Vysoká škola strojní a textilní v Liberci

nositelka Řádu práce

FAKULTA STROJNÍ

Obor: 23-40-8

IDENTIFIKACE PARAMETRŮ SYSTÉMU V UZAVŘENÉ REGULAČNÍ SMYČCE.

Dagmar Denková /roz.Jemelková/

Vedoucí diplomové práce: ing.Jiří Svoboda / VŠST Liberec,KTK/

KTK FS 025

Rozsah práce a příloh

Počet stran 54

Počet příloh

a tabulek 12

Počet obrázků 28

Počet výkresů 0

Počet modelů

nebo jiných příloh 0

Datum: 30.května 1982

Místopřísežně prohlašuji, že jsem diplomovou práci vypracovala samostatně s použitím uvedené literatury.

V Liberci dne 30. května 1982

Podpis Denhová Dagmar

Vysoká škola: VŠST Liberec Fakulta: strojní

Katedra: technické kybernetiky Školní rok: 1981/82

ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

(PROJEKTU, UMĚLECKÉHO DÍLA, UMĚLECKÉHO VÝKONU)

pro s. Dagmar D e n k o v o u (roz. Jenalrovou)

obor automatizované systémy řízení výrobních procesů ve strojírenství

Vedoucí katedry Vám ve smyslu nařízení vlády ČSSR č. 90/1980 Sb., o státních závěrečných zkouškách a státních rigorozních zkouškách, určuje tuto diplomovou práci:

Název tématu: Identifikace parametrů systému v uzavřené regulační smyčce

Zásady pro vypracování:

1) Seznamte se s možnostmi identifikace parametrů systému s regulátorem ve zpětné vazbě. K identifikaci parametrů použijte metodu nejmenších čtverců.

2) Sestavte program pro ověření možnosti identifikace v uzavřené regulační smyčce.

3) Na konkrétních příkladech ověřte způsoby dosažení identifikovatelnosti parametrů systému.

OBSAH

Rozsah grafických prací:

Rozsah průvodní zprávy: 50 stran

Seznam odborné literatury:

1. Svoboda, J.: Možnosti identifikace parametrů systému v uzavřené regulační smyčce. Výzkumná zpráva – KTK, VŠST, Liberec (rukopis).
2. Strejc, V.: Stavová teorie lineárního diskrétního řízení. Academia, Praha 1978.

Vedoucí diplomové práce: Ing. Jiří Svoboda

Datum zadání diplomové práce: 15.9.1981

Termín odevzdání diplomové práce: 4.6.1982

L.S.

Doc.Ing.Ján Alaxin,CSc.
Vedoucí katedry

Doc.RNDr Bohuslav Stříž,CSc.
Děkan

V Liberci dne 11.9. 1981

Místopřísežně prohlašuji, že jsem diplomovou práci vypracovala samostatně s použitím uvedené literatury.

V Liberci dne 30. května 1982

Podpis ...Senková Dagmar...

OBSAH

1 ÚVOD

Hlavním úkolem současné hospodářské politiky ČSSR je zvyšování efektivnosti rozvoje národního hospodářství. Mezi rozhodující prostředky ke splnění cílů rozvoje československého národního hospodářství patří kybernetizace výrobních a řídících procesů.

Pod pojmem " kybernetizace " se rozumí přestavba řízení, využívání moderních matematických a matematicko-ekonomických metod teorii řízení a současných technických prostředků /zejména počítačů/ k řešení složitých problémů řízení ve všech oblastech života naší společnosti.

Úkolem základního výzkumu v technických vědách pro léta 1981 - 1985 je poskytnout podklady pro rozvoj řídící a automatizační techniky se zaměřením na kybernetizaci a elektronizaci.

Cílem vědecko-technického rozvoje je uplatňování vyššího stupně mechanizace, automatizace a robotizace ucelených výrobních procesů, linek a úseků na dosažení vyšší intezifikace a časového a funkčního využití strojů a zařízení i na další snížení podílu namáhavých prací, jako i na větší využití laboratorní a zkušební přístrojové techniky, a to při současném využívání automatizovaných systémů řízení technologických procesů v průmyslu, stavebnictví, dopravě, spojích a v zemědělství.

Rozvoj elektrotechnického průmyslu, hlavně mikroelektrotechniky a prostředků automatizace je nejdůležitější pro splnění náročných úkolů ve všech odvětvích národního hospodářství, tak jak to stanovil XVI. sjezd KSČ.

Pro řešení problémů optimalizace řízení a pro odhad chování soustavy slouží výsledky identifikace. Identifikace soustav je experimentální zjištění vlastností těchto soustav. Výsledkem identifikace jsou pak obvykle statické a dynamické charakteristiky soustav, matematický či logický popis chování soustav a pod. Na základě výsledků identifikace je možno stanovit modely soustav a celých zařízení a řešit potřebné problémy mimo vlastní zařízení. Je možno vyzkoušet všechny varianty provozu bez nákladného a často i nebezpečného experimentování a vybrat z hlediska technického a ekonomického nejvýhodnější variantu. Např. návrh vhodného regulátoru a správné nastavení jeho parametrů závisí na chování regulované soustavy. Předběžné určení chování nebývá pro účely optimalizace dostatečně přesné a proto je nutné zjistit vlastnosti soustavy přesněji identifikací /4/

Tato diplomová práce sleduje možnosti identifikace parametrů systémů s regulátorem ve zpětné vazbě pomocí metody nejmenších čtverců.

V první části je popsán princip metody nejmenších čtverců. Ve druhé je proveden teoretický rozbor možností identifikace parametrů systému s regulátorem ve zpětné vazbě. Dále tato práce obsahuje popis programu pro ověření možností identifikace v uzavřené smyčce, grafické znázornění výsledků identifikace konkrétních příkladů a v závěru je celkové zhodnocení získaných výsledků.

2 METODA NEJMENŠÍCH ČTVERCŮ

Při identifikaci se může postupovat buď tzv. matematicko-fyzikální analýzou nebo experimentální analýzou. Metody experimentální analýzy lze obecně rozdělit na metody deterministické a stochastické. Mezi stochastické experimentální metody identifikace patří i metoda nejmenších čtverců./2/

U stochastických metod experimentální analýzy se připouští libovolný, předem neurčený, počáteční stav a libovolný vstupní signál. Kromě užitečného vstupního signálu působí na soustavu i parazitní šum, jehož statické vlastnosti nemusí být vždy předem známy. Stochastické metody přitom umožňují výjádřit kvalitu odhadů v statistickém smyslu např. rozptylem./2/

Metoda nejmenších čtverců patří mezi nejstarší metody řešení. Od doby, kdy ji K. F. Gauss v roce 1795 navrhl a poprvé použil k výpočtu drah "těles nebeských", nalezla tato metoda uplatnění v nejrůznějších oblastech, a umožnila tak posuzovat mnohé úkoly z jednotného teoretického hlediska./2/

V této práci je metoda nejmenších čtverců použita k identifikaci parametrů systému s regulátorem ve zpětné vazbě.

Metoda nejmenších čtverců spočívá v minimalizaci kritéria:

$$J = \sum_{i=1}^{N} E_i^2 \qquad /2.0/$$

Uvažujeme lineární regresní model, který můžeme popsat rovnicí:

$$Y_k = \sum_{i=1}^{n} A_i \cdot Y_{k-i} + \sum_{i=0}^{n} B_i \cdot U_{k-i} + E_k \qquad /2.1/$$

kde E_k je náhodná proměnná, která má tyto důležité vlastnosti/2/:

a/ Nulovou střední hodnotu $E_{E_k}=0$

b/ Nekorelovanost s okamžitou hodnotou vstupu a s minulými hodnotami vstupu a výstupu

$$E_{E_k U_{k-\varkappa}} = 0 \; ; \varkappa = 0,1,\ldots k$$

$$E_{E_k Y_{k-\varkappa}} = 0 \; ; \varkappa = 1,2,\ldots k$$

c/ Posloupnost E_k je posloupnost vzájemně nekorelovaných náhodných proměnných

$$E_{E_k E^T_{k-\varkappa}} = 0 \; ; \varkappa = 1,2,\ldots k$$

Rovnici//2.1/ můžeme formálně přepsat na jednoduchý tvar:

$$Y_k = F^T . X_k + E_k \qquad ; k=1,2,\ldots N \qquad /2.2/$$

kde

$$F^T = \left[B_n, A_n, \ldots\ldots B_1, A_1, B_0\right]$$

$$X_k^T = \left[U^T/k-n/, Y^T/k-n/, \ldots\ldots U^T/k-1/, Y^T/k-1/, U^T/k/\right]$$

n...řád soustavy

Rovnici /2.2/ napišme v transponovaném tvaru:

$$Y^T = F . X_k^T + E_k^T \qquad /2.3/$$

a rozepíšeme ji na soustavu lineárních rovnic:

$$Y = F . X + E \qquad /2.4/$$

kde

$$Y = \begin{bmatrix} Y_k \\ Y_{k+1} \\ \vdots \\ Y_{k+N-1} \end{bmatrix} \qquad F = \begin{bmatrix} B_0 \\ A_1 \\ B_1 \\ \vdots \\ A_n \\ B_n \end{bmatrix} \qquad E = \begin{bmatrix} E_k \\ E_{k+1} \\ \vdots \\ E_{k+N-1} \end{bmatrix}$$

$$X = \begin{bmatrix} U_k & , Y_{k-1} & , U_{k-1} & , \ldots\ldots U_{k-n} \\ U_{k+1} & , Y_k & , U_k & , \ldots\ldots U_{k-n+1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ U_{k+N-1} & , Y_{k+N-2} & , U_{k+N-2} & , \ldots\ldots U_{k+N-n-1} \end{bmatrix}$$

Z /2.4/ vyplývá: $E = Y - F \cdot X$

Po dosazení do /2.0/ dostáváme:

$$J = \sum_{i=1}^{N} E_i^2 = E^T \cdot E = \left(Y - F \cdot X\right)^T \cdot \left(Y - F \cdot X\right) \qquad /2.5/$$

za předpokladu, že $X^T \cdot X$ je regulární matice, vypočteme vektor hledaných parametrů podle podmínky $\frac{\partial J}{\partial F} = 0$. Současně musí platit, že $\frac{\partial}{\partial F}\left[\frac{\partial J}{\partial F}\right]^T$ je pozitivně definitní.

Dostaneme:

$$\hat{F} = \left(X^T \cdot X\right)^{-1} \cdot X^T \cdot Y \qquad /2.6/$$

$\hat{F}$...je odhad parametrů ve smyslu zvoleného kritéria

F...matice skutečných hodnot

Kritérium $J = \sum_{i=1}^{N} E_i^2$ splňuje požadavek, aby způsob identifikace nezávisel na počtu měření. Hodnota tohoto kritéria pro $N \rightarrow \infty$ roste nadevšechny meze./1/

Kritérium $J = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} E_i^2$, splňuje požadavek, aby hodnota kritéria byla konečná, závislá na počtu měření./.Počet měření je N/ /1/

3 MOŽNOSTI IDENTIFIKACE V UZAVŘENÉ REGULAČNÍ SMYČCE

Model systému, který chceme určit, budeme předpokládat ve tvaru:

$$Y_k = \sum_{i=1}^{n} A_i \cdot Y_{k+i} + \sum_{i=0}^{n} B_i \cdot U_{k+i} + E_k \qquad /3.1/$$

Vytvoříme matici: X

vektory: F, Y

Nejlepší odhad parametrů, který minimalizuje kriterium:

$$J = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} E_i^2 \qquad /3.2/$$

je $$\hat{F} = \left(\frac{1}{N} \cdot X^T X\right)^{-1} \cdot \frac{1}{N} X^T Y \qquad /3.3/$$

Po vykrácení N odhad parametrů nezávisí na počtu měření. Počet měření zde funguje jen jako veličina, která brání narůstání matic $X^T X$, $X^T Y$ nadevšechny meze.

Nutnou podmínkou proto, aby systém byl identifikovatelný podle metody nejmenších čtverců je, aby matice $X^T X$ byla regulární, to znamená, aby její determinant byl různý od nuly. /1/

3.1 IDENTIFIKACE PARAMETRŮ SYSTÉMU S KONSTANTNÍM REGULÁTOREM VE ZPĚTNÉ VAZBĚ

Máme systém s konstantními koeficienty:

$$Y_k = A.Y_{k-1} + B.U_{k-1} + E_k \qquad /3.1.1/$$

E_k splňuje podmínky:
$$E_{E_k} = 0$$
$$E_{E_kE_j} = 0 \;;\; k\neq j$$
$$E_{E_kE_j} = j \;;\; k=j$$
$$E_{E_kY_j} = 0 \;;\; k>j$$
$$E_{E_kU_j} = 0 \;;\; k>j$$

Odhad parametrů budeme provádět minimalizací kritéria:

$$J=\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} E_i \,.E_i \;;\; N\to\infty \qquad /3.1.2/$$

$$X = \begin{bmatrix} Y_{k-1} & , & U_{k-1} \\ Y_k & , & U_k \\ \vdots & & \vdots \\ Y_{k+N-2} & ; & U_{k+N-2} \end{bmatrix} \qquad Y = \begin{bmatrix} Y_k \\ Y_{k+1} \\ \vdots \\ Y_{k+N-1} \end{bmatrix}$$

$$\frac{1}{N}X^T.X = \frac{1}{N}.\begin{bmatrix} \sum_{i=k-1}^{k+N-2} Y_i^2 & ; \sum_{i=k-1}^{k+N-2} Y_i.U_i \\ \sum_{i=k-1}^{k+N-2} Y_i.U_i & ; \sum_{i=k-1}^{k+N-2} U_i^2 \end{bmatrix}$$

$$\frac{1}{N}X^T.Y = \frac{1}{N}.\begin{bmatrix} \sum_{i=k-1}^{k+N-2} Y_i.Y_{i+1} \\ \sum_{i=k-1}^{k+N-2} U_i\, Y_{i+1} \end{bmatrix}$$

Pro velké N můžeme součty v maticích $\frac{1}{N}.X^T.X$ a $\frac{1}{N}X^T.Y$ nahradit korelačními funkcemi .

Platí:

$$\lim_{N\to\infty}\frac{1}{N}\sum_{i=k-1}^{k+N-2} Y_i^2 = R_{yy}(0) \qquad /3.1.3/$$

$$\lim_{N\to\infty}\frac{1}{N}\sum_{i=k-1}^{k+N-2} Y_i.Y_{i+1} = R_{yy}(1) \qquad /3.1.4/$$

Potom pro odhady koeficientů platí:

$$\begin{bmatrix}\hat{A}\\ \hat{B}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}R_{yy}(0) , & R_{yu}(0)\\ R_{yu}(0) , & R_{uu}(0)\end{bmatrix}^{-1} . \begin{bmatrix}R_{yy}(1)\\ R_{yu}(1)\end{bmatrix} \qquad /3.1.5/$$

Ve zpětné vazbě uvažujeme regulátor s konstantními koeficienty: $U_k = -CY_k$

Potom určíme: $R_{yu}(0) = -C .R_{yy}(0)$ /3.1.6/

$R_{uu}(0) = C^2.R_{yy}(0)$ /3.1.7/

$$\frac{1}{N}X^T.X = \begin{bmatrix}1 , & -C\\ -C , & C^2\end{bmatrix} . R_{yy}(0) \qquad /3.1.8/$$

Obdrželi jsme singulární matici. Z toho vyplývá, že systém s konstantním regulátorem ve zpětné vazbě není identifikovatelný.

Nyní uvažujeme systém se třemi parametry:

$$Y_k = B_0.U_k + A_1.Y_{k-1} + B_1.U_{k-1} + E_k \qquad /3.1.9/$$

a regulátor: $U_k = C .Y_{K-1} + D.U_{k-1}$ /3.1.10/

Vyjádříme:

$$\frac{1}{N}X^T.X = \begin{bmatrix} R_{uu}(0) & , & R_{uy}(0) & , & R_{uu}(1) \\ R_{uy}(1) & , & R_{yy}(0) & , & R_{yu}(0) \\ R_{uu}(1) & , & R_{uy}(0) & , & R_{uu}(0) \end{bmatrix} \qquad /3.1.11/$$

V /3.1.11/ je pět neznámých veličin. Pomocí $U_k = C.Y_{k-1} + D.U_{k-1}$ vyjádříme tři v závislosti na ostatních dvou:

$$R_{uy}(1) = C.R_{yy}(0) + D.R_{uy}(0) \qquad /3.1.12/$$

$$R_{uu}(0) = \frac{C^2}{1-D^2} R_{yy}(0) + \frac{2.C.D}{1-D^2} R_{uy}(0) \qquad /3.1.13/$$

$$R_{uu}(1) = \frac{C^2.D}{1-D^2} R_{yy}(0) + \frac{1+D^2}{1-D^2} R_{uy}(0) \qquad /3.1.14/$$

Po úpravě: $\frac{1}{N} X^T.X =$

$$= \begin{bmatrix} \frac{C^2}{1-D^2}R_{yy}(0)+\frac{2CD}{1-D^2}R_{uy}(0) & , C.R_{yy}(0)+DR_{uy}(0), & \frac{C^2.D}{1-D^2}R_{yy}(0)+\frac{C/1+D^2/}{1-D^2}R_{uy}(0) \\ C.R_{yy}(0)+D.R_{uy}(0) & , \quad R_{yy}(0) \quad , & R_{uy}(0) \\ \frac{D.C^2}{1-D^2}R_{yy}(0)+C.\frac{1+D^2}{1-D^2}R_{uy}(0), & R_{uy}(0) \quad , & \frac{C^2}{1-D^2}R_{yy}(0)+\frac{2CD}{1-D^2}R_{uy}(0) \end{bmatrix}$$

První řádek vznikne lineárních kombinací ostatních dvou, matice $\frac{1}{N} X^T.X$ je singulární a systém není identifikovatelný./1/

3.2 VLIV PŘÍDAVNÝCH ŠUMŮ V REGULÁTORU NA IDENTIFIKOVATELNOST PARAMETRŮ SYSTÉMU

Máme opět systém s konstantními koeficienty:

$$Y_k = A.Y_{k-1} + B.U_{k-1} + E_k \qquad /3.2.1/$$

uvažujeme regulátor se zavedeným poruchovým signálem:

$$U_k = - C.Y_k + V_k \qquad /3.2.2/$$

pro který platí: $E_{V_i} = 0$

$$E_{V_i U_j} = 0 \quad ; \quad i > j$$

$$E_{V_i Y_j} = 0$$

Můžeme určit $R_{yu}(o) = -C.R_{yy}(0)$ /3.2.3/

$$R_{uu}(0) = C^2.R_{yy}(0) + R_{vv}(0) \qquad /3.2.4/$$

po dosazení do:

$$\frac{1}{N} X^T.X = \frac{1}{N} . \begin{bmatrix} \sum_{i=k-1}^{k+N-2} Y_i^2 & , \sum_{i=k-1}^{k+N-2} Y_i.U_i \\ \sum_{i=k-1}^{k+N-2} Y_i.U_i , & \sum_{i=k-1}^{k+N-2} U_i \end{bmatrix}$$

dostáváme:

$$\frac{1}{N} X^T.X = \frac{1}{N}. \begin{bmatrix} R_{yy}(0) & , -C.R_{yy}(0) \\ -C.R_{yy}(0) & , C^2.R_{yy}(0) + R_{vv}(0) \end{bmatrix}$$

Pro R_{vv} 0 $\neq$ 0 jsme obdrželi regulární matici a tedy systém je identifikovatelný.

