
TECHNICKÁ UNIVERZITA V LIBERCI
Fakulta mechatroniky a mezioborových inženýrských studií

Studijní program: X2612 – Elektrotechnika a informatika
Studijní obor: 1234T567 – Informatika a logistika

Verifikace modelu proudění pro diskretizace se šikmými vrstvami

Bakalářská práce

Autor:	Vít Pavlišta
Vedoucí práce:	Ing. Milan Hokr, Ph.D.
Konzultant:	Ing. Petr Tomek

Prohlášení

Byl(a) jsem seznámen(a) s tím, že na mou bakalářskou práci se plně vztahuje zákon č. 121/2000 o právu autorském, zejména § 60 (školní dílo).

Beru na vědomí, že TUL má právo na uzavření licenční smlouvy o užití mé bakalářské práce a prohlašuji, že **s o u h l a s í m** s případným užitím mé bakalářské práce (prodej, zapůjčení apod.).

Jsem si vědom(a) toho, že užít své bakalářské práce či poskytnout licenci k jejímu využití mohu jen se souhlasem TUL, která má právo ode mne požadovat přiměřený příspěvek na úhradu nákladů, vynaložených univerzitou na vytvoření díla (až do jejich skutečné výše).

Bakalářskou práci jsem vypracoval(a) samostatně s použitím uvedené literatury a na základě konzultací s vedoucím bakalářské práce a konzultantem.

Datum:

Podpis:

Abstrakt

Náplní této bakalářské práce byly výpočty s modelem proudění vody v porézním prostředí za pomoci programu GENFLOW. Program pracuje s přesně strukturovanými vstupními soubory a zpracovává je do výsledného souboru. Všechny tyto soubory jsou zobrazitelné a editovatelné v libovolném textovém editoru. Úkolem práce bylo otestovat dvě verze programu při výpočtech v sítích, které jsou zjednodušeným modelem porézního prostředí. Změnou vnitřní struktury sítě při zachování jejího tvaru by se v ideálním případě neměla přesnost výpočtu změnit, ale deformací sítě docházelo ve výpočtech ke změnám, které jsou popsány v následující práci. Síť jsem deformoval tím způsobem, že jsem zešikmil jednu z podstav krychle, které síť tvoří, a sledoval jsem nárůst chyby s rostoucím sklonem. Vyhodnocení spočívalo v porovnání numerického výsledku, spočteného oběma verzemi programu, a analytického získaného výpočtem ze vzorce. Výsledky jsem vynášel do grafů kde jsem srovnával chyby obou verzí vztažené k přesné hodnotě. Sledovanými veličinami byly tlaky a toky v síti. Oba programy vykazovaly nepřesnosti ve výpočtu, které s rostoucím sklonem rostly.

Abstrakt

The goal of this work was to perform calculations with model of water flow in porous media. I used computer programme GENFLOW to do the calculations. This program supports changing the dimensions and physical characteristics of the media, which is used for calculation. GENFLOW works with input files precisely structured and transfers them into an output file. All these files are viewable and editable in any text editor. I used two versions of this programme (the old Genflow and the new one) and my task was to test them in calculations with different models of porous environment. In ideal case the changes of structure inside the model with the same shape of the model would not have any effect on the rightness of the calculation but it had as you can read in the following work. I deformed the model by sloping the base edge of one cube which the model is made of. I watched the increase of the error with the increasing slope. The evaluation was based on comparing the numerical solution, that I got by using both versions of the programme with analytical solution gained from solving differential equations. I interpreted the results in graphs where I compared the differences of old and new Genflow with the perfect solution. I evaluate the differences of the pressure and the flow in the model.

OBSAH

1.Úvod

1.1 Popis souborů

1.1.1 Vstupní soubory

1.1.2 Výstupní soubor

1.2 Použité programy

2.Testy

2.1 Síť sloup

2.1.1 Struktura sítě sloup

2.1.2 Sklon 0,573° (1%)

2.1.3 Sklon 2,86° (5%)

2.1.4 Sklon 5,7° (10%)

2.1.5 Sklon 11,3° (20%)

2.1.6 Sklon 26,56° (50%)

2.1.7 Sklon 5,7° (10%) - hřeben

2.1.8 Sklon 5,7° (10%) - zešíkmení X/zešíkmení Y

2.1.9 Sklon 5,7° (10%) – zešíkmení uprostřed sloupu

2.1.10 Shrnutí testů se sítí sloup, souhrnné výsledky

2.2 Síť dvojvrstvý kanál

2.2.1 Struktura sítě dvojvrstvý kanál

2.2.2 Sklon 1°

2.2.3 Sklon 11,3°

2.2.4 Sklon 17°

2.2.5 Sklon 38,7°

2.2.6 Shrnutí testů se sítí kanál, souhrnné výsledky

2.3 Srovnání s existujícími pracemi

3.Závěr

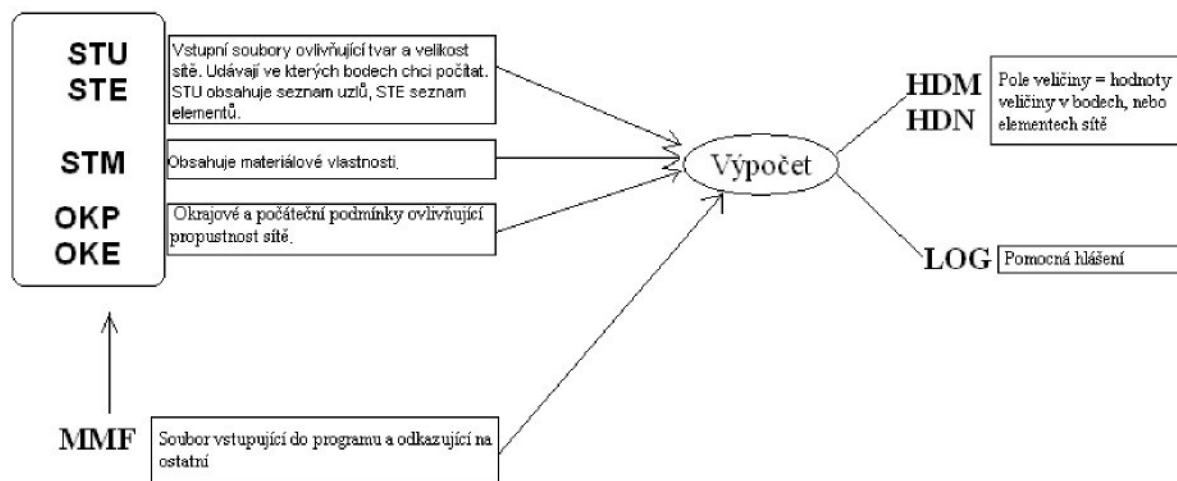
1.Úvod

V této bakalářské práci jsem se zabýval řešením a vyhodnocováním numerických výpočtů proudění kapaliny v porézních prostředích různých vlastností. Tato práce je založena na modelování přírodních jevů. Modelování je vlastně ověření jevů výpočtem. Rozumíme jím výpočet fyzikálních vlastností reálných objektů a probíhajících dějů na základě vhodně zjednodušeného popisu objektů i zkoumaných jevů. Cílem práce bylo otestovat přesnost dvou různých variant výpočetního algoritmu při výpočtech v různých sítích simulujících porézní prostředí. Náplní práce bylo srovnat odchylky starší a novější verze programu od skutečné hodnoty pro různé deformované sítě. V ideálním případě by deformování sítě nemělo mít žádný vliv na přesnost výsledku, ale ve skutečnosti tomu tak není. Podrobný popis rozdílů staré a nové verze programu je možné najít ve zprávě Ing. Pavla Jiráňka z Katedry modelování procesů(KMO). KMO se kromě jiných činností zabývá modelováním šíření odpadních látek v podzemních vodách. Právě v těchto výpočtech může být nápomocný používaný program Genflow.

1.1 Popis souborů

Numerické výpočty jsou prováděny pomocí programu GENFLOW, který počítá úlohy proudění vody v porézním prostředí a zpracovává vstupní data do výstupního souboru. Hlavní vstupní soubory jsou čtyři a s jejich pomocí měníme rozměry a vlastnosti oblastí, ve které provádíme výpočet. Soubory jsou editovatelné v textovém editoru a obsahují číselné hodnoty seřazené do daného formátu. Struktura výpočtu je znázorněna na obrázku č.1.

• Struktura výpočtu:



obr. č.1 – Struktura výpočtu

Poznámka: Označení souborů (STU, STE, STM...) jsou koncovkami textových souborů obsahující hodnoty určující charakter sítě.

Pomocí těchto souborů lze vytvořit různé sítě, kterými je možné simulovat konkrétní prostředí. Síť se skládá z trojbokých hranolů, jejichž dvojice tvoří krychle z nichž je síť složena (viz. Obr.2). Více krychlí na sobě tvoří vrstvy. Síť nemusí být složena pouze

z pravidelných krychlí. Elementy lze tvarovat upravováním jejich souřadnic a rozměrů. Návod jak lze elementy upravovat následuje v kapitole vstupní soubory.

1.1.1 Vstupní soubory

STU = Definice uzlů sítě

Soubor obsahuje definici jednotlivých uzlů. Soubor může být libovolně tříděn. Pro identifikaci uzlu je podstatné pouze jeho označení. V souboru nesmí být dva uzly se stejným označením. Každý řádek obsahuje tyto hodnoty:

OZNAC X Y povrch idolní ihorní vysky

- **OZNAC** je číselné označení uzlu. Označení uzlu může být libovolné celé kladné číslo menší než 16000.
- **X Y** jsou souřadnice uzlu.
- **povrch** je výška terénu v uzlu.
- **idolní ihorní** jsou indexy horní a dolní vrstvy místě tohoto uzlu. Tato čísla jsou nastavována systémem a jsou odvozena od zadaných krajní vrstev v elementech, které obsahují uzel. V souboru jsou pouze pro informaci uživatele při případné ruční editaci souboru.
- **vysky** je seznam výšek poduzlů zadávaného multiuzlu. Výšky jsou v souboru uvedeny od poduzlu číslo 0. (dolní uzel). Hodnoty výšek nesmí klesat. Pokud počet výšek v souboru neodpovídá zadanému počtu vrstev jsou nadbytečné hodnoty ignorovány a chybějící hodnoty jsou doplněny nejvyšší načtenou hodnotou.

Ukázka struktury souboru STU je v tabulce č.1.

STE = Definice elementů sítě

Soubor obsahuje základní definici elementu. Proti současné verzi je pro seznam uzlů elementu použito označení uzlu. Tato změna zjednoduší orientaci v datovém souboru. Soubor může být libovolně tříděn. Pro tvar svislé sítě jsou rozhodující čísla dolní a horní vrstvy. Číselné hodnoty na řádku udávají:

OZNAC uzel0 uzel1 uzel2 idolní ihorní koef0 koef1 ...

- **OZNAC** je číselné označení elementu. Označení elementu může být libovolné celé kladné číslo menší než 16000. Označení uzlů se nesmí opakovat.
- **uzel0 uzel1 uzel2** označení uzlů elementu. Uzly jsou vrcholy trojúhelníka.
- **idolní ihorní** jsou čísla krajních vrstev v tomto elementu.
- **koef0 koef1** koeficienty příslušné multielementu.

Ukázka struktury souboru STE je v tabulce č.2.

STM = materiálové koeficienty

Soubor obsahuje seznam materiálů a materiálové konstanty modelovaného prostředí. Přiřazení k elementům bude provedeno pomocí čísel označení elementu a čísla vrstvy. Vrstvy jsou číslovány zdola od nuly. V souboru budou pouze hodnoty definovaných vrstev elementů.

Soubor může být libovolně tříděn. Každému podelementu přísluší jeden řádek s touto strukturou:

OZNAC **cislo_vrstvy** **cislo_mat** **k0** **k1** ...

- **OZNAC** je označení elementu, pro který jsou hodnoty zadávány.
- **cislo_vrstvy** číslo vrstvy, kterou tato věta popisuje.
- **cislo_mat** číslo materiálu v této vrstvě (odkaz do tabulky v MMF pro dvojí porozitu).
- **kx ky kz** koeficienty příslušné podelementu ve vrstvě.

