FAKULTA
PŘÍRODOVĚDNĚ-HUMANITNÍ
A PEDAGOGICKÁ TUL

Diplomová práce

Technická univerzita v Liberci

Zuzana Rulfová

2023

FAKULTA
PŘÍRODOVĚDNĚ-HUMANITNÍ
A PEDAGOGICKÁ TUL

Diplomová práce

Rozvoj matematických dovedností a znalostí s využitím hudby

Studijní program: M7503 Učitelství pro základní školy
Studijní obor: Učitelství pro 1. stupeň základní školy

Autor práce: **RNDr. Mgr. Zuzana Rulfová, Ph.D.**
Vedoucí práce: doc. RNDr. Jana Příhonská, Ph.D.
Katedra matematiky a didaktiky matematiky

Liberec 2023

FAKULTA
PŘÍRODOVĚDNĚ-HUMANITNÍ
A PEDAGOGICKÁ TUL

Zadání diplomové práce

Rozvoj matematických dovedností a znalostí s využitím hudby

Jméno a příjmení:	**RNDr. Mgr. Zuzana Rulfová, Ph.D.**
Osobní číslo:	P17000085
Studijní program:	M7503 Učitelství pro základní školy
Studijní obor:	Učitelství pro 1. stupeň základní školy
Zadávající katedra:	Katedra matematiky a didaktiky matematiky
Akademický rok:	2019/2020

Zásady pro vypracování:

Požadavky:
1) práce s odbornou literaturou
2) znalost RVP, znalost ŠVP příslušné školy a používaných učebnic
3) navržení série aktivit s metodickým komentářem pro učitele, realizace ve škole, reflexe z realizace
Metody:
1) rešerše odborné literatury
2) testování žáků
3) průzkum mezi učiteli
Cíl:
Teoretické zpracování problematiky propojení matematiky a hudby na 1. stupni základní školy a následné praktické ověření navržených aktivit v praxi.

Rozsah grafických prací:
Rozsah pracovní zprávy:
Forma zpracování práce: tištěná/elektronická
Jazyk práce: čeština

Seznam odborné literatury:

DANIEL, Ladislav. *Metodika hudební výchovy*. Vyd. 3., dopl. Ostrava: Montanex, 2010. ISBN 978-80-7225-329-6.
FRANĚK, Marek. *Hudební psychologie*. V Praze: Karolinum, 2005. ISBN 80-246-0965-7.
HOULAHAN, Michael a Philip TACKA. *Kodály Today: A Cognitive Approach to Elementary Music Education*. Kodaly Today Handbook Series, 2nd Edition. New York: Oxford Univerzity Press, 2015. ISBN 978-0-19-025501-5.
ŠKODA, Jiří a Pavel DOULÍK. *Psychodidaktika: metody efektivního a smysluplného učení a vyučování*. Praha: Grada, 2011. Pedagogika (Grada). ISBN 978-80-247-3341-8.
Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání. [online]. Praha: Výzkumný ústav pedagogický v Praze, 2007. 126 s. [cit. 2020-10-05]. Dostupné z WWW:<http://www.vuppraha.rvp.cz/wp-content/uploads/2009/12/RVPZV_2007-07.pdf>.

Vedoucí práce: doc. RNDr. Jana Příhonská, Ph.D.
Katedra matematiky a didaktiky matematiky

Datum zadání práce: 8. ledna 2020
Předpokládaný termín odevzdání: 1. května 2022

L.S.

prof. RNDr. Jan Picek, CSc.
děkan

doc. RNDr. Jana Příhonská, Ph.D.
vedoucí katedry

V Liberci dne 24. března 2021

Prohlášení

Prohlašuji, že svou diplomovou práci jsem vypracovala samostatně jako původní dílo s použitím uvedené literatury a na základě konzultací s vedoucím mé diplomové práce a konzultantem.

Jsem si vědoma toho, že na mou diplomovou práci se plně vztahuje zákon č. 121/2000 Sb., o právu autorském, zejména § 60 – školní dílo.

Beru na vědomí, že Technická univerzita v Liberci nezasahuje do mých autorských práv užitím mé diplomové práce pro vnitřní potřebu Technické univerzity v Liberci.

Užiji-li diplomovou práci nebo poskytnu-li licenci k jejímu využití, jsem si vědoma povinnosti informovat o této skutečnosti Technickou univerzitu v Liberci; v tomto případě má Technická univerzita v Liberci právo ode mne požadovat úhradu nákladů, které vynaložila na vytvoření díla, až do jejich skutečné výše.

Současně čestně prohlašuji, že text elektronické podoby práce vložený do IS/STAG se shoduje s textem tištěné podoby práce.

Beru na vědomí, že má diplomová práce bude zveřejněna Technickou univerzitou v Liberci v souladu s § 47b zákona č. 111/1998 Sb., o vysokých školách a o změně a doplnění dalších zákonů (zákon o vysokých školách), ve znění pozdějších předpisů.

Jsem si vědoma následků, které podle zákona o vysokých školách mohou vyplývat z porušení tohoto prohlášení.

4. července 2023 RNDr. Mgr. Zuzana Rulfová, Ph.D.

Poděkování

Nejdříve bych chtěla poděkovat vedoucí mé diplomové práce, doc. RNDr. Janě Příhonské, Ph.D., za příjemnou spolupráci, podnětné připomínky, cenné rady a čas, který mi věnovala při tvorbě této diplomové práce. Dále bych chtěla poděkovat ZŠ Praha-Kolovraty a zejména P. Schoulové za spolupráci při realizaci praktické části diplomové práce a jejím žákům. Velké díky patří také mým nejbližším, za jejich podporu a shovívavost během celého mého studia.

Anotace

Diplomová práce se zabývá možností rozvoje matematických znalostí a dovedností s využitím hudby na 1. stupni základní školy. Teoretická část popisuje historické propojení hudby a matematiky od pravěku po současnost, učivo a cíle matematiky a hudební výchovy podle rámcového vzdělávacího programu pro základní vzdělávání a možnosti propojení učiva matematiky a hudební výchovy na 1. stupni základní školy. V prakticko-výzkumné části jsou popsány výzkumné cíle práce, které jsou vyhodnoceny na základě odpovědí z dotazníku pro učitele, reflexí z navržených a odučených rytmických a hudebních aktivit pro žáky 5. ročníku základní školy, rozhovoru s třídní učitelkou žáků a hodnocení aktivit od žáků.

Klíčová slova:

matematika, hudební výchova, rytmické a hudební aktivity, základní vzdělávání, metodické listy

Anotation

The diploma thesis deals with the possibility of developing mathematical knowledge and skills with the use of music in primary school. The theoretical part describes the historical connection of music and mathematics from prehistoric times to the present, the curriculum and goals of mathematics and music education according to the Framework Education Program for Primary Education and the possibilities of connecting the curriculum of mathematics and music education in primary school. In the practical-research part, the research goals of the work are described, which are evaluated on the basis of answers from the questionnaire for teachers, reflections on the proposed and learned rhythmic and musical activities for pupils of the 5th year of primary school, an interview with the pupils' class teacher and the assessment of activities by the pupils.

Key words:

math, music, rythm and music activities, primary education, methodological sheets

Obsah

Seznam obrázků 10

Seznam grafů 11

Seznam použitých zkratek 12

Úvod 13

1 Teoretická část 15

1.1 Historie matematiky a hudby 15

1.1.1 Pravěk 15

1.1.2 Starověk 15

1.1.3 Středověk 17

1.1.4 Novověk 18

1.1.5 Hudba 20. století 20

1.2 Matematika a hudba v základním vzdělávání 21

1.2.1 Matematika – cíle a učivo 22

1.2.2 Hudební výchova – cíle a učivo 24

1.2.3 Možnosti propojení učiva matematiky a hudební výchovy 26

2 Prakticko-výzkumná část 30

2.1 Výzkumné cíle 30

2.2 Metody 31

2.2.1 Dotazník pro učitele 31

2.2.2 Rozhovor, pozorování a dotazník pro žáky 34

2.3 Aktivity do hodin matematiky a hudební výchovy 35

2.3.1 Víceciferná čísla 35

2.3.2 Sčítání a odčítání víceciferných čísel 37

2.3.3 Orientace v 2D síti pomocí hudby 38

2.3.4 Stochastická hudba a pravděpodobnost 40

2.3.5 Řady a symetrie 43

2.3.6 Symetrie a posunutí pomocí rytmu ... 46
2.3.7 Hudební motiv a posunutí ... 48
2.3.8 Kompoziční techniky s prvky kombinatoriky ... 52
2.4 Rozbor výsledků provedeného šetření ... 55
2.4.1 Výsledky dotazníku ... 55
2.4.2 Vyhodnocení odučených aktivit ... 61
2.4.3 Vyhodnocení výzkumných cílů ... 63
Závěr ... 65
Seznam použité literatury ... 67
Seznam příloh ... 70
Přílohy ... 71

Seznam obrázků

Obrázek 1: Intervaly a hudba sfér podle Pythagora (převzato z [7 s. 56]).

Obrázek 2: Zlatý řez a Stradivariho housle (převzato z [4 s. 39]).

Obrázek 3: Úvodní stránka dotazníku pro učitele.

Obrázek 4: Ukázka pracovních listů s čtvercovou sítí.

Obrázek 5: Ukázka pracovního listu na logické a číselné řady.

Obrázek 6: Ukázka pracovního listu na tvoření řad v hudbě.

Obrázek 7: Ukázka čtyř rytmických vzorců.

Obrázek 8: Část notového zápisu Symfonie č. 5 c moll od L. van Beethovena s naznačením geometrické interpretace opakování hudebního motivu.

Obrázek 9: Notový zápis písně Tráva neroste s aplikací geometrie (převzato z [2 s. 40]).

Obrázek 10: Ukázky taktů vytvořených studenty.

Seznam grafů

Graf 1: Obecné charakteristiky respondentů.

Graf 2: Využití mezipředmětových vazeb matematiky a dalších vyučovaných předmětů.

Graf 3: Využití HV v mezipředmětových vztazích.

Graf 4: Využívání rytmických a hudebních aktivit v matematice (vlevo) a dalších vyučovaných předmětech (vpravo).

Graf 5: Motivace a atraktivita hudebních aktivit.

Graf 6: Možnosti zlepšení výkonů žáků v matematice díky rytmickým a hudebním aktivitám.

Graf 7: Hodnocení odučených aktivit žáky 5. ročníku ZŠ Praha-Kolovraty.

Seznam použitých zkratek

ČJ	český jazyk
HV	hudební výchova
ICT	informační a komunikační technologie
M	matematika
PČ	pracovní činnost
PŘ	přírodověda
RVP	Rámcový vzdělávací program
TV	tělesná výchova
VL	vlastivěda
VV	výtvarná výchova
ZŠ	základní škola

Úvod

Ve svém životě jsem se setkala s řadou lidí, kteří jsou dobří v matematice a zároveň mají hudební nadání. Já sama umím zpívat, hraji na několik hudebních nástrojů a ve škole jsem vynikala v matematice. Myslím si, že hudba a matematika mají mnoho společného a jejich propojování nejen na 1. stupni základních škol by mohlo být pro žáky přínosné.

Pokud se podíváme do historie, nalezneme mnoho příkladů propojení matematiky a hudby. Matematika nám dává prostředky, díky kterým můžeme objektivně popisovat hudbu. Řada myslitelů se v historii zabývala hudbou a hudební teorií, kterou se snažila vyjádřit pomocí rovnic a logických zákonitostí [1]. A naopak hudební skladatelé zakomponovávali do svých skladeb prvky z matematiky (např. skrytá čísla v skladbách J. S. Bacha, viz [2 s. 54-55]) a komponovali některé své skladby pomocí zlatého řezu [3, 4], symetrie, náhody nebo prvků kombinatoriky (více v [5]).

V poslední době je v základním vzdělávání zdůrazňována potřeba propojování znalostí a dovedností napříč všemi vyučovanými předměty. Hudební výchova přispívá k celkovému vývoji dětské osobnosti, protože mimo jiné dokáže harmonizovat psychiku, umožňuje experimentovat a tvořit a přináší radost [6]. Je však vhodné ji začleňovat i do hodin matematiky?

Z výzkumů mozkové činnosti ve vztahu k hudbě bylo mimo jiné zjištěno, že existují rozdíly v mozku hudebníků a nehudebníků týkající se nejen struktury mozku, ale i jeho fungování. Hudebníci musí často zvládat složité motorické pohyby a jejich koordinaci, které vedou zejména u mužů k silnějšímu propojení obou mozkových hemisfér. Hudebníci dále při poslechu hudby častěji zapojují levou hemisféru, protože mají tendenci hudbu rozkládat na jednotlivé prvky a analyzovat ji, zatímco nehudebníci vnímají hudbu jako celek převážně pomocí pravé hemisféry [7 s. 105-106]. Některé prvky hudby jako například melodické linky jsou více zpracovávány v pravé hemisféře, zatímco rytmické úkoly zpracovává více levá hemisféra. Obecně lze říci, že při rytmických a hudebních aktivitách dochází ke stimulaci různých částí mozku, které mají na starosti i další činnosti, takže může dojít ke změně myšlení a chování člověka i v dalších (tj. nehudebních) činnostech [7 s. 106].

Hudební výchova nebo hra na hudební nástroj vedou ke zlepšení kognitivních funkcí, zvýšení inteligence, časově-prostorovému chápání, matematických schopností a vizuálně-motorických dovedností [7 s. 109]. Hudební výchova však musí být dlouhodobá a začít by se

s ní mělo v raném nebo předškolním věku. U starších dětí vede zejména ke zvýšení jejich sebehodnocení, motivaci se učit, nižšímu počtu konfliktů ve škole, zvýšení schopnosti koncentrace a disciplíny a jinému způsobu myšlení [7 s. 110]. Abychom mohli říci, zda hudební výchova vede obecně k lepším výsledkům v matematických testech, nemáme zatím dostatek ověřujících výzkumných prací. Přesto existuje řada prací, které tento závěr podporují.

Rytmické a hudební aktivity dávají žákům možnost pracovat v zajímavém, často i novém, prostředí a vybízejí je k aktivitě a kreativnímu způsobu myšlení. Pokud jsou takovéto aktivity předkládány systematicky a dlouhodobě, vedou k lepším výsledkům v matematických testech žáků 3. ročníku ZŠ v USA [8]. Rozvoj kreativního myšlení pomocí hudby a zlepšení žáků v matematice byl prokázán na aktivitách týkajících se symetrie, hledání vzorů, opakování, a řad u žáků 3. ročníku ZŠ v Izraeli [9, 10] nebo na aktivitách se zlomky u žáků 5. ročníku ZŠ v Jihoafrické republice [11]. V Mexiku vznikl celý projekt věnovaný propojování hudby a matematiky s názvem MusicMath. V rámci tohoto projektu vznikl software Musical Monkeys, který podporuje v žácích na 1. stupni ZŠ nejen motivaci a aktivitu, ale i výuku matematických znalostí jako je sčítání, odčítání, násobení a dělení pomocí hudebních aktivit [12, 13].

V prezentovaných pracích bylo ukázáno, že se matematika učí lépe pomocí smysluplných a poutavých aktivit, jaké mohou vzniknout při propojování matematiky a hudební výchovy. Pokud ovšem chtějí učitelé využívat tyto aktivity, je potřeba, aby měli dostatečné znalosti, dovednosti, jistotu a kreativitu jak v matematice, tak i v hudební výchově.

Hlavním cílem této diplomové práce je posouzení vlivu rytmických a hudebních aktivit na rozvoj matematických dovedností a znalostí u žáků na 1. stupni základních škol. Diplomová práce se skládá ze dvou částí. Teoretická část popisuje historické propojení hudby a matematiky od pravěku po současnost, učivo a cíle matematiky a hudební výchovy dle RVP pro základní vzdělávání a možnosti propojení učiva matematiky a hudební výchovy na 1. stupni základní školy. V prakticko-výzkumné části jsou popsány výzkumné cíle práce, které jsou vyhodnoceny na základě odpovědí z dotazníku pro učitele, reflexí z navržených a odučených rytmických a hudebních aktivit pro žáky 5. ročníku základní školy, rozhovoru s třídní učitelkou žáků a hodnocení aktivit od žáků.

1 Teoretická část

„Hudební forma má blízko k matematice – ne snad k matematice samotné, ale rozhodně k jakémusi matematickému myšlení a vztahům.“

(Igor Stravinskij)

1.1 Historie matematiky a hudby

V této kapitole je stručně popsán základní přehled hudebních epoch evropské hudby a její vztah k matematice. Cílem kapitoly není postihnout všechna společná témata, ale ukázat propojení těchto dvou oborů, které započalo možná již v pravěku a pokračuje do současnosti.

1.1.1 Pravěk

Hudba byla nedílnou součástí života člověka už v pravěku. Byla spojována s magií a používala se při obřadech a rituálech. Nejdůležitější byl zřejmě rytmus. Melodie byla jednodušší a o zpěvu, který známe z dnešní doby, asi ani nejde hovořit. Mezi prvotní hudební nástroje patřily chřestítka, kostěné píšťaly, ulity, mušle, kamenné desky, rohy, zvířecí kly nebo bubínky [14 s. 9].

Lidé se matematikou v pravěku moc nezabývali. Rozlišovali množství obdobně jako malé děti, tedy jedna – dvě – hodně. Velmi zvolna vznikala vyjádření pro další základní čísla. Při určování počtu lidé využívali obrázky a symboly, např. zářezy na kostech nebo dřevě, uzlíky na provazech nebo kamínky [15 s. 16-17].

1.1.2 Starověk

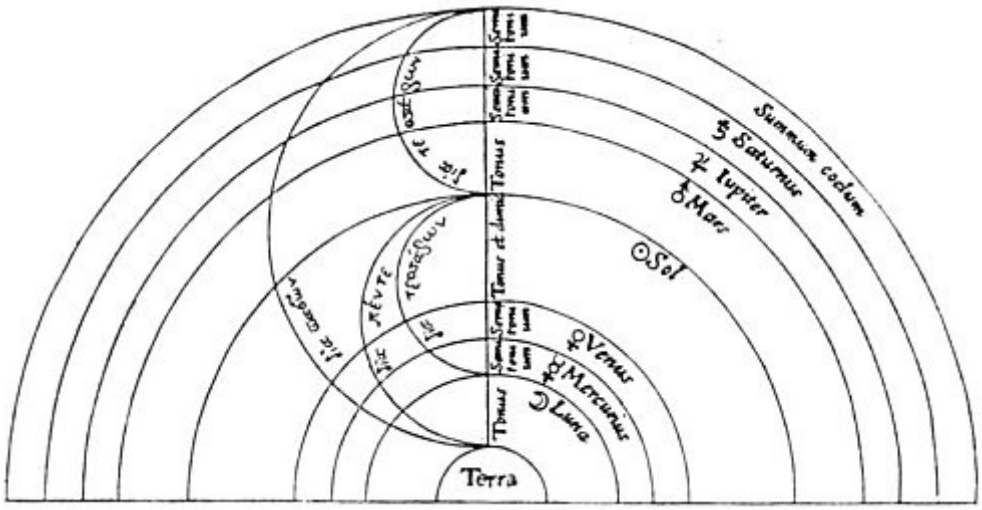
Starověk byl obdobím rozvoje prvních civilizací i vzniku prvních států. V Evropě se považuje za vrchol tohoto období období antiky, v němž dominovaly státy okolo Středozemního moře. Starověké Řecko a Řím ovlivnily formování nejen celé Evropy, ale i okolních území a daly základ mnoha vědním oborům.

Ve starověku nacházíme první písemné zmínky o možnostech propojení hudby a matematiky. Hudba byla ve školních osnovách starověkého Řecka součástí matematiky, a proto není divu, že řecký myslitel Pythagoras ze Samu (6. století př. n. l.) přišel s koncepcí „hudby

sfér“, která ztělesňovala syntézu hudby a matematiky. Podle této teorie vydává každé těleso v pohybu zvuk. Proto i všechna tělesa ve vesmíru vydávají zvuky, které závisí na rychlosti jejich pohybu. Pomalejší tělesa vydávají zvuk nižší a rychlejší tělesa vydávají zvuk vyšší. Všechny zvuky dohromady pak vytváří harmonický souzvuk označovaný jako symfonie či hudba sfér [7 s. 53].

Pythagoras věřil, že hudební i vesmírné zákonitosti mohou být popsány stejnými matematickými vztahy. Díky experimentování s různými délkami strun zjistil, že tónové intervaly a výšky tónů odpovídají poměrným délkám strun. Dále zjistil, že pokud se zahrají dva tóny současně, jejich zvuk je libozvučný pouze pro určitou kombinaci poměrů délek strun. Interval prima vznikne, pokud hrají struny se stejnou délkou (poměr 1:1). Tón o oktávu vyšší získáme při hraní na strunu s poloviční délkou, kvintu rozdělením struny na dvě třetiny a kvartu rozdělením struny na tři čtvrtiny, což odpovídá poměrům 1:2 pro oktávu, 2:3 pro kvintu a 3:4 pro kvartu. Obdobně lze získat poměry i pro další intervaly: velká tercie 4:5, malá tercie 5:6, velká sekunda 8:9, malá sekunda 15:16, atd. [7 s. 54].

Vzdálenosti vesmírných těles lze také vyjádřit pomocí intervalů (Obr. 1). Země byla brána jako střed vesmíru a tudíž se nepohybuje ani nevydává žádný zvuk. Nejblíže k Zemi je Měsíc, který vydává zvuk nejnižší, a interval mezi Zemí a Měsícem odpovídá jednomu tónu. Vzdálenost Země a Slunce odpovídá intervalu tři a půl tónu a vzdálenost Země od sféry hvězd odpovídá oktávě, která představuje podle Pythagora nejdokonalejší harmonický interval [7 s. 55].



Obrázek 1: *Intervaly a hudba sfér podle Pythagora (převzato z [7 s. 56]).*

Pythagoras také zavedl tzv. pythagorejské ladění, ve kterém jsou všechny tóny oktávy získány postupnými kvintovými kroky. Základní stupnici C dur můžeme popsat pomocí relativních frekvencí k základnímu tónu následovně [16]:

C	D	E	F	G	A	H	C
1:1	9:8	81:64	4:3	3:2	27:16	243:128	2:1

1.1.3 Středověk

Období středověku je datováno od pádu Římské říše a do objevení Ameriky roku 1492. Evropa založená na kultuře starověkého Řecka a Říma je postupně přetvářena křesťanstvím a tradicemi „barbarských“ (germánských a slovanských) kmenů. Mnoho znalostí z antiky bylo zapomenuto a bylo znovuobjeveno až v renesanci.

