

TECHNICKÁ UNIVERZITA V LIBERCI

Fakulta strojní

Katedra mechaniky, pružnosti a pevnosti

Studijní program: M2301 Strojní inženýrství
Obor: 3901T003 Aplikovaná mechanika
Zaměření: Inženýrská mechanika

**DYNAMICKÁ ANALÝZA ODPRUŽENÉHO
SANITNÍHO LEHÁTKA**

**DYNAMIC ANALYSIS OF ELASTICALLY SUPPORTED
AMBULANCE COUCH**

Diplomová práce

Jméno autora: Jan Škoda

Vedoucí diplomové práce: prof. RNDr. Jan Šklíba, CSc

Konzultant diplomové práce: doc. Ing. Ludvík Prášil, CSc

Datum: 4. června 2009



ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

Jméno a příjmení	Jan Škoda
Studijní program:	M 2301 Strojní inženýrství
Obor	3901T003 Aplikovaná mechanika
Zaměření	Inženýrská mechanika

Ve smyslu zákona č. 111/1998 Sb. o vysokých školách se Vám určuje diplomová práce na téma:

Dynamická analýza odpruženého sanitního lehátka

Zásady pro vypracování:

(uveďte hlavní cíle diplomové práce a doporučené metody pro vypracování)

Kinematika přestavitelného vodícího mechanismu

Zatěžovací a objemové charakteristiky dvojčinné pneumatické pružiny

Sestavení matematického modelu v programovém prostředí MAPLE

Stanovení charakteristické rovnice a určení vlastních frekvencí

Numerické simulace vertikálně buzeného systému

Forma zpracování diplomové práce:

- průvodní zpráva:
- grafické práce:

Seznam literatury:

Seznam literatury (uved'te doporučenou odbornou literaturu):

Šklíba J., Prokop J., Sivčák M., Vibroisolation system of ambulance couch with three degrees of freedom, Engineering Mechanics, v tisku

Šklíba J., Prokop J., Sivčák M., About the possibility of the stiffness reducing of vibroisolation system, Proceedings of National Conference Engineering Mechanics 2005, 2005, sborník str. 293

Šklíba J., Prokop J., Sivčák M., Základní kinematický a dynamický rozbor pružně uloženého sanitního lehátka, Dílčí zpráva VZ 1453/2005-01, 2005

Vedoucí diplomové práce: prof. RNDr. Jan Šklíba CSc

Konzultant diplomové práce: doc. Ing. Ludvík Prášil, CSc

L.S.

prof. Ing. Miroslav Václavík, CSc.
vedoucí katedry

prof. Ing. Petr Louda, CSc.
děkan

V Liberci dne 18.1.2009

Platnost zadání diplomové práce je 15 měsíců od výše uvedeného data (v uvedené lhůtě je třeba podat přihlášku ke SZZ). Termíny odevzdání diplomové práce jsou určeny pro každý studijní rok a jsou uvedeny v harmonogramu výuky.

Prohlášení

Byl (a) jsem seznámen (a) s tím, že na mou diplomovou práci se plně vztahuje zákon č. 121/2000 o právu autorském, zejména § 60 (školní dílo).

Beru na vědomí, že TUL má právo na uzavření licenční smlouvy o užití mé diplomové práce a prohlašuji, že **souhlasím** s případným užitím mé diplomové práce (prodej, zapůjčení apod.)

Jsem si vědom toho, že užít své diplomové práce či poskytnout licenci k jejímu využití mohu jen se souhlasem TUL, která má právo ode mne požadovat přiměřený příspěvek na úhradu nákladů, vynaložených univerzitou na vytvoření díla (až do jejich skutečné výše).

Diplomovou práci jsem vypracoval samostatně s použitím uvedené literatury a na základě konzultací s vedoucím diplomové práce a konzultantem.

Datum:

Podpis:

Poděkování

Tímto bych chtěl poděkovat především prof. RNDr. Janu Šklíbovi, CSc za odborné vedení mé diplomové práce, dále doc. Ing. Ludvíku Prášilovi, CSc a Ing. Michalovi Sivčákovi za přínosné konzultace a pomoc při shánění materiálů.

Dále bych chtěl poděkovat své přítelkyni a mým rodičům za bezmeznou psychickou a materiální podporu, bez níž bych nebyl schopen tuto práci dokončit.

Anotace

V této práci je sestaven matematický model vibroizolačního mechanického systému odpruženého podstavce sanitního lehátka s možností nastavení sklonu lehátka. Tento matematický model umožňuje zahrnutí různých vlivů a různých parametrů vibroizolačního systému. Dynamické chování mechanického systému je numericky simulováno v programovém prostředí Maple, za účelem ověření správnosti koncepce.

Klíčová slova: vibroizolace, nelineární mechanický systém, pneumatické pružení, matematický model, numerické simulace.

Annotation

This thesis drafts out a mathematical model for the vibration-isolation system of elastically supported base for ambulance couch with adjustable couch tilt. This mathematical model is making possible to include various effects and miscellaneous parameters of vibration-isolation system. Dynamical behavior of mechanical system is numerically simulated by Maple software to verify correctness of conception.

Keywords: vibration-isolation, nonlinear mechanical system, pneumatic suspension, mathematical model, numerical simulations.

Obsah

ÚVOD.....	9
1 KINEMATIKA PŘESTAVITELNÉHO VODÍCÍHO MECHANISMU.....	10
1.1 ODVOZENÍ PŘEVODOVÝCH FUNKCÍ MECHANISMU	11
1.2 POHYBOVÁ OMEZENÍ MECHANISMU	15
1.3 KINEMATICKÉ CHARAKTERISTIKY MECHANISMU	16
2 MATEMATICKÝ MODEL MECHANICKÉHO SYSTÉMU	19
2.1 POHYBOVÁ ROVNICE MECHANISMU	19
2.2 KINETICKÉ ENERGIE	21
<i>Kinetická energie horního ramene</i>	<i>21</i>
<i>Kinetická energie spodního ramene</i>	<i>22</i>
<i>Kinetická energie soustavy „ložná plocha – lehátko – pacient“</i>	<i>22</i>
2.3 POTENCIÁLNÍ ENERGIE	24
<i>Potenciální energie horního ramene</i>	<i>25</i>
<i>Potenciální energie soustavy „pacient – lehátko – ložná plocha“</i>	<i>25</i>
<i>Potenciální energie spodního ramene</i>	<i>25</i>
2.4 MOMENTY NEKONZERVATIVNÍCH SIL.....	26
<i>Momenty sil pneumatických pružin</i>	<i>26</i>
<i>Moment síly pneumatické pružiny 1</i>	<i>28</i>
<i>Moment síly pneumatické pružiny 2</i>	<i>31</i>
<i>Moment síly vyvozený tlumičem</i>	<i>34</i>
<i>Moment síly pryžových dorazů</i>	<i>36</i>
<i>Moment pasivních odporů</i>	<i>37</i>
3 CHARAKTERISTIKY DVOJČINNÉ PNEUMATICKÉ PRUŽINY	39
3.1 MODEL PNEUMATICKÝCH PRUŽIN	40
<i>Pneumatická pružina 1</i>	<i>41</i>
<i>Pneumatická pružina 2</i>	<i>42</i>
3.2 POLOHOVÉ REGULÁTORY	43
<i>Polohový regulátor pružiny 1</i>	<i>46</i>
<i>Polohový regulátor pružiny 2</i>	<i>47</i>
4 KOMPLETACE MATEMATICKÉHO MODELU.....	48
4.1 ROZMĚRY MECHANISMU	48
4.2 SETRVAČNÉ PARAMETRY ČLENŮ MECHANISMU	49
4.3 CHARAKTERISTIKY PRVKŮ SYSTÉMU	51
<i>Charakteristiky pružiny 1</i>	<i>51</i>
<i>Charakteristiky pružiny 2</i>	<i>53</i>

<i>Statická rychlostní charakteristika tlumiče</i>	<i>54</i>
<i>Charakteristika pryžových dorazů</i>	<i>54</i>
<i>Moment pasivních odporů</i>	<i>55</i>
<i>Charakteristika regulátoru</i>	<i>55</i>
4.4 FYZIKÁLNÍ KONSTANTY A JINÉ ČÍSELNÉ PARAMETRY SYSTÉMU	56
5 NUMERICKÁ SIMULACE ÚPLNÉHO SYSTÉMU	58
5.1 CHARAKTERISTICKÁ ROVNICE LINEARIZOVANÉHO SYSTÉMU A JEJÍ KOŘENY	58
5.2 NUMERICKÉ SIMULACE VERTIKÁLNĚ BUZENÉHO SYSTÉMU	61
<i>Simulace odezvy mechanického systému na několik impulzů</i>	<i>62</i>
<i>Simulace odezvy systému na rozmitaný harmonický signál</i>	<i>63</i>
ZÁVĚR	68
SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY	70

Úvod

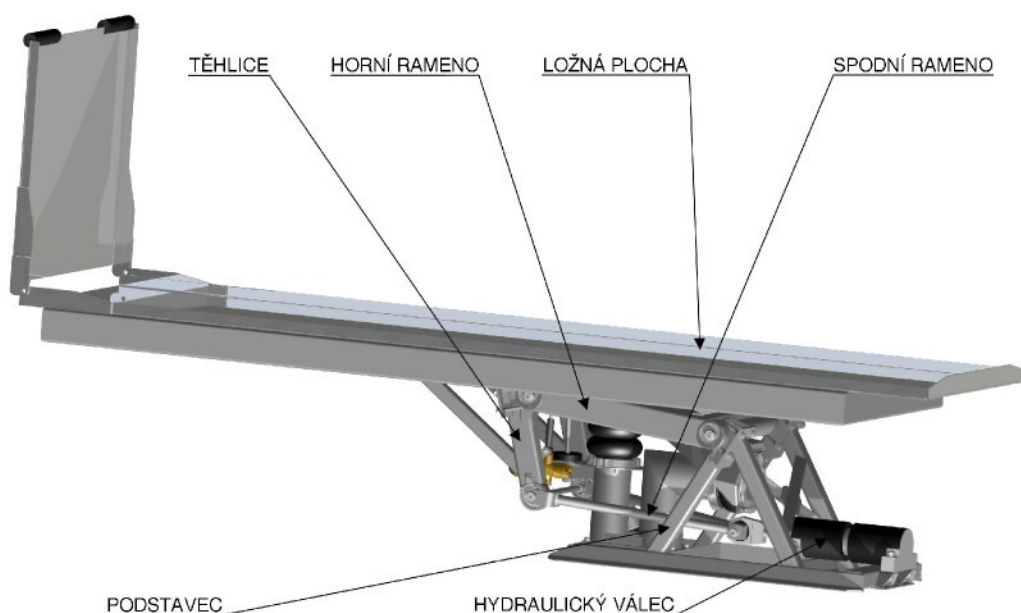
Odpružené sanitní lehátko má přispět ke zlepšení vibroizolace pacienta v sanitním voze. Pokud by bylo lehátko určené pro jediný typ sanitního vozu, bylo by správné řešit vibroizolaci s ohledem na dynamické charakteristiky podvozku. V našem případě se jedná spíše o univerzální systém, jehož specifickou vlastností je možnost polohování (naklápění) ložné plochy kolem příčné osy, která by měla do jisté míry kompenzovat účinky zrychlení vozu v podélném směru.

Analyzovaná konstrukce je z roku 2003 a je chráněna průmyslovým vzorem, ale teprve v loňském roce bylo rozhodnuto v rámci výzkumného záměru k jejímu „rozdetailování“ a následně i výrobě prototypu. Mezitím se změnila i možnosti vibroizolačních prvků (pružin, tlumičů, regulátorů) s nimiž původní konstrukce počítala.

Cílem této diplomové práce je jednak sestavení matematického modelu a jeho osazení dostupnými prvky při plném zachování jeho základní koncepce, jednak jeho základní analýza, která by potvrdila správnost koncepce a eventuálně umožnila analýzu systému při různých alternativách buzení a různých charakteristikách vibroizolačních prvků.

1 Kinematika přestavitelného vodícího mechanismu

Přestavitelný vodící mechanismus, jehož model v Autodesk Inventor 2008 je na Obr. 1, sestává z ložné plochy, na níž se nasouvá lehátko s pacientem, pevně spojené s těhlicí. Horní rameno zavěšení ložné plochy je otočně spojeno s těhlicí a s podstavcem, který je pevně spojen s podlahou sanitního automobilu. Spodní rameno je otočně spojeno s těhlicí a pístnicí stavěcího ústrojí. Stavěcí ústrojí je tvořeno hydraulickým válcem, který je pevně spojen s podstavcem. Zasouváním, či vysouváním pístnice stavěcího ústrojí se naklápí ložná plocha s lehátkem a pacientem. Mezi horním ramenem a podstavcem jsou připojeny dvě pneumatické vlnovcové pružiny v protiběžném tandemovém uspořádání s přidavnými objemy a tlumič. Naklonění ložné plochy rovněž umožňuje částečnou eliminaci nepříznivých vlivů podélných zrychlení na pacienta.



Obr. 1 Model mechanismu v prostředí Autodesk Inventor

Vodícím mechanismem je tedy čtyřkloubový mechanismus. Při vertikálním kmitání ložné plochy dochází ke kývání těhlice okolo osy otáčení na konci horního ramena. Toto kývání je důsledkem nevhodné konstrukce mechanismu a jeho amplituda se při konstantní amplitudě vertikálního kmitání mění v závislosti na naklonění ložné plochy stavěcím ústrojím, toto kývání bude blíže popsáno později. Při nastavení vodorovné polohy ložné plochy toto kývání úplně vymizí, protože mechanismus přejde v paralelogram.

The diagram illustrates a four-bar linkage mechanism. The ground is represented by a hatched area at the bottom. A horizontal magenta line, labeled '1', represents the slider block. A red link, labeled '4', connects a revolute joint at point O_4 (on the magenta line) to a revolute joint at point A . The length of link 4 is a . A blue link, labeled '2', connects a revolute joint at point O_2 to a revolute joint at point O_3 . The length of link 2 is b . A green link, labeled '3', connects point O_3 to a revolute joint at point O_1 (on the magenta line). The length of link 3 is a . A vertical magenta link connects point O_1 to point O_2 , with a length of b . The horizontal distance between O_1 and O_4 is c . The mechanism is shown in two configurations: a solid black configuration and a dashed green configuration. The angle between link 2 and the horizontal is φ . The angle between link 4 and the horizontal is ψ . The angle between link 3 and the vertical is θ . Coordinate systems are defined at each joint: (x_0, y_0) at O_0 , (x_1, y_1) at O_1 , (x_2, y_2) at O_2 , (x_3, y_3) at O_3 , and (x_4, y_4) at O_4 .

Podle Obr. 3 a Obr. 2 zavedeme polohové vektory počátků lokálních souřadných systémů a bodu A.

$$\mathbf{r}_{01}^0 = \begin{bmatrix} 0 \\ y_0(t) \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{r}_{12}^1 = \begin{bmatrix} 0 \\ b \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{r}_{23}^2 = \begin{bmatrix} a \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{r}_{34}^3 = \begin{bmatrix} 0 \\ -b \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{r}_{14}^1 = \begin{bmatrix} c \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{r}_{43}^4 = \begin{bmatrix} a \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (1)$$

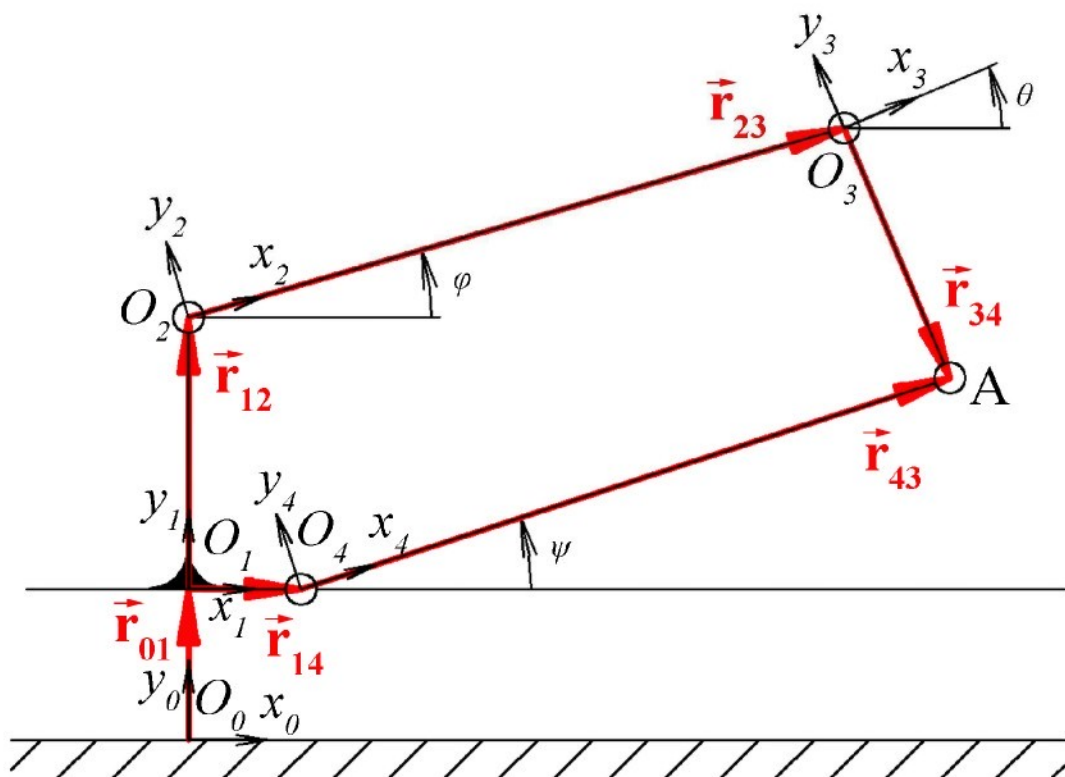
kde horní index v označení vektoru značí číslo lokálního souřadného systému, ve kterém je vektor zaveden a $y_0(t)$ je budící výchylka kinematického buzení.

K bodu A píšeme rovnost vektorů v lokálním souřadném systému 1

$$\mathbf{r}_{12}^1 + \mathbf{r}_{23}^1 + \mathbf{r}_{34}^1 = \mathbf{r}_{14}^1 + \mathbf{r}_{43}^1, \quad (2)$$

kterou lze zapsat

$$\mathbf{r}_{12}^1 + \mathbf{r}_{23}^2 \mathbf{T}^{21} + \mathbf{r}_{34}^3 \mathbf{T}^{31} = \mathbf{r}_{14}^1 + \mathbf{r}_{43}^4 \mathbf{T}^{41}, \quad (3)$$



Obr. 3 Polohové vektory

kde $\mathbf{T}^{21}$, $\mathbf{T}^{31}$ a $\mathbf{T}^{41}$ jsou transformační matice, transformující vektory v lokálním souřadném systému do jiného souřadného systému.

$$\mathbf{T}^{21} = \begin{bmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi & 0 \\ \sin \varphi & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \mathbf{T}^{31} = \begin{bmatrix} \cos \vartheta & -\sin \vartheta & 0 \\ \sin \vartheta & \cos \vartheta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \mathbf{T}^{41} = \begin{bmatrix} \cos \psi & -\sin \psi & 0 \\ \sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (4)$$

Z vektorové rovnice (3) získáme soustavu dvou rovnic

$$\begin{aligned} a \cos \varphi + b \sin \vartheta &= c + a \cos \psi \\ b + a \sin \varphi &= b \cos \vartheta + a \cos \psi \end{aligned} \quad (5)$$

jejímž řešením lze vyjádřit úhly ψ a ϑ jako funkce úhlu φ . Toto řešení ovšem vede na tzv. úplnou trigonometrickou rovnici. Eliminací $\cos \psi$ dostáváme:

$$(2ab \cos \varphi - 2bc) \sin \vartheta + (-2b^2 - 2ab \sin \varphi) \cos \vartheta = 2ac \cos \varphi - 2ab \sin \varphi - 2b^2 - c^2, \quad (6)$$

upravíme na:

$$A \cos \vartheta + B \sin \vartheta = C, \quad (7)$$

což je tzv. úplná trigonometrická rovnice. Podle [1] použijeme substituci

$$\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{1 + \tan^2 \alpha}}, \quad \sin \alpha = \frac{\tan \alpha}{\sqrt{1 + \tan^2 \alpha}}, \quad (8)$$

$$\cos \alpha = \cos^2 \frac{\alpha}{2} - \sin^2 \frac{\alpha}{2}, \quad \sin \alpha = 2 \sin \frac{\alpha}{2} \cdot \cos \frac{\alpha}{2}. \quad (9)$$

Dosazením (8) do (9) dostáváme vztahy:

$$\cos \vartheta = \frac{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{\vartheta}{2}}{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{\vartheta}{2}}, \quad \sin \vartheta = \frac{2 \operatorname{tg} \frac{\vartheta}{2}}{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{\vartheta}{2}},$$

jejichž aplikací na rovnici (7) a následnou úpravou dostaneme rovnici

$$A \left(1 - \operatorname{tg}^2 \frac{\vartheta}{2} \right) + 2B \operatorname{tg} \frac{\vartheta}{2} = C \left(1 + \operatorname{tg}^2 \frac{\vartheta}{2} \right). \quad (10)$$

Tuto rovnici již lze řešit jako kvadratickou. Získáváme tedy vztah pro $\vartheta(\varphi)$,

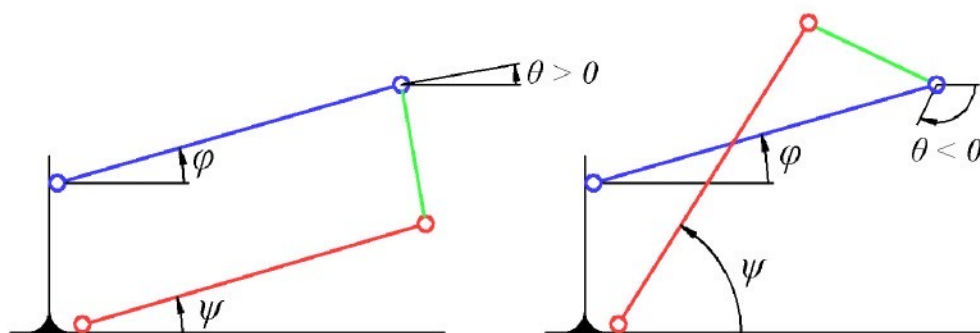
$$\vartheta = 2 \operatorname{arctg} \left(\frac{B \pm \sqrt{A^2 + B^2 - C^2}}{A + C} \right), \quad (11)$$

což je převodová funkce nultého řádu a platí

$$\begin{aligned} A &= -2b^2 - 2ab \sin \varphi, \\ B &= 2ab \cos \varphi - 2bc, \end{aligned} \quad (12)$$

$$C = 2ac \cos \varphi - 2ab \sin \varphi - 2b^2 - c^2.$$

Ze vztahu (11) je patrné, že řešení je dvojznačné, je tedy nutné provést diskuzi řešení pro výběr správné konfigurace mechanismu. Na Obr. 4 jsou dvě možné konfigurace mechanismu vyhovující rovnicím (5).



Obr. 4 Možné konfigurace mechanismu

Je-li úhel $\varphi = 0$ a $c > 0$, pak úhel $\vartheta > 0$, $\operatorname{arctg} x > 0, \forall x > 0$. Pro $\varphi = 0$ je dále $A = -2b^2 < 0$, $B = 2ab > 0$ a $C = 2ac - 2b^2 - c^2$, kde $a = 400 \text{ mm}$, $b = 210 \text{ mm}$, $c = 50 \text{ mm}$, pro tyto hodnoty je $C < 0$. Jmenovatel argumentu funkce arctg je tedy záporný, čitatel proto musí být také záporný a to je možné pouze se spodním znaménkem před odmocninou ve vztahu (11). Dostáváme tak konečně převodovou funkci $\vartheta(\varphi)$ nultého řádu pro zvolenou konfiguraci mechanismu (Obr. 4 vlevo).

$$\vartheta(\varphi) = 2 \operatorname{arctg} \left(\frac{B - \sqrt{A^2 + B^2 - C^2}}{A + C} \right), \quad (13)$$

Obdobným způsobem získáme vztah pro $\psi(\varphi)$.

$$\psi = 2 \operatorname{arctg} \left(\frac{B \pm \sqrt{A^2 + B^2 - C^2}}{A + C} \right), \quad (14)$$

kde:

$$\begin{aligned} A &= -2a^2 \cos \varphi + 2ac, \\ B &= -2ab - 2a^2 \sin \varphi, \\ C &= -2ab \sin \varphi - 2ac \cos \varphi - 2a^2 - c^2. \end{aligned} \quad (15)$$

Řešení je opět dvojznačné, diskuzi provedeme podobně jako v předcházejícím případě. Je-li úhel $\varphi = 0$ a $c = 0$, pak úhel $\psi = \varphi = 0$ a $\operatorname{arctg} x = 0$, když $x = 0$. Pro $\varphi = 0$ a $c = 0$ je dále $A = -2a^2$, $B = -2ab$ a $C = -2a^2$. V čitateli výrazu argumentu funkce arctg musí být znaménko plus. Převodová funkce nultého řádu $\psi(\varphi)$ je tedy:

$$\psi(\varphi) = 2 \operatorname{arctg} \left(\frac{B + \sqrt{A^2 + B^2 - C^2}}{A + C} \right). \quad (16)$$

Převodové funkce prvního řádu, které později využijeme při sestavování kinetických energií součástí mechanismu, získáme nejsnadněji implicitním derivováním rovnic (5) podle φ , přičemž respektujeme, že ψ a ϑ jsou funkcemi φ .

$$\begin{aligned} a \cos \varphi + b \sin \vartheta &= c + a \cos \psi \left| \frac{d}{d\varphi} \right. \\ b + a \sin \varphi &= b \cos \vartheta + a \cos \psi \left| \frac{d}{d\varphi} \right. \end{aligned} \quad (17)$$

Získáváme dvě lineární algebraické rovnice pro neznámé $\frac{d\psi}{d\varphi}$ a $\frac{d\vartheta}{d\varphi}$, což jsou hledané převodové funkce prvního řádu:

$$\mu_{24} = \frac{d\psi}{d\varphi} = \frac{\sin \vartheta \sin \varphi + \cos \vartheta \cos \varphi}{\sin \vartheta \sin \psi + \cos \vartheta \cos \psi}, \quad (18)$$

$$\mu_{23} = \frac{d\vartheta}{d\varphi} = \frac{a(\cos \psi \sin \varphi - \cos \psi \sin \varphi)}{b(\sin \vartheta \sin \psi + \cos \vartheta \cos \psi)}. \quad (19)$$

Převodové funkce druhého řádu by bylo možné odvodit dalším implicitním derivováním rovnic (5), ale pro další výpočty je nebudeme potřebovat.

1.2 Pohybová omezení mechanismu

Pohyb mechanismu je omezen několika faktory, jako jsou dorazy, zdvihy pružin, tlumiče a hydraulického válce stavěcího ústrojí. Výšku ložné plochy nad podlahou sanitního automobilu by bylo možné regulovat tlakem vzduchu v pneumatických pružinách v rozmezí ± 47 mm od polohy, při níž horní rameno svírá s horizontálou úhel $\varphi = 0^\circ$ a kde zdvih není omezen pryžovými dorazy. Horní resp. dolní mezní poloha ložné plochy odpovídá úhlu sklonu horního ramena od horizontály $\varphi = 6,7^\circ$ resp. $\varphi = -6,7^\circ$. Výšková regulace je však použita pouze pro nastavení konstantní výšky ložné plochy pomocí polohového regulátoru firmy ATESO (dnes BRANO).

Naklonění ložné plochy od horizontály je realizováno stavěcím ústrojím, posunem rotační osy spodního ramene v horizontálním směru vysouváním či zasouváním pístnice hydraulického válce v rozmezí 82 mm, parametr c se tedy může pohybovat v intervalu $c \in \langle -66, 16 \rangle$ mm. Při $c = 0$ mm je ložná plocha vodorovná, tedy $\vartheta = 0$, při $c = 16$ mm je $\vartheta = 4,37^\circ$ a pacient tak má hlavu níže než nohy, a při $c = -66$ mm je $\vartheta = -18,36^\circ$ a pacient má hlavu výše než nohy. Polohy, při nichž má pacient nohy níže než hlavu jsou také příznivé pro částečnou eliminaci vlivu podélných zrychlení sanitního automobilu při brzdění a akceleraci na pacienta. Na druhé straně však při propnutí mechanismu dochází k vychýlkám ložné plochy, tedy při periodickém propnutí mechanismu dochází ke kývání ložné plochy okolo nastavené rovnovážné polohy (bude popsáno později).

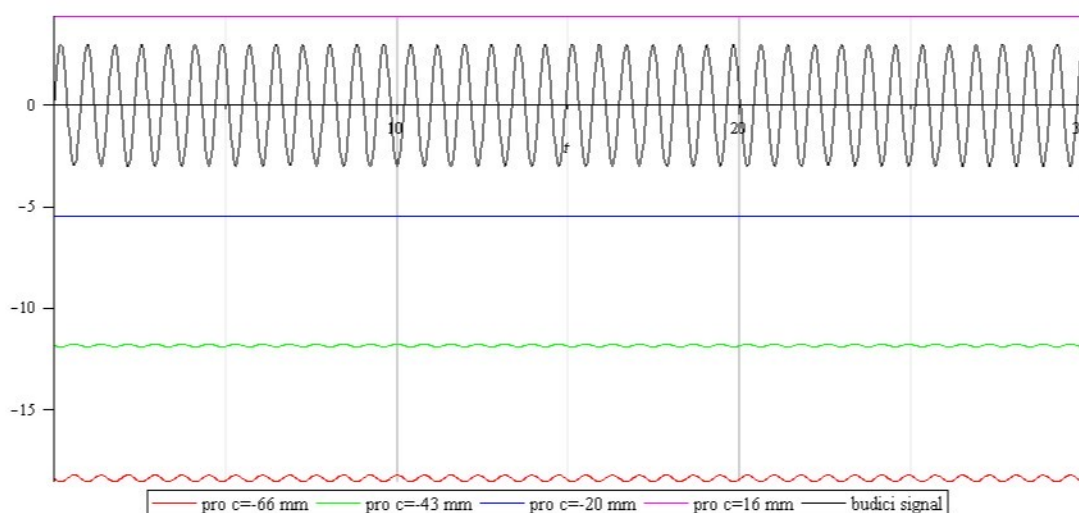
Dále je pohyb mechanismu omezen maximálními a minimálními zdvihy pneumatických pružin. První pružina (vlnovcová pružina se třemi vlnami Dunlop $4\frac{1}{2}'' \times 3$) je umístěna mezi horním ramenem a podstavcem na rameni 288 mm (při $\varphi = 0^\circ$ má pružina výšku 158 mm, její maximální výška je 200 mm, této výšky by bylo dosaženo při $\varphi \cong 8,3^\circ$, minimální výška pružiny je 100 mm, té by bylo dosaženo při $\varphi \cong -11,4^\circ$). Při analýze mezních vychylek úhlu φ je patrné, že jich u pružiny Dunlop $4\frac{1}{2}'' \times 3$ nemůže být dosaženo, protože dříve než se tak stane, je pohyb omezen pryžovými dorazy. Druhá pružina (vlnovcová pružina s jednou vlnou Rubena 130/1) je umístěna mezi základem a horním ramenem na rameni 110 mm (při $\varphi = 0^\circ$ má pružina výšku 76 mm, maximální výšky 105 mm je dosaženo při $\varphi \cong -15^\circ$ a její

minimální výšky je dosaženo při $\varphi \cong 16,7^\circ$). Tedy ani z parametrů této pružiny neplyne omezení pohybu.

A konečně posledním omezením pohybu mechanismu je tlumič, který je umístěn mezi horním ramenem a podstavcem. Jeho uložení by mělo být navrženo tak, aby nemohlo dojít k dorazu pístu na horní či dolní dno pracovního válce.

1.3 Kinematické charakteristiky mechanismu

Jak již bylo napsáno výše, při kmitání mechanismu okolo rovnovážné polohy dochází ke kývání ložné plochy, jehož amplituda závisí na amplitudě výchylek horního ramene od rovnovážné polohy a také na naklonění ložné plochy. Pokud porovnáme grafy hodnot funkce $\vartheta(\varphi)$ na Obr. 5 při různých hodnotách parametru c , přičemž φ je harmonická funkce s amplitudou 3° , je patrné mírné zvlnění zvláště při vyšších hodnotách parametru c . Z Obr. 5 je patrné, že při větším náklonu ložné plochy má kývání vyšší amplitudu, sestavme tedy funkci této amplitudy v závislosti na parametru c .

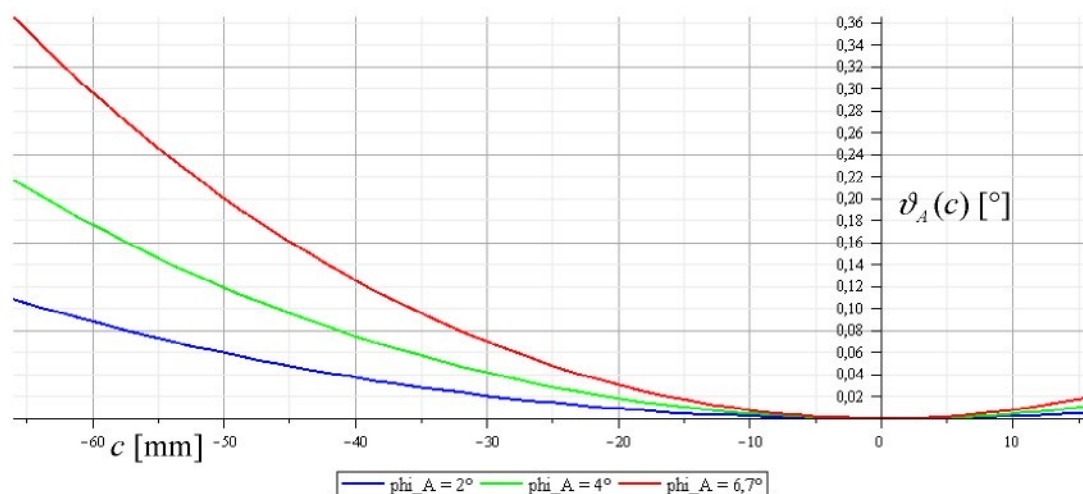


Obr. 5 Charakteristiky $\vartheta(\varphi = 3 \sin(8t)^\circ)$ pro různé hodnoty parametru c , černá křivka je funkce $\varphi = 3 \sin(8t)$ $[\circ]$

Řekněme, že funkce ϑ je závislá jak na φ tak na c , píšeme tedy $\vartheta(\varphi, c)$. Amplitudu kývání ložné plochy nazveme ϑ_A . Zvolme amplitudu harmonického pohybu horního ramene tak aby $\varphi = \pm \varphi_A$. Funkce $\vartheta(\varphi = 3 \sin(\omega t), c)$ má dle (Obr. 5) opačnou fázi než funkce $\varphi = 3 \sin(\omega t)$, můžeme tedy jednoduše napsat

$$\vartheta_A(c) = \frac{180}{\pi} \cdot \frac{1}{2} (\vartheta(\varphi = -\varphi_A, c) - \vartheta(\varphi = \varphi_A, c)) [\circ]. \quad (20)$$

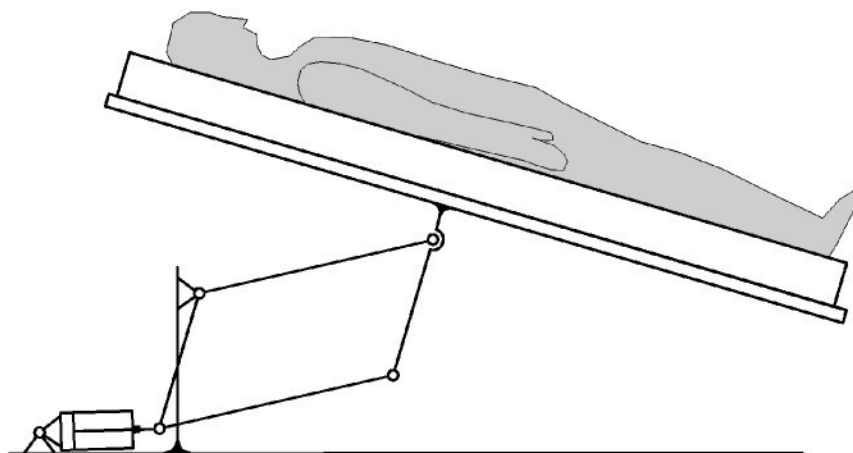
Na Obr. 6 jsou grafy této funkce při různých φ_A .



Obr. 6 Závislost $\vartheta_A(c)$

Mez, kdy ještě kývání pacientovi nebude vadit, není jednoznačná, závisí nejen na amplitudě výchylky φ , ale také na její frekvenci. Mimo to záleží na poloze pacienta. Protože například změny polohy člověk vnímá prostřednictvím středního ucha, je v tomto ohledu důležitá vzdálenost jeho hlavy od osy rotace ložné plochy. Vliv vibrací na člověka se podle norem posuzuje pouze na základě translačních zrychlení.

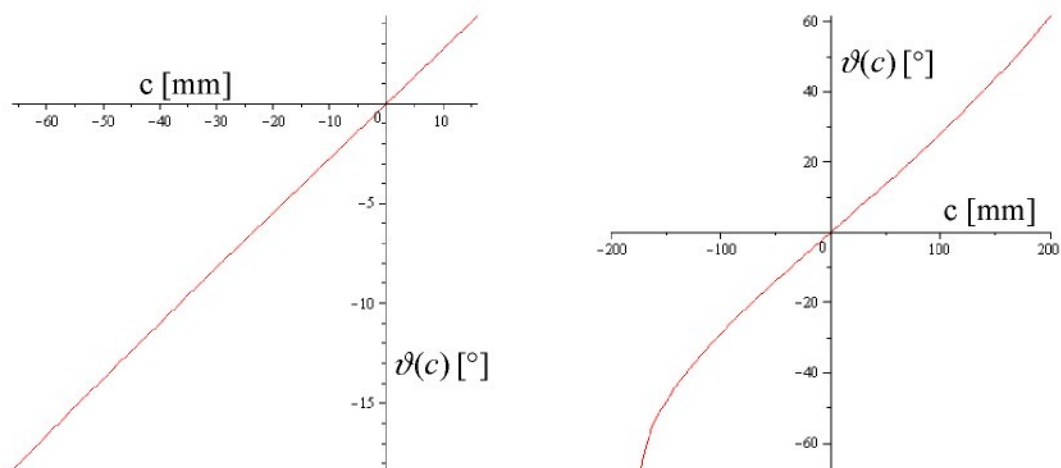
Výchylka kývání je sice malá a bylo by možné ji zanedbat, nicméně lze doporučit použití konstrukce mechanismu, která umožní i při změně sklonu ložné plochy zachovat paralelogram. Takový mechanismus byl rovněž popsán v průmyslovém vzoru, jímž je chráněna i tato konstrukce. Úprava spočívá v připojení další těhlice k ose otáčení horního ramene v podstavci, která je na druhé straně spojena s osou otáčení spodního ramene. Stavěcí ústrojí je pak otočně připojeno k této těhlici a přes čep a patku je připojeno k podstavci nebo podlaze sanitního automobilu.



Obr. 7 Alternativní konstrukce mechanismu

Na Obr. 7 je schéma této alternativní konstrukce, která umožňuje změnu sklonu ložné plochy a přitom zachovává rovnoběžnost ramen paralelogramu.

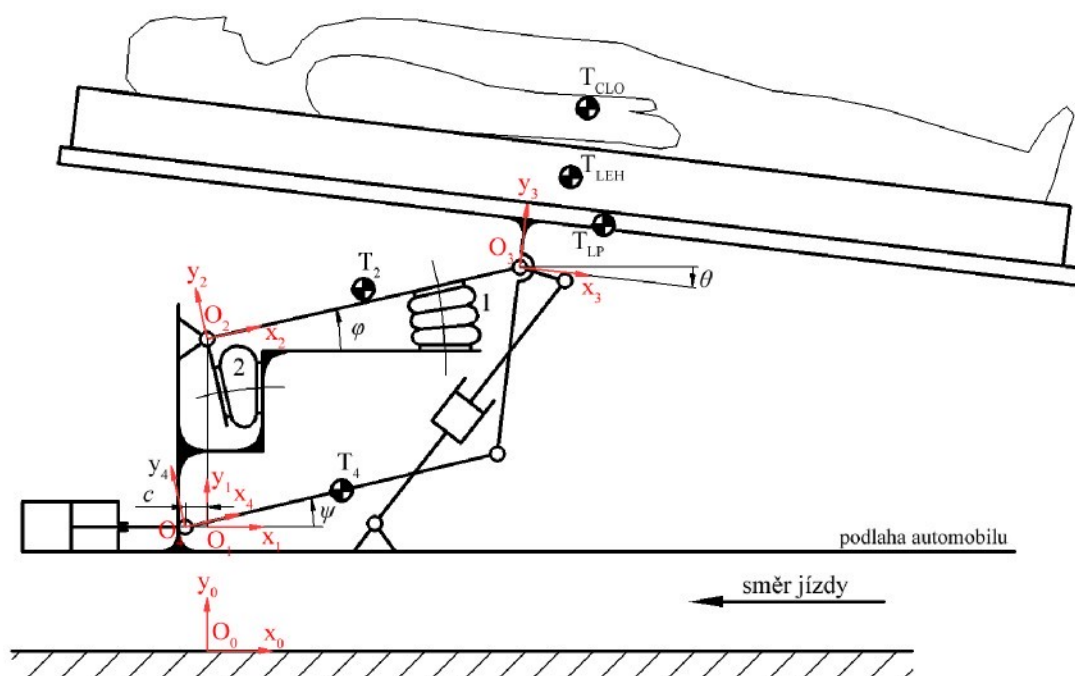
Nakonec je nutné zmínit závislost úhlu ϑ na parametru c , která je důležitá pro přestavování sklonu ložné plochy. Je to obecně nelineární závislost, ale pro určitý interval parametru c ji lze považovat za lineární, závislost je znázorněna na Obr. 8, vlevo přibližně lineární část pro c v dosažitelném rozsahu, vpravo ukázka nelinearity této závislosti pro širší interval hodnot c .



Obr. 8 Závislost $\vartheta(c)$

2 Matematický model mechanického systému

Sestavením matematického modelu mechanického systému se rozumí sestavení souboru rovnic, které popisují jeho fyzikální chování. V případě matematického modelu systému podle Obr. 1 se jedná o sestavení pohybové rovnice mechanismu a rovnic popisujících chování pneumatických pružin s přidavnými objemy a polohovými regulátory. Na Obr. 9 je znázorněno schéma mechanismu včetně umístění pneumatických pružin, tlumiče a hydraulického válce stavěcího ústrojí. Mechanismus byl blíže popsán v kapitole 1.



Obr. 9 Schéma mechanismu, T_{CLO} je těžiště člověka, T_{LEH} je těžiště sanitního lehátka a T_{LP} je těžiště ložné plochy

2.1 Pohybová rovnice mechanismu

Existuje několik způsobů pro sestavení pohybových rovnic. Zmíníme některé z nich.

1. V první řadě je nutno zmínit Newtonovu metodu sestavování pohybových rovnic pro jednotlivé členy mechanismu v kombinaci s rovnicemi dynamické rovnováhy uvolněných členů, případně použití d'Alembertova principu. Tato metoda je náročná a zahrnuje výpočet nepracujících reakcí mezi jednotlivými členy, které se nakonec z výsledné pohybové rovnice vyeliminují.

2. Další metodou je redukce setrvačných účinků členů mechanismu na jeden člen, v tomto případě by bylo vhodné redukovat soustavu na člen 2, ke kterému jsou připojeny pružiny a tlumič.
3. Nakonec je třeba zmínit aplikaci Lagrangeových rovnic druhého druhu. Tato metoda je často používána pro sestavování pohybových rovnic zvláště pro svou jednoduchost a pro absenci výpočtu nepracujících reakcí, které se nepodílejí na kinetické, ani potenciální energii systému. Tato metoda byla zvolena pro sestavení pohybové rovnice zkoumaného mechanického systému.

Pro případ mechanického systému s jedním stupněm volnosti je pohybová Lagrangeova rovnice druhého druhu ve tvaru

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}} \right) - \frac{\partial T}{\partial q} + \frac{\partial V}{\partial q} = \sum_i S_i, \quad (21)$$

kde S_i jsou všechny vtištěné zobecněné síly vztažené k zobecněné souřadnici q , T je kinetická energie celého systému a V je potenciální energie systému.

Nejvhodnější se jeví zvolit za hlavní souřadnici soustavy úhel φ , tak jsme již učinili při odvozování kinematických závislostí mechanismu. S výhodou budeme tento úhel používat jako řídicí souřadnici i nadále, protože pneumatické pružiny a tlumič jsou připojeny k hornímu ramenu, jehož natočení okolo pevné osy je popsáno právě tímto úhlem. Dostáváme se tak ke konečné verzi Lagrangeovy pohybové rovnice, kterou využijeme pro popis pohybu mechanického systému podle Obr. 9.

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}} \right) - \frac{\partial T}{\partial \varphi} + \frac{\partial V}{\partial \varphi} = \sum_i M_i, \quad (22)$$

kde M_i jsou momenty sil pružin a tlumiče, momenty pasivních odporů a dorazové momenty. A platí

$$T = \sum_{i=2}^4 T_i, \quad (23)$$

$$V = \sum_{i=2}^4 V_i, \quad (24)$$

kde T_i jsou kinetické energie jednotlivých členů mechanismu a V_i jsou jejich potenciální energie.

2.2 Kinetické energie

Sestavme tedy vztahy vyjadřující kinetické a potenciální energie členů mechanismu dle Obr. 2. Pro výpočet kinetické energie tělesa, které vykonává obecný rovinný pohyb, využijeme Königovy věty. Rozložíme-li kinetickou energii tělesa pro obecný bod na tři složky

$$T_i = T_{i1} + T_{i2} + T_{i3}, \quad (25)$$

kde index i nabývá hodnot: $i = 2$ pro horní rameno, $i = 3$ pro ložnou plochu včetně lehátka a pacienta a $i = 4$ pro spodní rameno, je T_{i1} kinetická energie translačního pohybu bodu členu, ve kterém provádíme rozklad kinetické energie, T_{i3} je kinetická energie rotačního pohybu tělesa okolo tohoto bodu a T_{i2} je skalární součin rychlosti bodu rozkladu a relativní rychlosti těžiště vůči němu, násobená hmotností členu. Je-li bod rozkladu totožný s těžištěm, je $T_{i2} = 0$.

Kinetická energie horního ramene

Rozklad je proveden v těžišti horního ramene, platí tedy dle Königovy věty

$$T_{21} = \frac{1}{2} m_2 (\mathbf{v}_{T2}^0)^2 = \frac{1}{2} m_2 \mathbf{v}_{T2}^0 \cdot \mathbf{v}_{T2}^0 = \frac{1}{2} m_2 (\mathbf{v}_{T2}^0)^T \cdot \mathbf{v}_{T2}^0, \quad (26)$$

kde $\mathbf{v}_{T2}^0$ je vektor rychlosti těžiště vztažený k souřadnému systému 0. Získáme jej:

$$\mathbf{v}_{T2}^0 = \frac{d\mathbf{r}_{T2}^0}{dt}, \quad (27)$$

kde

$$\mathbf{r}_{T2}^0 = \mathbf{r}_{01}^0 + \mathbf{r}_{12}^1 + \mathbf{T}^{21} \mathbf{r}_{T2}^2, \quad (28)$$

přičemž vektory $\mathbf{r}_{01}^0$, $\mathbf{r}_{12}^1$ a transformační matice $\mathbf{T}^{21}$ byly specifikovány dříve v (1) a (4). A radiusvektor polohy těžiště horního ramene v souřadném systému 2 píšeme

$$\mathbf{r}_{T2}^2 = \begin{bmatrix} x_{T2} \\ y_{T2} \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (29)$$

kde x_{T2} a y_{T2} jsou souřadnice těžiště horního ramena v lokálním souřadném systému 2. Dostáváme tedy

$$\mathbf{v}_{T2}^0 = [-\omega_2 x_{T2} \sin \varphi - \omega_2 y_{T2} \cos \varphi \quad \dot{y}_0(t) + \omega_2 x_{T2} \cos \varphi - \omega_2 y_{T2} \sin \varphi \quad 0]^T, \quad (30)$$

kde $\omega_2 = \frac{d\varphi}{dt}$.

$$T_{23} = \frac{1}{2} J_{2T} \omega_2^2, \quad (31)$$

kde J_{2T} je moment setrvačnosti horního ramena vzhledem k těžišti.