Ke stanovení regulárnosti matice $\frac{1}{N} X^T X$, jsme používali pouze rovnici regulátoru. Z toho vyplývá, že to, jestli je systém identifikovatelný, závisí jen na vlastnostech regulátoru./1/

3.3 ODHADY PARAMETRŮ SYSTÉMU PRO $N \to \infty$

Odhad parametrů je dán vztahem:

$$\hat{F} = \left(\frac{1}{N} X^T . X\right)^{-1} . \frac{1}{N} X^T . Y$$

jestliže do tohoto vztahu dosadíme za $Y = X.F + E$, kde

$$F = \begin{bmatrix} A_1 \\ B_1 \\ \vdots \\ A_n \\ B_n \end{bmatrix} \qquad E = \begin{bmatrix} E_k \\ E_{k+1} \\ \vdots \\ E_{k+N-1} \end{bmatrix}$$

dostáváme:

$$F = \left(\frac{1}{N} X^T . X\right)^{-1} . \frac{1}{N} X^T . \left(X.F + E\right) = F + \left(\frac{1}{N} X^T . X\right)^{-1} . \frac{1}{N} X^T . E$$

$$\lim_{N \to \infty} \frac{1}{N} X^T . E = \lim_{N} \frac{1}{N} . \begin{bmatrix} Y_{k-1}, & Y_k, & \ldots, & Y_{k+N-2} \\ U_{k-1}, & U_k, & \ldots, & U_{k+N-2} \\ Y_{k-2}, & Y_{k-1}, & \ldots, & Y_{k+N-3} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ U_{k-n}, & U_{k-n+1}, & \ldots, & U_{k+N-n-1} \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} E_k \\ E_{k+1} \\ E_{k+2} \\ \vdots \\ E_{k+N-1} \end{bmatrix}$$

$$= \lim_{N \to \infty} \frac{1}{N} . \begin{bmatrix} E_k . Y_{k-1} + E_{k+1} . Y_k + \ldots \\ E_k . U_{k-1} + E_{k+1} . U_k + \ldots \\ \vdots \\ E_k . U_{k-n} + E_{k+1} . U_{k-n+1} + \ldots \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} R_{Ey}(1) \\ R_{Eu}(1) \\ \vdots \\ R_{Eu}(n) \end{bmatrix}$$

Podle předpokladů $E_{E_k Y_j} = 0$; pro $k > j$

$E_{E_k U_j} = 0$; pro $k > j$

se $R_{Ey}(1), R_{Eu}(1), \ldots R_{Eu}(n)$ rovnají nule a platí tedy $\lim_{N \to \infty} \hat{F} = F$

3.4 VLIV PŘÍDAVNÉHO ŠUMU NA ROZPTYL VÝSTUPU SYSTÉMU

Opět máme daný systém: $Y_k = A.Y_{k-1} + B.U_{k-1} + E_k$ /3.4.1/

a regulátor: $U_k = -C.Y_k + V_k$ /3.4.2/

$$Y_k = A.Y_{k-1} + B. \; -C.Y_{k-1} + V_{k-1} \; + E_k$$

$$Y_k = A-B.C \; .Y_{k-1} + B.V_{k-1} + E_k$$ /3.4.3/

Rozptyl výstupu systému /3.4.1/ je dán hodnotou a tedy z /3.4.3/ plyne:

$$R_{yy}(0) = \frac{\sigma^2 + B^2.R_{vv}(0)}{1-(A-B.C)^2}$$

Z toho vyplývá: - v důsledku přídavného šumu došlo ke zvýšení rozptylu výstupu

- podmínka stability systému se zpětnou vazbou je $1-(A-B.C)^2 > 0$
- rozptyl výstupu je monotonní funkcí rozptylu přídavného šumu. Bude snaha pouštět do systému šum s co nejmenší úrovní, abychom nezpůsobili přílišné zvýšení rozptylu výstupu.

Ze vztahu:

$$\begin{bmatrix} R_{yy}(0) & , -C.R_{yy}(0) \\ -C.R_{yy}(0) & , C^2.R_{yy}(0) + R_{vv}(0) \end{bmatrix} \quad \text{pro } \frac{1}{N}X^T.X$$

vyplývá, že již nepatrná úroveň šumu způsobí identifikovatelnost parametrů procesu./1/

3.5 IDENTIFIKACE PARAMETRŮ SYSTÉMU PŘI ZNALOSTI JEDNOHO PARAMETRU

Opět máme systém:

$$Y_k = B_0 \cdot U_k + A_1 \cdot Y_{k-1} + B_1 \cdot U_{k-1} \qquad /3.5.1/$$

a regulátor:

$$U_k = C_1 \cdot Y_{k-1} + C_2 \cdot U_{k-1} \qquad /3.5.2/$$

Předpokládáme znalost koeficientu B_0.

Vyjádříme:

$$\lim \frac{1}{N} X^T \cdot X = \begin{bmatrix} R_{yy}(0) & R_{yu}(0) \\ R_{yu}(0) & R_{uu}(0) \end{bmatrix} \qquad /3.5.4/$$

$$\lim \frac{1}{N} X^T \cdot Y = \begin{bmatrix} R_{yy}(1) + B_0 \cdot R_{uy}(1) \\ R_{yu}(1) + B_0 \cdot R_{uu}(1) \end{bmatrix} \qquad /3.5.3/$$

Podle /3.5.1/ a /3.5.2/ je:

$$\begin{aligned} R_{uu}(0) &= \frac{C_1^2}{1-C_2^2} \cdot R_{yy}(0) + \frac{2 \cdot C_1 \cdot C_2}{1-C_2^2} \cdot R_{yu}(1) \\ R_{yu}(0) &= B_0 \cdot R_{uu}(0) + A_1 \cdot R_{uy}(1) + B_1 \cdot R_{uu}(1) \\ R_{uu}(1) &= C_1 \cdot R_{yu}(0) + C_2 \cdot R_{uu}(0) \\ R_{uy}(1) &= C_1 \cdot R_{yy}(0) + C_2 \cdot R_{yu}(0) \end{aligned} \qquad /3.5.5/$$

Po dosazení /3.5.5/ do /3.5.4/ dostáváme regulární matici a z toho vyplývá, že systém je identifikovatelný.

3.6 GEOMETRICKÁ INTERPRETACE IDENTIFIKACE PARAMETRŮ SYSTÉMU

Máme systém:

$$Y_k = \sum_{i=1}^{n} \left(A_i . Y_{k-i} + B_i . U_{k-i} \right) + E_k \qquad /3.6.1/$$

Nyní vytvoříme lineární prostor ϑ rozměru 2.n + 1, generovaný množinou veličin:

$$\left\{ Y_k, U_{k-1}, , Y_{k-1}, \ldots\ldots\ U_{k-n} \right\}$$

V prostoru ϑ máme vytvořenou množinu bodů, které jsou dány konkretními realizacemi vztahu /3.6.1/ pro k = 1,2 ...N

Úkol identifikace: vytvoření lineárního podprostoru ϑ_1 (tj. prostoru ϑ, který vznikne proložením dané množiny bodů tak, aby $\sum_{i=1}^{N} E_i^2 \rightarrow$ min., E_i... vzdálenosti daných bodů od podprostoru ϑ_1 ve směru osy Y_k; rozměru 2.n).

Pokud vstupující poruchy E_k nebudou závislé na minulých hodnotách U,Y (tj. $Y_{k-1}, U_{k-1}, Y_{k-2}, \ldots\ldots U_{k-n}$), potom je stejná pravděpodobnost, že daná konkretní realizace bodů v prostoru ϑ leží " nad " a " pod " prostorem ϑ_1.

Regulátor s konstantními koeficienty.

$$U_k = \sum_{i=}^{n-1} C_i . Y_{k-i} + \sum_{j=1}^{n-1} D_j . U_{k-j} \qquad /3.6.2/$$

Vytyčuje lineární podprostor ϑ_3 rozměru 2.n-1 v prostoru ϑ_2. ϑ_2 je definovaný vztahem $Y_k = 0$.

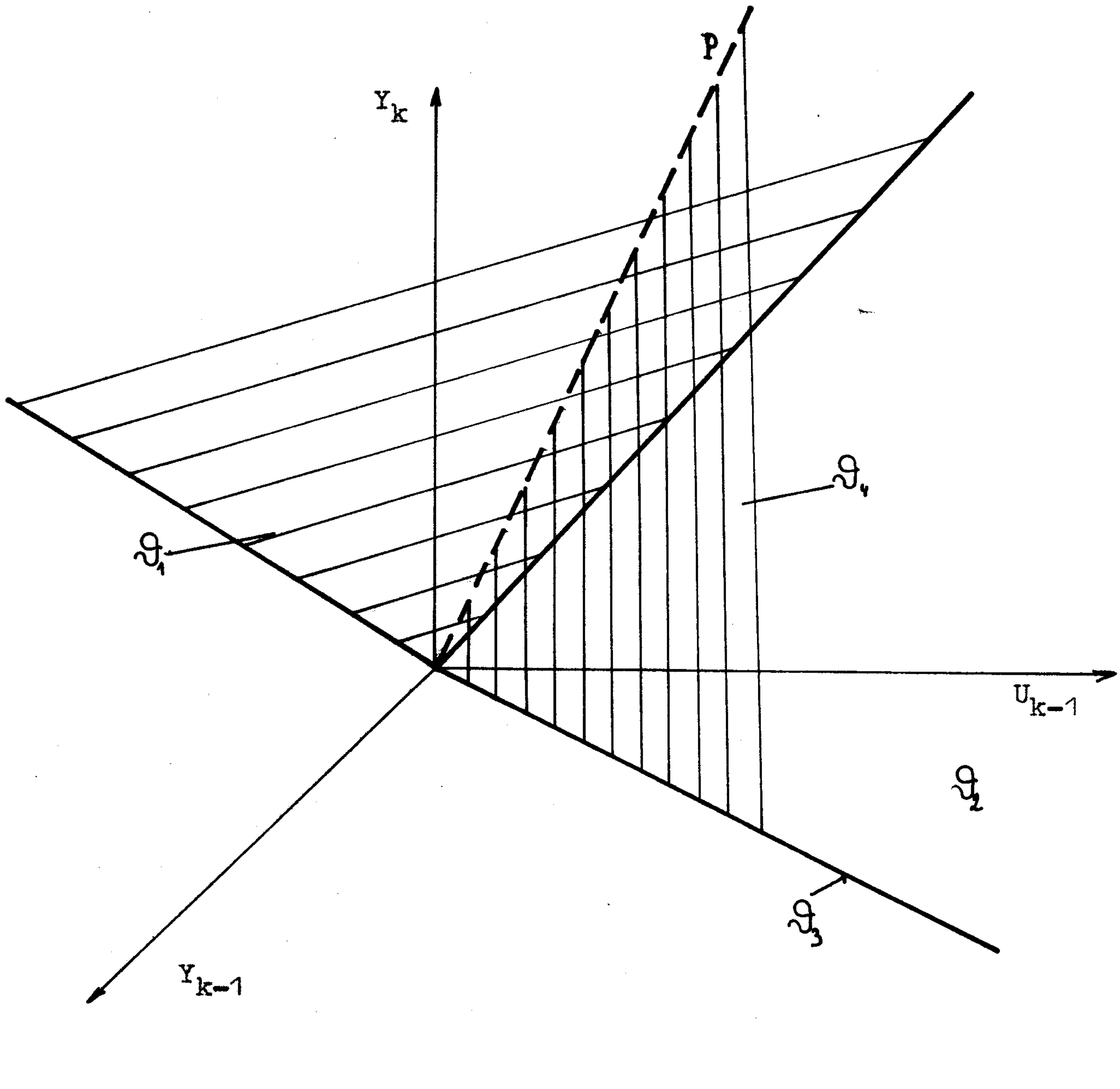
Je zřejmé, že konkretní realizace bodů podle /3.6.1/, které jsou vázány podmínkou /3.6.2/ budou ležet v podprostoru ϑ_4, který je rozměru 2.n, kolmý na hledaný prostor ϑ_1 (ϑ_1 nebude tedy dostatečně určen). /1/

Příklad:

je dán systém: $Y_k = A.Y_{k-1} + B.U_{k-1} + E_k$

regulátor: $U_k = -C.Y_k$

$$\vartheta = \{Y_k, U_{k-1}, Y_{k-1}\}$$
$$\vartheta_1 = \{Y_k, U_{k-1}, Y_{k-1} / Y_k = A.Y_{k-1} + B.U_{k-1}\}$$
$$\vartheta_2 = \{Y_k, U_{k-1}, Y_{k-1} / Y_k = 0\}$$
$$\vartheta_3 = \{Y_k, U_{k-1}, Y_{k-1} / Y_k = 0 \wedge U_{k-1} = -C.Y_{k-1}\}$$
$$\vartheta_4 = \{Y_k, U_{k-1}, Y_{k-1} / U_{k-1} = -C.Y_{k-1}\}$$

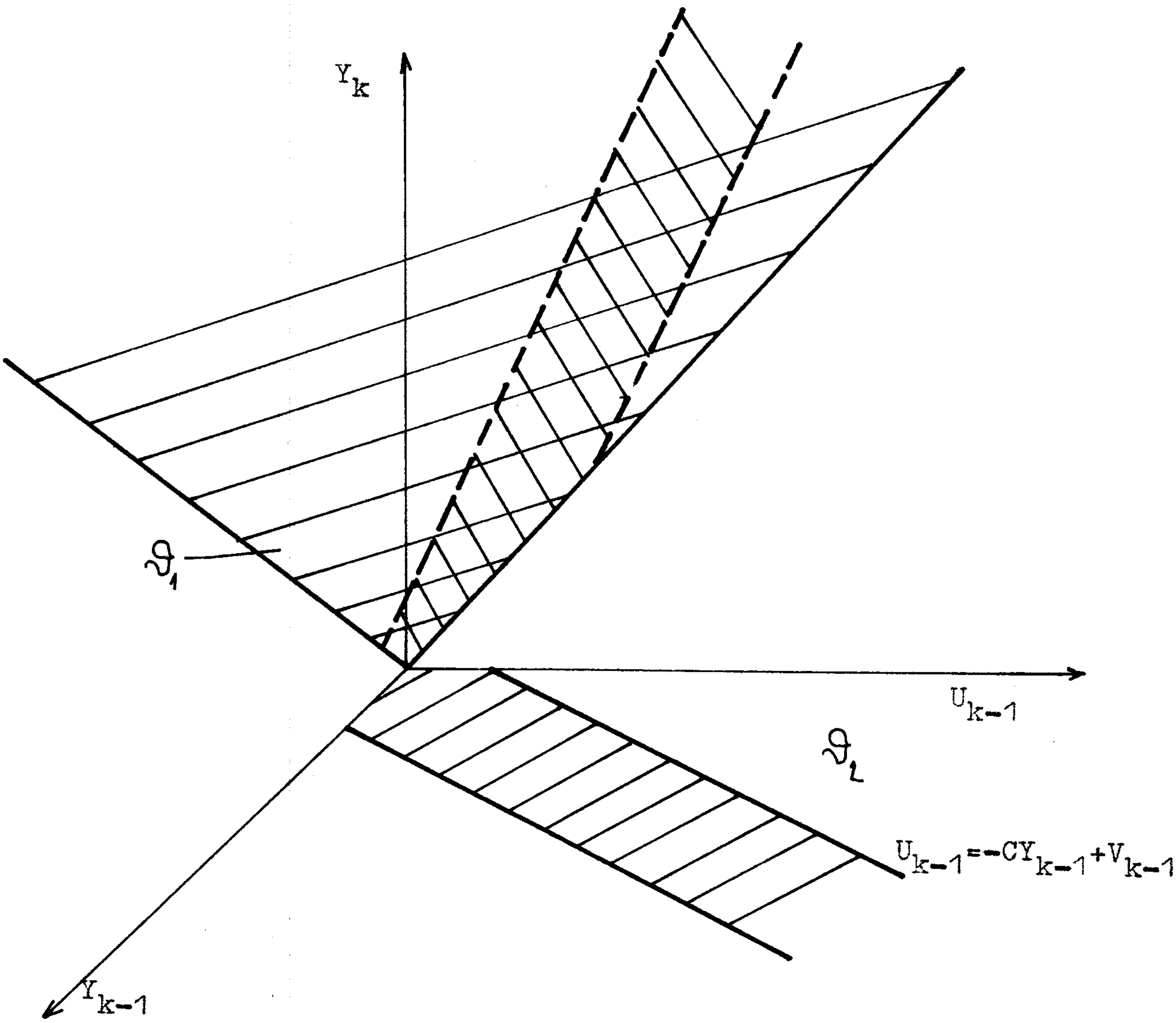


obr1. Zobrazení lineárních prostorů při identifikaci s konstantním regulátorem

K určení ϑ_1 máme jen přímku p, tj. průsečík ϑ_4 a ϑ_1. To nestačí k jednoznačnému stanovení hledané roviny. Je tedy potvrzen výsledek, že systém s konstantním regulátorem ve zpětné vazbě nelze identifikovat.

Zavedení šumu do regulátoru.