Celé období středověku má významný duchovní charakter. Proto i v hudbě měla největší význam hudba duchovní, ze které se ke konci středověku vyčlenila hudba světská a lidová. Aby byla hudba reprodukovatelná, začaly se objevovat první pokusy o zápis hudby ve formě specifického symbolického záznamu. Nejdříve byla snaha popsat měnící se výšku tónů a až později se řešil zápis rytmu a délky tónů. Zajímavé je, že noty byly nejprve děleny na třetiny, s odkazem na Svatou trojici, a zhruba až od 14. století se začaly dělit na poloviny. Notový zápis v podobě, jaký známe dnes, se objevuje až ke konci 17. století [2 s. 34-35].

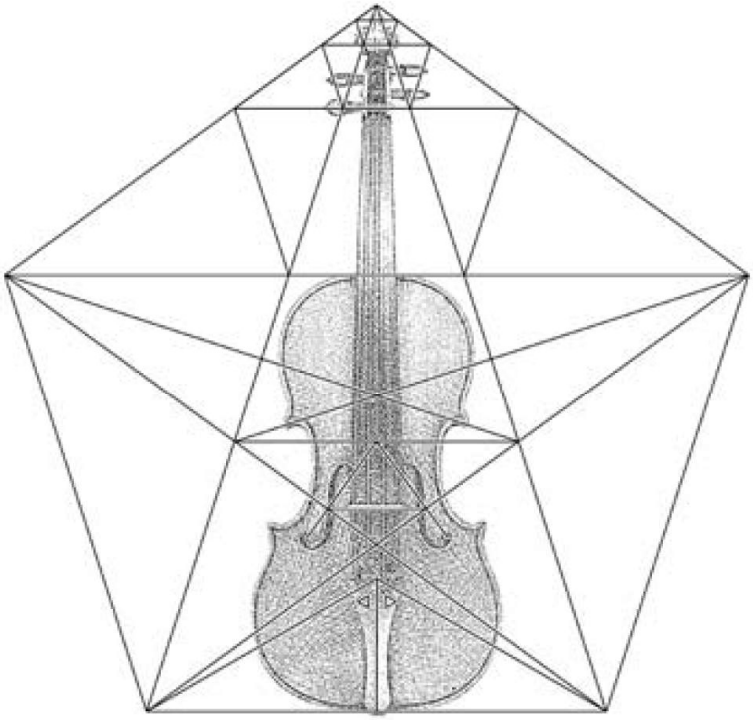
Na přelomu 12 a 13. století italský matematik Leonardo Pisánský zvaný Fibonacci představil zajímavou matematickou posloupnost přirozených čísel, která dnes nese jeho jméno. Posloupnost začíná čísly 0 a 1 a každé další číslo je pak dáno součtem dvou předchozích čísel. Fibonacciho číslo lze vyjádřit vzorcem

$$F(n) = \begin{cases} 0, & pro\ n = 0; \\ 1, & pro\ n = 1; \\ F(n-1) + F(n-2) & jinak. \end{cases}$$

A platí, že limita poměru dvou následujících čísel Fibonacciho posloupnosti je rovna zlatému řezu [3].

Fibonacciho posloupnost a zlatý řez můžeme najít nejen v přírodě, ale i v dílech člověka. Dle dochovaných nákresů byly například housle od Antonia Stradivariho konstuovány podle zlatých poměrů (Obr. 2). V mnoha zdrojích najdeme, že i na klaviatuře můžeme nalézt Fibonacciho čísla: 2 (první skupina černých kláves), 3 (druhá skupina černých kláves), 5 (celkový počet černých kláves), 8 (počet bílých kláves) a 13 (počet černých i bílých kláves).

Uspořádání kláves na klavíru ale bylo zavedeno již před objevem Fibonacciho posloupnosti a tak se lze domnívat, že podobnost uspořádání klaviatury a Fibonacciho posloupnosti je čistě náhodná. [3 s. 165-166]. Zlatý řez a Fibonacciho posloupnost lze nalézt i v hudebních dílech (viz následující kapitoly).



Stradivariho housle

Obrázek 2: *Zlatý řez a Stradivariho housle (převzato z [4 s. 39]).*

1.1.4 Novověk

Za počátek novověku se nejčastěji považuje rok 1492, kdy Kryštof Kolumbus objevil Ameriku. Toto období v evropských dějinách je charakteristické velkými společenskými, kulturními a ekonomickými změnami. V hudbě do tohoto období řadíme období renesance, baroka, klasicismu a romantismu.

Renesance byla obdobím, kdy velkou roli v hudbě měla polyfonie. Hudba vznikala pomocí imitace, což byl v této době způsob tvoření hudby (technika komponování). Jeden hlas napodoboval druhý v určitém časovém zpoždění. Druhý hlas pak mohl být prvnímu jen

podobný (volná imitace) nebo byl s prvním hlasem totožný (přísná imitace). V tomto období vznikaly různé druhy kánonů, např.:

- Račí kánon: první hlas zpívá melodii a druhý hlas zpívá tutéž melodii, ale ve zpětném pohybu (retrográdně).
- Zrcadlový kánon: využívá intervalového převratu (intervaly sestupné se stávají vzestupnými a naopak), tedy druhý hlas zní souběžně s prvním hlasem, ale má zpětnou (retrográdní) a navíc i inverzní podobu.
- Hádankový kánon: před realizací hádankového kánonu musel být nejprve vyluštěn skrytý rébus a získán klíč nutný k samotné realizaci kánonu.

V novověku se stále častěji setkáváme s učenci, kteří se snaží popsat teorii hudby a využívají k tomu poznatky fyziky a matematiky. Mezi známé muzikology můžeme zařadit například Giozeffo Zarlina z Itálie, jeho žáka Vincenzo Galilea (otec fyzika G. Galilea) nebo René Descarta, který je známý zejména pro zavedení kartézské soustavy souřadnic. Descartes ve svém díle *Compendium musicae* [17] popisuje vlastnosti hudby, které může posluchač vnímat jako příjemné (určité rozdíly v rytmu a výškách tónů). Líbivý zvuk by podle něj neměl být příliš snadno pochopitelný, ale ani příliš obtížný. Pro Descarta není hudba hudbou, ale prostředkem k pochopení matematických konceptů. Hudba je jakoby zamrzlá matematika, jakási ztuhlá srozumitelnost.

Dalším významným hudebním teoretikem byl francouz Jean-Philippe Rameau, který byl silně ovlivněn karteziánskými způsoby myšlení a analýzy. Rameau popsal harmonickou řadu jako posloupnost celočíselných násobků základní frekvence tónu. Pokud rozezníme strunu, vydává tón, který se skládá ze superpozice základního tónu a vyšších harmonických tónů. Například pro tón C_1, který má frekvenci f = 33 Hz, jsou další vyšší harmonické tóny:

Harmonická řada	f	2f	3f	4f	5f	6f
Frekvence [Hz]	33	66	99	132	165	198
Tón	C_1	C_2	G_2	C_3	E_3	G_3

Rameau ve své práci položil také základy nových kompozičních principů a harmonického myšlení založené na matematických pravidlech, které tvoří základ výuky teorie západní hudby [16].

V barokní hudbě se projevují nové kompoziční techniky, využívají se durové a mollové stupnice a tzv. temperované ladění, ze kterého se vyvinulo dnes používané rovnoměrně temperované ladění. Na rozdíl od ostatních ladění je u rovnoměrně temperovaného ladění

vzdálenost mezi jakýmikoli dvěma sousedními půltóny totožná, což umožňuje snadnou transpozici skladem do jiných tónin. V oktávě nalezneme takovýchto půltónů 12, a protože interval mezi původním tónem a tonem o oktávu vyšším je 2, můžeme velikost půltónu vyjádřit jako dvanáctou odmocninu z čísla 2 [3 s. 167].

Mezi významné barokní skladatele patří bezesporu Johann Sebastian Bach. V jeho hudbě se vyskytují zašifrovaná čísla odkazující na bibli (např. 3 – Svatá trojice, 5 – Kristovy rány, 6 – Stvoření, 7 – Svaté číslo, 8 – Zmrtvýchvstání) i přirozeně řazená číselná abeceda (tedy A=1, B=2, C=3, atd.). Bach převedl do not i vlastní jméno (noty B, A, C, H), které záměrně zakomponovával do svých skladeb [2 s. 54-55].

V období klasicismu se skladatelé opět přiklání více k přírodě, řádu, jednoduchosti a srozumitelnosti. Dle některých autorů se v hudbě Wolfganga Amadea Mozarta a Ludwiga van Beethovena vyskytuje zlatý řez. Na základě výsledků výzkumu matematika J. F. Putze z roku 1995 vyplývá, že i když v některých skladbách zlatý řez můžeme nalézt, neznamená to, že můžeme s jistotou říci, že to tak skladatelé činili záměrně [3 s. 168].

1.1.5 Hudba 20. století

Charakterizovat hudbu 20. století je velmi složité. Vzniklo mnoho nových žánrů a stylů. Skladatelé experimentovali s novými kompozičními metodami, ale i s novými způsoby produkce hudby. Řada hudebních skladatelů také využívá ve svých skladbách matematické a logické principy.

Maďarský skladatel Béla Bartók záměrně využíval ve svých skladbách zlatý řez a Fibonacciho čísla. Zlatý řez lze nalézt i v dílech Clauda Debussyho nebo Josepha Schillingera [3 s. 169-173].

Novou kompoziční technikou 20. století je například dodekafonie, za jejíhož autora je považován Arnold Schoenberg. Dodekafonie je založena na rovnoprávnosti všech dvanácti tónů oktávy chromatické stupnice. Nejprve je potřeba si zvolit, v jakém pořadí těchto dvanáct tónů skladatel uspořádá. Následně je vytvářena melodie podle pravidla, že každý tón ze základní řady lze opakovat až po vyčerpání melodické, polyfonické nebo harmonické dvanáctitónové řadě [5 s. 9-11].

Aby mohly vznikat větší skladby, bylo potřeba vytvořit více základních řad nebo z původní řady odvodit nové řady. Ze základní řady lze odvodit tři další řady: řada raka, řada

v převratu a řada raka v převratu. Řada raka vznikne ze základní řady při jejím napsání pozpátku. Řada v převratu vznikne ze základní řady při jejím převrácení. Řada raka v převratu pak vznikne, pokud základní řadu napíšeme odzadu a navíc ji převrátíme. Z těchto tzv. privilegovaných řad dále mohou vzniknout další varianty řad, které využívají transpozici tónů nebo různé permutace řad (více viz [5]).

Na dodekafonii navazuje serijní či seriální hudba, která pracuje se základní řadou obsahující menší počet tónů. Pokud se dále pracuje nejen s řadou tónů různých výšek, ale i s délkou tónu, sílou a barvou, mluvíme o seriální technice komponování.

Opakem předchozích kompozičních technik je stochastická hudba, která je založena na náhodě. Většina skladeb je komponována ve volné stochastice. V takovém případě je téměř nemožné, aby byla skladba zahrána totožným způsobem dvakrát. Existují také skladby komponované řízenou stochastikou, která se provádí na základě Markovových řetězců [18].

Dalším příkladem hudby 20. století je hudba minimalistická také označovaná jako hudba repetitivní, periodická, systematická, strukturální nebo modulární. Minimalistické skladby jsou založené na mnohonásobném opakování určitého motivu, který se mírně obměňuje.

1.2 Matematika a hudba v základním vzdělávání

Matematika a hudba jsou v českém školství většinou vyučované jako izolované předměty. V RVP pro základní vzdělávání je matematika zařazena do vzdělávací oblasti Matematika a její aplikace (obor: Matematika a její aplikace) a hudba do vzdělávací oblasti Umění a kultura (obor: Hudební výchova). Ačkoli je doporučováno nabízet žákům propojování témat z různých předmětů v rámci mezipředmětových vazeb, bývá propojování učiva z matematiky a hudební výchovy velmi sporadické.

Z literatury vyplývá, že v matematice jsou využívány zejména písničky s matematickými tématy v rámci motivace ke klasickému počítání, jako odměna na závěr nějaké aktivity [např. 19, 20] či v rámci didaktických her [21 s. 30]. Přitom existuje mnoho témat matematiky a hudby, která lze navzájem propojovat během výuky na 1. stupni základních škol [21].

1.2.1 Matematika – cíle a učivo

Vzdělávací oblast Matematika a její aplikace je dle RVP „*založena především na aktivních činnostech, které jsou typické pro práci s matematickými objekty a pro užití matematiky v reálných situacích. Poskytuje vědomosti a dovednosti potřebné v praktickém životě, a umožňuje tak získávat matematickou gramotnost.*“[22 s. 30].

Vzdělávací obsah vzdělávacího oboru Matematika a její aplikace je pro 1. stupeň základní školy rozdělen na čtyři tematické okruhy, které obsahují popsané očekávané výstupy a učivo [22 s. 31-34]:

ČÍSLO A POČETNÍ OPERACE

Očekávané výstupy – 1. období

žák

M-3-1-01	***používá přirozená čísla k modelování reálných situací, počítá předměty v daném souboru, vytváří soubory s daným počtem prvků***
M-3-1-02	***čte, zapisuje a porovnává přirozená čísla do 1 000, užívá a zapisuje vztah rovnosti a nerovnosti***
M-3-1-03	***užívá lineární uspořádání; zobrazí číslo na číselné ose***
M-3-1-04	***provádí zpaměti jednoduché početní operace s přirozenými čísly***
M-3-1-05	***řeší a tvoří úlohy, ve kterých aplikuje a modeluje osvojené početní operace***

Očekávané výstupy – 2. období

žák

M-5-1-01	***využívá při pamětném i písemném počítání komutativnost a asociativnost sčítání a násobení***
M-5-1-02	***provádí písemné početní operace v oboru přirozených čísel***
M-5-1-03	***zaokrouhluje přirozená čísla, provádí odhady a kontroluje výsledky početních operací v oboru přirozených čísel***
M-5-1-04	***řeší a tvoří úlohy, ve kterých aplikuje osvojené početní operace v celém oboru přirozených čísel***
M-5-1-05	***modeluje a určí část celku, používá zápis ve formě zlomku***
M-5-1-06	***porovná, sčítá a odčítá zlomky se stejným jmenovatelem v oboru kladných čísel***
M-5-1-07	***přečte zápis desetinného čísla a vyznačí na číselné ose desetinné číslo dané hodnoty***
M-5-1-08	***porozumí významu znaku „−“ pro zápis celého záporného čísla a toto číslo vyznačí na číselné ose***

Učivo

- přirozená čísla, celá čísla, desetinná čísla, zlomky
- zápis čísla v desítkové soustavě a jeho znázornění (číselná osa, teploměr, model)
- násobilka
- vlastnosti početních operací s čísly
- písemné algoritmy početních operací

ZÁVISLOSTI, VZTAHY A PRÁCE S DATY

Očekávané výstupy – 1. období

žák

M-3-2-01 ***orientuje se v čase, provádí jednoduché převody jednotek času***

M-3-2-02 ***popisuje jednoduché závislosti z praktického života***

M-3-2-03 ***doplňuje tabulky, schémata, posloupnosti čísel***

Očekávané výstupy – 2. období

žák

M-5-2-01 ***vyhledává, sbírá a třídí data***

M-5-2-02 ***čte a sestavuje jednoduché tabulky a diagramy***

Učivo

- závislosti a jejich vlastnosti
- diagramy, grafy, tabulky, jízdní řády

GEOMETRIE V ROVINĚ A V PROSTORU

Očekávané výstupy – 1. období

žák

M-3-3-01 ***rozezná, pojmenuje, vymodeluje a popíše základní rovinné útvary a jednoduchá tělesa; nachází v realitě jejich reprezentaci***

M-3-3-02 ***porovnává velikost útvarů, měří a odhaduje délku úsečky***

M-3-3-03 ***rozezná a modeluje jednoduché souměrné útvary v rovině***

Očekávané výstupy – 2. období

žák

M-5-3-01 ***narýsuje a znázorní základní rovinné útvary (čtverec, obdélník, trojúhelník a kružnici); užívá jednoduché konstrukce***

M-5-3-02 ***sčítá a odčítá graficky úsečky; určí délku lomené čáry, obvod mnohoúhelníku sečtením délek jeho stran***

M-5-3-03 ***sestrojí rovnoběžky a kolmice***

M-5-3-04 ***určí obsah obrazce pomocí čtvercové sítě a užívá základní jednotky obsahu***

M-5-3-05 ***rozpozná a znázorní ve čtvercové síti jednoduché osově souměrné útvary a určí osu souměrnosti útvaru překládáním papíru***

Učivo

- **základní útvary v rovině** – lomená čára, přímka, polopřímka, úsečka, čtverec, kružnice, obdélník, trojúhelník, kruh, čtyřúhelník, mnohoúhelník
- **základní útvary v prostoru** – kvádr, krychle, jehlan, koule, kužel, válec
- délka úsečky; jednotky délky a jejich převody
- obvod a obsah obrazce
- vzájemná poloha dvou přímek v rovině
- osově souměrné útvary

NESTANDARDNÍ APLIKAČNÍ ÚLOHY A PROBLÉMY **Očekávané výstupy – 2. období** žák ***M-5-4-01*** ***řeší jednoduché praktické slovní úlohy a problémy, jejichž řešení je do značné míry nezávislé na obvyklých postupech a algoritmech školské matematiky***

Učivo

- slovní úlohy
- číselné a obrázkové řady
- magické čtverce
- prostorová představivost

Vzdělávání v této vzdělávací oblasti směřuje k utváření a rozvíjení klíčových kompetencí žáka, které jsou nejdůležitějším cílem základního vzdělávání. V RVP se můžeme dočíst, že matematika vede žáka mimo jiné k využívání matematických poznatků a dovedností v praktických činnostech jako jsou odhady, měření a porovnávání velikostí a vzdáleností, orientace nebo k rozvíjení kombinatorického a logického myšlení a kritickému usuzování [22 s. 30]. Co je ale pro potřeby této práce významnější, je zde také uvedeno, že matematika vede k *„vnímání složitosti reálného světa a jeho porozumění; k rozvíjení zkušenosti s matematickým modelováním (matematizací reálných situací), k vyhodnocování matematického modelu a hranic jeho použití; k poznání, že realita je složitější než její matematický model, že daný model může být vhodný pro různorodé situace a jedna situace může být vyjádřena různými modely“* [22 s. 31] Jinak řečeno, matematické modely můžeme využívat i v hudbě a naopak hudbou, která představuje také určitý model, můžeme vyjádřit matematiku.

1.2.2 Hudební výchova – cíle a učivo

Vzdělávací oblast Umění a kultura, jejíž součástí je i vzdělávací obor Hudební výchova, umožňuje žákům poznávat svět nejen racionálním způsobem, ale také emocionálním. V rámci hudební výchovy se žák učí komunikovat jazykem hudby a atmosféra v hodinách bývá většinou velmi vstřícná, přátelská a podnětná pro vlastní tvůrčí činnost.

Vzdělávací obsah vzdělávacího oboru Hudební výchova na 1. stupni základní školy [22 s. 82-83]:

Očekávané výstupy – 1. období žák ***HV-3-1-01*** ***zpívá v jednohlase*** ***HV-3-1-02*** ***rytmizuje a melodizuje jednoduché texty***

HV-3-1-03	***využívá jednoduché hudební nástroje k doprovodné hře***
HV-3-1-04	***reaguje pohybem na znějící hudbu, pohybem vyjadřuje metrum, tempo, dynamiku, směr melodie***
HV-3-1-05	***rozlišuje jednotlivé kvality tónů, rozpozná výrazné tempové a dynamické změny v proudu znějící hudby***
HV-3-1-06	***rozpozná v proudu znějící hudby některé hudební nástroje, odliší hudbu vokální, instrumentální a vokálně instrumentální***

Očekávané výstupy – 2. období

žák

HV-5-1-01	***zpívá v jednohlase či dvojhlase v durových i mollových tóninách a při zpěvu využívá získané pěvecké dovednosti***
HV-5-1-02	***realizuje podle svých individuálních schopností a dovedností (zpěvem, hrou, tancem, doprovodnou hrou) jednoduchou melodii či píseň zapsanou pomocí not***
HV-5-1-03	***využívá jednoduché hudební nástroje k doprovodné hře i k reprodukci jednoduchých motivů skladeb a písní***
HV-5-1-04	***rozpozná hudební formu jednoduché písně či skladby***
HV-5-1-05	***vytváří jednoduché předehry, mezihry a dohry a provádí elementární hudební improvizace***
HV-5-1-06	***rozpozná v proudu znějící hudby některé z užitých hudebních výrazových prostředků***
HV-5-1-07	***ztvárňuje hudbu pohybem s využitím tanečních kroků, na základě individuálních schopností a dovedností vytváří pohybové improvizace***

Učivo

VOKÁLNÍ ČINNOSTI

- **pěvecký a mluvní projev** – pěvecké dovednosti (dýchání, výslovnost, nasazení a tvorba tónu, dynamicky odlišený zpěv), hlasová hygiena, rozšiřování hlasového rozsahu
- **hudební rytmus** – realizace písní ve 2/4, 3/4 a 4/4 taktu
- **dvojhlas a vícehlas** – prodleva, kánon, lidový dvojhlas apod.
- **intonace, vokální improvizace** – diatonické postupy v durových a mollových tóninách (V., III. a I. stupeň, volné nástupy VIII. a spodního V. stupně apod.), hudební hry (ozvěna, otázka–odpověď apod.)
- **záznam vokální hudby** – zachycení melodie písně pomocí jednoduchého grafického vyjádření (např. linky), nota jako grafický znak pro tón, zápis rytmu jednoduché písně, notový zápis jako opora při realizaci písně

INSTRUMENTÁLNÍ ČINNOSTI

- **hra na hudební nástroje** – reprodukce motivů, témat, jednoduchých skladbiček pomocí jednoduchých nástrojů z Orffova instrumentáře, zobcových fléten, keyboardů apod.
- **rytmizace, melodizace, hudební improvizace** – tvorba předeher, meziher a doher s využitím tónového materiálu písně, hudební doprovod (akcentace těžké doby v rytmickém doprovodu, ostinato, prodleva), hudební hry (ozvěna, otázka–odpověď), jednodílná písňová forma (a–b)
- **záznam instrumentální melodie** – čtení a zápis rytmického schématu jednoduchého motivku či tématu instrumentální skladby, využití notačních programů

HUDEBNĚ POHYBOVÉ ČINNOSTI

- **taktování, pohybový doprovod znějící hudby** – dvoudobý, třídobý a čtyřdobý takt, taneční hry se zpěvem, jednoduché lidové tance

- **pohybové vyjádření hudby a reakce na změny v proudu znějící hudby** – pantomima a pohybová improvizace s využitím tanečních kroků
- **orientace v prostoru** – utváření pohybové paměti, reprodukce pohybů při tanci či pohybových hrách

POSLECHOVÉ ČINNOSTI

- **kvality tónů** – délka, síla, barva, výška
- **vztahy mezi tóny** – souzvuk, akord
- **hudební výrazové prostředky a hudební prvky s výrazným sémantickým nábojem** – rytmus, melodie, harmonie, barva, kontrast a gradace, pohyb melodie (melodie vzestupná a sestupná), zvukomalba, metrické, rytmické, dynamické, harmonické změny v hudebním proudu
- **hudba vokální, instrumentální, vokálně instrumentální, lidský hlas a hudební nástroj**
- **hudební styly a žánry** – hudba taneční, pochodová, ukolébavka apod.
- **hudební formy** – malá písňová forma, rondo, variace
- **interpretace hudby** – slovní vyjádření (jaká je to hudba a proč je taková)

1.2.3 Možnosti propojení učiva matematiky a hudební výchovy

Na základě historického propojení hudby a matematiky a analýzy RVP pro vzdělávací obory Matematika a její aplikace a Hudební výchova je možné nalézt několik možností, jak propojovat učivo hudební výchovy a matematiky na 1. stupni základní školy. V této kapitole jsou uvedeny hudební a rytmické aktivity, které jsou vhodné k motivaci či podpoře rozvoje matematických znalostí a schopností, rozdělené dle tematických celků učiva matematiky.