Ukázka struktury souboru STM je v tabulce č.3.

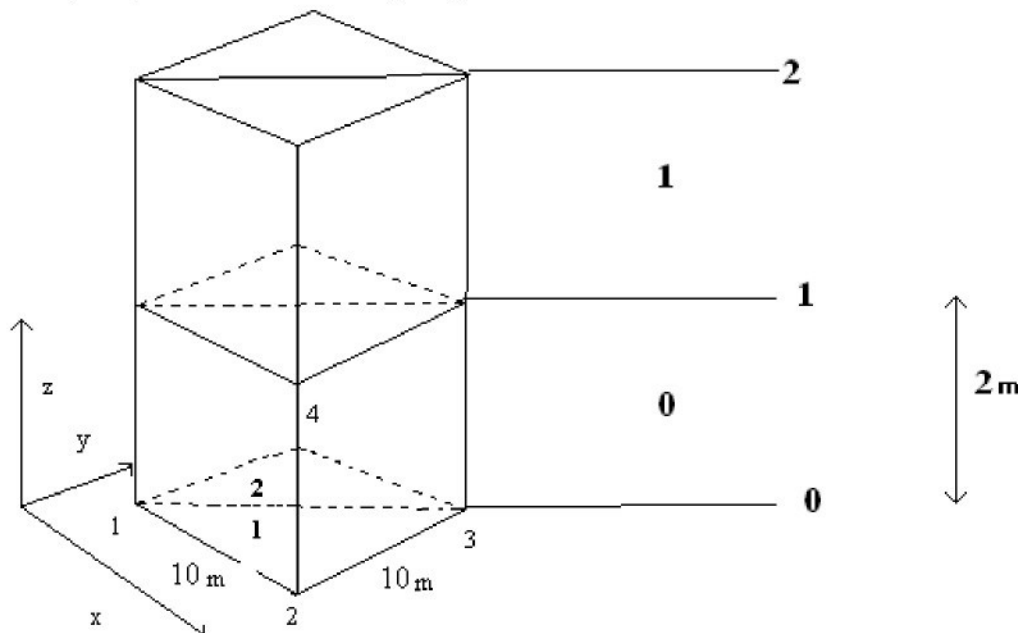
OKE = okrajové podmínky

Dávají možnost nastavit hodnoty veličin v krajních elementech sítě. Ukázkový řádek souboru:

TYP_OKE **VODA** **OZNACENI** **STENA** **IVRST_D** **IVRST_H** **HODNOTA** **KOEF.**

- **TYP_OKE**
- **VODA** je typ vody
- **OZNACENI** odpovídá označení elementu v STE
- **STENA** je číslo stěny
- **IVRST** začáteční a koncová vrstva odpovídá značení v STE
- **HODNOTA** je hodnota tlaku/toku (podle typu okrajových podmínek)

Tabulky č.1, č.2 a č.3 demonstrují zapsání elementů z obrázku č.2 do souborů.



obr. č.2 – tvar elementů a ukázka číslování sítě

označení	souřadnice		povrch	krajní výšky		seznam výšek		
1	0	0	5	0	2	0	2	4
2	10	0	5	0	2	0	2	4
3	10	10	5	0	2	0	2	4
4	0	10	5	0	2	0	2	4

Tabulka č.1 - STU (uzly průmět)

označení	uzly			krajní vrstvy el.		koeficienty
1	1	2	3	0	1	1
2	1	3	4	0	1	1

Tabulka č.2 - STE (elementy průmět)

označení	číslo vrstvy	číslo mat.	koeficienty					
1	0	0	1	1	1	0.1	0.2	0
1	1	1	1	1	1	0.1	0.2	0
2	0	0	1	1	1	0.1	0.2	0
2	1	1	1	1	1	0.1	0.2	0

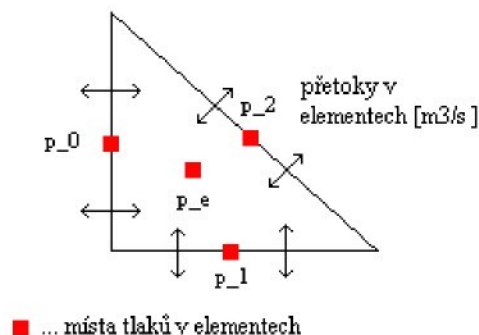
Tabulka č.3 - STM (elementy 3D)

1.1.2 Výstupní soubor

Hlavním výstupem programu je soubor *.hdm, který je opět zobrazitelný v libovolném textovém editoru a je strukturován podle tabulky číslo 4. Ze souboru můžeme vyčíst tlaky a toky elementem a jeho stěnami. První dvě čísla odpovídají označení elementu ve vstupním souboru STM (udávají číslo a vrstvu elementu). Další 2 hodnoty jsou H^e a p^e udávající piezometrickou výšku a tlak ve středu elementu. Následují tlaky na stěnách elementu. Tlaky p_5 a p_4 jsou tlaky na horní a dolní podstavě elementu. Tlaky p_0 , p_1 a p_2 jsou tlaky na bočních stěnách. Ve stejném pořadí jsou i toky stěnami. Na obrázku č.3 jsou znázorněna místa tlaků a toků v elementu Q_x .

Značení		H^e	p^e	p_5	p_4	p_0	p_1	p_2	Q_5	Q_4	Q_0	Q_1	Q_2
0	0	103.3	78.3	103.3	53.3	79.9	79.9	75	0	0	2.49E-13	-9950	9950
1	0	108.2	83.2	108.2	58.2	84.9	83.3	79.9	5.33E-14	-1.33E-19	-9900	1.85E-12	9950
2	0	114.8	89.8	114.8	64.8	93.2	89.8	84.9	-3.55E-14	-7.11E-14	-4.05E-12	-9850	9900
3	0	118.1	93.1	118.1	68.1	94.7	93.2	89.8	1.07E-13	1.07E-13	-9800	2.02E-12	9850

Tabulka č.4 – Výstupní soubor HDM



obr. č.3 – tlaky a toky v elementu

1.2 Použité programy

Program Genflow, který byl pro výpočty použit, modeluje průtok kapaliny porézním prostředím a umožňuje spouštět výpočet s různými parametry sítě a vlastnostmi kapaliny. Umožňuje tak nasimulovat reálnou situaci, jak se bude šířit kapalina porézním prostředím.

K výpočtům jsem používal starou a novou verzi programu Genflow, které se od sebe liší výpočetním algoritmem. Program vychází z řešení diferenciálních rovnic. Pro řešení fyzikálních úloh proudění kapaliny v porézním prostředí se využívá **rovnice potenciálového pole**. Využívá se také pro řešení úloh vedení tepla, elektrického proudu, elektrostatiky, nebo difúze. Potenciálové proudění je popsáno systémem parciálních diferenciálních rovnic :

$$K \cdot \nabla p = \vec{u} \quad \nabla \cdot \vec{u} = q$$

kde u (vektor) je rychlost proudění, p (skalár) tlak, K (skalár) tenzor propustnosti a q (skalár) hustota zdrojů. Více v publikaci [3].

2. Testy

2.1 Síť sloup

2.1.1 Struktura sítě sloup

Síť sloup (obr. 4) je složena z deseti krychlí o hraně 50 jednotek. Každá z krychlí je ještě navíc složena ze dvou elementů (tříbokých hranolů). Okrajová podmínka na horní podstavě horního elementu byla nastavena na $p = 500$ jednotek. Na dolní podstavě dolního elementu $p = 100$ jednotek.

Úkolem bylo provést výpočty se sítí s deformovanými elementy (konkrétně se jednalo o zešíkmení podstavy jednoho elementu) a srovnat výsledky staré a nové verze programu Genflow. Zešíkmení podstavy elementu jsem zvyšoval a sledoval nárůst odchylky programů od vzorcem vypočtené hodnoty.

Základní úlohou byla síť s deformací v 1. vrstvě (obr. 4), dále jsem pro srovnání použil síť s deformací uprostřed (obr. 5). Jednou z možností dosažení deformace bylo snížení souřadnic z dvou ze čtyř uzlů, které tvoří podstavu elementu. Tuto deformaci jsem prováděl nejprve snížením uzlů 1 a 3 (viz. Obr.č.6). Tím jsem dosáhl snížení jedné z hran podstavného čtverce.

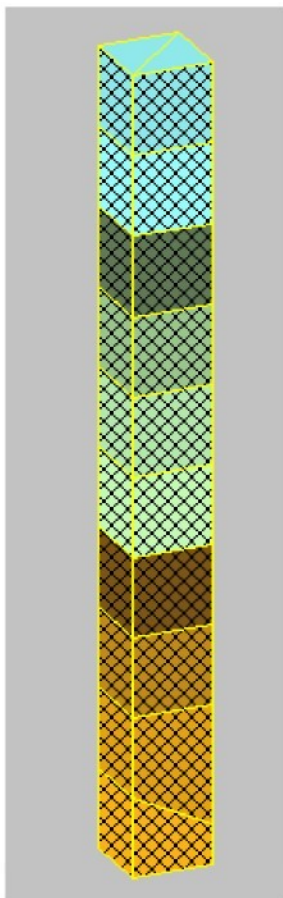
Jiného typu deformace jsem dosáhl snížením uzlů 0 a 3. Takto deformovanou síť jsem si nazval síť typu hřeben. Vyhodnocované zešíkmení jsem volil v procentech (snížení souřadnice z /výška elementu) a postupně jsem jej zvyšoval z 1% až na 50%. Pro lepší srovnání s existujícími pracemi jsem převedl procento zešíkmení na úhel sklonu (1%=0,573°, 5%=2,86°, 10%=5,7°, 20%=11,3°, 50%=26,56°). Pro zešíkmení 10% jsem provedl srovnávací výpočet se sítí skosenou v prostředním elementu (obr. 5). Hodnoty získané z programu jsem porovnával s přesnými hodnotami vypočtenými vzorcem:

$$v = K * \frac{p_1 - p_2}{L}$$

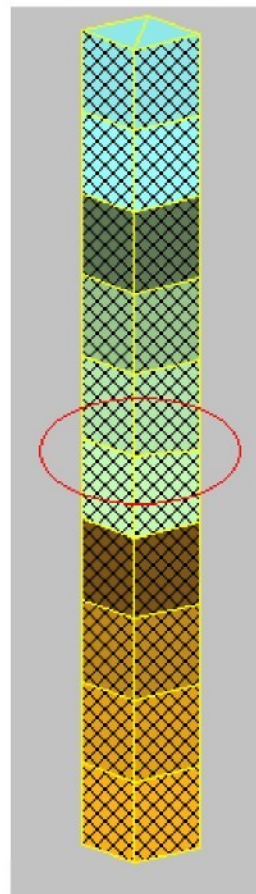
v ... rychlost proudění kapaliny v m/s, zjistitelná v HDM z průtoku stěnou
 K ... koeficient průtoku v m/s, rozlišujeme K_x , K_y a K_z podle směru toku, zadáváme v STM
 p_1 a p_2 ... tlaky na okrajích sítě (v krajních elementech), zadávány v OKE
 L ... délka sítě v metrech, zadáváme v STU

Tlak p závislý na této souřadnici z podle vzorce byl konkrétně $p(z) = -z * 400/500 + 500$. Program Genflow počítá hodnoty tlaku (toku) jen v určitých bodech sítě, proto jsem musel dopočítat souřadnici z ve skoseném elementu, abych získal ze vzorce hodnotu porovnatelnou s výstupní hodnotou z programu. Vyhodnocení odchylek spočívalo ve srovnání hodnot vypočtených oběma verzemi programů s přesnou hodnotou získanou vzorcem. Další sledovanou veličinou byl tok stěnou sítě. Toky v jednotlivých krychlich sloupu mají být stejné. Pro tok v každém elementu platí vzorec $Q = v * S$. Proto jsem sečetl toky v elementech tvořících krychli, porovnal s vypočtenou hodnotou a vyhodnotil průměrnou odchylku.

