

Technická univerzita v Liberci
Fakulta strojní
katedra mechaniky, pružnosti a pevnosti

Habilitační práce

Měření, vyhodnocení a modelování mechanických
vlastností polyuretanové pěny

2012

David Církľ

Annotation

Measurement, evaluation and modelling of mechanical properties of polyurethane foam

Polyurethane foam is a predominantly used material in car seat production. Comfort of passengers in a moving cars is not a part missed out in car design, therefore different types of PU foam are investigated. To compare mechanical properties of PU foams is necessary to have a standardized methodology of measurement, data processing and results evaluation. Such methodology is formulated at the first chapter of this work. It involves dynamical compression tests using harmonical and triangular exciting signal of deformation and relaxational tests.

The influence of position from which the specimens of foam material are cut from PU seat semiproduct is evaluated and results deviation is commented regarding to precision of measurement and material modelling. For material modelling the fenomenological model with concentrated parameters is used. Influence of material density of PU foam to measured results is also investigated. Furthermore in this work the properties of slow spring back foam are measured and results commented in relation to ordinaire foams.

The methodology of modelling of damping force of PU foam using explicit formula is presented. It is exemplified on cases with variable parameters of kinematical excitation and on cases with variable material density. The same method is possible to use for damping force prediction as it is also shown.

Keywords

polyurethane foam, driver's seat, damping force, vibroinsulation, comfort of sitting, relaxation

seznam použitých veličin

b_α	[m]	koeficient tlumicí síly
t_p	[s]	čas Pronyho řady
t_R	[s]	relaxační čas
t_δ	[s]	čas relaxace
v_{Fmax}	[N/s]	maximální rychlost relaxace
x	[m]	poloha
x_e	[m]	poloha extrému tlumicí síly
A	[m]	amplituda signálu
A_0	[m]	střední hodnota signálu
F	[N]	síla
F_d	[N]	tlumicí síla
F_{de}	[N]	hodnota extrému tlumicí síly
F_{dmi}	[N]	i -tý vzorek měřené tlumicí síly
F_{dsi}	[N]	i -tý vzorek simulované tlumicí síly
F_p	[N]	koeficient Pronyho řady
F_R	[N]	vratná síla
R^2	[1]	koeficient determinace
R_2	[1]	míra chyby simulace
W_d	[J]	práce tlumicí síly
W_R	[J]	práce vratné síly
T	[°C]	teplota
α	[1]	exponent funkce tlumicí síly
δ_R	[%]	procentuální úbytek síly vlivem relaxace
δ_W	[1]	poměr práce síly tlumicí ku práci síly vratné
φ	[rad]	úhlová výchylka
ρ	[kg/m ³]	hustota

Obsah

Úvod	9
1 Rychlý přehled vibroizolační tematiky	11
1.1 Počátky řešení vibroizolační úlohy	11
1.2 Současné prostředky zjišťování vibrací	11
1.3 Generátory vibrací	14
1.4 Typy dynamické zátěže	17
1.5 Polyuretanová pěna	18
2 Metodika měření a vyhodnocování mechanických vlastností polyuretanové pěny	21
2.1 Oblast aplikace	21
2.2 Vzorek polyuretanového materiálu	21
2.3 Měřicí zařízení	22
2.4 Dynamická zkouška	22
2.4.1 Budicí signály	22
2.4.1.1 Harmonický budicí signál	23
2.4.1.2 Trojúhelníkový budicí signál	23
2.4.2 Provedení dynamické zkoušky	24
2.4.2.1 Nalezení nulové polohy	24
2.4.2.2 Předzatížení vzorku	25
2.4.2.3 Měření	25
2.4.3 Úprava naměřených dat	25
2.4.4 Vyhodnocení naměřených dat	28
2.5 Relaxační zkouška materiálu	31
2.5.1 Provedení relaxační zkoušky	32
2.5.2 Úprava naměřených dat	32
2.5.3 Vyhodnocení naměřených dat	34
3 Porovnání mechanických vlastností vzorků odebraných z různých míst téhož sedáku	36
3.1 Vzorky polyuretanového materiálu	36
3.2 Zatěžování vzorků trojúhelníkovým budicím signálem	36
3.3 Relaxační zkouška	38
3.3.1 Popis dynamiky relaxačního děje	39

3.4	Rozptyl vlastností vzorků	40
3.5	Modelování mechanických vlastností pěny	40
4	Porovnání mechanických vlastností vzorků polyuretanové pěny s různou hustotou	56
4.1	Zatěžování harmonickým signálem polohy	58
4.2	Zatěžování trojúhelníkovým signálem polohy	58
4.3	Relaxační zkoušky	58
4.4	Vyhodnocení testů	59
4.5	Poznámka k přesnosti měření vlastností PU pěny	61
5	Měření na vzorku PU pěny s pomalým dopružováním	80
6	Explicitní formulace tlumicí síly	86
6.1	Určení exponentu α	86
6.1.1	Návrh exponentu α z polohy extrému tlumicí síly . . .	86
6.1.2	Návrh exponentu α z hodnoty extrému tlumicí síly . .	89
6.2	Určení koeficientu b_α	89
6.3	Kritérium kvality simulace	90
6.4	Simulace tlumicí síly v závislosti na kinematických parametrech harmonického budicího signálu	91
6.4.1	Porovnání simulované a měřené tlumicí síly	93
6.5	Simulace tlumicí síly v závislosti na hustotě PU pěny a frekvenci buzení	94
6.5.1	Porovnání simulovaných a naměřených výsledků	96
6.5.2	Možnost predikce tlumicí síly	98
A	Model mechanických vlastností PU pěny	106
A.1	Vratná síla	106
A.1.1	Fáze I. - borcení struktury materiálové matrice	106
A.1.2	Fáze II. a III. - přechování základního materiálu	106
A.2	Tlumicí síla	107

Úvod

Polyuretanová (PU) pěna je významným vibroizolačním prostředkem používaným v automobilových sedácích a komfort posádky je neopomínanou součástí vývoje automobilů. Proto je PU pěna, zejména její mechanické vlastnosti, a soustava sedadlo–člověk předmětem výzkumu mnoha institucí. Výsledky firemních aktivit v této oblasti jsou běžně nedostupné, pokrok ve výzkumu v akademické sféře je však zřetelný.

Měřením mechanických vlastností PU pěny se zabývají články [1] až [23]. Prezентují obvykle silovou odezvu získanou při dynamickém stlačování vzorku materiálu. Analyzují vliv chemického složení, velikosti buněk, hustoty, místa odběru vzorku z většího celku nebo potahového materiálu. Publikace [7] až [23] se kromě měření zabývají také modelováním. Zahrnují přístup mechaniky kontinua nebo metody se soustředěnými parametry. Nejčastěji se modeluje odezva na kinematické buzení nebo přenosové charakteristiky při vynuceném kmitání.

Výzkum interakce těla řidiče se sedákem popisují články [24] až [26]. Pojednávají o vývoji biomechanického modelu soustavy sedadlo–člověk.

Mnoho autorů se také zabývá určitými doprovodnými jevy jako je nehomogenní relativní deformace v objemu PU pěny, Poissonovo číslo nebo struktura pěny (viz [27] až [29]).

Do popředí se také dostává otázka teplotního komfortu sedící osoby. Články [30] a [31] se zabývají vyhodnocením teplotních poměrů v místech kontakt řidiče a sedáku v reálném experimentu provedeného s více osobami. Jiné články pojednávají o teplotním komfortu leteckých sedadel [32] nebo o konstrukci zařízení schopných teplotu sedáku regulovat [33].

Cílem této práce je přispět k rozvoji znalostí o vlastnostech PU materiálu. Ověřit, zda poznatky uvedené v disertační práci [34] jsou platné i pro jiné PU materiály nebo např. pro materiály téže chemické formulace ale s odlišnou hustotou.

Proto, aby bylo možné experimentální výsledky srovnávat, je nutné vytvořit jednotnou metodiku měření, zpracování a vyhodnocení dat. To bylo provedeno v kap. 2. Kapitoly 3 až 5 obsahují výsledky měření různých případů PU pěny. V kapitole 6 je rozvinuta metoda použití explicitní formulace tlumicí síly PU pěny na vybraných případech.

Kapitola 1

Rychlý přehled vibroizolační tematiky

1.1 Počátky řešení vibroizolační úlohy

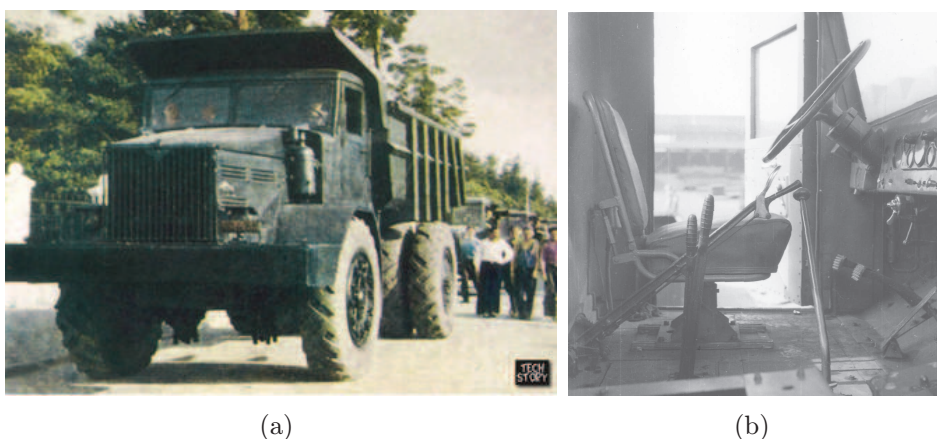
Rozvoj automobilismu ve dvacátém století s sebou přinesl některé doprovodné jevy. Jedním z nich je snaha o ochranu posádky automobilu před účinkem vibrací, kterým je za jízdy vystavena. Podnětem k tomu byla zejména úroveň vibrací v kabinách užitkových vozů. Počátky vibroizolace řidiče, která se vyvinula do podoby, v jaké ji dnes známe, lze dobře vysledovat z výzkumné zprávy [35] pocházející z prosince roku 1961 s názvem Otřesy na vozech MAZ 525. Byla vypracována Výzkumným ústavem motorových vozidel (VÚMV) na základě žádosti ředitelství Železnorudných dolů a hrudkoven Ejpovice o zlepšení sedadla řidiče na těchto vozech (obr. 1.1(a)). To, že odpružené sedadlo nebylo v té době samozřejmostí, dokládá kopie fotografie zmíněné zprávy vyobrazující přímo s podlahou kabiny spojené neodpružené sedadlo (obr. 1.1(b)). Mezi navrhovanými možnostmi jak také řešit vibroizolační úlohu bylo zlepšení stavu cest, případně použití takového sedadla, které by mělo vlastní frekvenci odlišnou od vlastní frekvence podvozku.

Na voze, který byl dle zprávy v podstatě odpružen pouze pneumatikami, bylo vyzkoušeno 10 druhů sedaček. Úspěšné řešení ověřené laboratorně na modelu představovalo snížení úrovně zrychlení přenášeného na řidiče 2.3 krát oproti původnímu uspořádání.

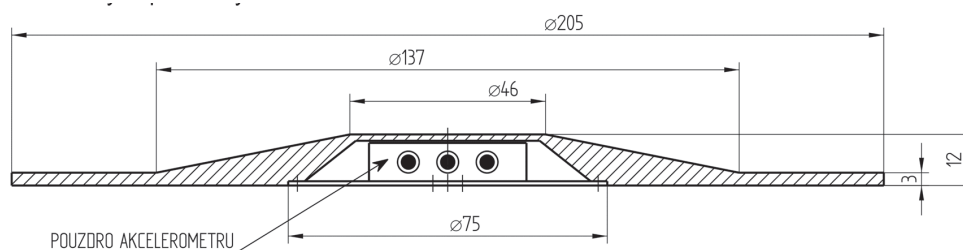
Metody dnešního přístupu k řešení problému vibroizolace řidiče vycházejí ze stejných fyzikálních principů jako v minulosti. Rozdíl spočívá ve vyspělosti technických prostředků, které dovolují aplikovat dosažené teoretické poznání v praxi.

1.2 Současné prostředky zjišťování vibrací

Nejjednodušším a zároveň nejdostupnějším prostředkem k zjišťování míry vibrací zůstává nadále snímač zrychlení. ČSN EN 30326-1 z října 1996 dopo-



Obrázek 1.1: Vozidlo Maz 525 a jeho neodpružené sedadlo



Obrázek 1.2: Plochý snímač zrychlení (Brüel & Kjaer)

ručuje pro měření zrychlení v kontaktní ploše mezi sedákem a sedící osobou poddajný pryžový kotoučový disk o průměru 200 mm, v jehož středu je kovový kryt s malým snímačem zrychlení. Tento popis typově odpovídá snímači Brüel & Kjaer (MMS BK) na obr. 1.2 z devadesátých let. Jeho tehdejší cena byla 120 000,- Kč. Význam tohoto snímače spočíval v tom, že gumový disk umožňuje eliminovat negativní pocit sedící osoby z kontaktu s rozměrově nezanedbatelným snímačem zrychlení ve tvaru kvádrů.

S významným pokrokem v miniaturizaci se v současné době staly dostupnými snímače zrychlení Analog Devices (ADXL 327), které, ač nejsou zabudovány v žádném pryžovém tělese, jsou tak malé, že je sedící osoba nevnímá. Jejich současná cena je asi 500,- Kč. Nutno dodat, že tyto dostupnější snímače vykazují výrazně nižší přesnost zejména při frekvencích nižších než 1 Hz. Navzdory této nevýhodě jsou i tyto snímače vhodné k měření vibrací podle hygienické normy ČSN ISO 2631-1 díky nižšímu váhovému koeficientu odpovídajícímu nižším frekvencím, jak se píše ve zprávě [36].

Poměrně novým prostředkem pro měření komfortu sezení jsou podložky obsahující síť tlakoměrných bodů. Vkládají se do oblasti kontaktu mezi osobou a sedákem. Umožňují měřit jak ve statickém, tak v dynamickém režimu, přičemž výsledkem je rozložení měrných tlaků v kontaktní zóně. Příklad výstupu z takového snímače je na obr. 1.4.

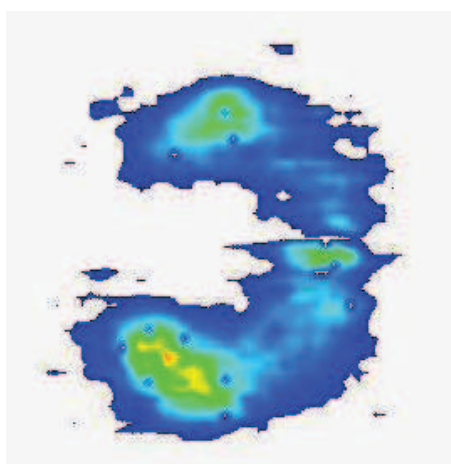


(a) Analog devices



(b) Brüel & Kjaer

Obrázek 1.3: Příklady instalací snímačů zrychlení



Obrázek 1.4: Vizualizace rozložení tlaku v kontaktní zóně mezi sedící osobou a podložkou

Další moderní metodou umožňující analyzovat pohyb, vibrace a rázové děje je systém PONTOS německé firmy GOM. Metoda měření spočívá v nalepení odrazových bodů na měřený objekt a následném snímání dvěma CCD kamerami. Princip je založen na sledování téže pohyblivé scény dvěma kamerami s odlišným úhlem pohledu. Metoda vychází z analogie k trojrozměrnému vnímání scény lidským zrakem. Výsledkem je záznam trajektorie odrazových bodů v 3D souřadnicovém systému s rozsáhlými možnostmi následné analýzy. K dispozici jsou kamery s běžnou rychlostí záznamu pro déle trvající děje nebo vysokorychlostní kamery pro krátkodobá měření. Na obr. 1.5 je znázorněna kalibrace systému s pomocným křížem. Na obr. 1.6(a) je pokusná osoba s nalepenými odrazovými body, které jsou pak systémem nasmímány a identifikovány (obr. 1.6(b)).



Obrázek 1.5: Kalibrace optického systému GOM na pomocném kříži

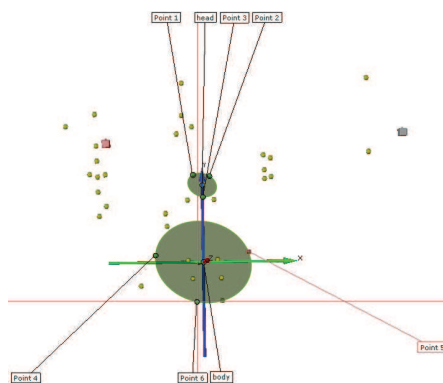
1.3 Generátory vibrací

Při popisu laboratorního zkoumání vibrací nelze opominout zařízení jimiž se vibrace generují. I ta prošla svým historickým vývojem. V roce 1972 byl ve VÚMV navržen a poté také vyroben mechanický pulsátor. Jeho konstrukce byla založena na rotačním pohybu excentru. Výhodou takového zařízení bylo, že jím generovaný pohyb měl blízko k harmonickému pohybu. Nevýhodou však bylo omezení pouze na tento druh pohybu. Proto se již v roce 1977 ve VÚMV uskutečnilo oživení a ověřovací provoz hydropulsního zařízení. Skládalo se z hydraulického válce, regulátoru a zdroje tlaku. Toto zařízení potom může generovat v rámci svých výkonových možností signál libovolný. To se jeví jako velký přínos v možnosti naměření zrychlení na jedoucím automobilu v provozu a přenesení reálného signálu do laboratoře. Stejný princip byl potom, s využitím moderních komponentů, realizován i v hydrodynamické zkušebně na Technické univerzitě v Liberci.

Takový systém ovšem může generovat vibrace pouze v ose totožné s osou hydraulického motoru; s ohledem na aplikaci umístěnou svisle. Umožňuje tedy simulovat stavy, kdy dominantní směr kmitů je vertikální. To přibližně vyhovuje vysokému počtu řešených úloh v oblasti vibroizolace řidiče. Vyskytnou se ovšem i takové aplikace, kdy se simulace vibračního zatížení pouze v jedné ose jeví jako nedostatečná. Určitou roli hraje také fyziologie lidského těla. Zatímco pro zatížení kmity ve vertikálním směru, jako např. rázy a



(a) Měřená osoba s nalepenými odrazovými body



(b) Polohy odrazových bodů ve vyhodnocovacím softwaru

Obrázek 1.6: Sledování trajektorií bodů užitím systému optického GOM

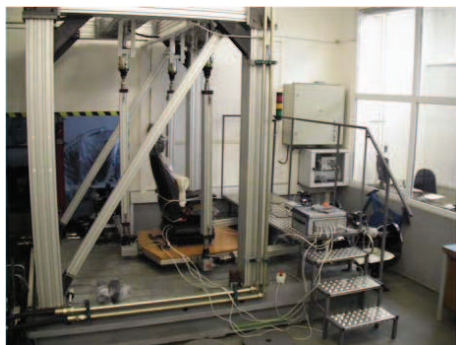
pohupování od chůze, je lidské tělo dobře uzpůsobeno, příčné vibrace jsou člověkem vnímány mnohem intenzivněji. Proto se také podle ČSN ISO 2631-1 pro příčné vibrace používá frekvenční vážení s násobícím činitelem 1.4.

To bylo důvodem k vývoji zařízení, která umožňují simulovat pohyb ve směru tří translačních os a zároveň ve směru tří os rotačních. Vzájemnou kombinací těchto pohybů lze dosáhnout libovolného prostorového budicího signálu. Tato zařízení lze obecně nazvat plošinami se 6 stupni volnosti. V současné době existují dvě základní konstrukční řešení. Jako první jmenujme Stewartovu plošinu (obr. 1.8). Pohyb je dán simultánním řízením šesti kloubově uložených podpěr – lineárních motorů, které plošinu v prostoru přestavují.

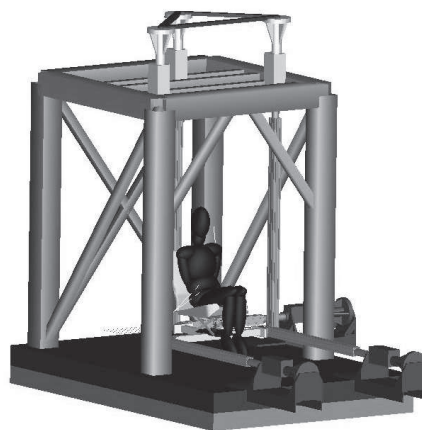
Dalším typem zařízení umožňujícího realizovat komplexní trojrozměrný pohyb je plošina instalovaná na Technické univerzitě v Liberci. Šest lineárních pohonných jednotek je uspořádáno ortogonálně (viz obr. 1.7). Obdobně pojaté zařízení je též umístěno v Institutu aeroelasticity v německém Goettingenu.

Obě jmenované koncepce mají své výhody i nevýhody. Při volbě, který ze systémů bude pořízen do nově vybudovaného Ústavu pro nanomateriály, pokročilé technologie a inovace (CxI), kam se ze stávající laboratoře přesune zázemí pro výzkum vibroizalace řidiče, bylo preferováno uspořádání Stewartovo zejména proto, že v případě plošiny v podobě hexapodu existuje širší nabídka ze strany soukromých výrobců. Nákup takového zařízení od externího dodavatele s sebou často přináší nutnost vyšší počáteční investice, ale ta je zpravidla vyvážena poskytnutím záruky i dalšího servisu či příslušenství bez nutnosti vlastního náročného vývoje.

Jednou z úloh, kdy podstatnou roli hrají vibrace ve všech směrech, rozumíme tím 6 stupňů volnosti tělesa v prostoru (3 translační a 3 rotační pohyby), je výzkum zatížení vibracemi operátora korečkového rypadla v hnědouhelném dole (viz obr. 1.9). Tento úkol byl řešen ve spolupráci Technické univerzity v Liberci, Výzkumného ústavu textilních strojů v Liberci, firmou

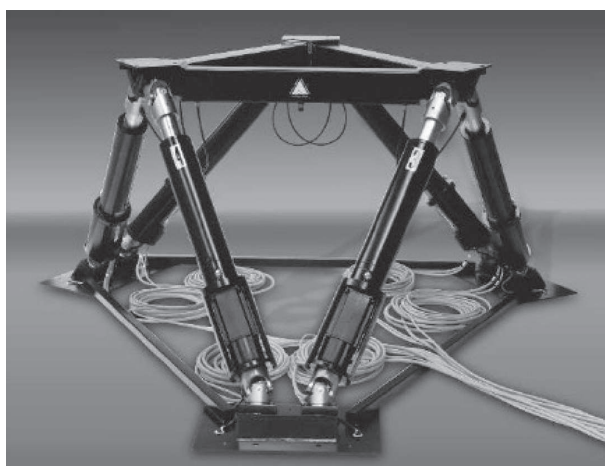


(a) Realizace



(b) Simulační model

Obrázek 1.7: Plošina se 6 stupni volnosti (TUL)



Obrázek 1.8: Stewartova plošina



Obrázek 1.9: Korečkové rypadlo Schrs 1320 (SD Tušimice)

Idiada, s.r.o. (odpovědný řešitel), Výzkumného ústavu pro hnědé uhlí v Mostě a Severočeských dolů a.s. Chomutov. Při těžbě je obsluha velkorypadla vystavena intenzivním prostorovým vibracím. Kabina operátora je umístěna v bezprostřední blízkosti korečkového kola, které při záběru generuje rázy přenášející se do celého systému (viz obr. 1.10). Cílem projektu bylo zmírnit úroveň vibrací v kabině. Právě při řešení tohoto projektu byla využita možnost přenést prostorový pohyb kabiny operátora do laboratorního prostředí.

1.4 Typy dynamické zátěže

Při řešení vibroizolační úlohy soustavy člověk-stroj jsou v zájemné interakci zdroj vibrací, vibroizolační prvek (např. sedačka) a člověk. Při laboratorních ověřování funkčnosti vibroizolačních systémů je velmi často reálná zátěž, tedy člověk, nahrazen neživým dynamickým objektem.

Nejjednodušší náhradu představuje tzv. jednohmotová dynamická zátěž. V podstatě se jedná o tuhé těleso, u kterého existuje možnost změny hmotnosti pomocí přídatných ocelových desek nebo tekutinou vyplněné skelety (viz např. obr. 1.11(a)). Je účelné, aby tato zátěž měla plochu, která přichází do styku se sedačkou, tvarovanou tak, aby odpovídala dosedacím partiím lidského těla, jak to např. stanoví ČSN 30 0725. Takto definovaná zátěž jen velmi málo respektuje vlastnosti lidského těla. Přesto je často užívaná právě



Obrázek 1.10: Kabina korečkového rypadla Schrs 1320 (SD Tušimice)

pro svoji jednoduchost.

Pokročilejší formou zátěže je dvoumotový dynamický model na obr. 1.11(b). Kromě spodní dosedací plochy obsahuje i zádový kontaktní prvek. Spodní hmotnější blok reprezentuje vlastnosti trupu, horní méně hmotný blok pak vlastnosti ramen, krku a hlavy. Jednotlivé hmoty jsou propojeny pružinami a tlumiči.

Vícehmotovou zátěž, která respektuje i dynamické chování nohou a rukou definuje již starší norma ČSN 30 0725.

S významným uplatněním výpočetní techniky při simulování dynamických dějů se začala rozvíjet i problematika virtuální náhrady lidského těla. Na obr. 1.7(b) a 1.12 je zobrazena virtuální figurína firmy Lifemodeler. Kromě realistického rozložení hmoty těla umožňuje definovat tuhost povrchových tkání.

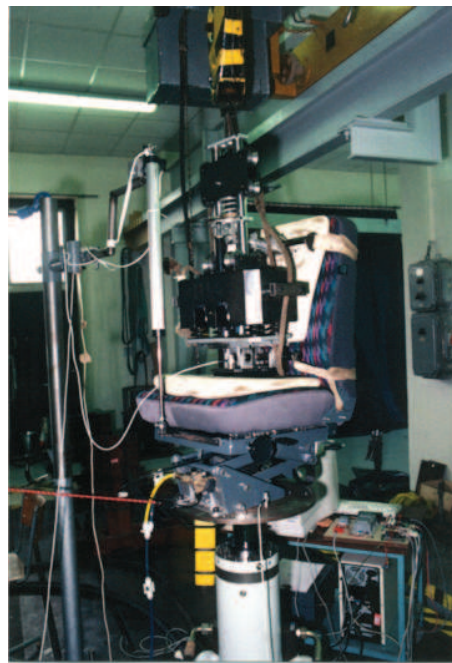
1.5 Polyuretanová pěna

Dominantní postavení mezi materiály, ze kterých se vyrábí čalounění sedáků dopravních i jiných prostředků, zaujímá polyuretanová pěna.

Základní chemie polyuretanů byla vyvinuta v r. 1937 německý profesorem Ottou Byerem a jeho týmem. Nové možnosti objevili v polyadici tekutých diisokyanátů a tekutého polyeteru nebo polyester diolu, [38]. Od r. 1952 se polyisokyanáty začaly vyrábět v takové míře, že se mohly stát obchodním ar-



(a) Jednomotová zátěž, převzato z [42]



(b) Dvoumotová zátěž, (HDL Vesec, TUL)

Obrázek 1.11: Typy dynamické zátěže

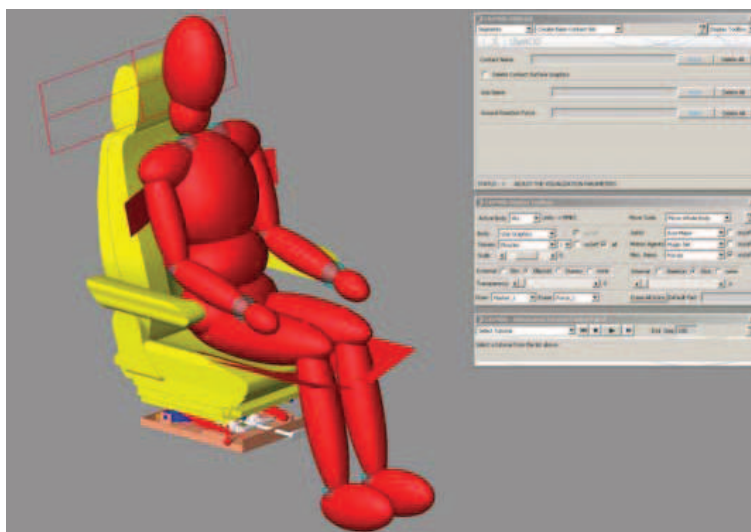
tiklem. Počátek komerční produkce pružné polyuretanové pěny se pak datuje rokem 1954. Její výroba byla založena na polyadici toluen diisokyanátu a polyester polyolu (TDI). Komfortní pružné čalounění se tak mohlo stát široce dostupným. V r. 1960 bylo vyrobeno již 45 000 tun tohoto materiálu, [39].

Vzniká při reakci polyolu a isokyanátu, která zapříčiní růst makromolekulární složky. Další reakcí vody s izokyanátem dochází k produkci kysličníku uhličitého a zplyňování nadouvadla, což vede k formování pěnové struktury. K zabezpečení požadovaných fyzikálních vlastností je nutné ovládnout růst pórovité struktury nalezením rovnováhy mezi produkcí makromolekulární složky a jevem zpěňování (viz [37]). Postup chemické reakce je dokumentován obr. 1.13.

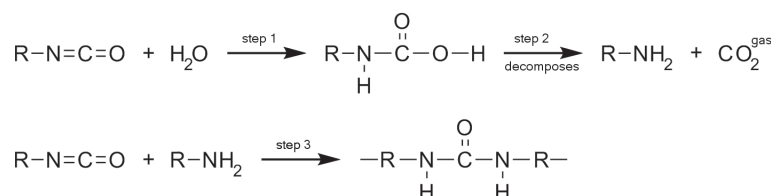
Další typy pěn jsou odvozeny v závislosti na použitém isokyanátu. Z aromatických isokyanátů se vyrábí pěna MDI (difenylmetan diisokyanát) a již zmíněná TDI, z alifatických potom HDI (hexametylen) nebo IPDI (isoforon diisokyanát), [40].

Zmíňme ještě další počín ve vývoji PU pěn. V r. 1966 bylo odvozeno chem. složení PU pěny s pomalým dopružováním. Vývoj byl iniciován Národním úřadem pro letectví a kosmonautiku USA (NASA), [41]. Původně měl tento materiál sloužit jako čalounění leteckých sedáků. Širší uplatnění však našel v civilní sféře. Jako vibroaizolační prvek se zřejmě neosvědčil.

Vývoj PU pěn pokračuje a vylepšování jejich vlastností a chemického složení je předmětem mnoha patentů.



Obrázek 1.12: Virtuální náhrada lidského těla firmy Lifemodeler



Obrázek 1.13: Chemická reakce popisující vznik PU pěny, převzato z [40].

Přibližně od r. 2004 se můžeme dozvídat o pokusech uplatnit v praxi PU pěny vyrobené za použití polyolů pocházejících z rostlinných olejů. Příčinou je rostoucí cena petrochemických produktů a částečně také nárůst zájmu veřejnosti o výrobky, které byly vyrobeny technologií šetrnější k životnímu prostředí. Jedním z hlavních protagonistů tohoto vývoje je firma Ford Motor Company.

Kapitola 2

Metodika měření a vyhodnocování mechanických vlastností polyuretanové pěny

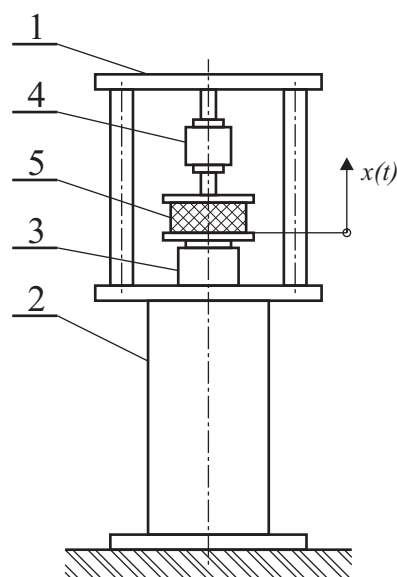
Souběžně s rozšiřujícím se uplatněním PU pěn při výrobě čalounění sedáků vznikla potřeba stanovovat a kvantifikovat její vlastnosti. Aby bylo možné je vzájemně porovnávat, musí být experimentální data různých vzorků získána a zpracována srovnatelnými postupy. Byla tedy vyvinuta metodika, která zohledňuje zkušenosti nabyté ve výzkumu mechanických vlastností PU pěn.

2.1 Oblast aplikace

Uvedené postupy vznikly při vývoji automobilových sedaček a na otázku měření a vyhodnocování mechanických veličin PU pěny je třeba nahlížet z pohledu vibroizolace.

2.2 Vzorek polyuretanového materiálu

Předpokládá se vzorek tvaru kvádra s doporučenými rozměry podstavy (100×100) mm a výškou 50 mm. Místo odběru vzorku ze sedáku nebo opěráku si stanovuje uživatel této metodiky podle toho, které části sedadla jsou předmětem jeho zájmu a ve které směru chce vlastnosti materiálu získat. Pro opakovaná měření s požadavkem vzájemné porovnatelnosti je třeba vzorky odebírat z odpovídajících si míst. Při skladování vzorku např. pro další měření nebo opakování měření již provedených je třeba vzít v úvahu to, že polyuretanový materiál v čase degraduje. Doporučuje se skladovat vzorky na suchém a teplém místě bez přístupu světla.



Obrázek 2.1: Příklad zkušebního zařízení, vlevo: náčrt, vpravo: realizace, pozice: 1-tuhý rám, 2-lineární motor, 3-pístnice lineárního motoru, 4-snímač síly, 5-vzorek měřeného materiálu

2.3 Měřicí zařízení

Zařízení musí umožňovat stlačování vzorku materiálu níže definovaným signálem polohy $x(t)$, přičemž se měří síla F , která působí na vzorek ve směru stlačování. V závislosti na konstrukci použitého měřicího zařízení se vzorek opírá o horní podstavu a buzena je dolní podstava nebo naopak. Náčrt možné konstrukce měřicího zařízení je uveden na obr. 2.1 vlevo, jeho realizace pak na obr. 2.1 vpravo. Ze zkoušky je třeba pořídit záznam uspořádaných dvojic polohy $x(t)$, resp. času t , jako nezávislé proměnné a síly F jako závislé proměnné v přiměřeném časovém úseku (viz níže) s vhodnou vzorkovací frekvencí (viz tab. 2.1, tab. 2.2).

2.4 Dynamická zkouška

2.4.1 Budicí signály

Pro stlačování vzorku PU pěny se používají 2 typy budících polohových signálů $x(t)$.

