



Posudek habilitační práce

OPTIMÁLNÍ NÁVRH CHLAZENÍ RAZNÍKU PŘI LISOVÁNÍ SKLENĚNÝCH VÝROBKŮ NA KARUSELOVÉM LISU RNDr. Petr Salač, CSc.

Oponent: doc. RNDr. Jan Chleboun, CSc., Katedra matematiky FSv ČVUT v Praze

Aktuálnost habilitační práce

Téma optimálního návrhu má zřejmý aplikační potenciál, je matematicky i výpočetně náročné a při dnešním důrazu na pokročilá technická řešení jeho důležitost dále vzrůstá.

Autor v předložené habilitační práci shrnuje podstatné výsledky svého úsilí na poli optimálního návrhu chlazení razníku, jichž dosáhl v rozmezí let 2006 až 2019 a jež publikoval ve třech článcích v časopisech s impaktním faktorem a ve více než dvaceti anglicky psaných příspěvcích v konferenčních sbornících. Na základě numerického modelování i fyzického testování byla formulována žádost o patent „Razník pro tvarování skla lisováním,“ jenž pak byl TU v Liberci udělen v roce 2013.

Obsah práce

Česky psaná práce má celkem 90 stran. Sestává z úvodu, šesti kapitol, dodatku a přehledu použité literatury se 43 položkami.

Po úvodní, rámcově přehledové části je v první kapitole představena jak fyzikální a technologická motivace pro optimalizaci chlazení razníku, tak technologie karuselového lisu. Graficky pěkně ilustrované základní možnosti optimalizace tvaru chladicí dutiny razníku jsou předznamenáním jednotlivých, později podrobně probíraných optimalizačních úloh.

V kapitole 2 jsou na pevných oblastech definovány stavové úlohy, které posléze budou řešeny i na oblastech proměnného tvaru. Jde nejprve o poměrně jednoduchý model ustáleného proudění chladicí vody v dutině razníku. Výsledné rychlostní pole pak vstupuje do navazujícího modelu ustáleného vedení tepla v systému sestávajícím z dutiny s proudící chladicí vodou, z razníku, z roztavené skloviny obklopující formující část razníku a z vnější formy obklopující sklovinu. Tyto úlohy jsou nejprve formulovány slabě ve třech prostorových dimenzích a v kartézských souřadnicích. Jelikož obě úlohy jsou rotačně symetrické, autor přechází k cylindrickým souřadnicím, k úlohám na dvoudimenzionálních oblastech a k Sobolevovým prostorům s vahou (tou je proměnná r — vzdálenost od osy rotace).

Optimalizačním úlohám je věnována nejrozsáhlejší kapitola 3. Záměrem části 3.1 je optimalizovat tvar rotačně symetrické dutiny s chladicí vodou, a to optimalizací tvaru (rotačně symetrického) rozhraní mezi vodou a vnitřním povrchem razníku. Účelovým funkcí je kvadrát L^2 normy (s vahou r) rozdílu mezi zadanou žádanou teplotou a skutečnou (vypočtenou) teplotou skloviny na aktuálním rozhraní taveniny a razníku. Cílem je minimalizovat účelový funkcionál změnou tvaru dutiny, tj. tvaru vnitřního povrchu razníku.

V části 3.2 je opět optimalizována dutina s vodou, ale místo tvaru razníku je optimalizován tvar proudového tělesa, jehož osou prochází trubice přivádějící chladicí vodu; toto výrobně jednodušší řešení je předmětem zmíněného patentu. Část 3.3 je obdobou části 3.1, avšak tvar razníku se nemění a optimalizuje se proměnná tloušťka izolační vrstvy přidané mezi razník a dutinu s chladicí vodou.

Zadání problému definovaného v části 3.4 je mírně odlišné — z měření teplot je známo teplotní pole v razníku a ve formě, cílem je najít takové (prostorově závislé) koeficienty přestupu tepla na rozhraní mezi razníkem a sklovinou, mezi sklovinou a formou i formou a vnějším prostředím, aby se výsledné teplotní pole co nejvíce přiblížilo poli naměřenému. U všech tří optimalizačních problémů i u identifikační úlohy je pozornost věnována matematické formulaci a existenci řešení.