1) **Číslo a početní operace:**
   - **Přirozená čísla, celá čísla, desetinná čísla a zlomky:**
     - Analogie přirozených čísel a počtu ťuknutí
     - Určování sudých a lichých čísel pomocí poslechu počtu ťuknutí či tlesknutí (vyťukávat do dvoučtvrťového rytmu)
     - Sčítání a odčítání skupin tónů: počet tónů jedné výšky + (-) počet tónů jiné vyšší (nižší) výšky [21 s. 43-46]
     - Určování víceciferného čísla pomocí hudby: každá cifra (jednotky, desítky, stovky,…) je reprezentována pomocí počtu tónů zahraných na různé nástroje nebo na tělo, např. číslo 235 = 2 jednotky (2 lusknutí prsty), 3 desítky (3 tlesknutí), 5 stovek (5 dupnutí) [21 s. 47-52]
     - Analogie zlomků a not různých délek [11, 23]
     - Doplňování not do taktů – dopočítávání délek not (práce se zlomky)

- **Zápis čísla v desítkové soustavě a jeho znázornění:**
    - Analogie soustavy čísel a not ve stupnici: C=1, D=2, E=3 … lze ukázat pomocí not v notovém zápise, na klaviatuře či poslechem (větší číslo odpovídá vyššímu tónu)
    - Obdobně lze s žáky trénovat rozlišování většího a menšího čísla dle poslechu (vyšší či nižší tón)
    - Určování rovnosti a nerovnosti délek dvou not (poslechem i z notového zápisu)
- **Násobilka:**
    - Písničky na násobky
    - Básničky na násobky
    - Hledání společných násobků – žáci počítají v rytmu od 1 do 30, jedna skupina tlaská každou druhou dobu, další skupina vydupává každou třetí dobu, společně hledají, kdy se objeví oba zvuky naráz [21 s. 69-71]
- **Písemné algoritmy početních operací:**
    - Vyjádření víceciferných čísel pomocí různých nástrojů (jeden nástroj hraje jednotky, další desítky, atd.) a následné sčítání nebo odčítání dvou víceciferných čísel – žáci aplikují algoritmus písemného sčítání a odčítání [21 s. 53-56]

2) **Závislosti, vztahy a práce s daty:**
- **Závislosti a jejich vlastnosti:**
    - Vyhledávání konkrétních not v notovém zápise
    - Hledání řad a vzorců (= motivů nebo delších hudebních celků, skupin not) v poslechu a písních [9, 10]
    - Doplňování melodie nebo rytmu (doplňování řad) [9, 10]
    - Rozpoznávání různých hudebních nástrojů ve skladbě
- **Diagramy, grafy, tabulky:**
    - Využívání grafického záznamu hudby při poslechu (např. Music Animation Machine na portále Youtube)
    - Zápis not do notové osnovy

- Čtení notového zápisu – důležitých informací pro samotnou realizaci (např. v jakém je rytmu, zda bude melodie klesat či stoupat, zda a kdy hrají nějaké nástroje nebo se zpívá)
- Zaznamenávání poslechu různých zvuků do časové osy [21 s. 86-88]

3) **Geometrie v rovině a prostoru:**

- **Základní útvary v rovině a prostoru:**
  - Písničky o geometrických tvarech a útvarech
  - Grafomotorika s písní – náhodné kreslení čar nebo kruhů oběma rukama na velký papír během poslechu tematické písně, následné hledání a zvýrazňování geometrických útvarů ve změti čar, nakonec do volných míst napsat např. známé vlastnosti daného geometrického útvaru nebo vypsat reálné předměty, které mají takový tvar
  - Analogie délky not a délky v geometrickém slova smyslu (lze využít Music Animation Machine na portále Youtube)
  - Analogie vzdálenosti a intervalů
- **Osově souměrné útvary:**
  - Hledání nebo vytváření osově souměrných útvarů (skupiny not) v notovém zápise
  - Hledání nebo tvoření osově souměrných melodií nebo rytmů (základní řada, řada raka, inverzní řada)
  - Doplňování melodie nebo rytmu dle souměrnosti

4) **Nestandardní aplikační úlohy a problémy:**

- **Slovní úlohy:**
  - Zadání slovní úlohy pomocí písničky – př. Měla babka čtyři jabka [20, 24]
  - Přiblížení situace či prostředí, ze kterého bude slovní úloha vycházet, pomocí písničky – př. píseň Když jsem já sloužil… a slovní úlohy o zvířátkách a počtech nohou [23]
- **Číselné a obrázkové řady:**
  - Hledání řad a vzorců (= motivů nebo delších hudebních celků, skupin not) v poslechu a písních
  - Doplňování melodie nebo rytmu (doplňování řad)
  - Obměňování melodie nebo rytmu (s využitím symetrie, variace, permutace)

- Vytváření vlastní melodie nebo rytmu dle předem daných pravidel (náhoda, symetrie, stoupající či klesající, variace, permutace)

- **Prostorová představivost:**
  - Určování směru, ze kterého vychází zvuk
  - Zakreslování melodie do not nebo pomocí značek – zachycení stoupající nebo klesající melodie nebo posloupnosti stejných tónů
  - Kreslení obrázků do čtvercové sítě podle melodie: dva stejně vysoké tóny →, nižší tón + vyšší tón (stoupající melodie) ↑, vyšší tón + nižší tón (klesající melodie) ↓
  - Reprodukce pohybů při tanci nebo rytmických aktivitách

5) **Další hudební a rytmické aktivity:**

- **Motivace nebo odměna:**
  - Zpěv písně nebo poslech skladby související s probíraným učivem jako motivace před aktivitou [19, 20, 23, 24]
  - Zpěv písně nebo poslech skladby za odměnu za odvedenou práci [19]
- **Navození příjemné a pracovní atmosféry ve třídě:**
  - Pouštění skladeb, které pomohou žáky zklidnit a navodit příjemnou atmosféru
  - Pouštění skladeb, které podpoří žáky k aktivitě
- **Procvičování:**
  - Procvičování matematického učiva pomocí hudebních a rytmických her:
    - Hra na ozvěnu
    - Otázka-odpověď: např. násobky, sudá a lichá čísla
    - Vláček: např. procvičování násobků

2 Prakticko-výzkumná část

„Hudba je tajné aritmetické cvičení, a ten, kdo se jí oddává, si neuvědomuje, že manipuluje s čísly.“

(Gottfried Wilhelm Leibniz)

Jak bylo ukázáno v teoretické části, je matematika a hudba propojená od nepaměti. Využívají společné koncepty a pojmy a i na 1. stupni základních škol lze najít témata, která lze v hodinách matematiky a hudební výchovy propojovat. Z toho důvodu jsem se rozhodla zjistit, jak je to s integrací matematiky a hudby na současných školách a zda může hudba pomoci žákům k rozvoji jejich matematických dovedností a znalostí.

2.1 Výzkumné cíle

Nejprve byly stanoveny 3 výzkumné cíle:

1) **Na 1. stupni základních škol se málo využívá propojení učiva matematiky a hudební výchovy.**

Tento výzkumný cíl se týká integrace hudební výchovy do učiva matematiky a naopak. Učivo jednotlivých předmětů na 1. stupni základních škol lze snadněji propojovat díky tomu, že většinu předmětů v dané třídě vyučuje jeden učitel. Přesto si myslím, že právě učivo matematiky a hudební výchovy moc propojené nebývá.

V hodinách matematiky lze využívat např. rytmická cvičení, rytmizovaná říkadla či písničky na matematická témata nebo analogie mezi hudebními a matematickými pojmy (např. délky not a zlomky). V hudební výchově lze s dětmi trénovat kombinatoriku na jednoduchých kompozičních cvičeních nebo hledat vzorce při rozboru not či poslechu hudby.

2) **Použití rytmických a hudebních aktivit v hodinách matematiky zvyšuje motivovanost a pozornost žáků.**

Hudební výchova většinu žáků na 1. stupni základní školy baví. Zapojení rytmických a hudebních aktivit do hodin matematiky by proto mohlo pomoci k větší oblibě hodin matematiky. Pokud se žáci budou na hodiny matematiky více těšit, povede to i k větší motivovanosti žáků k práci, na kterou se budou i více soustředit.

3) Rytmické a hudební aktivity vedou k lepším výkonům v matematice.

U tohoto výzkumného cíle vycházím z obecného pravidla, že co nás baví, děláme ze všeho nejraději a ze všeho nejlépe.

Dílčí cíle:

- *Žák je během hodin matematiky aktivnější.*
- *Žák rychleji pochopí probíranou látku z matematiky při použití analogie z hudby.*
- *Žák si rychleji zapamatuje probíranou látku z matematiky díky rytmizaci nebo zhudebnění.*

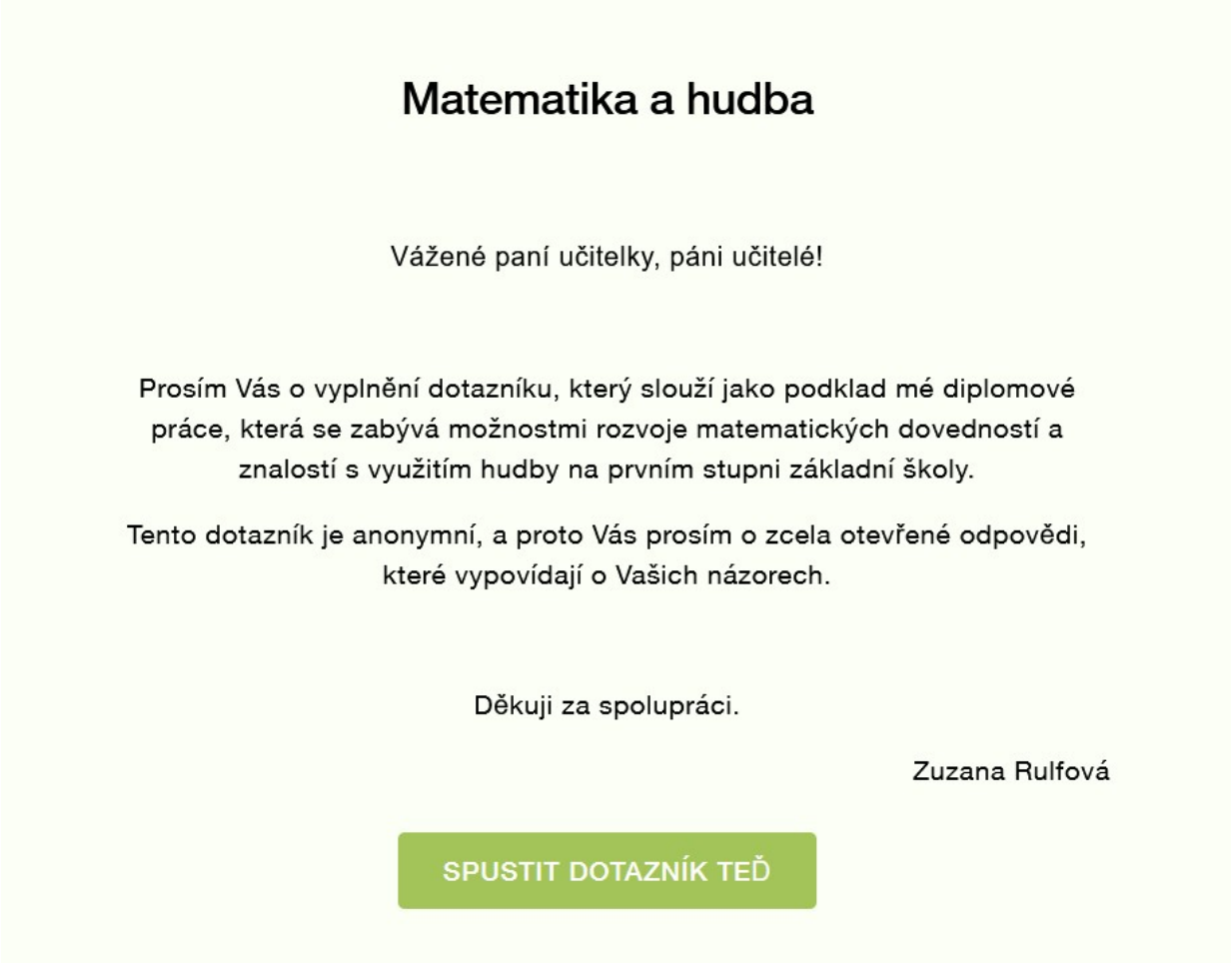
2.2 Metody

Pro ověření výzkumných cílů bylo zvoleno několik výzkumných metod: dotazník pro učitele, rozhovor s učitelem, pozorování žáků a dotazník pro žáky.

2.2.1 Dotazník pro učitele

Dotazník pro učitele byl určen učitelům vyučujícím na 1. stupni základní školy. Nazvala jsem ho Matematika a hudba. Vytvořila jsem ho na stránkách společnosti *Survio*, díky čemuž se dotazník lépe distribuoval k jednotlivým respondentům a sběr dat mohl probíhat i na dálku.

Úvodní stránka dotazníku (viz Obr. 3) informuje respondenty o účelu dotazníku. První stránka obsahuje několik obecných otázek směřujících na charakteristiku respondenta a druhá stránka obsahuje otázky týkající se zkoumaných výzkumných cílů.



Obrázek 3: *Úvodní stránka dotazníku pro učitele.*

Ukázka otázek z dotazníku:

Doplňte nebo zaškrtněte následující údaje:

Žena – Muž

Věk: 18 – 30 30 – 40 40 – 50 50 a více

Jsem absolvent/absolventka VŠ?

Jiné dosažené vzdělání:

Délka pedagogické praxe:

Učím převážně v těchto ročnících: 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učím na: plně organizované škole – malotřídní škole

---

1. **Využíváte mezipředmětové vazby matematiky a dalších vyučovaných předmětů?**
    - ANO
    - NE

2. **Učivo jakých předmětů propojujete s učivem matematiky?**

    ---

3. **Učíte na 1. stupni ZŠ hudební výchovu? Pokud odpovíte NE, přejděte na otázku č. 6.**
    - ANO
    - NE

4. **Využíváte matematické metody v hodinách hudební výchovy? Pokud ANO, jak často? Pokud odpovíte NE, přejděte na otázku č. 6.**
    - ANO, často
    - ANO, zřídka
    - NE
5. **Uveďte příklady Vámi používaných matematických metod v hodinách hudební výchovy:**

    ---

6. **Využíváte hudební a rytmické aktivity v hodinách matematiky? Pokud odpovíte NE, přejděte na otázku č. 8.**
    - ANO
    - NE
7. **Uveďte příklady Vámi používaných hudebních a rytmických aktivit v hodinách matematiky:**

    ---

8. **Využíváte hudební a rytmické aktivity v hodinách jiných vyučovaných předmětů?**
    - ANO
    - NE
9. **Myslíte si, že hudební a rytmické aktivity žáky baví?**
    - ANO
    - NE
    - NEVÍM

10. **Myslíte si, že se mohou hudební a rytmické aktivity zatraktivnit hodiny matematiky?**
    - ANO
    - NE
    - NEVÍM
11. **Myslíte si, že mohou hudební a rytmické aktivity pomoci žákům k lepším výkonům v hodinách matematiky?**
    - ANO
    - NE
    - NEVÍM
12. **Pokud jste v otázce 11 odpověděli ANO: Uveďte příklady, v čem by se žáci mohli díky hudebním a rytmickým aktivitám zlepšit.**

2.2.2 Rozhovor, pozorování a dotazník pro žáky

Pro vyhodnocení výzkumného cíle číslo 2 a 3 jsem zvolila mimo jiné rozhovor s vyučující, pozorování žáků během výuky a dotazník pro žáky, ve kterém měli sami zhodnotit odučené rytmické a hudební aktivity.

Posoudit, zda byly aktivity pro žáky nejen dostatečně motivující, ale i přínosné, jsem nemohla udělat sama. Během několika dní strávených ve třídě nebylo v mých silách dostatečně poznat celý kolektiv. Proto jsem se obrátila o pomoc na vyučující dané třídy. Na základě rozhovoru, který předcházel všem aktivitám, i následnému rozhovoru po aktivitách, a znalosti žáků v dané třídě, jsem mohla lépe posoudit dopad navržených aktivit na žáky.

2.3 Aktivity do hodin matematiky a hudební výchovy

Na základě rozboru RVP a ŠVP ZŠ Praha-Kolovraty a po domluvě s vyučující v 5. ročníku jsem vybrala vhodné aktivity do hodin matematiky i hudební výchovy. Aktivity jsou popsány v metodických listech. Všechny aktivity jsem odučila a na konci metodických listů napsala reflexe a doporučení k daným aktivitám.

2.3.1 Víceciferná čísla

Název/Téma	Hrající čísla
Edukační cíl M	Žák identifikuje víceciferné číslo pomocí sluchu. Žák zapíše víceciferné číslo.
Edukační cíl HV	Žák sluchem rozpozná různé hudební nástroje.
Ročník	2. – 5.
Pomůcky	různé hudební nástroje (např. triangl, dřívka, drhlo, bubínek, …)
Motivace	Existuje více způsobů, jak vyjádřit/znázornit počet. My si dnes ukážeme další ze způsobů.
Průběh aktivity	Povídání: Jaké známe způsoby vyjádření nebo zápisu nějakého počtu? Graficky: puntíky, čárky, … Pomocí číslic: arabské, římské, … Učitel předvede hrou na tělo nějaké číslo, např. 4-krát luskne. Žáci hádají, co by to mohlo být za číslo – 4 ☺ Postupně učitel předvede i víceciferná čísla, např. číslo 325 = 3 lusknutí, 2 tlesknutí a 5 dupnutí. Změna „hudebního nástroje“ představuje přechod na další cifru. Práce ve dvojicích: Jeden žák předvádí číslo a druhý hádá. Potom se prohodí. Učitel předvede žákům několik hudebních nástrojů a žáci si zvolí nástroje, které budou představovat jednotky, desítky, stovky, tisíce,… Učitel vybere 4 žáky, kteří budou předvádět čísla (v ideálním případě tak, aby na ně ostatní žáci neviděli). Žáci postupně hrají na své hudební nástroje a předvádí víceciferná čísla (4 žáci maximálně 4ciferné číslo). Ostatní žáci určují zahraná čísla.

Reflexe	Aktivitu jsem učila v 5. ročníku, ale je opět vhodná i pro mladší žáky. Mladší žáci si na základě této aktivity mohou vytvořit další model pro přirozená čísla. Pokud bylo 4ciferné číslo zahráno všemi čtyřmi nástroji (tedy neobsahovalo nulu), bylo pro žáky snadné číslo zapsat. V podstatě stačilo jen sledovat, kdy začne hrát další nástroj. Složitější pro žáky bylo, pokud se v čísle vyskytovala číslice nula a některý z nástrojů vynechal. Žáci si museli dávat větší pozor na to, který nástroj představuje konkrétní řád.
Doporučení	U mladších žáků volíme hudební nástroje, které snadno rozeznají, např. dřívka, drhlo, triangl, bubínek. U starších žáků můžeme volit složitější hudební nástroje – lze využít různých zvuků na elektrických klávesách.
Modifikace	Místo změny nástroje lze volit pouze změnu výšky tónu, který udává další číslici. Jednotlivé číselné řády mohou být reprezentovány pomocí různých délek tónů, např. půlová nota (tú) = tisíce, čtvrťová nota (tá) = stovky, osminová nota (ti) = desítky, šestnáctinová nota (tika) = jednotky. Pokud žáci zvládají identifikaci jednotlivých čísel, můžeme žákům takto zadat dvě čísla, která mají následně sečíst, odečíst nebo porovnat jejich velikost. Pokud žáci zvládají určování čísel ve správném pořadí cifer (i s nulami = vynechání nástroje), můžeme zvolit určování čísla, pokud hrají nástroje v jiném pořadí. Žáci si budou muset více uvědomovat, který nástroj představuje jednotky, desítky, atd. a budou muset číslo skládat postupně.