Kinetická energie spodního ramene

Rozklad je opět dle Königovy věty proveden v těžišti spodního ramene

$$T_{c41} = \frac{1}{2} m_4 (\mathbf{v}_{T4}^0)^2 = \frac{1}{2} m_4 \mathbf{v}_{T4}^0 \bullet \mathbf{v}_{T4}^0 = \frac{1}{2} m_4 (\mathbf{v}_{T4}^0)^T \cdot \mathbf{v}_{T4}^0, \quad (32)$$

$\mathbf{v}_{T4}^0$ je vektor rychlosti těžiště spodního ramene vzhledem k souřadnému systému 0, neboli

$$\mathbf{v}_{T4}^0 = \frac{d\mathbf{r}_{T4}^0}{dt}, \quad (33)$$

kde

$$\mathbf{r}_{T4}^0 = \mathbf{r}_{01}^0 + \mathbf{r}_{14}^1 + \mathbf{T}^{41} \mathbf{r}_{T4}^4, \quad (34)$$

vektory $\mathbf{r}_{01}^0$, $\mathbf{r}_{14}^1$ a transformační matice $\mathbf{T}^{41}$ byly specifikovány dříve v (1) a (4).

Vektor $\mathbf{r}_{T4}^4 = [x_{T4} \ y_{T4} \ 0]^T$ obsahuje souřadnice x_{T4} a y_{T4} , což jsou souřadnice těžiště spodního ramene vzhledem k souřadnému systému 4 spodního ramene. Po vyjádření vektoru $\mathbf{r}_{T4}^0$, jeho derivaci podle času dostáváme

$$\mathbf{v}_{T4}^0 = [-\omega_4 x_{T4} \sin \psi - \omega_4 y_{T4} \cos \psi \ \dot{y}_0(t) + \omega_4 x_{T4} \cos \psi - \omega_4 y_{T4} \sin \psi \ 0]^T, \quad (35)$$

přičemž $\omega_4 = \frac{d\psi(\varphi)}{dt} = \frac{d\psi}{d\varphi} \frac{d\varphi}{dt} = \mu_{24} \omega_2$ a $\psi = \psi(\varphi)$, tyto vztahy byly specifikovány

v kapitole 1.1, viz (18) a (16). Vektor rychlosti těžiště spodního ramene vzhledem k souřadnému systému 0 je tedy

$$\mathbf{v}_{T4}^0 = \begin{bmatrix} -\mu_{24} \omega_2 x_{T4} \sin \psi - \mu_{24} \omega_2 y_{T4} \cos \psi \\ \dot{y}_0(t) + \mu_{24} \omega_2 x_{T4} \cos \psi - \mu_{24} \omega_2 y_{T4} \sin \psi \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (36)$$

$$T_{43} = \frac{1}{2} J_{4T} \omega_4^2 = \frac{1}{2} J_{4T} (\mu_{24} \omega_2)^2,$$

kde ω_4 resp. $\mu_{24} \omega_2$ je úhlová rychlost rotace spodního ramene a J_{4T} je moment setrvačnosti spodního ramene vzhledem k těžišti.

Kinetická energie soustavy „ložná plocha – lehátko – pacient“

Opět jako v předchozích dvou případech je možno psát

$$T_{31} = \frac{1}{2} m_3 (\mathbf{v}_{T3}^0)^2 = \frac{1}{2} m_3 \mathbf{v}_{T3}^0 \bullet \mathbf{v}_{T3}^0 = \frac{1}{2} m_3 (\mathbf{v}_{T3}^0)^T \cdot \mathbf{v}_{T3}^0, \quad (37)$$

kde $m_3 = m_{CLO} + m_{LP} + m_{LEH}$, tedy hmotnost soustavy „ložná plocha – lehátko – pacient“ a podobně jako v předchozím případě je $\mathbf{v}_{T3}^0$ vektor rychlosti těžiště členu 3, a je možné psát:

$$\mathbf{v}_{T3}^0 = \frac{d\mathbf{r}_{T3}^0}{dt}, \quad (38)$$

kde

$$\mathbf{r}_{T3}^0 = \mathbf{r}_{01}^0 + \mathbf{r}_{12}^1 + \mathbf{T}^{21} \mathbf{r}_{23}^2 + \mathbf{T}^{31} \mathbf{r}_{T3}^3. \quad (39)$$

Vektory $\mathbf{r}_{01}^0$, $\mathbf{r}_{12}^1$, $\mathbf{r}_{23}^2$ a matice $\mathbf{T}^{21}$, $\mathbf{T}^{31}$ byly specifikovány v (1) a (4). Vektor $\mathbf{r}_{T3}^3$ obsahuje souřadnice těžiště členu 3 v lokálním souřadném systému 3.

$$\mathbf{r}_{T3}^3 = [x_{T3} \quad y_{T3} \quad 0]^T, \quad (40)$$

kde souřadnice x_{T3} a y_{T3} vypočteme ze souřadnic těžišť jednotlivých částí členu 3, tedy člověka, lehátka a ložné plochy.

$$\begin{aligned} x_{T3} &= \frac{x_{TLP} m_{LP} + x_{TLEH} m_{LEH} + x_{TCLO} m_{CLO}}{m_3} \\ y_{T3} &= \frac{y_{TLP} m_{LP} + y_{TLEH} m_{LEH} + y_{TCLO} m_{CLO}}{m_3}, \end{aligned} \quad (41)$$

kde x_{TLP} , y_{TLP} , x_{TLEH} , y_{TLEH} , x_{TCLO} a y_{TCLO} jsou souřadnice těžišť částí členu 3 vzhledem k lokálnímu souřadnému systému 3 a jsou to složky vektorů

$$\mathbf{r}_{TLP} = [x_{TLP} \quad y_{TLP} \quad 0]^T, \quad \mathbf{r}_{TLEH} = [x_{TLEH} \quad y_{TLEH} \quad 0]^T, \quad \mathbf{r}_{TCLO} = [x_{TCLO} \quad y_{TCLO} \quad 0]^T. \quad (42)$$

Dostáváme tak vektor $\mathbf{v}_{T3}^0$ ve tvaru

$$\mathbf{v}_{T3}^0 = \begin{bmatrix} -a\omega_2 \sin \varphi - \omega_3 x_{T3} \sin \vartheta - \omega_3 y_{T3} \cos \vartheta \\ \dot{y}_0(t) + a\omega_2 \cos \varphi + \omega_3 x_{T3} \cos \vartheta - \omega_3 y_{T3} \sin \vartheta \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (43)$$

kde $\omega_3 = \frac{d\vartheta(\varphi)}{dt} = \frac{d\vartheta}{d\varphi} \frac{d\varphi}{dt} = \mu_{23} \omega_2$ je úhlová rychlost rotace členu 3 a $\vartheta = \vartheta(\varphi)$, viz

kapitola 1.1, vztahy (13) a (19). Nakonec tedy obdržíme

$$\mathbf{v}_{T3}^0 = \begin{bmatrix} -a\omega_2 \sin \varphi - \mu_{23} \omega_2 x_{T3} \sin \vartheta - \mu_{23} \omega_2 y_{T3} \cos \vartheta \\ \dot{y}_0(t) + a\omega_2 \cos \varphi + \mu_{23} \omega_2 x_{T3} \cos \vartheta - \mu_{23} \omega_2 y_{T3} \sin \vartheta \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (44)$$

Člen T_{33} kinetické energie členu 3 píšeme ve tvaru

$$T_{33} = \frac{1}{2} J_{3T} \omega_3^2 = \frac{1}{2} J_{3T} (\mu_{23} \omega_2)^2 \quad (45)$$

kde J_{3T} je moment setrvačnosti členu 3, tedy ložné plochy, sanitního lehátka a pacienta dohromady, který určíme podle Steinerovy věty

$$J_{3T} = J_{CLO} + J_{LP} + J_{LEH} + m_{CLO} e_{CLO}^2 + m_{LP} e_{LP}^2 + m_{LEH} e_{LEH}^2, \quad (46)$$

kde J_{CLO} , J_{LP} , J_{LEH} jsou momenty setrvačnosti člověka, ložné plochy a sanitního lehátka, vzhledem ke svým těžištím a e_{CLO} , e_{LP} , e_{LEH} jsou dle Steinerovy věty vzdálenosti těžišť člověka, lehátka a ložné plochy od těžiště soustavy „člověk – ložná plocha – lehátko“, které určíme z polohových vektorů (42)

$$e_{CLO} = \sqrt{\| \mathbf{r}_{T_{CLO}} - \mathbf{r}_{T_3}^3 \|^2} = \sqrt{(\mathbf{r}_{T_{CLO}} - \mathbf{r}_{T_3}^3) \cdot (\mathbf{r}_{T_{CLO}} - \mathbf{r}_{T_3}^3)} = \sqrt{(\mathbf{r}_{T_{CLO}} - \mathbf{r}_{T_3}^3)^T \cdot (\mathbf{r}_{T_{CLO}} - \mathbf{r}_{T_3}^3)}, \quad (47)$$

podobně

$$e_{LP} = \sqrt{(\mathbf{r}_{T_{LP}} - \mathbf{r}_{T_3}^3)^T \cdot (\mathbf{r}_{T_{LP}} - \mathbf{r}_{T_3}^3)}, \quad (48)$$

$$e_{LEH} = \sqrt{(\mathbf{r}_{T_{LEH}} - \mathbf{r}_{T_3}^3)^T \cdot (\mathbf{r}_{T_{LEH}} - \mathbf{r}_{T_3}^3)}. \quad (49)$$

dosazením do (46) nakonec dostaneme

$$J_{3T} = J_{CLO} + J_{LP} + J_{LEH} + m_{CLO} (\mathbf{r}_{T_{CLO}} - \mathbf{r}_{T_3}^3)^T \cdot (\mathbf{r}_{T_{CLO}} - \mathbf{r}_{T_3}^3) + \\ + m_{LP} (\mathbf{r}_{T_{LP}} - \mathbf{r}_{T_3}^3)^T \cdot (\mathbf{r}_{T_{LP}} - \mathbf{r}_{T_3}^3) + m_{LEH} (\mathbf{r}_{T_{LEH}} - \mathbf{r}_{T_3}^3)^T \cdot (\mathbf{r}_{T_{LEH}} - \mathbf{r}_{T_3}^3) \quad (50)$$

Vztahy (23), (25) a (26) až (50) je odvozena kinetická energie mechanického systému podle Obr. 9 na straně 19. Můžeme tedy napsat

$$T = T(\varphi, \dot{\varphi}, y_0(t), \dot{y}_0(t)), \quad (51)$$

tedy že kinetická energie je funkcí φ , $\dot{\varphi} = \omega_2$, $y_0(t)$ a $\dot{y}_0(t)$, přičemž $y_0(t)$ resp. $\dot{y}_0(t)$ jsou funkce výchylky a rychlosti kinematického buzení mechanického systému.

2.3 Potenciální energie

Potenciální energii tělesa, konajícího obecný rovinný pohyb, můžeme v obecném bodě, podobně jako kinetickou energii, rozložit

$$V = V_{i1} + V_{i2}, \quad (52)$$

kde index i opět značí jednotlivé členy mechanického systému ($i = 2$ pro horní rameno, $i = 3$ pro soustavu „člověk – lehátko – ložná plocha“ a $i = 4$ pro spodní rameno), přičemž V_{i1} je potenciální energie gravitačního pole v obecném bodě tělesa,

v němž rozklad provádíme a V_{i2} je potenciální energie gravitačního pole pro natočené těleso okolo bodu rozkladu, tedy součin tíhového zrychlení a statického momentu těžiště k bodu rozkladu. Člen $V_{i2} = 0$, pokud je bod rozkladu totožný s těžištěm tělesa.

Potenciální energie horního ramene

Rozklad je proveden opět v těžišti horního ramene.

$$V_{21} = m_2 g y_{T2-0}, \quad (53)$$

kde m_2 je hmotnost horního ramene, g je tíhové zrychlení ($g = 9,81 m \cdot s^{-1}$) a y_{T2-0} je y-ová souřadnice těžiště vzhledem k lokálnímu souřadnému systému inerciální soustavy 0.

$$y_{T2-0} = \mathbf{j} \bullet \mathbf{r}_{T2}^0 = \mathbf{j}^T \cdot \mathbf{r}_{T2}^0, \quad (54)$$

kde $\mathbf{r}_{T2}^0$ je radiusvektor těžiště horního ramene, který byl specifikován v (28) a $\mathbf{j}$ je jednotkový vektor ve směru osy y v lokálním souřadném systému 0, tedy $\mathbf{j} = [0 \ 1 \ 0]^T$. Nakonec tedy dostáváme potenciální energii ve tvaru

$$V_{21} = m_2 g (\mathbf{j}^T \cdot \mathbf{r}_{T2}^0). \quad (55)$$

Potenciální energie soustavy „pacient – lehátko – ložná plocha“

Rozklad opět provedeme v těžišti horního ramene.

$$V_{31} = m_3 g y_{T3-0}, \quad (56)$$

kde m_3 je hmotnost soustavy „pacient – lehátko – ložná plocha“, g je tíhové zrychlení a y_{T3-0} je y-ová souřadnice těžiště soustavy „pacient – lehátko – ložná plocha“ vzhledem k souřadnému systému 0 a podobně jako v předchozím případě platí, že

$$y_{T3-0} = \mathbf{j} \bullet \mathbf{r}_{T3}^0 = \mathbf{j}^T \cdot \mathbf{r}_{T3}^0, \quad (57)$$

kde $\mathbf{r}_{T3}^0$ je radiusvektor těžiště soustavy „pacient – lehátko – ložná plocha“, viz (39) a $\mathbf{j}$ je stejně jako v předchozím případě jednotkový vektor ve směru osy y v lokálním souřadném systému 0. Pro potenciální energii členu 3 dostáváme

$$V_{31} = m_3 g (\mathbf{j}^T \cdot \mathbf{r}_{T3}^0). \quad (58)$$

Potenciální energie spodního ramene

Podobně jako u předchozích dvou členů mechanismu píšeme

$$V_{41} = m_4 g y_{T4-0}, \quad (59)$$

kde opět m_4 značí hmotnost spodního ramene, g tíhové zrychlení a y_{T4-0} y-ovou souřadnici těžiště členu 4 vzhledem k lokálnímu souřadnému systému 0, tedy

$$y_{T4-0} = \mathbf{j} \bullet \mathbf{r}_{T4}^0 = \mathbf{j}^T \cdot \mathbf{r}_{T4}^0, \quad (60)$$

kde $\mathbf{j}$ je jednotkový vektor ve směru osy y souřadného systému 0 a $\mathbf{r}_{T4}^0$ je radiusvektor těžiště spodního ramene (členu 4) vzhledem k souřadnému systému 0, který byl specifikován v (34). Potenciální energie spodního ramene je tedy

$$V_{41} = m_4 g (\mathbf{j}^T \cdot \mathbf{r}_{T4}^0). \quad (61)$$

Vztahy (24) a (52) až (61) je odvozena potenciální energie mechanického systému podle Obr. 9 na straně 19. Můžeme napsat

$$V = V(\varphi, y_0(t)), \quad (62)$$

tedy že potenciální energie je funkcí souřadnice φ a funkce $y_0(t)$, která představuje kinematické buzení soustavy.

Ve vztazích pro potenciální energii nefigurují žádné vnější síly, protože síly od pneumatických pružin jsou obecně nekonzervativní a síla vyvozená tlumičem je disipativní. Jiné potenciální síly, kromě tíhových sil, které jsou zahrnuty ve výše uvedených vztazích, se v soustavě nevyskytují.

Nyní je již sestavena celá levá strana pohybové rovnice mechanického systému (viz (22)), na pravé straně rovnice (22) jsou momenty vtištěných sil, které odvodíme v následující kapitole.

2.4 Momenty nekonzervativních sil

Jak již bylo poznamenáno, síly resp. momenty sil pneumatických pružin a tlumiče, jsou obecně nekonzervativní. V případě pneumatických pružin je to způsobeno hysterezi jejich pracovní charakteristiky a případným užitím regulátoru a přídavného objemu. Vlastnosti pneumatických pružin budou blíže popsány později. V případě tlumiče se jedná již z principu o nekonzervativní sílu, neboť na tlumiči se disipuje energie mechanického systému za účelem omezení výchylek zvláště v okolí rezonanční oblasti kmitavého mechanického systému.

Momenty sil pneumatických pružin

Především je nutno poznamenat, že pneumatické pružiny, které byly aplikovány v tomto mechanickém systému, jsou obecně mimoosově zatěžovány, zvláště je to

dobře patrné na Obr. 9. Podle [2] je pro mimoosově zatížené pneumatické pružiny možno napsat vztah pro virtuální práci:

$$\delta W = F_a \cdot \delta S_a + F_r \cdot \delta S_r + M_o \cdot \delta \gamma, \quad (63)$$

kde F_a resp. F_r jsou složky výsledné síly do normály, resp. do roviny horního čela pružiny, δS_a a δS_r jsou virtuální posuvy v těchto směrech, M_o je ohybový moment vyvozený pružinou při naklonění rovin jejích čel vůči sobě o úhel γ . To tedy znamená, že síly resp. moment vyvozené pružinou jsou závislé nejen na její délce. Podle [2] při malých sklonech čel a při malém vyosení je ve vztahu (63) člen $F_a \cdot \delta S_a$ dominantní. Mechanický systém podle Obr. 9 je navržen tak, aby výchozí rovnovážná poloha mechanismu byla při $\varphi = 0$. V této poloze jsou pneumatické pružiny zatěžovány pouze osově, k mimoosovému zatížení dochází až při výchylkách mechanismu z rovnovážné polohy.

Podle [3] můžeme obecně zatíženou pneumatickou pružinu zakreslit jako na Obr. 10, přičemž $\mathbf{F}_1$ a $\mathbf{F}_2$ jsou síly působící na čelech pružiny, $\mathbf{F}_{1a}$ a $\mathbf{F}_{2a}$ jsou jejich axiální složky působící kolmo na roviny čel, $\mathbf{F}_{1r}$ a $\mathbf{F}_{2r}$ jsou jejich radiální složky působící v rovinách čel a $\mathbf{M}_1$ a $\mathbf{M}_2$ jsou přídavné ohybové momenty. Vzhledem k tomu, že pružina musí být v silové i momentové rovnováze platí

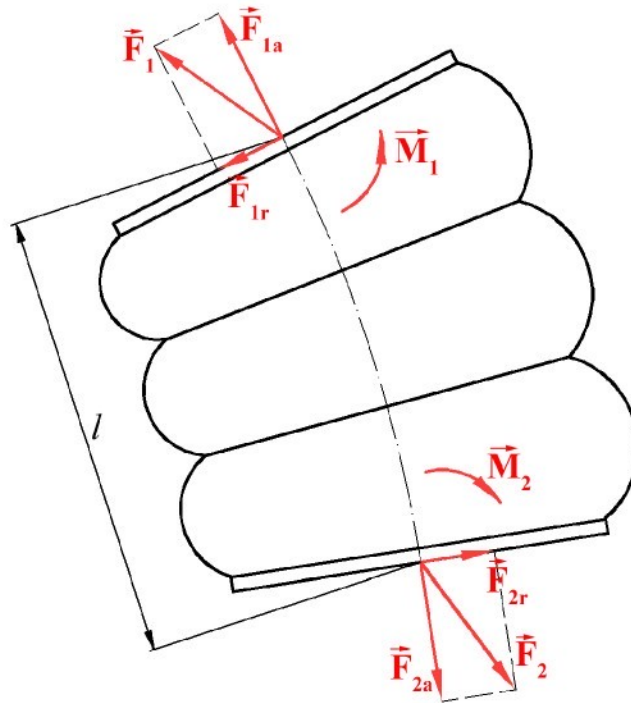
$$\mathbf{F}_1 = -\mathbf{F}_2, \quad (64)$$

$$\mathbf{M}_1 = -\mathbf{M}_2. \quad (65)$$

Na základě rovností (64) a (65) můžeme též napsat

$$\mathbf{F}_{1a} = -\mathbf{F}_{2a}. \quad (66)$$

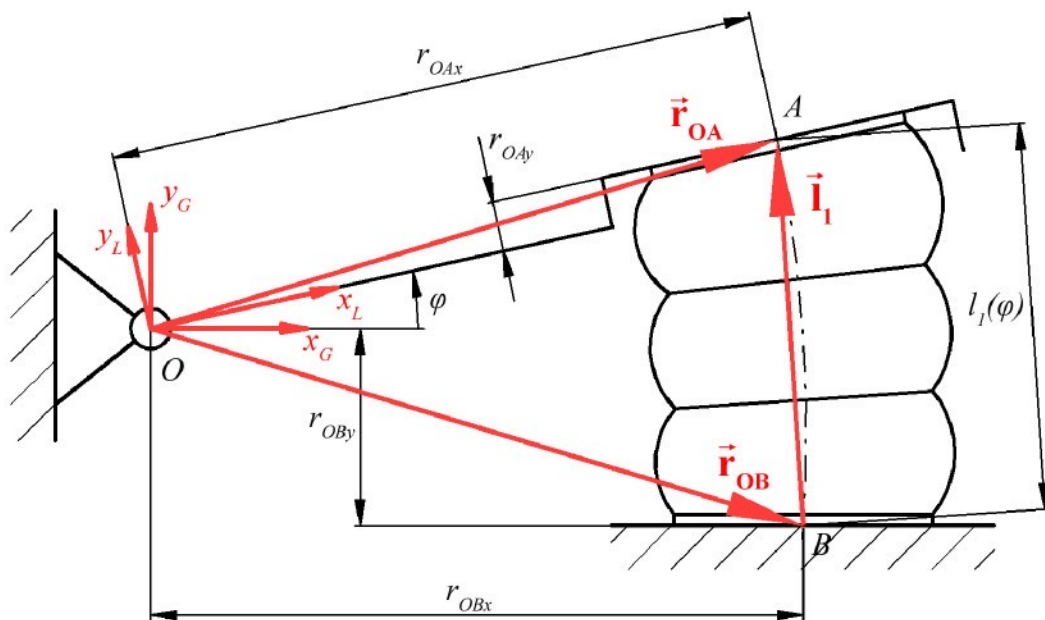
Dále podle [3] platí, že průběh hlavní axiální složky sil $\mathbf{F}_{1a}$ a $\mathbf{F}_{2a}$ se prakticky nemění se sklonem čela a výstředností a odpovídá síle pružiny zatěžované pouze axiálně, přitom ale vliv radiálních složek a ohybových momentů není úplně zanedbatelný.



Obr. 10 Síly obecně zatížené pneumatické pružiny

Moment síly pneumatické pružiny 1

Uložení pružiny označené číslicí 1 na Obr. 9 na straně 19 je podrobněji zakresleno na Obr. 11, včetně zavedených vektorů a souřadných systémů.



Obr. 11 Pružina 1

Podle Obr. 11 můžeme určit, že

$$\mathbf{l}_1^G = \mathbf{r}_{OA}^G - \mathbf{r}_{OB}^G = \mathbf{T}^{GL} \mathbf{r}_{OA}^L - \mathbf{r}_{OB}^G, \quad (67)$$

kde

$$\mathbf{r}_{OA}^L = \begin{bmatrix} r_{OAx} \\ r_{OAy} \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{r}_{OB}^G = \begin{bmatrix} r_{OBx} \\ -r_{OBy} \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{T}^{GL} = \begin{bmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi & 0 \\ \sin \varphi & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (68)$$

přičemž $\mathbf{r}_{OA}^L$, $\mathbf{r}_{OB}^G$ (druhá složka vektoru $\mathbf{r}_{OB}^G$ má záporné znaménko, protože složky jsou považovány za rozměr, nikoliv souřadnici) a $\mathbf{l}_1^G$ jsou vektory v lokálním resp. globálním souřadném systému zavedené podle Obr. 11 (horní index vektoru značí souřadný systém ve kterém je vektor zaveden) a $\mathbf{T}^{GL}$ je transformační matice transformující vektory z lokálního souřadného systému do globálního souřadného systému. Pro délku pružiny $l_1(\varphi)$ tedy můžeme napsat vztah

$$l_1(\varphi) = \|\mathbf{l}_1^G\| = \sqrt{(\mathbf{l}_1^G)^T \cdot \mathbf{l}_1^G}, \quad (69)$$

což je závislost délky pružiny na úhlu φ .

Axiální sílu pružiny můžeme považovat za funkci její délky a tlaku vzduchu uzavřeného v pružině. Zavedeme tedy:

$$F_{1a} = F_{1a}(l, p), \quad (70)$$

kde p je tlak vzduchu v pneumatické pružině a l je její aktuální délka. Bližší specifikaci této funkce provedeme později. Jak vyplývá z Obr. 10 jsou axiální síly pružin kolmé k čelům pružin, můžeme tedy zavést moment axiální síly pružiny 1 vyvozený na horní rameno (člen 2 mechanismu dle Obr. 2) v závislosti na úhlu jeho natočení

$$M_1 = r_{OAx} \cdot F_{1a}(l_1(\varphi), p_1) \quad (71)$$

kde p_1 je tlak vzduchu v pružině 1.

Ještě se vraťme k vektoru $\mathbf{l}_1^G$, jeho analýzou můžeme sledovat vyosení čel pneumatické pružiny. Aplikací (68) na vztah (67) dostáváme

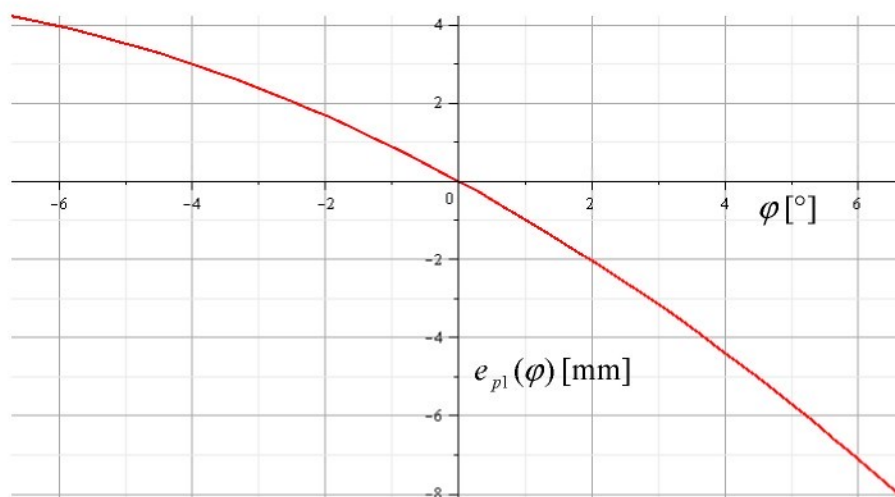
$$\mathbf{l}_1^G = \begin{bmatrix} r_{OAx} \cos \varphi - r_{OAy} \sin \varphi - r_{OBx} \\ r_{OAx} \sin \varphi + r_{OAy} \cos \varphi - r_{OBy} \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (72)$$

první složka vektoru $\mathbf{l}_1^G$ představuje vyosení středu horního čela pružiny 1. Označme toto vyosení jako e_{p1} , nyní můžeme napsat

$$e_{p1}(\varphi) = l_{1x}^G = r_{OAx} \cos \varphi - r_{OAy} \sin \varphi - r_{OBx}, \quad (73)$$

kde l_{1x}^G je složka ve směru x vektoru $\mathbf{l}_1^G$. Závislost $e_{p1}(\varphi)$ můžeme zobrazit v grafu, který je na Obr. 12. Z tohoto grafu je patrné, že vyosení středů čel pružiny 1 je

i v mezních polohách mechanismu menší než výrobcem uváděné nejvyšší přípustné vyosení pro pružinu Dunlop 4½“×3 , které je maximálně 10 mm. Dále výrobce pro tuto pružinu uvádí maximální přípustný úhel mezi rovinami čel pružiny 7°, tedy i tento omezující faktor uložení pružiny splňuje.



Obr. 12 Graf závislosti $e_{p1}(\varphi)$

Nyní sestavme funkci závislosti délky pružiny 1 na relativní výšce ložné plochy. Vztah (69) určuje závislost délky pružiny na úhlu φ , zavedeme relativní výšku ložné plochy jako její výškovou výchylku od rovnovážné polohy, při níž je $\varphi = 0$,

$$y_{LP}(\varphi) = a \sin \varphi, \quad (74)$$

kde a je vzdálenost mezi osami horního ramene. Opačně pak získáme závislost úhlu φ na relativní výchylce ložné plochy y_{LP} , tedy

$$\varphi = \arcsin \frac{y_{LP}}{a}. \quad (75)$$

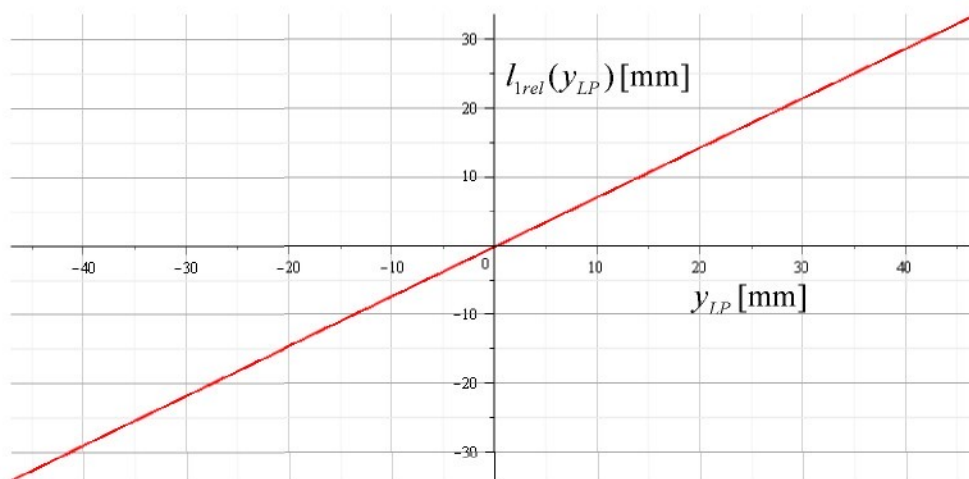
Tento vztah aplikujeme na vztah (69), od výsledné délky pružiny odečteme její délku v rovnovážné poloze mechanismu a získáme tak závislost relativního zdvihu pružiny na relativní výchylce ložné plochy.

$$l_{rel}(y_{LP}) = l_1 \left(\varphi = \arcsin \frac{y_{LP}}{a} \right) - l_{10}, \quad (76)$$

kde l_{10} je již zmíněná délka pružiny v rovnovážné poloze mechanismu a platí

$$l_{10} = l_1(\varphi = 0). \quad (77)$$

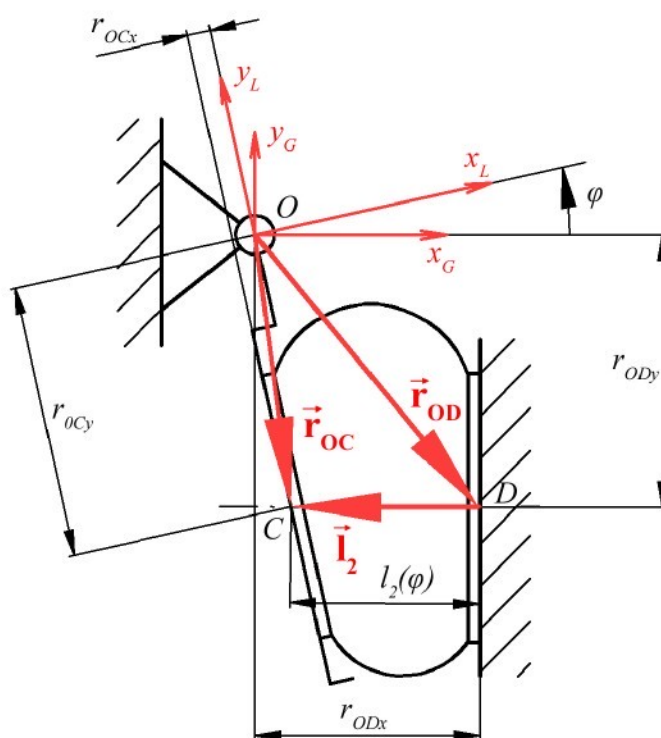
Závislost $l_{rel}(y_{LP})$ je zobrazena na Obr. 13.

Obr. 13 Závislost $l_{rel}(y_{LP})$

Převod je tedy $\left. \frac{dl_{rel}}{dy_{LP}} \right|_{y_{LP}=0} = 0,72$.

Moment síly pneumatické pružiny 2

Uložení pneumatické pružiny označené číslicí 2 na Obr. 9 na straně 19 je podrobněji zobrazeno na Obr. 14, podobně jako v předchozím případě jsou v obrázku nakresleny i zavedené vektory a souřadné systémy.



Obr. 14 Pružina 2

Podle Obr. 14 můžeme napsat

$$\mathbf{l}_2^G = \mathbf{r}_{OC}^G - \mathbf{r}_{OD}^G = \mathbf{T}^{GL} \mathbf{r}_{OC}^L - \mathbf{r}_{OD}^G, \quad (78)$$

přičemž

$$\mathbf{r}_{OC}^L = \begin{bmatrix} -r_{OCx} \\ -r_{OCy} \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{r}_{OD}^G = \begin{bmatrix} r_{ODx} \\ -r_{ODy} \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{T}^{GL} = \begin{bmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi & 0 \\ \sin \varphi & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (79)$$

$\mathbf{r}_{OC}^L$, $\mathbf{r}_{OD}^G$ (některé složky jsou zavedeny se záporným znaménkem, protože r_{OCx} , r_{OCy} , r_{ODx} a r_{ODy} jsou považovány za rozměry a nikoliv za souřadnice) a $\mathbf{l}_2^G$ jsou vektory zavedené v lokálním resp. globálním souřadném systému podle Obr. 14 (horní index v označení vektoru značí souřadný systém ve kterém je zaveden) a $\mathbf{T}^{GL}$ je transformační matice transformující vektory z lokálního do globálního souřadného systému. Pro délku pružiny píšeme

$$l_2(\varphi) = \|\mathbf{l}_2^G\| = \sqrt{(\mathbf{l}_2^G)^T \cdot \mathbf{l}_2^G}. \quad (80)$$

Stejně jako u předchozí pružiny můžeme axiální sílu vyvozenou pružinou při její deformaci považovat za funkci délky pružiny. Platí tedy

$$F_{2a} = F_{2a}(l, p), \quad (81)$$

kde p je tlak vzduchu v pneumatické pružině a l je její aktuální délka. Tato funkce bude opět blíže specifikována později. Stejně jako v případě pružiny 1 píšeme vztah pro moment vyvozený pružinou 2 na horní rameno

$$M_2 = -r_{OCy} \cdot F_{2a}(l_2(\varphi), p_2), \quad (82)$$

kde p_2 je tlak vzduchu v pneumatické pružině 2, moment je záporný protože působí proti směru souřadnice φ .

Vyosení pružiny 2 v závislosti na úhlu φ je obsaženo v y-ové složce vektoru $\mathbf{l}_2^G$. Ze vztahu (78) aplikaci (79) získáme

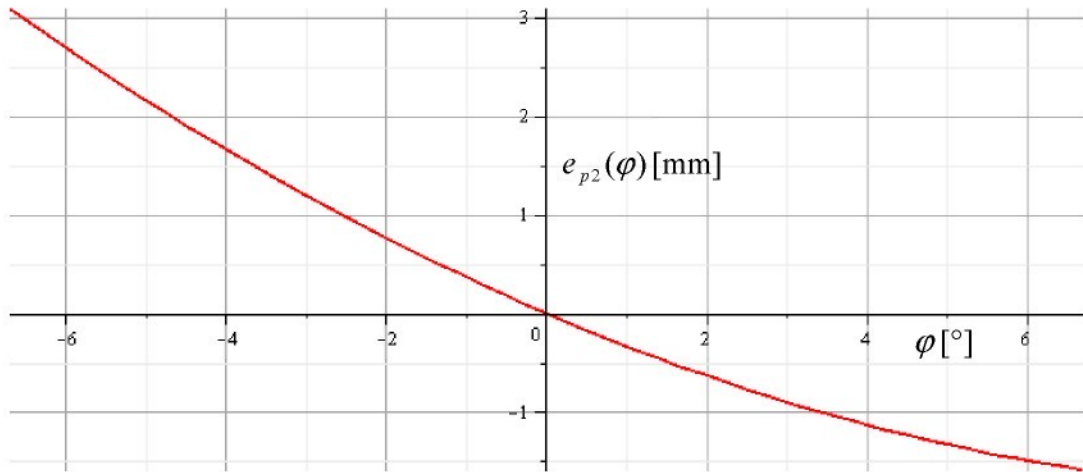
$$\mathbf{l}_2^G = \begin{bmatrix} -r_{OCx} \cos \varphi + r_{OCy} \sin \varphi - r_{ODx} \\ -r_{OCx} \sin \varphi - r_{OCy} \cos \varphi + r_{ODy} \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (83)$$

Vyosení pružiny 2 označme e_{p_2} , nyní můžeme psát

$$e_{p_2}(\varphi) = l_{2y}^G = -r_{OCx} \sin \varphi - r_{OCy} \cos \varphi + r_{ODy}, \quad (84)$$

přičemž l_{2y}^G je druhá složka vektoru $\mathbf{l}_2^G$. Závislost $e_{p_2}(\varphi)$ zobrazíme v grafu, který je na Obr. 15. Výrobce neuvádí pro pružinu Rubena PE 130/1 přípustné vyosení středů

čel, ale jiní výrobci uvádějí pro podobné pružiny maximální vyosení okolo 10 mm. Z Obr. 15 je patrné, že uložení této pružiny splňuje maximální přípustné vyosení středů čel.



Obr. 15 Závislost $e_{p2}(\varphi)$

Závislost délky pružiny 2 na relativním zdvihu ložné plochy můžeme podobně jako v předchozím případě napsat ve tvaru

$$l_{2rel}(y_{LP}) = l_2 \left(\varphi = \arcsin \frac{y_{LP}}{a} \right) - l_{20}, \quad (85)$$

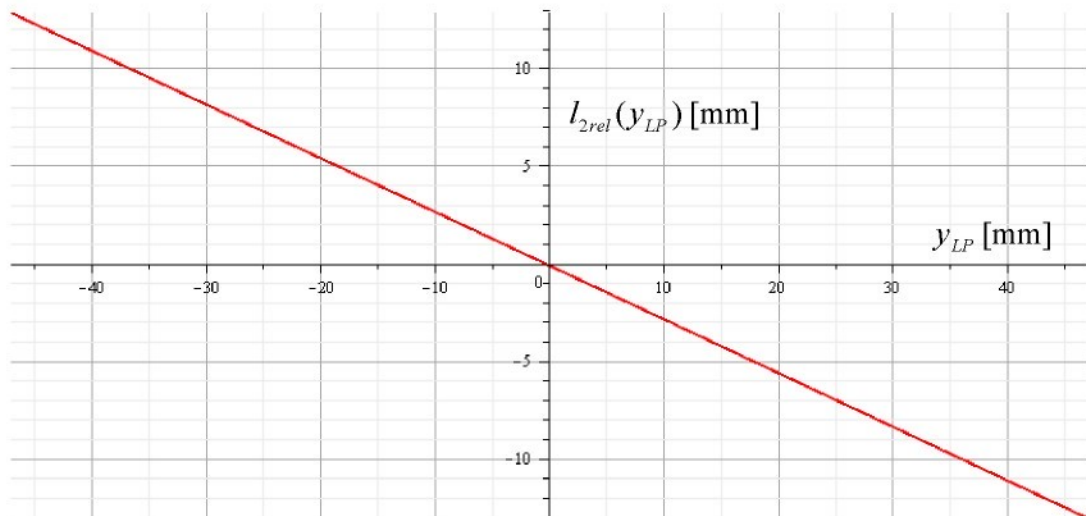
kde l_{2rel} je relativní zdvih pružiny 2, y_{LP} je relativní výška ložné plochy, a je vzdálenost mezi osami horního ramene a l_{20} je délka pružiny v rovnovážné poloze mechanismu, pro níž platí

$$l_{20} = l_2(\varphi = 0). \quad (86)$$

Na Obr. 16 je zobrazena tato závislost.

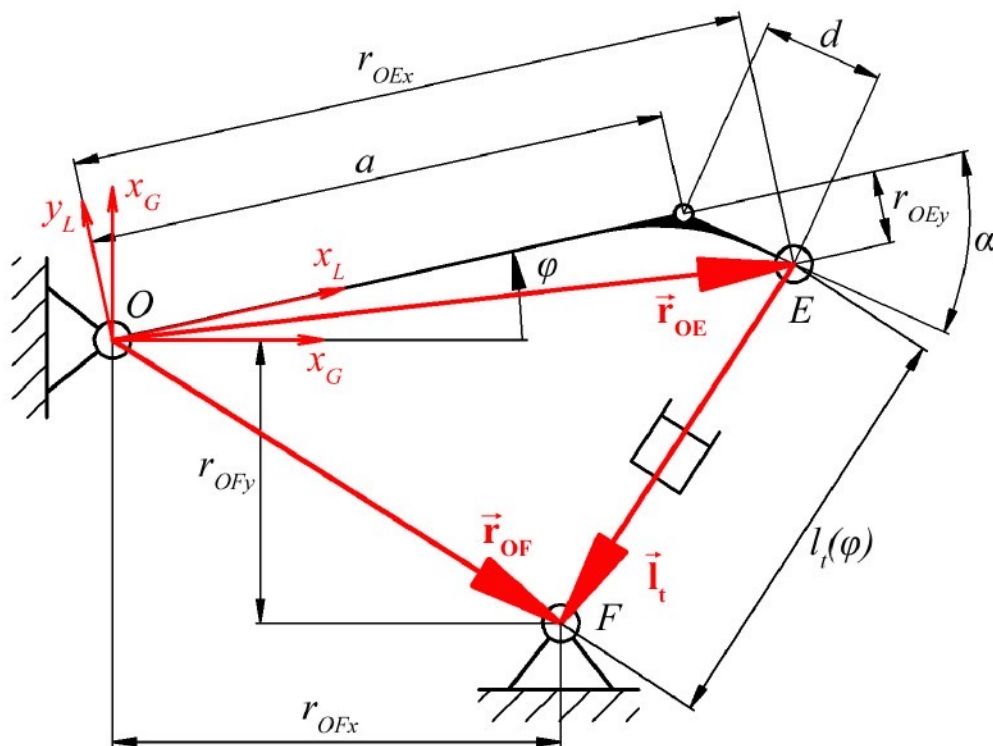
$$\text{Převod je } \left. \frac{dl_{2rel}}{dy_{LP}} \right|_{y_{LP}=0} = -0,275.$$

Ze závislosti $l_{1rel}(y_{LP})$ a $l_{2rel}(y_{LP})$ je patrné, že pružiny jsou uloženy protiběžně, tedy při stlačování jedné pružiny, je druhá natahována. Obě závislosti se jeví v přípustném rozsahu relativní výšky ložné plochy jako lineární, ale ve skutečnosti jsou tyto závislosti obecně nelineární.

Obr. 16 Závislost $l_{2rel}(y_{LP})$

Moment síly vyvozený tlumičem

Síla vyvozená tlumičem je závislá na jeho pístové rychlosti. Uložení tlumiče je podrobněji zobrazeno na Obr. 17.



Obr. 17 Uložení tlumiče

Podobně jako při odvozování délky pružin máme

$$\mathbf{l}_t^G = \mathbf{r}_{OF}^G - \mathbf{r}_{OE}^G = \mathbf{r}_{OF}^G - \mathbf{T}^{GL} \mathbf{r}_{OE}^L, \quad (87)$$

kde

$$\mathbf{r}_{OE}^L = \begin{bmatrix} r_{OE_x} \\ -r_{OE_y} \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{r}_{OF}^G = \begin{bmatrix} r_{OF_x} \\ -r_{OF_y} \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{T}^{GL} = \begin{bmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi & 0 \\ \sin \varphi & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (88)$$

přičemž $\mathbf{l}_t^G$, $\mathbf{r}_{OF}^G$ a $\mathbf{r}_{OE}^L$ (některé složky jsou zavedeny se záporným znaménkem, protože r_{OE_x} , r_{OE_y} , r_{OF_x} a r_{OF_y} jsou považovány za rozměry, nikoliv souřadnice) jsou vektory zavedené dle Obr. 17, horní index v označení vektoru značí souřadný systém, ve kterém je vektor zaveden, $\mathbf{T}^{GL}$ je transformační matice, transformující vektory z lokálního do globálního souřadného systému. Dále podle Obr. 17 můžeme napsat

$$r_{OE_x} = a + d \cos \alpha, \quad r_{OE_y} = d \sin \alpha, \quad (89)$$

kde symboly a , d a α jsou patrné z obrázku.

Závislost délky tlumiče na úhlu φ pak můžeme vyjádřit vztahem

$$l_t(\varphi) = \|\mathbf{l}_t^G\| = \sqrt{(\mathbf{l}_t^G)^T \cdot \mathbf{l}_t^G}, \quad (90)$$

kde $l_t(\varphi)$ je závislost délky tlumiče na úhlu φ . Pro pístovou rychlost tlumiče můžeme tedy napsat vztah

$$v_t(\varphi, \dot{\varphi}) = \frac{dl_t(\varphi)}{d\varphi} \frac{d\varphi}{dt}, \quad (91)$$

kde $v_t(\varphi, \dot{\varphi})$ je závislost pístové rychlosti na zdvihu φ a na úhlové rychlosti horního ramene $\dot{\varphi}$. Tlumicí síla v ose tlumiče je funkcí této rychlosti

$$F_t = F_t(v_t). \quad (92)$$

Nakonec napíšeme vztah pro moment síly vyvozené tlumičem na horní rameno jako vektorový součin ramena $\mathbf{r}_{OE}^L$ a vektoru tlumicí síly $-\mathbf{l}_t^{G0} \cdot F_t(v_t)$, kde $\mathbf{l}_t^{G0}$ je jednotkový vektor ve směru vektoru $\mathbf{l}_t^G$. Výsledkem je vektor, jehož třetí složka odpovídá momentu síly k bodu O , zbylé dvě složky jsou nulové.

$$\mathbf{M}_t = \mathbf{r}_{OE}^G \times [\mathbf{l}_t^{G0} \cdot F_t(v_t)]. \quad (93)$$

Můžeme tedy jednoduše napsat

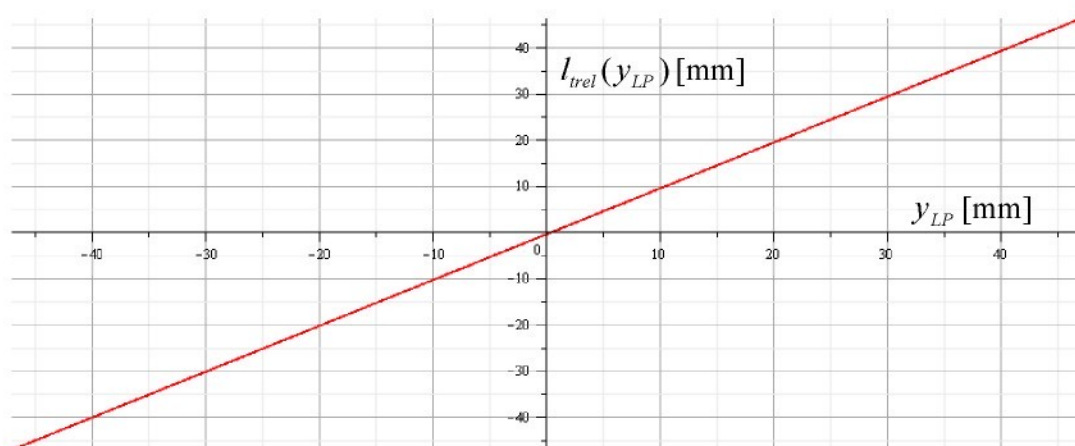
$$M_t = \|\mathbf{M}_t\|. \quad (94)$$

Nakonec ještě určíme závislost výchylky tlumiče na relativní výšce ložné plochy stejně, jako tomu bylo u pružin:

$$l_{rel}(y_{LP}) = l_t\left(\varphi = \arcsin \frac{y_{LP}}{a}\right) - l_{t0}, \quad (95)$$

kde $l_{t0} = l_t(\varphi = 0)$ je délka tlumiče při $\varphi = 0$. Tato závislost je zobrazena na Obr. 18.

Z obrázku je dále patrné, že převod výchylky ložné plochy na tlumič je přibližně roven jedné. Obvykle bývá tento převod menší, aby bylo možné dosáhnout větších mezních výchylek tlumeného mechanismu. V tomto případě má tlumič délku chodu 110 mm, tudíž délka chodu tlumiče dále neomezuje maximální relativní výchylky ložné plochy, které činí ± 47 mm, i když připočteme deformaci pryžových dorazů, nedosáhneme maximálního chodu tlumiče a nedojde tak k dorazu pístu na dno tlumiče.



Obr. 18 Závislost $l_{trel}(y_{LP})$

Moment síly pryžových dorazů

Jak bylo uvedeno v kapitole 1.2, pohyb mechanismu je omezen pryžovými dorazy. Tyto jsou umístěny mezi horním ramenem a podstavcem, oba spočívají na rameni stejné délky, jako je vzdálenost mezi osami horního ramene. Tato vzdálenost je značena písmenem a a činí 400 mm. Horní doraz je v podobě pryžového válečku o průměru 40 mm a výšce 15 mm, spodním dorazem je pryžový váleček průměru 60 mm a výšce rovněž 15 mm. Horní doraz je uplatněn při zdvihu ložné plochy 47 mm a spodní doraz se uplatní při zdvihu -47 mm.

