

Vysoká škola strojní a textilní
PEDAGOGICKÁ FAKULTA

Katedra numerické a aplikované matematiky
Kombinace oborů: matematika - anglický jazyk

KAPITOLA O OPTIMÁLNÍM ROZHODOVÁNÍ
PRO ŽÁKY 8. ROČNÍKU ZÁKLADNÍ ŠKOLY

Diplomová práce 95-PF-KNA-001

Autor:

Dagmar Zaplatílková

Podpis: Dagmar
Zaplatílková

Výšina 563

Tanvald

468 41

Vedoucí práce: RNDr. Petr Salač

Počet

stran	obrázků	tabulek
52	2	1

V Liberci dne 23. května 1995

Vysoká škola strojní a textilní PEDAGOGICKÁ FAKULTA

461 17 LIBEREC 1, Hájkova 6 Telefon: 329 Telefax: 21301

Katedra: Katedra numerické a aplikované matematiky

ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

(závěrečného projektu)

diplofant: Dagmar Zaplatílková
adresa: Výšina 563, Tanvald, PSČ: 468 41
obor: matematika - anglický jazyk

Název: Kapitola o optimálním rozhodování pro žáky ZŠ
.....
.....

Vedoucí práce: RNDr. Petr Salač

Termín odevzdání: 23. 5. 1995

Pozn. Podmínky pro zadání práce jsou k nahlédnutí na katedrách. Katedry rovněž formulují podrobnosti zadání. Zásady pro zpracování DP jsou k dispozici ve dvou verzích (stručné, resp. metodické pokyny) na katedrách a na Děkanátě Pedagogické fakulty.

V Liberci dne 4. 11. 19⁹⁴

.....
vedoucí katedry

.....
děkan

Převzal (diplomant):

Datum: 15. 11. 1994

Podpis:

Prohlášení o původnosti práce:

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci vypracovala samostatně a že jsem uvedla veškerou použitou literaturu.

Tanvald, 1995.-3.-31.

Dagmar Zaplatílková

Poděkování:

Na tomto místě bych chtěla poděkovat mému vedoucímu práce RNDr. Petru Salačovi za trpělivé odborné vedení mé diplomové práce, dále mé sestře Petře Zaplatílkové za pomoc při přepisování práce do textového editoru a v neposlední řadě Danu Nývtovi za pomoc s počítačovou úpravou textu.

Mé díky však patří také všem, kteří se byť jen nepatrně podíleli na vypracování této mé diplomové práce. Děkuji.

Prohlášení k využívání výsledků diplomové práce:

Jsem si vědoma toho, že diplomová práce je majetkem školy a že s ní nemohu sama bez svolení školy disponovat, a že diplomová práce může být zapůjčena či objednána (kopie) za účelem využití jejího obsahu.

Beru na vědomí, že po 5-ti letech si mohu diplomovou práci vyžádat v Univerzitní knihovně VŠST v Liberci, kde je uložena.

Dagmar Zaplatílková

Adresa: Výšina 563

Tanvald

468 41

Podpis: Dagmar Zaplatílková

KAPITOLA O OPTIMÁLNÍM ROZHODOVÁNÍ PRO ŽÁKY 8. TŘÍD ZŠ

Resumé

Cílem této diplomové práce je vytvořit kapitolu o optimálním rozhodování pro žáky 8. tříd základních škol. Kapitola obsahuje tři hlavní články - "Přípravné úlohy", "Výklad" a "Kontrolní úlohy", které jsou opatřeny metodickými návrhy a vzorovým řešením úloh. Kapitolou nás provází fiktivní postavička Radílek, která žákům popisuje postup při práci, čímž se kapitola stává také samostudijním materiálem.

EINE KAPITEL VON OPTIMALEN ENDSCHIEDUNGEN FÜR DIE SCHÜLER AUS DER 8. KLASSE DER GRUNDSCHÜLE

Zusammenfassung

Das Ziel dieser Artikel war - Eine Kapitel von optimalen Entscheidungen für die Schüler aus der 8. Klasse der Grundschule bilden. Diese Kapitel besteht aus drei Artikel - "Die Vorbereitungsarbeiten", "Interpretation" und "Kontrollaufgaben", die alle sind mit den methodischen Vorschlägen und mit den Musterlösungen ergänzt. Durch die Kapitel führt die Schüler eine fiktive Person Radílek, die hilft ihnen bei der Arbeit mit den Übungstexten, damit dient diese Kapitel auch als Material zum Selbststudium benutzen.

CHAPTER ABOUT OPTIMUM DECISION-MAKING FOR 8TH GRADES OF PRIMARY SCHOOLS

Summary

The aim of this final paper is to create a "Chapter about optimum decision-making" for 8th grades of primary schools. The chapter contains three main parts: "Preparatory exercises", "Explanation of possible methods of solution" and "Check exercises". The chapter includes suggested methods for the teacher and solutions of all exercises. A fictional character named Radílek leads pupils through the whole chapter; he describes the pupil's work with the textbook step by step, and so the chapter also becomes a self-study material.

OBSAH

1. Úvod.....	1
2. Teoretická část.....	2
2.1 Struktura kapitoly o optimálním rozhodování.....	2
2.2 Poznámky k metodice.....	3
2.2.1 O přípravných úlohách.....	3
2.2.2 O kontrolních úlohách.....	4
3. Návrh kapitoly.....	6
3.1 Radílkův úvod pro samouky.....	6
3.2 Úvod do kapitoly.....	8
3.3 Přípravné úlohy.....	9
3.4 Výklad.....	13
3.5 Kontrolní úlohy.....	27
3.6 Výsledky.....	37
4. Příručka pro učitele.....	40
4.1 Metodické návrhy pro učitele.....	40
4.2 Řešení kontrolních úloh	45
5. Závěr.....	51
6. Seznam pramenů.....	52

1. ÚVOD

Úkolem této diplomové práce je vytvořit "Kapitolu o optimálním rozhodování" pro žáky 8. tříd základních škol. Přesněji řečeno vytvořit sérii přípravných (motivačních) úloh, zobecňující výklad látky, sérii kontrolních úloh a navrhnout metodiku výuky hledání optimálního řešení.

Jedním z hlavních důvodů, proč tuto kapitolu pro základní školy zpracovávat (zatím se na ZŠ nevyučuje), je její přímá spojitost s praxí, s reálným světem. Žáci si uvědomí, že počítání rovnic není jen hrani si s čísly, ale že je mohou úspěšně použít i v životě. Snažila jsem se najít takové příklady, se kterými se děti mají možnost setkat ve svém okolí a tím snadněji pochopit jejich zadání. Žáci řeší úlohy, ve kterých mají rozhodnout, která ze dvou možností řešení dané situace je výhodnější (optimálnější), např. zda si koupit měsíční jízdenku či si kupovat jednotlivé jízdenky nebo zda koupit drahou úspornou žárovku či levnou obyčejnou apod. Je tu možná nebezpečí, že si žáci budou uvědomovat pouze finanční výhodnost nalezeného řešení úlohy. Proto je důležité, aby učitel včas a vhodně vysvětlil, že důvodem zvolení tohoto optimálního (nejvýhodnějšího) řešení není jen úspora peněz, ale že se tím šetří i práce ostatních lidí, materiál, přírodní zdroje a vlastně tím i celá naše příroda, která to dnes opravdu potřebuje.

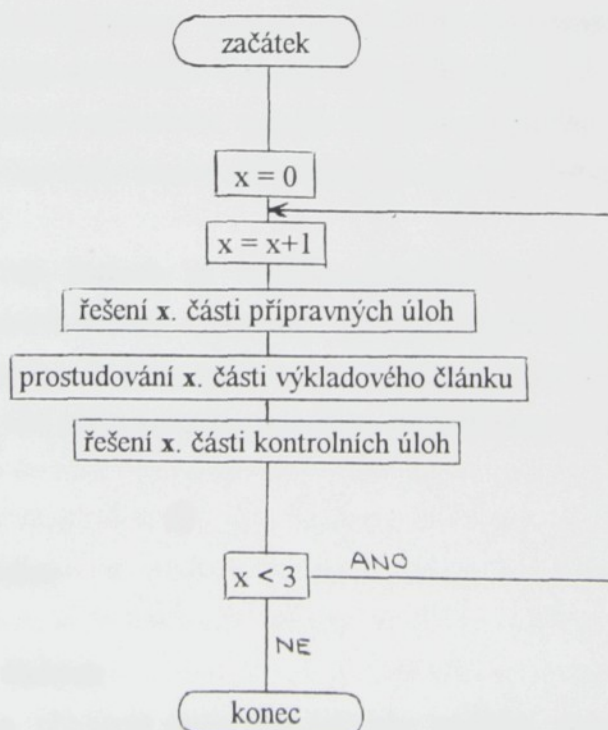
Chtěla bych upozornit na to, že číselné údaje, jako jsou ceny, sazby či množství spotřebované vody, elektrické energie, plynu apod., které jsem při sestavování úloh použila, odpovídají cenám či sazbám v roce 1994 a 1995.

Diplomová práce je napsána v editoru WORD 2.0.

2. TEORETICKÁ ČÁST

2.1 Struktura kapitoly o optimálním rozhodování

Celá kapitola je rozdělena na tři hlavní články: "Přípravné úlohy", "Výklad" a "Kontrolní úlohy" a tyto články jsou dále rozděleny na dvě další části, ve kterých jsou úlohy seřazeny podle obtížnosti od jednoduchých po složité. Žáci nejprve řeší 1. část přípravných čili motivačních úloh tj. ty jednoduché. Potom se seznámí se zobecňujícím výkladem a vzorovým řešením přípravných úloh v 1. části výkladového článku a nakonec řeší 1. část kontrolních úloh, na kterých se vyzkouší, zda si danou problematiku opravdu osvojili. Po zvládnutí všech 1. částí těchto tří základních článků se žáci vrací k přípravným úlohám a řeší jejich 2. část a pokračují podobně, jak bylo popsáno výše. Pro názornější představu zde uvádím jednoduché schéma práce s kapitolou (tab. 1).



tab. 1

Hlavním důvodem proč jsem zvolila takovýto postup je, že žáci řeší přípravné úlohy jako nový problém, protože jim řešení takového typu příkladů nebylo dosud vyloženo. Tím se sami snaží vniknout do problému, problémem se aktivně zabývají a tedy

nesledují jenom pasivně výklad učitele. Tím, že se žáci takto seznámí s učební látkou, je tu naděje, že lépe pochopí její výklad, a že si danou problematiku snadněji osvojí a uchovají trvale v paměti. Neboť jak se v [PeII.-93] píše, člověk si pamatuje asi:

20% z toho, co slyší

30% z toho, co vidí

50% z toho, co vidí a slyší

70% z toho, o čem sám mluví

90% z toho, co sám koná.

Kapitola také obsahuje "Příručku pro učitele", která obsahuje "Metodické návrhy pro učitele" a "Řešení kontrolních úloh". Tyto dva články mají za úkol ulehčit učitelovu přípravu na hodinu a navrhnout metodu výkladu. Učitel podle úrovně žáků zvolí tempo a metodu podání dané problematiky, rozčlení kapitolu na jednotlivé vyučovací hodiny, případně přiměřeně doplní výklad o další poznatky z vlastní zkušenosti.

Kapitola je vytvořena tak, aby byla nejen podkladem pro učitelovu přípravu na hodinu a pro práci v hodině, ale také pro samostatné studium žáků doma např. při delší absenci pro nemoc. Celou kapitolou žáky provází fiktivní postavička Radílek, jehož monology nejen že zpestří učební text, ale také určují postup žakovy práce s učebnicí a tedy jednotlivé kroky jeho samostudia. Tím, že kapitola obsahuje také výsledky úloh, zajišťuje žákům okamžitou sebekontrolu, která je při jejich samostudiu velmi důležitá. Musím však dodat, že samotná učebnice samozřejmě nemůže plně nahradit živý výklad učitele.