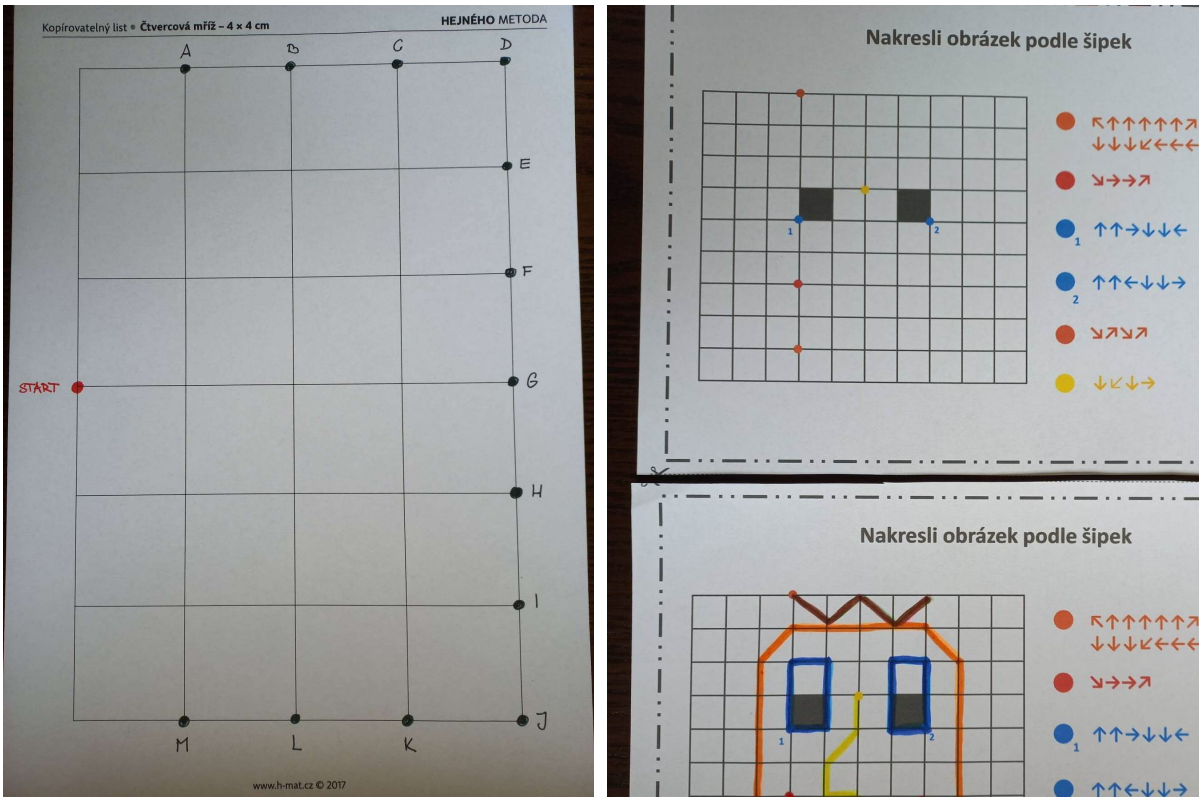
2.3.2 Sčítání a odčítání víceciferných čísel

Název/Téma	Hrající čísla
Edukační cíl M	Žák identifikuje víceciferné číslo pomocí sluchu. Žák vypočítá součet nebo rozdíl víceciferných čísel.
Edukační cíl HV	Žák sluchem rozpozná různé hudební nástroje.
Ročník	2. – 5.
Pomůcky	různé hudební nástroje (např. triangl, dřívka, drhlo, bubínek, …), papír a tužka
Motivace	Protože už umíme zadávat čísla pomocí hudby, budeme dnes s takto zadanými čísly počítat.
Průběh aktivity	Učitel předvede hrou na předem domluvené nástroje víceciferné číslo (viz předchozí aktivita). Žáci mají za úkol číslo zapsat nebo si zapamatovat. Po zadání dvou čísel mohou žáci čísla: 1. Sčítat 2. Odčítat 3. Porovnávat jejich velikost Pro kontrolu jeden z žáků zahraje výsledné číslo a ostatní žáci si zkontrolují výsledek.
Reflexe	Aktivitu jsem učila v 5. ročníku v návaznosti na předchozí aktivitu. Pro jednotlivé řády čísel byly zvoleny stejné hudební nástroje, jako v předcházející hodině. Protože žáci dokázali snadno identifikovat zahraná čísla, nebylo pro ně obtížné provést součty nebo rozdíly dvou po sobě jdoucích čísel. Žáky bavilo vymýšlet a předvádět vlastní čísla, která museli ostatní žáci sečíst nebo odečíst.
Doporučení	U mladších žáků volíme hudební nástroje, které snadno rozeznají, např. dřívka, drhlo, triangl, bubínek. U starších žáků můžeme volit složitější hudební nástroje – lze využít různých zvuků na elektrických klávesách.
Modifikace	Viz předchozí aktivita.

2.3.3 Orientace v 2D síti pomocí hudby

<table>
<tr><td>Název/Téma</td><td>Hra na roboty</td></tr>
<tr><td>Edukační cíl M</td><td>Žák se dokáže pohybovat v 2D síti pomocí příkazů.</td></tr>
<tr><td>Edukační cíl HV</td><td>Žák sluchově rozlišuje tóny stejné nebo rozdílné výšky.</td></tr>
<tr><td>Ročník</td><td>1. – 5.</td></tr>
<tr><td>Pomůcky</td><td>pracovní listy (pro každého žáka, viz Obr. 4), klavír nebo xylofon (pro učitele)</td></tr>
<tr><td>Motivace</td><td>Budeme si hrát na roboty (nebo panáčky z hry Mario). Abychom se mohli pohybovat, musíme dostat příkaz, který vyhodnotíme a následně se podle něho budeme pohybovat.</td></tr>
<tr><td>Průběh aktivity</td><td>Povídání s dětmi: Jakým způsobem může druhému člověku sdělit, kam se má pohybovat? – mluvit jako navigace v autě, normálně říci (doleva, rovně, doprava, …), namalovat mapu, šipky, …
Učitel: Další způsob udávání směru – pomocí zvuku/melodie. Učitel zahraje 2 po sobě jdoucí tóny, které představují jeden příkaz.
<table>
<tr><td>dva stejné tóny po sobě</td><td>rovně</td><td>→</td></tr>
<tr><td>druhý tón vyšší než první</td><td>nahoru</td><td>↑</td></tr>
<tr><td>druhý tón nižší než první</td><td>dolů</td><td>↓</td></tr>
</table>
Žáci mohou hádat, jaký pohyb představuje daná dvojice tónů.
Ověření porozumění: Učitel zahraje vždy dva tóny a žáci ve stoje pomocí rukou předvedou pohyb.
<table>
<tr><td>→</td><td>spažit</td></tr>
<tr><td>↑</td><td>vzpažit</td></tr>
<tr><td>↓</td><td>připažit</td></tr>
</table>
Pohyb v 2D síti: učitel rozdá pracovní listy s čtvercovou sítí, kde je vyznačen start a několik koncových bodů. Žáci dle tónů, které hraje učitel, postupují v čtvercové síti. Pro ověření správnosti cesty žáci nahlásí bod, do kterého se dostali.</td></tr>
<tr><td>Reflexe</td><td>Aktivitu jsem dělala s žáky v 5. ročníku, ale v jednoduché verzi lze dělat s žáky již od 1. ročníku.</td></tr>
</table>

	Asi pětina žáků měla problémy aktivitu plnit, protože hůře rozlišovali výšku tónů. Těžší pro žáky bylo rozlišení klesající výšky tónu. Při vícero opakování aktivity se žáci zlepšovali. Po této aktivitě jsem žákům rozdala pracovní list s čtvercovou sítí, kde měli dle předepsaných šipek a barevných teček (startů) namalovat obrázek. Ačkoli byli všichni žáci schopni namalovat obrázek podle šipek, asi čtvrtina uvedla, že pro ně byla snazší orientace v 2D síti pomocí sluchu.
Doporučení	Aktivitu lze propojit s výukou ICT (Bee-Bot, Blue-Bot). Do čtvercové sítě lze takto „zakreslit“ jednoduché panorama města. Pro začátek vždy začínat stejným tónem (např. c1). Rovně tedy bude c1-c1, nahoru může být c1-g1 a dolů c1-f (postup o kvintu).
Modifikace	Šipky nahoru a dolů lze nahradit směrem šikmo vzhůru nebo šikmo dolů. Obtížnost lze měnit použitím menších či větších intervalů mezi tóny. Žáci mohou nejprve dle zvuků zapsat šipky a pak teprve kreslit cestu do čtvercové sítě. Žáci mohou vytvořit vlastní cestu a „zahrát“ ji ostatním žákům.



Obrázek 4: *Ukázka pracovních listů s čtvercovou sítí.*

2.3.4 Stochastická hudba a pravděpodobnost

<table>
<tr><td>Název/Téma</td><td>Matematika: Náhoda a základy pravděpodobnosti
Hudební výchova: Hudební improvizace v pentatonice</td></tr>
<tr><td>Edukační cíl M</td><td>Žák dokáže vypočítat pravděpodobnost jednoduchých jevů.</td></tr>
<tr><td>Edukační cíl HV</td><td>Žák dokáže vysvětlit pojem pentatonika.
Žák dokáže improvizovaně hrát na xylofon.</td></tr>
<tr><td>Ročník</td><td>5.</td></tr>
<tr><td>Pomůcky</td><td>xylofony (popř. klavír), notový papír, hrací kostky, papír, tužka</td></tr>
<tr><td>Motivace</td><td>Dneska si zahrajeme na hudební skladatele. Budete moci hrát cokoli, co vás zrovna napadne, takže není potřeba znát žádnou hudební teorii.</td></tr>
<tr><td>Průběh aktivity</td><td>HV část:
Úvod do pentatoniky (pokud s ní nemají žáci zkušenost): Pentatonika je hudba založená na stupnici o pěti tónech (např. C, D, E, G, A). Využívá se v různých stylech hudby: jazz, hudba afrických národů, asijská hudba (př. Jasmine Flower), hudba v USA (př. Oh, Susanna = Zuzana), české písně (To je zlaté posvícení; Halí, belí; Oj, zvony zvoní).
Hudební improvizace: Všichni žáci hrají na xylofony (náhodně) pouze na klávesy C, D, E, G, A (pokud lze – ostatní klávesy z xylofonů odebrat) a učitel hraje doprovod na klavír (např. doprovod k písni To je zlaté posvícení).
Zhodnocení: náhodné hraní, zní to hezky, ladí to.
Pro porovnání lze zkusit stejnou aktivitu, ale bez omezení hraní, tj. na všechny klávesy.
Náhodné skládání: Vytvořit skladbu, zapsat ji a pak teprve zahrát.
Žáci hází hracími kostkami a postupně do notové osnovy (nebo jen pomocí písmenek) zapisují tóny.
<table>
<tr><td>Počet ok na kostce</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td></tr>
<tr><td>Tón</td><td>C</td><td>D</td><td>E</td><td>G</td><td>A</td><td>pomlka</td></tr>
</table>
Každý žáky vytvoří skladbu o 16 – 20 tónech.
Žáci následně své skladby zahrají ostatním – sólový nebo skupinový přednes.</td></tr>
</table>

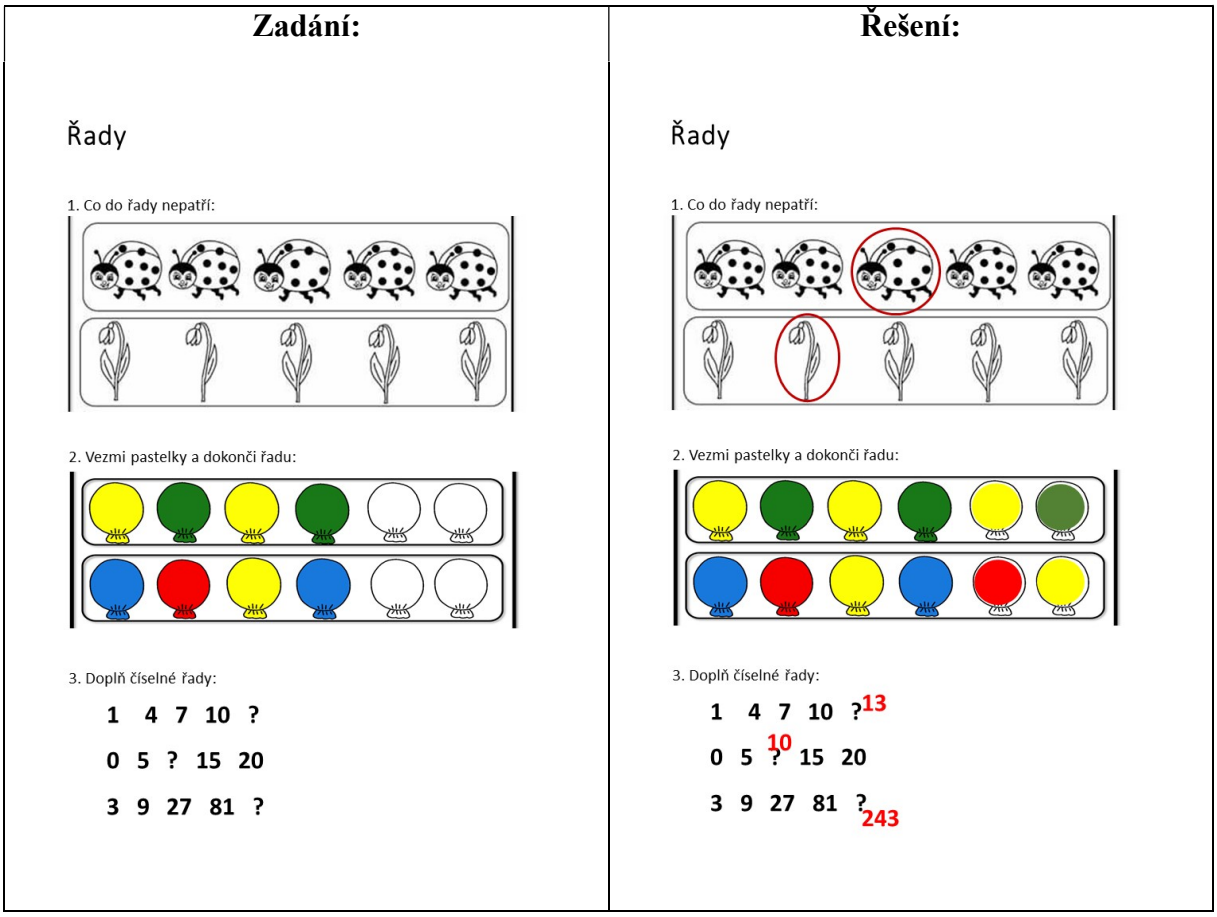
<table>
<tr><td></td><td>
M část:
Motivace: Ověření, zda jsou vytvořené skladby žáků opravdu vytvořené podle náhody. Co to je náhoda?
Aktivita: Žáci mají za úkol spočítat, kolikrát se v jejich skladbách vyskytují jednotlivé noty. Učitel vytvoří tabulku (na tabuli, v Excelu), kam žáci postupně zapisují své výsledky.
<table>
<tr><th>Žák</th><th>C</th><th>D</th><th>E</th><th>G</th><th>A</th><th>Pomlka</th></tr>
<tr><td>1</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>2</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>…</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Součet</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>
Následně se dopočítá celkový počet výskytu jednotlivých not a pomlk a celkový počet not i pomlk.
Teorie: Pokud je skladba vytvořená dle náhody, měla by být zhruba stejná četnost výskytu jednotlivých not (a pomlky). Tedy všechny noty (a pomlka) se vyskytují se stejnou pravděpodobností.
Pravděpodobnost = počet příznivých výsledků / počet všech výsledků
Ověření: Pomocí výpočtu z tabulky. Přibližně to platí.
Diskuze a upřesnění: Diskuze výsledků s žáky. Výsledné pravděpodobnosti nebudou úplně stejné. To by platilo pro velký počet hodů kostkou. Kostky by navíc musely být ideálně vyvážené. Připomenout žákům, že vlastně počítali pravděpodobnosti hodů kostkou.
</td></tr>
<tr><td>Reflexe</td><td>
Hodinu jsem odučila v 5. ročníku. Hudební část žáky bavila a všichni se do aktivit zapojovali. Při zapisování vlastních skladeb jsem po žácích chtěla, aby využívali různých délek not a doplňovali noty tak, aby postupně zaplňovali takty v tříčtvrtečním rytmu. Pro některé žáky to bylo složité, proto jsem jim navrhla psát pouze čtvrťové noty. Při prezentaci mohli žáci své skladby zahrát na hudební nástroj (xylofon nebo klavír) nebo jen vytleskat rytmus skladby.
Během matematické části přišlo žákům zdlouhavé vyplňování tabulky, protože jsem součty nechala provádět žáky a následně musela ještě proběhnout kontrola.
</td></tr>
</table>

	Výsledné pravděpodobnosti nám nakonec vyšly docela přesně. S žáky jsme dospěli k závěru, že jednotlivá čísla na kostkách padají s pravděpodobností 1/6 a řekli si obecnou definici pravděpodobnosti. Na aktivitu jsme navázali několika jednoduchými příklady na pravděpodobnost hodů na kostkách (např. Jaká je pravděpodobnost, že padne na kostce liché číslo? Jaká je pravděpodobnost, že padne na kostce číslo menší než 3?) a hodu mincí. V další hodině, která proběhla asi po 3 týdnech, jsme si zopakovali, co jsme se o pravděpodobnosti dozvěděli, abych si ověřila, co se žáci naučili. Následně žáci dostali za úkol spočítat 4 příklady na pravděpodobnost (viz Příloha P1). Polovina žáků zvládla vypočítat správně všechny příklady. Všichni žáci měli správně aspoň polovinu příkladů.
Doporučení	Vyplňování tabulky a výpočty v tabulce dělat pomocí Excelu. Ručně a na tabuli to zabere hodně času.
Modifikace	Při použití mince nebo vícestranných kostek lze tvořit skladby s jiným počtem tónů. Skladby lze zapisovat pomocí barev, písmen nebo přímo do notových linek. Noty mohou být všechny stejně dlouhé nebo lze zvolit libovolnou délku not a zapisovat skladby do taktů (je potřeba volit správnou délku not). Hudební část je možné upravit dle schopností žáků

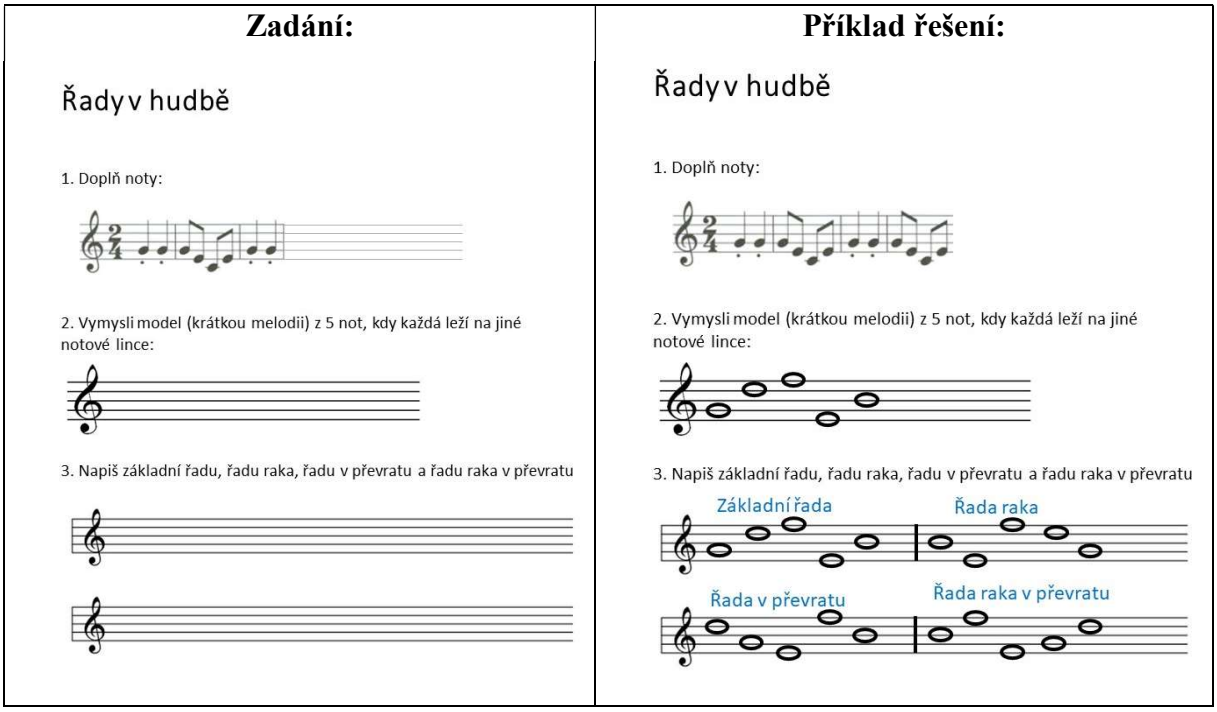
2.3.5 Řady a symetrie

Název/Téma	Matematika: Řady a symetrie Hudební výchova: Serialismus
Edukační cíl M	Žák dokáže vytvořit symetrický obraz.
Edukační cíl HV	Žák dokáže doplnit následující člen v číselné nebo logické řadě. Žák dokáže vytvořit symetrickou řadu.
Ročník	4. – 5.
Pomůcky	pracovní listy na logické a číselné řady a na řady v hudbě (pro každého žáka, viz Příloha P2 a P3), klavír nebo xylofon (pro učitele) na předvedení melodie z pracovního listu
Motivace	V polovině 20. stolení vymýšleli skladatelé nové způsoby, jak skládat hudbu. Napadá vás, co by mohla být serijní nebo seriální hudba?
Průběh aktivity	Rozhovor s žáky na téma serialismus: Vysvětlit rozdíl seriální hudba (hudba dle určité kompoziční techniky: využití základních řad tónů, které skladatelé permutovali, rotovali, tvořili výběry tónů ze základních řad, tvořili, …, aby vytvořili nové řady tónů a postupně celou novou skladbu) a seriálová hudba (hudba z televizních seriálů). Oba názvy souvisí s řadami. Pracovní listy na logické a číselné řady (Obr. 5): Žáci mají za úkol doplňovat logické a číselné řady. Hudební ukázka: seriální hudba (např. skladby od Oliviera Messiaena, Antona Webera, Arnolda Schoenberga), povídání si o tom, zda se žákům hudba líbí nebo ne – tolerance k hudebnímu vkusu někoho jiného. Pracovní list na hudební řady (Obr. 6): Žáci mají za úkol doplnit řadu tónů, popř. uhádnout název písně, která těmito tóny začíná (Cib, cib, cibulenka). Následně mají vytvořit vlastní řadu tónů tvořenou pěti notami, kdy každá nota leží na jiné notové lince. K této základní řadě mají vytvořit: **1.** řadu raka = základní řada psaná odzadu (osově symetrická podle taktové čáry) **2.** řadu v převratu = vznikne ze základní řady, když otočíme výšky tónů, tedy nejnižší tón se stane nejvyšším, druhý nejnižší tón se stane druhým nejvyšším, atd. (řada v převratu vznikne ze

	základní řady pomocí osové symetrie s osou ležící mezi řádky notových osnov nebo v místě prostřední linky notové osnovy) **3.** řadu raka v převratu = vznikne kombinací obou předchozích postupů, kdy nejprve vytvoříme ze základní řady řadu raka a následně ji převrátíme Během kontroly správnosti řešení mohou žáci hledat geometrické souvislosti mezi jednotlivými řadami. Vyskytuje se zde osová souměrnost.
Reflexe	Aktivita byla odučena v 5. ročníku. Pracovní list s doplňováním logických a číselných řad byl pro žáky snadný. Možná by mohly být úkoly složitější. Na druhou stranu byly žáci spokojení, že hned na začátek dostali úkol, který pro ně nebyl moc složitý a neodradil je od další práce. Pracovní list na řady v hudbě byl pro žáky složitější. Většina žáků neměla problémy s doplněním řady tónů v prvním úkolu a po zahrání melodie snadno uhádli, z jaké písně tento úryvek je. Vytvoření vlastní řady tónů bylo pro žáky složitější. Někteří se snažili psát i jiné noty nebo noty v řadě opakovat. Pokud žáci nebyli ochotni dodržet původní zadání, měli problémy při tvoření odvozených řad.
Doporučení	Dbát na dodržení pravidla při tvorbě vlastní řady tónů, tj. použít pouze 5 tónů, kdy každý leží na jedné notové lince. Snadněji se pak tvoří další řady a žáci lépe odhalí symetrii mezi jednotlivými řadami. Více k teorii tvoření základních a odvozených řad viz [5].
Modifikace	Základní řady mohou být složitější. Lze využít řadu až 12 tónů, která byla využívána v dodekafonii. Tvoření odvozených řad ze základní řady je pak ale pro žáky složitější.