Část 3.5 se stručně zabývá jinou úlohou. Totiž náhradou časově závislého proudění tepla prouděním ustáleným, ale takovým, aby z roztavené skloviny bylo během jistého časového intervalu odvedeno stejné množství tepelné energie.

Kapitola je zakončena částí 3.6, v níž je popsán algoritmus pro snížení hodnoty účelového funkcionálu prostřednictvím lokální změny tloušťky izolační vrstvy (viz část 3.3).

Kapitola 4 se zabývá numerickou realizací optimalizační úlohy z podkapitoly 3.3. Všechny úlohy (náhradní stacionární zdroj tepla, rychlost proudění chladicí vody, tepelné pole v systému voda – razník – sklovina – forma) byly řešeny metodou konečných prvků, a to softwarem FreeFem++.

V kapitole 5 je stručně popsán experiment jak s razníkem standardním, tak s optimalizovaným ve smyslu podkapitoly 3.2, avšak místo skloviny byla použita lázeň z roztaveného cínu. Přínosem optimalizovaného tvaru je rovnoměrnější rozložení teploty na vnějším povrchu razníku.

Závěrečná kapitola uvádí podrobnosti k užitému vzoru a udělenému patentu. Následuje dodatek s transformací některých výrazů do válcových souřadnic a s převzatými obecnými tvrzeními, která jsou zásadní při dokazování existence optimálního návrhu tvaru oblasti.

Zpracování tématu

Výklad je veden snahou, aby se čtenář orientoval v hlavních myšlenkách a ve značení,



kteřé je vzhledem k různým modelům, oblastem a souřadným soustavám poměrně složitě. Sazba je provedena pečlivě, i když drobná opomenutí se vyskytují. Například ve (2.11) má asi jít o rovnost kvadrátů uvedených norem; obrázky 2.3 a 2.4 jsou totožné; některým variačním formulacím by prospělo explicitnější zdůraznění prostoru, v němž leží řešení (viz (2.5), (2.17) aj.); na straně 34 se zmiňuje věta o stopách s odkazem na [2, str. 9], tam však nejde o váhový Sobolevův prostor, relevantnější by proto byl jiný odkaz;¹ na str. 59 by místo značení $[C([0, L_{\Gamma_i}))]^3$ bylo korektnější např. $\Pi_{i=1}^3 C([0, L_{\Gamma_i}])$; na str. 65 se odkazuje na účelový funkcionál (3.24), avšak zmiňované úloze s izolační bariérou odpovídá funkcionál (3.82), významově je však totožný s (3.24).

V některých místech by však čtenář uvítal podrobnější vysvětlení. Kupříkladu k odvozování na str. 32, kde se mlčky předpokládá větší hladkost potenciálu Φ , aby jeho derivace ve směru jednotkové vnější normály byla definována na hranici oblasti. Nebo k integraci součinu tří funkcí, kde dvě jsou z prostoru L^2 a jedna ze Sobolevova prostoru H^1 , viz např. (2.64), (2.66) a jiná místa, kde se pracuje s $\text{Energy}_G^{\text{velo}}$. Součástí trojice jsou koeficienty, které do rovnice vedení tepla přicházejí jako složky rychlosti proudící chladicí vody a jsou gradientem funkce ze Sobolevova prostoru H^1 , viz (2.6). Nicméně kupříkladu v odhadu (2.98) vystupují z integrálu v podobě maxima absolutní hodnoty.