Stručně řečeno, celá kapitola je sestavena poněkud netradičním způsobem založeným na problémové metodě vyučování. Správnou orientaci v kapitole nám zaručuje fiktivní postavička Radílek, který určuje jednotlivé kroky práce s učebnicí, čímž se kapitola stává také přehledným samostudijním materiálem pro žáky.

2.2 Poznámky k metodice

2.2.1 O přípravných úlohách

Jak již bylo řečeno, přípravné úlohy žáci řeší jako problém, protože jim řešení tohoto typu příkladů nebylo dosud vyloženo. Proto by učitel mohl zvolit práci ve dvojicích či skupinách 3 - 5 žáků, aby žáci společnými silami přišli na správný výsledek. Ve výborných třídách může však učitel zvolit i samostatnou práci žáků.

Obecně pro skupinovou práci platí [PeII.-93]:

"1. Žáci pracují ve skupinách po 3 - 5 dětech a to pokud možno co nejvíce samostatně.

2. Při řešení problémů dbá učitel o to, aby byly jednotlivé skupiny úspěšné. Důležitá je zde kladná motivace, která má pro mnoho žáků léčebný význam. Cílem je radost žáků z vyřešeného úkolu.

3. Doporučujeme skupiny obměňovat. Jestliže by totiž učitel určil skupiny pro celý školní rok fixně, mohla by mezi skupinami vzniknout nezdravá rivalita a to není účelem této organizační formy vyučování."

Zavádí-li učitel v hodinách práci ve skupinách, měl by žáky upozornit, že tato práce je založena na vzájemné spolupráci a že se tedy všichni budou držet těchto zásad:

1. Spolupracovat,
2. Vyslechnout nápady, myšlenky a návrhy ostatních členů skupiny,
3. Snažit se, aby všichni ve skupině nejen pochopili daný problém, ale také ho uměli vyřešit.

Práci ve skupinách se žáci učí nejen vzájemné spolupráci, ale také se cvičí ve vyjadřování svých myšlenek a logických úvah.

Zdá-li se učiteli, že problém je pro žáky příliš obtížný, aby ho řešili bez jeho pomoci, může zvolit tzv. heuristickou besedu, která je jednou z metod problémového vyučování. Při ní učitel vhodně formulovanými otázkami vede žáky k tomu, aby na základě dosavadních znalostí a na základě vlastního pozorování přišli sami na řešení problému (úlohy). P. Květoň [KPII.-86] píše: "Problémové otázky v heuristické besedě směřují myšlení žáků na překonání rozporu mezi jejich dosavadními znalostmi a novými fakty, které se objevily v průběhu besedy. Tento rozpor se stává východiskem k tomu, aby žáci začali přemýšlet, vede je k samostatnému hledání řešení nové poznávací úlohy. Jestliže je odpověď žáka nesprávná, učitel ji dogmaticky nezamítne, nepospíchá ji opravit sám, ale zapojuje do opravy zbývající žáky a pomáhá jim objasnit rozpor mezi nesprávnou odpovědí a jinými známými fakty. Žáci se snaží překonat tento rozpor tím, že dávají jiné odpovědi, vyslovují nové hypotézy a společně ověřují jejich pravdivost". Dále P. Květoň [KPII.-86] píše, že heuristická beseda je důležitou, široce dostupnou metodou poznání ve vyučovací hodině a efektivním prostředkem rozvoje tvořivého myšlení. Proto by se měla stát základní vyučovací metodou, při probírání nové látky a při řešení úloh, na II. stupni ZŠ a často používat i ve vyšších třídách, ať už odděleně nebo spolu s jinými vyučovacími metodami.

2.2.2 O kontrolních úlohách

Na rozdíl od přípravných úloh doporučuji kontrolní úlohy zadávat jako samostatnou práci, aby si žáci sami ověřili, zda dané učivo (problém) zvládli. Pavel Květoň v [KPII.-

86] píše: "Je třeba si uvědomit, že naučit všechny žáky řešit úlohy bez hojného použití jejich samostatné práce v hodině je nemožné, to je didaktický axiom, potvrzený praxí. V čase samostatného řešení učitel poskytuje individuální pomoc slabým žákům a dává doplňující práci žákům výborným. Je třeba zdůraznit, že systematicky by se měla věnovat v hodinách větší pozornost samostatnému řešení slovních úloh, které jsou didakticky cennější. Samostatné řešení slovních úloh vede k uvědomělému, hlubokému a pevnému osvojení vědomostí, dovedností a návyků a vede k rozvoji samostatného, tvořivého myšlení žáků." Tyto řádky považuji za dostatečně výmluvné, chtěla bych k nim jen dodat dvě poznámky. Za prvé, to co již bylo řečeno, že člověk si pamatuje 90% z toho, co sám dělá a za druhé, tím že žák sám přijde na řešení úlohy, zažije tak důležitý pocit úspěchu, čímž mu zdravě vzroste jeho sebevědomí a motivuje ho to do další práce, do řešení dalších úloh.

3. NÁVRH KAPITOLY

Text kapitoly je zářamovaný do dvou druhů rámečků, podle toho pro koho je text určen:

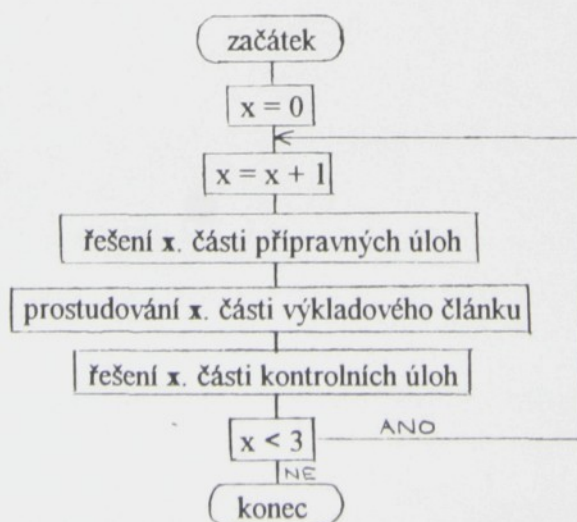
kapitola pro žáky

příručka pro učitele

3.1 Radílkův úvod pro samouky

Ahoj!

Jmenuji se Radílek a budu vaším pomocníkem při studiu o optimálním rozhodování. Na tomto místě bych chtěl poradit všem, kteří se chtějí pustit do samostudia, jak mají postupovat. V podstatě je to velice jednoduché. Stačí otočit list a pak už jen sledovat moje další pokyny, které vás kapitolou křížem krážem ale jistě povedou k cíli. Pro vaši informaci budete nejdříve řešit 1. část přípravných úloh, potom nastudujete 1. část výkladu a vyzkoušíte se na úlohách v 1. části článku "Kontrolní úlohy". Pak se vrátíte opět k přípravným úlohám a budete řešit jejich 2. část, nastudujete 2. část výkladu atd. (viz. následující schéma).



Kdykoli si můžete váš výsledek kterékoli úlohy srovnat s výsledkem uvedeným v části "Výsledky úloh" na konci kapitoly (str. 37). Chci vás jenom upozornit: Snažte se vyřešit přípravné úlohy bez toho, abyste se dívali do výkladové části. Přemýšlejte, namáhejte si hlavičku, uvidíte, že když přijdete třeba i po dlouhé době, ale sami na řešení, budete mít velkou radost a o to snadněji porozumíte výkladu a navíc si celou látku budete lépe pamatovat. Pokud na řešení nebudete moci přijít a budete si myslet, že na nic nového už nepřijdete, pak můžete nalistovat výklad a poradit se s ním. Takže, jste-li rozhodnutí začít právě teď, stačí jen, jak už jsem řekl, otočit list a pustit se s chutí do práce.

Hodně úspěchů, trpělivosti, zábavy a radosti z nalezeného řešení

Vám všem přeje Radilek

3.2 Úvod do kapitoly

KAPITOLA O OPTIMÁLNÍM ROZHODOVÁNÍ

Vítejte v kapitole o hledání optimálního čili nejlepšího (nejvýhodnějšího, nejpříhodnějšího, nejvhodnějšího, nejlépe vyhovujícího, nejpríznivějšího) řešení.

Tato kapitola je plná úloh přímo ze života, tedy úloh se kterými se v životě určité setkáte nebo jste se s nimi už dokonce setkali. Budou to úlohy, ve kterých pomocí matematiky rozhodnete, která ze dvou možností řešení je výhodnější čili optimálnější. Uvědomíte si, že levné není vždy nejlevnější, že koupení dražšího výrobku může být výhodnější nejen pro nás jako spotřebitele, ale pro celý svět. Protože zvolíme-li to optimální řešení, šetříme tím nejen peníze, ale i práci ostatních lidí, materiál, přírodní zdroje a tedy i celou přírodu. A ochrana přírody je dnes to neoptimálnější řešení vůbec, ale to už by patřilo do jiné kapitoly. Takže konec řečí a pokuste se vyřešit první konkrétní úlohy z první části přípravných úloh.

Úloha 1.1

3.3 Přípravné úlohy

PŘÍPRAVNÉ ÚLOHY

1. ČÁST

Ahoj!

Máš před sebou první přípravné úlohy této kapitoly. Chci Ti jenom připomenout, snaž se sám přijít na jejich řešení, bez toho, aby ses díval do výkladové části. Bude Ti to možná trvat déle, ale přijdeš-li sám na správný výsledek, budeš mít z něho o to větší radost. Nebude-li Tě dlouho napadat žádné řešení, pokus se vyřešit další úlohu.

Hodně zdaru a dobrých nápadů Ti přeje

Radílek

Úloha 1P

Jarda bydlí ve městě, kde pro něj jedna jízdenka na městskou hromadnou dopravu (MHD) stojí 3 Kč. Měsíční jízdenka stojí 80 Kč. Nejméně kolikrát se Jarde musí svést autobusem nebo tramvají, aby se mu vyplatilo koupit si měsíční jízdenku ?

Úloha 2P

Pan Soldát si koupil nový fotoaparát FOMEI AF5 za 2500 Kč. Pan Kučera si stejný fotoaparát půjčuje v půjčovně fotopřístrojů, kde za vypůjčení na 1 den zaplatí 110 Kč. Jaký je nejmenší počet dnů, při kterém by se panu Kučerovi už nevyplatilo půjčovat si fotoaparát z půjčovny?

Úloha 3P

Novákovi si koupili spořič do záchodové splachovací nádrže umožňující jim dle potřeby také malé spláchnutí, které spotřebuje jen 2 litry vody místo obvyklých 8 litrů . Cena tohoto spořiče je 185 Kč. Jaký je nejmenší počet malých spláchnutí, při kterém se už vyplatí koupit spořič? 1 m³ vody stojí 18 Kč?

Nyní, ať už jste byli více nebo méně úspěšní, si nalistujte výkladový článek této kapitoly a prostudujte si jeho první část (str.13).

2. ČÁST*Ahoj!*

Máš před sebou další část přípravných úloh. Pokus se vyřešit tyto dvě úlohy, které jsou "předpřípravnými" úlohami k úlohám ve 3. části kapitoly.

Hodně zdaru Ti přeje

Radílek

Úloha 4P

Z Tanvaldu do Prahy je to 112 km. Cestujeme-li do Prahy autobusem, zaplatíme 70 Kč. Jiná možnost je jet osobním autem, které spotřebuje 8 litrů benzínu na 100 kilometrů a za 1 litr benzínu zaplatíme 19 Kč.