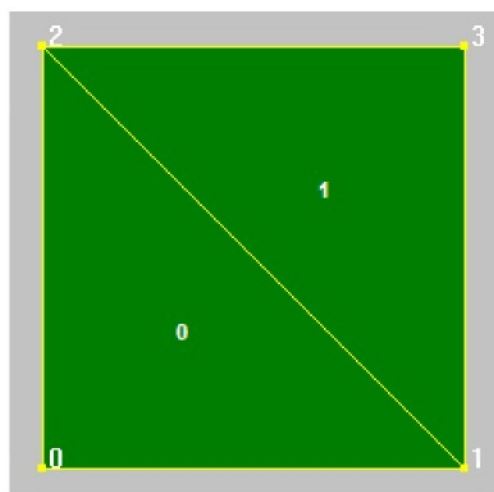
Výpočty jsem nejprve prováděl se sníženou výškou nultého a prvního uzlu v 1. vrstvě sloupu. Označení uzlů je znázorněno na obrázku č. 6. Dále v úloze 2.1.8 jsem porovnával zešíkmení ve směru osy Y se zešíkmením ve směru osy X . Zešíkmení ve směru osy X jsem dosáhl snížením výšky uzlů 1 a 3. V síti hřeben jsem snížil protější rohy čtverce (uzly 0 a 3).



obr. č.4 - Síť sloup se skosením v 1.vrstvě



obr. č.5- Síť sloup se skosením v 5.vrstvě

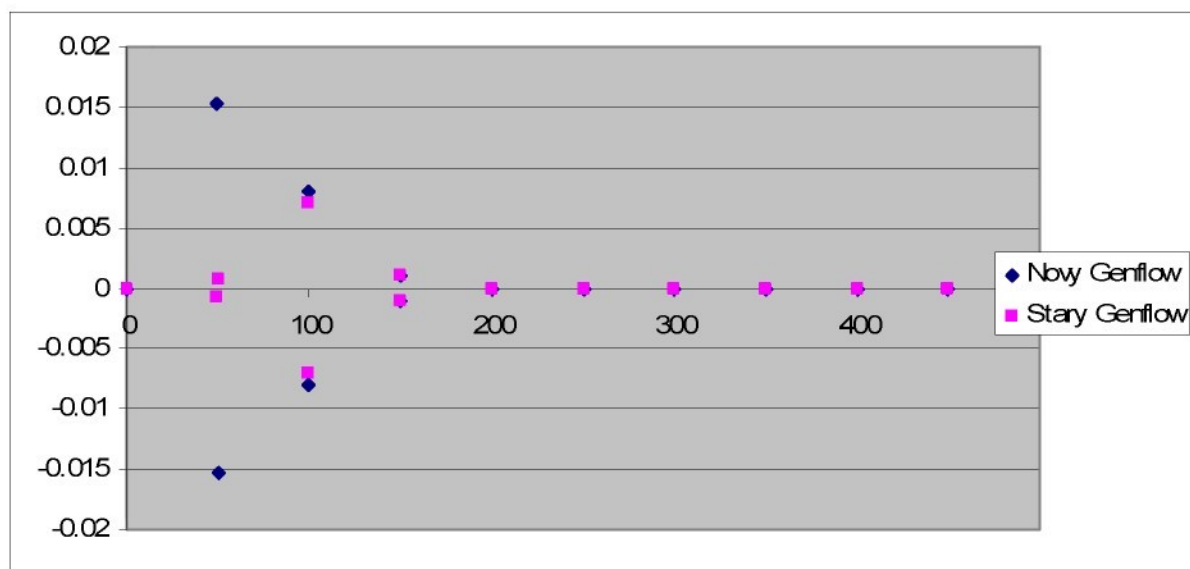


obr. č.6 – Označení elementů a uzlů v síti sloup

2.1.2 Sklon 0,573°

Pro sklon 10% jsem snížil výšku uzlu 0 a 1 z 50ti jednotek na 49,5. Poté jsem provedl výpočty se starou a novou verzí programu Genflow a výsledný soubor HDM vyhodnotil

v následujícím grafu (obr.č.7). V grafu jsem porovnával hodnoty tlaku vypočtené programem s přesnými hodnotami tlaku v daném bodě. Na ose x je vynesena souřadnice z sloupce a na ose y je vypočtená relativní odchylka.



obr. č.7 - Graf závislosti tlaku na souřadnici z

Z grafu můžeme vyčíst, že nová verze programu Genflow se nejvíce odlišuje od přesné hodnoty tlaku ve skoseném elementu, zatímco stará verze až v elementu následujícím. V místě, kde stará verze programu vykazala největší chybu ($z = 100j$), je chyba nové verze programu stále větší.

Srovnání toků staré a nové verze programu v tabulkách.

První dva sloupce tabulky obsahují toky dvěma elementy tvořícími jednu krychli. Třetí sloupec je pak jejich součet a čtvrtý skutečná hodnota toku krychle (zůstává konstantní). V pátém sloupci je odchylka (rozdíl vypočtené a skutečné hodnoty/skutečná hodnota). Stejný postup jsem použil i u dalších sklonů. Tabulka č. 5 je tabulkou toků získaných výpočtem s novou verzí programu Genflow, tabulka č.6 je výsledkem výpočtu starou verzí programu.

Element 1	Element 2	Součet	Numericky	Odchylka
250.706	249.295	500.001	500	2.00E-06
250.027	249.974	500.001	500	2.00E-06
249.644	250.356	500	500	0
249.974	250.025	499.999	500	-2.00E-06
249.998	250.002	500	500	0
249.999	250	499.999	500	-2.00E-06
249.999	249.999	499.998	500	-4.00E-06
250	249.999	499.999	500	-2.00E-06
250.001	250	500.001	500	2.00E-06
250.001	250.001	500.002	500	4.00E-06
			průměr	0

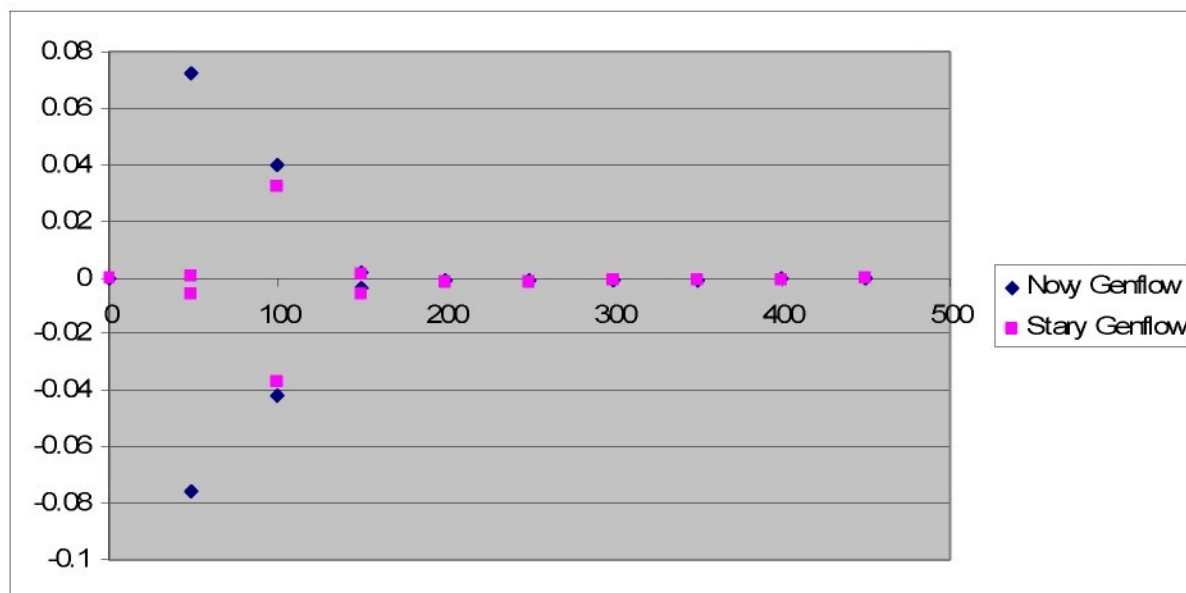
Tabulka č.5

Element 1	Element 2	Součet	Numericky	Odchylka
249.155	250.846	500.001	500	2.00E-06
250.795	249.207	500.002	500	4.00E-06
249.583	250.419	500.002	500	4.00E-06
250.043	249.958	500.001	500	2.00E-06
249.996	250.005	500.001	500	2.00E-06
250.001	250	500.001	500	2.00E-06
250.001	250.001	500.002	500	4.00E-06
250.001	250.001	500.002	500	4.00E-06
250.001	250.001	500.002	500	4.00E-06
250.001	250.001	500.002	500	4.00E-06
250.001	250.001	500.002	500	4.00E-06
			průměr	3.20E-06

Tabulka č.6

2.1.3 Sklon 2,86°

Rozměry sítě zůstaly zachovány až na výšku snížených uzlů, která v tomto případě byla 47,5 místo neskosených padesáti. V grafu jsem opět vyhodnotil rozdíly skutečné a vypočtené hodnoty tlaku. Výsledek je v obr. č.8.



obr. č.8 - Graf závislosti tlaku na souřadnici z

Průběh grafu je podobný jako u grafu na obrázku č.7. Rozdílem je větší chyba. Z testu opět vyšla lépe starší verze programu, která vykazuje nižší chybu. V místě zešíkmení stará verze počítá téměř korektně.

Srovnání toků staré a nové verze programu v tabulkách.

Srovnání toků pro další sklony budu provádět uvedením pouze průměrné hodnoty tlaku, která má nejvyšší vypovídající hodnotu. Tabulka č. 7 obsahuje hodnoty toků v elementech pro sklon 2,86 ° (5%) spočtených novou verzí programu. Tabulka č.8 obsahuje hodnoty získané výpočtem s verzí starou.

Element 1	Element 2	Součet	Numericky	Odchylka
253.667	246.342	500.009	500	1.80E-05
250.166	249.844	500.01	500	2.00E-05
248.226	251.783	500.009	500	1.80E-05
249.877	250.132	500.009	500	1.80E-05
249.995	250.014	500.009	500	1.80E-05
250.003	250.005	500.008	500	1.60E-05
250.0003	250.003	500.006	500	1.20E-05
250.004	250.004	500.008	500	1.60E-05
250.005	250.005	500.01	500	2.00E-05
250.006	250.006	500.012	500	2.40E-05
			průměr	1.80E-05

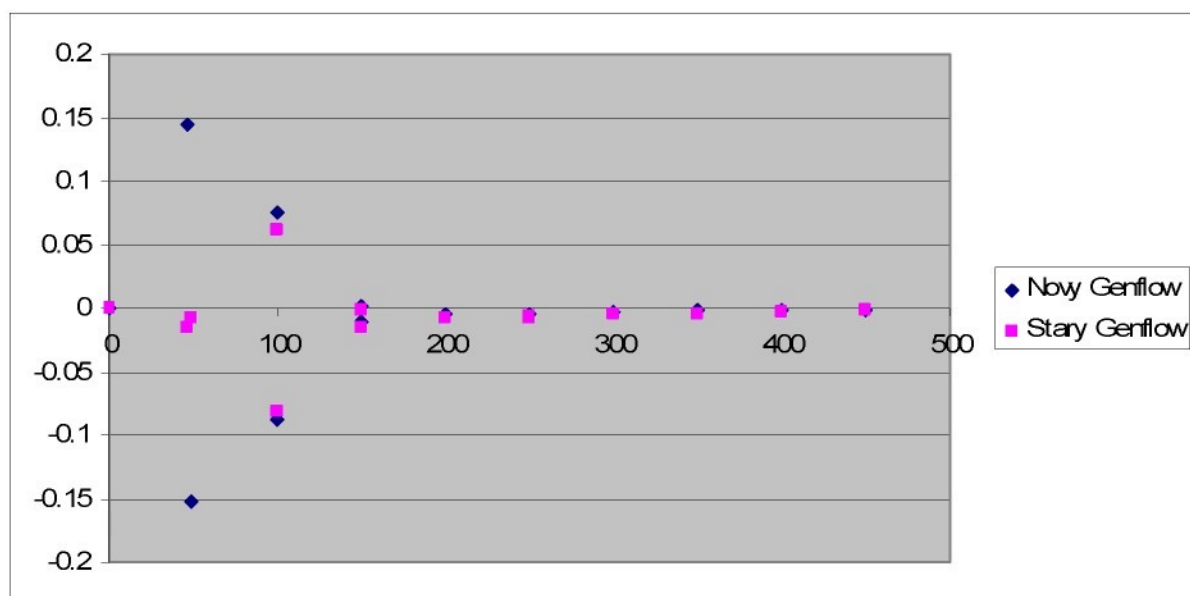
Tabulka č.7

Element 1	Element 2	Součet	Numericky	Odchylka
245.9	254.117	500.017	500	3.40E-05
253.988	246.029	500.017	500	3.40E-05
247.867	252.149	500.016	500	3.20E-05
250.225	249.792	500.017	500	3.40E-05
249.986	250.03	500.016	500	3.20E-05
250.01	250.006	500.016	500	3.20E-05
250.008	250.009	500.017	500	3.40E-05
250.008	250.008	500.016	500	3.20E-05
250.008	250.008	500.016	500	3.20E-05
250.008	250.008	500.016	500	3.20E-05
			průměr	3.28E-05