Síla vyvozená deformací pryžových dorazů bude mít nulovou hodnotu v oblasti neomezeného pohybu mechanismu ($y_{LP} = \pm 47$ mm) a kladnou resp. zápornou hodnotu v oblasti deformace horního resp. spodního dorazu. Pro moment síly pryžových dorazů můžeme napsat

$$M_d(y_{LP}) = a \cdot F_d(y_{LP}), \quad (96)$$

kde $F_d(y_{LP})$ je funkce síly pryžových dorazů v závislosti na relativní výšce ložné plochy. Pro dosazení do pohybové rovnice je však potřeba závislost $M_d(\varphi)$, dosadíme tedy do (96) vztah

$$y_{LP} = a \sin \varphi, \quad (97)$$

získáme tak

$$M_d(\varphi) = a \cdot F_d(a \sin \varphi), \quad (98)$$

což je hledaná závislost momentu síly pryžových dorazů na úhlu φ . Závislost síly pryžových dorazů $F_d(y_{LP})$ bude popsána později.

Moment pasivních odporů

Pokud použijeme pro popis dynamického systému Lagrangeových rovnic druhého druhu, jsme nuceni moment pasivních odporů vyjádřit jen přibližně na základě zkušeností a určit jeho velikost z hysterezní smyčky zatěžovací charakteristiky snímané při kvazistatickém vstupním signálu s odejmutým tlumičem. Pro exaktní určení pasivních odporů potřebujeme znát normálové složky reakcí ve všech kloubech vodícího mechanismu a to Lagrangeův přístup neumožňuje.

Vzhledem k tomu, že tedy náš přístup neumožňuje exaktně řešit dynamický systém s pasivními odpory, zavádíme moment pasivních odporů tak, že odhadujeme jeho velikost z hysterezní smyčky kvazistatické zatěžovací charakteristiky. Její šířka definuje necitlivost systému na změnu hmotnosti subjektu umístěného na odpruženém lehátku respektive sedačce. U sedaček je to 2–5 kg. Při odpovědném odhadu je třeba uvážit, že valivá ložiska navrženého prototypu podstavce sanitního lehátka mají menší pasivní odpory než kluzná ložiska sedačky (a mají též proporcionální složku). Vzhledem k tomu, že ale výsledná hmotnost ložné plochy včetně lehátka a pacienta je zhruba dvojnásobná než u sedačky, zůstaneme při prvním odhadu u výše uvedené hodnoty (2–5 kg).

Moment pasivních odporů můžeme napsat jako

$$M_{po} = -a \cdot \frac{F_{po}}{2} \cdot \text{signum}(\omega), \quad (99)$$

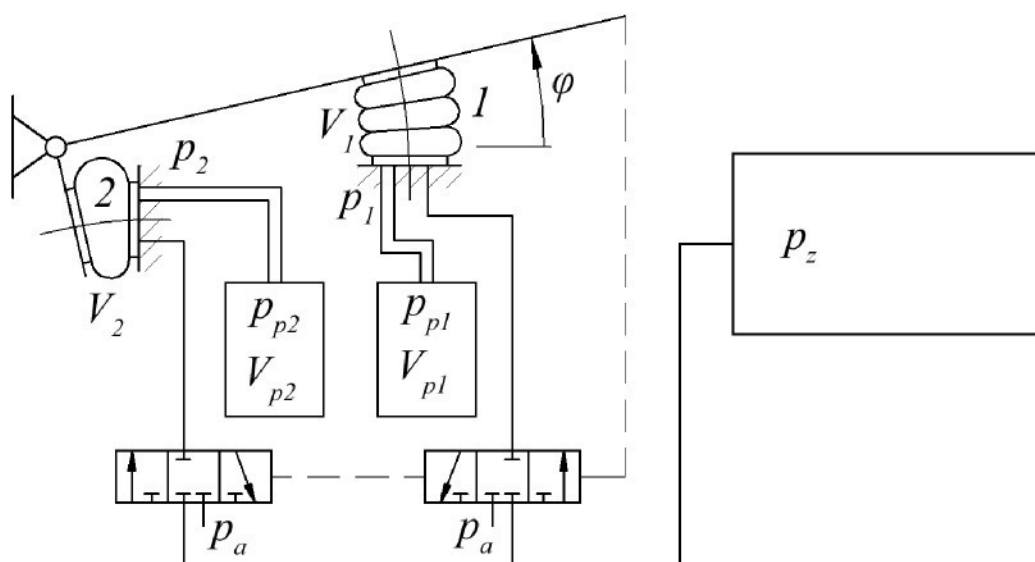
kde F_{po} je síla pasivních odporů naměřená při kvazistatickém vstupním signálu na ložné ploše a a je délka horního ramene. Funkce signum je ale pro numerické výpočty v prostředí Maple 11 nevhodná, protože nemá spojitou derivaci. Lze ji ale při-

bližně naradit funkcí $\arctg$, jejíž argument vynásobíme velkým číslem. Vztah (99) můžeme tedy upravit na

$$M_{po} = -a \cdot \frac{F_{po}}{2} \cdot \arctg(500 \cdot \omega) . \quad (100)$$

3 Charakteristiky dvojčinné pneumatické pružiny

Dvojici pneumatických pružin připojených mezi podstavec a horní rameno můžeme považovat za jednu dvojčinnou pneumatickou pružinu. Pružiny jsou uloženy v protiběžném uspořádání, tedy pokud je jedna pružina stlačována, druhá je natahována. Konkrétněji to znamená, že moment pružiny označené číslicí 1 v Obr. 9 na straně 19 působí ve směru kladné výchylky úhlu φ , zatímco moment pružiny 2 působí opačně, tedy v záporném smyslu úhlu φ . Obě pružiny jsou připojeny k přidavným objemům za účelem snížení jejich tuhosti. Dále jsou pružiny připojeny k polohovým regulátorům, které při změně zatížení mechanického systému (dynamické výchylky, změna pacienta) regulují tlak vzduchu v soustavě „pneumatická pružina – přidavný objem“ za účelem udržení přednastavené rovnovážné polohy. Další funkcí polohových regulátorů je dorovnání úniků vzduchu vlivem netěsností pneumatického systému. Obvykle bývá mezi pružinou a přidavným objemem připojen škrťací ventil, který snižuje průtočný průřez a tím snižuje rychlost proudění vzduchu mezi pružinou a přidavným objemem. Tímto dochází k disipaci energie a tím pádem k tlumení kmitavého mechanického systému. V případě popisovaného mechanického systému škrťací ventily chybí, přidavné objemy byly použity pouze za účelem snížení tuhosti pneumatických pružin a tím bylo možné dosáhnout nízké vlastní frekvence mechanického systému. Schéma pneumatického obvodu vzduchového odpružení je na Obr. 19.



Obr. 19 Schéma pneumatického systému odpružení

Popišme schéma systému pneumatického odpružení, tak jak je zobrazeno na Obr. 19. Číslici 1 je označena pneumatická vlnovcová pružina firmy Dunlop $4\frac{1}{2}'' \times 3$, k ní přísluší přidavný objem, p_{p1} je tlak vzduchu v přidavném objemu pružiny 1 a V_{p1} je jeho objem. Číslici 2 je označena pneumatická vlnovcová pružina firmy Rubena 130/1, p_{p2} je tlak vzduchu v přidavném objemu příslušejícím pružině 2 a V_{p2} je jeho objem. Vpravo je nakreslen zásobník a v něm je tlak vzduchu p_z . Pod přidavnými objemy jsou schematicky naznačeny polohové regulátory, které jsou řízeny zdvihem ložné plochy resp. horního ramene. Polohový regulátor pružiny 1 je nastaven tak, aby při výchylce horního ramene $\varphi < 0$ přepouštěl vzduch ze zásobníku do přidavného objemu příslušející pružině 1 a při výchylce $\varphi > 0$ naopak regulátor vypouští vzduch z pružiny do atmosféry. Polohový regulátor pružiny 2 je nastaven opačně, tedy při $\varphi < 0$ je vzduch vypouštěn z pružiny 2 a při $\varphi > 0$ je přepouštěn vzduch ze zásobníku do pružiny 2.

Poznamenejme, že v tomto případě bylo dvojčinné pneumatické pružiny použito z důvodu velké variability hmotnosti pacienta (od cca 20 kg v případě dětského pacienta, až po 140 a více kg). Aplikace druhé (tažné) pružiny (pružina 2) v našem případě umožňuje vibroizolaci malých hmotností. Jelikož výsledná tuhost dvojčinné pružiny je rovna součtu tuhostí jednotlivých pružin, opatřují se obvykle obě pružiny přidavnými objemy, aby nedošlo ke zvýšení tuhosti závěsu a tím i zvýšení vlastní frekvence systému.

3.1 Modely pneumatických pružin

Odvoďme nyní rovnice popisující pohyb vzduchu v pneumatické pružině. Vyjdeme ze stavové rovnice ideálního plynu:

$$p \cdot V = m \cdot R_p T, \quad (101)$$

kde p [Pa] je absolutní tlak vzduchu v pneumatické pružině, V [m³] je objem vzduchu uzavřeného v pneumatické pružině, m [kg] je hmotnost tohoto vzduchu, R_p [J · kg⁻¹ · K⁻¹] je měrná plynová konstanta a T [K] je termodynamická teplota. Časovou derivací této rovnice při předpokládaném izotermickém ději obdržíme

$$p \frac{dV}{dt} + V \frac{dp}{dt} = R_p T \frac{dm}{dt}, \quad (102)$$

přičemž $\frac{dm}{dt}$ je hmotnostní tok plynu z resp. do pneumatické pružiny (přítok vzduchu do pružiny s kladným znaménkem, odtok potom se záporným), pišme $\frac{dm}{dt} = Q \text{ [kg} \cdot \text{s}^{-1}]$. Podle [3] pro vlnovcové pneumatické pružiny platí

$$F(p, l) = (p - p_a) \cdot S_{ef}(l), \quad (103)$$

kde S_{ef} je efektivní plocha pneumatické pružiny, p_a [Pa] je atmosférický tlak vně pružiny a l je aktuální délka pneumatické pružiny. Dále podle [3] zavádíme

$$V = V(l) = \int_{l_0}^l S_{ef} dl + V_0, \quad (104)$$

kde V je objem pneumatické pružiny a V_0 je objem při l_0 tedy při volné délce pružiny. Z předchozího vztahu plyne

$$S_{ef}(l) = \frac{dV}{dl}, \quad (105)$$

odtud je patrné, že efektivní plocha pneumatické pružiny, stejně jako její objem, nejsou závislé na tlaku vzduchu v pružině, ale pouze na délce pružiny. Vztah (102) můžeme tedy rozepsat následovně

$$p S_{ef}(l) \frac{dl}{dt} + V(l) \frac{dp}{dt} = R_p T Q. \quad (106)$$

Získali jsme diferenciální rovnici pro tlak vzduchu v pneumatické pružině. Pro hmotnostní tok vzduchu do/z pružiny platí

$$Q = Q_{kor} - Q_{po}, \quad (107)$$

kde Q_{kor} korekční hmotnostní tok vzduchu, tedy tok vzduchu ze zásobníku do pružiny, nebo tok vzduchu z pružiny do atmosféry, Q_{po} je tok do přidavného objemu.

Pneumatická pružina 1

Pružina 1 je ke svému přidavnému objemu připojena bez škrťacího ventilu, takže je možno považovat tlak v přidavném objemu za shodný s tlakem v pružině ($p_1 = p_{p1}$) a objem takto vzniklé pružiny odpovídá součtu objemu pružiny a objemu přidavného ($V_{cl}(l) = V_1(l) + V_{p1}$), spojení musí být krátké a kompaktní, aby předpoklad shody tlaků v pružině a přidavném objemu byl splněn. Pro pružinu 1 můžeme tedy úpravou vztahu (106) napsat rovnici

$$p_1 S_{1ef}(l_1) \frac{dl_1}{dt} + (V_1(l_1) + V_{p1}) \frac{dp_1}{dt} = R_p T Q_{1kor}, \quad (108)$$

kde p_1 [Pa] je tlak vzduchu v pneumatické pružině, p_a [Pa] je atmosférický tlak vně pružiny, $S_{1ef}(l)$ [m²] je efektivní plocha pružiny 1 závislá na délce pružiny, $V_1(l)$ [m³] je objem pneumatické pružiny rovněž závislý na délce pružiny, V_{p1} [m³] je objem přídavného objemu, R_p [J · kg⁻¹ · K⁻¹] je měrná plynová konstanta, T [K] je termodynamická (absolutní) teplota, Q_{1kor} [kg · s⁻¹] je hmotnostní tok vzduchu mezi pružinou a jejím polohovým regulátorem a konečně l_1 [m] je délka pružiny 1, která byla odvozena v kapitole 2.4 a platí $l_1 = l_1(\varphi)$. Můžeme tedy rovnici (108) ještě upravit na

$$p_1 S_{1ef}(l_1(\varphi)) \frac{dl_1(\varphi)}{d\varphi} \frac{d\varphi}{dt} + (V_1(l_1(\varphi)) + V_{p1}) \frac{dp_1}{dt} = R_p T Q_{1kor}, \quad (109)$$

čímž dostáváme přímo diferenciální závislosti tlaku v pružině 1 na souřadnici φ .

Pro axiální sílu pružiny 1 můžeme napsat

$$F_{1a}(p_1, l_1(\varphi)) = (p_1 - p_a) \cdot S_{1ef}(l_1(\varphi)), \quad (110)$$

kde F_{1a} [N] je síla, která figuruje ve vztahu (71) na straně 29. Tím je zavedena vazba mezi rovnicí pružiny a pohybovou rovnicí mechanismu.

Pneumatická pružina 2

Pružina 2 je podobně jako pružina 1 připojena ke svému přídavnému objemu bez škrcení. Platí tedy podobně rovnost tlaků vzduchu v pružině a jejím přídavném objemu a objem pružiny se navýší o objem přídavný.

Podobně jako v případě pružiny 1 dostaneme úpravou vztahu (106) následující rovnici:

$$p_2 S_{2ef}(l_2(\varphi)) \frac{dl_2(\varphi)}{d\varphi} \frac{d\varphi}{dt} + (V_2(l_2(\varphi)) + V_{p2}) \frac{dp_2}{dt} = R_p T Q_{2kor}, \quad (111)$$

kde příslušné veličiny jsou značeny stejně jako v předchozím případě a index 1 je zaměněn indexem 2.

Pro axiální sílu pružiny 2 píšeme

$$F_{2a}(p_2, l_2(\varphi)) = (p_2 - p_a) \cdot S_{2ef}(l_2(\varphi)), \quad (112)$$

síla F_{2a} [N] figuruje ve vztahu (82) na straně 32.

Kinematiku náhonu regulátoru odvodíme podobně jako v kapitole 1.1. Pro bod A (Obr. 20) můžeme napsat

$$\mathbf{T}^{10}\mathbf{r}_{12}^1 + \mathbf{T}^{20}\mathbf{r}_{2A}^2 = \mathbf{r}_{13}^0 + \mathbf{T}^{30}\mathbf{r}_{3A}^3, \quad (113)$$

kde $\mathbf{r}_{12}^1$, $\mathbf{r}_{2A}^2$, $\mathbf{r}_{13}^0$ a $\mathbf{r}_{3A}^3$ jsou vektory zavedené podle Obr. 20 v lokálních souřadných systémech určených horním indexem v označení vektoru a platí:

$$\mathbf{r}_{12}^1 = \begin{bmatrix} a \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{r}_{2A}^2 = \begin{bmatrix} 0 \\ -b_r \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{r}_{13}^0 = \begin{bmatrix} x_r \\ -y_r \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{r}_{3A}^3 = \begin{bmatrix} -a_r \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (114)$$

kde a je vzdálenost mezi osami horního ramene, b_r je délka těhlice náhonu regulátoru a a_r je délka ramínka regulátoru. Souřadný systém 3 je umístěn na ose regulátoru. Déle $\mathbf{T}^{10}$, $\mathbf{T}^{20}$ a $\mathbf{T}^{30}$ jsou transformační matice transformující souřadnice vektorů z lokálních souřadných systémů 1, 2 a 3 do globálního 0.

$$\mathbf{T}^{10} = \begin{bmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi & 0 \\ \sin \varphi & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \mathbf{T}^{20} = \begin{bmatrix} \cos \beta & -\sin \beta & 0 \\ \sin \beta & \cos \beta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \mathbf{T}^{30} = \begin{bmatrix} \cos \kappa & -\sin \kappa & 0 \\ \sin \kappa & \cos \kappa & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Podobně jako v kapitole 1.1 získáme eliminací úhlu β a řešením úplné trigonometrické rovnice pro $\kappa(\varphi)$ výraz

$$\kappa = 2 \arctg \left(\frac{B \pm \sqrt{A^2 + B^2 - C^2}}{A + C} \right), \quad (115)$$

kde

$$\begin{aligned} A &= 2a_r a \cos \varphi - 2x_r a_r, \\ B &= 2a_r a \sin \varphi + 2y_r a_r, \end{aligned} \quad (116)$$

$$C = -a^2 - 2y_r a \sin \varphi - y_r^2 - a_r^2 + 2x_r a \cos \varphi - x_r^2 + b_r^2.$$

Protože řešení je dvojznačné, opět provedeme diskuzi. Náhon regulátoru je navržen tak, že pro $\varphi = 0$ je i $\alpha = 0$ (toto nastavení lze seřídít nastavením délky těhlice regulátoru). Pokud je tedy délka těhlice správně seřizena, musí pro $\varphi = 0$ a $\alpha = 0$ být čitatel argumentu funkce $\arctg$ roven nule, pro $\varphi = 0$ je $B = 2y_r a_r > 0$. Pro splnění požadavku $\varphi = 0$ a $\alpha = 0$ musí být ve výrazu pro κ spodní znaménko před odmocninou, tedy píšme

$$\kappa(\varphi) = 2 \arctg \left(\frac{B - \sqrt{A^2 + B^2 - C^2}}{A + C} \right). \quad (117)$$

Výrobce regulátoru dodal závislost průtoku vzduchu regulátorem na natočení ramínka regulátoru, přičemž v obou směrech (z pružiny do atmosféry, ze zásobníku do pružiny) bylo použito přetlaku 0,8 MPa a průtok byl realizován do atmosférického tlaku. Tato charakteristika je nepoužitelná v námi popisovaném matematickém modelu, bude nutné ji přepočítat na jinou charakteristiku. V této nové charakteristice bude nutné zohlednit fakt, že průtok vzduchu regulátorem může být jak podkritický, tak nadkritický.

Výrobce dodaná závislost byla měřena při nadkritickém proudění, protože pro poměr tlaku na vstupu (0,8 MPa) a protitlaku na výstupu při měření platí $p_{výst} / p_{vst} = 0,1 / (0,8 + 0,1) = 0,11111$, což je méně než kritický tlakový poměr, který se pro vzduch jen málo liší od hodnoty 0,5. Podle [4] můžeme za určitých zjednodušení, která jsou popsána tamtéž, pro hmotnostní průtok vzduchu napsat vztah

$$\dot{m} = \frac{\mu \cdot 2 \cdot S \cdot \psi_K}{\sqrt{R_p \cdot T_1}} \cdot \sqrt{p_2(p_1 - p_2)}, \quad (118)$$

kde $\dot{m} [\text{kg} \cdot \text{s}^{-1}]$ je hmotnostní průtok, $p_1 [\text{Pa}]$ je absolutní tlak na vstupu, $p_2 [\text{Pa}]$ je absolutní protitlak, $R_p [\text{J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}]$ je měrná plynová konstanta, $T_1 [\text{K}]$ je teplota vzduchu vstupujícího do regulátoru, $\psi_K [-]$ je kritický průtokový součinitel (podle [4] platí $\psi_K = 0,484$), $S [\text{m}^2]$ je průřez protékaného otvoru a $\mu [-]$ je ztrátový součinitel zohledňující ztráty při průtoku otvorem. Pro nadkritické proudění, kde přibližně platí $p_2 / p_1 = 0,5$ lze předchozí vztah upravit na

$$\dot{m} = \frac{\mu \cdot S \cdot \psi_K}{\sqrt{R_p \cdot T_1}} p_1. \quad (119)$$

Označme ještě $\mu \cdot S = S_{ekv}$, kde S_{ekv} je průřez, jímž by protékal vzduch beze ztrát, nazvěme ho ekvivalentním průtočným průřezem. Dostaneme

$$\dot{m} = \frac{S_{ekv} \cdot \psi_K}{\sqrt{R_p \cdot T_1}} p_1. \quad (120)$$

Nyní musíme přepočítat objemový průtok vzduchu expandovaného na atmosférický tlak na hmotnostní průtok. Předpokládáme-li, že průtok regulátorem je přibližně izo-entropický a že vzduch byl po průchodu regulátorem ideálně a bez ztrát zabrzděn, nezmění se průchodem regulátoru jeho klidová teplota (ve skutečnosti bude klidová teplota vlivem ztrát vyšší). Můžeme tedy napsat

$$\dot{m} = \frac{p_a \cdot \dot{V}}{R_p \cdot T_1}, \quad (121)$$

kde p_a [Pa] je atmosférický tlak na výstupu z regulátoru, $\dot{V}$ [$\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$] je objemový průtok vzduchu expandovaného na atmosférický tlak, T_1 [K] je absolutní teplota vzduchu na výstupu, uvažujme $T_1 = 293 \text{ K}$ a R_p [$\text{J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$] je měrná plynová konstanta. Tento vztah nevyjadřuje časovou derivaci stavové rovnice ideálního plynu, ale pouze výraz pro přepočet objemového průtoku na hmotnostní. Použitím vztahů (120) a (121) dostaneme

$$S_{ekv}(\kappa) = \frac{p_a \cdot \dot{V}(\kappa)}{p_1 \cdot \psi_\kappa \sqrt{R_p \cdot T_1}}, \quad (122)$$

což je hledaná charakteristika, kterou je možné použít v matematickém modelu. Zohledníme-li možnost jak podkritického, tak nadkritického proudění vzduchu regulátorem, přičemž výtok do atmosféry budeme považovat vždy za nadkritický (přetlak v pružině by neměl klesnout pod 0,2 MPa, viz [3]), můžeme napsat

$$Q = \dot{m}(\kappa, p, p_a, p_z) = \frac{S_{ekv}(\kappa) \cdot \psi_\kappa}{\sqrt{R_p \cdot T}} \cdot \begin{cases} -p & p > 2p_a, \kappa < 0 \\ \sqrt{p \cdot (p_z - p)} & p > 0,5p_z, \kappa > 0, \\ p_z & p < 0,5p_z, \kappa > 0 \end{cases} \quad (123)$$

kde p [Pa] je absolutní tlak vzduchu v pneumatické pružině, p_z [Pa] je absolutní tlak vzduchu v tlakovém zásobníku, p_a [Pa] je tlak vzduchu a $S_{ekv}(\kappa)$ [$\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$] je závislost ekvivalentní škrťací plochy na úhlu natočení ramínka regulátoru κ určená podle (122).

Polohový regulátor pružiny 1

Hmotnostní tok vzduchu mezi regulátorem a pružinou 1 můžeme s pomocí vztahů odvozených v této kapitole vyjádřit jako

$$Q_{1kor} = \dot{m}(\kappa, p_1, p_a, p_z) = \frac{S_{ekv}(\kappa) \cdot \psi_\kappa}{\sqrt{R_p \cdot T}} \cdot \begin{cases} -p_1 & p > 2p_a, \kappa < 0 \\ \sqrt{p_1 \cdot (p_z - p_1)} & p > 0,5p_z, \kappa > 0, \\ p_z & p < 0,5p_z, \kappa > 0 \end{cases} \quad (124)$$

kde p_1 [Pa] je absolutní tlak vzduchu v pneumatické pružině 1, ostatní proměnné byly popsány dříve. Poznamenejme ještě, že tok vzduchu do pružiny považujeme za kladný a tok z pružiny za záporný, proto je v případě vypouštění vzduchu z pružiny do atmosféry (pro $\kappa < 0$) ve vztahu (124) záporné znaménko.

Polohový regulátor pružiny 2

Jak bylo poznamenáno na začátku kapitoly 3, je polohový regulátor pružiny 2 nastaven opačně než polohový regulátor pružiny 1. Pro hmotnostní tok mezi pružinou 2 a regulátorem píšeme podobně jako v předchozím případě

$$Q_{1kor} = \dot{m}(\kappa, p_2, p_a, p_z) = \frac{S_{ekv}(\kappa) \cdot \psi_K}{\sqrt{R_p \cdot T}} \cdot \begin{cases} -p_2 & p_2 > 2p_a, \kappa > 0 \\ \sqrt{p_2 \cdot (p_z - p_2)} & p_2 > 0,5p_z, \kappa < 0, \\ p_z & p_2 < 0,5p_z, \kappa < 0 \end{cases} \quad (125)$$

všimněme si, že znaménka u κ na pravé straně výrazu jsou obráceně v porovnání s předchozím případem.

Polohový regulátor pružiny 2 byl do systému zaveden pro případné další úvahy, při simulacích odezvy systému na vertikální kinematické buzení ho však nebudeme používat. Systém využívající dvou regulátorů, tak jak je popsáno v této kapitole, pro regulaci polohy v jedné souřadnici, je přeuročeny a jeho chování by mohlo být nestabilní. Rozbor tohoto uspořádání regulace dvojčinné pneumatické pružiny je mimo rozsah této práce.

Tímto jsou odvozeny vztahy a rovnice popisující chování pneumatických pružin. Tyto rovnice a vztahy můžeme připojit k pohybové rovnici mechanického systému a dále s nimi pracovat.

4 Kompletace matematického modelu

V kapitole 1 byly odvozeny vztahy popisující kinematiku vodícího mechanismu, v kapitole 2 pak byly tyto vztahy použity pro sestavení pohybové rovnice mechanismu a vyjádření vnějších sil resp. momentů na mechanismus působících. V kapitole 3 byly odvozeny vztahy popisující chování pneumatického pružení. K pohybové rovnici (22) vodícího mechanismu přidáme rovnice (109) a (111), které popisují chování vzduchu v pneumatickém systému. Tyto rovnice jsou s pohybovou rovnicí propojeny pomocí tlaků vzduchu v pneumatických pružinách, které figurují ve vztazích pro síly vyvozené pneumatickými pružinami na mechanický systém. Tím dostáváme soustavu tří diferenciálních rovnic, první (pohybová) je druhého řádu a zbylé dvě rovnice pružin jsou prvního řádu, jejichž řešením můžeme simulovat chování celého systému. Všechny tyto vztahy a rovnice byly sestaveny v programovém prostředí MAPLE 11.

Odvozené rovnice jsou zatím obecného charakteru, nejsou v nich explicitně zavedeny rozměry, hmotnosti členů mechanismu, jejich momenty setrvačnosti a jiné konstanty. V některých případech byly hodnoty dosazeny, jako například při generování grafů závislosti, nicméně tyto hodnoty nebyly důsledně uváděny. Dále v rovnicích chybí charakteristiky pružin, tlumiče, pryžových dorazů a regulátorů. Tyto charakteristiky, stejně jako rozměry, setrvačné vlastnosti členů mechanismu a další konstanty budou uvedeny v této kapitole.

4.1 Rozměry mechanismu

Rozměry mechanismu byly určeny podle počítačového třídimenziálního modelu vytvořeného v software Autodesk Inventor, který byl dodán jako podklad pro tuto práci. V tabulce 1 jsou uvedeny rozměry mechanismu, které byly dosazeny do matematického modelu. Rozměry jsou uvedeny v milimetrech, ale do matematického modelu byly dosazovány převedené na metry, aby se předešlo konfliktům v rovnicích, protože rovnice pružin jsou odvozeny ze stavové rovnice pro ideální plyn, v níž jsou uvažovány základní jednotky SI.

Tabulka 1: Rozměry mechanismu

Označení	Rozměr	Popis
a	400 mm	Délka horního a dolního ramene
b	210 mm	Délka těhlice spojené s ložnou plochou
c	$-66 \text{ mm} \div 16 \text{ mm}$	Posuv osy spodního ramene, jímž je možné nastavit sklon ložné plochy
r_{OA_x}	288 mm	Rozměr uložení pružiny 1 na horním rameni
r_{OA_y}	53 mm	Rozměr uložení pružiny 1 na horním rameni
r_{OB_x}	288 mm	Rozměr uložení pružiny 1 na podstavci
r_{OB_y}	105 mm	Rozměr uložení pružiny 1 na podstavci
r_{OC_x}	20 mm	Rozměr uložení pružiny 2 na horním rameni
r_{OC_y}	110 mm	Rozměr uložení pružiny 2 na horním rameni
r_{OD_x}	56 mm	Rozměr uložení pružiny 2 na podstavci
r_{OD_y}	110 mm	Rozměr uložení pružiny 2 na podstavci
r_{OF_x}	303 mm	Rozměr uložení tlumiče na podstavci
r_{OF_y}	268 mm	Rozměr uložení tlumiče na podstavci
d	52 mm	Rozměr uložení tlumiče na horním rameni
α	30°	Rozměr uložení tlumiče na horním rameni
l_{10}	145 mm	Statická délka pružiny 1
l_{20}	75 mm	Statická délka pružiny 2
a_r	67 mm	Délka ramínka regulátoru
b_r	123,76 mm	Délka těhlice regulátoru
x_r	453,3 mm	Rozměr umístění tělesa regulátoru
y_r	123 mm	Rozměr umístění tělesa regulátoru

4.2 Setrvačné parametry členů mechanismu

Setrvačné parametry mechanismu jsou hmotnosti jednotlivých členů, jejich momenty setrvačnosti vzhledem k těžišti a polohy těžiště v jejich lokálním souřadném systému. Lokální souřadné systémy jsou zobrazeny na Obr. 2 na straně 11, setrvačné parametry jsou uvedeny v tabulce 2.

Tabulka 2: Setrvačné charakteristiky členů mechanismu

Označení	Rozměr	Popis
m_2	11,037 kg	Hmotnost horního ramene
m_3	205,236 kg	Hmotnost soustavy ložná plocha, lehátko, pacient
m_4	2,446 kg	Hmotnost spodního ramene
J_{2T}	$229656,276 \cdot 10^{-6} \text{ kg.m}^2$	Moment setrvačnosti horního ramene vzhledem k jeho těžišti
J_{3T}	$64,0457 \text{ kg.m}^2$	Moment soustavy ložná plocha, lehátko, pacient vzhledem k těžišti této soustavy
J_{4T}	$41122,02 \cdot 10^{-6} \text{ kg.m}^2$	Moment setrvačnosti spodního ramene vzhledem k jeho těžišti
x_{T2}	182,144 mm	x-ová souřadnice těžiště horního ramene vzhledem k jeho LSS*
y_{T2}	-8,271 mm	y-ová souřadnice těžiště horního ramene vzhledem k jeho LSS
x_{T3}	122,92 mm	x-ová souřadnice těžiště soustavy ložné plochy vzhledem k jejímu LSS
y_{T3}	298,48 mm	y-ová souřadnice těžiště soustavy ložné plochy vzhledem k jejímu LSS
x_{T4}	0 mm	x-ová souřadnice těžiště spodního ramene vzhledem k jeho LSS
y_{T4}	187,724 mm	y-ová souřadnice těžiště spodního ramene vzhledem k jeho LSS

* LSS – lokální souřadný systém

Způsob výpočtu hmotnosti, momentu setrvačnosti vzhledem k těžišti a polohy těžiště soustavy „ložná plocha – lehátko – pacient“ byl popsán v kapitole 2.2. Setrvačné parametry členů mechanismu byly určeny v programu Autodesk Inventor z trojdimenzionálního počítačového modelu geometrie mechanismu. Parametry pacienta byly použity z modelu pacienta, který je součástí základního vybavení programu Autodesk Inventor. V případě lehátka byla známa jen jeho hmotnost podle [5], těžiště bylo odhadnuto doprostřed délky a přibližně do poloviny výšky složeného lehátka a moment setrvačnosti byl určen pro hmotnost rovnoměrně rozloženou po délce le-

hátka. V následující tabulce jsou uvedeny parametry členů soustavy „ložná plocha – lehátko – pacient“, souřadnice těžiště jsou vztaženy k lokálnímu souřadnému systému členu 3.

Tabulka 3: Setrvačné parametry soustavy ložné plochy

Označení	Rozměr	Označení	Rozměr
m_{LEH}	45 kg	$x_{T_{LEH}}$	110,5 mm
m_{CLO}	83,336 kg	$y_{T_{LEH}}$	305 mm
m_{LP}	76,9 kg	$x_{T_{CLO}}$	14,15 mm
J_{CLO}	13,511 kg.m ²	$y_{T_{CLO}}$	481,144 mm
J_{LEH}	14,259 kg.m ²	$x_{T_{LP}}$	248,061 mm
J_{LP}	28,165 kg.m ²	$y_{T_{LP}}$	96,701 mm

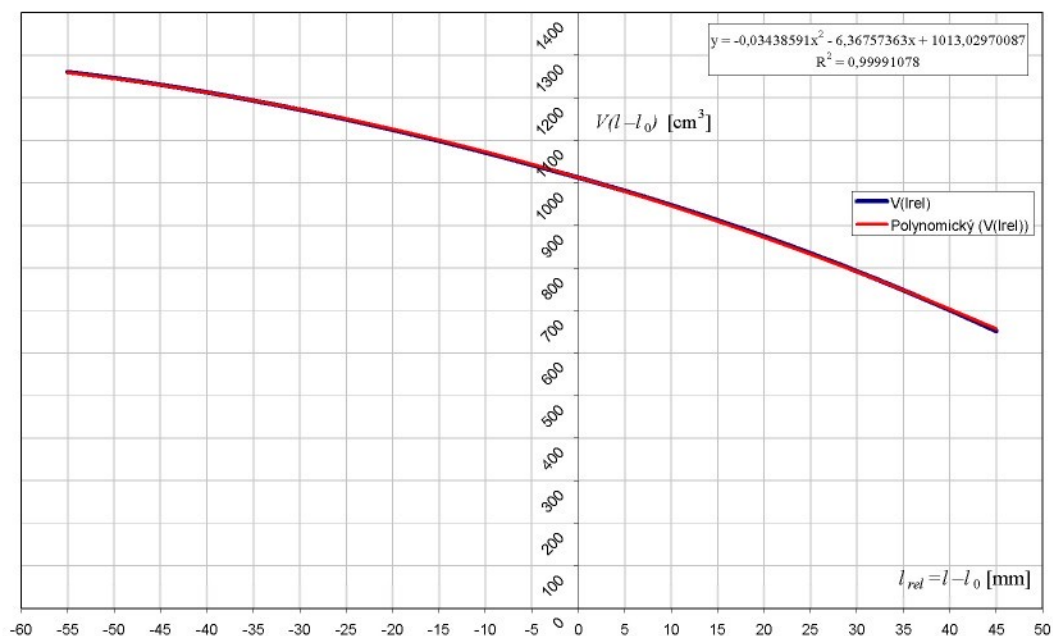
4.3 Charakteristiky prvků systému

Jedná se o charakteristiky pneumatických pružin, regulátoru, tlumiče, momentu pryžových dorazů a případně momentu pasivních odporů. Tyto charakteristiky byly do matematického modelu zavedeny v podobě matematických funkcí jimiž byla aproximována data z experimentů, jiných simulací nebo dodaná výrobcem.

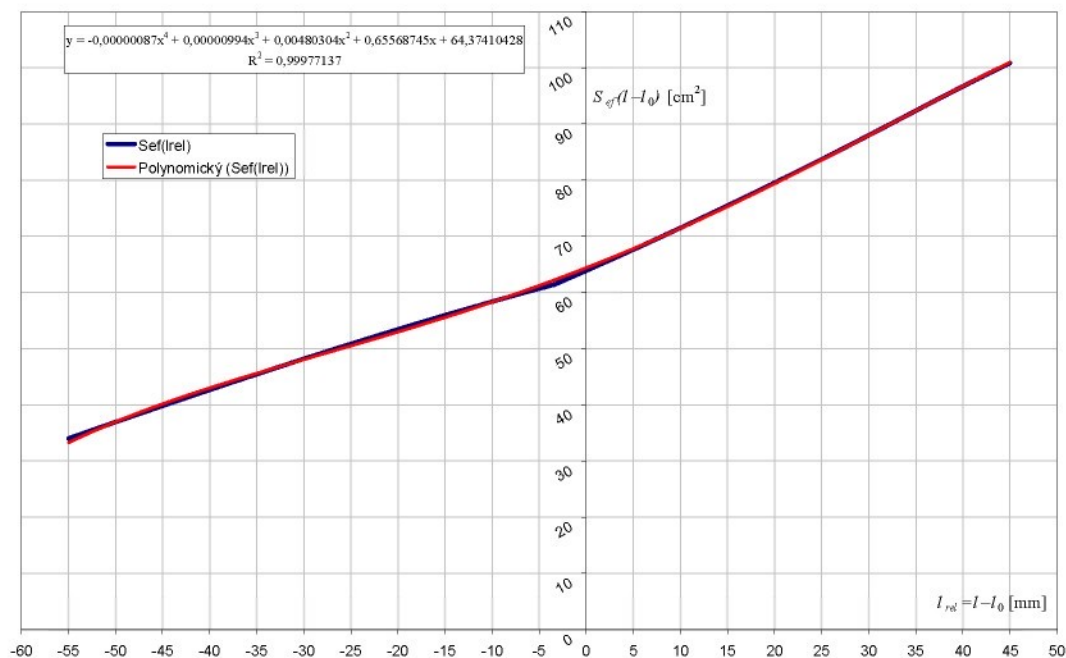
Charakteristiky pružiny 1

V případě pneumatických pružin se jedná o závislost objemu pneumatické pružiny v závislosti na délce pružiny. Podle [2], [3] a [6] je objem vlnovcové pneumatické pružiny velmi málo nebo není vůbec závislý na tlaku vzdušiny v pružině. Stejně tak je na tlaku velmi málo závislá tzv. efektivní plocha vlnovcové pneumatické pružiny (105). Charakteristiky pneumatické pružiny 1 byly v programu Microsoft Office Excel aproximovány polynomiální regresí (v terminologii Microsoft Office tzv. „Spojnice trendů“), jejíž rovnice byla aplikována v matematickém modelu. Stupeň aproximačního polynomu byl volen tak, aby tzv. hodnota spolehlivosti byla co nejblíže jedné. Na Obr. 21 je zobrazeno porovnání objemové charakteristiky pružiny 1 dodané výrobcem s polynomiální aproximační křivkou. V pravém horním rohu obrázku je vypsána rovnice aproximačního polynomu. V tomto případě postačoval polynom druhého stupně pro velmi dobrou aproximaci. Na Obr. 22 je závislost efektivní plochy pružiny 1 na její délce, v obrázku je vypsán i aproximační polynom.

V tomto případě bylo zapotřebí požit polynomu čtvrtého stupně pro dobrou aproximaci dat.



Obr. 21 Objemová charakteristika pružiny Dunlop 4 1/2“×3

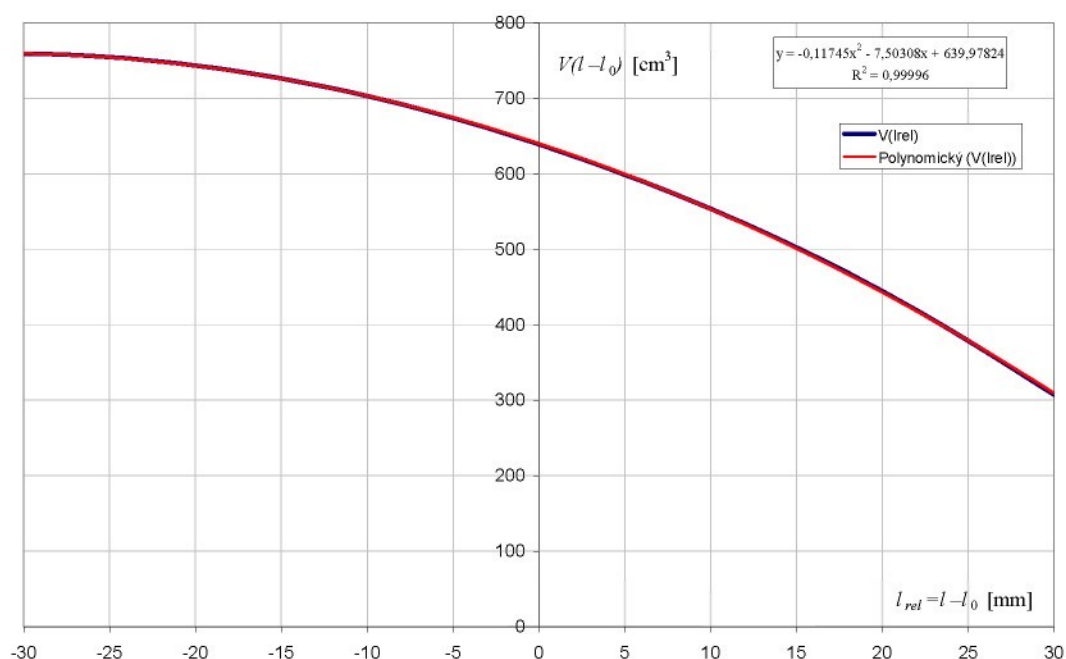


Obr. 22 Efektivní plocha pružiny Dunlop 4 1/2“×3

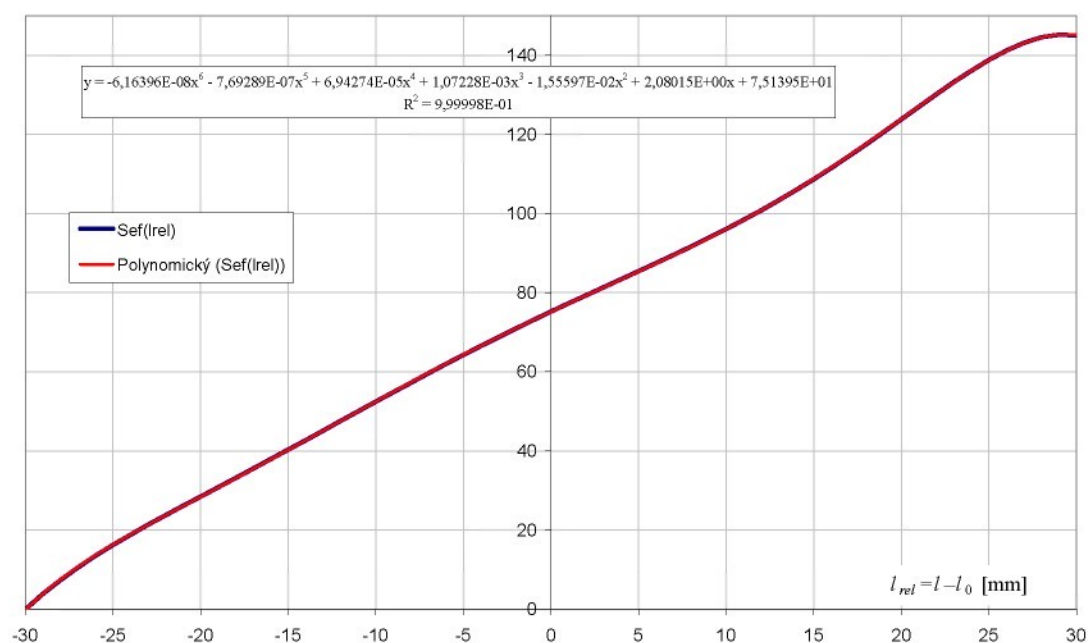
V obou těchto charakteristikách výrobce použil symboliky takové, že natahování pružiny má pro relativní délku záporné znaménko a její stlačování znaménko kladné. To je symbolika opačná k symbolice použité v této práci, proto byly charakteristiky v matematickém modelu obráceny.

Charakteristiky pružiny 2

Opět uvedeme podobné charakteristiky jako u předchozí pružiny. V grafech jsou uvedeny rovnice aproximačních polynomů. Pro stlačování pružiny je $l_{rel} > 0$ a pro natahování je $l_{rel} < 0$, do matematického modelu byly opět charakteristiky upraveny, tak aby stlačování pružiny znamenalo kladné l_{rel} a opačně.



Obr. 23 Objemová charakteristika pružiny Rubena 130/1



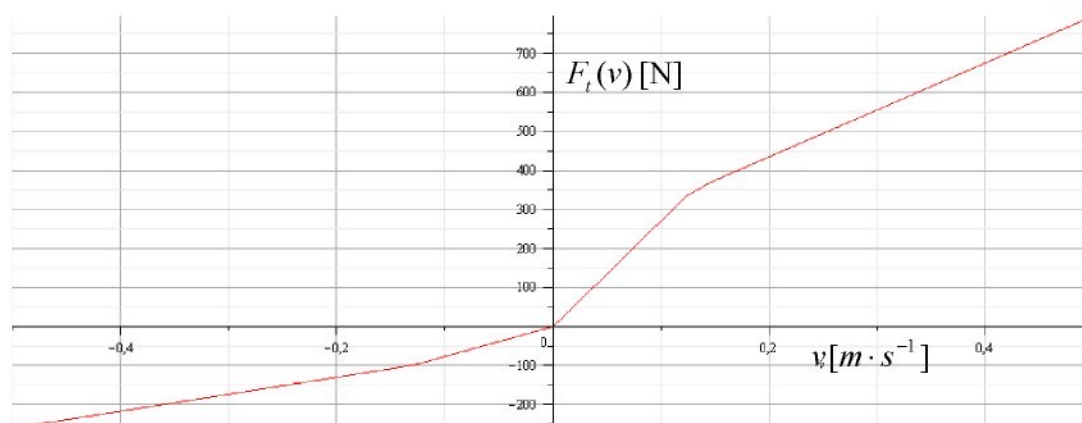
Obr. 24 Efektivní plocha pružiny Rubena 130/1

Ještě poznamenejme, že aproximační polynomy křivek efektivních ploch a objemů pneumatických pružin vznikly s požadavkem na co nejlepší aproximaci závislostí, které byly k oběma pružinám dodány z Katedry částí a mechanismů strojů Fakulty strojní Technické univerzity v Liberci. Jejich stupeň tedy neodpovídá realitě, protože polynom závislosti objemu na zdvihu by měl být o stupeň vyššího řádu než polynom závislosti efektivní plochy na zdvihu. To dokládá vztah (104) na straně 41.

Statická rychlostní charakteristika tlumiče

Statická rychlostní charakteristika tlumiče je geometrické místo maxim silы tlumiče při maximální rychlosti jeho relativního zdvihu. Obvykle je přitom definován vstupní signál a jeho realizace na příslušném zkušebním zařízení (mechanickém, nebo hydraulickém).

Konstruktor navrhl použití tlumiče PTA 26×110, jedná se o tlumič určený pro podvozek vozů Škoda 105 a 120, tento tlumič se dnes již nepoužívá ani nevyrábí. Navíc se u někdejšího výrobce nepodařilo získat rychlostní charakteristiku. V modelu bylo použito tlumiče přibližně podobných vlastností a odpovídajících rozměrů. Charakteristika použitá v matematickém modelu náleží tlumiči 27×110 z vozů Škoda Felicia 1,3. Výrobce dodal charakteristiku ve tvaru lomené čáry. Kladná rychlost představuje natahování tlumiče a záporná jeho stlačování.

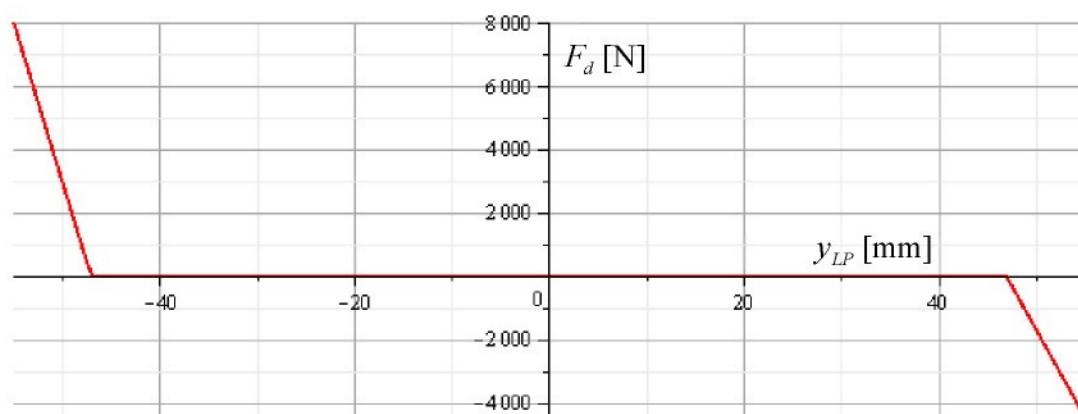


Obr. 25 Charakteristika tlumiče

Charakteristika pryžových dorazů

Moment pryžových dorazů byl do matematického modelu zaveden ve zjednodušené formě. Síla vyvozená při deformaci pryžových dorazů je obecně nelineární, ale pro zjednodušení byly charakteristiky nahrazeny lineárními závislostmi. Pokud je relativní výchylka systému menší než výchylka, při které by byl pohyb omezen pry-

žovými dorazy, není chování systému těmito nijak ovlivněno. Cílem zavedení momentů pryžových dorazů bylo napodobení chování mechanismu při velkých relativních výchylkách. Na Obr. 26 je zobrazena závislost síly vyvozené pryžovými dorazy na relativní výchylce ložné plochy. Vlevo je charakteristika spodního dorazu, který je větší než horní, protože síly na něj působící při výchylce mechanismu směrem dolů jsou složeny ze setrvačné síly pohybu a tíhy soustavy ložné plochy, lehátka a pacienta. Na rozdíl od toho jsou v horním dorazu setrvačné síly naopak sníženy o tuto tíhu. Proto je také spodní doraz tvrdší než doraz horní.