- Pro kolik osob se vyplatí jet do Prahy autem, nebudeme-li počítat opotřebení automobilu?
- Pojede-li 5 osob do Prahy autem a ne autobusem, kolik každý z nich ušetří, pojedou-li všichni tam i zpět?

Úloha 5P

Tři starší kamarádi dostali od městského úřadu povolení ke sběru železa ze staré rozpadající se bobové dráhy. Při sběru potřebují železo řezat, k čemuž používají vrtačku s kotoučem. Jeden kotouč stojí 42 Kč. Když chlapci nařezou asi 300 kg železa, kotouč se opotřebuje natolik, že ho musí vyměnit za nový. Železo odváží do sběrný surovin na vozíku za osobním automobilem. Vozík uveze maximálně 380 kg a auto za cestu do sběrný a zpět projede benzín za 16,80 Kč. Ve sběrně dostanou 1,10 Kč za 1 kg železa.

Kolikrát musí kamarádi naplnit a odvést vozík, aby si každý vydělal alespoň 200 Kč.

Vyšlo Ti to?

Jestli ano, porovnej si své řešení s řešením uvedeným ve druhé části výkladového článku (str. 17) a pak se můžeš pustit do kontrolní úlohy 4K (str. 32).

Jestli Ti to nevyšlo a máš pocit, že na nic nového nepřijdeš, pak si pozorně prostuduj řešení v druhé části výkladového článku (str. 17). Ale každopádně nevěš hlavu, žádný učený z nebe nespadl!

Tvůj Radílek

3. ČÁST

Ahoj!

Máš před sebou poslední přípravné úlohy této kapitoly. Jsou to ty nejtěžší příklady, ale protože o problému hledání optimálního řešení přece jenom už něco víš, tak by pro tebe tyto úlohy neměly být tak těžké. Takže Ti přeji hodně zdaru, bystrou hlavu a plno dobrých nápadů!

Tvůj Radílek

Úloha 6P

Paterovi koupili filtr na vodu z vodovodu za 1 050 Kč. Vašovi kupují v obchodě "Dobrou vodu" za 8,20 Kč za 1 litr. Po kolika litrech spotřebované "Dobré vody" Vašovi zaplatí stejně jako Paterovi za filtr a stejné množství vody z vodovodu? Sazba za vodu je 18 Kč za 1 m³.

Úloha 7P

Jirka bydlí s rodiči ve městě a jeho rodina vlastní osobní automobil. Jednoho dne mu tatínek zadal zajímavý úkol:

"V okolí našeho domu jsou dvě benzinové pumpy. Jedna je v centru města, vzdálena 3 km od našeho domu a 1 litr benzínu tam stojí 19,50 Kč. Druhá je od nás 7 km, ale benzin je tam levnější, jen za 18,80 Kč za 1 litr. Naše auto spotřebuje 9 litrů benzínu na 100 kilometrů. Zajímalo by mě:

a) Ke které pumpě se nám vyplatí jet, abychom před zítřejší cestou měli v nádrži o 15 litrů benzínu více?

b) Kolik litrů benzínu bychom museli koupit u jednotlivých pump, aby nám před zítřejší cestou přibylo v nádrži stejné množství benzínu a celkové náklady pro obě pumpy byly také stejné? Ptám se tedy, kolik by nám za této podmínky v nádrži po návratu od pumpy přibylo a kolik bychom u jednotlivých pump museli koupit celkem benzínu?

c) Kolik ušetříme či neušetříme pojedeme-li koupit benzin ke vzdálenější pumpě a před zítřejší cestou bude v nádrži o 35 litrů benzínu více?"

Jirka to dokázal tatínkovi spočítat. Dokážete to i vy?

Mezi výsledky zaokrouhluj na tři desetinná místa, konečné výsledky na jedno desetinné místo.

Povedlo? Nebo jenom částečně? Nevadí, i to je dobré, jestliže jsi sám s úspěchem spokojen. A teď hurá k 3. části výkladového článku (str. 20), kde se vám pokusím vše vyjasnit.

Radílek

3.4 Výklad

V Ý K L A D

1. ČÁST

Ahoj!

Možná se Ti podařilo vyřešit všechny 3 první přípravné úlohy. Gratuluji! Jestli ne, tak nezoufej, je tady Tvůj Radílek, který Tě navede na správné řešení a pomůže Ti pochopit princip.

V této kapitole vlastně řešíme slovní úlohy ze života. Proto si připomeneme postup, jaký dodržujeme při řešení slovních úloh:

1. Přečteme si zadání úlohy (třeba i víckrát) a snažíme se úlohu pochopit.
2. Ze zadání vypíšeme známé hodnoty a určíme neznámý údaj, který máme spočítat. Určíme vztah mezi známými a neznámými hodnotami.
3. Sestavíme rovnici/e.
4. Vyřešíme rovnici a provedeme zkoušku.
5. Napíšeme odpověď, k jakému závěru jsme došli.

Vrátíme-li se k přípravným úlohám, pak vzorové řešení úlohy 1P vypadá takto:

Úloha 1P - řešení

Měsíční jízdenka na MHD.....80 Kč

1 jízdenka.....3 Kč

Za x jízď po 1 jízdence.....3 x Kč

Při nejméně kolika jízdách se Jardovi vyplatí měsíční jízdenka?

{Náklady na jednotlivé jízdenky = náklady na měsíční jízdenku}

$$3x = 80$$

$$x = 80 : 3$$

$$x \doteq 26,67 \text{ jízdy}$$

Alespoň 27 jízdy

Zkouška:

Náklady (jednotlivé jízdenky) na 26 jízdy:

$$26 \cdot 3 = 78 \text{ Kč} \quad 78 \text{ Kč} < 80 \text{ Kč} \quad \text{Proto se ještě vyplácí jednotlivé jízdenky.}$$

Náklady (jednotlivé jízdenky) na 27 jízdy:

$$27 \cdot 3 = 81 \text{ Kč} \quad 81 \text{ Kč} > 80 \text{ Kč} \quad \text{Už se tedy vyplatí měsíční jízdenka.}$$

Možná, že jste počítali jednodušeji, bez rovnice:

$$80 : 3 = 26,67 \text{ jízdy} \quad \text{tedy} \quad 27 \text{ jízdy}$$

Jardovi se vyplatí koupit si měsíční jízdenku, svezí-li se za měsíc alespoň 27 krát.

Všimněte si, že jsme pomocí rovnice vypočítali hranici (počet jízdy = 26,27), kde náklady na jednotlivé jízdenky se rovnají nákladům na měsíční jízdenku. Otázka v úloze zněla "Nejméně kolikrát se Jarda musí svést autobusem nebo tramvají, aby se mu vyplatilo koupit si měsíční jízdenku?". O tom jsme ve zkoušce rozhodli.

Abyste rozhodli o správném výsledku, je velmi důležité, abyste si vždy pozorně přečetli otázku zadání úlohy!

Podobně jako úloha 1P byla řešena úloha 2P.

O něco těžší byla úloha 3P, jejíž řešení vypadá takto:

Úloha 3P - řešení

Malé spláchnutí.....2l

Velké spláchnutí.....8 l

1m³ vody stojí.....18 Kč

Spořič.....185 Kč

Spořič (185 Kč) se zaplatí po.....x malých spláchnutí

Jaký je nejmenší počet malých spláchnutí, po kterém se už vyplatí koupit spořič?

1 malé spláchnutí ušetří...6 litrů vody = 6 dm³ = 0,006 m³

1 malé spláchnutí ušetří.....0,006 · 18 Kč = 0,108 Kč

x malých spláchnutí ušetří.....0,108 x Kč

$$0,108 \cdot x = 185$$

$$x = 185 : 0,108$$

$$x \doteq 1\,712,96$$

Alespoň 1 713 malých spláchnutí

Zkouška:

Za 1 712 malých spláchnutí ušetříme: 1 712 · 0,108 = 184,896 Kč

184,9 Kč < 185 Kč Spořič se ještě nevyplatí.

Za 1 713 malých spláchnutí ušetříme: 1 713 · 0,108 = 185,004 Kč

185,004 Kč > 185 Kč Už se vyplatí spořič.

Už po 1713 malých spláchnutí se vyplatí Novákovým koupit si spořič do záchodové nádrže .

V úloze 3P jsme museli spočítat, kolik stojí spotřebovaná voda, je-li daná **sazba 18 Kč za 1 m³ vody** jinými slovy, musíme-li zaplatit 18 Kč za 1 m³ vody. Při počítání dodržujeme tento obecný postup:

- a) Množství spotřebovaného (voda, plyn, elektrická energie) převedeme na jednotky, které jsou uvedeny v sazbě (m³, kWh,...).
- b) Získané číslo vynásobíme sazbou, čímž získáme cenu spotřebovaného.

Podle tohoto postupu si nyní společně vyřešíme tento jednoduchý příklad:

Příklad: Kolik zaplatíme za 325 litrů spotřebované vody, je-li sazba 18 Kč za 1 m³ vody?

Řešení:

Sazba.....18 Kč za 1 m³ vody

Spotřebováno.....325 litrů

Podle postupu uvedeného výše:

a)..... $325 \text{ l} = 325 \text{ dm}^3 = 0,325 \text{ m}^3$

b)..... $0,325 \cdot 18 = \underline{5,85 \text{ Kč}}$

Za 325 litrů vody zaplatíme 5,85 Kč.

Podobně řešte příklady v následujícím cvičení. Nevíte-li si rady, nahlédněte do obecného postupu uvedeného výše.

Cvičení I : Vypočtete a výsledky zaokrouhlete na jedno desetinné místo.

1. Sazba je 18 Kč za 1 m³ vody.

Kolik zaplatíme za vodu, spotřebujeme-li:

- a) 3 823 l
- b) 70 232 l
- c) 927 000 dl

2. Sazba za 1 m³ plynu je 2,94 Kč.

Kolik zaplatíme za plyn, spotřebujeme-li:

- a) 132 m³
- b) 63 782 dm³
- c) 782 102 300 cm³

3. Sazba za 1 kWh (elektrická energie) je 1,56 Kč.

Kolik zaplatíme za elektrickou energii, spotřebujeme-li:

- a) 325 kWh
- b) 72 831 Wh
- c) 138 629 Wh

Tak co? Myslíš si, že tomu už rozumíš? Jestli ano, vyzkoušej se na kontrolních úlohách 1K až 3K, zda jsi začátek kapitoly zvládl (str. 27).

2. ČÁST

Ahoj!

Podařilo se Ti vyřešit předpřípravné úlohy 4P a 5P? Jestliže ne nebo si nejsi úplně jistý v postupu, prostuduj si jejich řešení uvedené níže.

Radílek

Úloha 4P - řešení

Tanvald - Praha.....112 km

Za autobus zaplatíme.....70 Kč

Automobil spotřebuje.....8 l benzínu na 100 km

1 litr benzínu stojí.....19 Kč

a) Pro kolik osob se vyplatí jet do Prahy autem?

b) 5 osob autem (tam a zpět).....kolik každý z nich ušetří?

a) Cesta autem do Prahy stojí:

$$1 \text{ km} \dots (8 : 100) \cdot 19 = 1,52 \text{ Kč}$$

$$112 \text{ km} \dots 1,52 \cdot 112 = 170,24 \text{ Kč}$$

Cesta autobusem pro 1 osobu 70 Kč

Cestu autem zaplatí ve stejné výši jako autobus osob:

$$170,24 : 70 = 2,432 \quad \text{tedy } \underline{3 \text{ osoby}}$$

Už pro tři osoby se vyplatí cestovat do Prahy osobním autem.

b) Cesta autem 170 Kč

$$\text{pojede-li 5 osob, každý zaplatí} \dots 170 : 5 = 34 \text{ Kč}$$

Takže oproti jízdence na autobus každý ušetří na jedné jízdence:

$$70 \text{ Kč} - 34 \text{ Kč} = 36 \text{ Kč}$$

Pak tedy při cestě tam a zpět každý ušetří:

$$36 \text{ Kč} \cdot 2 = \underline{72 \text{ Kč}}$$

Pojede-li 5 osob do Prahy a zpět autem a ne autobusem každý z nich ušetří 72 Kč.