Budicí frekvence f [Hz]	Vzorkovací frekvence f_{VZ} [Hz]
0.1	100
0.5	300
0.7	500
1	700
2	1000
3	2000
4	2000
5	3000

Tabulka 2.1: Budicí a vzorkovací frekvence pro měření při harmonickém signálu buzení

2.4.1.1 Harmonický budicí signál

Harmonický budicí signál je definován vztahem:

$$x(t) = A_0 + A \sin(\omega t), \quad (2.1)$$

kde: A_0 je střední hodnota, A je amplituda, $\omega = 2\pi f$ je úhlová frekvence, $f = 1/T$ je frekvence a T je perioda.

Střední hodnota A_0 se volí rovna 50 % z hodnoty výšky vzorku h a amplituda A jako 10% z hodnoty výšky vzorku. Potom

$$A = 0.5 h, \quad A_0 = 0.1 h. \quad (2.2)$$

Měření se provedou zvlášť pro každou frekvenci uvedenou v tab. 2.1 při konstantní střední hodnotě a amplitudě. Vzorkovací frekvence uvedené v téže tabulce jsou pouze doporučené.

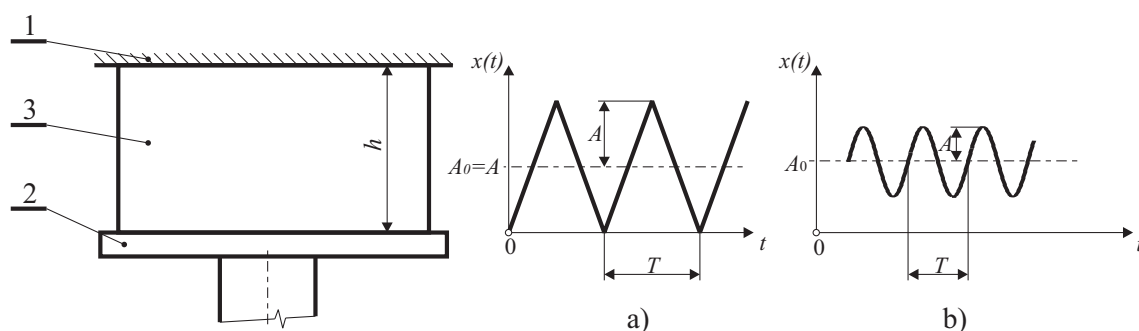
2.4.1.2 Trojúhelníkový budicí signál

Trojúhelníkový budicí signál je definován vztahem (2.3). Střední hodnota signálu se v tomto případě rovná jeho amplitudě. V dolní úvrati hydraulického válce tedy dojde k vymizení deformace vzorku.

$$x(t) = \begin{cases} \frac{4A}{T}(t - nT) & \text{pro } t \in \langle nT; nT + T/2 \rangle \\ -\frac{4A}{T}(t - (n+1)T) & \text{pro } t \in \langle nT + T/2; (n+1)T \rangle \end{cases}, \quad (2.3)$$

kde n má význam pořadí periody. Velikost amplitudy je rovna 40 % z hodnoty výšky vzorku, tedy

$$A = 0.4h. \quad (2.4)$$



Obrázek 2.2: Zatěžování vzorku PU pěny a) trojúhelníkovým budicím signálem, b) harmonickým budicím signálem, 1-nepohyblivá čelist, 2-pohyblivá čelist, 3-vzorek PU pěny

Budicí frekvence f [Hz]	Vzorkovací frekvence f_{VZ} [Hz]
0.01	50 až 100
0.05	100
0.1	200
0.5	800
1	2000
2	3000

Tabulka 2.2: Budicí a vzorkovací frekvence pro měření při trojúhelníkovém signálu buzení

Měření se provádí při budicích frekvencích stanovených v tab. 2.2, kde jsou také uvedeny doporučené vzorkovací frekvence.

2.4.2 Provedení dynamické zkoušky

2.4.2.1 Nalezení nulové polohy

Mezi dvěma rovnoběžnými plochými čelistmi zatěžovacího ústrojí se vytvoří prostor přesahující výšku vzorku h . Vzorek se volně vloží mezi čelisti a následuje nalezení kontaktu mezi vzorkem a čelistmi pomalým najížděním pohyblivé čelisti tak, aby se vyvozená kontaktní síla pohybovala v rozmezí (1.5 až 2) N. Tuto polohu si nazvěme polohou A. Poté se vzorek zatěžuje po dobu 10 až 15 period harmonickým budicím signálem (2.1) s frekvencí 0.5 Hz a se střední hodnotou a amplitudou stanovenou podle vztahu (2.2) pro harmonický signál. Následně se vzorek odlehčí vyjetím čelisti zpět do polohy A. Zpravidla lze pozorovat, že po provedeném dynamickém zatěžování je kontaktní síla mezi vzorkem a čelistmi v poloze A menší, nebo že kontakt zcela

vymizel. Pomalým najížděním čelisti se obnoví kontakt na již výše zmíněnou hodnotu síly (1.5 až 2) N a vynuluje se odměřování polohy x . Tato poloha je počátkem souřadnice $x(t)$ a budeme ji nazývat polohou nulovou. Takto nalezený kontakt je platný pro měření se všemi frekvencemi a nemění se ani když by se v průběhu zkoušky kontaktní síla v nulové poloze snížila pod stanovenou mez a nebo zcela vymizela.

2.4.2.2 Předzatížení vzorku

Před započítáním měření se sérií frekvencí harmonického budicího signálu se vzorek předběžně zatíží harmonickým budicím signálem polohy se střední hodnotou a amplitudou určených podle vztahů (2.1) po dobu 10 až 15 period. Pokud se však po vymezení nulové polohy bezprostředně pokračuje měřením s harmonickým průběhem polohy, nemusí se toto předběžné zatížení provést, protože bylo realizováno v rámci hledání nulové polohy. Před započítáním měření se sérií frekvencí trojúhelníkového signálu polohy se vzorek předběžně zatíží trojúhelníkovým signálem polohy se střední hodnotou rovnou amplitudě stanovené podle vztahu (2.4) po dobu 10 až 15 period. Pokud se měření s harmonickým a trojúhelníkovým budicím signálem provádějí bezprostředně po sobě, doporučuje se zahájit testování harmonickým buzením.

2.4.2.3 Měření

Vlastní zkouška se provádí měřením silové odezvy při stlačování vzorku předepsaným signálem polohy podle (2.1) nebo (2.3). Budicí frekvence se nastavuje postupně od nejnižších hodnot z tab. 2.1 nebo tab. 2.2 směrem k vyšším hodnotám. Od každé budicí frekvence se změří potřebný počet period (doporučuje se 10 až 30 period). Pokud je třeba mezi změnami budicích frekvencí je naměřená data vizuálně zkontrolovat, zapsat na záznamové zařízení a přestavit hodnotu frekvence budicího zařízení na následující vyšší. Po tento čas je nutné buzení zastavit a odlehčit vzorek materiálu najetím do nulové polohy, aby ve vzorku nedocházelo k relaxaci napětí. K relaxaci napětí ale dochází i při dynamickém zatěžování, takže při měření s konstantní střední hodnotou, amplitudou i frekvencí klesá velikost měřené síly s přibývajícím časem. Je tedy potřeba zaznamenat tu část silové odezvy, kdy tento jev již není významný. Orientačně je možno říci, že u nízkých frekvencí to obvykle bývá po uplynutí přibližně 3 až 10 period od zahájení buzení, u vyšších frekvencí přibližně po uplynutí 10 a více period. Směrodatný je ovšem úsudek obsluhy měřicího zařízení s ohledem na chování konkrétního měřeného materiálu.

2.4.3 Úprava naměřených dat

Naměřený signál polohy $x(t)$ a síly $F(t)$ zpravidla obsahuje šum, který je třeba odstranit. Způsobů, jak toho dosáhnout je více. Obecně platí zásada, že úpravou dat by se měly z naměřeného signálu odstranit v co největší míře

neužitečné informace (šum), při současném zachování a co nejmenším poškození užitečné informace. Jeden z možných postupů je uveden v tomto odstavci. Je založen na principu plovoucího průměrování s adaptivním počtem průměrovaných bodů. Obecně uvažujme veličinu V a zavedme označení:

N ... počet zpracovávaných bodů signálu,

V_i ... i -tý vzorek naměřeného signálu,

$\bar{V}_i$... i -tý vzorek upraveného signálu,

$i = 1 \dots N$,

n ... parametr algoritmu.

Hlavním parametrem algoritmu je hodnota n , která udává kolik bodů před a za bodem i se zahrnuje do průměru. Celkový počet bodů v průměrovaném intervalu je $2n + 1$. Hodnota n se stanoví vztahem (2.5) na základě poměru vzorkovací a budicí frekvence signálu.

$$n = \text{round} \left(k_0 + \left(\frac{f_{VZ}}{k_1 f} \right)^{k_2} \right) + k_3, \quad (2.5)$$

kde funkce round zaokrouhlí výraz v závorce na nejbližší celé číslo. Doporučené hodnoty konstant jsou: $k_0 = 5$, $k_1 = 350$ až 450 , $k_2 = 1$ až 1.2 . Zatímco konstanty k_0 až k_2 by se po prvním nastavení již neměly měnit, konstanta k_3 slouží k individuální korekci hodnoty vypočtené v předcházejícím členu vztahu (2.5) pro každý jednotlivý signál v případě, že je taková korekce vhodná nebo nutná. Konstanta k_3 může nabývat jak kladných, tak záporných hodnot. Jak již bylo řečeno, počet průměrovaných bodů je adaptabilní, a to v mezích daných vztahy

$$n_{\min} = \text{round} \left(\frac{n}{k_4} \right), \quad n_{\max} = \text{round} (nk_4), \quad (2.6)$$

kde konstanta k_4 by se měla volit kolem čísla 1.5 .

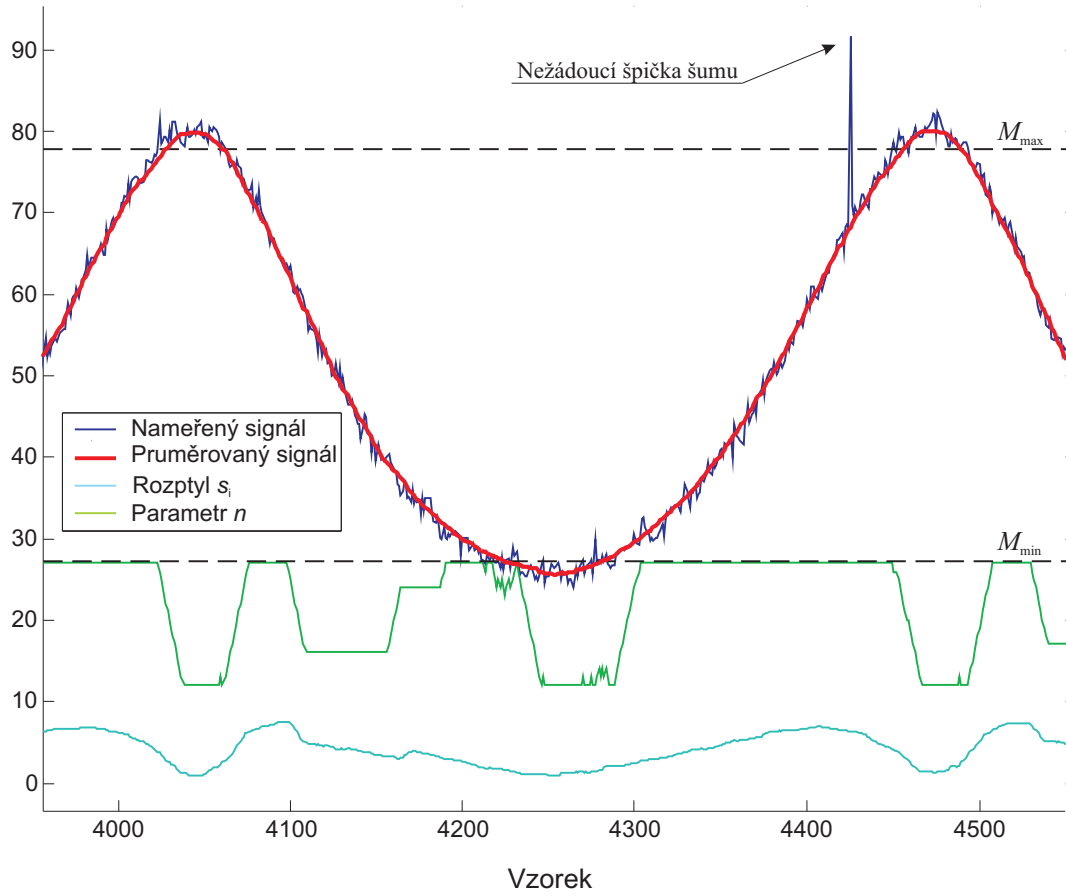
V každém i -tém bodě signálu, se stanoví rozptyl v průměrovaném intervalu:

$$s_i = \sqrt{\frac{1}{2n} \sum_{m=i-1}^{i+n} (V_m - \bar{V}_i)^2}, \quad \text{kde} \quad \bar{V}_i = \frac{1}{2n+1} \sum_{m=i-1}^{i+n} V_m. \quad (2.7)$$

představuje průměrnou hodnotu veličiny V na průměrovaném intervalu. Zároveň se vypočítává průměrný rozptyl za celou historii průměrování jednoho signálu podle rovnice (2.8). Dodejme, že začátek průměrování signálu V je v bodě $n + 1$ a konec v bodě $N - n$.

$$\bar{s}_i = \frac{1}{i - (n + 1) \sum_{n+1}^i s_i}. \quad (2.8)$$

První úpravou signálu veličiny V je odstranění nežádoucích špiček šumu (viz obr. 2.3), které by při průměrování způsobovaly skokovou změnu průměrované veličiny na délce průměrovaného intervalu. V okamžiku, kdy se



Obrázek 2.3: Průměrování naměřeného signálu

špička šumu dostane do průměrovaného intervalu, nastane skoková změna v rozptylu s_i . V takovém případě se hodnota špičky nahradí aritmetickým průměrem hodnoty veličiny V bezprostředně před a za špičkou. Tedy uplatní se výraz:

$$(s_i > k_5 s_{i-1}) \Rightarrow V_{i+n} = \frac{1}{2} (V_{i+n-1} + V_{i+n+1}). \quad (2.9)$$

Konstanta k_5 odpovídá tomu, kolikrát se musí zvětšit rozptyl s_i vůči rozptylu s_{i-1} , aby to bylo považováno za skokovou změnu. Doporučená hodnota je $k_5 = 1.2$. Dále se přepočítají rozptyly s_i s novou hodnotou V_{i+n} nahrazující špičku a teprve poté se uplatní podmínky (2.10) a (2.11), popř. (2.12).

Pokud v bodě i nastane, že rozptyl s_i je větší než průměrný rozptyl $\bar{s}_i$, zmenší se pro další výpočetní krok číslo n o 1, avšak nesmí být menší než $n_{\min}$ (viz podmínku (2.10)). Naopak, jestliže je v bodě i rozptyl s_i menší než k_6 násobek $\bar{s}_i$, zvětší se číslo n o 1, avšak nesmí přesáhnout hodnotu $n_{\max}$ (viz podmínku (2.11)) a nesmí se v příštím kroku očekávat nežádoucí špička šumu, tedy rozptyl s_{i+1} musí být menší než k_5 násobek rozptylu s_i . Doporučená hodnota pro konstantu k_6 je 2 až 2.2.

$$(s_i > \bar{s}_i) \wedge (n_i > n_{\min}) \Rightarrow n_{i+1} = n_i - 1, \quad (2.10)$$

$$(s_i > k_6 \bar{s}_i) \wedge (n_i < n_{\min}) \wedge (s_{i+1} > k_5 \bar{s}_i) \Rightarrow n_{i+1} = n_i + 1. \quad (2.11)$$

Nevýhodou tohoto postupu je, že když se v extrémech signálu V na daném průměrovaném intervalu rozptýl si zmenšuje, rozšiřuje se tím průměrované pásmo. Tím dochází ke ztrátě užitečné informace v extrémech signálu. Tento negativní jev se odstraní tak, že se pro veličinu V navrhnu meze $M_{\min}$ a $M_{\max}$, jejichž překročení je indikací, že se interval průměrování nachází v oblasti extrémů. Po překročení těchto mezí se v každém následujícím kroku číslo n zmenší o 1, avšak nesmí být menší než $n_{\min}$ (viz podmínku (2.12)). Podmínka (2.12) je pak nadřazena podmínkám (2.10) a (2.11).

$$[(V_i < M_{\min}) \vee (V_i > M_{\max})] \wedge (n_i > n_{\min}) \Rightarrow n_{i+1} = n_i - 1. \quad (2.12)$$

Navrhnout meze přímo z globálních extrémů veličiny V by nebylo výhodné, protože např. maximální hodnotu naměřeného signálu na obr. 2.3 představuje nežádoucí špička šumu. Proto základ pro návrh mezí tvoří maxima polygonu četností hodnot veličiny V , přičemž počet intervalů četností volíme sudé číslo $b = 50$. Levé maximum polygonu četností (viz obr. 2.4) nazveme $V_{\max L}$ a stanoví se jako maximální funkční hodnota polygonu četností v 1. až $b/2$ -tém intervalu. Právě maximum $V_{\max P}$ se stanoví jako maximální funkční hodnota polygonu četností v $(b/2 + 1)$ -tém až b -tém intervalu. Potom meze $M_{\min}$ a $M_{\max}$ stanovíme podle rovnic

$$M_{\min} = k_7 V_{\max L}, \quad (2.13)$$

$$M_{\max} = k_8 V_{\max P}. \quad (2.14)$$

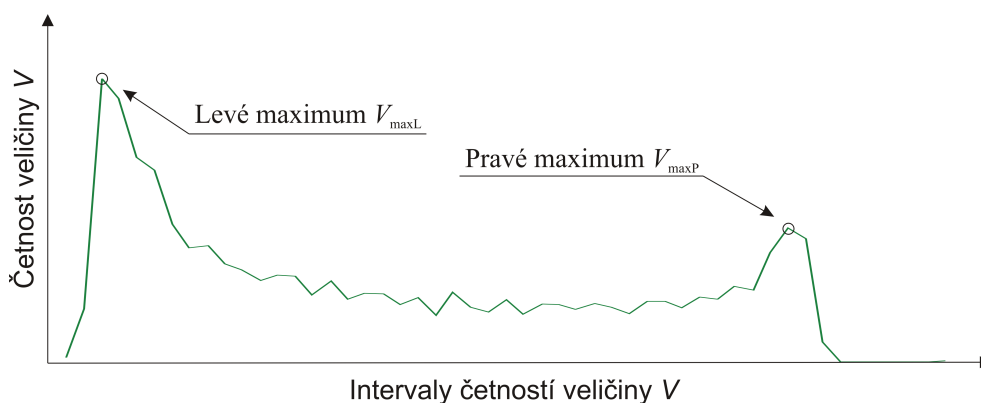
kde doporučené hodnoty konstant jsou $k_7 = 1.05$ a $k_8 = 0.98$.

2.4.4 Vyhodnocení naměřených dat

Pro jednoduchost zachováme v dalším textu označení pro polohu $x(t)$ a sílu $F(t)$, i když předpokládáme, že se jedná o signály upravené redukcí šumu.

PU materiál vykazuje obecně velmi nelineární a komplikované chování. Z dosavadních experimentů vyplývá, že silová odezva při stlačování vzorku materiálu ve tvaru kvádrů o hodnotu x je závislá na poloze x , rychlosti stlačování $\dot{x}$ a čase t . Celkovou silovou odezvu F tak lze rozdělit do složek, které představují sílu vratnou F_R a sílu tlumicí F_d , což je symbolicky vyjádřeno vztahem (2.15). Vlastnosti materiálu budou v této kapitole vyjádřeny jeho chováním při různých způsobech zatěžování.

$$F(t, x, \dot{x}) = F_R(t, x, \dot{x}) + F_d(t, x, \dot{x}). \quad (2.15)$$



Obrázek 2.4: Polygon četností hodnot veličiny V

Silovou odezvou u viskoelastických materiálů na kinematické buzení (v uvedeném případě harmonický signál polohy) je obecně hysterezi smyčka uvedená na obr. 2.5. Na tomto schématu zavedeme některé pojmy a předpoklady.

Uvedený přístup předpokládá, že síla tlumicí F_d je symetricky rozložena kolem skeletové čáry hysterezní křivky. Předpokládejme také, že vratná síla F_R , je reprezentována právě skeletovou čarou hysterezní smyčky (viz obr. 2.5 nahoře). V tomto pojetí není vratná síla přímo měřitelná při kvazistatickém zatěžování z důvodu silné časové závislosti silové odezvy polyuretanové pěny. Takto zavedený pojem vratné síly potom nevyjadřuje pouze elastické vlastnosti materiálu, ale zahrnuje také částečně jeho vlastnosti viskózní. Práce tlumicí síly W_d je dána obsahem hysterezní smyčky:

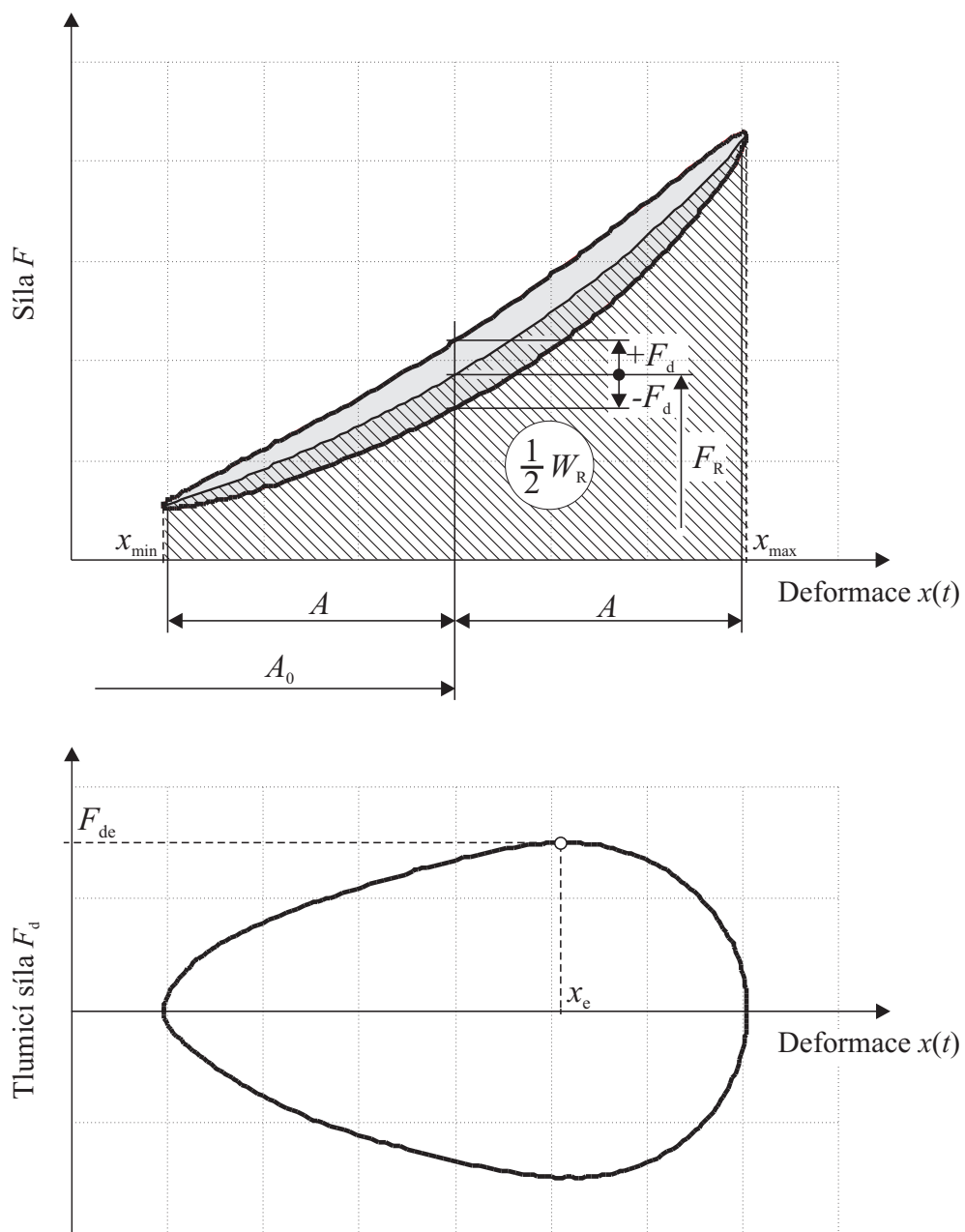
$$W_d = \oint F(x) dx, \quad (2.16)$$

Práce síly vratné W_R je dána dvojnásobkem vyšrafované plochy pod křivkou F_R a je definována vztahem:

$$W_R = 2 \int_{x_{\min}}^{x_{\max}} F_R dx, \quad (2.17)$$

přičemž $x_{\min}$ představuje minimální a $x_{\max}$ maximální hodnotu deformace v rámci jedné zatěžovací periody. Pro případ periodického budicího signálu se střední hodnotou A_0 a amplitudou A je lze teoreticky vyjádřit vztahem $x_{\min} = A_0 - A$ a $x_{\max} = A_0 + A$. Prakticky se však integruje v mezích, které jsou dány dolní a horní úvratí budicího válce. Rozdíl mezi teoretickými (žádanými) a skutečnými hodnotami je regulační odchylka. Další veličinou, kterou lze charakterizovat chování PU pěny je poměr práce síly tlumicí W_d ku práci síly vratné W_R vykonané během jedné zatěžovací periody podle vztahu:

$$\delta_W = \frac{W_d}{W_R}. \quad (2.18)$$



Obrázek 2.5: Rozklad sil

Na obr. 2.5 dole je v závislosti na poloze x vynesena tlumicí síla F_d , která vykazuje pro polyuretanové pěny charakteristický hruškovitý tvar se zřetelným extrémem x_e .

Jako výsledek zkoušky se uvedou grafy závislostí $F = F(x)$, $F_d = F_d(x)$ stanovené z jedné vybrané periody každého měřeného signálu (případy s různou budicí frekvencí se kreslí do téhož grafu, aby byla patrná frekvenční závislost veličiny). V grafu tlumicí síly se označí extrémy x_e . Dále se sestojí grafy závislostí $W_d = W_d(f)$, $W_R = W_R(f)$, $\delta_W = \delta_W(f)$, přičemž funkce $W_d(f)$ a $\delta_W(f)$ se uvedou také v tabulce a podle dosavadních zkušeností vykazují lineární charakter. Metodou lineární regrese se tedy provede nahrazení závislostí $W_d(f)$ a $\delta_W(f)$ přímkou (přímka se zakreslí do téhož grafu jako měřená veličina). V protokolu (nebo přímo v grafu) se pak uvede předpis lineárního regresního modelu (2.19), resp. (2.20) s příslušným koeficientem determinace. Pokud je koeficient determinace větší než 0.95, pak je předpoklad linearity potvrzen. Pokud se tento předpoklad potvrdí u obou funkcí, potom práci síly vratné W_R můžeme považovat za nezávislou na budicí frekvenci f a jako další výsledek uvedeme průměrnou hodnotu práce síly vratné vypočtenou ze všech hodnot na daném intervalu budicí frekvence s příslušnou směrodatnou odchylkou v absolutním i relativním vyjádření podle vztahů (2.21), (2.22) a (2.23) dosazením za $v = W_R$, přičemž N je počet alternativ budicí frekvence. Dále se ze souboru hodnot x_e stanovených pro jednotlivé frekvence vypočítá průměrná hodnota, absolutní a relativní rozptyl dosazením za $v = x_e$. Uvedené veličiny a grafy se vyhodnotí a zobrazí odděleně pro harmonické a trojúhelníkové buzení.

$$\hat{W}_d = a_1 f + a_0. \quad (2.19)$$

$$\hat{\delta}_W = b_1 f + b_0. \quad (2.20)$$

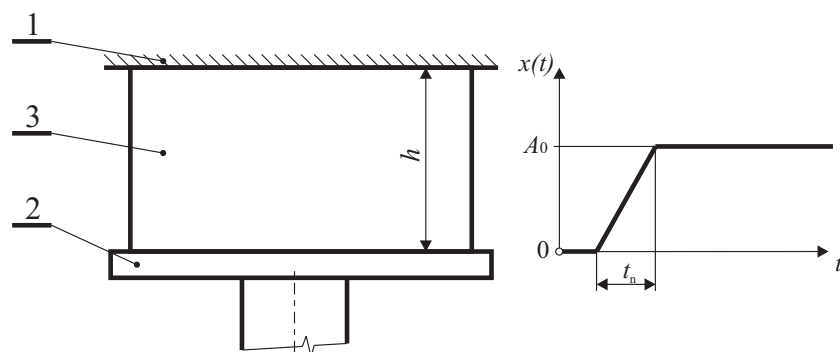
$$\bar{v} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N v_i, \quad (2.21)$$

$$S_v = \sqrt{\frac{1}{N+1} \sum_{i=1}^N (v_i - \bar{v})^2}, \quad (2.22)$$

$$s_v = \frac{S_v}{\bar{v}} \cdot 100\%. \quad (2.23)$$

2.5 Relaxační zkouška materiálu

Relaxační zkouška slouží k popisu viskoelastických vlastností PU pěny při stlačení na konstantní deformaci. Vzorek se stlačuje o hodnotu A_0 nabývajících hodnot $A_0 \in \{15, 25, 30\}$ mm. Měřicí zařízení a vzorek PU materiálu jsou stejné jako při provádění dynamického testu (viz kap. 2.2 a 2.3).



Obrázek 2.6: Zatěžování vzorku při relaxační zkoušce, pozice: 1–nepohyblivá zatěžovací deska (rám), 2–pohyblivá zatěžovací deska, 3–vzorek materiálu

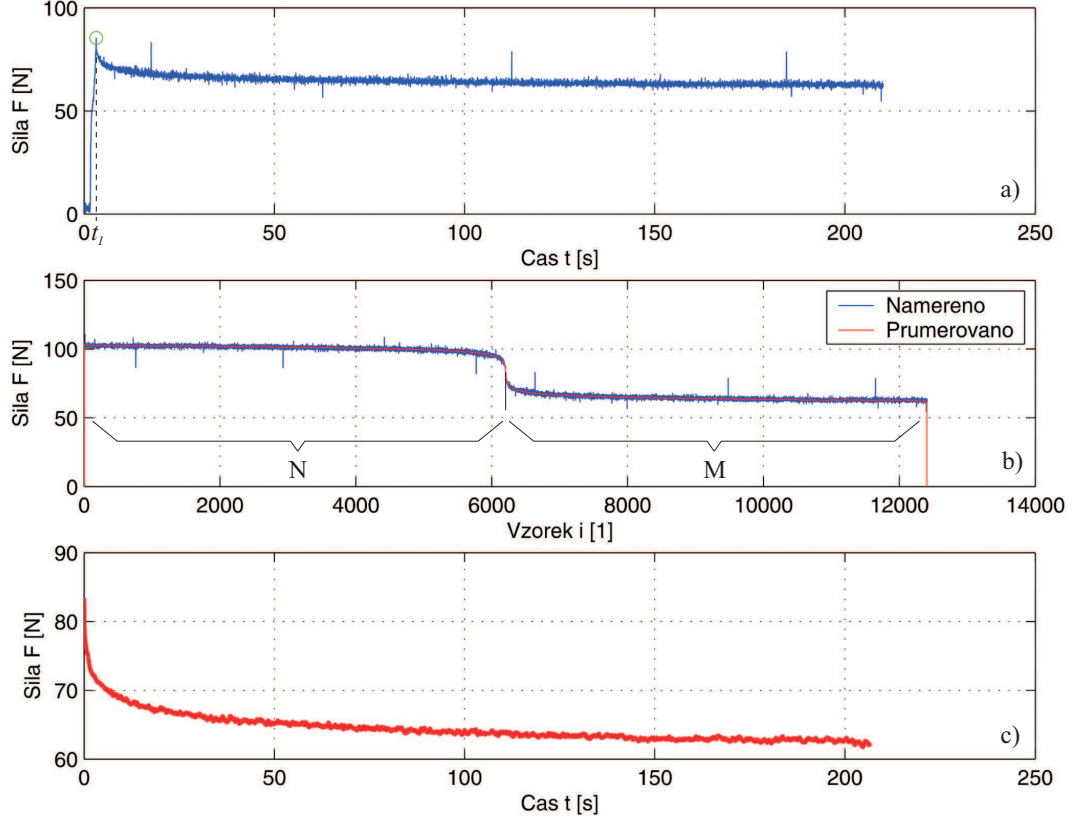
2.5.1 Provedení relaxační zkoušky

Mezi dvěma rovnoběžnými plochými čelistmi zatěžovacího ústrojí se vytvoří prostor přesahující výšku vzorku h . Vzorek se volně vloží mezi čelisti a následuje nalezení kontaktu mezi vzorkem a čelistmi pomalým najížděním pohyblivé čelisti tak, aby se vyvozená kontaktní síla pohybovala v rozmezí (1.5 až 2) N. Tuto polohu si nazvěme polohou A. V této poloze se vynuluje souřadnice polohy $x(t)$. Po spuštění zaznamenávání veličin síly F a polohy x se rychlostí 0.016 m/s vzorek stlačí o hodnotu A_0 (viz obr. 2.6, kde t_n představuje dobu náběhu z polohy A do polohy A_0). V tomto stavu se setrvá po dobu 210 s. Poté se ukončí odečítání měřených veličin a následně se vzorek odlehčí do polohy A. Tato zkouška se dále opakuje se dvěma zbývajícimi hodnotami A_0 . Mezi jednotlivými měřeními téhož vzorku se vzorek ponechá nezatížený nejméně 45 minut. Vzorkovací frekvence pro tato měření činí $f_{VZ} = 30$ Hz. Na pořadí volby hodnoty stlačení A_0 nezáleží.

U tohoto typu zkoušky se neprovádí žádné předzatížení, naopak před započítáním měření nesmí být vzorek zatěžován nejméně 45 min.