Obrázek 5: *Ukázka pracovního listu na logické a číselné řady.*

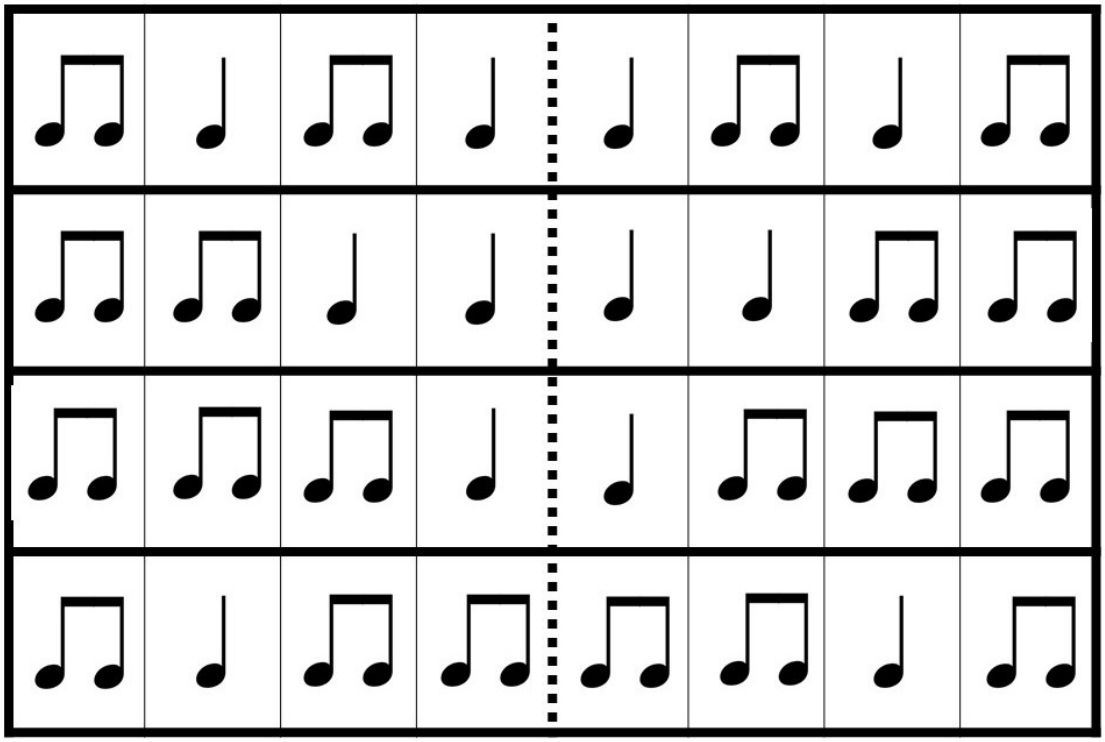


Obrázek 6: *Ukázka pracovního listu na tvoření řad v hudbě.*

2.3.6 Symetrie a posunutí pomocí rytmu

Název/Téma	Matematika: Symetrie a posunutí Hudební výchova: Rytmus
Edukační cíl M	Žák rozpozná osově souměrný obrazec. Žák vytvoří symetrický (osově souměrný) obraz.
Edukační cíl HV	Žák vytvoří symetrický rytmický vzorec.
Ročník	3. – 5.
Pomůcky	rytmické (Orffovy) hudební nástroje, kartičky s předepsanými rytmy (do dvojic)
Motivace	Kde všude můžeme najít symetrii: rozpoznávání symetrických obrazců na obrázcích, symetrie v přírodě (vločky, květy, listy) … Existuje symetrie v hudbě?
Průběh aktivity	Hra na ozvěnu (rytmická): **1.** Klasická hra na ozvěnu: Učitel předvádí a žáci opakují. Pozor! Matematicky se nejedná o symetrii, ale o posunutí. **2.** Zrcadlová ozvěna: Učitel předvádí a žáci vytváří symetrickou ozvěnu. V tomto případě jde opravdu o symetrii (osovou souměrnost). Práce ve dvojicích: Jeden žák předvádí rytmus a druhý k němu hledá symetrickou odpověď. Pro inspiraci mohou žáci dostat již předepsané rytmy (viz Obr. 7). První část rytmu (po přerušovanou čáru) představuje vzor a druhá část rytmu (za přerušovanou čárou) představuje symetrický (osově souměrný) obraz. Vysvětlení analogie s matematikou: Tvoření symetrické odpovědi na původní rytmický vzor odpovídá tvoření osově souměrného obrazu.
Reflexe	Aktivitu jsem odučila v 5. ročníku. Hra na otázku a odpověď byla pro žáky známá a nedělalo jim problémy předvést stejný rytmický vzorec. Byla jsem až mile překvapena, že ani tvoření symetrické odpovědi nebylo pro žáky obtížné. Hled na první pokus většina třídy vytleskala správný rytmus. Při práci ve dvojicích jsem narazila na několik dětí, kterým jsem musela znovu vysvětlit, jak se má symetrická odpověď tvořit. Někteří žáci se trochu

<table>
<tr><td></td><td>zalekli zápisu rytmu pomocí not. Asi s touto formou zápisu neměli předchozí zkušenost.</td></tr>
<tr><td>Doporučení</td><td>Při předvádění rytmů je vhodné s žáky používat rytmické slabiky:
<table>
<tr><td>Délka noty</td><td>půlová</td><td>čtvrťová</td><td>osminová</td><td>šestnáctinová</td></tr>
<tr><td>Rytmická slabika</td><td>tá-á</td><td>tá</td><td>ty ty</td><td>tyry tyry</td></tr>
</table></td></tr>
<tr><td>Modifikace</td><td>Rytmické aktivity můžeme provádět hrou na tělo. Lze využít kombinace tleskání, pleskání a dupání.
Všechny aktivity lze dělat pomocí rytmu nebo melodií. Melodie lze hrát na hudební nástroje. Zkušenější žáci mohou melodie intonovat (zpívat).
Učitel představí žákům symetrickou melodii nebo rytmus (např. zahrát na klavír do-mi-sol - sol-mi-do nebo vytleskat rytmus ti-ti-tá-tá - tá-tá-ti-ti). Žáci mají za úkol identifikovat 2 části, ze kterých se ukázka skládá. První část je vzor a druhá její symetrický obraz.
Práce ve dvojicích/skupinách: Žáci mají za úkol vymyslet vlastní rytmický vzorec (delší než na 4 doby), vytvořit k němu osově symetrický vzorec. Tento rytmický vzorec mají také zapsat, aby ho mohli následně předvést ostatním žáků.</td></tr>
</table>



Obrázek 7: *Ukázka čtyř rytmických vzorců.*

2.3.7 Hudební motiv a posunutí

Název/Téma	Matematika: Posunutí Hudební výchova: Hledání hudebního motivu
Edukační cíl M	Žák dokáže rozpoznat opakující se vzor.
Edukační cíl HV	Žák dokáže najít v poslechu opakující se hudební motiv.
Ročník	3. – 5.
Pomůcky	poslechová skladba (Ludwig van Beethoven - Symfonie č. 5 c moll, op. 67 Osudová)
Motivace	Některé naše vzpomínky máme spojené s určitou vůní, a jakmile tuto vůni ucítíme, může v nás okamžitě vyvolat danou vzpomínku. Podobně v nás může vyvolat nějakou vzpomínku i hudba. Někdy je k tomu potřeba celá písnička či skladba, ale někdy nám k tomu postačí pouze několik tónů.

Průběh aktivity	Poznávání melodií dle úryvku zahraných na klavír nebo z poslechu (např. znělky z filmů a seriálů).
	
	Poslech úvodní části Symfonie č. 5 c moll od L. van Beethovena (úvod – ti-ti-ti-tá, ti-ti-ti-tá):
	
	• *Pozná někdo, co to je? Kdo to napsal?*
	• *Proč si myslíte, že je tato skladba známá a hodně lidí ji pozná podle úvodních několika tónů?*
	• *Kolik not má první krátká část?* (pustit 0:00-0:03, 2 takty)? *4*
	• *Kolik not má druhá krátká část?* (pustit 0:03-0:06, další 3 takty)? *4*
	• *Jsou tyto dvě části stejné či se liší?*
	  o Obsahují noty stejných délek. První tři kratší a poslední delší.
	  o První tři noty mají stejnou výšku a poslední nota je nižší.
	  o První část začíná výše než část druhá.
	  o Interval mezi prvními třemi notami a tou čtvrtou je v prvním případě velká tercie a v druhém případě malá tercie (téměř stejné).
	
	Vysvětlení: Takovéto krátké hudební myšlence říkáme MOTIV. V tomto případě se motiv skládá ze tří stejně vysokých not následovaných jednou

<table>
<tr>
<td></td>
<td>
notou nižší. Kolikrát se tento motiv opakuje v úvodu skladby? (pustit znovu 0:00-0:06, prvních 5 taktů) 2x

Poslech další části Symfonie č. 5 c moll od L. van Beethovena: (prvních 24 taktů)

• Žáci mají za úkol spočítat, kolikrát se tento motiv (tři stejně vysoké noty a následně jedna nižší) objeví v poslechu. Rozdílné odpovědi žáků nám dávají přirozenou možnost pustit nahrávku znovu ☺
<table>
<tr><td>Takt 1 – 5</td><td>x</td><td>x</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Takt 6 – 9</td><td>x</td><td>x</td><td>x</td><td></td></tr>
<tr><td>Takt 10 – 13</td><td>x</td><td>x</td><td>x</td><td></td></tr>
<tr><td>Takt 14 – 17</td><td>x</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Takt 18 – 19</td><td>x</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Takt 22 – 24</td><td>x</td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>
Pozn. Podle mě je v taktech 14 – 17 motiv jen jednou, podle jiného zdroje 4x. Vyskytuje se zde 4x obměněný motiv, neobsahuje 3 stejně vysoké noty za sebou.

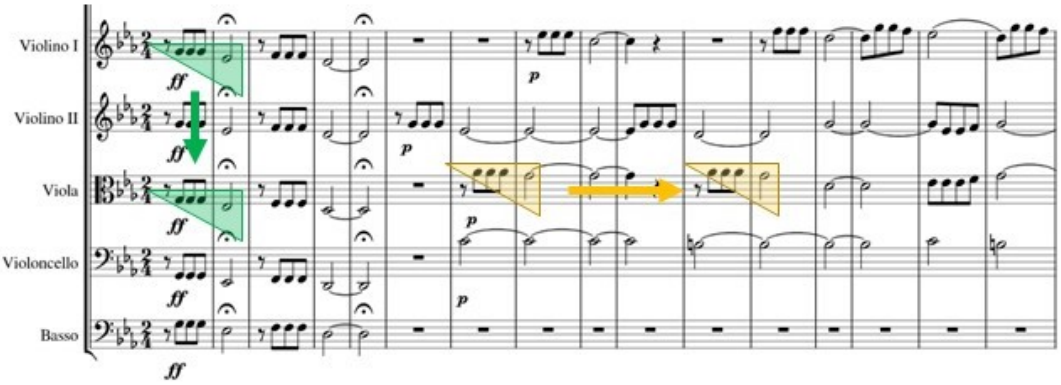
Propojení s matematikou a geometrií: Pokud se ve skladbě opakuje stejný motiv, odpovídá to geometrickému posunutí původního motivu (vzoru) ve směru zápisu not (v poslechu jde o posunutí v čase, v kartézském systému souřadnic jde o posun ve směru osy x). Pokud se ve skladbě opakuje motiv, který se liší výškou počátečního tónu, odpovídá to posunutí původního motivu (vzoru) směrem nahoru v notovém zápise (v kartézském systému souřadnic jde o posun ve směru osy y).

Žákům můžeme vše názorně ukázat na notovém zápisu skladby (viz Obr. 8).
</td>
</tr>
<tr>
<td>Reflexe</td>
<td>Aktivitu jsem odučila v 5. ročníku. V poslechové části věnované rozpoznávání známých melodií jsem byla překvapena, které písně pro žáky byly známé nebo naopak neznámé. Při výběru písní pro žáky je nutné brát v potaz, co je pro žáky známé nebo aktuálně populární.</td>
</tr>
</table>

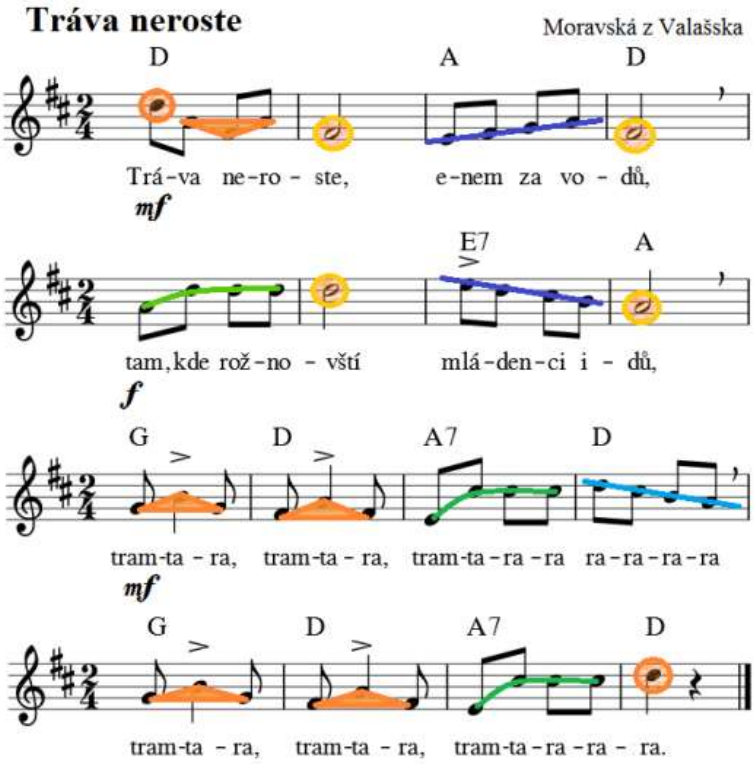
	Při poslechu úvodní části Symfonie a jejího rozboru jsem žáky musela navádět, na co všechno by se měli zaměřit. Věřím, že pokud by podobné aktivity dělali častěji, probíhalo by to snadněji. Počítání opakujícího se motivu ve skladbě nebylo pro žáky tak obtížné. Při vysvětlování geometrické interpretace opakování motivu a analogie s posunutím obrazce bylo potřeba vysvětlit, že notový zápis není tak děsivý, jak se zprvu může zdát. Po domalování obrazců na místo not motivu většinou neměli žáci problémy s identifikací posunu obrazce.
Doporučení	Notový zápis i s nahrávkou nebo grafickým znázorněním skladby lze nalézt na stánkách Youtube[1]. Po poslechu mohou žáci vymýšlet vlastní hudební motivy inspirované motivem L. van Beethovena, tedy 3 stejně vysoké tóny a následně jeden nižší. Žáci mohou své motivy zahrát na dostupné melodické nástroje (zvonkohra, xylofon, metalofon, klavír, …).
Modifikace	Žáci mohou vyhledávat hudební motivy v dalších skladbách. Při práci s notovým zápisem můžeme žáky nechat vyhledávat nejen hudební motiv, ale i opakující se sled tónů, které mezi sebou mají určitý vztah. Geometrický rozbor notového zápisu písně *Tráva neroste* je zobrazen na Obr. 9. Noty v každém taktu jsou nahrazeny geometrickým obrazcem. Následně je možno určovat, zda se v notovém zápise vyskytuje více stejných nebo podobných obrazců, popř. zda některé obrazce vznikly posunutím nebo otočením jiného obrazce (více viz [2 s. 37-40]).

[1] Notový zápis s nahrávkou: https://www.youtube.com/watch?v=NWEVKyEwi4A

Grafické znázornění skladby: https://www.youtube.com/watch?v=rRgXUFnfKIY



Obrázek 8: *Část notového zápisu Symfonie č. 5 c moll od L. van Beethovena s naznačením geometrické interpretace opakování hudebního motivu.*



Obrázek 9: *Notový zápis písně Tráva neroste s aplikací geometrie (převzato z [2 s. 40]).*

2.3.8 Kompoziční techniky s prvky kombinatoriky

Název/Téma	Matematika: Posunutí Hudební výchova: Hledání hudebního motivu
Edukační cíl M	Žák dokáže vytvořit všechny permutace ze tří prvků.
Edukační cíl HV	Žák doplní noty do taktů podle daného pravidla.
Ročník	4. – 5.
Pomůcky	papír a pastelky
Motivace	Existuje nekonečné množství melodií nebo už skladatelé vyčerpali všechny možnosti?
Průběh aktivity	Práce ve skupinách (4 – 5 žáků): Vymyslete a vytvořte všechny možné varianty tříčtvrtečních taktů, které budou obsahovat vždy tří čtvrťové noty tří různých výšek. Např. budou obsahovat jen tóny C, E, G. Kontrola různosti taktů a celkového počtu – 6. Varianta pro rychlejší žáky: • Vytvořit tříčtvrťové takty ze tří čtvrťových not, pokud se noty mohou v taktu opakovat. • Vytvořit čtyřčtvrťové takty ze čtyř čtvrťových not čtyř různých výšek, např. C, D, E, G. Diskuze: Kolik skladeb může vzniknout? Co vše ovlivňuje celkový možný počet skladeb? • Počet not různých výšek – 12 v jedné oktávě, máme několik oktáv, které se běžně používají • Různě dlouhé tóny • Využití tónů ale i pomlk ve skladbách • Změny dynamiky a rytmu • Různý způsob naskládání jednotlivých taktů za sebe • Využití více hudebních nástrojů, jejich barev, souzvuků • … nekonečné množství skladeb, každý může složit novou skladbu Vysvětlení obecného způsobu výpočtu permutací a variací (bez vzorce) viz Příloha 4.

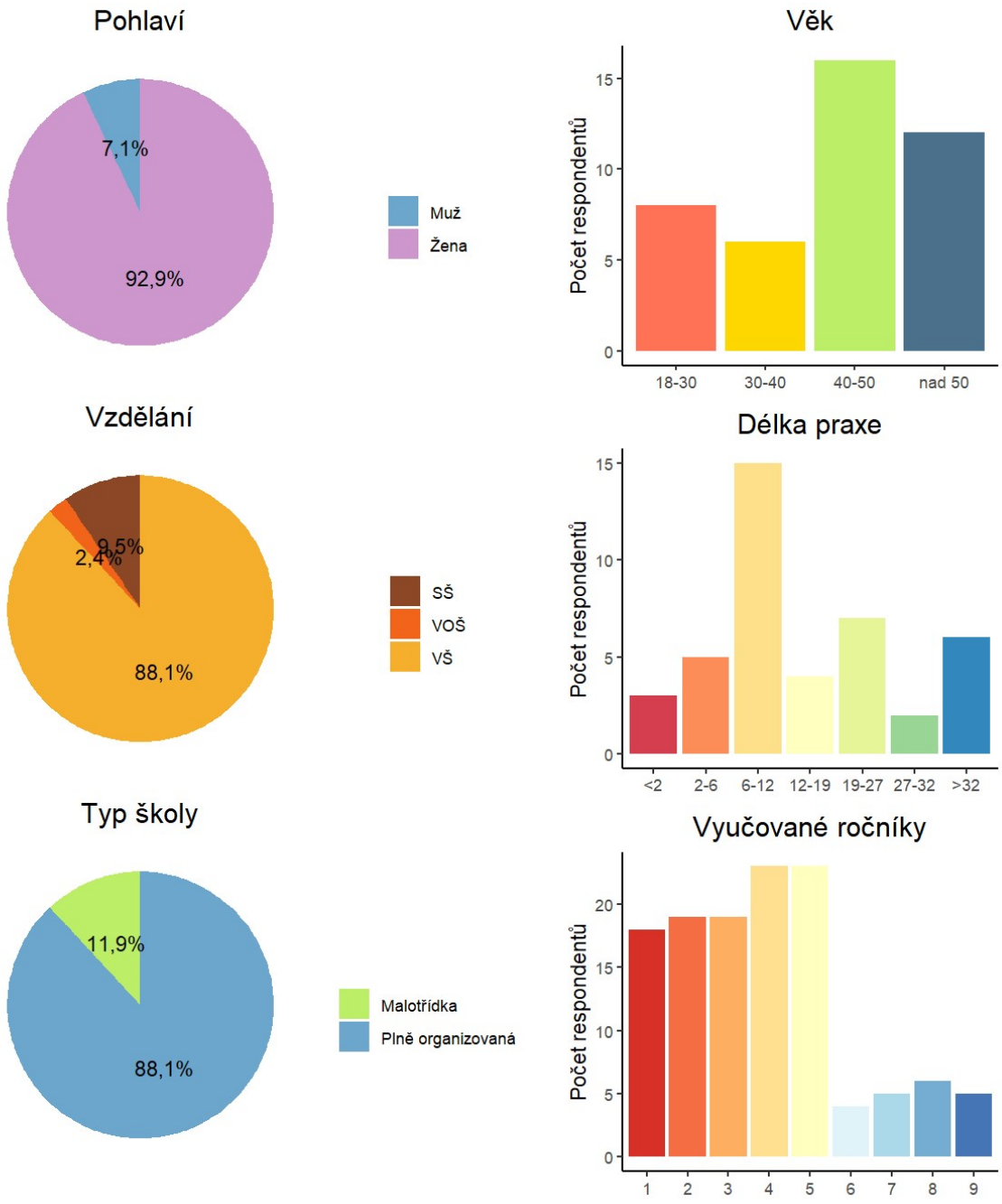
Reflexe	Aktivitu jsem odučila v 5. ročníku. S žáky jsme šli ven do lesa, takže si na začátku aktivity nasbírali dostatečné množství přírodnin (např. šišky, kamínky, klacíky, listy) se kterými měli možnost manipulovat a vymýšlet všechny varianty taktů. Až na jednu skupinku se podařilo všem žákům vymyslet 6 různých taktů skládajících se ze tří různých not (viz Obr. 10). První fotka zobrazuje 6 různých taktů tvořených třemi různě vysokými notami reprezentovanými listem, šiškou a klacíkem. Druhá fotka zobrazuje příklady čtyřčtvrťových taktů tvořených čtyřmi různě vysokými notami reprezentovanými šiškou, klacíkem, zeleným listem a suchým listem. Oceňuji kreativitu jedné skupinky, která si všechny svoje vymyšlené takty naskládala za sebe, přiřadila si výšku jednotlivých not a následně nám svou skladbu zazpívala. Při obecném povídání o celkovém počtu možností řešení (matematiky se jednalo o permutace nebo variace s opakováním i bez opakování) žáci rychle pochopili princip výpočtu a sami navrhovali, jaká čísla mám do výpočtu dosazovat.
Doporučení	Aktivita je pro žáky snadnější, pokud mají možnost manipulovat s předměty. Protože příroda obsahuje mnoho přirozených pomůcek, doporučuji zkusit tuto aktivitu venku (v přírodě, v lese, v parku, na školní zahradě).
Modifikace	Aktivitu lze snadno obměnit tak, aby žáci tvořily skupiny barev, čísel, zvířat. Postupně lze zvyšovat navyšovat počet prvků, ze kterých se skupiny tvoří a zda lze prvky ve skupině opakovat či nikoliv. Po vysvětlení obecného způsobu výpočtu permutací a variací mohou žáci počítat jednoduché příklady.