Úloha 5P - řešení

Auto projede 16,8 Kč

Vozík uveze 380 kg železa

Za 1 kg železa dostanou 1,10 Kč

1 kotouč stojí 42 Kč

1 kotouč nařeže 300 kg železa

Kolik vozíků musí chlapci odvést, aby si každý vydělal 200 Kč?

Při jedné cestě do sběrný si vydělají:

{hrubý výdělek - (mínus) náklady}

{to co dostanou za železo - (mínus) benzín, kotouče}

1. vozík (použijí 2 kotouče a kousek druhého jim zbyde ještě na nařezání 220 kg železa.):

$$380 \cdot 1,10 - 16,8 - 2 \cdot 42 = 317,2 \text{ Kč}$$

Každý si vydělá $317,2 : 3 = 105,70 \text{ Kč}$

$105,70 \text{ Kč} < 200 \text{ Kč}$ Proto musí nasbírat ještě druhý vozík.

2. vozík (použijí zbytek kotouče a přikoupí ještě jeden):

$$380 \cdot 1,10 - 16,8 - 42 = 359,20 \text{ Kč}$$

Celkem si každý vydělá $105,70 + 359,20 : 3 = 225,40 \text{ Kč}$

Chlapci musí naplnit a odvézt alespoň 2 vozíky a každý si vydělá 225,40 Kč.

Hotovo?

Jak už bylo řečeno, tyto úlohy jsou předpřípravnými úlohami k úlohám ve 3. části kapitoly. Jejich řešení nelze jednoduše zobecnit, ale moje rada zní: Vždy si uvědom, co ze zadání úlohy znáš a co máš spočítat a potom se zamysli a pokus se úlohu vyřešit. Hned teď si můžeš nalistovat 2. část kontrolních úloh a vyzkoušet si svůj logický úsudek na úloze 4K (str. 32).

Tvůj Radílek

3. ČÁST

Ahoj!

Povedlo se? Gratuluji!

Nepovedlo? Nevadí, není všem hodinám matematiky konec a hned teď Ti nabízím pomocnou ruku.

Radílek

V obou přípravných úlohách 6P a 7P hledáme hranici, kde náklady při zvolení první možnosti (6P - koupení filtru, 7P - bližší pumpa) se rovnají nákladům při zvolení druhé možnosti řešení situace (6P - Dobrá voda, 7P - vzdálenější pumpa). Při řešení takovýchto úloh se držíme tohoto postupu:

OBECNÝ POSTUP:

1. Určíme či spočítáme **konstantní (neměnné) náklady** v jednotlivých případech, např. v 6P - koupě filtru, v 7P - cesta autem k pumpě. Tyto náklady jsou vždy stejné, postupem času se nemění.
2. Určíme **proměnné náklady**, které závisí na proměnné x , kterou je např. v 6P - x = množství spotřebované (vypité) vody, v 7P - x = to množství benzínu, o které chceme mít před zítřejší cestou v nádrži více.
3. Sestavíme rovnici, kde na levé straně budou stát **celkové náklady (konstantní + proměnné)** z první možnosti a na pravé straně celkové náklady (konstantní + proměnné) z druhé možnosti. Tedy:

{celkové náklady z 1. možnosti = celkové náklady z 2. možnosti}

4. Vyřešíme rovnici, určíme hledanou velikost x a provedeme zkoušku.
5. Napíšeme odpověď.

Podle tohoto postupu řešení přípravných úloh 6P a 7P vypadá takto:

Úloha 6P - řešení

Filtr na vodu z vodovodu (Paterovi):

cena.....1 050 Kč

sazba za vodu.....18 Kč/m³ = 0,018 Kč/l

Dobrá voda (Vašovi):

1 litr stojí.....8,2 Kč

Po kolika litrech Dobré vody Vašovi zaplatí stejně jako Paterovi za filtr a stejné množství vody?

Konstantní (neměnné) náklady:

cena filtru..... 1 050 Kč

Proměnné náklady závislé na x spotřebovaných litrech:

Paterovi - voda z vodovodu..... 0,018 x (Kč)

Vašovi - Dobrá voda..... 8,2 x (Kč)

Celkové náklady po x litrech (konstantní + proměnné):

Paterovi - filtr..... 1 050 + 0,018 x

Vašovi - Dobrá voda..... 8,2 x

$$1\,050 + 0,018\,x = 8,2\,x$$

$$1\,050 = 8,182\,x$$

$$128,33 \text{ (litrů)} \doteq x$$

Zkouška:

$$L: 1\,050 + 0,018 \cdot 128,33 \doteq 1\,052,31 \text{ Kč}$$

$$P: 8,2 \cdot 128,33 \doteq 1\,052,31 \text{ Kč}$$

$$\underline{L = P}$$

Koupí-li Vašovi 128,33 litrů Dobré vody zaplatí stejně jako Paterovi za filtr na vodu a vodu z vodovodu.

Úloha 7P - řešení

Bližší pumpa - A:

vzdálena.....3 km

cena benzínu.....19,5 Kč/l

Vzdálenější pumpa - B:

vzdálena.....7 km

cena benzínu.....18,8 Kč/l

Auto spotřebuje:

na 100 km9 litrů benzínu

na 1 km.....9 litrů : 100 km = 0,09 litrů benzínu

a) Ke které pumpě je výhodnější jet pro benzín, aby před zítřejší cestou v nádrži bylo o 15 litrů benzínu více?

b) Celkové náklady stejné u obou pump:

V nádrži bude o..... x litrů více

Kolik bychom u jednotlivých pump koupili celkem benzínu?

c) Před zítřejší cestou o 35 litrů benzínu více od pumpy B..... ušetříme a kolik?

Pozn. Při cestě k pumpě a zpět spotřebováváme cenově ten benzín, který jedeme koupit.

Zobecnujícímu postupu, který je uveden v této 3. části výkladu, odpovídá přesně zadání úkolu za b), proto ho vyřešíme jako první.

b) U benzinové pumpy koupíme určité množství benzínu, ale z tohoto množství musíme odečíst část, kterou spotřebujeme cestou k pumpě a zpět - to jsou **konstantní náklady**, protože cestou k dané pumpě spotřebujeme vždy stejně. **Proměnné náklady** závisí na množství benzínu x , které chceme, aby nám po návratu od pumpy v nádrži přibýlo.

Nejdříve si spočítáme **konstantní náklady** - kolik nás stojí cesta k pumpě (tj. kolik zaplatíme za spotřebovaný benzín). Pojedeme-li k pumpě pro jakékoli množství benzínu, tak tyto náklady budou stále stejné, neměnné, tedy konstantní.

K pumpě A:

$$1 \text{ km} \dots\dots\dots 0,09 \cdot 19,5 = 1,755 \text{ Kč}$$

$$\text{tam a zpět} = 6 \text{ km} \dots\dots 1,755 \cdot 6 = \underline{10,53} \text{ Kč}$$

K pumpě B:

$$1 \text{ km} \dots\dots\dots 0,09 \cdot 18,8 = 1,692 \text{ Kč}$$

$$\text{tam a zpět} = 14 \text{ km} \dots\dots 1,692 \cdot 14 = \underline{23,688} \text{ Kč}$$

Nyní spočítáme **proměnné náklady** - cena za to množství benzínu, o které chceme mít v nádrži po návratu od pumpy více. Tyto náklady tedy závisí na množství litrů x .

$$\text{U pumpy A} \dots\dots\dots 19,5 \times \text{Kč}$$

$$\text{U pumpy B} \dots\dots\dots 18,8 \times \text{Kč}$$

Celkové náklady (konstantní + proměnné) = cena za cestu k pumpě a zpět (spotřebovaný benzín) + cena za benzín, který nám po návratu od pumpy v nádrži přibude.

$$\text{K pumpě A} \dots\dots\dots 10,53 + 19,5 \times$$

$$\text{K pumpě B} \dots\dots\dots 23,688 + 18,8 \times$$

Sestavíme rovnici, kde na jedné straně budou stát celkové náklady pro bližší pumpu A a na druhé straně celkové náklady pro vzdálenější pumpu B.

$$10,53 + 19,5 x = 23,688 + 18,8 x$$

$$0,7 x = 13,158$$

$$x \doteq 18,797 \text{ litrů}$$

$$\underline{x \doteq 18,8 \text{ litrů}}$$

Zkouška:

Celkové náklady (přibližné, protože zaokrouhlováním během výpočtu se výsledek stal také přibližný, nepřesný):

$$\text{U pumpy A: } 10,53 + 19,5 \cdot 18,8 \doteq 377,1 \text{ Kč}$$

$$\text{U pumpy B: } 23,688 + 18,8 \cdot 18,8 \doteq 377,1 \text{ Kč}$$

Celkové náklady se rovnají

Budeme-li mít po návratu od pumpy v nádrži o 18,8 litrů benzínu více, pak budou celkové náklady stejné, ať pojedeme k bližší pumpě nebo ke vzdálenější pumpě.

Protože musíme koupit u pumpy i to množství benzínu, které při cestě k pumpě a zpět spotřebujeme, musíme koupit benzín za celkové náklady, tedy za 377,1 Kč.

Potom bychom celkem koupili:

$$\text{U pumpy A: } 377,1 : 19,50 \doteq 19,3 \text{ litrů benzínu}$$

$$\text{U pumpy B: } 377,1 : 18,80 \doteq 20,1 \text{ litrů benzínu}$$

(U pumpy B bychom koupili více, protože cestou více spotřebujeme.)

Celkové náklady budou stejné, ať pojedeme pro benzín k pumpě A nebo B, koupíme-li u pumpy A 19,3 litrů a u pumpy B 20,1 litrů a v obou případech nám v nádrži po návratu od pumpy domů přibude přibližně 18,8 litrů benzínu.

a) Ke které pumpě se nám vyplatí jet, abychom před zítřejší cestou měli v nádrži o 15 litrů benzínu více?

Můžeme řešit dvěma způsoby:

1. Vypočítáme celkové náklady pro jednotlivé pumpy, potřebujeme-li, aby v nádrži přibylo 15 litrů.

Pro pumpu A:

$$10,53 + 15 \cdot 19,5 = \underline{303,030 \text{ Kč}}$$

Pro pumpu B:

$$23,688 + 15 \cdot 18,8 = \underline{305,688 \text{ Kč}}$$

$$303,030 \text{ Kč} < 305,688 \text{ Kč}$$

Celkové náklady jsou nižší, kupujeme-li benzín u pumpy A, takže je výhodnější jet k bližší pumpě.

2. Logickou úvahou na základě úkolu b):

Je jasné, že chceme-li, aby nám v nádrži přibylo jen malé množství benzínu, pak je výhodnější jet k bližší pumpě, protože to co ušetříme na koupení levnějšího benzínu u pumpy B bude menší než to co ušetříme na kratší cestě k pumpě A.

Takže z řešení úlohy b) víme, že pro menší množství benzínu je výhodnější jezdit k bližší pumpě A a chceme-li, aby nám v nádrži přibylo víc než 18,8 litrů pak je výhodnější jet k pumpě B.

Chceme-li tedy koupit 15 litrů benzínu ($15 \text{ litrů} < 18,8 \text{ litrů}$), pojedeme k bližší pumpě A.