2.5.2 Úprava naměřených dat

Dále uvedený doporučený postup redukce šumu v naměřeném signálu je modifikací principu výpočtu plovoucího průměru popsaného v kap. 2.4.3. Na obr. 2.7 je graf naměřené silové odezvy F v závislosti na čase t . Počet naměřených vzorků je $i = 1 \dots N$. Z něho obsluha odečte maximální hodnotu síly po najetí do polohy A_0 (na obr. 2.7) označena zeleným kroužkem). Pro další výklad nazvěme tento vzorek $i = I$ a tedy sílu F_I a čas t_I . Protože dále uvedená metoda vyhlazení dat má tendenci nadhodnocovat velikost síly v okamžiku najetí válce do polohy A_0 , provedeme úpravu která tento jev potlačuje. Spočívá v tom, že se první relevantní vzorek síly F_I a odpovídající čas t_I nahradí aritmetickým průměrem se vzorky bezprostředně následujícími:



Obrázek 2.7: Úprava dat při relaxační zkoušce

$$\tilde{F}_I = \frac{1}{2}(F_I + F_{I+i}), \quad \tilde{t}_I = \frac{1}{2}(t_I + t_{I+1}). \quad (2.24)$$

Potom zpětně:

$$F_I = \tilde{F}_I, \quad t_I = \tilde{t}_I. \quad (2.25)$$

Množina relevantních vzorků pro zpracování relaxační zkoušky je potom dána předpisem $F_i \in M$ pro $i = 1 \dots N$ a má tedy $N - I + 1$ prvků.

Poté vytvoříme množinu N předpisem $F' \in N$, kde F' je dána vztahem (2.26) a představuje množinu prvků signálu středově souměrného k signálu F , kde $i = I \dots N$, podle počátku umístěného do bodu $[t_I, F_I]$. Pro zachování strmého poklesu síly F a její směrnice v počátku relaxace, se dále

bude plovoucím průměrem vyhlazovat signál, který je sjednocením množiny M a množiny N. Prvky takového signálu tvoří tedy množinu $P = M \cap N$, která má k prvků, kde $k = 2(N - I) + 1$ a její grafická reprezentace je znázorněna na obr. 2.7b) modře.

$$F'_i = -F_{N-i+1} + 2F_i, \quad \text{kde } i = 1 \dots N - I. \quad (2.26)$$

Signál síly určený množinou P se průměruje pomocí vztahů (2.5) až (2.11), přičemž parametr průměrování se zvolí $n = 8$ (tato volba se vztahuje ke zvolené vzorkovací frekvenci $f_{VZ} = 30$ Hz). Po provedení průměrování se z množiny P opět separují prvky množiny M, které již představují průměrovaný signál naměřené síly F . Tedy:

$$F = F_i \in P, \quad \text{pro } i = N - I + 1 \dots 2(N - I) - n_k. \quad (2.27)$$

Hodnota n_k zde představuje hodnotu parametru průměrování n na konci průměrované oblasti (tedy množiny P), neboť n se v průběhu průměrování mění podle vztahů (2.10) a (2.11). Počet vyhlazených vzorků síly má nyní $N - I + 1 - n_k$ prvků, tedy o n_k prvků méně než množina M relevantních vzorků nevyhlazené veličiny F . Počátek časové osy je posunut tak, že první vzorek veličiny F se nachází v čase $t = 0$. Naměřená síla po filtraci je pak na obr. 2.7c).

2.5.3 Vyhodnocení naměřených dat

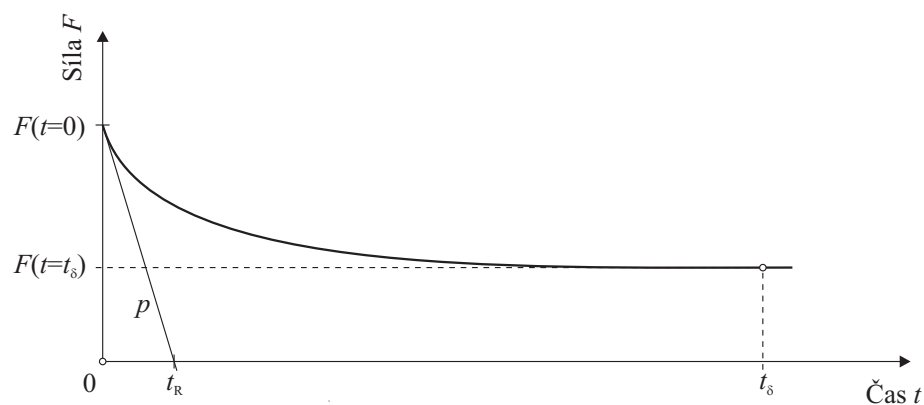
Pro jednoduchost budeme opět v dalším textu pro označení síly používat písmeno F , i když předpokládáme, že pracujeme s veličinou vyhlazenou plovoucím průměrováním. Vyhodnotíme maximální rychlost relaxace podle předpisu

$$v_{F_{\max}} = \min \left(\frac{dF}{dt} \right), \quad (2.28)$$

přičemž tato veličina má záporné znaménko, protože se jedná o úbytek síly F v čase. Její fyzikální veličina je N/s. Pro vyhodnocení veličiny, kterou nazveme relaxační čas t_R , předpokládáme, že maximální rychlost relaxace nastává vždy v počátku relaxačního děje, tedy v čase $t = 0$. Relaxační čas je definován vztahem (2.29) a uvádí se v sekundách. V grafickém znázornění na obr. 2.8 lze t_R odečíst v místě průsečíku tečny p k relaxační křivce v počátku děje a časové osy.

$$t_R = \frac{F(t = 0)}{|v_{F_{\max}}|}. \quad (2.29)$$

Další veličinou, která popisuje relaxační vlastnosti PU pěny, je míra relaxace napětí za určitý čas t od počátku relaxačního děje. Tuto míru označíme δ_R , vypočteme ji podle vztahu (2.30) a v indexu této veličiny uvedeme čas t_δ v sekundách.



Obrázek 2.8: Schéma relaxačního děje

$$\delta_{R_{t_\delta}} = \frac{F(t=0) - F(t=t_\delta)}{F(t=0)} \cdot 100\%. \quad (2.30)$$

Stanovuje se δ_{R200} , tedy míra relaxace po uplynutí času 200 sekund a je určena vztahem (2.31). Tedy pro $t = 200$ s vypočteme hodnotu

$$\delta_{R200} = \frac{F(t=0) - F(t=200)}{F(t=0)} \cdot 100\%. \quad (2.31)$$

Pokud je to účelné může se stanovit hodnota δ_R navíc pro jiný čas t_δ . Jako výsledek se také uvede průběh vyhlazené síly F v závislosti na čase t pro různá stlačení A_0 v témže grafu.

Kapitola 3

Porovnání mechanických vlastností vzorků odebraných z různých míst téhož sedáku

V této kapitole je analyzován rozptyl vlastností vzorků PU pěny, které byly odebrány z různým míst téhož sedáku. Při zkoumání vlastností PU pěny se může objevit otázka zda volba místa odběru ovlivňuje získané výsledky. Také si můžeme položit otázku zda je možné, např. při dlouhodobých testech, zaměnit vzorek, který byl nechtěně poškozen, jiným vzorkem ze sousední pozice a jaký rozdíl v měřených vlastnostech můžeme očekávat.

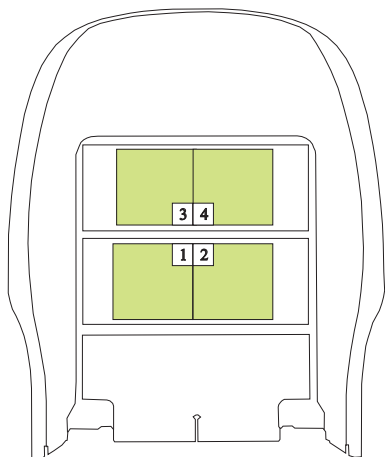
Tato analýza také poskytne informace o tom, jaké nároky na přesnost modelování mechanických vlastností bychom měli uplatňovat.

3.1 Vzorky polyuretanového materiálu

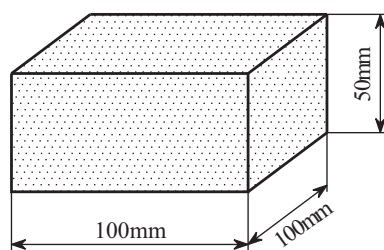
Vzorky polyuretanového materiálu byly vyříznuty z automobilového sedáku. Nesou označení sk1-1, sk1-2, sk1-3 a sk1-4, kde poslední číslice představuje místo odběru vzorku ze sedáku podle schématu na obr. 3.1. Předepsaná hustota vzorků z materiálu TDI s otevřenými póry je 55 kg/m^3 . Mají tvar kvádru o velikosti $(100 \times 100 \times 50) \text{ mm}$ (viz obr. 3.2). Na obr. 3.3(a) je fotografie struktury vzorku sk1-2 pořízená elektronovým mikroskopem při 15 násobném zvětšení, na obr. 3.3(b) je pak detail povrchu strukturního elementu buňky téhož vzorku (zvětšeno $430\times$).

3.2 Zatěžování vzorků trojúhelníkovým bu- dicím signálem

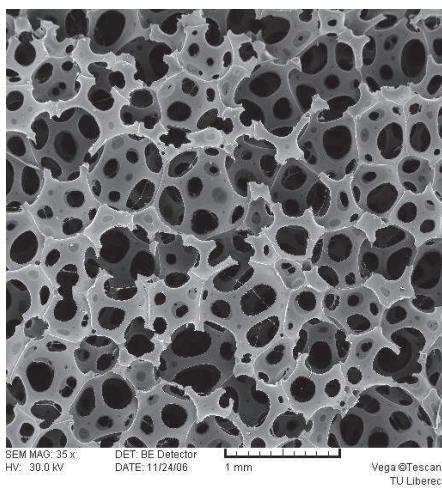
Experiment byl proveden v souladu s metodikou uvedenou v kap. 2. Vzorek byl stlačován trojúhelníkovým signálem polohy (2.3), se střední hodnotou $A_0 = 20 \text{ mm}$, amplitudou $A = 20 \text{ mm}$ a proměnnou frekvencí $f \in$



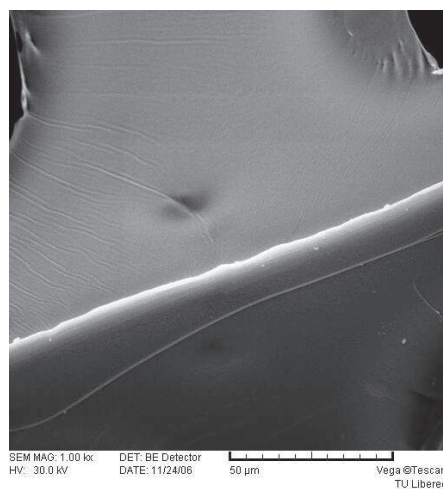
Obrázek 3.1: Označení a umístění vzorků v sedáku



Obrázek 3.2: Tvar vzorku PU pěny



(a) Zvětšeno 15×



(b) Zvětšeno 430×

Obrázek 3.3: Fotografie struktury vzorku polyuretanové pěny sk1-2 elektronovým mikroskopem

$\{0.01; 0.05; 0.1; 0.5; 1; 2\}$ Hz.

Silová odezva vzorků sk1-1 až sk1-4 s patrnou frekvenční závislostí je znázorněna na obr. 3.4, 3.6, 3.8 a 3.10. Tlumičí síla je v závislosti na poloze x vynesena na obr. 3.5, 3.7, 3.9 a 3.11. Zde můžeme pozorovat její charakteristický hruškovitý průběh s extrémy (označeno kroužkem), které se koncentrují v omezeném intervalu poloh. Pro daný počet budicích frekvencí (celkem $N = 6$) v rámci zvolené střední hodnoty a amplitudy jsou užitím vztahů (2.21) až (2.23) vypočteny průměrné polohy extrémů $\bar{x}_e$, směrodatné odchylky v absolutním vyjádření Δx_e a relativním vyjádření δx_e . Tyto hodnoty jsou vyneseny v tab. 3.1.

Vzhledem k tomu, že při změně budicí frekvence v intervalu $f \in \langle 0.01 \div 2 \rangle$ Hz představuje rozptýlenost polohy extrému tlumičí síly vyjádřená směrodatnou odchylkou v relativizovaném tvaru hodnoty v intervalu $\delta_{x_e} \in \langle 0.75109 \div 1.8148 \rangle \%$, můžeme uvažovat o nezávislosti polohy extrému tlumičí síly na frekvenci buzení f .

Velikost disipované práce W_d v závislosti na frekvenci budicího signálu je pro jednotlivé vzorky uvedena v tab. 3.2; graficky potom na obr. 3.14. Je zřejmé, že tuto závislost lze velmi dobře proložit přímkou ve tvaru (2.19), kde členy a_0, a_1 , včetně příslušných koeficientů determinace R^2 jsou uvedeny v tab. 3.4. V legendě grafu na obr. 3.14 jsou výsledky lineární regrese označeny jako Lineární(název vzorku). Veličiny vyjadřované závislostmi získanými regresní analýzou jsou dále označeny symbolem $\hat{}$. Koeficienty determinace se pro tuto lineární nahrazení pohybují v intervalu $\langle 0.97176 \div 0.98261 \rangle$. Je tedy možné říci, že závislost $W_d = W_d(f)$ má lineární charakter. Podle [43] se model lineární regrese často považuje za přijatelný pokud je $R^2 > 0.95$.

Hodnoty poměru práce síly tlumičí W_d ku práci síly vratné W_R vykonané během jedné zatěžovací periody definovaného podle vztahu (2.18) jako δ_W jsou uvedeny v tab. 3.3 a v grafické podobě na obr. 3.15. Také v tomto případě lze závislost δ_W na frekvenci budicího signálu aproximovat přímkou, tentokrát s předpisem (2.20), kde členy b_0, b_1 jsou uvedeny v tab. 3.5 opět s příslušnými koeficienty determinace, které se pro dané vzorky pohybují v intervalu $\langle 0.98858 \div 99239 \rangle$.

3.3 Relaxační zkouška

Při tomto experimentu byly vzorky stlačeny o konstantní hodnotu $A_0 \in \{15, 25, 30\}$ mm po dobu relaxace $t_R = 1$ hod. Síla byla zaznamenávána vzorkovací frekvencí 2 Hz. Na obr. 3.16 jsou uvedeny naměřené relaxační křivky pro jednotlivé vzorky a různá stlačení. Relaxace je nejvýznamnější v prvních okamžicích po zatížení a přibližně po 10 min se pokles síly výrazně zpomalí.

Pro porovnání byly tytéž křivky zobrazeny pro různé vzorky a stejné stlačení do jednoho grafu (viz obr. 3.17).

Z uvedených grafů je patrné, že pokles síly způsobený relaxací napětí ve

vzorku je značný. Pro jeho kvantifikaci byla zvolena procentuální míra δ_{R3600} vyjádřená rozdílem počáteční hodnoty síly $F(0)$ a koncové hodnoty $F(t_R)$ (po relaxaci) vztaženým k počáteční síle, jak uvádí vzorec (2.30). Hodnoty δ_{R3600} jsou uspořádány v tab. 3.6 a na obr. 3.18 a pohybují se v intervalu $\delta_R \in \langle 23.5 \div 31.9 \rangle$ % v závislosti na velikosti počátečního stlačení A_0 .

3.3.1 Popis dynamiky relaxačního děje

V předcházejících odstavcích byla zavedena veličina δ_R , která definuje procentuální rozdíl mezi silou naměřenou v počátku relaxace a silou naměřenou po uplynutí doby relaxace t_δ . Dále zavedeme veličinu pro popis dynamiky relaxačního děje. V následujících kapitolách jsou testovány dvě takové charakteristiky. Nejkratší čas Pronyho řady a maximální rychlost relaxace.

Všechny relaxační průběhy na obr. 3.17 byly proloženy Pronyho řadou ve tvaru (3.1) s koeficienty F_{Pi} a t_{Pi} . Experimenty ukázaly, že pro dobré nahrazení je vhodné užít tuto řadu s 5 členy. Pro konvenční pěny bylo možné s uspokojivým výsledkem užít řadu i se 4 členy, ovšem v případě měření PU pěn s významnějším viskoelastickým chováním, např. pěny s pomalým dopružováním, se to jeví jako nedostatečné.

Na obr. 3.17 jsou uvedeny relaxační křivky pro různá stlačení A_0 jednotlivých vzorků. Pro zřetelnější srovnání jsou na 3.16 uvedeny grafy relaxačních křivek různých vzorků při stejném stlačení A_0 . Koeficientem determinace R^2 v legendě každého grafu je vyjádřena kvalita aproximace Pronyho řadou. Ta je vysoká, R^2 nikdy (až na výjimku způsobenou chybou měření v případě vzorku sk1-4 při $A_0 = 15$ mm, viz komentář v kap. 3.4) neklesne pod hodnotu 0.99, čímž je často způsobeno, že křivka Pronyho řady v grafu zcela překrývá naměřený průběh.

$$\hat{F}(t) = \sum_{i=1}^5 F_{Pi} e^{-\frac{t}{t_{Pi}}}. \quad (3.1)$$

Koeficienty řady F_{Pi} a t_{Pi} jsou pro jednotlivé vzorky a stlačení A_0 uvedeny v tab. 3.8 až 3.11.

Nyní lze přistoupit k posouzení předpokladu, že nejkratší relaxační čas Pronyho řady $t_{Pmin} = \min\{t_{Pi}\}$, kde $i = 1 \dots 5$, bude dobře vypovídat o dynamice relaxačního děje v jeho počátku. Z tab. 3.7, kde jsou uvedeny relaxační časy Pronyho řad t_{Pi} je zřejmé, že tento předpoklad není naplněn. Z téže tabulky vyplývá, že spolehlivější veličinou pro vyjádření dynamiky děje je maximální rychlost úbytku měřené síly v čase definovaná vztahem (2.28), která má fyzikální jednotku [N/s] a z podstaty problému má záporné znaménko. Jeví se totiž jako logické, že s rostoucím stlačením $A_0 \in \{15; 25; 30\}$ mm roste (v absolutní hodnotě) i rychlost relaxace v_{Fmax} pro zvolený vzorek, zatímco nejkratší relaxační čas Pronyho řady t_{Pmin} podobnou závislost nevykazuje. Výjimku zde představuje vyhodnocení měření na vzorku sk1-4, kde rostoucí

tendence v_{Fmax} není naplněna. Došlo zde totiž ke shodě $v_{\text{Fmax}}(A_0 = 15)$ a $v_{\text{Fmax}}(A_0 = 30)$.

3.4 Rozptyl vlastností vzorků

Čtyři vzorky byly podrobeny stejným zkouškám PU pěny vyříznuté z téhož sedáku. Rozptyl jejich sledovaných mechanických vlastností byl vyhodnocen tak, že byla stanovena průměrná hodnota vlastnosti ze čtyř případů pro každý vzorek. Následně byla vypočítána směrodatná odchylka v absolutní velikosti i procentuálně vztažená k průměrné hodnotě.

Z vypočtených hodnot v tab. 3.1, 3.2 a 3.3 plyne, že rozptýlenost práce tlumicí síly W_d od průměrné hodnoty pro zvolenou frekvenci, která je vyjádřena směrodatnou odchylkou, se pohybuje v intervalu $\langle 5.61 \div 7.01 \rangle$ % této průměrné hodnoty. V případě poměru δ_W je to interval $\langle 0.68194 \div 1.97193 \rangle$ % a směrodatná odchylka od průměrné hodnoty vypočtená z průměrných poloh extrémů $\bar{x}_e$ činí 0.4715 %.

Můžeme tedy říci, že vliv volby místa odběru vzorku ze sedáku není významný, resp. je tak malý, že ho z výsledků není možné spolehlivě identifikovat. Musíme totiž uvážit, že toto porovnání je již zatíženo chybou způsobenou jistými rozdíly v rozměrech jednotlivých vzorků, které vznikly při jejich vyřezávání. Více o tomto vlivu viz kap. 4.5. Můžeme tak tedy v podstatě považovat rozložení materiálových vlastností PU pěny za rovnoměrné v objemu sedáku a výběr místa odběru vzorku nemusíme považovat za významný vliv.

Toto statistické zhodnocení nebylo provedeno pro veličiny popisující relaxační děj.

V grafu relaxační křivky vzorku sk1-4 při stlačení $A_0 = 15$ mm na obr. 3.16 nebo lépe na obr. 3.17 je patrné zvlnění naměřeného průběhu v závěru relaxace. To bylo způsobeno nestabilitou hydraulického budicího válce, který se pravděpodobně nevhodným nastavením PID regulátoru rozkmital.

3.5 Modelování mechanických vlastností pěny

K simulaci experimentálních výsledků uvedených v této kapitole pro trojúhelníkové buzení byl použit model odvozený autorem disertační v práci [34]. Pro lepší přehled je jeho formulace uvedena v příloze A. Konstanty simulačního modelu jsou v tab. 3.12.

Technická praxe nastoluje otázku, jaké přesnosti je při modelování fyzikálních dějů třeba dosáhnout. V tomto případě zde hrají roli tři faktory: přesnost výroby materiálu (PU pěny), přesnost měření a přesnost modelování. Nemá velkého smyslu precizně ladit model na experimentální výsledky, jestliže přesnost výroby měřeného materiálu se pohybuje v širších mezích.

V případě PU pěny lze její technologické parametry dodržet s přesností (5 až 15) %, přesnost měření s ohledem na kap. 4.5 se při optimistickém

Vzorek	$\bar{x}_e$ [mm]	Δx_e [mm]	δx_{ei} [%]
sk1-1	38.7398	0.55356	1.4289
sk1-2	38.4248	0.69732	1.8148
sk1-3	38.7184	0.29081	0.75109
sk1-4	38.4047	0.33921	0.88324
průměrná hodnota	38.5719		
směrodatná odchylka	0.1819		
směr. odch. [%]	0.4715		
model	37.554	0.9807	2.6116

Tabulka 3.1: Průměrná poloha extrému tlumicí síly $\bar{x}_e$ a její odchylky, trojúhelníkové buzení

odhadu může pohybovat do 5 %. Rozptyl měření provedených na vzorcích pocházejících z téhož sedáku, ale z různých míst je patrný z grafů 3.4 až 3.11, 3.14 a 3.15. Vyplývá z nich, že souhrnný vliv přesnosti měření a volby místa odběru vzorku se pohybuje v jednotkách procent.

Výsledky simulačního modelu jsou uvedeny na obr. 3.12 až obr. 3.15 a odpovídajících tabulkách. V souvislosti s úvahami o přesnosti souvisejících faktorů je autor považuje za velmi dobré.

Vzorek	f [Hz]					
	0.01	0.05	0.1	0.5	1	2
sk1-1	575.29	607.89	642.63	795.35	962.83	1202.5
sk1-2	616.49	670.34	696.56	891.23	1061	1310.2
sk1-3	632.87	681.92	718.19	914.21	1089.7	1367.8
sk1-4	668.36	721.25	759.09	925.43	1099.4	1345.6
průměrná hodnota	623.25	670.35	704.12	881.56	1053.23	1306.53
směrodatná odchylka	38.61	46.0	48.50	59.21	62.43	73.29
směr. odch. [%]	6.2	7.01	6.89	6.72	5.93	5.61
model	594.89	662.07	695.17	830.52	981.78	1314.65

Tabulka 3.2: Práce tlumicí síly W_d [mJ] v závislosti na frekvenci trojúhelníkového budicího signálu, $A_0=20$ mm, $A=20$ mm

Vzorek	f [Hz]					
	0.01	0.05	0.1	0.5	1	2
sk1-1	0.12542	0.12643	0.12915	0.15094	0.17667	0.2161
sk1-2	0.1249	0.1271	0.12841	0.15683	0.18163	0.22261
sk1-3	0.12692	0.12672	0.13024	0.15691	0.18211	0.22369
sk1-4	0.12584	0.12976	0.13293	0.15293	0.17789	0.21533
průměrná hodnota	0.12577	0.12750	0.13018	0.15440	0.17956	0.21943
směrodatná odchylka	0.00086	0.00153	0.00198	0.00296	0.00270	0.00433
směr. odch. [%]	0.68194	1.19982	1.52086	1.91899	1.50553	1.97173
model	0.1199	0.1277	0.1314	0.1492	0.1723	0.2244

Tabulka 3.3: Poměr δ_W v závislosti na frekvenci trojúhelníkového budicího signálu, $A_0=20$ mm, $A=20$ mm

Vzorek	a_1 [mJ/Hz]	a_0 [mJ]	R^2
sk1-1	312.2485	607.2743	0.98261
sk1-2	342.0611	665.645	0.97176
sk1-3	362.3026	679.7804	0.97724
sk1-4	336.7631	717.4723	0.97507
model	342.1342	637.8102	0.9909

Tabulka 3.4: Koeficienty aproximace experimentálně získané závislosti $W_d = W_d(f)$ přímkovým průběhem (2.19) s koeficientem determinace R^2

Vzorek	b_1 [1/Hz]	b_0 [1]	R^2
sk1-1	0.046455	0.12588	0.99465
sk1-2	0.049972	0.12643	0.98858
sk1-3	0.049887	0.12733	0.99055
sk1-4	0.044853	0.12842	0.99293
model	0.05025	0.12350	0.9960

Tabulka 3.5: Koeficienty aproximace experimentálně získané závislosti $\delta_w = \delta_w(f)$ přímkovým průběhem (2.20) s koeficientem determinace R^2

Stlačení	$F(t = 0)$ [N]				δ_{R3600} [%]			
A_0 [mm]	sk1-1	sk1-2	sk1-3	sk1-4	sk1-1	sk1-2	sk1-3	sk1-4
15	60.2	63.7	62.8	66.6	26.0	26.5	23.0	26.7
25	78.2	82.5	89.2	89.4	27.4	27.7	28.2	28.3
30	112.4	113.4	117.9	112.5	31.9	30.6	30.5	27.2

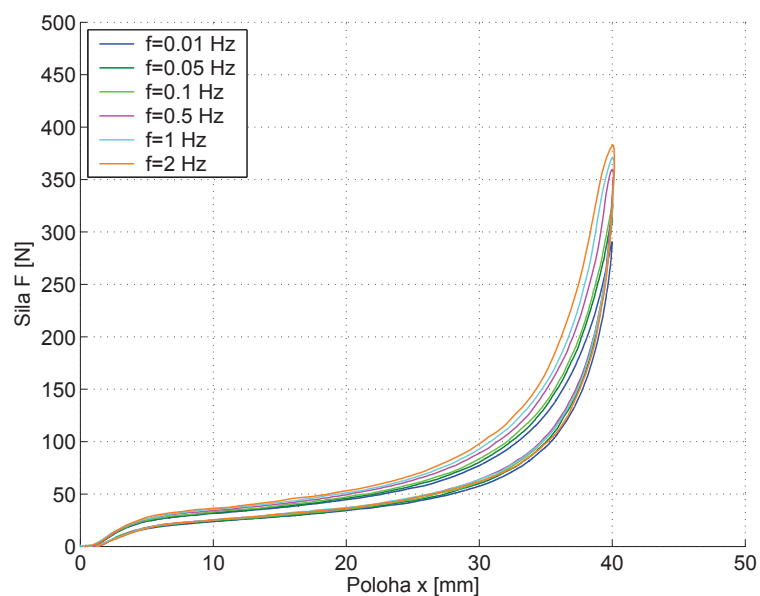
Tabulka 3.6: Síla v počátku relaxace $F(t = 0)$ a míra úbytku síly F vlivem relaxace napětí δ_R [%] ve vzorcích sk1-1, sk1-2, sk1-3, sk1-4 při různých stlačeních A_0

Stlačení	v_{Fmax} [N/s]				t_{Pmin} [s]			
A_0 [mm]	sk1-1	sk1-2	sk1-3	sk1-4	sk1-1	sk1-2	sk1-3	sk1-4
15	-2.1704	-2.7285	-1.9844	-3.5347	1.8337	2.2863	4.0199	3.8859
25	-2.7905	-2.9146	-3.7207	-4.0928	2.5037	2.3072	2.8016	1.9937
30	-5.9531	-5.2710	-4.7129	-3.5347	1.579	2.4045	3.2685	3.3065

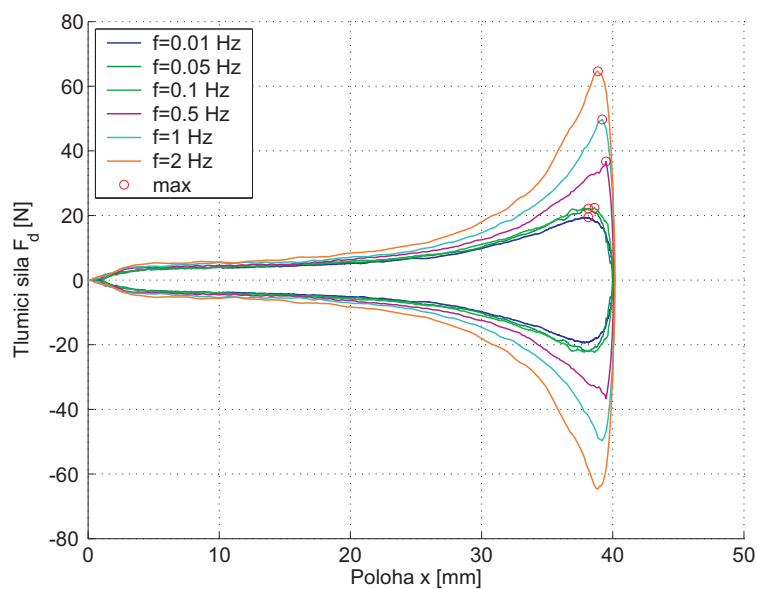
Tabulka 3.7: Maximální rychlost úbytku síly vlivem relaxace napětí v_{Fmax} a nejkratší čas Pronyho řady t_{Pmin} pro vzorky sk1-1, sk1-2, sk1-3, sk1-4 při různých stlačeních A_0

Stlačení	konstan- ta	i				
A_0 [mm]		1	2	3	4	5
15	F_{Pi} [N]	4.69	3.84	2.72	4.13	44.61
	t_{Pi} [s]	1.83	15.44	95.31	720.24	3.13e+007
25	F_{Pi} [N]	6.56	5.61	5.15	5.68	54.64
	t_{Pi} [s]	2.50	25.19	213.75	3633.95	4.55e+007
30	F_{Pi} [N]	11.19	8.33	5.92	6.17	80.11
	t_{Pi} [s]	1.58	16.74	126.22	924.36	7.76e+004

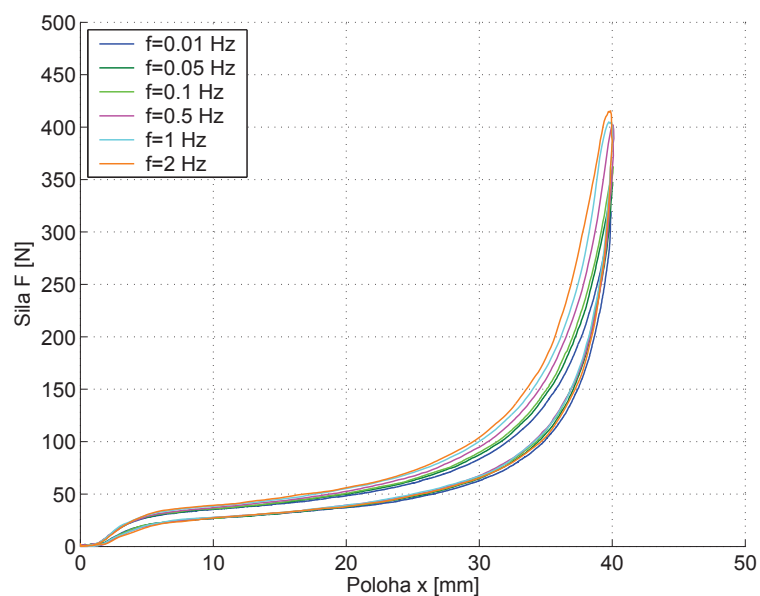
Tabulka 3.8: Konstanty Pronyho řady pro relaxační křivky vzorku sk1-1



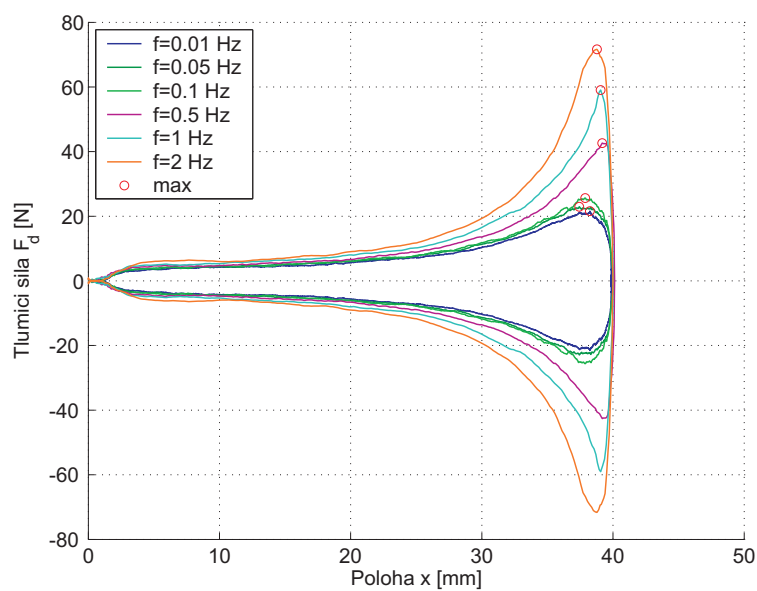
Obrázek 3.4: Celková síla F , trojúhelníkové buzení, $A_0=20$ mm, $A=20$ mm, $f \in \langle 0.01 \div 2 \rangle$ Hz, vzorek sk1-1



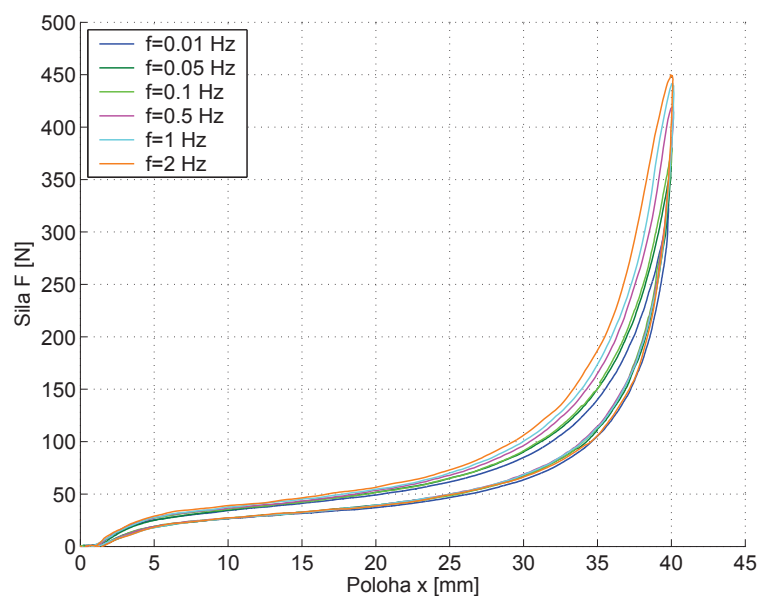
Obrázek 3.5: Tlumičí síla F_d , trojúhelníkové buzení, $A_0=20$ mm, $A=20$ mm, $f \in \langle 0.01 \div 2 \rangle$ Hz, vzorek sk1-1