Obrázek 10: *Ukázky taktů vytvořených studenty.*

2.4 Rozbor výsledků provedeného šetření

2.4.1 Výsledky dotazníku

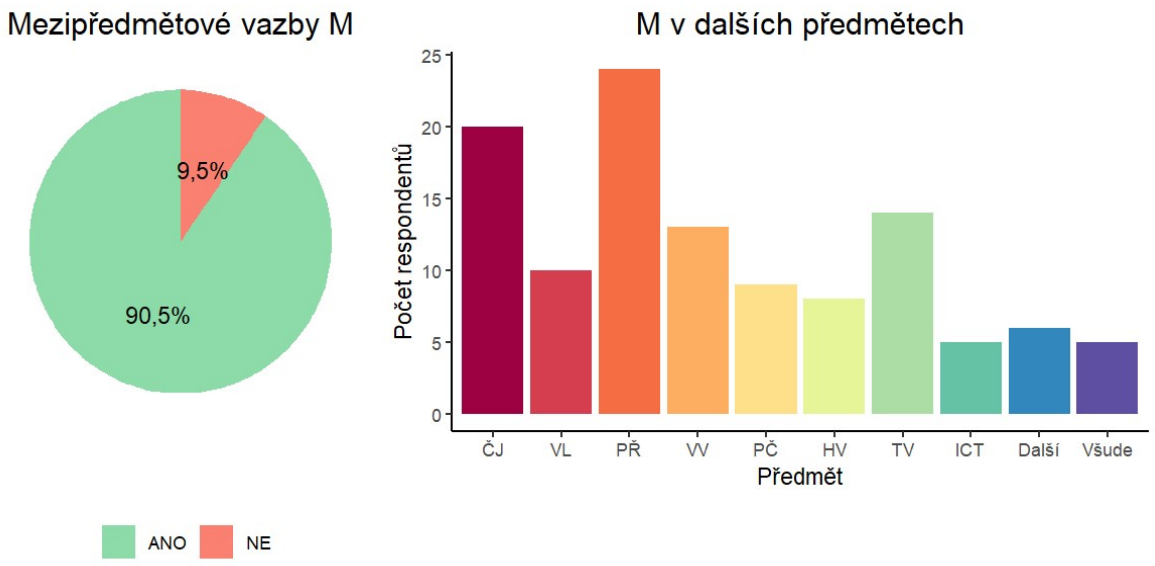
V následující kapitole jsou vyhodnoceny odpovědi respondentů za použití grafického zpracování. Celkový počet vyplněných dotazníků bylo 42.



Graf 1: *Obecné charakteristiky respondentů.*

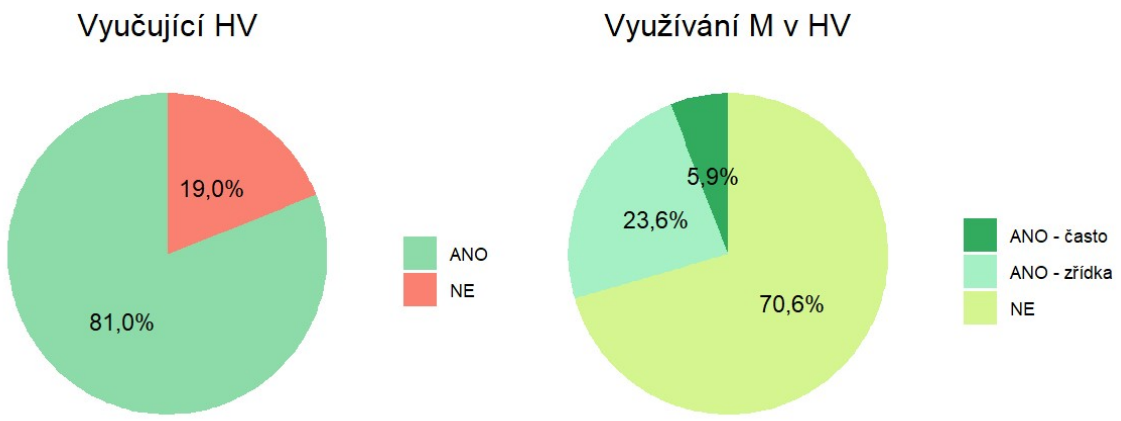
První část otázek byla zaměřena na charakteristiku respondentů. Z výsledků (viz Graf 1) vyplývá, že na dotazník nejčastěji odpovídaly ženy (92,9 % %), což vypovídá o vysokém podílu žen mezi učiteli na 1. stupni ZŠ. Asi dvě třetiny respondentů jsou ve středním věku (nad 40 let) a většina má vysokoškolské vzdělání (88,1 %). Nejčastěji odpovídali učitelé s délkou praxe od 6 do 12 let (35,7 %). Zkušenějších pedagogů (délka praxe nad 12 let) odpovědělo na dotazník 45,2 %. Respondenti vyučují převážně na 1. stupni ZŠ a to z 88,1 % v plně organizovaných základních školách a z 11,9 % v malotřídkách.

Další otázky z dotazníku (otázky č. 1 - 8) byly zaměřeny na propojování učiva matematiky a hudební výchovy, popř. dalších vyučovaných předmětů. Většina respondentů (90,5 %) odpověděla v otázce č. 1, že využívá mezipředmětových vazeb matematiky a dalších vyučovaných předmětů (viz Graf 2, vlevo). Z odpovědí na otázku č. 2 vyplývá, že respondenti nejčastěji propojují učivo matematiky s učivem přírodovědy nebo prvouky a českého jazyka (viz Graf 2, vpravo). Dále pak s učivem tělesné výchovy, výtvarné výchovy a pracovních činností, vlastivědy, hudební výchovy a ICT. Několik učitelů uvedlo, že využívá matematiku prakticky ve všech předmětech.



Graf 2: *Využití mezipředmětových vazeb matematiky a dalších vyučovaných předmětů.*

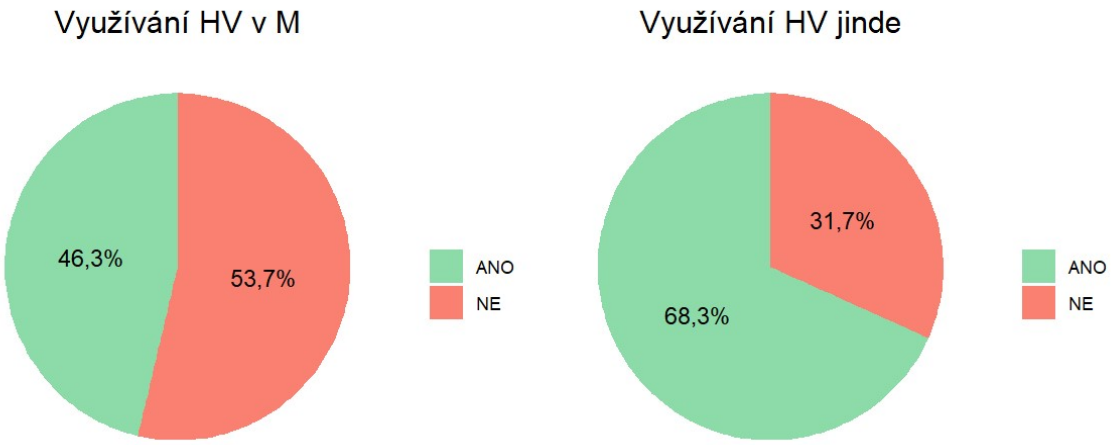
V otázce č. 3 uvedlo 81,0 % respondentů, že vyučuje na 1. stupni ZŠ hudební výchovu (viz Graf 3, vlevo). Z těchto vyučujících 70,6 % nevyužívá matematické metody v hodinách hudební výchovy. Necelá třetina uvedla, že matematické metody v hodinách hudební výchovy využívá, a to často pouze 5,9 % a zřídka 23,6 % (viz Graf 3, vpravo).



Graf 3: *Využití HV v mezipředmětových vztazích.*

V otázce č. 5 respondenti uváděli, jaké metody matematiky využívají v hodinách hudební výchovy a jaká témata z matematiky a hudební výchovy propojují. Respondenti v hodinách hudební výchovy používají matematiku zejména při učení délek not, taktů a rytmu, kdy je využívána analogie délek not a zlomků a počítání dob.

V otázkách č. 6 – 8 respondenti odpovídali, zda používají rytmické a hudební aktivity v hodinách matematiky, popř. dalších vyučovaných předmětů, a uváděli příklady jimi používaných aktivit. Z odpovědí zobrazených na Grafu 4 je vidět, že pouze necelá polovina respondentů (43,6 %) používá rytmické a hudební aktivity v hodinách matematiky, ačkoli v dalších vyučovaných předmětech tyto aktivity používá 68,3 % respondentů.



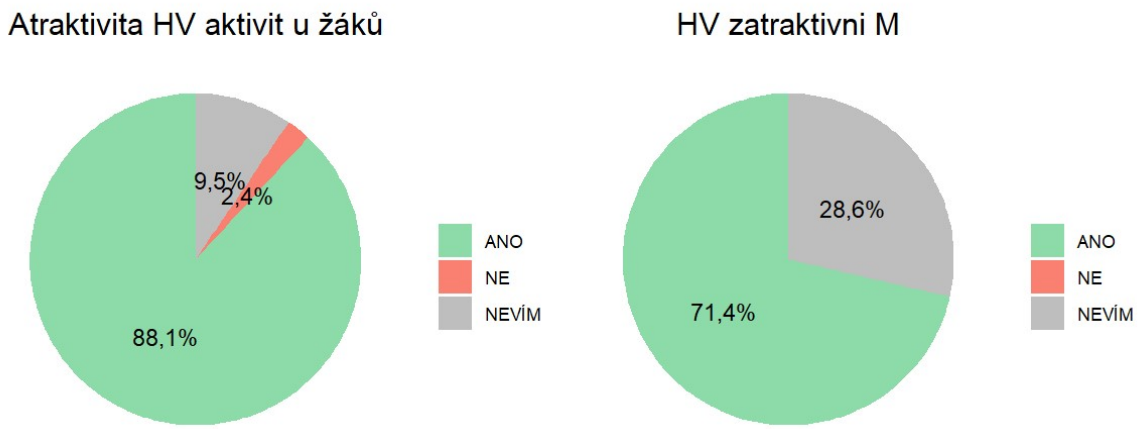
Graf 4: *Využívání rytmických a hudebních aktivit v matematice (vlevo) a dalších vyučovaných předmětech (vpravo).*

Rytmické a hudební aktivity používané respondenty v matematice se často vztahovaly k výuce a opakování násobků nebo metodice prof. Hejného. Příklady aktivit uvedených v dotazníku (otázka č. 7):

- Vytleskávání počtu nebo výsledku.
- Tleskání, pleskání – zvuková paměť a cvičení rytmu.
- Krokování (Hejného matematika).
- Rytmus čísel, barev, tvarů, atd. (Hejného matematika).
- Říkanky – rytmizované říkanky na násobky a čísla.
- Hra: každé sudé číslo se nahradí slovem BUM, na násobek daného čísla dupni.
- Rytmizace při výpočtech a v určování číselných řádů.
- Práce s intonací a melodií řeči.
- Porozumění pojmů „kolikrát“ a „o kolik více/méně“ pomocí poslouchání zvuku zvonku nebo bubínku.

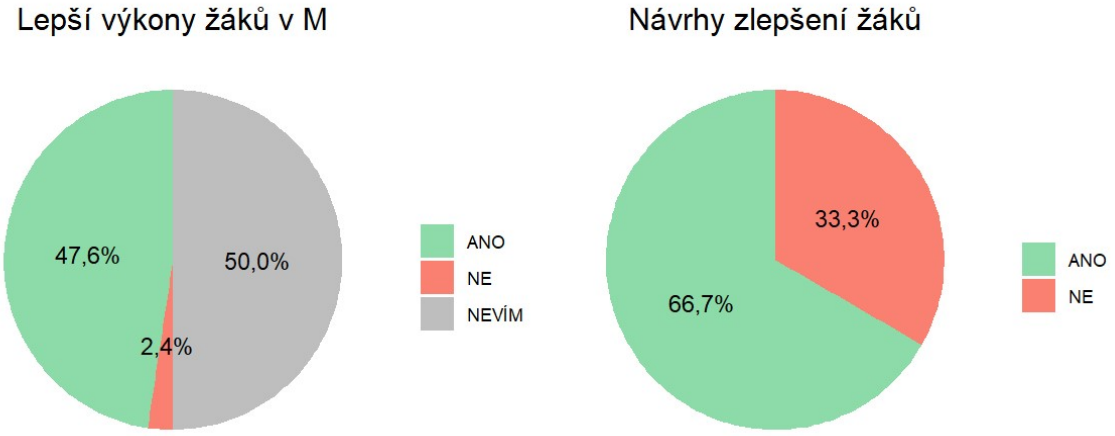
V otázkách č. 9 a 10 respondenti odpovídali na otázku, zda hudební a rytmické aktivity žáky baví a zda si myslí, že by rytmické a hudební aktivity mohly zatraktivnit hodiny matematiky. Většina respondentů (88,1 %) souhlasí s tvrzením, že rytmické a hudební aktivity žáky baví (viz Graf 5, vlevo). Pouze jeden respondent odpověděl, že tyto aktivity žáky nebaví. Téměř tři čtvrtiny (71,4 %) respondentů si myslí, že by rytmické a hudební aktivity mohly

zatraktivnit hodiny matematiky. Žádný z respondentů není proti tomuto tvrzení (viz Graf 5, vlevo).



Graf 5: *Motivace a atraktivita hudebních aktivit.*

Poslední dvě otázky v dotazníku (č. 11 a 12) se zaměřují na možnosti zlepšení úspěšnosti žáků v matematice díky používání rytmických a hudebních aktivit během výuky. Zhruba polovina respondentů (47,6 %) si myslí, že by rytmické a hudební aktivity mohly vést u žáků k lepším výkonům v matematice. Pouze jeden respondent s tímto tvrzením nesouhlasí a polovina respondentů (50,0 %) nemá vyhraněný názor (viz Graf 6, vlevo).



Graf 6: *Možnosti zlepšení výkonů žáků v matematice díky rytmickým a hudebním aktivitám.*

V poslední otázce dotazníků respondenti uváděli příklady, v čem by se žáci mohli v matematice díky rytmickým a hudebním aktivitám zlepšit. Na tuto otázku odpověděly dvě třetiny respondentů (viz Graf 6, vpravo). Uvedené odpovědi respondentů lze shrnout do několika kategorií:

1. Motivace žáků a jejich soustředění na práci:
    - *„Zlepší se jejich pozornost, zájem o práci… pak i jejich výsledky odvedené práce.“*
    - *„Soustředěnost a chuť počítat.“*
    - *„Řád, soustředění, relaxační chvilka…“*
    - *„Větší atraktivita, učení je pro žáky zábavnější a více se snaží, motivuje je.“*
    - *„Zlepšení pozornosti, hodina je více dynamická. Oživení“*
2. Snazší zapamatování nebo pochopení probíraného:
    - *„Lepší zapamatování pomocí rytmu.“*
    - *„Rytmus pomůže při výpočtech.“*
    - *„Při propojení pohybu, sluchového a vizuálního vnímání se děti lépe učí.“*
    - *„Lepší pochopení probírané látky, zlepšení soustředění a zapamatování.“*

- *„Pochopení textu slovních úloh.“*
- *„V případě malé násobilky může rytmus či písnička pomoci k zapamatování.“*
- *„Zapamatování si různých témat jinou formou, prožití témat.“*
- *„Nápomoc při fixaci.“*
- *„Propojení témat: časové údaje, převody jednotek, násobilka.“*
- *„Rytmus, vnímání číselné řady, násobky čísel, chápání pojmů polovina, čtvrtina apod.“*

3. Všeobecný rozvoj lidské osobnosti, propojování hemisfér:
    - *„Hudební a rytmické aktivity rozvíjí právě tu část mozku, která se používá i na abstraktní myšlení, proto učím svou třídu hrát podle not například.“*
    - *„Zapojení tělesné stránky s duševními procesy a aktivitami.“*
    - *„Rozvoj jemné motoriky, lateralita.“*

2.4.2 Vyhodnocení odučených aktivit

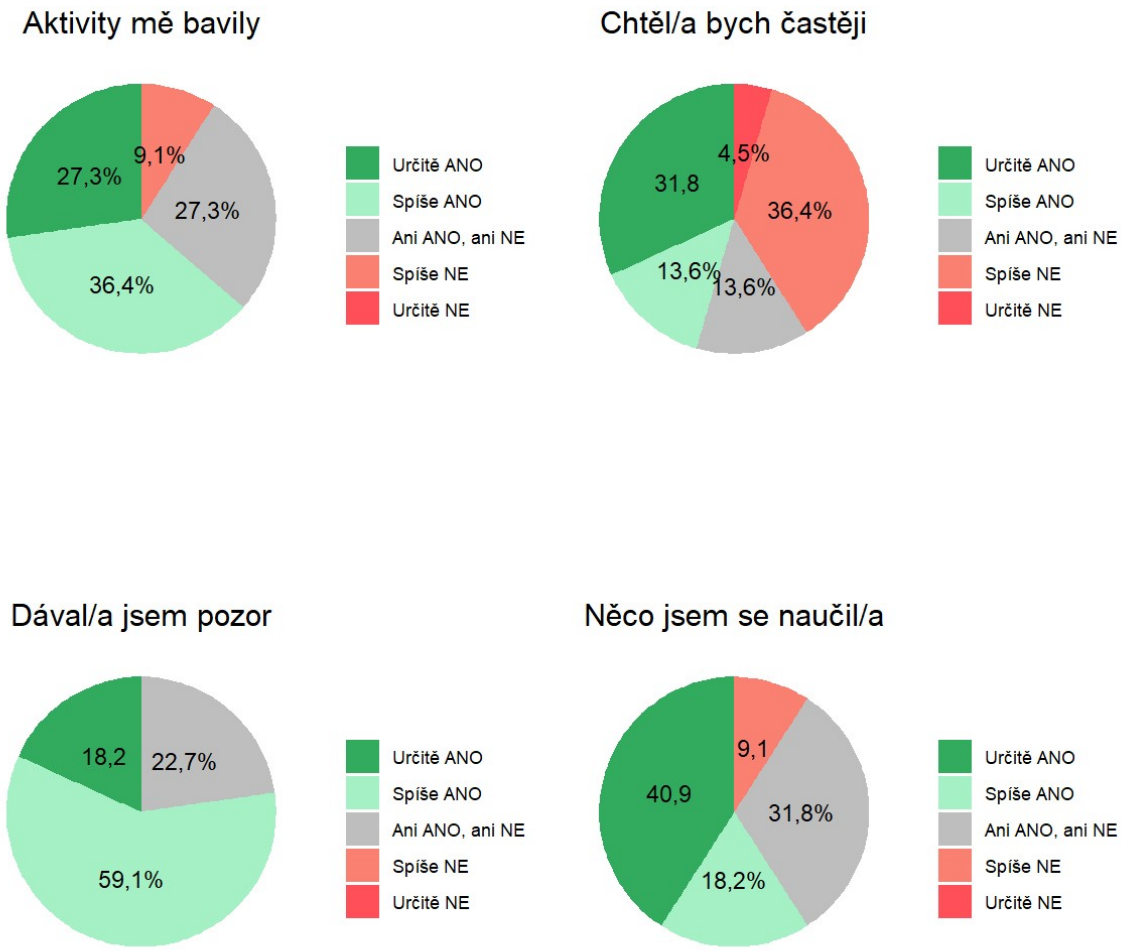
Všechny navržené aktivity do hodin matematiky a hudební výchovy jsem odučila ve stejné třídě v 5. ročníku ZŠ Praha-Kolovraty. V hodinách bylo přítomno 20-26 žáků.