1.3 Kontrolní úlohy

c) Kolik ušetříme či neušetříme pojedeme-li koupit benzín ke vzdálenější pumpě a před zítřejší cestou bude v nádrži o 35 litrů více? Spočítáme celkové náklady, kupujeme-li benzín u pumpy A a u pumpy B a ty od sebe odečteme.

$x = 35$ litrů

Pumpa A..... $10,53 + 35 \cdot 19,5 = 693,03$ Kč

Pumpa B..... $23,688 + 35 \cdot 18,8 = 681,688$ Kč

$693,03 \text{ Kč} - 681,688 \text{ Kč} = 11,342 \text{ Kč} \doteq \underline{\underline{11,3 \text{ Kč}}}$

Pojedeme-li pro benzín ke vzdálenější pumpě a před zítřejší cestou nám v nádrži přibude 35 litrů benzínu, ušetříme 11,3 Kč.

Myslíš si, že tomu už rozumíš? Jestli si nejsi úplně jistý, vrať se ještě jednou k přípravným úlohám, vyber si tu, která je pro tebe těžší a pokus se ji ještě jednou samostatně vyřešit. Pak se můžeš pustit do 3. části kontrolních úloh (str. 33).

Hodně vytrvalosti a úspěchů Ti přeje

Radílek

3.5 Kontrolní úlohy

KONTROLNÍ ÚLOHY

1. ČÁST

Ahoj!

Máš před sebou první kontrolní úlohy, které prověří, zda jsi úspěšně zvládl první část kapitoly o optimálním rozhodování a zda můžeš pokračovat dál či se ještě jednou budeš muset vrátit k 1. části výkladu. Takže zapni mozek a uvidíš, že je vyřešíš celkem snadno.

Radílek

Úloha 1K

Pan Nývlt si koupil videokameru za 27 000 Kč. Pan Hnyk si půjčuje stejný typ videokamery z půjčovny a za vypůjčení na 1 den zaplatí 320 Kč. Jaký je největší počet dní, při kterém se ještě vyplatí panu Hnykovi půjčování videokamery z půjčovny?

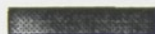
Úloha 2K

Mirka, studentka vysoké školy v Liberci, dojíždí z Tanvaldu nepravidelně do školy vlakem nebo jinými dopravními prostředky. Jako studentka má právo na slevu jízdného a pro ní existují dva druhy slev. Buď si pořídí průkazku typu ŽT a bude si kupovat 1 jízdenku na celý měsíc za 42 Kč nebo si pořídí průkazku typu ZŽ a bude si platit každou jízdu zvlášť a zaplatí polovinu obyčejného jízdného, tedy 4 Kč za jednu jízdu.

a) Toto je její rozvrh hodin:

	1	2	3	4	5	6
Pondělí		vlak				
Úterý				vlak		
Středa	autobus				autobus	
Čtvrtek		vlak				vlak
Pátek						

spí u tety v Liberci

 = vyučování

Jaká průkazka na vlak je pro Mirku výhodnější a kolik za měsíc ušetří?

Počítej, že měsíc má 4 týdny.

b) Kolik nejvíce jízd mezi Tanvaldem a Libercem může Mirka za měsíc vykonat, aby pro ni bylo ještě výhodnější kupovat si jednotlivé jízdenky za polovinu obyčejného jízdného?

Úloha 3K

Kamarádi Petr a Láďa mají oba vlastního Walkmana, kterého často poslouchají. Walkmana pohánějí 2 tužkové baterie. Petrovi rodiče koupili nabíječku tužkových akumulátorů a 4 akumulátory ("nabíjecí baterie"). To vše stálo 416 Kč. Akumulátory se dají až 1000 krát nabít a jejich nabití z elektrické sítě odebere tak málo proudu, že můžeme říci, že nabití je zadarmo.

Láďa dále používá obyčejné tužkové baterie, kde jedna stojí 8 Kč.

a) Kolik baterií Láďa koupí a zaplatí za ně stejně jako Petr za nabíječku s akumulátory?

b) Poslouchají-li Petr a Láďa Walkmana stejně často, a to tak, že baterie (akumulátory) ve Walkmanovi vybijí průměrně za 3 dny, za jak dlouho nastane situace, že Petrovy a Láďovy náklady na provoz Walkmana budou stejné.

Hotovo? Vyšlo Ti to správně?

Jestli ne, budeš se muset k úlohám ještě vrátit, případně prostudovat ještě jednou výkladovou část.

Jestli jsi s výsledkem spokojený a jsi si jistý, že tomu rozumíš, pak je tu pro tebe "Koutek pro bystré hlavy" nebo se můžeš pustit do 2. části přípravných úloh (str. 10).

Tvůj Radílek

Koutek pro bystré hlavy

Ahoj!

Vítej v prvním "Koutku pro bystré hlavy".

Chtěl bych Ti dát jednu dobrou radu: Na správné řešení se do výsledků podívej až tehdy, budeš-li si se svým řešením opravdu jistý. Avšak nebudeš-li zrovna moci přijít na řešení, tak ho hned nehledej ve výsledcích. Tím by totiž pro tebe skončila zábava, protože bys už znal řešení, čímž by pro tebe daný úkol přestal existovat. A věř mi, že bys z toho neměl radost. Když však úkol odložíš na jinou volnou chvíli, možná, že Tě řešení najednou napadne během dne nebo na něj přijdeš, až úkol budeš řešit podruhé. A uvidíš, že budeš mít ohromnou radost z toho, že jsi na to sám přišel! To platí nejen pro všechny úlohy v "Koutku pro bystré hlavy", ale i pro všechny hlavolamy, se kterými se v životě setkáš.

Takže si pamatuj: Správné řešení si nech prozradit jen tehdy, nevíš-li si opravdu rady.

Tvůj Radílek

1. Včely

Vyletěl zrána houfek včel
nasbírat nektar, zlatý pel.
Tisícem vůní jaro hýří,
za kterou z nich to včelky miří?

Pětina jich si našla hned
jasmínu křehký, vonný květ.
Šéfík včel zvábil třetinu
na připravenou hostinu.

Třemi když rozdíl znásobíš,
těch skupin, které sedly již,
máš počet včel, jež střemcha zve
na přebohaté kvítky své.

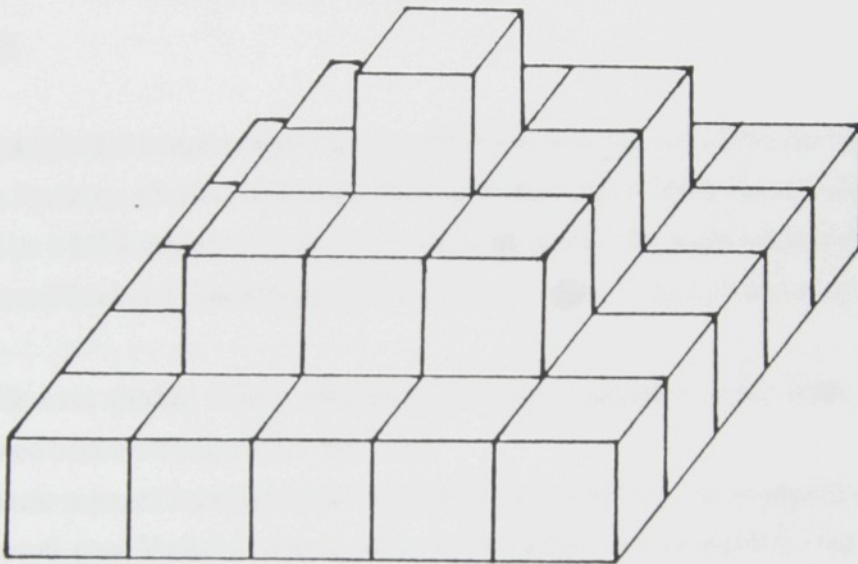
Poslední včelka zbývá jen -
vybere si snad skromný rmen,
či v sadu květy jabloně?

A kolik včel těch celkem je?
Spočti je rychle, přáteli,
aby se nerozletěly

2. Pyramida

Pyramida sestavená z krychlí (viz. obr. 1) byla ponořena do barvy. Kolik krychlí bude mít po rozebrání pyramidy na jednotlivé krychličky obarvenou jednu stěnu, dvě stěny, tři stěny, čtyři stěny, pět stěn, šest stěn, žádnou stěnu?

obr. 1



Pozn. 2. příklad převzat z [Phy]

2. ČÁST

Ahoj!

Máš před sebou jedinou kontrolní úlohu v této části. Tak s chutí do úspěšného řešení.

Radílek

Úloha 4K

Paní Soukupová si koupila elektrickou rychlovarnou konvici, ve které se litr vody na čaj uvaří za 3 minuty 15 sekund. Za tuto dobu spotřebuje 0,097 kWh elektrického proudu přičemž za 1 kWh zaplatí 1,56 Kč. Paní Vacková uvaří 1 litr vody v konvici na plyn za 7 minut 30 sekund. Spotřebuje přitom 0,023 m³ plynu a za 1m³ plynu zaplatí 2,94 Kč.

- Kolik času (hodin, minut, sekund) ušetří paní Soukupová oproti paní Vackové, jestliže obě budou 30 krát vařit 1 litr vody?
- Kolikrát nejméně musí tyto paní vařit vodu, aby paní Soukupová ušetřila alespoň 5 hodin oproti paní Vackové? Která paní přitom zaplatí více za spotřebovanou energii (elektrický proud, plyn) a o kolik?

Jsi-li hotov, můžeš si vybrat, zda si nejdříve vyřešíš úkoly v "Koutku pro bystré hlavy" nebo se rovnou pustíš do řešení 3. části přípravných úloh (str. 11).

Je to na tobě!

Tvůj Radílek

Koutek pro bystré hlavy

3. Přeházená víčka krabiček

Před vámi leží tři krabičky, z nichž jedna obsahuje dvě černé kuličky, jiná dvě bílé kuličky a poslední jednu bílou a jednu černou kuličku. Na víčkách krabiček jsou štítky s napsanými označeními ČČ, BB a ČB, avšak označení neplatí, neboť víčka někdo přeházel, takže obsah každé krabičky je označen nesprávně. Z krabičky smíte vyjmout najednou vždy jen jednu kuličku, aniž se podíváte dovnitř. Tímto způsobem máte určit sestavu kuliček ve všech třech krabičkách. Kolik kuliček je nutné vyjmout, abyste mohli správně určit sestavu v každé krabičce?

4. 666 kostek

V krabici je 666 hracích kostek. Jirka je postupně vybírá a pokládá na stůl. První kostku položí tak, aby jednička byla nahoře, potom položí dvě kostky s dvojkami nahoře, dále tři kostky s trojkami nahoře atd. až šest kostek s šestkami nahoře. Potom všechno zopakuje, tj. opět položí jednu kostku tak, aby jednička byla nahoře atd. ..., až se krabice vyprázdní. Vypočítej součet teček na horních stěnách kostek.

3. ČÁST

Ahoj!

*Tak a jsou tu poslední kontrolní úlohy této kapitoly. Co myslíš, zvládneš je?
V každém případě ti držím palce.*

Radílek

Pozn. 3. příklad převzat z [Bak].

Pozn. 4. příklad převzat z [Duš]

Úloha 5K

Macháčkovi si koupili rychlovarnou elektrickou konvici za 750 Kč, ve které uvaří 1 litr vody na čaj za 3 minuty a 15 sekund a spotřebují 97 Wh elektrické energie.

Holatovi si koupili na vaření vody novou smaltovanou konvici za 360 Kč, se kterou 1 litr vody uvaří na elektrickém vařiči za 8 minut a spotřebují při tom 0,183 kWh elektrické energie.