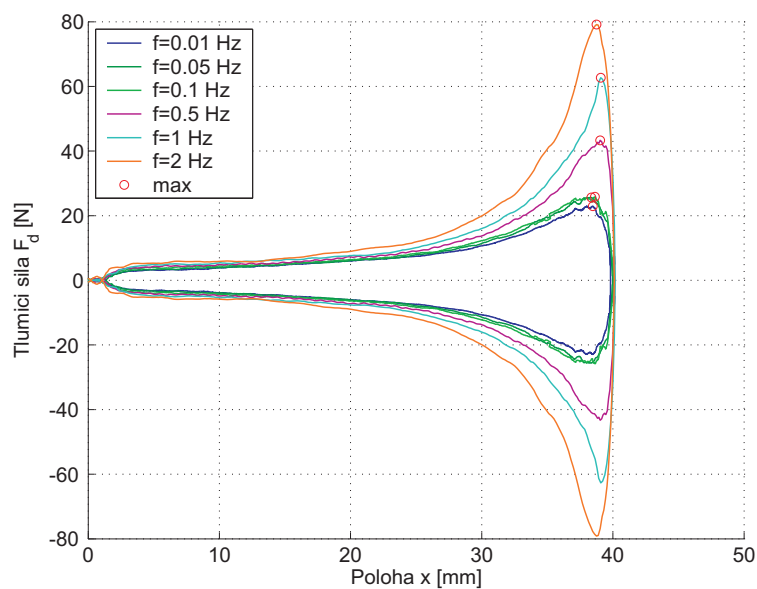
Obrázek 3.6: Celková síla F , trojúhelníkové buzení, $A_0=20$ mm, $A=20$ mm, $f \in \langle 0.01 \div 2 \rangle$ Hz, vzorek sk1-2



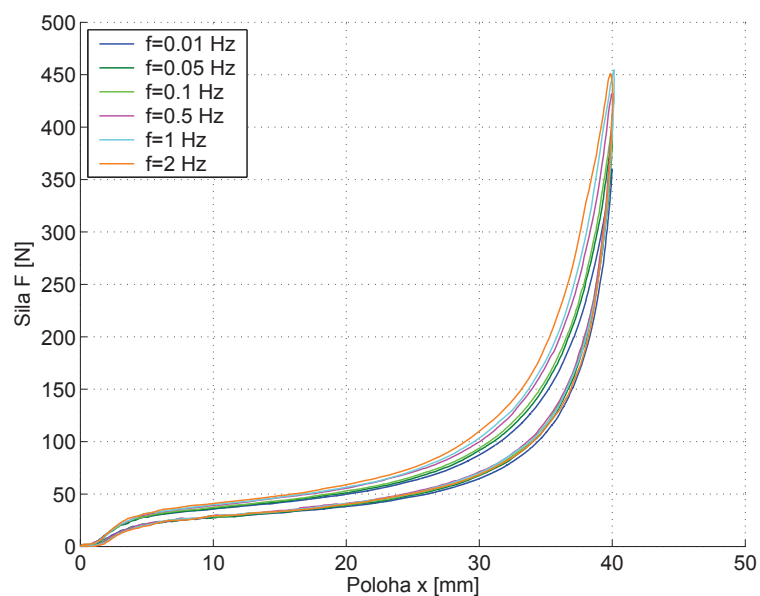
Obrázek 3.7: Tlumičí síla F_d , trojúhelníkové buzení, $A_0=20$ mm, $A=20$ mm, $f \in \langle 0.01 \div 2 \rangle$ Hz, vzorek sk1-2



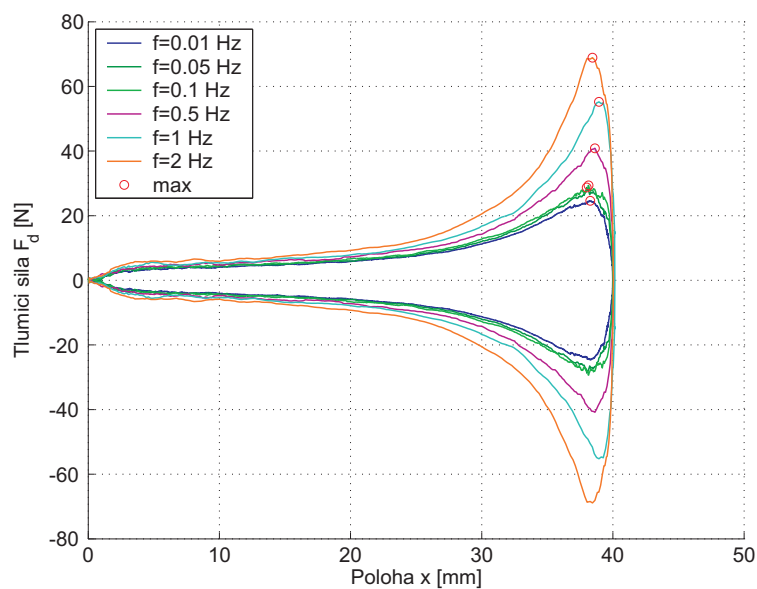
Obrázek 3.8: Celková síla F , trojúhelníkové buzení, $A_0=20$ mm, $A=20$ mm, $f \in \langle 0.01 \div 2 \rangle$ Hz, vzorek sk1-3



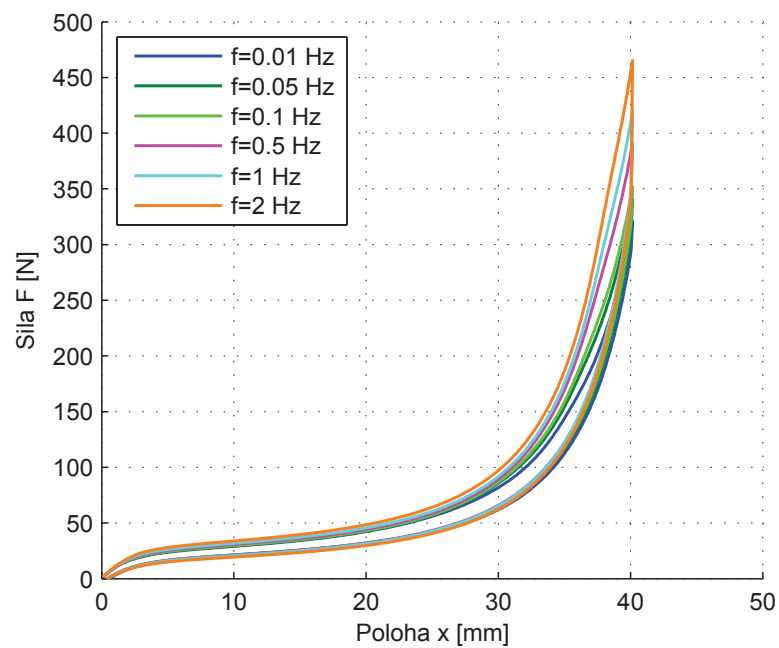
Obrázek 3.9: Tlumičí síla F_d , trojúhelníkové buzení, $A_0=20$ mm, $A=20$ mm, $f \in \langle 0.01 \div 2 \rangle$ Hz, vzorek sk1-3



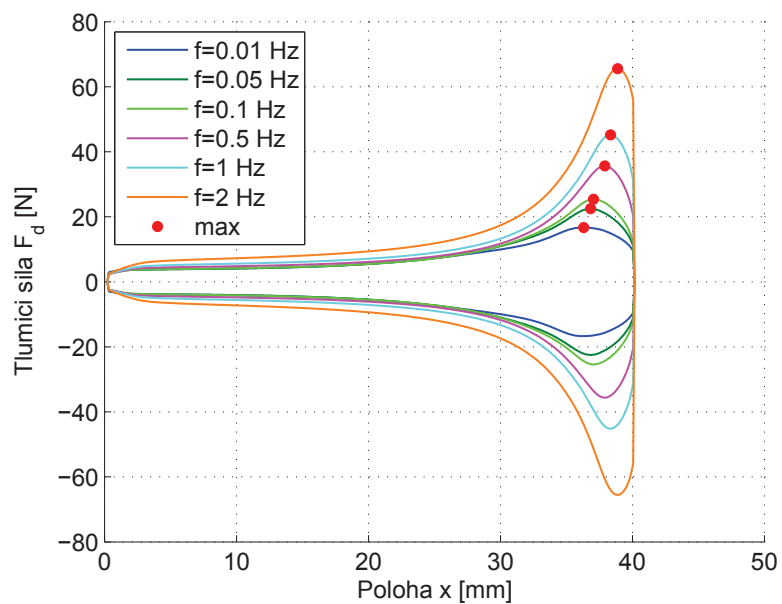
Obrázek 3.10: Celková síla F , trojúhelníkové buzení, $A_0=20$ mm, $A=20$ mm, $f \in \langle 0.01 \div 2 \rangle$ Hz, vzorek sk1-4



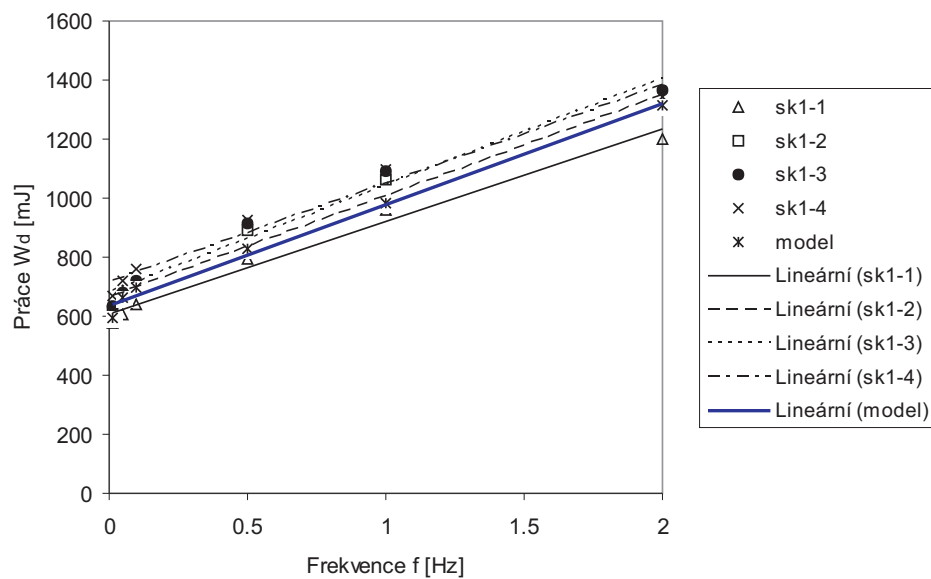
Obrázek 3.11: Tlumičí síla F_d , trojúhelníkové buzení, $A_0=20$ mm, $A=20$ mm, $f \in \langle 0.01 \div 2 \rangle$ Hz, vzorek sk1-4



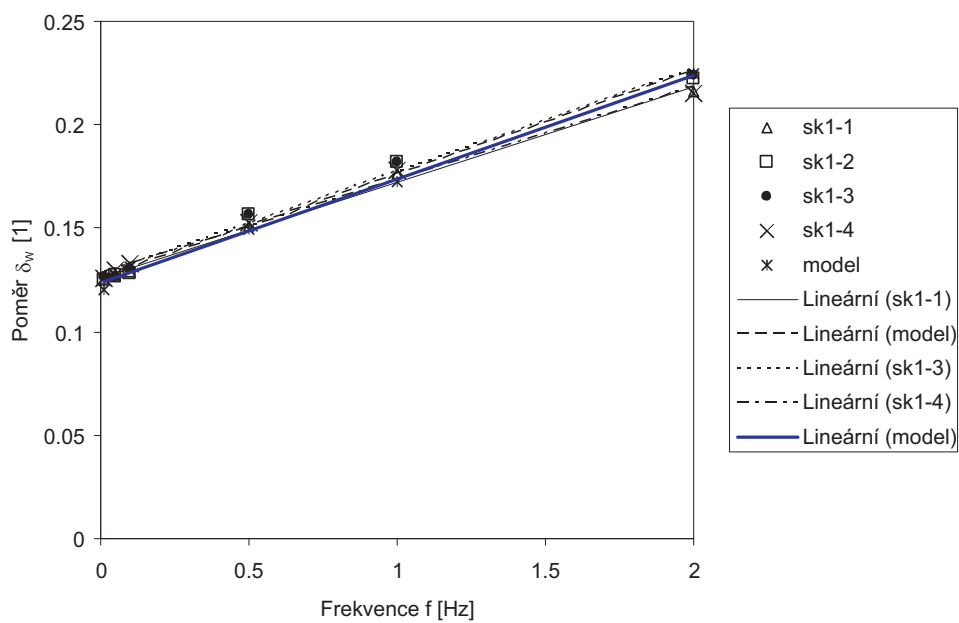
Obrázek 3.12: Celková síla F , trojúhelníkové buzení, $A_0=20$ mm, $A=20$ mm, $f \in \langle 0.01 \div 2 \rangle$ Hz, model



Obrázek 3.13: Tlumičí síla F_d , trojúhelníkové buzení, $A_0=20$ mm, $A=20$ mm, $f \in \langle 0.01 \div 2 \rangle$ Hz, model



Obrázek 3.14: Závislost práce tlumicí síly W_d na frekvenci f a její lineární aproximace pro vzorky sk1-1, sk1-2, sk1-3, sk1-4 a model



Obrázek 3.15: Závislost poměru δ_W na frekvenci f a její lineární aproximace pro vzorky sk1-1, sk1-2, sk1-3, sk1-4 a model

Stlačení A_0 [mm]	konstan- ta	i				
		1	2	3	4	5
15	F_{Pi} [N]	5.81	4.26	2.57	3.80	46.73
	t_{Pi} [s]	2.29	28.07	211.50	1169.02	4.80e+006
25	F_{Pi} [N]	6.91	5.30	5.14	7.91	56.73
	t_{Pi} [s]	2.31	22.94	166.49	3569.23	2.74e+007
30	F_{Pi} [N]	12.62	7.55	6.15	8.32	77.79
	t_{Pi} [s]	2.40	27.77	199.89	1540.92	4.13e+007

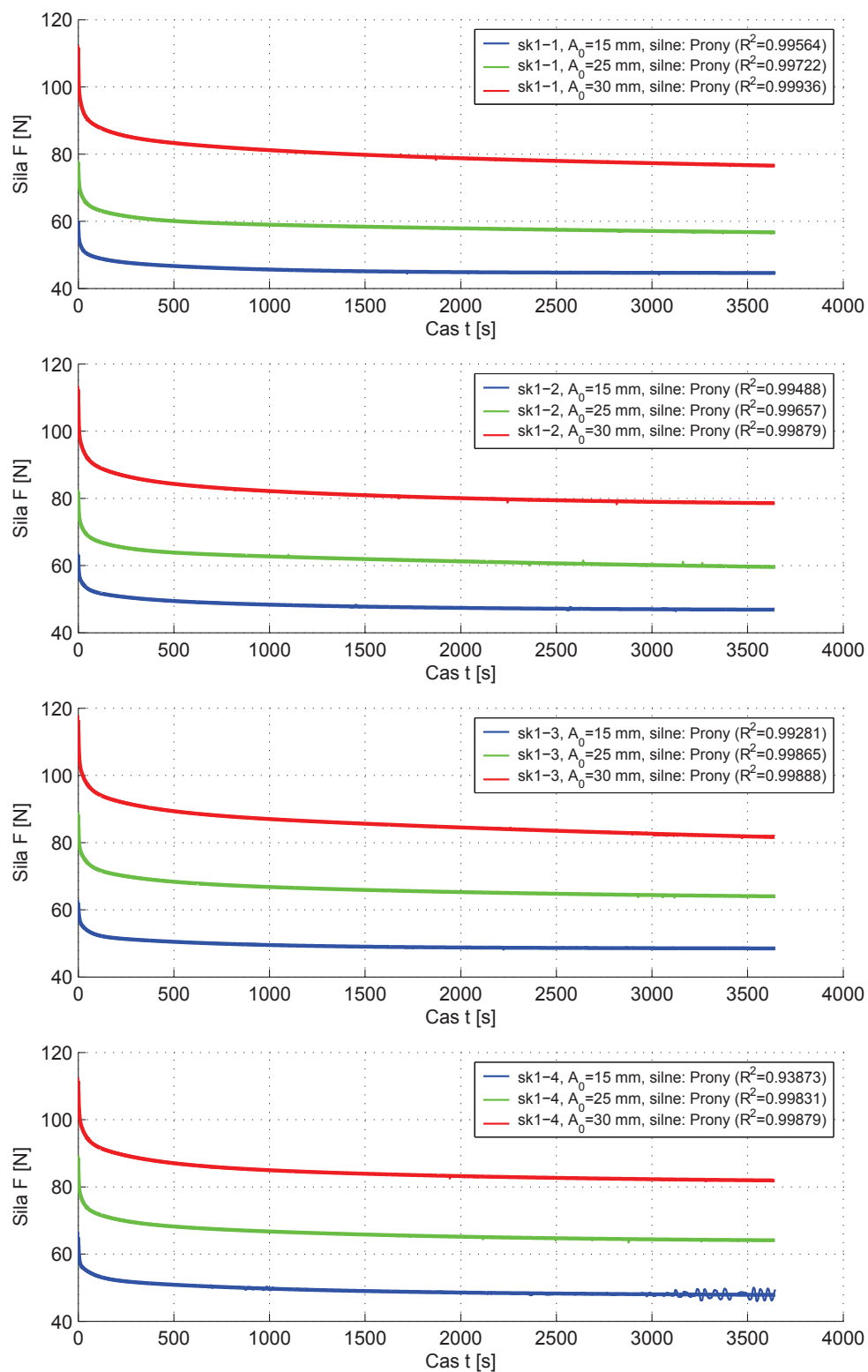
Tabulka 3.9: Konstanty Pronyho řady pro relaxační křivky vzorku sk1-2

Stlačení A_0 [mm]	konstan- ta	i				
		1	2	3	4	5
15	F_{Pi} [N]	5.19	4.50	3.76	1.27	47.40
	t_{Pi} [s]	4.02	48.63	695.79	26915.37	1.30e+007
25	F_{Pi} [N]	9.09	5.93	4.30	6.03	62.95
	t_{Pi} [s]	2.80	36.81	265.02	2096.12	2.69e+007
30	F_{Pi} [N]	12.02	8.04	6.77	14.84	74.77
	t_{Pi} [s]	3.27	35.75	292.09	4734.73	3.44e+007

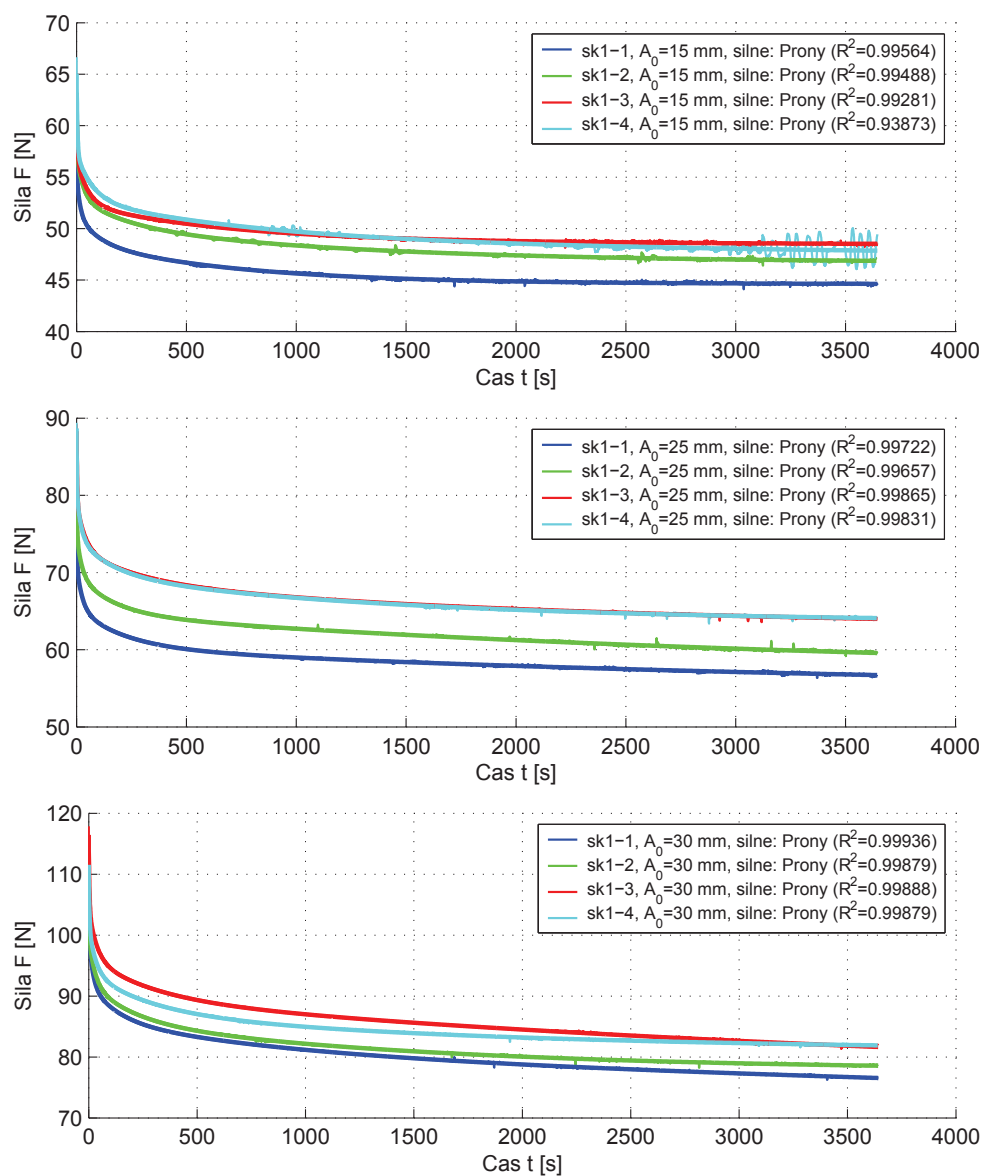
Tabulka 3.10: Konstanty Pronyho řady pro relaxační křivky vzorku sk1-3

Stlačení A_0 [mm]	konstan- ta	i				
		1	2	3	4	5
15	F_{Pi} [N]	7.68	4.50	4.12	1.96	46.76
	t_{Pi} [s]	3.89	73.10	868.67	5774.47	1.48e+007
25	F_{Pi} [N]	8.27	5.90	4.76	6.16	63.58
	t_{Pi} [s]	1.99	21.02	164.61	1477.07	3.48e+007
30	F_{Pi} [N]	10.09	7.55	6.46	6.44	81.01
	t_{Pi} [s]	3.31	32.41	284.79	1855.01	4.83e+007

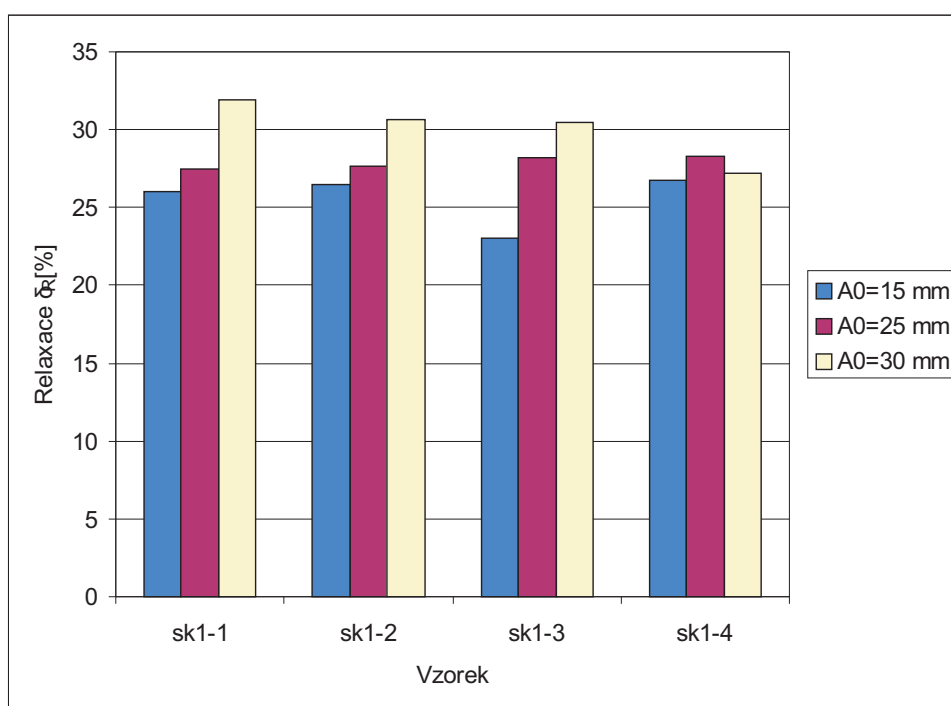
Tabulka 3.11: Konstanty Pronyho řady pro relaxační křivky vzorku sk1-4



Obrázek 3.16: Relaxační křivky vzorků sk1-1, sk1-2, sk1-3, sk1-4 pro různá stlačení A_0



Obrázek 3.17: Porovnání relaxačních křivek vzorků sk1-1, sk1-2, sk1-3, sk1-4 při stejném stlačení A_0



Obrázek 3.18: Procentuální míra úbytku síly F vlivem relaxace napětí δ_{R3600}

Simulovaná složka síly	Parametr	Fyzikální jednotka	Hodnota		
F_u	m_u	[N]	20		
	k_u	[N/m]	500		
F_p	S_p	[m ²]	0.03		
	p_p	[Pa]	100		
	n_p	[1]	3.0		
	h_p	[m]	0.052		
F_{di}			$i = 1$	$i = 2$	$i = 3$
	S_{0i}	[m ²]	0.2	0.029	0.00013
	p_{0i}	[Pa]	100		
	n_{0i}	[1]	1.5	2.2	6
	h_i	[m]	0.05	0.05	0.05
	c_i	[-]	4	90	95
	n_i	[1]	1/7	1/4	1/4
F_T	f_{T0}	[1]	0.028		
	k_1	[s/m]	$2 \cdot 10^4$		
	k_2	[-]	0.39		
	k_3	[1]	1.2		

Tabulka 3.12: Parametry modelu PU pěny pro simulaci odezvy na trojúhelníkový signál

Kapitola 4

Porovnání mechanických vlastností vzorků polyuretanové pěny s různou hustotou

Hustota polyuretanové pěny je jedním ze základních faktorů, které ovlivňují její mechanické vlastnosti. K objasnění tohoto vlivu bylo provedeno měření vlastností PU pěny pocházející ze sedáků dodaných výrobcem speciálně pro tento experiment. Sedáky byly vyrobeny ve třech variantách hustoty. Dvě krajní hodnoty hustoty reprezentují meze vyrobiteľnosti z technologického hlediska.

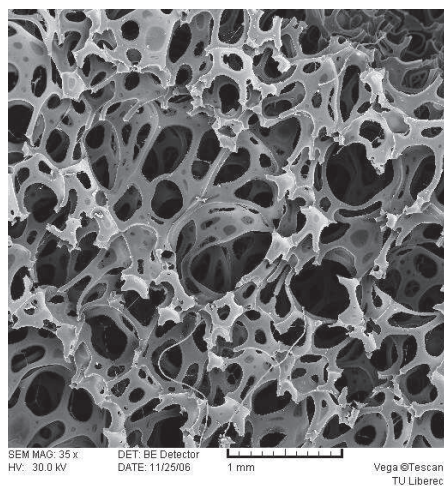
Z vnitřní části polyuretanových polotovarů byly vyříznuty 4 vzorky podle schématu na obr. 3.1. Porovnány byly vlastnosti vzorků odebraných z pozice 1. Jsou vyrobeny z materiálu TDI a jejich hustota je uvedena v tab. 4.1. Byla stanovena laboratorním měřením jako podíl hmotnosti reálného vzorku a jeho objemu za předpokladu ideálních rozměrů kvádru ($100 \times 100 \times 50$) mm. Nejedná se tedy o objemovou hmotnost stanovenou dle ČSN EN ISO 845.

Na obr. 4.1 jsou fotografie struktury vzorků pořízené elektronovým mikroskopem, kde jsou patrné rozdíly v hustotě pěny. Jedná se o vzorky z pozice 2, neboť pro tento účel bylo nutno je znehodnotit.

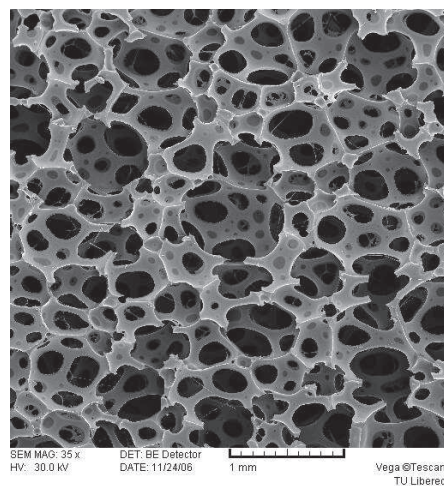
Experiment byl proveden a vyhodnocen podle metodiky uvedené v kap. 2.

Označení	Hustota naměřená [kg/m ³]
sk3-1	47
sk4-1	56
sk5-1	63

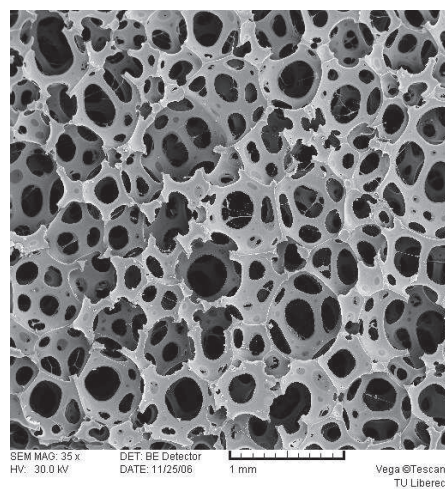
Tabulka 4.1: Hustota vzorků PU pěny



(a) sk3-2

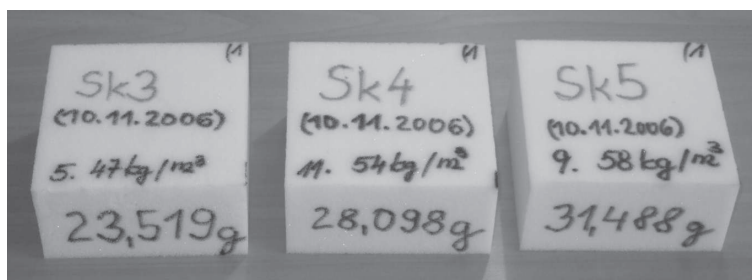


(b) sk4-2



(c) sk5-2

Obrázek 4.1: Fotografie struktury vzorků polyuretanové pěny pořízené elektronovým mikroskopem (zvětšeno 15×)



Obrázek 4.2: Vzorky polyuretanové pěny

4.1 Zatěžování harmonickým signálem polohy

Grafy silové odezvy F a tlumicí síly F_d jsou pro tři uvedené vzorky zakresleny na obr. 4.7 až obr. 4.12. Závislosti práce tlumicí síly W_d , poměru δ_W a práce síly vratné W_R na frekvenci buzení jsou na obr. 4.4 až obr. 4.6. Hodnoty práce síly tlumicí a poměru δ_W jsou také uvedeny v tab. 4.2 a tab. 4.3 a parametry regresních lineárních modelů (2.19) a (2.20) s příslušnými koeficienty determinace jsou v tab. 4.4 a 4.5.

Průměrné polohy extrémů tlumicí síly a její příslušné odchylky jsou uvedeny v tab. 4.6.

4.2 Zatěžování trojúhelníkovým signálem polohy

V případě trojúhelníkového buzení jsou grafy silové odezvy F a tlumicí síly F_d zakresleny na obr. 4.16 až obr. 4.21. Závislosti práce tlumicí síly W_d , poměru δ_W a práce síly vratné W_R na frekvenci buzení jsou na obr. 4.13 až obr. 4.15. Hodnoty práce síly tlumicí a poměru δ_W jsou také uvedeny v tab. 4.7 a tab. 4.8 a parametry regresních lineárních modelů (2.19) a (2.20) s příslušnými koeficienty determinace jsou v tab. 4.9 a 4.10.

Průměrné polohy extrémů tlumicí síly a její příslušné odchylky jsou uvedeny v tab. 4.11.

4.3 Relaxační zkoušky

Relaxační testy byly provedeny v souladu s metodikou popsanou v kap. 2. Výsledné relaxační křivky jsou uvedeny na obr. 4.24, resp. obr. 4.25. Veličiny v_{Fmax} , t_R , δ_{R200} jsou tabelovány v tab. 4.12 a tab. 4.13.

4.4 Vyhodnocení testů

Podle uvedené metodiky byly změřeny vlastnosti vzorků PU pěny sk3-1, sk4-1 a sk5-1.

Při zatěžování harmonickým signálem polohy (2.1) s amplitudou $A = 5$ mm a střední hodnotou $A_0 = 25$ mm při frekvencích $f \in \{0.1, 0.5, 0.7, 1, 2, 3, 4, 5\}$ Hz se ukazuje, že s rostoucí hustotou materiálu roste také jeho tuhost. To je zřejmé jak z porovnání obr. 4.7, obr. 4.9 a obr. 4.11, kde jsou silové odezvy vzorků na polohové buzení, tak z obr. 4.6, kde je pro každý vzorek vynesena závislost práce síly vratné W_R na budicí frekvenci.

Velikost tlumení PU materiálu byla v absolutním vyjádření hodnocena velikostí práce tlumicí síly W_d vykonané během jedné zatěžovací periody. Také tato veličina jednoznačně roste s rostoucí hustotou materiálu. Její závislost na budicí frekvenci má lineární charakter, koeficient determinace lineárního regresního modelu je totiž větší než 0.95 (viz tab. 4.4).

Dále se ukazuje, že vliv hustoty na velikost poměru práce síly tlumicí ku práci síly vratné, který byl zaveden vztahem (2.18) jako δ_W není jednoznačný. Tato veličina vyjadřuje poměr mezi tlumicími a pružicími vlastnostmi materiálu. Čím je δ_W větší, tím je v celkové silové odezvě více zastoupena složka tlumicí na úkor složky pružicí a naopak. Z grafu na obr. 4.5 je patrné, že při nízkých frekvencích je v silové odezvě méně husté pěny (vzorek sk3-1) zastoupeno více tlumení vzhledem k vlastnosti pružicí než u pěn hustších. Avšak s rostoucí budicí frekvencí roste δ_W u vzorku sk3-1 pomalu. Naopak hustší pěny (vzorky sk4-1 a sk5-1) vykazují při nižších frekvencích méně tlumení vzhledem k vlastnosti pružicí. Poměr δ_W však roste rychleji než u pěn méně husté. Takže při vysokých budicích frekvencích vykazuje nejvíce tlumení vzhledem k vlastnosti pružicí vzorek pěny nejvíce husté, tedy vzorek sk5-1. Charakter závislosti poměru δ_W na budicí frekvenci je taktéž pro všechny vzorky lineární (viz tab. 4.5).