Obr. 26 Charakteristika pryžových dorazů

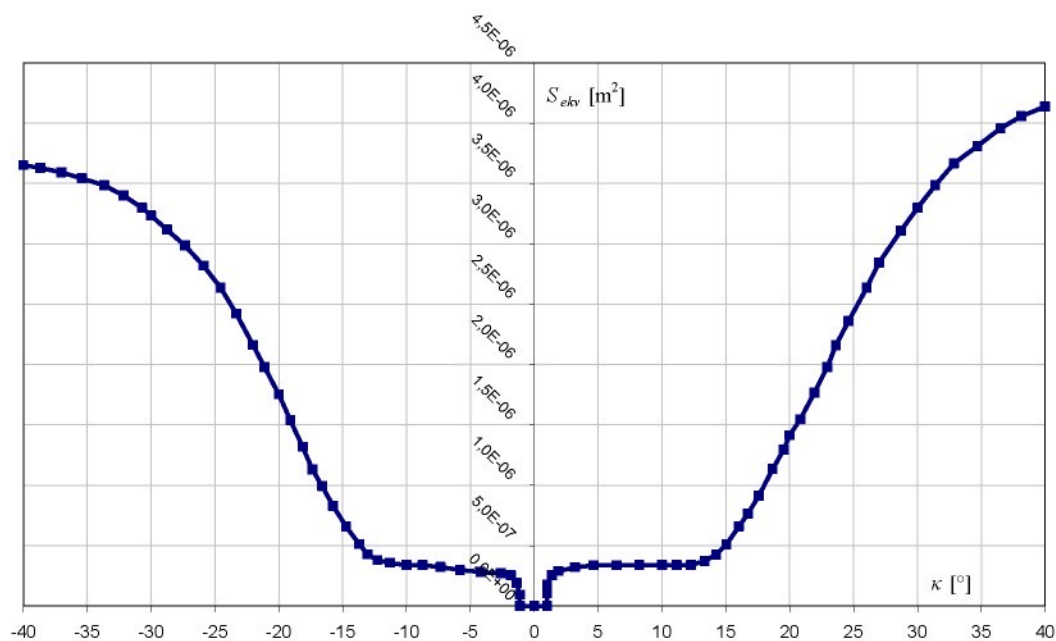
Moment pasivních odporů

Charakteristika momentu pasivních odporů byla do matematického modelu zavedena pouze přibližně, protože jak bylo uvedeno v kapitole 2.4, při aplikaci Lagrangeových rovnic druhého druhu není možné exaktně pasivní odpory do systému zavést. Zkusmo byla síla F_{po} ze vztahu (99) na straně 37 zvolena 30 N.

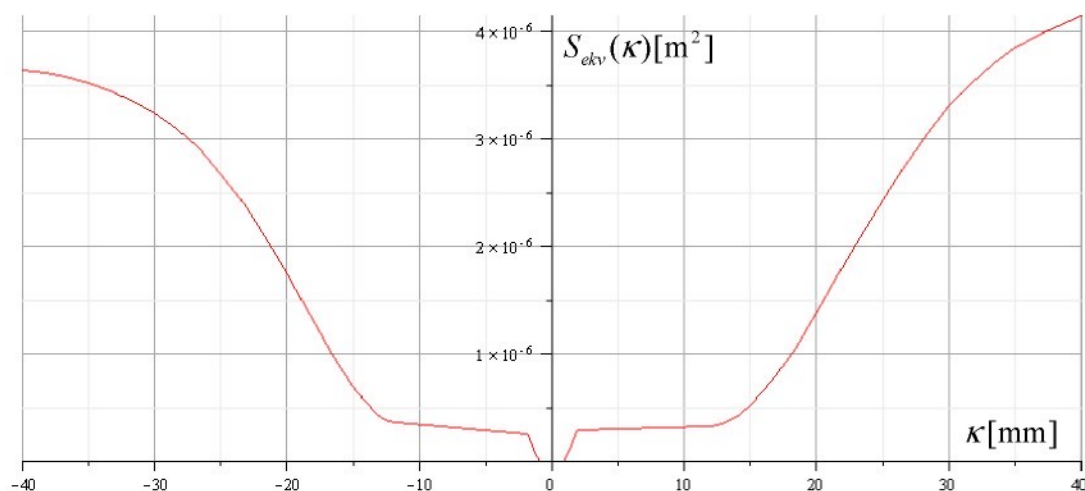
Charakteristika regulátoru

Získání charakteristiky regulátoru bylo popsáno v kapitole 3.2. Závislost dodávaného objemu expandovaného vzduchu na natočení ramínka regulátoru byla upravena na závislost ekvivalentního průtočného průřezu (bližší v kapitole 3.2) na natočení ramínka regulátoru. Tato závislost byla následně nahrazena několika funkcemi. Křivkové části charakteristiky byly nahrazeny polynomickými funkcemi a přibližně lineární části charakteristiky byly nahrazeny lineárními funkcemi.

Na Obr. 27 je charakteristika $S_{ekv}(\kappa)$, která vznikla způsobem popsaným v kapitole 3.2 z charakteristiky regulátoru dodané výrobcem. Na Obr. 28 vidíme náhradu charakteristiky regulátoru, tak jak byla použita v matematickém modelu.



Obr. 27 Charakteristika regulátoru



Obr. 28 Charakteristika regulátoru nahrazená jednoduchými funkcemi

4.4 Fyzikální konstanty a jiné číselné parametry systému

V matematickém modelu popisovaného systému se vyskytují dvě fyzikální konstanty:

1. tíhové zrychlení, $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$,
2. měrná plynová konstanta, $R_p = 287 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ (tato fyzikální konstanta se obvykle označuje písmenem r , ale v mechanice pevných těles se toto označení používá pro označení poloměru, nebo radiusvektoru).

Dalšími parametry mechanického systému jsou:

- atmosférický tlak, $p_a = 10^5 \text{ Pa}$,
- teplota vzduchu v pneumatickém systému, $T = 293,15 \text{ K}(= 20^\circ\text{C})$, přičemž uvažujeme izotermické děje v pružinách,
- absolutní tlak vzduchu v zásobníku, $p_z = 8 \cdot 10^5 \text{ Pa}$.

5 Numerická simulace úplného systému

Matematický model mechanického systému, který byl sestaven podle předchozích kapitol, je možné použít pro simulace dynamického chování mechanického systému. Diferenciální rovnice jsou nelineární, to je způsobeno použitím nelineárních prvků systému (pneumatické pružiny, tlumič, samotný mechanismus), pasivními odpory a samozřejmě také regulací. Exaktní řešení nelineárních diferenciálních rovnic je možné pouze v některých speciálních případech. U tohoto mechanického systému je řešení rovnic popisujících jeho chování možné pouze numericky. Programové prostředí Maple používá nejčastěji Runge-Kuttových metod numerického řešení nelineárních obyčejných diferenciálních rovnic a jejich soustav.

5.1 Charakteristická rovnice linearizovaného systému a její kořeny

Dříve než se pustíme do numerických simulací chování mechanického systému, bude užitečné sestavit charakteristickou rovnici popisovaného mechanického systému. Pro sestavení charakteristické rovnice, je nutné nejdříve diferenciální rovnice (22), (109) a (111) linearizovat. Označme rovnice po řadě jak byly právě vypsány R_1 , R_2 a R_3 , přičemž každá z nich je funkcí $\varphi(t)$, $p_1(t)$, $p_2(t)$ a jejich prvních a druhých časových derivací. Systém obyčejných lineárních diferenciálních rovnic s konstantními koeficienty můžeme napsat ve tvaru

$$\mathbf{A}\ddot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{B}\dot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{C}\mathbf{q}(t) = \mathbf{f}_0(t), \quad (126)$$

kde $\mathbf{A}$ je matice setrvačných účinků, $\mathbf{B}$ je matice tlumení, $\mathbf{C}$ je matice tuhosti, $\mathbf{f}_0(t)$ je vektor buzení a $\mathbf{q}(t)$ je vektor závislostí $\varphi(t)$, $p_1(t)$, $p_2(t)$.

Linearizaci rovnic R_1 , R_2 a R_3 provedeme podle [7] ve dvou stupních. Prvním stupněm je tzv. trigonometrická linearizace, při níž uplatníme vztahy

$$\sin \varphi = \varphi, \quad \cos \varphi = 1, \quad (127)$$

které přibližně platí pro malé úhly φ . Druhý stupeň linearizace spočívá v zanedbání členů vyššího řádu. Můžeme napsat:

$$A_{i,j} = \left. \frac{\partial R_i}{\partial \ddot{q}_j} \right|_{q_i = q_{i0}, \dot{q}_i = 0, \ddot{q}_i = 0, y_0(t) = 0}, \quad (128)$$

$$B_{i,j} = \left. \frac{\partial R_i}{\partial \dot{q}_j} \right|_{q_i=q_{i0}, \dot{q}_i=0, \ddot{q}=0, y_0(t)=0}, \quad (129)$$

$$C_{i,j} = \left. \frac{\partial R_i}{\partial q_j} \right|_{q_i=q_{i0}, \dot{q}_i=0, \ddot{q}=0, y_0(t)=0}, \quad (130)$$

$$f_i = R_i(q_i = q_{i0}, \dot{q}_i = 0, \ddot{q} = 0), \quad (131)$$

kde $q_1 = \varphi(t)$, $q_2 = p_1(t)$, $q_3 = p_2(t)$ a q_{i0} jsou hodnoty $\varphi(t=0)$, $p_1(0)$, $p_2(0)$, přesněji hodnoty souřadnice φ a tlaku v pružinách v požadované rovnovážné poloze mechanismu.

Charakteristický polynom můžeme s užitím předchozích vztahů napsat ve tvaru

$$\det(\mathbf{A}\lambda^2 + \mathbf{B}\lambda + \mathbf{C}). \quad (132)$$

je to polynom čtvrtého řádu a jeho kořeny nalezneme řešením rovnice

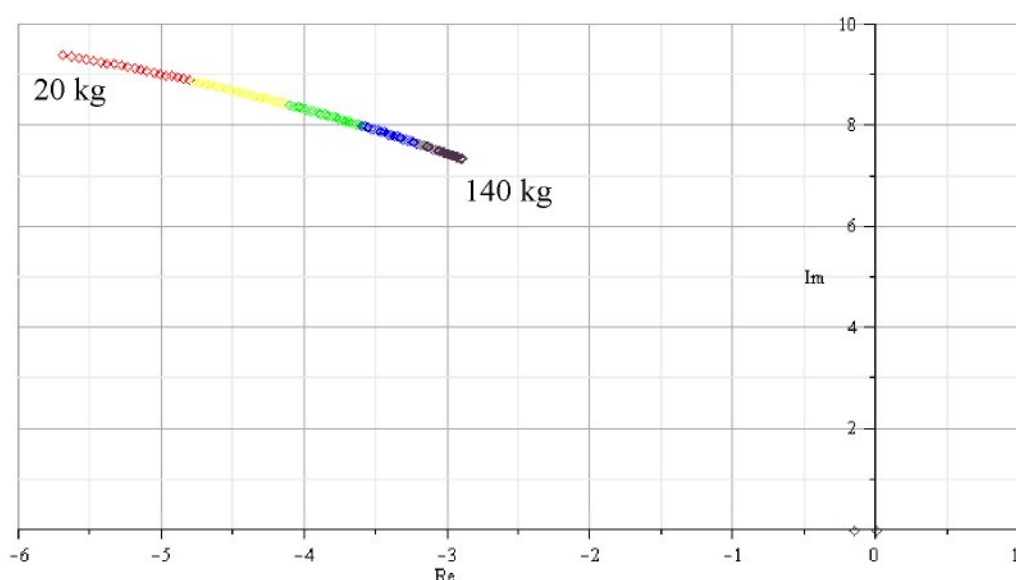
$$\det(\mathbf{A}\lambda^2 + \mathbf{B}\lambda + \mathbf{C}) = 0. \quad (133)$$

Kdybychom tímto postupem zpracovali rovnice matematického modelu přesně s charakteristikami, které byly uvedeny v kapitole 4, nebyly by některé vlivy v linearizovaném systému vůbec zahrnuty. Charakteristika tlumiče nemá při nulové rychlosti derivaci a proto by v linearizovaném systému nebyla zahrnuta. Dále pak charakteristiky regulátoru mají v okolí rovnovážné polohy tzv. pásmo necitlivosti a jejich derivace je v okolí rovnovážné polohy nulová. Také průběh momentu pasivních odporů by značně znehodnotil linearizovaný systém, protože je nahrazen funkcí $\arctg$ viz (100), jejíž první derivace v nule má vysokou hodnotu, linearizovaný systém by tím pádem měl nastaveno velmi vysoké tlumení. Statická rychlostní charakteristika tlumiče z kapitoly 4.3 proto byla nahrazena lineární charakteristikou a její směrnice byla určena jako průměr směrnic částí lomené charakteristiky v okolí nulové rychlosti. Moment pasivních odporů nebyl do rovnic použitých pro linearizaci zahrnut vůbec. Vztah pro průtok plynu v regulátorech byl nahrazen vztahem, který znaménko určující směr průtoku vzduchu rozlišuje pomocí záporné hodnoty S_{ekv} v příslušných výchylkách. Následně byla závislost $S_{ekv}(\kappa)$ upravena tak, aby její část vlevo od nuly byla záporná a pak byla závislost nahrazena polynomem šestého stupně, jehož derivace v rovnovážné poloze je nenulová. Tímto se podařilo zanést vliv regulátoru, alespoň v omezené míře do linearizovaného systému.

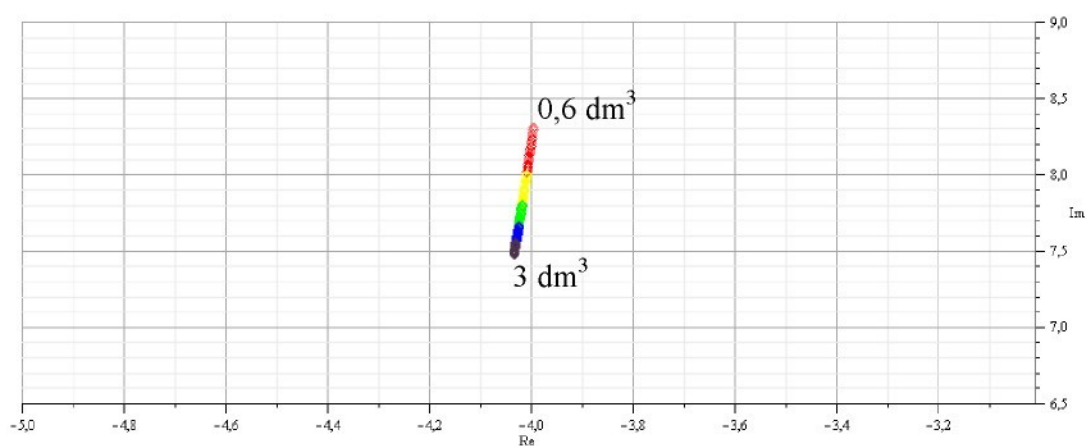
I při tomto postupu linearizace z rovnic zmizí závislost na počátečním tlaku v pružinách, takže není možné pomocí charakteristické rovnice řešit závislost vlast-

ních frekvencí na počátečním nastavení tlaků v pneumatických pružinách. Charakteristickou rovnici můžeme využít pro orientační zjištění vlastní frekvence mechanického systému. Případně pro posouzení stability systému.

Na následujícím obrázku vidíme závislost vlastních čísel na hmotnosti pacienta (je vykreslena jen polovina, druhá polovina je symetrická podle reálné osy) při nezměněné tuhosti pružin. Vpravo, blízko nuly, jsou vidět dva body, které jsou neměnné, jedná se o vlastní čísla příslušející systémům pneumatických pružin. Obě tato vlastní čísla jsou reálná a záporná. Tato vlastní čísla jsou nulová, odpojíme-li regulátory pružin. Vlastní frekvence jsou přibližně 1,21 Hz pro zatížení pacientem o hmotnosti 20 kg a 1,51 Hz pro pacienta o hmotnosti 140 kg.



Obr. 29 Závislost vlastních čísel na hmotnosti pacienta



Obr. 30 Závislost vlastních hodnot na změně přídavného objemu pružiny 1

Nyní ukažme vliv velikosti přídavného objemu na velikost vlastní frekvence. Na Obr. 30 je zobrazena závislost vlastních čísel na změně přídavného objemu. Pří-

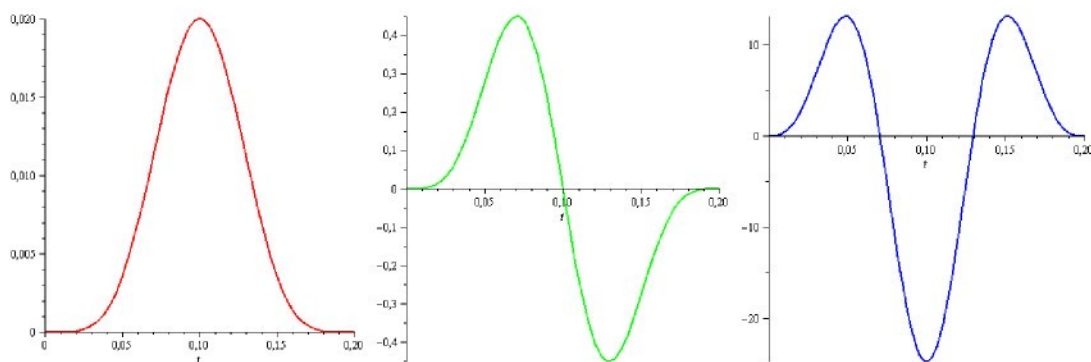
davný objem byl měněn v rozsahu $0,6 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$ (původní navržený objem) a $3 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$. Přesně dle předpokladu se zvýšení přídavného objemu projevilo snížením vlastní frekvence (pokles imaginární části komplexního vlastního čísla) z 1,22 Hz za použití přídavného objemu $0,6 \text{ dm}^3$ na přibližně 1,1 Hz při použití pětinásobného přídavného objemu. Zvětšení přídavného objemu pneumatické pružiny má za následek snížení její tuhosti a tím snížení vlastní frekvence. Nevýhodou velkého přídavného objemu jsou jeho zástavbové rozměry a požadavek krátkého potrubí spojujícího přídavný objem s pružinou.

5.2 Numerické simulace vertikálně buzeného systému

Vertikální buzení bylo do pohybové rovnice zavedeno v podobě funkce $y_0(t)$ (viz kapitola 1.1). Funkce $y_0(t)$ může být libovolná, protože se však v rovnicích vyskytuje ve své první i druhé derivaci, máme požadavek na existenci první i druhé derivace. Takový požadavek splňuje například funkce $1 - \cos(\omega \cdot t)$, snížíme-li její hodnotu vynásobením vhodnou konstantou a bude-li úhlová frekvence ω vysoká, můžeme touto funkcí nahradit strmý puls. Avšak druhá derivace této funkce je již nespojitá. Proto použijeme například funkci

$$y_0(t) = \begin{cases} A \sin^5\left(\frac{\pi}{t_p} \cdot t\right) & 0 \leq t < t_p, \\ 0 & t \leq t_p \end{cases}, \quad (134)$$

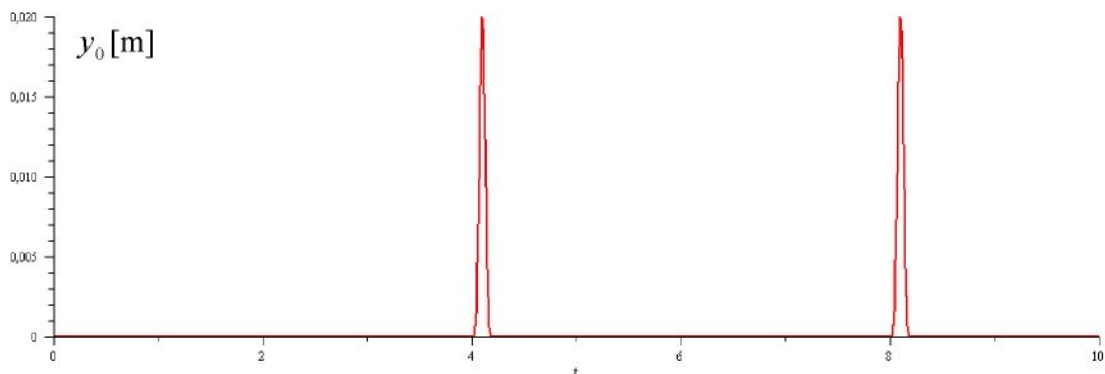
kde A [m] je výška impulzu, a t_p [s] je doba trvání impulzu. Tato funkce již má spojitou i druhou derivaci a její užití v simulacích v programu Maple je bezproblémové. Na Obr. 31 je příklad takového budícího signálu zobrazen, zleva průběh výchylky [m], rychlosti [$\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$] a zrychlení [$\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$].



Obr. 31 Příklad průběhu budícího signálu

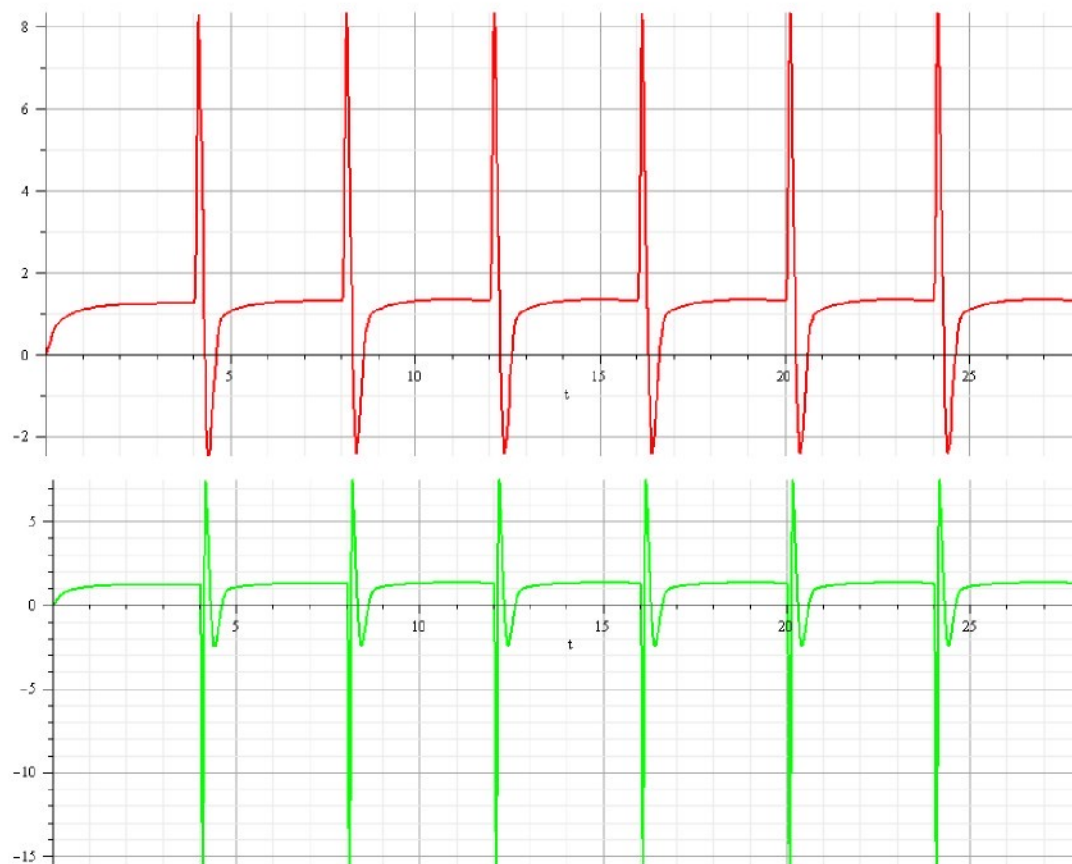
Simulace odezvy mechanického systému na několik impulzů

Byla provedena simulace odezvy mechanického systému na šest strmých impulzů výšky 20 mm podle Obr. 31 jdoucích po sobě s odstupem 4 s. Část průběhu výchylky budícího signálu je zobrazena na Obr. 32.



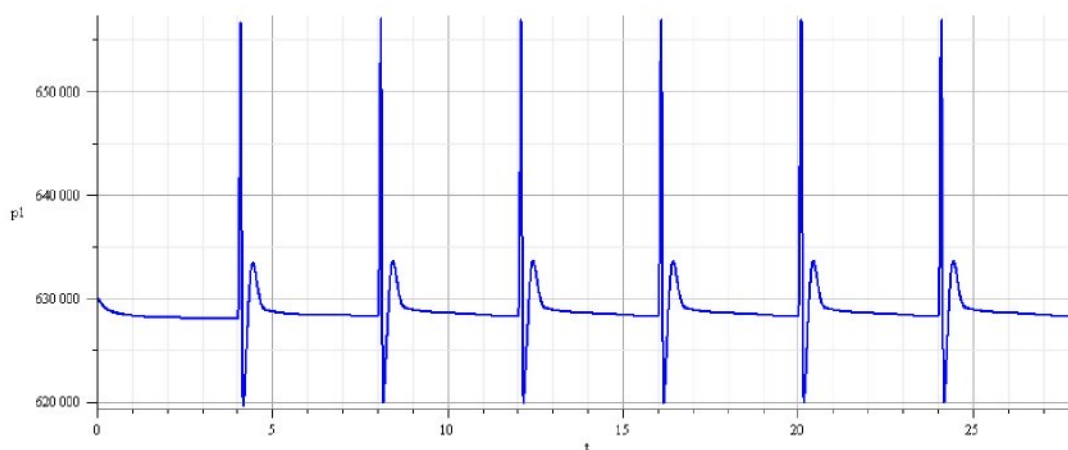
Obr. 32 Průběh budícího signálu

Simulace byla provedena s charakteristikami a hodnotami uvedenými v kapitole 4, počáteční tlaky v pneumatických pružinách byly nastaveny přibližně na hodnoty v rovnovážné poloze při $\varphi = 0$ ($p_{10} = 6,3 \cdot 10^5 \text{ Pa}$, $p_{20} = 3 \cdot 10^5 \text{ Pa}$, připomeňme, že se jedná o absolutní tlaky).



Obr. 33 Průběh absolutní a relativní výchylky ložné plochy

Na Obr. 33 jsou zobrazeny průběhy absolutní (horní část obrázku, červená křivka) a relativní (spodní část obrázku, zelená křivka) výchylky ložné plochy. Z těchto průběhů je dobře patrná vibroizolační funkce systému odpružení, zatímco budící výchylka činí 20 mm, absolutní výchylka ložné plochy ve svém maximu činí pouze 8 mm. Ustálení systému je díky disipacím na tlumiči a pasivních odporech rychlé. Poloha ložné plochy je však ustálena na vyšší hodnotě, než je požadována pro $\varphi = 0$, to je způsobeno pásmem necitlivosti regulátoru (pro $-1^\circ < \kappa < 1^\circ$, což činí přibližně $\pm 1,16$ mm na relativní výchylce ložné plochy).



Obr. 34 Průběh absolutního tlaku v pružině 1

Obr. 34 demonstuje průběh absolutního tlaku vzduchu v pneumatické pružině 1, průběh byl vygenerován pro kontrolu rozsahu tlaku při dynamickém zatížení systému.

Simulace odezvy systému na rozmítaný harmonický signál

Simulace odezvy mechanického nelineárního systému na tzv. rozmítaný harmonický signál je užitečná zvláště pro sledování rezonancí a přenosu systému v různých frekvenčních oblastech.

Popíšme si nejprve budící signál použitý pro tyto simulace. Jedná se o harmonickou funkci, jejíž frekvence se s časem pomalu mění. Pro tento účel s jistými výhradami postačuje funkce

$$y_0(t) = A \cdot \sin(c_f \cdot \pi \cdot t^2), \quad (135)$$

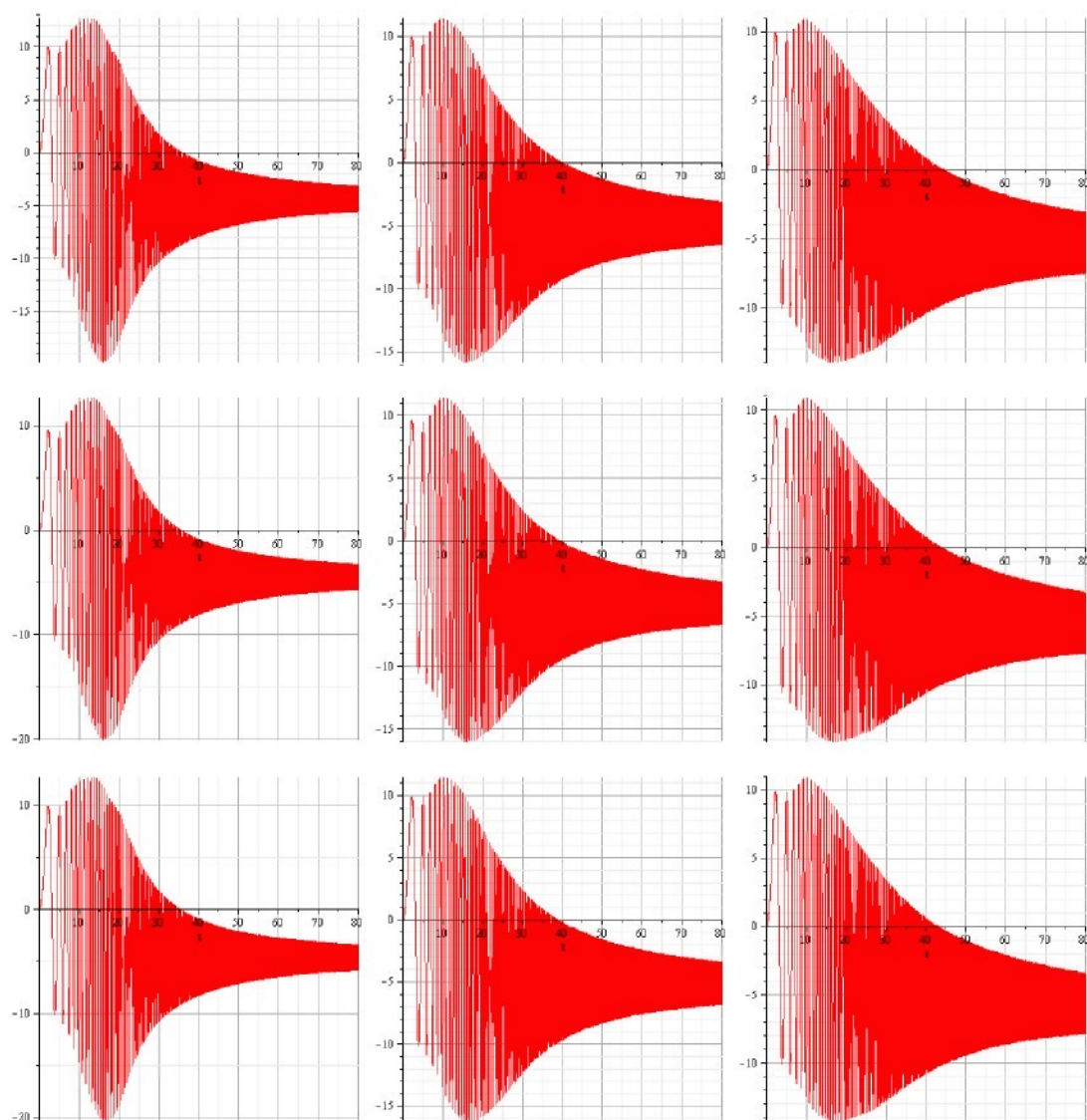
kde A [m] je amplituda budící výchylky frekvence a c_f je konstanta určující rychlost změny frekvence. Argument sinu je vlastně $\varphi(t)$, platí tedy

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt} = 2 \cdot c_f \cdot \pi \cdot t = 2 \cdot \pi \cdot f, \quad (136)$$

kde f je frekvence budícího signálu. Porovnáním $2 \cdot c_f \cdot \pi \cdot t = 2 \cdot \pi \cdot f$ získáme vztah, který určuje v jakém čase simulace je signál buzen určitou frekvencí. Platí tedy

$$f(t) = c_f \cdot t. \quad (137)$$

V následujících simulacích je použita funkce kinematického vertikálního buzení podle vztahu (135), kde bylo zvoleno $c_f = 0,1$ (frekvence tedy odpovídá desetinné hodnoty času) a amplituda budící výchylky $A = 0,01$ m (10 mm). Nevýhodou tohoto signálu je, že s rostoucím časem rychle roste amplituda rychlosti a zrychlení, což má v kombinaci s konstantní amplitudou výchylky za následek značný nárůst intenzity buzení.



Obr. 35 Absolutní výchylky ložné plochy v milimetrech při změně tlaku p_{20} a tuhosti tlumiče

S použitím výše uvedeného budicího signálu byla provedena série simulací, při různých tuhostech tlumiče a různých počátečních tlacích v pružině 2. Základní statická rychlostní charakteristika použitého tlumiče (Obr. 25) byla vynásobena konstantou, v případě simulací v levém sloupci na Obr. 35 byla konstanta ponechána rovna jedné, pro simulace v prostředním sloupci byla konstanta zvolena rovna 1,5 a v pravém sloupci jsou průběhy simulací s nejtvrdějším nastavením tlumiče (konstanta je rovna dvěma). V prvním řádku průběhů na Obr. 35 jsou průběhy simulací s nastavením tlaku $p_{20} = 2 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ (přetlak 0,1 MPa), v prostředním řádku jsou zobrazeny výsledky simulací při $p_{20} = 3 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ a ve spodním řádku jsou uvedeny simulace provedené při tlaku $p_{20} = 4 \cdot 10^5 \text{ Pa}$.

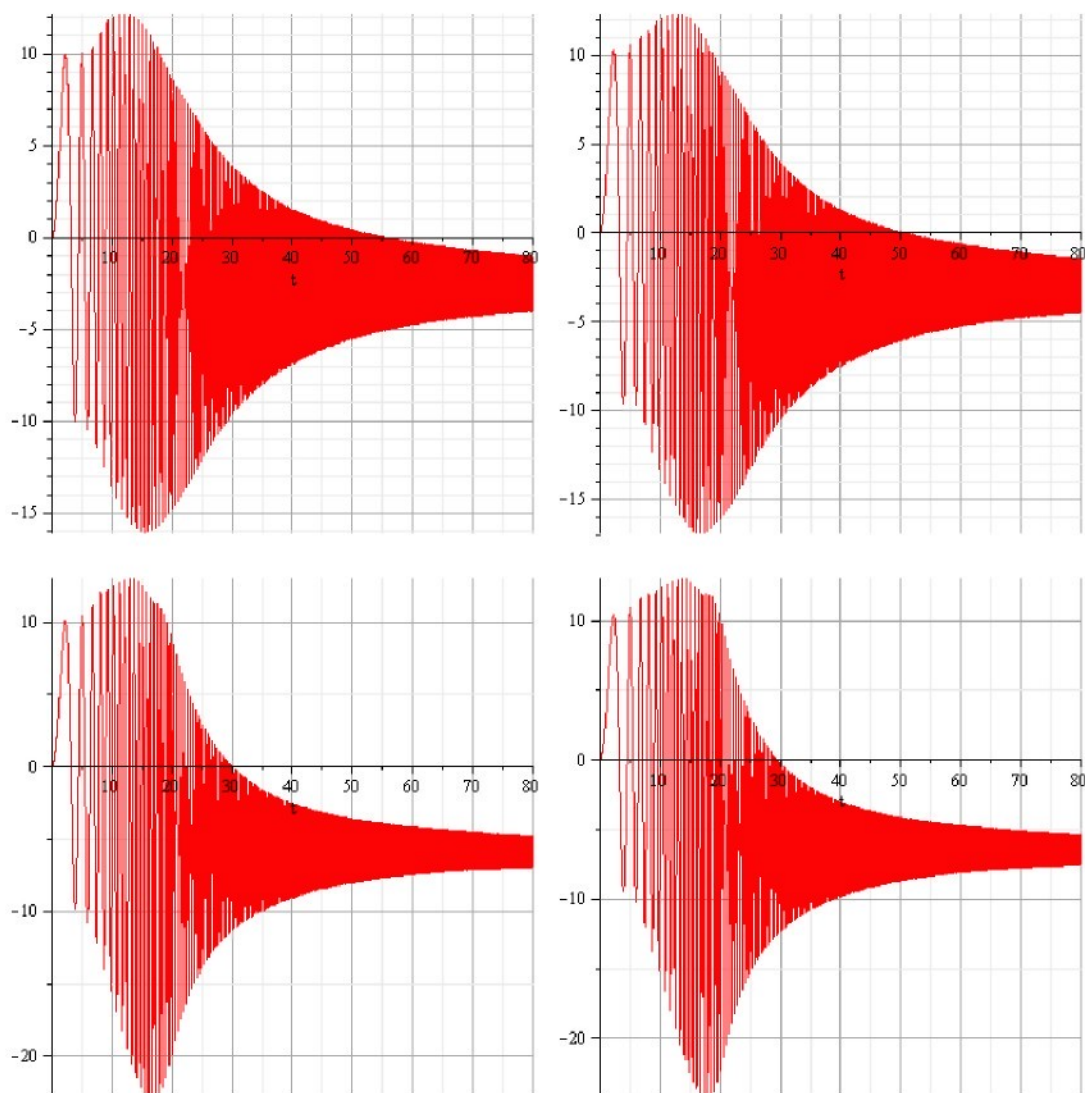
Z výsledků simulací je patrné, že systém má v nadrezonanční oblasti stejnosměrnou výchylku, to je charakteristické pro nelineární dynamické systémy s nesymetrickými charakteristikami tlumení. Také k tomu přispívá funkce polohového regulátoru. Průtok vzduchu regulátorem je při vypouštění do atmosféry větší než při napouštění vzduchu ze zásobníku do pružiny, protože při odpouštění do atmosféry nastává kritické proudění, kdežto při napouštění pružiny v níž je absolutní tlak okolo 0,6 MPa ze zásobníku tlakového vzduchu o tlaku 0,8 MPa je tlakový poměr větší než přibližně 0,5 viz [4], což znamená, že proudění je podkritické a průtok je tedy nižší než při odpouštění do atmosféry.

Dále lze z výsledků těchto simulací usuzovat, že by bylo vhodné zvýšit tuhost tlumiče, absolutní výchylka ložné plochy v rezonanční oblasti převyšuje budící výchylku přibližně 1,5 krát, bylo by vhodné toto převýšení ještě snížit. Simulace s tvrdším nastavením tlumiče vykazují nižší převýšení absolutní výchylky nad budící výchylkou.

Pro omezení stejnosměrné výchylky v nadrezonanční oblasti je zapotřebí snížit nesymetrii charakteristiky tlumiče, případně průtoky regulátorem. V případě regulátoru toho lze dosáhnout snížením škrcení při napouštění vzduchu ze zásobníku do pružiny a nebo zvýšením škrcení při odpouštění vzduchu do atmosféry.

Tyto simulace byly vytvořeny také s cílem potvrdit vliv funkce protiběžné pružiny (pružiny 2), tento vliv se v simulacích nijak výrazně neprojevil. Zvýšení tuhosti pružiny 2 by se mělo projevit především zvýšením rezonanční frekvence, protože tuhosti obou pružin se sčítají. Je pravděpodobné, že rezonanční frekvence jsou v simulaci přeběhnuty příliš rychle a tak je tento vliv nevýrazný. Simulace při níž by

se frekvence rozmitaného harmonického signálu měnila v podrezonanční a rezonanční oblasti pomaleji jsou časově mnohem náročnější a měly by být předmětem dalšího zkoumání dynamiky tohoto mechanického systému.



Obr. 36 Absolutní výchylky ložné plochy v milimetrech při změně tlaku p_{20} a hmotnosti pacienta

Další provedené simulace jsou zaměřeny na sledování vlivu hmotnosti pacienta a různých tlaků v pružině 2. V levém sloupci jsou výsledky simulací při tlaku v pneumatické pružině 2 $p_{20} = 2 \cdot 10^5$ Pa (přetlak 0,1 MPa), v pravém sloupci při tlaku $p_{20} = 5 \cdot 10^5$ Pa (přetlak 0,5 MPa). Horní dvojice průběhů absolutní výchylky přísluší simulaci s pacientem o hmotnosti 38 kg, spodní dvojice představuje výsledky simulací s pacientem o hmotnosti 118 kg.

Při porovnání absolutních výchylek simulací s pružinou 2 natlakovanou na $2 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ a na $5 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ je patrné mírné zvýšení rezonanční frekvence v řádu 10^{-2} Hz , to je dokladem zvýšení tuhosti odpružení. Vyšší hmotnost pacienta zapříčinila větší stejnosměrnou složku absolutní výchylky. Přesněji je to způsobeno tím, že pro vyrovnaní požadované rovnovážné polohy, je nutné natlačit hlavní pružinu (pružina 1) na vyšší hodnotu tlaku, čím je ještě dále zmenšen rozdíl tlaku v pružině a tlaku v zásobníku. Díky nižšímu tlakovému spádu mezi pružinou a zásobníkem dochází ke snížení hmotnostního toku do pružiny, přičemž vypouštění do atmosféry probíhá stále přibližně stejnou rychlostí.

V reálných podmínkách provozu odpruženého podstavce sanitního lehátka pravděpodobně nenastane situace, při níž by byl vibroizolační systém vystaven po tak dlouhou dobu kinematickému buzení o tak velké amplitudě. Další úvahy by se tedy měly zabývat potlačením stejnosměrné složky absolutní výchylky v nadrezonanční oblasti a snížení přenosu v oblasti rezonanční. Dále bude nutné zkoumat odezvy mechanického systému na stochastické signály s vyhodnocením v časové i frekvenční oblasti.

Závěr

Byl odvozen matematický model odpruženého sanitního lehátka s dvojčinnou pneumatickou pružinou, který je určen pro optimalizaci naladění ověřovaného vzorku, jenž je v současné době ve výrobě.

1. Navrhovaný prototyp má polohovací zařízení pro částečnou kompenzaci účinků podélných zrychlení na pacienta. Jeho současná konstrukce však mění délku jednoho ramene paralelogramu a mění jej na obecný čtyřkloubový mechanismus. Na základě kinematického rozboru bylo ukázáno, že předpokládaném rozsahu změny této délky se poruší rovnoběžnost spodního a horního ramene jen málo (v rozsahu 10^{-1}). Zároveň byla navržena změna ovládání tohoto mechanismu tak, aby paralelogram zůstal zachován.
2. Dvojčinná pneumatická pružina byla navržena vzhledem k velkému rozsahu maximální a minimální hmotnosti pacienta (cca do 160kg), který téměř převyšuje rozsah maximálního tlaku v hlavní pneumatické pružině (pružina 1). Odvozený matematický model umožňuje analyzovat nezávislou polohovou regulaci obou pneumatických pružin.
3. Při zvoleném naladění se vlastní frekvence popisovaného systému, jako imaginární část komplexního kořenu charakteristické rovnice, jež přísluší linearizovanému systému, pohybují v oblasti 1,2–1,5 Hz, což je dostatečné a zvětšení přídavného objemu by znamenalo další snížení vlastní frekvence.
4. Numerický experiment simulující kinematické buzení tzv. rozmítaným harmonickým signálem (s konstantní amplitudou a frekvencí kvazistaticky rozložené v rozsahu 0,5–8 Hz) ukázal především na nesymetrii nelineárního dynamického systému (charakteristická stejnosměrná složka vybuzečné výchylky, obvykle registrovaná při aplikaci nesymetrického tlumiče). Další příčinou nesymetrické odezvy je nesymetrie korekčního proudu regulátoru.
5. Dále numerický experiment ukázal, že bude užitečné přeladit původně navržený tlumič tak, abychom dosáhli v rezonanci převýšení přenosu absolutní budící výchylky do velikosti 1,3 a zároveň snížení nesymetrie tlumiče. Protože tento tlumič je dosud ve výrobním sortimentu Brano Jilemnice, nebude představovat přeladění tlumiče problém.
6. Polohový regulátor navržený v konstrukci se nevyrábí a bude nutné jej zaměnit a jeho průtokové charakteristiky experimentálně zjistit. Odvozený

matematický model počítá s mechanickým náhonem, realizovaným rovinným čtyřkloubovým mechanismem, což bude i při záměně dostačující.

Závěrem uvedme, že odvozený matematický model vibroizolačního systému sanitního lehátka umožní adaptovat i jeho aktivní řízení (tj. řízený magnetorheologický tlumič, elektronické snímání absolutního zrychlení relativní výchylky, elektropneumatický proporcionální ventil a podobně). Rovněž bude možné upravit model pro stochastické vstupní signály a jejich statistické vyhodnocení v časové i frekvenční doméně.

Seznam použité literatury

- [1] Bradský, Z. Jáč, V.: *Mechanika II. Kinematika*. 2. vydání. Liberec, VŠST, 1983. 55-809-83
- [2] Šklíba, J. Prokop, J. Sivčák, M.: *Základní kinematický a dynamický rozbor pružně uloženého sanitního lehátka*. Dílčí výzkumná zpráva VZ1453/2005-01. 2005.
- [3] Šklíba, J.: *Matematický model těla řidiče na sedačce s pružícím podstavcem*. Habilitační práce, Praha 1995.
- [4] Cerha, J.: *Hydraulické a pneumatické mechanismy I*. 1. vydání. Technická univerzita v Liberci, 2006. ISBN 80-73272-067-1.
- [5] Webové stránky firmy MEDIROL s.r.o., výrobce transportních prostředků pro pacienty, <http://www.medirol.cz/cz/>
- [6] Sivčák, M.: *Differences in application of the wave or sleeve spring to the vib-roisolation system*, National Conference with International Participation Engineering Mechanics 2007, In Book of extended abstracts, Engineering mechanics 2007. Svratka, May 14.-17., 2007, ISBN 978-80-87012-06-2.
- [7] Sivčák, M.: *Analyse of the dynamical system in Maple*, 9th International Scientific Conference Applied Mechanics 2007, Česká republika, VŠB, Ost-rava 2007, Applied Mechanics 2007 - Book of Extended Abstract, ISBN 978-80-248-1389-9.
- [8] Sivčák, M. Šklíba, J.: *About Another Possibility of Reducing the Pneumatic Suspension Stiffness*. Book of extended Abstract of the Conference Engineering mechanics 2008, National Conference with international participation. Institute of Termomechanics, Academy of Sciences of the Czech Republic, Praha, květen 12-15. 2008, Svratka 2008, s. 208-209. ISBN 978-80-87012-11-6.
- [9] Šklíba, J. Sivčák, M.: *Kinematické buzení vibroizolačního systému se třemi stupni volnosti*. Conf. Dynamics of Machines 2006, Prague 2006, p. 145-152, ISBN 80-85918-97-8.
- [10] Brdička, M. Hladík, A.: *Teoretická mechanika*. vydání 1. Academia, Praha 1987.
- [11] Brepta, R. Půst, L. Turek, F.: *Mechanické kmitání*. vydání 1. Sobotáles, Praha 1994. ISBN 80-901684-8-5

TECHNICKÁ UNIVERZITA V LIBERCI

Fakulta strojní

Katedra mechaniky, pružnosti a pevnosti

Studijní program: M2301 Strojní inženýrství
Obor: 3901T003 Aplikovaná mechanika
Zaměření: Inženýrská mechanika

**DYNAMICKÁ ANALÝZA ODPRUŽENÉHO
SANITNÍHO LEHÁTKA**

**DYNAMIC ANALYSIS OF ELASTICALLY SUPPORTED
AMBULANCE COUCH**

Diplomová práce

Jméno autora: Jan Škoda

Vedoucí diplomové práce: prof. RNDr. Jan Šklíba, CSc

Konzultant diplomové práce: doc. Ing. Ludvík Prášil, CSc

Datum: 4. června 2009



ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

Jméno a příjmení	Jan Škoda
Studijní program:	M 2301 Strojní inženýrství
Obor	3901T003 Aplikovaná mechanika
Zaměření	Inženýrská mechanika

Ve smyslu zákona č. 111/1998 Sb. o vysokých školách se Vám určuje diplomová práce na téma:

Dynamická analýza odpruženého sanitního lehátka

Zásady pro vypracování:

(uveďte hlavní cíle diplomové práce a doporučené metody pro vypracování)

Kinematika přestavitelného vodícího mechanismu

Zatěžovací a objemové charakteristiky dvojčinné pneumatické pružiny

Sestavení matematického modelu v programovém prostředí MAPLE

Stanovení charakteristické rovnice a určení vlastních frekvencí

Numerické simulace vertikálně buzeného systému

Forma zpracování diplomové práce:

- průvodní zpráva:
- grafické práce:

Seznam literatury:

Seznam literatury (uved'te doporučenou odbornou literaturu):

Šklíba J., Prokop J., Sivčák M., Vibroisolation system of ambulance couch with three degrees of freedom, Engineering Mechanics, v tisku

Šklíba J., Prokop J., Sivčák M., About the possibility of the stiffness reducing of vibroisolation system, Proceedings of National Conference Engineering Mechanics 2005, 2005, sborník str. 293

Šklíba J., Prokop J., Sivčák M., Základní kinematický a dynamický rozbor pružně uloženého sanitního lehátka, Dílčí zpráva VZ 1453/2005-01, 2005

Vedoucí diplomové práce: prof. RNDr. Jan Šklíba CSc

Konzultant diplomové práce: doc. Ing. Ludvík Prášil, CSc

L.S.

prof. Ing. Miroslav Václavík, CSc.
vedoucí katedry

prof. Ing. Petr Louda, CSc.
děkan

V Liberci dne 18.1.2009

Platnost zadání diplomové práce je 15 měsíců od výše uvedeného data (v uvedené lhůtě je třeba podat přihlášku ke SZZ). Termíny odevzdání diplomové práce jsou určeny pro každý studijní rok a jsou uvedeny v harmonogramu výuky.