Tabulka č.8

2.1.4 Sklon 5,7°

Opět jsem použil stejnou síť jen se změnila výška nultého a prvního uzlu v 1. vrstvě sítě na 45, což odpovídá snížení o 10% z výšky vrstvy. Výsledek na obr. č.9.



obr. č.9 - Graf závislosti tlaku na souřadnici z

Při tomto zešíkmení elementu jsem dosáhl podobného výsledku jako u sklonu $2,86^\circ$ jen s tím rozdílem, že chyba se přibližně 2x zvětšila. Dále je zde patrnější chyba i v dalších vrstvách sloupu na rozdíl od předchozích grafů, kde byla chyba od výšky $z = 200$ j zanedbatelná.

Srovnání průměrných odchylek toků staré a nové verze programu.

Nová verze Genflow

průměr	7.24E-05
--------	----------

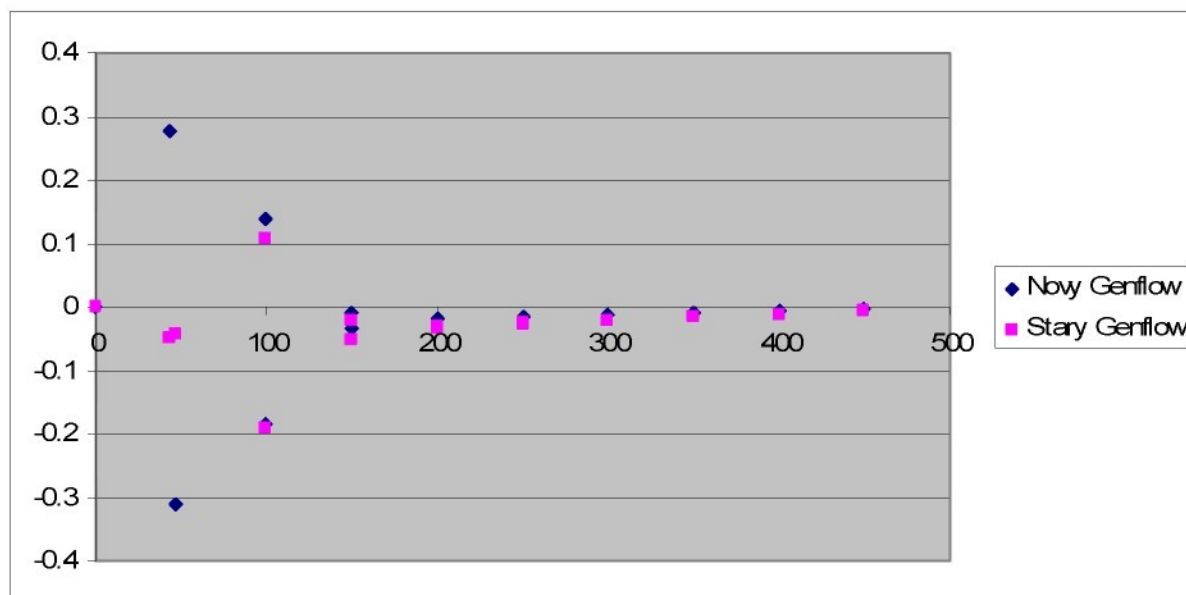
Stará verze Genflow

průměr	0.000131
--------	----------

Průměrná odchylka toků od přesné hodnoty roste stejně jako je tomu u tlaku. Na rozdíl od úlohy s tlaky zde vychází nová verze programu přesněji.

2.1.5 Sklon $11,3^\circ$

U tohoto sklonu byly sníženy odpovídající uzly na 40 jednotek. Tímto bylo dosaženo skosení elementu o 20%. Výsledek na obr. č.10.



obr. č.10 - Graf závislosti tlaku na souřadnici z

Z grafu je patrné opět podobné rozložení chyby jako u menších sklonu, ale chyba se zdvojnásobila oproti sklonu $5,7^\circ$. Chyby v dalších vrstvách sloupu jsou opět výraznější.

Srovnání průměrných odchylek toků staré a nové verze programu.

Nová verze Genflow

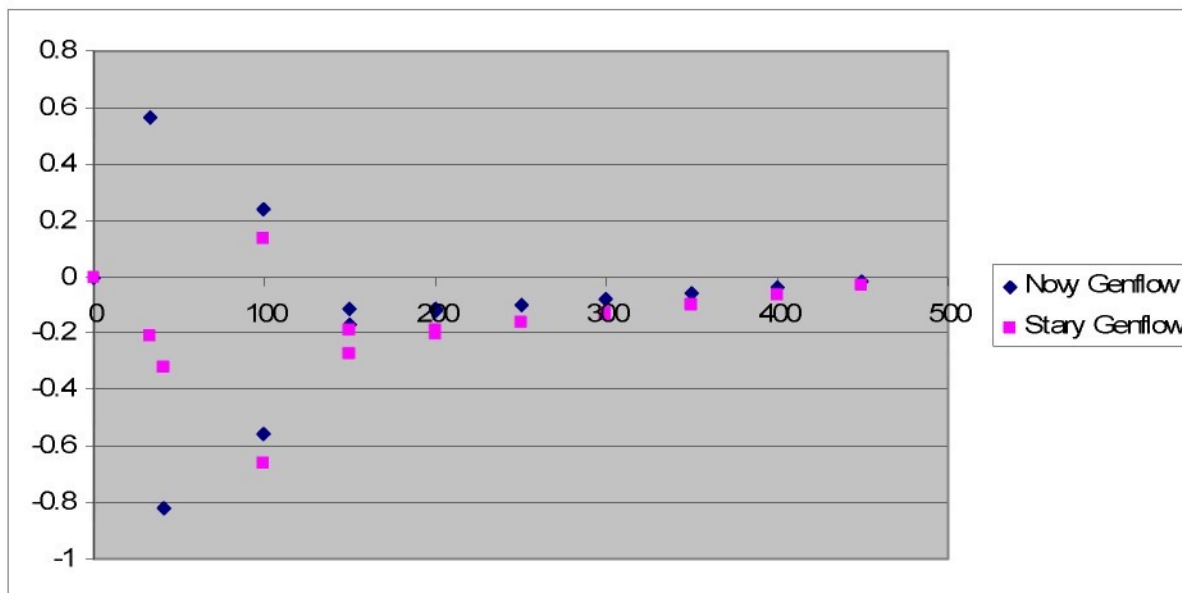
průměr	0.000298
--------	----------

Stará verze Genflow

průměr	0.000532
--------	----------

2.1.6 Sklon 26,56°

Sklon 26,56° odpovídá skosení elementu o 50%. U dvou ze čtyř uzlů jsem snížil výšku na 25 jednotek. Výsledek na obr. č.11.



obr. č.11 - Graf závislosti tlaku na souřadnici z

Opět došlo ke zdvojnásobení chyby ve skoseném elementu oproti sklonu 11.3°. V grafu číslo 6 je navíc chyba rozložena v celém sloupu.

Srovnání průměrných odchylek toků staré a nové verze programu.

Nová verze Genflow

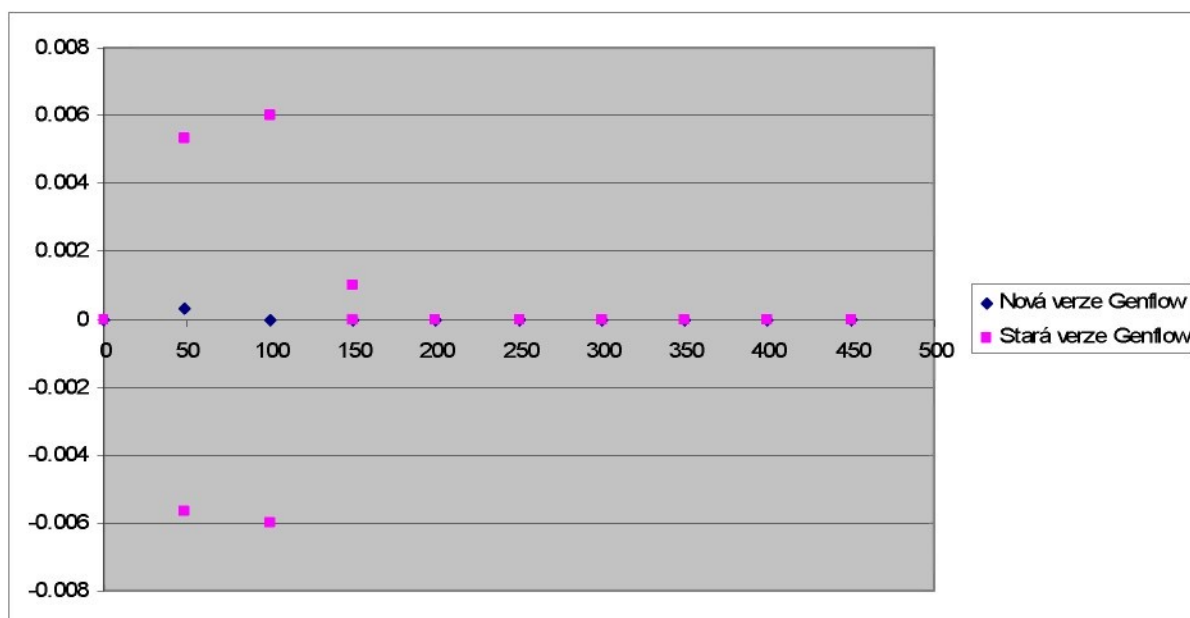
průměr	7.24E-05
--------	----------

Stará verze Genflow

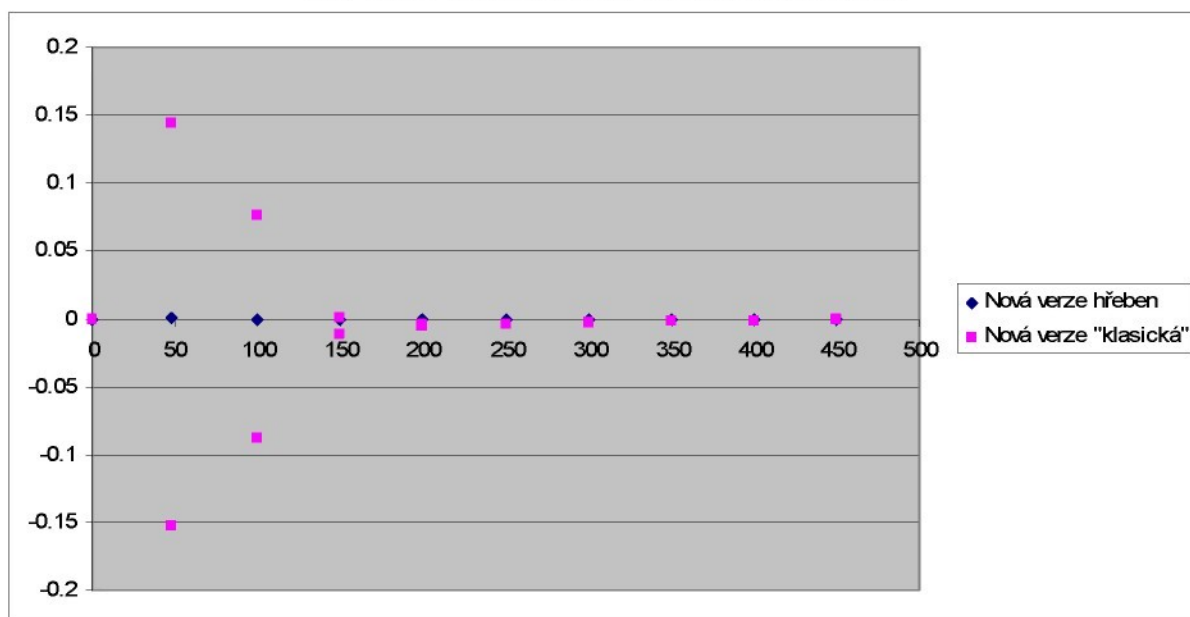
průměr	0.000131
--------	----------

2.1.7 Sklon 5, 7° (10%) – hřeben

Síť typu hřeben jsem získal snížením uzlů 1 a 2 (viz obr.3) v první vrstvě sloupu. Dále bylo nutné přepočítat piezometrické výšky ve skosených elementech. Kromě těchto rozdílů bylo vyhodnocení úlohy shodné s předešlými příklady. Výsledek na obr. č.12. Na obr. č.13 je porovnání výpočtu nové verze programu se sítí typu hřeben a se sítí klasického sešikmení.