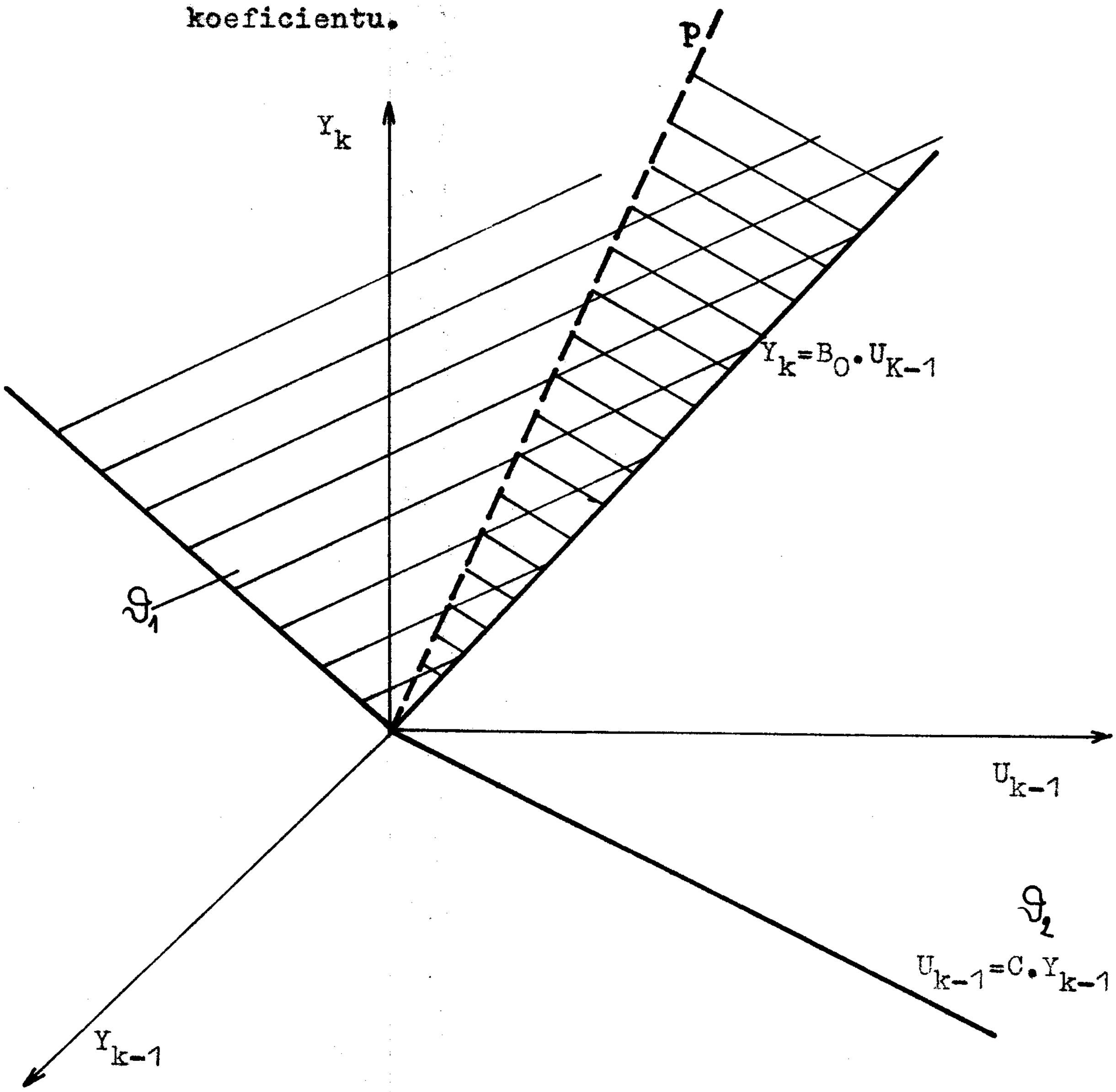
Regulátor: $U_k = -C.Y_k + V_k$



obr.2 Vliv přídavného šumu na identifikovatelnost parametrů systému.

Pro různé hodnoty V_k se přímka daná regulátorem rovnoběžně posouvá $\Rightarrow$ z konkretních realizací dostaneme množinu bodu, kterou již můžeme proložit rovinu a tedy systém je identifikovatelný.

Identifikace parametrů systému při znalosti jednoho koeficientu.



obr.3 Vliv znalosti koeficientu B_0 na identifikovatelnost.

Známe-li B_0, máme určenou přímku v ϑ_1, pak stačí již jen několik bodů mimo tuto přímku a hledaná rovina je určitelná. Při znalosti jednoho koeficientu můžeme tedy provést identifikaci i s konstantním regulátorem ve zpětné vazbě./1/

4 POPIS PROGRAMU

Program byl zpracován pro řídící počítač RPP-16 v programovacím jazyku BASIC-RPP, to je jednoduchý konverzační jazyk. Při vkládání programu se po vložení každého příkazu okamžitě indikují syntaktické a gramatické chyby a příkaz je možno okamžitě opravit. V programu je možno provádět jednoduchým způsobem úpravy a opravy, včetně vložení a vynechání příkazů./5/

Program ověřuje možnosti identifikace soustavy s regulátorem ve zpětné vazbě při nulové úrovni V, při nenulové úrovni V, a u přírustkového modelu. Sleduje konvergenci parametru, velikost determinantu $\frac{1}{N} X^T \cdot X$, rozptyl výstupu pro různé úrovně poruchy V.

Program má tyto hlavní části:
1. Čtení vstupních údajů
2. Procedury
3. Vlastní výpočet
4. Tisk výstupních údajů

4.1 POPIS VSTUPNÍCH ÚDAJŮ

Program čte vstupní data z děrné pásky. Jako data vstupují do programu následující údaje:

N1...počet kroků měření

K1...konstanta, kterou násobíme hodnotu vystupující z generátoru, abychom získali velikost poruchy V

K2...konstanta, kterou násobíme hodnotu vystupující z generátoru, abychom získali velikost šumu E

A(I)..vektor koeficientů soustavy, $A(I)=[B_0, A_1, B_1, A_2]$

C(I)..vektor koeficientů regulátoru, $C(I)=[C_1, D_1]$

4.2 POPIS PROCEDUR

V programu jsou použity dvě procedury - GENER a DET.

Procedura GENER generuje náhodná čísla, která se používají pro určení přídavné poruchy V ve smyčce a šumu E, který přichází do soustavy.

Procedura DET provádí výpočet determinantu. V programu se počítá jen determinant matice o rozměru 3 x 3, proto je tato procedura sestavena tak, že se jen násobí prvky na diagonálách a tyto součiny se potom sčítají.

4.3 VLASTNÍ VÝPOČET

Značení veličin, které dosud nebyly popsány:

$$X = \begin{bmatrix} U_k, & U_{k+1}, & \ldots, & U_{k+N1-1} \\ Y_{k-1}, & Y_k, & \ldots, & Y_{k+N1-2} \\ U_{k-1}, & U_k, & \ldots, & U_{k+N1-2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_k, & Y_{k-1}, & U_{k-1} \\ U_{k+1}, & Y_k, & U_k \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ U_{k+N1-1}, & \ldots & \end{bmatrix}$$

$$Y = \begin{bmatrix} U_k, & U_{k+1}, & \ldots, & U_{k+N1-1} \\ Y_{k-1}, & Y_k, & \ldots, & Y_{k+N1-2} \\ U_{k-1}, & U_k, & \ldots, & U_{k+N1-2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} Y_k \\ Y_{k+1} \\ \vdots \\ Y_{k+N1-1} \end{bmatrix}$$

$S(I) = [U_k, Y_{k-1}, U_{k-1}]$

G1....výstup generátoru

V....přídavná porucha

E....přídavný šum

Y 1 ..rovnice soustavy

U....rovnice regulátoru

G.....inverzní matice k X

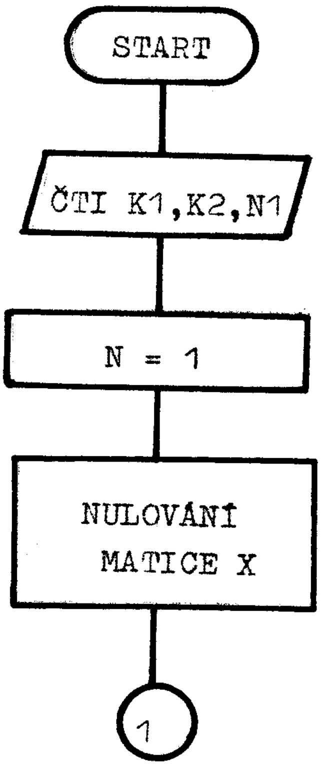
C.....odhad parametrů

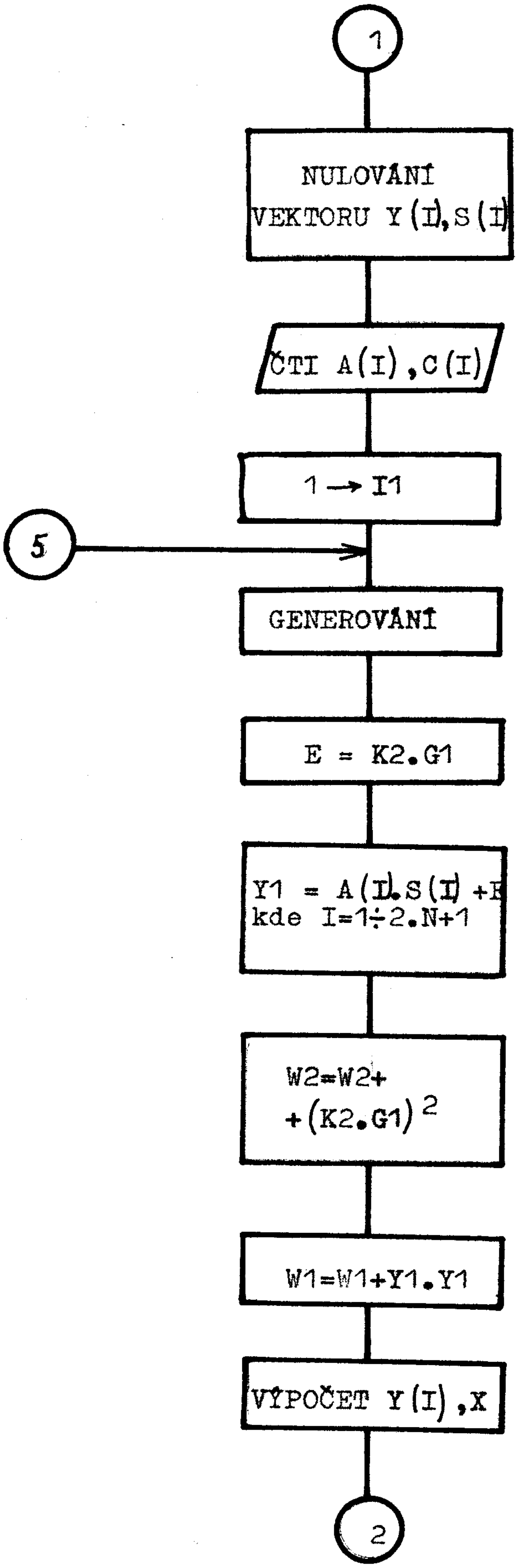
D1....determinant matice X

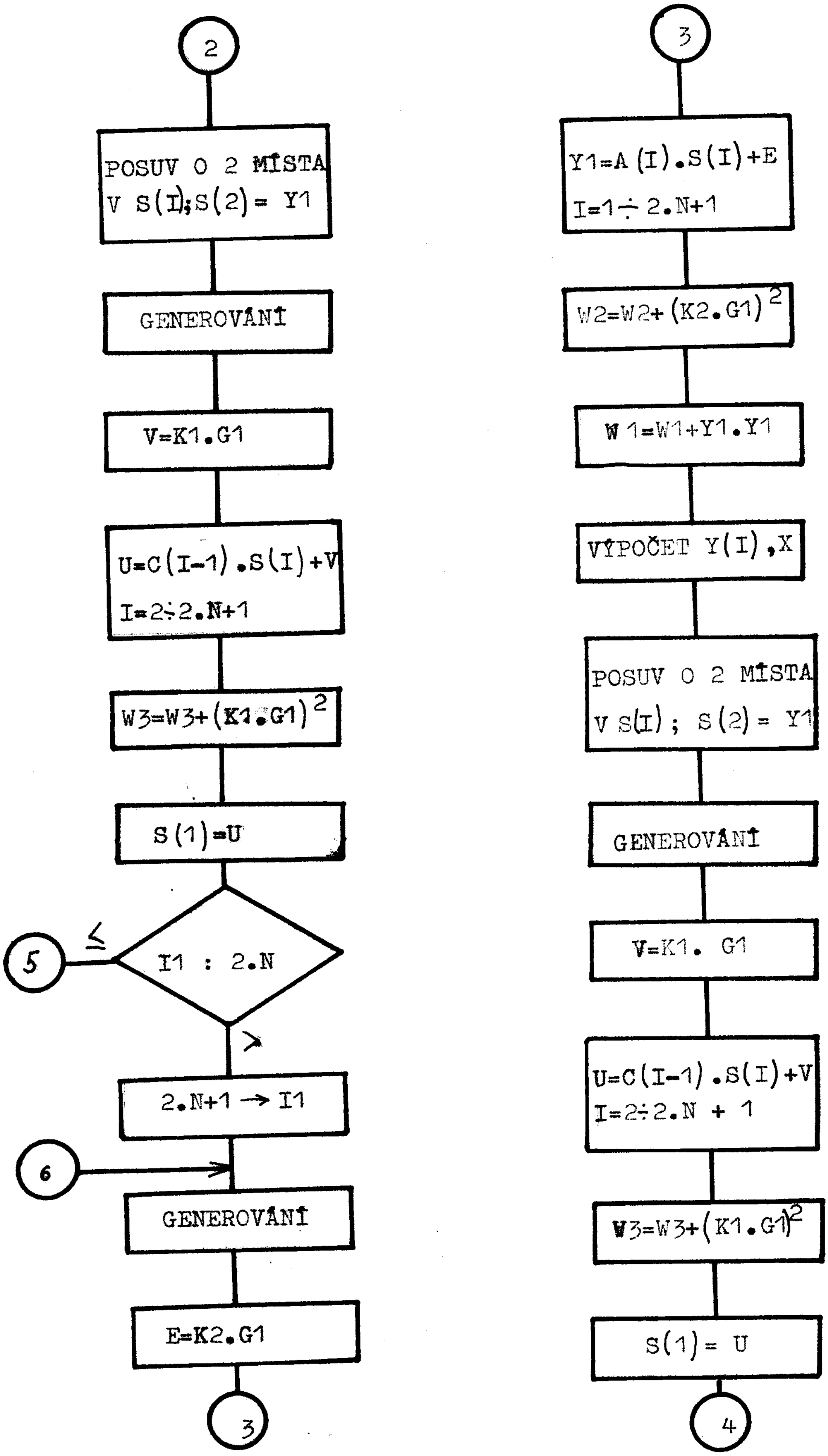
D2....$\frac{1}{N.N}$ det X

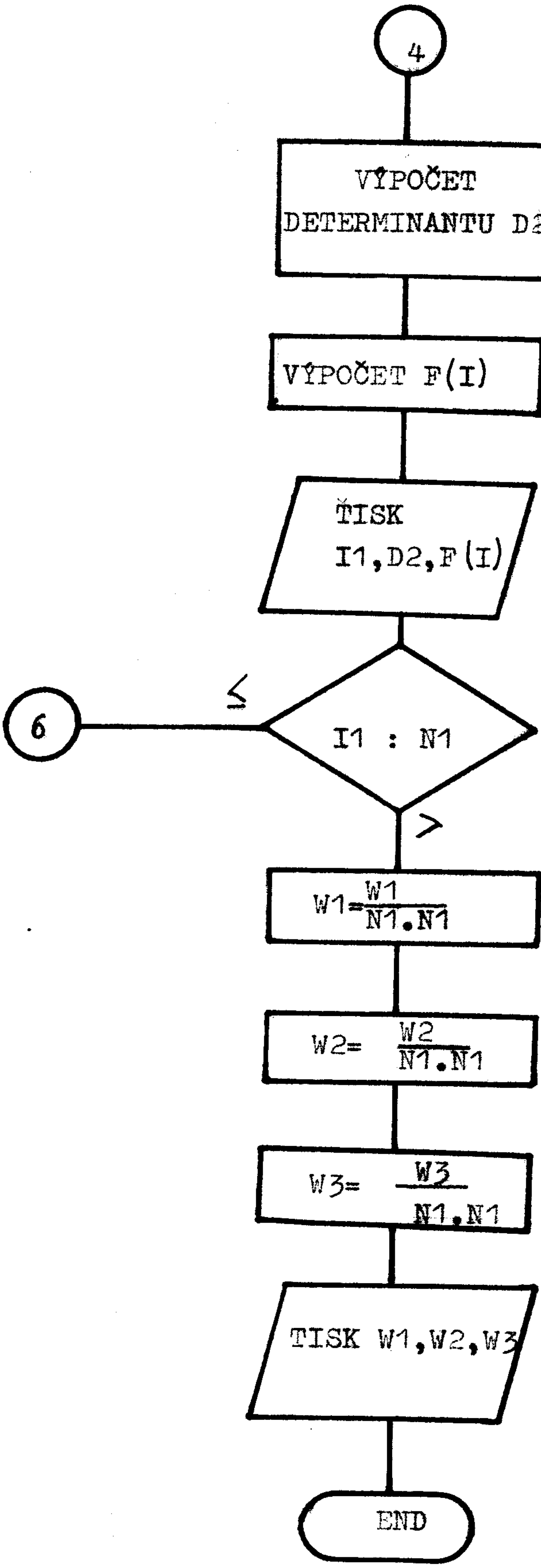
V programu se provádí při výpočtu parametrů systému výpočet inverzní matice. V prvních krocích, než dojde k zaplnění matice X nenulovými čísly, je determinant matice nulový, tj.matice je singulární. Kdyby se parametry soustavy počítaly hned od prvního kroku, tak se výpočet zastaví na řádku, kde se provádí inverze matice X /byla by hlášena chyba, že se jedná o singulární matici/. Proto je třeba nejdříve v několika prvních krocích provést výpočet Y1, sestavit matici X, vektor Y(I), posunout prvky ve vektoru S(I) o dvě místa a vypočítat U. Teprve potom můžeme spustit celý cyklus i s výpočtem parametrů soustavy.

Hrubé vývojové schéma výpočtu:




1
NULOVÁNÍ VEKTORU Y(I),S(I)
ČTI A(I),C(I)
1 → I1
5
GENEROVÁNÍ
E = K2.G1
Y1 = A(I).S(I) +E
kde I=1÷2.N+1
W2=W2+
+(K2.G1)²
W1=W1+Y1.Y1
VÝPOČET Y(I),X
2


2
POSUV O 2 MÍSTA
V S(I); S(2) = Y1
GENEROVÁNÍ
V=K1.G1
U=C(I-1).S(I)+V
I=2÷2.N+1
W3=W3+(K1.G1)²
S(1)=U
5
≤
I1 : 2.N
>
2.N+1 → I1
6
GENEROVÁNÍ
E=K2.G1
3
3
Y1=A(I).S(I)+E
I=1÷2.N+1
W2=W2+(K2.G1)²
W1=W1+Y1.Y1
VÝPOČET Y(I),X
POSUV O 2 MÍSTA
V S(I); S(2) = Y1
GENEROVÁNÍ
V=K1. G1
U=C(I-1).S(I)+V
I=2÷2.N + 1
W3=W3+(K1.G1)²
S(1)= U
4


4
VÝPOČET
DETERMINANTU D2
VÝPOČET F(I)
TISK
I1,D2,F(I)
6
≤
I1 : N1
>
W1=W1/N1.N1
W2= W2/N1.N1
W3= W3/N1.N1
TISK W1,W2,W3
END

Kromě sledování parametrů systému, determinantu matice $\frac{1}{N}X^T.X$ a rozptylů pro konstantní regulátor a pro regulátor, u kterého se mění úroveň poruchy V /velikost konstanty K1 je postupně 0.1 až 1.5/, je do zpětné vazby zaveden regulátor vyššího řádu než soustava a opět se sleduje zda je systém identifikovatelný.