Prohlášení

Byl (a) jsem seznámen (a) s tím, že na mou diplomovou práci se plně vztahuje zákon č. 121/2000 o právu autorském, zejména § 60 (školní dílo).

Beru na vědomí, že TUL má právo na uzavření licenční smlouvy o užití mé diplomové práce a prohlašuji, že **souhlasím** s případným užitím mé diplomové práce (prodej, zapůjčení apod.)

Jsem si vědom toho, že užít své diplomové práce či poskytnout licenci k jejímu využití mohu jen se souhlasem TUL, která má právo ode mne požadovat přiměřený příspěvek na úhradu nákladů, vynaložených univerzitou na vytvoření díla (až do jejich skutečné výše).

Diplomovou práci jsem vypracoval samostatně s použitím uvedené literatury a na základě konzultací s vedoucím diplomové práce a konzultantem.

Datum:

Podpis:

Poděkování

Tímto bych chtěl poděkovat především prof. RNDr. Janu Šklíbovi, CSc za odborné vedení mé diplomové práce, dále doc. Ing. Ludvíku Prášilovi, CSc a Ing. Michalovi Sivčákovi za přínosné konzultace a pomoc při shánění materiálů.

Dále bych chtěl poděkovat své přítelkyni a mým rodičům za bezmeznou psychickou a materiální podporu, bez níž bych nebyl schopen tuto práci dokončit.

Anotace

V této práci je sestaven matematický model vibroizolačního mechanického systému odpruženého podstavce sanitního lehátka s možností nastavení sklonu lehátka. Tento matematický model umožňuje zahrnutí různých vlivů a různých parametrů vibroizolačního systému. Dynamické chování mechanického systému je numericky simulováno v programovém prostředí Maple, za účelem ověření správnosti koncepce.

Klíčová slova: vibroizolace, nelineární mechanický systém, pneumatické pružení, matematický model, numerické simulace.

Annotation

This thesis drafts out a mathematical model for the vibration-isolation system of elastically supported base for ambulance couch with adjustable couch tilt. This mathematical model is making possible to include various effects and miscellaneous parameters of vibration-isolation system. Dynamical behavior of mechanical system is numerically simulated by Maple software to verify correctness of conception.

Keywords: vibration-isolation, nonlinear mechanical system, pneumatic suspension, mathematical model, numerical simulations.

Obsah

ÚVOD.....	9
1 KINEMATIKA PŘESTAVITELNÉHO VODÍCÍHO MECHANISMU.....	10
1.1 ODVOZENÍ PŘEVODOVÝCH FUNKCÍ MECHANISMU	11
1.2 POHYBOVÁ OMEZENÍ MECHANISMU	15
1.3 KINEMATICKÉ CHARAKTERISTIKY MECHANISMU	16
2 MATEMATICKÝ MODEL MECHANICKÉHO SYSTÉMU	19
2.1 POHYBOVÁ ROVNICE MECHANISMU	19
2.2 KINETICKÉ ENERGIE	21
<i>Kinetická energie horního ramene</i>	<i>21</i>
<i>Kinetická energie spodního ramene</i>	<i>22</i>
<i>Kinetická energie soustavy „ložná plocha – lehátko – pacient“</i>	<i>22</i>
2.3 POTENCIÁLNÍ ENERGIE	24
<i>Potenciální energie horního ramene</i>	<i>25</i>
<i>Potenciální energie soustavy „pacient – lehátko – ložná plocha“</i>	<i>25</i>
<i>Potenciální energie spodního ramene</i>	<i>25</i>
2.4 MOMENTY NEKONZERVATIVNÍCH SIL.....	26
<i>Momenty sil pneumatických pružin</i>	<i>26</i>
<i>Moment síly pneumatické pružiny 1</i>	<i>28</i>
<i>Moment síly pneumatické pružiny 2</i>	<i>31</i>
<i>Moment síly vyvozený tlumičem</i>	<i>34</i>
<i>Moment síly pryžových dorazů</i>	<i>36</i>
<i>Moment pasivních odporů</i>	<i>37</i>
3 CHARAKTERISTIKY DVOJČINNÉ PNEUMATICKÉ PRUŽINY	39
3.1 MODEL PNEUMATICKÝCH PRUŽIN	40
<i>Pneumatická pružina 1</i>	<i>41</i>
<i>Pneumatická pružina 2</i>	<i>42</i>
3.2 POLOHOVÉ REGULÁTORY	43
<i>Polohový regulátor pružiny 1</i>	<i>46</i>
<i>Polohový regulátor pružiny 2</i>	<i>47</i>
4 KOMPLETACE MATEMATICKÉHO MODELU.....	48
4.1 ROZMĚRY MECHANISMU	48
4.2 SETRVAČNÉ PARAMETRY ČLENŮ MECHANISMU	49
4.3 CHARAKTERISTIKY PRVKŮ SYSTÉMU	51
<i>Charakteristiky pružiny 1</i>	<i>51</i>
<i>Charakteristiky pružiny 2</i>	<i>53</i>

<i>Statická rychlostní charakteristika tlumiče</i>	<i>54</i>
<i>Charakteristika pryžových dorazů</i>	<i>54</i>
<i>Moment pasivních odporů</i>	<i>55</i>
<i>Charakteristika regulátoru</i>	<i>55</i>
4.4 FYZIKÁLNÍ KONSTANTY A JINÉ ČÍSELNÉ PARAMETRY SYSTÉMU	56
5 NUMERICKÁ SIMULACE ÚPLNÉHO SYSTÉMU	58
5.1 CHARAKTERISTICKÁ ROVNICE LINEARIZOVANÉHO SYSTÉMU A JEJÍ KOŘENY	58
5.2 NUMERICKÉ SIMULACE VERTIKÁLNĚ BUZENÉHO SYSTÉMU	61
<i>Simulace odezvy mechanického systému na několik impulzů</i>	<i>62</i>
<i>Simulace odezvy systému na rozmitaný harmonický signál</i>	<i>63</i>
ZÁVĚR	68
SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY	70

Úvod

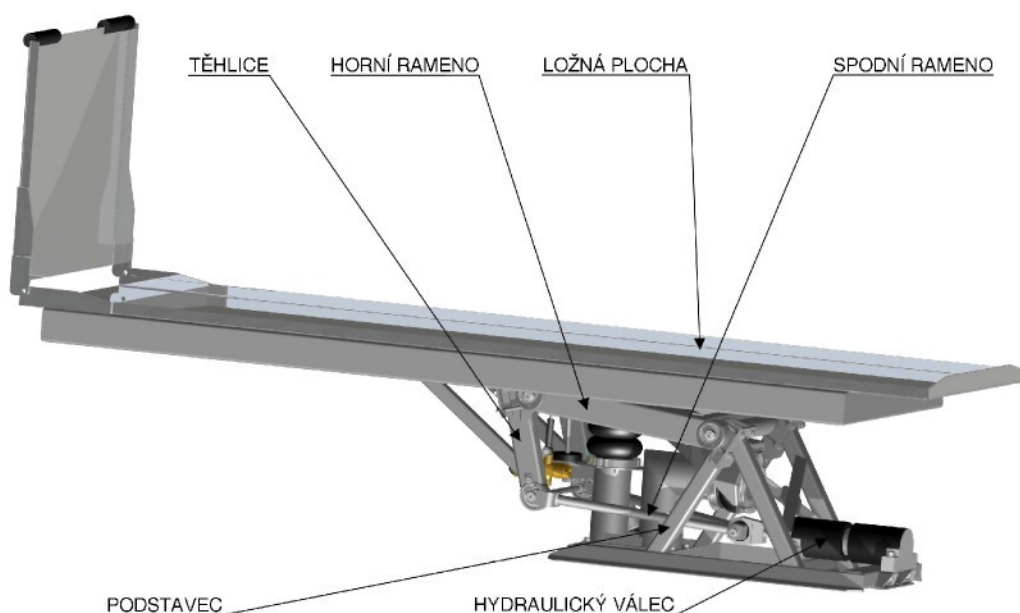
Odpružené sanitní lehátko má přispět ke zlepšení vibroizolace pacienta v sanitním voze. Pokud by bylo lehátko určené pro jediný typ sanitního vozu, bylo by správné řešit vibroizolaci s ohledem na dynamické charakteristiky podvozku. V našem případě se jedná spíše o univerzální systém, jehož specifickou vlastností je možnost polohování (naklápění) ložné plochy kolem příčné osy, která by měla do jisté míry kompenzovat účinky zrychlení vozu v podélném směru.

Analyzovaná konstrukce je z roku 2003 a je chráněna průmyslovým vzorem, ale teprve v loňském roce bylo rozhodnuto v rámci výzkumného záměru k jejímu „rozdetailování“ a následně i výrobě prototypu. Mezitím se změnily i možnosti vibroizolačních prvků (pružin, tlumičů, regulátorů) s nimiž původní konstrukce počítala.

Cílem této diplomové práce je jednak sestavení matematického modelu a jeho osazení dostupnými prvky při plném zachování jeho základní koncepce, jednak jeho základní analýza, která by potvrdila správnost koncepce a eventuálně umožnila analýzu systému při různých alternativách buzení a různých charakteristikách vibroizolačních prvků.

1 Kinematika přestavitelného vodícího mechanismu

Přestavitelný vodící mechanismus, jehož model v Autodesk Inventor 2008 je na Obr. 1, sestává z ložné plochy, na níž se nasouvá lehátko s pacientem, pevně spojené s těhlicí. Horní rameno zavěšení ložné plochy je otočně spojeno s těhlicí a s podstavcem, který je pevně spojen s podlahou sanitního automobilu. Spodní rameno je otočně spojeno s těhlicí a pístnicí stavěcího ústrojí. Stavěcí ústrojí je tvořeno hydraulickým válcem, který je pevně spojen s podstavcem. Zasouváním, či vysouváním pístnice stavěcího ústrojí se naklápí ložná plocha s lehátkem a pacientem. Mezi horním ramenem a podstavcem jsou připojeny dvě pneumatické vlnovcové pružiny v protiběžném tandemovém uspořádání s přidavnými objemy a tlumič. Naklonění ložné plochy rovněž umožňuje částečnou eliminaci nepříznivých vlivů podélných zrychlení na pacienta.

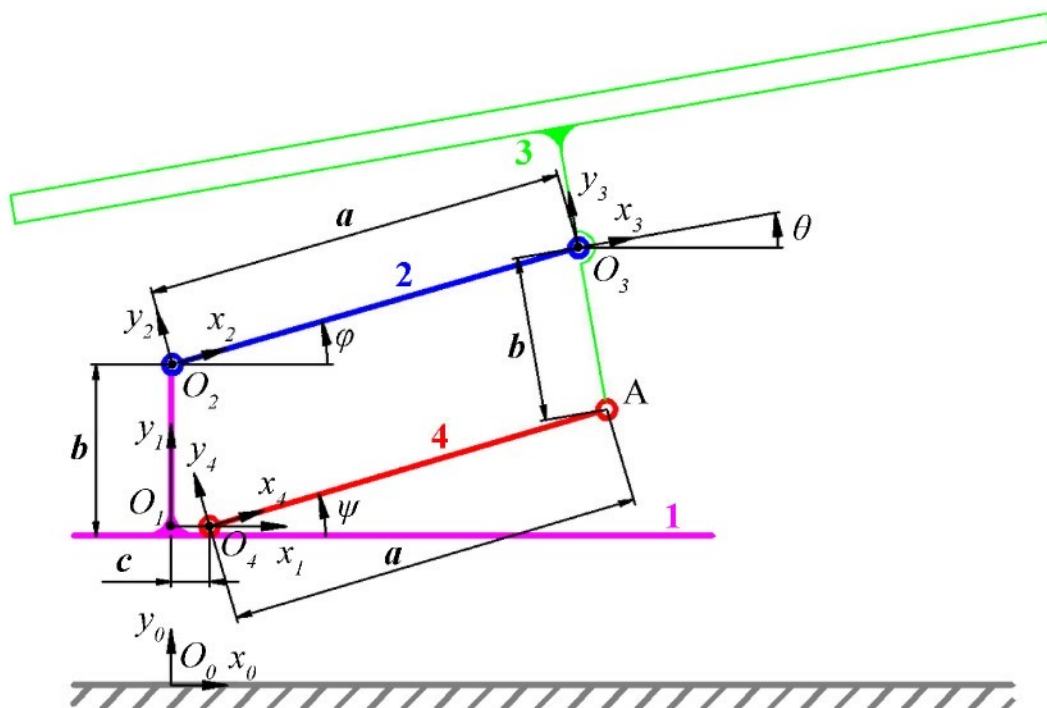


Obr. 1 Model mechanismu v prostředí Autodesk Inventor

Vodícím mechanismem je tedy čtyřkloubový mechanismus. Při vertikálním kmitání ložné plochy dochází ke kývání těhlice okolo osy otáčení na konci horního ramena. Toto kývání je důsledkem nevhodné konstrukce mechanismu a jeho amplituda se při konstantní amplitudě vertikálního kmitání mění v závislosti na naklonění ložné plochy stavěcím ústrojím, toto kývání bude blíže popsáno později. Při nastavení vodorovné polohy ložné plochy toto kývání úplně vymizí, protože mechanismus přejde v paralelogram.

1.1 Odvození převodových funkcí mechanismu

Na Obr. 2 jsou ve schématu mechanismu vyznačeny lokální souřadné systémy jednotlivých těles a základní rozměry mechanismu. Úhly φ , ψ a ϑ určují polohu souřadných systémů. Mechanismus má jeden stupeň volnosti. Zvolíme-li úhel φ za nezávislou souřadnicí, bude to výhodné pro analytické zpracování kinematiky pneumatických pružin a tlumiče, které jsou připojeny k hornímu ramenu (člen 2).



Obr. 2 Schéma mechanismu

Podle Obr. 3 a Obr. 2 zavedeme polohové vektory počátků lokálních souřadných systémů a bodu A.

$$\mathbf{r}_{01}^0 = \begin{bmatrix} 0 \\ y_0(t) \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{r}_{12}^1 = \begin{bmatrix} 0 \\ b \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{r}_{23}^2 = \begin{bmatrix} a \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{r}_{34}^3 = \begin{bmatrix} 0 \\ -b \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{r}_{14}^1 = \begin{bmatrix} c \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{r}_{43}^4 = \begin{bmatrix} a \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (1)$$

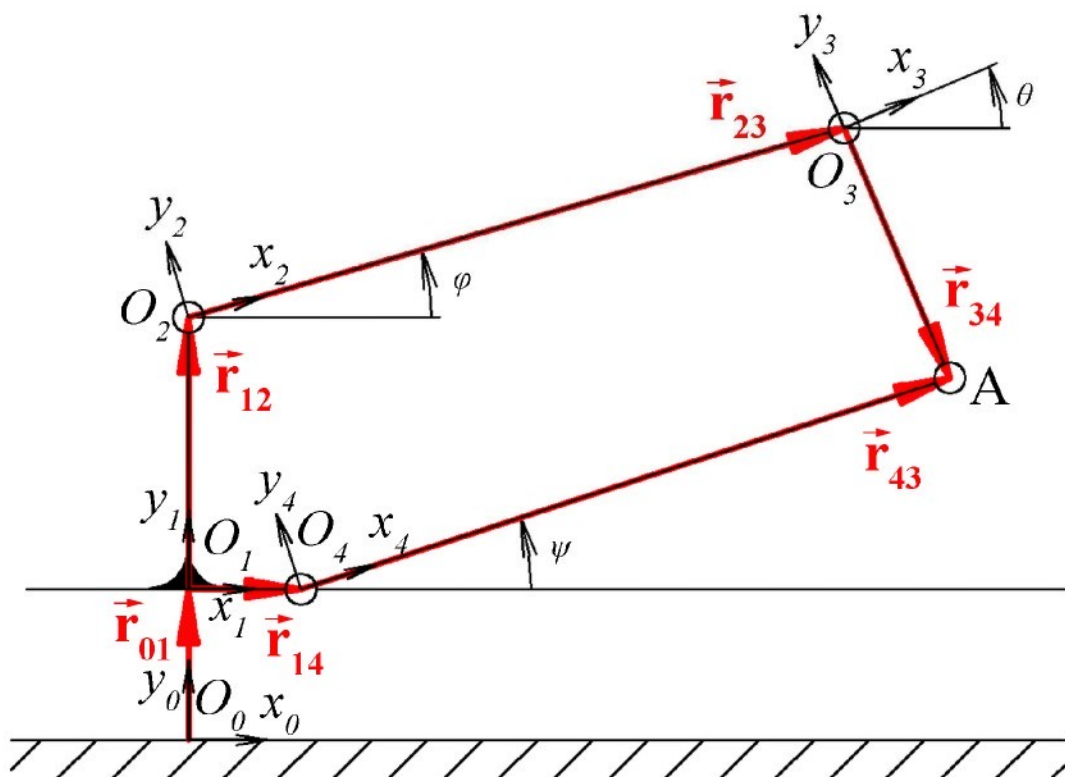
kde horní index v označení vektoru značí číslo lokálního souřadného systému, ve kterém je vektor zaveden a $y_0(t)$ je budící výchylka kinematického buzení.

K bodu A píšeme rovnost vektorů v lokálním souřadném systému 1

$$\mathbf{r}_{12}^1 + \mathbf{r}_{23}^1 + \mathbf{r}_{34}^1 = \mathbf{r}_{14}^1 + \mathbf{r}_{43}^1, \quad (2)$$

kterou lze zapsat

$$\mathbf{r}_{12}^1 + \mathbf{r}_{23}^2 \mathbf{T}^{21} + \mathbf{r}_{34}^3 \mathbf{T}^{31} = \mathbf{r}_{14}^1 + \mathbf{r}_{43}^4 \mathbf{T}^{41}, \quad (3)$$



Obr. 3 Polohové vektory

kde $\mathbf{T}^{21}$, $\mathbf{T}^{31}$ a $\mathbf{T}^{41}$ jsou transformační matice, transformující vektory v lokálním souřadném systému do jiného souřadného systému.

$$\mathbf{T}^{21} = \begin{bmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi & 0 \\ \sin \varphi & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \mathbf{T}^{31} = \begin{bmatrix} \cos \vartheta & -\sin \vartheta & 0 \\ \sin \vartheta & \cos \vartheta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \mathbf{T}^{41} = \begin{bmatrix} \cos \psi & -\sin \psi & 0 \\ \sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (4)$$

Z vektorové rovnice (3) získáme soustavu dvou rovnic

$$\begin{aligned} a \cos \varphi + b \sin \vartheta &= c + a \cos \psi \\ b + a \sin \varphi &= b \cos \vartheta + a \cos \psi \end{aligned} \quad (5)$$

jejímž řešením lze vyjádřit úhly ψ a ϑ jako funkce úhlu φ . Toto řešení ovšem vede na tzv. úplnou trigonometrickou rovnici. Eliminací $\cos \psi$ dostáváme:

$$(2ab \cos \varphi - 2bc) \sin \vartheta + (-2b^2 - 2ab \sin \varphi) \cos \vartheta = 2ac \cos \varphi - 2ab \sin \varphi - 2b^2 - c^2, \quad (6)$$

upravíme na:

$$A \cos \vartheta + B \sin \vartheta = C, \quad (7)$$

což je tzv. úplná trigonometrická rovnice. Podle [1] použijeme substituci

$$\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{1 + \tan^2 \alpha}}, \quad \sin \alpha = \frac{\tan \alpha}{\sqrt{1 + \tan^2 \alpha}}, \quad (8)$$

$$\cos \alpha = \cos^2 \frac{\alpha}{2} - \sin^2 \frac{\alpha}{2}, \quad \sin \alpha = 2 \sin \frac{\alpha}{2} \cdot \cos \frac{\alpha}{2}. \quad (9)$$

Dosazením (8) do (9) dostáváme vztahy:

$$\cos \vartheta = \frac{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{\vartheta}{2}}{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{\vartheta}{2}}, \quad \sin \vartheta = \frac{2 \operatorname{tg} \frac{\vartheta}{2}}{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{\vartheta}{2}},$$

jejichž aplikací na rovnici (7) a následnou úpravou dostaneme rovnici

$$A \left(1 - \operatorname{tg}^2 \frac{\vartheta}{2} \right) + 2B \operatorname{tg} \frac{\vartheta}{2} = C \left(1 + \operatorname{tg}^2 \frac{\vartheta}{2} \right). \quad (10)$$

Tuto rovnici již lze řešit jako kvadratickou. Získáváme tedy vztah pro $\vartheta(\varphi)$,

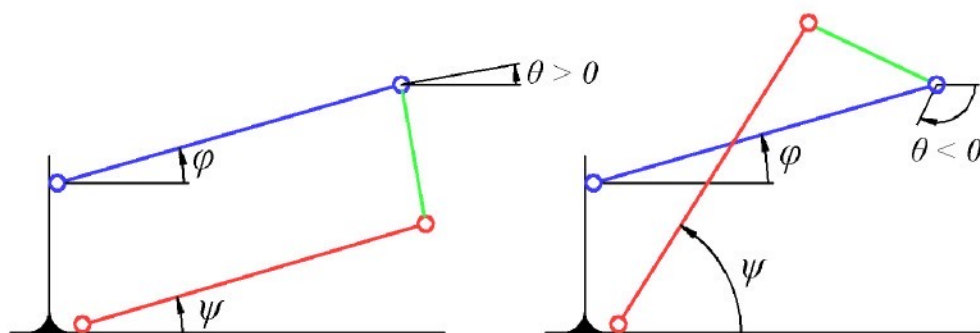
$$\vartheta = 2 \operatorname{arctg} \left(\frac{B \pm \sqrt{A^2 + B^2 - C^2}}{A + C} \right), \quad (11)$$

což je převodová funkce nultého řádu a platí

$$\begin{aligned} A &= -2b^2 - 2ab \sin \varphi, \\ B &= 2ab \cos \varphi - 2bc, \end{aligned} \quad (12)$$

$$C = 2ac \cos \varphi - 2ab \sin \varphi - 2b^2 - c^2.$$

Ze vztahu (11) je patrné, že řešení je dvojznačné, je tedy nutné provést diskuzi řešení pro výběr správné konfigurace mechanismu. Na Obr. 4 jsou dvě možné konfigurace mechanismu vyhovující rovnicím (5).



Obr. 4 Možné konfigurace mechanismu

Je-li úhel $\varphi = 0$ a $c > 0$, pak úhel $\vartheta > 0$, $\operatorname{arctg} x > 0, \forall x > 0$. Pro $\varphi = 0$ je dále $A = -2b^2 < 0$, $B = 2ab > 0$ a $C = 2ac - 2b^2 - c^2$, kde $a = 400 \text{ mm}$, $b = 210 \text{ mm}$, $c = 50 \text{ mm}$, pro tyto hodnoty je $C < 0$. Jmenovatel argumentu funkce arctg je tedy záporný, čitatel proto musí být také záporný a to je možné pouze se spodním znaménkem před odmocninou ve vztahu (11). Dostáváme tak konečně převodovou funkci $\vartheta(\varphi)$ nultého řádu pro zvolenou konfiguraci mechanismu (Obr. 4 vlevo).

$$\vartheta(\varphi) = 2 \operatorname{arctg} \left(\frac{B - \sqrt{A^2 + B^2 - C^2}}{A + C} \right), \quad (13)$$

Obdobným způsobem získáme vztah pro $\psi(\varphi)$.

$$\psi = 2 \operatorname{arctg} \left(\frac{B \pm \sqrt{A^2 + B^2 - C^2}}{A + C} \right), \quad (14)$$

kde:

$$\begin{aligned} A &= -2a^2 \cos \varphi + 2ac, \\ B &= -2ab - 2a^2 \sin \varphi, \\ C &= -2ab \sin \varphi - 2ac \cos \varphi - 2a^2 - c^2. \end{aligned} \quad (15)$$

Řešení je opět dvojznačné, diskuzi provedeme podobně jako v předcházejícím případě. Je-li úhel $\varphi = 0$ a $c = 0$, pak úhel $\psi = \varphi = 0$ a $\operatorname{arctg} x = 0$, když $x = 0$. Pro $\varphi = 0$ a $c = 0$ je dále $A = -2a^2$, $B = -2ab$ a $C = -2a^2$. V čitateli výrazu argumentu funkce arctg musí být znaménko plus. Převodová funkce nultého řádu $\psi(\varphi)$ je tedy:

$$\psi(\varphi) = 2 \operatorname{arctg} \left(\frac{B + \sqrt{A^2 + B^2 - C^2}}{A + C} \right). \quad (16)$$

Převodové funkce prvního řádu, které později využijeme při sestavování kinetických energií součástí mechanismu, získáme nejsnadněji implicitním derivováním rovnic (5) podle φ , přičemž respektujeme, že ψ a ϑ jsou funkcemi φ .

$$\begin{aligned} a \cos \varphi + b \sin \vartheta &= c + a \cos \psi \quad \left| \frac{d}{d\varphi} \right. \\ b + a \sin \varphi &= b \cos \vartheta + a \cos \psi \quad \left| \frac{d}{d\varphi} \right. \end{aligned} \quad (17)$$

Získáváme dvě lineární algebraické rovnice pro neznámé $\frac{d\psi}{d\varphi}$ a $\frac{d\vartheta}{d\varphi}$, což jsou hledané převodové funkce prvního řádu:

$$\mu_{24} = \frac{d\psi}{d\varphi} = \frac{\sin \vartheta \sin \varphi + \cos \vartheta \cos \varphi}{\sin \vartheta \sin \psi + \cos \vartheta \cos \psi}, \quad (18)$$

$$\mu_{23} = \frac{d\vartheta}{d\varphi} = \frac{a(\cos \psi \sin \varphi - \cos \psi \sin \varphi)}{b(\sin \vartheta \sin \psi + \cos \vartheta \cos \psi)}. \quad (19)$$

Převodové funkce druhého řádu by bylo možné odvodit dalším implicitním derivováním rovnic (5), ale pro další výpočty je nebudeme potřebovat.

1.2 Pohybová omezení mechanismu

Pohyb mechanismu je omezen několika faktory, jako jsou dorazy, zdvihy pružin, tlumiče a hydraulického válce stavěcího ústrojí. Výšku ložné plochy nad podlahou sanitního automobilu by bylo možné regulovat tlakem vzduchu v pneumatických pružinách v rozmezí ± 47 mm od polohy, při níž horní rameno svírá s horizontálou úhel $\varphi = 0^\circ$ a kde zdvih není omezen pryžovými dorazy. Horní resp. dolní mezní poloha ložné plochy odpovídá úhlu sklonu horního ramena od horizontály $\varphi = 6,7^\circ$ resp. $\varphi = -6,7^\circ$. Výšková regulace je však použita pouze pro nastavení konstantní výšky ložné plochy pomocí polohového regulátoru firmy ATESO (dnes BRANO).

Naklonění ložné plochy od horizontály je realizováno stavěcím ústrojím, posunem rotační osy spodního ramene v horizontálním směru vysouváním či zasouváním pístnice hydraulického válce v rozmezí 82 mm, parametr c se tedy může pohybovat v intervalu $c \in \langle -66, 16 \rangle$ mm. Při $c = 0$ mm je ložná plocha vodorovná, tedy $\vartheta = 0$, při $c = 16$ mm je $\vartheta = 4,37^\circ$ a pacient tak má hlavu níže než nohy, a při $c = -66$ mm je $\vartheta = -18,36^\circ$ a pacient má hlavu výše než nohy. Polohy, při nichž má pacient nohy níže než hlavu jsou také příznivé pro částečnou eliminaci vlivu podélných zrychlení sanitního automobilu při brzdění a akceleraci na pacienta. Na druhé straně však při propnutí mechanismu dochází k vychýlkám ložné plochy, tedy při periodickém propnutí mechanismu dochází ke kývání ložné plochy okolo nastavené rovnovážné polohy (bude popsáno později).

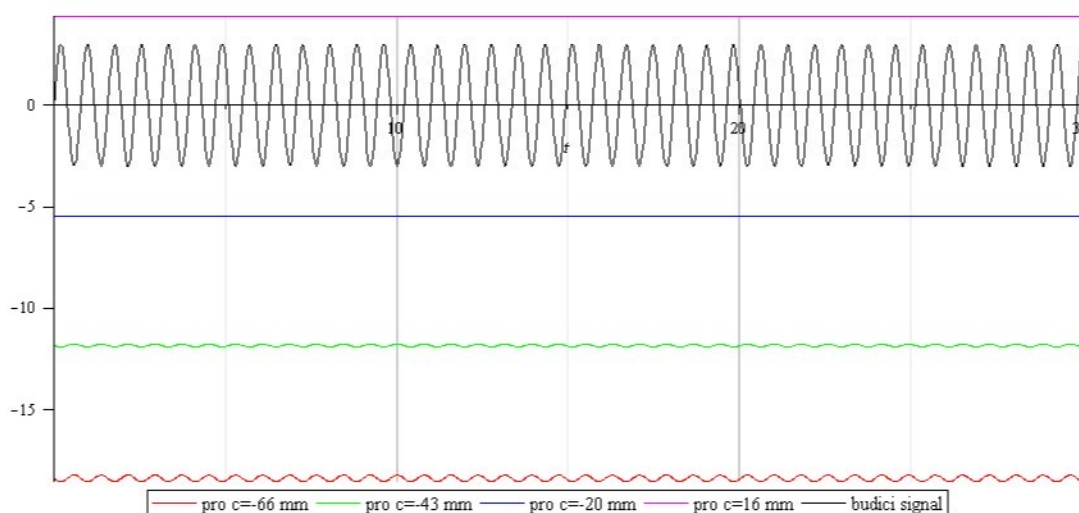
Dále je pohyb mechanismu omezen maximálními a minimálními zdvihy pneumatických pružin. První pružina (vlnovcová pružina se třemi vlnami Dunlop $4\frac{1}{2}'' \times 3$) je umístěna mezi horním ramenem a podstavcem na rameni 288 mm (při $\varphi = 0^\circ$ má pružina výšku 158 mm, její maximální výška je 200 mm, této výšky by bylo dosaženo při $\varphi \cong 8,3^\circ$, minimální výška pružiny je 100 mm, té by bylo dosaženo při $\varphi \cong -11,4^\circ$). Při analýze mezních vychylek úhlu φ je patrné, že jich u pružiny Dunlop $4\frac{1}{2}'' \times 3$ nemůže být dosaženo, protože dříve než se tak stane, je pohyb omezen pryžovými dorazy. Druhá pružina (vlnovcová pružina s jednou vlnou Rubena 130/1) je umístěna mezi základem a horním ramenem na rameni 110 mm (při $\varphi = 0^\circ$ má pružina výšku 76 mm, maximální výšky 105 mm je dosaženo při $\varphi \cong -15^\circ$ a její

minimální výšky je dosaženo při $\varphi \cong 16,7^\circ$). Tedy ani z parametrů této pružiny neplyne omezení pohybu.

A konečně posledním omezením pohybu mechanismu je tlumič, který je umístěn mezi horním ramenem a podstavcem. Jeho uložení by mělo být navrženo tak, aby nemohlo dojít k dorazu pístu na horní či dolní dno pracovního válce.

1.3 Kinematické charakteristiky mechanismu

Jak již bylo napsáno výše, při kmitání mechanismu okolo rovnovážné polohy dochází ke kývání ložné plochy, jehož amplituda závisí na amplitudě výchylek horního ramene od rovnovážné polohy a také na naklonění ložné plochy. Pokud porovnáme grafy hodnot funkce $\vartheta(\varphi)$ na Obr. 5 při různých hodnotách parametru c , přičemž φ je harmonická funkce s amplitudou 3° , je patrné mírné zvlnění zvláště při vyšších hodnotách parametru c . Z Obr. 5 je patrné, že při větším náklonu ložné plochy má kývání vyšší amplitudu, sestavme tedy funkci této amplitudy v závislosti na parametru c .

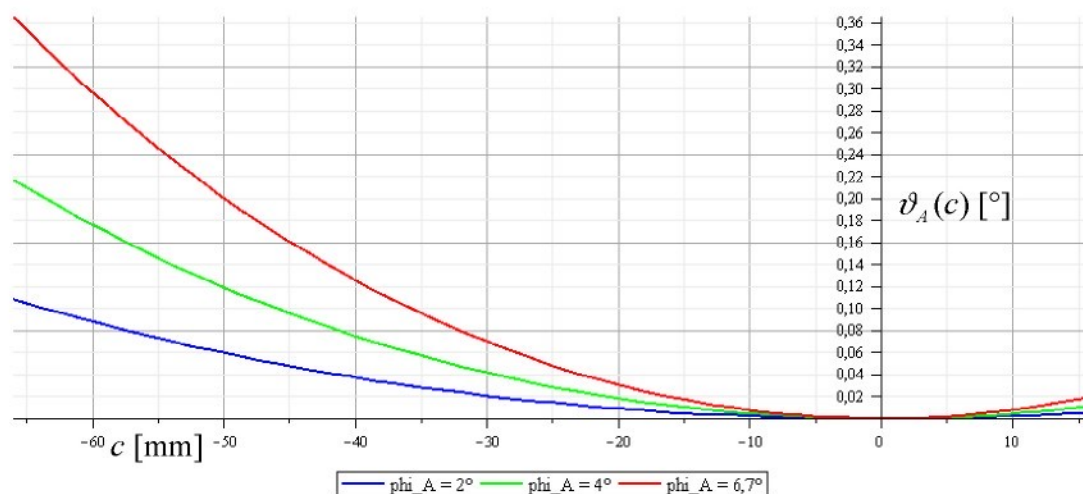


Obr. 5 Charakteristiky $\vartheta(\varphi = 3 \sin(8t)^\circ)$ pro různé hodnoty parametru c , černá křivka je funkce $\varphi = 3 \sin(8t)$ $[\circ]$

Řekněme, že funkce ϑ je závislá jak na φ tak na c , píšeme tedy $\vartheta(\varphi, c)$. Amplitudu kývání ložné plochy nazveme ϑ_A . Zvolme amplitudu harmonického pohybu horního ramene tak aby $\varphi = \pm\varphi_A$. Funkce $\vartheta(\varphi = 3 \sin(\omega t), c)$ má dle (Obr. 5) opačnou fázi než funkce $\varphi = 3 \sin(\omega t)$, můžeme tedy jednoduše napsat

$$\vartheta_A(c) = \frac{180}{\pi} \cdot \frac{1}{2} (\vartheta(\varphi = -\varphi_A, c) - \vartheta(\varphi = \varphi_A, c)) [\circ]. \quad (20)$$

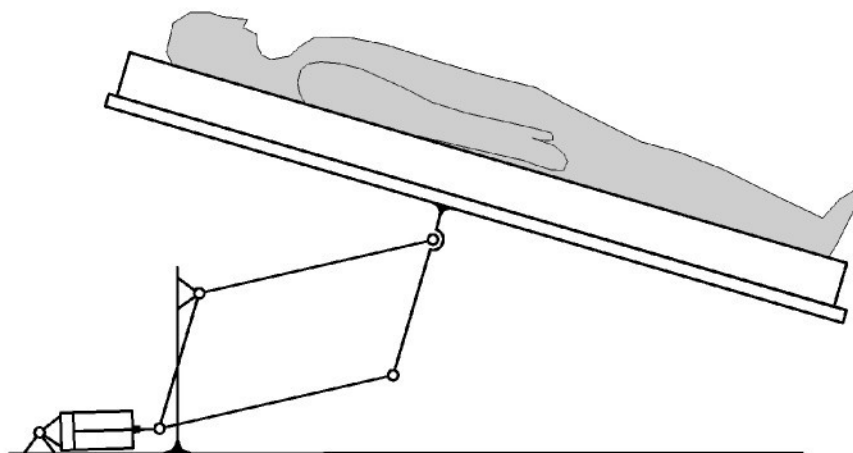
Na Obr. 6 jsou grafy této funkce při různých φ_A .



Obr. 6 Závislost $\vartheta_A(c)$

Mez, kdy ještě kývání pacientovi nebude vadit, není jednoznačná, závisí nejen na amplitudě výchylky φ , ale také na její frekvenci. Mimo to záleží na poloze pacienta. Protože například změny polohy člověk vnímá prostřednictvím středního ucha, je v tomto ohledu důležitá vzdálenost jeho hlavy od osy rotace ložné plochy. Vliv vibrací na člověka se podle norem posuzuje pouze na základě translačních zrychlení.

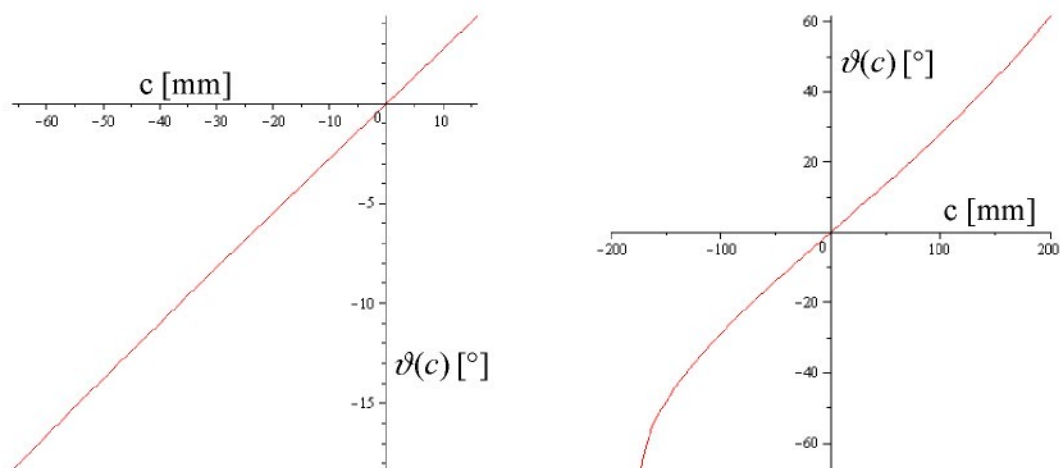
Výchylka kývání je sice malá a bylo by možné ji zanedbat, nicméně lze doporučit použití konstrukce mechanismu, která umožní i při změně sklonu ložné plochy zachovat paralelogram. Takový mechanismus byl rovněž popsán v průmyslovém vzoru, jímž je chráněna i tato konstrukce. Úprava spočívá v připojení další těhlice k ose otáčení horního ramene v podstavci, která je na druhé straně spojena s osou otáčení spodního ramene. Stavěcí ústrojí je pak otočně připojeno k této těhlici a přes čep a patku je připojeno k podstavci nebo podlaze sanitního automobilu.



Obr. 7 Alternativní konstrukce mechanismu

Na Obr. 7 je schéma této alternativní konstrukce, která umožňuje změnu sklonu ložné plochy a přitom zachovává rovnoběžnost ramen paralelogramu.

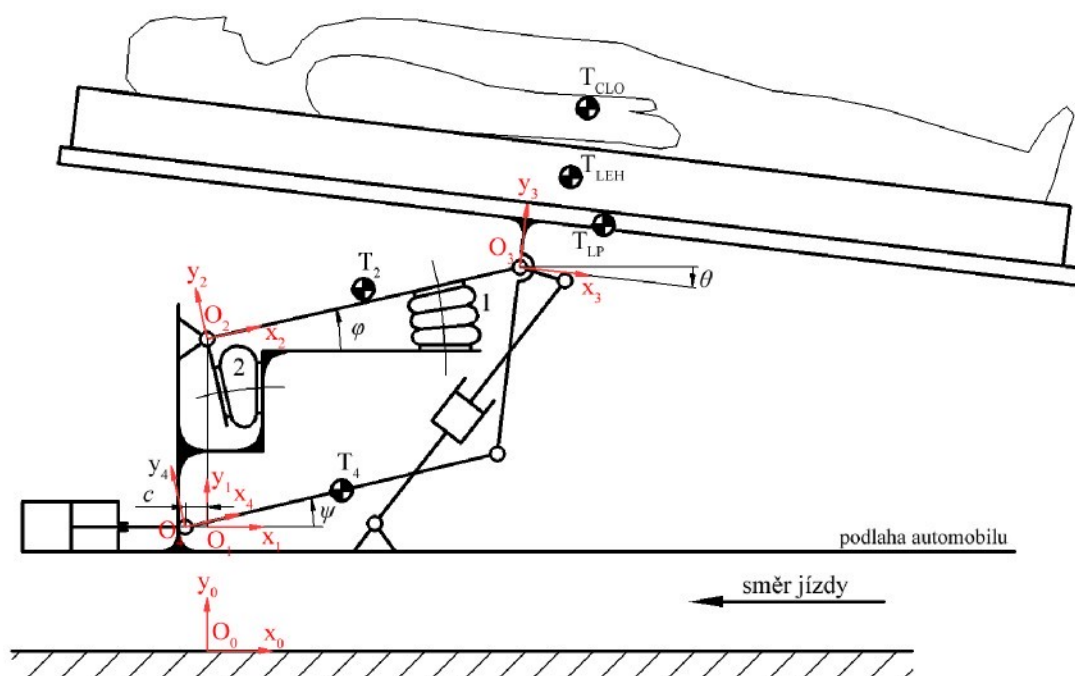
Nakonec je nutné zmínit závislost úhlu ϑ na parametru c , která je důležitá pro přestavování sklonu ložné plochy. Je to obecně nelineární závislost, ale pro určitý interval parametru c ji lze považovat za lineární, závislost je znázorněna na Obr. 8, vlevo přibližně lineární část pro c v dosažitelném rozsahu, vpravo ukázka nelinearity této závislosti pro širší interval hodnot c .



Obr. 8 Závislost $\vartheta(c)$

2 Matematický model mechanického systému

Sestavením matematického modelu mechanického systému se rozumí sestavení souboru rovnic, které popisují jeho fyzikální chování. V případě matematického modelu systému podle Obr. 1 se jedná o sestavení pohybové rovnice mechanismu a rovnic popisujících chování pneumatických pružin s přidavnými objemy a polohovými regulátory. Na Obr. 9 je znázorněno schéma mechanismu včetně umístění pneumatických pružin, tlumiče a hydraulického válce stavěcího ústrojí. Mechanismus byl blíže popsán v kapitole 1.



Obr. 9 Schéma mechanismu, T_{CLO} je těžiště člověka, T_{LEH} je těžiště sanitního lehátka a T_{LP} je těžiště ložné plochy

2.1 Pohybová rovnice mechanismu

Existuje několik způsobů pro sestavení pohybových rovnic. Zmíníme některé z nich.

1. V první řadě je nutno zmínit Newtonovu metodu sestavování pohybových rovnic pro jednotlivé členy mechanismu v kombinaci s rovnicemi dynamické rovnováhy uvolněných členů, případně použití d'Alembertova principu. Tato metoda je náročná a zahrnuje výpočet nepracujících reakcí mezi jednotlivými členy, které se nakonec z výsledné pohybové rovnice vyeliminují.

2. Další metodou je redukce setrvačných účinků členů mechanismu na jeden člen, v tomto případě by bylo vhodné redukovat soustavu na člen 2, ke kterému jsou připojeny pružiny a tlumič.
3. Nakonec je třeba zmínit aplikaci Lagrangeových rovnic druhého druhu. Tato metoda je často používána pro sestavování pohybových rovnic zvláště pro svou jednoduchost a pro absenci výpočtu nepracujících reakcí, které se nepodílejí na kinetické, ani potenciální energii systému. Tato metoda byla zvolena pro sestavení pohybové rovnice zkoumaného mechanického systému.

Pro případ mechanického systému s jedním stupněm volnosti je pohybová Lagrangeova rovnice druhého druhu ve tvaru

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}} \right) - \frac{\partial T}{\partial q} + \frac{\partial V}{\partial q} = \sum_i S_i, \quad (21)$$

kde S_i jsou všechny vtištěné zobecněné síly vztažené k zobecněné souřadnici q , T je kinetická energie celého systému a V je potenciální energie systému.

Nejvhodnější se jeví zvolit za hlavní souřadnici soustavy úhel φ , tak jsme již učinili při odvozování kinematických závislostí mechanismu. S výhodou budeme tento úhel používat jako řídicí souřadnici i nadále, protože pneumatické pružiny a tlumič jsou připojeny k hornímu ramenu, jehož natočení okolo pevné osy je popsáno právě tímto úhlem. Dostáváme se tak ke konečné verzi Lagrangeovy pohybové rovnice, kterou využijeme pro popis pohybu mechanického systému podle Obr. 9.

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}} \right) - \frac{\partial T}{\partial \varphi} + \frac{\partial V}{\partial \varphi} = \sum_i M_i, \quad (22)$$

kde M_i jsou momenty sil pružin a tlumiče, momenty pasivních odporů a dorazové momenty. A platí

$$T = \sum_{i=2}^4 T_i, \quad (23)$$

$$V = \sum_{i=2}^4 V_i, \quad (24)$$

kde T_i jsou kinetické energie jednotlivých členů mechanismu a V_i jsou jejich potenciální energie.

2.2 Kinetické energie

Sestavme tedy vztahy vyjadřující kinetické a potenciální energie členů mechanismu dle Obr. 2. Pro výpočet kinetické energie tělesa, které vykonává obecný rovinný pohyb, využijeme Königovy věty. Rozložíme-li kinetickou energii tělesa pro obecný bod na tři složky

$$T_i = T_{i1} + T_{i2} + T_{i3}, \quad (25)$$

kde index i nabývá hodnot: $i = 2$ pro horní rameno, $i = 3$ pro ložnou plochu včetně lehátka a pacienta a $i = 4$ pro spodní rameno, je T_{i1} kinetická energie translačního pohybu bodu členu, ve kterém provádíme rozklad kinetické energie, T_{i3} je kinetická energie rotačního pohybu tělesa okolo tohoto bodu a T_{i2} je skalární součin rychlosti bodu rozkladu a relativní rychlosti těžiště vůči němu, násobená hmotností členu. Je-li bod rozkladu totožný s těžištěm, je $T_{i2} = 0$.

Kinetická energie horního ramene

Rozklad je proveden v těžišti horního ramene, platí tedy dle Königovy věty

$$T_{21} = \frac{1}{2} m_2 (\mathbf{v}_{T2}^0)^2 = \frac{1}{2} m_2 \mathbf{v}_{T2}^0 \bullet \mathbf{v}_{T2}^0 = \frac{1}{2} m_2 (\mathbf{v}_{T2}^0)^T \cdot \mathbf{v}_{T2}^0, \quad (26)$$

kde $\mathbf{v}_{T2}^0$ je vektor rychlosti těžiště vztažený k souřadnému systému 0. Získáme jej:

$$\mathbf{v}_{T2}^0 = \frac{d\mathbf{r}_{T2}^0}{dt}, \quad (27)$$

kde

$$\mathbf{r}_{T2}^0 = \mathbf{r}_{01}^0 + \mathbf{r}_{12}^1 + \mathbf{T}^{21} \mathbf{r}_{T2}^2, \quad (28)$$

přičemž vektory $\mathbf{r}_{01}^0$, $\mathbf{r}_{12}^1$ a transformační matice $\mathbf{T}^{21}$ byly specifikovány dříve v (1) a (4). A radiusvektor polohy těžiště horního ramene v souřadném systému 2 píšeme

$$\mathbf{r}_{T2}^2 = \begin{bmatrix} x_{T2} \\ y_{T2} \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (29)$$

kde x_{T2} a y_{T2} jsou souřadnice těžiště horního ramena v lokálním souřadném systému 2. Dostáváme tedy

$$\mathbf{v}_{T2}^0 = [-\omega_2 x_{T2} \sin \varphi - \omega_2 y_{T2} \cos \varphi \quad \dot{y}_0(t) + \omega_2 x_{T2} \cos \varphi - \omega_2 y_{T2} \sin \varphi \quad 0]^T, \quad (30)$$

kde $\omega_2 = \frac{d\varphi}{dt}$.

$$T_{23} = \frac{1}{2} J_{2T} \omega_2^2, \quad (31)$$

kde J_{2T} je moment setrvačnosti horního ramena vzhledem k těžišti.