Sazba za elektrickou energii je 1,56 Kč za 1 kWh.

a) Kolikrát by (zaokrouhlete na celky) Holatovi uvařili 1 litr vody na čaj, aby zaplatili přibližně stejně jako Macháčkovi za elektrickou konvici a její provoz?

b) Kolik času Macháčkovi ušetří (dní, hodin, minut, sekund) v momentě, kdy uvaří tolik vody, že náklady obou rodin se vyrovnají?

Úloha 6K

Pan Pavlas ve své práci hodně jezdí autem. Rozhoduje se, zda si koupit auto značky Opel nebo Škoda Favorit. Ví, že Opel stojí 299 900 Kč a spotřebuje 4,4 l benzínu na 100 km, Favorit stojí 231 000 Kč a spotřebuje 5,7 l benzínu na 100 km, a že přibližná cena benzínu je 20 Kč za 1 litr. Protože se mu Opel líbí více, je rozhodnut, že si ho koupí, jestliže se mu po 150 000 najetých kilometrech vrátí za benzin alespoň 1 polovina rozdílu cen těchto dvou aut.

a) Kolik ušetří pan Pavlas na benzínu, ujede-li 150 000 km autem Opel, a které auto si tedy koupí?

b) Po kolika tisících najetých kilometrech by byly náklady na Opel a Favorit stejné počítáme-li jen s cenou auta a spotřebou benzínu, a ne s náhradními součástkami?

Úloha 7K

Mirkův tatínek přemýšlel, jestli má koupit obyčejnou či úspornou žárovku, která svítí stejně, ale:

Obyčejná stojí 10 Kč, vydrží svítit 1000 hodin a za 1 hodinu spotřebuje 100 Wh elektrického proudu.

Úsporná žárovka stojí 410 Kč, vydrží svítit 8000 hodin a za 1 hodinu spotřebuje 23 Wh elektrického proudu. Sazba za elektrickou energii je 1,56 Kč za 1 kWh.

a) Mirek se rozhodl spočítat, kolik jeho rodina ušetří, když koupí úspornou žárovku a ona opravdu vydrží svítit 8000 hodin.

Na co přišel?

b) Mirka dále napadlo: Potřebujeme-li žárovku na kratší dobu, pak se nám určitě vyplatí koupit si obyčejnou. Musí tu existovat hranice, tedy počet prosvícených hodin, při kterých přestává být výhodná obyčejná žárovka, a kdy je už lepší koupit úspornou žárovku. Mirek tuto hranici našel. Dokážeš to i ty?

Nevychází-li Ti tato úloha 8K, pak tu pro tebe mám malou nápovědu: Nejdříve musíš spočítat, při kolikáté normální žárovce dojde k vyrovnání nákladů obou žárovek a tedy kdy se už začne vyplácet úsporná žárovka.

Hotovo? Gratuluji!

Odvedl jsi pěkný kus práce a propočítal jsi se až do konce kapitoly. Pro volnou chvíli a zábavu tu pro tebe mám ještě jeden "Koutek pro bystré hlavy".

Na tomto místě bych se s Tebou chtěl také rozloučit a popřát Ti hodně úspěchů a radosti v dalším studiu matematiky.

Ahoj!

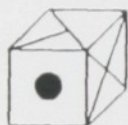
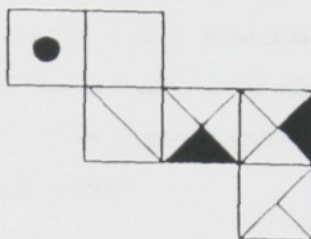
Tvůj Radílek

Koutek pro bystré hlavy

5. Sít' krychle

Na obrázku 2 je zobrazena sít' krychle. Dále je tam šest již složených krychliček. Které z nich nemohou být složeny z dané sítě?

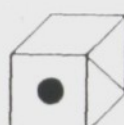
Obrázek 2



A



B



C



D



E



F

6. Cesta po mostě

Jednou čtyři skřítci na své noční pouti přišli k řece, kterou chtěli přejít po mostě. Ten most byl starý, dřevěný a unesl maximálně jen dva skřítky. Aby skřítci nespadli do jedné z děr v mostě, museli si na cestu svítit lucernou, ve které byl petrolej jen na 60 minut svícení. Ta lucerna byla malá, skřítkovská, takže jim svítila jenom na krok před sebe. Skřítci věděli, že jeden z nich přejde most za 25 minut, druhý za 20 minut, třetí za 10 minut a čtvrtý za 5 minut. Když půjdou dva společně, musí ten rychlejší jít stejně jako ten pomalejší a navíc jeden z nich pak musí lucernu zase donést na druhý břeh k ostatním.

Dokážeš skřítkům poradit způsob, jak se všichni dostanou po mostě na druhou stranu řeky?

3.6 Výsledky

V Ý S L E D K Y

Ahoj!

I tady bych Ti chtěl něco poradit. Bylo by dobré, abys neviděl výsledky úloh, které jsi ještě neřešil. Proto nejdříve očima přelétni stránku a najdi oddíl ("Přípravné úlohy", "Výklad", "Kontrolní úlohy" či "Koutek pro bystré hlavy"), ve kterém chceš hledat výsledek. Potom na ten oddíl přilož list papíru a posunuj jím směrem dolů, až přijdeš k výsledku úlohy, kterou jsi právě vyřešil.

Radílek

Přípravné úlohy

1P. alespoň 27 krát

2P. 23 krát neboli nejméně na 23 dní

3P. po alespoň 1 713 malých spláchnutí

4P. a) už pro 3 osoby

b) každý ušetří při cestě tam a zpět 72 Kč

5P. alespoň dva vozíky a každý si vydělá 225,40 Kč

6P. po koupení 128,33 litrů Dobré vody

7P. a) k bližší pumpě

b) v nádrži přibude 18,8 litrů benzínu; u bližší pumpy bychom koupili celkem 19,3 litrů a u vzdálenější pumpy 20,1 litrů benzínu.

c) ušetříme 11,30 Kč

Výklad

Cvičení I.

1. a) 68,8 Kč

b) 1 264,2 Kč

c) 1 668,6 Kč

2. a) 388,1 Kč
b) 187,5 Kč
c) 2 299,4 Kč
3. a) 507,0 Kč
b) 113,6 Kč
c) 216,3 Kč

Kontrolní úlohy

- 1K. nejvíce na 84 dní
- 2K. a) průkazku ŽT pro měsíční jízdenku a ušetří 22 Kč za měsíc
b) za měsíc nejvíce 10 jízd
- 3K. a) Láďa koupí 52 baterií
b) 78 dní
- 4K. a) paní Soukupová 2 hod 7 min 30 s
b) = 71 krát, ale p. Soukupová zaplatí o 5,94 Kč více
- 5K. a) 2 907 krát,
b) Macháčkovi ušetří 9 dní 14 hod 8 min 15 s
- 6K. a) ušetří 39 000 Kč, koupí si tedy auto Opel
b) po 265 000 km
- 7K. a) rodina ušetří 631 Kč
b) po 3 080 hodin 15 minut

Koutek pro bystré hlavy

1. Včely: 15 včel

2. Pyramida:

Jednu stěnu: 9 krychliček

Dvě stěny: 4 krychličky

Tři stěny: 16 krychliček

Čtyři stěny: 4 krychličky

Pět stěn: 1 krychlička

Šest stěn: 0 krychliček

Žádnou stěnu: 1 krychlička

3. Přeházená víčka krabiček

Obsah všech tří krabiček můžete určit vytažením pouze jediné kuličky. Klíč k řešení nám dává informace o štítcích na krabičkách: víme, že každá krabička je označena nesprávně. Musíme postupovat tak, že vytáhneme kuličku z krabičky označené ČB. Je-li kulička řekněme černá, pak hned víme, že druhá kulička v krabičce je také černá (jinak by neplatilo to, co bylo řečeno o nesprávnosti označení). Když jsme určili, která z krabiček obsahuje dvě černé kuličky, můžeme hned také určit obsah krabičky s označením BB. Víme, že nemůže obsahovat dvě černé kuličky, neboť ty jsme právě našli v první krabičce. Musí tedy obsahovat jednu černou a jednu bílou kuličku. Třetí krabička pak nutně musí obsahovat dvě bílé kuličky.

4. 666 kostek: 2 876 teček

5. Síť krychle:

Krychličky A a D nemohou být složeny z uvedené sítě.

6. Cesta po mostě

Označíme si skřítky čísla 5, 10, 20 a 25, podle toho, jak dlouho jim trvá, než přejdou most. Pak skřítci budou přecházet po mostě takto:

Nejprve přejde 10 a 5 (10 minut) a 5 se vrátí (+5 minut) a předá lucernu 20 a 25, kteří přejdou most na druhou stranu (+25 minut). Předají lucernu 10 a ta se vrátí (+10 minut) pro 5, se kterou přejdou na druhý břeh (+10 minut) k 25 a 20. Nyní jsou všichni na druhém břehu a sečteme-li minuty v závorkách (po tu dobu potřebovali, aby svítila lucerna), vyjde nám 60 minut. Takže v momentě, kdy most přejdou poslední skřítci 10 a 5, lucerna zhasne

4. PŘÍRUČKA PRO UČITELE

4.1 Metodické návrhy pro učitele

METODICKÉ NÁVRHY

(příloha pro učitele)

1. část přípravných úloh

- * Uvedeme kapitolu buď ústně vlastními slovy či s žáky přečteme úvod v učebnici.
 - * První úlohy by žáci mohli řešit ve dvojicích v lavici. Ve dvojici by měl být vždy žák lepší a žák slabší, aby lepší žák mohl pomoci tomu slabšímu a nestalo se, že půlka třídy úlohu bez obtíží vyřeší a půlka ji nevyřeší vůbec.
 - * Upozorníme žáky, že je to společná práce, že jejím cílem je, aby oba dva úlohu pochopili a uměli ji vyřešit. Navrhne žákům následující postup, nemají-li ho osvojený už z dřívějších hodin matematiky.
 - a) Každý si úlohu samostatně přečte a snažte se úlohu porozumět.
 - b) Společně si vypíšete známé a neznáme. Jeden diktuje, druhý píše.
 - c) Každý se zamyslete a navrhnete řešení.
 - d) Vyřešte úlohu.
 - e) Má-li jeden z vás nejasnosti v řešení, projděte úlohu ještě jednou a problém si vysvětlíte.
 - f) Oba si řešení zapišete do školního sešitu a přihlaste se.
 - g) Učitel vám zkontroluje řešení a buď vás upozorní na chybu nebo vám dá pokyn k řešení další přípravné úlohy.
- (Podobný postup a) až g) platí i pro práci ve skupinách 3 - 5 žáků.)

* V době, kdy žáci řeší úlohu, učitel obchází třídu a získává tak přehled o situaci ve třídě - která dvojice snadno úlohu vyřešila, kdo je ve dvojici aktivnější, jaká je spolupráce v jednotlivých dvojicích atd.

* Podle situace ve třídě (úspěšné či méně úspěšné řešení úloh/y) by učitel rozhodl, zda práci žáků přeruší a společným rozebráním úloh napomůže slabším žákům vniknout do problému nebo nechá žáky řešit i úlohu 3P. Slabší dvojice by mohly řešit pouze úlohu 1P a 3P, protože úloha 2P je velice podobná úloze 1P.