Poloha extrému tlumicí síly x_e se u všech vzorků koncentruje v omezeném intervalu hodnot. S ohledem na to, že procentuální směrodatná odchylka polohy extrému od průměrné polohy extrému $\bar{x}_e$ se pohybuje v intervalu od 0.425 % do 1.014 %, můžeme spíše říci, že poloha extrému tlumicí síly x_e je na budicí frekvenci nezávislá. Vliv hustoty materiálu na polohu extrému tlumicí síly není pozorovatelný (viz tab. 4.6 a obr. 4.26).

Při hodnocení výsledků získaných trojúhelníkovým buzením se zřejmě, vzhledem k velkým relativním deformacím vzorků, objevuje problém rozměrové přesnosti vzorků. Ten je analyzován v kap. 4.5. Bez této úvahy by mohlo být patrně mylným závěrem, že vzorek sk4-1 vykazuje při vyšších deformacích větší tuhost, resp. vyšší sílu při maximálním stlačení, než vzorek sk5-1 vyrobený z hustšího materiálu (obr. 4.22). Také, z grafu na obr. 4.13 by bylo možné usoudit, že disipovaná práce W_d je vyšší u vzorku sk4-1, než u sk5-1, obdobný závěr by vyplýval i z obr. 4.14 v případě veličiny δ_W .

Ve světle úvahy provedené v kap. 4.5 však usuzujeme, že příčinou těchto jevů, které neodpovídají závěrům učiněným pro případ harmonického buzení,

je, že vzorek sk4-1 má menší výšku než vzorek sk5-1. Výškou vzorku rozumíme výšku, při které je dosaženo mezi vzorkem a čelistmi kontaktní síly $(1.5 \div 2)$ N. S takto přijatým zdůvodněním je možné říci, že u výsledků získaných při buzení trojúhelníkovým signálem polohy s amplitudou a střední hodnotou $A = A_0 = 20$ mm při frekvencích $f \in \{0.01, 0.05, 0.1, 0.5, 1, 2\}$ Hz lze vysledovat tytéž trendy, jako u těch získaných při harmonickém buzení.

K takovému závěru vybízí i fakt, že v oblasti *plateau*, kde se negativní vliv rozměrové nepřesnosti vzorků spíše eliminuje, vykazuje vzorek sk4-1 tuhost menší než sk5-1.

K vyhodnocení relaxačních vlastností PU materiálu byly použity veličiny maximální rychlost relaxace $v_{F\max}$, relaxační čas t_R a míra relaxace δ_{R200} , které byly stanoveny pro tři různá stlačení $A_0 \in \{15, 25, 30\}$ mm.

Z hodnot uvedených v tab. 4.12 lze usoudit, že maximální rychlost relaxace $v_{F\max}$ má tendenci růst se stlačením A_0 , charakter její závislosti na hustotě je nejasný.

V téže tabulce, jsou uvedeny hodnoty relaxačních časů t_R . Z nich však nevyplývá jednoznačná závislost na velikosti stlačení A_0 nebo hustotě materiálu. Spíše se jedná o veličinu, která poskytuje jen orientační informaci o dynamice relaxačního děje v počátku. Můžeme tedy říci, že relaxační časy uvedených materiálů se pohybují v intervalu $t_R \in \langle 1.02, 2.55 \rangle$ s.

Spolehlivější veličinou pro hodnocení relaxačního chování PU pěny je pak míra relaxace δ_R definovaná vztahem (2.30). Z tab. 4.13 lze jednoznačně usoudit, že tato veličina roste se stlačením A_0 . S rostoucí hustotou materiálu naopak klesá (výjimku tvoří hodnota δ_{R200} pro sk5-1 a $A_0 = 15$ mm). Druhý zmíněný trend je v souladu s výše provedenými závěry o poměru tlumicí a pružicí vlastnosti materiálu. Vezmeme-li v úvahu, že na hodnotu stlačení A_0 se najíždí konstantní rychlostí 16 mm/s, odpovídá to zatěžování trojúhelníkovým signálem polohy podle (2.3) při frekvenci 0.3126 Hz. To je spíše nižší frekvence z intervalu $\langle 0.01, 2 \rangle$ Hz zvoleného pro trojúhelníkové buzení. Z předchozích experimentů vyplývá, že právě při nižších frekvencích obsahuje celková silová odezva hustších materiálů méně složky tlumicí než u materiálů méně hustých.

Závěrem je možné říci, že vzájemný rozdíl mezi vlastnostmi vzorků sk4-1 a sk5-1 je menší než rozdíl mezi vlastnostmi vzorků sk4-1 a sk3-1.

Blízkost charakteristik změřených na vzorcích sk4-1 a sk5-1 při trojúhelníkovém zatížení by mohla vzbudit podezření, že vzorky byly při měření buď zaměněny nebo byl měřen tentýž vzorek dvakrát pod jiným označením. Toto však bylo eliminováno opakovaným kontrolním měřením.

4.5 Poznámka k přesnosti měření vlastností PU pěny

Vlastnosti polyuretanového materiálu jsou zjišťovány na laboratorním vzorku předepsaných rozměrů. Polyuretanový materiál používaný v oblasti komfortu sezení se obvykle vyznačuje nižší tuhostí a významným viskoelastickým projevem.

Laboratorní vzorky se vyřezávají z větších PU celků. Při tomto procesu se vlivem řezného odporu oblast řezu deformuje, což má negativní vliv na přesnost řezání. Vznikne tak vzorek, který se tvarem i rozměry liší od ideálního kvádru.

Pokud se takový vzorek stlačuje např. trojúhelníkovým signálem podle rovnice (2.3), vzniká jako silová odezva hysterezní křivka zobrazená na obr. 4.3 nahoře se třemi charakteristickými fázemi. Pro další úvahy se omezíme pouze na fázi stlačování, tedy na horní průběh smyčky. Pokud tuto část síly celkové F zderivujeme podle polohy x , dostaneme funkci reprezentující přírůstek síly na jednotku deformace (viz obr. 4.3 dole).

Hledání kontaktu čelistí zatěžovacího ústrojí se vzorkem probíhá v oblasti I. V našem konkrétním příkladě je zde přírůstek síly na jednotku dráhy charakterizován hodnotami přibližně kolem 8 N/mm. Za nalezení kontaktu je považováno, jestliže kontaktní síla mezi vzorkem a čelistmi je v intervalu (1.5 až 2) N. Rozdíl např. 0.5 N ve fázi I. odpovídá rozdílu 0.0625 mm v nastavení nulové polohy.

Dalším ze zdrojů nepřesností při měření vlastností PU pěny jsou právě rozměrové odchylky vzorků. Pro jednoduchost budeme uvažovat, že reálné vzorky mají tvar ideálního kvádru, jehož výška se od požadované výšky h liší o Δh . Vzorek je potom vysoký např. $h - \Delta h$. Pokud ho zatížíme trojúhelníkovým signálem (2.3), bude se maximální relativní deformace reálného vzorku $\bar{\varepsilon}_{\max}$ lišit od maximální relativní deformace ideálního vzorku $\varepsilon_{\max}$ podle rovnice:

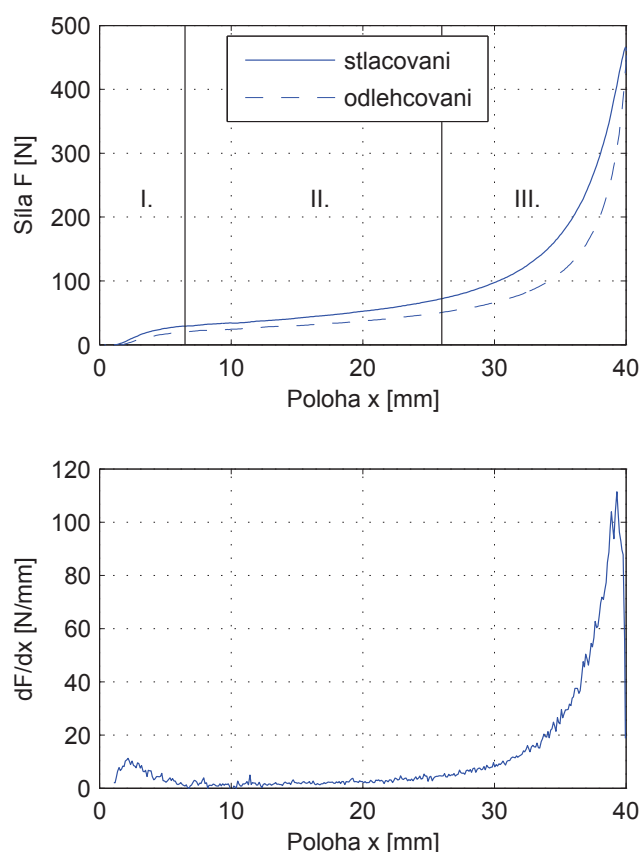
$$\bar{\varepsilon}_{\max} = \frac{A + A_0}{h - \Delta h} = \frac{\frac{A+A_0}{h}}{1 - \frac{\Delta h}{h}} = \varepsilon_{\max} \frac{1}{1 - \frac{\Delta h}{h}}. \quad (4.1)$$

Např. pro zcela reálnou (spíše malou) odchylku $\Delta h = 0.2$ mm, dostaneme $\bar{\varepsilon}_{\max} = 1.00402\varepsilon_{\max}$. Pro zvolenou střední hodnotu a amplitudu $A_0 = A = 20$ mm při zatěžování vzorku s výškou $h - \Delta h$ je maximální stlačení 40 mm. To odpovídá situaci, kdybychom vzorek s výškou h zatěžovali s použitím hodnot $A_0 = A = 20.0804$ mm a tedy jeho maximální deformace by potom byla 40.1608 mm. Velikost střední hodnoty a amplitudy budícího signálu se v při praktickém měření nepřizpůsobuje odchylce výšky vzorku. Proto dochází k odchylkám v maximální relativní deformaci vzorku, které mohou v absolutním vyjádření běžně dosahovat hodnot několika desetin milimetru, podle našeho konkrétního příkladu tedy $40.1608 - 40 = 0.1608$ mm. K tomu připočteme chybu ve stanovení nulové polohy $\Delta x_0 = 0.0625$ mm a celkový

rozdíl pak činí 0.2233 mm. V uvažovaném příkladě se maximální relativní deformace odehrává v oblasti densifikace PU pěny, tedy v oblasti III., kdy přírůstek síly vztahený na přírůstek dráhy činí až 100 N/mm. Rozdíl v deformaci 0.2233 mm pak odpovídá rozdíl v síle 22.33 N, což činí přibližně 5.9 % z celkové měřené síly v blízkosti maximální deformace.

Naopak odchylky naměřených výsledků způsobené odchylkami v nastavení nulové polohy a zejména ve výšce vzorku se do značné míry eliminují v oblasti *plateau*, tedy části II. Zde činí přírůstek síly na jednotku polohy přibližně pouze (1.5 až 8) N/mm, a tedy rozdíl 0.2233 mm v poloze představuje rozdíl pouze (0.4 až 1.8) N v síle, což může představovat např. (1 až 1.9) % z celkové síly.

Z uvedeného vyplývá, že hodnotit vlastnosti vzorku PU pěny např. podle maximální dosažené síly v oblasti velkých deformací by bylo chybné. Naopak zmíněné nepřesnosti se příliš neprojevují v oblasti II.



Obrázek 4.3: Nahoře: Silová odezva PU vzorku ve stlačovací fázi a odlehčovací fází. Dole: Přírůstek síly F při stlačování v závislosti na poloze x

Vzorek	f [Hz]							
	0.1	0.5	0.7	1	2	3	4	5
sk3-1	71.758	75.262	75.783	78.468	80.429	82.445	85.265	87.485
sk4-1	72.48	77.346	78.694	81.052	94.551	104.06	112.22	119.07
sk5-1	76.447	82.326	86.891	91.286	103.17	116.11	126.87	138.37

Tabulka 4.2: Práce tlumicí síly W_d [mJ] v závislosti na frekvenci harmonického budicího signálu, $A_0=25$ mm, $A=5$ mm

Vzorek	f [Hz]							
	0.1	0.5	0.7	1	2	3	4	5
sk3-1	0.0796	0.0820	0.0824	0.0830	0.0841	0.0866	0.0889	0.0907
sk4-1	0.0618	0.0655	0.0664	0.0684	0.0764	0.0831	0.898	0.0952
sk5-1	0.0595	0.0630	0.0663	0.0701	0.0781	0.0866	0.0951	0.1032

Tabulka 4.3: Poměr práce síly tlumicí ku práci síly vratné δ_W [1] v závislosti na frekvenci harmonického budicího signálu, $A_0=25$ mm, $A=5$ mm

Vzorek	a_1 [mJ/Hz]	a_0 [mJ]	R^2 [1]
sk3-1	2.8984	73.706	0.9505
sk4-1	9.8007	72.465	0.9909
sk5-1	12.475	77.266	0.9962

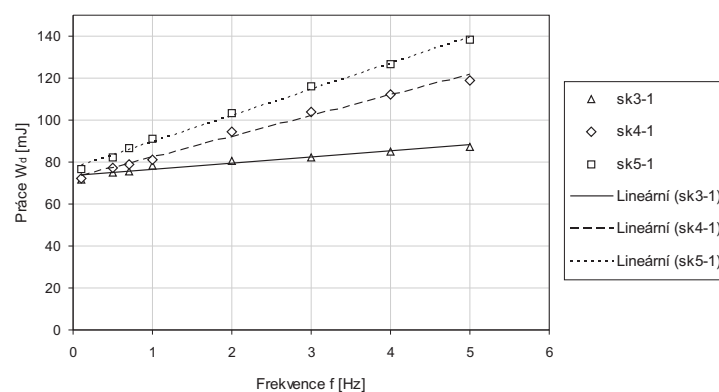
Tabulka 4.4: Parametry lineárního regresního modelu závislosti práce tlumicí síly $\hat{W}_d$ na frekvenci budicího signálu f při harmonickém buzení podle (2.1)

Vzorek	b_1 [mJ/Hz]	b_0 [mJ]	R^2 [1]
sk3-1	0.0021	0.0804	0.977
sk4-1	0.0069	0.0618	0.9971
sk5-1	0.0088	0.0618	0.9966

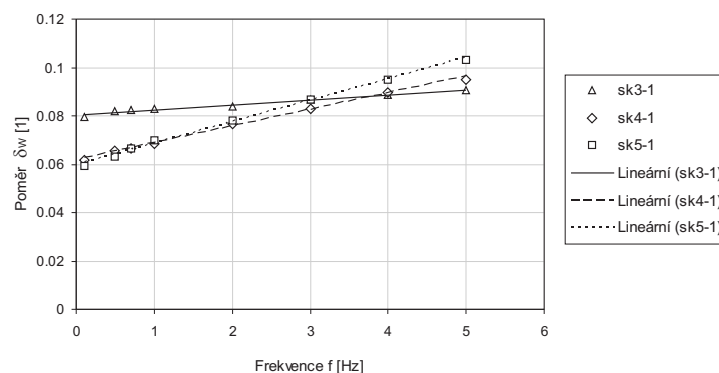
Tabulka 4.5: Parametry lineárního regresního modelu závislosti poměru $\hat{\delta}_W$ na frekvenci budicího signálu f při harmonickém buzení podle (2.1)

Vzorek	$\bar{x}_e$ [mm]	Δx_e [mm]	δx_e [%]
sk3-1	27.232	0.11566	0.42473
sk4-1	27.165	0.27539	1.0138
sk5-1	27.2614	0.23755	0.87138

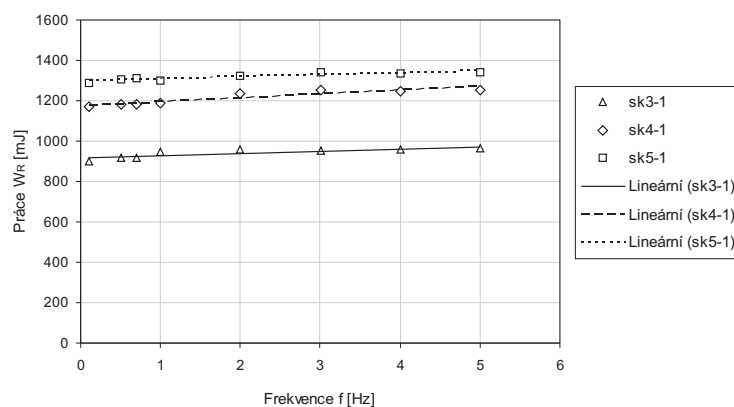
Tabulka 4.6: Průměrná poloha extrému tlumicí síly $\bar{x}_e$ a její odchylky, harmonické buzení podle (2.1)



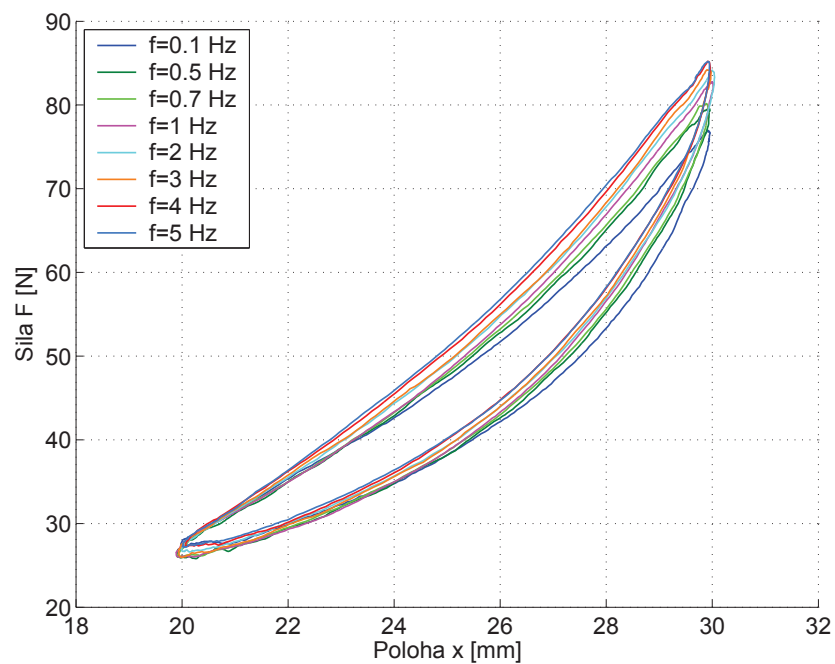
Obrázek 4.4: Závislost práce tlumicí síly W_d na budící frekvenci f při harmonickém buzení, $A_0 = 25$ mm, $A = 5$ mm



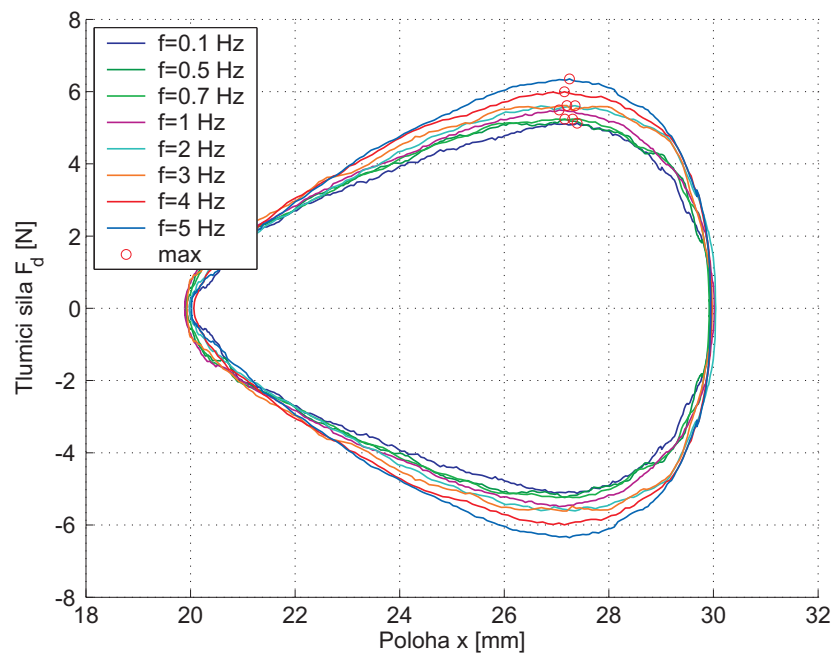
Obrázek 4.5: Závislost poměru δ_W na budící frekvenci f při harmonickém buzení $A_0 = 25$ mm, $A = 5$ mm



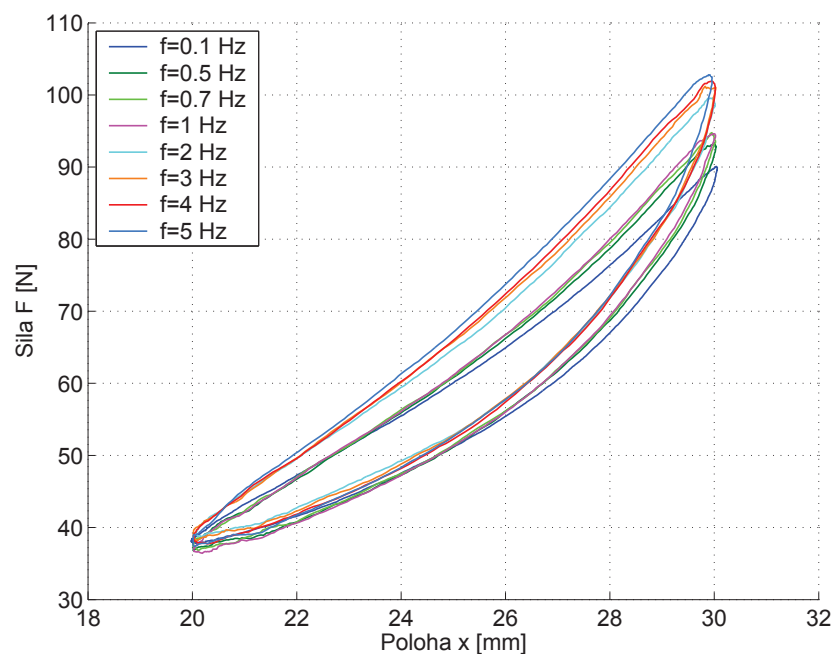
Obrázek 4.6: Závislost práce síly vratné W_R na budící frekvenci f při harmonickém buzení, $A_0 = 25$ mm, $A = 5$ mm



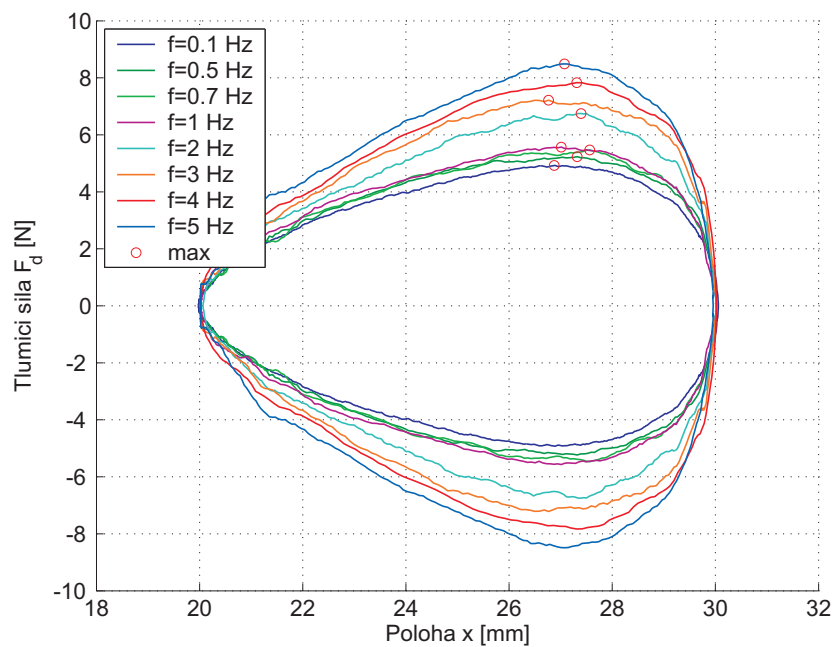
Obrázek 4.7: Celková síla F v závislosti na poloze x , harmonické buzení podle (2.1), $A_0 = 25$ mm, $A = 5$ mm, vzorek sk3-1



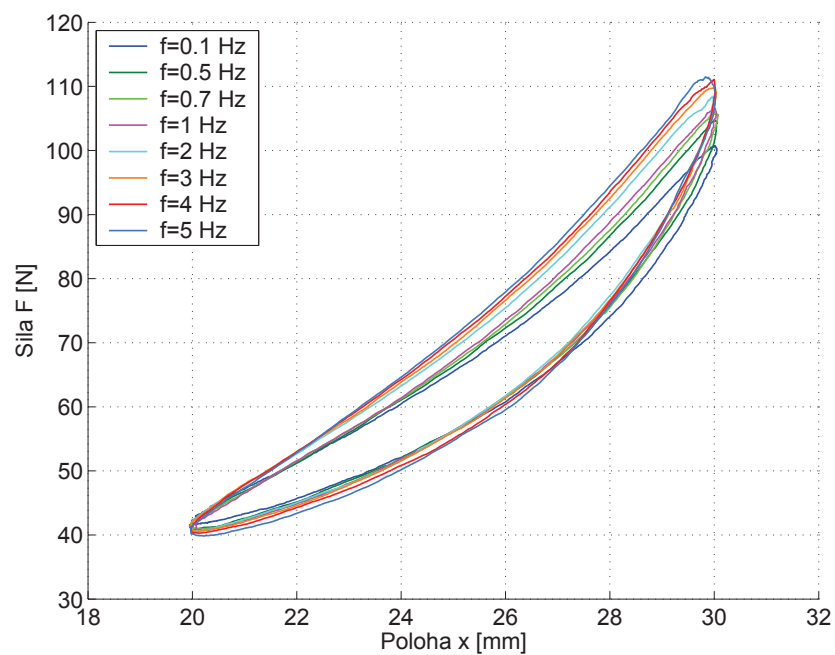
Obrázek 4.8: Tlumičí síla F_d v závislosti na poloze x , harmonické buzení podle (2.1), $A_0 = 25$ mm, $A = 5$ mm, vzorek sk3-1



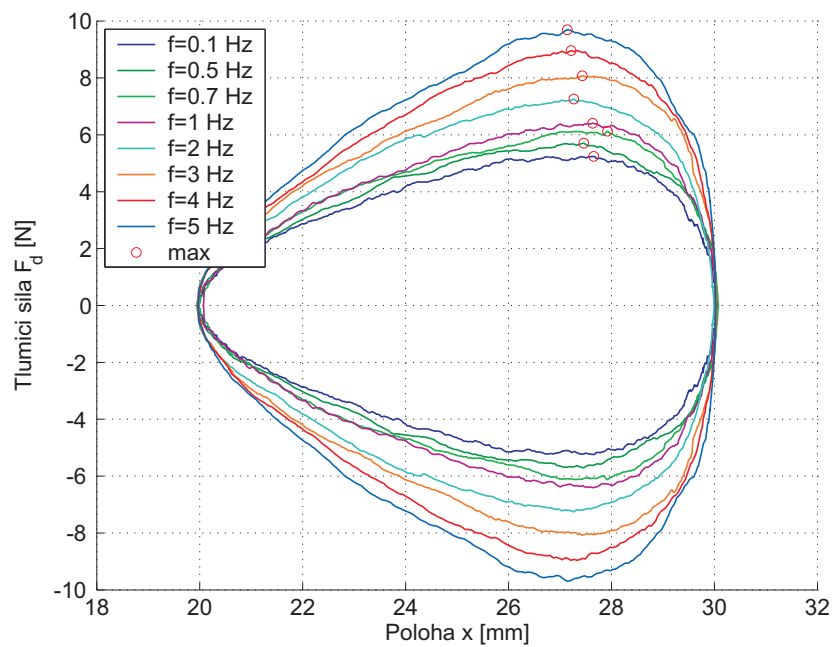
Obrázek 4.9: Celková síla F v závislosti na poloze x , harmonické buzení podle (2.1), $A_0 = 25$ mm, $A = 5$ mm, vzorek sk4-1



Obrázek 4.10: Tlumičí síla F_d v závislosti na poloze x , harmonické buzení podle (2.1), $A_0 = 25$ mm, $A = 5$ mm, vzorek sk4-1



Obrázek 4.11: Celková síla F v závislosti na poloze x , harmonické buzení podle (2.1), $A_0 = 25$ mm, $A = 5$ mm, vzorek sk5-1



Obrázek 4.12: Tlumičí síla F_d v závislosti na poloze x , harmonické buzení podle (2.1), $A_0 = 25$ mm, $A = 5$ mm, vzorek sk5-1

Vzorek	f [Hz]					
	0.01	0.05	0.1	0.5	1	2
sk3-1	598.58	587.16	598.07	653.47	717.7	828.1
sk4-1	782.56	798.77	817.06	1024.8	1188.9	1593.6
sk5-1	740.78	773.83	793.86	992.18	1151.5	1530.3

Tabulka 4.7: Práce tlumicí síly W_d [mJ] v závislosti na frekvenci trojúhelníkového budicího signálu, $A_0=20$ mm, $A=20$ mm

Vzorek	f [Hz]					
	0.01	0.05	0.1	0.5	1	2
sk3-1	0.1691	0.1647	0.1658	0.1738	0.186	0.2097
sk4-1	0.1428	0.1471	0.1497	0.1771	0.2047	0.2603
sk5-1	0.1345	0.1384	0.1418	0.1691	0.1928	0.2494

Tabulka 4.8: Poměr práce síly tlumicí ku práci síly vratné δ_W [1] v závislosti na frekvenci trojúhelníkového budicího signálu, $A_0=20$ mm, $A=20$ mm

Vzorek	a_1 [mJ/Hz]	a_0 [mJ]	R^2 [1]
sk3-1	120.83	590.14	0.9951
sk4-1	406.78	786.14	0.997
sk5-1	390.9	758.63	0.9956

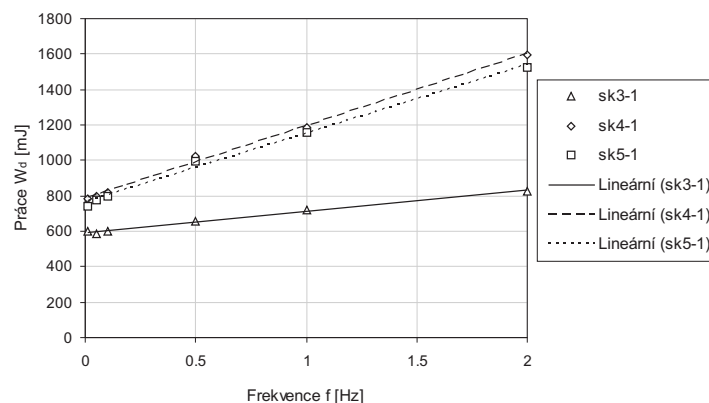
Tabulka 4.9: Parametry lineárního regresního modelu závislosti práce tlumicí síly $\hat{W}_d$ na frekvenci budicího signálu f při trojúhelníkovém buzení podle (2.3)

Vzorek	b_1 [mJ/Hz]	b_0 [mJ]	R^2 [1]
sk3-1	0.022	0.1648	0.9834
sk4-1	0.0587	0.1444	0.998
sk5-1	0.057	0.1363	0.9973

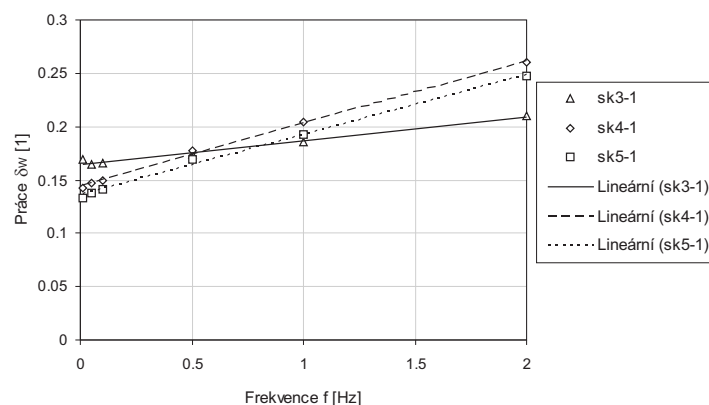
Tabulka 4.10: Parametry lineárního regresního modelu závislosti poměru $\hat{\delta}_W$ na frekvenci budicího signálu f při trojúhelníkovém buzení podle (2.3)

Vzorek	$\bar{x}_e$ [mm]	Δx_e [mm]	δx_e [%]
sk3-1	38.0771	0.37292	0.9794
sk4-1	38.706	0.3808	0.9839
sk5-1	38.5334	0.4596	1.1927

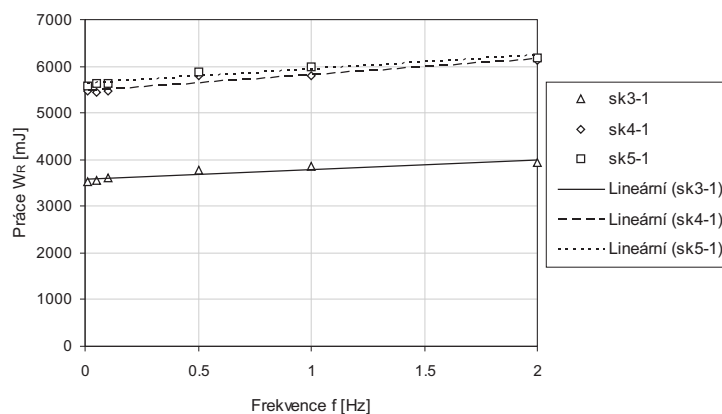
Tabulka 4.11: Průměrná poloha extrému tlumicí síly $\bar{x}_e$ a její odchylky, trojúhelníkové buzení podle (2.3)