Kinetická energie spodního ramene

Rozklad je opět dle Königovy věty proveden v těžišti spodního ramene

$$T_{c41} = \frac{1}{2} m_4 (\mathbf{v}_{T4}^0)^2 = \frac{1}{2} m_4 \mathbf{v}_{T4}^0 \bullet \mathbf{v}_{T4}^0 = \frac{1}{2} m_4 (\mathbf{v}_{T4}^0)^T \cdot \mathbf{v}_{T4}^0, \quad (32)$$

$\mathbf{v}_{T4}^0$ je vektor rychlosti těžiště spodního ramene vzhledem k souřadnému systému 0, neboli

$$\mathbf{v}_{T4}^0 = \frac{d\mathbf{r}_{T4}^0}{dt}, \quad (33)$$

kde

$$\mathbf{r}_{T4}^0 = \mathbf{r}_{01}^0 + \mathbf{r}_{14}^1 + \mathbf{T}^{41} \mathbf{r}_{T4}^4, \quad (34)$$

vektory $\mathbf{r}_{01}^0$, $\mathbf{r}_{14}^1$ a transformační matice $\mathbf{T}^{41}$ byly specifikovány dříve v (1) a (4).

Vektor $\mathbf{r}_{T4}^4 = [x_{T4} \ y_{T4} \ 0]^T$ obsahuje souřadnice x_{T4} a y_{T4} , což jsou souřadnice těžiště spodního ramene vzhledem k souřadnému systému 4 spodního ramene. Po vyjádření vektoru $\mathbf{r}_{T4}^0$, jeho derivaci podle času dostáváme

$$\mathbf{v}_{T4}^0 = [-\omega_4 x_{T4} \sin \psi - \omega_4 y_{T4} \cos \psi \ \dot{y}_0(t) + \omega_4 x_{T4} \cos \psi - \omega_4 y_{T4} \sin \psi \ 0]^T, \quad (35)$$

přičemž $\omega_4 = \frac{d\psi(\varphi)}{dt} = \frac{d\psi}{d\varphi} \frac{d\varphi}{dt} = \mu_{24} \omega_2$ a $\psi = \psi(\varphi)$, tyto vztahy byly specifikovány

v kapitole 1.1, viz (18) a (16). Vektor rychlosti těžiště spodního ramene vzhledem k souřadnému systému 0 je tedy

$$\mathbf{v}_{T4}^0 = \begin{bmatrix} -\mu_{24} \omega_2 x_{T4} \sin \psi - \mu_{24} \omega_2 y_{T4} \cos \psi \\ \dot{y}_0(t) + \mu_{24} \omega_2 x_{T4} \cos \psi - \mu_{24} \omega_2 y_{T4} \sin \psi \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (36)$$

$$T_{43} = \frac{1}{2} J_{4T} \omega_4^2 = \frac{1}{2} J_{4T} (\mu_{24} \omega_2)^2,$$

kde ω_4 resp. $\mu_{24} \omega_2$ je úhlová rychlost rotace spodního ramene a J_{4T} je moment setrvačnosti spodního ramene vzhledem k těžišti.

Kinetická energie soustavy „ložná plocha – lehátko – pacient“

Opět jako v předchozích dvou případech je možno psát

$$T_{31} = \frac{1}{2} m_3 (\mathbf{v}_{T3}^0)^2 = \frac{1}{2} m_3 \mathbf{v}_{T3}^0 \bullet \mathbf{v}_{T3}^0 = \frac{1}{2} m_3 (\mathbf{v}_{T3}^0)^T \cdot \mathbf{v}_{T3}^0, \quad (37)$$

kde $m_3 = m_{CLO} + m_{LP} + m_{LEH}$, tedy hmotnost soustavy „ložná plocha – lehátko – pacient“ a podobně jako v předchozím případě je $\mathbf{v}_{T3}^0$ vektor rychlosti těžiště členu 3, a je možné psát:

$$\mathbf{v}_{T3}^0 = \frac{d\mathbf{r}_{T3}^0}{dt}, \quad (38)$$

kde

$$\mathbf{r}_{T3}^0 = \mathbf{r}_{01}^0 + \mathbf{r}_{12}^1 + \mathbf{T}^{21} \mathbf{r}_{23}^2 + \mathbf{T}^{31} \mathbf{r}_{T3}^3. \quad (39)$$

Vektory $\mathbf{r}_{01}^0$, $\mathbf{r}_{12}^1$, $\mathbf{r}_{23}^2$ a matice $\mathbf{T}^{21}$, $\mathbf{T}^{31}$ byly specifikovány v (1) a (4). Vektor $\mathbf{r}_{T3}^3$ obsahuje souřadnice těžiště členu 3 v lokálním souřadném systému 3.

$$\mathbf{r}_{T3}^3 = [x_{T3} \quad y_{T3} \quad 0]^T, \quad (40)$$

kde souřadnice x_{T3} a y_{T3} vypočteme ze souřadnic těžišť jednotlivých částí členu 3, tedy člověka, lehátka a ložné plochy.

$$\begin{aligned} x_{T3} &= \frac{x_{TLP} m_{LP} + x_{TLEH} m_{LEH} + x_{TCLO} m_{CLO}}{m_3} \\ y_{T3} &= \frac{y_{TLP} m_{LP} + y_{TLEH} m_{LEH} + y_{TCLO} m_{CLO}}{m_3}, \end{aligned} \quad (41)$$

kde x_{TLP} , y_{TLP} , x_{TLEH} , y_{TLEH} , x_{TCLO} a y_{TCLO} jsou souřadnice těžišť částí členu 3 vzhledem k lokálnímu souřadnému systému 3 a jsou to složky vektorů

$$\mathbf{r}_{TLP} = [x_{TLP} \quad y_{TLP} \quad 0]^T, \quad \mathbf{r}_{TLEH} = [x_{TLEH} \quad y_{TLEH} \quad 0]^T, \quad \mathbf{r}_{TCLO} = [x_{TCLO} \quad y_{TCLO} \quad 0]^T. \quad (42)$$

Dostáváme tak vektor $\mathbf{v}_{T3}^0$ ve tvaru

$$\mathbf{v}_{T3}^0 = \begin{bmatrix} -a\omega_2 \sin \varphi - \omega_3 x_{T3} \sin \vartheta - \omega_3 y_{T3} \cos \vartheta \\ \dot{y}_0(t) + a\omega_2 \cos \varphi + \omega_3 x_{T3} \cos \vartheta - \omega_3 y_{T3} \sin \vartheta \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (43)$$

kde $\omega_3 = \frac{d\vartheta(\varphi)}{dt} = \frac{d\vartheta}{d\varphi} \frac{d\varphi}{dt} = \mu_{23} \omega_2$ je úhlová rychlost rotace členu 3 a $\vartheta = \vartheta(\varphi)$, viz

kapitola 1.1, vztahy (13) a (19). Nakonec tedy obdržíme

$$\mathbf{v}_{T3}^0 = \begin{bmatrix} -a\omega_2 \sin \varphi - \mu_{23} \omega_2 x_{T3} \sin \vartheta - \mu_{23} \omega_2 y_{T3} \cos \vartheta \\ \dot{y}_0(t) + a\omega_2 \cos \varphi + \mu_{23} \omega_2 x_{T3} \cos \vartheta - \mu_{23} \omega_2 y_{T3} \sin \vartheta \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (44)$$

Člen T_{33} kinetické energie členu 3 píšeme ve tvaru

$$T_{33} = \frac{1}{2} J_{3T} \omega_3^2 = \frac{1}{2} J_{3T} (\mu_{23} \omega_2)^2 \quad (45)$$

kde J_{3T} je moment setrvačnosti členu 3, tedy ložné plochy, sanitního lehátka a pacienta dohromady, který určíme podle Steinerovy věty

$$J_{3T} = J_{CLO} + J_{LP} + J_{LEH} + m_{CLO} e_{CLO}^2 + m_{LP} e_{LP}^2 + m_{LEH} e_{LEH}^2, \quad (46)$$

kde J_{CLO} , J_{LP} , J_{LEH} jsou momenty setrvačnosti člověka, ložné plochy a sanitního lehátka, vzhledem ke svým těžištím a e_{CLO} , e_{LP} , e_{LEH} jsou dle Steinerovy věty vzdálenosti těžišť člověka, lehátka a ložné plochy od těžiště soustavy „člověk – ložná plocha – lehátko“, které určíme z polohových vektorů (42)

$$e_{CLO} = \sqrt{\| \mathbf{r}_{T_{CLO}} - \mathbf{r}_{T_3}^3 \|^2} = \sqrt{(\mathbf{r}_{T_{CLO}} - \mathbf{r}_{T_3}^3) \cdot (\mathbf{r}_{T_{CLO}} - \mathbf{r}_{T_3}^3)} = \sqrt{(\mathbf{r}_{T_{CLO}} - \mathbf{r}_{T_3}^3)^T \cdot (\mathbf{r}_{T_{CLO}} - \mathbf{r}_{T_3}^3)}, \quad (47)$$

podobně

$$e_{LP} = \sqrt{(\mathbf{r}_{T_{LP}} - \mathbf{r}_{T_3}^3)^T \cdot (\mathbf{r}_{T_{LP}} - \mathbf{r}_{T_3}^3)}, \quad (48)$$

$$e_{LEH} = \sqrt{(\mathbf{r}_{T_{LEH}} - \mathbf{r}_{T_3}^3)^T \cdot (\mathbf{r}_{T_{LEH}} - \mathbf{r}_{T_3}^3)}. \quad (49)$$

dosazením do (46) nakonec dostaneme

$$J_{3T} = J_{CLO} + J_{LP} + J_{LEH} + m_{CLO} (\mathbf{r}_{T_{CLO}} - \mathbf{r}_{T_3}^3)^T \cdot (\mathbf{r}_{T_{CLO}} - \mathbf{r}_{T_3}^3) + \\ + m_{LP} (\mathbf{r}_{T_{LP}} - \mathbf{r}_{T_3}^3)^T \cdot (\mathbf{r}_{T_{LP}} - \mathbf{r}_{T_3}^3) + m_{LEH} (\mathbf{r}_{T_{LEH}} - \mathbf{r}_{T_3}^3)^T \cdot (\mathbf{r}_{T_{LEH}} - \mathbf{r}_{T_3}^3) \quad (50)$$

Vztahy (23), (25) a (26) až (50) je odvozena kinetická energie mechanického systému podle Obr. 9 na straně 19. Můžeme tedy napsat

$$T = T(\varphi, \dot{\varphi}, y_0(t), \dot{y}_0(t)), \quad (51)$$

tedy že kinetická energie je funkcí φ , $\dot{\varphi} = \omega_2$, $y_0(t)$ a $\dot{y}_0(t)$, přičemž $y_0(t)$ resp. $\dot{y}_0(t)$ jsou funkce výchylky a rychlosti kinematického buzení mechanického systému.

2.3 Potenciální energie

Potenciální energii tělesa, konajícího obecný rovinný pohyb, můžeme v obecném bodě, podobně jako kinetickou energii, rozložit

$$V = V_{i1} + V_{i2}, \quad (52)$$

kde index i opět značí jednotlivé členy mechanického systému ($i = 2$ pro horní rameno, $i = 3$ pro soustavu „člověk – lehátko – ložná plocha“ a $i = 4$ pro spodní rameno), přičemž V_{i1} je potenciální energie gravitačního pole v obecném bodě tělesa,

v němž rozklad provádíme a V_{i2} je potenciální energie gravitačního pole pro natočené těleso okolo bodu rozkladu, tedy součin tíhového zrychlení a statického momentu těžiště k bodu rozkladu. Člen $V_{i2} = 0$, pokud je bod rozkladu totožný s těžištěm tělesa.

Potenciální energie horního ramene

Rozklad je proveden opět v těžišti horního ramene.

$$V_{21} = m_2 g y_{T2-0}, \quad (53)$$

kde m_2 je hmotnost horního ramene, g je tíhové zrychlení ($g = 9,81 m \cdot s^{-1}$) a y_{T2-0} je y-ová souřadnice těžiště vzhledem k lokálnímu souřadnému systému inerciální soustavy 0.

$$y_{T2-0} = \mathbf{j} \bullet \mathbf{r}_{T2}^0 = \mathbf{j}^T \cdot \mathbf{r}_{T2}^0, \quad (54)$$

kde $\mathbf{r}_{T2}^0$ je radiusvektor těžiště horního ramene, který byl specifikován v (28) a $\mathbf{j}$ je jednotkový vektor ve směru osy y v lokálním souřadném systému 0, tedy $\mathbf{j} = [0 \ 1 \ 0]^T$. Nakonec tedy dostáváme potenciální energii ve tvaru

$$V_{21} = m_2 g (\mathbf{j}^T \cdot \mathbf{r}_{T2}^0). \quad (55)$$

Potenciální energie soustavy „pacient – lehátko – ložná plocha“

Rozklad opět provedeme v těžišti horního ramene.

$$V_{31} = m_3 g y_{T3-0}, \quad (56)$$

kde m_3 je hmotnost soustavy „pacient – lehátko – ložná plocha“, g je tíhové zrychlení a y_{T3-0} je y-ová souřadnice těžiště soustavy „pacient – lehátko – ložná plocha“ vzhledem k souřadnému systému 0 a podobně jako v předchozím případě platí, že

$$y_{T3-0} = \mathbf{j} \bullet \mathbf{r}_{T3}^0 = \mathbf{j}^T \cdot \mathbf{r}_{T3}^0, \quad (57)$$

kde $\mathbf{r}_{T3}^0$ je radiusvektor těžiště soustavy „pacient – lehátko – ložná plocha“, viz (39) a $\mathbf{j}$ je stejně jako v předchozím případě jednotkový vektor ve směru osy y v lokálním souřadném systému 0. Pro potenciální energii členu 3 dostáváme

$$V_{31} = m_3 g (\mathbf{j}^T \cdot \mathbf{r}_{T3}^0). \quad (58)$$

Potenciální energie spodního ramene

Podobně jako u předchozích dvou členů mechanismu píšeme

$$V_{41} = m_4 g y_{T4-0}, \quad (59)$$

kde opět m_4 značí hmotnost spodního ramene, g tíhové zrychlení a y_{T4-0} y-ovou souřadnici těžiště členu 4 vzhledem k lokálnímu souřadnému systému 0, tedy

$$y_{T4-0} = \mathbf{j} \bullet \mathbf{r}_{T4}^0 = \mathbf{j}^T \cdot \mathbf{r}_{T4}^0, \quad (60)$$

kde $\mathbf{j}$ je jednotkový vektor ve směru osy y souřadného systému 0 a $\mathbf{r}_{T4}^0$ je radiusvektor těžiště spodního ramene (členu 4) vzhledem k souřadnému systému 0, který byl specifikován v (34). Potenciální energie spodního ramene je tedy

$$V_{41} = m_4 g (\mathbf{j}^T \cdot \mathbf{r}_{T4}^0). \quad (61)$$

Vztahy (24) a (52) až (61) je odvozena potenciální energie mechanického systému podle Obr. 9 na straně 19. Můžeme napsat

$$V = V(\varphi, y_0(t)), \quad (62)$$

tedy že potenciální energie je funkcí souřadnice φ a funkce $y_0(t)$, která představuje kinematické buzení soustavy.

Ve vztazích pro potenciální energii nefigurují žádné vnější síly, protože síly od pneumatických pružin jsou obecně nekonzervativní a síla vyvozená tlumičem je disipativní. Jiné potenciální síly, kromě tíhových sil, které jsou zahrnuty ve výše uvedených vztazích, se v soustavě nevyskytují.

Nyní je již sestavena celá levá strana pohybové rovnice mechanického systému (viz (22)), na pravé straně rovnice (22) jsou momenty vtištěných sil, které odvodíme v následující kapitole.

2.4 Momenty nekonzervativních sil

Jak již bylo poznamenáno, síly resp. momenty sil pneumatických pružin a tlumiče, jsou obecně nekonzervativní. V případě pneumatických pružin je to způsobeno hysterezi jejich pracovní charakteristiky a případným užitím regulátoru a přídavného objemu. Vlastnosti pneumatických pružin budou blíže popsány později. V případě tlumiče se jedná již z principu o nekonzervativní sílu, neboť na tlumiči se disipuje energie mechanického systému za účelem omezení výchylek zvláště v okolí rezonanční oblasti kmitavého mechanického systému.

Momenty sil pneumatických pružin

Především je nutno poznamenat, že pneumatické pružiny, které byly aplikovány v tomto mechanickém systému, jsou obecně mimoosově zatěžovány, zvláště je to

dobře patrné na Obr. 9. Podle [2] je pro mimoosově zatížené pneumatické pružiny možno napsat vztah pro virtuální práci:

$$\delta W = F_a \cdot \delta S_a + F_r \cdot \delta S_r + M_o \cdot \delta \gamma, \quad (63)$$

kde F_a resp. F_r jsou složky výsledné síly do normály, resp. do roviny horního čela pružiny, δS_a a δS_r jsou virtuální posuvy v těchto směrech, M_o je ohybový moment vyvozený pružinou při naklonění rovin jejích čel vůči sobě o úhel γ . To tedy znamená, že síly resp. moment vyvozené pružinou jsou závislé nejen na její délce. Podle [2] při malých sklonech čel a při malém vyosení je ve vztahu (63) člen $F_a \cdot \delta S_a$ dominantní. Mechanický systém podle Obr. 9 je navržen tak, aby výchozí rovnovážná poloha mechanismu byla při $\varphi = 0$. V této poloze jsou pneumatické pružiny zatěžovány pouze osově, k mimoosovému zatížení dochází až při výchylkách mechanismu z rovnovážné polohy.

Podle [3] můžeme obecně zatíženou pneumatickou pružinu zakreslit jako na Obr. 10, přičemž $\mathbf{F}_1$ a $\mathbf{F}_2$ jsou síly působící na čelech pružiny, $\mathbf{F}_{1a}$ a $\mathbf{F}_{2a}$ jsou jejich axiální složky působící kolmo na roviny čel, $\mathbf{F}_{1r}$ a $\mathbf{F}_{2r}$ jsou jejich radiální složky působící v rovinách čel a $\mathbf{M}_1$ a $\mathbf{M}_2$ jsou přídavné ohybové momenty. Vzhledem k tomu, že pružina musí být v silové i momentové rovnováze platí

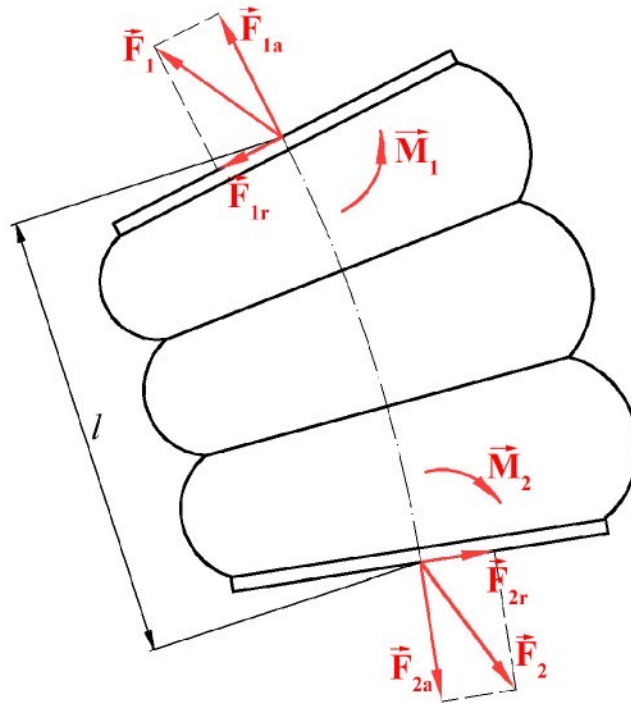
$$\mathbf{F}_1 = -\mathbf{F}_2, \quad (64)$$

$$\mathbf{M}_1 = -\mathbf{M}_2. \quad (65)$$

Na základě rovností (64) a (65) můžeme též napsat

$$\mathbf{F}_{1a} = -\mathbf{F}_{2a}. \quad (66)$$

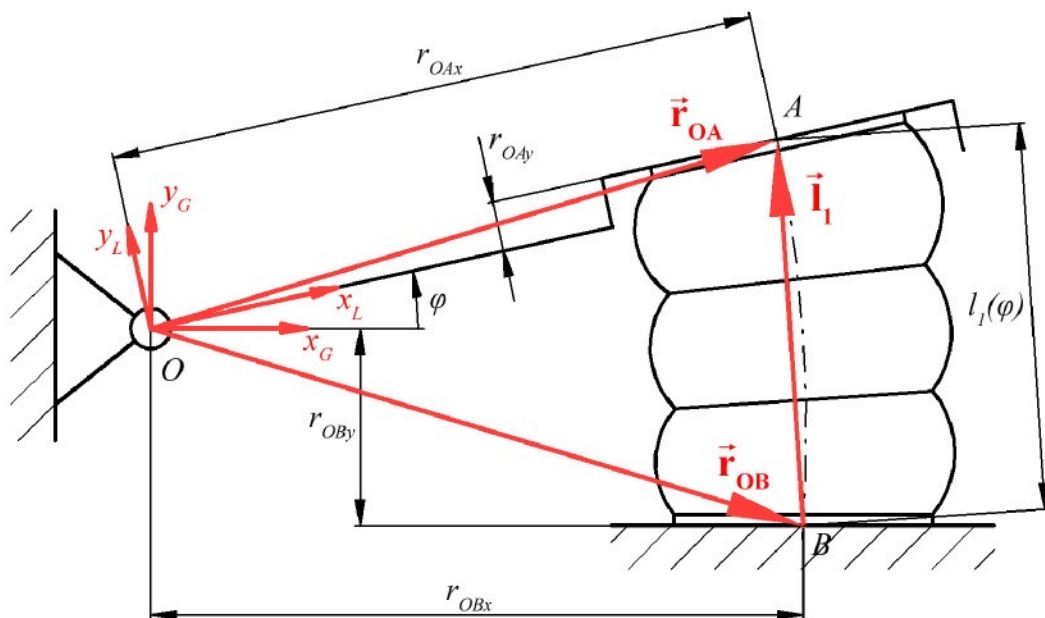
Dále podle [3] platí, že průběh hlavní axiální složky sil $\mathbf{F}_{1a}$ a $\mathbf{F}_{2a}$ se prakticky nemění se sklonem čela a výstředností a odpovídá síle pružiny zatěžované pouze axiálně, přitom ale vliv radiálních složek a ohybových momentů není úplně zanedbatelný.



Obr. 10 Síly obecně zatížené pneumatické pružiny

Moment síly pneumatické pružiny 1

Uložení pružiny označené číslicí 1 na Obr. 9 na straně 19 je podrobněji zakresleno na Obr. 11, včetně zavedených vektorů a souřadných systémů.



Obr. 11 Pružina 1

Podle Obr. 11 můžeme určit, že

$$\mathbf{l}_1^G = \mathbf{r}_{OA}^G - \mathbf{r}_{OB}^G = \mathbf{T}^{GL} \mathbf{r}_{OA}^L - \mathbf{r}_{OB}^G, \quad (67)$$

kde

$$\mathbf{r}_{OA}^L = \begin{bmatrix} r_{OAx} \\ r_{OAy} \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{r}_{OB}^G = \begin{bmatrix} r_{OBx} \\ -r_{OBy} \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{T}^{GL} = \begin{bmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi & 0 \\ \sin \varphi & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (68)$$

přičemž $\mathbf{r}_{OA}^L$, $\mathbf{r}_{OB}^G$ (druhá složka vektoru $\mathbf{r}_{OB}^G$ má záporné znaménko, protože složky jsou považovány za rozměr, nikoliv souřadnici) a $\mathbf{l}_1^G$ jsou vektory v lokálním resp. globálním souřadném systému zavedené podle Obr. 11 (horní index vektoru značí souřadný systém ve kterém je vektor zaveden) a $\mathbf{T}^{GL}$ je transformační matice transformující vektory z lokálního souřadného systému do globálního souřadného systému. Pro délku pružiny $l_1(\varphi)$ tedy můžeme napsat vztah

$$l_1(\varphi) = \|\mathbf{l}_1^G\| = \sqrt{(\mathbf{l}_1^G)^T \cdot \mathbf{l}_1^G}, \quad (69)$$

což je závislost délky pružiny na úhlu φ .

Axiální sílu pružiny můžeme považovat za funkci její délky a tlaku vzduchu uzavřeného v pružině. Zavedeme tedy:

$$F_{1a} = F_{1a}(l, p), \quad (70)$$

kde p je tlak vzduchu v pneumatické pružině a l je její aktuální délka. Bližší specifikaci této funkce provedeme později. Jak vyplývá z Obr. 10 jsou axiální síly pružin kolmé k čelům pružin, můžeme tedy zavést moment axiální síly pružiny 1 vyvozený na horní rameno (člen 2 mechanismu dle Obr. 2) v závislosti na úhlu jeho natočení

$$M_1 = r_{OAx} \cdot F_{1a}(l_1(\varphi), p_1) \quad (71)$$

kde p_1 je tlak vzduchu v pružině 1.

Ještě se vraťme k vektoru $\mathbf{l}_1^G$, jeho analýzou můžeme sledovat vyosení čel pneumatické pružiny. Aplikací (68) na vztah (67) dostáváme

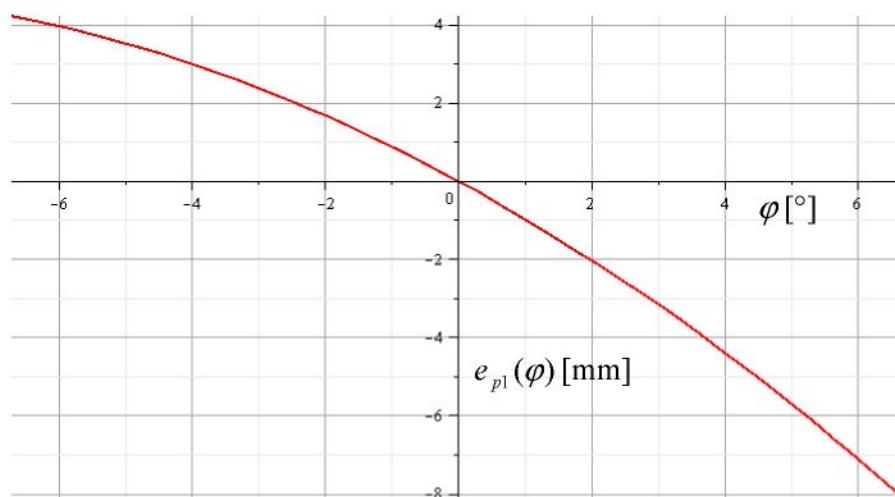
$$\mathbf{l}_1^G = \begin{bmatrix} r_{OAx} \cos \varphi - r_{OAy} \sin \varphi - r_{OBx} \\ r_{OAx} \sin \varphi + r_{OAy} \cos \varphi - r_{OBy} \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (72)$$

první složka vektoru $\mathbf{l}_1^G$ představuje vyosení středu horního čela pružiny 1. Označme toto vyosení jako e_{p1} , nyní můžeme napsat

$$e_{p1}(\varphi) = l_{1x}^G = r_{OAx} \cos \varphi - r_{OAy} \sin \varphi - r_{OBx}, \quad (73)$$

kde l_{1x}^G je složka ve směru x vektoru $\mathbf{l}_1^G$. Závislost $e_{p1}(\varphi)$ můžeme zobrazit v grafu, který je na Obr. 12. Z tohoto grafu je patrné, že vyosení středů čel pružiny 1 je

i v mezních polohách mechanismu menší než výrobcem uváděné nejvyšší přípustné vyosení pro pružinu Dunlop 4½“×3 , které je maximálně 10 mm. Dále výrobce pro tuto pružinu uvádí maximální přípustný úhel mezi rovinami čel pružiny 7°, tedy i tento omezující faktor uložení pružiny splňuje.



Obr. 12 Graf závislosti $e_{p1}(\varphi)$

Nyní sestavme funkci závislosti délky pružiny 1 na relativní výšce ložné plochy. Vztah (69) určuje závislost délky pružiny na úhlu φ , zavedeme relativní výšku ložné plochy jako její výškovou výchylku od rovnovážné polohy, při níž je $\varphi = 0$,

$$y_{LP}(\varphi) = a \sin \varphi, \quad (74)$$

kde a je vzdálenost mezi osami horního ramene. Opačně pak získáme závislost úhlu φ na relativní výchylce ložné plochy y_{LP} , tedy

$$\varphi = \arcsin \frac{y_{LP}}{a}. \quad (75)$$

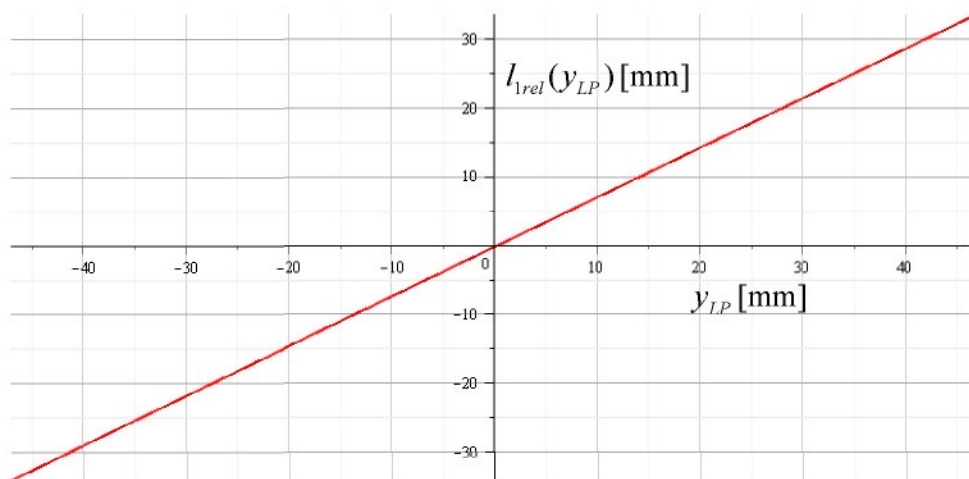
Tento vztah aplikujeme na vztah (69), od výsledné délky pružiny odečteme její délku v rovnovážné poloze mechanismu a získáme tak závislost relativního zdvihu pružiny na relativní výchylce ložné plochy.

$$l_{rel}(y_{LP}) = l_1 \left(\varphi = \arcsin \frac{y_{LP}}{a} \right) - l_{10}, \quad (76)$$

kde l_{10} je již zmíněná délka pružiny v rovnovážné poloze mechanismu a platí

$$l_{10} = l_1(\varphi = 0). \quad (77)$$

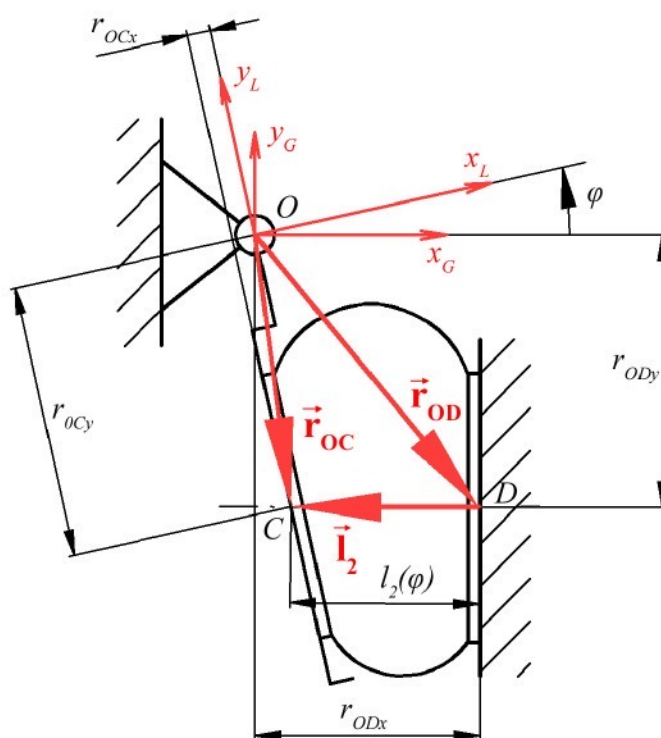
Závislost $l_{rel}(y_{LP})$ je zobrazena na Obr. 13.

Obr. 13 Závislost $l_{rel}(y_{LP})$

Převod je tedy $\left. \frac{dl_{rel}}{dy_{LP}} \right|_{y_{LP}=0} = 0,72$.

Moment síly pneumatické pružiny 2

Uložení pneumatické pružiny označené číslicí 2 na Obr. 9 na straně 19 je podrobněji zobrazeno na Obr. 14, podobně jako v předchozím případě jsou v obrázku nakresleny i zavedené vektory a souřadné systémy.



Obr. 14 Pružina 2

Podle Obr. 14 můžeme napsat

$$\mathbf{l}_2^G = \mathbf{r}_{OC}^G - \mathbf{r}_{OD}^G = \mathbf{T}^{GL} \mathbf{r}_{OC}^L - \mathbf{r}_{OD}^G, \quad (78)$$

přičemž

$$\mathbf{r}_{OC}^L = \begin{bmatrix} -r_{OCx} \\ -r_{OCy} \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{r}_{OD}^G = \begin{bmatrix} r_{ODx} \\ -r_{ODy} \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{T}^{GL} = \begin{bmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi & 0 \\ \sin \varphi & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (79)$$

$\mathbf{r}_{OC}^L$, $\mathbf{r}_{OD}^G$ (některé složky jsou zavedeny se záporným znaménkem, protože r_{OCx} , r_{OCy} , r_{ODx} a r_{ODy} jsou považovány za rozměry a nikoliv za souřadnice) a $\mathbf{l}_2^G$ jsou vektory zavedené v lokálním resp. globálním souřadném systému podle Obr. 14 (horní index v označení vektoru značí souřadný systém ve kterém je zaveden) a $\mathbf{T}^{GL}$ je transformační matice transformující vektory z lokálního do globálního souřadného systému. Pro délku pružiny píšeme

$$l_2(\varphi) = \|\mathbf{l}_2^G\| = \sqrt{(\mathbf{l}_2^G)^T \cdot \mathbf{l}_2^G}. \quad (80)$$

Stejně jako u předchozí pružiny můžeme axiální sílu vyvozenou pružinou při její deformaci považovat za funkci délky pružiny. Platí tedy

$$F_{2a} = F_{2a}(l, p), \quad (81)$$

kde p je tlak vzduchu v pneumatické pružině a l je její aktuální délka. Tato funkce bude opět blíže specifikována později. Stejně jako v případě pružiny 1 píšeme vztah pro moment vyvozený pružinou 2 na horní rameno

$$M_2 = -r_{OCy} \cdot F_{2a}(l_2(\varphi), p_2), \quad (82)$$

kde p_2 je tlak vzduchu v pneumatické pružině 2, moment je záporný protože působí proti směru souřadnice φ .

Vyosení pružiny 2 v závislosti na úhlu φ je obsaženo v y-ové složce vektoru $\mathbf{l}_2^G$. Ze vztahu (78) aplikaci (79) získáme

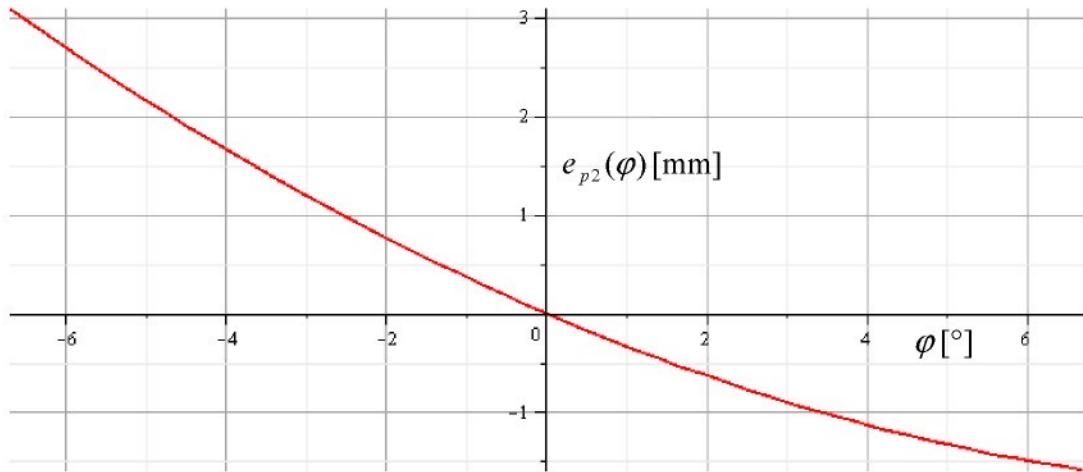
$$\mathbf{l}_2^G = \begin{bmatrix} -r_{OCx} \cos \varphi + r_{OCy} \sin \varphi - r_{ODx} \\ -r_{OCx} \sin \varphi - r_{OCy} \cos \varphi + r_{ODy} \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (83)$$

Vyosení pružiny 2 označme e_{p_2} , nyní můžeme psát

$$e_{p_2}(\varphi) = l_{2y}^G = -r_{OCx} \sin \varphi - r_{OCy} \cos \varphi + r_{ODy}, \quad (84)$$

přičemž l_{2y}^G je druhá složka vektoru $\mathbf{l}_2^G$. Závislost $e_{p_2}(\varphi)$ zobrazíme v grafu, který je na Obr. 15. Výrobce neuvádí pro pružinu Rubena PE 130/1 přípustné vyosení středů

čel, ale jiní výrobci uvádějí pro podobné pružiny maximální vyosení okolo 10 mm. Z Obr. 15 je patrné, že uložení této pružiny splňuje maximální přípustné vyosení středů čel.

Obr. 15 Závislost $e_{p2}(\varphi)$

Závislost délky pružiny 2 na relativním zdvihu ložné plochy můžeme podobně jako v předchozím případě napsat ve tvaru

$$l_{2rel}(y_{LP}) = l_2 \left(\varphi = \arcsin \frac{y_{LP}}{a} \right) - l_{20}, \quad (85)$$

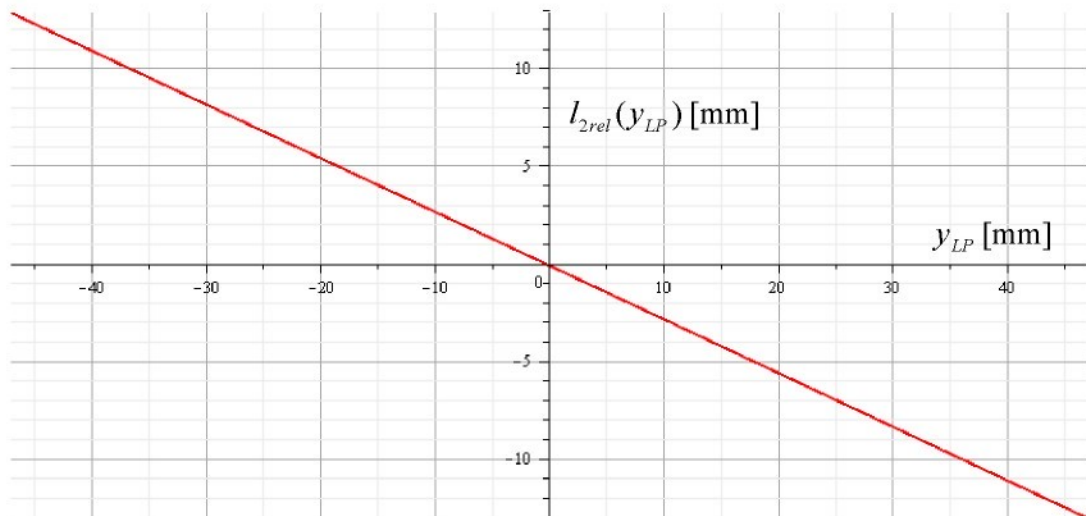
kde l_{2rel} je relativní zdvih pružiny 2, y_{LP} je relativní výška ložné plochy, a je vzdálenost mezi osami horního ramene a l_{20} je délka pružiny v rovnovážné poloze mechanismu, pro níž platí

$$l_{20} = l_2(\varphi = 0). \quad (86)$$

Na Obr. 16 je zobrazena tato závislost.

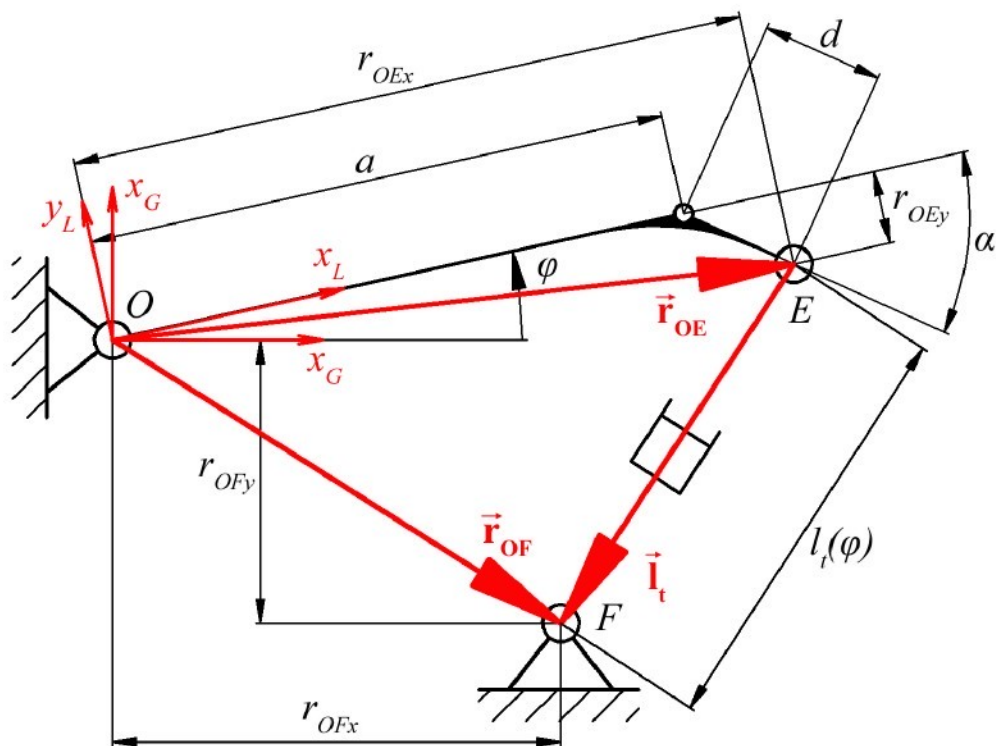
$$\text{Převod je } \left. \frac{dl_{2rel}}{dy_{LP}} \right|_{y_{LP}=0} = -0,275.$$

Ze závislosti $l_{1rel}(y_{LP})$ a $l_{2rel}(y_{LP})$ je patrné, že pružiny jsou uloženy protiběžně, tedy při stlačování jedné pružiny, je druhá natahována. Obě závislosti se jeví v přípustném rozsahu relativní výšky ložné plochy jako lineární, ale ve skutečnosti jsou tyto závislosti obecně nelineární.

Obr. 16 Závislost $l_{2rel}(y_{LP})$

Moment síly vyvozený tlumičem

Síla vyvozená tlumičem je závislá na jeho pístové rychlosti. Uložení tlumiče je podrobněji zobrazeno na Obr. 17.



Obr. 17 Uložení tlumiče

Podobně jako při odvozování délky pružin máme

$$\mathbf{l}_t^G = \mathbf{r}_{OF}^G - \mathbf{r}_{OE}^G = \mathbf{r}_{OF}^G - \mathbf{T}^{GL} \mathbf{r}_{OE}^L, \quad (87)$$

kde

$$\mathbf{r}_{OE}^L = \begin{bmatrix} r_{OE_x} \\ -r_{OE_y} \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{r}_{OF}^G = \begin{bmatrix} r_{OF_x} \\ -r_{OF_y} \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{T}^{GL} = \begin{bmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi & 0 \\ \sin \varphi & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (88)$$

přičemž $\mathbf{l}_t^G$, $\mathbf{r}_{OF}^G$ a $\mathbf{r}_{OE}^L$ (některé složky jsou zavedeny se záporným znaménkem, protože r_{OE_x} , r_{OE_y} , r_{OF_x} a r_{OF_y} jsou považovány za rozměry, nikoliv souřadnice) jsou vektory zavedené dle Obr. 17, horní index v označení vektoru značí souřadný systém, ve kterém je vektor zaveden, $\mathbf{T}^{GL}$ je transformační matice, transformující vektory z lokálního do globálního souřadného systému. Dále podle Obr. 17 můžeme napsat

$$r_{OE_x} = a + d \cos \alpha, \quad r_{OE_y} = d \sin \alpha, \quad (89)$$

kde symboly a , d a α jsou patrné z obrázku.

Závislost délky tlumiče na úhlu φ pak můžeme vyjádřit vztahem

$$l_t(\varphi) = \|\mathbf{l}_t^G\| = \sqrt{(\mathbf{l}_t^G)^T \cdot \mathbf{l}_t^G}, \quad (90)$$

kde $l_t(\varphi)$ je závislost délky tlumiče na úhlu φ . Pro pístovou rychlost tlumiče můžeme tedy napsat vztah

$$v_t(\varphi, \dot{\varphi}) = \frac{dl_t(\varphi)}{d\varphi} \frac{d\varphi}{dt}, \quad (91)$$

kde $v_t(\varphi, \dot{\varphi})$ je závislost pístové rychlosti na zdvihu φ a na úhlové rychlosti horního ramene $\dot{\varphi}$. Tlumicí síla v ose tlumiče je funkcí této rychlosti

$$F_t = F_t(v_t). \quad (92)$$

Nakonec napíšeme vztah pro moment síly vyvozené tlumičem na horní rameno jako vektorový součin ramena $\mathbf{r}_{OE}^L$ a vektoru tlumicí síly $-\mathbf{l}_t^{G0} \cdot F_t(v_t)$, kde $\mathbf{l}_t^{G0}$ je jednotkový vektor ve směru vektoru $\mathbf{l}_t^G$. Výsledkem je vektor, jehož třetí složka odpovídá momentu síly k bodu O , zbylé dvě složky jsou nulové.

$$\mathbf{M}_t = \mathbf{r}_{OE}^G \times [\mathbf{l}_t^{G0} \cdot F_t(v_t)]. \quad (93)$$

Můžeme tedy jednoduše napsat

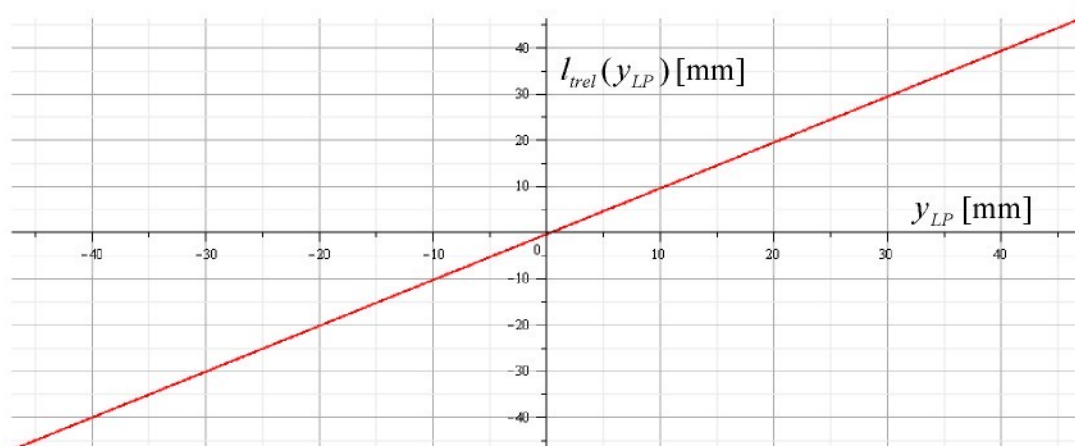
$$M_t = \|\mathbf{M}_t\|. \quad (94)$$

Nakonec ještě určíme závislost výchylky tlumiče na relativní výšce ložné plochy stejně, jako tomu bylo u pružin:

$$l_{rel}(y_{LP}) = l_t\left(\varphi = \arcsin \frac{y_{LP}}{a}\right) - l_{t0}, \quad (95)$$

kde $l_{t0} = l_t(\varphi = 0)$ je délka tlumiče při $\varphi = 0$. Tato závislost je zobrazena na Obr. 18.