Společné rozebrání motivačních (přípravných) úloh by mohlo probíhat asi takto:

1. Učitel vyzve žáky, aby se přihlásila ta dvojice, která vypočítala všechny úlohy, která jen dva nebo jeden, čímž zjistí přesně celkovou situaci ve třídě.
2. Učitel vyzve jednoho žáka z dvojice, která úlohu vypočítala, aby třídě vysvětlil, jak postupovali.
3. Postupoval někdo jinak? Případná diskuse nad různými postupy.
4. Podobná diskuse nad ostatními řešenými úlohami.
5. Následuje učitelův **výklad**. Učitel žákům připomene zobecňující postup řešení slovních úloh a uvede vzorové řešení jedné z přípravných úloh (nejlépe úlohy 3P). Toto vzorové řešení úlohy a zobecňující postup řešení by si žáci měli poznamenat do školních sešitů.
6. Učitel vysvětlí žákům, jak se počítá se sazbami (viz. článek "Výklad") s následujícím počítáním příkladů ze cvičení I. ve výkladovém článku.
7. Po výkladu žáci samostatně počítají kontrolní úlohy, které prověří, zda problematiku pochopili.

Ve výborných třídách, kde většina žáků je schopna počítat už i přípravné úlohy samostatně, může učitel zvolit samostatnou práci žáků s následujícím postupem:

1. Žáci samostatně řeší přípravnou úlohu do školních sešitů a když jsou hotovi, přihlásí se.
2. Učitel zkontroluje řešení a buď upozorní žáka na chybu nebo dá pokyn k řešení další úlohy.
3. V době samostatné práce žáků učitel obchází třídu, kontroluje žákům výsledky a slabším žákům může naznačit řešení úlohy.
4. Učitel přeruší samostatnou práci žáků a následuje výklad stejný jako je uvedený výše (viz. 5. - 7.).

Tato metoda je pro výborné žáky efektivnější než práce ve skupinách, protože žáci podle svého tempa postupují dopředu a nemusí čekat, až úlohu pochopí i slabší žák. Avšak při této metodě nedochází ke vzájemné spolupráci a pomoci druhému, která mezi žáky při dobře vedené skupinové práci existuje.

Vzorové řešení úlohy 2P, které není uvedeno ve výkladové části.

Úloha 2P - řešení

Nový fotoaparát (pan Soldát).....2 530 Kč

Vypůjčení fotoaparátu na 1 den (pan Kučera)....110 Kč

Pan Kučera zaplatí za x výpůjček (dní).....110 x Kč

Jaký je nejmenší počet dnů, při kterém by se panu Kučerovi už nevyplatilo půjčovat si fotoaparát z půjčovny?

$$\{\text{Náklady p. Kučery} = \text{náklady p. Soldáta}\}$$

$$110 x = 2\,500$$

$$x = 2\,500 : 110$$

$$x \doteq 22,73 \text{ dní} \quad \underline{\text{Tedy nejméně na 23 dní}}$$

Zkouška:

Na 22 dní: $22 \cdot 110 = 2\,420$ Kč

$2\,420 \text{ Kč} < 2\,500 \text{ Kč}$ Ještě se vyplácí půjčování.

Na 23 dní: $23 \cdot 110 = 2\,530$ Kč

$2\,530 \text{ Kč} > 2\,500 \text{ Kč}$ Už se vyplatí koupit fotoaparát.

Nejmenší počet dnů, při kterém by se panu Kučerovi už nevyplatilo půjčování fotoaparátu, je 23 dní.

2. část přípravných úloh

Tyto dvě "předpřípravné" úlohy 4P a 5P jsou mezistupněm mezi lehkými úlohami v 1. části a těžkými ve 3. části kapitoly. Řešení těchto úloh nelze popsat zobecňujícím postupem, ale žáci se musí sami zamyslet a logickou úvahou úlohu vyřešit. Učitel sám rozhodne podle úrovně třídy, jak žáci budou tyto úlohy řešit. Může si vybrat z těchto tří návrhů:

1. Obě úlohy vyřešit za použití tzv. "heuristické besedy"
2. Žáci mohou řešit úlohu ve skupinách či dvojicích s následujícím rozбором řešení s učitelem.
3. Ve výborných třídách mohou žáci řešit úlohy samostatně.

3. část přípravných úloh

Úlohy 6P a 7P uvádí poslední ale vlastně klíčovou část této kapitoly. Je důležité, aby žáci pochopili princip řešení těchto úloh, proto bychom je měli nechat pracovat co nejvíce samostatně a je-li to možné, pak vynechat i metodu "heuristické besedy"

Navrhuji, aby se úlohu 6P žáci pokusili vyřešit ve dvojicích. Po určité době by učitel práci přerušil a vytvořil by skupinu po 4 žácích tedy 2 dvojice vždy k sobě. V těchto skupinách by si žáci porovnali svá řešení úlohy 6P a rozhodli by o jejím správném řešení. Potom by společně řešili úlohu 7P.

Po zkončení skupinové práce by jednotlivé skupiny vysvětlily, jak postupovaly a všichni společně by s učitelem rozebrali obě přípravné úlohy. Následoval by učitelův zobecňující výklad řešení tohoto typu problému s konkrétními příklady na jedné z přípravných úloh (viz. výkladový článek).

Kontrolní úlohy

Každý žák samostatně počítá kontrolní úlohy do školního sešitu. Učitel obchází žáky, sleduje jejich řešení a svoji pozornost věnuje hlavně slabším žákům, případně se rozhodne vyřešit vybranou úlohu se slabšími žáky na tabuli.

Hotovým žákům může zadat řešit úkoly z "Koutku pro bystré hlavy".

Po samostatné práci by měla následovat společná kontrola výsledků a diskuse nad řešeními.

Učitel také může žákům zadat kontrolní úlohu za domácí úkol a jejím rozбором zahájit další hodinu.

Setká-li se učitel s velkými nedostatky v porozumění problematiky žáky, může ještě jednou na kontrolní úloze vyložit zobecněný postup řešení.

Kontrolní úlohy by měly prověřit žáky, zda pochopili řešení daných úloh a zda je umí samostatně řešit.

4.2 Řešení kontrolních úloh

ŘEŠENÍ KONTROLNÍCH ÚLOH

(příloha pro učitele)

Úloha 1K - řešení

Nová videokamera (p. Nývlt).....27 000 Kč

Vypůjčení na 1 den (p. Hnyk).....320 Kč

Za x vypůjčení (dní) pan Hnyk zaplatí...320 x Kč

Jaký je největší počet dní, při kterém se ještě vyplatí panu Hnykovi půjčování z půjčovny?

$$320x = 27\,000$$

$$x = 27\,000 : 320$$

$$x = 84,375 \text{ dní} \quad \text{Tedy nejvíce na 84 dní.}$$

Největší počet dní, při kterém se panu Hnykovi ještě vyplatí půjčování videokamery z půjčovny, je 84.

Úloha 2K - řešení

Měsíční žakovská jízdenka.....42 Kč

Jednotlivé jízdné.....4 Kč

Počet jízd vlakem za týden.....4

a) Jaká průkazka je výhodnější a kolik Mirka ušetří?

b) Kolik nejvíce jízd může vykonat, aby jednotlivé (poloviční) jízdenky byly výhodnější?

a) Podle rozvrhu Mirka jede do školy vlakem celkem.....4 krát týdně = 16 krát měsíčně

Za jednotlivé jízdenky zaplatí.....16 · 4 Kč = 64 Kč

64 Kč > 42 Kč {Vyplatí se jí koupit měsíční jízdenka}

64 Kč - 42 Kč = 22 Kč {Ušetří 22 Kč za měsíc}

Pro Mirku je výhodnější koupit si průkazku ŽT na měsíční jízdenku, čímž ušetří 22 Kč za měsíc.

b) Za x jednotlivých jízd.....4x Kč

$$4x = 42$$

$$x = 42 : 4$$

$$x = 10,5 \text{ Tedy nejvíce } \underline{10 \text{ jízd}}$$

Mirka může vykonat nejvíce 10 jízd, aby pro ní bylo ještě výhodnější kupovat si jednotlivé jízdenky za polovinu obvyčejného jízdného.

Úloha 3K - řešení

Petrova nabíječka s akumulátory stojí.....416 Kč

1 baterie pro Lád'u stojí.....8 Kč

Za x baterií Lád'a zaplatí..... $8x$ Kč

- a) Kolik baterií Lád'a koupí a zaplatí za ně stejně jako Petr za nabíječku s akumulátory?
 b) Za kolik dní náklady obou chlapců stejné?

a)

{Lád'ovy náklady = Petrovy náklady}

$$8x = 416$$

$$x = \underline{52 \text{ baterií}}$$

Lád'a koupí 52 baterií a zaplatí za ně stejně jako Petrovi rodiče za nabíječku s akumulátory.

b)

Náklady stejné po vybití.....52 baterií

$52 : 2 = 26$ krát vyndá vybité 2 baterie, to dělají jednou za tři dny takže

$$26 \cdot 3 = \underline{78 \text{ dní}}$$

Pavlovy a Lád'ovy náklady na provoz Walkmana budou stejné za 78 dní.

Úloha 4K - řešení

Elektrická rychlovarná konvice (p. Soukupová)

1 litrů vody se vaří za.....3 min 15 s = 3,25 min

spotřebuje el. proudu.....0,097 kWh

sazba za el. proud.....1,56 Kč/kWh

Vaření na plynu (p. Vacková)

1 litrů vody se vaří za.....7 min 30 s = 7,5 min

spotřebuje plynu.....0,023 m³

sazba za plyn.....2,94 Kč/m³

- a) Kolik času paní Soukupová ušetří, když bude 30 krát vařit vodu?

- b) Kolikrát nejméně musí tyto paní vařit vodu, aby paní Soukupová ušetřila alespoň 5 hodin?

- a) Paní Soukupová při jednom vaření 1 litru ušetří:

$$7,5 - 3,25 = 4,25 \text{ minut}$$

Po 30 litrech ušetří:

$$30 \cdot 4,25 = 127,5 \text{ minut} = \underline{2 \text{ h } 7 \text{ min } 30 \text{ s}}$$

Když budou paní 30 krát vařit vodu, paní Soukupová ušetří 2 hodiny 7 minut 30 sekund.

- b) Paní Soukupová při jednom vaření 1 litru ušetří 4,25 min

Paní Soukupová má ušetřit.....5 h = 300 min

Musí uvařit vodu celkem (kolikrát?):

$$300 : 4,25 = 70,5882 \text{ tedy nejméně } \underline{71 \text{ krát}}$$

Při vaření 1 litru vody spotřebuje energii za:

p. Soukupová..... $0,097 \cdot 1,56 = 0,15132$ Kč

p. Vacková..... $0,023 \cdot 2,94 = 0,06762$ Kč

Cena energie pro uvaření 71 litru vody pro:

p. Soukupovou..... $71 \cdot 0,15132 \text{ Kč} = 10,74 \text{ Kč}$

p. Vackovou..... $71 \cdot 0,06762 \text{ Kč} = 4,8 \text{ Kč}$

Paní Soukupová zaplatí více o..... $10,74 - 4,8 = \underline{5,94 \text{ Kč}}$

Aby paní Soukupová ušetřila alespoň 5 hodin musí vařit vodu 71 krát, ale zaplatí o 5,94 Kč více.