obr. č.12 - Graf závislosti tlaku na souřadnici z

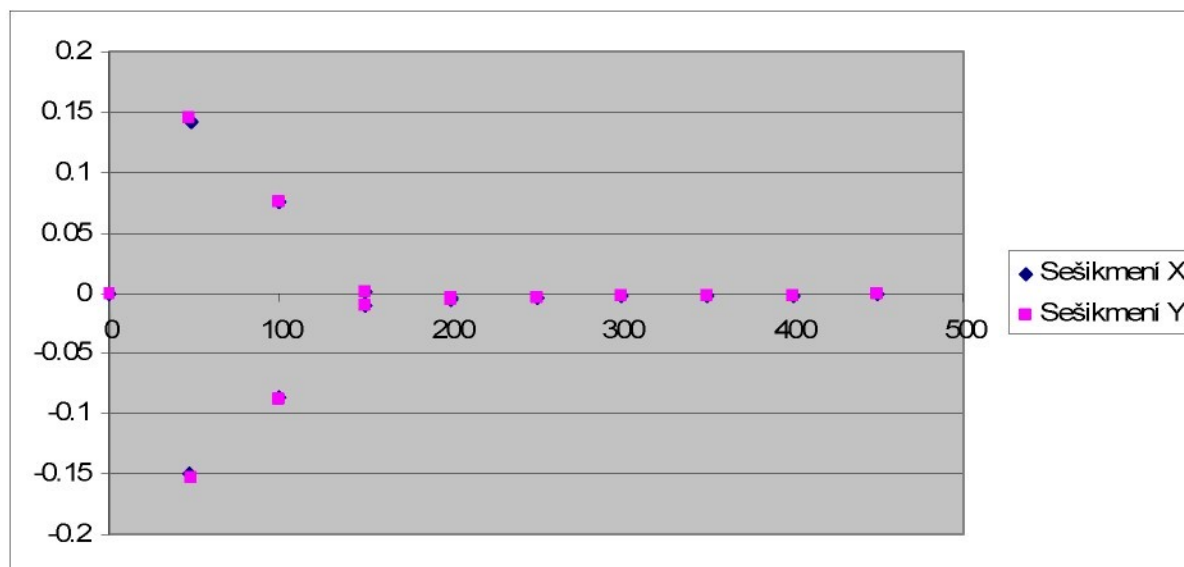


obr. č.13 - Graf závislosti tlaku na souřadnici z

Deformované elementy se nacházejí ve výšce $z = 50$ jednotek. Největší chyba staré verze programu je však ve výšce $z = 100$ jednotek, kde už je normální, nedeformovaný element. Chyba je u staré verze programu patrná i v další vrstvě sloupu. Nová verze programu vykazuje chybu jen v deformované části. Na rozdíl od předchozích příkladů (se sníženou jednou hranou podstavu krychle) vychází v případě hřebenu nová verze programu výrazně přesněji. Stará verze programu opět vykazuje největší odchylku od přesné hodnoty v následující vrstvě nad skoseným elementem a nová v místě skosení. Tento trend se projevil u všech úloh se sítí sloup.

2.1.8 Sklon 5,7° (10%) - zešíkmení X/zešíkmení Y

Zešíkmení Y bylo standardní u všech předchozích příkladů (kromě hřebenu). Pro porovnání jsem skosil element i do směru X o 10% (uzly 1 a 3). Úlohu jsem testoval pouze s novou verzí programu pro porovnání jestli bude mít vliv směr skosení na přesnost. Výsledek na obr. č.14.

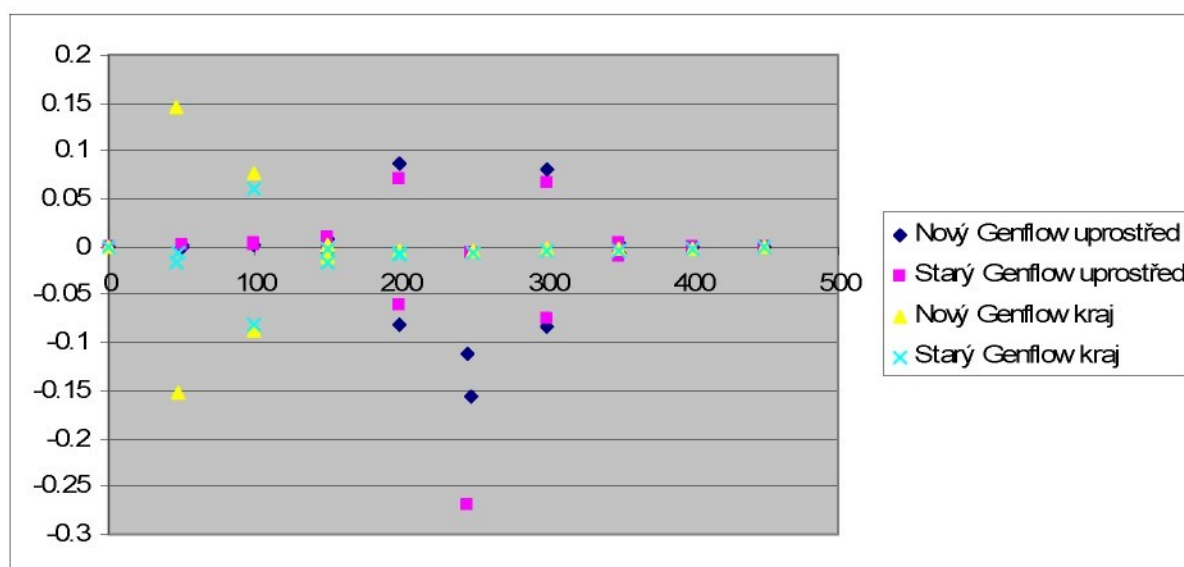


obr. č.14 - Graf závislosti chyby na souřadnici z

Z grafu je patrné, že rozdíl výsledků je minimální. Rozdíly ve výsledcích obou skosení jsou na úrovni strojové přesnosti.

2.1.9 Sklon 5, 7° (10%) – zešíkmení uprostřed sloupu

Skosení elementu v první vrstvě má jinou vypovídací hodnotu než skosení elementu uprostřed sloupu. Pro srovnání jsem provedl výpočet i se sloupem se skoseným elementem uprostřed sloupu. Výsledek na obr. č.15.



obr. č.15 - Graf závislosti chyby na souřadnici z

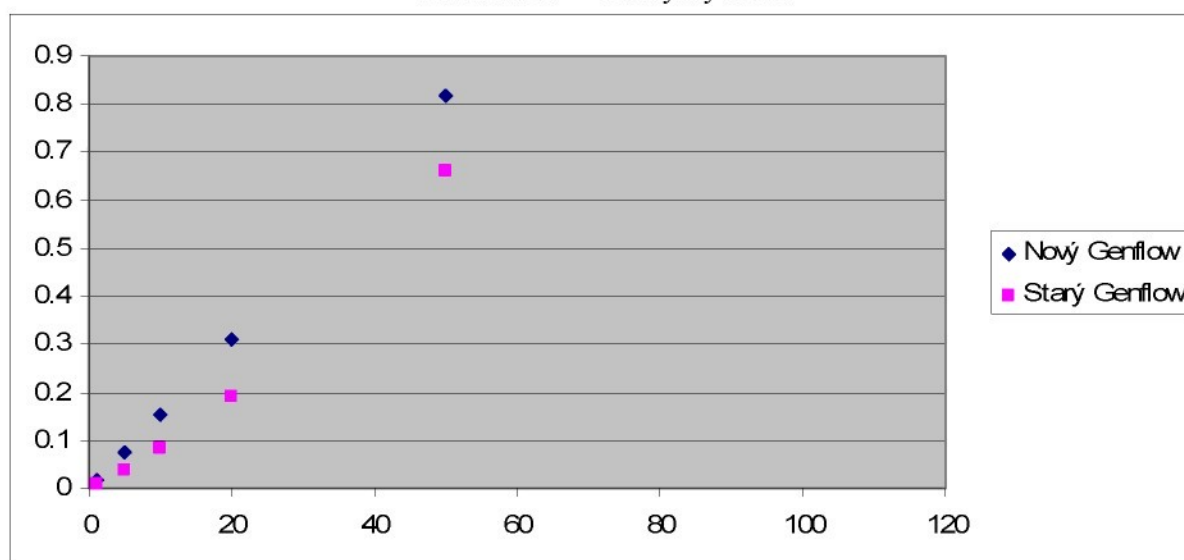
Nová verze programu Genflow v tomto případě vykazala chybu srovnatelnou s chybou v síti sloup skosené na kraji. Stará verze se zde liší podstatně více. Z grafu je patrné, že maximální chyba spočtená starou verzí programu Genflow uprostřed skosené sítě, je téměř trojnásobná oproti maximální chybě v síti skosené na kraji.

2.1.10 Shrnutí testů se sítí sloup, souhrnné výsledky

Porovnání maximálních odchylek tlaků mezi elementy pro skosení 0-50% v tabulce č.9. Z tabulky je patrné, že chyba roste úměrně se sešikmením. Znázornění závislosti maximálních odchylek tlaku na sklonu v grafu na obr. č.16. Porovnání průměrných odchylek toků pro různá skosení v tabulce č.10. Znázornění závislosti průměrných odchylek toku na sklonu v grafu na obr. č.17.