4.4 POPIS VÝSTUPNÍCH ÚDAJŮ

Provádí se tisk těchto údajů:

I1 ....číslo kroku výpočtu

D2 ....determinant matice $X^T.X$, vynásobený hodnotou $\frac{11}{I1.I1}$

F(I) ....odhad parametrů systému

$$F(I) = [B_0, A_1, B_1]$$

W1 ....rozptyl výstupu

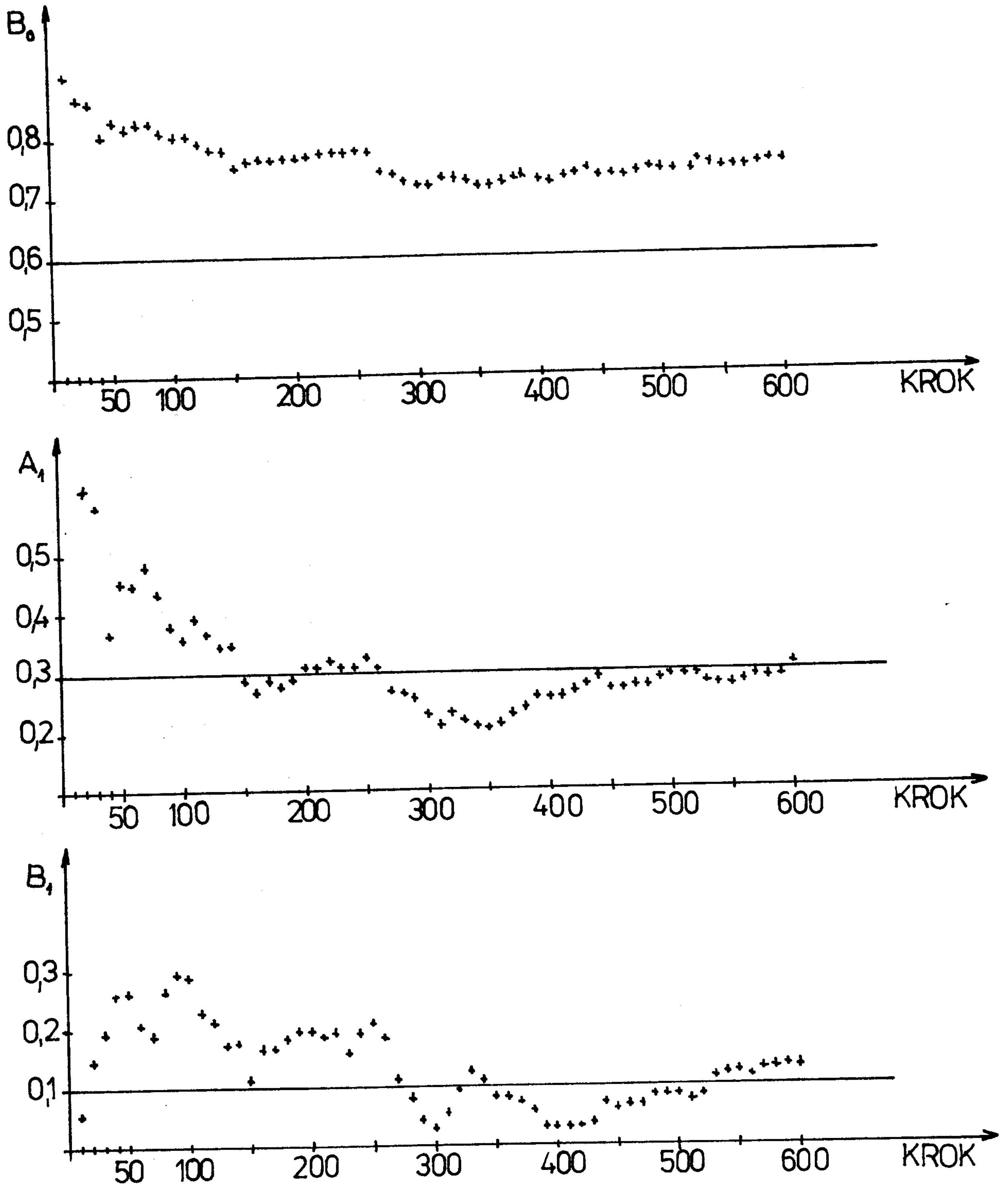
W2 ....rozptyl šumu E

W3 ....rozptyl poruch V

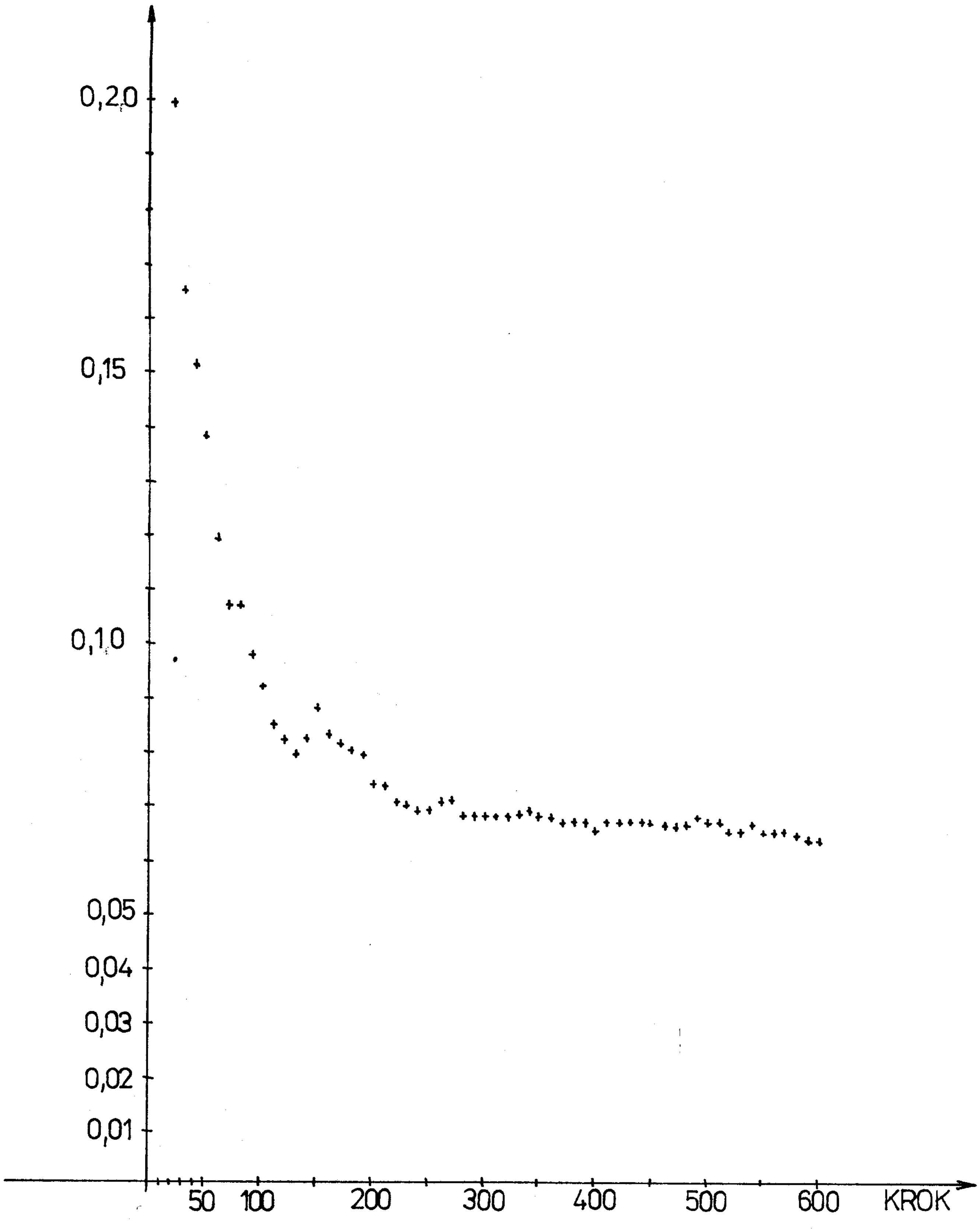
Hodnoty I1 , D2 , F(I) se tisknou průběžně , hodnoty W1, W2 , W3 po ukončení N1 kroků výpočtu.

5 GRAFICKÉ ZNÁZORNĚNÍ VÝSLEDKŮ

5.1 KONSTANTNÍ REGULÁTOR VE ZPĚTNÉ VAZBĚ

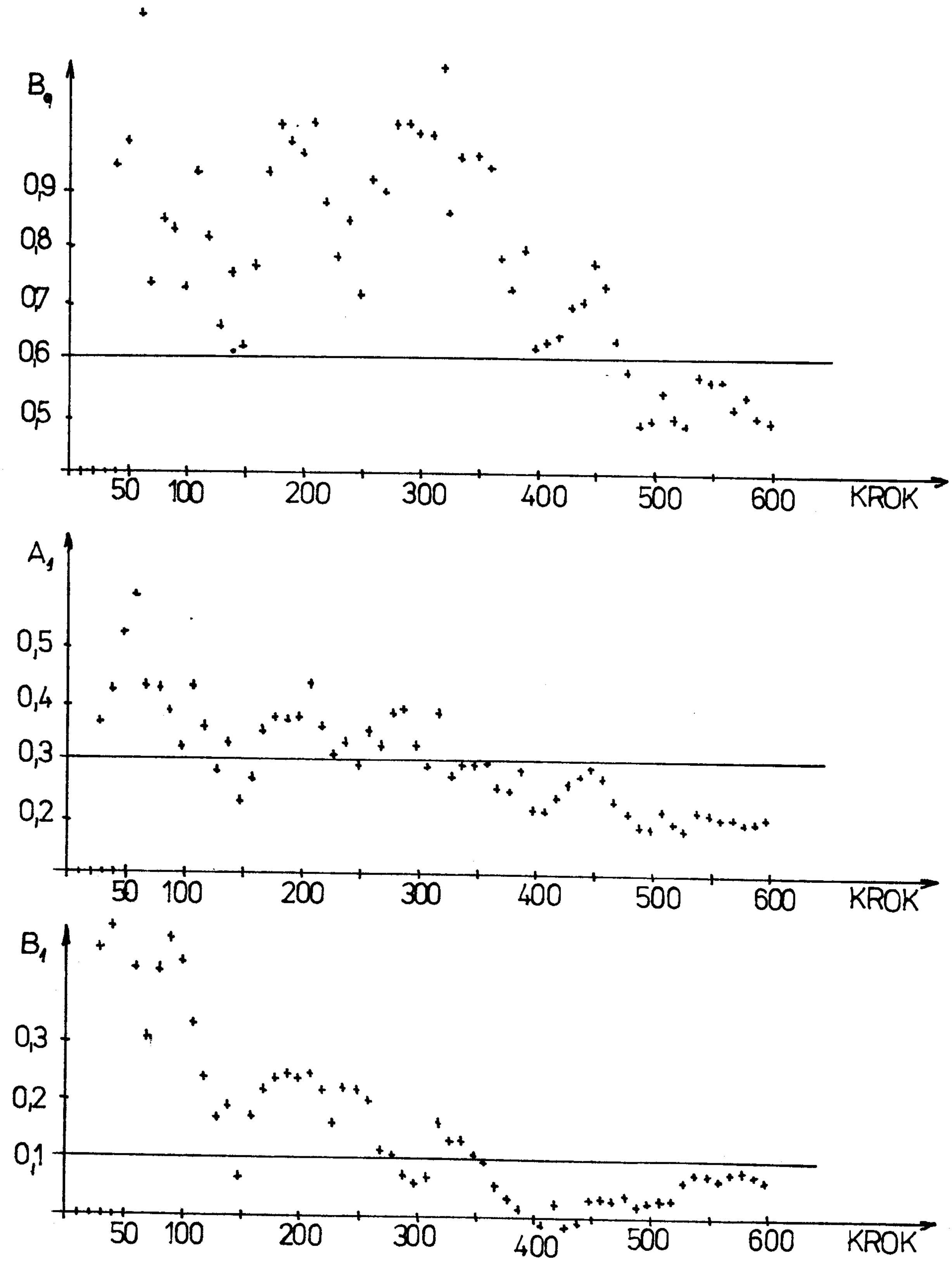


obr.4 Průběh parametrů systému pro V = 0

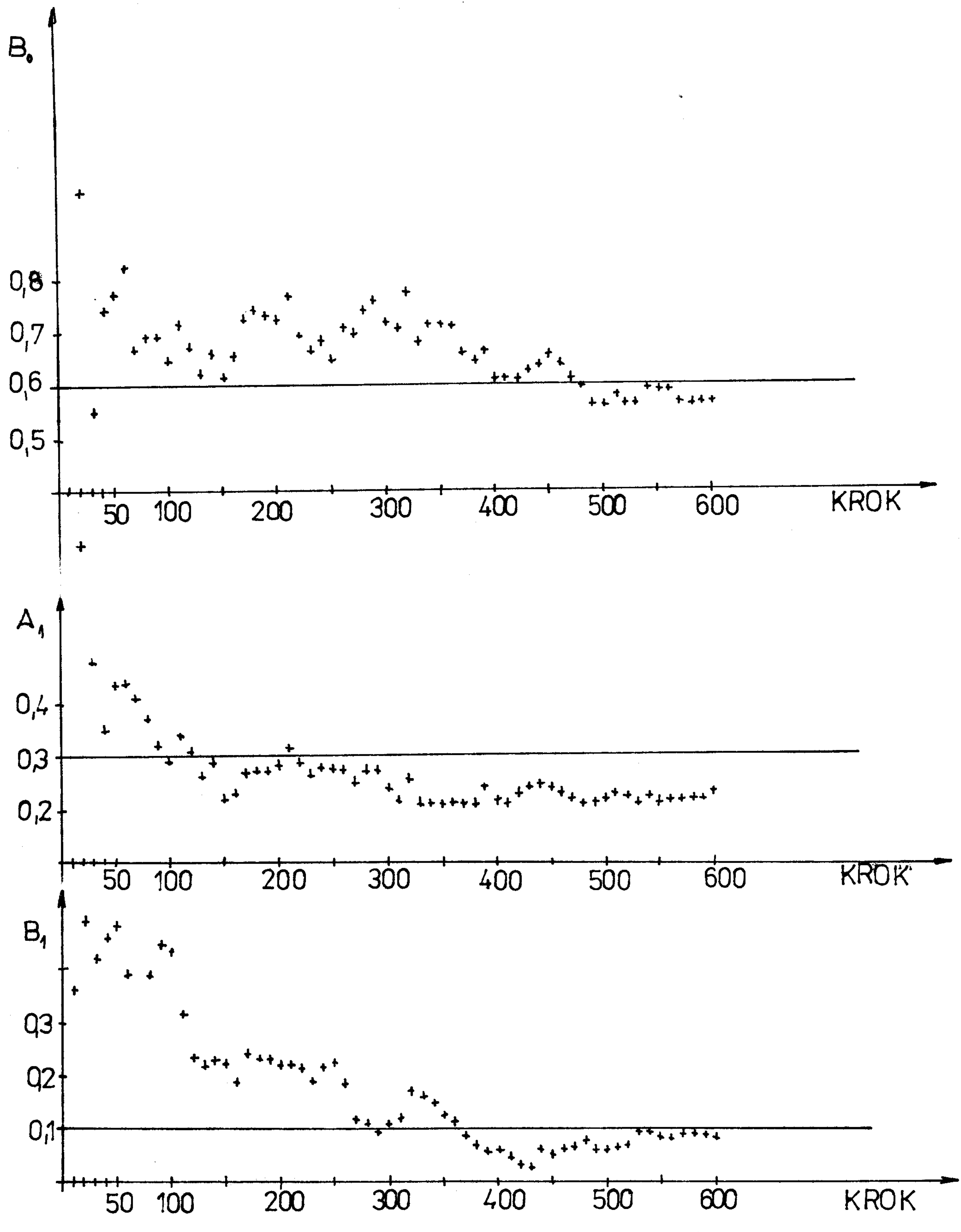


obr.5 Průběh determinantu $\left(\frac{1}{N} X^{T}.X\right)$ pro V ≠ 0.