Úloha 5K - řešení

Sazba za elektrickou energii.....1,56 Kč/kWh

Smaltovaná konvice (Holatovi):

cena.....360 Kč

1 litr vody uvaří za.....8 minut

spotřeba el. energie na 1 litr...0,183 kWh

cena za uvaření 1 litru..... $0,183 \cdot 1,56 = 0,28548$ Kč

cena za x litrů..... $0,28548 \cdot x$ Kč

celkové náklady na uvaření x litrů... $360 + 0,28548 \cdot x$

Rychlovarná elektrická konvice (Macháčkovi):

cena.....750 Kč

1 litr uvaří za.....3 min 15 s = 3,15 min

spotřeba el. energie na 1 litr...97 Wh = 0,097 kWh

cena za uvaření 1 litru..... $0,097 \cdot 1,56 = 0,15132$ Kč

cena za x litrů..... $0,15132 \cdot x$ Kč

celkové náklady na uvaření x litrů..... $750 + 0,15132 \cdot x$

a) Kolikrát by uvařili Holatovi 1 litr vody na čaj, aby zaplatili přibližně stejně jako Macháčkovi za elektrickou konvici a její provoz?

b) Kolik času v momentě (a) Macháčkovi ušetří?

a) $360 + 0,28548 \cdot x = 750 + 0,15132 \cdot x$

$0,13416 \cdot x = 390$

$x = 2\,906,976744$ litrů tedy skoro 2 907 krát

Zkouška:

L: $360 + 0,28548 \cdot 2\,906,98 = 1\,189,88$

P: $750 + 0,15132 \cdot 2\,906,98 = 1\,189,88$

L = P

Uvaří-li Holatovi 1 litr vody na čaj celkem přibližně 2 907 krát, jejich náklady budou stejné jako náklady Macháčků.

b) Macháčkovi ušetří času:

na 1 litr..... $8 - 3,25 = 4,75$ min

na 2 907 l..... $4,75 \cdot 2\,907 = 13\,808,25$ min =

= 9 dní 14 hodin 8 minut 15 sekund

V momentě, kdy Macháčkovi uvaří tolik vody, že náklady obou rodin se vyrovnají, Macháčkovi ušetří 9 dní 14 hodin 8 minut a 15 sekund.

Úloha 6K - řešení

Auto Opel:

cena.....299 900 Kč
 spotřeba benzínu.....4,4 l/100 km = 0,044 l/km

Auto Favorit:

cena.....231 000 Kč
 spotřeba benzínu.....5,7 l/100 km = 0,057 l/km

Cena benzínu.....20 Kč/l

1/2 rozdílu cen aut..... $(299\,900 - 231\,000) : 2 = 34\,450$ Kč

- a) Kolik ušetří p. Pavlas na benzínu, ujede-li 150 000 km autem Opel, a které auto si tedy koupí?
 b) Po kolika tisících najetých kilometrech by byly náklady na Opel a Favorit stejné, počítáme-li jen s cenou auta a spotřebou benzínu, a ne s náhradními součástkami?

Náklady na benzín:

Opel - na 1 km..... $0,044 \cdot 20 = 0,88$ Kč
 Opel - na x km..... $0,88 \cdot x$ Kč
 Favorit - na 1 km..... $0,057 \cdot 20 = 1,14$ Kč
 Favorit - na x km..... $1,14 \cdot x$ Kč

a) Které auto si pan Pavlas koupí?

Po 150 000 km spotřebuje benzín za:

Opel..... $0,88 \cdot 150\,000 = 132\,000$ Kč
 Favorit..... $1,14 \cdot 150\,000 = 171\,000$ Kč

U Oplu na benzínu ušetří:

$171\,000 \text{ Kč} - 132\,000 \text{ Kč} = \underline{39\,000 \text{ Kč}}$
 1/2 rozdílu cen.....34 450 Kč
 $34\,450 \text{ Kč} < 39\,000 \text{ Kč}$

Pan Pavlas po 150 000 km u Oplu ušetří na benzínu 39 000 Kč, což je více než jedna polovina rozdílu cen aut Opel a Favorit, takže si koupí auto Opel.

b) Náklady stejné po x km:

Celkové náklady po x km:

Opel..... $299\,900 + 0,88 \cdot x$
 Favorit..... $231\,000 + 1,14 \cdot x$

$$299\,900 + 0,88 \cdot x = 231\,000 + 1,14 \cdot x$$

$$68\,900 = 0,26 \cdot x$$

$$\underline{265\,000 \text{ km} = x}$$

Zkouška:

L: $299\,900 + 0,88 \cdot 265\,000 = 533\,100$ KčP: $231\,000 + 1,14 \cdot 265\,000 = 533\,100$ KčL = P

Náklady na Opel a Favorit by byly stejné po 265 000 km, nepočítáme-li s opravou a náhradními součástkami.

Úloha 7K - řešení

Sazba za elektrickou energii.....1,56 Kč/kWh

Obyčejná žárovka:

cena.....10 Kč

za 1 hodinu spotřebuje.....100 Wh = 0,1 kWh

cena za 1 h svícení..... $0,1 \cdot 1,56 = 0,156$ Kč

cena za x h svícení..... $0,156 \cdot x$ Kč

vydrží svítit.....1 000 hodin

Úsporná žárovka:

cena.....410 Kč

za 1 hodinu spotřebuje.....23 Wh = 0,023 kWh

cena za 1 h svícení..... $0,023 \cdot 1,56 = 0,03588$ Kč

cena za x h svícení..... $0,03588 \cdot x$ Kč

vydrží svítit.....8 000 hodin

a) Kolik po 8 000 hodinách svícení úspornou žárovkou Mirkova rodina ušetří?

b) Hranice (počet hodin svícení), kdy jsou celkové náklady pro obyčejnou i úspornou žárovku stejné?

a) Celkové náklady na 8 000 hodin svícení:

obyčejná žárovka:

za nákup..... $8 \cdot 10 = 80$ Kč

za el. energii..... $8\,000 \cdot 0,156 \text{ Kč} = 1\,248 \text{ Kč}$

celkem..... $80 + 1\,248 = 1\,328 \text{ Kč}$

úsporná žárovka:

za nákup.....410 Kč

za el. energii..... $8\,000 \cdot 0,03588 \text{ Kč} = 287,04 \text{ Kč}$

celkem..... $410 + 287,04 = 697,04 \text{ Kč}$

Mirkova rodina ušetří:

$$1\,328 - 697,04 = 630,96 \text{ Kč} = \underline{631 \text{ Kč}}$$

Koupí-li Mirkova rodina úspornou žárovku a ta opravdu vydrží svítit 8 000 hodin, pak rodina ušetří 631 Kč.

b) Hledáme x hodin, pro které jsou náklady pro obě žárovky stejné.

Konstantní náklady pro úspornou žárovku jsou 410 Kč, ale konstantní náklady pro obyčejnou žárovku závisí na počtu žárovek, který musíme do hledaných x hodin svícení koupit. Proto musíme nejdříve najít, v kolikáté tisícovce odsvícených hodin dojde k vyrovnání nákladů.

Proto:

Náklady na 1 000 hodin svícení:

obyčejná žárovka..... $10 + 0,156 \cdot 1\,000 = 166 \text{ Kč}$

úsporná žárovka..... $410 + 0,03588 \cdot 1\,000 = 445,88 \text{ Kč}$

$166 \text{ Kč} < 445,88 \text{ Kč}$ proto je stále výhodnější obyčejná žárovka.

Náklady na 2 000 hodin svícení:

obyčejná žárovka..... $20 + 0,156 \cdot 2\,000 = 332$ Kč

úsporná žárovka..... $410 + 0,03588 \cdot 2\,000 = 481,76$ Kč

$332 \text{ Kč} < 481,76 \text{ Kč}$ Stále se vyplácí obyčejná žárovka.

Náklady na 3 000 hodin svícení:

obyčejná žárovka..... $30 + 0,156 \cdot 3\,000 = 498$ Kč

úsporná žárovka..... $410 + 0,03588 \cdot 3\,000 = 517,64$ Kč

$498 \text{ Kč} < 517,64 \text{ Kč}$ Stále je výhodnější obyčejná žárovka.

Náklady na 4 000 hodin svícení:

obyčejná žárovka..... $40 + 0,156 \cdot 4\,000 = 664$ Kč

úsporná žárovka..... $410 + 0,03588 \cdot 4\,000 = 553,52$ Kč

$664 \text{ Kč} > 553,52 \text{ Kč}$ Takže během čtvrté tisícovky svícení začne být výhodná úsporná žárovka. Známe tedy již konstantní náklady pro obyčejnou žárovku a můžeme použít zobecněný postup pro hledání x hodin svícení.

Celkové náklady (Kč):

obyčejná žárovka..... $40 + 0,156 x$

úsporná žárovka..... $410 + 0,03588 x$

$$40 + 0,156 x = 410 + 0,03588 x$$

$$0,12012 x = 370$$

$$x \doteq 3\,080,25 \text{ hodin}$$

$$\underline{\underline{x \doteq 3\,080 \text{ h } 15 \text{ min}}}$$

Zkouška:

$$L: 40 + 0,156 \cdot 3\,080,25 \doteq 520,519$$

$$P: 410 + 0,03588 \cdot 3\,080,25 \doteq 520,519$$

$$\underline{L = P}$$

Po 3 080 hodinách a 15 minutách svícení začíná být výhodnější úsporná žárovka.

5. ZÁVĚR

V této diplomové práci jsem sestavila "Kapitolu o optimálním rozhodování" pro žáky 8. tříd základních škol. Při sestavování úloh jsem se snažila, aby hodnoty, se kterými se v úlohách počítá, odpovídaly opravdu reálné situaci a tedy aby výsledky, ke kterým žáci dospějí, byly pravdivé.

Jak jsem se již zmínila v úvodu, problematika optimálního rozhodování se na základních školách nevyučuje, ale učitel matematiky, který by si našel volné místo ve svém plánu hodin, by mohl tuto problematiku zařadit do výuky celou nebo z ní vybrat jen některé úlohy. Součástí kontrolních úloh je také "Koutek pro bystré hlavy" obsahující zajímavé úlohy, které zpestří kteroukoli hodinu matematiky, kteroukoli volnou chvíli.

Já jsem, bohužel, tuto kapitolu žákům nevyložila, což by samozřejmě odhalilo řadu kladů, ale hlavně nedostatků této kapitoly a jejího zpracování. Myslím si, že její praktický výklad a následné zhodnocení by mohlo být tématem další diplomové práce.

• 6. SEZNAM PRAMENŮ

- [Bak] Bakalář, E. - Kopský, V.: I dospěli si mohou hrát. 2. vyd. Praha, ČTK 1987.
- [Duš] Dušek, F.: Matematické zájmové kroužky. 4. vyd. Praha, SPN 1985.
- [Fle] Flejberk J.: Kvíz pro každý den aneb hrátky s důvtipem. 1. vyd. Praha, Nakladatelství Svoboda - Libertas 1993.
- [KPI.] Květoň, P.: Kapitoly z didaktiky matematiky I.. 2. vyd. Ostrava, PF 1990.
- [KPII.] Květoň, P.: Kapitoly z didaktiky matematiky II.. 1. vyd. Ostrava, PF 1986.
- [KPIII.] Květoň, P. - Burian, K. - Šimon, J.: Kapitoly z didaktiky matematiky III.. 1. vyd. Ostrava, PF 1990.
- [PeII.] Kolektiv autorů katedry pedagogické: Pedagogika II.. 1. vyd. Ostrava, PF OU 1993.
- [Pej] Pejsar, Z.: Vybrané kapitoly z didaktiky matematiky I.. 2. vyd. Ústí nad Labem, PF Ústí nad Labem 1990.
- [Phy] Pytagoriáda 1994/95
- [Vil] Vild, J.: Metodické pokyny k diplomovým pracím na pedagogické fakultě. Liberec, VŠST PF duben 1994
- [VPř] Vyšín, J.: Stereometrie, přípravné a kontrolní úlohy (Pokusné učební texty z matematiky). 1. vyd. Praha, JČSMF Kabinet pro modernizaci vyučování matematice ČSAV 1968.
- [VUč] Vyšín, J.: Stereometrie, učební text (Pokusné učební texty z matematiky). 1. vyd. Praha, JČSMF Kabinet pro modernizaci vyučování matematice ČSAV 1968.