Důkazy existence optimálního návrhu jsou obecně nesnadné, neboť je nutné pracovat s funkcemi na různých oblastech a do cesty se staví řada technických problémů. I tady se zdá, že úvahy nad detaily jsou přenechány čtenáři. Například na straně 42 se (3.26) (a též (3.27)) označuje za variační formulaci úlohy (3.7). Ta je definována na oblasti Ω_{Ca}^e s testovacími funkcemi z prostoru $H_r^1(\Omega_{Ca}^e)$, kdežto v (3.26) zůstává potenciál Φ^e na oblasti Ω_{Ca}^e , avšak testovací funkce jsou z prostoru $H_r^1(\Omega_{Ca}^e \cup \Omega_{Pl}^e)$. Měla by být zmíněna ekvivalence úloh (3.7) a (3.26).

Dále se využívá rovnosti pravých stran rovností (3.26) a (3.27), ta však není patrná, protože část hranice Γ_{out} se dle definice přípustné množiny U_{ad}^e může lišit v (3.26) a (3.27). Také následné dosazení $\varphi = \Phi^e - \Phi^{n_k}$ je určitou zkratkou, protože jednotlivé potenciály jsou definovány jen na jednotlivých oblastech Ω_{Ca}^e a $\Omega_{Ca}^{n_k}$, kdežto testovací funkce φ jsou definovány na $\Omega_{Ca}^e \cup \Omega_{Ca}^{n_k}$. Tady by bylo zapotřebí zmínit vhodné rozšíření zúčastněných funkcí.

V závěrečných dlouhých výrazech s integrály (str. 43 a 44) je překvapivé, že se integruje přes podoblasti a jejich průniky, ale nikoliv přes rozdíly podoblastí, jak tomu bylo na str. 42.

Zajímavý je autorův postup redukce časově závislého problému na model časově nezávislý (podkapitola 3.5) i jeho pěkný algoritmus citlivostní analýzy, jímž se vy-

¹Např. I. Hlaváček: Domain optimization in axisymmetric elliptic boundary value problems by finite elements. Aplikace matematiky, vol. 33 (1988), pp. 213-244.

hnul standardnímu a náročnému derivování výchozí „spojité“ stavové úlohy nebo její diskretizované verze.

Numerické výsledky jsou přesvědčivé, viz obr. 4.3 a 4.4 na str. 74. Škoda, že kapitola o numerické realizaci úlohy je sice výstižná, ale krátká.

Ocenění zaslouží, že se podařilo provést i fyzické pokusy se standardním razníkem i s jeho tvarově optimalizovanou verzí (kapitola 5).

Přes určité výhrady ke zpracování teoretické matematické části práce je patrné, že autor má dobře vyvinutou schopnost pochopit jádro ryze průmyslového problému, vytvořit odpovídající matematický model s nutnými zjednodušeními, analyzovat model, navrhnout potřebné algoritmy, vybrat vhodný software a úlohu naprogramovat a odladit. Nakonec pak celý proces přístupnou formou popsat a doplnit výstižnými ilustracemi.

Předloženou práci doporučuji přijmout k habilitačního řízení.

Témata k diskusi

a) Podle údajů v podkapitole 4.1 se zdá, že do výpočtů nebyla zapojena identifikace parametrů, jíž se zabývá podkapitola 3.4.

b) Úlohy byly řešeny softwarem FreeFEM++, ale blíže se o něm práce nezmiňuje. Jaké jsou jeho hlavní vlastnosti? Předpokládám, že je určen k řešení stavových úloh na pevných oblastech a že není předem připraven k bezprostřednímu řešení problémů tvarové optimalizace. Co a jakým způsobem musí uživatel udělat, aby FreeFEM++ zakomponoval do algoritmů pro analýzu citlivosti a optimalizaci?

c) Jaké dlouho trval výpočet optimalizovaného tvaru? Na jakém počítači byl prováděn?

d) Numerické výsledky byly podkladem pro experimenty s razníkem v cínové lázni. Jsou nějaké zkušenosti se sklem a z reálného provozu?

e) Analýza citlivosti je v práci provedena pro úlohu s izolační bariérou, experiment se týkal úlohy jiné — optimalizovaného proudového tělesa. Jaký algoritmus citlivostní analýzy byl použit při řešení této úlohy?

V Praze dne 7. února 2022

Jan Chleboun