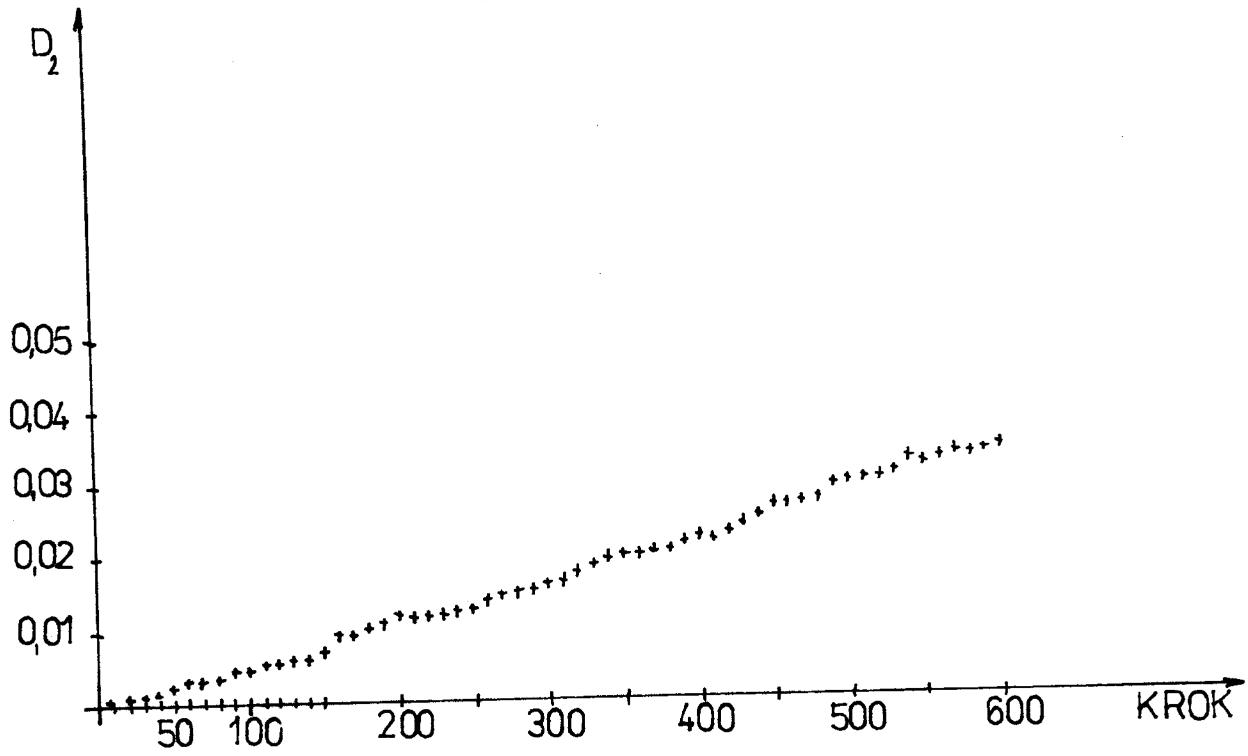
5.2 PŘÍDAVNÝ ŠUM V REGULÁTORU



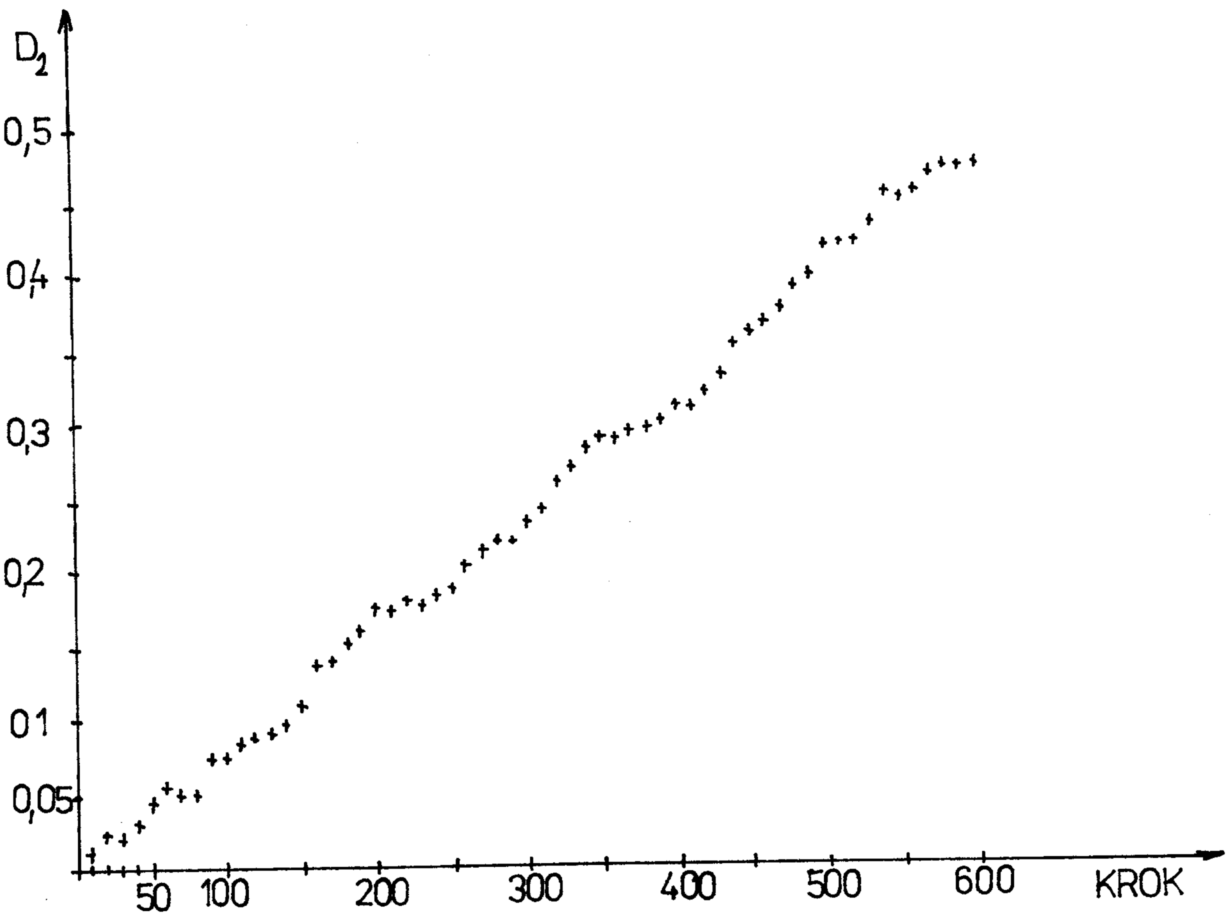
obr.6 Průběh parametrů systému pro K1 = 0.1 a K2 = 1.



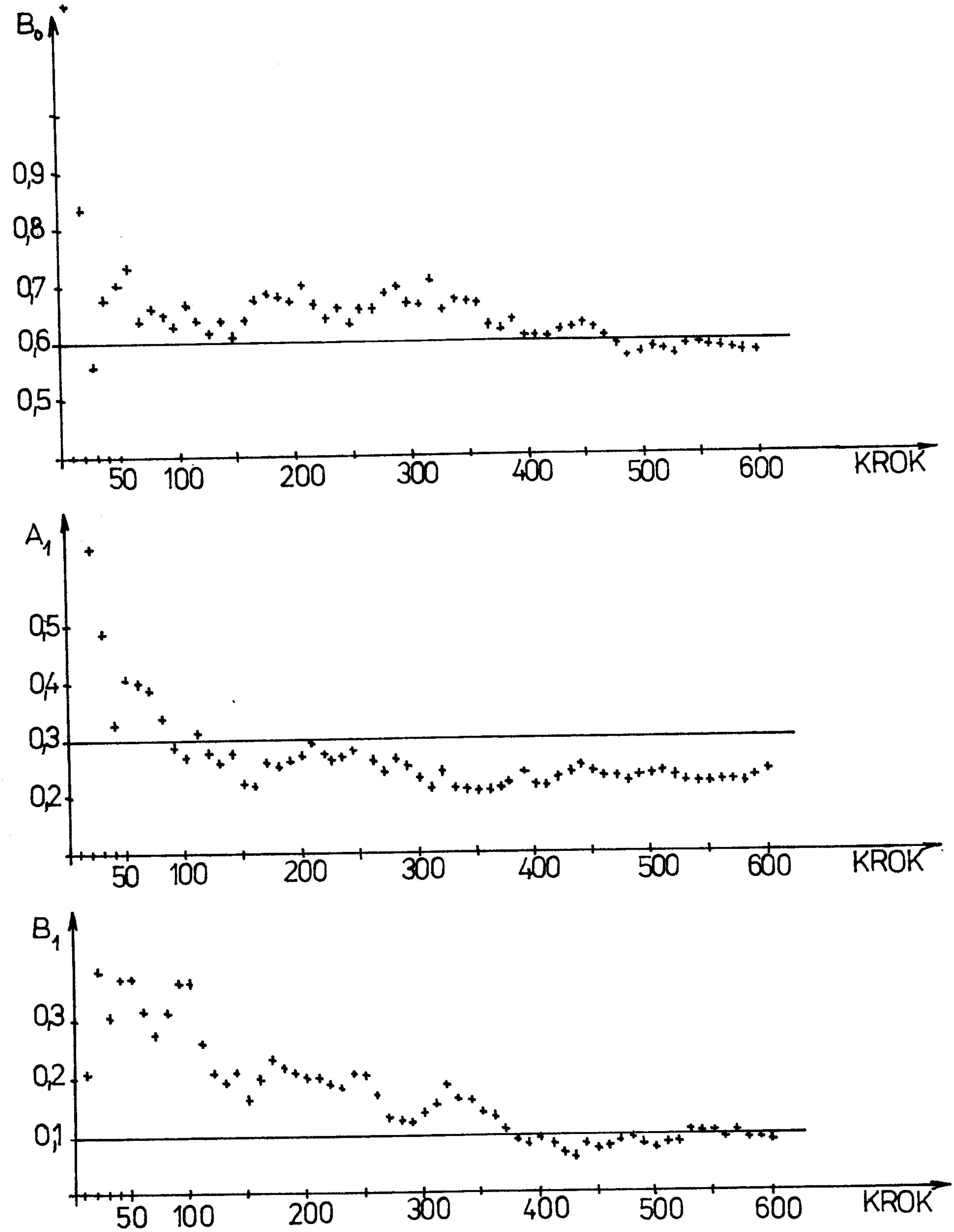
obr.7 Průběh parametrů systému pro K1 = 0.3 aK2 = 1.



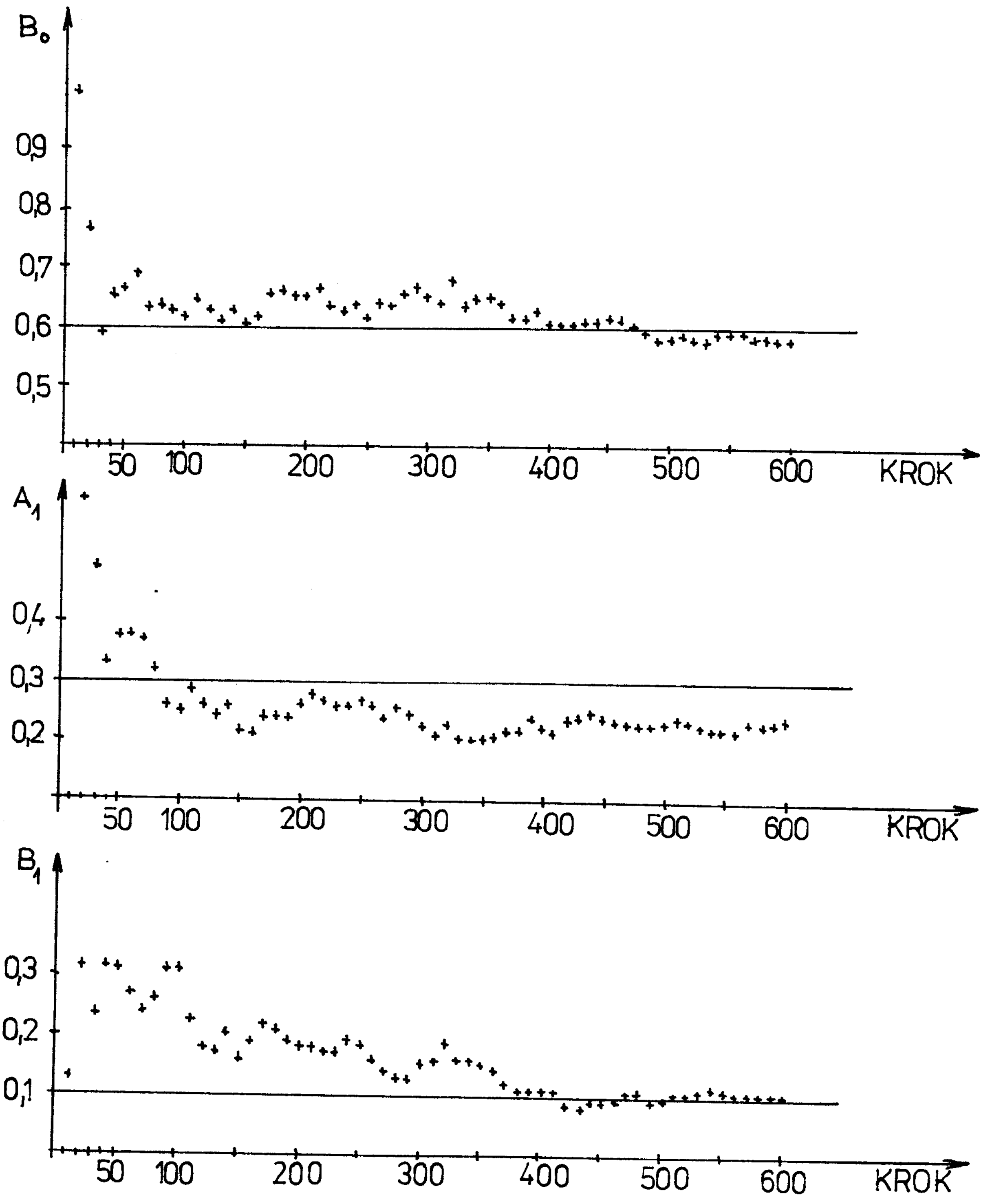
obr.8 Průběh determinantu pro K1 = 0 .1 a K2 = 1.



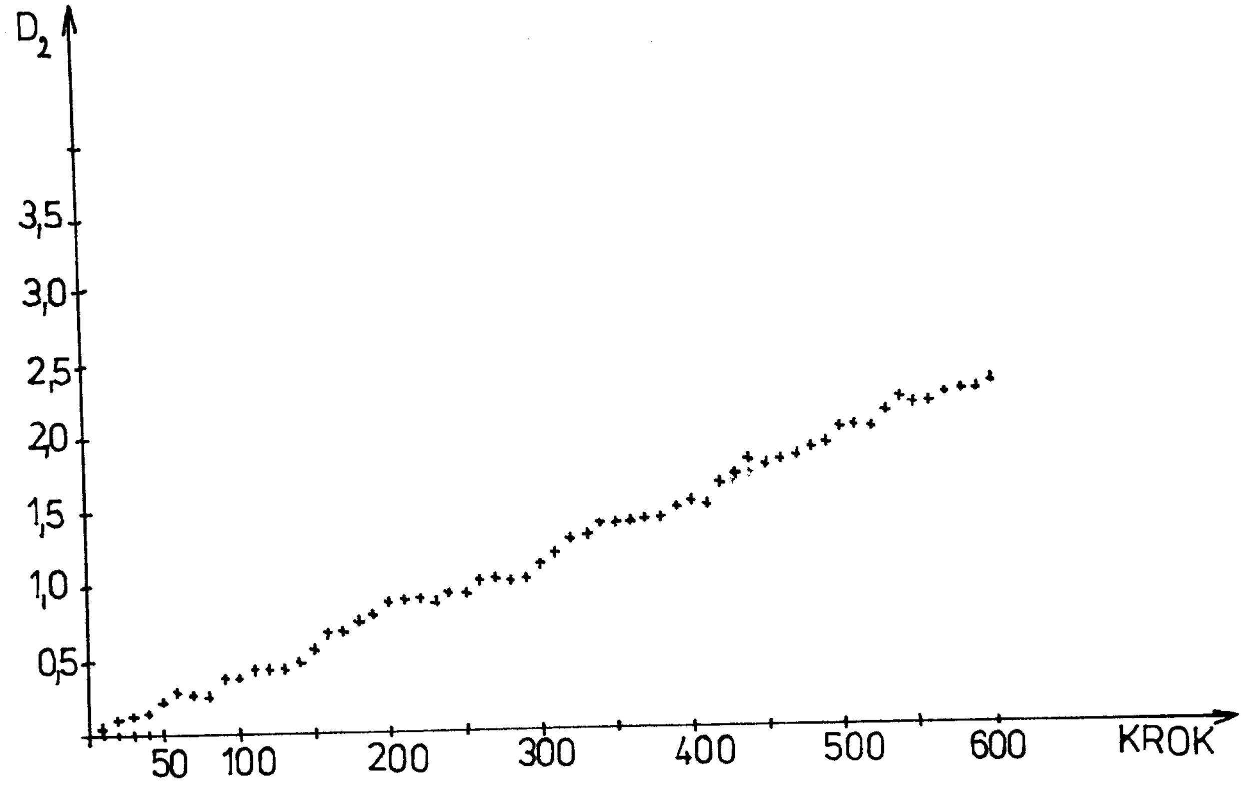
obr.9 Průběh determinantu pro K1= 0.3 a K2 = 1.



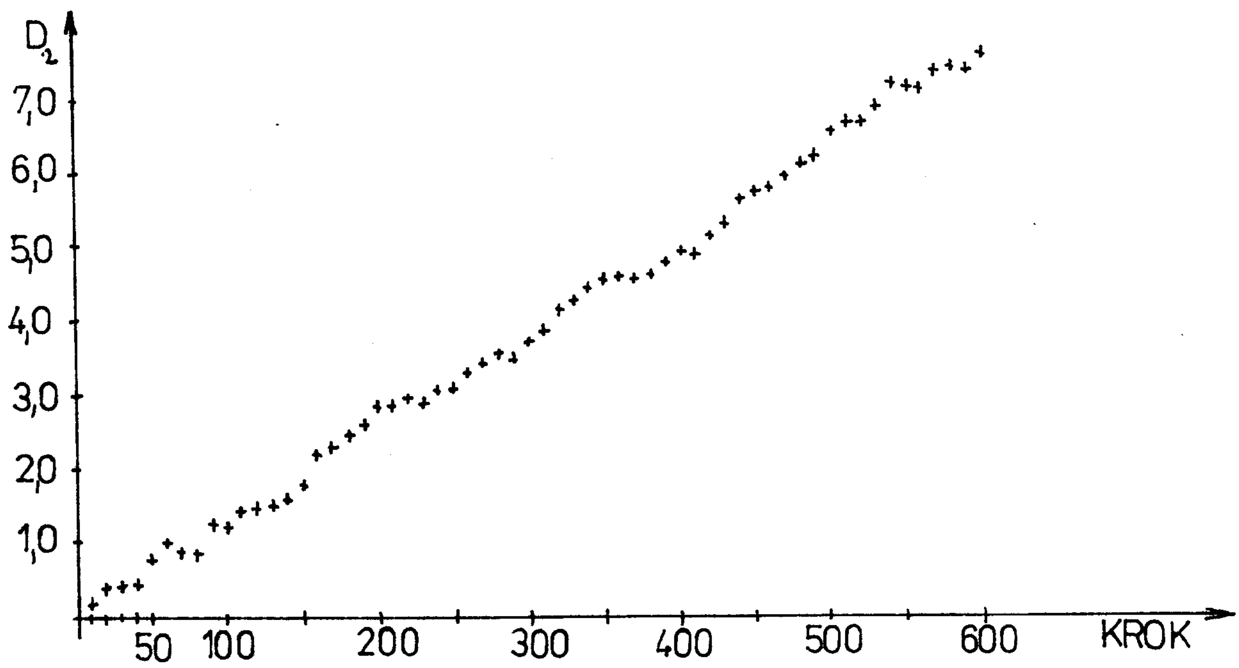
obr.10 Průběh parametrů systému pro K1 = 0.5 a K2 =1 .