	Nový Genflow	Starý Genflow
1%	0.015334	0.007
5%	0.07567	0.037
10%	0.15233	0.082
20%	0.31072	0.191
50%	0.81872	0.661

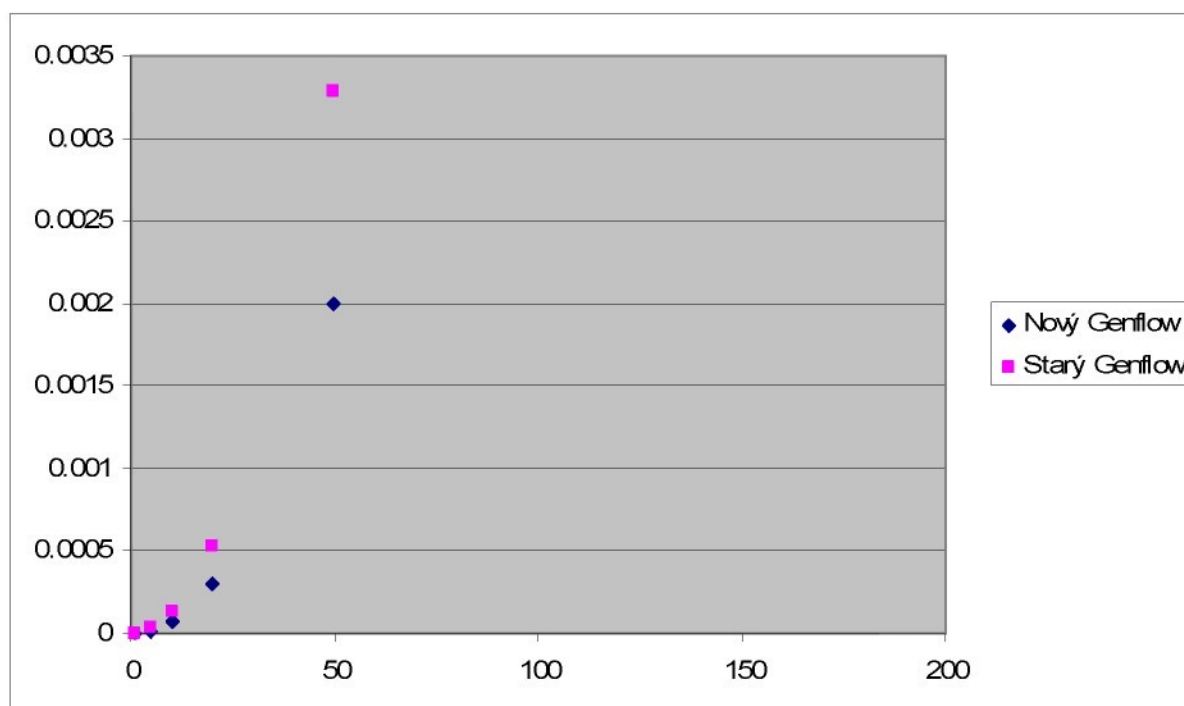
Tabulka č.9 – odchylky tlaků



obr. č.16 - Graf závislosti maximální chyby na sklonu

	Nový Genflow	Starý Genflow
1%	0	3.2E-06
5%	0.000018	3.28E-05
10%	0.0000724	0.000131
20%	0.0003	0.000532
50%	0.00199	0.003288

Tabulka č.10 – odchylky toků



obr. č.17 - Graf závislosti průměrné odchylky toků na sklonu

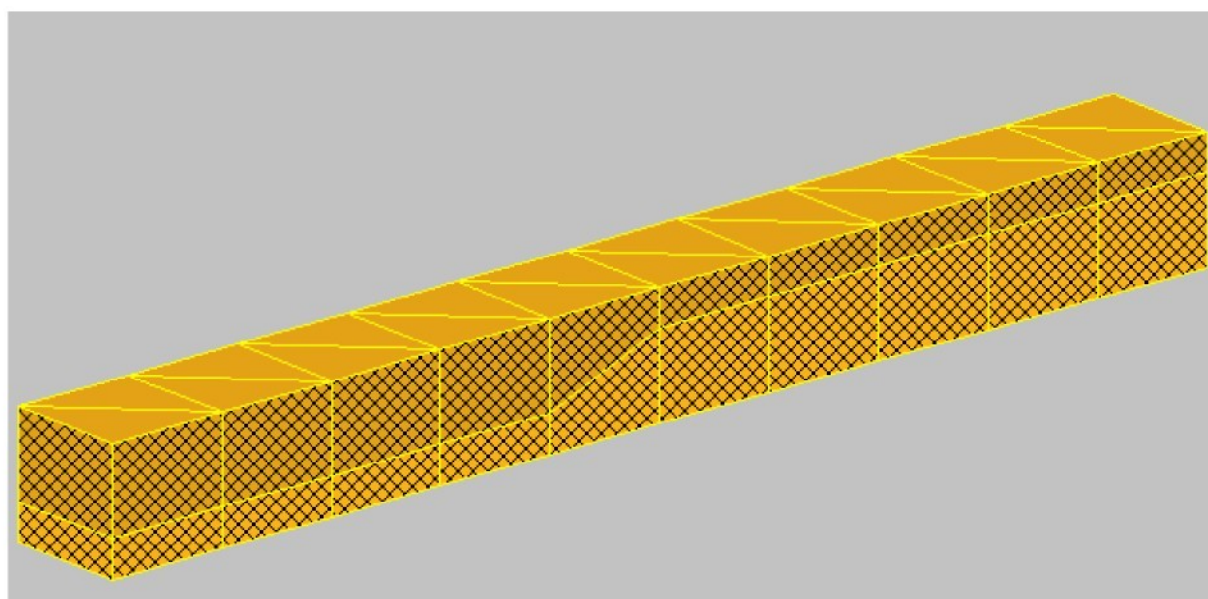
Pro skosení 0-50% uzlů 0 a 3 vykázala stará verze programu Genflow menší odchylku od přesné hodnoty než verze nová, ale bylo tomu tak pouze v případech kdy skosený element byl na kraji sítě. V případech, kdy byl deformovaný element uprostřed, nebo deformace na kraji typu „hřeben“, byla nová verze přesnější. V úloze s toky byla rovněž nová verze programu přesnější. V grafu jsem vyhodnotil průměrnou odchylku toků, protože tok všemi elementy je stejný tudíž i odchylky jsou téměř konstantní. Proto má průměrná hodnota větší vypovídající hodnotu.

2.2 Sít' dvouvrstvý kanál

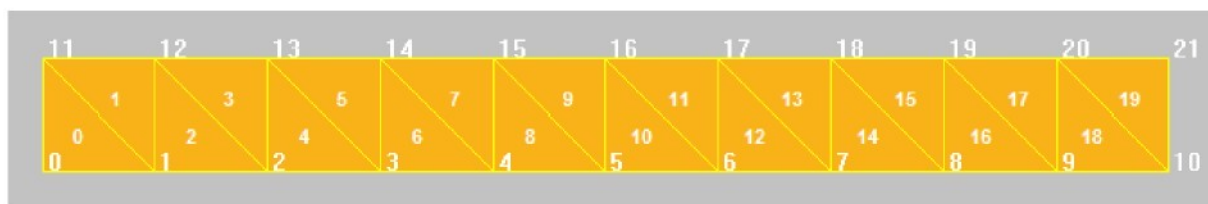
2.1.1 Úvod k síti dvouvrstvý kanál

Sít' je složena ze dvou vrstev kvádrů, kde každý z nich je opět složen ze dvou elementů (obr.18). Kvádry mají čtvercovou podstavu o hraně 1 jednotka a výšku 0,5 jednotky (2 kvádry na sobě pak mají výšku 1j). V úloze jsem opět kanál deformoval podle obrázku č.16. V první části kanálu jsem zvýšil souřadnici z podstavných elementů, v druhé části pak snížil. Tím vznikl v šesté krychli zlom, jak je vidět z obrázku č.18, jehož sklon jsem opět postupně zvyšoval. Okrajová podmínka na první stěně prvního elementu byla nastavena na hodnotu 100j, na konci kanálu pak na hodnotu 600j. Z obrázku č.19 je patrné označení elementů a uzlů v síti dvouvrstvý kanál.

Úkol byl stejný jako u sítě sloup – zjistit jak velký vliv bude mít zvyšování úhlu zešíkmení uvnitř kanálu na přesnost výpočtu. K výpočtu jsem opět použil obě verze programu a vyhodnotil jejich odchylky od přesné hodnoty.



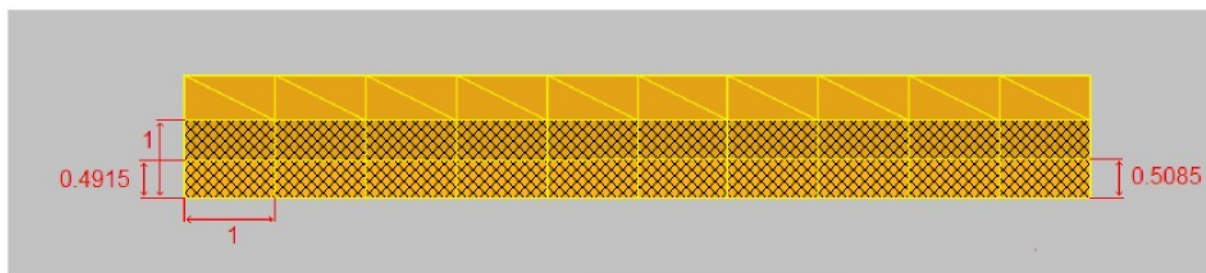
obr. č.18 Dvouvrstvý kanál



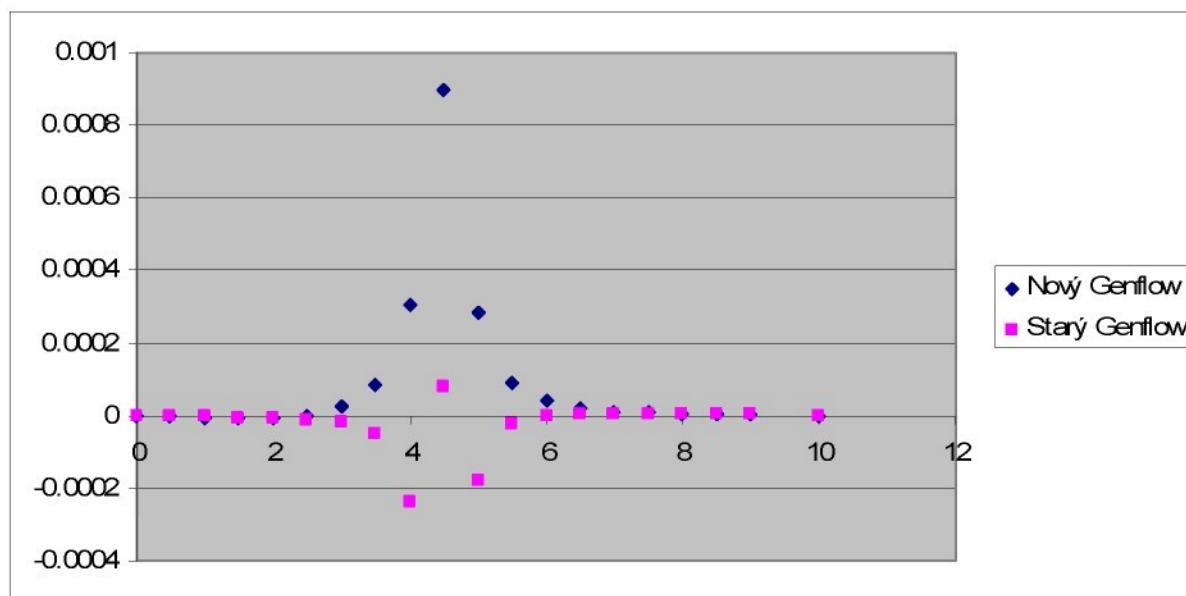
obr. č.19 Označení elementů a uzlů v kanálu (půdorys)

2.2.2 Sklon 1°

Sklonu 1° jsem dosáhl snížením uzlů 0, 1, 2, 3, 4, 11, 12, 13, 14 na výšku 0,4915 od dolní podstavu. Ostatní uzly jsem zvýšil na výšku 0,5085. Pro nulový sklon je výška jedné vrstvy 0,5. Ukázka okótované sítě pro sklon 1° je na obrázku č.20. Výsledek výpočtu je v obrázku č.21.



obr. č.20 Rozměry sítě pro sklon 1°



obr. č.21 - Graf závislosti chyby na délce kanálu

Z grafu jsou patrné největší odchylky v místě zešíkmení kanálu. Stejně jako tomu bylo u sítě typu sloup, i zde se nová verze programu odchyluje od přesné hodnoty více než verze stará.

Srovnání toků staré a nové verze programu v tabulkách.

Srovnání toků provádím obdobně jako u sítě sloup. První dva sloupce tabulky obsahují toky elementy tvořícími jednu krychli. Toky všemi krychlemi, ze kterých je síť složena, jsou stejné. Třetí sloupec je tok jednou krychlí a čtvrtý skutečná hodnota toku krychlí (zůstává konstantní). V pátém sloupci je odchylka (rozdíl vypočtené a skutečné hodnoty/skutečná hodnota). Stejný postup jsem použil i u dalších sklonů. Srovnání toků nové a staré verze je v tabulkách č. 11 a 12.