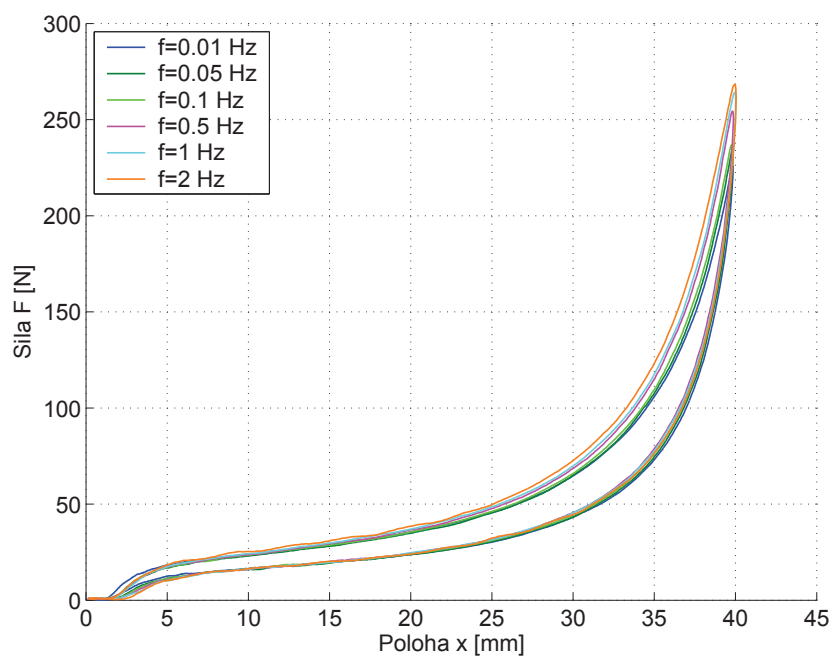
Obrázek 4.13: Závislost práce tlumicí síly W_d na budicí frekvenci f při trojúhelníkovém buzení, $A_0 = 20$ mm, $A = 20$ mm



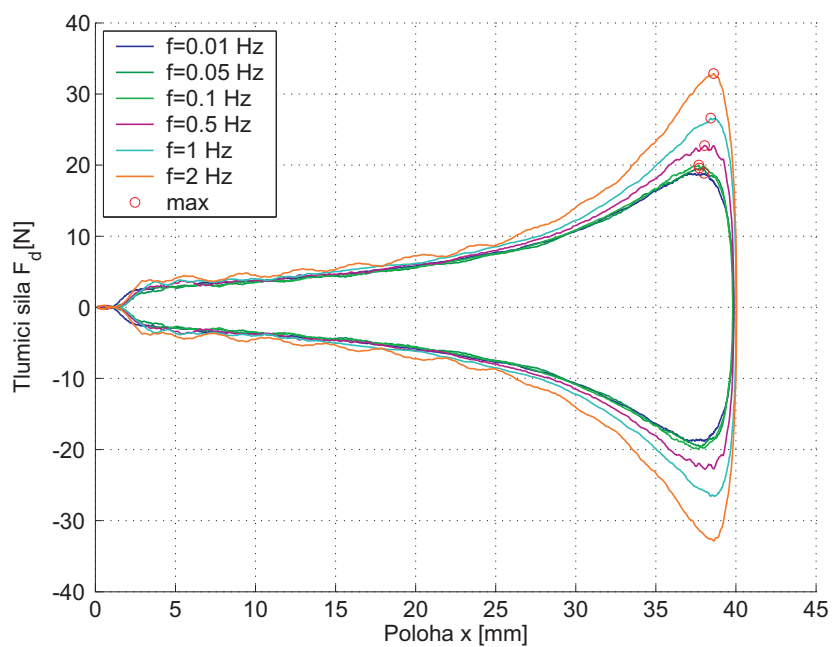
Obrázek 4.14: Závislost poměru δ_W na budicí frekvenci f při trojúhelníkovém buzení, $A_0 = 20$ mm, $A = 20$ mm



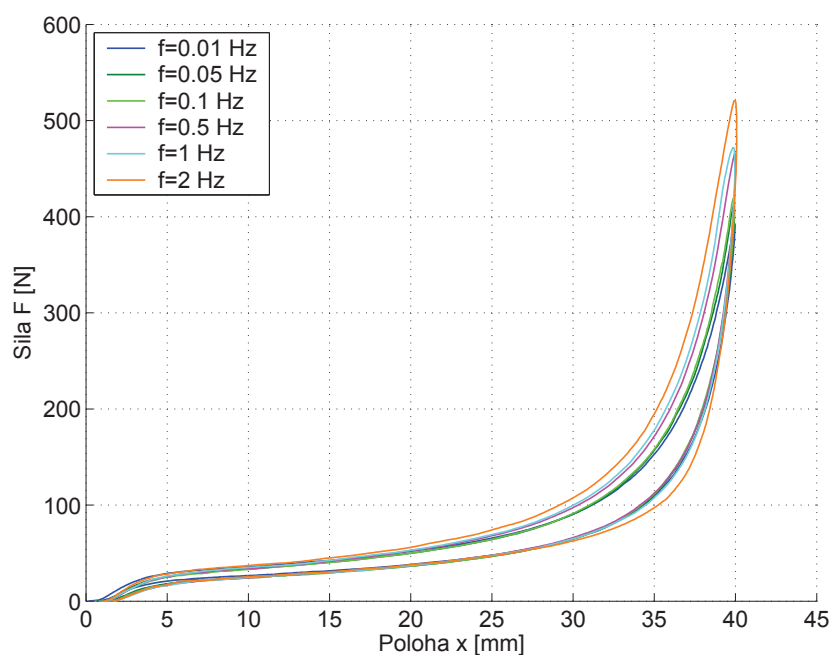
Obrázek 4.15: Závislost práce síly vratné W_R na budicí frekvenci f při trojúhelníkovém buzení, $A_0 = 20$ mm, $A = 20$ mm



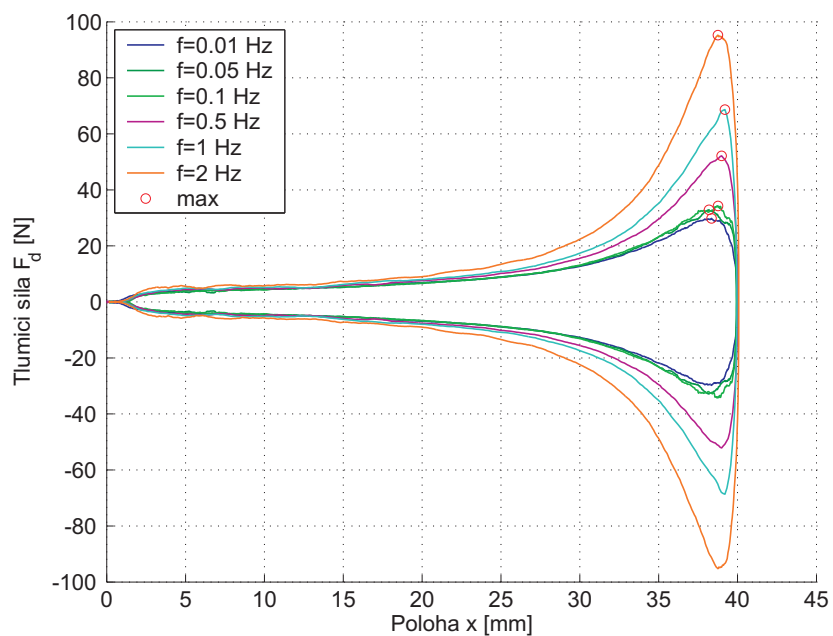
Obrázek 4.16: Celková síla F v závislosti na poloze x , trojúhelníkové buzení podle (2.3), $A_0 = 20$ mm, $A = 20$ mm, vzorek sk3-1



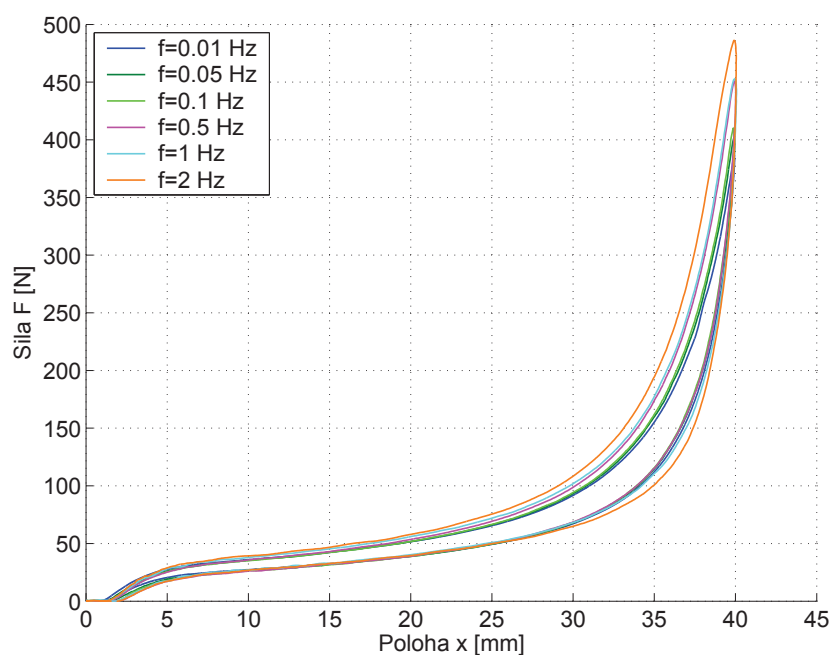
Obrázek 4.17: Tlumičí síla F_d v závislosti na poloze x , trojúhelníkové buzení podle (2.3), $A_0 = 20$ mm, $A = 20$ mm, vzorek sk3-1



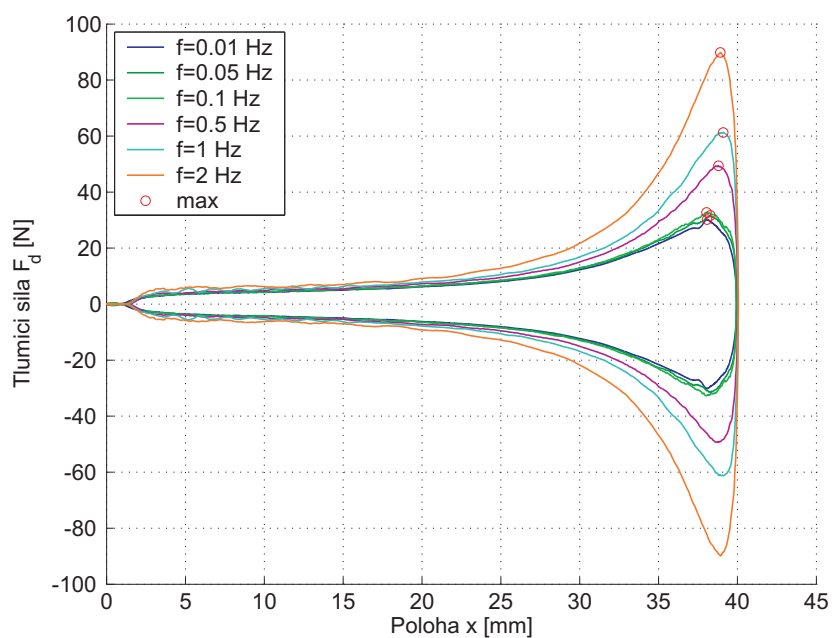
Obrázek 4.18: Celková síla F v závislosti na poloze x , trojúhelníkové buzení podle (2.3), $A_0 = 20$ mm, $A = 20$ mm, vzorek sk4-1



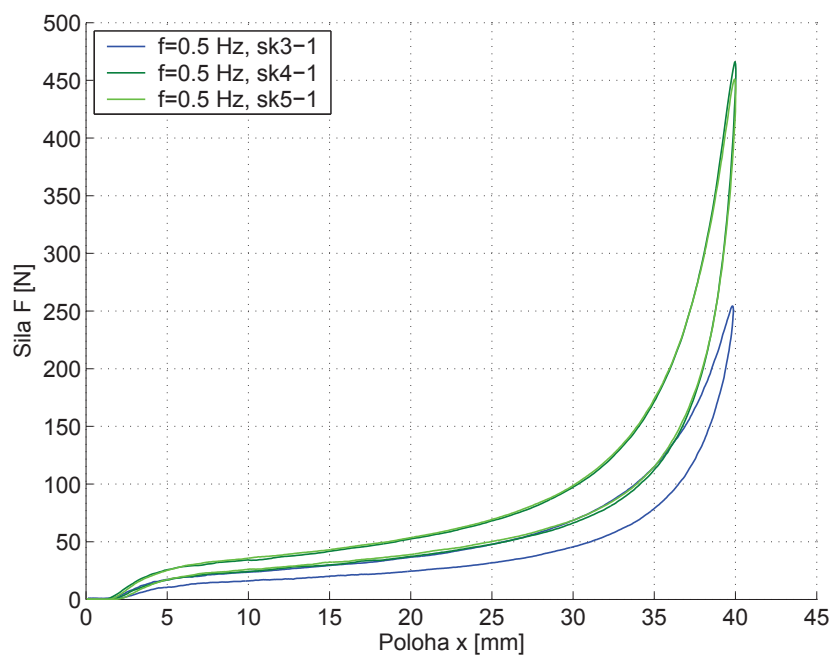
Obrázek 4.19: Tlumičí síla F_d v závislosti na poloze x , trojúhelníkové buzení podle (2.3), $A_0 = 20$ mm, $A = 20$ mm, vzorek sk4-1



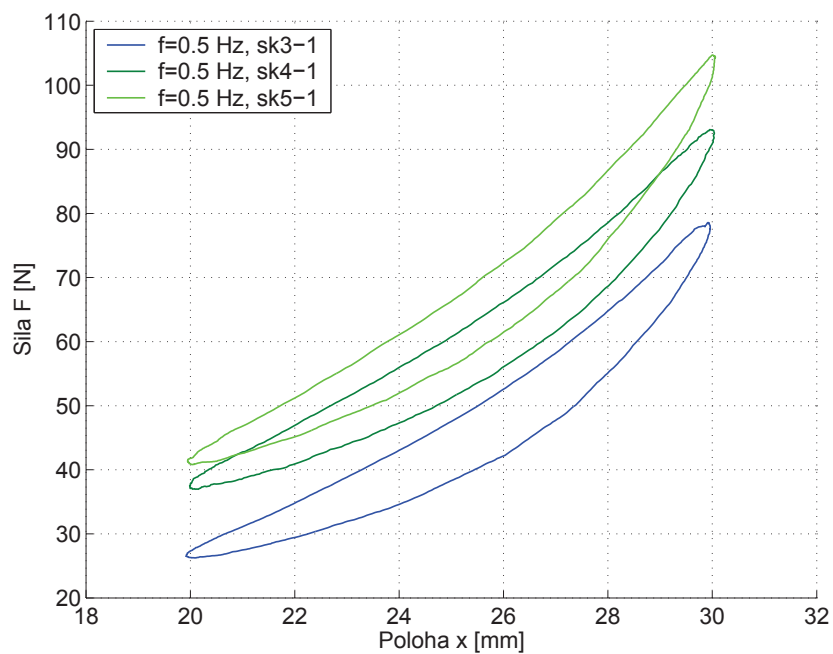
Obrázek 4.20: Celková síla F v závislosti na poloze x , trojúhelníkové buzení podle (2.3), $A_0 = 20$ mm, $A = 20$ mm, vzorek sk5-1



Obrázek 4.21: Tlumičí síla F_d v závislosti na poloze x , trojúhelníkové buzení podle (2.3), $A_0 = 20$ mm, $A = 20$ mm, vzorek sk5-1



Obrázek 4.22: Celková síla F v závislosti na poloze x , trojúhelníkové buzení podle (2.3), $A_0 = 20$ mm, $A = 20$ mm



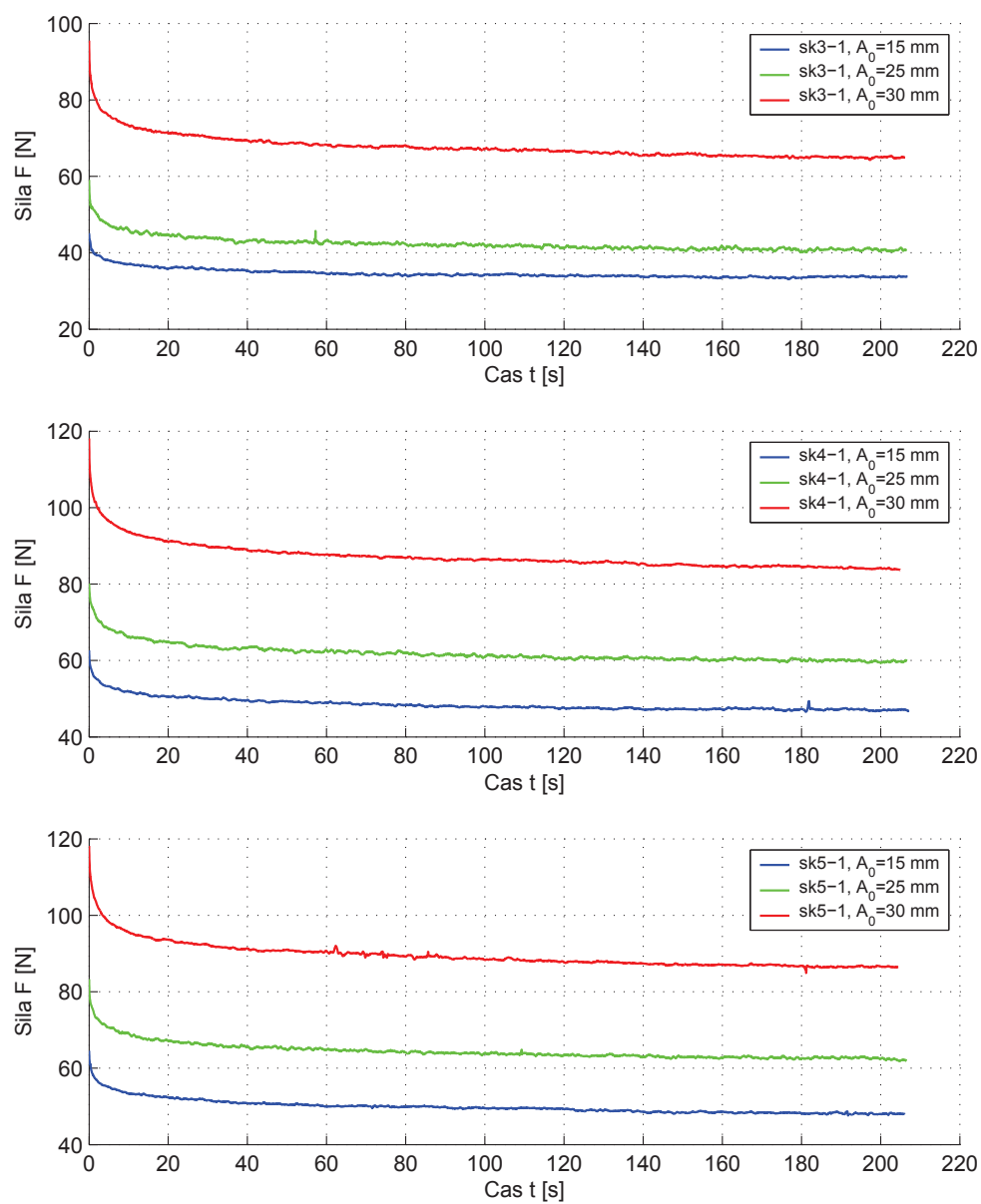
Obrázek 4.23: Celková síla F v závislosti na poloze x , harmonické buzení podle (2.1), $A_0 = 25$ mm, $A = 5$ mm

Stlačení A_0 [mm]	v_{Fmax} [N/s]			t_{R} [s]		
	sk3-1	sk4-1	sk5-1	sk3-1	sk4-1	sk5-1
15	-19.53	-39.94	-37.92	2.31	1.57	1.70
25	-45.63	-31.48	-71.79	1.29	2.55	1.16
30	-108.6	-104.46	-68.614	1.02	1.13	1.72

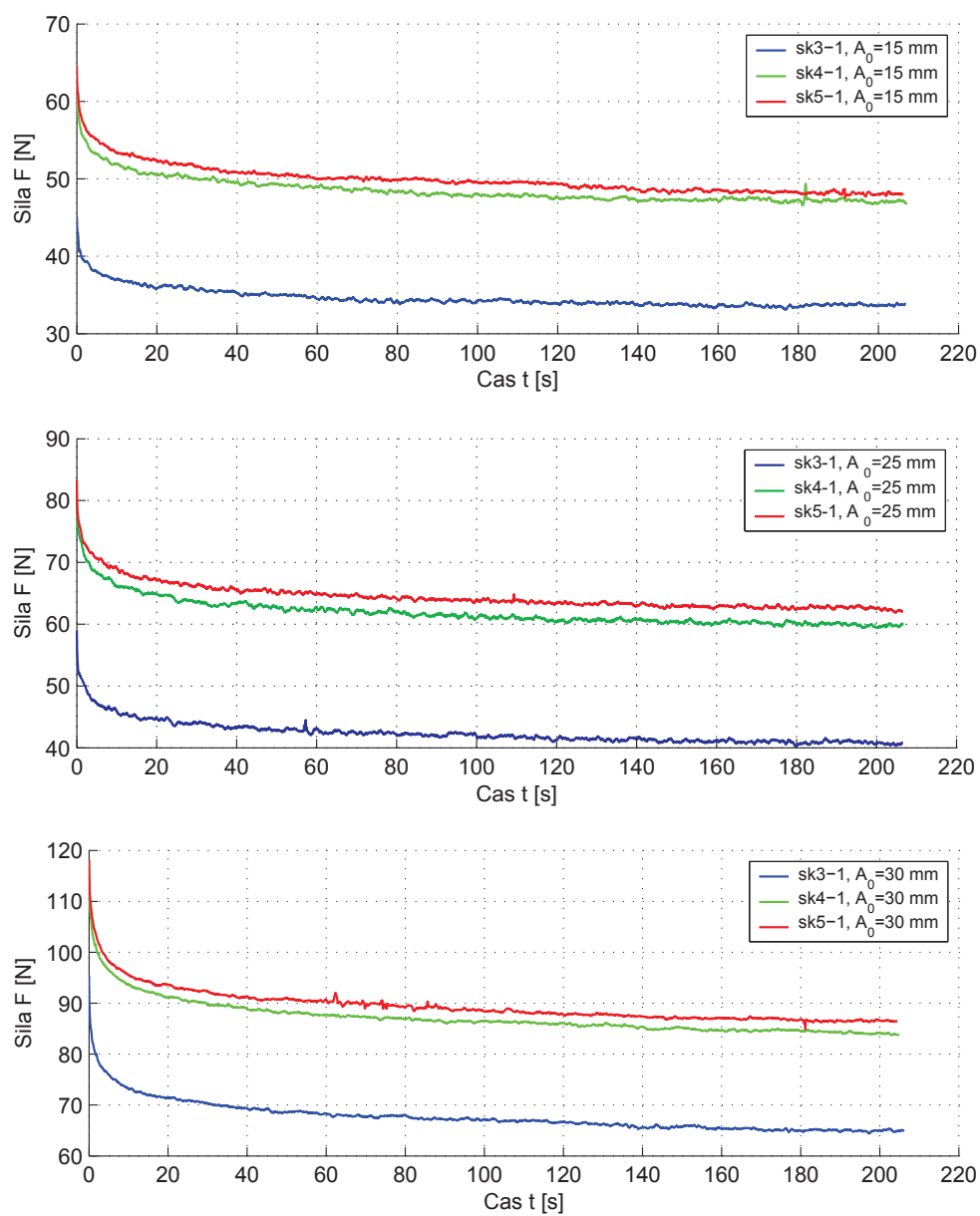
Tabulka 4.12: Maximální rychlost úbytku síly vlivem relaxace napětí v_{Fmax} a relaxační čas t_{R} pro vzorky sk3-1, sk4-1, sk5-1 při různých stlačeních A_0

Stlačení A_0 [mm]	Vzorek		
	sk3-1	sk4-1	sk5-1
15	25.6	25.2	25.7
25	31.0	25.8	24.9
30	31.9	28.7	26.7

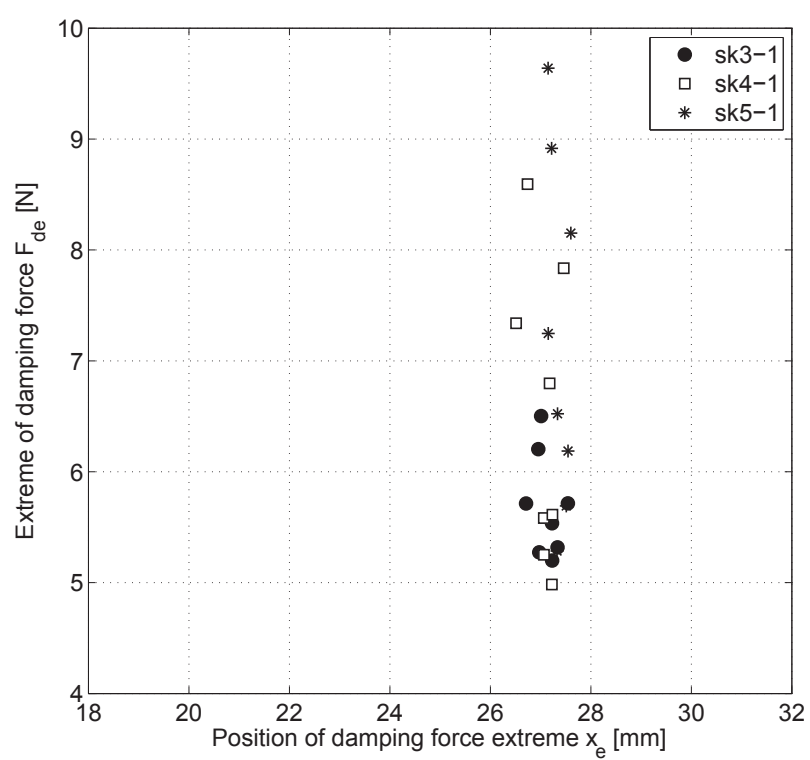
Tabulka 4.13: Míra relaxace $\delta_{\text{R200}}[\%]$



Obrázek 4.24: Relaxační křivky vzorků sk3-1, sk4-1, sk5-1 pro různá stlačení A_0



Obrázek 4.25: Porovnání relaxačních křivek vzorků sk3-1, sk4-1, sk5-1 při stejném stlačení A_0



Obrázek 4.26: Polohy extrému tlumicí síly x_e

Kapitola 5

Měření na vzorku PU pěny s pomalým dopružováním

V obchodní síti se vyskytují výrobky (matrace, podložky, polštáře) z polyuretanového materiálu, který je prodejci v angličtině označován jako temperfoam nebo memory foam, v češtině pak paměťová pěna. Z fenomenologického hlediska jsou dva poslední názvy pochybné neboť tento materiál patrně nemá nic společného s vlastností nazývanou tvarová paměť spojenou se změnou struktury při teplotě zesklnění, i když takové pěny existují a tento název jim po právu náleží. Méně často se používá ne tak atraktivní, ale o to výstižnější označení slow spring back foam, v českém překladu tedy pěna s pomalým dopružováním.

Tento název se snaží vystihnout hlavní rys, kterým se materiál odlišuje od konvenční PU pěny. Tím je větší podíl tlumicí síly v celkové silové odezvě při deformaci.

Výrobci tohoto materiálu je slibováno zvýšení komfortu ve srovnání s běžnou PU pěnou, neboť tento se ve větší míře a rychleji přizpůsobuje tvaru kontaktní plochy. Vzhledem k dosavadní oblasti aplikace se jedná převážně o komfort ve statickém režimu.

Jak se lze dočíst v internetovém zdroji [41], materiál byl vyvinut Národním úřadem pro letectví a kosmonautiku USA (NASA) v roce 1966. Jeho původním účelem, jakožto výplně sedáků, bylo zvýšit komfort posádky letadel. Po dalším vývoji byl použit v civilních odvětvích zejména medicínského charakteru. Např. jako různé zdravotní podložky, polštáře, výplně sedáků invalidních vozíků apod.

Vzorek pěny s pomalým dopružováním, na kterém byly zjišťovány mechanické vlastnosti byl vyříznut z polštáře TWINSAYER běžně dostupného v obchodní síti. Vzhledem k významnému viskoelastickému chování materiálu se jevílo jako problematické dodržet při vyřezávání vzorku požadované rozměry ($100 \times 100 \times 50$) mm. Vlivem rezného odporu se materiál deformuje více než běžná PU pěna. Proto bylo vyříznutí vzorků svěřeno specializované firmě. Naměřená hustota materiálu je $71.338 \text{ kg/m}^3 \doteq 71 \text{ kg/m}^3$.

Vzorek byl stlačován harmonickým signálem polohy (2.1) se střední hodnotou $A_0 = 25$ mm, amplitudou $A = 5$ mm a frekvencí $f \in \{0.1; 0.5; 0.7; 1; 1.5; 3\}$ Hz. Tedy podle metodiky popsané v úvodu práce, avšak se snížením maximální budicí frekvence.

Graf celkové silové odezvy F je na obr. 5.1 a graf tlumicí síly F_d na obr. 5.2. Z nich lze vyvodit, že ve srovnání s konvenční pěnou, charakteristiky paměťové pěny vykazují principiálně shodné vlastnosti.

Polohy extrémů tlumicí síly x_{ei} se koncentrují na omezeném intervalu. Z hodnot uvedených v tab. 5.1 lze stanovit, že průměrná poloha extrému je $\bar{x}_e = 27.2204$ mm, průměrná odchylka $\Delta\bar{x}_e = 0.3834$ mm a průměrná procentuální odchylka $\delta\bar{x}_e = 1.4084$ %. Ve srovnání s měřením konvenčních pěn při stejných podmínkách (viz výše) není v hodnotě průměrné polohy extrému velký rozdíl.

Práce tlumicí síly W_d stanovená rovnicí (2.16) je v závislosti na frekvenci budicího signálu f vynesena v tab. 5.2 a v grafu obr. 5.3, kde je tato závislost proložena přímkou $\hat{W}_d = 23.6297f + 39.3296$ s koeficientem determinace $R^2 = 0.95591$. I v tomto případě je tedy možné říci, že závislost $W_d = W_d(f)$ má lineární charakter.

Taktéž poměr δ_W definovaný vztahem (2.18) vyneseny v závislosti na budicí frekvenci si zachovává lineární charakter, který je vystižen přímkou $\hat{\delta}_W(f) = 0.12719f + 0.25767$ s koeficientem determinace $R^2 = 0.96882$. V hodnotách této závislosti se zřetelně projevuje viskózní chování PU pěny. Na základě vyhodnocení dat naměřených a uvedených výše se při stejných podmínkách měření běžné pěny pohybuje poměr práce síly tlumicí ku práci síly vratné δ_W v intervalu přibližně $\langle 0.085 \div 0.113 \rangle$. V případě pěny s pomalým dopružováním je to interval $\langle 0.233 \div 0.617 \rangle$.

Relaxační chování pěny s pomalým dopružováním bylo měřeno při konstantní deformaci vzorku o velikosti $A_0 \in \{15; 25; 30\}$ mm. Výsledky jsou na obr. 5.5. Významné viskoelastické chování paměťové pěny se při této zkoušce projevuje nejen rychlou relaxací, ale i mírou relaxace δ_{R200} podle definice (2.31), která se pohybuje až kolem 60 % a je v porovnání s běžnou pěnou až dvojnásobná, maximální rychlost relaxace je o jeden řád vyšší a relaxační čas je o jeden řád nižší číslo. Konkrétní hodnoty jsou uvedeny v tab. 5.3.