Z obrázku je dále patrné, že převod výchylky ložné plochy na tlumič je přibližně roven jedné. Obvykle bývá tento převod menší, aby bylo možné dosáhnout větších mezních výchylek tlumeného mechanismu. V tomto případě má tlumič délku chodu 110 mm, tudíž délka chodu tlumiče dále neomezuje maximální relativní výchylky ložné plochy, které činí ± 47 mm, i když připočteme deformaci pryžových dorazů, nedosáhneme maximálního chodu tlumiče a nedojde tak k dorazu pístu na dno tlumiče.



Obr. 18 Závislost $l_{trel}(y_{LP})$

Moment síly pryžových dorazů

Jak bylo uvedeno v kapitole 1.2, pohyb mechanismu je omezen pryžovými dorazy. Tyto jsou umístěny mezi horním ramenem a podstavcem, oba spočívají na rameni stejné délky, jako je vzdálenost mezi osami horního ramene. Tato vzdálenost je značena písmenem a a činí 400 mm. Horní doraz je v podobě pryžového válečku o průměru 40 mm a výšce 15 mm, spodním dorazem je pryžový váleček průměru 60 mm a výšce rovněž 15 mm. Horní doraz je uplatněn při zdvihu ložné plochy 47 mm a spodní doraz se uplatní při zdvihu -47 mm.

Síla vyvozená deformací pryžových dorazů bude mít nulovou hodnotu v oblasti neomezeného pohybu mechanismu ($y_{LP} = \pm 47$ mm) a kladnou resp. zápornou hodnotu v oblasti deformace horního resp. spodního dorazu. Pro moment síly pryžových dorazů můžeme napsat

$$M_d(y_{LP}) = a \cdot F_d(y_{LP}), \quad (96)$$

kde $F_d(y_{LP})$ je funkce síly pryžových dorazů v závislosti na relativní výšce ložné plochy. Pro dosazení do pohybové rovnice je však potřeba závislost $M_d(\varphi)$, dosadíme tedy do (96) vztah

$$y_{LP} = a \sin \varphi, \quad (97)$$

získáme tak

$$M_d(\varphi) = a \cdot F_d(a \sin \varphi), \quad (98)$$

což je hledaná závislost momentu síly pryžových dorazů na úhlu φ . Závislost síly pryžových dorazů $F_d(y_{LP})$ bude popsána později.

Moment pasivních odporů

Pokud použijeme pro popis dynamického systému Lagrangeových rovnic druhého druhu, jsme nuceni moment pasivních odporů vyjádřit jen přibližně na základě zkušeností a určit jeho velikost z hysterezní smyčky zatěžovací charakteristiky snímané při kvazistatickém vstupním signálu s odejmutým tlumičem. Pro exaktní určení pasivních odporů potřebujeme znát normálové složky reakcí ve všech kloubech vodícího mechanismu a to Lagrangeův přístup neumožňuje.

Vzhledem k tomu, že tedy náš přístup neumožňuje exaktně řešit dynamický systém s pasivními odpory, zavádíme moment pasivních odporů tak, že odhadujeme jeho velikost z hysterezní smyčky kvazistatické zatěžovací charakteristiky. Její šířka definuje necitlivost systému na změnu hmotnosti subjektu umístěného na odpruženém lehátku respektive sedačce. U sedaček je to 2–5 kg. Při odpovědném odhadu je třeba uvážit, že valivá ložiska navrženého prototypu podstavce sanitního lehátka mají menší pasivní odpory než kluzná ložiska sedačky (a mají též proporcionální složku). Vzhledem k tomu, že ale výsledná hmotnost ložné plochy včetně lehátka a pacienta je zhruba dvojnásobná než u sedačky, zůstaneme při prvním odhadu u výše uvedené hodnoty (2–5 kg).

Moment pasivních odporů můžeme napsat jako

$$M_{po} = -a \cdot \frac{F_{po}}{2} \cdot \text{signum}(\omega), \quad (99)$$

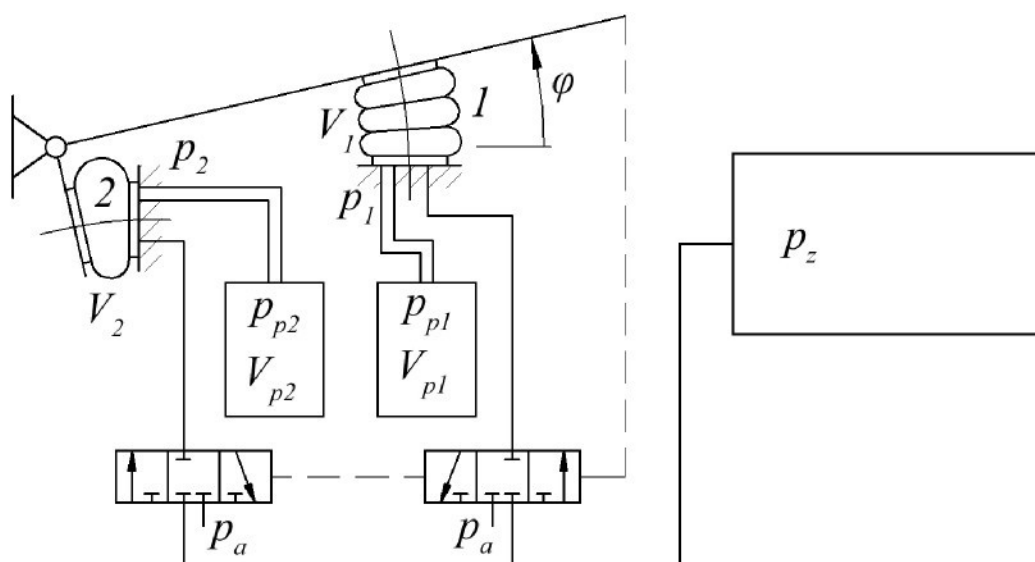
kde F_{po} je síla pasivních odporů naměřená při kvazistatickém vstupním signálu na ložné ploše a a je délka horního ramene. Funkce signum je ale pro numerické výpočty v prostředí Maple 11 nevhodná, protože nemá spojitou derivaci. Lze ji ale při-

bližně naradit funkcí $\arctg$, jejíž argument vynásobíme velkým číslem. Vztah (99) můžeme tedy upravit na

$$M_{po} = -a \cdot \frac{F_{po}}{2} \cdot \arctg(500 \cdot \omega) . \quad (100)$$

3 Charakteristiky dvojčinné pneumatické pružiny

Dvojici pneumatických pružin připojených mezi podstavec a horní rameno můžeme považovat za jednu dvojčinnou pneumatickou pružinu. Pružiny jsou uloženy v protiběžném uspořádání, tedy pokud je jedna pružina stlačována, druhá je natahována. Konkrétněji to znamená, že moment pružiny označené číslicí 1 v Obr. 9 na straně 19 působí ve směru kladné výchylky úhlu φ , zatímco moment pružiny 2 působí opačně, tedy v záporném smyslu úhlu φ . Obě pružiny jsou připojeny k přidavným objemům za účelem snížení jejich tuhosti. Dále jsou pružiny připojeny k polohovým regulátorům, které při změně zatížení mechanického systému (dynamické výchylky, změna pacienta) regulují tlak vzduchu v soustavě „pneumatická pružina – přidavný objem“ za účelem udržení přednastavené rovnovážné polohy. Další funkcí polohových regulátorů je dorovnání úniků vzduchu vlivem netěsností pneumatického systému. Obvykle bývá mezi pružinou a přidavným objemem připojen škrticí ventil, který snižuje průtočný průřez a tím snižuje rychlost proudění vzduchu mezi pružinou a přidavným objemem. Tímto dochází k disipaci energie a tím pádem k tlumení kmitavého mechanického systému. V případě popisovaného mechanického systému škrticí ventily chybí, přidavné objemy byly použity pouze za účelem snížení tuhosti pneumatických pružin a tím bylo možné dosáhnout nízké vlastní frekvence mechanického systému. Schéma pneumatického obvodu vzduchového odpružení je na Obr. 19.



Obr. 19 Schéma pneumatického systému odpružení

Popišme schéma systému pneumatického odpružení, tak jak je zobrazeno na Obr. 19. Číslici 1 je označena pneumatická vlnovcová pružina firmy Dunlop $4\frac{1}{2}'' \times 3$, k ní přísluší přidavný objem, p_{p1} je tlak vzduchu v přidavném objemu pružiny 1 a V_{p1} je jeho objem. Číslici 2 je označena pneumatická vlnovcová pružina firmy Rubena 130/1, p_{p2} je tlak vzduchu v přidavném objemu příslušejícím pružině 2 a V_{p2} je jeho objem. Vpravo je nakreslen zásobník a v něm je tlak vzduchu p_z . Pod přidavnými objemy jsou schematicky naznačeny polohové regulátory, které jsou řízeny zdvihem ložné plochy resp. horního ramene. Polohový regulátor pružiny 1 je nastaven tak, aby při výchylce horního ramene $\varphi < 0$ přepouštěl vzduch ze zásobníku do přidavného objemu příslušející pružině 1 a při výchylce $\varphi > 0$ naopak regulátor vypouští vzduch z pružiny do atmosféry. Polohový regulátor pružiny 2 je nastaven opačně, tedy při $\varphi < 0$ je vzduch vypouštěn z pružiny 2 a při $\varphi > 0$ je přepouštěn vzduch ze zásobníku do pružiny 2.

Poznamenejme, že v tomto případě bylo dvojčinné pneumatické pružiny použito z důvodu velké variability hmotnosti pacienta (od cca 20 kg v případě dětského pacienta, až po 140 a více kg). Aplikace druhé (tažné) pružiny (pružina 2) v našem případě umožňuje vibroizolaci malých hmotností. Jelikož výsledná tuhost dvojčinné pružiny je rovna součtu tuhostí jednotlivých pružin, opatřují se obvykle obě pružiny přidavnými objemy, aby nedošlo ke zvýšení tuhosti závěsu a tím i zvýšení vlastní frekvence systému.

3.1 Modely pneumatických pružin

Odvoďme nyní rovnice popisující pohyb vzduchu v pneumatické pružině. Vyjdeme ze stavové rovnice ideálního plynu:

$$p \cdot V = m \cdot R_p T, \quad (101)$$

kde p [Pa] je absolutní tlak vzduchu v pneumatické pružině, V [m³] je objem vzduchu uzavřeného v pneumatické pružině, m [kg] je hmotnost tohoto vzduchu, R_p [J · kg⁻¹ · K⁻¹] je měrná plynová konstanta a T [K] je termodynamická teplota. Časovou derivací této rovnice při předpokládaném izotermickém ději obdržíme

$$p \frac{dV}{dt} + V \frac{dp}{dt} = R_p T \frac{dm}{dt}, \quad (102)$$

přičemž $\frac{dm}{dt}$ je hmotnostní tok plynu z resp. do pneumatické pružiny (přítok vzduchu do pružiny s kladným znaménkem, odtok potom se záporným), pišme $\frac{dm}{dt} = Q \text{ [kg} \cdot \text{s}^{-1}]$. Podle [3] pro vlnovcové pneumatické pružiny platí

$$F(p, l) = (p - p_a) \cdot S_{ef}(l), \quad (103)$$

kde S_{ef} je efektivní plocha pneumatické pružiny, p_a [Pa] je atmosférický tlak vně pružiny a l je aktuální délka pneumatické pružiny. Dále podle [3] zavádíme

$$V = V(l) = \int_{l_0}^l S_{ef} dl + V_0, \quad (104)$$

kde V je objem pneumatické pružiny a V_0 je objem při l_0 tedy při volné délce pružiny. Z předchozího vztahu plyne

$$S_{ef}(l) = \frac{dV}{dl}, \quad (105)$$

odtud je patrné, že efektivní plocha pneumatické pružiny, stejně jako její objem, nejsou závislé na tlaku vzduchu v pružině, ale pouze na délce pružiny. Vztah (102) můžeme tedy rozepsat následovně

$$p S_{ef}(l) \frac{dl}{dt} + V(l) \frac{dp}{dt} = R_p T Q. \quad (106)$$

Získali jsme diferenciální rovnici pro tlak vzduchu v pneumatické pružině. Pro hmotnostní tok vzduchu do/z pružiny platí

$$Q = Q_{kor} - Q_{po}, \quad (107)$$

kde Q_{kor} korekční hmotnostní tok vzduchu, tedy tok vzduchu ze zásobníku do pružiny, nebo tok vzduchu z pružiny do atmosféry, Q_{po} je tok do přidavného objemu.

Pneumatická pružina 1

Pružina 1 je ke svému přidavnému objemu připojena bez škrťacího ventilu, takže je možno považovat tlak v přidavném objemu za shodný s tlakem v pružině ($p_1 = p_{p1}$) a objem takto vzniklé pružiny odpovídá součtu objemu pružiny a objemu přidavného ($V_{cl}(l) = V_1(l) + V_{p1}$), spojení musí být krátké a kompaktní, aby předpoklad shody tlaků v pružině a přidavném objemu byl splněn. Pro pružinu 1 můžeme tedy úpravou vztahu (106) napsat rovnici

$$p_1 S_{1ef}(l_1) \frac{dl_1}{dt} + (V_1(l_1) + V_{p1}) \frac{dp_1}{dt} = R_p T Q_{1kor}, \quad (108)$$

kde p_1 [Pa] je tlak vzduchu v pneumatické pružině, p_a [Pa] je atmosférický tlak vně pružiny, $S_{1ef}(l)$ [m²] je efektivní plocha pružiny 1 závislá na délce pružiny, $V_1(l)$ [m³] je objem pneumatické pružiny rovněž závislý na délce pružiny, V_{p1} [m³] je objem přídavného objemu, R_p [J · kg⁻¹ · K⁻¹] je měrná plynová konstanta, T [K] je termodynamická (absolutní) teplota, Q_{1kor} [kg · s⁻¹] je hmotnostní tok vzduchu mezi pružinou a jejím polohovým regulátorem a konečně l_1 [m] je délka pružiny 1, která byla odvozena v kapitole 2.4 a platí $l_1 = l_1(\varphi)$. Můžeme tedy rovnici (108) ještě upravit na

$$p_1 S_{1ef}(l_1(\varphi)) \frac{dl_1(\varphi)}{d\varphi} \frac{d\varphi}{dt} + (V_1(l_1(\varphi)) + V_{p1}) \frac{dp_1}{dt} = R_p T Q_{1kor}, \quad (109)$$

čímž dostáváme přímo diferenciální závislosti tlaku v pružině 1 na souřadnici φ .

Pro axiální sílu pružiny 1 můžeme napsat

$$F_{1a}(p_1, l_1(\varphi)) = (p_1 - p_a) \cdot S_{1ef}(l_1(\varphi)), \quad (110)$$

kde F_{1a} [N] je síla, která figuruje ve vztahu (71) na straně 29. Tím je zavedena vazba mezi rovnicí pružiny a pohybovou rovnicí mechanismu.

Pneumatická pružina 2

Pružina 2 je podobně jako pružina 1 připojena ke svému přídavnému objemu bez škrcení. Platí tedy podobně rovnost tlaků vzduchu v pružině a jejím přídavném objemu a objem pružiny se navýší o objem přídavný.

Podobně jako v případě pružiny 1 dostaneme úpravou vztahu (106) následující rovnici:

$$p_2 S_{2ef}(l_2(\varphi)) \frac{dl_2(\varphi)}{d\varphi} \frac{d\varphi}{dt} + (V_2(l_2(\varphi)) + V_{p2}) \frac{dp_2}{dt} = R_p T Q_{2kor}, \quad (111)$$

kde příslušné veličiny jsou značeny stejně jako v předchozím případě a index 1 je zaměněn indexem 2.

Pro axiální sílu pružiny 2 píšeme

$$F_{2a}(p_2, l_2(\varphi)) = (p_2 - p_a) \cdot S_{2ef}(l_2(\varphi)), \quad (112)$$

síla F_{2a} [N] figuruje ve vztahu (82) na straně 32.

Kinematiku náhonu regulátoru odvodíme podobně jako v kapitole 1.1. Pro bod A (Obr. 20) můžeme napsat

$$\mathbf{T}^{10}\mathbf{r}_{12}^1 + \mathbf{T}^{20}\mathbf{r}_{2A}^2 = \mathbf{r}_{13}^0 + \mathbf{T}^{30}\mathbf{r}_{3A}^3, \quad (113)$$

kde $\mathbf{r}_{12}^1$, $\mathbf{r}_{2A}^2$, $\mathbf{r}_{13}^0$ a $\mathbf{r}_{3A}^3$ jsou vektory zavedené podle Obr. 20 v lokálních souřadných systémech určených horním indexem v označení vektoru a platí:

$$\mathbf{r}_{12}^1 = \begin{bmatrix} a \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{r}_{2A}^2 = \begin{bmatrix} 0 \\ -b_r \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{r}_{13}^0 = \begin{bmatrix} x_r \\ -y_r \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{r}_{3A}^3 = \begin{bmatrix} -a_r \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (114)$$

kde a je vzdálenost mezi osami horního ramene, b_r je délka těhlice náhonu regulátoru a a_r je délka ramínka regulátoru. Souřadný systém 3 je umístěn na ose regulátoru. Déle $\mathbf{T}^{10}$, $\mathbf{T}^{20}$ a $\mathbf{T}^{30}$ jsou transformační matice transformující souřadnice vektorů z lokálních souřadných systémů 1, 2 a 3 do globálního 0.

$$\mathbf{T}^{10} = \begin{bmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi & 0 \\ \sin \varphi & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \mathbf{T}^{20} = \begin{bmatrix} \cos \beta & -\sin \beta & 0 \\ \sin \beta & \cos \beta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \mathbf{T}^{30} = \begin{bmatrix} \cos \kappa & -\sin \kappa & 0 \\ \sin \kappa & \cos \kappa & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Podobně jako v kapitole 1.1 získáme eliminací úhlu β a řešením úplné trigonometrické rovnice pro $\kappa(\varphi)$ výraz

$$\kappa = 2 \operatorname{arctg} \left(\frac{B \pm \sqrt{A^2 + B^2 - C^2}}{A + C} \right), \quad (115)$$

kde

$$\begin{aligned} A &= 2a_r a \cos \varphi - 2x_r a_r, \\ B &= 2a_r a \sin \varphi + 2y_r a_r, \end{aligned} \quad (116)$$

$$C = -a^2 - 2y_r a \sin \varphi - y_r^2 - a_r^2 + 2x_r a \cos \varphi - x_r^2 + b_r^2.$$

Protože řešení je dvojznačné, opět provedeme diskuzi. Náhon regulátoru je navržen tak, že pro $\varphi = 0$ je i $\alpha = 0$ (toto nastavení lze seřídít nastavením délky těhlice regulátoru). Pokud je tedy délka těhlice správně seřizena, musí pro $\varphi = 0$ a $\alpha = 0$ být čitatel argumentu funkce arctg roven nule, pro $\varphi = 0$ je $B = 2y_r a_r > 0$. Pro splnění požadavku $\varphi = 0$ a $\alpha = 0$ musí být ve výrazu pro κ spodní znaménko před odmocninou, tedy píšme

$$\kappa(\varphi) = 2 \operatorname{arctg} \left(\frac{B - \sqrt{A^2 + B^2 - C^2}}{A + C} \right). \quad (117)$$

Výrobce regulátoru dodal závislost průtoku vzduchu regulátorem na natočení ramínka regulátoru, přičemž v obou směrech (z pružiny do atmosféry, ze zásobníku do pružiny) bylo použito přetlaku 0,8 MPa a průtok byl realizován do atmosférického tlaku. Tato charakteristika je nepoužitelná v námi popisovaném matematickém modelu, bude nutné ji přepočítat na jinou charakteristiku. V této nové charakteristice bude nutné zohlednit fakt, že průtok vzduchu regulátorem může být jak podkritický, tak nadkritický.

Výrobce dodaná závislost byla měřena při nadkritickém proudění, protože pro poměr tlaku na vstupu (0,8 MPa) a protitlaku na výstupu při měření platí $p_{vst} / p_{vst} = 0,1 / (0,8 + 0,1) = 0,11111$, což je méně než kritický tlakový poměr, který se pro vzduch jen málo liší od hodnoty 0,5. Podle [4] můžeme za určitých zjednodušení, která jsou popsána tamtéž, pro hmotnostní průtok vzduchu napsat vztah

$$\dot{m} = \frac{\mu \cdot 2 \cdot S \cdot \psi_K}{\sqrt{R_p \cdot T_1}} \cdot \sqrt{p_2(p_1 - p_2)}, \quad (118)$$

kde $\dot{m} [\text{kg} \cdot \text{s}^{-1}]$ je hmotnostní průtok, $p_1 [\text{Pa}]$ je absolutní tlak na vstupu, $p_2 [\text{Pa}]$ je absolutní protitlak, $R_p [\text{J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}]$ je měrná plynová konstanta, $T_1 [\text{K}]$ je teplota vzduchu vstupujícího do regulátoru, $\psi_K [-]$ je kritický průtokový součinitel (podle [4] platí $\psi_K = 0,484$), $S [\text{m}^2]$ je průřez protékaného otvoru a $\mu [-]$ je ztrátový součinitel zohledňující ztráty při průtoku otvorem. Pro nadkritické proudění, kde přibližně platí $p_2 / p_1 = 0,5$ lze předchozí vztah upravit na

$$\dot{m} = \frac{\mu \cdot S \cdot \psi_K}{\sqrt{R_p \cdot T_1}} p_1. \quad (119)$$

Označme ještě $\mu \cdot S = S_{ekv}$, kde S_{ekv} je průřez, jímž by protékal vzduch beze ztrát, nazvěme ho ekvivalentním průtočným průřezem. Dostaneme

$$\dot{m} = \frac{S_{ekv} \cdot \psi_K}{\sqrt{R_p \cdot T_1}} p_1. \quad (120)$$

Nyní musíme přepočítat objemový průtok vzduchu expandovaného na atmosférický tlak na hmotnostní průtok. Předpokládáme-li, že průtok regulátorem je přibližně izo-entropický a že vzduch byl po průchodu regulátorem ideálně a bez ztrát zabrzděn, nezmění se průchodem regulátoru jeho klidová teplota (ve skutečnosti bude klidová teplota vlivem ztrát vyšší). Můžeme tedy napsat

$$\dot{m} = \frac{p_a \cdot \dot{V}}{R_p \cdot T_1}, \quad (121)$$

kde p_a [Pa] je atmosférický tlak na výstupu z regulátoru, $\dot{V}$ [$\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$] je objemový průtok vzduchu expandovaného na atmosférický tlak, T_1 [K] je absolutní teplota vzduchu na výstupu, uvažujme $T_1 = 293 \text{ K}$ a R_p [$\text{J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$] je měrná plynová konstanta. Tento vztah nevyjadřuje časovou derivaci stavové rovnice ideálního plynu, ale pouze výraz pro přepočet objemového průtoku na hmotnostní. Použitím vztahů (120) a (121) dostaneme

$$S_{ekv}(\kappa) = \frac{p_a \cdot \dot{V}(\kappa)}{p_1 \cdot \psi_K \sqrt{R_p \cdot T_1}}, \quad (122)$$

což je hledaná charakteristika, kterou je možné použít v matematickém modelu. Zohledníme-li možnost jak podkritického, tak nadkritického proudění vzduchu regulátorem, přičemž výtok do atmosféry budeme považovat vždy za nadkritický (přetlak v pružině by neměl klesnout pod 0,2 MPa, viz [3]), můžeme napsat

$$Q = \dot{m}(\kappa, p, p_a, p_z) = \frac{S_{ekv}(\kappa) \cdot \psi_K}{\sqrt{R_p \cdot T}} \cdot \begin{cases} -p & p > 2p_a, \kappa < 0 \\ \sqrt{p \cdot (p_z - p)} & p > 0,5p_z, \kappa > 0, \\ p_z & p < 0,5p_z, \kappa > 0 \end{cases} \quad (123)$$

kde p [Pa] je absolutní tlak vzduchu v pneumatické pružině, p_z [Pa] je absolutní tlak vzduchu v tlakovém zásobníku, p_a [Pa] je tlak vzduchu a $S_{ekv}(\kappa)$ [$\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$] je závislost ekvivalentní škrťací plochy na úhlu natočení ramínka regulátoru κ určená podle (122).

Polohový regulátor pružiny 1

Hmotnostní tok vzduchu mezi regulátorem a pružinou 1 můžeme s pomocí vztahů odvozených v této kapitole vyjádřit jako

$$Q_{1kor} = \dot{m}(\kappa, p_1, p_a, p_z) = \frac{S_{ekv}(\kappa) \cdot \psi_K}{\sqrt{R_p \cdot T}} \cdot \begin{cases} -p_1 & p > 2p_a, \kappa < 0 \\ \sqrt{p_1 \cdot (p_z - p_1)} & p > 0,5p_z, \kappa > 0, \\ p_z & p < 0,5p_z, \kappa > 0 \end{cases} \quad (124)$$

kde p_1 [Pa] je absolutní tlak vzduchu v pneumatické pružině 1, ostatní proměnné byly popsány dříve. Poznamenejme ještě, že tok vzduchu do pružiny považujeme za kladný a tok z pružiny za záporný, proto je v případě vypouštění vzduchu z pružiny do atmosféry (pro $\kappa < 0$) ve vztahu (124) záporné znaménko.

Polohový regulátor pružiny 2

Jak bylo poznamenáno na začátku kapitoly 3, je polohový regulátor pružiny 2 nastaven opačně než polohový regulátor pružiny 1. Pro hmotnostní tok mezi pružinou 2 a regulátorem píšeme podobně jako v předchozím případě

$$Q_{1kor} = \dot{m}(\kappa, p_2, p_a, p_z) = \frac{S_{ekv}(\kappa) \cdot \psi_K}{\sqrt{R_p \cdot T}} \cdot \begin{cases} -p_2 & p_2 > 2p_a, \kappa > 0 \\ \sqrt{p_2 \cdot (p_z - p_2)} & p_2 > 0,5p_z, \kappa < 0, \\ p_z & p_2 < 0,5p_z, \kappa < 0 \end{cases} \quad (125)$$

všimněme si, že znaménka u κ na pravé straně výrazu jsou obráceně v porovnání s předchozím případem.

Polohový regulátor pružiny 2 byl do systému zaveden pro případné další úvahy, při simulacích odezvy systému na vertikální kinematické buzení ho však nebudeme používat. Systém využívající dvou regulátorů, tak jak je popsáno v této kapitole, pro regulaci polohy v jedné souřadnici, je přeurčený a jeho chování by mohlo být nestabilní. Rozbor tohoto uspořádání regulace dvojčinné pneumatické pružiny je mimo rozsah této práce.

Tímto jsou odvozeny vztahy a rovnice popisující chování pneumatických pružin. Tyto rovnice a vztahy můžeme připojit k pohybové rovnici mechanického systému a dále s nimi pracovat.

4 Kompletace matematického modelu

V kapitole 1 byly odvozeny vztahy popisující kinematiku vodícího mechanismu, v kapitole 2 pak byly tyto vztahy použity pro sestavení pohybové rovnice mechanismu a vyjádření vnějších sil resp. momentů na mechanismus působících. V kapitole 3 byly odvozeny vztahy popisující chování pneumatického pružení. K pohybové rovnici (22) vodícího mechanismu přidáme rovnice (109) a (111), které popisují chování vzduchu v pneumatickém systému. Tyto rovnice jsou s pohybovou rovnicí propojeny pomocí tlaků vzduchu v pneumatických pružinách, které figurují ve vztazích pro síly vyvozené pneumatickými pružinami na mechanický systém. Tím dostáváme soustavu tří diferenciálních rovnic, první (pohybová) je druhého řádu a zbylé dvě rovnice pružin jsou prvního řádu, jejichž řešením můžeme simulovat chování celého systému. Všechny tyto vztahy a rovnice byly sestaveny v programovém prostředí MAPLE 11.

Odvozené rovnice jsou zatím obecného charakteru, nejsou v nich explicitně zavedeny rozměry, hmotnosti členů mechanismu, jejich momenty setrvačnosti a jiné konstanty. V některých případech byly hodnoty dosazeny, jako například při generování grafů závislosti, nicméně tyto hodnoty nebyly důsledně uváděny. Dále v rovnicích chybí charakteristiky pružin, tlumiče, pryžových dorazů a regulátorů. Tyto charakteristiky, stejně jako rozměry, setrvačné vlastnosti členů mechanismu a další konstanty budou uvedeny v této kapitole.

4.1 Rozměry mechanismu

Rozměry mechanismu byly určeny podle počítačového třídimenziálního modelu vytvořeného v software Autodesk Inventor, který byl dodán jako podklad pro tuto práci. V tabulce 1 jsou uvedeny rozměry mechanismu, které byly dosazeny do matematického modelu. Rozměry jsou uvedeny v milimetrech, ale do matematického modelu byly dosazovány převedené na metry, aby se předešlo konfliktům v rovnicích, protože rovnice pružin jsou odvozeny ze stavové rovnice pro ideální plyn, v níž jsou uvažovány základní jednotky SI.

Tabulka 1: Rozměry mechanismu

Označení	Rozměr	Popis
a	400 mm	Délka horního a dolního ramene
b	210 mm	Délka těhlice spojené s ložnou plochou
c	$-66 \text{ mm} \div 16 \text{ mm}$	Posuv osy spodního ramene, jímž je možné nastavit sklon ložné plochy
r_{OA_x}	288 mm	Rozměr uložení pružiny 1 na horním rameni
r_{OA_y}	53 mm	Rozměr uložení pružiny 1 na horním rameni
r_{OB_x}	288 mm	Rozměr uložení pružiny 1 na podstavci
r_{OB_y}	105 mm	Rozměr uložení pružiny 1 na podstavci
r_{OC_x}	20 mm	Rozměr uložení pružiny 2 na horním rameni
r_{OC_y}	110 mm	Rozměr uložení pružiny 2 na horním rameni
r_{OD_x}	56 mm	Rozměr uložení pružiny 2 na podstavci
r_{OD_y}	110 mm	Rozměr uložení pružiny 2 na podstavci
r_{OF_x}	303 mm	Rozměr uložení tlumiče na podstavci
r_{OF_y}	268 mm	Rozměr uložení tlumiče na podstavci
d	52 mm	Rozměr uložení tlumiče na horním rameni
α	30°	Rozměr uložení tlumiče na horním rameni
l_{10}	145 mm	Statická délka pružiny 1
l_{20}	75 mm	Statická délka pružiny 2
a_r	67 mm	Délka ramínka regulátoru
b_r	123,76 mm	Délka těhlice regulátoru
x_r	453,3 mm	Rozměr umístění tělesa regulátoru
y_r	123 mm	Rozměr umístění tělesa regulátoru

4.2 Setrvačné parametry členů mechanismu

Setrvačné parametry mechanismu jsou hmotnosti jednotlivých členů, jejich momenty setrvačnosti vzhledem k těžišti a polohy těžiště v jejich lokálním souřadném systému. Lokální souřadné systémy jsou zobrazeny na Obr. 2 na straně 11, setrvačné parametry jsou uvedeny v tabulce 2.

Tabulka 2: Setrvačné charakteristiky členů mechanismu

Označení	Rozměr	Popis
m_2	11,037 kg	Hmotnost horního ramene
m_3	205,236 kg	Hmotnost soustavy ložná plocha, lehátko, pacient
m_4	2,446 kg	Hmotnost spodního ramene
J_{2T}	$229656,276 \cdot 10^{-6} \text{ kg.m}^2$	Moment setrvačnosti horního ramene vzhledem k jeho těžišti
J_{3T}	$64,0457 \text{ kg.m}^2$	Moment soustavy ložná plocha, lehátko, pacient vzhledem k těžišti této soustavy
J_{4T}	$41122,02 \cdot 10^{-6} \text{ kg.m}^2$	Moment setrvačnosti spodního ramene vzhledem k jeho těžišti
x_{T2}	182,144 mm	x-ová souřadnice těžiště horního ramene vzhledem k jeho LSS*
y_{T2}	-8,271 mm	y-ová souřadnice těžiště horního ramene vzhledem k jeho LSS
x_{T3}	122,92 mm	x-ová souřadnice těžiště soustavy ložné plochy vzhledem k jejímu LSS
y_{T3}	298,48 mm	y-ová souřadnice těžiště soustavy ložné plochy vzhledem k jejímu LSS
x_{T4}	0 mm	x-ová souřadnice těžiště spodního ramene vzhledem k jeho LSS
y_{T4}	187,724 mm	y-ová souřadnice těžiště spodního ramene vzhledem k jeho LSS

* LSS – lokální souřadný systém

Způsob výpočtu hmotnosti, momentu setrvačnosti vzhledem k těžišti a polohy těžiště soustavy „ložná plocha – lehátko – pacient“ byl popsán v kapitole 2.2. Setrvačné parametry členů mechanismu byly určeny v programu Autodesk Inventor z trojdimenzionálního počítačového modelu geometrie mechanismu. Parametry pacienta byly použity z modelu pacienta, který je součástí základního vybavení programu Autodesk Inventor. V případě lehátka byla známa jen jeho hmotnost podle [5], těžiště bylo odhadnuto doprostřed délky a přibližně do poloviny výšky složeného lehátka a moment setrvačnosti byl určen pro hmotnost rovnoměrně rozloženou po délce le-

hátka. V následující tabulce jsou uvedeny parametry členů soustavy „ložná plocha – lehátko – pacient“, souřadnice těžiště jsou vztaženy k lokálnímu souřadnému systému členu 3.

Tabulka 3: Setrvačné parametry soustavy ložné plochy

Označení	Rozměr	Označení	Rozměr
m_{LEH}	45 kg	$x_{T_{LEH}}$	110,5 mm
m_{CLO}	83,336 kg	$y_{T_{LEH}}$	305 mm
m_{LP}	76,9 kg	$x_{T_{CLO}}$	14,15 mm
J_{CLO}	13,511 kg.m ²	$y_{T_{CLO}}$	481,144 mm
J_{LEH}	14,259 kg.m ²	$x_{T_{LP}}$	248,061 mm
J_{LP}	28,165 kg.m ²	$y_{T_{LP}}$	96,701 mm

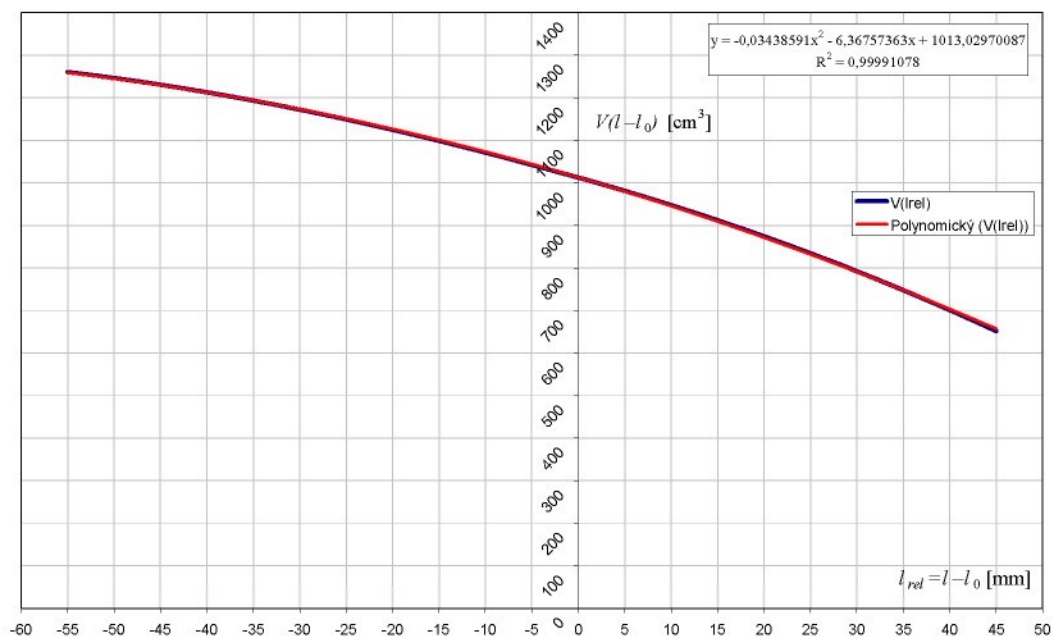
4.3 Charakteristiky prvků systému

Jedná se o charakteristiky pneumatických pružin, regulátoru, tlumiče, momentu pryžových dorazů a případně momentu pasivních odporů. Tyto charakteristiky byly do matematického modelu zavedeny v podobě matematických funkcí jimiž byla aproximována data z experimentů, jiných simulací nebo dodaná výrobcem.

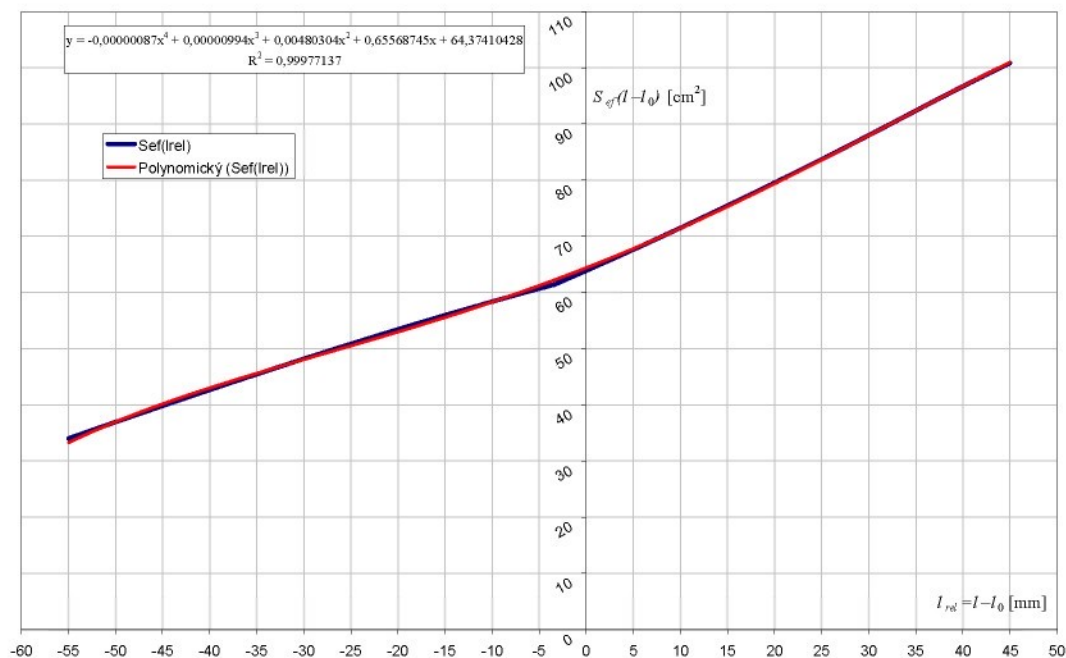
Charakteristiky pružiny 1

V případě pneumatických pružin se jedná o závislost objemu pneumatické pružiny v závislosti na délce pružiny. Podle [2], [3] a [6] je objem vlnovcové pneumatické pružiny velmi málo nebo není vůbec závislý na tlaku vzdušiny v pružině. Stejně tak je na tlaku velmi málo závislá tzv. efektivní plocha vlnovcové pneumatické pružiny (105). Charakteristiky pneumatické pružiny 1 byly v programu Microsoft Office Excel aproximovány polynomiální regresí (v terminologii Microsoft Office tzv. „Spojnice trendů“), jejíž rovnice byla aplikována v matematickém modelu. Stupeň aproximačního polynomu byl volen tak, aby tzv. hodnota spolehlivosti byla co nejblíže jedné. Na Obr. 21 je zobrazeno porovnání objemové charakteristiky pružiny 1 dodané výrobcem s polynomiální aproximační křivkou. V pravém horním rohu obrázku je vypsána rovnice aproximačního polynomu. V tomto případě postačoval polynom druhého stupně pro velmi dobrou aproximaci. Na Obr. 22 je závislost efektivní plochy pružiny 1 na její délce, v obrázku je vypsán i aproximační polynom.

V tomto případě bylo zapotřebí požit polynomu čtvrtého stupně pro dobrou aproximaci dat.



Obr. 21 Objemová charakteristika pružiny Dunlop 4½“×3

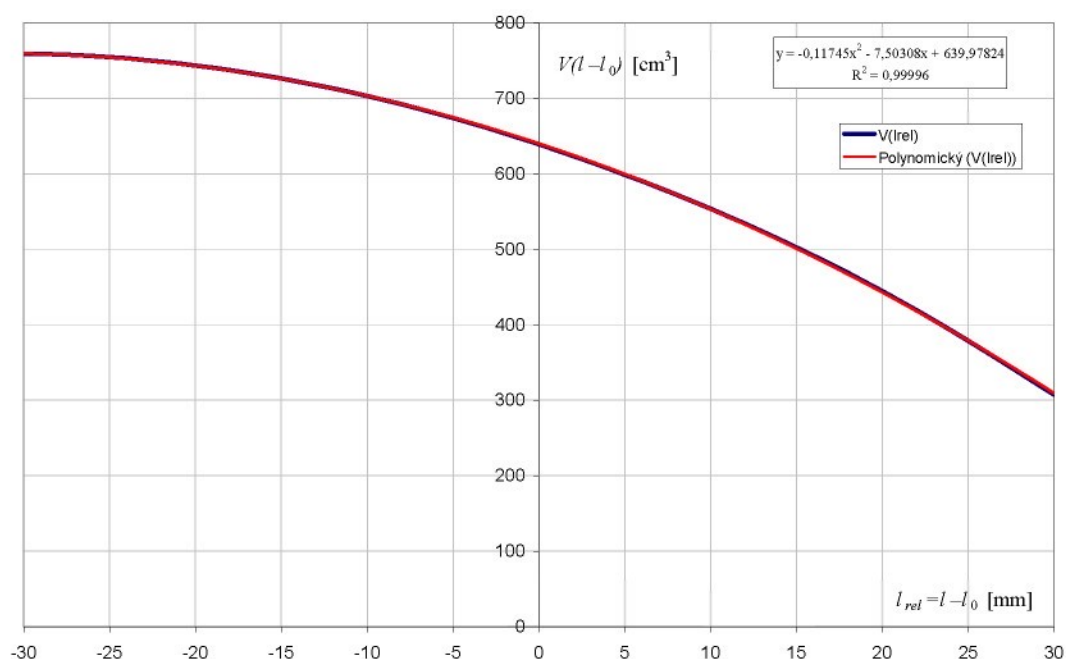


Obr. 22 Efektivní plocha pružiny Dunlop 4½“×3

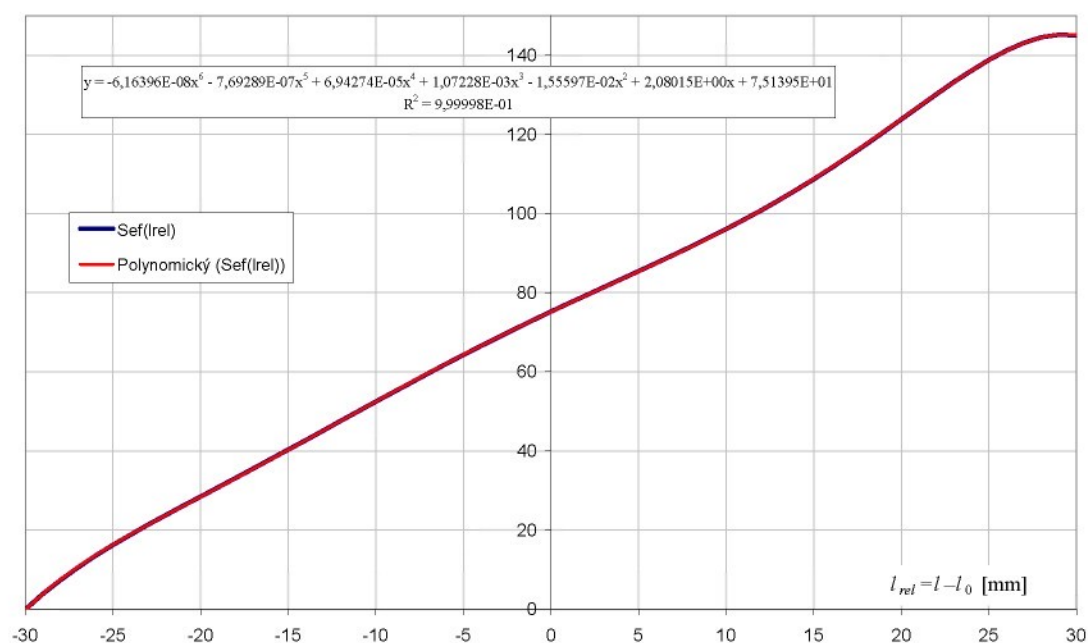
V obou těchto charakteristikách výrobce použil symboliky takové, že natahování pružiny má pro relativní délku záporné znaménko a její stlačování znaménko kladné. To je symbolika opačná k symbolice použité v této práci, proto byly charakteristiky v matematickém modelu obráceny.

Charakteristiky pružiny 2

Opět uvedeme podobné charakteristiky jako u předchozí pružiny. V grafech jsou uvedeny rovnice aproximačních polynomů. Pro stlačování pružiny je $l_{rel} > 0$ a pro natahování je $l_{rel} < 0$, do matematického modelu byly opět charakteristiky upraveny, tak aby stlačování pružiny znamenalo kladné l_{rel} a opačně.



Obr. 23 Objemová charakteristika pružiny Rubena 130/1



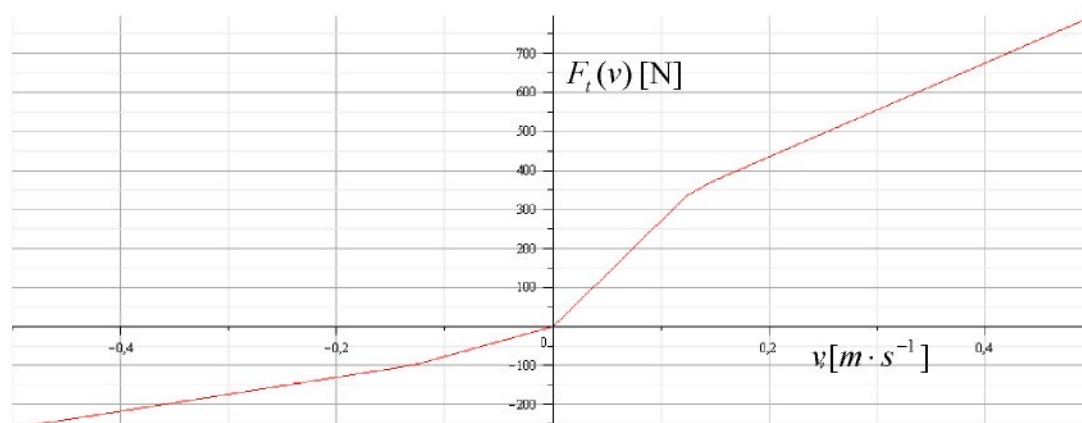
Obr. 24 Efektivní plocha pružiny Rubena 130/1

Ještě poznamenejme, že aproximační polynomy křivek efektivních ploch a objemů pneumatických pružin vznikly s požadavkem na co nejlepší aproximaci závislostí, které byly k oběma pružinám dodány z Katedry částí a mechanismů strojů Fakulty strojní Technické univerzity v Liberci. Jejich stupeň tedy neodpovídá realitě, protože polynom závislosti objemu na zdvihu by měl být o stupeň vyššího řádu než polynom závislosti efektivní plochy na zdvihu. To dokládá vztah (104) na straně 41.

Statická rychlostní charakteristika tlumiče

Statická rychlostní charakteristika tlumiče je geometrické místo maxim silы tlumiče při maximální rychlosti jeho relativního zdvihu. Obvykle je přitom definován vstupní signál a jeho realizace na příslušném zkušebním zařízení (mechanickém, nebo hydraulickém).

Konstruktor navrhl použití tlumiče PTA 26×110, jedná se o tlumič určený pro podvozek vozů Škoda 105 a 120, tento tlumič se dnes již nepoužívá ani nevyrábí. Navíc se u někdejšího výrobce nepodařilo získat rychlostní charakteristiku. V modelu bylo použito tlumiče přibližně podobných vlastností a odpovídajících rozměrů. Charakteristika použitá v matematickém modelu náleží tlumiči 27×110 z vozů Škoda Felicia 1,3. Výrobce dodal charakteristiku ve tvaru lomené čáry. Kladná rychlost představuje natahování tlumiče a záporná jeho stlačování.