Element 1	Element 2	Součet	Numericky	Odchylka
24.5744	25.4243	49.9987	50	2.60E-05
24.5745	25.4242	49.9987	50	2.60E-05
24.5746	25.4243	49.9989	50	2.20E-05
24.5747	25.424	49.9987	50	2.60E-05
24.5754	25.4233	49.9987	50	2.60E-05
24.578	25.4207	49.9987	50	2.60E-05
24.5839	25.4149	49.9988	50	2.40E-05
24.6066	25.3921	49.9987	50	2.60E-05
24.6579	25.3408	49.9987	50	2.60E-05
24.9993	24.9995	49.9988	50	2.40E-05
25.3408	24.6579	49.9987	50	2.60E-05
25.3922	24.6066	49.9988	50	2.40E-05
25.4149	24.5839	49.9988	50	2.40E-05
25.4207	24.578	49.9987	50	2.60E-05
25.4233	24.5755	49.9988	50	2.40E-05
25.4239	24.5748	49.9987	50	2.60E-05
25.4242	24.5745	49.9987	50	2.60E-05
25.4243	24.5744	49.9987	50	2.60E-05
25.4243	24.5744	49.9987	50	2.60E-05
25.4243	24.5744	49.9987	50	2.60E-05
Průměrná hodnota				2.53E-05

Tabulka č.11 – odchylky toků nový Genflow

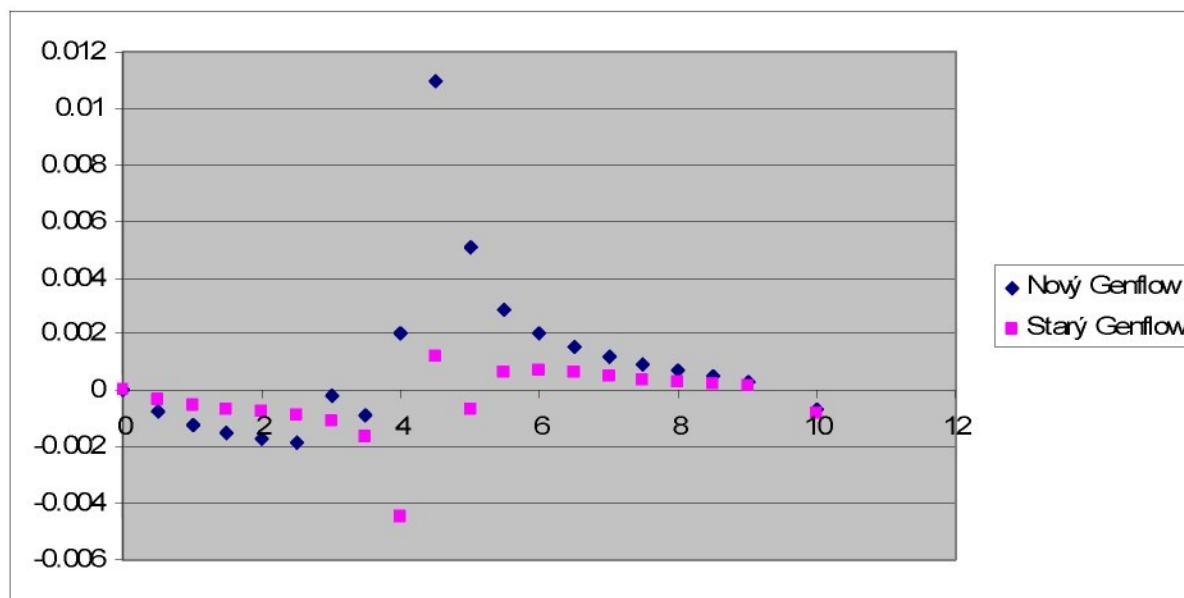
Element 1	Element 2	Součet	Numericky	Odchylka
24.5747	25.4247	49.9994	50	1.2E-05
24.5747	25.4247	49.9994	50	1.2E-05
24.5748	25.4248	49.9996	50	8E-06
24.5746	25.4248	49.9994	50	1.2E-05
24.5746	25.4249	49.9995	50	1E-05
24.5738	25.4256	49.9994	50	1.2E-05
24.5714	25.4281	49.9995	50	1E-05
24.5553	25.4442	49.9995	50	1E-05
24.5003	25.4992	49.9995	50	1E-05
24.9957	25.0038	49.9995	50	1E-05
25.4984	24.5011	49.9995	50	1E-05
25.444	24.5555	49.9995	50	1E-05
25.4281	24.5714	49.9995	50	1E-05
25.4256	24.5739	49.9995	50	1E-05
25.4249	24.5746	49.9995	50	1E-05
25.4248	24.5747	49.9995	50	1E-05
25.4247	24.5747	49.9994	50	1.2E-05
25.4247	24.5747	49.9994	50	1.2E-05
25.4247	24.5747	49.9994	50	1.2E-05
25.4247	24.5747	49.9994	50	1.2E-05
Průměrná hodnota				1.01E-05

Tabulka č.12 – odchylky toků starý Genflow

Největší vypovídající hodnotu zde má průměrná hodnota odchylky, proto dále budu uvádět jen tuto hodnotu. V případě dvojvrstvého kanálu vychází stará verze programu přesněji i pro výpočet toků.

2.2.3 Sklon 11,3°

Snížené uzly zde měly souřadnici $z = 0,4$ j, zvýšené pak $z = 0,6$ j. Relativní odchylka vůči přesné hodnotě je znázorněna na obrázku č. 22.



Obr. č.22 - Graf závislosti chyby na délce kanálu

Nárůst chyby se stoupajícím sklonem je zřejmý. Jinak je graf obdobný jako u menšího sklonu. Z grafu je také možné vyčíst, že největší odchylka nové verze programu je v kladných hodnotách na rozdíl od staré verze.

Srovnání toků staré a nové verze programu.

Nová verze Genflow

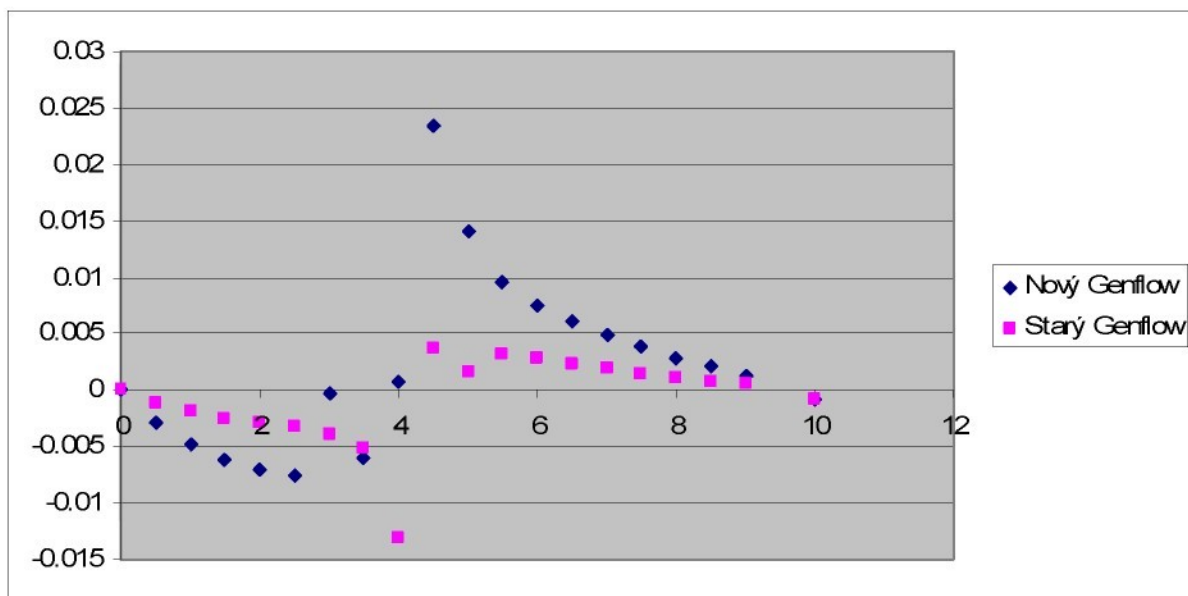
průměr	3.61E-03
--------	----------

Stará verze Genflow

průměr	1.52E-03
--------	----------

2.2.4 Sklon 17°

Příslušné uzly byly v upravené síti sníženy na 0,3j, ostatní zvýšeny na 0,7j. Relativní odchylka vůči přesné hodnotě je znázorněna na obrázku č. 23.



Obr. č.23 - Graf závislosti chyby na délce kanálu

Chyba opět vzrostla s navýšením sklonu. Rozložení chyby zůstalo stejné.

Srovnání toků staré a nové verze programu.

Nová verze Genflow

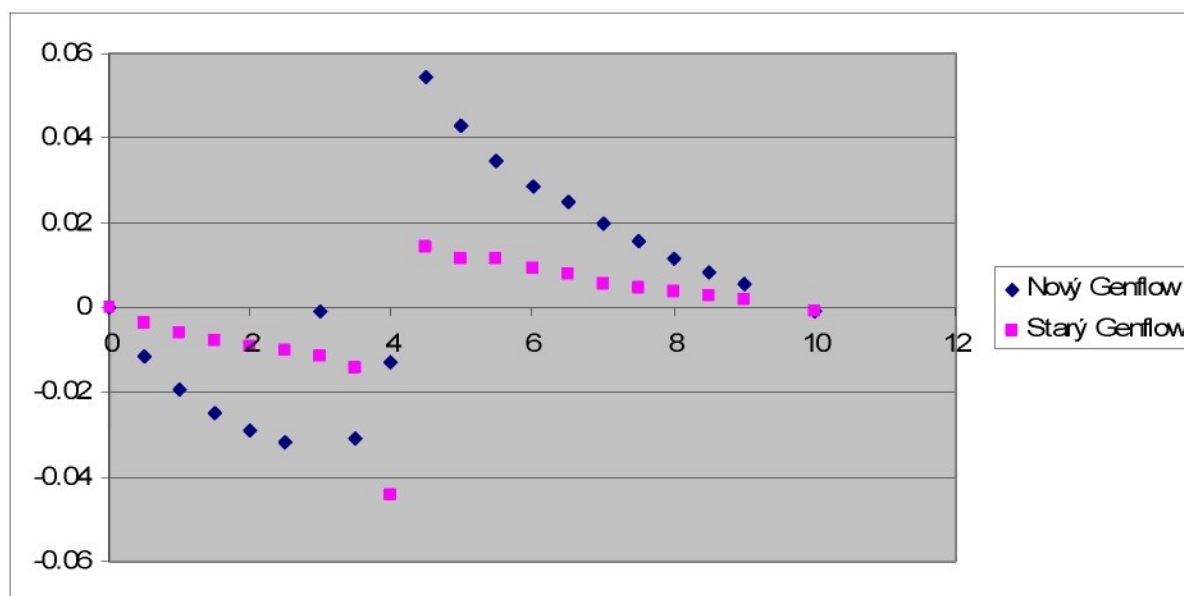
průměr	1.44E-02
--------	----------

Stará verze Genflow

průměr	5.79E-03
--------	----------

2.2.5 Sklon 38,7°

Snížené uzly byly ve výšce 0,1j, zvýšené 0,9j. Výsledek je znázorněn na obrázku č.24.



Obr. č. 24 - Graf závislosti chyby na délce kanálu

Graf č.24 se už výrazněji liší od předešlých grafů. Nejen maximální chyba je mnohonásobně větší, ale chyba se projevila výrazně i v elementech následujících a předcházejících zešíkmení.