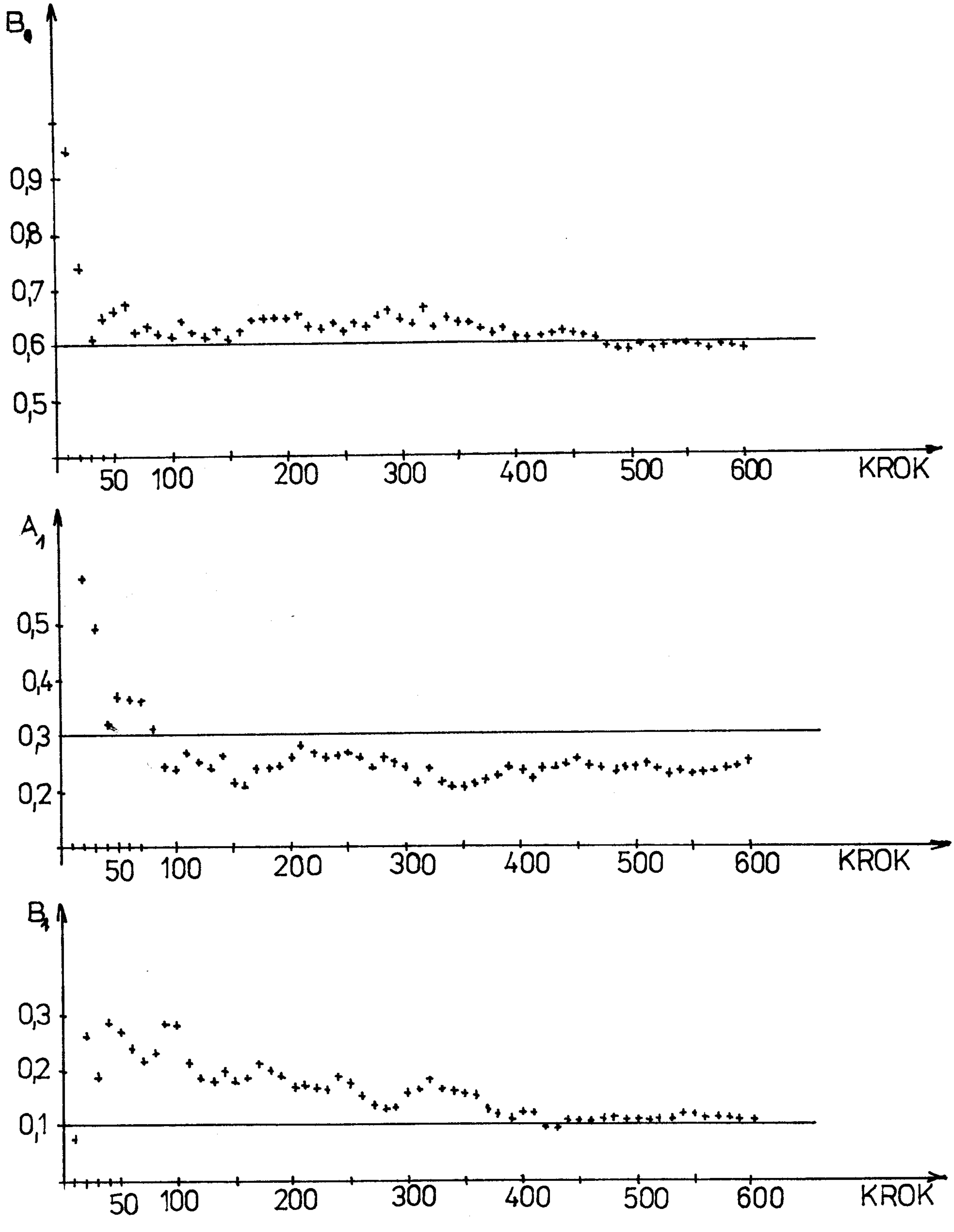
Obr.11 Průběh parametrů systému pro K1 = 0 .7 a K2 = 1.



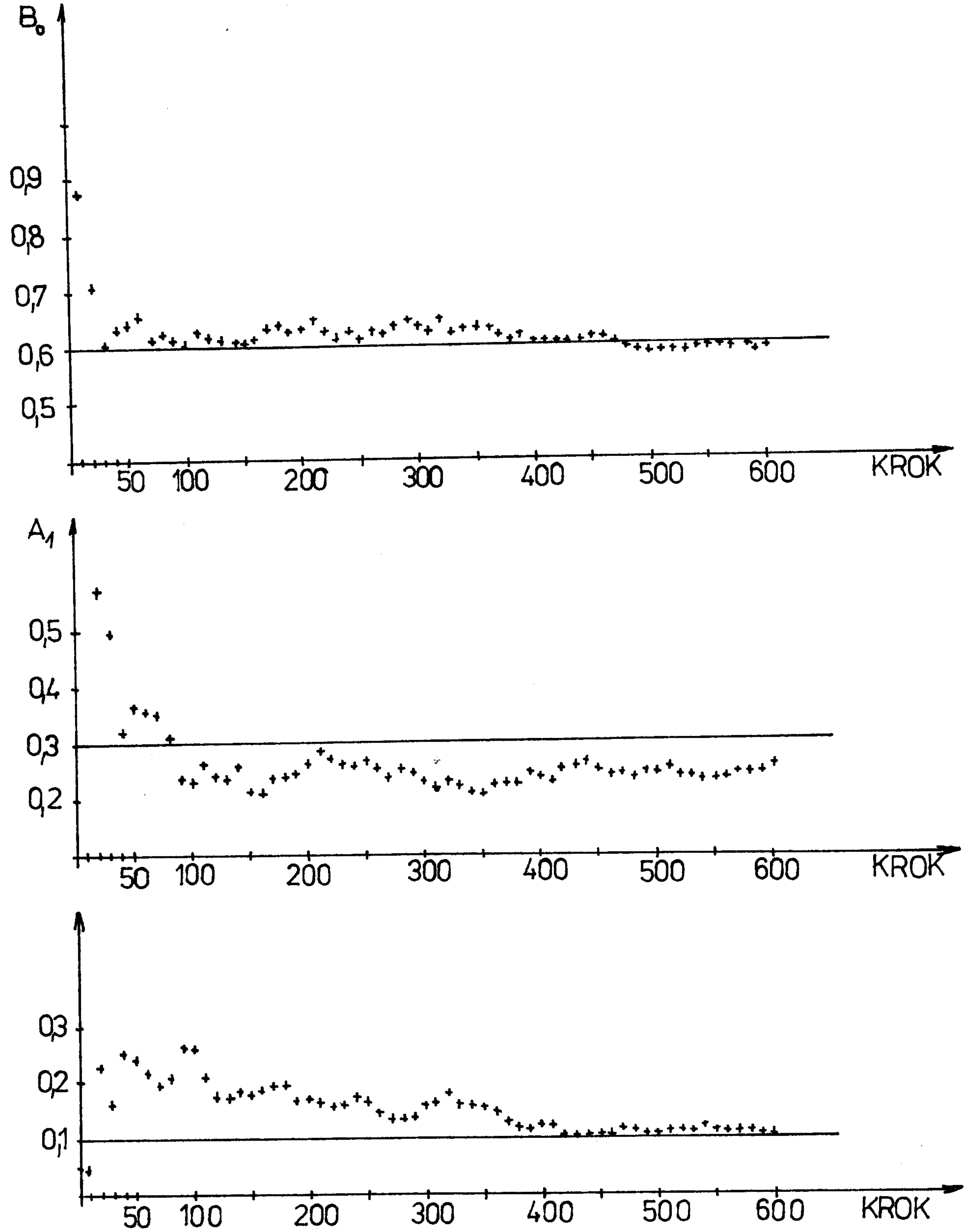
obr.12 Průběh determinantu pro K1 = 0 .5 a K2 = 1.



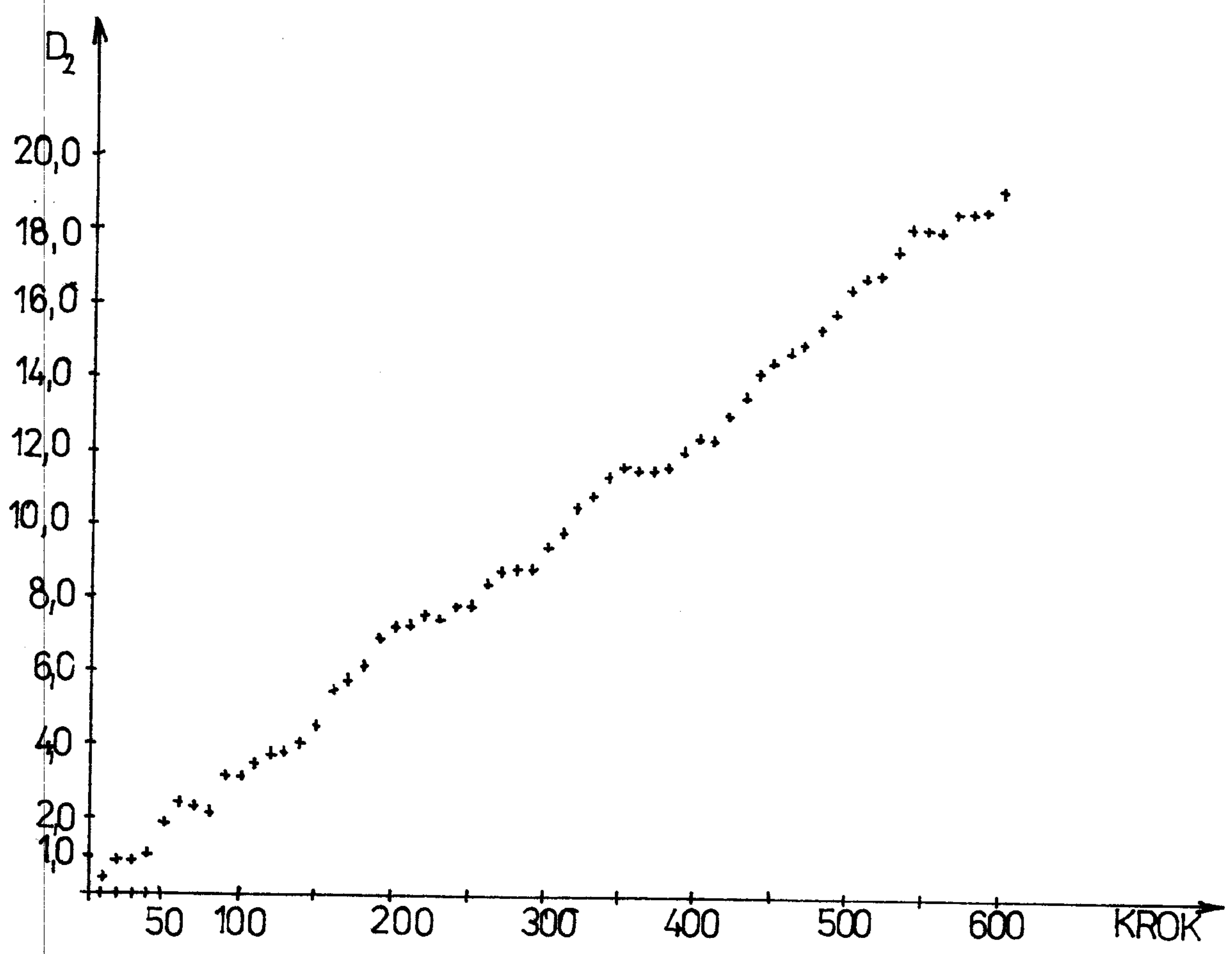
obr.13 Průběh determinantu pro K1 =0 .7 a K2 = 1.



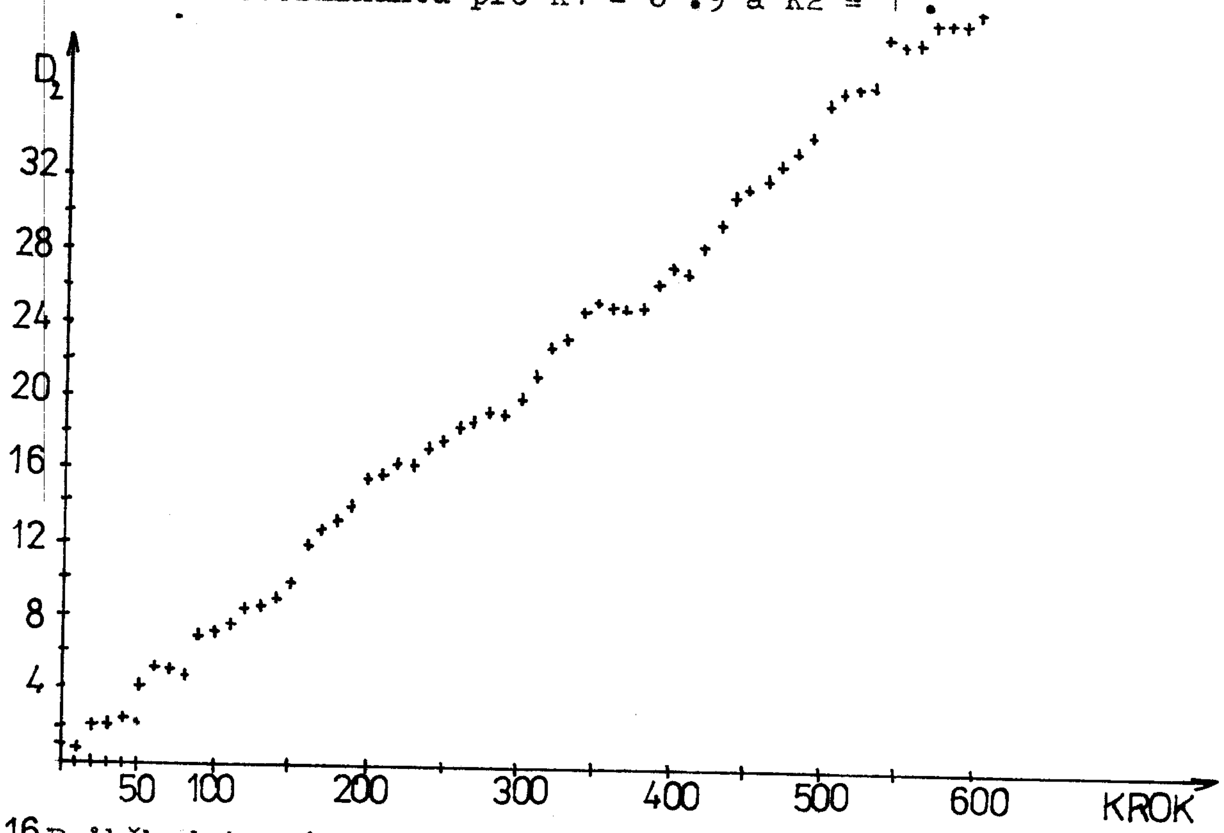
obr.14 Průběh parametrů systému pro K1 = 0.9 a K2 = 1.



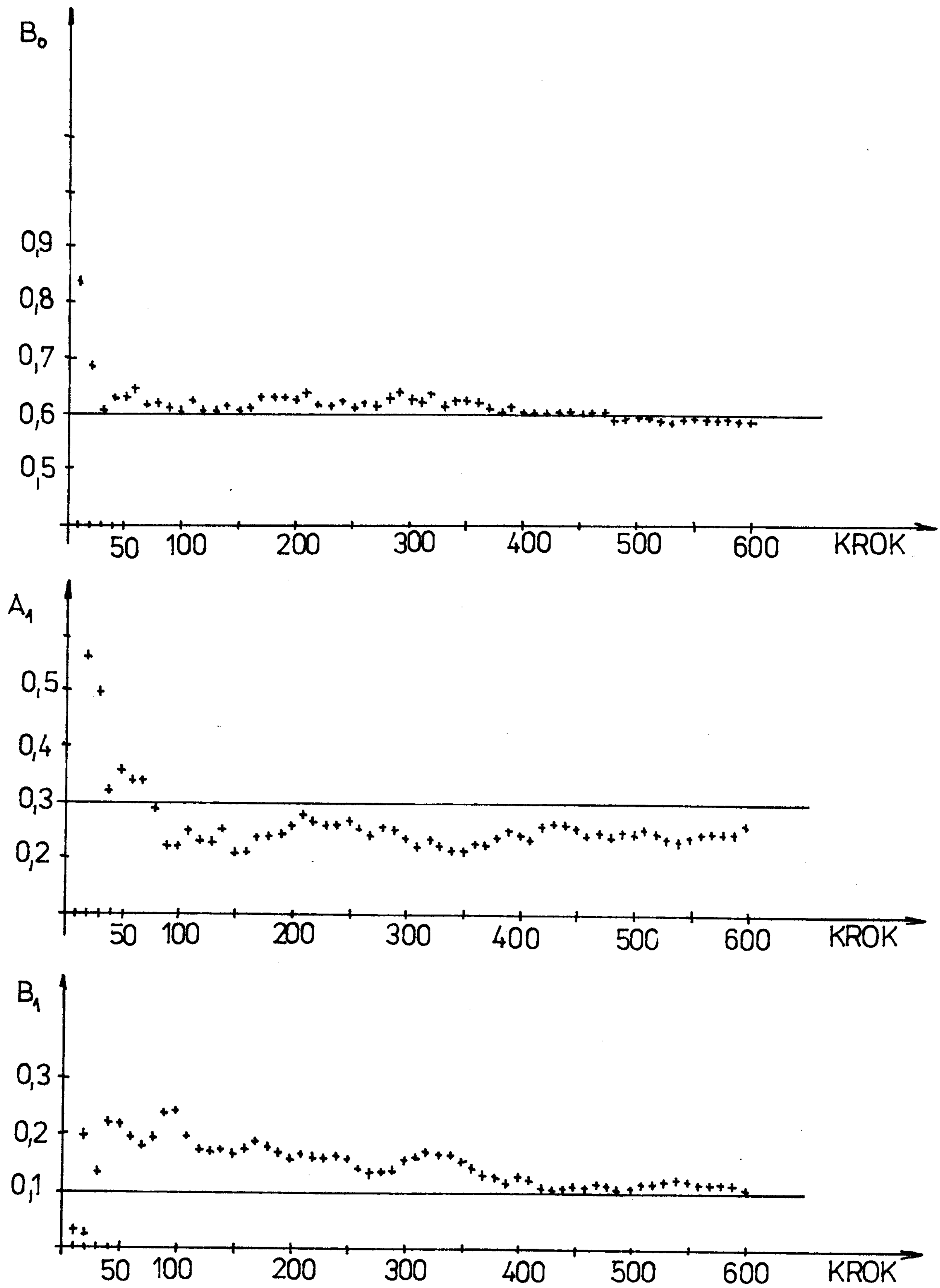
obr.15 Průběh parametrů systému pro K1 = 1.1 a K2 = 1.