Ačkoli jsem se se žáky setkala jen několikrát během školního roku, myslím si, že si na mě docela zvykli, a velmi dobře se mi s nimi pracovalo. Postupem času jsem žáky více poznávala a navrhované aktivity jsem upravovala tak, aby odpovídaly schopnostem a dovednostem žáků. Asi polovina žáků má hudební vzdělání a zvládala by i složitější hudební aktivity. Ve třídě ale byli i žáci, kteří hudební vzdělání nemají a trochu se hudební výchovy bojí. Těm jsem musela některé aktivity vysvětlit vícekrát a hlavně jim dodat odvahu dané aktivity dělat. Nakonec většinou vše zvládli a myslím si, že měli radost, když se jim práce podařila.

Po odučení všech aktivit jsem žáky požádala o vyplnění dotazníku, ve kterém měli zhodnotit, jestli je aktivity bavily a chtěli by podobné aktivity častěji. Dále pak jestli dávali při aktivitách pozor a jestli se naučili něco nového. Shrnutí odpovědí 22 žáků je zobrazeno v Grafu 7.

Podle mého pozorování byli žáci v hodinách aktivní a až na výjimky dávali pozor. Toto zjištění potvrzují i dopovědi žáků (viz Graf 7, levý sloupec). Téměř dvě třetiny žáků (63,7 %)

uvedly, že je aktivity bavily, a přes tři čtvrtiny žáků (77,3 %) napsaly, že dávali při aktivitách pozor. Ačkoli žáky aktivity převážně bavily, častější zařazování podobných aktivit do hodin by uvítala jen necelá polovina žáků (celkem 45,4 %, určitě ano 31,8 %) a další necelá polovina žáků by aktivity častěji nechtěla (celkem 40,9 %, určitě ne 4,5 %). Tyto výsledky zřejmě souvisejí s faktem, že někteří žáci nebyli tak zdatní v hudební teorii nebo se jí vyloženě báli a navržené aktivity pro ně mohly být náročné.



Graf 7: *Hodnocení odučených aktivit žáky 5. ročníku ZŠ Praha-Kolovraty.*

Myslím si, že se mi dařilo dosahovat stanovených cílů odučených aktivit, a že si žáci během mých hodin procvičili své matematické znalosti a dovednosti a také se naučili něco nového nejen z matematiky. Jako nové a možná i nadstavbové učivo z matematiky bych

zařadila zejména základy pravděpodobnosti a kombinatoriky (viz kapitola 2.3.4 a 2.3.8). Z odpovědí žáků v dotazníku vyplývá, že více než polovina žáků (59,1%, z toho 40,9 % určitě ano) se během aktivit naučila něco nového a pouze 2 žáci si myslí, že se nic nového nenaučili (viz Graf 7, vpravo dole).

Podle jejich paní učitelky se žáci naučili mnoho nového zejména z hudební výchovy. Ztratili strach z hudební nauky, která je před tím absolutně neoslovovala, a báli se jí. Navíc jsme já ani jejich paní učitelka u žáků nepozorovaly problémy s teoretickými částmi aktivit, které se týkaly hudební výchovy. V matematice jejich paní učitelka nezaznamenala zlepšení žáků v probíraném učivu, což mohlo souviset s tím, že většina aktivit fungovala jen jako doplňující procvičování k již probranému učivu matematiky. Jiný dopad by aktivity mohly mít, kdyby byly použity na začátku probíraného tématu.

Zda rytmické a hudební aktivity v hodinách matematiky zvyšují motivovanost žáků, nebyla jejich paní učitelka schopna analyzovat. Přesto potvrzuje, že se u žáků zlepšila pozornost, protože je nabízené aktivity velmi bavily.

2.4.3 Vyhodnocení výzkumných cílů

V této kapitole jsou shrnuty výsledky výzkumných cílů diplomové práce. Výzkumné cíle byly vyhodnocovány pomocí dotazníku pro učitele a dále z reflexí na navržené aktivity, rozhovoru s učitelem a hodnocení žáků.

Výzkumný cíl č. 1: *Na 1. stupni základních škol se málo využívá propojení učiva matematiky a hudební výchovy.*

Tento výzkumný cíl se vztahuje k otázkám č. 1 – 8 v dotazníku pro učitele.

Matematika je nejčastěji propojována s přírodovědnými předměty (na 1. stupni ZŠ jsou to prvouka a přírodověda, na 2. stupni ZŠ zejména fyzika a chemie) a dále s českým jazykem, tělesnou výchovou, výtvarnou výchovou nebo vlastivědou (viz Graf 2). Metody matematiky nebo učivo z matematiky využívá při svých hodinách hudební výchovy jen necelá třetina vyučujících (viz Graf 3).

Rytmické a hudební aktivity jsou v hodinách matematiky využívány téměř polovinou vyučujících (viz Graf 4). Stále je to ale méně, než v jiných předmětech. Vysoký podíl učitelů využívajících rytmické a hudební aktivity v hodinách matematiky může souviset s metodikou

prof. Hejného, podle které rytmizace v matematice pomáhá žákům porozumět periodicitě, násobilce, dělitelnosti, atd. a vyvolává v žácích pocit jistoty [23 s. 26].

Z výsledku vyplývá, že propojování učiva matematiky a hudební výchovy není tak časté, jako u jiných vyučovaných předmětů. Přesto je častější, než jsem očekávala.

Výzkumný cíl č. 1 se nepotvrdil.

Výzkumný cíl č. 2: *Použití rytmických a hudebních aktivit v hodinách matematiky zvyšuje motivovanost a pozornost žáků.*

S tímto výzkumným cílem souvisí otázky č. 9 – 12 v dotazníku pro učitele, reflexe z odučených hodin a hodnocení aktivit od žáků.

Z mého pozorování, ale i z odpovědí učitelů a žáků vyplývá, že rytmické a hudební aktivity žáky baví (viz Graf 5 a 7). Protože jsou hodiny pro žáky zábavnější, jsou žáci lépe motivovaní a více se snaží. Díky dynamičnosti hodin udržují žáci snadněji pozornost a jsou více soustředění na práci.

Výzkumný cíl č. 2 se potvrdil.

Výzkumný cíl č. 3: *Rytmické a hudební aktivity vedou k lepším výkonům v matematice.*

S posledním výzkumným cílem souvisí otázky č. 11 – 12 v dotazníku pro učitele a reflexe z odučených hodin. Tento výzkumný cíl také úzce souvisí s výzkumným cílem č. 2. Pokud jsou žáci motivovaní k učení a na práci se soustředí, měli by dosahovat lepších výsledků.

Z dotazníku pro učitele vyplývá, že rytmické a hudební aktivity by mohly vést k lepším výkonům žáků v matematice (viz Graf 6). S tímto tvrzením nesouhlasí pouze 2,4 % učitelů a polovina učitelů na tuto otázku nemá jasnou odpověď.

Na základě odpovědí z dotazníku (otázku č. 12) a částečně i z vlastního pozorování žáku lze říci, že díky používání rytmických a hudebních aktivit jsou žáci v hodinách matematiky aktivnější, rychleji/snadněji pochopí nebo si zapamatují probíranou látku a navíc u žáků dochází k celkovému rozvoji lidské osobnosti, která se projeví nejen v matematice, ale i v dalších oblastech vzdělávání.

Výzkumný cíl č. 3 se potvrdil.

Závěr

Hlavním cílem diplomové práce bylo posoudit vliv rytmických a hudebních aktivit na rozvoj matematických znalostí a dovedností žáků na 1. stupni základních škol. V teoretické části práce bylo nejprve shrnuto historické propojení mezi hudbou a matematikou, ze kterého je vidět, že ačkoli jsou hudební výchova a matematika na školách vyučovány jako oddělené předměty, obsahují mnoho společného. Na základě rozboru cílů a učiva hudební výchovy a matematiky na 1. stupni ZŠ byly navrženy možnosti, jak lze propojovat učivo v těchto předmětech s ohledem na plnění cílů zejména v matematice.

V teoretické části byly stanoveny 3 výzkumné cíle:

1. Na 1. stupni základních škol se málo využívá propojení učiva matematiky a hudební výchovy.
2. Použití rytmických a hudebních aktivit v hodinách matematiky zvyšuje motivovanost a pozornost žáků.
3. Rytmické a hudební aktivity vedou k lepším výkonům v matematice.

Pro vyhodnocení výzkumných cílů byl nejprve vytvořen dotazník pro učitele, který měl za cíl zjistit názory zkušených pedagogů na tuto problematiku a zmapovat, zda a jak je matematika a hudební výchova na 1. stupni základních škol propojována. Dále byly navrženy rytmické a hudební aktivity vhodné pro žáky 5. ročníku ZŠ, které byly vyzkoušeny v praxi. Na základě vlastního pozorování žáků, rozhovoru s třídní učitelkou a hodnocení aktivit žáky byl vyhodnocen vliv navržených rytmických a hudebních aktivit na žáky.

Na základě výsledků uvedených v kapitole 2.4 byly vyhodnoceny všechny tři výzkumné cíle. V současné době se na 1. stupni ZŠ využívá propojení hudební výchovy a matematiky více, než jsem očekávala. Výzkumný cíl č. 1 se tedy nepotvrdil. Dle odpovědí z dotazníku jsou zejména rytmické aktivity začleňovány v rámci výuky matematiky podle metodiky prof. Hejného. Přesto si myslím, že by mohlo na základních školách docházet k častějšímu propojování těchto předmětů a využívání i hudebních aktivit, které zahrnují například rozbor skladeb, práci s notovým zápisem nebo komponování vlastních krátkých melodií, které mohou vést k dalšímu rozvoji matematických dovedností.

Na rozdíl od výzkumného cíle č. 1 se výzkumný cíl č. 2 potvrdil dle odpovědí z dotazníku učitelů, vlastního pozorování žáků i hodnocení aktivit žáky. Rytmické a hudební

aktivity žáky baví a jsou díky tomu motivováni pracovat a být v hodinách aktivnější. Hodiny jsou díky používání různých aktivit dynamičtější a žáci neztrácí pozornost.

Podle odpovědí z dotazníku pro učitele vyplývá, že rytmické a hudební aktivity mohou vést a i vedou k lepším výkonům v matematice. Konkrétně jsou žáci aktivnější, snadněji nebo rychleji si zapamatují novou látku a pochopí učivo matematiky s pomocí analogie z hudby. Podle mého názoru žáci pomocí hudby relativně snadno pochopili například základy kombinatoriky. Bohužel jsem neměla možnost tuto skutečnost s ničím porovnat, protože se kombinatorika na 1. stupni ZŠ běžně nevyučuje. Většina aktivit, které jsem odučila, obsahovala pro žáky již známé učivo z matematiky, takže významný rozdíl mezi znalostmi žáků před aktivitami a po aktivitách nebyl. V budoucnu bych ráda vyzkoušela podobné aktivity s žáky před tím, než začnou dané učivo probírat v matematice.

Přestože nám hudební výchova dává mnoho možností, jak žáky rozvíjet, ne vždy se tomu tak děje. Někteří učitelé hudební výchovy si myslí, že stačí s žáky zpívat písničky. Žáci to často ale vidí jinak. Z rozhovoru s žáky, které jsem měla možnost učit, jsem zjistila, že jsou zklamaní, že se v hodinách hudební výchovy často jen zpívá a nic se vlastně neučí. Žáci jsou rádi aktivní a kreativní a hudební výchova k tomu vyloženě vybízí. Proč jim tedy nedat možnost se v hodinách hudební výchovy vzdělávat i v matematice.

Podle mého názoru má cenu hledat možnosti, jak propojovat hudební výchovu a matematiku na 1. stupni základních škol. Jak se potvrdilo i v několika zahraničních studiích, jsou tyto aktivity pro žáky přínosné. Problémem v praxi ovšem mohou být nedostatečné znalosti nebo schopnosti učitelů z obou oborů. Pouze člověk, který dostatečně rozumí jak matematice, tak hudbě může žákům nabídnout smysluplné a dostatečně motivující aktivity, které budou vést u žáků k lepším výkonům nejen v matematice.

Seznam použité literatury

[1] MAOR, E. *Hudba v číslech, čísla v hudbě: od Pythagora k Schoenbergovi*. Přeložil Vít PENKALA. Praha: Argo, 2020. Aliter (Argo: Dokořán). ISBN 978-80-7363-979-2.

[2] HOMOLOVÁ, Z. *Matematické a logické principy v hudbě* [online]. Brno, 2018 [cit. 2023-02-27]. Dostupné z: https://is.muni.cz/th/d862u/. Bakalářská práce. Masarykova univerzita, Pedagogická fakulta.

[3] LIVIO, M. *Zlatý řez: příběh fí, nejpodivuhodnějšího čísla na světě*. Praha: Argo, 2006. ISBN 978-80-7363-064-5.

[4] OLSEN, S.A. *Záhadný zlatý řez: největší tajemství přírody*. 2. vyd. v českém jazyce. Přeložil Petr HOLČÁK. Praha: Dokořán, 2013. Pergamen. ISBN 978-80-7363-566-4.

[5] HOMOLOVÁ, Z. Hudba 20. století v kontextu matematiky a logiky [online]. Brno, 2022 [cit. 2023-03-06]. Dostupné z: https://is.muni.cz/th/b8rnn/. Diplomová práce. Masarykova univerzita, Pedagogická fakulta.

[6] ČERNÁ, M. Implementace hudební výchovy do dalších vzdělávacích oblastí na 1. stupni ZŠ. *Teoretické reflexe hudební výchovy* [on-line]. 2016, 12(2), s. 1–8. [cit. 2023-06-07]. ISSN 1803-1331. Dostupné z: http://www.ped.muni.cz/wmus/studium/doktor/teoreticke_reflexe_hv_12_2/cerna_m.pdf

[7] POČTOVÁ, L. *Vliv hudby na rozvoj osobnosti a využití muzikoterapeutických technik a prvků v pedagogické praxi*. 2014. Dizertační práce. Univerzita Karlova, Filozofická fakulta, Katedra pedagogiky.

[8] AN, S.A.,TILLMAN, D.A., BOREN, R., WANG, J. Fostering Elementary Students' Mathematics Disposition through Music-Mathematics Integrated Lessons. *International Journal for Mathematics Teaching and Learning* [online]. 2014 [cit. 2023-06-13]. Dostupné z: https://eric.ed.gov/?redir=http%3a%2f%2fwww.cimt.plymouth.ac.uk%2fjournal%2fan.pdf

[9] AZARYAHU, L., ADI-JAPHA, E. “MusiMath” - a music-based intervention program for learning patterns and symmetry. *The Journal of Experimental Education* [online]. 2022, **90**(2), 319-343 [cit. 2023-06-13]. ISSN 0022-0973. doi:10.1080/00220973.2020.1799316

[10] AZARYAHU, L., BROZA, O., COHEN, S., HERSHKOVITZ, S., ADI-JAPHA, E. Development of creative thinking patterns via math and music. *Thinking Skills and Creativity* [online]. 2023, **47** [cit. 2023-06-13]. ISSN 18711871. doi:10.1016/j.tsc.2022.101196

[11] LOVEMORE, T.S., ROBERTSON, S., GRAVEN, M. Enriching the teaching of fractions through integrating mathematics and music. *South African Journal of Childhood Education* [online]. 2021, **11**(1) [cit. 2023-06-13]. ISSN 2223-7682. doi:10.4102/sajce.v11i1.899

[12] ROLDÁN ROA, E., ROLDÁN ROA, É., CHOUNTA, I. Learning Music and Math, Together as One: Towards a Collaborative Approach for Practicing Math Skills with Music. *Collaboration Technologies and Social Computing* [online]. Cham: Springer International Publishing, 2020, 2020-08-31, s. 143-156 [cit. 2023-06-13]. Lecture Notes in Computer Science. ISBN 978-3-030-58156-5. doi:10.1007/978-3-030-58157-2_10

[13] RAJIĆ, S. Mathematics and music game in the function of child's cognitive development, motivation and activity. *Early Child Development and Care* [online]. 2021, **191**(9), 1468-1480 [cit. 2023-06-13]. ISSN 0300-4430. doi:10.1080/03004430.2019.1656620

[14] ČERNUŠÁK, G. *Dějiny evropské hudby*. 3., přehl. a dopln. vyd., (v Pantonu 1. vyd.). Praha: Panton, 1964.

[15] MAREŠ, M. *Příběhy matematiky: stručná historie královny věd*. 2., rev. vyd. Příbram: Pistorius & Olšanská, 2011. ISBN 978-80-87053-64-5.

[16] PAPADOPOULOS, A. Mathematics and music theory: From pythagoras to rameau. *The Mathematical Intelligencer* [online]. 2002, **24**(1), 65-73 [cit. 2023-06-13]. ISSN 0343-6993. doi:10.1007/BF03025314

[17] DESCARTES, R. *Abrégé de musique: Compendium musicae*, ed. and trans. Buzon, F.. Paris: Presses Universitaires de France. 1987 (1650).

[18] BORŇÁS, E. *Generování hudby pomocí markovských řetězců*. Praha, 2021. Bakalářská práce. Vysoká škola ekonomická v Praze, Fakulta informatiky a statistiky.

[19] DUŠÁNKOVÁ, S. *Hudební výchova v mezipředmětových vztazích na 1. stupni základních škol* [online]. Diplomová práce. 2018-11-28T14:46:26Z [cit. 2023-02-21]. Dostupné z: https://dspace.tul.cz/handle/15240/37422.

[20] EDEROVÁ, M. *Využití hudebně kreativních postupů v mezipředmětových vztazích* [online]. Diplomová práce. 2020-02-28T12:55:04Z [cit. 2023-02-21]. Dostupné z: https://dspace.tul.cz/handle/15240/154537.

[21] PRÍDAVKOVÁ, A. et al. *Matematika a hudobná výchova - interakčné stimulanty v primárnej edukácii*. Prešov: Prešovská univerzita, Pedagogická fakulta, 2021. ISBN 9788055528182.

[22] *Rámcový vzdělávací program pro obor vzdělání 72 – 41 – M/01 Informační služby* [online]. Praha: MŠMT, 2021 [cit. 2023-02-21]. Dostupné z: https://www.edu.cz/wp-content/uploads/2021/07/RVP-ZV-2021.pdf

[23] JÁNOŠKOVÁ, Z. *Využití hudební výchovy v hodinách matematiky na 1. stupni ZŠ aneb Pane učiteli, zazpíváme si*. Praha, 2021. Diplomová práce. Univerzita Karlova, Pedagogická fakulta, Katedra matematiky a didaktiky matematiky.

[24] MÁCHOVÁ, V. Využití mezipředmětových vazeb ve výuce hudební výchovy a matematiky. Olomouc, 2011. Bakalářská práce. Univerzita Palackého v Olomouci. Pedagogická fakulta.

Seznam příloh

Příloha 1: Náhoda a pravděpodobnost – OPAKOVÁNÍ

Příloha 2: Řady (pracovní list)

Příloha 3: Řady v hudbě (pracovní list)

Příloha 4: Výpočet permutací a variací

Příloha 5: Ukázka vyplněných dotazníků od žáků

Přílohy

Příloha 1

Náhoda a pravděpodobnost – OPAKOVÁNÍ

1) Jaká je pravděpodobnost, že na minci padne „hlava“?

2) Jaká je pravděpodobnost, že na hrací kostce padne číslo 2?

3) Jaká je pravděpodobnost, že na hrací kostce padne číslo **větší** než 4?

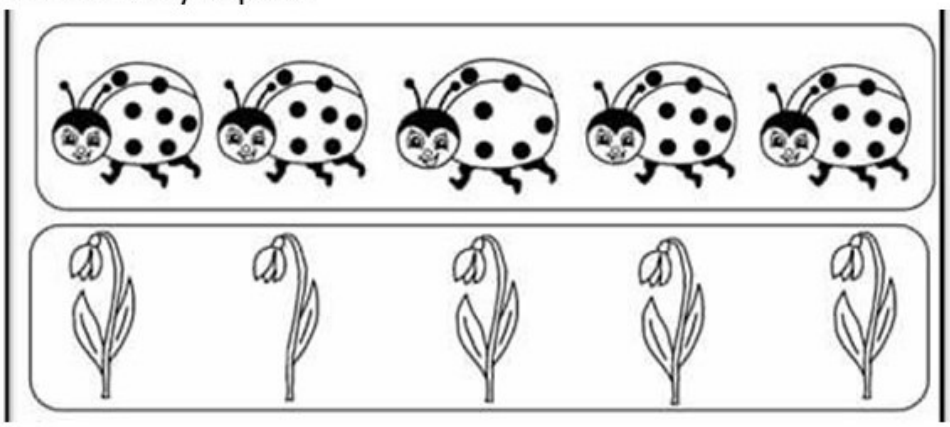
4) Jaká je pravděpodobnost, že na hrací kostce padne sudé číslo?

Příloha 2

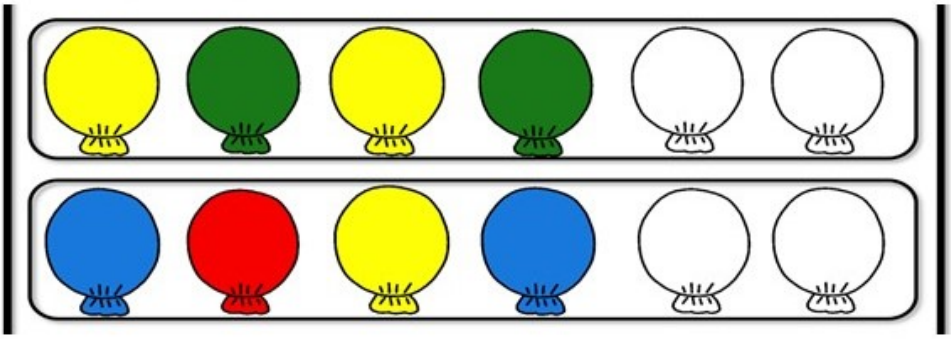
Zadání:

Řady

1. Co do řady nepatří:



2. Vezmi pastelky a dokonči řadu:



3. Doplň číselné řady:

1 4 7 10 ?