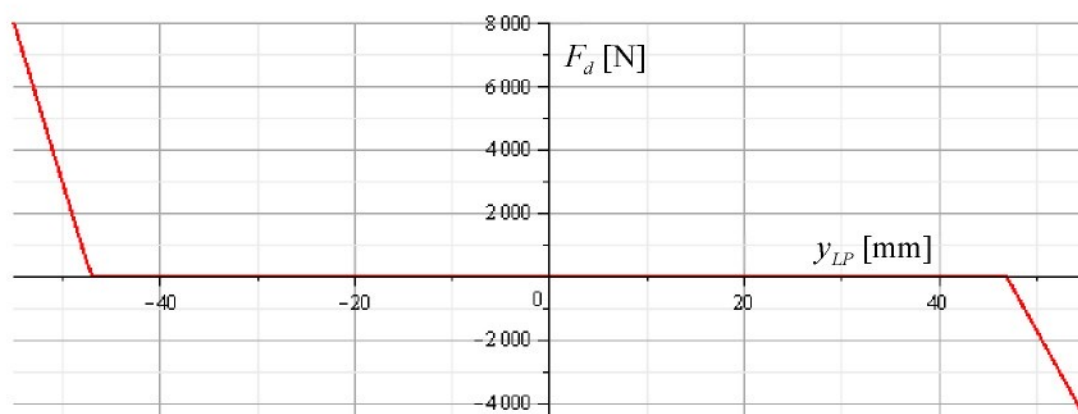


Obr. 25 Charakteristika tlumiče

Charakteristika pryžových dorazů

Moment pryžových dorazů byl do matematického modelu zaveden ve zjednodušené formě. Síla vyvozená při deformaci pryžových dorazů je obecně nelineární, ale pro zjednodušení byly charakteristiky nahrazeny lineárními závislostmi. Pokud je relativní výchylka systému menší než výchylka, při které by byl pohyb omezen pry-

žovými dorazy, není chování systému těmito nijak ovlivněno. Cílem zavedení momentů pryžových dorazů bylo napodobení chování mechanismu při velkých relativních výchylkách. Na Obr. 26 je zobrazena závislost síly vyvozené pryžovými dorazy na relativní výchylce ložné plochy. Vlevo je charakteristika spodního dorazu, který je větší než horní, protože síly na něj působící při výchylce mechanismu směrem dolů jsou složeny ze setrvačné síly pohybu a tíhy soustavy ložné plochy, lehátka a pacienta. Na rozdíl od toho jsou v horním dorazu setrvačné síly naopak sníženy o tuto tíhu. Proto je také spodní doraz tvrdší než doraz horní.



Obr. 26 Charakteristika pryžových dorazů

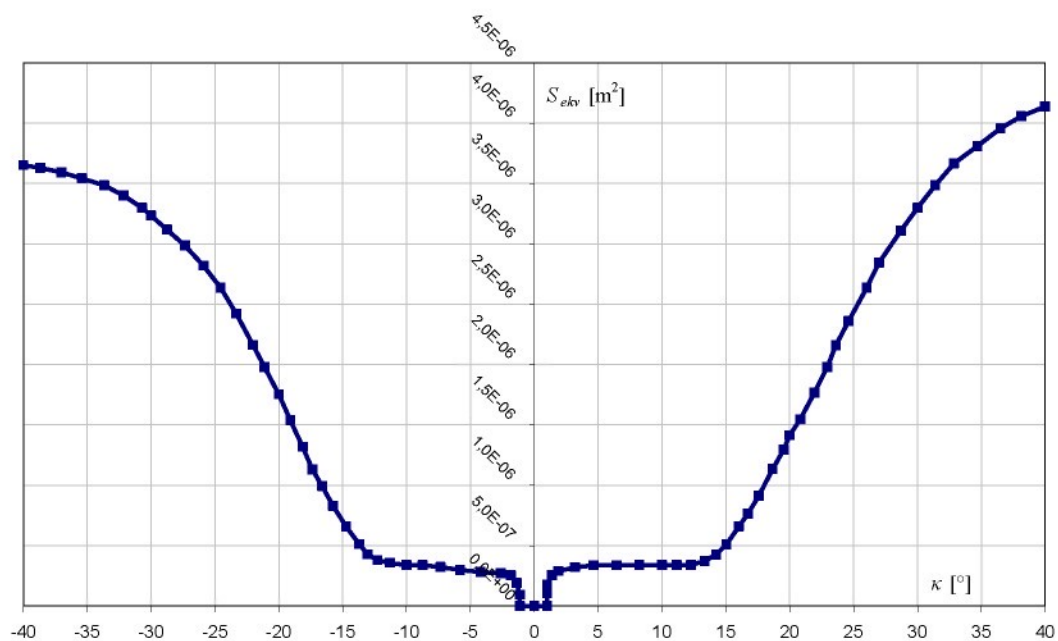
Moment pasivních odporů

Charakteristika momentu pasivních odporů byla do matematického modelu zavedena pouze přibližně, protože jak bylo uvedeno v kapitole 2.4, při aplikaci Lagrangeových rovnic druhého druhu není možné exaktně pasivní odpory do systému zavést. Zkusmo byla síla F_{po} ze vztahu (99) na straně 37 zvolena 30 N.

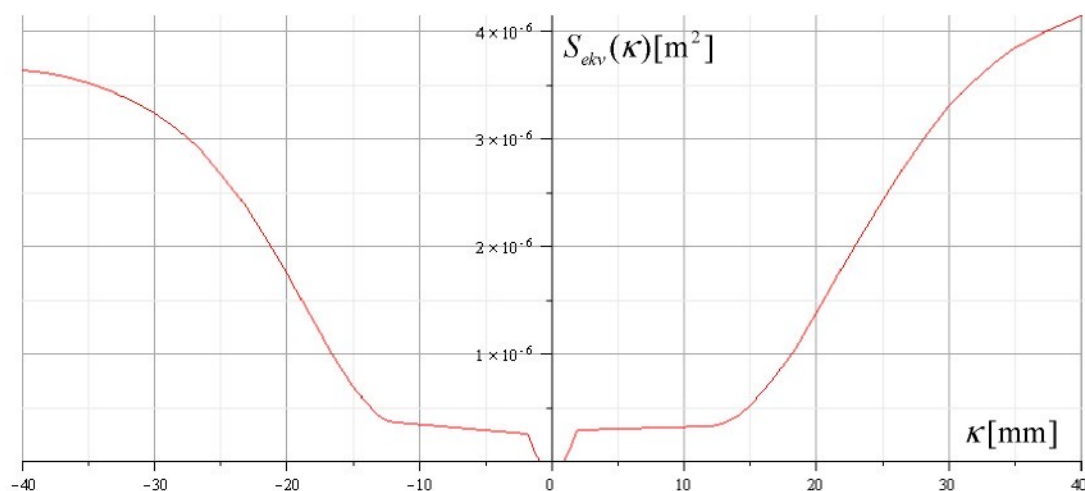
Charakteristika regulátoru

Získání charakteristiky regulátoru bylo popsáno v kapitole 3.2. Závislost dodávaného objemu expandovaného vzduchu na natočení ramínka regulátoru byla upravena na závislost ekvivalentního průtočného průřezu (bližší v kapitole 3.2) na natočení ramínka regulátoru. Tato závislost byla následně nahrazena několika funkcemi. Křivkové části charakteristiky byly nahrazeny polynomickými funkcemi a přibližně lineární části charakteristiky byly nahrazeny lineárními funkcemi.

Na Obr. 27 je charakteristika $S_{ekv}(\kappa)$, která vznikla způsobem popsaným v kapitole 3.2 z charakteristiky regulátoru dodané výrobcem. Na Obr. 28 vidíme náhradu charakteristiky regulátoru, tak jak byla použita v matematickém modelu.



Obr. 27 Charakteristika regulátoru



Obr. 28 Charakteristika regulátoru nahrazená jednoduchými funkcemi

4.4 Fyzikální konstanty a jiné číselné parametry systému

V matematickém modelu popisovaného systému se vyskytují dvě fyzikální konstanty:

1. tíhové zrychlení, $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$,
2. měrná plynová konstanta, $R_p = 287 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ (tato fyzikální konstanta se obvykle označuje písmenem r , ale v mechanice pevných těles se toto označení používá pro označení poloměru, nebo radiusvektoru).

Dalšími parametry mechanického systému jsou:

- atmosférický tlak, $p_a = 10^5 \text{ Pa}$,
- teplota vzduchu v pneumatickém systému, $T = 293,15 \text{ K}(= 20^\circ\text{C})$, přičemž uvažujeme izotermické děje v pružinách,
- absolutní tlak vzduchu v zásobníku, $p_z = 8 \cdot 10^5 \text{ Pa}$.

5 Numerická simulace úplného systému

Matematický model mechanického systému, který byl sestaven podle předchozích kapitol, je možné použít pro simulace dynamického chování mechanického systému. Diferenciální rovnice jsou nelineární, to je způsobeno použitím nelineárních prvků systému (pneumatické pružiny, tlumič, samotný mechanismus), pasivními odpory a samozřejmě také regulací. Exaktní řešení nelineárních diferenciálních rovnic je možné pouze v některých speciálních případech. U tohoto mechanického systému je řešení rovnic popisujících jeho chování možné pouze numericky. Programové prostředí Maple používá nejčastěji Runge-Kuttových metod numerického řešení nelineárních obyčejných diferenciálních rovnic a jejich soustav.

5.1 Charakteristická rovnice linearizovaného systému a její kořeny

Dříve než se pustíme do numerických simulací chování mechanického systému, bude užitečné sestavit charakteristickou rovnici popisovaného mechanického systému. Pro sestavení charakteristické rovnice, je nutné nejdříve diferenciální rovnice (22), (109) a (111) linearizovat. Označme rovnice po řadě jak byly právě vypsány R_1 , R_2 a R_3 , přičemž každá z nich je funkcí $\varphi(t)$, $p_1(t)$, $p_2(t)$ a jejich prvních a druhých časových derivací. Systém obyčejných lineárních diferenciálních rovnic s konstantními koeficienty můžeme napsat ve tvaru

$$\mathbf{A}\ddot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{B}\dot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{C}\mathbf{q}(t) = \mathbf{f}_0(t), \quad (126)$$

kde $\mathbf{A}$ je matice setrvačných účinků, $\mathbf{B}$ je matice tlumení, $\mathbf{C}$ je matice tuhosti, $\mathbf{f}_0(t)$ je vektor buzení a $\mathbf{q}(t)$ je vektor závislostí $\varphi(t)$, $p_1(t)$, $p_2(t)$.

Linearizaci rovnic R_1 , R_2 a R_3 provedeme podle [7] ve dvou stupních. Prvním stupněm je tzv. trigonometrická linearizace, při níž uplatníme vztahy

$$\sin \varphi = \varphi, \quad \cos \varphi = 1, \quad (127)$$

které přibližně platí pro malé úhly φ . Druhý stupeň linearizace spočívá v zanedbání členů vyššího řádu. Můžeme napsat:

$$A_{i,j} = \left. \frac{\partial R_i}{\partial \ddot{q}_j} \right|_{q_i = q_{i0}, \dot{q}_i = 0, \ddot{q}_i = 0, y_0(t) = 0}, \quad (128)$$

$$B_{i,j} = \left. \frac{\partial R_i}{\partial \dot{q}_j} \right|_{q_i=q_{i0}, \dot{q}_i=0, \ddot{q}=0, y_0(t)=0}, \quad (129)$$

$$C_{i,j} = \left. \frac{\partial R_i}{\partial q_j} \right|_{q_i=q_{i0}, \dot{q}_i=0, \ddot{q}=0, y_0(t)=0}, \quad (130)$$

$$f_i = R_i(q_i = q_{i0}, \dot{q}_i = 0, \ddot{q} = 0), \quad (131)$$

kde $q_1 = \varphi(t)$, $q_2 = p_1(t)$, $q_3 = p_2(t)$ a q_{i0} jsou hodnoty $\varphi(t=0)$, $p_1(0)$, $p_2(0)$, přesněji hodnoty souřadnice φ a tlaku v pružinách v požadované rovnovážné poloze mechanismu.

Charakteristický polynom můžeme s užitím předchozích vztahů napsat ve tvaru

$$\det(\mathbf{A}\lambda^2 + \mathbf{B}\lambda + \mathbf{C}). \quad (132)$$

je to polynom čtvrtého řádu a jeho kořeny nalezneme řešením rovnice

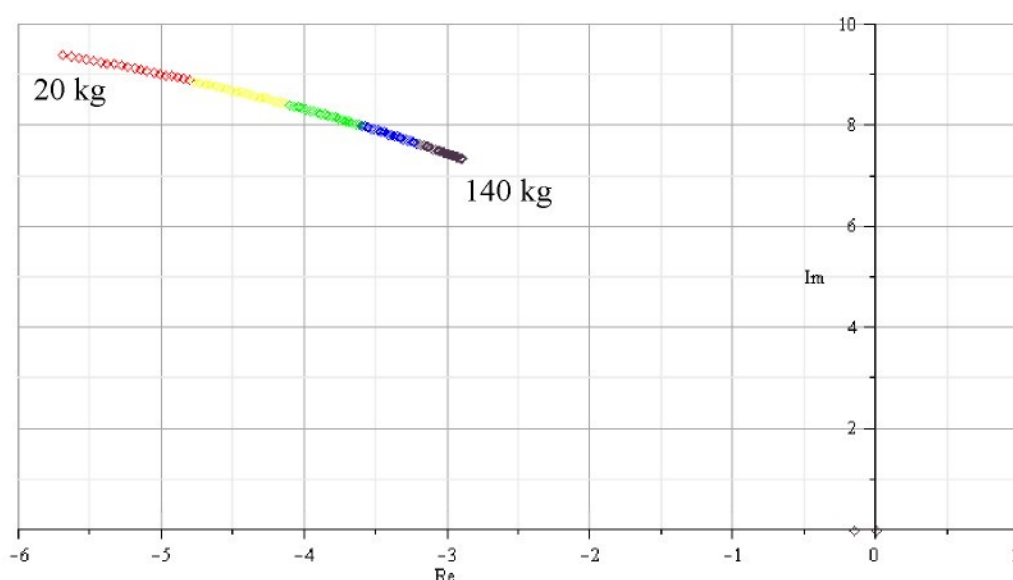
$$\det(\mathbf{A}\lambda^2 + \mathbf{B}\lambda + \mathbf{C}) = 0. \quad (133)$$

Kdybychom tímto postupem zpracovali rovnice matematického modelu přesně s charakteristikami, které byly uvedeny v kapitole 4, nebyly by některé vlivy v linearizovaném systému vůbec zahrnuty. Charakteristika tlumiče nemá při nulové rychlosti derivaci a proto by v linearizovaném systému nebyla zahrnuta. Dále pak charakteristiky regulátoru mají v okolí rovnovážné polohy tzv. pásmo necitlivosti a jejich derivace je v okolí rovnovážné polohy nulová. Také průběh momentu pasivních odporů by značně znehodnotil linearizovaný systém, protože je nahrazen funkcí $\arctg$ viz (100), jejíž první derivace v nule má vysokou hodnotu, linearizovaný systém by tím pádem měl nastaveno velmi vysoké tlumení. Statická rychlostní charakteristika tlumiče z kapitoly 4.3 proto byla nahrazena lineární charakteristikou a její směrnice byla určena jako průměr směrnic částí lomené charakteristiky v okolí nulové rychlosti. Moment pasivních odporů nebyl do rovnic použitých pro linearizaci zahrnut vůbec. Vztah pro průtok plynu v regulátorech byl nahrazen vztahem, který znaménko určující směr průtoku vzduchu rozlišuje pomocí záporné hodnoty S_{ekv} v příslušných výchylkách. Následně byla závislost $S_{ekv}(\kappa)$ upravena tak, aby její část vlevo od nuly byla záporná a pak byla závislost nahrazena polynomem šestého stupně, jehož derivace v rovnovážné poloze je nenulová. Tímto se podařilo zanést vliv regulátoru, alespoň v omezené míře do linearizovaného systému.

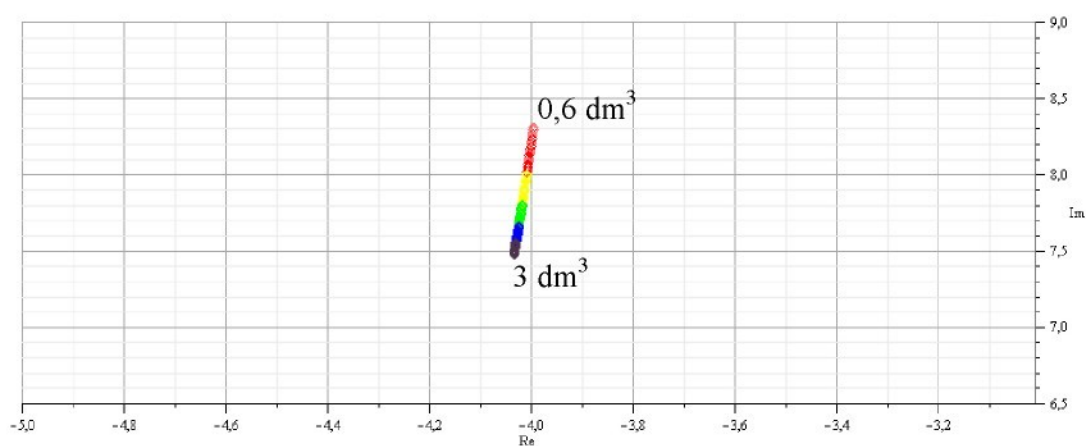
I při tomto postupu linearizace z rovnic zmizí závislost na počátečním tlaku v pružinách, takže není možné pomocí charakteristické rovnice řešit závislost vlast-

ních frekvencí na počátečním nastavení tlaků v pneumatických pružinách. Charakteristickou rovnici můžeme využít pro orientační zjištění vlastní frekvence mechanického systému. Případně pro posouzení stability systému.

Na následujícím obrázku vidíme závislost vlastních čísel na hmotnosti pacienta (je vykreslena jen polovina, druhá polovina je symetrická podle reálné osy) při nezměněné tuhosti pružin. Vpravo, blízko nuly, jsou vidět dva body, které jsou neměnné, jedná se o vlastní čísla příslušející systémům pneumatických pružin. Obě tato vlastní čísla jsou reálná a záporná. Tato vlastní čísla jsou nulová, odpojíme-li regulátory pružin. Vlastní frekvence jsou přibližně 1,21 Hz pro zatížení pacientem o hmotnosti 20 kg a 1,51 Hz pro pacienta o hmotnosti 140 kg.



Obr. 29 Závislost vlastních čísel na hmotnosti pacienta



Obr. 30 Závislost vlastních hodnot na změně přídavného objemu pružiny 1

Nyní ukažme vliv velikosti přídavného objemu na velikost vlastní frekvence. Na Obr. 30 je zobrazena závislost vlastních čísel na změně přídavného objemu. Pří-

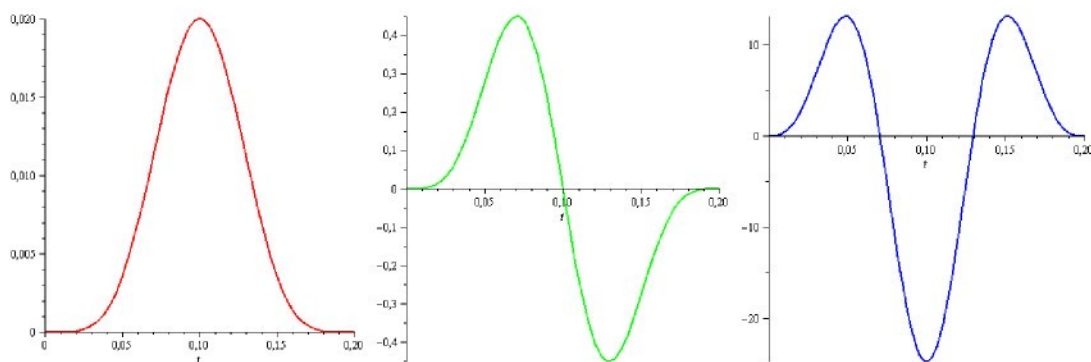
řidavý objem byl měněn v rozsahu $0,6 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$ (původní navržený objem) a $3 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$. Přesně dle předpokladu se zvýšení řidavného objemu projevilo snížením vlastní frekvence (pokles imaginární části komplexního vlastního čísla) z 1,22 Hz za použití řidavného objemu $0,6 \text{ dm}^3$ na přibližně 1,1 Hz při použití pětinásobného řidavného objemu. Zvětšení řidavného objemu pneumatické pružiny má za následek snížení její tuhosti a tím snížení vlastní frekvence. Nevýhodou velkého řidavného objemu jsou jeho zástavbové rozměry a požadavek krátkého potrubí spojujícího řidavný objem s pružinou.

5.2 Numerické simulace vertikálně buzeného systému

Vertikální buzení bylo do pohybové rovnice zavedeno v podobě funkce $y_0(t)$ (viz kapitola 1.1). Funkce $y_0(t)$ může být libovolná, protože se však v rovnicích vyskytuje ve své první i druhé derivaci, máme požadavek na existenci první i druhé derivace. Takový požadavek splňuje například funkce $1 - \cos(\omega \cdot t)$, snížíme-li její hodnotu vynásobením vhodnou konstantou a bude-li úhlová frekvence ω vysoká, můžeme touto funkcí nahradit strmý puls. Avšak druhá derivace této funkce je již nespojitá. Proto použijeme například funkci

$$y_0(t) = \begin{cases} A \sin^5\left(\frac{\pi}{t_p} \cdot t\right) & 0 \leq t < t_p, \\ 0 & t \leq t_p \end{cases}, \quad (134)$$

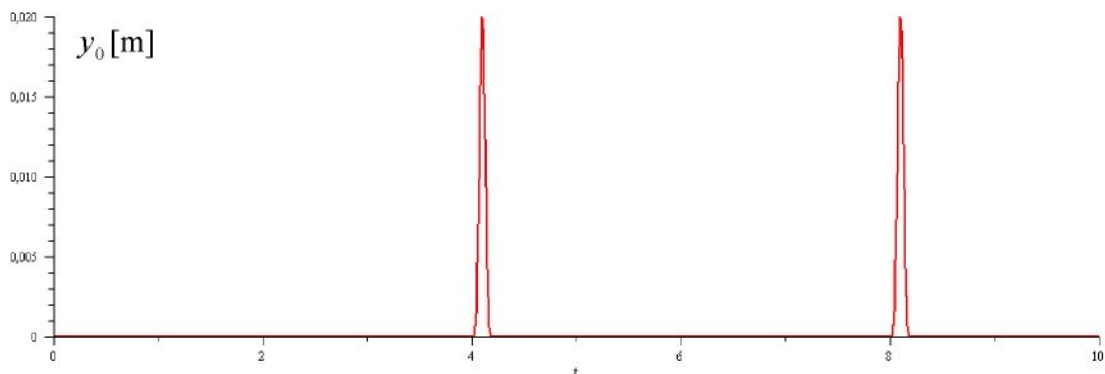
kde A [m] je výška impulsu, a t_p [s] je doba trvání impulsu. Tato funkce již má spojitou i druhou derivaci a její užití v simulacích v programu Maple je bezproblémové. Na Obr. 31 je příklad takového budícího signálu zobrazen, zleva průběh výchylky [m], rychlosti [$\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$] a zrychlení [$\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$].



Obr. 31 Příklad průběhu budícího signálu

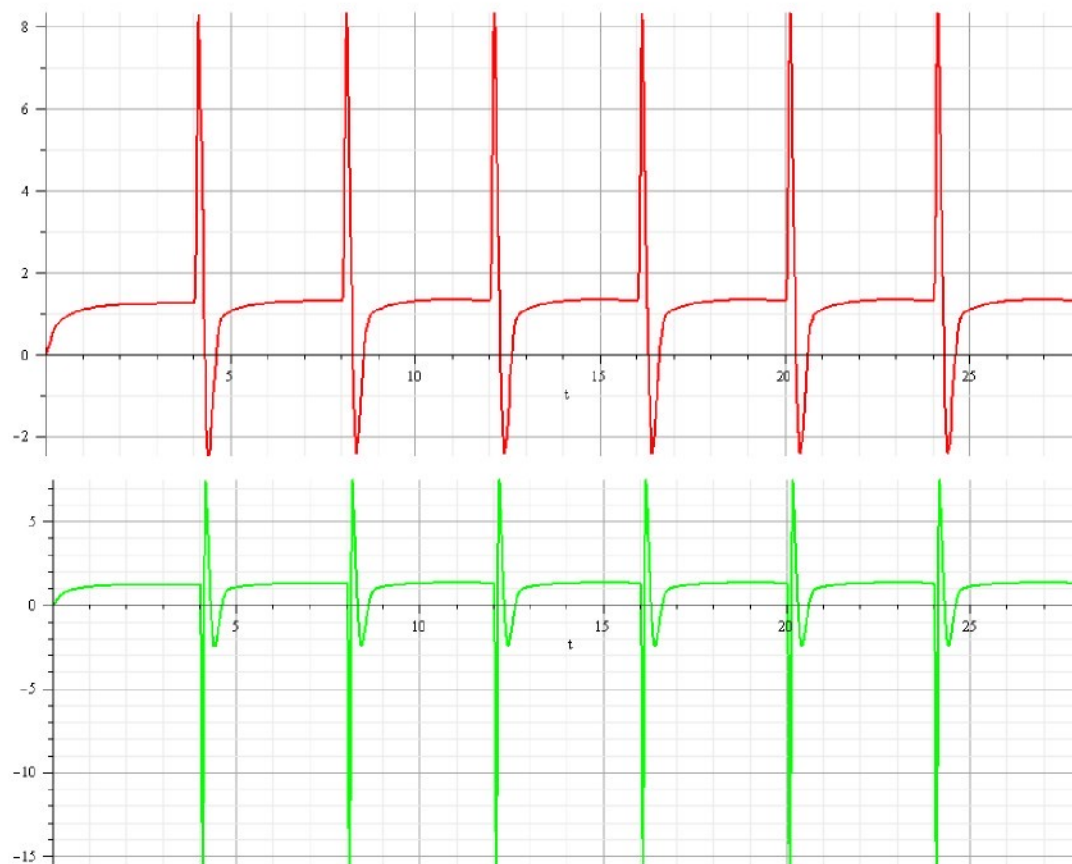
Simulace odezvy mechanického systému na několik impulzů

Byla provedena simulace odezvy mechanického systému na šest strmých impulzů výšky 20 mm podle Obr. 31 jdoucích po sobě s odstupem 4 s. Část průběhu výchylky budícího signálu je zobrazena na Obr. 32.



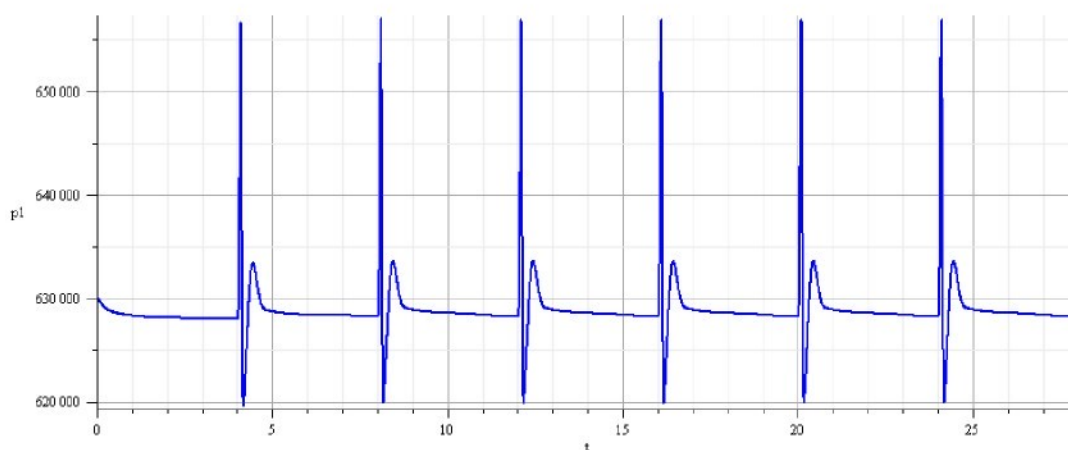
Obr. 32 Průběh budícího signálu

Simulace byla provedena s charakteristikami a hodnotami uvedenými v kapitole 4, počáteční tlaky v pneumatických pružinách byly nastaveny přibližně na hodnoty v rovnovážné poloze při $\varphi = 0$ ($p_{10} = 6,3 \cdot 10^5 \text{ Pa}$, $p_{20} = 3 \cdot 10^5 \text{ Pa}$, připomeňme, že se jedná o absolutní tlaky).



Obr. 33 Průběh absolutní a relativní výchylky ložné plochy

Na Obr. 33 jsou zobrazeny průběhy absolutní (horní část obrázku, červená křivka) a relativní (spodní část obrázku, zelená křivka) výchylky ložné plochy. Z těchto průběhů je dobře patrná vibroizolační funkce systému odpružení, zatímco budící výchylka činí 20 mm, absolutní výchylka ložné plochy ve svém maximu činí pouze 8 mm. Ustálení systému je díky disipacím na tlumiči a pasivních odporech rychlé. Poloha ložné plochy je však ustálena na vyšší hodnotě, než je požadována pro $\varphi = 0$, to je způsobeno pásmem necitlivosti regulátoru (pro $-1^\circ < \kappa < 1^\circ$, což činí přibližně $\pm 1,16$ mm na relativní výchylce ložné plochy).



Obr. 34 Průběh absolutního tlaku v pružině 1

Obr. 34 demonstuje průběh absolutního tlaku vzduchu v pneumatické pružině 1, průběh byl vygenerován pro kontrolu rozsahu tlaku při dynamickém zatížení systému.

Simulace odezvy systému na rozmítaný harmonický signál

Simulace odezvy mechanického nelineárního systému na tzv. rozmítaný harmonický signál je užitečná zvláště pro sledování rezonancí a přenosu systému v různých frekvenčních oblastech.

Popíšme si nejprve budící signál použitý pro tyto simulace. Jedná se o harmonickou funkci, jejíž frekvence se s časem pomalu mění. Pro tento účel s jistými výhradami postačuje funkce

$$y_0(t) = A \cdot \sin(c_f \cdot \pi \cdot t^2), \quad (135)$$

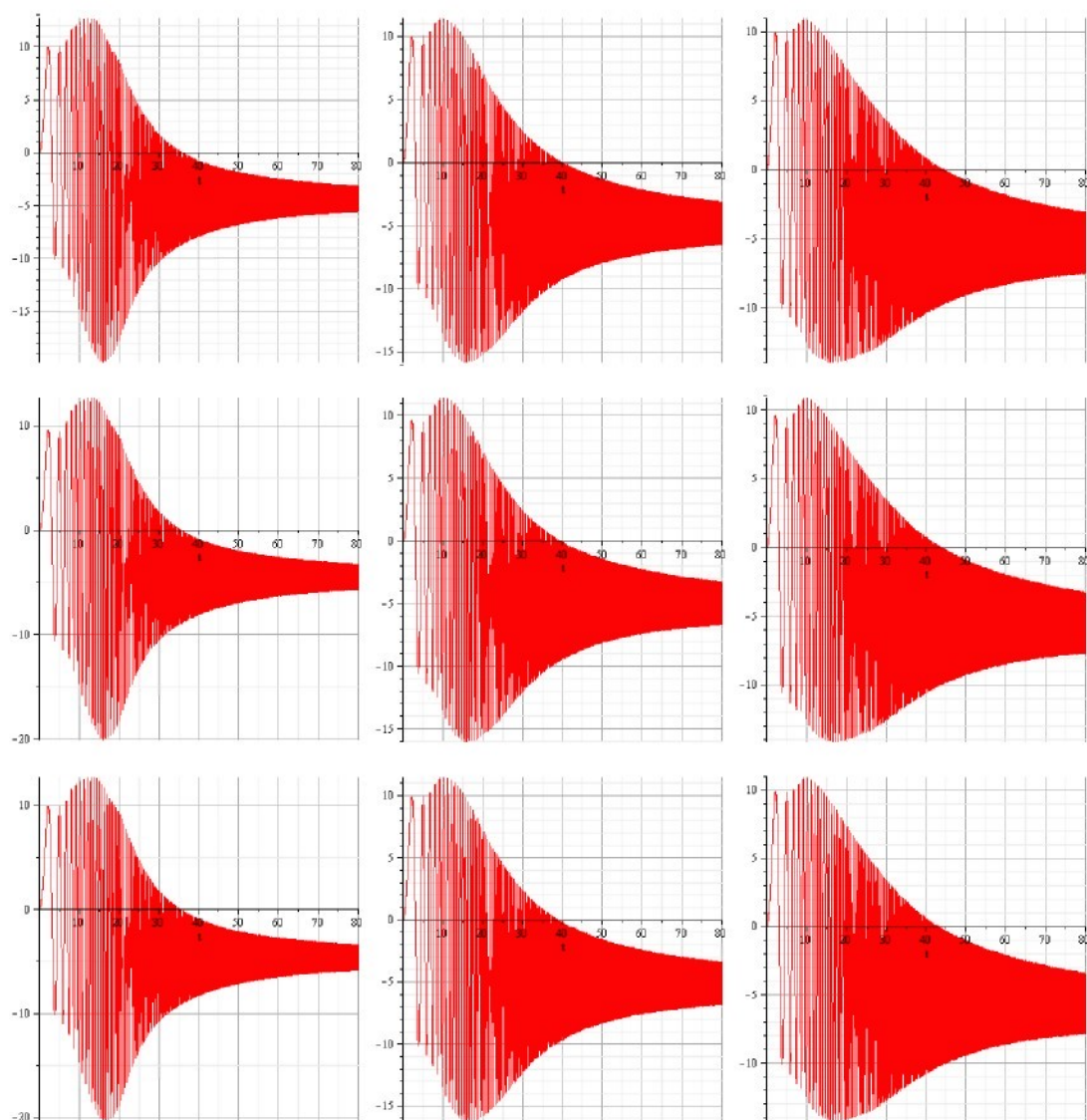
kde A [m] je amplituda budící výchylky frekvence a c_f je konstanta určující rychlost změny frekvence. Argument sinu je vlastně $\varphi(t)$, platí tedy

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt} = 2 \cdot c_f \cdot \pi \cdot t = 2 \cdot \pi \cdot f, \quad (136)$$

kde f je frekvence budícího signálu. Porovnáním $2 \cdot c_f \cdot \pi \cdot t = 2 \cdot \pi \cdot f$ získáme vztah, který určuje v jakém čase simulace je signál buzen určitou frekvencí. Platí tedy

$$f(t) = c_f \cdot t. \quad (137)$$

V následujících simulacích je použita funkce kinematického vertikálního buzení podle vztahu (135), kde bylo zvoleno $c_f = 0,1$ (frekvence tedy odpovídá desetinné hodnoty času) a amplituda budící výchylky $A = 0,01$ m (10 mm). Nevýhodou tohoto signálu je, že s rostoucím časem rychle roste amplituda rychlosti a zrychlení, což má v kombinaci s konstantní amplitudou výchylky za následek značný nárůst intenzity buzení.



Obr. 35 Absolutní výchylky ložné plochy v milimetrech při změně tlaku p_{20} a tuhosti tlumiče

S použitím výše uvedeného budicího signálu byla provedena série simulací, při různých tuhostech tlumiče a různých počátečních tlacích v pružině 2. Základní statická rychlostní charakteristika použitého tlumiče (Obr. 25) byla vynásobena konstantou, v případě simulací v levém sloupci na Obr. 35 byla konstanta ponechána rovna jedné, pro simulace v prostředním sloupci byla konstanta zvolena rovna 1,5 a v pravém sloupci jsou průběhy simulací s nejtvrdějším nastavením tlumiče (konstanta je rovna dvěma). V prvním řádku průběhů na Obr. 35 jsou průběhy simulací s nastavením tlaku $p_{20} = 2 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ (přetlak 0,1 MPa), v prostředním řádku jsou zobrazeny výsledky simulací při $p_{20} = 3 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ a ve spodním řádku jsou uvedeny simulace provedené při tlaku $p_{20} = 4 \cdot 10^5 \text{ Pa}$.

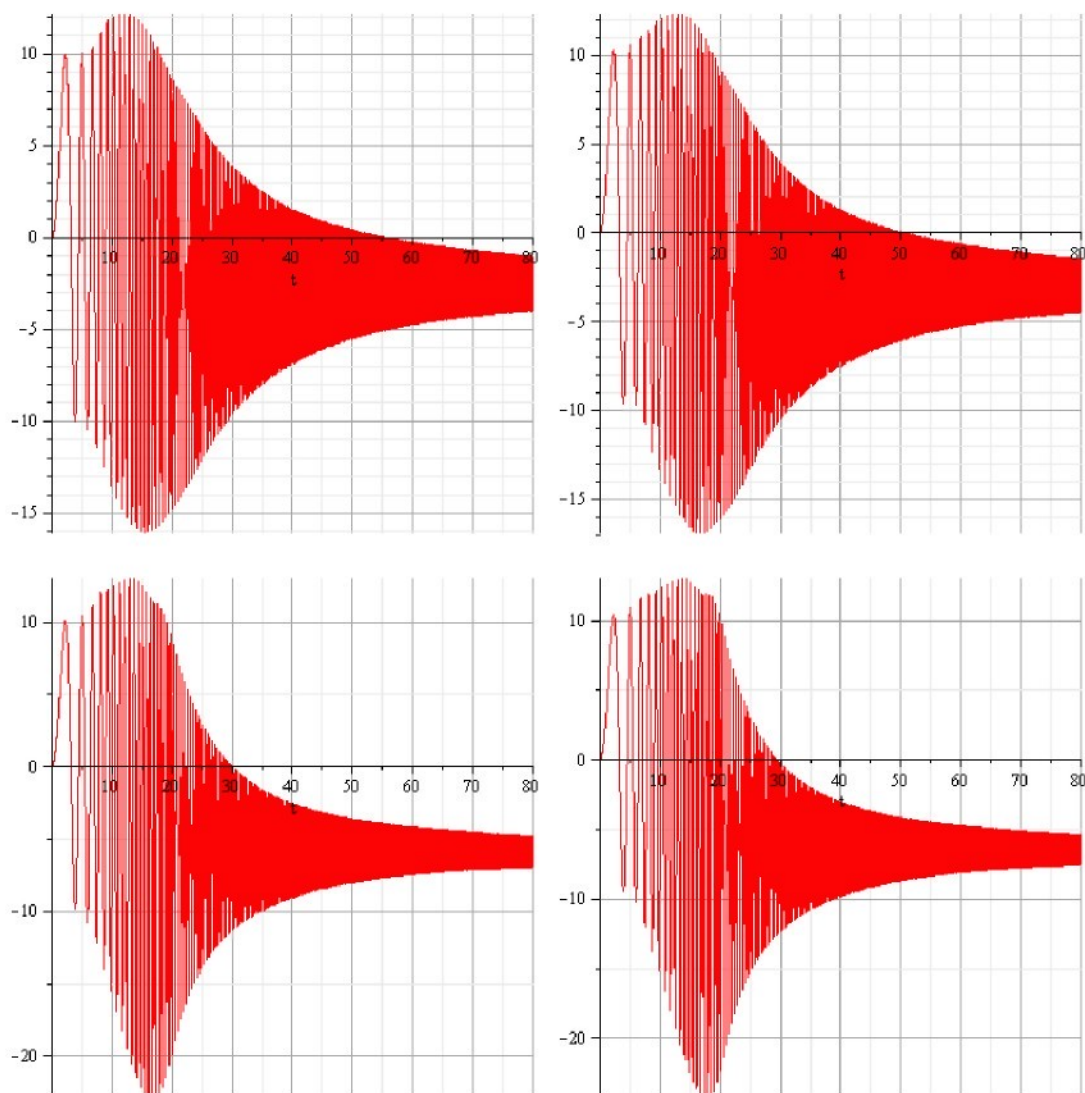
Z výsledků simulací je patrné, že systém má v nadrezonanční oblasti stejnosměrnou výchylku, to je charakteristické pro nelineární dynamické systémy s nesymetrickými charakteristikami tlumení. Také k tomu přispívá funkce polohového regulátoru. Průtok vzduchu regulátorem je při vypouštění do atmosféry větší než při napouštění vzduchu ze zásobníku do pružiny, protože při odpouštění do atmosféry nastává kritické proudění, kdežto při napouštění pružiny v níž je absolutní tlak okolo 0,6 MPa ze zásobníku tlakového vzduchu o tlaku 0,8 MPa je tlakový poměr větší než přibližně 0,5 viz [4], což znamená, že proudění je podkritické a průtok je tedy nižší než při odpouštění do atmosféry.

Dále lze z výsledků těchto simulací usuzovat, že by bylo vhodné zvýšit tuhost tlumiče, absolutní výchylka ložné plochy v rezonanční oblasti převyšuje budící výchylku přibližně 1,5 krát, bylo by vhodné toto převýšení ještě snížit. Simulace s tvrdším nastavením tlumiče vykazují nižší převýšení absolutní výchylky nad budící výchylkou.

Pro omezení stejnosměrné výchylky v nadrezonanční oblasti je zapotřebí snížit nesymetrii charakteristiky tlumiče, případně průtoky regulátorem. V případě regulátoru toho lze dosáhnout snížením škrcení při napouštění vzduchu ze zásobníku do pružiny a nebo zvýšením škrcení při odpouštění vzduchu do atmosféry.

Tyto simulace byly vytvořeny také s cílem potvrdit vliv funkce protiběžné pružiny (pružiny 2), tento vliv se v simulacích nijak výrazně neprojevil. Zvýšení tuhosti pružiny 2 by se mělo projevit především zvýšením rezonanční frekvence, protože tuhosti obou pružin se sčítají. Je pravděpodobné, že rezonanční frekvence jsou v simulaci přeběhnuty příliš rychle a tak je tento vliv nevýrazný. Simulace při níž by

se frekvence rozmítaného harmonického signálu měnila v podrezonanční a rezonanční oblasti pomaleji jsou časově mnohem náročnější a měly by být předmětem dalšího zkoumání dynamiky tohoto mechanického systému.



Obr. 36 Absolutní výchylky ložné plochy v milimetrech při změně tlaku p_{20} a hmotnosti pacienta

Další provedené simulace jsou zaměřeny na sledování vlivu hmotnosti pacienta a různých tlaků v pružině 2. V levém sloupci jsou výsledky simulací při tlaku v pneumatické pružině 2 $p_{20} = 2 \cdot 10^5$ Pa (přetlak 0,1 MPa), v pravém sloupci při tlaku $p_{20} = 5 \cdot 10^5$ Pa (přetlak 0,5 MPa). Horní dvojice průběhů absolutní výchylky přísluší simulaci s pacientem o hmotnosti 38 kg, spodní dvojice představuje výsledky simulací s pacientem o hmotnosti 118 kg.

Při porovnání absolutních výchylek simulací s pružinou 2 natlakovanou na $2 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ a na $5 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ je patrné mírné zvýšení rezonanční frekvence v řádu 10^{-2} Hz , to je dokladem zvýšení tuhosti odpružení. Vyšší hmotnost pacienta zapříčinila větší stejnosměrnou složku absolutní výchylky. Přesněji je to způsobeno tím, že pro vyrovnaní požadované rovnovážné polohy, je nutné natlačit hlavní pružinu (pružina 1) na vyšší hodnotu tlaku, čím je ještě dále zmenšen rozdíl tlaku v pružině a tlaku v zásobníku. Díky nižšímu tlakovému spádu mezi pružinou a zásobníkem dochází ke snížení hmotnostního toku do pružiny, přičemž vypouštění do atmosféry probíhá stále přibližně stejnou rychlostí.

V reálných podmínkách provozu odpruženého podstavce sanitního lehátka pravděpodobně nenastane situace, při níž by byl vibroizolační systém vystaven po tak dlouhou dobu kinematickému buzení o tak velké amplitudě. Další úvahy by se tedy měly zabývat potlačením stejnosměrné složky absolutní výchylky v nadrezonanční oblasti a snížení přenosu v oblasti rezonanční. Dále bude nutné zkoumat odezvy mechanického systému na stochastické signály s vyhodnocením v časové i frekvenční oblasti.

Závěr

Byl odvozen matematický model odpruženého sanitního lehátka s dvojčinnou pneumatickou pružinou, který je určen pro optimalizaci naladění ověřovaného vzorku, jenž je v současné době ve výrobě.

1. Navrhovaný prototyp má polohovací zařízení pro částečnou kompenzaci účinků podélných zrychlení na pacienta. Jeho současná konstrukce však mění délku jednoho ramene paralelogramu a mění jej na obecný čtyřkloubový mechanismus. Na základě kinematického rozboru bylo ukázáno, že předpokládaném rozsahu změny této délky se poruší rovnoběžnost spodního a horního ramene jen málo (v rozsahu 10^{-1}). Zároveň byla navržena změna ovládání tohoto mechanismu tak, aby paralelogram zůstal zachován.
2. Dvojčinná pneumatická pružina byla navržena vzhledem k velkému rozsahu maximální a minimální hmotnosti pacienta (cca do 160kg), který téměř převyšuje rozsah maximálního tlaku v hlavní pneumatické pružině (pružina 1). Odvozený matematický model umožňuje analyzovat nezávislou polohovou regulaci obou pneumatických pružin.
3. Při zvoleném naladění se vlastní frekvence popisovaného systému, jako imaginární část komplexního kořenu charakteristické rovnice, jež přísluší linearizovanému systému, pohybují v oblasti 1,2–1,5 Hz, což je dostatečné a zvětšení přídavného objemu by znamenalo další snížení vlastní frekvence.
4. Numerický experiment simulující kinematické buzení tzv. rozmítaným harmonickým signálem (s konstantní amplitudou a frekvencí kvazistaticky rozložené v rozsahu 0,5–8 Hz) ukázal především na nesymetrii nelineárního dynamického systému (charakteristická stejnosměrná složka vybuzečné výchylky, obvykle registrovaná při aplikaci nesymetrického tlumiče). Další příčinou nesymetrické odezvy je nesymetrie korekčního proudu regulátoru.
5. Dále numerický experiment ukázal, že bude užitečné přeladit původně navržený tlumič tak, abychom dosáhli v rezonanci převýšení přenosu absolutní budící výchylky do velikosti 1,3 a zároveň snížení nesymetrie tlumiče. Protože tento tlumič je dosud ve výrobním sortimentu Brano Jilemnice, nebude představovat přeladění tlumiče problém.
6. Polohový regulátor navržený v konstrukci se nevyrábí a bude nutné jej zaměnit a jeho průtokové charakteristiky experimentálně zjistit. Odvozený

matematický model počítá s mechanickým náhonem, realizovaným rovinným čtyřkloubovým mechanismem, což bude i při záměně dostačující.

Závěrem uvedme, že odvozený matematický model vibroizolačního systému sanitního lehátka umožní adaptovat i jeho aktivní řízení (tj. řízený magnetorheologický tlumič, elektronické snímání absolutního zrychlení relativní výchylky, elektropneumatický proporcionální ventil a podobně). Rovněž bude možné upravit model pro stochastické vstupní signály a jejich statistické vyhodnocení v časové i frekvenční doméně.

Seznam použité literatury

- [1] Bradský, Z. Jáč, V.: *Mechanika II. Kinematika*. 2. vydání. Liberec, VŠST, 1983. 55-809-83
- [2] Šklíba, J. Prokop, J. Sivčák, M.: *Základní kinematický a dynamický rozbor pružně uloženého sanitního lehátka*. Dílčí výzkumná zpráva VZ1453/2005-01. 2005.
- [3] Šklíba, J.: *Matematický model těla řidiče na sedačce s pružícím podstavcem*. Habilitační práce, Praha 1995.
- [4] Cerha, J.: *Hydraulické a pneumatické mechanismy I*. 1. vydání. Technická univerzita v Liberci, 2006. ISBN 80-73272-067-1.
- [5] Webové stránky firmy MEDIROL s.r.o., výrobce transportních prostředků pro pacienty, <http://www.medirol.cz/cz/>
- [6] Sivčák, M.: *Differences in application of the wave or sleeve spring to the vib-roisolation system*, National Conference with International Participation Engineering Mechanics 2007, In Book of extended abstracts, Engineering mechanics 2007. Svratka, May 14.-17., 2007, ISBN 978-80-87012-06-2.
- [7] Sivčák, M.: *Analyse of the dynamical system in Maple*, 9th International Scientific Conference Applied Mechanics 2007, Česká republika, VŠB, Ost-rava 2007, Applied Mechanics 2007 - Book of Extended Abstract, ISBN 978-80-248-1389-9.
- [8] Sivčák, M. Šklíba, J.: *About Another Possibility of Reducing the Pneumatic Suspension Stiffness*. Book of extended Abstract of the Conference Engineering mechanics 2008, National Conference with international participation. Institute of Termomechanics, Academy of Sciences of the Czech Republic, Praha, květen 12-15. 2008, Svratka 2008, s. 208-209. ISBN 978-80-87012-11-6.
- [9] Šklíba, J. Sivčák, M.: *Kinematické buzení vibroizolačního systému se třemi stupni volnosti*. Conf. Dynamics of Machines 2006, Prague 2006, p. 145-152, ISBN 80-85918-97-8.
- [10] Brdička, M. Hladík, A.: *Teoretická mechanika*. vydání 1. Academia, Praha 1987.
- [11] Brepta, R. Půst, L. Turek, F.: *Mechanické kmitání*. vydání 1. Sobotáles, Praha 1994. ISBN 80-901684-8-5