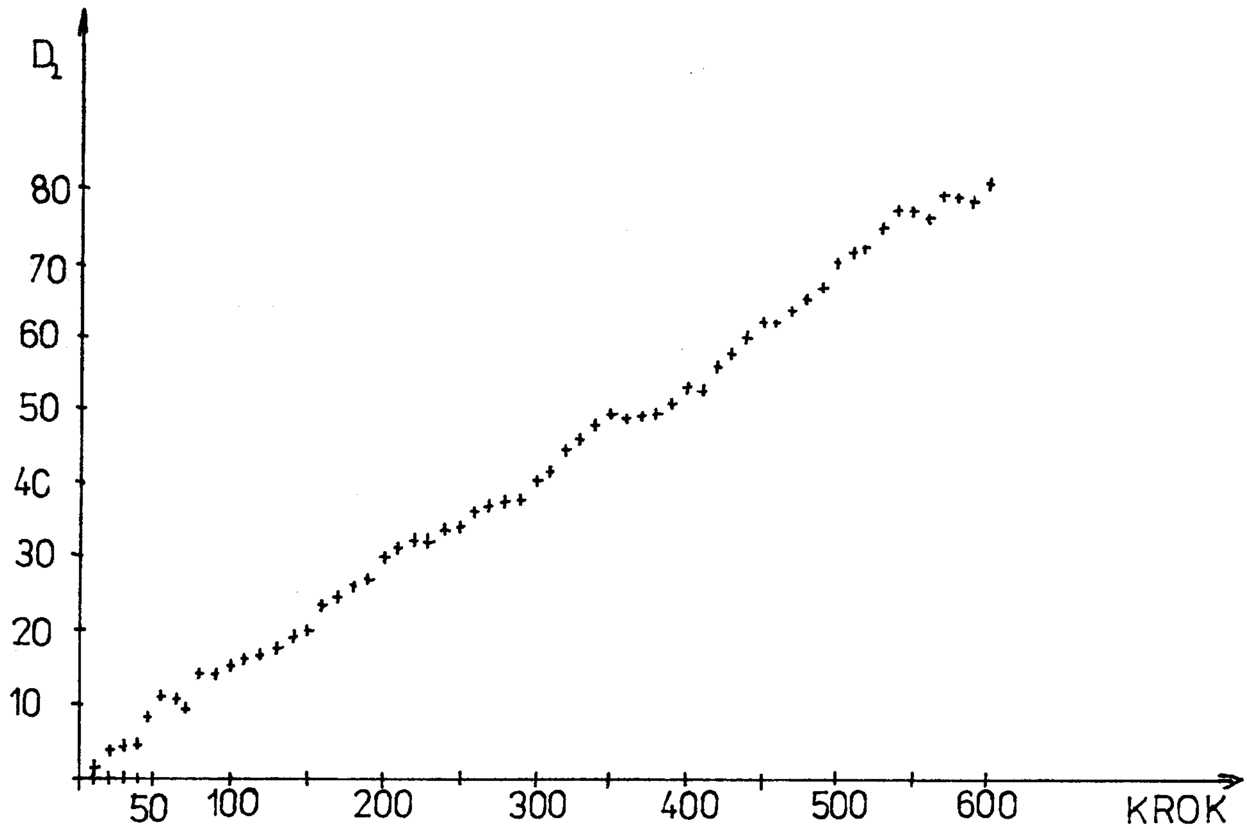
obr.17 Průběh determinantu pro K1 = 0 .9 a K2 = 1 .



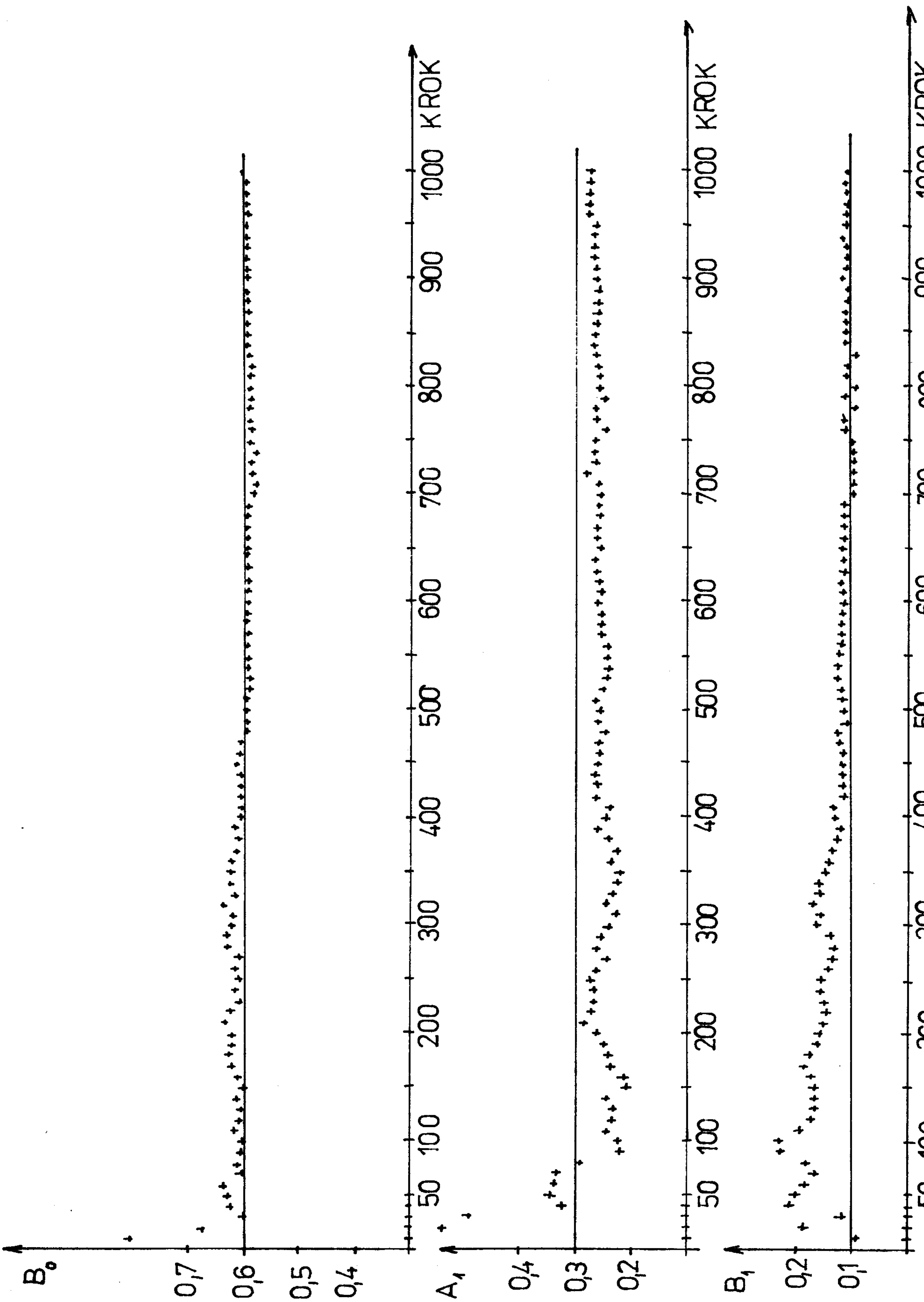
obr.16 Průběh determinantu pro K1 = 1 .1 a K2 = 1 .



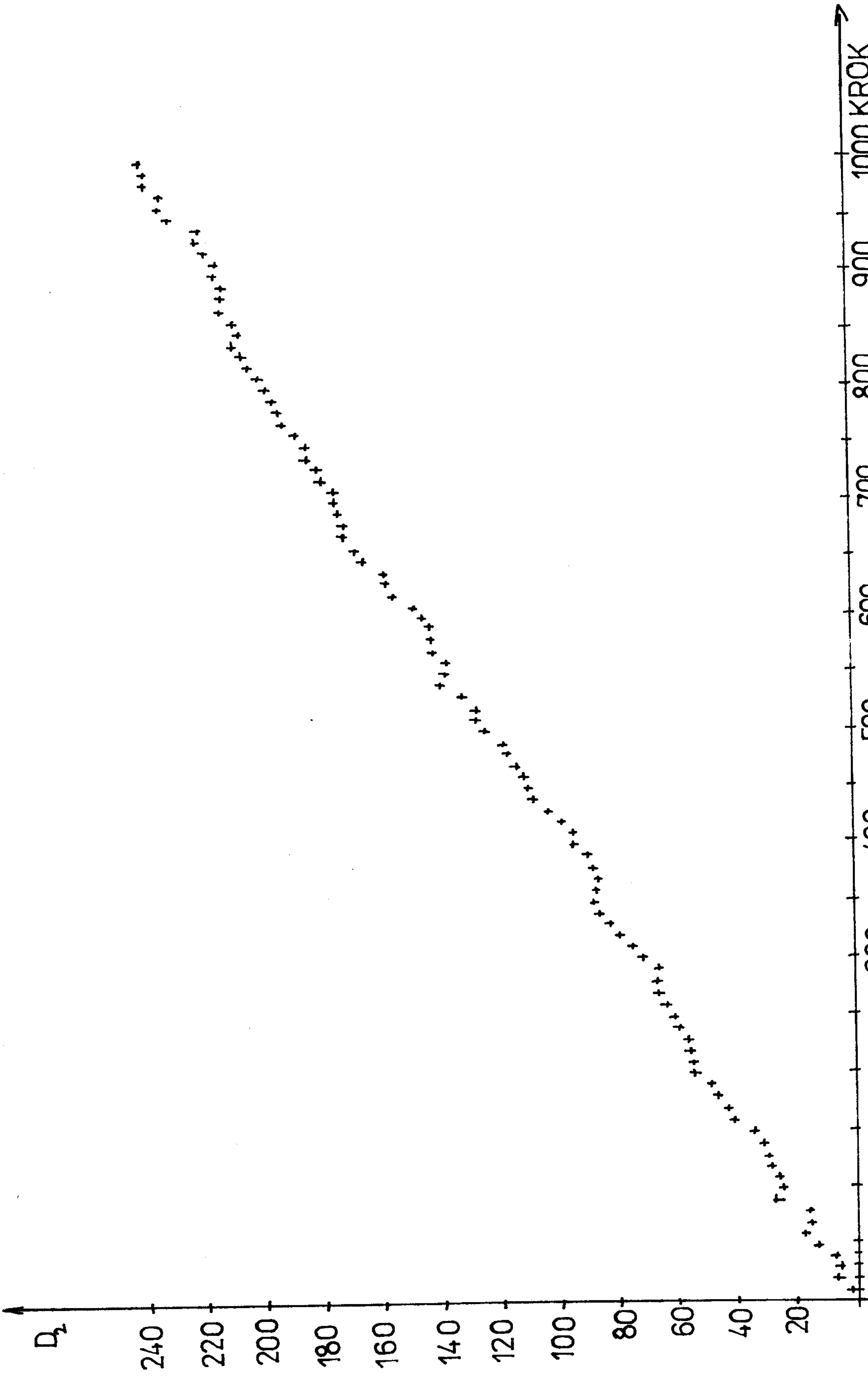
obr.18 Průběh parametrů systému pro K1 = 1 .3 a K2 = 1.



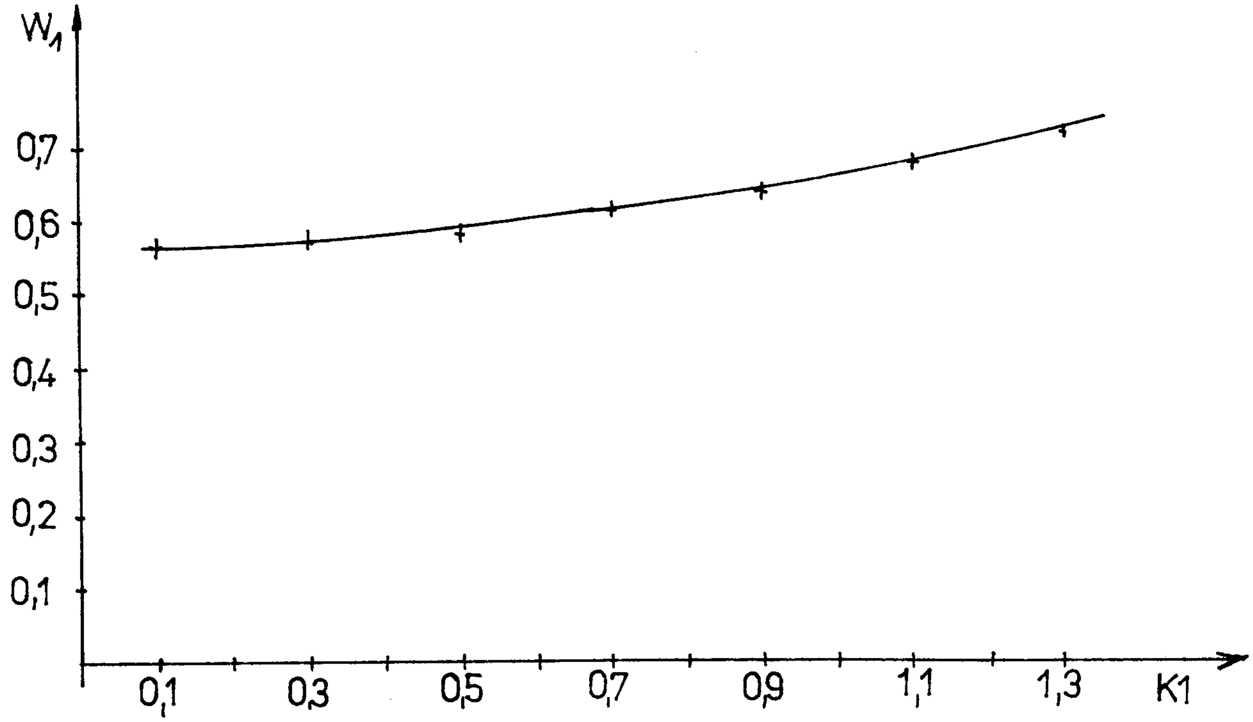
obr.19 Průběh determinantu pro K1=1.3 a K2 = 1.



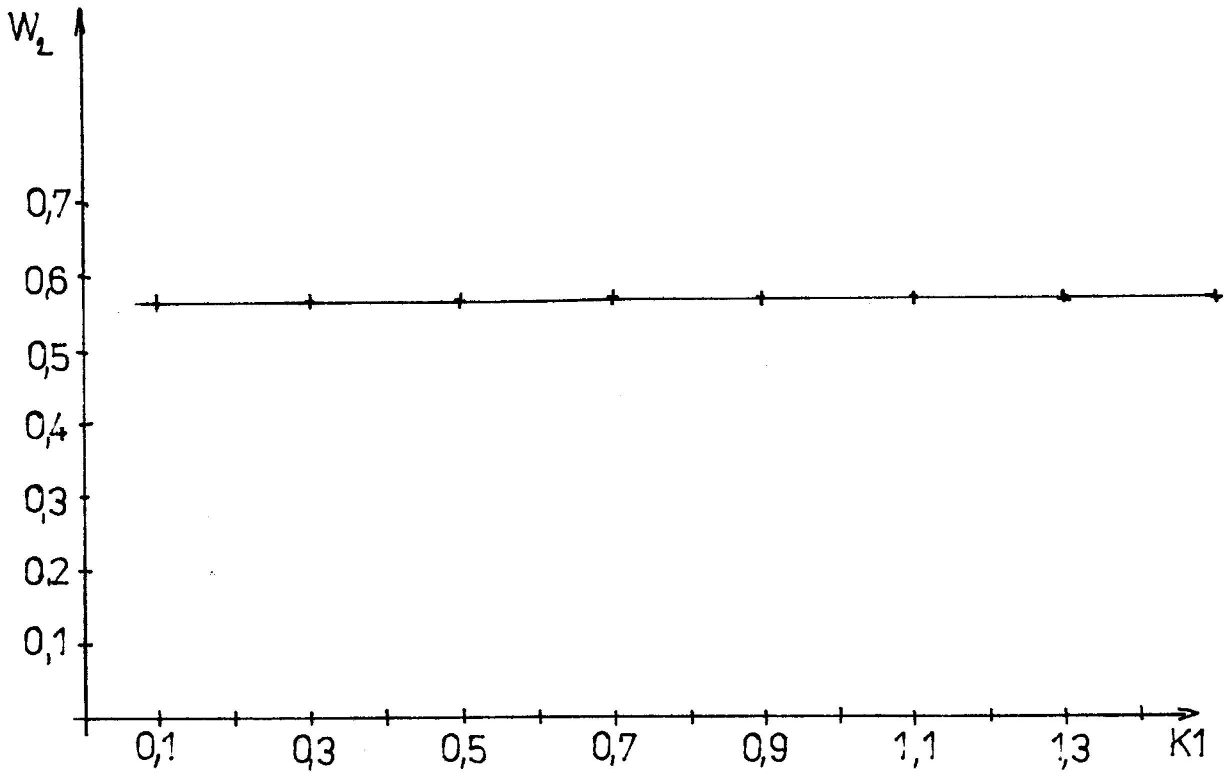
obr.20Průběh parametrů systému pro K1 =1.5 a K2 =1.



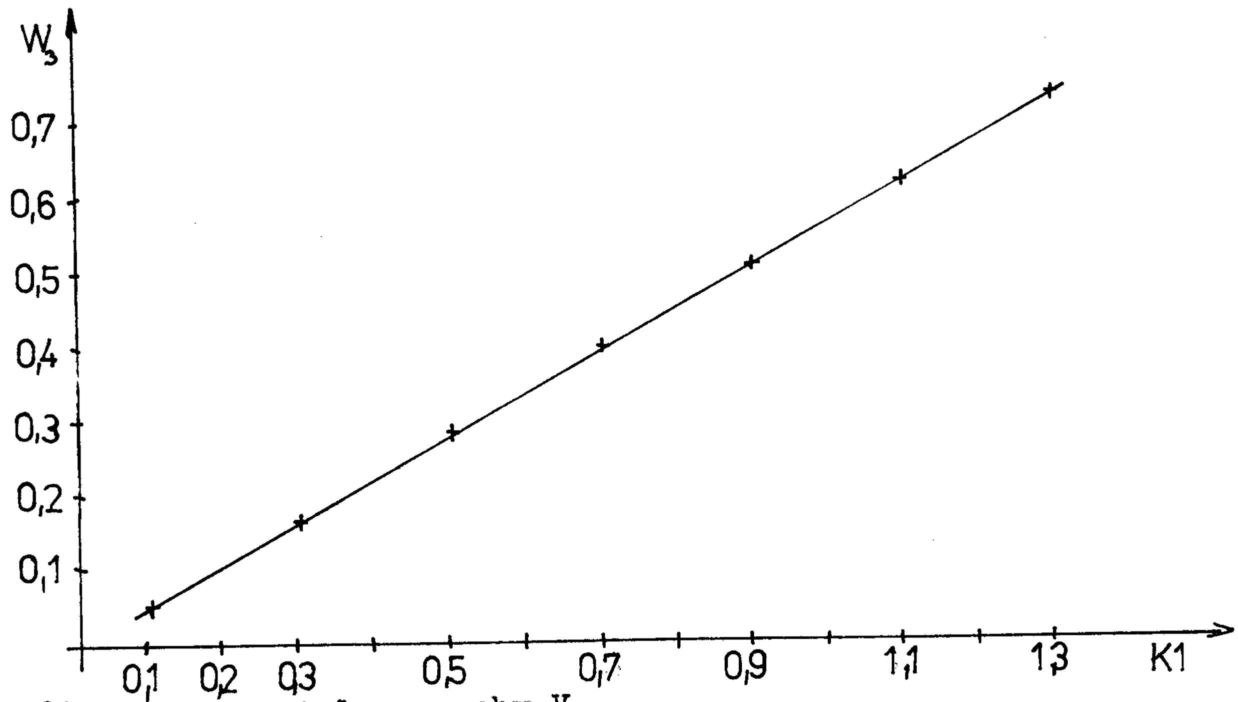
obr.21 Průběh determinantu pro K1 = 1.5 a K2= 1.