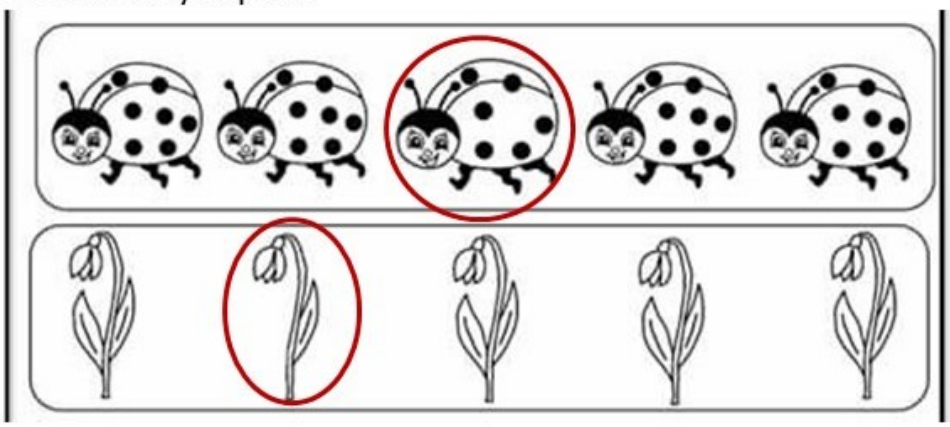
0 5 ? 15 20

3 9 27 81 ?

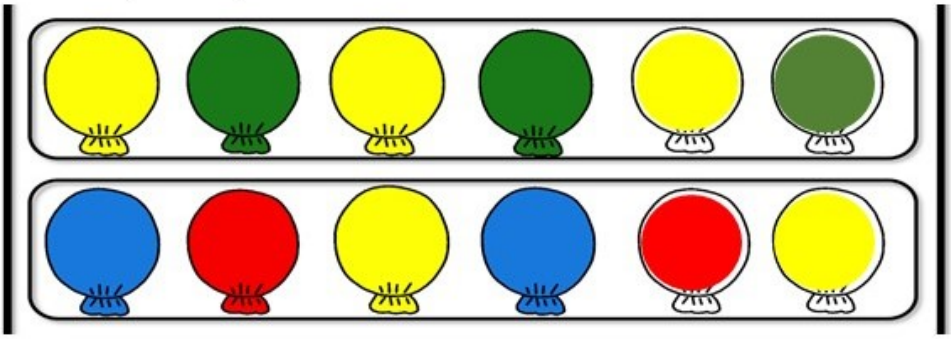
Řešení:

Řady

1. Co do řady nepatří:



2. Vezmi pastelky a dokonči řadu:



3. Doplň číselné řady:

1 4 7 10 ?13

0 5 ?10 15 20

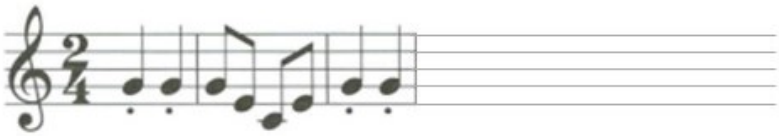
3 9 27 81 ?243

Příloha 3

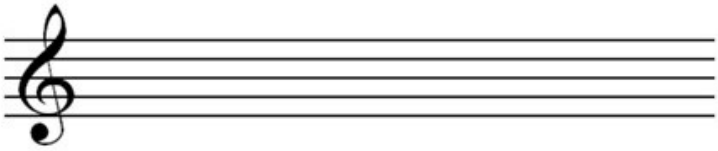
Zadání:

Řady v hudbě

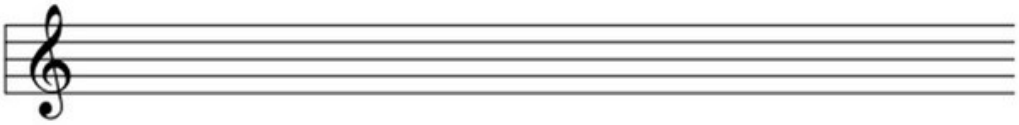
1. Doplň noty:

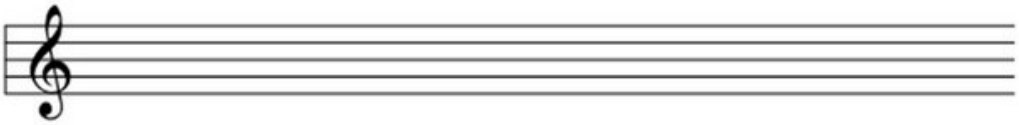


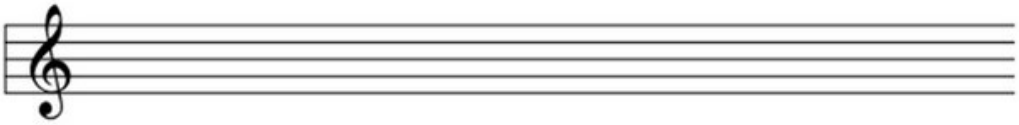
2. Vymysli model (krátkou melodii) z 5 not, kdy každá leží na jiné notové lince:

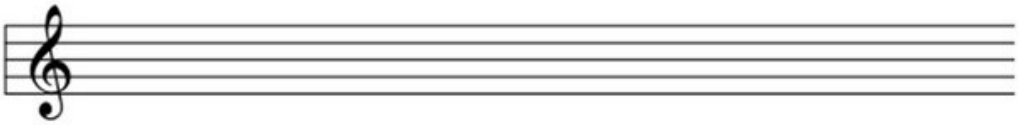


3. Napiš základní řadu, řadu raka, řadu v převratu a řadu raka v převratu







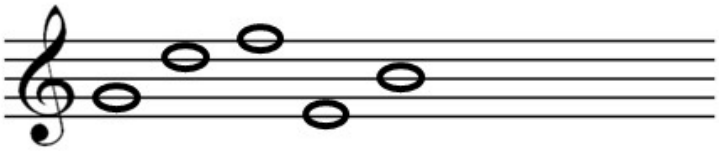


Možné řešení:

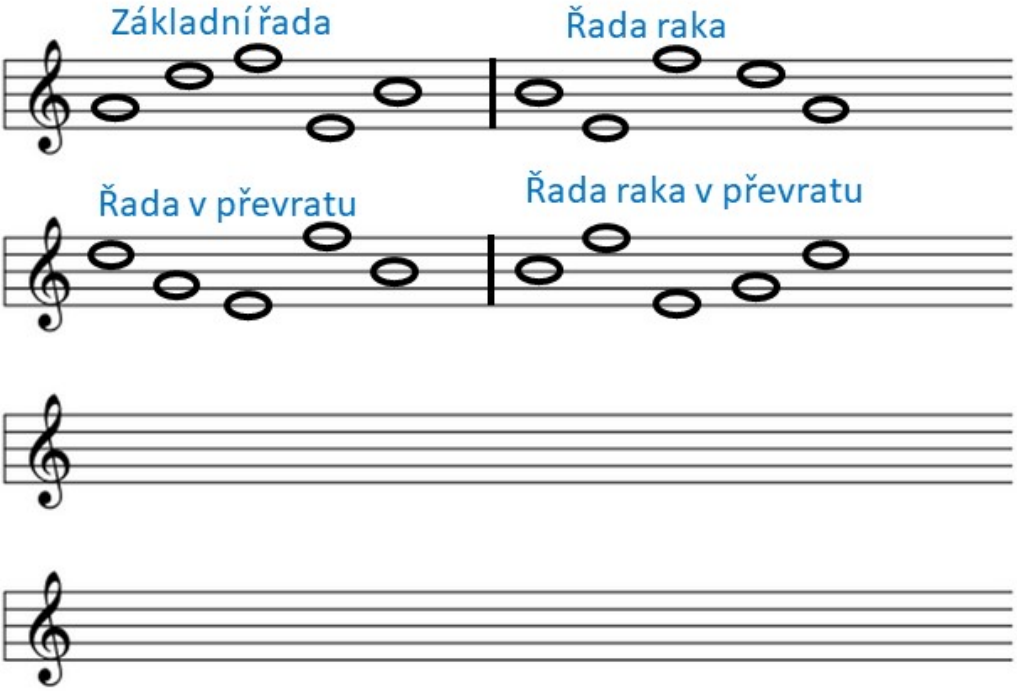
Řady v hudbě

1. Doplň noty:

2. Vymysli model (krátkou melodii) z 5 not, kdy každá leží na jiné notové lince:



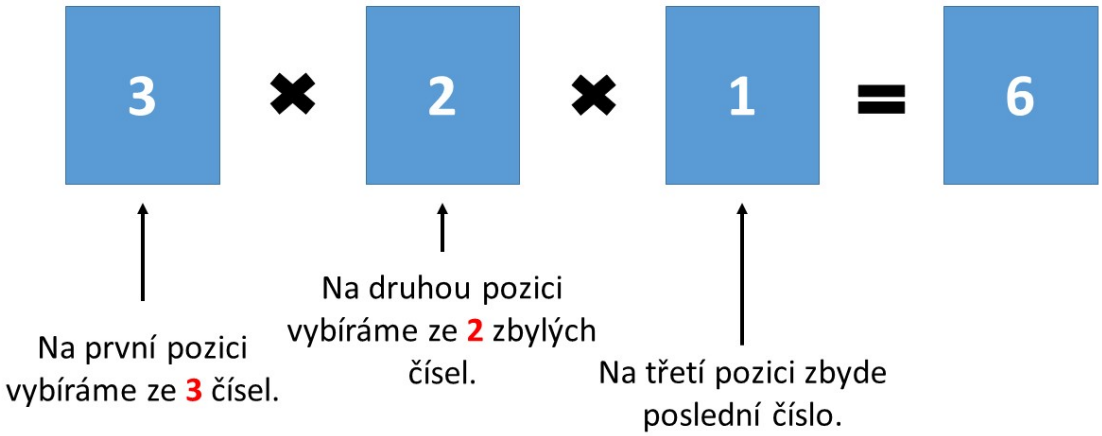
3. Napiš základní řadu, řadu raka, řadu v převratu a řadu raka v převratu



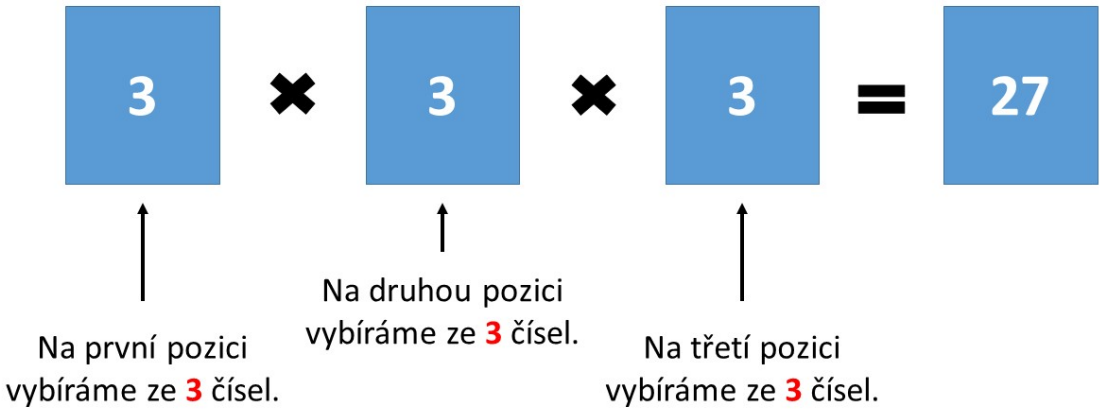
Příloha 4

Výpočet permutací:

Vybíráme ze 3 prvků, obsazujeme 3 pozice (bez opakování):

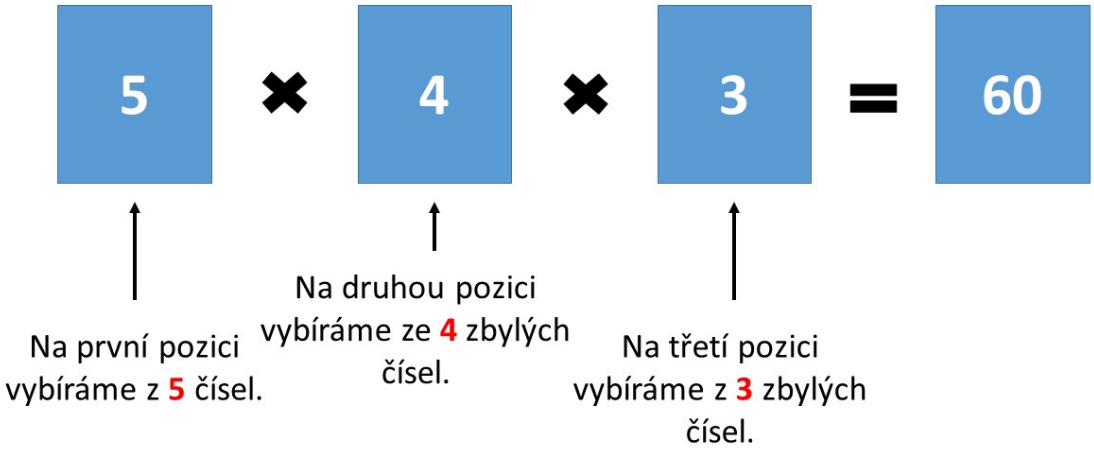


Vybíráme ze 3 prvků, obsazujeme 3 pozice (lze opakovat):

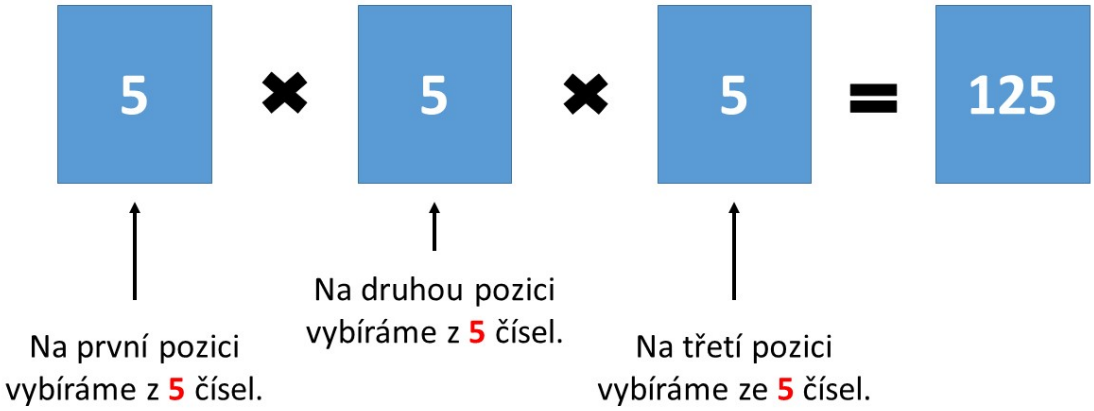


Výpočet variací:

Vybíráme z 5 prvků, obsazujeme 3 pozice (bez opakování):

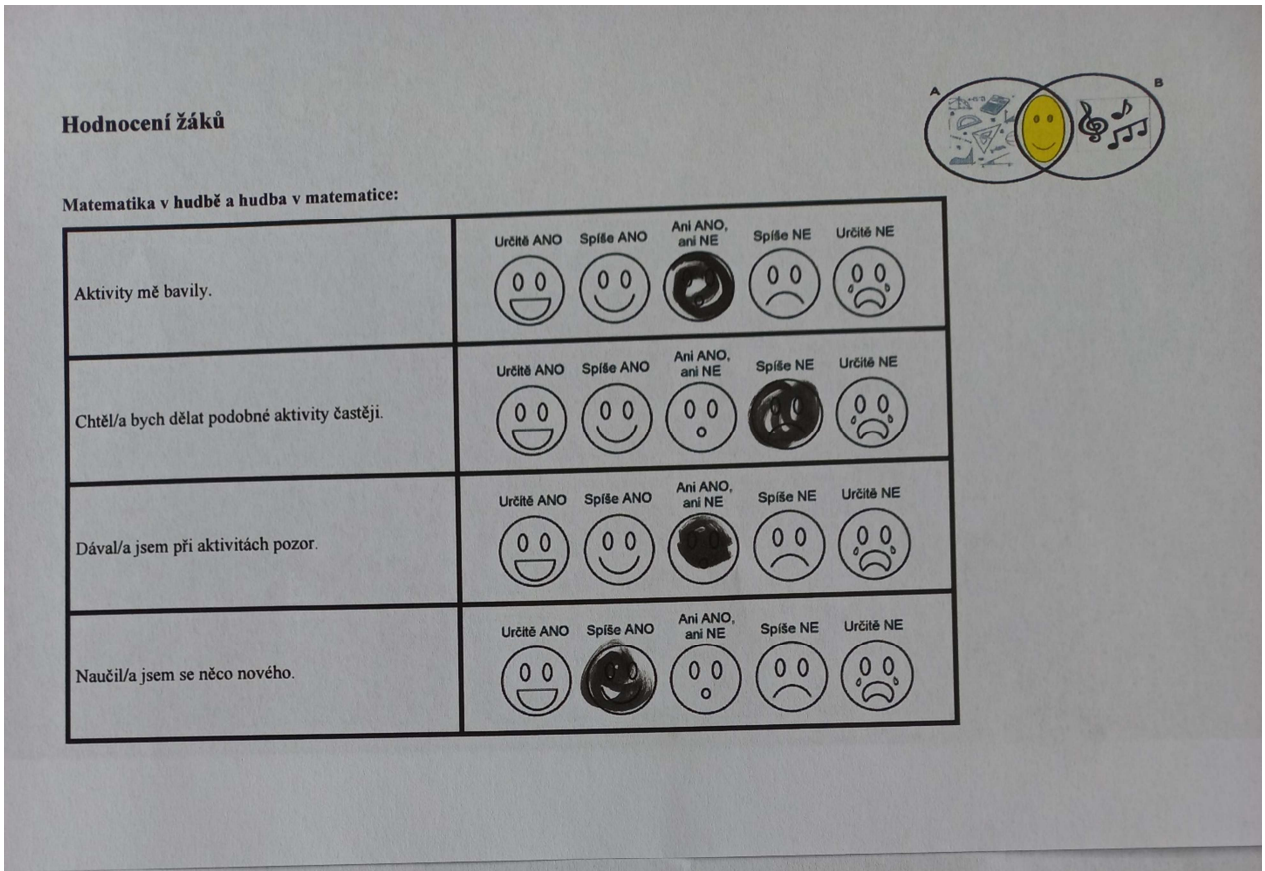


Vybíráme z 5 prvků, obsazujeme 3 pozice (lze opakovat):



Příloha 5

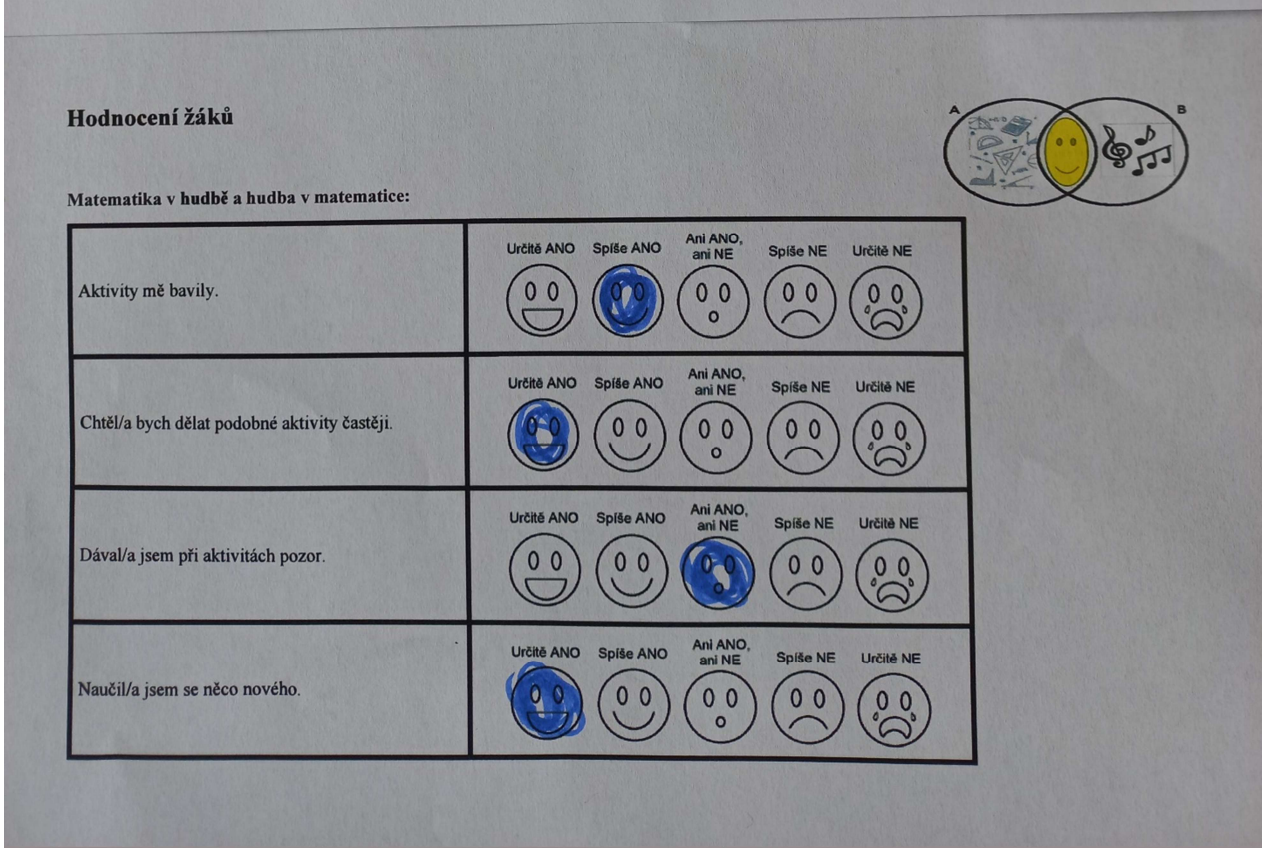
Ukázka vyplněných dotazníků od žáků:



Hodnocení žáků

Matematika v hudbě a hudba v matematice:

	Určitě ANO	Spíše ANO	Ani ANO, ani NE	Spíše NE	Určitě NE
Aktivity mě bavily.			●		
Chtěl/a bych dělat podobné aktivity častěji.				●	
Dával/a jsem při aktivitách pozor.			●		
Naučil/a jsem se něco nového.		●			



Hodnocení žáků

Matematika v hudbě a hudba v matematice:

	Určitě ANO	Spíše ANO	Ani ANO, ani NE	Spíše NE	Určitě NE
Aktivity mě bavily.		●			
Chtěl/a bych dělat podobné aktivity častěji.	●				
Dával/a jsem při aktivitách pozor.			●		
Naučil/a jsem se něco nového.	●				