Významné viskoelastické vlastnosti paměťové pěny neumožňovaly provést měření trojúhelníkovým signálem jako v případě pěn konvenčních (amplituda $A = 20$ mm, střední hodnotou $A_0 = 20$ mm). Již při budicí frekvenci $f = 0.05$ Hz bylo dopružování vzorku tak pomalé, že docházelo k odlehnutí přítlačné desky zatěžovacího stavu. V případě harmonického budicího signálu s amplitudou $A = 5$ mm a střední hodnotou $A_0 = 25$ mm bylo z tohoto důvodu možné měřit s maximální frekvencí 3 Hz.

i	f [Hz]	x_{ei} [mm]
1	0.1	27.479
2	0.5	26.724
3	0.7	27.734
4	0.1	26.93
5	1.5	26.857
6	3	27.599

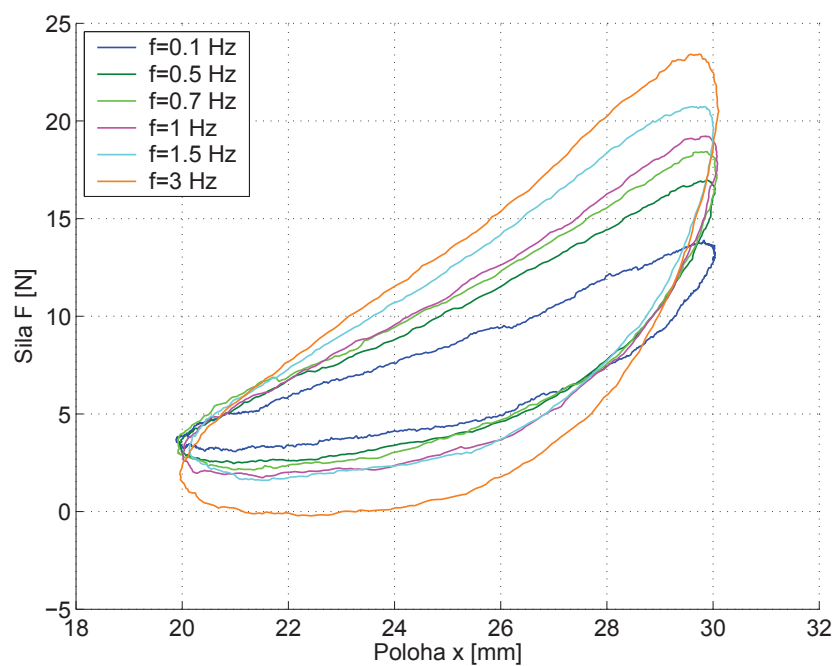
Tabulka 5.1: Poloha extrému tlumicí síly x_e , harmonické buzení, vzorek pm1

f [Hz]	0.1	0.5	0.7	1	1.5	3
W_d [mJ]	33.5068	51.7013	60.4568	67.0490	77.6766	106.2085
δ_W [1]	0.2332	0.3262	0.3636	0.4092	0.4464	0.6170

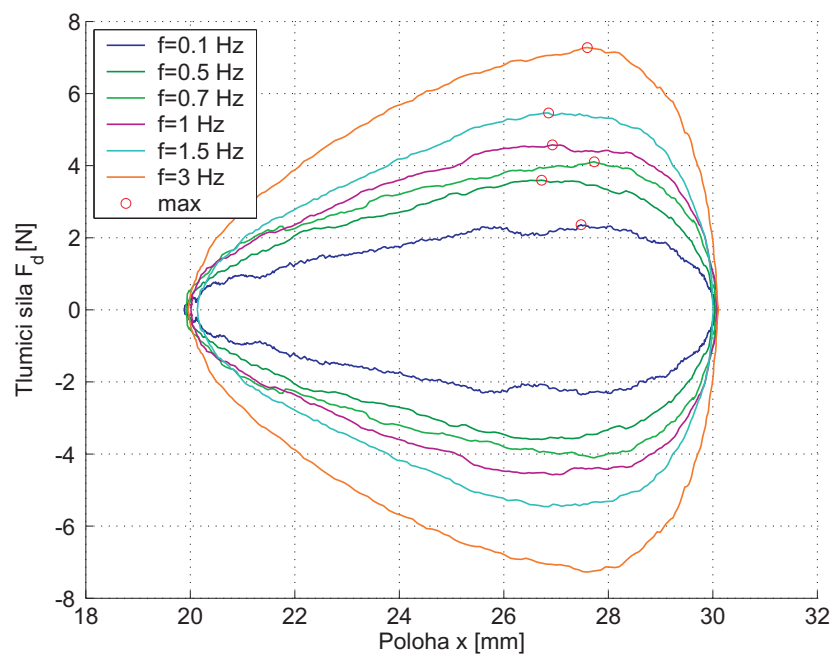
Tabulka 5.2: Práce tlumicí síly W_d a poměr δ_W v závislosti na frekvenci harmonického budicího signálu, $A_0=25$ mm, $A=5$ mm, vzorek pm1

Stlačení A_0 [mm]	15	25	30
v_{Fmax} [N/s]	-21.9	-27.2	-54.3
t_R [s]	0.68	0.75	0.51
δ_{R200}	60.5	60.3	58.4

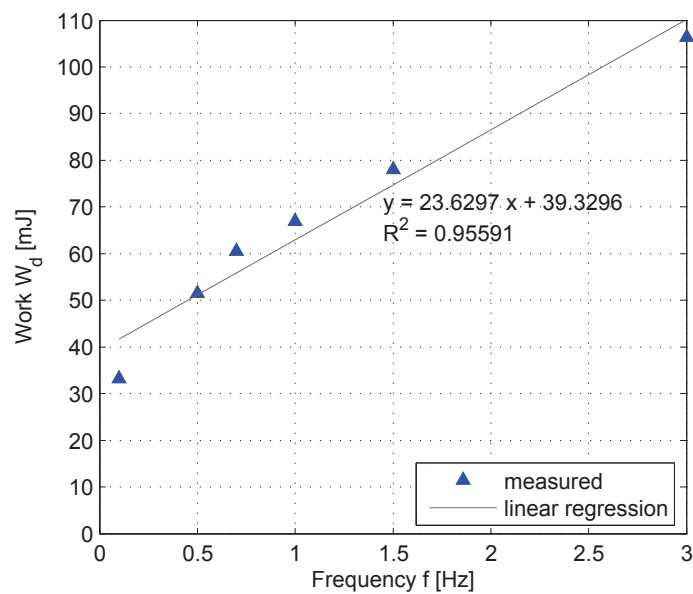
Tabulka 5.3: Veličiny relaxačního procesu



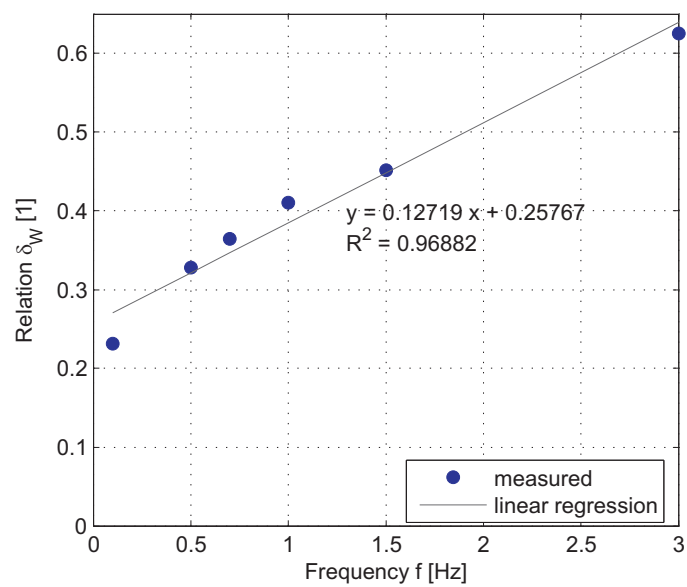
Obrázek 5.1: Celková síla F , harmonické buzení, $A_0=25$ mm, $A=5$ mm, $f \in \langle 0.1 \div 3 \rangle$ Hz, vzorek pm1



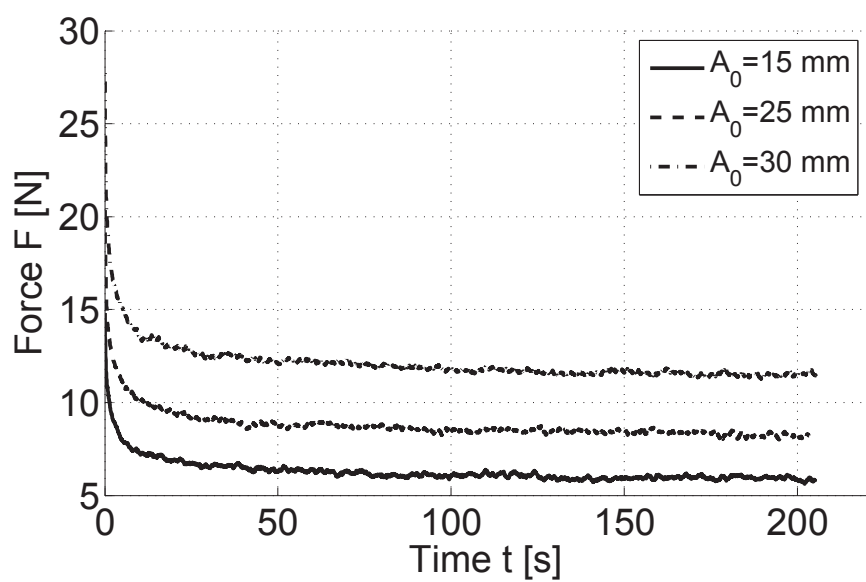
Obrázek 5.2: Tlumičí síla F_d , harmonické buzení, $A_0=25$ mm, $A=5$ mm, $f \in \langle 0.1 \div 3 \rangle$ Hz, vzorek pm1



Obrázek 5.3: Práce tlumicí síly W_d , harmonické buzení, $A_0=25$ mm, $A=5$ mm, $f \in \langle 0.1 \div 3 \rangle$ Hz, vzorek pm1



Obrázek 5.4: Poměr δ_W , harmonické buzení, $A_0=25$ mm, $A=5$ mm, $f \in \langle 0.1 \div 3 \rangle$ Hz, vzorek pm1



Obrázek 5.5: Relaxační křivky vzorku pm1 pro různá stlačení A_0

Kapitola 6

Explicitní formulace tlumicí síly

V literatuře, jako jsou např. technické průvodce [44] nebo [45], lze nalézt, že průběh tlumicí síly poddajných prvků, u kterých tlumení závisí na výchylce x a je realizováno disipací energie uvnitř materiálu, je možné popsat rovnicí

$$F_d(x, \dot{x}) = b_\alpha |x^\alpha| \dot{x}. \quad (6.1)$$

V disertační práci [34] bylo ověřeno, že tato formulace je vhodná pro vyjádření tlumicí síly PU pěny.

Pro naše účely můžeme ve vztahu (6.1) vynechat absolutní hodnotu, neboť vzorek je při zkouškách pouze stlačován, tedy podle zvoleného souřadnicového systému je namáhán výhradně kladnými hodnotami polohy x . Budeme jej tedy používat ve formě

$$F_d(x, \dot{x}) = b_\alpha x^\alpha \dot{x}. \quad (6.2)$$

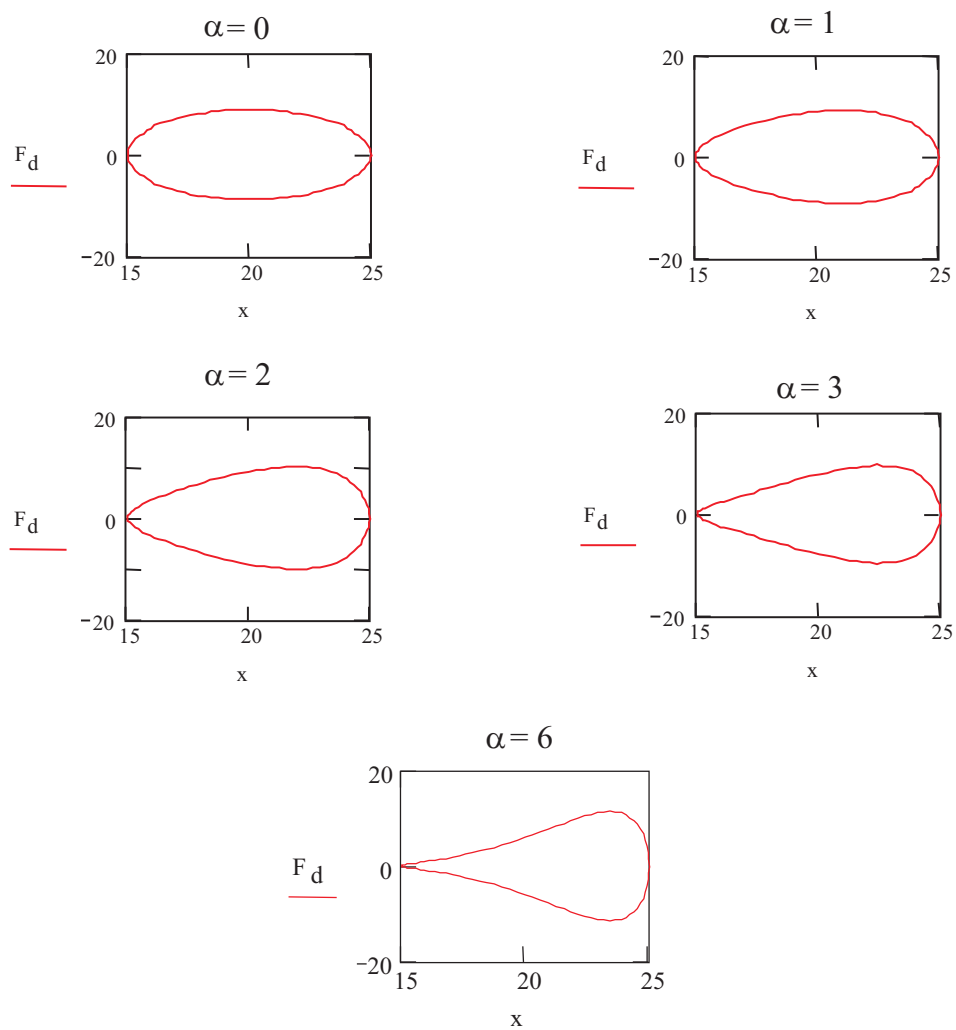
Parametr b_α ovlivňuje velikost plochy, kterou křivka ohraničuje a exponent α kromě toho ještě zakřivení. Numerický experiment (viz obr. 6.1) s alternativně měněným parametrem $\alpha = 0, 1, 2, 3$ a např. až 6 ukazuje, že funkce je velmi flexibilní a její křivost lze ovlivňovat v míře více než dostačující. Pro konkrétní podobu budicího harmonického signálu (2.1) je tedy třeba na základě experimentálních výsledků stanovit b_α a α .

6.1 Určení exponentu α

Pro stanovení exponentu α byly vypracovány dva různé postupy. První z nich je odvozen z definice polohy extrému tlumicí síly a druhý z určení hodnoty tohoto extrému. Oba postupy jsou na závěr porovnány a výsledky komentovány.

6.1.1 Návrh exponentu α z polohy extrému tlumicí síly

Pro nalezení extrému funkce (6.2) položíme její derivaci podle x rovnu 0. Máme-li při vyšetřování jednoznačně přiřazeno x a $\dot{x}$ - např. zvolením urči-



Obrázek 6.1: Variabilita funkce (6.2) pro náhradu tlumicí síly

tého časového průběhu, lze vztah (6.2) považovat za funkci jedné proměnné. Polohu extrému označíme x_e .

$$\frac{dF_d}{dx} = b_\alpha \left[\alpha x_e^{(\alpha-1)} \dot{x} + x_e^\alpha \frac{d\dot{x}}{dx} \right] = 0,$$

kde

$$\frac{d\dot{x}}{dx} = \frac{d\dot{x}}{dx} \frac{dt}{dt} = \frac{d\dot{x}}{dt} \frac{dt}{dx} = \frac{\ddot{x}}{\dot{x}},$$

protože

$$\frac{d\dot{x}}{dt} = \ddot{x} \quad \text{a} \quad \frac{dt}{dx} = \frac{1}{\dot{x}}.$$

Dostáváme tedy rovnici

$$\alpha x_e^{(\alpha-1)} \dot{x} + x_e^\alpha \frac{\ddot{x}}{\dot{x}} = 0,$$

kterou vydělíme výrazem $x_e^\alpha \dot{x}$:

$$\frac{\alpha}{x_e} + \frac{\ddot{x}}{\dot{x}^2} = 0. \quad (6.3)$$

Konkrétně pro harmonickou funkci polohy x máme soustavu

$$x = A_0 + A \sin(\omega t), \quad (6.4)$$

$$\dot{x} = A\omega \cos(\omega t), \quad (6.5)$$

$$\ddot{x} = -A\omega^2 \sin(\omega t). \quad (6.6)$$

Nyní vyjádříme rychlost $\dot{x}$ a zrychlení $\ddot{x}$ závislé pouze na poloze x . Součtem kvadrátů rovnic (6.4) a (6.5) a běžnou úpravou obdržíme

$$\dot{x}(x) = \pm \omega \sqrt{A^2 - (x - A_0)^2}. \quad (6.7)$$

Z rovnic (6.4) a (6.6) vyjádříme zrychlení

$$\ddot{x}(x) = -\omega^2(x - A_0). \quad (6.8)$$

Tyto výsledky dosadíme do rovnice (6.3) pro $x = x_e$ a dostaneme

$$\frac{\alpha}{x_e} + \frac{\ddot{x}(x_e)}{\dot{x}^2(x_e)} = \frac{\alpha}{x_e} + \frac{-\omega^2(x_e - A_0)}{\omega^2 [A^2 - (x_e - A_0)^2]} = 0.$$

Po zkrácení kvadrátu úhlové rychlosti ω dostáváme implicitní funkci (6.9), kterou je možno použít pro výpočet polohy extrému v průběhu tlumicí síly F_d . V této rovnici nevystupuje úhlová rychlost ω , resp. frekvence kmitů f .

Tím tedy bylo dokázáno, že předpis tlumicí síly (6.2) vykazuje pro harmonické buzení nezávislost polohy extrému na budicí frekvenci, což je v souladu se všemi výše popsanými pozorováními.

$$\frac{\alpha}{x_e} - \frac{x_e - A_0}{A^2 - (x_e - A_0)^2} = 0 \quad (6.9)$$

Protože polohu extrému x_e lze odečíst z grafů tlumicí síly F_d , je možné rovnici (6.9) použít pro návrh exponentu α . Vyjádříme tedy

$$\alpha = \frac{x_e - A_0}{A^2 - (x_e - A_0)^2} x_e. \quad (6.10)$$

Zkušenost ukazuje, že tento způsob stanovení exponentu α má tendenci nadhodnocovat jeho velikost v případě, že pozice extrému je více vzdálena od střední hodnoty budicí funkce. Z toho důvodu je vhodné stanovený exponent redukovat vynásobením konstantou k , jejíž hodnota byla empiricky stanovena 0.75 v celém rozsahu. Tedy:

$$\alpha_{\text{red}} = \alpha k. \quad (6.11)$$

Pro výpočet exponentu α potom pro harmonický signál se známou amplitudou a střední hodnotou použijeme polohu extrému $\hat{x}_e$ získanou na základě experimentálního měření. Výsledkem bude obecně neceločíselné α . V práci [34] byl další postup realizován za předpokladu α celočíselného s výhodou možnosti pracovat v analytické formě a nevýhodou snížení přesnosti simulované tlumicí síly vzhledem k experimentálně zjištěné. V následujícím textu se však na celočíselná α omezovat nebudeme a užijeme přístup numerického řešení.

6.1.2 Návrh exponentu α z hodnoty extrému tlumicí síly

Jiný způsob stanovení exponentu vychází ze znalosti závislosti hodnoty extrému tlumicí síly F_{de} . Řešení spočívá v numerickém iteračním výpočtu rovnice (6.12). Takto určený exponent je nadále nazýván α_F .

$$\hat{F}_{de} - \max(b_{\alpha_F} x_e^{\alpha_F} \dot{x}) = 0. \quad (6.12)$$

6.2 Určení koeficientu b_α

Jak již bylo řečeno, práce tlumicí síly W_d po vykonání jedné periody je dána křivkovým integrálem tlumicí síly F_d podle dráhy. Za F_d dosadíme obecný předpis (6.2) a obdržíme:

$$W_d = \oint F_d dx = b_\alpha \int x^\alpha \dot{x} dx = b_\alpha \int_0^{2\pi/\omega} x^\alpha(t) \dot{x}(t) \frac{dx}{dt} dt, \quad (6.13)$$

kde pro harmonický budící signál (2.1) můžeme popsat x a $\dot{x}$ časovými průběhy (6.4) a (6.5) s příslušným diferenciálem polohy $dx = A\omega \cos(\omega t)$.

Výraz $2\pi/\omega$ v horní mezi integrálu představuje periodu kmitu T . Po dosazení dostaneme

$$W_d = b_\alpha \int_0^{2\pi/\omega} [A_0 + A \sin(\omega t)]^\alpha [A\omega \cos(\omega t)]^2 dt.$$

Pro další postup převedeme integraci tohoto vztahu podle času t na integraci podle úhlové dráhy φ , kde platí $\varphi = \omega t$ (za předpokladu konstantní úhlové rychlosti ω). Potom $d\varphi = \omega dt$ a můžeme psát:

$$W_d = b_\alpha \int_0^{2\pi} [A_0 + A \sin(\varphi)]^\alpha [A\omega \cos(\varphi)]^2 \frac{1}{\omega} d\varphi.$$

S užitím rovnosti $\omega = 2\pi f$ rovnici přepíšeme do tvaru

$$W_d = b_\alpha 2\pi f I_\alpha, \quad (6.14)$$

kde

$$I_\alpha = I_\alpha(A_0, A, \alpha) = \int_0^{2\pi} [A_0 + A \sin(\varphi)]^\alpha [A \cos(\varphi)]^2 d\varphi \quad (6.15)$$

je integrál nezávislý na frekvenci harmonického budícího signálu f . Naopak práce tlumicí síly W_d závisí na frekvenci lineárně, což je v souladu s experimentálním pozorováním. Hodnota integrálu bude pro danou střední hodnotu, amplitudu a exponent α vypočtena numericky.

Z rovnice (6.15) vyjádříme koeficient b_α

$$b_\alpha = \frac{W_d}{2\pi f I_\alpha}. \quad (6.16)$$

Pro naše účely potom nahradíme práci tlumicí síly W_d experimentálně zjištěnými hodnotami $\hat{W}_d$.

6.3 Kritérium kvality simulace

Při experimentu byla tlumicí síla zaznamenávána v jednotlivých diskrétních polohách x_i . Ve stejných bodech je provedena i simulace. Číslo i během jedné zatěžovací periody nabývá hodnot $i = 1 \dots N$, kde N je celkový počet vzorků v periodě. Měřená, resp. simulovaná síla v poloze x_i je označena F_{dmi} , resp. F_{dsi} .

Součet čtverců měřených hodnot je

$$S = \sum_{i=1}^N F_{dmi}^2. \quad (6.17)$$

Součet čtverců simulačních odchylek v jedné periodě je

$$S_e = \sum_{i=1}^N (F_{dmi} - F_{smi})^2. \quad (6.18)$$

Míra chyby simulace je označena R_2 a byla stanovena jako odmocněný podíl součtu čtverců chyb ku součtu čtverců měřených hodnot.

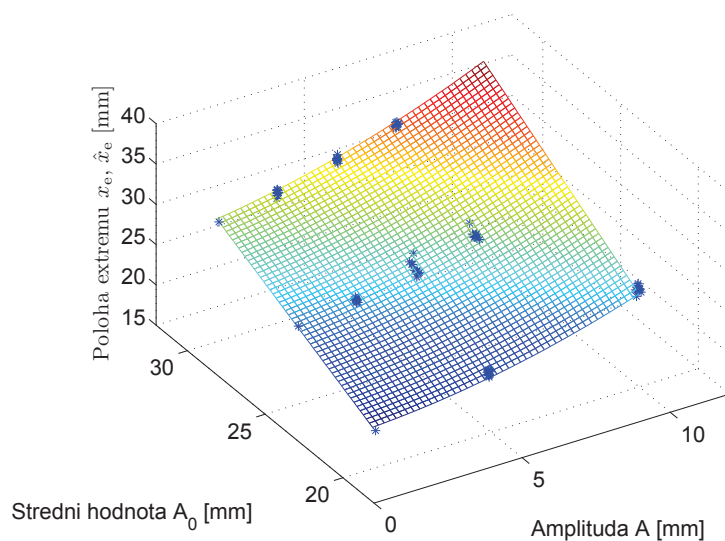
$$R_2 = \sqrt{\frac{S_e}{S}}. \quad (6.19)$$

6.4 Simulace tlumicí síly v závislosti na kinematických parametrech harmonického budicího signálu

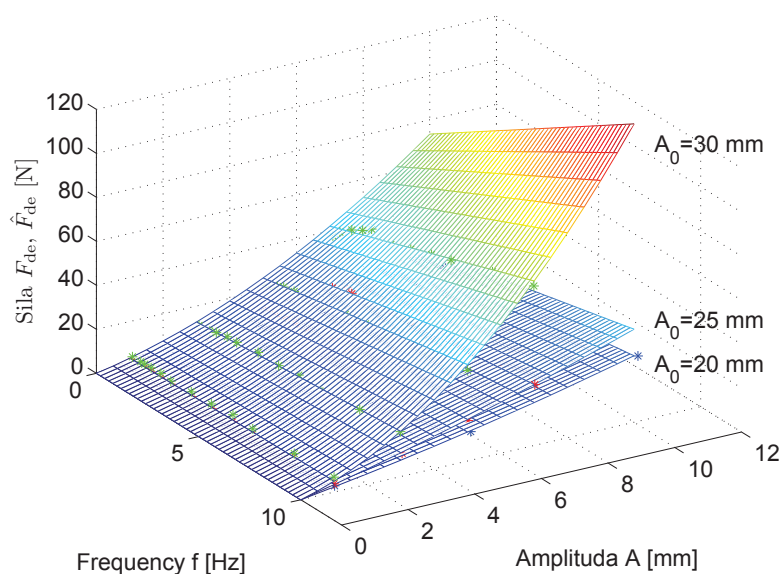
V prvním případě budeme uvažovat veličiny x_e , W_d a F_{de} závislé na parametrech harmonického budicího signálu (2.1). V disertační práci autora [34] bylo publikováno rozsáhlé měření stlačovaného vzorku PU pěny, kdy parametry kinematického buzení byly dány všemi kombinacemi středních hodnot $A_0 \in \{20, 25, 30\}$ mm, amplitud $A \in \{1, 3, 5, 7, \text{resp.} 10\}$ mm a frekvencí $f \in \{0.1, 0.5, 0.7, 1, 1.5, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10\}$ Hz. Experimentálně stanovené veličiny x_e , F_{de} a W_d a jejich aproximace získané metodou nejmenších čtverců jsou na obr. 6.2, 6.3 a 6.4; příslušná analytická vyjádření pak uvádějí vztahy (6.20), (6.21) a (6.22). Pro dobrou aproximaci postačuje uvažovat vliv střední hodnoty a amplitudy maximálně ve druhé mocnině, vliv frekvence je v případě W_d a F_{de} lineární, x_e na frekvenci nezávisí.

$$\begin{aligned} \hat{x}_e(A_0, A) = & 0.4533461420 - 0.5219584498A + \\ & + 0.0256748155A^2 + 0.9763572537A_0 + \\ & + 0.0308546553A_0A + 2.3507212384 \cdot 10^{-4}A_0A^2. \end{aligned} \quad (6.20)$$

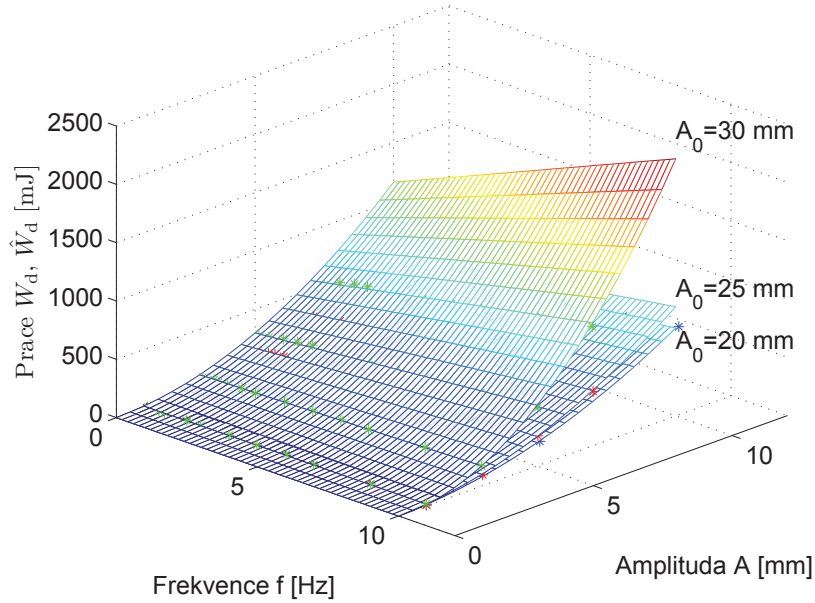
$$\begin{aligned} \hat{F}_{de}(A_0, A, f) = & -2.11017891A + 0.2897513956AA_0 + \\ & - 0.4064362851 \cdot 10^{-2}AA_0^2 + 5.060438039A^2 + \\ & - 0.45868966A^2A_0 + 0.1015867499 \cdot 10^{-1}A^2A_0^2 + \\ & - 0.4526828028fA + 0.3357626873 \cdot 10^{-1}fAA_0 + \\ & + -0.5011891803 \cdot 10^{-3}fAA_0^2 + 0.3554509419fA^2 \\ & - 0.3115516380 \cdot 10^{-1}fA^2A_0 + 0.7011392733 \cdot 10^{-3}fA^2A_0^2. \end{aligned} \quad (6.21)$$



Obrázek 6.2: Závislost polohy extrému tlumicí síly na střední hodnotě a amplitudě harmonického budicího signálu (x_e – naměřené hodnoty (*), $\hat{x}_e$ – aproximace (plocha))



Obrázek 6.3: Závislost hodnoty extrému tlumicí síly F_{de} na střední hodnotě, amplitudě a frekvenci harmonického budicího signálu (F_{de} – měřené hodnoty (*), $\hat{F}_{de}$ – aproximace (plocha))



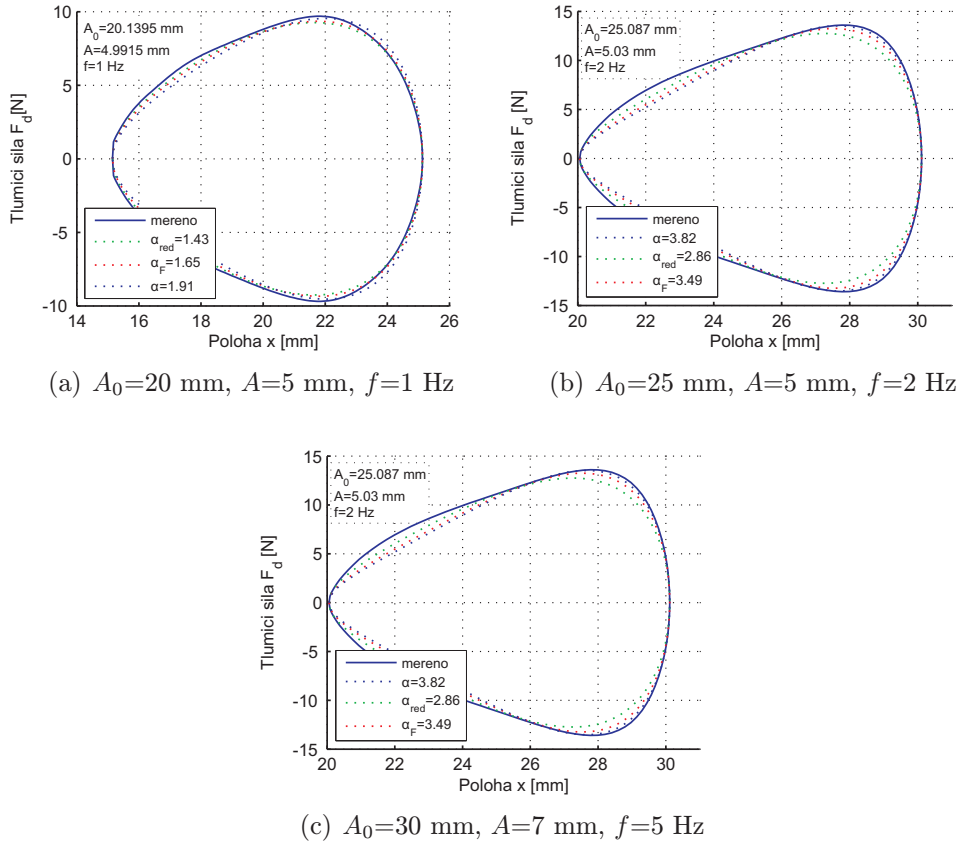
Obrázek 6.4: Závislosti práce tlumicí síly na frekvenci, amplitudě a střední hodnotě harmonického budicího signálu (W_d – měřené hodnoty označeny (*), $\hat{W}_d$ – aproximace (plocha))

$$\begin{aligned}
 \hat{W}_d(A_0, A, f) = & -63.55292557A + 6.304231862AA_0 + \\
 & -0.1365379833AA_0^2 + 59.05597091A^2 + \\
 & -5.120196969A^2A_0 + 0.1176524597A^2A_0^2 \\
 & -16.48336754fA + 1.428604046fAA_0 + \\
 & -0.3098332460 \cdot 10^{-1}fAA_0^2 + 7.224179462fA^2 + \\
 & -0.6317837830fA^2A_0 + 0.1436008971 \cdot 10^{-1}fA^2A_0^2.
 \end{aligned} \tag{6.22}$$

6.4.1 Porovnání simulované a měřené tlumicí síly

Porovnání simulované a měřené tlumicí síly je pro vybrané případy uvedeno na obr. 6.5. Pro nižší střední hodnoty, amplitudy nebo frekvence, vychází exponent α malý. Potom mezi jeho hodnotami stanovenými výše popsány metodami (α , α_{red} , α_F) není podstatný rozdíl (viz např. obr. 6.5(a)). Naopak tam, kde exponent α nabývá vyšších hodnot (pro vyšší A_0 , A , f), je rozdíl ve výsledcích metod patrný. Způsob návrhu exponentu z polohy extrému vztahem (6.10) má tendenci nadhodnocovat jeho velikost. Simulovaná tlumicí síla pak může převyšovat sílu měřenou v oblasti extrému a naopak mimo oblast extrému nabývá nižších hodnot. To proto, aby byl splněn požadavek rovnosti disipované práce simulované i měřené, tedy velikosti plochy ohrani-

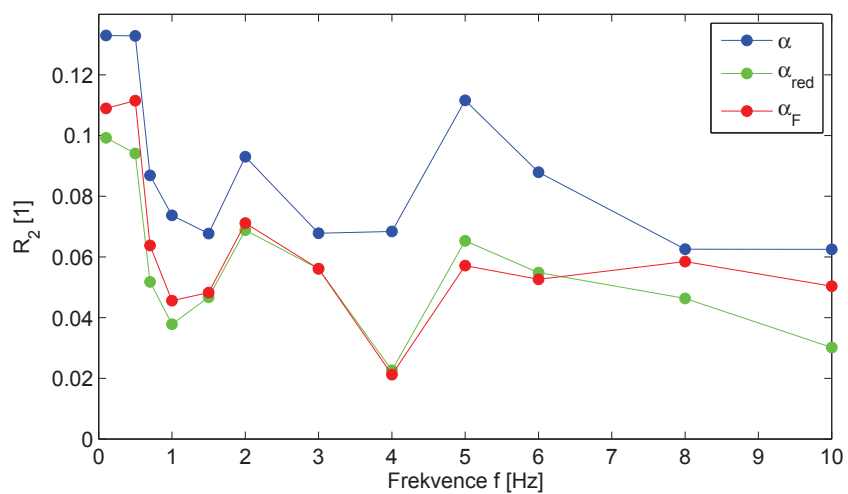
čené křivkou. Z toho kritéria je totiž navržen koeficient b_α . Pro objektivní posouzení kvality simulace byla pro každý případ vypočtena míra chyby R_2 podle vztahu (6.19). Pro vybrané případy je graficky znázorněna na obr. 6.6. Z grafů vyplývá, že výsledky metody návrhu α_{red} a α_F v podstatě nevykazují zásadní odlišnosti.