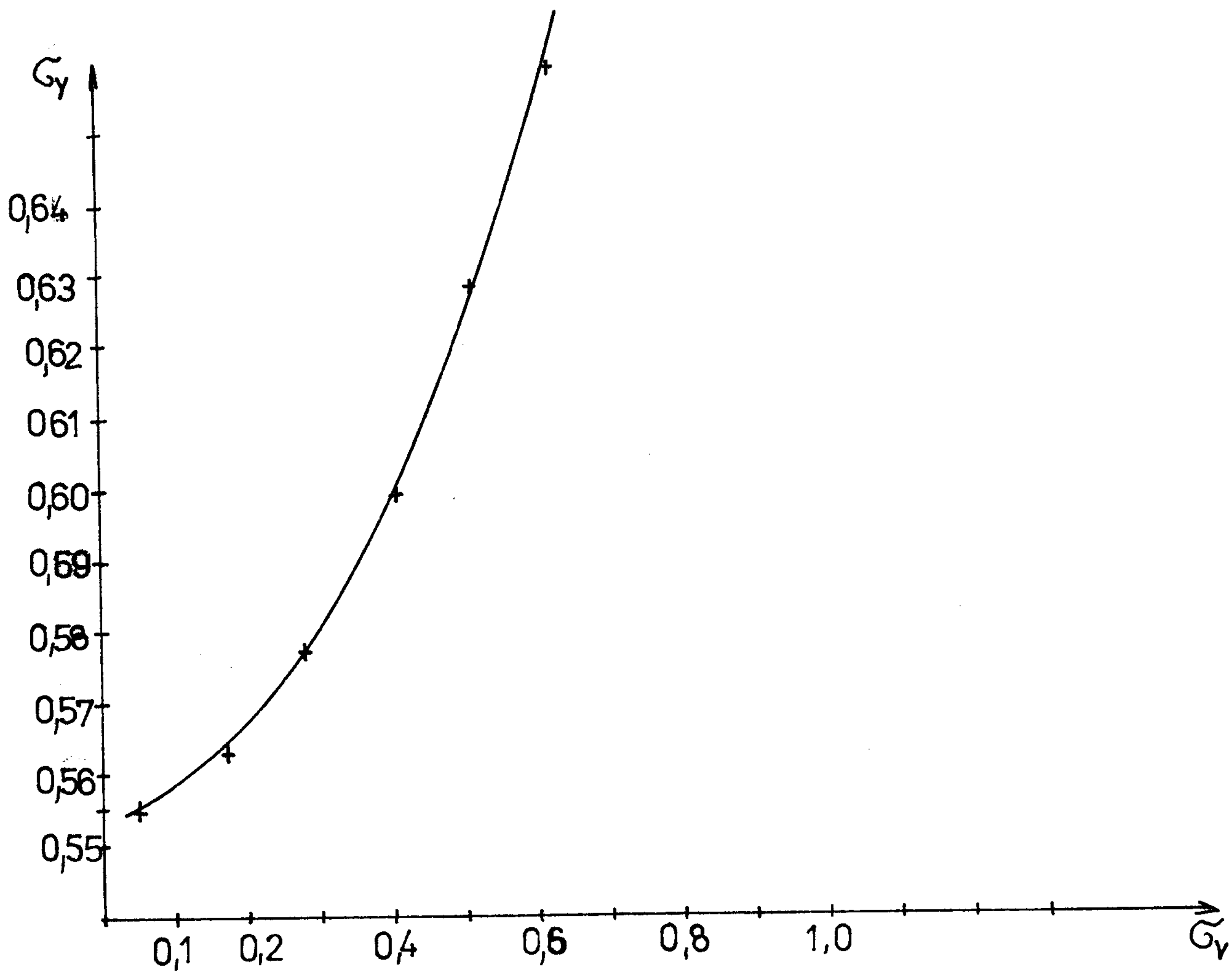
obr.22 Průběh rozptylu výstupu.



obr.23 Průběh rozptylu šumu E.

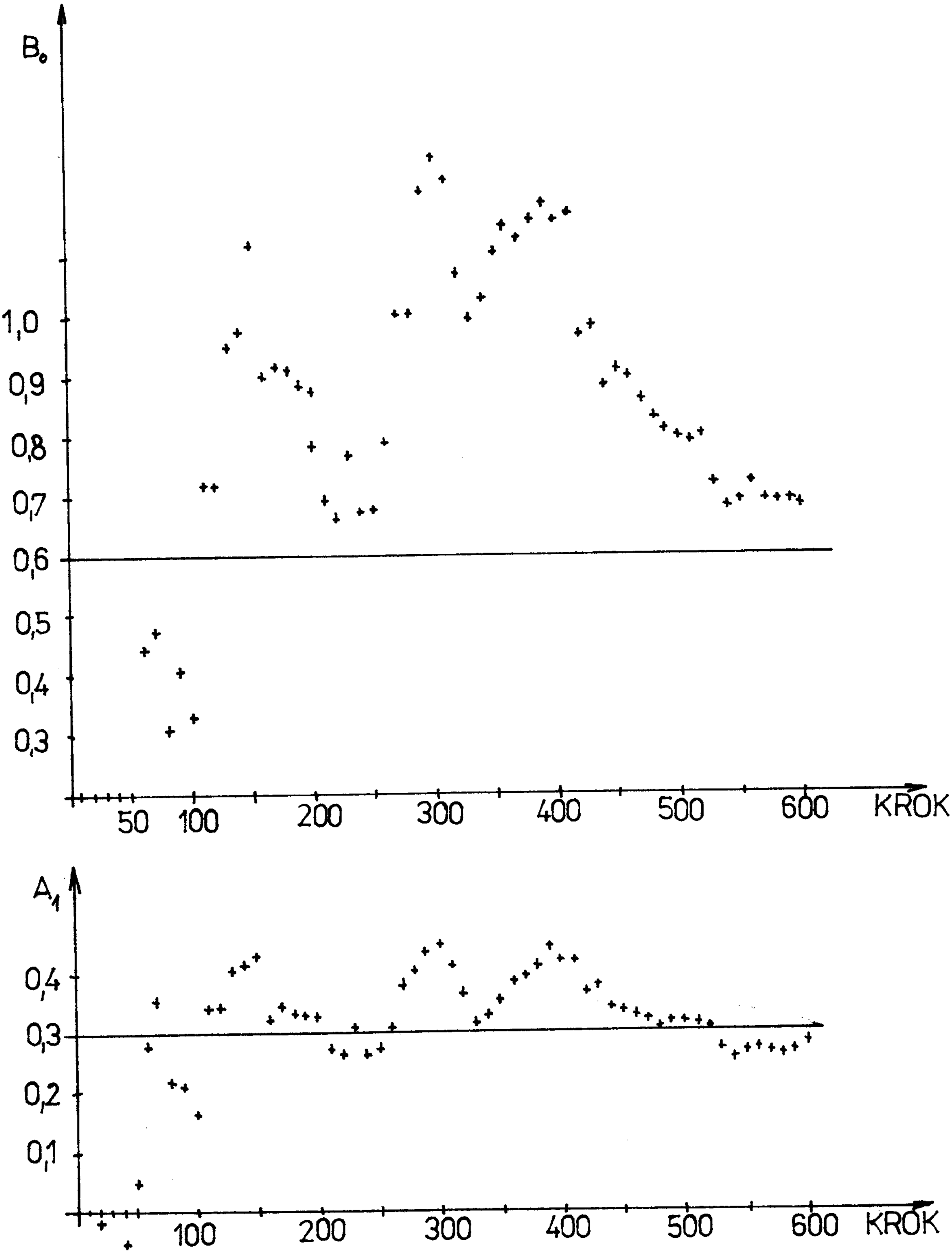


obr.24 Průběh rozptylu poruchy V.

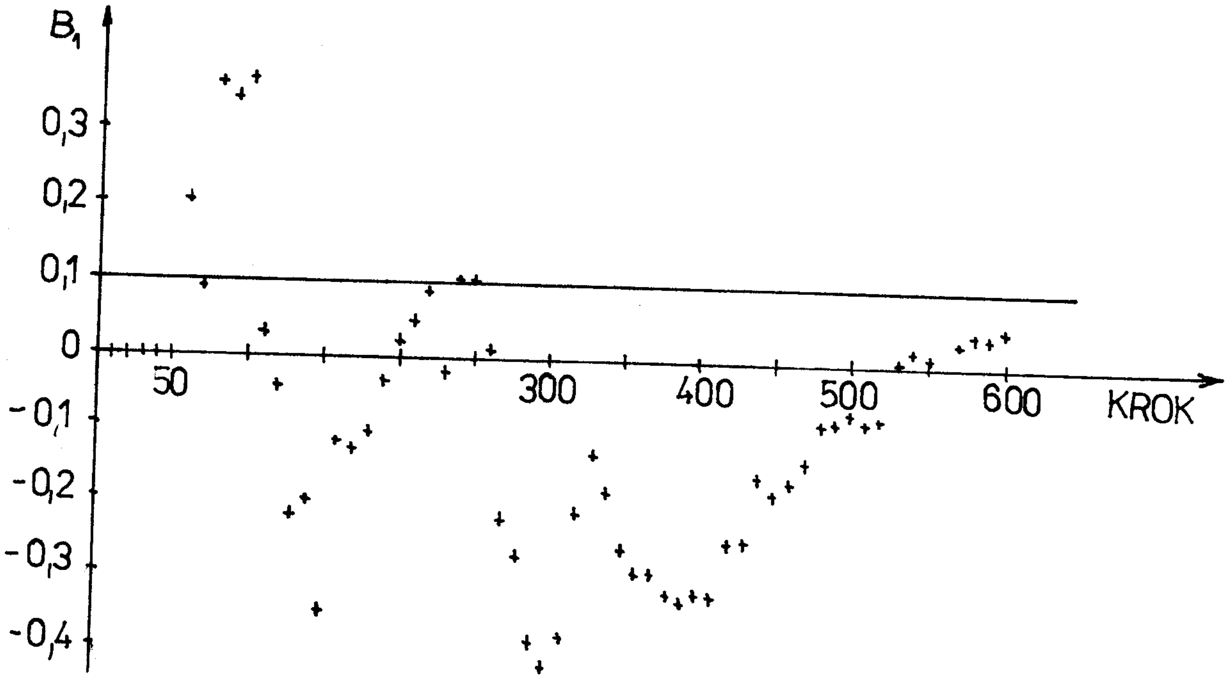


obr.25 Závislost $\sigma_Y = f/\sigma_V/$.

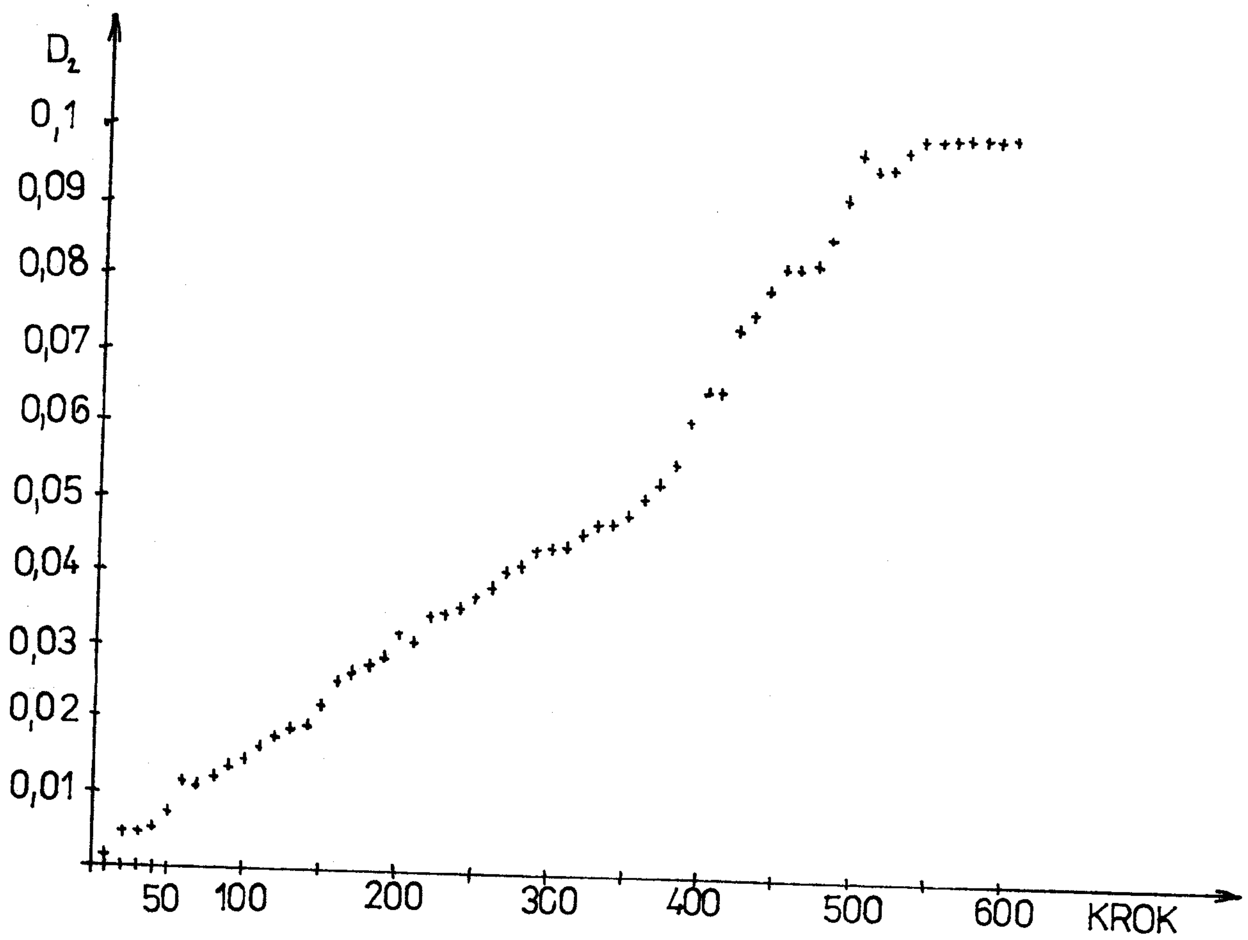
5.3 PŘÍRUSTKOVÝ MODEL



obr. 26 Průběh parametrů systému pro přírustkový model.



obr.27 Průběh parametru B_1 pro přírustkový model.



obr.28 Průběh determinantu pro přírustkový model.

ZAVĚR

V praktické části byly potvrzeny výsledky teoretického rozboru v tom, že systém s regulátorem ve zpětné vazbě se zavedeným pomocným poruchovým signálem lze identifikovat. Z grafického znázornění vyplývá, že byl pravděpodobně zvolen malý počet kroků, protože parametry limitují ke skutečným hodnotám jen pomalu. Z grafů je také vidět, že se vzrůstající úrovní poruchy V se identifikovatelnost parametrů soustavy zrychluje. V důsledku toho, že poruchy vstupující do soustavy nemají charakter ideálně bílého šumu, parametry nedosáhnou svých skutečných hodnot ani po provedení většího počtu kroků. To také potvrzují výsledky měření pro K1=1.5 a K2=1, kdy byl počet kroků zvýšen na tisíc.

Průběh determinantu neodpovídá teoretickému rozboru. Determinant neustále roste /i po vydělení počtem měření/. Opět to mohlo být způsobeno malým počtem kroků a navíc chybou ve výpočtu determinantu.

Pro konstantní regulátor ve zpětné vazbě determinant vystoupil v prvních krocích /kdy bylo do obvodu zavedeno několik pulzů poruchy V/ na určitou hodnotu a od okamžiku, kdy V=0, klesá. Pro větší počet kroků by pravděpodobně klesl na nulu a tedy systém se nedá identifikovat.

Na závěr byla ověřena identifikace pro přírustkový model. Ukázalo se, že v případě, kdy do zpětné vazby je zaveden sice konstantní regulátor, ale vyššího řádu než soustava, lze systém identifikovat. V tomto případě se determinant po provedení pětiset kroků ustálil na určité hodnotě.

Pomocí identifikace určujeme parametry navržených modelů. Máme-li určit parametry soustavy v uzavřené regulační smyčce, je tedy třeba do zpětné vazby zavést regulátor buď s pomocným poruchovým signálem, který ovšem nesmí být příliš velký, aby nezpůsobil velké zvýšení rozptylu výstupu, nebo regulátor vyššího řádu než je soustava.

Na tomto místě bych chtěla poděkovat ing.Jiřímu Svobodovi za odborné rady a cenné připomínky k práci.

Autorka

Na tomto místě bych chtěla poděkovat ing.Jiřímu Svobodovi za odborné rady a cenné připomínky k práci.

Autorka

SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY

1.Svoboda,J.:Možnosti identifikace parametrů systému v uzavřené smyčce, Výzkumná zpráva-KTK VŠST LIBEREC /rukopis/

2.Strejc,V.:Stavová teorie lineárního diskrétního řízení, Academia,Praha 1978

3.Tišer,J.,Olehla,M.:Základy numerických metod a programování, skripta VŠST,LIBEREC 1977

4.Hanuš,B.,Balda,M.:Základy technické kybernetiky,skripta VŠST, LIBEREC 1980

5.Olehla,M.,Král,F.,Švarc,I.,Tišer,J.:Programování,programovací jazyky a operační systémy,skripta VŠST,LIBEREC 1980