Nová verze Genflow

průměr	5.79E-02
--------	----------

Stará verze Genflow

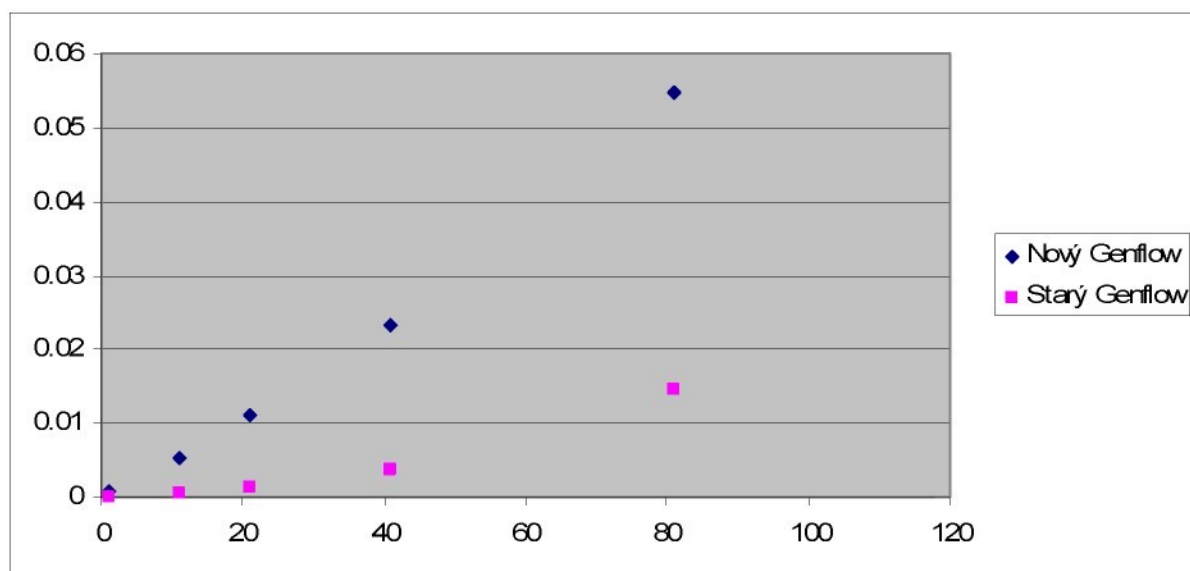
průměr	1.85E-02
--------	----------

2.1.10 Shrnutí testů se sítí sloup, souhrnné výsledky

V tabulce č. 13 jsou obsaženy hodnoty maximálních relativních odchylek tlaků pro jednotlivé sklony. Na obrázku č. 25 je znázorněn nárůst relativní odchylky tlaku od přesné hodnoty se vzrůstajícím sklonem a v tabulce č. 14 jsou obsaženy hodnoty průměrných relativních odchylek toků pro jednotlivé sklony.

	Nový Genflow	Starý Genflow
0.17%	0.000899	7.70E-05
10%	0.005373	0.000499
20%	0.01099	0.001195
40%	0.023341	0.003695
80%	0.05459	0.014411

Tabulka č.13 – srovnání maximálních odchylek tlaků

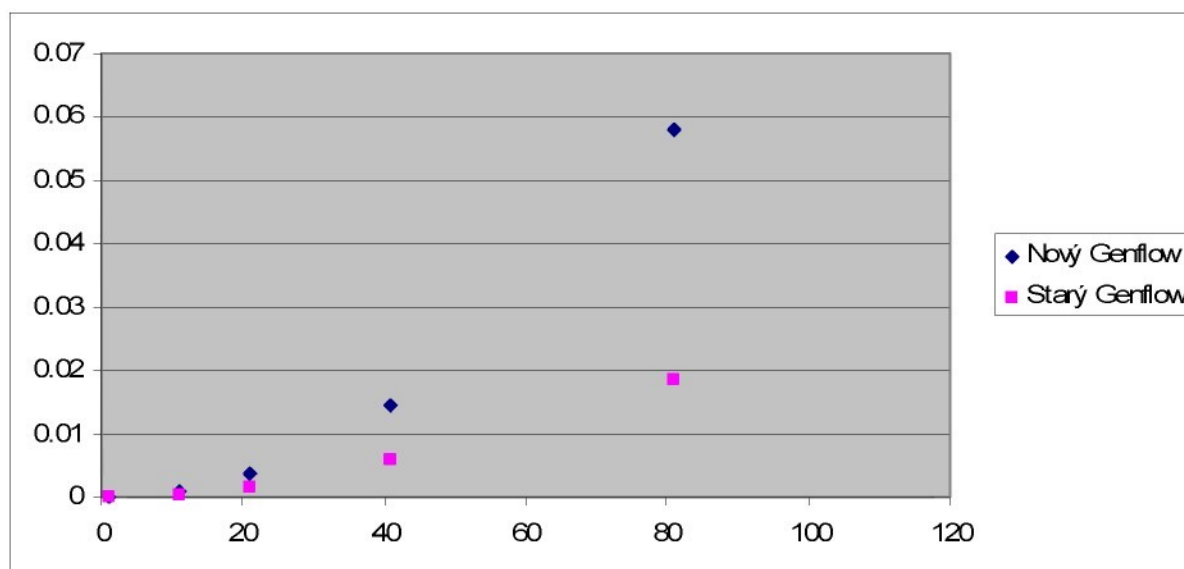


Obr. č.25 – Nárůst chyby tlaku se vzrůstajícím sklonem

	Nový Genflow	Starý Genflow
0.17%	2.53E-05	1.07E-05
10%	0.000902	0.000385
20%	0.003606	0.00152
40%	0.014424	0.005785
80%	0.057878	0.018547

Tabulka č.14 – srovnání maximálních odchylek toků

Na obrázku č. 26 je znázorněn nárůst relativní odchylky toku od přesné hodnoty se vzrůstajícím sklonem.

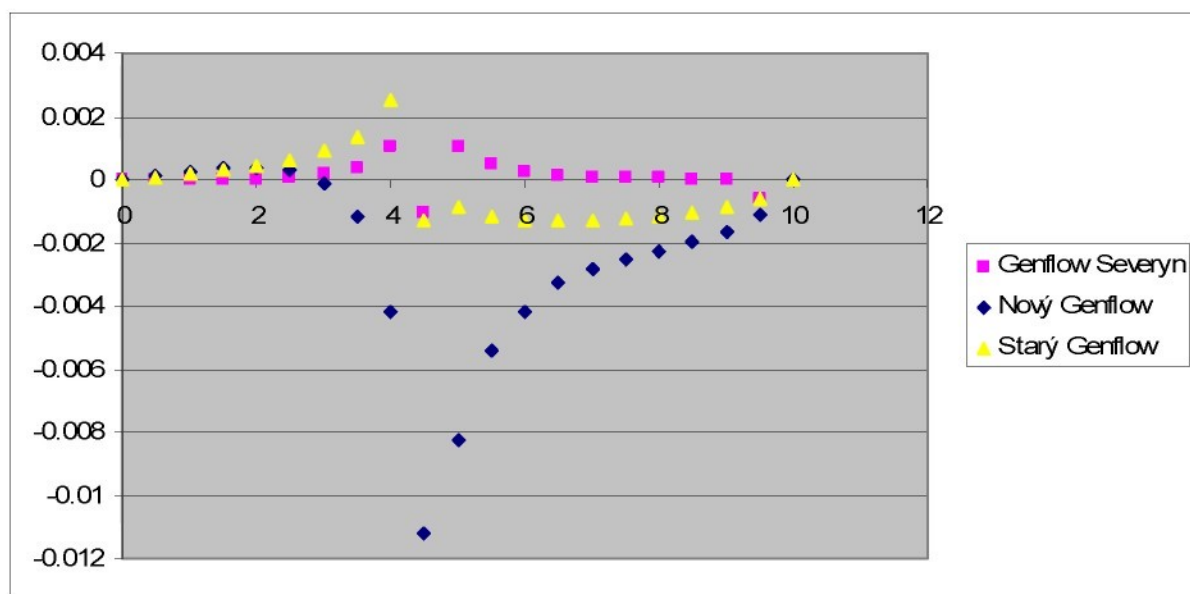


Obr. č.26 – Nárůst chyby toku se vzrůstajícím sklonem

Ze souhrnných výsledných odchylek tlaku pro jednotlivé sklony je vidět, že rozdíl mezi programy je výraznější pro menší sklon (více než 10ti násobně vyšel starý Genflow přesněji). S rostoucím sklonem se chyba vyrovnává. V úloze s toky je chyba téměř stejná pro všechny sklony. Hodnota chyby staré verze programu je třetinová oproti verzi nové.

2.3 Srovnání s existujícími pracemi

Všechny doposud existující práce nesrovnávají modely mezi sebou, ale testují vždy vlastnosti jen jednoho. V rámci práce jsem se pokusil srovnat mnou dosažené výsledky se staršími pracemi na podobné téma a porovnat je s nimi. Bohužel bylo velmi obtížné dohledat výstupní data a rozměry sítě v těchto pracích a proto srovnání nebylo možno provést důkladněji. Nakonec jsem získal data z práce O. Severýna – [1]. Pro srovnání dat s uvedenou prací jsem si vytvořil podobnou síť jako v úloze dvojvrstvý kanál (kapitola 2.2), ale s dvojnásobnou výškou z . Kanál byl tedy stejných rozměrů, jako na obrázcích 18, 19, a 20, ale výška jednoho patra bez zešíkmení byla $z = 1j$. Výška celého kanálu pak byla $z = 2j$. Výpočet jsem prováděl opět s oběma verzemi programu a sledovanými veličinami byly tlaky a toky. Srovnání jsem provedl pro sklon $11,3^\circ$. Pro další sklony jsem již srovnání neprováděl vzhledem k lišícím se očekávaným a dosaženým výsledkům. Výstupní soubor O. Severýna jsem vyhodnotil stejným způsobem, jako data získaná mým výpočtem. Vstupní soubory sítě byly rovněž identické. Očekávaným výsledkem byl graf ve kterém se hodnoty staré verze programu Genflow budou shodovat s hodnotami získanými z dat O. Severýna. Po provedení srovnání tomu tak ale nebylo, jak je vidět z obrázku č.27.



obr. č.27 – Srovnání obou verzí programu s O. Severýnem

Pro stejný sklon elementu jsem provedl ještě srovnání toků obou verzí programu a verze získané z práce. Vyhodnocení toků jsem provedl stejným způsobem, jako tomu bylo v úloze dvojvrstvý kanál. Nová verze programu vykázala dvojnásobnou chybu oproti staré verzi a obě verze pak mnohonásobně větší chybu než byla dosažena výpočtem O. Severýna. Viz tabulka č. 15.

toky nový	toky starý	toky Severýn
0.003054	0.00173	-3.3E-05
0.003056	0.001728	-3.3E-05
0.003053	0.00173	-3.2E-05
0.003048	0.001728	-3.3E-05
0.003055	0.001729	-3.3E-05
0.003056	0.001729	-3.4E-05
0.003054	0.001732	-3.4E-05
0.003055	0.00173	-3.4E-05
0.003051	0.001729	-3.4E-05
0.003053	0.001727	-3E-05
0.003052	0.001727	-3.4E-05
0.003048	0.001728	-3.4E-05
0.003053	0.001732	-3.4E-05
0.00305	0.001728	-3.4E-05
0.003051	0.001731	-3.3E-05
0.003052	0.001732	-3.4E-05
0.003055	0.001727	-3.3E-05
0.003054	0.001728	-3.5E-05
0.003052	0.001727	-3.4E-05
0.003053	0.00173	-3.2E-05

Tabulka č.15 – srovnání toků

3.Závěr

Po provedení testů jsem došel k závěru, že pro sítě se šikmými vrstvami je výhodnější použít starou verzi programu Genflow. Jsou sice případy ve kterých vykazovala stará verze větší chybu než nová, jako například toky v síti sloup nebo deformovaný element na typ hřeben v síti sloup, nicméně v mnoha dalších případech byla stará verze přesnější. Kromě výše prezentovaných úloh jsem programy testoval na dalších sítích podobných v této zprávě uvedeným. I v nich vychází stará verze programu jako přesnější.

Reference

- [1] O. Severýn, Verifikace MH modelku ustáleného proudění, Technická zpráva TUL 1999
- [2] Dokumentace k programu Genflow.exe
- [3] C. Zheng and G.D. Benett: Applied contaminant transport modeling. Van Nostrand Reinhold, New York, 1995.
- [4] P.Jiránek: Smíšená hybridní metoda konečných prvků pro řešení eliptického problému na polygonální síti, Technická zpráva TUL