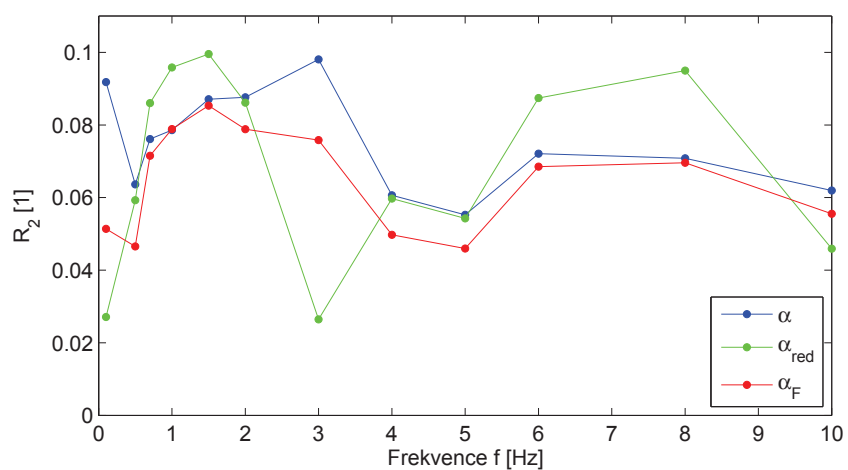
Obrázek 6.5: Porovnání naměřených a simulovaných dat

6.5 Simulace tlumicí síly v závislosti na hustotě PU pěny a frekvenci buzení

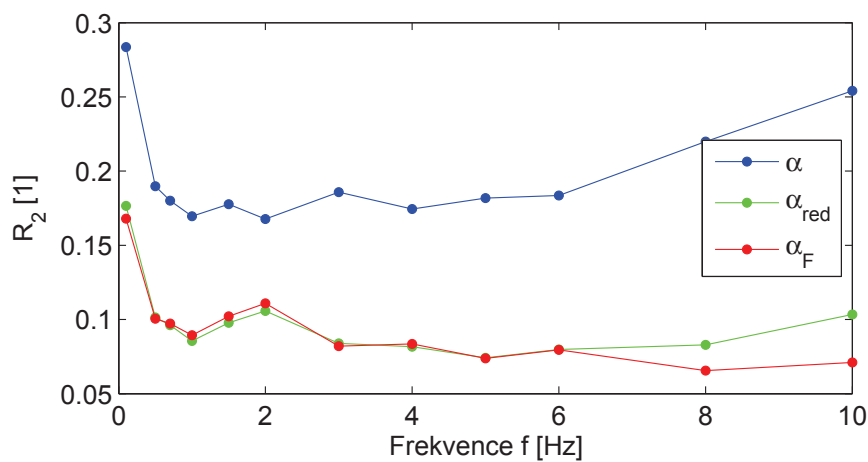
Jak již bylo uvedeno v kap. 4, hustota PU pěny je významným faktorem ovlivňujícím její mechanické chování. V tomto případě byla tedy simulována tlumicí síla vzorku PU pěny v závislosti na její hustotě a frekvenci buzení. Jako vzorová data slouží výsledky uvedené ve zmíněné kapitole. Opět je třeba vyjádřit závislost polohy extrému tlumicí síly v závislosti na vstupních veličinách, tedy hustotě materiálu ρ a frekvenci harmonického budícího signálu f . Zde uijeme závěru zjištěného také již v přecházejících měřeních, totiž že poloha x_e na frekvenci nezávisí. Použijeme zde i závěru nového. Tedy



(a) $A_0=20$ mm, $A=5$ mm

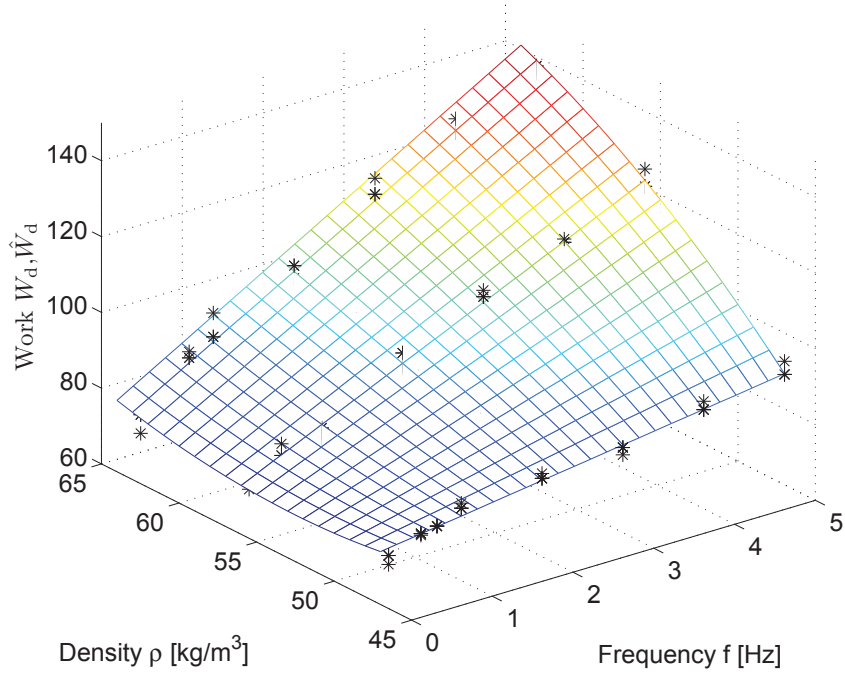


(b) $A_0=25$ mm, $A=5$ mm



(c) $A_0=30$ mm, $A=7$ mm

Obrázek 6.6: Závislost chyby R_2 na budicí frekvenci f pro různé metody stanovení exponentu α



Obrázek 6.7: Závislosti práce tlumicí síly tlumicí síly na hustotě PU materiálu a frekvenci buzení (W_d – měřené hodnoty označeny (*), $\hat{W}_d$ – aproximace (plocha)

že x_e nezávisí ani na hustotě materiálu. Jako aproximující funkci zavedeme $\hat{x}_e(f, \rho) = 27.1797 \text{ mm}$ (viz obr. 4.26).

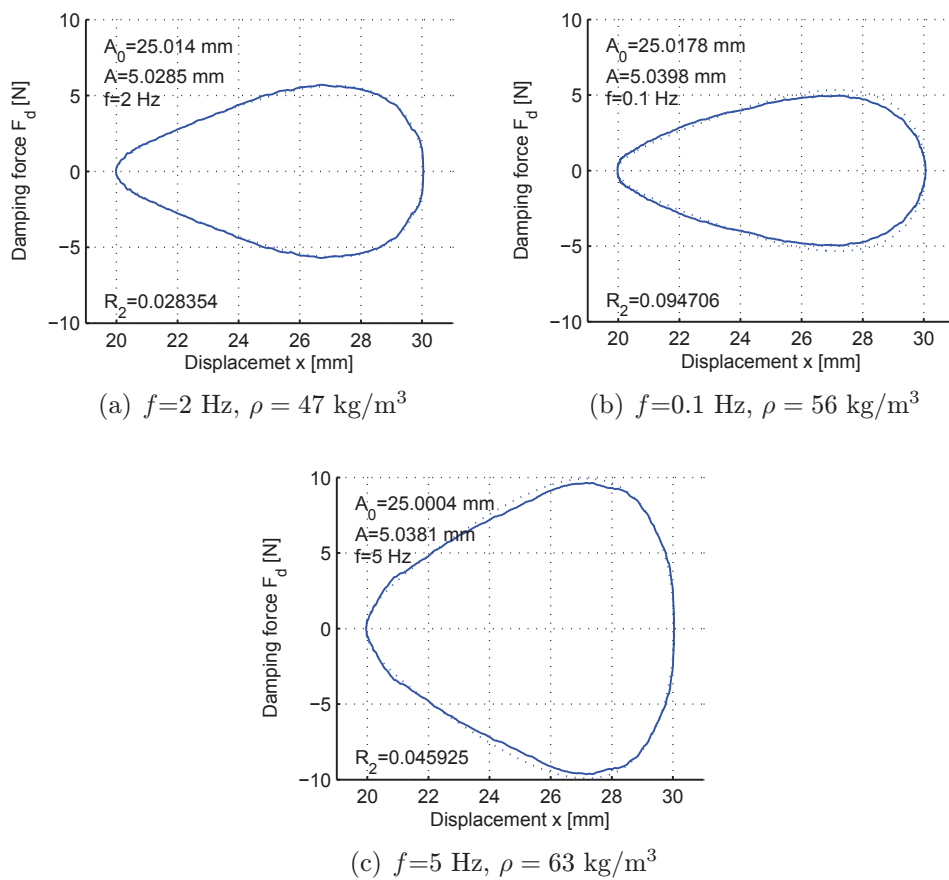
Závislost práce tlumicí síly $W_d(f, \rho)$ je popsána vztahem (6.23). Jako i v jiných případech závisí na frekvenci lineárně; vliv hustoty lze postihnout polynommickou funkcí s nejvyšším stupněm 2 (viz obr. 6.7).

Exponent α byl vypočten z podmínky dodržení polohy x_e bez redukce (rov. (6.10)).

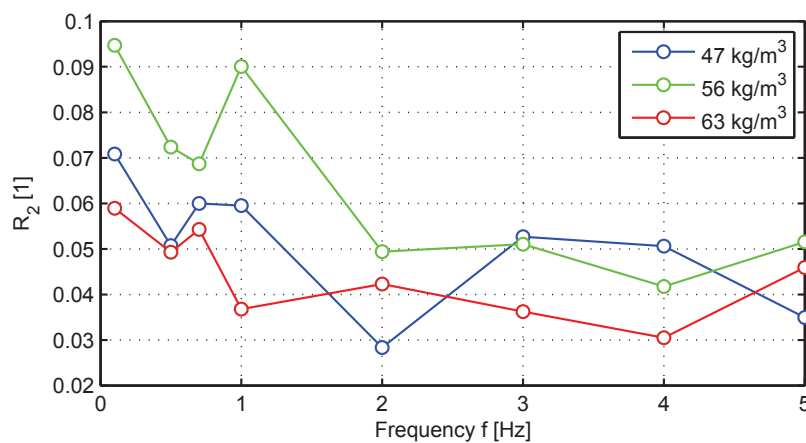
$$W_d(f, \rho) = 62.85043982 - 24.00282243f + .2169071803\rho + .5851410768\rho f. \quad (6.23)$$

6.5.1 Porovnání simulovaných a naměřených výsledků

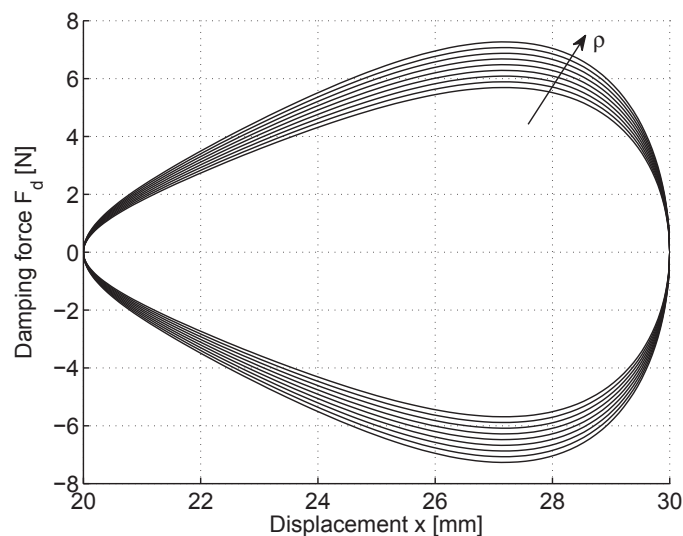
Vybrané případy simulace jsou uvedeny na obr. 6.8. Chyby všech simulovaných případů jsou na obr. 6.9. Na obr. 6.8(a), resp. 6.8(b) jsou pak případy s nejmenší, resp. největší chybou simulace.



Obrázek 6.8: Porovnání naměřených a simulovaných dat



Obrázek 6.9: Závislost chyby R_2 na budicí frekvenci



Obrázek 6.10: Predikce průběhu tlumicí síly

6.5.2 Možnost predikce tlumicí síly

Prozatím byla výše uvedená metoda simulace aplikována v případech experimentálně měřených. Lze ji ale použít v celém definičním oboru veličin W_d a x_e , to znamená pro frekvence $f \in \langle 0.1; 5 \rangle$ Hz a $\rho \in \langle 47; 63 \rangle$ kg/m³. Můžeme tedy predikovat průběh tlumicí síly v oblasti frekvencí, které nebyly měřeny nebo v oblasti hustoty materiálů, které nebyly vyrobeny. Na obr. 6.10 je uvedena simulace tlumicí síly pro $f = 2$ Hz a $\rho \in \{47, 49, 51, 53, 55, 57, 59, 61, 63\}$ kg/m³.

Závěr

Vytvoření jednotné metodiky měření, zpracování a vyhodnocení experimentálních dat umožnilo mezi sebou porovnávat výsledky měření provedených na různých PU materiálech. Ze srovnání plyne, že závěry uvedené v disertační práci autora, která se zabývala vyhodnocením experimentů na jediném typu PU pěny, jsou v plném rozsahu platné i pro další typy pěnových materiálu. Zejména to jsou ty, které, u tohoto materiálu v prostoru (deformace, síla) velmi nelineárního, reprezentují chování lineární. Tato jednoduchá lineární kritéria jsou dobrými ukazateli pro hodnocení kvality naladění matematických modelů. Jsou to zejména:

1. Závislost práce tlumicí síly W_d na frekvenci má přímkový charakter.
2. Poloha extrému tlumicí síly x_e je nezávislá na frekvenci buzení.

Mezi nová zjištění v této oblasti patří:

1. Poměr práce síly tlumicí ku práci síly vratné $\delta = \frac{W_d}{W_R}$ má také přímkový charakter v závislosti na budicí frekvenci.
2. Z prvních bodů obou seznamů plyne, že práce síly vratné W_R není závislá na budicí frekvenci a musí mít konstantní hodnotu. To potvrzuje experimentální měření.

Další nové poznatky jsou uvedeny v jednotlivých kapitolách.

V kap. 3 je zkoumán vliv místa odběru vzorku PU materiálu ze sedáku na měřené vlastnosti. Z porovnání 4 vzorků vyplývá, že rozptyl jejich vlastností je srovnatelný s přesností měření a matematického modelování. K modelování mechanických vlastností PU pěny byl v této kapitole použit model odvozený autorem v disertační práci. Pro lepší orientaci je uveden v příloze. Výběr místa odběru, pokud se toto řídí zavedenými postupy, nemusí být tedy významným faktorem. Dále je v této kapitole analyzována možnost popisu dynamiky relaxačního děje PU pěn. Ukazuje se, že vhodnější je užít veličinu relaxační čas t_R a maximální rychlost relaxace $v_{F_{\max}}$ než parametry Pronyho řady.

Kapitola 4 se věnuje zkoumání vlivu hustoty PU materiálu na měřené charakteristiky. Pro tento experiment výrobce automobilových sedáků dodal 3 typy PU pěn stejné chemické formulace lišící se pouze hustotou. Zde se

ukázalo, že poloha extrému tlumicí síly je nezávislá nejen na frekvenci buzení, ale i na hustotě materiálu.

V kapitole 5 je uvedeno měření PU pěny s pomalým dopružováním. Ukázalo se, že vykazuje kvalitativně tytéž vlastnosti jako pěna obyčejná. Z hlediska mechanických vlastností je jen jejím extrémním případem.

V oblasti užití explicitní formulace tlumicí síly PU pěny (kap. 6) byl aplikován numerický počet, který, na úkor možnosti mít analytické řešení v uzavřené formě, přináší větší přesnost. Výsledky jsou dokumentovány na vybraných případech.

Tuto metodu je možno také použít pro predikci tlumicí síly, jak je ukázáno v závěrečné části kapitoly.

Literatura

- [1] Ramsteiner, N., Fell, N., Forster, S.: Testing the deformation behaviour of polymer foams. *Polymer Testing* 20 (2001) 661-670
- [2] CirkI, D.: Measurement of mechanical properties of polyurethane foam in vacuum. *Dynamics of machine* 2007. National colloquium with international participation. Institute of Thermomechanics, Academy of science of the Czech Republic, Prague, February 6-7, 2007, p. 29-34, ISBN-978-80-87012-03-01
- [3] CirkI, D.: Měření mechanických vlastností automobilového sedáku. *Dynamika tuhých a deformovatelných těles* 2007. V. mezinárodní konference. Univerzita Jana Evangelisty Purkyně v Ústí n. L., Fakulta výrobních technologií a managementu, Ústí n.L., 3.-4. října 2007, str. 17-22, ISBN 978-80-7044-914-1
- [4] CirkI, D.: Measurement and comparizon of mechanical properties of polyurethane foam specimens taken form different part of the same car driver's seat. In *proceedings of X. Interantional Conference on the Theory of Machines and Mechanisms*. Technical University of Liberec, IFToMM, Sept. 2-4, 2008, Liberec 2008, p. 141-146. ISBN 978-80-7372-370-5
- [5] Fridrichová, L., Pertríková, I., Jína, F.: Influence of prestressing of textile on stiffness of upholstery of automobile seat. In *proceedings of 47. International scientific conference Experimental stress analysis*. Technical University of Liberec, June 8-11, 2009, p. 82-89. ISBN 978-80-7372-483-2
- [6] CirkI, D.: Mechanical properties of slow spring back foam. In *proceedings of 47. International scientific conference Experimental stress analysis*. Technical University of Liberec, June 8-11, 2009, p. 82-89. ISBN 978-80-7372-483-2
- [7] Mills, N., J.: *Micromechanics of Polymer foams*. 3rd nordic meeting on Materials and Mechanics, Aalborg, Denmark 2000, 45-76
- [8] White, S., W., Kim, S., K., Bajaj, A., K., Davies, P., Showers, D., K., Liedtke, P. E.: *Experimental Techniques and Identification of Nonlinear and Viscoelastic Properties of Flexible Polyurethane Foam*, *Nonlinear Dynamics* 22: 281–313, 2000

- [9] Shen, Y., Golnaraghi, F., Plumtree, A.: Modelling compressive cyclic stress-strain behaviour of structural. *International Journal of Fatigue* 23 (2001) 491-497
- [10] Nedjar, B.: Frameworks for finite strain viscoelastic-plasticity based on multiplicative decompositions. Part I: Continuum formulations. www.elsevier.com/locate/cma. *Computer methods in applied mechanics and engineering* 191 (2002) 1541-1562
- [11] Nedjar, B.: Frameworks for finite strain viscoelastic-plasticity based on multiplicative decompositions. Part II: Computational aspects. www.elsevier.com/locate/cma. *Computer methods in applied mechanics and engineering* 191 (2002) 1563-1593
- [12] Ehlers, W., Markert, B.: A macroscopic finite strain model for cellular polymers. www.elsevier.com/locate/ijplas. *International Journal of plasticity* 19 (2003) 961-976
- [13] Singh, R., Davies, P., Bajaj, A., K.: Identification of nonlinear and viscoelastic properties of flexible polyurethane foam, *Nonlinear dynamics* 34, 319-346, 2003
- [14] Singh, R., Davies, P., Bajaj, A., K.: Estimation of the dynamical properties of polyurethane foam through use of Prony series, *Journal of Sound and Vibration* 264 (2003) 1005–1043
- [15] Deng, R., Davies, P., Bajaj, A., K.: Flexible polyurethane foam modelling and identification of viscoelastic parameters for automotive seating applications, *Journal of Sound and Vibration* 262 (2003) 391–417
- [16] Církľ, D.: Simulace tlumení polyuretanového materiálu při harmonickém buzení, sborník konference IX. International conference on the theory of machines and mechanisms IFToMM, Technická univerzita v Liberci, Liberec 2004
- [17] Církľ, D.: Rheologic model of mechanical properties of polyurethane foam, *Engineering mechanics* 2006, National conference with international participation, Svratka 2006
- [18] Církľ, D.: Verification of rheological model of polyurethane foam IV. international conference Dynamics of rigid and elastic bodies 2006, UJEP v Ústí n. Labem, Ústí n. Labem 2006, ISBN 80-7044-782-6
- [19] Deng, R., Davies, P., Bajaj, A., K.: A Case Study on the Use of Fractional Derivatives: The Low-Frequency Viscoelastic Uni-Directional Behavior of Polyurethane Foam, *Nonlinear Dynamics* 38: 247–265, 2004

- [20] Deng, R., Davies, P., Bajaj, A. K.: A nonlinear fractional derivative model for large uni-axial deformation behavior of polyurethane foam, *Journal of Sound and Vibration, Signal Processing* 86 (2006) 2728–2743
- [21] Cirkl, D.: Application of explicit formulation of damping force of polyurethane foam in case of harmonic kinematic excitation. In *Book of extended Abstract of the Conference Engineering mechanics 2008, National Conference with international participation*. May 12-15, 2008, Svratka 2008, p. 40-41. ISBN 978-80-87012-11-6.
- [22] Cirkl, D.: Modelling of damping force of dynamically loaded specimen of polyurethane foam in dependence on its density. In *proceedings of International Conference on Structural Engineering Dynamics*. Instituto Superior Técnico, Lisboa, Portugal, ICEDyn 2009, June 22-24, 2009. ISBN 978-989-96276-0-4
- [23] Cirkl, D.: Modelling of damping force of polyurethane foam in dependence on its density, *Shock and Vibration* 17: 1-9, 2010
- [24] Barbora, M., Mevald, J.: ,Energy-based evaluation method pf dissipative properties of a biomechanical system, *Engineering mechanics 2006, National conference with international participation, Svratka 2006*
- [25] Vaculín, O., Valášek, M., Steinbauer, P., Šika, Z.: Development of a biomechanical model of a vehicle occupant, *Proceedings of XIII. National seminar with international participation, Institute of thermomechanics AS CR, Nov. 28-29, Prague 2006*
- [26] Blekta, J., Mevald, J., Petrikova, I.: Evaluation of Spatial Vibrations Using a Platform with 6 Degrees of Freedom, *Proceedings of the Second European Conference on Mechanisms Science EUCOMES 08*, pp. 567-573, Springer Science+Business Media B.V. 2009, ISBN 978-1-4020-8914-5
- [27] Shard, A., G., Davies, M., C., Tendler S., J., B., Jackson, D., E., Lan, P., N., Schacht, E., Purbrick, M., D.: Surface organization of polyurethanes observed by static secondary ion mass spectrometry, *Polymer* Vol. 36 No. 4, pp. 775-779, 1995
- [28] Yu Wang, Cuitino, A., M.: Full-field measurements of heterogenous deformation patterns of polymeric foam using digital image correlation. *International Journal of Solids and Structures* 39, 2002
- [29] Widdle Jr, J., R., Bajaj, A., K., Davies, P.: Measurement of the Poisson's ratio of flexible polyurethane foam and its influence on a uniaxial compression model, *International Journal of Engineering Science* 46 (2008) 31–49

- [30] Cengiz, T., G., Babalik, F., C.: An on-the-road experiment into the thermal comfort of car seats. *Applied Ergonomics*, 4:337–347, 2007
- [31] Cengiz, T.G., Babalik, F.C: The effects of ramie blended car seat covers on thermal comfort during road trials. *Int. J. Indust. Ergonomics*, 39: 287–294, 2009
- [32] Bartels, W., T.: Thermal comfort of aeroplane seats: influence of different seat materials and the use of laboratory test methods. *Applied Engineering* 34:393–399, 2003
- [33] Choi, H., Yun, S., Whang, K.: Development of a temperature-controlled car-seat system utilizing thermoelectric device. *Applied Thermal Engineering* 27: 2841–2849, 2007
- [34] Cirkl, D.: Mechanické vlastnosti polyuretanové pěny, doktorská disertační práce, Technická univerzita v Liberci, Liberec 2005.
- [35] Škop, J. a kol.: Otřesy na vozidlech MAZ 525. Výzkumná úprava č. Z-0060-61. Výzkumný ústav motorových vozidel, 1961, Praha
- [36] Kolektiv autorů: Výzkum víceúrovňové vibroizolace řidiče v kabinách kolesových rypadel a pracovních strojů. Výzkumná zpráva. 2011, Liberec.
- [37] Defoaming agent for polyurethane foam
URL: <<http://www.patentstorm.us/patents/5650449/description.html>> [cit. 2011-05-23]
- [38] Polyurethanes from Bayer MaterialScience – all the ingredients for success
URL: <http://www.bayercoatings.de/BMS/DB-RSC/BMS_RSC_CAS.nsf/id/PortalEN_50_Years_of_Polyurethanes> [cit. 2011-05-23]
- [39] Polyurethanes history
URL: <<http://urethanestechology.blogspot.com/2008/02/polyurethanes-history.html>> [cit. 2011-05-23]
- [40] Polyurethane
URL: <<http://en.wikipedia.org/wiki/Polyurethane>> [cit. 2011-05-23]
- [41] Forty-Year-Old Foam Springs Back With New Benefits
URL: <http://www.sti.nasa.gov/tto/Spinoff2005/ch_6.html> [cit. 2010-07-07]
- [42] URL: <<http://test-dummies.com/>> [cit. 2011-05-24]
- [43] Rektorys, K. a kol.: Přehled užití matematiky, Prometheus, s.r.o., šesté vydání, Praha 1995, ISBN 80-85849-72-0

- [44] Juliš, K., Brepta, R.: Mechanika: Dynamika díl 2., SNTL, Praha 1987
- [45] Brepta, R., Půst, L., Turek, F.: Mechanické kmitání , Sobotáles, Praha 1987, ISBN 80-901684-8-5
- [46] ČSN EN ISO 845 Lehčené plasty a pryže - Stanovení objemové hmotnosti

Příloha A

Model mechanických vlastností PU pěny

V této příloze je uvedena koncepce reologického modelu se soustředěnými parametry, která se snaží vystihnout dosud poznané vlastnosti PU pěny popsané v disertační práci [34]. Pojem vratné síly je zde, narozdíl od metodiky v kap. 2 a tedy i následujících kapitol, chápán v klasické představě, tedy respektující elastické vlastnosti odděleně od viskózních a frikčních.

A.1 Vratná síla

A.1.1 Fáze I. - borcení struktury materiálové matrice

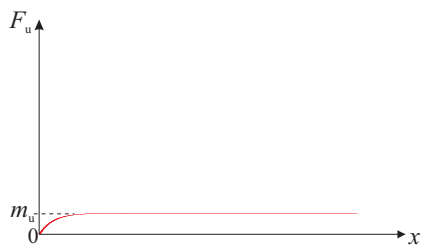
Póry polyuretanového materiálu vytvářejí typickou strukturu, která je do jisté míry schopna odolávat tlakovému zatížení díky své vzpěrné pevnosti. Vyjádříme jí mezí únosnosti struktury m_u (horizontální asymptota v obr. A.1). Po jejím překročení přestává mít vzpěrná pevnost buněk významný vliv na velikost vratné síly. Deformace lze považovat za elastické.

Tato fáze je aproximována funkcí (A.1) na obr. A.1. F_u je přírůstek síly vlivem vzpěrné pevnosti struktury, m_u je mez únosnosti a k_u je koeficient únosnosti struktury.

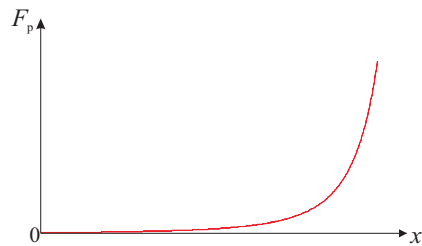
$$F_u = m_u(1 - \exp^{-k_u x}). \quad (\text{A.1})$$

A.1.2 Fáze II. a III. - přechování základního materiálu

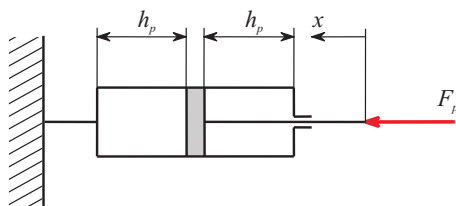
Po počátečním zborcení buněk základního materiálu dochází k dosedání jejich stěn a dále již ke kompresi materiálové matrice. Charakteristika této části je velice podobná průběhu síly při stlačování ideálního plynu, což vyjadřuje vztah (A.2) (viz obr. A.2), kde S_p, p_p, h_p jsou konstanty modelu, přičemž h_p má význam polohy vertikální asymptoty na obr. A.4.



Obrázek A.1: Průběh síly únosnosti struktury F_u v závislosti na deformaci x



Obrázek A.2: Průběh působící síly při stlačování pneumatického válce



Obrázek A.3: Stlačování pneumatického válce

$$F_p = p_p S_p \left[\left(\frac{h_p}{h_p - x} \right)^{n_p} - \left(\frac{h_p}{h_p + x} \right)^{n_p} \right]. \quad (\text{A.2})$$

Celkový průběh vratné síly F_R je dán součtem (A.3) a zobrazen je na obr. A.4.

$$F_R = F_u + F_p \quad (\text{A.3})$$

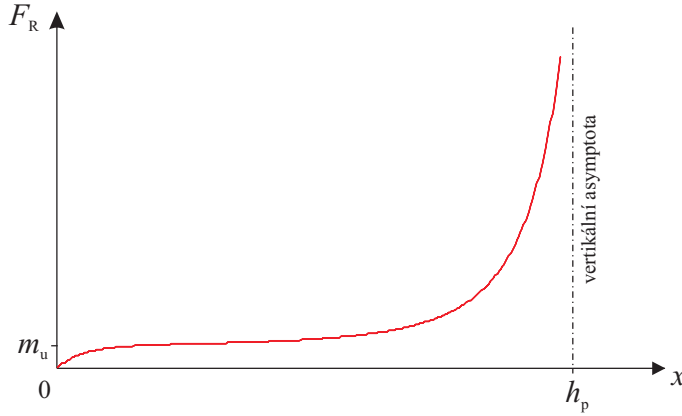
A.2 Tlumičí síla

Tlumení materiálové matrice je popsáno viskoelastickým členem Maxwellova typu na obr. A.5. Pružina, i když je z důvodu názornosti zobrazena jako vinutá, je uvažována jako nelineární (plynová) s polytropickou charakteristikou

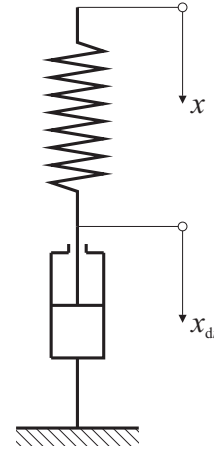
$$F_{di} = p_{0i} S_{0i} \left[\left(\frac{h_i}{h_i - (x - x_{di})} \right)^{n_{0i}} - \left(\frac{h_i}{h_i + (x - x_{di})} \right)^{n_{0i}} \right]. \quad (\text{A.4})$$

Následuje sériově řazený nelineární tlumič s konstantou tlumení c_i a exponentem n_i

$$F_{di} = c_i v_{di}^{n_i}, \quad i = 1 \dots m. \quad (\text{A.5})$$



Obrázek A.4: Průběh vratné síly F_v podle definice (A.3)



Obrázek A.5: Viskoelastický člen Maxwellova typu

Diferenciální rovnice tohoto viskoelastického prvku je dána rovností sil v sériově řazených komponentech, tedy

$$p_{0i}S_{0i} \left[\left(\frac{h_i}{h_i - (x - x_{di})} \right)^{n_{0i}} - \left(\frac{h_i}{h_i + (x - x_{di})} \right)^{n_{0i}} \right] = c_i v_{di}^{n_i}. \quad (\text{A.6})$$

Po separaci proměnných je zde vyjádřen diferenciální přírůstek deformace tlumiče - rovnice je připravena k integraci:

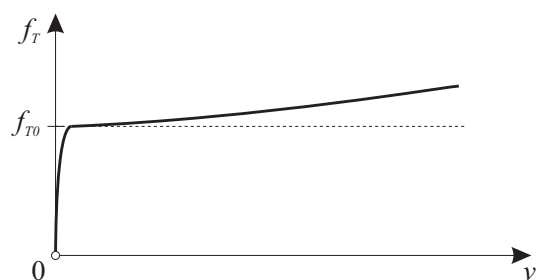
$$dx_{di} = \left\{ \frac{p_{0i}S_{0i}}{c_i} \left[\left(\frac{h_i}{h_i - (x - x_{di})} \right)^{n_{0i}} - \left(\frac{h_i}{h_i + (x - x_{di})} \right)^{n_{0i}} \right] \right\}^{\frac{1}{n_i}} dt. \quad (\text{A.7})$$

Logický je předpoklad, že svoji úlohu v tlumení bude hrát i smykové tření. Při přechování struktury polyuretanu se bortící stěny pórů dostávají do vzájemného kontaktu a s narůstající deformací se po sobě smýkají. Tak lze zdůvodnit, že v submodelu bude participovat současně pasivní odpor s průběhem koeficientu smykového tření f_T , který byl v závislosti na rychlosti popsán funkcí arctan v kombinaci s mocninnou funkcí podle rovnice (A.8) - viz obr. A.6. Vlastností této funkce je, že při nulové rychlosti je síla smykového tření F_T nulová, což nemusí odpovídat skutečnosti, ale pro numerickou simulaci v okolí nulové rychlosti je to výhodné.

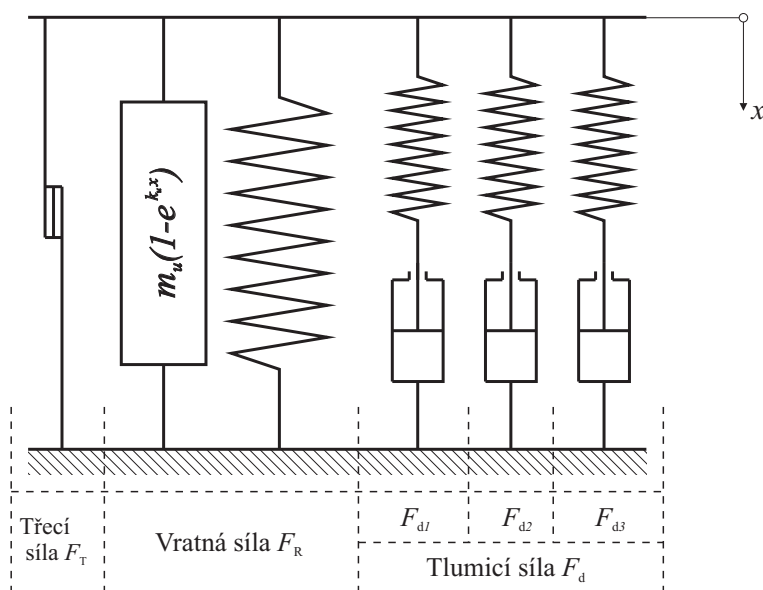
$$f_T = \frac{2f_{T0}}{\pi} \arctan(k_1 v) + k_2 |v|^{k_3} \text{sign}(v). \quad (\text{A.8})$$

Základem pro stanovení třecí síly je uvažován součet síly vratné a tlumičí:

$$F_{Rd} = F_R + \sum_{i=1}^m F_{di}. \quad (\text{A.9})$$



Obrázek A.6: Závislost koeficientu smykového tření f_T na rychlosti v



Obrázek A.7: Schéma modelu PU materiálu pro $m=3$

Síla smykového tření potom je

$$F_T = f_T F_{Rd}. \quad (\text{A.10})$$

Celková síla modelu PU pěny, jak je uveden na obr. A.7 je

$$F = F_{Rd} + F_T. \quad (\text{A.11})$$

Důvod k pominutí vlivu vyfukování a nasávání vzduchu póry PU pěny v tomto modelu neposkytují jen úvahy uvedené v článku. [2], ale při numerické simulaci celkového modelu na obr. A.7 se také ukázalo, že z hlediska disipované práce W_d jej v předpokládané pracovní oblasti lze zahrnout do účinku viskoelastického členu na obr. A.5.

Tato práce vznikla za podpory výzkumného záměru MSM 4674788501
”Optimalizace vlastností strojů v interakci s pracovními procesy a člověkem”.