:

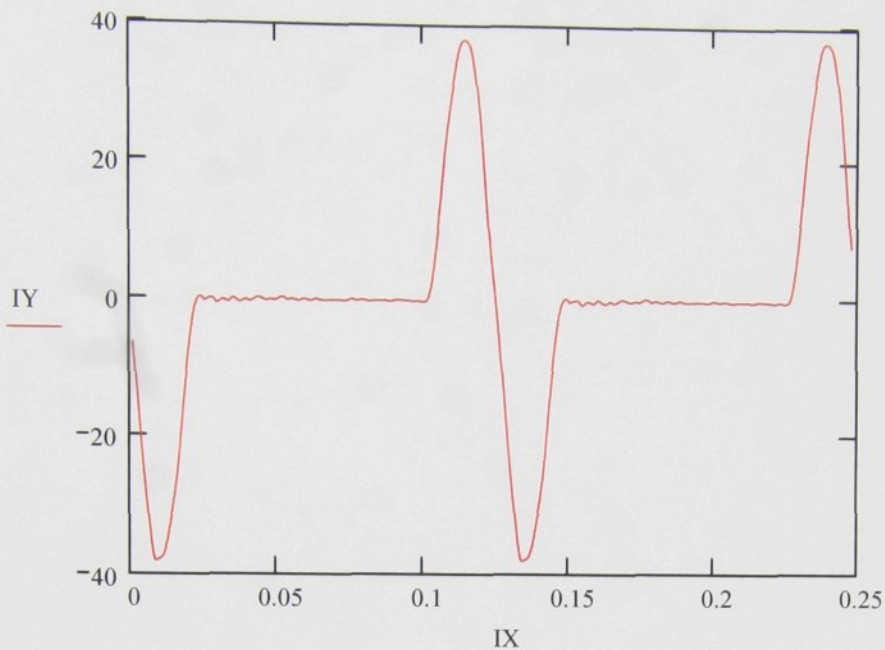
```
fit(x) := interp(S,X,Y,x)
```

```
n := 0..rows(X) - 2
```

$$\text{ifit}(x) := \int_0^x \text{fit}(\xi) \, d\xi \qquad \text{IX}_n := X_{n+1}$$

$$\text{IY}_0 := \frac{Y_0 + Y_1}{2} \cdot (X_1 - X_0) - 6$$

$$n := 1..rows(X) - 2 \qquad \text{IY}_n := \left(\frac{Y_n + Y_{n+1}}{2} \right) \cdot (X_{n+1} - X_n) + \text{IY}_{n-1}$$



$S1 := \text{cspline}(IX, IY)$

Fitting function:

$\text{fit}(x) := \text{interp}(S, IX, IY, x)$

$n := 0.. \text{rows}(IX) - 2$

$$\text{ifit1}(x) := \int_0^x \text{fit}(\xi) d\xi \quad \text{IIX}_n := IX_{n+1}$$

$$\text{IY}_0 := \frac{IY_0 + IY_1}{2} \cdot (IX_1 - IX_0) + 0.507$$

$$n := 1.. \text{rows}(IX) - 2 \quad \text{IY}_n := \left(\frac{IY_n + IY_{n+1}}{2} \right) \cdot (IX_{n+1} - IX_n) + \text{IY}_{n-1}$$